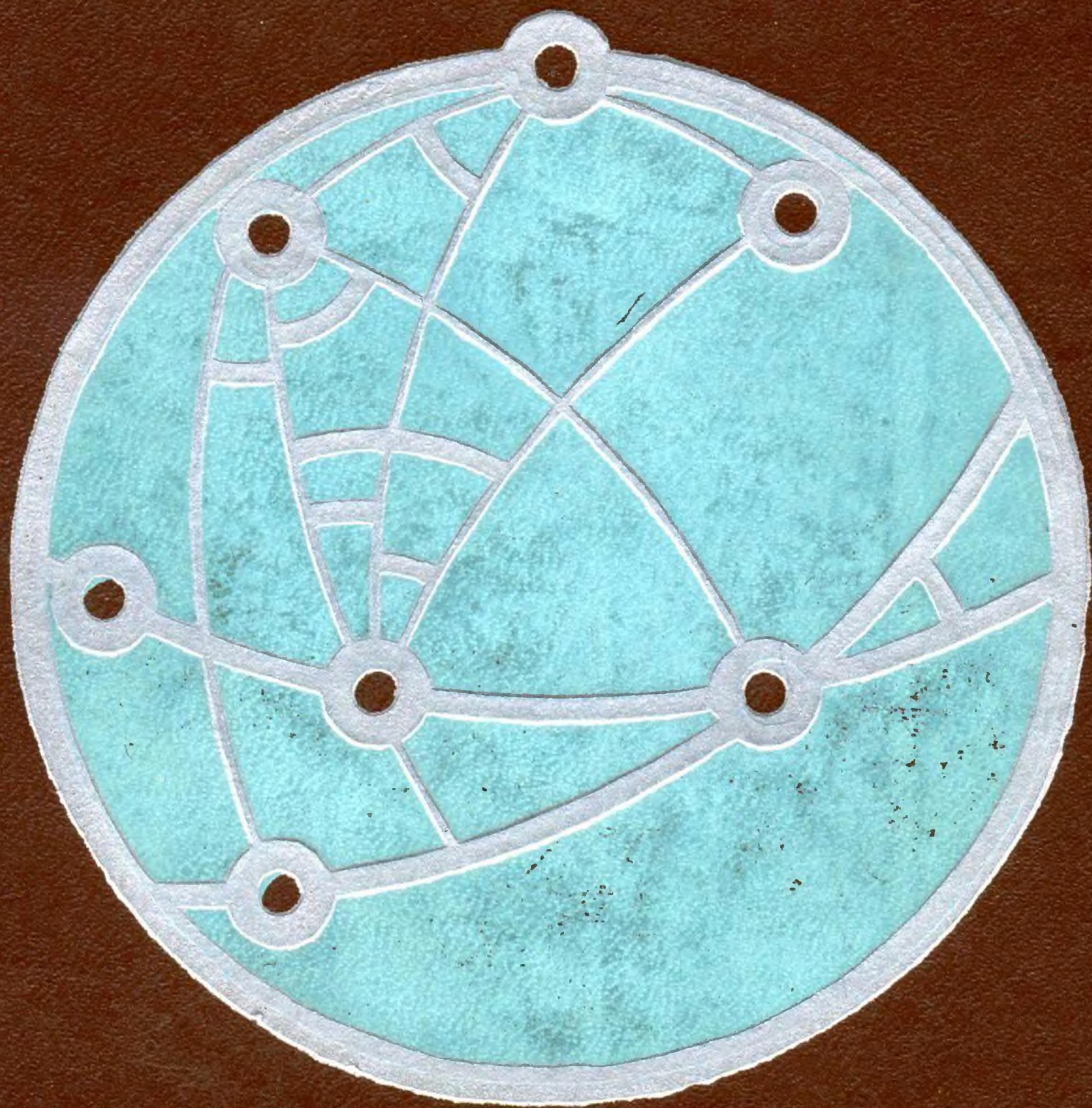


ОСНОВЫ ЭФЕМЕРИДНОЙ АСТРОНОМИИ

В. К. АБАЛАКИН



В. К. АБАЛАКИН

ОСНОВЫ ЭФЕМЕРИДНОЙ АСТРОНОМИИ



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1979

22.6
А 13
УДК 521

Основы эфемеридной астрономии. А б а л а к и н В. К., Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1979, стр. 448.

Первая в мировой литературе монография, содержащая изложение теоретических основ астрономических редукций, методов вычисления эфемерид, публикуемых в астрономических ежегодниках. Рассмотрены проблемы измерения времени в приложении к эфемеридной астрономии, приведены современные числовые значения астрономических фундаментальных постоянных в соответствии с рекомендациями Международного Астрономического Союза. Освещаются вопросы, связанные с подготовкой эфемерид для астрофизических и астродинамических исследований планет и лазерных светолокационных наблюдений Луны.

Книга рассчитана на астрономов, геодезистов и специалистов в области исследований, проводимых с помощью космических аппаратов, а также на студентов и аспирантов соответствующих специальностей. Книга будет интересна и квалифицированным любителям астрономии.

Табл. 27, илл. 75, библиограф. 172.

Виктор Кузьмич Абалакин ОСНОВЫ ЭФЕМЕРИДНОЙ АСТРОНОМИИ

М., 1979 г., 448 стр., с илл.

Редакторы М. М. Дагаев и И. Е. Рахлин. Техн. редактор С. Я. Шкляр.
Корректоры Л. Н. Боровина, Е. В. Сидоркина

ИБ № 11326

Сдано в набор 17.04.79. Подписано к печати 17.08.79. Т-16104
Бумага 84×108¹/₃₂, тип. № 1. Обыкновенная гарнитура. Высокая печать
Условн. печ. л. 23,52. Уч.-изд. л. 23,07. Тираж 2500 экз. Заказ № 1786
Цена книги 2 р. 60 к.

Издательство «Наука» Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-ая типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

А $\frac{20603-133}{053(02)-79}$ 188-79 1705030000

© Главная редакция
физико-математической
литературы
издательства «Наука», 1979.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава I. Очерк развития астрономических эфемерид	7
§ 1. История «Астрономического Ежегодника СССР»	10
Глава II. Система астрономических постоянных	17
§ 1. Старая система астрономических постоянных	19
§ 2. Система астрономических постоянных МАС (1964 г)	26
§ 3. Система астрономических постоянных МАС (1976 г.)	33
Глава III. Системы координат. Теория астрономических редукций	45
§ 1. Преобразования координат	52
§ 2. Прямоугольные координаты	60
§ 3. Прецессия	68
§ 4. Астрономическая нутация	87
§ 5. Аберрация	130
§ 6. Параллакс	148
§ 7. Астрономическая рефракция	195
Глава IV. Время и его измерение	211
§ 1. Звездное время. Солнечное (всемирное) время	214
§ 2. Связь между всемирным временем и звездным грин- вичским временем	223
§ 3. Эфемеридное время	231
§ 4. Квазиравномерное всемирное время UT2	243
§ 5. Атомное время	246
Глава V. Основные эфемериды	262
§ 1. Работы Леверрье и Ньюкома	264
§ 2. Теории движения четырех внутренних планет (Мер- курия, Венеры, Земли, Марса) по Ньюкому	282
§ 3. Новые системы средних элементов больших планет	300
§ 4. Эфемериды Солнца	308

- § 5. Основы теории геоцентрического движения Луны
- § 6. Эфемериды Луны
- § 7. Эфемериды больших планет

Г л а в а VI. Эфемериды для астрофизических наблюдений

- § 1. Эфемерида для физических наблюдений Солнца . .
- § 2. Основы вычисления физических эфемерид планет
- § 3. Эфемерида для физических наблюдений Марса . . .
- § 4. Эфемерида для физических наблюдений Меркурия
- § 5. Эфемерида для физических наблюдений Венеры
- § 6. Эфемерида для физических наблюдений Юпитера
- § 7. Эфемерида для физических наблюдений Сатурна
- § 8. Эфемерида для физических наблюдений Луны . . .
- § 9. Эфемериды для внеземных физических наблюдений Солнца

Библиография

Предметный указатель

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблемы эфемеридной астрономии занимают область, граничащую с небесной механикой, на общих динамических теориях которой эфемеридная астрономия основывается, и с астрометрией, создающей экспериментальный фундамент теоретической астрономии как науки в целом. Решение этих проблем связано с практическим установлением астрономических пространственно-временных координатных систем, материально воплощаемых астрономическими ежегодниками и представляющих определенные приближения к идеальной инерциальной системе отсчета. В этом и заключается фундаментальное значение астрономических ежегодников для всех естественных наук, имеющих дело с измерениями пространства и времени.

Главная задача эфемеридной астрономии состоит в предвычислении положений небесных светил — Солнца, Луны, больших и малых планет Солнечной системы, звезд и радиоисточников — в виде таблиц, дающих координаты этих объектов и некоторые другие величины на каждые сутки года (отсюда происходит название «эфемерида» от греческих слов *ἐφ' ἡμέρας* — ежедневный и *ἡμερίς* — дневник) и составляющих основное содержание астрономических ежегодников в их традиционной форме.

Степень адекватности принятой при предвычислении эфемерид пространственно-временной модели можно оценить лишь на основе сравнения теоретических значений эфемеридных величин с наблюдениями, причем получаемые при этом расхождения можно считать обусловленными в значительной мере недостаточной точностью номинальных числовых значений параметров, входящих в теоретические основы предвычислений. Поэтому в круг проблем эфемеридной астрономии также входит исследование всей совокупности астрономических фундаментальных постоянных и параметров, уточнение их числовых значений.

Решение проблем эфемеридной астрономии развивается в настоящее время по двум кардинальным направлениям: достижение максимальной точности эфемерид для удовлетворения современным оптическим, радиотехническим и лазерным наблюдениям и представление эфемеридных материалов в унифицированной, оптимально удобной для практических приложений форме. Успеху в этом способствует прогресс в области вычислительной математики и техники. Так, применение полиномов Чебышева дает возможность «уплотнить» астрономические эфемериды, сводя их к публикации набора коэффициентов с дальнейшим воспроизведением эфемеридных данных с полной точностью опорных значений.

Цель предлагаемой читателю книги заключается в систематическом изложении общих методов и алгоритмов, применяемых при вычислении эфемерид основных разделов «Астрономического Ежегодника СССР», а также при решении некоторых нетрадиционных задач эфемеридной астрономии. Разумеется, в небольшой книге нельзя охватить все встречающиеся на практике случаи. Поэтому в своей повседневной работе читатель должен опираться на алгоритмы, приемы и таблицы, содержащиеся в разделе «Объяснение к Астрономическому Ежегоднику СССР», а также на монографии и статьи, указанные в библиографии. К сожалению, пришлось ограничиться поверхностным обзором эволюции оснований эфемеридной астрономии в последние десятилетия, отраженной в решениях X—XVI Генеральных ассамблей Международного астрономического союза, и упомянуть лишь часть новых определений астрономических постоянных и параметров, имеющих значение при вычислении обширного круга эфемерид. Но, как известно, пути и средства достижения совершенства безграничны, и автор надеется в будущем учесть все критические замечания, которые будут восприняты с благодарностью.

В. Абалакин

ОЧЕРК РАЗВИТИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЭФЕМЕРИД

Sic itur ad astra.
Virgilius. Aeneis (9.64)

Под эфемеридной астрономией мы понимаем область астрономической науки, которая занимается вопросами теории и практики предвычисления положений небесных объектов на небесной сфере и в пространстве, а также предсказыванием астрономических явлений, зависящих от взаимного расположения небесных тел, и предвычислением всех обстоятельств, характеризующих ход этих явлений для наземного (или внеземного) наблюдателя.

К задачам эфемеридной астрономии относятся также такие важные проблемы, как уточнение фундаментальных постоянных и параметров, связанных с движением небесных тел по их гелиоцентрическим (или геоцентрическим) орбитам и с вращением около оси, на основе анализа рядов астрономических наблюдений. Конечно, необходимо с самого начала выделить в особую группу астрономические эфемериды, дающие предвычисленные значения определенных астрофизических параметров, например, такие, как ежегодник «*Rocznik Astronomiczny Obserwatorium Krakowskiego*», публикующий моменты и звездные величины максимумов и минимумов блеска переменных звезд.

Расширение круга задач экспериментальной астрономии и космонавтики вызывает необходимость создания более подробных эфемерид для астрономических наблюдений как с поверхности Земли, так и внеземных. Естественно, что современная стадия развития методов эфемеридной астрономии была достигнута в результате длительного эволюционного процесса, отражающего прогресс производительных сил, технологии и науки человеческого общества в целом.

В отдаленном прошлом истории человечества на основе определенных «теоретических» представлений, получен-

ных из многолетних наблюдений звездного неба, видимых движений Солнца, Луны и планет, производились предвычисления и предсказания лунных и солнечных затмений, определенных конфигураций Луны и планет, гелиакических восходов светил и т. п. Целью составления ежегодных таблиц эфемерид всегда было решение практических задач. Степень достигаемого при этом совершенства обусловлена объединением усилий астрономов-теоретиков с усилиями астрономов-наблюдателей — астрометристов: астрономические наблюдения положений светил создают фундамент теоретических исследований, направленных на построение теорий движения тел Солнечной системы в общем поле тяготения Солнца и планет, изучение распределения и движения звезд в пространстве и др. В дальнейшем небесно-механические теории полагаются в основу предвычисления эфемерид, служащих для выполнения новых наблюдений, сравнение с которыми и доставляет критерий пригодности соответствующей теории.

Наиболее точными старыми эфемеридами, которые были составлены для астрономов и мореплавателей, можно считать календари, изданные в 1474 г. в Нюрнберге Иоганном Мюллером, известным под именем Региомонтана. В этих календарях были даны положения и конфигурации планет, предвычислены обстоятельства затмений Солнца и Луны, даны эфемериды значений лунных расстояний (угловых расстояний звезд от центра диска Луны) на 1475—1531 гг. Последние были использованы Колумбом в его плавании к берегам Нового Света.

Опубликованные до этих календарей в 1442 г. таблицы учителя Региомонтана — Пурбаха — под названием «*Almanach perpetuum pro omnibus planetis ad plures annos*» содержали менее точные эфемериды на 1450—1461 гг., которые послужили толчком к вычислению и изданию аналогичных материалов в Италии, Венгрии, Франции, Великобритании. Так, в 1482 г. появились эфемериды Штоффлера на 1482—1516 гг., распространенные затем вплоть до 1550 г. и переизданные несколько раз в Германии и Италии под названием «*Almanach nova plurimis annis venturis, etc.*» За эфемеридами Штоффлера последовали эфемериды де-Гранольяна под названием «*Sumario en el qual se contienen las conjonctiones y oposiciones, los eclipses del Sol et Luna, fiesta mobile desde el anno 1448*», изданные в Барселоне.

В течение последующих лет были опубликованы эфемериды многих авторов, среди которых можно назвать Анжели, Леовития, Карелли и др., а также Мэстлина — учителя великого Кеплера.

В начале XVII в. в Мадриде были опубликованы «*Ephemerides generales de los movimientos de los cielos*», составленные на 1607—1618 гг. на основе таблиц Коперника, а также знаменитых «Альфонсовых таблиц» («*Tabulae Alphonsinae*»), созданных в 1252 г. в Толедо по инициативе короля Кастилии Альфонса X. К этому же времени относится публикация в Лондоне «*Ephemeris from the Year 1609 to the Year 1617*» — первого английского эфемеридного издания.

Однако, несмотря на появление большого числа астрономических эфемерид, даже основанных на наиболее точных «Рудольфовых таблицах» Кеплера (например, Геккера «*Ephemeris Motuum Coelestium*» в 1662 г. или «*Ephémérides du mouvement du Soleil*» Палати), в это время еще не существует специальных, публикуемых систематически изданий, содержащих наиболее полные и целесообразно устроенные эфемериды.

В 1678 г. во Франции был опубликован том «*Connaissance des Temps, etc.*» на 1679 г., составленный Пикаром, который распространил эфемериды Геккера до 1680 г. Это был первый в мире астрономический ежегодник. Он включал календарь, моменты восхода и захода Солнца и Луны по Парижскому времени, положение Луны относительно звезд зодиакальных созвездий, конфигурации планет, данные о затмениях, таблицы фаз Луны и таблицы для пересчета моментов восходов и заходов Солнца на меридиане Парижа на время под другими долготами, а также ряд вспомогательных таблиц, большинство которых публикуется и сейчас. Интересно отметить, что каждое новое издание «*Connaissance des Temps*» критически встречали астрономы-наблюдатели, весьма тщательно проверявшие соответствие эфемеридных данных наблюдениям.

В 1760 г. издание «*Connaissance des Temps*» перешло в руки Лаланда; эфемериды Солнца были основаны на таблицах Лакайля, Луны — на таблицах Тобиаса Майера, больших планет — на таблицах Галлея. В дальнейшем были добавлены эфемериды затмений галилеевых спутников Юпитера, основанные на таблицах Варгентина, и эфеме-

риды лунных расстояний, заимствованные из английского «Nautical Almanac» и предназначенные для мореплавателей.

Английский астрономический ежегодник «Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris» впервые был издан в 1766 г. по инициативе Маскелайна и содержал эфемериды на 1767 г.

Дальнейшее развитие этого эфемеридного издания, которое было основным навигационным пособием для моряков ряда стран в течение многих десятилетий, очерчено в специально посвященных этому вопросу научно-исторических статьях и монографиях.

Немецкий астрономический ежегодник под названием «Berliner Astronomisches Jahrbuch» был впервые составлен под руководством Боде на 1776 г. и опубликован Берлинской академией наук в 1774 г. В дальнейшем работами по подготовке и изданию этого ежегодника руководили Ламберт, Энке, Ферстер, Титъен при участии Бернулли и Лексея.

Астрономический ежегодник США «American Ephemeris and Nautical Almanac» появился в 1849 г. Бюро U. S. Nautical Almanac Office состоит при Морской обсерватории США и является с момента своего создания центром теоретических исследований в области теории планетных движений и их практических приложений. Неоценимый вклад в развитие всей эфемеридной астрономии был внесен выдающимся астрономом Саймоном Ньюкомом, руководившим работой U. S. Nautical Almanac Office во второй половине XIX и начале XX в. Его теории гелиоцентрического движения внутренних планет Солнечной системы до сих пор составляют основу предвычисления эфемерид Меркурия — Марса в национальных ежегодниках США, Англии, СССР.

§ 1. История «Астрономического ежегодника СССР»

Необходимость создания астрономических эфемерид для мореплавания возникла в России в начале XVIII в. с основанием морского флота. Специально для моряков была предназначена «Таблица склонения солнечного на предлагающие лета», помещенная в знаменитой «Арифметике» Леонтия Магницкого, преподавателя «Навигацкой» школы.

В 1722 г. были изданы «Таблицы горизонтальные северные и южные широты восхождения Солнца», содержавшие решение некоторых навигационных задач, таблицы географических широт, таблицы склонений Солнца на 1720—1741 гг.

В 1744 г. адмирал Мордвинов издал «Каталог мореплавателям, содержащий таблицы к знанию о движениях Солнца, Луны и звезд»; в этом навигационном пособии эфемериды были даны на 4 года. «Каталог» Мордвинова был снова издан в 1762 г. и вместе с переводом «Nouveau Traité de la navigation» Буге, выполненным Кургановым и изданным в 1764 г. под названием «Бугерово новое сочинение о навигации», и составленным Кургановым «Пополнением бугеровой науки мореплавания», изданным в 1790 г., служил морякам в качестве морского астрономического ежегодника почти полвека. В 1807 г. по инициативе Гамаля Адмиралтейский департамент начал ежегодное издание «Таблиц, показывающих склонение и прямое восхождение Солнца на полдень каждых суток», дополнявших его «Теорию и практику кораблевождения».

С 1814 г. Адмиралтейский департамент начал издавать морской астрономический ежегодник под названием «Морской месяцеслов», составителем выпусков которого до 1827 г. был Шуберт, заведовавший астрономической обсерваторией Академии наук, инициатор создания морских обсерваторий в Николаеве и Кронштадте. С 1828 по 1834 г. «Морской месяцеслов» составлялся под руководством Вишневого, с 1835 по 1850 г. — под руководством адмирала Зеленого, преемником которого в издании «Морского месяцеслова» по 1855 г. был Кашинцев. В последние годы «Морской месяцеслов» содержал обширный астрономический материал и притом с высокой точностью, так что он применялся в России и при подготовке и обработке астрономо-геодезических наблюдений на суше.

С 1856 г. в употребление вошел английский «Nautical Almanac», к которому составлялись «Руководства к употреблению английского морского месяцеслова, известного под названием «Nautical Almanac»».

Идея создания отечественных эфемерид была высказана проф. П. М. Горшковым в его докладе на четвертом заседании Первого Всероссийского астрономического съезда, созванного в Петрограде в апреле 1917 г. Однако

осуществление его предложения «об издании в России Русского астрономического календаря по типу лучших зарубежных календарей» и об основании в России специального астрономического института, который «... должен заняться разработкой теоретических вопросов в области Небесной механики и Теоретической астрономии. . . , а также ведать печатанием всех этих трудов и изданием Русского астрономического календаря» задержалось до весны 1919 г. К этому времени из-за гражданской войны и блокады страны Антантой доступ в Советскую Россию зарубежных астрономических ежегодников «Nautical Almanac» и «Connaissance des Temps» прекратился. Особая «Инструкция к временному употреблению в 1919 г. для целей кораблевождения сокращенного и полного астрономических календарей «Nautical Almanac», изданных на 1918 и другие годы», разработанная В. В. Каврайским и выпущенная Гидрографическим управлением, не могла удовлетворять в течение продолжительного времени потребностям морского флота и астрономо-геодезических учреждений. Поэтому перед Государственным вычислительным институтом, созданным в 1919 г. талантливым ученым-астрономом и геофизиком — Б. В. Нумеровым, сразу же была поставлена сложная и ответственная задача по вычислению и изданию в кратчайший срок основных астрономических эфемерид на 1921 г. Первый этап этой большой работы был успешно выполнен в 1920 г.: было издано семь отдельных «Выпусков», содержавших эфемериды Солнца, Луны и планет, средние и видимые места звезд, таблицы для вычисления бесселевых (редукционных) величин, сведения о затмениях Солнца и Луны на 1921 г.

Первый том «Русского астрономического ежегодника на 1922 год» вышел в свет в декабре 1921 г. Следует отметить, что наряду с астрономическими эфемеридами «Русский астрономический ежегодник» в течение ряда лет содержал краткие публикации обзорных и оригинальных работ сотрудников Вычислительного института, и рефераты важнейших статей, появившихся в военные годы в зарубежных периодических научных изданиях, и монографий.

Астрономические ежегодники на 1922—1924 гг. были изданы Государственным вычислительным институтом без изменений формы и содержания. Начиная с «Астрономического Ежегодника на 1925 год» в соответствии с между-

народными соглашениями в качестве аргумента эфемерид было принято всемирное время, УТ.

В течение 1925—1940 гг. программа Астрономического ежегодника изменялась несущественно, главным образом за счет раздела «Звезды», расширение которого обусловливалось принятыми в СССР программами Служб времени и астрономо-геодезических работ. Отметим, что Государственный вычислительный институт активно участвовал в международной эфемеридной работе, взяв на себя в 1924 г. обязательства по вычислению эфемериды лунного кратера Mösting A для ежегодника «Berliner Astronomisches Jahrbuch», а также эфемерид малых планет для ежегодника «Kleine Planeten».

В связи с задержками, связанными с получением части эфемеридных материалов от зарубежных учреждений, а также из-за длительной подготовки к печатанию «Астрономический Ежегодник» выходил в свет лишь за несколько дней до начала календарного года его действия. Поэтому в сентябре 1937 г. Ученый совет Астрономического института принял решение об организации в Институте самостоятельных вычислений всех публикуемых в «Астрономическом Ежегоднике» эфемерид. Расширенная программа нового «Астрономического Ежегодника СССР на 1941 год», учитывавшая все замечания, высказанные на совещаниях по астрономическим эфемеридам в 1927 и в 1941 гг. была утверждена Ученым советом Института. Применение счетно-аналитических машин к астрономическим вычислениям позволило в течение 1938—1939 гг. вычислить все эфемериды для «Астрономического Ежегодника СССР на 1941 год» и выпустить его в сентябре 1940 г. Существенным вкладом в содержание этого выпуска «Ежегодника» была публикация обзорной статьи Н. И. Идельсона «Редукционные вычисления в астрономии», сохраняющей важное значение до сих пор.

«Астрономический Ежегодник СССР на 1942 год» был выпущен в свет в июне 1941 г. и составлен в основном по прежней программе, за исключением раздела «Звезды»: все положения звезд были переведены на систему фундаментального каталога FK3. В этом Ежегоднике были опубликованы статьи Н. И. Идельсона «Фундаментальные постоянные астрономии и геодезии» и М. Д. Рожнова «Интерполяционные формулы».

Созванное в начале июня 1941 г. по инициативе Института, Астрономического совета и Физико-математического отделения Академии наук СССР совещание по проблемам «Астрономического Ежегодника СССР» отметило выход в свет «Ежегодника на 1941 год» как выдающееся достижение отечественной науки и приняло рекомендации по дальнейшему усовершенствованию «Ежегодника». Эти рекомендации были учтены при подготовке «Ежегодника на 1943 год», составление и печатание которого происходило под руководством проф. И. Д. Жонголовича в тяжелейших условиях военного времени и блокады Ленинграда.

Составление выпусков «Ежегодника» на 1944—1946 гг. выполнялось по прежним программам группой сотрудников Института в эвакуации в Казани.

Использование счетно-аналитических машин позволило вычислять эфемериды сразу на несколько лет вперед и издавать «Астрономический Ежегодник СССР» за три года до начала соответствующего календарного года действия. Такое упреждение оказалось в высшей степени полезным в дальнейшем в период развития космонавтики.

В декабре 1952 г. Институт созвал третье совещание, наметившее основные направления дальнейшей работы по составлению астрономических эфемерид в соответствии с решениями Парижской конференции по астрономическим постоянным 1950 г., а также VII и VIII Генеральных ассамблей МАС. Все эти решения были воплощены в «Астрономическом Ежегоднике на 1960 год», изданном под руководством Д. К. Куликова и В. Ф. Проскурина. Начиная с этого выпуска «Ежегодника» основным аргументом фундаментальных эфемерид стало эфемеридное время ET, была возобновлена публикация эфемериды лунного кратера Mösting A. Эфемерида Луны была переведена на чисто гравитационную основу в соответствии с «Improved Lunar Ephemeris» Эккерта и др. Основой вычисления эфемерид внешних планет стали прямоугольные гелиоцентрические экваториальные координаты этих планет, полученные численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения. Вычисления нутационных поправок были проведены по новой теории Вуларда. Кроме того, выпуски «Ежегодника» были существенно дополнены включением эфемерид для астрофизических наблюдений Солнца, Луны и планет.

Начиная с выпуска «Ежегодника на 1962 год» все положения звезд были переведены в соответствии с решением Комиссии 4 МАС, принятым в августе 1961 г., на систему фундаментального каталога FK4.

Новые радикальные изменения в теоретической основе фундаментальных эфемерид «Астрономического Ежегодника СССР» произошли в связи с принятием в 1964 г. XII Генеральной ассамблеей МАС новой системы астрономических постоянных МАС. Переход на эту систему постоянных был начат с выпуска «Ежегодника» на 1968 г. С этой целью были подготовлены и выпущены специальные «Приложения к Астрономическому Ежегоднику СССР» на 1969, 1970 и 1971 гг., в которых публиковались аналитические выражения соответствующих поправок к эфемеридным величинам, а также таблицы их числовых значений.

Начиная с «Астрономического Ежегодника на 1972 год» была введена новая основа вычисления лунных эфемерид — теория Луны Хилла — Брауна, улучшенная Эккертом путем исправления нескольких ошибок в коэффициентах, перехода на Систему астрономических постоянных МАС 1964 года и уточнения разложений, описывающих возмущения от Солнца; эта теория получила, в соответствии с решением Комиссии 4, номенклатурный индекс $j = 2$.

Значительный прогресс в методике вычисления астрономических эфемерид для «Астрономического Ежегодника СССР» связан с развитием электронной быстродействующей вычислительной техники. Большие заслуги в деле внедрения новых вычислительных методов и ЭВМ в практику астрономических вычислений принадлежат Д. К. Куликову и его ученикам.

Невиданные доселе возможности современных вычислительных средств и методов позволили дополнить традиционные эфемериды «Астрономического Ежегодника СССР» новыми данными — численно согласованными на трехлетних интервалах времени прямоугольными координатами и компонентами скоростей Солнца, Луны и больших планет, необходимыми, как уже упоминалось выше, для подготовки и успешного осуществления космических экспериментов.

Практические приложения эфемеридной астрономии не ограничиваются указанными областями: развитие и реализация методов непосредственного измерения рас-

стояний до планет при помощи радиолокаторов поставили на повестку дня новые задачи, связанные с предвычислением точных эфемерид топоцентрических расстояний и с использованием результатов этих измерений для уточнения астрономо-геодезических фундаментальных постоянных и параметров теорий планетных движений. Аналогичные задачи решаются в настоящее время эфемеридной астрономией и в связи с разработкой и практическими приложениями метода лазерной светолокации Луны, метода, который основан на измерении времени запаздывания световых сигналов, посланных с Земли и отраженных специальными уголковыми (призматическими) устройствами, находящимися на «Луноходе-1» и «Луноходе-2», а также установленными на поверхности Луны экипажами космических аппаратов «Аполлон».

Очерк истории астрономических эфемерид показывает, насколько велико значение астрономических ежегодников и для науки, и для ее практических приложений. Именно астрономические ежегодники в каждый момент времени фиксируют пространственно-временную систему отсчета, лежащую в основе астрономии и всех естественных наук, соприкасающихся через ее посредство с измерениями пространства и времени.

СИСТЕМА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ

Некоторые образцом непостоянства выставляют мужчину, другие женщину; но всякий умный и наблюдательный петербуржец никогда не согласится ни с теми, ни с другими; ибо всего переменчивше петербургская атмосфера.

Козьма Прутков

Астрономические постоянные и параметры, играющие важную роль в динамике Солнечной системы и потому имеющие большое значение при решении задач эфемеридной астрономии, включают в себя элементы орбит небесных тел, их массы, постоянные, характеризующие размеры, форму, ориентацию и вращение этих тел, их внутреннее строение. К ним присоединяется такая фундаментальная физическая постоянная, как скорость света в вакууме. Особого внимания заслуживают постоянные, связанные с Землей, так как до настоящего времени почти все сведения о движениях небесных тел получены из наблюдений, выполненных с земной поверхности. Эта небольшая совокупность числовых значений избранных параметров образует систему астрономических постоянных. Естественно, что определение каждой из фундаментальных астрономических постоянных имеет свою историю, органически связанную с историей эволюции астрономии как науки в целом и отражающую ход развития и совершенствования методики выполнения и обработки астрометрических наблюдений.

