

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА

УСКОРЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В ОСТАТКАХ СВЕРХНОВЫХ

Е. Г. Бережко, В. К. Елшин, Л. Т. Ксенофонтов

Институт космофизических исследований и аэрономии
Сибирского отделения Российской академии наук
677891 Якутск, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 1995 г.

Исследован процесс регулярного ускорения космических лучей ударными волнами от вспышек сверхновых на основе численного решения диффузационного уравнения переноса космических лучей совместно с газодинамическими уравнениями. Рассмотрены типичные параметры сверхновых: энергия взрыва 10^{51} эрг, начальная скорость сброшенной оболочки 4600 км/с. Коэффициент диффузии космических лучей предполагается бомбовским, межзвездная среда однородной. Процесс ускорения космических лучей исследован для широкого набора параметров межзвездной среды, которые могут реализоваться в Галактике. Результаты численных исследований свидетельствуют о том, что процесс ускорения характеризуется высокой эффективностью: энергосодержание ускоренных ударной волной от сверхновой космических лучей превышает 50% выделенной при взрыве энергии. В то же время ударная волна не становится полностью модифицированной (плавной); структура ударного фронта всегда является смешанной, состоящей из теплового фронта (разрыва) и плавного протяженного предфронта, обусловленного давлением космических лучей. При отсутствии диссипативных процессов в области предфронта полная степень сжатия вещества в ударной волне является неограниченной функцией числа Маха ($\sigma \propto M^{3/4}$) и может достигать значений, на порядки превосходящих степень сжатия 4 в сильной ударной волне без космических лучей. Наличие достаточно эффективного механизма нагрева среды в области предфронта существенно понижает степень сжатия σ . В случае, когда нагрев среды осуществляется за счет диссипации альфеновских волн, максимальная степень сжатия не превосходит 8. Теория удовлетворительно воспроизводит наблюдаемый спектр космических лучей, а также их химический состав в области энергии вплоть до $\sim 10^{15}$ эВ.

1. ВВЕДЕНИЕ

Идея о том, что вспышки сверхновых генерируют основную долю наблюдаемых космических лучей, значительное время была основана только на соображениях энергетического характера (см., например, [1]): это практически единственный класс объектов в Галактике, обеспечивающий необходимое ($\sim 10^{42}$ эрг/с) энергопоступление в межзвездную среду. В последнее время эта идея получила существенное развитие благодаря тому, что был установлен эффективный механизм ускорения космических лучей, посредством которого необходимая доля ($\sim 10^{41}$ эрг/с) выделяющейся при взрыве сверхновой энергии может передаваться космическим лучам [2, 3]. Высокий темп ускорения и универсальная степенная форма энергетического спектра ускоренных частиц $n(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-\gamma}$ ($\gamma \simeq 2$) с самого начала служили сильными аргументами в пользу преобладающей роли процесса регулярного ускорения в остатках сверхновых [4–7], поскольку именно эти свойства процесса генерации космических лучей необходимы для объяснения как наблюдаемого спектра космических лучей, так и особенностей радиоизлучения остатков сверхновой.

Жесткий характер спектра космических лучей, ускоряемых сильной ударной волной, и высокий темп их ускорения являются причиной того, что очень скоро (с момента начала процесса ускорения) космические лучи становятся важным динамическим фактором, существенно влияющим на структуру ударного фронта. Обратное влияние космических лучей приводит к значительному уширению толщины ударного фронта: наряду с обычным тепловым фронтом в модифицированной ударной волне образуется плавный участок — предфронт. Чем выше энергосодержание космических лучей, тем большую в ударном переходе долю по амплитуде составляет предфронт и соответственно меньшую — тепловой фронт. При достаточно больших числах Маха ($M \gtrsim 10$) ударная волна полностью модифицируется давлением космических лучей, тепловой фронт исчезает, газ остается холодным после прохождения фронта, вся свободная энергия в ударной волне передается космическим лучам [8–10]. Это фундаментальное свойство бесстолкновительной ударной волны воспроизводится не только в случае плоской стационарной волны [8], но также в процессе эволюции сферической расширяющейся в однородной межзвездной среде ударной волны от сверхновой [11, 12]. Следует, однако, заметить, что исследования эволюции сферической ударной волны были выполнены в рамках упрощенных вариантов теории, существенным образом использующих результаты, полученные в плосковолновом приближении. Это прежде всего касается величины среднего коэффициента диффузии космических лучей, который в двухжидкостном (газ + космические лучи) гидродинамическом описании является параметром, который не может быть определен в рамках самой теории. Заранее, однако, не очевидно, в какой мере те или иные закономерности, установленные для случая плоской ударной волны, могут воспроизводиться в случае нестационарной волны конечных размеров. Последовательное решение этого вопроса состоит во включении в рассмотрение функции распределения космических лучей, определяемой самосогласованным образом совместно с параметрами газа.

Одна из основных характеристик процесса ускорения космических лучей — суммарный спектр космических лучей, произведенных ударной волной от сверхновой за все время ее эволюции. На ее основе определяется эффективность процесса ускорения — доля выделившейся при взрыве сверхновой энергии, переданная космическим лучам. Этот и два других важных аспекта процесса ускорения — форма энергетического спектра космических лучей и их максимальная энергия — не могут быть корректно воспроизведены в рамках упрощенных подходов; в которых космические лучи трактуются как жидкость, характеризующаяся определенной плотностью энергии и давлением.

Таким образом, ряд важных характеристик процесса ускорения космических лучей в остатках сверхновых может быть исследован только на основе кинетического описания, которое, в свою очередь, может быть реализовано только численно. Первая реализация такого подхода, основанная на численном решении диффузионного уравнения переноса космических лучей совместно с системой газодинамических уравнений, была осуществлена в работе Канга и Джонса [13]. Возможности развитой ими теории, однако, ограничены случаем слабо зависящих от энергии коэффициентов диффузии космических лучей ($\kappa \propto p^\alpha$, $\alpha \leq 0.25$). Тем самым из рассмотрения выпадает физически наиболее интересный случай бомовского коэффициента диффузии $\kappa \propto p$, для которого эффективность ускорения и, соответственно, динамическая роль космических лучей существенно более высокие по сравнению со случаем слабо зависящего от энергии коэффициента диффузии.

Практически в той же постановке нами реализован вариант теоретического опи-

сания, который за счет использования более эффективных методов позволяет изучать процесс ускорения космических лучей ударной волной от сверхновой при произвольной зависимости $\kappa(p)$ [14]. Уже первые выполненные нами исследования показали ряд существенных отличий процесса ускорения космических лучей как от предсказаний плосковолнового рассмотрения, так и от результатов рассмотрения эволюции сферической ударной волны на основе упрощенных подходов. Кинетическая теория в случае бомовского коэффициента диффузии космических лучей воспроизводит высокую эффективность их ускорения. Вместе с тем, ударная волна не становится полностью модифицированной. Фактически, как будет показано ниже, на процесс ускорения космических лучей существенное влияние оказывает нестационарность расширяющейся ударной волны и конечность ее размеров.

В настоящей работе мы представляем результаты систематического исследования процесса ускорения космических лучей сферической ударной волной от сверхновой, основанные на численном решении диффузионного уравнения переноса космических лучей совместно с системой газодинамических уравнений.

2. МЕТОД

Кинетическое описание процесса ускорения и распространения космических лучей основывается на диффузионном уравнении переноса [15, 16] для их функции распределения $f(r, p, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \kappa \frac{\partial f}{\partial r} - w \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 w) \frac{p}{3} \frac{\partial f}{\partial p} + Q, \quad (1)$$

в котором κ — коэффициент диффузии космических лучей, w — скорость среды (газа), источник Q описывает инжекцию надтепловых частиц в режим ускорения.

Среда (газ) описывается газодинамическими уравнениями:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho w) = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho w \frac{\partial w}{\partial r} = - \frac{\partial}{\partial r} (P_g + P_c), \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_g}{\partial t} + w \frac{\partial P_g}{\partial r} + \frac{\gamma_g}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 w) P_g = 0, \quad (4)$$

в которых ρ , w , P_g , γ_g — плотность, скорость, давление и показатель адиабаты газа соответственно,

$$P_c = \frac{4\pi c}{3} \int_0^\infty dp \frac{p^4 f}{\sqrt{p^2 + m^2 c^2}} \quad (5)$$

— давление космических лучей, m — масса протонов, c — скорость света. Здесь и далее под космическими лучами, если это не оговорено особо, будем понимать протоны — частицы основного сорта ионов в космической среде. Электроны, если даже они эффективно ускоряются, не играют динамической роли.

Динамика сброшенной при взрыве оболочки описывается упрощенно: считается, что все инжектированное вещество движется с одной скоростью V_p , а его тепловая энергия мала по сравнению с кинетической энергией направленного движения. В этом случае движение оболочки (поршня) описывается простым уравнением:

$$M_{ej} \frac{dV_p}{dt} = -4\pi R_p^2 [P(R_p + 0) - P(R_p - 0)], \quad (6)$$

где M_{ej} — масса сброшенной оболочки, R_p — размер ее внешней поверхности, $P = P_g + P_c$ — суммарное давление газа и космических лучей. Под действием давления $P(R_p + 0)$ поршень тормозится, передавая свою энергию окружающей среде. Такой подход игнорирует обратную ударную волну, распространяющуюся в веществе поршня. Тем не менее, он правильно воспроизводит основные глобальные свойства расширяющейся оболочки (см., например, [17, 11, 12]).

Под размером (радиусом) R_s ударной волны будем понимать положение теплового ударного фронта, который для простоты будем трактовать как разрыв. По отношению к газу тепловой ударный фронт обладает всеми свойствами обычного ударного фронта. Поэтому газовые параметры непосредственно перед и за тепловым фронтом связаны обычными соотношениями Ренкина — Гюгонио:

$$\rho_2 u_2 = \rho_1 u_1, \quad (7)$$

$$\rho_2 u_2^2 + P_{g2} = \rho_1 u_1^2 + P_{g1}, \quad (8)$$

$$\frac{\rho_2 u_2^3}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} u_2 P_{g2} = \frac{\rho_1 u_1^3}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} u_1 P_{g1} - F_{inj}. \quad (9)$$

В этих соотношениях (и далее) величины, помеченные индексом 1(2), относятся к области непосредственно перед (за) тепловым фронтом, F_{inj} — поток энергии, отнимаемый от газа в области 2 небольшой долей наиболее энергичных частиц, которые инжектируются в процессе регулярного ускорения, $u = V_s - w$ — скорость газа по отношению к ударному фронту.

Частицы космических лучей и газа могли бы описываться единой функцией распределения, если включить в рассмотрение детальную теорию формирования теплового фронта. Иными словами, разделение единого энергетического спектра частиц на газ и космические лучи до некоторой степени условно. Однако, поскольку в настоящее время нет возможности включить в рассмотрение детальную теорию формирования теплового фронта (в силу отсутствия таковой), такое разделение является необходимым, поскольку газ и космические лучи описываются разными уравнениями. Существующие самосогласованные модели, описывающие частицы газа и космические лучи единой функцией распределения [18–20], на наш взгляд, недостаточно физически обоснованы в той ее части, которая описывает структуру теплового фронта ударной волны и процесс инжекции частиц в режим ускорения.

Как обычно, под космическими лучами будем понимать достаточно быстрые частицы, для динамики которых, в отличие от частиц газа, существенна диффузия, осуществляемая за счет их рассеяния на неоднородностях магнитного поля. Отсюда можно определить энергию ε_{inj} , которая разделяет частицы газа и космических лучей в воображаемом едином распределении: это такая минимальная энергия, при которой проходит частиц до рассеяния λ больше минимального пространственного масштаба системы

l_{min} . В нашем случае l_{min} — это толщина теплового фронта. Для частиц космических лучей с энергией $\varepsilon > \varepsilon_{inj}$ пробег $\lambda > l_{min}$ и тепловой фронт может рассматриваться как разрыв. В силу этого концентрация космических лучей является непрерывной всюду, включая тепловой фронт.

Первый угловой момент функции распределения, определяющий поток космических лучей, испытывает на тепловом фронте разрыв

$$\left[-\kappa \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{u}{3} p \frac{\partial f}{\partial p} \right]_1^2 = Q_0, \quad (10)$$

поскольку инжекция надтепловых частиц газа в режим ускорения описывается сосредоточенным на тепловом фронте источником

$$Q = Q_0 \delta(r - R_s).$$

В соотношении (10) использовано обозначение $[x]_1^2 = x_2 - x_1$.

Анализ измерений, выполненных вблизи фронтов межпланетных ударных волн [21], а также численное моделирование бесстолкновительных ударных волн [22] показывают, что в процесс регулярного ускорения вовлекается небольшая доля $\sim 10^{-2}\text{--}10^{-3}$ наиболее быстрых частиц газа. Это означает, что энергия инжектируемых частиц в несколько раз превышает характерную тепловую энергию в области за ударным фронтом. Спектр частиц при таких энергиях быстро убывающий, поэтому можно считать, что инжектируемые частицы моноэнергетические:

$$Q_0(p) = \frac{N_{inj} u_1}{4\pi p_{inj}^2} \delta(p - p_{inj}). \quad (11)$$

Количество инжектируемых частиц N_{inj} и их энергия $\varepsilon_{inj} = p_{inj}^2/2m$, как уже отмечалось, не могут быть на сегодня рассчитаны на основе сколько-нибудь последовательной теории. Поэтому представляет интерес выяснить, в какой степени темп инжекции, определяемый величинами N_{inj} и p_{inj} , влияет на протекание процесса ускорения космических лучей и производимые ими эффекты. Для этого удобно параметризовать эти величины с помощью соотношений [10, 14]

$$N_{inj} = \eta \rho_1 / m, \quad p_{inj} = \lambda m c_{s2}, \quad (12)$$

показывающих, что инжектируется доля $\eta < 1$ пересекающих тепловой фронт частиц газа, а скорость инжектируемых частиц в $\lambda > 1$ раз превышает скорость звука c_{s2} в области за фронтом.

Соотношения (11) и (12) позволяют определить входящий в уравнение (9) поток энергии, уносимый инжектируемыми частицами из газа:

$$F_{inj} = \eta \frac{\lambda^2}{2} \rho_1 u_1 c_{s2}^2. \quad (13)$$

В данной работе мы ограничимся рассмотрением случая, когда ударная волна от вспышек сверхновых распространяется в однородной межзвездной среде. Кроме того, для простоты мы не будем принимать в расчет наличие фоновых космических лучей в невозмущенной межзвездной среде, поскольку, как будет показано ниже, при ожидаемых темпах инжекции $\eta \sim 10^{-3}$ ударная волна производит гораздо большее число

космических лучей, чем то, что было бы произведено в результате ускорения только имеющихся в межзвездной среде галактических космических лучей.

Указанные условия являются граничными условиями для уравнений (1)–(4) и могут быть записаны в виде

$$\rho = \rho_{\parallel}, \quad P_g = P_{g\parallel}, \quad w = 0, \quad f = 0 \quad \text{при } r = \infty. \quad (14)$$

Наиболее простое граничное условие для космических лучей на поверхности поршня

$$\frac{\partial f}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = R_p \quad (15)$$

соответствует предположению о полной непроницаемости поршня для космических лучей, поскольку величина $-\kappa \partial f / \partial r$, взятая в точке $R_p + 0$, определяет поток космических лучей через поверхность поршня. В этом случае давление $P(R_p - 0)$ в уравнении движения поршня равно нулю. Под действием внешнего давления среды $P(R_p + 0)$ поршень тормозится и в некоторый момент времени t_p останавливается. В дальнейшие моменты времени движением поршня пренебрежем, полагая $V_p = 0$ при $t > t_p$.

Физически условие (15) оправдано в силу двух обстоятельств. В ранние моменты эволюции вещество поршня плотное, поэтому диффузией космических лучей в нем можно пренебречь. На поздних стадиях эволюции проникновением космических лучей через поршень можно пренебречь по другой причине: его объем мал по сравнению с объемом, ограниченным ударным фронтом. Для количественной оценки роли проникновения космических лучей через поршень ниже будут представлены расчеты, выполненные с учетом этого обстоятельства.

Границное условие (10) для функции распределения космических лучей на ударном фронте при его практическом использовании удобно переформулировать [14], представив член $(\kappa \partial f / \partial r)_1$ в интегральной форме. Для этого необходимо выполнить почлененное интегрирование уравнения переноса (1) по $r^2 dr$ в пределах от $R_s + 0$ до ∞ , что дает [14, 23]

$$p \frac{\partial f_R}{\partial p} = -\frac{3}{u_p - u_2} \left\{ \left[u_p + \frac{1}{3} \frac{du_p}{d \ln p} + \left(\frac{d}{dt} \int_{R_s}^{\infty} r^2 dr f \right) \frac{1}{R_s^2 f_R} \right] f_R + \left(\kappa \frac{\partial f}{\partial r} \right)_2 - Q_{\parallel} \right\}, \quad (16)$$

где $f_R(p, t) = f(r = R_s, p, t)$,

$$u_p = u_1 - \left(\int_{R_s + 0}^{\infty} dr \frac{d}{dr} (r^2 w) f \right) \frac{1}{R_s^2 f_R} \quad (17)$$

— эффективная скорость среды, которую «чувствуют» космические лучи с импульсом p .