При решении задач динамической астрономии по наблюдениям получают определенные параметры — числовые значения элементов орбитального гелиоцентрического движения небесных тел — играющие роль произвольных постоянных в решениях дифференциальных уравнений небесной механики; однако эти параметры характеризуют движение только рассматриваемого небесного объекта, по наблюдениям которого они определены. Астрономические постоянные в строгом смысле отличают-

ся от таких параметров универсальной применимостью и тем, что некоторые из них связаны друг с другом теоретическими соотношениями общего характера, организующими всю совокупность астрономических постоянных в согласованную систему. Правда, не все теоретические соотношения в одинаковой мере можно считать точными, адекватными физической модели изучаемого динамического явления.

В качестве примера надежных зависимостей можно привести соотношения между астрономической единицей A , выраженной в линейной мере, параллаксом Солнца π_{\odot} и постоянной аберрации κ , в которые входят также параметры, характеризующие Землю и ее орбитальное движение.

Одна из таких зависимостей имеет вид

$$\kappa \pi_{\odot} c = 206264'',806 a_e n (1 + v_2) \sec \varphi,$$

где n означает среднее сидерическое движение Земли в секунду, a_e — экваториальный радиус земного сфероида, φ — угол эксцентриситета орбиты Земли, $e = \sin \varphi$, $v_2 = + 2,36 \cdot 10^{-7}$ а. е., c — скорость света (в километрах в секунду, если A и a_e выражены в километрах).

Постоянная лунно-солнечной прецессии p_1 также связана с параметрами Земли, но это соотношение нельзя считать строгим, так как до настоящего времени нет точной теории внутреннего строения Земли. Последнее обстоятельство приводит к тому, что при решении задач астрономии и космической геодезии предпочитают представить внешнее гравитационное поле Земли в виде ряда по сферическим гармоникам, коэффициенты которого можно уверенно найти из наблюдений ИСЗ, не привлекая никакой теории внутреннего строения Земли.

Надежные теоретические соотношения задают те условия совместности, или согласованности, которым наряду с условиями точности должна удовлетворять любая система астрономических постоянных; точность определения числовых значений астрономических постоянных должна быть такой, чтобы погрешности этих значений не влияли на точность анализа наблюдений.

Таким образом, система астрономических постоянных (в которую часто включают и геодезические постоянные) в сочетании с адекватной теорией фигуры и внутреннего

строения Земли образует фундамент для изучения динамики тел Солнечной системы и для предвычисления астрономических эфемерид.

Точные эфемериды Солнца, Луны и больших планет, публикуемые в астрономических ежегодниках, используются, с одной стороны, для предвычисления моментов времени и местных обстоятельств таких явлений, как солнечные и лунные затмения, покрытия звезд, планет и радиоисточников Луною, восходы и заходы светил; в то же время они предназначены для сравнения положенных в их основу теорий движения небесных тел с наблюдениями. Анализ расхождений между теоретически предвычисленными и наблюдаемыми координатами и скоростями небесного тела (остаточных разностей в смысле $O-C$) дает возможность исправить номинальные числовые значения по крайней мере некоторых параметров, входящих в математические выражения, составляющих аналитическую теорию движения и позволяющих предвычислить координаты и скорости этого небесного тела в любые моменты времени.

Астрономические постоянные представляют собой наиболее подвижный элемент эфемеридной астрономии, непосредственно «реагирующий» на изменения в методах практической астрономии — астрометрии. Поэтому определенные этапы развития эфемеридной астрономии можно связать с принятыми в различное время системами астрономических постоянных.

§ 1. Старая система астрономических постоянных

До конца XIX в. при редукции астрономических наблюдений и выполнении теоретических исследований (например, при построении теорий планетных движений) применялись числовые значения астрономических постоянных, которые в силу различных (чаще всего субъективных) причин считались наилучшими в данном учреждении или обсерватории. Неблагоприятное влияние подобного разнообразия принятых числовых значений одних и тех же элементов орбит и астрономических постоянных на точность астрономических исследований было отмечено в свое время Ньютоном в предисловии к его знаменитой книге «The Elements of the Four Inner Planets».

Это влияние со всей очевидностью проявляется при анализе старых наблюдений положений небесных тел из-за тех изменений, которые время от времени претерпевали принятые числовые значения постоянных прецессии, нутации и аберрации. Отсутствие сотрудничества эфемеридных учреждений различных государств на общей основе привело к различию эфемерид, так как при вычислениях на один и тот же год для одной и той же астрономической постоянной принимались различные числовые значения; в настоящее время нередко трудно установить, какое значение было принято в действительности.

Обработка старых материалов показала, в частности, что не было единой системы значений планетных масс. Так, в теориях движения Солнца, Меркурия и Марса, построенных Леверрье, при вычислениях использовались различные значения массы Венеры (см. главу V).

Ошибки в эфемеридах делали их с течением времени мало пригодными в практическом отношении; поэтому время от времени предпринимались попытки улучшения эфемерид путем введения поправок, не всегда обоснованных теоретически. Например, в эфемериду Луны в Бюро Н. М. Nautical Almanac Office в течение 1767—1900 гг. изменения вводились 16 раз.

Первая серьезная попытка ликвидации такого хаотического положения и систематизации астрономических постоянных была предпринята Гаркнессом в 1891 г. Однако построение общей системы астрономических постоянных и ее строгое исследование было выполнено Ньюкомом в его книге, упомянутой ранее.

Создание системы астрономических постоянных было задумано Ньюкомом в 1877 г.: во введении к первому тому основанных им «Astronomical Papers» он указал на важность выбора в качестве основы эфемеридных работ единой системы элементов планетных орбит и астрономических постоянных, независимо от того, на какой промежуток времени простираются эфемериды. Плодом двадцатилетнего труда Ньюкома и его сотрудников явился вывод системы уточненных элементов орбит больших планет и значений фундаментальных астрономических постоянных. Основанные на них теории планетных движений, используемые, как мы уже видели, и поныне, опубликованы в первых восьми томах «Astronomical Papers». Однако наиболее

важное значение для астрономических постоянных имела и имеет до сих пор книга Ньюкома «The Elements of... Planets», изданная в 1895 г. в виде отдельного приложения к американскому ежегоднику на 1897 г. Выполнив глубокий анализ и обработку колоссального материала, охватывающего более 60 000 меридианных наблюдений Солнца, Меркурия, Венеры и Марса со времен Бадлея, т. е. за 140 лет, Ньюком вывел числовые значения параллакса Солнца, постоянной аберрации, массы Луны, параллакса Луны, коэффициента параллактического неравенства в движении Луны, лунного неравенства в движении Земли, постоянной нутации, механического сжатия Земли, наклона эклиптики, постоянных лунно-солнечной прецессии и прецессии от планет, а также значения масс планет и вековых изменений средних элементов их орбит.

Значение этой титанической работы трудно переоценить, если иметь в виду, что Ньюком располагал в то время весьма примитивными вычислительными средствами. Только гений математика и вычислителя позволил Ньюкому свести к минимуму огромный объем вычислительной работы, связанной с редукциями наблюдений, с составлением и решением системы из 9000 условных уравнений с 20 неизвестными, путем введения искусственных приемов, без которых для завершения всей работы потребовалось бы более ста лет.

Результаты Ньюкома были представлены на Парижской конференции по фундаментальным звездам, состоявшейся в мае 1896 г., на которой собрались директора главных эфемеридных учреждений мира и некоторые астрономы, заинтересованные в обсуждавшихся проблемах. Конференция рекомендовала принять во всех эфемеридах единые значения астрономических постоянных. В частности, участники конференции 1896 г. (в том числе и Ньюком) решили принять значения постоянных нутации, аберрации и параллакса Солнца, близкие к выведенным Ньюкомом: $N = 9",21$, $\kappa = 20",47$, $\pi_{\odot} = 8",80$, тогда как Ньюком получил $N = 9",214$, $\kappa = 20",501$, $\pi_{\odot} = 8",790$. По-видимому, сам Ньюком придавал большее значение преимуществам унификации и стандартизации основ эфемеридных вычислений, чем введению частных численных значений постоянных, выведенных им самим. На конфе-

ренции 1896 г. было принято постановление о введении в практику единого каталога фундаментальных звезд, т. е., каталога положений избранных ярких звезд, равномерно распределенных по всему небу, которые должны служить всем обсерваториям при определении времени и в качестве опорной системы отсчета при определении положений более слабых звезд.

Следующий шаг к введению единых основ эфемеридной астрономии был сделан в октябре 1911 г. на Международном конгрессе по астрономическим эфемеридам, состоявшемся также в Париже.

На этом Конгрессе рассматривались вопросы, связанные с составлением национальных астрономических ежегодников. В частности, особое внимание было уделено выбору таблиц движения и астрономических постоянных для составления эфемерид Солнца, Луны и больших планет, подбору звезд, для которых в ежегодниках даются видимые места, обзору источников — каталогов — средних мест, величин и собственных движений звезд. Было решено ввести среднее гринвичское время в качестве аргумента всех астрономических эфемерид и давать видимые места для звезд из фундаментальных каталогов Ауверса, Ньюкома и Л. Босса с дополнениями из списков О. А. Баклунда и Хофа. Всего было избрано 3064 звезды, и работы по вычислению видимых мест были распределены между эфемеридными учреждениями различных государств. Система астрономических постоянных, принятая в 1896 г., осталась без изменений. К ней было добавлено и рекомендовано для применения при вычислениях затмений, покрытий и геоцентрических параллаксов значение сжатия Земли $\alpha = 1/297$, выведенное в 1909 г. Хэйфордом.

Таким образом, решения двух Парижских конференций ввели в астрономические исследования единую систему фундаментальных астрономических постоянных (известную также как общепринятая система) и положили начало сотрудничеству в международном масштабе в деле создания астрономических эфемерид. Эта система приводится ниже.

Экваториальный радиус Земли $a_e = 6378388$ м.

Сжатие Земли $\alpha = 1/297$.

Полярный радиус Земли $b = a_e(1 - \alpha) = 6356912$ м.

Ускорение нормальной силы тяжести

$$g = 978,049 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi) \text{ см/с}^2.$$

Параллакс Солнца $\pi_{\odot} = 8'',80$.

Постоянная нутации, 1900,0, $N = 9'',21$.

Постоянная аберрации $\kappa = 20'',47$.

Общая прецессия в долготе за тропическое столетие
 $p = 5025'',64 + 2'',22 T$.

Прецессия по прямому восхождению за тропическое столетие
 $m = 4608'',50 + 2'',79 T$.

Прецессия по склонению за тропическое столетие
 $n = 2004'',68 - 0'',85 T$.

Скорость вращения эклиптики за тропическое столетие
 $\pi = 47'',11 - 0'',07 T$.

Долгота оси вращения эклиптики $\Pi = 173^\circ 57' 03'',6 + 3286'',2 T$.

Наклон эклиптики к экватору

$$\epsilon = 23'' 27' 08'',26 - 46'',845 T - 0'',0059 T^2 + 0'',00181 T^3.$$

Экваториальный горизонтальный параллакс Луны на расстоянии 60,2665 экваториальных радиусов Земли
 $\pi_{\zeta} = 57' 02'',70$.

Скорость света $c = 299860 \text{ км/с} = 186324 \text{ уст. миль/с}$.

Световая астрономическая единица

$$\tau_A = 498^s,850 \text{ (из параллакса Солнца)}$$

$$\tau_A = 498^s,35 \text{ (из постоянной аберрации)}.$$

Гауссова постоянная тяготения

$$k = 0,017 202 098 950 000 = 3548'',1876 069 651.$$

Отношение масс Земли и Луны

$$\mu^{-1} = 81,45 \text{ (для лунного неравенства)}$$

$$\mu^{-1} = 81,53 \text{ (в брауновой теории Луны)}.$$

Отношение масс Солнца и системы Земля + Луна

$$\frac{S}{E + M} = 329390.$$

Здесь T означает время в столетиях, по 36524,22 суток, отсчитываемое от эпохи 1900,0.

Высокое качество работы Ньюкома позволило сохранить общепринятую систему астрономических постоянных (1896—1911 гг.) без всяких изменений до 1964 г. Однако недостаточная согласованность общепринятой системы и неточность числовых значений некоторых фундаментальных постоянных неоднократно в течение 1940—1960 гг. побуждали астрономов к пересмотру этой системы. Так, не соблюдалось соответствие между принятыми

значениями π_{\odot} , κ и $S/(E + M)$, основная несогласованность проявилась в несоответствии значений продолжительности тропического и звездного годов, принятых в «Tables of the Sun» Ньюкома, значению общей прецессии в долготе. (Продолжительность тропического года соответствует $p = 5024''{,}82$ в эпоху 1900,0; заметим, что этим и объясняется расхождение между дробной частью тропического года $\tau = 0{,}3134$, дающей момент начала бесселева года 1900,0 по Ньюкому, и фактическим ее значением 0,31354.) Значение постоянной нутации $N = 9''{,}2139$ соответствует этой величине p и $\mu^{-1} = 81{,}53$ по Хинксу.

Примеры внутренней несогласованности системы астрономических постоянных 1896 г. были рассмотрены в ряде работ де Ситтера, который предпринял попытку построения совершенной системы астрономических постоянных. Исследования де Ситтера были завершены Брауэром.

В качестве основных астрономических постоянных де Ситтер выбрал параллакс Солнца, массу Луны, скорость света, динамическое сжатие Земли, средний радиус Земли, ускорение силы тяжести на средней географической широте и две постоянные (κ и λ_1), определяющие модель внутреннего строения Земли. Все остальные астрономические постоянные системы де Ситтера были выведены на основании теоретических соотношений. Таким образом, была построена согласованная (в рамках принятых теоретических предпосылок) система, содержащая 40 астрономических постоянных с их вековыми изменениями. Важнейшее отличие системы астрономических постоянных де Ситтера—Брауэра от системы Ньюкома состояло в том, что вместе с ней были приведены дифференциальные соотношения между основными и производными астрономическими постоянными; это позволяло легко учесть в случае необходимости влияние измененного числового значения одной астрономической постоянной на значения других постоянных, связанных с ней.

И все же система де Ситтера—Брауэра не удовлетворяла критериям идеальной системы астрономических постоянных, требующим строгого выполнения теоретических соотношений и согласованности в пределах ошибок измерений принятого числового значения каждой астрономической постоянной с ее значением, полученным из

наблюдений. Дело в том, что в системе де Ситтера — Брауэра Земля моделировалась жидким телом вращения с полуосями a , b , находящимся в состоянии гидростатического равновесия и характеризуемым постоянными μ и λ_1 . Такая фигура равновесия не является эллипсоидом вращения; ее внешняя поверхность проходит ниже поверхности эллипсоида вращения с теми же полуосями на 3 м. Значение постоянной нутации было выведено теоретически при известных a и g_{101} значениях постоянной прецессии и массы Луны. Однако значение постоянной нутации, полученное таким путем, существенно отличается от хорошо согласующихся между собою значений, определенных по наблюдениям. Поэтому исходное в теории де Ситтера предположение о гидростатическом равновесии Земли следует признать несостоятельным. Это обстоятельство вместе с другими недостатками (например, неучет переменности угловой скорости суточного вращения Земли) помешало введению системы де Ситтера — Брауэра вместо системы Ньюкома.

В 1948 г. Клеменс, пересмотрев систему де Ситтера — Брауэра, предложил новую систему астрономических постоянных и дал исчерпывающие рекомендации по ее введению в практику астрономических работ. Клеменс впервые рассмотрел вопросы, связанные с введением равномерного ньютонова времени, впоследствии названного эфемеридным временем (см. стр. 233). В частности, он предложил поправки и уточнения к «Tables of the Moon» Брауна, направленные на согласование эфемериды Луны со шкалой эфемеридного времени.

Между тем сохранение единой системы астрономических постоянных без изменений и ее применение во всех астрономических учреждениях мира как при обработке и анализе наблюдений, так и в теоретических исследованиях, несмотря на все отмеченные недостатки, оказалось весьма благоприятным для работ, связанных с анализом больших рядов наблюдений. Поэтому Конференция по проблеме астрономических постоянных, созванная в Париже в 1950 г., в своих решениях рекомендовала воздержаться от введения каких-либо изменений в систему астрономических постоянных Ньюкома: несмотря на известную несогласованность этой системы и отличие принятых числовых значений некоторых постоянных от най-

более вероятных, все еще не было достаточных оснований для ее пересмотра, так как точность наблюдений не требовала существенного повышения точности вычисления астрономических эфемерид.

В резолюциях, принятых Парижской конференцией 1950 г., содержатся, кроме того, рекомендации привести эфемериды Луны в соответствие с эфемеридой Солнца путем исключения из теории лунного движения Брауна большого эмпирического члена и введения соответствующей поправки в среднюю долготу Луны ($\Delta C = -8",72 - 26",75T - 11",22T^2 - 10",71 \sin(240^\circ,7 + 140^\circ,0T)$), а также вычислять эфемериды пяти внешних планет на основе результатов численного интегрирования дифференциальных уравнений движения этих планет (см. стр. 348). Конференция рекомендовала ввести новую единицу измерения времени — эфемеридную секунду (см. стр. 234); соответствующая система измерения времени, в которой выражен аргумент ньюкомовых теорий планетных движений, и получила название эфемеридного времени.

§ 2. Система астрономических постоянных МАС (1964 г.)

Не прошло и десяти лет после Парижской конференции 1950 г., как со всей очевидностью стало необходимым создание новой системы астрономических постоянных, удовлетворяющей всем тем требованиям, которые возникли в связи с прогрессом в области измерения астрономо-геодезических параметров Земли и масштаба Солнечной системы, а также в астродинамике.

Таким образом, основные аргументы в пользу пересмотра системы астрономических постоянных Ньюкома сводились к следующему. В течение почти 70 лет, прошедших со времени ее введения в астрономическую практику, были развиты и с успехом применены принципиально новые методы астрономических наблюдений, существенно повысившие точность измерений. По радиолокационным наблюдениям Меркурия и Венеры (а впоследствии и Марса) и при помощи траекторных измерений космических зондов были определены с весьма высокой точностью числовые значения некоторых астрономических постоянных. Например, анализ ускорений, выполненных в JPL на

основе радиолокационных измерений скоростей космического аппарата «Маринер-2», дал возможность определить массу Венеры ($m_{\odot}^{-1} = 408538 \pm 4$). Поэтому возникла необходимость предвычисления эфемерид как для классических астрономических исследований, так и для решения задач теоретической и практической астродинамики с точностью, соответствующей высокой точности измерений. При этом требования, предъявляемые классической теоретической астрономией и астродинамикой, качественно различны. Для успешного решения задач астродинамики необходимо знать с максимальной точностью значения определенных постоянных и взаимные положения рассматриваемых тел Солнечной системы на тот интервал времени, в течение которого осуществляется полет искусственного небесного объекта (космический эксперимент). Для астрономических же исследований необходима система строго согласованных значений фундаментальных постоянных, пригодная для вычисления эфемерид и редукции наблюдений в течение многих десятилетий. Таким образом, решение астрономических задач требует определения с максимальной точностью значений постоянных и, по возможности, их вековых изменений. В то же время, для астродинамики необходимы значения постоянных и эфемериды, согласующиеся с новейшими наблюдениями. В отношении постоянных это означает их непрерывное уточнение, а в отношении эфемерид — даже включение эмпирических членов в соответствующие динамические теории — «запрещенный» прием с астрономической точки зрения.

Ошибочные значения некоторых астрономических постоянных (например, постоянной аберрации κ) вызывают ошибки в редукциях наблюдений, которые, вообще говоря, не устранимы, так как для их исключения понадобилось бы полное перевычисление всех редукций с новыми значениями постоянных, что, очевидно, связано с огромными практическими трудностями.

Указанные выше причины и настоятельные рекомендации со стороны организаций, координирующих в международном масштабе исследования космического пространства (COSPAR и др.), вынудили Исполком Международного астрономического союза созвать новую конференцию по астрономическим постоянным.

По приглашению проф. А. Данжона, директора Парижской обсерватории, эта конференция была созвана в мае 1963 г. в Париже как Симпозиум № 21 МАС.

В Резолюциях Парижской конференции 1963 г. указывается, что несогласованность и несоответствие системы астрономических постоянных Ньюкома новейшим определениям требуют создания новой системы постоянных и введения ее во все национальные и международные астрономические эфемериды.

Новая уточненная система постоянных была определена совокупностью независимых, основных, астрономических постоянных и точными теоретическими соотношениями между ними и производными постоянными. Таким образом была достигнута внутренняя непротиворечивость всей системы постоянных в целом. Резолюции Симпозиума № 21 рекомендовали временно воздержаться от изменения значений постоянной общей прецессии по долготе и постоянной нутации, а также значений планетных масс (за возможным исключением массы системы Земля + Луна).

Для подготовки проекта новой системы астрономических постоянных была назначена рабочая группа Комиссии 4, в задачи которой входило указание числовых значений астрономических постоянных, рекомендуемых резолюцией в качестве основных: астрономической единицы A в метрах, скорости света c в метрах в секунду, экваториального радиуса земного сфероида a_e , динамического коэффициента фигуры Земли J_2 (коэффициента второй зональной гармоники в разложении внешнего гравитационного потенциала Земли), геоцентрической гравитационной постоянной GE , массы Луны в единицах массы Земли μ , среднего сидерического движения Луны n_{ζ}^* , наклона эклиптики к экватору ϵ .

Построение системы астрономических постоянных связано с решением двух самостоятельных проблем: проблемы установления соотношений между постоянными и проблемы определения числовых значений каждой постоянной. При этом принятые значения постоянных должны точно согласоваться с определениями всех непосредственно наблюдаемых постоянных в пределах соотношений совместности. Разности между принятыми и наблюдаемыми значениями должны быть настолько малыми, чтобы

при уточнении эфемерид можно было ограничиться введением поправок первого порядка малости. При установлении соотношений между астрономическими постоянными следует различать абсолютные, основные (фундаментальные в собственном смысле этого слова) и производные постоянные. Значения абсолютных (определяющих) постоянных устанавливаются раз навсегда (например, гауссова постоянная тяготения k , число эфемеридных секунд s в тропическом году эпохи 1900,0).

Следуя принципам построения системы постоянных, разработанным Уилкинзом, Рабочая группа и приняла постоянные k и s в качестве абсолютных. Таким образом, были определены астрономическая единица времени — эфемеридные сутки, равные 86 400 эфемеридным секундам, и астрономическая единица длины A . Определяющим уравнением служит выражение третьего закона Кеплера

$$n^2 a^3 = k^2 (1 + m).$$

Таким образом, $a = A = 1$ а.е. есть радиус круговой гелиоцентрической орбиты, по которой тело нулевой массы обращается с сидерическим периодом, равным $2\pi/k$ эфемеридных суток, при неизменности числовых значений определяющих постоянных. За единицу массы была принята масса Солнца S .

Определение секунды должно было привести эфемеридное время в приближенное соответствие среднему солнечному времени на интервале 1820—1910 гг.

Выбор астрономической единицы A в качестве основной постоянной вместо параллакса Солнца π_{\odot} обусловлен тем, что применение радиолокационных методов к измерению расстояний между Землей и другими небесными телами дает непосредственно эти расстояния в световых секундах (времена запаздывания τ). Так как расстояния между планетами известны с точностью до 6—7 значащих цифр, то простыми вычислениями их можно выразить для практических приложений в метрах или световых секундах.

К основным астрономическим постоянным отнесена совокупность взаимно независимых параметров. При этом числовые значения некоторых основных постоянных были сохранены без изменений: Рабочая группа приняла старые значения планетных масс, постоянной общей прецессии

по долготе, постоянной нутации и наклона эклиптики, определяющих в основном движение и взаимное положение плоскостей эклиптики и экватора (несмотря на ошибочность числового значения постоянной прецессии p , определенного Ньюкомом, и на поправки к постоянной нутации N и к наклону эклиптики ε , найденные в результате новейших определений¹⁾). Такое решение было продиктовано тем, что введение новых значений этих постоянных вместе с изменением значений планетных масс потребовало бы большого труда по перевычислению всех эфемерид, каталогов положений и собственных движений звезд, многочисленных вспомогательных таблиц (например, «Planetary Coordinates» Комри), который вряд ли был бы оправдан сравнительно небольшим выигрышем в точности эфемерид, особенно ввиду близкой перспективы получения в будущем еще более точных значений.

Необходимо отметить, что ошибка принятого значения постоянной прецессии в конечном счете не влияет на эфемериды звезд, так как погрешность, допускаемая при переходе от равноденствия некоторой эпохи к равноденствию другой эпохи при помощи ньюкомова значения прецессии, компенсируется соответствующей ошибкой в собственных движениях фундаментальных звезд, определенных с тем же ньюкомовым значением постоянной прецессии.

С аналогичным, хотя и менее благоприятным положением мы встречаемся в случае постоянной нутации, для которой современные определения дают значение примерно на $0'',01$ меньше ньюкомова со средней ошибкой в несколько единиц третьего десятичного знака. Из-за отсутствия достаточно надежной теории внутреннего строения Земли в то время нельзя было уверенно вывести значения постоянных прецессии и нутации, так что единственным решением состояло в сохранении прежних значений.

В качестве основных постоянных, характеризующих фигуру и гравитационное поле Земли, выбраны экваториальный радиус a_e земного сфероида, динамический коэффициент формы J_2 и геоцентрическая гравитационная

¹⁾ Морган и Оорт показали, что значение постоянной прецессии на $0'',0075$ больше принятого Ньюкомом; Клеменс из анализа движений перигелиев орбит Меркурия и Земли определил $\Delta p = +0'',0088 \pm 0'',0015$.

постоянная GE , играющая в геоцентрическом движении ту же роль, что и гауссова постоянная тяготения k в гелиоцентрическом движении. Принятое числовое значение GE было выведено на основе анализа движений ИСЗ.

Величина астрономической единицы A в метрах была получена округлением средних значений, определенных радиотехническими методами.

Отношение μ масс Луны и Земли определено по радионаблюдениям космических зондов. Анализ месячных вариаций радиолокационных измерений радиальной скорости космического аппарата «Маринер-2» позволил определить движение Земли относительно барицентра системы Земля + Луна и получить для μ значение $1/(81,30155 \pm \pm 0,0014)$.

Рабочая группа представила XII Генеральной ассамблее МАС (Гамбург, 1964 г.) новую систему астрономических постоянных, которая и была принята для введения в национальные и международные эфемериды, начиная с выпусков на 1968 г. Использование Системы астрономических постоянных МАС (1964 г.) было осуществлено тремя путями:

1. Непосредственным перевычислением эфемерид на основе новых значений соответствующих постоянных.

2. Табуляцией числовых значений дифференциальных поправок к опубликованным эфемеридным величинам, вычисленным со старыми значениями астрономических постоянных.

3. Указанием аналитических выражений для вычисления соответствующих поправок.

Система астрономических постоянных МАС (1964 г.).

О п р е д е л я ю щ и е п о с т о я н н ы е.

1. Число эфемеридных секунд в одном тропическом году (1900) $s = 31556925,9747$.

2. Гауссова гравитационная постоянная, определяющая астрономическую единицу A , $k = 0,01720209895$.

О с н о в н ы е п о с т о я н н ы е.

3. Мера (длина) 1 а.е. в метрах $A = 149600 \cdot 10^6$.

4. Скорость света в метрах в секунду $c = 299792,5 \cdot 10^3$.

5. Экваториальный радиус Земли в метрах $a_e = = 6378160$.

6. Динамический коэффициент формы Земли $J_2 = 10827 \cdot 10^{-7}$.

7. Геоцентрическая гравитационная постоянная (единицы $\text{м}^3\text{с}^{-2}$) $GE = 398603 \cdot 10^9$.

8. Отношение масс Земли и Луны $\mu^{-1} = 81,30$.

9. Сидерическое среднее движение Луны в радианах в секунду (1900) $n_{\zeta}^* = 2,661699489 \cdot 10^{-6}$.

10. Общая прецессия в долготе за тропическое столетие (1900) $p = 5025'',64$.

11. Наклон эклиптики к экватору (1900) $\varepsilon = 23^{\circ}27'08'',26$.

12. Постоянная нутации (1900) $N = 9'',210$.

Вспомогательные постоянные и коэффициенты.

Постоянная $k/86400$ (при выборе за единицу измерения времени 1 с) $k' = 1,990983675 \cdot 10^{-7}$.

Число секунд дуги в одном радиане $\rho'' = 206264'',806$.

Коэффициент в формуле постоянной абберации $F_1 = 1,000142$.

Коэффициент в формуле среднего расстояния Луны $F_2 = 0,999093142$.

Коэффициент в формуле параллактического неравенства $F_3 = 49853'',2$.

Производные постоянные.

13. Параллакс Солнца

$$\arcsin(a_e/A) = \pi_{\odot} = 8'',79405 \quad (8'',794).$$

14. Световой промежуток для единичного расстояния (световое уравнение)

$$A/c = \tau_A = 499^{\text{s}},012 = 1^{\text{s}},00200396.$$

15. Постоянная абберации

$$F_1 k' \tau_A = \kappa = 20'',4958 \quad (20'',496).$$

16. Сжатие Земли $\alpha = 0,0033529 = 1/298,25$.

17. Гелиоцентрическая гравитационная постоянная (единицы $\text{м}^3\text{с}^{-2}$) $A^3 k'^2 = GS = 132718 \cdot 10^{15}$.

18. Отношение масс Солнца и Земли

$$(GS)/(GE) = S/E = 332958.$$

19. Отношение масс Солнца и системы Земля + Луна

$$S/E (1 + \mu) = 328912.$$

20. Возмущенное среднее расстояние Луны в метрах
 $F_2 [GE (1 + \mu)/n_{\zeta}^{*2}]^{1/3} = a_{\zeta} = 384400 \cdot 10^3.$

21. Постоянная синуса параллакса Луны

$$a_e/a_{\zeta} = \sin \pi_{\zeta} = 3422",451.$$

22. Постоянная лунного неравенства в движении Земли

$$\frac{\mu}{1 + \mu} \cdot \frac{a_{\zeta}}{A} = L = 6",43987 (6",440)$$

23. Постоянная параллактического неравенства

$$F_3 \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{a_{\zeta}}{A} = P_{\zeta} = 124",986$$

24. Система планетных масс (обратные значения)

Меркурий	6 000 000	Юпитер	1047,355
Венера	408 000	Сатурн	3501,6
Земля+Луна	329 390	Уран	22 869
Марс	3 093 500	Нептун	19 314
		Плутон	360 000

Значение s числа эфемеридных секунд в одном тропическом году эпохи 1900,0 соответствует определению эфемеридной секунды, принятому Международным комитетом мер и весов (Procès-Verbaux des Séances, 2^{me} série, 25, 77, 1957) (см. также стр. 234).