Основная трудность, возникающая при численном решении задачи об эволюции ударной волны от сверхновой, состоит в решении уравнения переноса (1) в области перед фронтом $r > R_s$. Распределение космических лучей здесь характеризуется пространственным масштабом

$$l(p) = \kappa(p)/V_s,$$

называемым диффузионной длиной. При сильной зависимости коэффициента диффузии от импульса величина l меняется в широких пределах. Так, при $\kappa \propto p$ этот диапазон характеризуется величиной $l(p_{max})/l(p_{min}) \sim 10^8$. Численное описание системы со столь широким спектром масштабов на основе обычных методов оказывается практически невозможным.

Решение указанной проблемы достигается подходящей заменой переменных [14] и использованием эффективных неявных численных методов. При этом оказывается возможным исследовать случаи с произвольной зависимостью $\kappa(p)$.

Так, в качестве новой пространственной переменной при решении уравнения переноса космических лучей (1) в области перед фронтом $r > R_s$ используется

$$x_c = \exp\left(-\frac{r - R_s}{\kappa_0} V_s\right). \quad (18)$$

Кардинальное упрощение решаемой задачи обеспечивается тем, что функция распределения космических лучей $f(x_c, p, t)$ не сильно отличается от линейной (относительно x_c) для всех импульсов p и времен t .

Аналогичная проблема возникает при решении газодинамических уравнений (2)–(4) в области $r \geq R_s$. Вид функций $w(r)$ и $\rho(r)$, задаваемый профилем давления космических лучей $P_c(r)$, достаточно сложный. Их практически невозможно воспроизвести на однородной сетке по обычной пространственной переменной r . Решение этой проблемы достигается аналогичным образом — подходящей заменой пространственной переменной. Выбор новой переменной основан на следующих соображениях. В области $r > R_s$ давление космических лучей в случае сильной слабомодифицированной ударной волны ($f_R \propto p^{-4}$), если учитывать только релятивистские космические лучи ($p > mc$), $P_c(r) \propto \ln(p_m/p(r))$, где $p(r)$ — минимальный импульс космических лучей, которые могут достичь точки $r > R_s$. Он может быть определен соотношением

$$\kappa(p(r))/V_s = r - R_s.$$

Поэтому при $\kappa \propto p$ давление космических лучей приближенно может быть описано функцией вида

$$P_c(r) \propto -\ln\left(\frac{r - R_s}{l_g} + 1\right) + C.$$

Константа C определяется из условия, что на некотором расстоянии $r_{max} > R_s$ давление космических лучей пренебрежимо мало, так что можно принять $P_c(r_{max}) = 0$. Параметр l_g учитывает тот факт, что на малых расстояниях $r - R_s < \kappa(mc)/V_s$, меньших диффузионной длины релятивистских частиц, давление космических лучей мало меняется, поскольку нерелятивистские космические лучи вносят небольшой вклад в давление. С учетом сказанного новая пространственная переменная, используемая при решении газодинамических уравнений (2)–(4) в области $r > R_s$, может быть выбрана в виде

$$x_g = \ln\left(\frac{r - R_s}{l_g} + 1\right) \frac{1}{D}, \quad (19)$$

где $D = \ln[(r_{max} - R_s)/l_g + 1]$. Параметры r_{max} и l_g выбираются в процессе численного счета. При этом $r_{max} - R_s$ должно в несколько раз превосходить максимальную диффузионную длину космических лучей. Параметр l_g по порядку величины совпадает с

диффузионной длиной частиц с импульсом $p = mc$. В расчетах мы использовали значения $r_{max} = 1.5R_s$ и $l_g = 0.3l(mc)$, которые удовлетворяют указанным требованиям и обеспечивают приемлемую точность.

Как будет продемонстрировано ниже, функции $w(x_g)$, $\rho(x_g)$ и $P_c(x_g)$ мало отличаются от линейных, что существенно облегчает процесс их нахождения.

Как и в предыдущей работе [14], мы ограничимся рассмотрением наиболее физически интересного случая так называемого бомовского коэффициента диффузии

$$\kappa = \rho_B c / 3, \quad (20)$$

который отвечает максимально возмущенной (турбулизованной) среде, в которой длина пробега космических лучей до рассеяния λ равна гирорадиусу ρ_B . Магнитогидродинамическая турбулентность (альфеновские волны) эффективно генерируется самими космическими лучами в области перед ударным фронтом [24]. Анализ измерений, выполненных вблизи головной ударной волны [21], а также расчеты [21, 25] показывают, что процесс регулярного ускорения сопровождается интенсивной раскачкой альфеновских волн, амплитуда которых δB может быть сравнимой с величиной регулярного магнитного поля B . Формально в рамках квазилинейной теории можно прийти даже к более высоким амплитудам $\delta B > B$ [25], что говорит о необходимости включения в рассмотрение нелинейных механизмов взаимодействия волн. Хотя соответствующая детальная теория в настоящее время отсутствует, широко используемое предположение о реализации вблизи фронта ударной волны бомовского коэффициента диффузии (20) основано на допущении, что интенсивная раскачка альфеновских волн и нелинейные механизмы их взаимодействия приводят к созданию сильнотурбулизированной среды в которой $\lambda \simeq \rho_B$.

Заметим, что коэффициент диффузии (20) в нерелятивистской области энергий отличается от чисто бомовского $\rho_B v / 3$. Однако это отличие оказывается совершенно несущественным, поскольку характерное время ускорения в обоих случаях много меньше характерного возраста системы (ударной волны).

Кроме того, в возмущенной области мы будем предполагать, что коэффициент диффузии меняется обратно пропорционально плотности среды ρ :

$$\kappa = \kappa_0 \rho_0 / \rho, \quad (21)$$

где коэффициент κ_0 определяется величиной магнитного поля B_0 в невозмущенной межзвездной среде в соответствии с формулой (20). С одной стороны, можно предполагать, что сжатие возмущенной среды сопровождается ростом величины хаотической компоненты магнитного поля δB . В то же время коэффициент диффузии в форме (21) предотвращает развитие неустойчивости предфронтальной [26–28]. Хотя развитие крупномасштабных возмущений в области предфронта — это реальный физический процесс, который может оказывать существенное влияние на динамику космических лучей [28], в данной работе мы ограничимся рассмотрением случая (21), чтобы избежать чрезмерного усложнения.

Методы численного решения уравнений (1)–(17) подробно изложены в предыдущей работе [14], поэтому здесь мы не будем останавливаться на их описании.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Мы ограничимся рассмотрением наиболее типичных значений параметров сверхновой — энергии $E_{SN} = M_{ej} V_{p0}^2 / 2$ и начальной скорости расширения оболочки V_{p0} :

$$E_{SN} = 10^{51} \text{ эрг}, \quad V_{p0} = 4600 \text{ км/с.}$$

Что касается параметров межзвездной среды, в которой распространяется возмущение, то для так называемых горячей и теплой фаз, которые заполняют основную часть объема Галактики (см., например, [29]), их значения приведены в таблице. Это концентрация ядер водорода в межзвездной среде N_H , температура T_0 и магнитное поле B_0 . Значениями этих параметров, а также параметрами сверхновой определяются масштабные параметры сферической ударной волны:

$\rho_0 = 1.4 N_{Hm} m$ — плотность межзвездной среды, с учетом ядер гелия с концентрацией $N_{He} = 0.1 N_H$;

$R_0 = (3M_{ej}/4\pi\rho_0)^{1/3}$ — размер оболочки в конце стадии свободного разлета;

$t_0 = R_0/V_{p0}$ — длительность стадии свободного разлета;

$P_0 = \rho_0/V_{p0}^2$ — динамическое давление;

$M_0 = V_{s0}/c_{s0}$ — начальное число Маха;

$\kappa_0(mc) = \frac{mc^3}{3eB_0}$ — коэффициент диффузии протона с импульсом $p = mc$.

Таблица
Значения параметров основных фаз межзвездной среды в Галактике

	N_H , см^{-3}	ρ_0 , $\text{г}\cdot\text{см}^{-3}$	T_0 , К	P_{g0} , дин \cdot см $^{-2}$
Горячая межзвездная среда	0.003	$7.52 \cdot 10^{-27}$	10^6	$1.5 \cdot 10^{-12}$
Теплая межзвездная среда	0.3	$7.52 \cdot 10^{-25}$	10^4	$1.5 \cdot 10^{-12}$
	B_0 , мкГс	$\kappa_0(mc)$, $\text{см}^2\cdot\text{с}^{-1}$	M_0	R_0 , пк
Горячая межзвездная среда	3	$1.04 \cdot 10^{22}$	33	22.2
Теплая межзвездная среда	30	$1.04 \cdot 10^{21}$	330	10.3
				t_0 , тыс. лет
				4.72
				2.12

Помимо указанных двух фаз межзвездной среды, мы выполнили расчеты с другими наборами параметров. Хотя эти другие случаи и не играют столь важную роль в Галактике, их рассмотрение позволяет исследовать, в какой мере процесс ускорения космических лучей чувствителен к свойствам межзвездной среды. Мы будем предполагать, что все рассматриваемые нами фазы межзвездной среды характеризуются одним и тем же давлением газа P_{g0} , что приблизительно справедливо для Галактики. Кроме того, будем считать, что магнитное поле и плотность среды связаны соотношением $B_0 \propto \sqrt{\rho_0}$.

Основным фактором, определяющим уровень (темпер) инжекции, является поток энергии, отбираемый от газа инжектированными частицами на тепловом фронте. Поскольку, согласно выражению (13), он оказывается зависящим сразу от двух введенных нами безразмерных параметров η и λ , для простоты во всех рассмотренных нами случаях

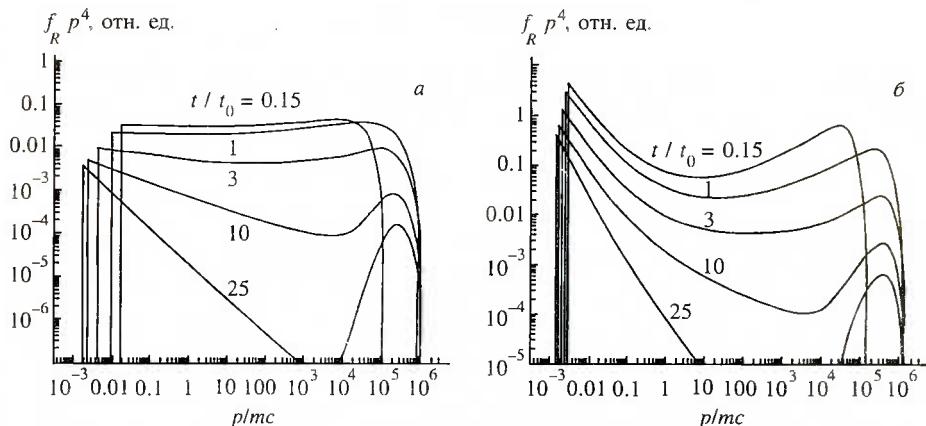


Рис. 1. Функция распределения космических лучей на ударном фронте в зависимости от импульса в различные моменты времени для начального числа Маха $M_0 = 33$ и темпов инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б)

принято значение $\lambda = 2$. В этом случае поток инжектированной энергии определяется значением параметра η , меняя который, можно исследовать, в какой мере свойства процесса регулярного ускорения космических лучей в остатках сверхновых зависят от темпа инжекции.

3.1. Спектр космических лучей на ударном фронте

На рис. 1 представлены результаты расчета функции распределения космических лучей на ударном фронте $r = R_s$ для пяти моментов эволюции ударной волны, расширяющейся в горячей межзвездной среде. Низкий темп инжекции космических лучей ($\eta = 10^{-4}$, рис. 1а) обеспечивает не слишком большую передачу энергии ускоренным частицам. Поэтому ударная волна оказывается слабомодифицированной давлением космических лучей, а спектр космических лучей соответственно — близким к рассчитанному в линейном приближении. На стадии свободного разлета ($t < t_0$) функция распределения описывается почти чисто степенной зависимостью $f \propto p^{-q}$ с показателем

$$q = 3\sigma/(\sigma - 1), \quad (22)$$

близким к 4, поскольку степень сжатия сильной ударной волны σ близка к 4, во всем диапазоне от импульса инжекции p_{inj} до импульса обрезания $p_m(t)$, значение которого определяется геометрическими факторами [23] и может быть найдено из соотношения

$$q \left[\frac{2 + b - (\nu - 1)/\nu}{g_1(p_m)} + \frac{b + d}{g_2(p_m)} \right] = 1, \quad (23)$$

в котором $g_i(p) = R_s u_i / \kappa_i(p)$, ($i = 1, 2$) — так называемые параметры модуляции; параметр $b = d \ln N_{inj} / d \ln t$ описывает возможное изменение темпа инжекции во времени; параметр $\nu = d \ln R_s / d \ln t$ определяет закон расширения ударной волны; значение параметра

$$d = \left[\frac{R_s}{(u_1 - u_2)r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 w) \right]_2$$

определяет роль адиабатического изменения энергии космических лучей в области за ударным фронтом. При этом под p_m понимается импульс космических лучей, где локальный показатель спектра $-d \ln f_R / d \ln p$ на единицу превышает значение q , даваемое формулой (22). В случае сильной ударной волны ($\sigma = 4$) при неизменном темпе инжекции получим для импульса обрезания простое выражение:

$$p_m(t) = mc \frac{R_s V_s}{K \kappa_0(mc)}, \quad (24)$$

в котором коэффициент $K = 6$ для стадии свободного разлета ($\nu = 1$, $d = -1/2$) и $K = 26$ для адиабатической стадии ($\nu = 2/5$, $d = 3$). Импульс обрезания, как видно из этого выражения, на стадии свободного разлета линейно растет со временем, что согласуется с результатами численного расчета (рис. 1a).

В начале адиабатической стадии ($t > t_0$), пока ударная волна еще достаточно сильная (число Маха $M \gtrsim 10$) спектр космических лучей остается почти чисто степенным $f \propto p^{-q}$ с универсальным показателем q (см. кривые, соответствующие времени $t/t_0 = 1$ и 3 на рис. 1a). Со временем ударная волна замедляется, число Маха падает и при $t/t_0 > 5$ степень сжатия σ становится заметно меньше 4. Космические лучи, ускоряемые ударной волной в этот период времени, характеризуются более мягким спектром: он остается степенным $f \propto p^{-q}$, но показатель q уже заметно меньше 4 и увеличивается во времени в соответствии с формулой (22) (см. кривые для $t/t_0 = 10$ и 25 при $p/mc \lesssim 10^4$). В этот период времени в спектре космических лучей обнаруживается высокоэнергетичная компонента, динамика которой принципиально отличается от низкоэнергетичной части спектра космических лучей. Она ясно видна на спектрах, соответствующих временам $t/t_0 = 10$ и 25 на рис. 1 в области импульсов $10^4 \lesssim p/mc \lesssim 10^6$. На фоне мягкого спектра, генерируемого в текущий момент времени, в этой области энергии преобладают частицы, которые были ускорены в начале адиабатической стадии ($t \sim t_0$). На текущей стадии, где они сравнительно слабо взаимодействуют с ударной волной, можно говорить об их свободном диффузионном распространении. Объем, занимаемый этими частицами, характеризуется размером $R \simeq \sqrt{\kappa_0(p)t}$. Поэтому функция распределения в этой области импульсов меняется во времени в соответствии с законом $f \propto t^{-3/2}$. Радиус R растет быстрее, чем размер ударной волны $R_s \propto t^{2/5}$. Поэтому, в определенном смысле, эти частицы могут быть названы убегающими: они покидают динамическую область системы $r \leq R_s$ унося с собой соответствующую долю энергии [28].

На рис. 1б представлены результаты расчета, которые от предыдущего случая отличаются только величиной темпа инжекции: в этом случае параметр $\eta = 10^{-2}$ на два порядка выше, чем в предыдущем. По причине интенсивной инжекции частиц в режим ускорения, космические лучи уже в ранние моменты времени (см. кривую с $t/t_0 = 0.15$) являются важным динамическим фактором. Их давление P_c вблизи ударного фронта сравнимо или превышает давление ρu^2 . Ударная волна существенно модифицирована обратным воздействием космических лучей на среду. Ударный фронт характеризуется полной степенью сжатия $\sigma \simeq 16$ и состоит из интенсивного предфрона и теплового фронта со степенью сжатия $\sigma_s \simeq 2.5$. В соответствии с соотношением (16) форма спектра космических лучей, ускоряемых сильно модифицированной ударной волной, не является чисто степенной. Если ее все же аппроксимировать степенной функцией $f_R \propto p^{-q}$, то, согласно уравнению (16), показатель спектра $q = -d \ln f / d \ln p$ в области импульсов $p_{inj} < p \ll p_m$, где важны только первые два члена в правой части, будет

определяется соотношением

$$q = \frac{3u_p + du_p/d \ln p}{u_p - u_2}, \quad (25)$$

которое можно записать в виде

$$q = \frac{3\sigma_p}{\sigma_p - 1} + \frac{d \ln(\sigma_p - 1)}{d \ln p}, \quad (26)$$

если ввести эффективную степень сжатия $\sigma_p = u_p/u_2$, которую «чувствуют» частицы космических лучей с импульсом p .

Частицы с малой кинетической энергией $\varepsilon_k < mc^2$ содержат небольшую долю полной энергии космических лучей и не оказывают существенного влияния на структуру ударного фронта. Это означает, что $\sigma_p \approx \sigma_s$ для импульсов $p < mc$. Поэтому в релятивистской области энергий спектр космических лучей, в соответствии с (26), близок к степенному с показателем $q = q_s \equiv 3\sigma_s/(\sigma_s - 1)$, значение которого определяется степенью сжатия на тепловом фронте σ_s .

В релятивистской области энергий эффективная скорость среды меняется от $u_p = V_s - w_1$ до $u_p = V_s$ при изменении импульса от $p \approx mc$ до $p \approx p_m$. Эффективная степень сжатия σ_p в этой области энергий является растущей, а показатель спектра q — падающей функцией импульса. Эффективная степень сжатия меняется от $\sigma_p = \sigma_s$ для частиц с импульсами $p \lesssim mc$ до $\sigma_p = \sigma$ при стремлении p к импульсу обрезания.

Необходимо отметить следующие важные особенности. Во-первых, как видно из формулы (26), показатель спектра q всегда больше, чем $3\sigma_p/(\sigma_p - 1)$ из-за наличия второго члена в правой части, который всегда положителен. Вследствие этого спектр космических лучей всегда мягче, чем спектр, рассчитанный в линейном приближении для ударной волны со степенью сжатия σ . Хотя при стремлении к импульсу обрезания p_m эффективная степень сжатия σ_p стремится к полной, в этой области становятся важными третий и четвертый члены в точном выражении (16), влияние которых приводит к смягчению, а затем и к резкому обрезанию спектра космических лучей, поэтому спектр p^{-q} с показателем $q = 3\sigma/(\sigma - 1)$ в случае сильной модифицированной волны не реализуется даже локально. Качественно аналогичный характер спектра космических лучей реализуется в случае плоской ударной волны [30] с тем отличием, что в плоском случае обрезание спектра обусловлено конечностью времени ускорения, а не геометрическими факторами, как в рассматриваемом нами случае. Отмеченные особенности спектра космических лучей ясно видны в поведении кривых $f(p)$ на рис. 1б для времен $t/t_0 = 0.15; 1; 3$, для которых число Маха еще достаточно велико. При больших значениях времени ($t/t_0 = 10$ и 25), как и в предыдущем случае, в спектре космических лучей проявляются убегающие частицы.

На рис. 2 представлены результаты расчета плотности энергии ускоренных космических лучей на ударном фронте ($r = R_s$):

$$\frac{dE_c}{d \ln p} = 4\pi f_R p^3 \varepsilon_k$$

для рассмотренных выше двух значений темпа инжекции. При низком темпе инжекции (рис. 2а) и, соответственно, незначительной модификации ударной волны основная доля энергии космических лучей распределена равномерно в релятивистской области

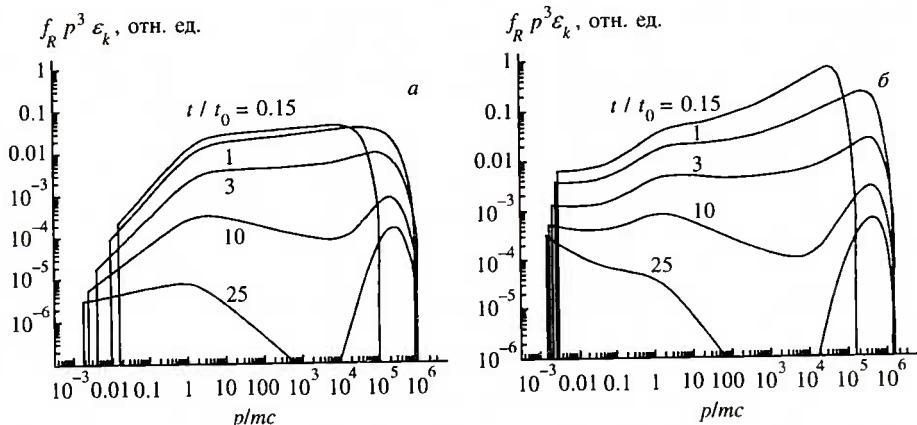


Рис. 2. Плотность энергии космических лучей (по логарифму p) на ударном фронте в зависимости от импульса в различные моменты времени для начального числа Маха $M_0 = 33$ и темпов инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б)

энергии ($mc \lesssim p \lesssim p_m$) в начальные периоды эволюции, когда ударная волна еще достаточно сильная ($t/t_0 \leq 5$). При ослабевании ударной волны энергия концентрируется вблизи $p \simeq mc$ и $p \simeq p_m$ (убегающие частицы), как видно из формы кривых для $t/t_0 = 10$ и 25 на рис. 2а.

Высокий темп инжекции и, соответственно, сильная модификация ударной волны отличаются тем, что из-за существенно более жесткого спектра космических лучей в релятивистской области энергий основная доля их энергии приходится на частицы предельно высокой энергии $p \sim p_m$ (см. рис. 2б) в те моменты времени, когда ударная волна имеет большое число Маха. В этом состоит основная особенность ударной волны от сверхновой, эволюционирующей в условиях интенсивно протекающего процесса ускорения космических лучей.

3.2. Суммарный спектр космических лучей

С точки зрения проблемы происхождения космических лучей особый интерес представляет их суммарный спектр, произведенный ударной волной. Он может быть вычислен путем интегрирования по всему пространству $R_p \leq r < \infty$ дифференциальной концентрации космических лучей в соответствующий момент времени

$$N(p, t) = 4\pi p^2 \left[4\pi \int_{R_p}^{\infty} dr r^2 a f(r, ap, t) \right]. \quad (27)$$

В этом выражении параметр a описывает предполагаемый процесс релаксации возмущенной среды к среднему состоянию межзвездной среды [31, 32]. Строго говоря, выражение (27) имеет смысл только для достаточно поздних стадий эволюции, когда ударная волна становится слабой (число Маха мало, $M \lesssim 3$) и больше не ускоряет сколько-нибудь эффективно космические лучи. Однако имеет смысл воспроизвести спектр $N(p, t)$ также и для промежуточных времен t , чтобы понять, какие стадии эволюции дают основной вклад в суммарный спектр космических лучей.

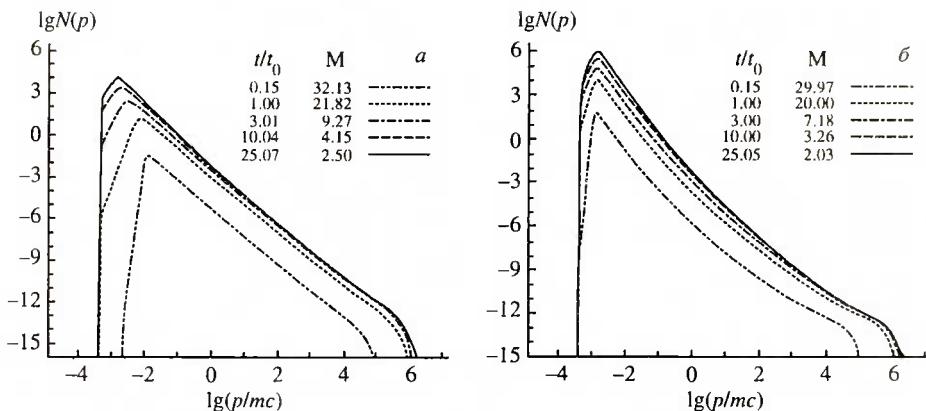


Рис. 3. Суммарный спектр космических лучей, произведенный ударной волной с начальным числом Маха $M_0 = 33$ и темпами инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б) на разных стадиях эволюции ($N(p)$ измеряется в относительных единицах)

Как показал анализ, различные предположения о характере релаксации среды приводят к малоотличимым результатам [31]. Поэтому для простоты мы будем основываться на простейшем из них: будем считать, что возмущенная ударной волной среда релаксирует по плотности к среднему состоянию межзвездной среды. При этом, поскольку речь идет о достаточно больших масштабах, энергия космических лучей меняется адиабатически, чему соответствует

$$a(r, t) = [\rho(r, t)/\rho_0]^{1/3}. \quad (28)$$

Рассчитанные по формулам (27) и (28) суммарные спектры космических лучей для двух темпов инжекции приведены на рис. 3.

При низком темпе инжекции суммарный спектр космических лучей, произведенный ударной волной за все время ее эволюции (см. кривую при $t/t_0 = 25$ на рис. 3а), близок к чисто степенному $N \propto p^{-\gamma}$ с показателем $\gamma \approx 2$ в широкой области импульсов $10^{-3} \lesssim p/mc \lesssim 3 \cdot 10^5$. Анализ временной эволюции спектра $N(p, t)$ показывает, что основная доля космических лучей в суммарном спектре была произведена в начале адиабатической стадии ($t/t_0 \leq 3$), когда число Маха было еще достаточно велико ($M \gtrsim 10$). Вклад более поздних стадий, отвечающих числам Маха $M < 10$, в области высоких импульсов $p \gg mc$ незначителен.

Анализ геометрических факторов, влияющих на форму спектра космических лучей, ускоряемых расширяющейся сферической ударной волной от сверхновой, показывает, что максимальный импульс (энергия) в спектре космических лучей $p_{max} = \max\{p_m(t)\}$ достигается в конце стадии свободного разлета [23]. Поэтому для надежной оценки максимального импульса космических лучей p_{max} можно использовать формулу (24), подставив в нее соответственно R_0 и V_{s0} вместо R_s и V_s . Используя также связь этих параметров с энергией взрыва E_{SN} и плотностью межзвездной среды ρ_0 , а также выражения (20) и (21) для коэффициента диффузии космических лучей, нетрудно получить окончательную оценку максимального импульса космических лучей [23]

$$\frac{p_{max}}{mc} = 4.43 \cdot 10^5 \left(\frac{E_{SN}}{10^{51} \text{ эрг}} \right)^{1/2} \left(\frac{M_{ej}}{10 M_\odot} \right)^{-1/6} \left(\frac{N_H}{3 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-2}} \right)^{-1/3} \left(\frac{B_0}{3 \text{ мкГц}} \right). \quad (29)$$

Точный расчет при умеренной модификации ударной волны (см. рис. 3а) дает $p_{max}/mc = 4 \cdot 10^5$, что хорошо согласуется с формулой (29).

Модифицированная ударная волна более эффективно ускоряет частицы высоких энергий, поэтому спектр космических лучей, представленный на рис. 3а отличается от рассчитанных в линейном приближении суммарных спектров [31–33] тем, что он более жесткий ($\gamma = 2$ вместо 2.1–2.2).

Спектр космических лучей, произведенный в условиях достаточно высокого темпа инжекции, когда степень модификации ударной волны велика (см. рис. 3б) уже не является чисто степенной функцией импульса. В сравнении с предыдущим случаем в низкого темпа инжекции в нерелятивистской области спектр $N(p)$ более мягкий, а в релятивистской области — более жесткий. Характер спектра $N(p)$ можно легко понять, основываясь на самых общих свойствах процесса ускорения. В области малых значений импульса $p/mc \sim 10^{-3}$ амплитуда спектра прямо пропорциональна темпу инжекции (т.е. величине параметра η). Поэтому во втором случае (рис. 3б) эта амплитуда в 100 раз выше, чем в первом (рис. 3а). Уже отсюда ясно, что универсальный характер спектра $N \propto p^{-2}$ не может быть реализован в случае $\eta = 10^{-2}$, поскольку это соответствовало бы энергии космических лучей E_c в сто раз большей, чем в случае $\eta = 10^{-4}$, что невозможно, поскольку при $\eta = 10^{-4}$ энергия E_c составляет для поздних времен свыше 20% от полной энергии взрыва E_{SN} .

Вместе с тем, как уже отмечалось выше, сильномодифицированная ударная волна генерирует значительно более жесткий спектр космических лучей в релятивистской области по сравнению с немодифицированной, иными словами, в случае модифицированной ударной волны, если аппроксимировать спектр космических лучей степенной функцией $N \propto p^{-\gamma}$, показатель спектра $\gamma < 2$ при $p \gg mc$, что и видно из рис. 3б. В нерелятивистской области ($p < mc$) с неизбежностью следует $\gamma > 2$. Физически это обусловлено тем обстоятельством, что нерелятивистские частицы «чувствуют» не полную степень сжатия, а только степень сжатия на тепловом фронте σ_s . В модифицированной волне σ_s меньше степени сжатия немодифицированной ударной волны (в этом случае $\sigma_s \approx \sigma$) в соответствующий момент времени. Поэтому модификация волны приводит к более мягкому спектру космических лучей в нерелятивистской области энергий.

Интересно также отметить, что максимальный импульс $p_{max} \approx 10^6 mc$ в суммарном спектре космических лучей заметно выше, чем в предыдущем случае слабомодифицированной волны [23], поскольку в рассматриваемом случае $\eta = 10^{-2}$ полная степень сжатия достигает значения $\sigma \approx 17$ существенно большего, чем в предыдущем случае.

3.3. Энергетические характеристики системы

На рис. 4 для $\eta = 10^{-4}$ и $\eta = 10^{-2}$ приведены результаты расчетов разных компонент энергии системы. Здесь

$$E_p = M_{ej} V_p^2 / 2$$

— кинетическая энергия оболочки;

$$E_k = 2\pi \int_{R_p}^{\infty} dr r^2 \rho \omega^2$$

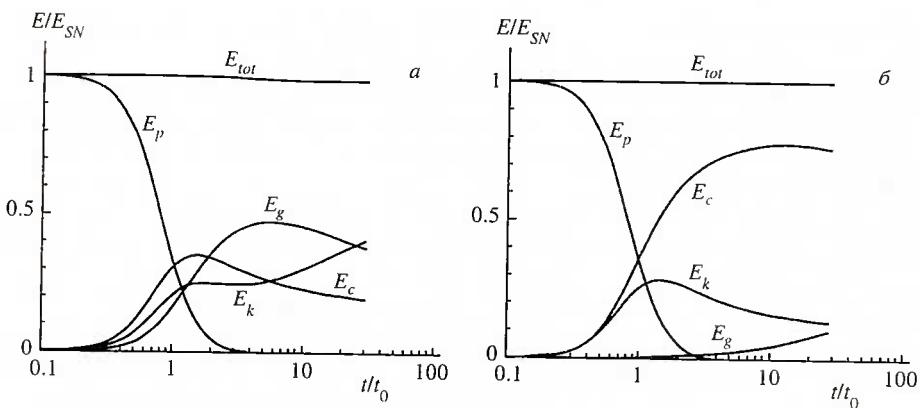


Рис. 4. Энергия поршня (E_p), энергия космических лучей (E_c), кинетическая (E_k) и тепловая (E_g) энергии газа и полная энергия (E_{tot}) в ударной волне с начальным числом Маха $M_0 = 33$ и темпами инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б) как функции времени

— кинетическая энергия газа;

$$E_g = 3\pi \int_{R_p}^{\infty} dr r^2 (P_g - P_{g0})$$

— тепловая энергия, переданная ударной волной газу;

$$E_c = 4\pi \int_{R_p}^{\infty} dr r^2 \left[4\pi \int_0^{\infty} dp p^2 \varepsilon_k f \right]$$

— кинетическая энергия космических лучей;

$$E_{tot} = E_p + E_k + E_g + E_c$$

— полная энергия системы за вычетом тепловой энергии межзвездной среды.

По своему определению, величина E_{tot} должна быть неизменной во времени, равной энергии взрыва E_{SN} . Отклонение E_{tot}/E_{SN} от единицы может быть обусловлено только погрешностями, возникающими в процессе численного счета. Как видно из рис. 4, величина E_{tot}/E_{SN} отличается от единицы даже на самих поздних стадиях не более чем на 1%, что мы рассматриваем как вполне приемлемую точность.

В начальный момент времени вся энергия системы состоит из кинетической энергии сброшенной при взрыве оболочки (поршня). В процессе расширения поршень передает энергию газу и космическим лучам и сам при этом тормозится. Вид функции $E_p(t/t_0)$ практически не зависит от параметров задачи, поскольку, согласно определению, величина t_0 как раз и определяет характерный временной масштаб динамики поршня.