Формула коэффициента F_1 имеет вид

$$F_1 = \frac{n_{\odot}}{k'} \frac{a_{\odot}}{\sqrt{1 - e^2}},$$

где n_{\odot} — среднее сидерическое движение Солнца в радианах в секунду, a_{\odot} — возмущенное среднее геоцентрическое расстояние Солнца в астрономических единицах.

Комментарии к Системе астрономических постоянных МАС (1964 г.) содержатся в работах В. К. Абалакина, К. А. Куликова и др.

§ 3. Система астрономических постоянных МАС (1976 г.)

Даже во время работ по созданию новой системы астрономических постоянных, принятой XII Генеральной ассамблеей МАС в 1964 г., было ясно, что не за горами тот

день, когда на повестку снова будет поставлен вопрос о построении уточненной системы постоянных, учитывающей все достижения современной наблюдательной и теоретической астрономии. В эту систему астрономических постоянных должны быть включены числовые значения постоянных и параметров, удовлетворяющие современным результатам определений, полученных при исследованиях Луны и планет с помощью космических аппаратов. Кроме того, необходимо было устранить ряд несогласованностей, сохранившихся в Системе астрономических постоянных МАС (1964). Например, значения планетных масс не были согласованы с новым значением массы системы Земля + Луна $\frac{S}{E+M}$. Значение постоянной прецессии, несмотря

на установленную его ошибочность в $+1''$ в столетие, также было сохранено в САП МАС (1964). Вопрос о построении новой системы был рассмотрен на Коллоквиуме № 9 МАС (сентябрь 1970 г., Гейдельберг), причем особое внимание обращалось на числовые значения постоянной прецессии и масс планет. На этом Коллоквиуме были созданы рабочие группы по постоянной прецессии (председатель Фрикке), по планетным эфемеридам (председатель Данком), по единицам и шкалам времени (председатель Уилкинз). Результаты работы всех трех групп обсуждались на XV Генеральной ассамблее МАС (Сидней, август 1973 г.), на совещаниях в Вашингтоне (октябрь 1974 г.), Херстмонсо (октябрь 1975 г.), Вашингтоне (июнь 1976 г.) и были опубликованы в «Объединенном отчете рабочих групп Комиссии 4 МАС по прецессии, эфемеридам планет, единицам и шкалам времени». Этот отчет и был обсужден на объединенном заседании Комиссий 4, 8, 31 во время XVI Генеральной ассамблеи МАС 1976 г. В нескольких докладах были изложены следующие вопросы:

- 1) введение новой системы астрономических постоянных,
- 2) определение точных числовых значений постоянных,
- 3) выбор новой стандартной эпохи,
- 4) методика вычисления видимых мест звезд,
- 5) учет нутации,
- 6) новые шкалы времени.

Следует отметить, что одновременно с этими вопросами на заседаниях соответствующих комиссий МАС решались и другие, имеющие важное значение для эфемеридной

астрономии (например, комиссия № 16 рассматривала эфемериды для физических наблюдений Марса, комиссия 17 — фигуру и вращение Луны и т. д.).

Ниже приводятся резолюции XVI Генеральной ассамблеи МАС, имеющие непосредственное отношение к эфемеридной астрономии.

РЕЗОЛЮЦИЯ 1, предложенная комиссиями МАС 4, 8 и 31.

Международный астрономический союз одобряет рекомендации, данные в Объединенном отчете Рабочих групп Комиссии 4 по:

системе астрономических постоянных МАС (1976),
новой стандартной эпохе и равноденствию,
фундаментальной системе отсчета,

процедурам вычисления видимых мест и редукции наблюдений,

шкалам времени для динамических теорий и эфемерид,
и по другим величинам, используемым для составления эфемерид,

и рекомендует использовать их при составлении фундаментального каталога FK5 и национальных и международных эфемерид, начиная с выпусков на 1984 г. и во всех других, связанных с этими проблемами астрономических работах.

Таким образом, Система астрономических постоянных МАС (1976) имеет следующий вид:

Единицы измерения. Единицы метр (м), килограмм (кг) и секунда (с) являются единицами длины (расстояния), массы и времени в Международной системе единиц (SI, СИ). Астрономическая единица времени равна интервалу времени в одни сутки (D), содержащие 86 400 секунд. Интервал в 36 525 суток равен одному юлианскому столетию. Астрономическая единица массы равна массе Солнца, Астрономическая единица длины равна той длине (A), для которой гауссова гравитационная постоянная (k) принимает значение 0,01 720 209 895, если единицами измерения являются астрономические единицы длины, массы и времени. Размерность величины k^2 совпадает с размерностью Кавендишевой постоянной гравитации (G), т. е. равна $L^3M^{-1}T^{-2}$. Длину A называют также единичным расстоянием.

О п р е д е л я ю щ а я п о с т о я н н а я .

1. Гауссова гравитационная постоянная

$$k = 0,01720209895.$$

О с н о в н ы е п о с т о я н н ы е .

2. Скорость света $c = 299792458 \text{ мс}^{-1}$.

3. Световое время для единичного расстояния
 $\tau_A = 499,004782 \text{ с}$.

4. Экваториальный радиус Земли $a_e = 6378140 \text{ м}$.

5. Динамический коэффициент формы Земли
 $J_2 = 0,00108263$.

6. Геоцентрическая гравитационная постоянная

$$GE = 3,986005 \cdot 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}.$$

7. Постоянная гравитации (Кавендиша)

$$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}.$$

8. Отношение массы Луны к массе Земли

$$\mu = 0,01230002 (1/81,30068).$$

9. Общая прецессия в долготе в юлианское столетие в стандартную эпоху J 2000,0 $p = 5029",0966$.

10. Наклон эклиптики к экватору в стандартную эпоху J 2000,0 $\epsilon = 23^\circ 26' 21",448$.

11. Постоянная нутации в стандартную эпоху J 2000,0
 $N = 9",2109$.

П р о и з в о д н ы е п о с т о я н н ы е .

12. Единичное расстояние $\tau_A = A = 1,49597870 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

13. Солнечный параллакс $\arcsin(a_e/A) = \pi_\odot = 8",794148$.

14. Постоянная аберрации для стандартной эпохи J 2000,0 $\kappa = 20",49552$.

15. Коэффициент сжатия Земли $\alpha = 0,00335281 = 1/298,257$.

16. Гелиоцентрическая гравитационная постоянная

$$A^3 k^2 / D^2 = GS = 1,32712438 \cdot 10^{20} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}.$$

17. Отношение массы Солнца к массе Земли

$$(GS)/(GE) = S/E = 332946,0.$$

18. Отношение массы Солнца к массе системы Земля + Луна

$$S/E (1 + \mu) = 328900,5.$$

19. Масса Солнца $(GS)/G = S = 1,9891 \cdot 10^{30}$ кг.

Система планетных масс.

20. Отношения массы Солнца к массам планет

Меркурий	6 023 600	Юпитер	1047,355
Венера	408 523,5	Сатурн	3498,5
Земля+Луна	328 900,5	Уран	22 869
Марс	3 098 710	Нептун	19 314
		Плутон	3 000 000.

Это — точное содержание Резолюции 1.

РЕЗОЛЮЦИЯ 2 (новая стандартная эпоха и равноденствие) гласит:

«Рекомендуется

(а) новой стандартной эпохой (обозначаемой J 2000,0) считать дату 2000, январь 1,5, совпадающую с юлианской датой JD 2451545,0; новое стандартное равноденствие соответствует этому моменту;

(б) единицей времени, используемой в фундаментальных формулах учета прецессии, считать юлианское столетие в 36525 суток;

(с) чтобы эпохи (моменты) начала года отличались от стандартной эпохи на кратные юлианского года, равного 365,25 суток.»

РЕЗОЛЮЦИЯ 3 (фундаментальная система отсчета).

«Рекомендуется, чтобы

(а) фундаментальная система отсчета, определяемая положениями (координатами) звезд и столетними изменениями этих координат в фундаментальном каталоге FK5, соответствовала как можно точнее динамической системе отсчета;

(б) поправка к нуль-пункту системы прямых восхождений каталога FK4 (поправка равноденствия) была выведена из соответствующих современных наблюдений, а поправка к движению равноденствия каталога FK4 была определена по тем же данным наблюдений, что и новые прецессионные величины;

(с) выражение гринвичского среднего звездного времени в 0^h UT было исправлено теми же поправкой и движением равноденствия, которые приняты для FK5, чтобы избежать разрыва в системе UT.»

РЕЗОЛЮЦИЯ 4 (процедуры для вычисления видимых мест и редукиции наблюдений).

«Рекомендуется

(а) вычислять звездную аберрацию на основе полной скорости Земли, отнесенной к барицентру Солнечной системы. Средние места звезд не должны содержать членов эллиптической аберрации (*E*-членов);

(б) вычислять нутацию для положения полюса, названного Вулардом «эйлеров полюс вращения»;

(с) вычислять редукиции на видимое место строго и непосредственно, без посредства среднего места звезды на начало года, во всех случаях, когда требуется высокая степень точности.»

РЕЗОЛЮЦИЯ 5 (шкалы времени для динамических теорий и эфемерид).

«Рекомендуется

(а) считать значение нуль-пункта новой шкалы времени для видимых геоцентрических эфемерид равным точно 1977, январь 1,0003725 в момент 1977, январь 1^d00^h00^m00^s IAT;

(б) единицей этой шкалы времени считать сутки в 86400 секунд системы SI на среднем уровне моря;

(с) принять для уравнений движения, отнесенных к барицентру Солнечной системы, такие шкалы времени, чтобы между этими шкалами времени и шкалой времени, принятой для видимых геоцентрических эфемерид, существовали лишь периодические вариации;

(д) не вводить временных скачков в систему Международного атомного времени IAT.»

РЕЗОЛЮЦИЯ 6 (другие величины, используемые для составления эфемерид).

— «Рекомендуется принять следующие числовые значения:

1. Массы малых планет (в единицах массы Солнца)

- | | |
|-------------|------------------------|
| (1) Церера | $5,9 \cdot 10^{-10}$, |
| (2) Паллада | $1,1 \cdot 10^{-10}$, |
| (3) Веста | $1,2 \cdot 10^{-10}$. |

2. Массы спутников (в единицах массы центральной планеты)

Юпитер	Ио	$4,70 \cdot 10^{-5}$,
	Европа	$2,56 \cdot 10^{-5}$,
	Ганимед	$7,84 \cdot 10^{-5}$,
	Каллисто	$5,6 \cdot 10^{-5}$,
Сатурн	Титан	$2,41 \cdot 10^{-4}$,
Нептун	Тритон	$2 \cdot 10^{-3}$.

3. Экваториальные радиусы в км

Меркурий	2 439	Сатурн	60 000
Венера	6 052	Уран	25 400
Земля	6 378,140	Нептун	24 300
Марс	3 397,2	Плутон	2 500
Юпитер	71 398		
	Луна 1 738	Солнце	696 000

4. Поля тяготения планет

	J_2	J_3	J_4
Земля	$+0,00108263$	$-0,254 \cdot 10^{-5}$	$-0,161 \cdot 10^{-5}$
Марс	$+0,001964$	$+0,000036$	
Юпитер	$+0,01475$		
Сатурн	$+0,01645$		$-0,00058$
Уран	$+0,012$		$0,0010$
Нептун	$+0,004$		
	C_{22}	S_{22}	S_{31}
Марс	$-0,000055$	$+0,000031$	$+0,000026$

5. Поле тяготения Луны

$$\gamma = (B - A)/C = 0,0002278$$

$$\beta = (C - A)/B = 0,0006313$$

$$C/MR_{\odot}^2 = 0,392$$

$$I = 5552^{\prime\prime},7 = 1^{\circ}32'32^{\prime\prime},7$$

$$C_{20} = -0,0002027, \quad C_{22} = +0,0000223$$

$$C_{30} = -0,000006 \quad S_{32} = +0,0000017$$

$$C_{31} = +0,000029 \quad C_{33} = +0,0000018$$

$$S_{31} = +0,000004 \quad S_{33} = -0,000001.»$$

$$C_{32} = +0,0000048$$

Комментарий к резолюции 1.

Как правило, постоянные этой пересмотренной системы выражены в единицах системы SI, чтобы обеспечить согласованность при применении в смежных областях науки. Однако в астрономии необходимо использовать астрономическую систему единиц длины, массы, времени. Астрономическая единица времени (сутки) была вновь определена через секунду системы SI, которая в свою очередь определена равной эфемеридной секунде в пределах опти-

бок измерений на практике. Секунда системы SI отнесена к среднему уровню моря.

1. Гауссова гравитационная постоянная служит для определения астрономической единицы длины, когда уже определены соответствующие астрономические единицы времени и массы. Значение k было принято МАС в 1938 г. Округленное значение величины $k/86400$ равно $1,990983675 \cdot 10^{-7}$.

2. Значение скорости света рекомендовано XV Генеральной конференцией по проблемам мер и весов в 1975 г. Оно не должно изменяться, даже если метр будет перепреопределен через другую длину волны, отличающуюся от используемой в настоящее время.

3. Значение светового времени для единичного расстояния (1 астрономической единицы длины) основано на радиолокационных измерениях планетных расстояний. Оно численно равно числу световых секунд в 1 астрономической единице длины. Его обратное значение, равное 0,00200398881, дает скорость света в астрономических единицах длины в секунду.

17—20. Значения обратных величин масс планет включают массы атмосфер и спутников. Для Меркурия, Венеры и Марса приняты значения, близкие к результатам наиболее точных определений, полученных с помощью космических аппаратов. Значение массы Земли E выведено из принятых величин A , GE и μ . В случае Юпитера, Урана и Нептуна современные определения масс не говорят в пользу использования Ньюкомовых значений. Масса Сатурна получена как среднее из наиболее надежных определений. Масса Плутона определена на основе анализа возмущений в движении Нептуна. Масса Солнца в килограммах дана для указания соотношения между астрономической единицей массы и единицей массы в системе SI; она известна с низкой степенью точности, соответствующей точности постоянной тяготения G в единицах SI. Соответствующие значения масс планет (в кг) следующие:

Меркурий	$3,3022 \cdot 10^{23}$	Юпитер	$1,8992 \cdot 10^{27}$
Венера	$4,8690 \cdot 10^{24}$	Сатурн	$5,6856 \cdot 10^{26}$
Земля	$5,9742 \cdot 10^{24}$	Уран	$8,6978 \cdot 10^{25}$
Марс	$6,4191 \cdot 10^{23}$	Нептун	$1,0299 \cdot 10^{26}$
Луна	$7,3483 \cdot 10^{22}$	Плутон	$7 \cdot 10^{23}$

Истинные значения основных постоянных заключены в следующих пределах:

c	$299792456,8 \div 299792459,2,$
τ_A	$499,004776 \div 499,004788,$
a_e	$6378135 \div 6378145,$
J_2	$0,00108262 \div 0,00108264,$
GE	$(3,986002 \div 3,986008) \cdot 10^{14},$
G	$(6,668 \div 6,676) \cdot 10^{-11},$
μ	$0,01230006 \div 0,01229997,$
p	$5028",95 \div 5029",25,$
ε	$23^\circ 26' + (21",35 \div 21",55),$
N	$9",200 \div 9",211.$

Соответствующие пределы производных постоянных:

A	$(1,49597868 \div 1,49597872) \cdot 10^{11},$
π_\odot	$8",794141 \div 8",794155,$
κ	$20",495518 \div 20",495520,$
α	$0,00335279 \div 0,00335283,$
GS	$(1,32712433 \div 1,32712443) \cdot 10^{20},$
S/E	$332945,7 \div 332946,3,$
S	$(1,9879 \div 1,9903) \cdot 10^{30}.$

Пределы обратных значений планетных масс следующие:

Меркурий	$60\ 20000 \div 6\ 027\ 000$	Юпитер	$1047,330 \div 1047,380$
Венера	$408\ 521 \div 408\ 526$	Сатурн	$3497 \div 3500$
Земля+Луна	$328\ 900,0 \div 3\ 28901,0$	Уран	$22650 \div 23100$
Марс	$3098600 \div 3098760$	Нептун	$19300 \div 19450$
		Плутон	$2000000 \div 15000000$

Комментарий к резолюции 2.

1. Новая стандартная эпоха перенесена на одно юлианское столетие после фундаментальной эпохи ньюкомовых планетных теорий: 1900, янв. 0,5 и выражена в системе динамического времени вместо всемирного времени UT. Конкретно для точных планетных и лунной теории эта система выражена через шкалу времени, определенную дифференциальными уравнениями движения относительно барицентра Солнечной системы.

2. В новой системе юлианская эпоха, соответствующая юлианской дате JD, задана соотношением

$$J\ 2000,0 + (JD - 2451545,0)/365,25.$$

При необходимости вычислить соответствующую бесселеву эпоху можно воспользоваться соотношением

$$B 1900,0 + (JD - 2415020,31352)/365,242198781.$$

Здесь бесселев год фиксируется продолжительностью тропического года 365,242198781 в эпоху B 1900,0 (JD 2415020,31352). Буквами J и B обозначены юлианская и бесселева эпохи; их можно опустить, если контекст или требования точности делают их излишними.

Следует отметить, что во время работы XVI Генеральной ассамблеи МАС на заседаниях комиссий 4 и 31 пункт (d) Резолюции 5 получил новую формулировку.

«(d) В момент 0^h00^m00^s IAT 1 января 1977 г. согласовать длительность единицы временной шкалы IAT с длительностью секунды в Международной системе единиц SI, приняв во внимание их нынешнее рассогласование на $1 \cdot 10^{-12}$ с. В дальнейшем никаких изменений в систему IAT не вносить.»

Эта формулировка отражает требование совпадения масштаб — интервала временной шкалы IAT с секундой в системе SI, содержащееся в инструкциях 1970 г. Консультативного комитета по определению секунды (CCDS) и в его рекомендациях 1974 г. Поэтому XVI Генеральной ассамблеей МАС была принята резолюция 2 Комиссий 4 и 31 МАС.

«Международный астрономический союз в августе 1976 г., принимая во внимание различие между масштабным интервалом шкалы времени IAT и секундой SI на уровне моря, принял следующую резолюцию:

(Комиссии 4 и 31 МАС)

Учитывая, что

(a) МАС принял для динамики Солнечной системы новую временную шкалу, основанную на секунде как единице измерения времени в Международной системе единиц SI,

(b) эта новая временная шкала тесно связана с системой Международного атомного времени (IAT) и что необходима высокая степень равномерности и точности шкалы IAT,

(c) сравнением с усовершенствованными первичными эталонами частоты установлено, что современная продолжительность масштабного (единичного) интервала шкалы IAT отличается от секунды на уровне моря на $(10 \pm 2) \cdot 10^{-13}$ с,

рекомендуют провести в момент $0^h00^m0^s$ IAT 1 января 1977 г. единственное согласование скачком в $+10 \cdot 10^{-13}$ с, чтобы привести продолжительность масштабного интервала шкалы IAT в близкое согласие с секундой SI на уровне моря и чтобы в дальнейшем была сохранена равномерность и точность шкалы IAT».

Таким образом, в соответствии с этой резолюцией в эпоху 1977, январь 1,0 IAT (т. е. в эпоху 1976, декабрь 31, $23^h59^m45^s$ UTC) длительность единичного интервала шкалы IAT была увеличена на $10 \cdot 10^{-13}$ с и, как следствие этого, на столько же увеличилась длительность единичного интервала шкалы ТС в эту же эпоху; частоты радиосигналов времени, передаваемых в системе UTC, уменьшены на относительную величину, равную $10 \cdot 10^{-13}$.

Численные выражения прецессионных величин

В соответствии с новыми значениями астрономических постоянных, принятыми в Системе астрономических постоянных МАС (1976 г.), Лиске, Ледерле и Морандо перевычислили коэффициенты и дополнили разложения известных прецессионных параметров Ньюкома — Андуайе $\zeta_0, z, \theta; \psi_1, \chi, \varepsilon'$; (II), $\psi, (\pi)$ в системах подвижного экватора, неподвижной эклиптики и подвижного экватора, подвижной эклиптики (см. стр. 69—80).

Ниже приведены новые, более точные разложения.

1. Система подвижного экватора

$$\zeta_0 = (2306'',2181 + 1'',39656 T - 0'',000139 T^2) \tau + \\ + (0'',30188 - 0'',000345 T) \tau^2 + 0'',017998 \tau^3,$$

$$z = (2306'',2181 + 1'',39656 T - 0'',000139 T^2) \tau + \\ + (1'',09468 + 0'',000066 T) \tau^2 + 0'',018203 \tau^3,$$

$$\theta = (2004'',3109 - 0'',85330 T - 0'',000217 T^2) \tau + \\ + (-0'',42665 - 0'',000217 T) \tau^2 - 0'',041833 \tau^3.$$

2. Система неподвижной эклиптики и подвижного экватора

$$\psi_1 = (5038'',7784 + 0'',49263 T - 0'',000124 T^2) \tau + \\ + (-1'',07259 - 0'',001106 T) \tau^2 - 0'',001147 \tau^3,$$

$$\chi = (10'',5526 - 1'',88623 T + 0'',000096 T^2) \tau + \\ + (-2'',38064 - 0'',000833 T) \tau^2 - 0'',001125 \tau^3,$$

$$\varepsilon' = \bar{\varepsilon} + (0'',05127 - 0'',009186 T) \tau^2 - 0'',007726 \tau^3,$$

$$\bar{\varepsilon} = 23^\circ 26' 21'',448 - 46'',8150 T - 0'',0059 T^2 + 0'',001813 T^3.$$

3. Система подвижной эклиптики

$$\begin{aligned}
 (\Pi) &= 174^{\circ}52'34'',982 + 3289'',4789T + 0'',60622T^2 + \\
 &+ (-869'',8089 - 0'',50491T) \tau + 0'',03536\tau^2, \\
 \psi &= (5029'',0966 + 2'',22226T - 0'',000042T^2)\tau + \\
 &+ (1'',11113 - 0'',000042T) \tau^2 - 0'',000006 \tau^3, \\
 (\pi) &= 47'',0029 - 0'',06603T + 0'',000598T^2) \tau + \\
 &+ (-0'',03302 + 0'',000598T) \tau^2 + 0'',000060 \tau^3.
 \end{aligned}$$

Если фундаментальная эпоха E_0 есть

$$J\ 2000,0 \text{ (JD } 2451545,0),$$

произвольная фиксированная эпоха есть E_F и эпоха даты E_D , то

$$T = [\text{JD}(E_F) - \text{JD}(E_0)]/36525,$$

$$\tau = [\text{JD}(E_D) - \text{JD}(E_F)]/36525.$$

**СИСТЕМЫ КООРДИНАТ. ТЕОРИЯ
АСТРОНОМИЧЕСКИХ РЕДУКЦИЙ**

Отыщи всему начало, и ты многое поймешь.

Козьма Прутков

Изучение окружающего нас мира всегда основывается на определенных моделях. В случае звездной Вселенной человечество с давних пор делает более или менее успешные попытки построить модель, обладающую наблюдаемыми геометрическими и кинематическими свойствами: таким образом, этот процесс охватывает накопление данных наблюдений (причем различными методами), согласование различных по способу получения результатов и целесообразное их представление. Эти результаты являются источниками сведений о размерах и форме небесных тел, их взаимном расположении и движении в пространстве.

Главным фундаментом для построения такой геометрической и кинематической модели являются астрометрические измерения в сочетании с данными динамической астрономии (небесной механики) и звездной астрономии. Однако любые характеристики такого рода имеют смысл только в определенной системе координат ¹⁾, относительно

¹⁾ При решении тонких вопросов, связанных с физическими проблемами «пространства — времени», необходимо точно проводить различие между понятиями «система отсчета» и «система координат», потому что ковариантность уравнений относительно преобразования координат часто интерпретируется как эквивалентность различных систем отсчета. Подробный анализ выполнен акад. В. А. Фоком в его работе «Система Коперника и теория тяготения Эйнштейна». Общей относительности в природе не существует: термин «общая относительность» в названии эйнштейновой теории тяготения имеет не физический, а формально-математический смысл «общей ковариантности». Физическая сущность теории Эйнштейна заключается в установлении и точной математической формулировке связи между гравитационным полем и геометрической структурой пространства и времени, идей Римана о зависимости геометрии пространства от происходящих в нем физических процессов.

которой производятся измерения или совершается изучаемое движение небесного тела.

Абсолютная система координат в эпоху Ньютона при выводе основных законов механики связывалась с системой «неподвижных» звезд и считалась неподвижной в пространстве. Однако дальнейшее совершенствование методики астрономических наблюдений показало, что неподвижных звезд нет. Поэтому возник вопрос о необходимости установления системы отсчета, относительно которой можно было бы изучать все наблюдаемые движения небесных тел: и по орбитам, и вокруг их осей вращения. Такая система отсчета должна быть инерциальной, т. е. обладать только прямолинейным равномерным движением без угловых ускорений.

Первым шагом на пути создания такой системы является построение фундаментальной системы координат, реализуемой в виде списка положений некоторых звезд для фиксированной эпохи и изменений этих положений со временем — фундаментального звездного каталога. Определение абсолютного вращения фундаментальной системы дало бы возможность перейти к инерциальной системе отсчета (ИСО), причем с точностью, зависящей от точности определения каталожных данных и параметров вращения.

Реализация ИСО может быть проведена тремя способами, в зависимости от выбора небесных объектов в качестве реперов: внегалактических туманностей, звезд или тел Солнечной системы. Эти группы небесных объектов с известной степенью приближения можно считать консервативными системами, центры масс которых движутся равномерно и прямолинейно. В зависимости от условий, налагаемых на каждую группу, возможны следующие подходы к решению проблемы установления ИСО: геометрический, кинематический и динамический.

Геометрический подход исходит из неизменности направлений на внегалактические туманности, собственные движения которых менее $0'',0001$ в год.

Кинематический подход предполагает равенство нулю всех движений в сумме. Такая ИСО, построенная на наблюдениях звезд, зависит от избранной совокупности звезд.

Динамический подход связан с использованием тел Солнечной системы, для которых на основе наблюдений по-

строены аналитические теории движения. Благодаря развитию радиотехнических методов прямого измерения геоцентрических расстояний до планет этот подход, по-видимому, наиболее перспективен.

Задача установления ИСО сводится, вообще говоря, к решению задачи об определении прецессионных движений, в которых участвуют точка весны и плоскость небесного экватора. При определении прецессии основную роль играет точный анализ смещения восходящих узлов орбит планет (на эклиптике). Это смещение аналогично движению перигелиев и зависит от принимаемых значений масс планет. Для надежного определения положения перигелия орбиты предпочтительны планеты с достаточно большими эксцентриситетами орбит; орбиты с большими наклонами к эклиптике дают возможность более точно определить движение восходящего узла. Наряду с этим успех может быть достигнут рассмотрением быстро движущихся больших и малых планет, для которых построены точные гравитационные теории движения.

Наиболее подходящими в этом отношении планетами являются Меркурий, Венера и Земля, а также четыре первых астероида. Динамический метод установления ИСО был применен в работах Брауэра (Меркурий, Земля) и Клеменса (Меркурий, Венера, Земля).

В основу фундаментальных систем отсчета в эфемеридной астрономии почти всегда положены плоскости небесного экватора и эклиптики; первая из этих плоскостей параллельна плоскости экватора Земли, а вторая — плоскости гелиоцентрической орбиты Земли. Строго говоря, плоскостью гелиоцентрической эклиптики является плоскость, проведенная через центр Солнца и обладающая вековой и только вековой составляющей движения мгновенной плоскости орбиты центра масс системы Земля — Луна. Соответствующие координаты называются экваториальными и эклиптическими. Они могут быть выражены либо угловыми величинами, измеряемыми по координатным кругам на небесной сфере, и расстоянием от начала системы координат — радиусом-вектором, либо проекциями этого радиуса-вектора на прямоугольные оси соответствующей координатной системы. Одна из угловых координат в этих системах обычно отсчитывается по основному кругу (экватору или эклиптике) от одной из

точек пересечения линии узлов плоскостей экватора и эклиптики с небесной сферой, называемой точкой весеннего равноденствия Υ , т. е. от восходящего узла эклиптики на небесном экваторе; в этой точке Солнце при своем годовом видимом движении по эклиптике переходит из южной небесной полусферы в северную. Другая сферическая координата отсчитывается по соответствующему

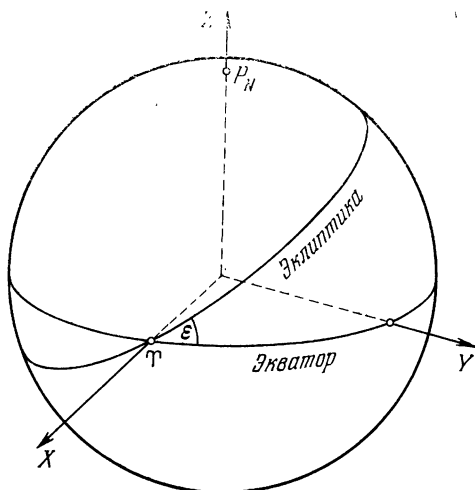


Рис. 1. Положение плоскостей эклиптики и геоэкватора. Система прямоугольных экваториальных координат.

второму кругу, проходящему через небесный объект и полюс первого основного круга (в случае экватора — полюс мира или полюс эклиптики). Соответствующие системы прямоугольных координат выбирают всегда правыми: положительная ось X всегда направлена в точку весеннего равноденствия Υ , ось Y — к востоку от нее на 90° , ось Z — в полюс основного круга (рис. 1).

Наряду с указанными системами координат могут применяться системы с другими основными кругами и точками отсчета, например, селенографическая система (см. стр. 416); поэтому в некоторых случаях окажутся необходимыми формулы преобразований (формулы перехода) от одной системы координат к другой, приводимые ниже.

В зависимости от выбора начала системы координат различают следующие виды координат;

- 1) топоцентрические: начало системы координат выбрано в точке наблюдения,
- 2) геоцентрические: — в центре Земли,
- 3) гелиоцентрические: — в центре Солнца,
- 4) селеноцентрические: — в центре Луны,
- 5) планетоцентрические (часто с конкретным названием планеты): — в центре планеты,
- 6) барицентрические: — в центре масс системы небесных тел, например, Солнечной системы.

Кроме того, систему координат, как уже было указано выше, могут характеризовать основные плоскости и точки отсчета:

- 1) плоскости местного горизонта и меридиана определяют местную горизонтальную систему: азимут и высоту,
- 2) экватор и местный меридиан — первую экваториальную систему: склонение и местный часовой угол,
- 3) экватор и точка весеннего равноденствия — вторую экваториальную систему: склонение и прямое восхождение,
- 4) эклиптика и точка весеннего равноденствия — эклиптическую систему: небесную (эклиптическую) долготу и широту,
- 5) плоскость орбиты и восходящий узел на экваторе или на эклиптике — орбитальную систему: долготу в орбите и широту.

При вычислении специальных эфемерид, например, для решения астродинамических задач, могут быть также использованы другие виды координатных систем (см. «Справочное руководство по небесной механике и астродинамике», изд. 2-е, М.: Наука, 1976.)

В эфемеридной астрономии, занимающейся главным образом разработкой основ вычисления астрономических эфемерид для ежегодников, под барицентрической системой координат понимают чаще всего систему с началом в центре масс Солнца и четырех внутренних планет — Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Иногда говорят о рассмотрении движения небесного объекта в барицентрической системе координат, относя на самом деле движение этого объекта к Солнцу, масса которого просто увеличена на сумму масс внутренних планет.

Конечно, все основные плоскости и точки отсчета вследствие многих причин пребывают в постоянном движении; причинами перемещения относительно «неподвижных» звезд плоскостей экватора и эклиптики и точки весеннего равноденствия являются прецессия и нутация, механизм и влияние которых рассматриваются подробно в курсах небесной механики и сферической астрономии. Поэтому в дальнейшем даны формулы, позволяющие привести положение небесного объекта, отнесенное к различным положениям одной и той же координатной системы (или различных систем координат), к единому определенному положению этой системы.

Переход от геоцентрического места объекта к его топоцентрическому месту и наоборот зависит от фигуры Земли; эта зависимость учитывается поправками за суточный параллакс. Введение поправок за годичный параллакс учитывает разницу в геоцентрическом и гелиоцентрическом положении звезды на небесной сфере.

Астрономические эфемериды содержат большей частью видимые координаты небесных объектов — Солнца, Луны, больших планет Солнечной системы и звезд. Видимые места получаются из геометрических положений прибавлением поправок за аберрацию, и, в некоторых случаях, за рефракцию. Однако из-за зависимости рефракции по существу от условий места наблюдения поправка за рефракцию всегда учитывается в астрономо-геодезических наблюдениях, а не в эфемеридных вычислениях. Поэтому в геоцентрических видимых местах поправки за рефракцию вообще нет; эти координаты определяют направление, в котором наблюдатель видел бы небесный объект из центра Земли при отсутствии атмосферы.

Рефракцию необходимо учитывать при предвычислении для определенных точек (или зон) наблюдения таких явлений, как восходы и заходы светил, затмения, покрытия и прохождения.

Для некоторых небесных объектов астрономические ежегодники дают так называемые астрометрические положения, отнесенные к системе координат стандартной эпохи (например, в Астрономическом Ежегоднике СССР даются астрометрические координаты Плутона на эпоху 1950,0). В астрометрических координатах присутствует лишь часть поправки за аберрацию, вводимая для непо-

средственного сравнения эфемериды с фотографическими наблюдениями, которые в силу способа их получения отнесены к той же системе отсчета, что и каталог положений опорных звезд.

При рассмотрении соотношений между сферическими и прямоугольными координатами в различных системах

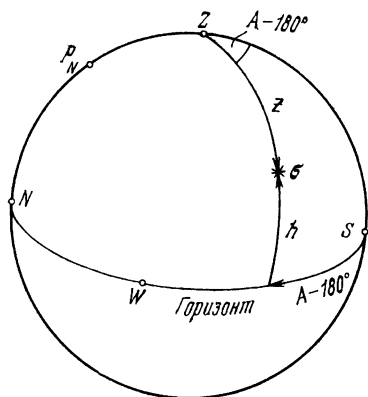


Рис. 2. Горизонтальная система координат $A, z (h)$.

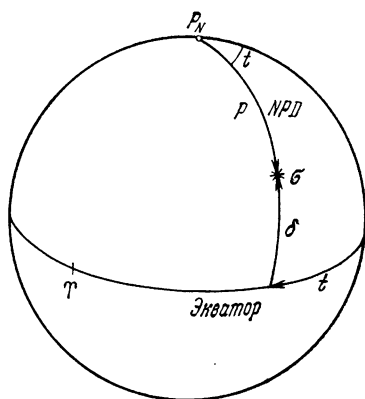


Рис. 3. Первая система экваториальных координат $t, δ (p)$.

отсчета необходимо иметь в виду, что они справедливы только для значений координат, однородных в смысле произведенных редукиций.

В эфемеридной астрономии наиболее часто применяются следующие геоцентрические сферические системы координат:

1) азимут A , отсчитываемый от точки севера N к востоку E в плоскости горизонта от 0° до 360° , высота h , отсчитываемая по вертикалу (кругу высот) от горизонта в пределах от 0° до $\pm 90^\circ$, или зенитное расстояние z , связанное с высотой соотношением (рис. 2).

$$z + h = 90^\circ; \quad (1)$$

2) часовой угол t , измеряемый к западу W от местного астрономического меридиана в плоскости экватора от 0^h до 24^h ($0^\circ \div 360^\circ$), и склонение δ , измеряемое по кругу склонений от экватора в пределах от 0° до $\pm 90^\circ$; вместо склонения δ иногда применяется полярное расстояние p ,

связанное с δ соотношением

$$p + \delta = 90^\circ; \quad (2)$$

в старой астрономической литературе можно встретить обозначение NPD, представляющее сокращение слов «North Polar Distance» (северное полярное расстояние) (рис. 3).

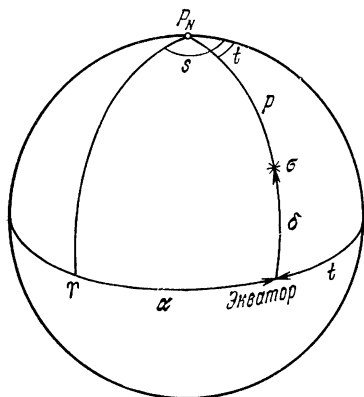


Рис. 4. Вторая система экваториальных координат α , δ (p).

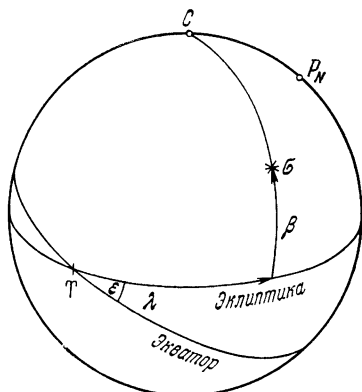


Рис. 5. Система эклиптических координат λ , β .

3) прямое восхождение α , отсчитываемое от точки весеннего равноденствия Υ по дуге экватора от 0^h до 24^h к востоку, и склонение δ (или полярное расстояние p) (рис. 4).

4) эклиптическая долгота λ , отсчитываемая от точки весеннего равноденствия Υ по эклиптике от 0 до 360° к востоку, и эклиптическая широта β , измеряемая от эклиптики по кругу широт от 0° до $\pm 90^\circ$ (рис. 5).

Здесь всюду в случае двойного знака \pm положительными значениями δ и β считаются соответствующие положению небесного объекта к северу от экватора или эклиптики.

§ 1. Преобразования координат

Рассмотрим прямоугольную систему координат $OXYZ$, начало O которой совпадает с центром небесной сферы, ось X направлена в точку пересечения основного

круга соответствующей системы сферических координат со вторым кругом (в экваториальной системе координат, например, с кругом склонений, проведенным через точку весеннего равноденствия Υ), ось Z — в полюс основного круга, ось Y перпендикулярна к обоим этим осям

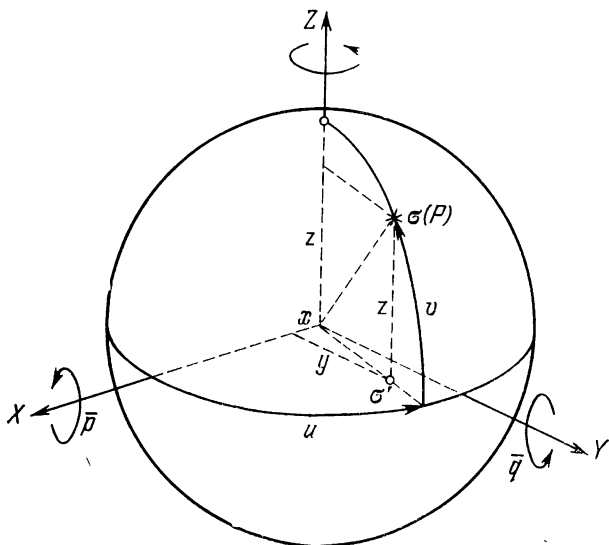


Рис. 6. Связь прямоугольных координат (x, y, z) и сферических координат u, v ; $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ — матрицы-операторы вращений относительно осей X, Y, Z .

и лежит от оси X на 90° в направлении, противоположном движению часовой стрелки, дополняя, таким образом, систему координат до правой в случае экваториальной и эклиптической систем и до левой в случае горизонтальной системы (рис. 6).

Если обозначить угловые сферические координаты некоторой точки P небесной сферы единичного радиуса через u и v , то прямоугольные координаты (x, y, z) этой точки определяются формулами (см. рис. 6):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{u,v} = \begin{bmatrix} \cos u \cos v \\ \sin u \cos v \\ \sin v \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Если ввести в рассмотрение ортогональные 3×3 -матрицы $\bar{p}(\alpha)$, $\bar{q}(\alpha)$, $\bar{r}(\alpha)$ поворота на угол α относительно-

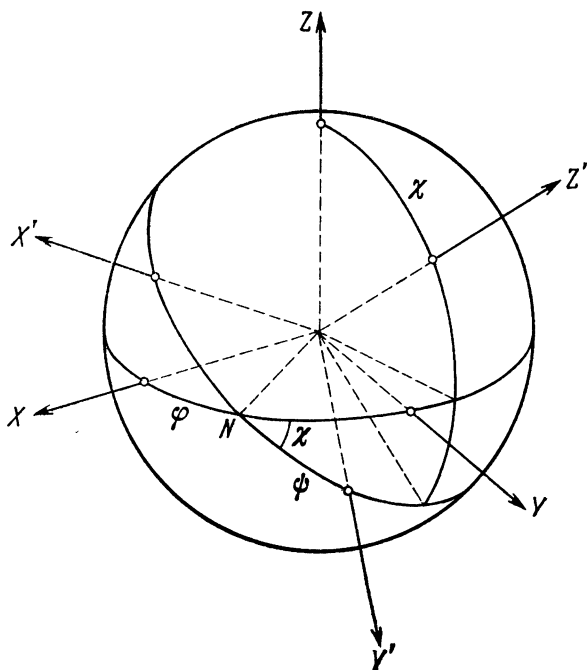


Рис. 7. Преобразование системы координат X, Y, Z в систему X', Y', Z' : $(x', y', z')_{u',v'}^T = \bar{r}(\psi) \bar{q}(-\chi) \bar{r}(270^\circ + \varphi) (x, y, z)_{u,v}^T$.

но координатных осей X, Y, Z соответственно, определенных формулами

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}(\alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \\ \bar{q}(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}, \\ \bar{r}(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

то преобразование сферических координат u, v в сферические координаты u', v' этой же точки P , определенные в системе координат X', Y', Z' , положение которой относительно X, Y, Z задано, например, углами Эйлера φ, ψ, χ , можно выполнить, применяя матрицы \bar{q}, \bar{r} , вычисленные для значений $\alpha \in \{\varphi, \psi, \chi\}$, к векторам $(x, y, z)_{u,v}$ или $(x', y', z')_{u',v'}$ (рис. 7).

*Преобразование эклиптических координат
в экваториальные координаты*

Если заданы эклиптические координаты (λ, β) небесного объекта P , то его экваториальные координаты (α, δ) получаются с помощью формулы

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}, \quad (5)$$

где ε означает наклон эклиптики к экватору. Обратное преобразование имеет вид

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \bar{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}. \quad (6)$$

Геоцентрические долготы и широты применяются в настоящее время только для Солнца и Луны.

*Преобразование горизонтальных координат
в экваториальные координаты в первой системе*

Это преобразование горизонтальных координат (A, h) объекта P в экваториальные координаты (t, δ) осуществляется поворотом горизонтальной системы отсчета на угол $\psi = 180^\circ$ относительно оси Z и на $\psi = -(90^\circ - \varphi)$ относительно оси Y , где φ — астрономическая широта места наблюдения, т. е. выполняется по формуле (рис. 8 и 9):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{t, \delta} = \bar{q}(\varphi - 90^\circ) \bar{r}(180^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, h}. \quad (7)$$

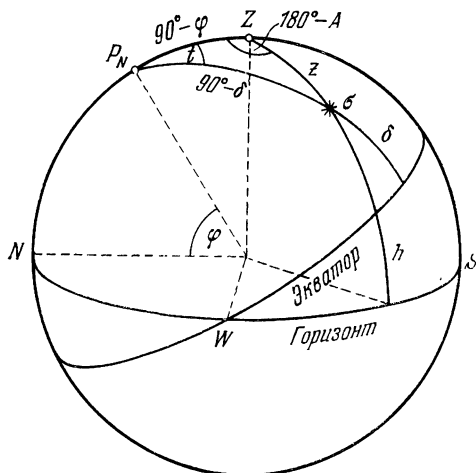


Рис. 8. Переход от горизонтальных сферических координат (A, h) к экваториальным (t, δ) .

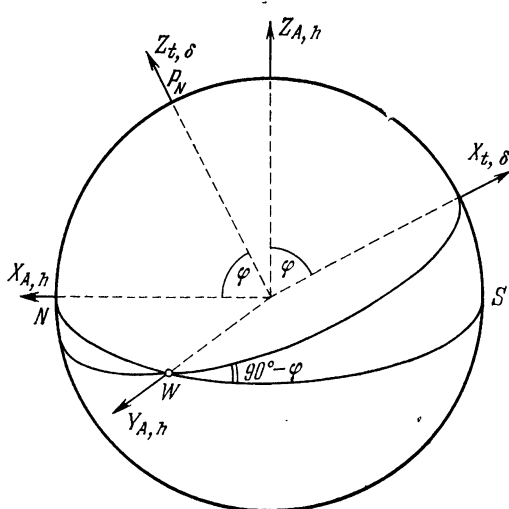


Рис. 9. Переход от горизонтальных сферических координат (A, h) к экваториальным (t, δ) .

Для обратного перехода от (t, δ) к (A, h) достаточно воспользоваться соотношением

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, h} = \bar{r}(-180^\circ) \bar{q}(90^\circ - \varphi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{t, \delta}. \quad (8)$$

Напомним, что здесь азимут A отсчитывается от точки севера N к востоку E от 0° до 360° .

Связь между первой и второй экваториальными системами координат

Так как прямое восхождение α небесного объекта и его местный часовой угол t определяют местное звездное время s , а именно

$$\alpha + t = s, \quad (9)$$

то переход от координат (t, δ) к координатам (α, δ)

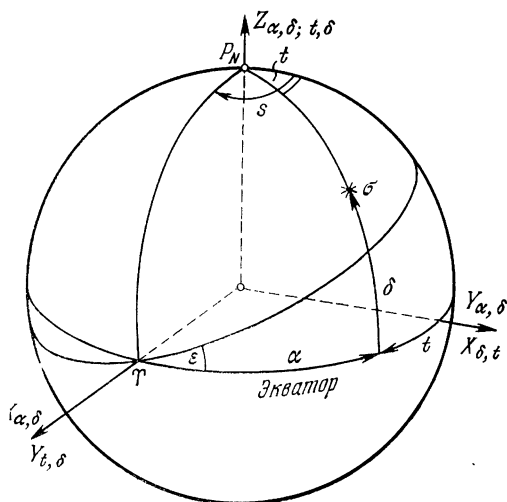


Рис. 10. Связь между первой и второй экваториальными системами координат (α, δ) и (t, δ) .

требует применения формулы (рис. 10)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \bar{r}(-s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{t, \delta}. \quad (10)$$

Для обратного перехода от (α, δ) к (t, δ) можно воспользоваться формулой

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{t, \delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{r}(s) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}. \quad (11)$$

Примечание. Переход от преобразованных прямоугольных координат $(x, y, z)_{u, v}$ к преобразованным сферическим координатам (u, v) осуществляется с помощью соотношений

$$\left. \begin{aligned} v &= \arcsin z = \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ &0^\circ \leq |v| \leq 90^\circ, \\ u &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad 0^\circ \leq u \leq 360^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

причем соответствующие квадранты определяются знаками x, y, z .

Преобразование экваториальных координат в галактические

В соответствии с решением X Генеральной ассамблеи МАС (Москва, 1958 г.) старая галактическая система отсчета была заменена новой системой. В новой системе галактических координат экваториальные координаты северного галактического полюса имеют прежние значения, однако, начало отсчета галактических долгот, совпадающее в старой системе с восходящим узлом галактики на экваторе небесном, определено теперь точкой пересечения галактического экватора (плоскости Галактики) с галактическим меридианом (или кругом галактических широт), плоскость которого составляет с плоскостью круга склонений, проходящего через северный полюс Галактики, угол, равный 123° ; таким образом, галактическая долгота нуля-пункта старой системы долгот равна 33° (рис. 11).

Итак, положение северного полюса Галактики в эпоху 1950,0 определено экваториальными координатами

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 12^{\text{h}}49^{\text{m}} \\ \delta_0 &= +27^\circ, 4 \end{aligned} \right\} 1950, 0;$$

угол θ при галактическом полюсе Γ между кругом склонений и кругом галактических широт и определяет нуль-пункт системы долгот и направление на центр Галактики

$$\theta = 123^\circ.$$

Если положение небесного объекта σ определяется экваториальными координатами α, δ и галактическими ко-

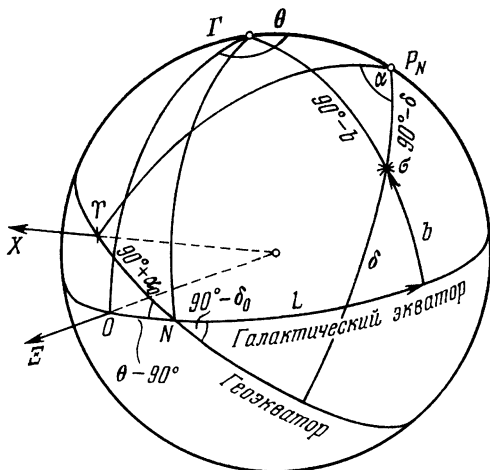


Рис. 11. Преобразование экваториальных координат в галактические координаты.

ординатами l, b , то, вводя в рассмотрение соответствующие векторы $(x, y, z)_{\alpha, \delta}$ и $(\xi, \eta, \zeta)_{l, b}$ по формулам

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos \delta \\ \sin \alpha & \cos \delta \\ & \sin \delta \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos l \cos b \\ \sin l \cos b \\ \sin b \end{bmatrix},$$

получаем соотношения перехода от экваториальных координат к галактическим и обратно (рис. 11):

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \bar{r} (90^\circ - \theta) \bar{p} (90^\circ - \delta_0) \bar{r} (90^\circ + \alpha_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \bar{r} (270^\circ - \alpha_0) \bar{p} (270^\circ + \delta_0) \bar{r} (270^\circ + \theta) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}.$$

§ 2. Прямоугольные координаты

Принцип введения системы прямоугольных координат был указан выше. Если за основную плоскость прямоугольной системы координат XOY выбрана плоскость XOY , а начало O совмещено с центром масс Земли, то геоцентрическая экваториальная система прямоугольных

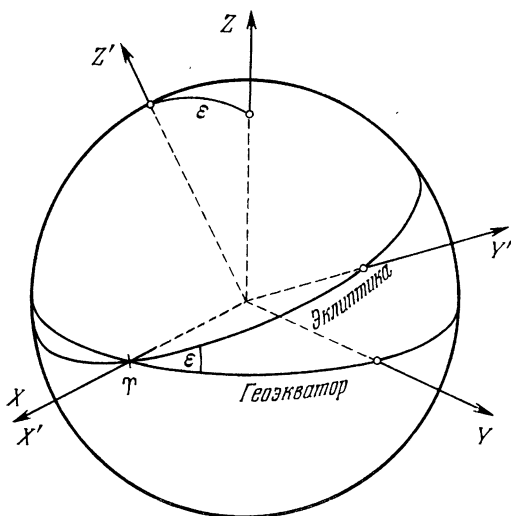


Рис. 12. Прямоугольные системы экваториальных (X , Y , Z) и эклиптических (X' , Y' , Z') координат.

координат определяется совмещением плоскости экватора с плоскостью XOY и проведением оси X через точку весеннего равноденствия Υ ; в случае выбора плоскости эклиптики в качестве плоскости XOY (при прежнем направлении оси X в точку весеннего равноденствия Υ) получаем геоцентрическую эклиптическую систему прямоугольных координат X' , Y' , Z' (рис. 12).

Если R_{\odot} , α_{\odot} , δ_{\odot} ; R_{ζ} , α_{ζ} , δ_{ζ} означают геоцентрические сферические координаты Солнца и Луны, то соответствующие экваториальные прямоугольные координаты в геоцентрической системе отсчета определяются

формулами

$$\begin{bmatrix} X_{\odot} \\ Y_{\odot} \\ Z_{\odot} \end{bmatrix} = R_{\odot} \begin{bmatrix} \cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} \\ \sin \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} \\ \sin \delta_{\odot} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} X_{\zeta} \\ Y_{\zeta} \\ Z_{\zeta} \end{bmatrix} = R_{\zeta} \begin{bmatrix} \cos \alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta} \\ \sin \alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta} \\ \sin \delta_{\zeta} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Для перехода к геоцентрической эклиптической системе прямоугольных координат достаточно совершить поворот на угол $-\varepsilon$ относительно оси X , осуществляемый формулой (6).

При задании гелиоцентрических сферических координат небесного объекта в эклиптической системе r, λ, β соответствующие прямоугольные эклиптические координаты x', y', z' определяются формулами

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \lambda \cos \beta \\ \sin \lambda \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Связь между гелиоцентрической и геоцентрической системами прямоугольных координат.

Если начало одной системы прямоугольных координат не совпадает с началом другой системы, то для преобразования координат небесного объекта, заданных в одной из них, кроме возможных поворотов осей этой системы необходим перенос старого начала координат в новое. Поэтому если (x, y, z) означают прямоугольные экваториальные координаты небесного объекта P в гелиоцентрической системе $XYZ, X_{\odot}, Y_{\odot}, Z_{\odot}$ — прямоугольные экваториальные координаты Солнца в геоцентрической системе $\Xi\eta\zeta$, то прямоугольные координаты (ξ, η, ζ) небесного объекта P определяются формулой (рис. 13)

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + X_{\odot} \\ y + Y_{\odot} \\ z + Z_{\odot} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Если ввести геоцентрические экваториальные сферические координаты ρ, α, δ объекта P (геоцентрическое

расстояние ρ иногда обозначается символом Δ), то

$$\rho \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + X_{\odot} \\ y + Y_{\odot} \\ z + Z_{\odot} \end{bmatrix} \quad (17)$$

или

$$\rho \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} = r \cos \beta \begin{bmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \cos \varepsilon - \operatorname{tg} \beta \sin \varepsilon \\ \sin \lambda \sin \varepsilon + \operatorname{tg} \beta \cos \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\odot} \\ Y_{\odot} \\ Z_{\odot} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Сферические экваториальные геоцентрические координаты (ρ, α, δ) можно вычислить по известным прямоуголь-

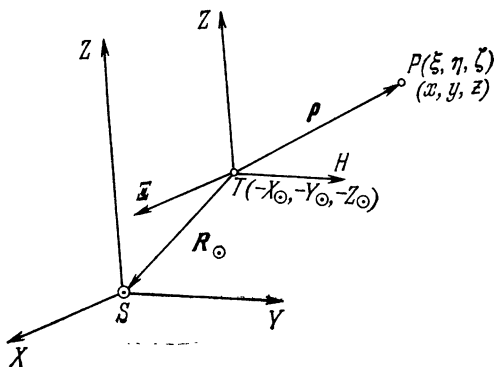


Рис. 13. Связь между гелио- и геоцентрической прямоугольными системами координат.

ным координатам (ξ, η, ζ) , воспользовавшись формулами:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\xi} = \operatorname{arccotg} \frac{\xi}{\eta}, \\ \delta &= \arcsin \frac{\zeta}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\eta}{\xi}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\xi}{\eta}, \quad \sin \delta = \frac{\zeta}{\rho}, \\ \delta &= \operatorname{arctg} \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

причем квадрант α определяется знаками ξ и η , а знак δ — знаком ζ .

Все преобразования, связанные с переходом от прямоугольной системы координат X, Y, Z к системе прямоугольных координат X', Y', Z' , направляющие косинусы осей которой относительно осей системы X, Y, Z равны соответственно $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z; \mu_x, \mu_y, \mu_z; \nu_x, \nu_y, \nu_z$, могут быть выполнены по формулам

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \mu_x & \nu_x \\ \lambda_y & \mu_y & \nu_y \\ \lambda_z & \mu_z & \nu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Для обратного перехода имеем

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ \nu_x & \nu_y & \nu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Так как направляющие косинусы λ_x, \dots, ν_z могут быть выражены через углы Эйлера ψ, θ, φ , то эти формулы можно заменить следующими:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \bar{r}(-\varphi) \bar{q}(-\theta) \bar{r}(-\psi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (23)$$

и

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \bar{r}(\psi) \bar{q}(\theta) \bar{r}(\varphi) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Формулы (21) — (24) составляют основу учета прецессии в прямоугольных экваториальных координатах. Матрица-произведение $\bar{p} = \bar{r}(\psi) \bar{q}(\theta) \bar{r}(\varphi)$ встречается ниже под названием «матрицы прецессии».

Основная операция

Обработка астрометрических наблюдений всегда связана с определенными координатами объекта в момент времени, когда выполнено наблюдение. Однако в силу различных причин координаты объектов непрерывно изменяются, поэтому возникает необходимость выполнения

редукционных вычислений, направленных на учет прецессии, нутации, абберрации, параллакса и собственного движения. Эти вычисления формально сводятся, по существу, к одной и той же математической задаче, независимо от физической природы и механизма явлений, изменяющих координаты.

Если задана экваториальная система координат (x, y, z) и в ней задано положение точки σ координатами (r, α, δ) , то, как мы видели ранее, прямоугольные координаты x, y, z будут

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix}.$$

Если точка σ сместится на величину δr , то координаты ее нового положения σ' будут r', α', δ' . Определим α', δ' .

Если δr — малое перемещение, то выгодно определять вместо α', δ' разности

$$\Delta \alpha = \alpha' - \alpha,$$

$$\Delta \delta = \delta' - \delta.$$

Из треугольника векторов $O\sigma\sigma'$ имеем (рис. 14):

$$r' = r + \delta r, \quad (25)$$

или в проекциях на координатные оси

$$(r + \Delta r) \cos(\delta + \Delta \delta) \cos(\alpha + \Delta \alpha) = r \cos \delta \cos \alpha + \delta r_x,$$

$$(r + \Delta r) \cos(\delta + \Delta \delta) \sin(\alpha + \Delta \alpha) = r \cos \delta \sin \alpha + \delta r_y,$$

$$(r + \Delta r) \sin(\delta + \Delta \delta) = r \sin \delta + \delta r_z,$$

если $\delta r = (\delta r_x, \delta r_y, \delta r_z)$.

Разложение в ряд Тэйлора дает

$$\delta r_x = \Delta r \cos \delta \cos \alpha - r \sin \delta \cos \alpha \Delta \delta - r \cos \delta \sin \alpha \Delta \alpha,$$

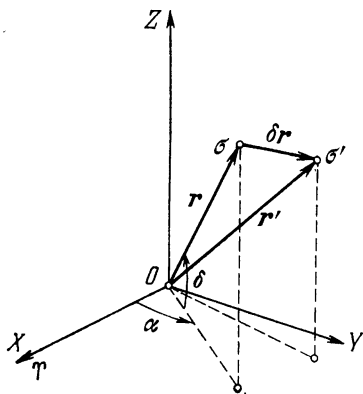


Рис. 14. К выводу формулы основной операции \bar{K} .

$$\begin{aligned}\delta r_y &= \Delta r \cos \delta \sin \alpha - r \sin \delta \sin \alpha \Delta \delta + r \cos \delta \cos \alpha \Delta \alpha, \\ \delta r_z &= \Delta r \sin \delta + r \cos \delta \Delta \delta,\end{aligned}$$

откуда легко получаются соотношения:

$$\begin{aligned}\Delta \alpha &= -\sec \delta \sin \alpha \frac{\delta r_x}{r} + \sec \delta \cos \alpha \frac{\delta r_y}{r}, \\ \Delta \delta &= -\sin \delta \cos \alpha \frac{\delta r_x}{r} - \sin \delta \sin \alpha \frac{\delta r_y}{r} + \cos \delta \frac{\delta r_z}{r}.\end{aligned}$$

Эти соотношения можно написать в матричной форме (вернее, краковидной: умножение столбец на столбец)

$$\begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sec \delta \sin \alpha & \sec \delta \cos \alpha \\ +\sec \delta \cos \alpha & -\sin \delta \sin \alpha \\ 0 & +\cos \delta \end{bmatrix} r^{-1} \begin{bmatrix} \delta r_x \\ \delta r_y \\ \delta r_z \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Переход (25) \rightarrow (26) назовем, следуя Д. К. Куликову, основной операцией

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -\sec \delta \sin \alpha & \sec \delta \cos \alpha \\ +\sec \delta \cos \alpha & -\sin \delta \sin \alpha \\ 0 & +\cos \delta \end{bmatrix}.$$

Если (25) записать в виде

$$r' = r + v \cdot \Delta t,$$

где v — скорость перемещения точки σ , то при $\Delta t \rightarrow 0$ имеем

$$\begin{bmatrix} \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{d\delta}{dt} \end{bmatrix} = \bar{K} r^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}.$$

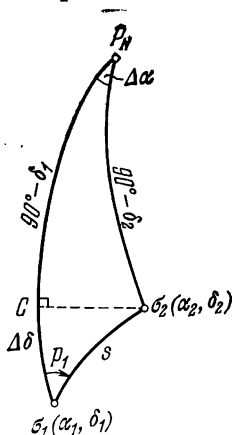
Оператор $\bar{K}(\alpha, \delta)$ инвариантен относительно всех сферических систем координат, применяемых в астрономии. Например, в эклиптической системе имеем

$$\begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \beta \end{bmatrix} = \bar{K}(\lambda, \beta) r^{-1} \begin{bmatrix} \delta r_{x'} \\ \delta r_{y'} \\ \delta r_{z'} \end{bmatrix}.$$

Относительные координаты

Положения спутников больших планет и более слабых по блеску компонент кратных звездных систем удобно определять относительными координатами, фиксирующими их место на небесной сфере по отношению к центральному телу. В тех случаях, когда расстояние, разделяющее два небесных объекта, мало, наиболее употребительными являются угловое расстояние между объектами и направление от опорного объекта на другой объект, определяемое углом положения. Если же угловое разделение нельзя считать малым, то часто используют разности прямых восхождений и склонений. Первый способ

применяют в случае двойных звезд и близких спутников, лунных кратеров (см., например, эфемериду кратера Mösting A в *Астрономическом Ежегоднике СССР*).