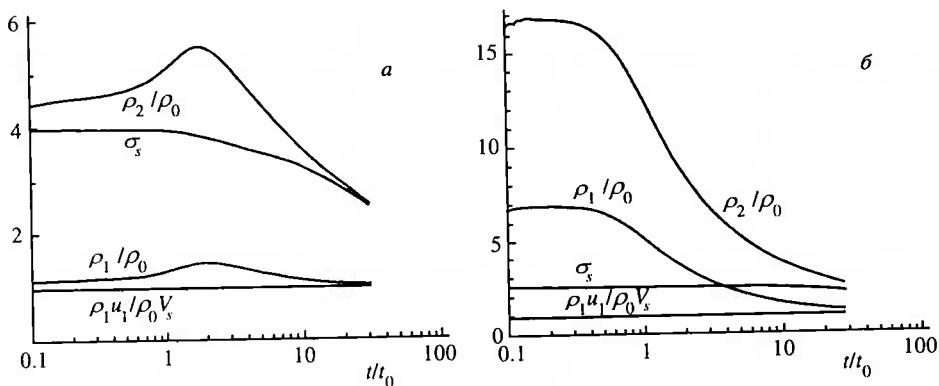


Рис. 5. Полная степень сжатия ρ_2/ρ_0 , степень сжатия на предфронтне ρ_1/ρ_0 и на тепловом фронте σ_s , а также плотность потока вещества у теплового фронта $\rho_1 u_1$ для начального числа Маха $M_0 = 33$ и темпов инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б) как функции времени

Энергия космических лучей E_c при низком темпе инжекции (рис. 4а) достигает максимума в интервале $1 < t/t_0 < 2$ и затем медленно уменьшается. Хотя и при $t/t_0 \gtrsim 2$ космические лучи продолжают достаточно эффективно производиться ударной волной, адиабатические потери их энергии в расширяющейся за ударным фронтом ($r < R_s$) области начинают преобладать. Тем не менее, даже при столь низком темпе инжекции ($\eta = 10^{-4}$) частицам космических лучей передается свыше 20% полной энергии E_{SN} .

При увеличении темпа инжекции передача энергии частицам космических лучей естественно растет и в случае $\eta = 10^{-2}$ (рис. 4б) энергия космических лучей достигает 80% от полной энергии E_{SN} .

3.4. Структура ударного фронта

На рис. 5 представлены величины полной степени сжатия $\sigma = \rho_2/\rho_0$, степени сжатия вещества на предфронтне ρ_1/ρ_0 , степени сжатия на тепловом фронте $\sigma_s = \rho_2/\rho_1$ и плотности потока вещества на тепловом фронте $\rho_1 u_1$ в единицах $\rho_0 V_s$ как функции времени для $\eta = 10^{-4}$ и 10^{-2} соответственно. Для этих же двух случаев на рис. 6 приведены значения величин скорости среды перед (w_1) и за (w_2) тепловым фронтом, а также давление космических лучей P_c на ударном фронте.

При низком темпе инжекции ($\eta = 10^{-4}$) давление космических лучей, отнесенное к динамическому давлению $\rho_0 V_s^2$ (рис. 6а), сначала плавно нарастает во времени, достигая максимального значения при $t/t_0 \approx 2$. Это связано с тем, что при практически постоянной амплитуде функции распределения растет импульс обрезания $p_m(t)$ (см. рис. 1). Увеличение давления космических лучей, как видно из рис. 5а и 6а, сопровождается ростом степени сжатия вещества на предфронтне ρ_1 , полной степени сжатия $\sigma = \rho_2/\rho_1$ и скорости среды перед тепловым фронтом. На более поздних стадиях $t/t_0 > 2$ все эти величины плавно уменьшаются. Здесь сказываются два фактора: снижение числа Маха и уменьшение величины $R_s V_s$, определяющей величину импульса обрезания космических лучей, которые ускоряются на текущей стадии.

При высоком темпе инжекции давление космических лучей (см. рис. 6б), а соответственно и величины σ , ρ_1 (рис. 5б), w_1 (рис. 6б), достигают максимального значения

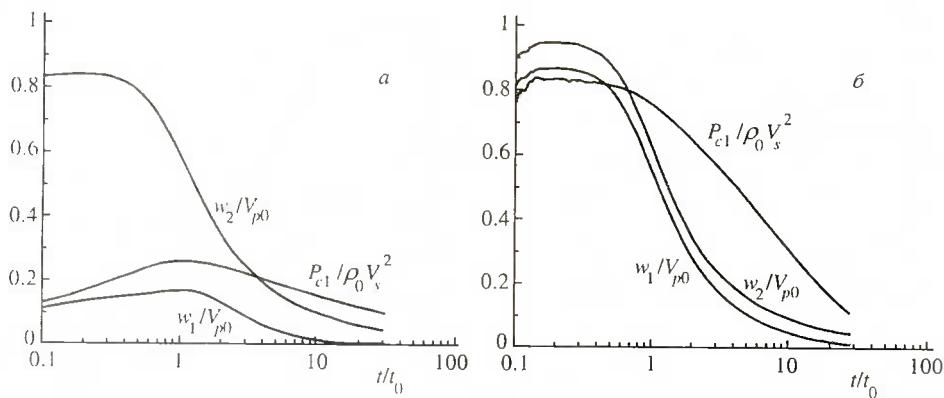


Рис. 6. Скорость среды перед (w_1) и за (w_2) тепловым фронтом и давление космических лучей на тепловом фронте для начального числа Маха $M_0 = 33$ и темпов инжеции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б) как функции времени

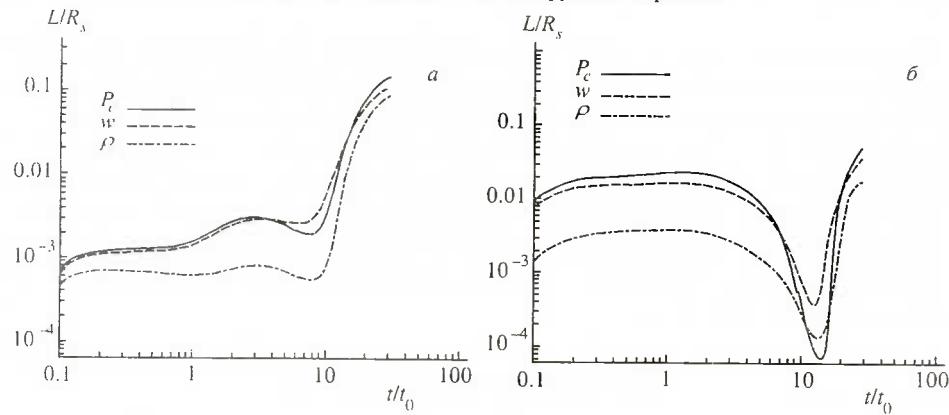


Рис. 7. Масштаб предфронта ударной волны с начальным числом Маха $M_0 = 33$ и темпами инжекции $\eta = 10^{-4}$ (а), 10^{-2} (б) как функция времени

на очень ранних стадиях расширения $t/t_0 \simeq 0.1$. В этом случае давление космических лучей определяется их нелинейным саморегулирующим взаимодействием со средой и мало зависит от величины импульса обрезания $p_m(t)$.

Обращает на себя внимание тот факт, что величина потока вещества $\rho_1 u_1$ во всех случаях близка к $\rho_0 V_s$, как в плоской стационарной ударной волне, где в области предфронта $\rho u = \rho_0 V_s$. Это связано с тем, что размер предфронта L всегда мал по сравнению с размером ударной волны R_s .

Толщина предфронта может быть определена соотношением

$$\frac{X(R_s)}{X(R_s + L)} = e, \quad (30)$$

согласно которому L — это расстояние от теплового фронта, на котором величина X уменьшается в e раз по сравнению с ее значением на тепловом фронте. В качестве величины X могут выступать P_c , w или $\rho - \rho_0$.

Величина L , рассчитанная на основе соотношения (30), приведена на рис. 7 как функция времени. При низком темпе инжекции ($\eta = 10^{-4}$) величина L/R_s составляет $\approx 10^{-3}$ (рис. 7а) за исключением самых поздних стадий $t/t_0 > 8$, где она начинает быстро увеличиваться, достигая значения $L/R_s = 0.1$ при $t/t_0 = 20$. Последнее обстоятельство связано с влиянием убегающих частиц (см. рис. 1). Как уже отмечалось, это наиболее энергетичные частицы в спектре космических лучей, причем размер занимаемой ими области растет быстрее, чем размер ударной волны R_s . Поэтому на поздних стадиях эволюции, когда ударная волна достаточно слабая, вследствие чего убегающие частицы становятся энергетически доминирующей компонентой в области $r > R_s$ (см. рис. 2), размер предфрона начинает быстро нарастать. При этом нужно, конечно, иметь в виду, что ударная волна в этот период слабая, эффективность ускорения космических лучей — низкая.

При увеличении темпа инжекции, сопровождающегося большей модификацией ударной волны, размер предфрона возрастает. Причину увеличения масштаба L с ростом темпа инжекции понять нетрудно. С ростом η растет степень модификации ударной волны и спектр космических лучей становится все более жестким (см. рис. 1). Энергия в спектре космических лучей во все большей степени концентрируется вблизи импульса обрезания $p_m(t)$. Это означает, что в сильно модифицированной волне масштаб предфрона по порядку величины совпадает с диффузационной длиной частиц с импульсом p_m , что с учетом формулы (24) дает

$$L \sim R_s/K.$$

Отсюда видно, что предельное значение параметра L/R_s составляет ≈ 0.17 . При $\eta = 10^{-2}$ (рис. 7б) толщина предфрона, рассчитанная по P_c и w , достигает значения 0.03 в период времени эффективного ускорения космических лучей ($t/t_0 \lesssim 3$), что еще заметно меньше предельного значения.

Наличие локального минимума у функции $L(t)$ вблизи $t/t_0 = 10$ связано с тем, что в этот период времени энергосодержащей компонентой космических лучей являются нерелятивистские частицы с малой диффузационной длиной (см. рис. 2).

Распределение плотности среды $\rho(r)$ в области предфрона, как видно из рис. 7, характеризуется меньшим масштабом, чем распределение скорости $w(r)$, профиль которой близок к профилю давления космических лучей $P_c(r)$. Это связано с тем, что плотность и скорость среды в области $r > R_s$ связаны простым соотношением

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 w/u,$$

вытекающим из постоянства потока вещества ρu . Из этого соотношения видно, что величина $\rho - \rho_0$ уменьшается быстрее при увеличении расстояния $r > R_s$, чем w , поскольку $u(r)$ при этом увеличивается. Особенно велико различие масштабов L , характеризующих распределение плотности и скорости вещества в случае сильной модификации ударной волны.

Для случая $\eta = 10^{-3}$ профиль скорости среды $w(r)$ в области $r > R_s$ для пяти моментов времени приведен на рис. 8. Видно, что зависимость $w(r)$ достаточно сложная. Характерный масштаб $L = |w/(dw/dr)|$ сам является функцией расстояния от теплового фронта и меняется в широких пределах. Для того чтобы понять характер функции $w(r)$, нужно проанализировать уравнение (3), введя новую пространственную переменную $x = R_s - r$ и пренебрегая членами $\partial w/\partial t$ и $\partial P_g/\partial x$, роль которых мала. С учетом того, что $\rho u = \rho_0 u_0$ в области $r > R_s$, получим простое уравнение:

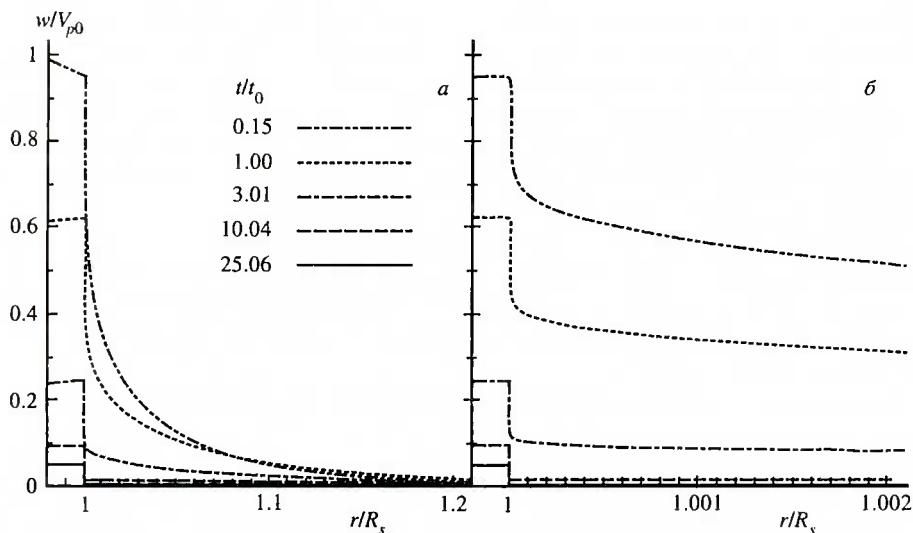


Рис. 8. Профиль скорости среды в ударной волне с начальным числом Маха $M_0 = 33$ и темпом инъекции $\eta = 10^{-3}$ в разные моменты времени

$$\rho_0 V_s \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial P_c}{\partial x},$$

которое показывает, что пространственные масштабы функций $w(r)$ и $P_c(r)$ в области предфронтала совпадают (что и показывают расчеты, результаты которых приведены на рис. 7). Эффективность использования новой пространственной переменной x_g , определяемой соотношением (19), иллюстрирует рис. 9, на котором представлена функция $w(x_g)$ в области $r > R_s$ ($x_g = 0-1$). Видно, что характер функции $w(x_g)$ не сильно отличается от линейной, что позволяет воспроизводить ее численно с высокой точностью, используя небольшое количество точек (не более 100).

На рис. 10 для $\eta = 10^{-4}$ представлена пространственная зависимость функции распределения космических лучей для четырех значений энергии и четырех значений времени. Видно, что в области перед ударным фронтом $r > R_s \ln f$ и r , а также f и x_c связаны зависимостью, близкой к линейной для всех рассматриваемых значений r и t , что и оправдывает выбор переменной x_c в области $r > R_s$.

3.5. Влияние параметров межзвездной среды и темпа инъекции на эффективность ускорения космических лучей

Помимо горячей межзвездной среды, которой соответствуют представленные выше расчеты, в Галактике достаточно широко представлены другие ее фазы, например, так называемая теплая межзвездная среда, характеризуемая параметрами $T_0 \simeq 10^4$ К, $N_H \simeq 0.3$ см $^{-3}$ (см., например, [29]). Поэтому представляет интерес исследовать особенности эволюции ударной волны от сверхновой и процесса ускорения космических лучей при различных характеристиках межзвездной среды. Для простоты будем полагать, что все фазы межзвездной среды находятся при одном и том же давлении $P_{g0} = 10^{-12}$ дин/см 2 , что приближенно имеет место для Галактики (см. например, [29]).

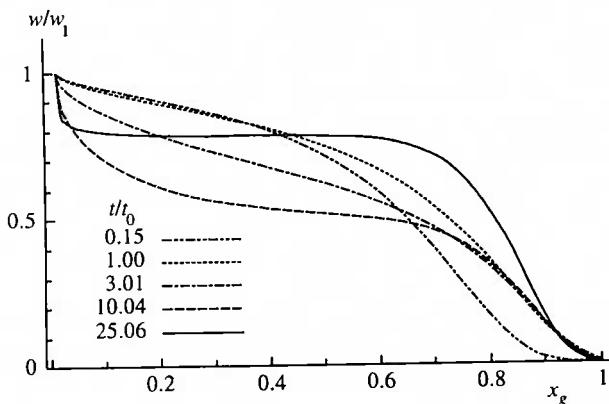


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но в зависимости от новой пространственной переменной x_g , определенной выражением (19)

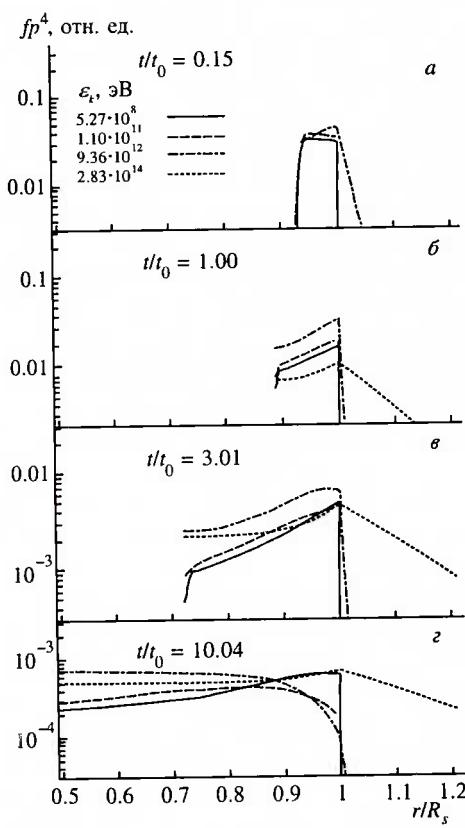


Рис. 10. Функции распределения космических лучей для четырех разных энергий и моментов времени в зависимости от координаты для ударной волны с начальным числом Маха $M_0 = 33$ и темпом инжекции $\eta = 10^{-4}$

В этом случае разные фазы межзвездной среды можно отличать по значению лишь одного параметра — температуры T_0 , плотности ρ_0 или какой-либо их комбинации. Для удобства в качестве такого параметра, задающего свойства межзвездной среды, мы будем использовать начальное число Maxa $M_0 = V_{s0}/c_{s0}$, поскольку особенности эволюции ударной волны определяются именно этим безразмерным параметром. Поскольку все представленные ниже расчеты выполнены для одной и той же начальной скорости ударной волны $V_{s0} = 1.1V_{p0}$ ($V_{p0} = 4600 \text{ км/с}$), не представляет труда определение всех параметров межзвездной среды по числу Maxa.