Позиционный угол (угол положения) и угловое расстояние

Направление дуги большого круга, соединяющей положения двух объектов на небесной сфере, можно задать позиционным углом, отсчитываемым при опорном объекте от круга склонений, проходящего через этот объект, до дуги большого круга от направления на северный полюс к востоку.

Рис. 15. Относительные координаты s, p_1 .

Угловое расстояние s и позиционный угол p_1 небесного объекта $\sigma_2(\alpha_2, \delta_2)$ относительно опорного объекта $\sigma_1(\alpha_1, \delta_1)$ можно найти из тригонометрических соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \sin p_1 \sin s &= \cos \delta_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1), \\ \cos p_1 \sin s &= \sin \delta_2 \cos \delta_1 - \cos \delta_2 \sin \delta_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \\ \cos s &= \sin \delta_2 \sin \delta_1 + \cos \delta_2 \cos \delta_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

вытекающих из сферического треугольника $P_N \sigma_1 \sigma_2$ (рис. 15).

В случае малых угловых разделений s эти точные формулы оказываются непригодными на практике из-за потерь точности при определении p_1 через $\operatorname{tg} p_1$ и s через $\operatorname{ctg} s$, так как $\sin s$ мал. Поэтому их заменяют формулами

$$\left. \begin{aligned} s \cos p_1 &= \delta_2 - \delta_1, \\ s \sin p_1 &= (\alpha_2 - \alpha_1) \cos \delta_2, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

справедливыми для плоского треугольника $P_N \sigma_1 \sigma_2$.

Дифференциальные координаты

Положение небесного объекта σ_2 относительно объекта σ_1 в экваториальной системе отсчета можно определить разностями $\alpha_2 - \alpha_1 = \Delta\alpha$, $\delta_2 - \delta_1 = \Delta\delta$. Воспользо-

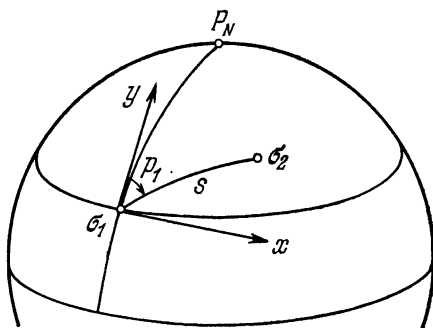


Рис. 16. Дифференциальные координаты.

вавшись уравнениями (27), их можно выразить через координаты s , p_1 с любой степенью точности. Так, с точностью соотношений (28) имеем (см. рис. 15)

$$\alpha_2 - \alpha_1 = s \sin p_1 \sec \delta_2,$$

$$\delta_2 - \delta_1 = s \cos p_1.$$

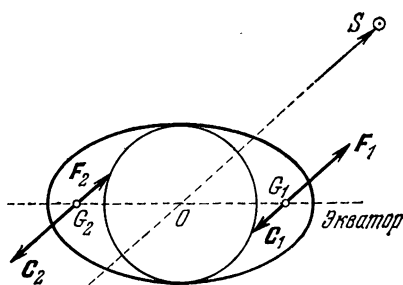
Величины $s \sin p_1$ и $s \cos p_1$ обычно называют прямоугольными координатами объекта σ_2 относительно опорного объекта σ_1 и обозначают соответственно через x и y , так что (рис. 16)

$$x = s \sin p_1,$$

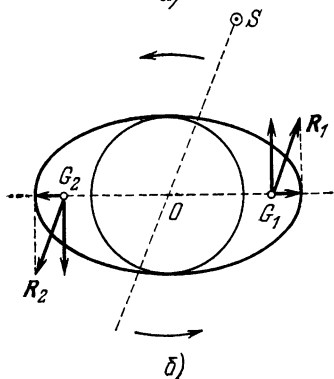
$$y = s \cos p_1.$$

§ 3. Прецессия

Плоскости экватора и эклиптики, а следовательно, и точка весеннего равноденствия, находятся в непрерывном движении, причиной которого является гравитационное притяжение, испытываемое экваториальным избытком эллипсоидальной Земли со стороны Луны и Солнца, и возмущение гелиоцентрической орбиты Земли — эклиптики — остальными планетами Солнечной системы.



а)



б)

Рис. 17. Прецессия.

Солнце, расположенное в направлении S , притягивает противоположные части экваториального избытка Земли с силами F_1 и F_2 , причем $F_1 > F_2$. Центробежные силы, обусловленные орбитальным гелиоцентрическим движением Земли и приложенные к центрам инерции этих частей, равны C_1 и C_2 , $C_1 < C_2$ (рис. 17, а)). Равнодействующие R сил притяжения F и центробежных сил C приложены к центрам масс выступов G и направлены в противоположные стороны, образуя пару сил (рис. 17, б)). Если разложить равнодействующие R на

составляющие, параллельные и перпендикулярные к плоскости эклиптики, то перпендикулярные составляющие порождают момент вращения, стремящийся совместить плоскость экватора Земли с плоскостью эклиптики; этот момент в сочетании с моментом осевого вращения Земли и вызывает, в основном, прецессионное движение оси вращения Земли. Конечно, действительное движение, происходящее под влиянием дополнительного гравитаци-

онного притяжения, испытываемого экваториальным избытком эллипсоидальной Земли со стороны Луны и Солнца, и возмущение гелиоцентрической орбиты Земли — эклиптики — остальными планетами Солнечной системы.

онного притяжения Луны и планет, является более сложным.

Влияние Солнца и Луны может быть представлено в виде суммы двух составляющих. Первая составляющая — это лунно-солнечная прецессия, проявляющаяся в непрерывном долгопериодическом движении среднего полюса мира относительно полюса эклиптики с периодом около 26 000 лет на угловом расстоянии, равном наклону эклиптики к экватору, т. е. $23^{\circ},5$; вследствие лунно-солнечной прецессии точка весеннего равноденствия смещается по экватору к западу ежегодно на $50'',3$. Второй составляющей является астрономическая нутация, представляющая собой короткопериодические движения истинного полюса мира относительно среднего полюса мира по некоторой иррегулярной траектории с амплитудой около $9''$ и периодом главного члена нутации около 18,6 года.

Возмущающее влияние планет Солнечной системы на движение Земли по эклиптике проявляется в медленном вращении эклиптики (по $0'',5$ в год) относительно медленно движущейся оси вращения — диаметра средней Земли, конец которого направлен в восходящий узел мгновенной эклиптики на эклиптике ближайшего предшествующего момента времени, имеющий долготу около 174° ; это движение известно под названием прецессии от планет и вызывает смещение точки весеннего равноденствия еще на $12''$ в столетие к западу и уменьшение наклона эклиптики к экватору на $47''$ в столетие.

Обычно рассматривают лунно-солнечную прецессию и прецессию от планет вместе под общим названием общей прецессии; общая прецессия порождается, таким образом, движениями средних полюсов экватора (полюса мира) и эклиптики.

Точные формулы учета прецессии: система неподвижного и подвижного экватора

Пусть положение экваториальной прямоугольной системы отсчета $X_0Y_0Z_0$ в эпоху T_0 определяется положением экватора A_0Q_0 (т. е. полюса мира P_0) и точки весеннего равноденствия Υ_0 ; положения экватора A_1Q_1 в эпоху T_1 и точки весеннего равноденствия Υ_1 определяют экваториальную прямоугольную систему координат

$X_1Y_1Z_1$ с тем же началом (рис. 18). Положение системы $X_1Y_1Z_1$ относительно $X_0Y_0Z_0$ можно определить с помощью углов Эйлера ψ , φ , θ , которые в обозначениях

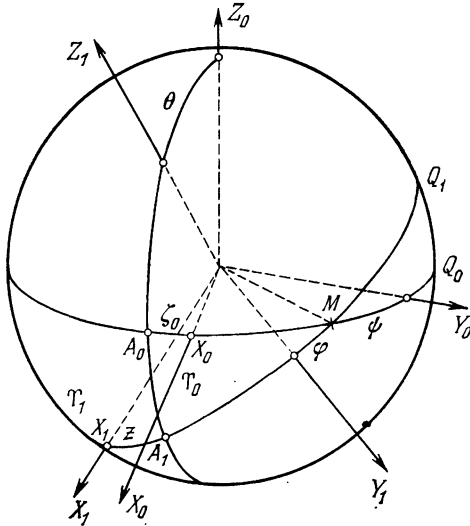


Рис. 18. Система подвижного (A_1Q_1) и неподвижного (A_0Q_0) экватора. Углы Эйлера ψ , φ , θ (параметры Ньюкома ζ_0 , z , θ).

Ньюкома имеют выражения

$$\left. \begin{aligned} \psi &= MY_0 = A_0X_0 = \zeta_0, \\ \varphi &= Y_1M = A_1X_1 = z, \\ \theta &= P_0P_1 (= \theta). \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Очевидно, величина $X_0M = 90^\circ - \zeta_0$ равна прямому восхождению восходящего узла M экватора эпохи T_1 на экваторе эпохи T_0 , отсчитываемому от точки весеннего равноденствия Υ_0 , величина $X_1M = 90^\circ + z$ есть прямое восхождение точки M , отсчитываемое от точки весеннего равноденствия Υ_1 , θ есть взаимный наклон плоскостей экваторов эпох T_0 и T_1 .

Когда положения небесных объектов отнесены к системе отсчета, определяемой положениями среднего полюса мира P , средней точки весеннего равноденствия Υ и полюса эклиптики C в эпоху T , говорят, что эти по-

ложения отнесены «к среднему равноденствию и экватору (или эклиптике) эпохи T ».

В практике эфемеридной астрономии в настоящее время применяются следующие три системы отсчета: среднего равноденствия эпохи 1950,0 (стандартной эпохи), среднего равноденствия начала бесселева года, среднего равноденствия даты, а в некоторых случаях в качестве стандартной эпохи могут встретиться 1960,0, 1975,0 и 2000,0 (см. стр. 41).

Начало бесселева, или фиктивного года совпадает с моментом времени, лежащим вблизи начала соответствующего календарного года, в который прямое восхождение среднего экваториального солнца, включая абберрацию, равно $18^{\text{h}}40^{\text{m}}$ при отсчете от средней точки весеннего равноденствия. Этот момент обозначается точкой и нулем после номера соответствующего календарного года. Поскольку вековое ускорение прямого восхождения среднего солнца больше векового ускорения средней долготы Солнца, бесселев год короче тропического года на величину $0^{\text{s}},148 T$, где T означает промежуток времени в столетиях между эпохой 1900,0 и заданным моментом времени.

О построении системы формул учета прецессии

Наиболее ранние численные значения прецессионных параметров, применявшиеся до сравнительно недавнего времени, были выведены в начале XIX в. Бесселем («*Tabulae Regiomontanae*») на основе теоретических соотношений Лапласа («*Mécanique Céleste*», Livres, IV and V). Они были заменены значениями, полученными Отто Струве в 1843 г. из сравнения наблюдений Брадлея (1750—1755) с наблюдениями Бесселя. Эти значения в свою очередь были несколько изменены Петерсом, который дал впервые точную теорию нутации («*Numerus Constans Nutationis*»). Система значений прецессионных величин Струве—Петерса широко применялась в точных астрономических вычислениях в течение всей второй половины XIX в. Позже были выведены еще другие системы значений. Часто при анализе редуцированных наблюдений было неясно, на какой основе выполнены те или иные редукции. С этим обстоятельством столкнулся и Ньюком, когда вел подготовку наблюдений для своих

теоретических исследований. Поэтому он вывел свою систему значений прецессионных величин, принятую в 1896 г. Парижской конференцией по фундаментальным звездам, в которой приняли участие директора национальных эфемерид Англии, Франции, Германии и США.

Если координаты небесного объекта S в начальную эпоху T_0 суть α_0, δ_0 в экваториальной системе отсчета, определяемой северным полюсом мира P_0 и точкой весны Υ_0 , то в эпоху T эти координаты будут иметь значения α, δ в новой системе отсчета, определяемой северным полюсом мира P и точкой весны Υ и отличающейся от старой вследствие суммарного эффекта лунно-солнечной прецессии и прецессии от планет. Это результирующее движение определяется тремя угловыми параметрами прецессии ζ_0, z, θ и соответствующим значением наклона эклиптики к экватору ε . Легко видеть, что угол $90^\circ - \zeta_0$ представляет собой прямое восхождение восходящего узла экватора эпохи T на экваторе эпохи T_0 , т. е. на неподвижном экваторе, измеренное в старой системе отсчета, $90^\circ + z$ есть прямое восхождение этого восходящего узла в новой системе, измеряемое дугой ΥM , θ есть взаимный наклон плоскостей экваторов в эпохи T_0 и T (рис. 18).

Прецессионные параметры ζ_0, z, θ впервые были введены Ньюкомом и их выражения в дальнейшем уточнены Андуайе. Согласно Ньюкому—Андуайе ζ_0, z, θ определяются следующими разложениями, коэффициенты которых были найдены частично на основе динамической теории прецессии, но, главным образом, из наблюдений:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_0 &= (2304'', 253 + 1'', 397T_0)T + 0'', 302T^2 + 0'', 018T^3, \\ z &= \zeta_0 + 0'', 793T^2, \\ \theta &= (2004'', 685 - 0'', 853T_0)T - 0'', 427T^2 - 0'', 042T^3. \end{aligned} \right\} (30)$$

В этих формулах начальная эпоха совпадает с моментом $1900,0 + T_0$, конечная — с моментом $1900,0 + T_0 + T$, где T_0 и T выражены в тропических столетиях по 36524,22 эфемеридных суток. Например, если T_0 соответствует стандартной эпохе 1950,0, т. е. $T_0 = 0,50$, то разложения ζ_0, z, θ , согласно Лиске, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \zeta_0 &= 2304'', 952 T + 0'', 3022 T^2 + 0'', 0180 T^3, \\ z &= 2304'', 952 T + 1'', 0951 T^2 + 0'', 0183 T^3, \\ \theta &= 2004'', 257 T - 0'', 4268 T^2 - 0'', 0418 T^3, \end{aligned}$$

где

$$T = \frac{\text{JD}(t) - \text{JD}(1950, 0)}{36524, 22},$$

$$\text{JD}(1950, 0) = 2433282, 4234.$$

В связи с принятием новой системы астрономических постоянных МАС 1976 г. и новой стандартной эпохи J 2000,0 коэффициенты разложений Ньюкома—Андуайе для ζ_0 , z , θ и смысл времени T несколько изменены (см. стр. 43).

Учет прецессии в прямоугольных координатах

Если (x_0, y_0, z_0) означают экваториальные прямоугольные координаты небесного объекта в эпоху T_0 , а (x_1, y_1, z_1) — координаты этого же объекта в прямоугольной экваториальной системе отсчета $X_1Y_1Z_1$ эпохи $T_0 + T_1$, то преобразование $(x_0, y_0, z_0) \rightarrow (x_1, y_1, z_1)$ можно выполнить по формуле

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \bar{P} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

в которой матрица \bar{P} называется матрицей прецессии и состоит из элементов λ_x, \dots, ν_z , упомянутых выше. Обычно приняты другие обозначения; элементы матрицы \bar{P} имеют следующие выражения через прецессионные параметры Ньюкома—Андуайе:

$$\left. \begin{aligned} X_x &= -\sin \zeta_0 \sin z + \cos \zeta_0 \cos z \cos \theta, \\ Y_x &= -\cos \zeta_0 \sin z - \sin \zeta_0 \cos z \cos \theta, \\ Z_x &= -\cos z \sin \theta; \\ X_y &= \sin \zeta_0 \cos z + \cos \zeta_0 \sin z \cos \theta, \\ Y_y &= \cos \zeta_0 \cos z - \sin \zeta_0 \sin z \cos \theta, \\ Z_y &= -\sin z \sin \theta; \\ X_z &= \cos \zeta_0 \sin \theta, \\ Y_z &= -\sin \zeta_0 \sin \theta, \\ Z_z &= \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Таким образом, для матрицы прецессии \bar{P} имеем

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Применение транспонированной матрицы прецессии дает переход $(x_1, y_1, z_1) \rightarrow (x_0, y_0, z_0)$.

Элементы X_x, Y_x, \dots, Z_z матрицы прецессии \bar{P} могут быть заданы также разложениями различного вида по степеням времени.

Если необходимо выполнить учет прецессии за промежуток времени $\tau = T_2 - T_1$ от начальной эпохи $1900,0 + T_1$ до конечной эпохи $1900,0 + T_2$, то можно воспользоваться следующими разложениями

$$\left. \begin{aligned} X_x &= 1 - (29683 + 14\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ -X_y = Y_x &= -m\tau - (676 - 221\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ -X_z = Z_x &= -n\tau + (206 + 96\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ Y_y &= 1 - (24960 + 15\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ Y_z = Z_y &= -(10856 + 0 \cdot \tau)\tau \cdot 10^{-8}, \\ Z_z &= 1 - (4723 - 2\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где величины m и n выражены в радианах с помощью формул

$$\begin{aligned} m &= (2234269 + 1355T_1) \cdot 10^{-8}, \\ n &= (971897 - 414T_1) \cdot 10^{-8}. \end{aligned}$$

Интервал τ , равно как и величины T_1, T_2 , выражены в тропических столетиях по 36524,22 эфемеридных суток.

Если за начальную выбрана эпоха $1950,0 + T_1$, то элементы X_x, Y_x, \dots матрицы прецессии имеют вид

$$\left. \begin{aligned} X_x &= 1 - (29696 + 26T_1 + 13\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ -X_y = Y_x &= -(2234941 + 1355T_1 + \\ &\quad + 676\tau - 221\tau^2)\tau \cdot 10^{-8}, \\ -X_z = Z_x &= -(971690 - 414T_1 - \\ &\quad - 207\tau - 96\tau^2)\tau \cdot 10^{-8}, \\ Y_y &= 1 - (24975 + 30T_1 + 15\tau)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ Y_z = Z_y &= -(10858 + 2T_1)\tau^2 \cdot 10^{-8}, \\ Z_z &= 1 - (4721 - 4T_1)\tau^2 \cdot 10^{-8}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Напомним, что конечная эпоха есть $1950,0 + T_1 + \tau$.

Матрицу прецессии можно представить непосредственно в виде произведения матриц вращения \bar{r} и \bar{q} от прецессионных параметров Ньюкома—Андуайе ζ_0, z, θ (см. формулы (23), (24))

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= \bar{r}(-z) \bar{q}(\theta) \bar{r}(-\zeta_0), \\ \bar{P}^T &= \bar{r}(\zeta_0) \bar{q}(-\theta) \bar{r}(z). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Если в эпоху T_0 заданы прямоугольные координаты небесного объекта (x'_0, y'_0, z'_0) , отнесенные к эклиптической системе отсчета, то преобразование их к экваториальной системе прямоугольных координат $X_1 Y_1 Z_1$ эпохи $T_0 + T_1$ осуществляется по формуле

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \bar{r}(-z) \bar{q}(\theta) \bar{r}(-\zeta_0) \bar{p}(-\varepsilon_0) \begin{bmatrix} x'_0 \\ y'_0 \\ z'_0 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}, \quad (37)$$

где ε_0 означает средний наклон эклиптики к экватору в эпоху T_0 . Чтобы получить прямоугольные эклиптические координаты (x'_1, y'_1, z'_1) небесного объекта в эпоху $T_0 + T_1$ достаточно умножить (37) на матрицу $\bar{p}(\varepsilon_1)$, т. е.

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \bar{p}(\varepsilon_1) \bar{r}(-z) \bar{q}(\theta) \bar{r}(-\zeta_0) \bar{p}(-\varepsilon_0) \begin{bmatrix} x'_0 \\ y'_0 \\ z'_0 \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}, \quad (38)$$

где ε_1 есть средний наклон эклиптики к экватору в эпоху $T_0 + T_1$.

Учет прецессии в сферических координатах

Рассмотрение сферического треугольника $P_0 P_1 S$, образованного положениями средних полюсов мира P_0 и P_1 в эпохи T_0 и $T_0 + T_1$ соответственно, и положением небесного объекта S , имеющего средние экваториальные координаты (α_0, δ_0) в системе эпохи T_0 и (α_1, δ_1) в системе эпохи $T_0 + T_1$, дает следующие точные формулы Ньюкома для преобразования $(\alpha_0, \delta_0) \rightarrow (\alpha_1, \delta_1)$ и обратно

(рис. 19):

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta_1 \sin (\alpha_1 - z) &= \cos \delta_0 \sin (\alpha_0 + \zeta_0), \\ \cos \delta_1 \cos (\alpha_1 - z) &= \cos \theta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 + \zeta_0) - \sin \theta \sin \delta_0, \\ \sin \delta_1 &= \sin \theta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 + \zeta_0) + \cos \theta \sin \delta_0, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

эквивалентные матричному соотношению вида

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1 - (90^\circ + z), \delta_1} = \bar{p}(\theta) \bar{r}(90^\circ - \zeta_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}, \quad (40)$$

или

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1, \delta_1} = \bar{r}(-z) \bar{q}(\theta) \bar{r}(-\zeta_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}. \quad (41)$$

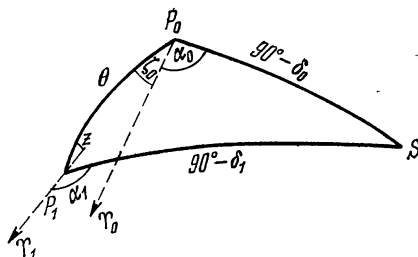


Рис. 19. Учет прецессии по формулам Ньюкома в координатах α , δ .

Обратный переход $(\alpha_1, \delta_1) \rightarrow (\alpha_0, \delta_0)$ связан с применением формулы

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0} = \bar{r}(\zeta_0) \bar{q}(-\theta) \bar{r}(z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1, \delta_1}. \quad (42)$$

Примечание. Строгие формулы (39) можно записать в виде

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha_0 - \zeta_0 - z) = \frac{q \sin(\alpha_0 + \zeta_0)}{1 - q \cos(\alpha_0 + \zeta_0)}, \quad (43)$$

где q определяется формулой

$$q = \sin \theta \left[\operatorname{tg} \delta_0 + \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \cos(\alpha_0 + \zeta_0) \right], \quad (44)$$

и

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\delta_1 - \delta_0) = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \left[\cos (\alpha_0 + \zeta_0) - \right. \\ \left. - \sin (\alpha_0 + \zeta_0) \operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_0 - \zeta_0 - z) \right] \quad (45)$$

и разложить в ряды по степеням малых величин ζ_0 , z , θ с коэффициентами, зависящими только от α_0 , δ_0 . Эти коэффициенты табулируются по аргументам α_0 , δ_0 для различных эпох с принятыми значениями прецессионных постоянных и приводятся в фундаментальных звездных каталогах, причем влияние собственного движения включено.

Сумма $\zeta_0 + z$ называется полной прецессией по прямому восхождению и обозначается (m) ; (m) определяется формулой

$$(m) = (4608'',506 + 2'',794T_0)T + 1'',397T^2 + 0'',036T^3. \quad (46)$$

Полная прецессия по склонению определяется разложением прецессионного параметра θ , данным в формулах (30).

Полную прецессию по прямому восхождению (m) и по склонению θ иногда обозначают через M и N , как это принято в «Астрономическом Ежегоднике СССР», и называют числами Крюгера.

Коэффициенты при T , уменьшенные в 100 раз, в формулах (46) и (30), определяющих (m) и θ , называются соответственно годовыми прецессиями по прямому восхождению и склонению и обозначаются через m и n ; таким образом,

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{100} \frac{d}{dT} [(m)] |_{T=0} = m = 46'',0851 + 0'',02794T_0, \\ \frac{1}{100} \frac{d}{dT} [(\theta)] |_{T=0} = n = 20'',0468 - 0'',00853T_0, \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} m = 3^s,07234 + 0^s,0018627T_0, \\ n = 1^s,33645 - 0^s,0005687T_0. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Годичные прецессии представляют собой угловые скорости прецессии в начальную эпоху $1900,0 + T_0$, отнесенные к тропическому году как единице времени.

Точные формулы учета прецессии: система неподвижной эклиптики и подвижного экватора

Если ввести в рассмотрение прямоугольную эклиптическую систему координат $X'_0Y'_0Z'_0$ в эпоху T_0 , то положение прямоугольной экваториальной системы $X_1Y_1Z_1$ в эпоху T относительно системы $X'_0Y'_0Z'_0$ определяется

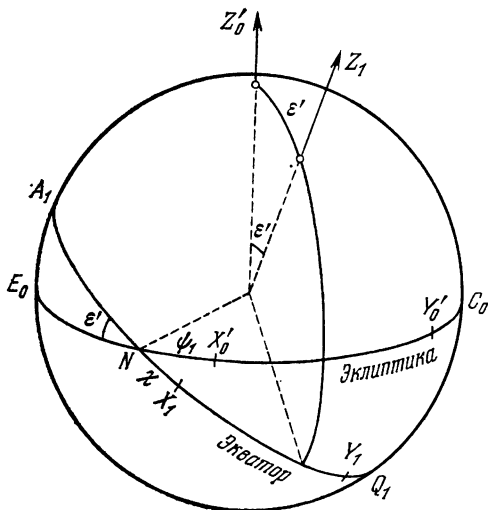


Рис. 20. Система подвижного экватора (A_1Q_1) и неподвижной эклиптики (E_0C_0).

следующими углами Эйлера: 1) дугой $X'_0N = \psi_1$, вырезаемой на эклиптике эпохи T_0 экваторами эпох T_0 и T_1 , называемой лунно-солнечной прецессией за интервал $T_1 - T_0$, 2) дугой $NX_1 = \chi$, вырезаемой на экваторе эпохи T_1 эклиптиками эпох T_0 и T_1 , дающей прецессию от планет за интервал $T_1 - T_0$, 3) наклоном ϵ' экватора эпохи T_1 к эклиптике эпохи T_0 , называемым лунно-солнечным наклоном (рис. 20).

В динамической теории прецессии Ньюкома для этих параметров прецессии получены следующие разложения:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= (5037'', 084 + 0'', 493T_0)T - 1'', 072 T^2, \\ \chi &= (12'', 473 - 1'', 887T_0)T - 2'', 381 T^2, \\ \epsilon' &= \epsilon + (0'', 0606 - 0'', 0092T_0) T^2 - 0'', 00773 T^3, \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

в которых за начальную эпоху принят момент времени $1900,0 + T_0$, за конечную — $1900,0 + T_0 + T$; T_0 и T выражены в тропических столетиях по 36524,22 эфемеридных суток.

Для любой начальной эпохи $\psi_1 = \chi = 0$, $\varepsilon' = \varepsilon$; последнее соотношение определяет средний наклон эклиптики к экватору в начальную эпоху. Согласно исследованиям Ньюкома (см. стр. 281)

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 08'',26 - 46'',845 T_0 - 0'',0059 T_0^2 + 0'',00181 T_0^3. \quad (50)$$

Так как формула (50) не содержит T_1 , то она определяет наклон подвижной эклиптики любой эпохи T_0 к подвижному экватору этой же эпохи.

Коэффициенты при T в разложениях ψ_1 и χ , уменьшенные в 100 раз, дают годовые лунно-солнечную прецессию p_1 и прецессию от планет q_1 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{100} \frac{d}{dT} (\psi) |_{T=0} = p_1 = 50'',37084 + 0'',00493 T_0, \\ \frac{1}{100} \frac{d}{dT} (\chi) |_{T=0} = q_1 = 0'',12473 - 0'',01887 T_0. \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Если спроектировать векторы угловых скоростей лунно-солнечной прецессии, прецессии от планет, прецессии по прямому восхождению и склонению на оси системы $X_1 Y_1 Z_1$ и положить $T = 0$ ($T_0 = T_1$), то получаются соотношения между величинами m , n и p_1 , q_1

$$\left. \begin{aligned} m = p_1 \cos \varepsilon - q_1, \\ n = p_1 \sin \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Учет прецессии в сферических координатах

Если для эпохи $1900,0 + T_0$ заданы эклиптические координаты λ_0 , β_0 и необходимо найти экваториальные координаты α_1 , δ_1 этого же небесного объекта для равноденствия эпохи $1900,0 + T_1$, то можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha_1 + \chi) \cos \delta_1 &= \sin(\lambda_0 + \psi_1) \cos \beta_0 \cos \varepsilon' - \sin \beta_0 \sin \varepsilon', \\ \cos(\alpha_1 + \chi) \cos \delta_1 &= \cos(\lambda_0 + \psi_1) \cos \beta_0, \\ \sin \delta_1 &= \sin(\lambda_0 + \psi_1) \cos \beta_0 \sin \varepsilon' + \sin \beta_0 \cos \varepsilon', \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

или, в матричном виде,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1, \delta_1} = \bar{r}(\chi) \bar{p}(-\varepsilon') \bar{r}(-\psi_1) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_0, \beta_0}. \quad (54)$$

Для обратного перехода можно воспользоваться соотношениями

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_0, \beta_0} = \bar{r}(\psi_1) \bar{p}(\varepsilon') \bar{r}(-\chi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1, \delta_1}. \quad (55)$$

Точные формулы учета прецессии: система неподвижной и подвижной эклиптики

Если рассмотреть две системы эклиптических прямоугольных координат $X'_0 Y'_0 Z'_0$ и $X'_1 Y'_1 Z'_1$, взятые соответственно для эпох $1900,0 + T_0$ и $1900,0 + T_1$, причем,

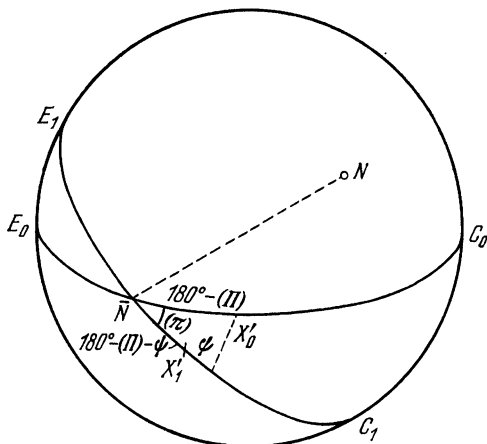


Рис. 21. Система подвижной (E_1C_1) и неподвижной (E_0C_0) эклиптик.