Кроме того, будем считать, что величины магнитного поля и плотности межзвездной среды связаны зависимостью $B_0 \propto \sqrt{\rho_0}$.

Поскольку параметр η , определяющий темп инжекции частиц на тепловом фронте в режим ускорения, является свободным в используемой нами теории, имеет смысл исследовать зависимость протекания эволюции ударной волны и процесса ускорения космических лучей от значения η .

Объем информации, характеризующий состояние и эволюцию изучаемой нами системы, очень велик, поэтому мы ограничимся представлением и обсуждением основных параметров, отражающих, прежде всего, эффективность процесса ускорения космических лучей и степень их влияния на структуру ударной волны. В качестве таких параметров целесообразно выбрать следующие: максимальные достигнутые во время эволюции значения полной энергии космических лучей E_c , давления космических лучей на ударном фронте P_c , отнесенного к динамическому давлению $\rho_0 V_s^2$ и полной степени сжатия σ , а также значение степени сжатия на тепловом фронте в тот же момент времени. При этом максимальное значение энергии E_c характеризует эффективность процесса ускорения космических лучей. Без большой ошибки можно рассматривать эту величину в качестве суммарной энергии космических лучей, произведенных за все время эволюции ударной волны, поскольку энергия космических лучей $E_c(t)$, как было показано выше на отдельных примерах, после достижения максимального значения меняется незначительно. Кроме того, предполагаемый процесс релаксации возмущенной среды может также несколько изменить (повысить) энергию космических лучей, что делает определение энергии, переданной космическим лучам, несколько неопределенной. Поэтому величина $(E_c/E_{SN})_{max}$ достаточно полно характеризует эффективность процесса ускорения космических лучей. То же можно сказать о величине σ_{max} : она отражает степень модификации структуры ударной волны частицами космических лучей.

На рис. 11 указанные величины представлены в зависимости от начального числа Maxa M_0 для четырех значений параметра инжекции η , а на рис. 12 они представлены как функции темпа инжекции η для пяти значений M_0 .

Прежде всего, обращает на себя внимание тот факт, что все приведенные на рис. 11 величины (за исключением σ_s) являются растущими функциями числа Maxa M_0 . Связано это с тем, что более сильная ударная волна более эффективно ускоряет космические лучи и, как следствие, более сильно модифицируется обратным их воздействием. Только степень сжатия вещества на тепловом фронте σ_s уменьшается с ростом M_0 , хотя зависимость $\sigma_s(M_0)$ довольно слабая. Для наиболее физически интересных случаев ($\eta = 10^{-4} - 10^{-3}$ и $M_0 > 10$) степень сжатия σ_s заключена в довольно узких пределах 3–4.

Полная степень сжатия σ , напротив, довольно сильно зависит от числа Maxa. При любом заданном темпе инжекции при увеличении числа Maxa достигается степенная зависимость $\sigma \propto M_0^\alpha$ с показателем α близким к 0.75 (см. рис. 11).

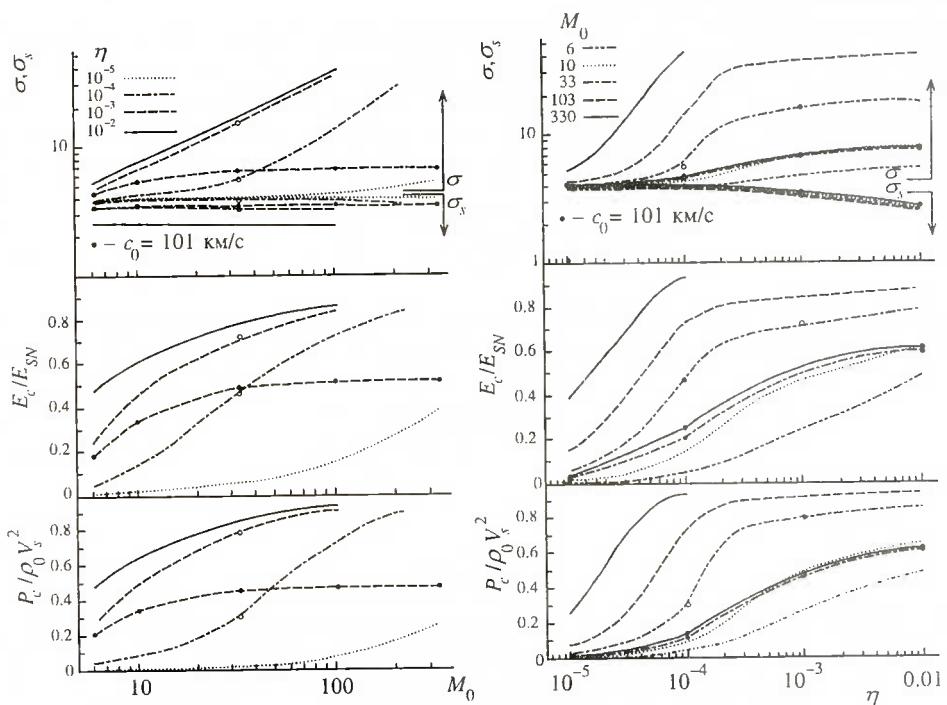


Рис. 11. Степень сжатия σ , энергия E_c и давление космических лучей P_c в единицах динамического давления $\rho_0 V_s^2$ (максимальные значения, достигнутые за все время эволюции) в зависимости от начального числа Маха M_0 для разных темпов инжекции η . Степень сжатия теплового фронта σ_s берется в тот же момент времени, что и σ . Кривые, помеченные черными кружками, для $M_0 = 33, 330$ отвечают расчетам, выполненным с учетом диссипации альфвеновских волн. Открытые кружки отвечают расчетам, выполненным для $M_0 = 33$ и $\eta = 10^{-4}, 10^{-3}$, с учетом проникновения космических лучей через поршень

Рис. 12. То же, что и на рис. 11, но в зависимости от темпа инжекции η для разных значений начального числа Маха

3.6. Критический темп инжекции

Поведение эффективности ускорения как функции темпа инжекции, как видно из рис. 12, существенно различно при малых и больших значениях параметра η . Характер кривых $E_c(\eta)$ и $P_c(\eta)$ (а также $\sigma(\eta)$) таков, что для любого числа Маха существует критическое значение η_* (M_0) параметра η , разграничитывающее две существенно различные области. Для определенности в качестве η_* можно выбрать значение η , при котором $P_c/\rho_0 V_s^2 = 0.1$. Тогда можно увидеть, что при $\eta < \eta_*$ зависимость $E_c(\eta)$ и $P_c(\eta)$ близка к линейной, полная степень сжатия сильной ударной волны не сильно отличается от 4. Ускорение космических лучей при $\eta < \eta_*$ протекает в линейном режиме: давление космических лучей P_c вследствие низкого темпа инжекции невелико по сравнению с динамическим $\rho_0 V_s^2$, ударная волна практически не модифицируется. Этот режим мож-

но также называть ненасыщенным.

Нетрудно установить, какими факторами определяется критический темп инжекции η_* . С одной стороны, согласно определению η_* , давление космических лучей на ударном фронте $P_{c*} = 0.1\rho_0 V_s^2$. В то же время это давление можно выразить через значение параметра η_* : для этого нужно учесть, что функция распределения космических лучей на фронте слабомодифицированной ударной волны имеет степенной вид:

$$f = \eta_* \left(\frac{\rho_0}{m} \right) \frac{q}{4\pi p_{inj}^3} \left(\frac{p}{p_{inj}} \right)^{-q},$$

с показателем $q = 4$ и импульсом инжекции $p_{inj} \simeq mV_s$. Принимая также во внимание, что основной вклад в давление дают релятивистские частицы, получим

$$P_{c*} = \frac{4}{3} \eta_* \rho_0 V_s c \ln \frac{p_m}{mc}, \quad (31)$$

откуда

$$\eta_* = \frac{3V_s}{40c \ln(p_m/mc)}. \quad (32)$$

Отсюда видно, что при прочих равных условиях ударная волна с меньшим значением скорости фронта V_s легче модифицируется давлением космических лучей или, другими словами, при меньшей скорости V_s требуется меньшее количество космических лучей, чтобы произвести ту же модификацию. Отсюда следует, что ударная волна с большим начальным числом Маха $M_0 > 10$ при постоянном темпе инжекции будет в максимальной степени модифицирована в момент, когда скорость ее уменьшится, но при этом она останется сильной. Принимая с некоторой долей условности, что минимальное число Маха для сильной ударной волны $M = 10$, приходим к выводу, что вместо скорости V_s в формуле (31) нужно подставить $V_s = 10V_{s0}/M_0$, что дает окончательное выражение для критического темпа инжекции:

$$\eta_* = \frac{3V_{s0}}{4M_0 c \ln(p_m/mc)}. \quad (33)$$

В нашем случае $p_m/mc \simeq 4 \cdot 10^5$, $V_{s0} \simeq 5000$ км/с, поэтому $\eta_* \simeq 10^{-3}/M_0$. При $M_0 = 33$ (горячая фаза межзвездной среды) критический темп инжекции составляет $\eta_* = 3 \cdot 10^{-5}$, при $M_0 = 330$ (теплая фаза межзвездной среды) $\eta_* = 3 \cdot 10^{-6}$. Нетрудно убедиться, что полученное значение η_* и в целом формула (33) хорошо согласуются с результатами численных расчетов (рис. 12).

В области $\eta > \eta_*$ при увеличении параметра η величины энергии и давления космических лучей довольно быстро нарастают и далее становятся слабозависящими функциями η . При достаточно больших числах Маха в этой области насыщенного режима ускорения космических лучей достигаются большие значения величин E_c/E_{SN} и $P_c/\rho_0 V_s^2$, превышающие 0.7. Заметим, что подобный характер зависимости эффективности ускорения космических лучей воспроизводится в плосковолновом приближении, если в задачу заранее ввести дополнительный параметр — импульс обрезания p_m — и учесть энергию, уносимую из системы частицами, достигающими предельного импульса p_m [34, 35, 20]. В излагаемом здесь описании, в котором конечность размеров ударной

волны естественным образом включена в рассмотрение, нет нужды во введении подобного рода параметра. Спектр космических лучей в каждый момент времени ограничен в силу факторов геометрического характера [23]. В отличие от плоской ударной волны объем, занимаемый ускоренными частицами в области $r \geq R_s$, $V \propto R_s^2 \kappa(p)/V_s$, растет во времени из-за роста размера R_s и уменьшения скорости V_s ударной волны. Темп их ускорения, напротив, падает (характерное время ускорения $\tau_a \propto V_s^2/\kappa$ [36, 37]). Поэтому при растущем с импульсом коэффициенте диффузии космических лучей $\kappa(p)$ процесс их ускорения сферической ударной волной при достаточно больших p не в состоянии заполнить объем V ускоренными частицами с той же концентрацией, что в случае плоской ударной волны. Значение импульса космических лучей, при котором геометрические факторы становятся существенными, определяется формулой (23). Важно отметить, что геометрические факторы в случае расширяющейся ударной волны оказываются более важными в сравнении с временными: импульс обрезания, определенный формулой (23), всегда меньше предельного импульса, который достигается в плоской ударной волне с той же зависимостью V_s за время t [23]. Это обстоятельство играет исключительно важную роль в характере модификации ударной волны. Именно влияние факторов геометрического характера объясняет тот факт, что, как показывают приведенные выше расчеты, расширяющаяся сферическая ударная волна со сколь угодно большим числом Маха не становится полностью модифицированной давлением космических лучей [38]. Упрощенные варианты теории, например, двухжидкостное (газ + космические лучи) гидродинамическое описание, могут приводить к противоположному результату из-за недостаточно корректного учета указанных выше факторов. В гидродинамической теории информация о соотношении пространственных масштабов в распределении космических лучей содержится в усредненном по их спектру коэффициенте диффузии $\bar{\kappa}(r, t)$. Сильная зависимость исходного коэффициента диффузии κ от импульса p неизбежно приводит к сильной зависимости усредненного коэффициента $\bar{\kappa}$ от координаты r в области $r \geq R_s$. Поскольку вид зависимости $\kappa(p)$ имеет определяющее значение для характера ускорения космических лучей, корректное гидродинамическое описание должно включать в себя правильную зависимость $\bar{\kappa}(r)$. Используемые же в настоящее время варианты двухжидкостной гидродинамики основаны на плосковолновом приближении при оценке величины $\bar{\kappa}(t)$ и не учитывают его зависимость от координаты r [39, 40, 11, 12, 41].

3.7. Степень сжатия

Обратное влияние космических лучей на среду состоит из двух аспектов. Передача существенной части энергии в ударной волне частицам космических лучей всегда сопровождается ростом полной степени сжатия вещества σ . Рост σ , в свою очередь, делает процесс ускорения космических лучей более эффективным — темп ускорения возрастает, спектр космических лучей становится более жестким. Таким образом, осуществляется положительная обратная связь в нелинейном взаимодействии космических лучей со средой. Равновесное состояние системы достижимо благодаря цепи отрицательной обратной связи. Она состоит в том, что модификация ударной волны сопровождается уменьшением степени сжатия теплового фронта σ_s , что, как отмечено выше, оказывает непосредственное влияние на форму спектра космических лучей в нерелятивистской области энергий. Уменьшение σ_s приводит к смягчению спектра космических лучей $f(p)$ при $p < t c$ и, в конечном счете, предотвращает чрезмерный рост амплитуды спектра в энергосодержащей релятивистской области.

Чтобы понять, какие факторы влияют на величину степени сжатия вещества на тепловом фронте, будем исходить из упрощенного представления о спектре космических лучей на фронте модифицированной сильной ударной волны. Представим ее в виде двух чисто степенных зависимостей:

$$f_R = \begin{cases} a \left(\frac{p}{p_{inj}} \right)^{-q_s} & \text{при } p_{inj} \leq p \leq mc, \\ a_{mc} \left(\frac{p}{mc} \right)^{-q} & \text{при } mc \leq p \leq p_m, \end{cases}$$

что, как следует из представленных выше расчетов (рис. 1), для оценок вполне допустимо. Нужно также иметь ввиду, что $q_s > 4$, $3 < q < 4$. Давление космических лучей нетрудно вычислить, принимая во внимание только релятивистские частицы:

$$P_c = \frac{4\pi(mc)^3 a_{mc}}{3(4-q)} \left(\frac{p_m}{mc} \right)^{4-q} (mc)^2.$$

Амплитуда a_{mc} связана с амплитудой в точке инжекции соотношением

$$a_{mc} = a \left(\frac{mc}{p_{inj}} \right)^{-q_s}.$$

Давление космических лучей запишем также в виде $P_c = k P_{c*}$. Поскольку критическое давление P_{c*} , по определению, составляет 0.1 от динамического давления $\rho_0 V_s^2$, то ясно, что коэффициент k лежит в пределах $1 < k < 10$. Записав критическое давление в виде $P_{c*} = (4\pi/3)p_{inj}^4 c a_* \ln(p_m/mc)$ и учитывая, что $a/a_* = \eta/\eta_*$, получим

$$q_s = 4 + \frac{\ln(\eta/\eta_*)}{\ln(mc/p_{inj})} + \ln \left[\left(\frac{p_m}{mc} \right)^{4-q} \frac{1}{(4-q)k \ln(p_m/mc)} \right] \frac{1}{\ln(mc/p_{inj})}. \quad (34)$$

Учитывая, что при сильной модификации $k < 10$, $3 < q < 4$, а также типичные значения импульса инжекции $p_{inj}/mc \simeq 2 \cdot 10^{-3}$ и импульса обрезания $p_m/mc \simeq 4 \cdot 10^5$, нетрудно убедиться, что третьим членом в правой части выражения (34) можно пренебречь. Принимая во внимание соотношение $q_s = 3\sigma_s/(\sigma_s - 1)$, приходим к выражению для степени сжатия на тепловом фронте

$$\sigma_s = 1 + \frac{3}{1 + \ln(\eta/\eta_*) / \ln(mc/p_{inj})}. \quad (35)$$

Эта формула объясняет слабую (логарифмическую) зависимость степени сжатия на тепловом фронте от темпа инжекции $\eta > \eta_*$ и от числа Maxa M_0 , которая воспроизводится численными расчетами (см. рис. 11). Прямыми сравнениями с результатами, представленными на рис. 11, можно убедиться, что она удовлетворительно в количественном отношении воспроизводит ход σ_s , если использовать найденные выше значения критического темпа инжекции η_* .

С другой стороны, если в соотношениях (7)–(9) пренебречь потоком энергии F_{inj} уносимым инжектированными частицами (это допустимо, если темп инжекции не очень высок), то степень сжатия $\sigma_s = \rho_2/\rho_1$ обычным образом выражается через локальное число Maxa $M_1 = u_1/c_{s1}$:

$$\sigma_s = \frac{4}{1 + 3/M_1^2}. \quad (36)$$

Здесь $c_{s1} = \sqrt{5P_{g1}/3\rho_1}$ — локальная скорость звука непосредственно перед тепловым фронтом, кроме того, принято $\gamma_g = 5/3$. Степень сжатия $\sigma_s = 3$ соответствует $M_1 = 3$.

Поэтому можно заключить, что особенность предфронта состоит в том, что среда здесь подвергается сжатию до такой степени, чтобы обеспечить требуемое соотношением (35) и (36) число Maxa M_1 . Не представляет труда установить связь между степенью сжатия вещества на предфронтне ρ_1/ρ_0 и полной степенью сжатия σ , с одной стороны, и степенью сжатия на тепловом фронте σ_s , с другой.

Как следует из уравнений (2) и (4), в области $r > R_s$ давление и плотность газа связаны соотношением адиабатичности:

$$P_g = P_{g0}(\rho/\rho_0)^{5/3}.$$

Если учесть также, что в области предфронта $\rho u = \rho_0 V_s$, приходим к соотношению, связывающему полное $M = V_s/c_{s0}$ и локальное числа Maxa M_1 :

$$M_1 = M(\rho_1/\rho_0)^{-4/3},$$

откуда следует выражение для степени сжатия вещества на предфронте

$$\rho_1/\rho_0 = (M/M_1)^{3/4} \quad (37)$$

и для полной степени сжатия

$$\sigma = \sigma_s(M/M_1)^{3/4}. \quad (38)$$

Нетрудно убедиться, что соотношения (36)–(38) хорошо согласуются с результатами численных расчетов (рис. 11, 12).

Возникает закономерный вопрос: в чем состоит основная физическая причина, приводящая к возможности реализации столь больших степеней сжатия в ударной волне, как предсказывает формула (38) при больших числах Maxa? Для выяснения этого важного вопроса будем исходить из обобщенных соотношений Ренкина–Гюгонио, которые можно получить, проинтегрировав уравнения (1)–(4) по координате r от $R_s = 0$ до ∞ , что дает

$$\rho_2 u_2 = \rho_0 u_0 - j_e,$$

$$\rho_2 u_2^2 + P_2 = \rho_0 u_0^2 + P_{g0} - q_e,$$

$$\frac{\rho_2 u_2^3}{2} + u_2 \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1} P_2 = \frac{\rho_0 u_0^3}{2} + u_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1} P_{g0} - F_e.$$

От обычных соотношений Ренкина–Гюгонио для стационарной ударной волны эти уравнения отличаются наличием дополнительных членов (потоков массы, импульса и энергии соответственно):

$$j_e = j'_e \rho_0 u_0 = \int_{R_s}^{\infty} dr \left(\frac{2\rho w}{r} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right),$$

$$q_e = q'_e \rho_0 u_0^2 = \int_{R_s}^{\infty} dr \left(\frac{2\rho u w}{r} + \frac{\partial \rho u}{\partial t} \right),$$

$$F_e = F'_e \rho_0 u_0^3 = \int_{R_s}^{\infty} dr \left(\frac{2F}{r} + \frac{\partial E}{\partial t} \right) - F_{D2} + u_0 q_e - \frac{u_0^2 j_e}{2}.$$

Здесь F — плотность полного потока энергии, E — плотность полной энергии, F_{D2} — диффузионный поток энергии космических лучей в точке $r = R_s = 0$.

Решая систему написанных выше алгебраических уравнений, можно получить выражение для полной степени сжатия $\sigma = \rho_2/\rho_0$:

$$\sigma = \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} \frac{1 + j'_e(\gamma_g - 1)/2}{1 + \gamma_2 q'_e + (\gamma_g + \gamma_2)/[\gamma_g(\gamma_2 - 1)M^2] - (\gamma_2 + 1)F'_e}. \quad (39)$$

Согласно этому выражению, полная степень сжатия выражается в виде произведения двух факторов. Первый из них $(\gamma_2 + 1)/(\gamma_2 - 1)$ дает обычное значение степени сжатия вещества на бесконечно тонком фронте сильной ударной волны, выраженное через показатель адиабаты среды в области за ударным фронтом γ_2 . Для ионизованного одноатомного газа $\gamma_2 = 5/3$, что дает $\sigma = 4$. При наличии космических лучей эффективный показатель адиабаты среды (газ + космические лучи) γ_2 может быть близок к $4/3$, что дает $\sigma = 7$.

Наличие второго фактора в выражении (39) может приводить к существенному повышению степени сжатия. Для случая сильной ударной волны ($M \gg 1$) отличие этого фактора от единицы связано с наличием ненулевых потоков j'_e , q'_e и F'_e . Они описывают расходование входящих в область сферического нестационарного ударного фронта конечной толщины потоков массы, импульса и энергии соответственно на его заполнение. В силу этого расходования выходящие потоки не равны входящим. Кроме того, член F_{D2} в выражении для F_e отражает тот факт, что распределение космических лучей непосредственно за ударным фронтом может быть неоднородным. Связанный с этим диффузионный поток F_{D2} , если он отрицателен (т. е. направлен в область $r < R_s$), приводит к выносу (высвечиванию) энергии из области ударного фронта, что, как в обычной волне с высвечиванием, сопровождается ростом степени сжатия.

Нетрудно видеть, что при стремлении к нулю толщины фронта, в пределах которой отличны от нуля величины w , F и производные по времени, все потоки j_e , q_e и $F_e + F_{D2}$ исчезают. Можно показать, что основную роль в выражении (39) играет поток энергии F_e . Несмотря на то, что толщина предфронтала, как было показано выше, мала по сравнению с размером ударной волны, поток F_e не является пренебрежимо малым. Чтобы в этом убедиться, достаточно оценить только один член, входящий в выражение для F_e , а именно, член, связанный с диффузионным потоком энергии космических лучей в области предфронтала:

$$F_D(r) = -\bar{\kappa} \frac{\partial E_c}{\partial r}.$$

Здесь E_c — плотность энергии космических лучей, $\bar{\kappa}(r)$ — средний (по спектру) коэффициент диффузии. В случае сильно модифицированной волны основная часть энергии космических лучей сосредоточена в области спектра вблизи импульса обрезания p_m (см. рис. 2). В силу этой же причины на большей части предфронта средний коэффициент диффузии $\bar{\kappa}$ близок к $\kappa(p_m)$. Поэтому можно записать

$$\int_{R_s}^{\infty} dr \frac{2F_D}{r} \simeq \frac{2}{R_s} \int_{R_s}^{\infty} dr F_D \simeq \frac{2\kappa(p_m)}{R_s} E_{c1},$$

где E_{c1} — плотность энергии космических лучей на тепловом фронте. Записав входящие сюда величины в виде $E_{c1} = k\rho_0 V_s^2$, $\kappa(p_m) = R_s V_s / K$ (см. (24)), получим $F'_e = 2k/K$. На стадии свободного разлета $K = 6$, для сильно модифицированной волны параметр k близок к единице. Отсюда получаем оценку для потока $F'_e \simeq 0.3$. Такая величина потока, как видно из выражения (39), приводит к существенному росту степени сжатия.

Таким образом, приходим к выводу, что основной физической причиной, приводящей к росту степени сжатия в ударной волне, эффективно ускоряющей космические лучи, является диллюция существенной части энергии в пределах ударного перехода, который в этом отношении не является тонким. Важным обстоятельством здесь является то, что в этом процессе основную роль играют частицы космических лучей предельно высокой энергии, обладающие максимальной диффузионной длиной и дающие основной вклад в энергосодержание космических лучей.

По своим последствиям расходование потока энергии (диллюция) на заполнение растущего в объеме ударного фронта конечной толщины аналогично эффекту, вызываемому выносом (высвечиванием) из системы части ее энергии. Представляется, что именно по этой причине плосковолновое описание, включающее в себя в качестве параметра импульс обрезания p_m и учитывающее поток энергии, уносимый частицами из системы по достижении импульса p_m [35, 20], качественно правильно воспроизводит зависимость эффективности ускорения и степени модификации ударной волны от темпа инъекции и числа Маха. В этой связи аргументы авторов работы [42] о том, что упрощенное описание процесса ускорения космических лучей, не использующее информацию об импульсе обрезания p_m , имеет ограниченную область применения, следует признать обоснованными.

Формулы (35)–(38) несколько с иной точки зрения поясняют причины реализации чрезвычайно больших степеней сжатия в сильной ударной волне с числом Маха $M \gg 1$, в которой реализуется насыщенный режим ускорения космических лучей. Так, формула (38) предсказывает неограниченный рост степени сжатия с увеличением числа Маха M . Причина этого явления довольно проста. Для реализации стабилизирующей отрицательной обратной связи в условиях насыщенного ускорения космических лучей необходимо понизить степень сжатия теплового фронта до значения, даваемого формулой (35). Для этого необходимо понизить локальное число Маха M_1 , что достигается нагреванием газа посредством его адиабатического сжатия в области предфронта. При больших полных числах Маха M требуется все большая степень сжатия предфронта. Можно сказать, что столь сильная зависимость $\sigma \propto M^{3/4}$, описываемая выражением (38), явилась результатом малой эффективности адиабатического нагрева предфронта.

3.8. Диссипация альфвеновских волн

В этой ситуации альтернативные механизмы нагрева предфронта могут играть большую роль. Прежде всего, дополнительный (по отношению к адиабатическому) нагрев газа в области предфронта может осуществляться за счет диссипации альфвеновских волн, которые генерируются частицами космических лучей. Последовательный учет этого механизма должен основываться на включении в рассмотрение динамики альфвеновской турбулентности и механизмов затухания волн. Часто используемый упрощенный подход к этой проблеме, которого мы будем придерживаться, состоит в следующем [43, 12]. Альфвеновские волны, генерируемые частицами космических лучей в области $r > R_s$, быстро достигают предельной амплитуды $\delta B \sim B_0$, что обеспечивает бомбовскую диффузию космических лучей. Дальнейший рост амплитуды волн предотвращается нелинейными механизмами ее затухания. При этом, независимо от деталей механизма затухания, темп нагрева газа в точности равен темпу передачи энергии от космических лучей альфвеновским волнам.

В этом случае вместо (4) давление газа подчиняется уравнению [43]

$$\frac{d}{dt}(P_g \rho^{-\gamma_g}) = (1 - \gamma_g) c_a \frac{\partial P_c}{\partial r} \rho^{-\gamma_g}, \quad (40)$$

где $d/dt = \partial/\partial t + w\partial/\partial r$, $c_a = B/\sqrt{4\pi\rho}$ — альфвеновская скорость. Кроме того, поскольку альфвеновские волны в области предфронта распространяются в основном в радиальном направлении, в уравнении переноса (1) вместо скорости газа w следует использовать $w + c_a$ при $r > R_s$. В области $r < R_s$ за ударным фронтом влиянием диссипации можно пренебречь прежде всего потому, что энергия волн в сравнении с энергией газа здесь мала.

Результаты расчетов, выполненные с учетом диссипации альфвеновских волн в области предфронта, представлены на рис. 11 для темпа инжекции $\eta = 10^{-3}$ и на рис. 12 для чисел Maxa $M_0 = 33$ (горячая фаза межзвездной среды) и $M_0 = 330$ (теплая фаза межзвездной среды). Из рисунков прежде всего видно, что учет диссипации волн, обеспечивающей более эффективный нагрев газа в области предфронта, приводит к снижению эффективности ускорения космических лучей из-за заметного уменьшения полной степени сжатия σ . Величина σ — по-прежнему растущая функция η и M_0 . Однако при увеличении как числа Maxa M_0 , так и темпа инжекции, степень сжатия достигает предела (насыщения) $\sigma \approx 7.3$. Эффективность ускорения космических лучей остается при этом достаточно высокой: их энергия E_c составляет около 50% от полной энергии взрыва E_{SN} .

Анализ процедуры вывода формулы (35) для степени сжатия теплового фронта показывает, что она должна быть справедливой и при наличии диссипации альфвеновских волн, что согласуется с результатами расчета (см. рис. 11 и 12). Выражение (37) для степени сжатия на предфронте, если учесть уравнение (40), принимает вид

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left\{ \left(\frac{M_1}{M} \right)^2 + \frac{2}{3} M_1^2 \frac{c_a}{V_s} \left[1 - \left(\frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^{5/3} \right] \right\}^{-3/8}. \quad (41)$$

Это выражение совпадает с выражением (37), если принять $c_a = 0$. Напротив, если $c_a/V_s \gg 1/M^2$, степень сжатия на предфронте практически перестает зависеть от числа Maxa M . В нашем случае $c_a \approx 100$ км/с, $V_s = 5000$ км/с и нагрев предфронта становится

особенно существенным при числах Маха $M \gg \sqrt{50}$, что также согласуется с расчетом (см. рис. 11).

Основной вывод, который можно сделать на основе расчетов, состоит в том, что включение в рассмотрение дополнительных (по отношению к адиабатическому) механизмов нагрева предфронтального, одним из которых может быть диссиляция альфеновских волн, существенно влияет на эволюцию ударной волны и процесс ускорения. Свойства модифицированной волны и процесса ускорения космических лучей становятся в высокой степени универсальными: степень модификации ударной волны и эффективность ускорения мало зависят от начального числа Маха и от предполагаемого темпа инжекции, если только $M_0 > 10$ и $\eta > 10^{-4}$, что, на наш взгляд, в большинстве случаев имеет место.

Отметим также, что упрощенное описание динамики ударной волны и космических лучей [12] приводит к противоположному результату: диссиляция альфеновских волн не играет сколько-нибудь заметной роли, за исключением самых поздних этапов эволюции $t > 10t_0$. Это отличие следует отнести на счет недостаточной корректности гидродинамического описания космических лучей, по крайней мере в той форме, как оно используется. Как уже отмечалось выше, следует ожидать, что двухжидкостное гидродинамическое описание чрезвычайно чувствительно к выбору входящего в нее параметра — коэффициента диффузии космических лучей $\bar{\kappa}(r, t)$. Уже включение в рассмотрение одной только временной зависимости $\bar{\kappa}(t)$ [40] кардинально меняет результаты, воспроизведимые в рамках этой теории, по сравнению со случаем постоянного во времени коэффициента $\bar{\kappa}$ [39]. Учет пространственной зависимости $\bar{\kappa}$ в области предфронта на наш взгляд еще более важен. К тому же остается открытым вопрос о том, можно ли достаточно надежно оценить вид усредненного по спектру космических лучей коэффициента диффузии $\bar{\kappa}(r, t)$, не воспроизводя при этом сам спектр.

3.9. Давление в области за ударным фронтом

Полное внутреннее давление за фронтом сильной ударной волны может быть найдено из соотношения

$$P_2 + \rho_2 u_1^2 = P_{g0} + \rho_0 V_s^2 - q_e$$

(см. п. 3.7), если в нем пренебречь величинами P_{g0} и q_e , что дает

$$P_2 = \rho_0 V_s^2 (\sigma - 1) / \sigma. \quad (42)$$

Аналогичное соотношение

$$P_{g2} + \rho_2 u_2^2 = P_{g1} + \rho_1 u_1^2,$$

записанное для теплового фронта с учетом непрерывности давления космических лучей P_c , может быть использовано для определения давления газа за ударным фронтом P_{g2} . Поскольку число Маха для теплового фронта достаточно велико ($M_1^2 \gg 1$), можно пренебречь величиной P_{g1} в сравнении с $\rho_1 u_1^2$, что дает

$$P_{g2} = \rho_0 V_s^2 (\sigma_s - 1) / \sigma, \quad (43)$$

если учсть сохранение потока вещества на предфронте $\rho_1 u_1 = \rho_0 V_s$.