как и выше, $T_1 - T_0 = T$, то положение системы $X'_1 Y'_1 Z'_1$ относительно $X'_0 Y'_0 Z'_0$ определяется следующими углами Эйлера: 1) углом $X'_0 N = (\Pi)$, отсчитываемым по эклиптике эпохи T_0 от X'_0 до восходящего узла N эклиптики эпохи T_1 на первой, 2) углом $X'_1 N = (\Pi) + \psi$, отсчитываемым по эклиптике эпохи T_1 , 3) взаимным наклоном плоскостей эклиптик (π) (рис. 21). Динамическая

теория прецессии Ньюкома дает для этих прецессионных параметров следующие разложения:

$$\left. \begin{aligned} (\Pi) &= 173^{\circ}57'03'' + 3287''T_0 + 0'', 6T_0^2 - (869'' + 0'', 6T_0)T, \\ \psi &= (5025'', 641 + 2'', 223T_0)T + 1'', 112T^2, \\ (\pi) &= (47'', 107 - 0'', 0675T_0)T - 0'', 034T^2. \end{aligned} \right\} (56)$$

Величина (Π) равна долготе восходящего узла эклиптики конечной эпохи $1900,0 + T_1$ на эклиптике начальной эпохи $1900,0 + T_0$, $\psi = X'_1 N - X'_0 N$ есть общая прецессия по долготе за интервал $T_1 - T_0 = T$.

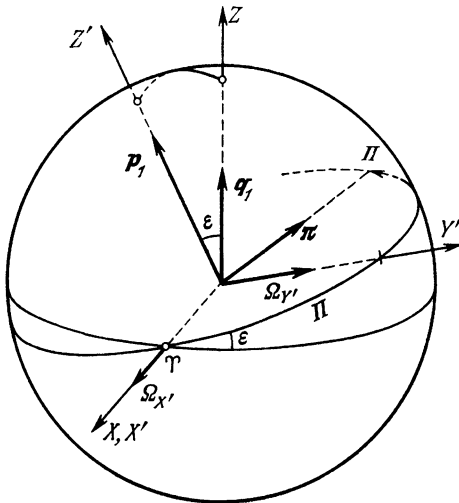


Рис. 22. Вращение эклиптического координатного триэдра $X'Y'Z'$.

Если обозначить долготу положительного направления мгновенной оси вращения (в любую эпоху $1900,0 + T$) через Π , то проекции вектора Ω скорости вращения эклиптики на оси эклиптической системы координат имеют выражение (рис. 22):

$$\Omega_{X'} = \pi \cos \Pi, \quad \Omega_{Y'} = \pi \sin \Pi, \quad \Omega_{Z'} = -p, \quad (57)$$

где π представляет собой модуль составляющей π вектора Ω в плоскости эклиптики и называется скоростью вращения эклиптики, p есть модуль перпендикулярной состав-

ляющей p , называемой общей годичной прецессией по долготе, $p = p_1 - q_1 \cos \varepsilon$,

$$\left. \begin{aligned} \pi \cos \Pi &= \frac{d\varepsilon}{dt}, \\ \pi \sin \Pi &= q_1 \sin \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Согласно Ньюкому эти прецессионные параметры определяются следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} p &= 50'', 25641 + 0'', 02223 T_0, \\ \pi &= 0'', 47107 - 0'', 000675 T_0, \\ \Pi &= 173^\circ 57' 03'' + 3287'' T_0 + 0'', 6 T_0^2, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= -0'', 46845 - 0'', 000118 T_0, \\ q_1 \sin \varepsilon &= 0'', 04964 - 0'', 00754 T_0; \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

очевидно, как и в предыдущих случаях, величины p и π представляют собой коэффициенты при T , уменьшенные в 100 раз, в соответствующих формулах для общей прецессии по долготе ψ и взаимного наклона (π). Постоянный член первой формулы (59) называется постоянной прецессии для эпохи 1900,0. В работе Ньюкома «The Elements, etc.» этот термин относится к другой комбинации прецессионных параметров, а именно

$$P = \frac{p_1}{\cos \varepsilon} = 54'', 9066. \quad (60)$$

Учет прецессии в эллиптических координатах

Для перехода от координат λ_0, β_0 небесного объекта, отнесенных к системе эклиптики и равноденствия эпохи 1900,0 + T_0 , к координатам λ_1, β_1 этого же объекта в системе эклиптики и равноденствия эпохи 1900,0 + T_1 следует воспользоваться соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \cos [\lambda_1 - (\Pi) - \psi] \cos \beta_1 &= \cos [\lambda_0 - (\Pi)] \cos \beta_0, \\ \sin [\lambda_1 - (\Pi) - \psi] \cos \beta_1 &= \\ &= \sin [\lambda_0 - (\Pi)] \cos \beta_0 \cos (\pi) + \sin \beta_0 \sin \pi, \\ \sin \beta_1 &= -\sin [\lambda_0 - (\Pi)] \cos \beta_0 \sin (\pi) + \sin \beta_0 \cos \pi, \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

или формулами вида

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_1, \beta_1} = \bar{r} [-(\Pi) - \psi] \bar{p} [(\pi)] \bar{r} [(\Pi)] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_0, \beta_0}, \quad (62)$$

а для обратного перехода $(\lambda_1, \beta_1) \rightarrow (\lambda_0, \beta_0)$ формулами

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_0, \beta_0} = \bar{r} [-(\Pi)] \bar{p} [-(\pi)] \bar{r} [(\Pi) + \psi] \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_1, \beta_1}. \quad (63)$$

Приближенные формулы учета прецессии

В течение непродолжительных интервалов времени порядка одного года или нескольких лет прецессионные перемещения основных координатных плоскостей незначительны; поэтому в большинстве случаев достаточны поправки за прецессию первого порядка, равные произведениям скоростей изменения соответствующих прецессионных параметров на интервал времени.

Для учета прецессии за интервал времени между эпохами t_0 и t_1 (t_0 и t_1 выражены в тропических годах; например, дате 1973, май 5,0 эфемеридного времени соответствует 1973, 3409) необходимо вычислить на эпоху $t_m = \frac{1}{2}(t_0 + t_1)$ по формулам (47), (48), (59) величины \bar{m} , \bar{n} , \bar{p} , $\bar{\Pi}$, $\bar{\pi}$. Далее находим общую прецессию по прямому восхождению и склонению M и N , общую прецессию по долготе a , наклон эклиптики эпохи t_1 к эклиптике эпохи t_0 , b , а также величины c и c' :

$$\left. \begin{aligned} M &= \bar{m}(t_1 - t_0) = \zeta_0 + z, \\ N &= \bar{n}(t_1 - t_0) = \theta, \\ \psi &= a = \bar{p}(t_1 - t_0), \\ (\pi) &= b = \bar{\pi}(t_1 - t_0), \\ c &= 180^\circ - \bar{\Pi} - \frac{1}{2}a, \\ c' &= 180^\circ - \bar{\Pi} + \frac{1}{2}a; \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

числовые значения всех этих величин для приведения за прецессию к стандартному равноденствию эпохи 1950,0 для каждого года даются на стр. 5 «Астрономического Ежегодника СССР» (стр. 50 англо-американского ежегод-

ника «Astronomical Ephemeris»); специальные таблицы в «Planetary Coordinates» Комри содержат эти значения для 1800—1980 гг.

Таким образом, если небесный объект не слишком близок к полюсу мира и интервал времени мал, для перевода экваториальных координат α , δ этого объекта от среднего равноденствия эпохи t_0 к среднему равноденствию эпохи t_1 можно воспользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 - \alpha_0 &= M + N \sin \bar{\alpha} \operatorname{tg} \bar{\delta}, \\ \delta_1 - \delta_0 &= N \cos \bar{\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

в которых правые части вычисляются последовательными приближениями: сначала полагают $\bar{\alpha} = \alpha_0$, $\bar{\delta} = \delta_0$, затем берут полусуммы результатов этой подстановки, т. е. $\bar{\alpha}^{(1)} = 1/2 (\alpha_0 + \alpha_1^{(0)})$, $\bar{\delta}^{(1)} = 1/2 (\delta_0 + \delta_1^{(0)})$, и повторяют процесс последовательных приближений до получения численно устойчивого результата.

Для перехода от среднего равноденствия эпохи t_0 к среднему равноденствию эпохи t_1 в эклиптических координатах λ , β и обратного преобразования служат формулы

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_0 + a - b \cos (\lambda_0 + c) \operatorname{tg} \beta_1, \\ \beta_1 &= \beta_0 + b \sin (\lambda_0 + c), \\ \lambda_0 &= \lambda_1 - a + b \cos (\lambda_1 + c') \operatorname{tg} \beta_0, \\ \beta_0 &= \beta_1 - b \sin (\lambda_1 + c'). \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Прецессионные величины a , b , c применяются также для перевода эклиптических элементов ориентации орбит небесных объектов; с этой целью можно воспользоваться формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= \Omega_0 + a - b \sin (\Omega_0 + c) \operatorname{ctg} i_1, \\ \omega_1 &= \omega_0 + b \sin (\Omega_0 + c) \operatorname{cosec} i_1, \\ i_1 &= i_0 + b \cos (\Omega_0 + c), \\ \pi_1 &= \pi_0 + a + b \sin (\Omega_0 + c) \operatorname{tg} \frac{i_1}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega_0 &= \Omega_1 - a + b \sin (\Omega_1 + c') \operatorname{ctg} i_0, \\ \omega_0 &= \omega_1 - b \sin (\Omega_1 + c') \operatorname{cosec} i_0, \\ i_0 &= i_1 - b \cos (\Omega_1 + c'), \\ \pi_0 &= \pi_1 - a - b \sin (\Omega_1 + c') \operatorname{tg} \frac{i_0}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Формулы (67) могут быть представлены также в следующем эквивалентном виде:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \omega_0 + \pi_m \operatorname{cosec} \bar{i} \sin (\Pi_m - \bar{\Omega}) (t_1 - t_0), \\ \Omega_1 &= \Omega_0 + [p_m - \pi_m \operatorname{ctg} \bar{i} \sin (\Pi_m - \bar{\Omega})] (t_1 - t_0), \\ i_1 &= i_0 - \pi_m \cos (\Pi_m - \bar{\Omega}) (t_1 - t_0), \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

где величины с индексом m отнесены к средней эпохе $t_m = 1/2 (t_0 + t_1)$ и $\bar{\Omega} = 1/2 (\Omega_0 + \Omega_1)$, $\bar{i} = 1/2 (i_0 + i_1)$. Для экваториальных эллиптических элементов ω' , Ω' , i' имеем

$$\left. \begin{aligned} \omega'_1 &= \omega'_0 + n_m \operatorname{cosec} \bar{i}' \cos \bar{\Omega}' (t_1 - t_0), \\ \Omega'_1 &= \Omega'_0 + (m_m - n_m \operatorname{ctg} i' \cos \bar{\Omega}') (t_1 - t_0), \\ i'_1 &= i'_0 - n_m \sin \bar{\Omega}' (t_1 - t_0). \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

Годичные прецессии по долготе и широте, p_λ и p_β , можно вычислить также по формулам

$$\left. \begin{aligned} p_\lambda &= p + \pi \operatorname{tg} \beta \cos (\Pi - \lambda), \\ p_\beta &= \pi \sin (\Pi - \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

Аналогичные формулы существуют для годичных прецессий p_α , p_δ по прямому восхождению и склонению:

$$\left. \begin{aligned} p_\alpha &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ p_\delta &= n \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Величины p_α и p_δ опубликованы в «Präzessionstafeln» Петерса. Приближенные значения годовой прецессии по α и δ приведены в таблицах Баушингера, Комри и М. Ф. Субботина.

При работе с каталогами звездных положений часто возникает необходимость перехода от среднего равноденствия эпохи T_0 одного каталога к среднему равноденствию эпохи T_1 другого каталога. В этих случаях соответствующие редукции $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ могут быть представлены в виде рядов Тэйлора по степеням интервала времени $T_1 - T_0 = T$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \alpha(T_1) - \alpha(T_0) = \frac{d\alpha}{dT} \Big|_{T=T_0} T + \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dT^2} \Big|_{T=T_0} T^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3\alpha}{dT^3} \Big|_{T=T_0} T^3, \\ \Delta\delta &= \delta(T_1) - \delta(T_0) = \frac{d\delta}{dT} \Big|_{T=T_0} T + \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{d^2\delta}{dT^2} \Big|_{T=T_0} T^2 + \frac{1}{6} \frac{d^3\delta}{dT^3} \Big|_{T=T_0} T^3, \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

коэффициенты которых $\frac{d\alpha}{dT}, \dots, \frac{d^3\delta}{dT^3}$ являются функциями прецессионных параметров m и n и координат небесного объекта (звезды) α и δ , вычисленными для эпохи T_0 :

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\alpha_0}{dT} &= m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0, \\
 \frac{d\delta_0}{dT} &= n \cos \alpha_0, \\
 \frac{d^2\alpha_0}{dT^2} &= \frac{dm}{dT} + \frac{1}{2} n^2 \sin 2\alpha_0 + \\
 &\quad + \left(\frac{dn}{dT} \sin \alpha_0 + mn \cos \alpha_0 \right) \operatorname{tg} \delta_0 + n^2 \sin 2\alpha_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0, \\
 \frac{d^2\delta_0}{dT^2} &= -mn \sin \alpha_0 + \frac{dn}{dT} \cos \alpha_0 - \\
 &\quad - \frac{1}{2} n^2 (1 - \cos 2\alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0, \\
 \frac{d^3\alpha_0}{dT^3} &= \frac{3}{2} n \frac{dn}{dT} \sin 2\alpha_0 + \frac{3}{2} mn^2 \cos 2\alpha_0 + \\
 &\quad + \frac{1}{2} mn^2 + \left[\left(2m \frac{dn}{dT} + n \frac{dm}{dT} \right) \cos \alpha_0 - m^2 n \sin \alpha_0 + \right. \\
 &\quad \quad \left. + \frac{1}{2} n^3 (3 \sin 3\alpha_0 + \sin \alpha_0) \right] \operatorname{tg} \delta_0 + \\
 &\quad + 3 \left(n \frac{dn}{dT} \sin 2\alpha_0 + mn^2 \cos 2\alpha_0 \right) \operatorname{tg}^2 \delta_0 + \\
 &\quad \quad \quad + 2n^3 \sin 3\alpha_0 \operatorname{tg}^3 \delta_0, \\
 \frac{d^3\delta_0}{dT^3} &= -m^2 n \cos \alpha_0 - \left(n \frac{dm}{dT} + 2m \frac{dn}{dT} \right) \sin \alpha_0 - \\
 &\quad - \frac{1}{4} n^3 (\cos \alpha_0 - \cos 3\alpha_0) - \left[\frac{3}{2} mn^2 \sin 2\alpha_0 + \right. \\
 &\quad \quad \left. + \frac{3}{2} n \frac{dn}{dT} (1 - \cos 2\alpha_0) \right] \operatorname{tg} \delta_0 - \\
 &\quad \quad \quad - \frac{3}{4} n^3 (\cos \alpha_0 - \cos 3\alpha_0) \operatorname{tg}^2 \delta_0.
 \end{aligned} \right\} (74)$$

При достаточном удалении звезды от полюса мира вторые и третьи производные от экваториальных координат α , δ малы, и обычно вычисляется их влияние в течение соответственно 100 и 1 000 000 лет; поэтому в каталогах даются следующие члены редукции за прецессию:

годовое изменение (variatio annua) в α :

$$VA_{\alpha} = \frac{d\alpha_0}{dT},$$

годовое изменение в δ :

$$VA_{\delta} = \frac{d\delta_0}{dT},$$

вековое изменение (variatio saecularis) в α :

$$VS_{\alpha} = 100 \frac{d^2\alpha_0}{dT^2},$$

вековое изменение в δ :

$$VS_{\delta} = 100 \frac{d^2\delta_0}{dT^2},$$

третий член редукции в α :

$$\text{III}_{\alpha} = \frac{(100)^3}{6} \frac{d^3\alpha_0}{dT^3},$$

третий член редукции в δ :

$$\text{III}_{\delta} = \frac{(100)^3}{6} \frac{d^3\delta_0}{dT^3}.$$

Таким образом, формулы приведения (73) принимают такой вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= VA_{\alpha}(T_1 - T_0) + \frac{VS_{\alpha}}{200}(T_1 - T_0)^2 + \frac{\text{III}_{\alpha}}{(100)^3}(T_1 - T_0)^3, \\ \Delta\delta &= VA_{\delta}(T_1 - T_0) + \frac{VS_{\delta}}{200}(T_1 - T_0)^2 + \frac{\text{III}_{\delta}}{(100)^3}(T_1 - T_0)^3 \end{aligned} \right\} (75)$$

(см. также Звездные каталоги).

При ручных вычислениях коэффициентов $VA_{\alpha} = p_{\alpha}$, $VA_{\delta} = p_{\delta}$, VS_{α} , VS_{δ} , III_{α} , III_{δ} целесообразно воспользоваться таблицами, опубликованными в изданиях Астрономического вычислительного института в Берлине, Veröffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts zu Berlin-Dahlem: Nr. 49, 1930; Nr. 50, 51, 1934.

§ 4. Астрономическая нутация

Так как гелиоцентрическая орбита Земли отличается от круговой, то расстояние Земли от Солнца периодически изменяется и, следовательно, меняется влияние Солнца на

движения среднего полюса мира и среднего экватора. Аналогичное влияние обусловлено эллиптичностью геоцентрической орбиты Луны. Таким образом, на общую прецессию среднего полюса мира налагается квазипериодическое движение, называемое астрономической нутацией по долготе, $\Delta\psi$.

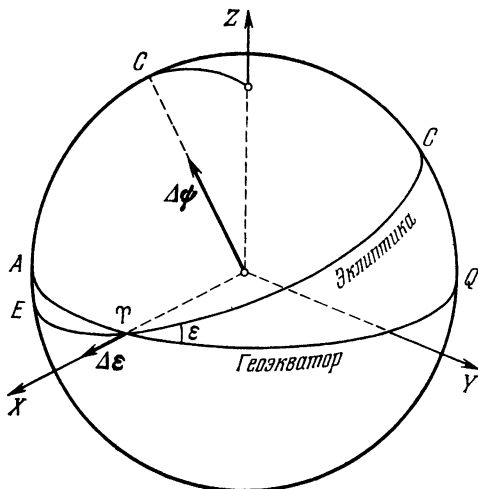


Рис. 23. Нутация в долготе ($\Delta\psi$) и в наклоне ($\Delta\varepsilon$).

Главный член астрономической нутации обусловлен несовпадением плоскости орбиты Луны с плоскостью эклиптики и попятным движением линии узлов лунной орбиты на эклиптике. Поэтому наблюдаются периодические изменения наклона эклиптики к экватору, в совокупности называемые нутацией наклона $\Delta\varepsilon$ (рис. 23).

Не следует смешивать астрономическую нутацию с нутационным движением (эйлеровым движением, или свободной прецессией) оси вращения Земли относительно оси главного момента инерции; эйлерово движение является одной из компонент движения земных полюсов.

Положения небесных объектов, отнесенные в системе координат, определяемой экватором и эклиптикой, движущимися вследствие общей прецессии и астрономической нутации (или просто нутации) по долготе и в наклоне, называются истинными положениями, отнесенными к «ис-

тинному равноденствию и экватору (или эклиптике) эпохи T . Аналогичным образом полюс мира, движущийся относительно среднего полюса мира вследствие нутации, называется истинным полюсом мира.

Разложения нутации в долготе $\Delta\psi$ и в наклоне $\Delta\epsilon$, используемые при вычислениях эфемерид, основаны на теории вращения Земли, разработанной в 50-х годах Вулардом и опубликованной в *Astronomical Papers*, Vol. XV, Pt. 1 в 1953 г. (имеется русский перевод этого мемуара: Э. В у л а р д, Теория вращения Земли вокруг центра масс.— М.: Физматгиз, 1963). Разложения, данные Вулардом, содержат 69 членов в выражении для $\Delta\psi$ и 40 членов в выражении для $\Delta\epsilon$ вида

$$(A + BT) \frac{\sin}{\cos} (il + i'l' + jF + kD + n\Omega),$$

где \sin относится к $\Delta\psi$, \cos — к $\Delta\epsilon$, A и B — числовые коэффициенты в секундах дуги, входящие в амплитуду члена; i, i', j, k, n — целые числа; l, l', F, D — фундаментальные аргументы теории движения Луны, построенной Брауном, которые зависят от параметров движения Луны и Солнца (см. также стр. 339).

В соответствии с установившейся практикой вся совокупность нутационных членов делится на долгопериодическую часть $\Delta\psi, \Delta\epsilon$, не зависящую от долготы Луны, и короткопериодическую часть $\Delta\psi, d\epsilon$; к последней относятся все члены, периоды аргументов которых не превосходят 35 суток.

Амплитуда главного члена нутации в долготе $\Delta\psi$ равна $17'',23$, период — 6798 суток (18,62 года), главный член нутации наклона $\Delta\epsilon$ имеет тот же период и амплитуду, равную $9'',210$ и известную как постоянная нутации.

Величины $\Delta\psi, d\psi$ нутации в долготе на 0^h каждых суток года даны на нечетных страницах 11—25 «Астрономического ежегодника СССР»; что же касается величин нутации наклона $\Delta\epsilon$ и $d\epsilon$, то они могут быть найдены по значениям $B + B' = -(\Delta\epsilon + d\epsilon)$, $B' = -d\epsilon$, табулируемым на 0^h эфемеридного времени каждых суток года в разделе «Редукционные величины» (четные страницы 254—268) «Астрономического Ежегодника СССР» или на 0^h звездного времени на страницах 270—277.

Учет нутации

Чтобы перейти от средних эклиптических координат $(\lambda, \beta)_{\text{сред}}$, отнесенных к средней точке весеннего равноденствия, к истинным эклиптическим координатам $(\lambda, \beta)_{\text{ист}}$, достаточно к $\lambda_{\text{сред}}$ прибавить нутацию в долготе $\Delta\psi + d\psi$, оставляя широту $\beta_{\text{сред}}$ без изменений, так как нутация не смещает плоскость эклиптики; таким образом,

$$\left. \begin{aligned} \beta_{\text{ист}} &= \beta_{\text{сред}}, \\ \lambda_{\text{ист}} &= \lambda_{\text{сред}} + \Delta\psi + d\psi. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Нутацию наклона $\Delta\varepsilon + d\varepsilon$ необходимо учитывать только при переходе к экваториальным системам координат.

Нутация в долготе $\Delta\psi + d\psi$ вызывает смещение точки весеннего равноденствия по экватору, равное $(\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon$; это смещение называется нутацией прямых восхождений, или уравнением равноденствий. Уравнение равноденствий равно, таким образом, прямому восхождению средней точки весеннего равноденствия в системе истинного равноденствия и экватора, и представляя разность среднего и истинного прямых восхождений точки на экваторе, равно разности N_α между средним и истинным звездным временем. Нутация в прямом восхождении дается значениями $\Delta\psi \cos \varepsilon$ и $d\psi \cos \varepsilon$, табулируемыми на 0^{h} всемирного времени каждых суток года на страницах 6—9 раздела «Звездное время» «Астрономического Ежегодника СССР».

Переход от средних экваториальных координат $(\alpha, \delta)_{\text{сред}}$ небесного объекта к истинным экваториальным координатам $(\alpha, \delta)_{\text{ист}}$ осуществляется при помощи поправок первого порядка:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) \Delta\psi - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta\varepsilon, \\ \Delta\delta &= \sin \varepsilon \cos \alpha \Delta\psi + \sin \alpha \Delta\varepsilon, \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

всегда применяемых в сочетании с поправками за прецессию от начала бесселева года до заданного момента (см. стр. 93).

Вследствие нутации изменяется положение точки весеннего равноденствия Υ и наклон эклиптики к экватору ε . Если P — истинный полюс, $P_{\text{сред}}$ — средний полюс,

C — полюс эклиптики, то для перемещения $P_{\text{сред}}$ в P можно повернуть систему координат $\overline{X\bar{Y}\bar{Z}}$, связанную со средним экватором, сначала на угол $\Delta\psi_s$ вокруг OC (нута́ция по долготе), затем вокруг $O\Upsilon$ на угол $\Delta\varepsilon_s$ (нута́ция в наклоне) (рис. 24).

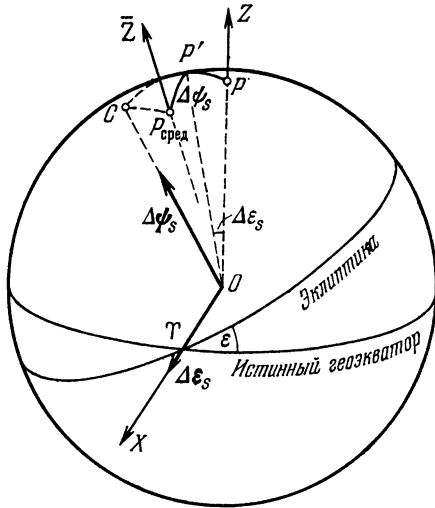


Рис. 24. Нута́ция.

Общее вращение $\Delta\varepsilon = \Delta\psi_s + \Delta\varepsilon_s$ смещает любую точку $\sigma(\mathbf{r})$ на $\delta\mathbf{r}$ относительно подвижных осей координат, причем

$$\delta\mathbf{r} = [\delta\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]$$

и

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + [\delta\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]. \quad (78)$$

Применяя к (78) основную операцию, найдем

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \overline{K}(\alpha, \delta) \mathbf{r}^{-1} \begin{bmatrix} \delta\omega_y z - \delta\omega_z y \\ \delta\omega_z x - \delta\omega_x z \\ \delta\omega_x y - \delta\omega_y x \end{bmatrix}.$$

Так как

$$\begin{aligned} \delta\omega_x &= (\Delta\psi_s)_x + (\Delta\varepsilon_s)_x = \Delta\varepsilon_s, \\ \delta\omega_y &= (\Delta\psi_s)_y + (\Delta\varepsilon_s)_y = -\Delta\psi_s \sin \varepsilon, \\ \delta\omega_z &= (\Delta\psi_s)_z + (\Delta\varepsilon_s)_z = \Delta\psi_s \cos \varepsilon, \end{aligned}$$

то

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= [\cos \varepsilon + \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \sin \varepsilon] \Delta\psi_s - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \Delta\varepsilon_s, \\ \Delta\delta &= \sin \varepsilon \cos \alpha \Delta\psi_s + \sin \alpha \Delta\varepsilon_s. \end{aligned} \right\} (79)$$

Этот переход можно выполнить при помощи матриц вращения \bar{p} , \bar{q} , \bar{r} , составляющих матрицу нутации \bar{N} , а именно:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} = \bar{N} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{сред}}, \delta_{\text{сред}}}, \quad (80)$$

где

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \varepsilon & -\Delta\psi \sin \varepsilon \\ \Delta\psi \cos \varepsilon & 1 & -\Delta\varepsilon \\ \Delta\psi \sin \varepsilon & \Delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

или

$$\bar{N} = \bar{p} (-\Delta\varepsilon) \bar{q} (\Delta\psi \sin \varepsilon) \bar{r} (-\Delta\psi \cos \varepsilon).$$

Члены второго порядка могут быть учтены прибавлением к матрице \bar{N} матрицы \bar{N}_2 :

$$\bar{N}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{(\Delta\psi)^2}{2} & 0 & 0 \\ -\Delta\varepsilon \Delta\psi \sin \varepsilon - \frac{1}{2} [(\Delta\varepsilon)^2 + (\Delta\psi \cos \varepsilon)^2] - \frac{1}{2} (\Delta\psi)^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon & & \\ \Delta\varepsilon \Delta\psi \cos \varepsilon - \frac{1}{2} (\Delta\psi)^2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon & -\frac{1}{2} [(\Delta\varepsilon)^2 + (\Delta\psi \sin \varepsilon)^2] & \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Точный учет нутации может быть осуществлен посредством трех последовательных поворотов средней эклиптической системы на угол ε вокруг средней оси X^1), на угол $-\Delta\psi$ вокруг средней оси Z' и угол $-(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$ вокруг истинной оси X' , т. е. при помощи матрицы \bar{N} , равной (рис. 25)

$$\bar{N} = \bar{p} (-\varepsilon - \Delta\varepsilon) \bar{r} (-\Delta\psi) \bar{p} (\varepsilon). \quad (83)$$

1) Выражение «средняя ось» означает, что соответствующая ось системы координат проходит через среднюю точку весеннего равноденствия или средний полюс эклиптики (мира). То же относится к выражению «истинная ось».

Приведение на истинное место (reductio ad locum verum)

На практике часто встречается необходимость привести сферические координаты небесного объекта, заданные на эпоху T_0 , совпадающую обычно с моментом начала некоторого бesselева года $1900,0 + T_0$, к истинному равно-

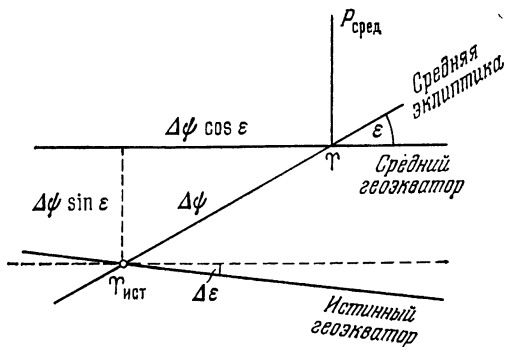


Рис. 25. Нутация.

денствию определенной даты t календарного года, которому соответствует бesselев год, начинающийся в момент $1900,0 + T_1$.

В этом случае средние координаты (α_0, δ_0) небесного объекта, отнесенные к среднему равноденствию эпохи $1900,0 + T_0$, посредством прецессионных параметров ζ_0, z, θ и формул (39)—(41) переводят на среднее равноденствие начала бesselева года $1900,0 + T_1$ и получают, таким образом, средние координаты (среднее место) (α_1, δ_1) небесного объекта. Далее учитывают прецессию от начала бesselева года $1900,0 + T_1$ до заданной даты t и нутацию в дату t , причем интервал времени между началом бesselева года $1900,0 + T_1$ и датой (моментом) t выражают в долях тропического года, деля его на 365,2422 суток. Эту долю тропического года обозначают обычно через τ ; значения τ табулированы в разделе «Редукционные величины» «Астрономического Ежегодника СССР».

Таким образом, к среднему месту (α_1, δ_1) необходимо прибавить еще поправки, определяемые формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= (m + n \operatorname{tg} \delta_1 \sin \alpha_1) \left(\tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{P_1} \right) - \\ &\quad - \operatorname{tg} \delta_1 \cos \alpha_1 (\Delta\varepsilon + d\varepsilon) + \frac{q_1}{P_1} (\Delta\psi + d\psi), \\ \Delta\delta &= n \cos \alpha_1 \left(\tau + \frac{\Delta\psi + d\psi}{P_1} \right) + \sin \alpha_1 (\Delta\varepsilon + d\varepsilon). \end{aligned} \right\} (84)$$

Если ввести редуccionные величины первого рода (алгебраическую систему редуccionных величин) $A + A'$, $B + B'$, E или редуccionные величины второго рода (тригонометрическую систему) f , g , G , определяемые формулами:

$$\left. \begin{aligned} A + A' &= n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon, \\ B + B' &= -(\Delta\varepsilon + d\varepsilon), \\ E &= \frac{q_1}{P_1} (\Delta\psi + d\psi), \end{aligned} \right\} (85)$$

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{15} [m\tau + (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon], \\ g \cos G &= A + A', \\ g \sin G &= B + B', \end{aligned} \right\} (86)$$

а также редуccionные постоянные a , b ; a' , b' , зависящие в основном от средних координат небесного объекта

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{15} \left(\frac{m}{n} + \sin \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_1 \right), & a' &= \cos \alpha_1, \\ b &= \frac{1}{15} \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_1, & b' &= -\sin \alpha_1, \end{aligned} \right\} (87)$$

то формулы (84) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{ист}} - \alpha_1 &= (A + A')a + (B + B')b + E, \\ \delta_{\text{ист}} - \delta_1 &= (A + A')a' + (B + B')b', \end{aligned} \right\} (88)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{ист}} - \alpha_1 &= f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha_1) \operatorname{tg} \delta_1, \\ \delta_{\text{ист}} - \delta_1 &= g \cos (G + \alpha_1). \end{aligned} \right\} (89)$$

Формулы (88) целесообразно применять в тех случаях, когда необходимо вычислить длинную эфемериду, содержащую положения звезды для многих дат.