Из соотношений (42) и (43) вытекает выражение для давления космических лучей на ударном фронте

$$P_{c2} = P_{c1} = \rho_0 V_s^2 (\sigma - \sigma_s) / \sigma. \quad (44)$$

Это выражение показывает, что в условиях насыщенного режима ускорения давление космических лучей, отнесенное к динамическому давлению, $P_{c1}/\rho_0 V_s^2 = 1 - \sigma_s/\sigma$, является растущей функцией числа Маха M , что согласуется с результатами расчетов (см. рис. 11, 12). В то же время давление газа за ударным фронтом $P_{g2}/\rho_0 V_s^2 \propto M^{-3/4}$ становится относительно малым при больших числах Маха M .

При учете диссиляции альфвеновских волн в области перед фронта сильной ударной волны ($M \gg 7$) $\sigma_s \approx 3.5$, $\sigma \approx 7.3$, что, согласно формулам (43) и (44), дает $P_{c2}/\rho_0 V_s^2 \approx 0.5$ и $P_{g2}/\rho_0 V_s^2 \approx 0.3$ независимо от M в хорошем соответствии с расчетами. Хотя и в этом случае космические лучи в значительной степени модифицируют ударную волну, давление и температура газа за ударным фронтом остаются достаточно высокими в согласии с требованиями, вытекающими из измерений рентгеновского излучения молодых остатков сверхновых [46].

3.10. Проникновение космических лучей внутрь сброшенной оболочки

Попытаемся оценить, в какой степени те или иные предположения о характере взаимодействия космических лучей с поршнем влияют на конечный результат. Напомним, что все обсуждавшиеся выше результаты были получены в предположении о непроницаемости поршня для космических лучей, что соответствует граничному условию (15). Рассмотрим альтернативный вариант, учитывающий возможность диффузионного проникновения космических лучей через поршень.

Будем по-прежнему считать, что вещество в поршне сосредоточено в достаточно тонкой оболочке с толщиной

$$l_p = \delta R_p, \quad (45)$$

много меньшей радиуса поршня R_p ($\delta \ll 1$). Оставаясь в рамках предположения об обратной зависимости между коэффициентом диффузии космических лучей и плотностью вещества (21), приходим к выводу, что распределение космических лучей, проникших через тонкую оболочку поршня в область $r < R_p$, можно считать однородным, поскольку коэффициент диффузии космических лучей здесь достаточно велик из-за малой плотности вещества. В этом случае вместо уравнения (1) функция распределения космических лучей в области $r < R_p$ будет описываться более простым уравнением:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{V_p}{R_p} p \frac{\partial f}{\partial p} - \frac{S}{V} \Phi, \quad (46)$$

которое учитывает адиабатическое изменение энергии космических лучей, заключенных в меняющемся объеме $V = 4\pi R_p^3/3$, а также наличие диффузионного потока космических лучей $F_D = 4\pi p^2 \Phi$ через поверхность этого объема $S = 4\pi R_p^2$. Учитывая малость толщины поршня l_p , для диффузионного потока космических лучей можно записать выражение

$$\Phi = -\frac{\kappa_p}{l_p} [f(r = R_p + 0, p, t) - f(r = R_p - 0, p, t)], \quad (47)$$

в котором

$$\kappa_p = \kappa_0 \frac{\rho_0}{\rho_p} \quad (48)$$

— коэффициент диффузии космических лучей в поршне,

$$\rho_p = M_{ej}/V \quad (49)$$

— средняя плотность вещества в поршне, занимающего объем $V = 4\pi R_p^2 l_p$.

Заметим, что в уравнениях (46) и (47) фактически принята нулевая толщина поршня, в то время как при вычислении средней плотности вещества ρ_p учитывается конечность его толщины l_p . Здесь нет, однако, большого противоречия, если учесть, что $l_p \ll R_p$.

Учет возможности диффузионного просачивания космических лучей через поршень требует также изменения граничного условия (15) для функции распределения космических лучей в области $R_p \leq r \leq R_s$:

$$\kappa \frac{\partial f}{\partial r} = -\Phi \quad \text{при } r = R_p + 0. \quad (50)$$

Результаты расчетов, выполненных с учетом проникновения космических лучей через поршень при $\delta = 0.1$ для случая горячей фазы межзвездной среды ($M_0 = 33$) при темпах инжекции $\eta = 10^{-4}$ и $\eta = 10^{-3}$ представлены на рис. 11 и 12. Видно, что диффузионное проникновение не оказывает существенного влияния на процесс ускорения космических лучей и эволюцию ударной волны: включение в рассмотрение этого процесса приводит к весьма малому изменению основных характеристик (не более 5%). Этот результат нетрудно понять, если принять во внимание следующие обстоятельства.

На ранних стадиях эволюции ($t \ll t_0$) диффузионное проникновение космических лучей через поршень мало из-за его большой плотности $\rho_p \gg \rho_0$, в силу чего $\kappa_p(p) \ll \kappa_0(p)$.

На поздних стадиях ($t \gg t_0$) этот процесс также малосуществен, но уже по другой причине. В эти периоды объем $4\pi R_p^3/3$ области $r < R_p$ мал по сравнению с полным объемом $\sim 4\pi R_s^3/3$, занимаемым частицами космических лучей, поскольку $R_s \gg R_p$. Заполнение столь относительно малого объема частицами космических лучей не сказывается на их динамике.

Нужно отметить, что реальные процессы, которые протекают в веществе сброшенной оболочки (поршня), гораздо более сложные, чем принято в используемом нами описании. Мы фактически игнорировали существование обратной ударной волны, которая нагревает вещество оболочки и ускоряет космические лучи. Однако по тем же причинам общего характера, с точки зрения производства (ускорения) космических лучей и степени их влияния на глобальные свойства системы, этими деталями, на наш взгляд, можно пренебречь.

3.11. Химический состав космических лучей

Обратимся к одному из наиболее важных вопросов, приковывающему в последнее время все большее внимание исследователей, занимающихся проблемой происхождения космических лучей, а именно, к химическому составу космических лучей. Ниже

мы приведем лишь предварительные результаты исследования этого сложного и интересного вопроса, показывающие, что теория регулярного ускорения космических лучей в остатках сверхновых способна, в принципе, объяснить наблюдаемый состав космических лучей в области энергии $\varepsilon \leq 10^{15}$ эВ.

При рассмотрении вопроса о химическом составе космических лучей, ускоряемых ударной волной, с особой остротой встает вопрос о механизме их инжекции в режим ускорения. До тех пор, пока мы ограничивались рассмотрением только основной компоненты космических лучей — протонов — проблема с инжекцией не стояла так остро. Действительно, как было показано выше, благодаря саморегулирующим свойствам процесса ускорения, он оказывается малочувствительным к задаваемому темпу инжекции в широких его пределах ($\eta > \eta_*$). Поскольку как анализ измерений в межпланетной среде [21], так и численное моделирование бесстолкновительной ударной волны [22] дают свидетельства того, что темп инжекции $\eta \sim 10^{-3}$ намного выше критического, теория позволяет давать предсказания, мало зависящие от деталей предполагаемого механизма инжекции. Однако при рассмотрении вопроса о химическом составе космических лучей универсальность (независимость от η) теоретических предсказаний в значительной мере снижается. Ядра более тяжелых, чем водород, элементов в межзвездной среде являются малой примесью. По этой причине ядра тяжелых элементов, ускоряемые ударной волной, не оказывают на нее существенного воздействия. Отсюда следует, что соотношение протонов и более тяжелых ядер в составе космических лучей прямо пропорционально отношению темпов инжекции. Чтобы правильно воспроизвести химический состав ускоренных космических лучей, нужно знать, как зависит темп инжекции от массы и заряда частиц.

Поскольку в настоящее время отсутствует последовательная теория механизма инжекции, попытаемся определить зависимость темпа инжекции частиц в режим ускорения от их массы и заряда, основываясь на соображениях общего характера.

Движение заряженных частиц в бесстолкновительной ударной волне определяется их взаимодействием с электромагнитными полями. Поэтому интенсивность этого взаимодействия, в частности, длина пробега до рассеяния, является функцией жесткости $R = pc/Ze$ или отношения массового и зарядового чисел A/Z . Жесткость протонов меньше жесткости более тяжелых ионов, имеющих ту же скорость. Поэтому для холодных ионов, первый раз пересекающих тепловой фронт, он представляется более прозрачным, чем для холодных протонов. Можно ожидать, что тепловое распределение ионов за ударным фронтом характеризуется той же тепловой скоростью, что и у протонов.

Естественно также предположить, что механизм инжекции различает частицы по жесткостям: только частицы с жесткостью больше некоторой критической способны пересечь во второй раз тепловой ударный фронт и вступить в процесс ускорения. Поскольку тепловое распределение ионов за ударным фронтом характеризуется большей средней жесткостью, следует ожидать их преимущественной инжекции по сравнению с протонами.

Сказанное можно выразить следующими математическими соотношениями:

$$p_{inj}^A = Ap_{inj}, \quad \eta_A = \eta \frac{a_A}{a} e \left(\frac{A}{Z} \right), \quad (51)$$

в которых a — средняя концентрация (распространенность) ядер в Галактике; величины с индексом A относятся к ионам с массовым числом A , величины без индексов — к

протонам. Функция e описывает преимущественную инжекцию более тяжелых ионов по сравнению с протонами. Для этого она должна обладать свойством

$$e(1) = 1, \quad e(x > 1) > 1.$$

Для определенности будем предполагать, что она имеет степенной вид

$$e(x) = x^\beta, \quad \beta > 1.$$

Параметр β является свободным в нашей теории, он подбирается таким образом, чтобы воспроизвести наблюдаемый химический состав космических лучей.

При сравнении результатов расчета спектра космических лучей, произведенного ударной волной от сверхновой (источником), с наблюдаемым у Земли спектром космических лучей нужно иметь в виду, что они связаны соотношением (см. например, [29])

$$J(\varepsilon_k) \propto \tau_e(R) N(\varepsilon_k), \quad (52)$$

в котором $J(\varepsilon_k)$ — наблюдаемая у Земли интенсивность космических лучей с кинетической энергией ε_k ; $N(\varepsilon_k)$ — энергетический спектр космических лучей (дифференциальная концентрация), произведенных в остатках сверхновой за все время ее эволюции, τ_e — среднее время пребывания частиц космических лучей в Галактике, являющееся функцией их жесткости $R(\varepsilon_k)$. Форма спектра космических лучей $N(\varepsilon_k)$, произведенного в источнике, и форма наблюдаемого спектра $J(\varepsilon_k)$ отличаются, поскольку время пребывания космических лучей в Галактике τ_e существенно зависит от их энергии (точнее, жесткости). Зависимость $\tau_e(R)$, определяемая на основе измеряемого соотношения первичной (произведенной в источнике) и вторичной (возникающей в результате взаимодействия первичных космических лучей с ядрами межзвездной среды) компонент космических лучей, имеет степенной вид (см. [29]):

$$\tau_e \propto R^{-\mu}, \quad \mu > 0. \quad (53)$$

Помимо протонов мы включили в рассмотрение ядра He, а также группы ядер C, N, O; Ne, Mg, Si; Ar-Ni (группа железа), для которых имеются измерения интенсивности космических лучей в области высоких энергий. Если принять среднюю распространенность ядер водорода a в источнике космических лучей (в межзвездной среде) за единицу, то распространенности указанных выше групп ядер будут (см., например, [29])

$$a(\text{He}) = 0.1, \quad a(\text{C, N, O}) = 1.42 \cdot 10^{-3},$$

$$a(\text{Ne, Mg, Si}) = 1.8 \cdot 10^{-4}, \quad a(\text{Ar - Ni}) = 3.3 \cdot 10^{-5}.$$

Что касается зарядового числа соответствующего сорта ионов Z , то оно определяется температурой межзвездной среды. В условиях горячей фазы межзвездной среды $T_0 = 10^6$ К все рассматриваемые сорта ионов практически полностью ионизованы. В теплой межзвездной среде температура $T_0 = 10^4$ К недостаточно высока для этого. Исходный равновесный заряд ионов меньше заряда ядра, он рассчитывается по формуле Саха. Затем определяется среднее зарядовое Z и массовое A числа для каждой из рассматриваемых групп ядер с учетом их распространенностей.

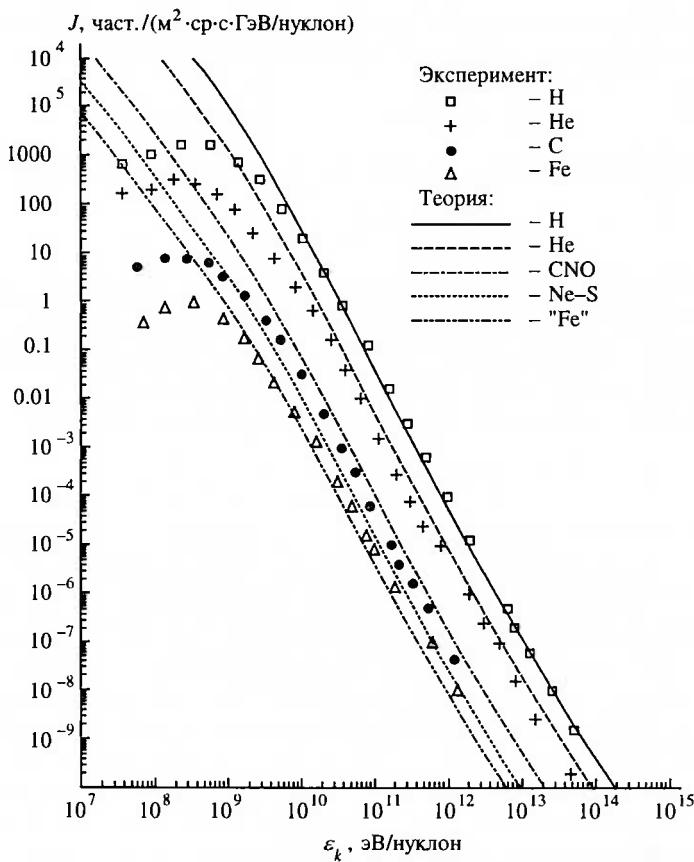


Рис. 13. Энергетический спектр различных химических компонент галактических космических лучей. Экспериментальные значения взяты из работы [44]. Расчеты выполнены для начального числа Maxa $M_0 = 330$ и темпа инжекции протонов $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ с с учетом диссипации альфеновских волн. Темп инжекции более тяжелых ядер определяется соотношениями (51)

В соответствии с принятым нами коэффициентом диффузии протонов (20), (21) для ионов с зарядовым числом Z он дается выражением

$$\kappa_0(p, Z) = \kappa_0(p)/Z,$$

в котором $\kappa_0(p)$ — коэффициент диффузии протонов в невозмущенной межзвездной среде.

На рис. 13 и 14 результаты рассчитанных спектров $J(\varepsilon_k)$ для указанных выше пяти групп ядер сравниваются с имеющимися экспериментальными данными. Расчеты соответствуют теплой фазе межзвездной среды ($T_0 = 10^4$ K, начальное число Maxa $M_0 = 330$) и умеренному темпу инжекции протонов $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$ с с учетом диссипации альфеновских волн. Интенсивность космических лучей, рассчитанная по формуле (52), нормирована так, чтобы наилучшим образом воспроизвести наблюдаемый спектр протонов в области энергии $\varepsilon_k < 10^{14}$ эВ. Из этих же соображений подбиралось значение пара-

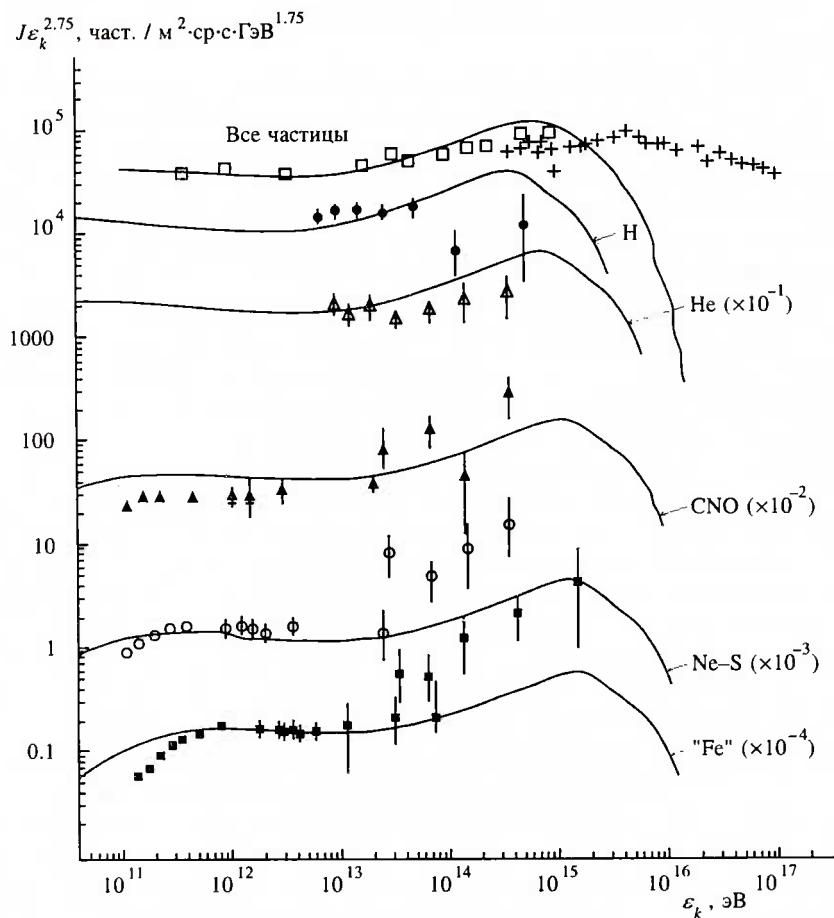


Рис. 14. Энергетический спектр различных химических компонент галактических космических лучей. Экспериментальные значения взяты из работы [45]. Результаты расчета те же, что и на рис. 13

метра μ , определяющего зависимость времени пребывания космических лучей в Галактике (53) от их жесткости. Представленные расчеты соответствуют значению $\mu = 0.75$. Если сравнить его с требованиями, вытекающими из эксперимента (см., например, [29]) ($\mu = 0.3\text{--}0.7$), то можно заключить, что требуемое значение 0.75 несколько великовато. Следует, однако, иметь в виду, что даже небольшое стохастическое доускорение космических лучей в области за ударным фронтом, которое нами не принималось во внимание, может несколько смягчить спектр, что приведет к уменьшению требуемого значения μ .

Согласие с экспериментом для более тяжелых, чем водород, ядер достигнуто при факторе обогащения $e = (A/Z)^{0.8}$ (см. формулу (51)). Заметим, что степень ионизации (т.е. используемое нами зарядовое число Z) может меняться (расти) в процессе ускорения, что не было принято нами во внимание. Поскольку время ускорения космических лучей, соответствующее принятому нами коэффициенту диффузии (20), растет с ростом

энергии, изменение заряда ионов может повлиять на их спектр в области предельно высоких энергий.

Следует также учитывать то обстоятельство, что в области энергий $\lesssim 10$ ГэВ/нуклон форма наблюдаемого спектра космических лучей подвержена влиянию модулирующего воздействия солнечного ветра, в силу чего прямое сравнение теории с экспериментом возможно только в области энергий $\gtrsim 10$ ГэВ/нуклон. С учетом этого сравнение результатов расчета с результатами прямых измерений [44] на рис. 13 показывает их удовлетворительное согласие для всех сортов ядер, если принять во внимание, что на ядра углерода вследствие их распространенности, приходится $1/3$ ядер группы C, N, O, а в группе Ar-Ni доминирующим по распространенности элементом является железо.

На рис. 14 те же расчеты (при той же нормировке) сравниваются в более широком энергетическом диапазоне с экспериментальными данными, полученными на космических аппаратах HEAO и Spacelab-2, на баллонах (эксперимент JACEE) и результатами измерения полной интенсивности космических лучей [45].

Из рисунка видно, что теория хорошо воспроизводит суммарную интенсивность космических лучей вплоть до энергии $\sim 10^{15}$ эВ, а также удовлетворительно согласуется с имеющимися измерениями спектров различных групп ядер в составе космических лучей. Если не обращать внимания на недостаточность объема статистики, то можно отметить некоторое расхождение между теорией и экспериментом в области самых больших энергий $\varepsilon_k \gtrsim 10^{14}$ эВ. Согласно измерениям, спектр протонов начинает становиться более крутым при энергии $\varepsilon_k \simeq 10^{14}$ эВ, в то время как спектры более тяжелых ядер имеют тенденцию при $\varepsilon_k \gtrsim 10^{14}$ эВ становиться более жесткими. Причем тенденция эта усиливается при переходе к более тяжелым группам элементов.

Теория тоже воспроизводит тот факт, что в области энергий 10^{13} – 10^{15} эВ спектр становится более жестким, но не так сильно, как в эксперименте. Наиболее трудно с теоретической точки зрения объяснить столь разный характер спектра протонов и более тяжелых ядер в области $\varepsilon_k > 10^{14}$ эВ. Возможное объяснение может состоять в следующем. Если принятое нами предположение о взаимосвязи магнитного поля и плотности среды ($B_0 \propto \sqrt{\rho_0}$) отбросить и использовать то же значение $B_0 = 3$ мкГс, как и в горячей межзвездной среде, то максимальная энергия протонов, ускоряемых в остатках сверхновых, понизится на порядок и составит 10^{14} эВ. Предельная энергия более тяжелых ядер в Z раз выше. Поэтому если учесть возможность полной ионизации ядер в процессе их ускорения, то ядра железа будут ускоряться до энергии $\sim 3 \cdot 10^{15}$ эВ.

Немаловажным также является вопрос выяснении вклада разных фаз межзвездной среды в наблюдаемый спектр космических лучей.

Более детальные расчеты, которые могут быть выполнены в ближайшее время, а также проведение более прецизионных измерений химического состава космических лучей в области энергий 10^{14} – 10^{16} эВ [45, 46] возможно позволят получить ответ на важный вопрос о том, до каких предельных энергий наблюдаемый спектр космических лучей производится в остатках сверхновых.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основное отличие представленных в этой работе результатов от предшествующих исследований [13] состоит в том, что нами впервые рассмотрен и детально исследован процесс эволюции остатка сверхновой и ускорения космических лучей с учетом силь-

ной энергетической зависимости коэффициента диффузии, что обеспечивает эффективное ускорение космических лучей и сильную степень модификации ударной волны. Нами установлено, что именно в случае, когда существенны эффекты нелинейного взаимодействия космических лучей со средой, эволюция сферической ударной волны от сверхновой протекает принципиально по-иному, чем это предсказывалось в плосковолновом приближении или упрощенными моделями. Влияние геометрических факторов, состоящих в конечности размеров ударной волны и в увеличении объема предфронта во времени, приводит к тому, что ударная волна не может стать полностью модифицированной давлением космических лучей: тепловой фронт не исчезает, он продолжает играть важную роль в динамике процесса ускорения космических лучей и эволюции ударной волны.

При отсутствии неадиабатических механизмов нагрева предфронта степень сжатия теплового фронта σ_s приближенно определяется выражением (35), воспроизводящим слабую (логарифмическую) зависимость σ_s от числа Маха M и темпа инжекции. При разумных значениях входящих в это выражение параметров степень сжатия теплового фронта в сильной ударной волне ($M \geq 10$) не опускается ниже значения 2.5, что подтверждается также численными расчетами. Вместе с тем, в условиях интенсивного ускорения космических лучей сильной ударной волной ($M > 10$), когда темп инжекции выше критического, структура ударного фронта сильно модифицирована давлением космических лучей, причем степень модификации быстро нарастает при увеличении числа Маха M . Полная степень сжатия вещества в ударной волне, которая характеризует степень модификации ($\sigma \propto M^{3/4}$), при больших числах Маха может достигать огромных величин (при $M = 330$ имеем $\sigma \approx 77$). Физические причины, которые приводят к большим степеням сжатия $\sigma \gg 4$, состоят в диллюции (распределении) существенной доли энергии в области предфронта (см. выражение (39)), что в этом отношении аналогично ударной волне с высвечиванием.

Нелинейные эффекты обратного воздействия ускоренных космических лучей на структуру ударной волны становятся существенными только при достаточно высоком темпе инжекции надтепловых частиц в режим ускорения, когда темп инжекции превышает некоторое критическое значение η_* , определяемое выражением (33).

При $\eta < \eta_*$ процесс ускорения космических лучей протекает в линейном (ненасыщенном) режиме. Энергия космических лучей и их давление на ударном фронте пропорциональны темпу инжекции, степень модификации ударной волны мала.

При достаточно интенсивной инжекции ($\eta > \eta_*$) реализуется насыщенный режим ускорения космических лучей, когда в широкой области изменения параметра η благодаря саморегулирующим свойствам процесса ускорения эффективность ускорения космических лучей и степень модификации ударной волны высоки и мало зависят от значения параметра η . Ранее это свойство было установлено при моделировании процесса ускорения космических лучей в плосковолновом приближении [20]. Поскольку для типичных значений параметров сверхновых и межзвездной среды критический темп инжекции мал, есть основания полагать, что реальный темп инжекции частиц в режим ускорения выше критического. В этом случае предсказания теории во многом независимы от конкретного значения этого свободного параметра.

Большие степени сжатия вещества в сильной ударной волне в режиме насыщенной инжекции достигаются из-за недостаточной эффективности адиабатического нагрева предфронта. В этой ситуации другие возможные механизмы нагрева газа в области предфронта становятся исключительно важными. Одним из таких механизмов может

быть диссипация альфвеновских волн, генерируемых частицами космических лучей. Учет диссипации альфвеновских волн существенно ограничивает степень модификации сильной ударной волны. В насыщенном режиме ускорения космических лучей полная степень сжатия вещества в сильной ударной волне ($M > 10$) составляет $\sigma \approx 7.3$ и слабо зависит от параметров задачи. При этом эффективность процесса ускорения остается достаточно высокой. Частицам космических лучей передается около 50% всей выделившейся при взрыве механической энергии E_{SN} . Этого несомненно достаточно, чтобы обеспечить воспроизведение покидающих Галактику космических лучей (см., например, [29]). В области за фронтом ударной волны в те периоды, когда она достаточно сильная ($M \geq 10$), одна треть теплового давления приходится на газ, две трети — на частицы космических лучей. Другими словами, температура газа за фронтом сильной ударной волны хотя и снижается (в 2.5 раза) по сравнению со случаем классической ударной волны без космических лучей, но остается достаточно высокой, что находится в согласии с наблюдениями рентгеновского излучения остатков сверхновой [46].

Сравнение проведенных нами расчетов с экспериментом показывает, что теория удовлетворительно объясняет наблюдаемый спектр космических лучей вплоть до энергии $10^{14}\text{--}10^{15}$ эВ. Что касается химического состава, то теоретические предсказания в этой части довольно сильно зависят от того, каков темп инъекции η ионов с разными массовыми A и зарядовыми Z числами. Отсутствие последовательной теории бесстолкновительного квазипаралельного теплового перехода не позволяет сделать надежный выбор функции $\eta(A, Z)$. Нами показана возможность удовлетворительного объяснения имеющихся экспериментальных данных о химическом составе в области энергий $\leq 10^{15}$ эВ, при некоторых (на наш взгляд, физически разумных) предположениях о соотношении темпов инъекции частиц разного сорта. Тем не менее, требуется еще значительное продвижение как в области теории, так и эксперимента, чтобы прийти в этом важном вопросе к какому-либо достаточно обоснованному выводу.

Помимо теории механизма инъекции неразработанным является также вопрос о детальном описании динамики альфвеновских волн в области предфронта. Пренебрежение динамикой альфвеновской турбулентности, что делается в большинстве работ такого рода, оправдан по энергетическим соображениям. В окрестности фронта сильной ударной волны космические лучи содержат намного больше энергии по сравнению с турбулентностью. Однако только детальное описание турбулентности может ответить на вопрос, насколько широко применимо используемое предположение о реализации бомовского коэффициента диффузии космических лучей вблизи ударного фронта.

Работа была выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 93-02-02990). Значительная ее часть была осуществлена во время визита двоих из авторов (Б. Е. Г. и К. Л. Т.) в Институт ядерной физики им. М. Планка в г. Гейдельберге (Германия). Авторы выражают искреннюю признательность Х. Г. Фельку и Г. Ф. Крымскому за полезные обсуждения в ходе выполнения работы.

Литература

1. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, *Происхождение космических лучей*, Наука, Москва (1963).
2. Г. Ф. Крымский, Докл. АН СССР **234**, 1306 (1977).
3. W. I. Axford, E. Leer, and G. Skadron, in: *Proc. 15-th Int. CR Conf.*, Plovdiv (1977), v. 11, p. 132.

4. R. D. Blandford and J. R. Ostriker, *Astrophys. J.* **221**, 129 (1978).
5. L. O'C. Drury, *Rep. Progr. Phys.* **46**, 973 (1983).
6. Е. Г. Бережко, Г. Ф. Крымский, УФН **154**, 49 (1988).
7. Е. Г. Бережко, В. К. Елшин, Г. Ф. Крымский, С. И. Петухов, *Генерация космических лучей ударными волнами*, Наука, Новосибирск (1988).
8. L. O'C. Drury and H. J. Völk, *Astrophys. J.* **298**, 344 (1981).
9. W. I. Axford, E. Leer, and J. F. McKenzie, *Astron. Astrophys.* **111**, 317 (1982).
10. H. Kang and T. W. Jones, *Astrophys. J.* **353**, 149 (1990).
11. L. O'C. Drury, H. J. Völk, and W. J. Markiewicz, *Astron. Astrophys.* **225**, 179 (1989).
12. W. J. Markiewicz, L. O'C. Drury, and H. J. Völk, *Astron. Astrophys.* **236**, 487 (1990).
13. H. Kang and T. W. Jones, *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **249**, 439 (1991).
14. E. G. Berezhko, V. K. Yelshin, and L. T. Ksenofontov, *Astropart. Phys.* **2**, 215 (1994).
15. Г. Ф. Крымский, Геомагн. аэрон. **4**, 977 (1964).
16. E. N. Parker, *Planet. Space. Sci.* **13**, 9 (1965).
17. Г. Г. Черный, Докл. АН СССР **112**, 113 (1957).
18. D. C. Ellison, F. C. Jones, and D. Eichler, *J. Geophys.* **50**, 110 (1981).
19. Г. Ф. Крымский, Изв. АН СССР, Сер. физ. **45**, 461 (1981).
20. Е. Г. Бережко, В. К. Елшин и др., Изв. АН СССР, Сер. физ. **48**, 2221 (1984).
21. M. A. Lee, *J. Geophys. Res. A* **87**, 5063 (1982).
22. K. B. Quest, *J. Geophys. Res. A* **93**, 9649 (1988).
23. E. G. Berezhko, in: *Proc. 24th Int. Cosmic Rays Conf., Rome (1995)*, v. 3, p. 372.
24. A. R. Bell, *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.* **182**, 147 (1978).
25. Е. Г. Бережко, С. Н. Таинев, Космич. исслед. **29**, 582 (1991).
26. L. O'C. Drury, *Adv. Space Res.* **4**, 185 (1984).
27. Е. Г. Бережко, Письма в АЖ **12**, 842 (1986).
28. E. G. Berezhko, in: *Proc. Joint Varenna-Abastumani Int. School & Workshop on Plasma Astrophys.*, Suhumi (1986), ESA SP-251, p. 271.
29. В. С. Березинский и др., *Астрофизика космических лучей*, Наука, Москва (1984).
30. P. Duffy, L. O'C. Drury, and H. J. Völk, *Astron. Astrophys.* **291**, 449 (1994).
31. H. Moraal and W. I. Axford, *Astron. Astrophys.* **125**, 204 (1983).
32. T. Y. Bogdan and H. J. Völk, *Astron. Astrophys.* **12**, 129 (1983).
33. А. Е. Аммосов, Е. Г. Бережко, В. К. Елшин, Астрон. Ж. **67**, 572 (1990).
34. D. Eichler, *Astrophys. J.* **277**, 429 (1984).
35. D. C. Ellison and D. Eichler, *Astrophys. J.* **286**, 691 (1984).
36. Г. Ф. Крымский, В. К. Елшин и др., Изв. АН СССР, Сер. физ. **42**, 1070 (1978).
37. W. I. Axford, in: *Proc. Int. School & Workshop on Plasma Astrophys.*, Varenna (1981), ESA SP-161, p. 425.
38. L. O'C. Drury, H. J. Völk, and E. G. Berezhko, *Astron. Astrophys.* **299**, 222 (1995).
39. E. A. Dorfi, *Astron. Astrophys.* **234**, 419 (1990).
40. E. A. Dorfi, *Astron. Astrophys.* **235**, 597 (1991).
41. T. W. Jones and H. Kang, *Astrophys. J.* **356**, 575 (1992).
42. A. Achterberg, R. D. Blandford, and V. Periwal, *Astron. Astrophys.* **132**, 97 (1984).
43. J. F. McKenzie and H. J. Völk, *Astron. Astrophys.* **116**, 191 (1984).
44. J. A. Simpson, *An. Rev. Nucl. Part. Sci.* **33**, 323 (1983).
45. J. Waddington, M. Forman, T. Guisser et al., *Proposal GOAL*, Goddard Space Flight Center, NASA Greenfeld (1992).
46. G. Schatz, *Interdisciplinary Sci. Rev.* **18**, 306 (1993).
47. B. Aschenbach, *Supernova Remnants and the Interstellar Medium*, IAU Colloq., ed. by R. S. Roder and T. L. Landecker, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1988), v. 101, p. 99.