Если же координаты звезды вычисляются для нескольких отдельных дат, то лучше воспользоваться формулами (89).

Формулы (88) и (89) являются полными, так как учитывают влияние короткопериодических членов нутации $d\psi$ и $d\varepsilon$. При необходимости вычислить члены редукции

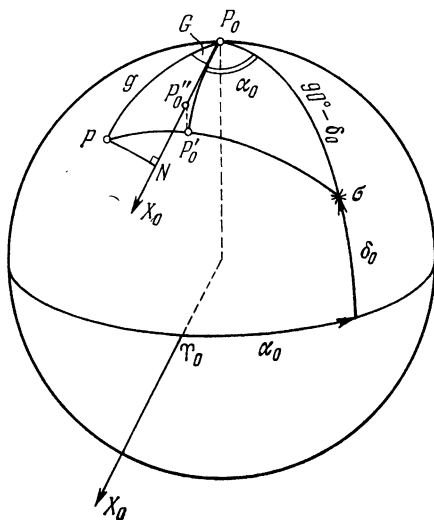


Рис. 26. Геометрический смысл редукционных величин g , G .
 P_0'' — проекция P_0 на направление P_0X_0 .

за короткопериодическую нутацию отдельно можно прибегнуть к формулам:

$$\left. \begin{aligned} da &= A'a + B'b = f' + \frac{1}{15} g' \sin(G' + \alpha_1) \operatorname{tg} \delta_1, \\ d\delta &= A'a' + B'b' = g' \cos(G' + \alpha_1), \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A' &= d\psi \sin \varepsilon, & f' &= \frac{1}{15} d\psi \cos \varepsilon, \\ B' &= -d\varepsilon, & g' \cos G' &= A', \\ & & g' \sin G' &= B'. \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

Легко выяснить геометрический смысл редукционных величин f , g , G .

Пусть P_0 (рис. 26) есть положение среднего полюса мира в эпоху T_0 , совпадающую с моментом начала бесселева

года, P'_0 — положение среднего полюса мира через τ -ю часть тропического года, т. е. в эпоху $T_0 + \tau$, P — положение мгновенного истинного полюса в эпоху T . Тогда $P_0P'_0 = \pi\tau$, P'_0P представляет полную нутацию: $NP = -\Delta\varepsilon$, $P'_0N = \Delta\psi \sin \varepsilon$. Дуга P_0P равна g , угол при P_0 между направлениями $P_0P'_0$ и P_0P , отсчитываемый по часовой стрелке, равен G , угол $\sigma\hat{P}_0P'_0$, есть среднее прямое восхождение α_0 , величина f измеряется смещением точки весеннего равноденствия по экватору, слагающимся из прецессии $m\tau$ и нутации $\Delta\psi \cos \varepsilon$ по прямому восхождению. Таким образом, величины g и G можно считать поллярными координатами истинного полюса P относительно среднего полюса P_0 .

Если интервал табулирования звездных положений превышает одни сутки, то из-за трудностей, связанных с интерполированием при таком интервале, короткопериодические члены нутации при вычислении истинных (видимых) мест звезд исключаются и вычисляются отдельно; соответствующие поправки $d\alpha$ и $d\delta$ прибавляются к результатам интерполирования по таблицам. Это имеет место, например, в случае так называемых «десятидневных звезд», т. е. в разделе Ежегодника «Видимые места звезд», в котором эфемериды видимых положений табулированы с интервалом в 10 суток, и в специальном ежегоднике «Apparent Places of Fundamental Stars» (см. стр. 109).

Дифференциальные поправки за прецессию и нутацию

Вращение системы отсчета из-за прецессии (и нутации) вызывает малые изменения в относительных координатах двух близких объектов на небесной сфере; это справедливо и для разностей $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, и для позиционных углов ρ .

Так как величины редукций $\alpha - \alpha_0$, $\delta - \delta_0$ зависят от значений прямых восхождений и склонений, то разности $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ координат двух объектов, отнесенных к истинному экватору и равноденствию даты, не совпадают с разностями $\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta_0$ координат этих же объектов, отнесенных к среднему экватору и равноденствию начала бесселева года. С точностью до малых величин первого порядка

имеем

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \Delta\alpha_0 + \frac{\partial(\alpha - \alpha_0)}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial(\alpha - \alpha_0)}{\partial\delta} \Delta\delta, \\ \Delta\delta &= \Delta\delta_0 + \frac{\partial(\delta - \delta_0)}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial(\delta - \delta_0)}{\partial\delta} \Delta\delta.\end{aligned}$$

Обращаясь к формулам (88) и учитывая только долгопериодические члены нутации, находим дифференцированием

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \Delta\alpha_0 + (A \cos \alpha - B \sin \alpha) \operatorname{tg} \delta \Delta\alpha + \\ &\quad + (A \sin \alpha + B \cos \alpha) \sec^2 \delta \Delta\delta = \\ &= \Delta\alpha_0 + g \cos (G + \alpha) \operatorname{tg} \delta \Delta\alpha + g \sin (G + \alpha) \sec^2 \delta \Delta\delta, \\ \Delta\delta &= \Delta\delta_0 - (A \sin \alpha + B \cos \alpha) \Delta\alpha = \\ &= \Delta\delta_0 - g \sin (G + \alpha) \Delta\alpha;\end{aligned}$$

в этих формулах g выражено в радианах, значения α и δ вычисляются для эпохи, соответствующей средней эпохе между заданной датой и началом данного бесселева года.

Таким образом, если $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ означают наблюдаемые разности координат в смысле «движущийся объект (планета, комета) минус опорная звезда», то поправки за дифференциальную прецессию и нутацию для приведения к равноденствию начала ближайшего бесселева года равны:

по прямому восхождению

$$- g \cos (G + \alpha) \operatorname{tg} \delta \Delta\alpha - g \sin (G + \alpha) \sec^2 \delta \Delta\delta,$$

по склонению

$$+ g \sin (G + \alpha) \Delta\alpha.$$

Изменение позиционного угла p дуги s большого круга небесной сферы, соединяющей близкие объекты P_1 и P_2 , обусловлено полностью смещением полюса мира вследствие лунно-солнечной прецессии и нутации; оно равно по величине и обратно по знаку изменению угла η в сферическом треугольнике $P_1 P_N C$ (рис. 27).

Имеем при $\beta = \text{const}$

$$\cos \delta \Delta\eta = \cos \alpha \Delta\epsilon - \sin \epsilon \sin \alpha \Delta\lambda$$

и с точностью до малых величин первого порядка

$$\Delta p = (\psi \sin \epsilon \sin \alpha - \cos \alpha \Delta\epsilon) \sec \delta,$$

откуда, учитывая только прецессию и пренебрегая лунно-солнечной прецессией в наклоне, получаем

$$\Delta p = n \sin \alpha \sec \delta = g \sin (G + \alpha) \sec \delta.$$

Таким образом, если позиционный угол p , измеренный

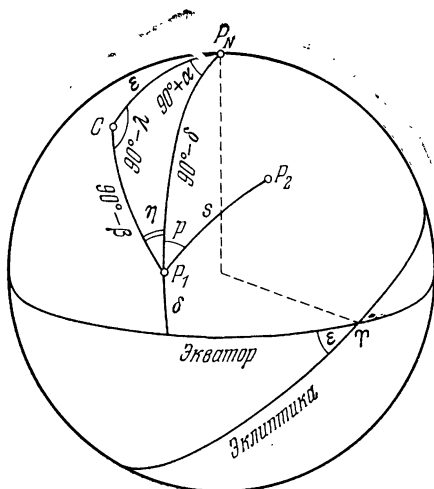


Рис. 27. Дифференциальная прецессия в позиционном угле p .

в эпоху t , следует привести к эпохе, t_0 то достаточно прибавить поправку, равную

$$\Delta p = n \sec \delta \sin \alpha (t_0 - t),$$

где n можно считать равным $0^{\circ},0056$ и выразить интервал $t_0 - t$ в тропических годах.

Редукционные величины в обеих системах, алгебраической и тригонометрической, публикуются в разделе «Редукционные величины» «Астрономического Ежегодника СССР». Значения прецессионных параметров m и n берутся на странице 5 Ежегодника для данного календарного года, либо на начало соответствующего бесселева года, если заданная дата попадает в первую половину календарного года (1 января — 1 июля), либо для начала следующего бесселева года, если дата попадает во вторую половину данного календарного года (1 июля — 31 декабря). Этим достигается ослабление влияния неучтенных

членов прецессии второго порядка. Поэтому значения τ в первой половине года положительны, а во второй — отрицательны.

При применении быстродействующей вычислительной техники целесообразно воспользоваться формулами перехода от среднего экватора и равноденствия начала бесселева года, ближайшего к заданной дате, к истинному экватору и равноденствию этой даты в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} = \bar{r}(-f)\bar{q}(A + A')\bar{p}(B + B') \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_1, \delta_1}. \quad (92)$$

Еще лучше произвести переход от среднего равноденствия эпохи T_0 сразу к среднему равноденствию даты t , применив целесообразно вычисленные прецессионные параметры Ньюкома—Андуайе ζ_0, z, θ и учитывая нутацию при помощи матрицы нутации \bar{N} , заданной формулами (80)—(83). Таким образом,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} = \bar{N}\bar{P} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}, \quad (93)$$

где, например,

$$\bar{N}\bar{P} = \bar{p}(-\varepsilon_t - \Delta\varepsilon - d\varepsilon)\bar{r}(-\Delta\psi - d\psi)\bar{p}(\varepsilon_t) \times \\ \times \bar{r}(-z)\bar{q}(\theta)\bar{r}(-\zeta_0), \quad (94)$$

ε_t — средний наклон эклиптики к экватору в момент t .

При этом необходимо иметь в виду, что в случае редукции звездных положений по формулам (92) и (93) следует предварительно учесть эффект собственного движения, т. е. сначала совершить переход к эпохе, а потом — к равноденствию. Смысл этих слов станет ясным, если вникнуть в понятия эпоха и равноденствие: если среднее звездное положение от эпохи $1900,0 + T_0$ переведено к $1900,0 + T_1$ только собственным движением, то оно относится к эпохе $1900,0 + T_1$ и равноденствию $1900,0 + T_0$. Таким образом, предполагается, что α_0, δ_0 уже исправлены учетом собственного движения за интервал $t - T_0$, т. е.

$$\alpha_0 = \alpha'_0 + \mu_\alpha (t - T_0), \\ \delta_0 = \delta'_0 + \mu_\delta (t - T_0),$$

где α'_0, δ'_0 означают средние каталожные координаты звезды, μ_α, μ_δ — собственные движения по прямому восхождению и склонению в начальную эпоху $1900,0 + T_0$.

Средние места звезд. Звездные каталоги

Система геоцентрических координат, определяемая на небесной сфере, например, экватором и точкой весеннего равноденствия, вместе с системами звездного и среднего времени, определяемыми суточными движениями звезд и Солнца, составляют ту пространственно-временную систему отсчета, к которой относятся как теоретически вычисленные положения небесных объектов, так и фактически наблюдаемые их положения. При астрономических наблюдениях небесных объектов их положения «привязываются» к этой системе отсчета посредством сети избранных звезд, положениями которых «закреплены» на небесной сфере основные ее круги и точки; эта сеть избранных опорных звезд называется фундаментальной звездной системой. Такое закрепление положений основных кругов на небесной сфере осуществляется на практике непосредственными наблюдениями видимых положений Солнца и планет по отношению к звездам фундаментальной системы. Систему опорных звезд обычно представляют в виде списка звезд (называемого звездным каталогом), содержащего их наименования, координаты относительно экватора и равноденствия определенной эпохи и изменения этих координат, обусловленные прецессией и собственным движением звезд. Координаты фундаментальных звезд определяются абсолютными методами, не зависящими ни от каких других определений. Поэтому в случае фундаментальной системы звезд правильнее говорить о том, что фундаментальные положения звезд определяют положения плоскости экватора и точки весеннего равноденствия в момент времени, называемый эпохой каталога. После установления фундаментальной системы звезд можно определять положения небесных объектов относительно нее, пользуясь дифференциальными методами.

Классификация каталогов звездных положений

Если в качестве основного принципа классификации типов каталогов звездных положений принять критерий точности, с которой в каталоге даются координаты звезд, то можно установить два вида таких каталогов: 1) описи, или обзоры звезд, 2) точные каталоги. Каталоги первого вида предназначены для обеспечения наиболее полной основы для отождествления звезд в заданной области неба при непосредственном сравнении астрофотографии с небом. К числу таких каталогов относятся так называемые «Durchmusterungen» (обозрения), изданные в Бонне, Кордове и Лейдене в различные годы. Для целей эфемеридной астрономии и астрометрии, требующих знания координат небесных объектов с возможно более высокой точностью, основную роль играют точные каталоги. Этот класс каталогов может быть разделен в соответствии с методом получения на абсолютные, дифференциальные, фундаментальные и сводные каталоги. Абсолютные и дифференциальные каталоги называют иногда исходными каталогами; фундаментальные и сводные каталоги, содержащие положения звезд, полученные посредством обработки координат звезд, даваемых абсолютными каталогами, называются производными.

В отличие от звездных положений, собственные движения звезд нельзя получить непосредственно в момент наблюдения, они могут быть только вычислены на основе наблюдений, произведенных в различные эпохи. Так как прямые астрономические наблюдения дают положения звезд, отнесенные к системе истинных прямых восхождений и склонений в момент наблюдения, то при выводе собственных движений необходимо привести координаты звезд, полученные в различные эпохи, к одной и той же системе отсчета учетом прецессии и нутации. Этим обуславливается зависимость определяемых собственных движений от конкретных числовых значений постоянных прецессии и нутации.

Необходимо заметить, что не следует смешивать по существу два различных понятия: фундаментальную систему и инерциальную систему, по отношению к которой первая является, хотя и хорошим, но все же приближением. Любая фундаментальная система определяется

только совокупностью звездных положений данного звездного каталога и принятой методикой уравнивания. Наилучшим решением проблемы построения фундаментальной системы было бы создание системы, надежно и однозначно определенной для каждой точки небесной сферы независимо от математической модели уравнивания наблюдений звезд. С этой целью необходимо было бы определять направление координатных осей фундаментальной системы по бесконечно малым областям неба, населенным бесконечно большим числом звезд. Однако в действительности таких областей с бесконечным количеством фундаментальных звезд не существует. Таким образом, фундаментальную систему можно определить как систему положений и собственных движений звезд, вычисленных для определенной эпохи, отнесенную к координатным осям заданной эпохи и к определенному значению постоянной прецессии. Как правило, положения звезд и осей координат в фундаментальных каталогах относятся к одной и той же эпохе, общей для всех звезд данного каталога.

Очевидно, что положения одних и тех же звезд в различных фундаментальных системах будут различны. Чтобы перевести положение звезды из одной фундаментальной системы в другую, необходимо располагать систематическими разностями между обеими системами в координатах $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ и в компонентах собственного движения $\Delta\mu_\alpha$ и $\Delta\mu_\delta$. Систематические разности обычно задаются либо таблицей, либо формулой, причем они отнесены к определенной эпохе T_0 . Тогда в любой момент времени T систематические разности между координатами одной и той же звезды в обеих фундаментальных системах равны

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha(T) &= \Delta\alpha(T_0) + \Delta\mu_\alpha(T - T_0), \\ \Delta\delta(T) &= \Delta\delta(T_0) + \Delta\mu_\delta(T - T_0). \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

Первым опытом по созданию фундаментальной системы можно считать «Таблицы для редукции астрономических наблюдений, вычисленные с 1750 по 1850 годы», составленные Бесселем на основе собственных наблюдений, дополненных наблюдениями Брадлея, («Tabulae Regiomontanae», или TR). Фундаментальный каталог TR до 1861 г. был основой публикации эфемерид ежегодника «Berliner Astronomisches Jahrbuch».

В 1867 г. по поручению научного общества *Astronomische Gesellschaft*, организовавшего на международных кооперативных началах наблюдения положений звезд в широких масштабах для создания общего каталога (известного в дальнейшем как AGK1), известный немецкий астрометрист Артур Ауверс составил список положений фундаментальных звезд, которые должны были служить в качестве опорных для индивидуальных астрометрических определений. Этот список и лег в основу первого фундаментального каталога FC, положившего начало ряду немецких фундаментальных каталогов. Принадлежащий к этому ряду фундаментальный каталог FK4 дает наилучшее в настоящее время приближение к инерциальной системе и принят во всех национальных астрономических ежегодниках. Каталог Ауверса «Fundamental-Catalog» был издан в двух частях; в первой части содержались средние положения и собственные движения 539 звезд, имеющих склонения от -10° до северного полюса мира, во второй части — звезды со склонениями от -10° до -32° . Для всех звезд каталога FC были даны текущие номера, визуальная величина, среднее взвешенное эпох наблюдения положений, использованных для образования прямого восхождения и склонения, приведенных в каталоге, положения звезд для эпохи и системы координат 1875,0, первые три члена формулы приведения за прецессию, основанные на значении постоянной прецессии Струве—Петерса, а также некоторые другие данные.

Результатом работ Ауверса и Петерса по совершенствованию фундаментальной системы каталога FC явилось издание в 1907 г. «Нового фундаментального каталога» NFK («Neuer Fundamental-Katalog»). Кроме каталогов абсолютных положений звезд в его основу легли около 50 относительных каталогов. Образование каталожных положений и собственных движений звезд было достигнуто применением смешанной методики, основанной на осреднении и методе наименьших квадратов. Как и в случае каталога FC, решающую роль при назначении весов фундаментальных каталогов играла интуиция Ауверса. Каталог NFK был составлен для 925 звезд, содержал текущие номера и названия звезд, их величины; положения и собственные движения звезд были даны для эпохи и средней системы координат 1925,0 и 1950,0 и основаны

на значении постоянной прецессии Ньюкома, принятом в 1896 г.

Решение *Astronomische Gesellschaft* переопределить положения звезд каталога АГК1, принятое в 1920 г., потребовало пересмотра системы фундаментальных звездных положений. Так возник «Третий фундаментальный каталог» — «*Dritter Fundamental-Katalog des Berliner Astronomischen Jahrbuches*», FK3, на основе которого и был создан общий каталог АГК2. Каталог FK3 основан на 77 каталогах, из которых 21 являются абсолютными. Как и в случае каталога FC, пересмотр системы каталога NFK был выполнен в два этапа: сначала положение каждой звезды было приведено к системе NFK, а затем была исправлена система положений и собственных движений каталога NFK. При составлении каталога FK3 почти не были использованы данные каталогов с эпохой наблюдения до 1845 г., так как его авторы считали, что исключение систематических ошибок, присущих этим каталогам, приведет к искажению окончательных результатов. Так как плотность звезд каталога NFK заметно увеличивалась к полюсам мира, то для обеспечения большей равномерности в распределении по небесной сфере звезд каталога FK3 были использованы около 600 «дополнительных» звезд (*Zusatzsterne*); их положения и собственные движения были вычислены только после приведения соответствующих каталогов, содержащих эти звезды, к системе FK3.

С 1935 г. до 1964 г., когда был принят каталог FK4, фундаментальный каталог FK3 служил основой эфемерид средних и видимых мест звезд в национальных ежегодниках и в международном ежегоднике «*Apparent Places of Fundamental Stars*», издававшемся до 1959 г. по поручению МАС Бюро Н. М. *Nautical Almanac Office*. С 1960 г. ежегодник «*Apparent Places of FS*» издается Астрономическим вычислительным институтом в Гейдельберге (*Astronomisches Rechen-Institut*), ФРГ.

«Четвертый фундаментальный каталог», FK4 («*The Fourth Fundamental Catalogue*»), был создан в Астрономическом вычислительном институте в Гейдельберге под руководством А. Копффа и В. Фрикке и опубликован в 1963 г. Как и ранее, непосредственным толчком к пересмотру фундаментального каталога FK3, вернее, к замене

его каталогом FK4, послужило решение о создании общего каталога AGK3.

Система фундаментального каталога FK4 основана на абсолютных и дифференциальных наблюдениях звезд, накопленных с года появления каталога FK3, т. е. с 1935 г. Сначала положения и собственные движения звезд были улучшены в системе FK3; для этого каталоги, появившиеся после публикации FK3, сравнивались с этим каталогом и приводились к его системе, образуя, таким образом, основу для улучшения положений и собственных движений отдельных звезд в системе каталога FK3. Затем положения этих звезд сравнивались с абсолютными каталогами. Система склонений была установлена с помощью каталогов, содержащих склонения звезд, полученные абсолютным методом; при этом точка экватора, т. е. нуль-пункт системы склонений некоторых из этих каталогов был определен при включении в общую обработку наблюдений Солнца, больших и малых планет. Хотя для установления системы собственных движений и исправления точки экватора были использованы абсолютные каталоги с эпохами от 1846 до 1956 г., окончательная система склонений основана на абсолютных каталогах с эпохами после 1900 г. Эпоха системы склонений фундаментального каталога FK4, т. е. средневзвешенная эпоха всех каталогов, определяющих систему склонений FK4, лежит в окрестности 1925,0.

Система прямых восхождений каталога FK4 выведена из абсолютных определений за время с 1918 по 1956 гг. со средней эпохой 1935,0. Для вывода системы собственных движений были привлечены только меридианные наблюдения звезд, произведенные в Вашингтоне, Пулкове и на мысе Доброй Надежды с 1897 по 1956 гг.; система собственных движений по прямому восхождению для звезд, лежащих южнее $\delta = -20^\circ$, основана только на меридианных наблюдениях обсерватории на мысе Доброй Надежды. Причиной этого явилось предположение о большей однородности в систематическом отношении собственных движений, определенных в результате анализа наблюдений, полученных дифференциальным методом только на одном инструменте, чем собственных движений, выведенных из наблюдений, произведенных на большом числе инструментов.

Стандартные ошибки системы каталога FK4 можно характеризовать следующей таблицей

δ	$\varepsilon_\alpha \cos \delta$	$100\varepsilon_{\mu_\alpha} \cos \delta$	ε_δ	$100\varepsilon_{\mu_\delta}$
$> +80^\circ$	0 ^s ,001	0 ^s ,010	0,"017	0,"07
+70	0,002	0,008	0,016	0,07
+50	0,003	0,010	0,016	0,05
+20	0,002	0,008	0,015	0,06
0	0,001	0,006	0,014	0,05
-20	0,002	0,012	0,020	0,08
-50	0,004	0,017	0,030	0,10
-75	0,009	0,024	0,040	0,13
	Эпоха 1935,0		Эпоха 1925,0	

Чтобы получить точность фундаментальной системы FK4 в эпоху T , следует вычислить средние ошибки по α и δ , пользуясь формулами

$$\left. \begin{aligned} [\varepsilon_\alpha^2 \cos^2 \delta]_T &= [\varepsilon_\alpha^2 \cos^2 \delta]_{T_0=1935,0} + \frac{(T - 1935,0)^2}{100^2} [\varepsilon_{\mu_\alpha} \cos \delta]_{T_0}^2, \\ [\varepsilon_\delta^2]_T &= [\varepsilon_\delta^2]_{T_0=1925,0} + \frac{(T - 1925,0)^2}{100^2} [\varepsilon_\delta]_{T_0}^2. \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

Так, для 1972 г. имеем для $\delta = -75^\circ$

$$\varepsilon_\alpha^2 \cos^2 \delta = (0^s,009)^2 + (0,37)^2(0^s,024)^2 = 0,000159_s,$$

и

$$\varepsilon_\delta^2 = (0",040)^2 + (0,47)^2(0",13)^2 = 0,00533,$$

т. е.

$$\varepsilon_\alpha \cos \delta = \pm 0^s,0126, \quad \varepsilon_\delta = \pm 0",073.$$

При этом необходимо иметь в виду, что вычисленные таким образом средние ошибки характеризуют только фундаментальную систему, а не положения звезд, и не могут толковаться как средние ошибки отклонения системы FK4 от инерциальной системы: они дают меру различия между идеальной и реальной системами FK4. Даже идеальная фундаментальная система FK4 отличалась бы от инерциальной системы координат в силу погрешности в 1" в столетие, отягощающей ньюкомово значение постоянной прецессии, с которым были вычислены все собственные

движения звезд каталога FK4. Это обстоятельство следует всегда учитывать при анализе динамических свойств движения небесных тел, наблюдаемых относительно звезд, положения которых заданы в системе FK4, смещающейся относительно инерциальной системы со скоростью, численно равной указанной поправке.

Данные фундаментального каталога FK4 размещены следующим образом: на левых (четных) страницах приведены номер звезды по каталогу FK3 и ее название, величина и спектральный класс согласно каталогу Дрэйпера («Henry Draper Catalogue», или HD), средние значения α , $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dT^2}$, для равноденствия и эпохи 1950,0 и

1975,0. Величина $\frac{1}{2} \frac{d^2\alpha}{dT^2}$ отнесена к тропическому столетию как единице времени и вычислена с учетом собственного движения. Далее здесь же даны собственное движение по α за 100 лет, обозначенное через μ и его производная по времени $\frac{d\mu}{dT}$ для тех же эпох и равноденствий.

Затем следуют взвешенная средняя эпоха (уменьшенная на 1900,0) $Er(\alpha)$ каталогов, использованных при образовании прямых восхождений каталога FK4, средняя ошибка $m(\alpha)$ по прямому восхождению в эпоху $Er(\alpha)$ в единицах $0^s,001$, средняя ошибка $m(\mu)$ столетнего собственного движения в $0^s,001$. Необходимо заметить, что эпохи $Er(\alpha)$ меняются от звезды к звезде; их нельзя смешивать с эпохой фундаментальной системы FK4.

На правых (нечетных) страницах повторяется номер звезды по каталогу FK3 и даны все величины для склонений, аналогичные приведенным для прямых восхождений. При этом ошибки выражены в единицах $0^m,01$. Кроме того, здесь приводятся столбцы номеров звезд по каталогам GC и N30.

За основным материалом каталога FK4 следуют специальные таблицы для компонент двойных звезд, таблицы учета членов эффекта сокращения для звезд FK4, таблицы систематических разностей между каталогами FK3 и FK4 и список каталогов, положенных в основу фундаментального каталога FK4. Средняя ошибка M_α в эпоху t , выраженную в тропических годах, протекших от эпохи 1900,0, в прямом восхождении звезды в системе FK4 определяется

в единицах $0^s,001$ формулой

$$M_{\alpha}^2 = [m(\alpha)]^2 + \left[\frac{t - Ep(\alpha)}{100} \right]^2 [m(\mu)]^2. \quad (97)$$

Аналогичная формула справедлива для средней ошибки M_{δ} в склонении в системе FK4.

Средняя ошибка E положения звезды относительно идеальной фундаментальной системы может быть найдена по формуле

$$E^2 = \varepsilon^2 + M^2,$$

где ε и M определяются соотношениями (96) и (97).

После составления фундаментального каталога FK4 стала очевидной необходимость включения дополнительных звезд. Поэтому на небесной сфере были выбраны 1987 звезд, не включенных в FK4, величины которых попадают в интервал звездных величин фундаментальных звезд. Первоначально эти звезды не были включены в FK4 из-за отсутствия или из-за недостаточного числа наблюдений их абсолютных положений. Таким образом, появилось «Предварительное дополнение к каталогу FK4» или сокращенно FK4 Sup («Preliminary Supplement to the Fourth Fundamental Catalogue»). Большинство звезд этого дополнения уже содержалось в каталоге N30; для них в каталоге FK4 Sup приведены следующие данные: номер, спектральный класс, положение в системе FK4 в эпоху и для равноденствия 1950,0, собственные движения для этой же эпохи и равноденствия, номера звезд по каталогам GC или N30, а также примечания (например, о переменности или кратности звезды и др.).

Для звезд, входящих и в каталог N30 и в FK4 Sup, указаны положения, данные в системе N30, приведенные за систематические разности к системе FK4. Для этих звезд данные, относящиеся к средней эпохе включенных каталогов и средним ошибкам, совпадают с данными, приведенными в каталоге N30. Положения звезд, не входящих в каталог N30, взяты из каталога GC и исправлены за систематические разности FK4 минус GC; кроме того, положение каждой звезды улучшено на основании новых наблюдений, проведенных в Морской обсерватории США Ф. Скоттом. Для этих звезд данные, относящиеся к эпохе и средним ошибкам, пока отсутствуют.

Как уже упоминалось, для целей практики наблюдений необходимы видимые места звезд, получаемые из средних мест (положений) путем соответствующих редукций. Видимые места 1535 звезд каталогов FK3 и FK4 публикуются в специальном ежегодном издании «Apparent Places of Fundamental Stars», издававшемся с 1941 по 1959 г. Бюро Н. М. Nautical Almanac Office в Гринвичской обсерватории, а с 1960 г. публикуемом в Astronomisches Rechen-Institut в Гейдельберге. Видимые положения звезд даны с интервалом в 10 дней («десятидневные» звезды); до выпуска ежегодника «Видимые места фундаментальных звезд» на 1968 г. они были вычислены с фундаментальными астрономическими постоянными, принятыми в 1896 г., а начиная с выпуска на 1968 год вычисления видимых мест основаны на новом значении постоянной годичной абберации, равном $20",496$. До 1963 г. положения были даны в системе FK3, с 1964 г. они отнесены к системе FK4.

«Астрономический Ежегодник СССР», в отличие от других национальных ежегодников, — Великобритании, США, Франции и других, — кроме средних мест звезд, вычисленных на начало соответствующего бесселева года в системе FK4, публикует также видимые места 777 звезд из каталогов FK4, GC и N30, которые используются в программах астрономо-геодезических работ, выполняемых в СССР.

При вычислении эфемерид видимых мест с 10-дневным интервалом короткопериодические члены нутации не включаются для возможности точного интерполирования эфемеридных значений: их учитывают после интерполирования. Влияние эллиптических членов годичной абберации также не включено, так как они входят в средние места звезд (см. стр. 134).

Начиная с 1960 г. влияние годичной абберации учитывается непосредственно на основе вычисления действительной скорости центра масс Земли относительно центра масс Солнечной системы (см. стр. 136). Для вычисления нутации используются разложения, опубликованные Вулардом, в которых даны все члены с коэффициентами не менее $0",0002$.

Влияние годичного параллакса учтено у 721 звезды; для этих звезд годичный параллакс достигает величины не менее $0",010$.

Почти одновременно с немецкими астрономами, работавшими над составлением фундаментального каталога FK3, американские астрономы под руководством Бенджамина Босса в Олбани (Dudley Observatory) начали подготовку своего каталога. Этот каталог под названием «General Catalogue of 33342 Stars for the Epoch 1950» («Общий каталог 33342 звезд для эпохи 1950,0») был опубликован в 1937 г. и известен как «Каталог Босса», или GC.

Каталог GC основан на положениях звезд из 250 отдельных каталогов, два из которых наблюдались специально для этой цели: в Олбани 20811 звезд и в Сан-Луи (Аргентина) 15333 звезды.

Цель создателей каталога GC состояла не только в установлении фундаментальной системы заданием положений и собственных движений звезд, тщательно подобранных и наиболее часто наблюдаемых, но и в определении на основе существующих меридианных наблюдений наилучших положений и собственных движений всех звезд ярче седьмой звездной величины. Кроме того, в каталог GC были включены также более слабые звезды, если для них существовали наблюдения достаточного объема для вывода точных положений.

Фундаментальная система каталога GC была получена улучшением системы «Предварительного общего каталога» («Preliminary General Catalogue», или PGC), который был создан в 1910 г. на основе 27 каталогов; из них 9 были абсолютными. Для улучшения фундаментальной системы PGC были приведены данные 36 каталогов, из которых 8 было абсолютных, так что можно считать систему GC выведенной из 53 каталогов (из них 17 абсолютных).

В отличие от представителей немецкой школы каталожного дела, считавших, что систематические разности между фундаментальными системами могут быть заданы только в форме таблиц, американские ученые приняли, что систематическая разность $\Delta\alpha_\alpha$, зависящая только от прямого восхождения α , может быть выражена отрезком ряда Фурье вида

$$\Delta\alpha_\alpha = a + b \sin \alpha + c \cos \alpha + d \sin 2\alpha + e \cos 2\alpha. \quad (98)$$

Представители немецкой школы считают, что такое выражение систематических разностей не дает достаточной гиб-

кости для отражения всех характеристических свойств функции $\Delta\alpha$, тогда как американские исследователи оспаривают возможность достаточно точного определения значений функции $\Delta\alpha$ более сложной, чем простой отрезок ряда Фурье, для некоторых значений аргумента α на основании ее отдельных эмпирически найденных табличных значений. Как показано в работе Эйхгорна, Гуджа и Гэйтвуда 1967 г., обе точки зрения заслуживают внимания: слишком «гибкая» модель функции систематических разностей может ввести систематическую ошибку, тогда как при отсутствии достаточно гибкого выражения этой функции существенная часть систематических разностей не будет представлена. В этой работе дан критерий для выбора пути наилучшего представления эмпирически определенной функции.

Значительный шаг вперед в решении проблемы сравнения каталогов был сделан Броше в работе 1966 г., заменившим модель систематических разностей, основанную на представлении рядами Фурье, более гибкой моделью, использующей разложение в ряд по сферическим функциям. Разложение обрывается, когда объективный статистический контроль показывает, что включение дальнейших членов разложения не дает существенного повышения точности представления. Однако метод Броше был бы неприменим при составлении таких фундаментальных каталогов, как FK4 или GC, даже если бы он был известен в то время, так как он требует выполнения большого объема вычислений, осуществимого только при помощи ЭВМ.

При выводе поправок, необходимых для приведения различных каталогов к системе GC, Босс предполагал, что они всегда могут быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_m, \\ \Delta\delta &= \Delta\delta_\alpha + \Delta\delta_\delta, \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

где, например, $\Delta\alpha_\alpha$ означает поправку к прямому восхождению, зависящую только от α и т. д., а m есть звездная величина. Наблюдаемые систематические разности между системами GC и каждого из индивидуальных каталогов, представленных в этом виде, при задании $\Delta\alpha_\alpha$ рядом Фурье дали условные уравнения; решением этих уравне-

ний по методу наименьших квадратов были найдены значения коэффициентов a , b , . . . , e . Для $\Delta\delta$ не было задано а priori никакого аналитического выражения, $\Delta\alpha_m$ предполагалось линейным относительно звездных величин.

Такое представление систематических разностей $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ было оправданным при условии, что учитывается влияние известных источников ошибок на положения звезд, определяемые меридианными наблюдениями. Однако опыт меридианных наблюдений в последующие десятилетия обнаружил существование систематических ошибок, из-за которых такое разложение систематических разностей вида (99) становится незаконным. Причины этих систематических ошибок, отягощающих меридианные наблюдения, пока неизвестны.

Описание последовательных этапов работы по составлению каталога GC и очерк истории его создания изложены в первом томе этого издания, в котором дано также подробное описание материала, содержащегося в различных колонках таблиц собственно каталога. Сам каталог размещен в четырех томах (со второго по пятый) и содержит средние положения, их годовые и вековые изменения, третьи члены с учетом собственных движений (см. стр. 124), собственные движения, вычисленные на эпоху 1950,0 для 33 342 звезд, для которых также даны порядковые номера, звездные величины и спектральные классы. Для каждой звезды указаны также эпоха, т. е. средне-взвешенное всех тех эпох, из которых выведено публикуемое ее значение, вероятные ошибки координат и компонент собственного движения в эпоху и для 1950,0. Эпохи необходимы только для вычисления ошибок координат звезд для дат и моментов времени, не совпадающих с публикуемыми значениями эпох, по формулам (96) и (97), указанным выше.

В Приложении I к первому тому GC даны эфемериды близполюсных звезд ($\delta > 80^\circ$), для которых формулы приведения за прецессию, оканчивающиеся третьими членами, не дают достаточной точности.

В Приложении II рассмотрены особенности собственных движений, главным образом двойных звезд.

Систематические разности, необходимые для приведения положений звезд, содержащихся в каталогах, поло-

женных в основу GC (около 250), к системе GC, даны в Приложении III к первому тому.

Средние ошибки звездных положений, опубликованных в GC, меняются от звезды к звезде, даже если эпохи положений совпадают; они зависят в основном от числа каталогов, из которых выведено опубликованное положение звезды. В среднем они достигают в эпоху для обеих координат величины $\pm 0",15$, однако, для эпохи 1970,0 увеличиваются до $\pm 0",70$. Таким образом, в настоящее время каталог GC быстро теряет свою первоначальную точность. К этому следует добавить также, что отклонение системы GC от идеальной фундаментальной системы, также основанной на ньюкомовом значении постоянной прецессии, увеличивается, и лучшее приближение к этой идеальной системе дает фундаментальный каталог FK4.

Несмотря на существование таблиц и формул для редукции звездных положений от системы GC к системе FK4, которые были получены в работах Брoше, Новацкой и Штробеля, роль каталога GC уменьшается, так как случайные ошибки звездных положений достигли в настоящее время больших величин из-за ошибок собственных движений и больших интервалов времени, отделяющих среднюю эпоху опорных каталогов от настоящего времени. Ныне можно найти более точные в смысле случайных ошибок положения звезд в других источниках.

В настоящее время каталог GC находит применение, когда положение звезды достаточно знать с точностью не лучше $\pm 1"$ или при использовании собственных движений GC, приведенных к системе FK4, для перевода точных положений звезд, отнесенных к более поздней эпохе, чем эпохи GC, к другой, еще более поздней эпохе. Для многих звезд собственные движения, данные в GC, являются самыми точными из опубликованных в настоящее время.

Создание еще одного каталога — каталога N30 — было тесно связано с потребностями небесной механики. Эфемериды средних и видимых мест части звезд из N30 публикуются в «Астрономическом Ежегоднике СССР».

Одной из основных задач небесной механики является экспериментальная проверка законов, лежащих в основе механики, т. е. аксиом Ньютона и закона всемирного тяготения Ньютона, из которых последний испытал наибольшую модификацию, связанную с развитием общей

теории относительности. Такая проверка на практике может быть проведена только при существовании некоторой инерциальной системы отсчета; материальной реализацией такой инерциальной системы с определенной степенью приближения, ее моделью и является каталог фундаментальных звездных положений и собственных движений (при заданном значении постоянной прецессии).

Систематические ошибки звездных каталогов, определяющих ту систему отсчета, в которой наблюдаются положения больших и малых планет Солнечной системы, вызывают расхождения между вычисленными и наблюдаемыми положениями планет и усложняют проверку фундаментальных законов механики.

Через десять лет после опубликования ГС стало очевидным, что положения звезд отягощены известными систематическими ошибками. Кроме того, появились точные каталоги, которых не было в период создания ГС. Поэтому американские ученые Д. Брауэр и Дж. М. Клеменс, более всех других занимавшиеся этой проблемой небесной механики, высказали мнение о необходимости исправления системы каталога ГС.

Такая работа была выполнена на кооперативных началах обсерваторией Йельского университета и Морской обсерваторией США под руководством Г. Моргана. Ее результатом было появление в 1952 г. нового каталога под названием «Catalog of 5268 Standard Stars, 1950, Based on the Normal System N30», или, просто, N30. В него были включены около 70 каталогов, из которых 20 являются абсолютными и 13 почти абсолютными.

Для исправления положения точки весеннего равноденствия — нуля-пункта системы прямых восхождений, — и точки экватора — нуля-пункта системы склонений, — были использованы абсолютные каталоги и наблюдения Солнца и планет; для исправления системы ГС были использованы только абсолютные каталоги.

Поправки $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ были представлены в форме рядов Фурье. Поправки по прямому восхождению считались независимыми от склонения, поправки по склонению зависели от склонений в связи с исправлением точки экватора. Поправки $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$, а также поправки по α и δ , зависящие от звездной величины m , были заданы в табличной форме.

Абсолютные и дифференциальные положения звезд, содержащихся в каталогах, не вошедших в GC, были объединены в нормальные места, образованные как взвешенные средние без учета собственных движений после приведения этих каталогов к исправленной системе GC, т. е. к системе N30. Эти положения звезд составляют систему положений N30, отнесенную к средней эпохе каталогов, не вошедших в GC, которая в среднем близка к 1930,0.

Собственные движения были определены сравнением этих новых «нормальных» мест с положениями, данными в GC для эпохи 1900,0 и исправленными только за систематические разности вида $\Delta\alpha_\alpha$ и $\Delta\delta_\alpha$, т. е. без учета поправок, зависящих от склонений.

Необходимо отметить, что системы каталогов FK4 и N30 по прямому восхождению (положение и собственное движение) согласуются лучше, чем соответствующие системы каталогов FK4 и FK3. Однако для склонений это не справедливо, хотя N30 основан на более современном («свежем») материале, чем FK3.

В настоящее время каталог N30 может служить в основном источником очень точных положений ярких звезд, большинство которых не содержится ни в FK4, ни в FK4 Sup: как уже ранее было указано, положения звезд, входящих и в FK4 Sup, и в N30, являются положениями, приведенными в N30 и исправленными только за систематические разности в смысле FK4—N30. Эти систематические разности опубликованы в работе Брше, Новацкой и Штробеля 1964 г.

Количество звезд	Эпоха		Средняя ошибка годовичного собственного движения
	1932,0	1970,0	
100	0,"039	0,"060	0,"0012
200	0,048	0,077	0,0016
200	0,048	0,087	0,0019
300	0,061	0,113	0,0025
500	0,071	0,154	0,0036
1000	0,077	0,160	0,0037
2200	0,104	0,247	0,0059
700	0,134	0,291	0,0068

Средние ошибки положений звезд в каталоге N30 очень меняются в зависимости от числа опорных каталогов, из которых они выведены. Случайные средние ошибки данных каталогов N30 можно иллюстрировать приведенной выше таблицей из книги Мюллера, 1969 г.

Таблица показывает, что средняя ошибка большинства положений звезд каталога N30 достигает в эпоху 1970,0 $\pm \pm 0",2$ по каждой координате. Так как положения, заданные каталогом N30, используются в системе FK4, то общая ошибка состоит из ошибки системы FK4 и ошибки, допущенной при приведении системы N30 к системе FK4.

Представление систематических разностей между системами каталогов

Систематические ошибки положений звезд, содержащихся в фундаментальном каталоге, приводят к изменениям координатной системы, представляемой звездами этого каталога, которые зависят от области неба. Если бы эти систематические ошибки могли быть исключены, мы получили бы самосогласованную фундаментальную систему звездных положений, определяющую систему координат, оси которой могли бы быть приведены к совпадению с осями идеальной координатной системы определенным поворотом. Однако на практике не существует самосогласованных систем, имеются лишь более или менее хорошие приближения к идеальной системе.

В настоящее время таким наилучшим приближением является система фундаментального каталога FK4, поэтому часто необходимо иметь возможность перейти от системы какого-нибудь данного каталога к системе FK4. Как уже мы видели ранее, для этого необходимо знать систематические разности между этими системами, т. е. взаимосвязь этих систем.

Систематические разности между фундаментальными системами $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$, вообще говоря, являются функциями α , δ , m и, может быть, некоторых других величин (например, спектрального класса), общее аналитическое выражение которых неизвестно. Однако на практике в подавляющем большинстве случаев оказывается достаточ-

ным представить их в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \Delta\alpha(\alpha, \delta) + \Delta\alpha_m, \\ \Delta\delta &= \Delta\delta(\alpha, \delta) + \Delta\delta_m, \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

т. е. можно считать часть систематических разностей, зависящую от звездной величины, независимой от положений звезд, причем для достаточно узких зон по склонению функции $\Delta\alpha(\alpha, \delta)$ и $\Delta\delta(\alpha, \delta)$ также могут быть представлены в виде сумм функций, зависящих только от α и только от δ ; таким образом, мы приходим к виду (99). Собственные движения звезд с умеренными склонениями меняются с временем крайне медленно; поэтому при установлении взаимосвязи двух фундаментальных систем можно считать систематические разности между собственными движениями двух сравниваемых фундаментальных каталогов постоянными во времени.

Если $\Delta\alpha(T_0)$ означает систематическую разность прямых восхождений двух фундаментальных каталогов в эпоху T_0 , а $\Delta\mu$ есть соответствующая систематическая разность собственных движений, то систематические разности $\Delta\alpha(T)$ в любую эпоху T определяются уравнением

$$\Delta\alpha(T) = \Delta\alpha(T_0) + \Delta\mu(T - T_0).$$

Аналогичное уравнение справедливо для систематических разностей по склонению $\Delta\delta$. Эти соотношения важны при приведении звездных положений из каталога в системе A к системе B . Если каталог, в котором имеется рассматриваемая звезда, в системе каталога A , и положение этой звезды дано на эпоху T , то систематические разности между системами A и B в эту же эпоху T должны быть вычислены по приведенным выше уравнениям.

Таблицы систематических поправок для приведения отдельных каталогов к системе FK4 в специальной литературе пока отсутствуют. Зато имеется обширное собрание таких таблиц для перехода к системе GC. Поэтому приведение к системе FK4 можно выполнить, зная, во-первых, систематические разности систем рассматриваемого каталога K и каталога GC, $(K - GC)_\alpha$, $(K - GC)_\delta$, и, во-вторых, систематические разности между FK4 и GC.

Таблицы, содержащие систематические поправки $\Delta\alpha_\alpha$, $\Delta\alpha_\delta$, $\Delta\alpha_m$, $\Delta\delta_\alpha$, $\Delta\delta_\delta$ для 238 каталогов, опубликованы

в «Приложении III» к первому тому каталога GC. Здесь же даны таблицы, позволяющие вычислить вес звездного положения, даваемого рассматриваемым каталогом, зависящий от звездной величины и обилия наблюдений соответствующей звезды. Единица веса в каталоге GC соответствует вероятной ошибке, равной $\pm 0",30$ по $\alpha \cos \delta$ и по δ , т. е. средней ошибке $\pm 0",445$. Все поправки в этих таблицах даны в смысле «GC—каталог».

Систематические разности для приведения к системе GC каталогов, не вошедших в число указанных в «Приложении III», даны Гилленбергом в 1948 г. в его таблицах, вычисленных графическим способом.

Как уже было сказано выше, таблицы систематических разностей между системами GC и FK4 даны в работе Брøше, Новацкой и Штробеля 1964 г., содержащей также систематические поправки для перехода от FK4 к N30 и наоборот.

Метод Брøше

Поправки FK4 — GC можно найти также в работе Брøше 1966 г.; их значения немного отличаются от тех, которые опубликованы в работе 1964 г., упомянутой выше. Эти поправки были получены Брøше в результате применения своего метода, во многом отличающегося от классического метода определения систематических разностей между системами фундаментальных каталогов. Метод Брøше основан на представлении систематических разностей в виде разложения в ряд Фурье [см. (98)]. Кроме того, Брøше использовал другой подход к рассмотрению уравнений яркости — частей систематических разностей, которые зависят от звездной величины. До публикации его работы исследователи всегда молчаливо предполагали, что уравнение яркости не зависит от положения звезды. Брøше применил свой метод к сравнению каталогов FK4 и GC отдельно для звезд ярче и слабее пятой звездной величины. Сравнение коэффициентов одних и тех же сферических гармоник для группы ярких звезд и для группы слабых звезд показало несостоятельность классического представления систематических разностей в виде (100). Брøше доказал, что общие поправки должны быть выражены функциями от всех трех аргументов α , δ , m , разло-

женными по сферическим функциям. Однако для практических вычислений он рекомендует считать уравнение яркости линейным относительно звездной величины; тогда выражения для поправок за систематические разности принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \Delta_0\alpha(\alpha, \delta) + (m - m_0)\Delta_1\alpha(\alpha, \delta), \\ \Delta\delta &= \Delta_0\delta(\alpha, \delta) + (m - m_0)\Delta_1\delta(\alpha, \delta), \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

где m_0 означает нуль-пункт системы звездных величин, $\Delta_0\alpha$, $\Delta_1\alpha$... суть разложения в ряды по сферическим гармоникам. Аналогичные соотношения записываются и для собственных движений. Можно отметить, что принцип сравнения каталогов, основанный на модели (101), неявно был применен Копфом, который заметил различие в поведении систематических разностей между каталогами N30 и GC в зависимости от того, были ли включены в рассмотрение звезды, входящие в каталог FK3, или звезды, общие для каталогов N30 и GC, но не содержащиеся в FK3.

Более простой метод сравнения каталогов предложен Вальбуске: сферическим гармоникам он предпочитает произведения нормированных полиномов Фурье $F(\alpha)$ на полиномы Лежандра $L(\delta)$, где α , δ означают координаты звезд из совокупности D , общей сравниваемым каталогам. Полиномы Фурье $F_i(\alpha)$ определяются соотношениями

$$F_i(\alpha) = \begin{cases} (1/\sqrt{\pi}) \cos(i\alpha), & \text{если } i > 0, \\ (1/\sqrt{\pi}) \sin(-i\alpha), & \text{если } i < 0, \end{cases}$$

$$F_0(\alpha) = 1/\sqrt{2\pi}.$$

Полиномы Лежандра $L[\varphi(\delta)]$ заданы рекуррентными формулами вида

$$L_n[\varphi(\delta)] = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} \Lambda_n[\varphi(\delta)],$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_{n+1}[\varphi(\delta)] &= \\ &= \frac{1}{n+1} \{(2n+1)\varphi(\delta)\Lambda_n[\varphi(\delta)] - n\Lambda_{n-1}[\varphi(\delta)]\}, \end{aligned}$$

причем $\varphi(\delta) = \sin \delta$, если областью сравнения D является сфера, и

$$\varphi(\delta) = \frac{2}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1} \sin \delta - \frac{\sin \delta_2 + \sin \delta_1}{\sin \delta_2 - \sin \delta_1},$$

если область сравнения D ограничена параллелями склонения δ_1 и δ_2 , $\delta_1 < \delta_2$. Преимущество теории Вальбуске, основанной на произведениях «Фурье—Лежандра», в числе иных состоит в возможности ее распространения на любое число параметров — характеристик звездного ансамбля из области D .

Собственное движение звезд

Кроме известных уже из предыдущих разделов изменений из-за аберрации звезд и годичного параллакса, обусловленных гелиоцентрическим движением Земли, видимые (или средние) координаты звезды, отнесенные к любой определенной системе отсчета, претерпевают в некоторых случаях еще и некоторые изменения, вызванные перемещением звезды в пространстве (называемым пекулярным движением) или орбитальным движением звезды, входящей в состав двойной или кратной звездной системы. При этом в большинстве случаев можно считать пекулярное движение звезды равномерным и прямолинейным.

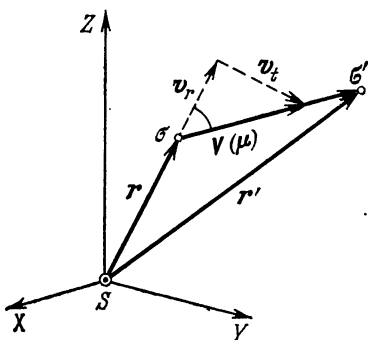


Рис. 28. Пекулярное движение звезд.

Пекулярное движение звезды в пространстве можно представить в виде суммы двух составляющих: составляющей μ по направлению касательной к большому кругу небесной сферы, численно равной угловому изменению в положении звезды по дуге этого большого круга в единицу времени, и составляющей v_r по направлению гелиоцентрического радиуса-вектора звезды r (рис. 28).

Если звезда σ движется в пространстве относительно инерциальной системы отсчета, связанной с Солнцем,

со скоростью V , образующей с гелиоцентрическим радиусом-вектором r угол ϑ , то лучевая скорость v_r звезды определяется равенством (см. рис. 28)

$$v_r = \dot{r} = V \cos \vartheta,$$

и считается положительной в случае удаления звезды от наблюдателя.

Величина тангенциальной составляющей v_t , очевидно, равна

$$v_t = V \sin \vartheta = \mu r = \frac{A}{\pi} \mu,$$

где A — астрономическая единица, π — параллакс звезды. Таким образом, собственное движение μ можно определить как

$$\mu = \frac{v_t}{r}.$$

Обычно рассматриваются проекции собственного движения μ на направления касательных к суточной параллели и к часовому кругу (или кругу склонения) звезды (рис. 29),

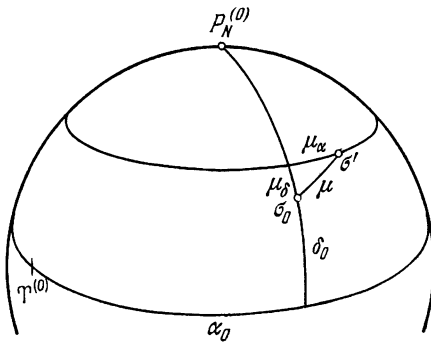


Рис. 29. Компоненты μ_α и μ_δ собственного движения μ звезды.

называемые соответственно собственными движениями по прямому восхождению μ_α и по склонению μ_δ .

Собственные движения звезд невозможно предвычислить на основе какой-нибудь динамической теории: их можно определить только из наблюдений, имея по меньшей мере две астрофотографии исследуемой области неба,

полученные в эпохи, разделенные достаточно большим промежутком времени.

Часто указывают, что положение звезды относится к определенному среднему равноденствию (обычно связанному с началом бесселева года) и к некоторой не совпадающей с этим началом эпохе. Это означает, что либо при редукции наблюдаемого положения звезды, относящегося к этой эпохе, к среднему равноденствию не были введены поправки за собственное движение, либо положение звезды было взято из каталога, отнесенного к указанному среднему равноденствию, и собственным движением приведено к указанной эпохе (см. также стр. 99).

Рассмотрим движение звезды в прямоугольной геолиоцентрической системе координат XYZ со скоростью $\mu = (\mu_x \mu_y \mu_z)$ (см. рис. 28). Если в первую эпоху $t = t_0$ гелиоцентрический радиус-вектор звезды есть r , а во вторую эпоху $t = t_0 + \Delta t = r'$, то

$$r' = r + \mu \Delta t. \quad (102)$$

Применяя к векторному уравнению основную операцию, получим

$$\left[\begin{array}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} \end{array} \right] = \bar{K}(\alpha, \delta) r^{-1} \left[\begin{array}{c} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{array} \right], \quad (103)$$

где оператор дифференцирования $\frac{\partial}{\partial t}$ означает изменение координат по времени, обусловленное только собственным движением звезды. Таким образом,

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \mu_\alpha = -\frac{1}{r} (\mu_x \sin \alpha - \mu_y \cos \alpha) \sec \delta, \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} = \mu_\delta = -\frac{1}{r} [(\mu_x \cos \alpha + \mu_y \sin \alpha) \sin \delta - \\ \quad \quad \quad - \mu_z \cos \delta]. \end{array} \right\} \quad (104)$$

Вспоминая выражения изменений сферических координат по времени, обусловленных прецессией и обозначенных выше дифференциальным оператором $\frac{d}{dt}$, получаем выражения полных производных сферических координат по времени, дающие совместное влияние прецессии

и собственного движения звезды

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\alpha}{Dt} &= \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial\alpha}{\partial t} = p_\alpha + \mu_\alpha, \\ \frac{D\delta}{Dt} &= \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial\delta}{\partial t} = p_\delta + \mu_\delta. \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

Если за единицу времени выбран тропический год (365^d, 2422), то формулы (105) определяют годовые изменения VA_α и VA_δ (см. также стр. 87) вследствие прецессии и собственного движения.

Из соотношений (105) получаются выражения для полных производных по времени второго порядка $\frac{D^2\alpha}{Dt^2}$ и $\frac{D^2\delta}{Dt^2}$ в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{D^2\alpha}{Dt^2} &= \frac{dp_\alpha}{dt} + \frac{d\mu_\alpha}{dt} + \frac{\partial p_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial t}, \\ \frac{D^2\delta}{Dt^2} &= \frac{dp_\delta}{dt} + \frac{d\mu_\delta}{dt} + \frac{\partial p_\delta}{\partial t} + \frac{\partial \mu_\delta}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (106)$$

где производные $\frac{dp_\alpha}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ и $\frac{dp_\delta}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2}$ определяются формулами (74) и называются изменениями прецессии за прецессию; изменения прецессии за собственное движение $\frac{\partial p_\alpha}{\partial t}$ и $\frac{\partial p_\delta}{\partial t}$, изменения собственного движения за прецессию $\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial t}$ и $\frac{\partial \mu_\delta}{\partial t}$, изменения собственного движения за собственное движение $\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial t}$ и $\frac{\partial \mu_\delta}{\partial t}$, найдем по формулам

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_\alpha}{\partial t} &= \mu_\alpha n \operatorname{tg} \delta \cos \alpha + \mu_\delta n \sec^2 \delta \sin \alpha, \\ \frac{\partial p_\delta}{\partial t} &= -\mu_\alpha n \sin \alpha; \\ \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial t} &= 2\mu_\alpha \mu_\delta \operatorname{tg} \delta, \quad \frac{\partial \mu_\delta}{\partial t} = -\frac{1}{2} \mu_\alpha^2 \sin 2\delta, \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

учитывая также, что

$$\frac{d\mu_\alpha}{dt} = \frac{\partial p_\alpha}{\partial t}, \quad \frac{d\mu_\delta}{dt} = \frac{\partial p_\delta}{\partial t}.$$

Таким образом, при выборе тропического столетия (36524^d, 22) как единицы времени формулы (106) определяют полные вековые изменения сферических координат α , δ звезды VS_α и VS_δ ; заметим, что выражения VS_α и VS_δ , заданные формулами (74), определяют геометрическую часть вековых изменений. Соответствующие столетние полные изменения μ_α и μ_δ , обозначаемые через $\Delta\mu_\alpha$ и $\Delta\mu_\delta$, находим по формулам

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{100} \Delta\mu_\alpha &= \mu_\alpha n \operatorname{tg} \delta \cos \alpha + \mu_\delta n \sec^2 \delta \sin \alpha + 2\mu_\alpha \mu_\delta \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{1}{100} \Delta\mu_\delta &= -\mu_\alpha n \sin \alpha - \frac{1}{2} \mu_\alpha^2 \sin 2\delta. \end{aligned} \right\} (108)$$

Если обозначить через $\left[\frac{d^3\alpha}{dt^3} \right]_{\text{прец}}$ и $\left[\frac{d^3\delta}{dt^3} \right]_{\text{прец}}$ изменение производных второго порядка от α и δ за прецессию, выражения для которых даны формулами (74), то полные производные третьего порядка могут быть определены следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D^3\alpha}{Dt^3} &= \left[\frac{d^3\alpha}{dt^3} \right]_{\text{прец}} + 2\mu_\alpha \mu_\delta^2 + 3 \frac{dn}{dt} \mu_\delta \sin \alpha + \\ &+ 3n\mu_\delta (m + 2\mu_\alpha) \cos \alpha + 3\mu_\alpha n^2 \cos 2\alpha - 2\mu_\alpha^3 \sin^2 \delta + \\ &+ 3 \left\{ [-2\mu_\alpha^2 + 2\mu_\delta^2 - m\mu_\alpha] n \sin \alpha + \frac{dn}{dt} \mu_\alpha \cos \alpha + \right. \\ &\quad \left. + 2n^2 \mu_\delta \sin 2\alpha \right\} \operatorname{tg} \delta + 3 \left(2\mu_\alpha \mu_\delta + \frac{dn}{dt} \mu_\delta \sin \alpha + \right. \\ &\quad \left. + 4\mu_\alpha \mu_\delta n \cos \alpha + 2\mu_\alpha n^2 \cos 2\alpha \right) \operatorname{tg}^2 \delta + \\ &\quad \left. + 6\mu_\delta n (\mu_\delta \sin \alpha + n \sin 2\alpha) \operatorname{tg}^3 \delta, \right. \\ \frac{D^3\delta}{Dt^3} &= \left[\frac{d^3\delta}{dt^3} \right]_{\text{прец}} - \mu_\alpha^2 \mu_\delta (2m + 3\mu_\alpha) \frac{dn}{dt} \sin \alpha - \\ &- (3\mu_\alpha^2 + 3m\mu_\alpha) n \cos \alpha - 3n^2 \mu_\delta \sin^2 \alpha - 2\mu_\alpha^2 \mu_\delta \sin^2 \delta - \\ &- (6\mu_\alpha \mu_\delta n \sin \alpha + 3\mu_\alpha n^2 \sin 2\alpha) \operatorname{tg} \delta - 3n^2 \mu_\delta \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \delta. \end{aligned} \right\} (109)$$

Напомним, что полные производные, приведенные выше, входят в разложения в ряды по степеням промежутка времени $T - T_0 = t$ между начальной эпохой T_0 и конечной T и должны быть вычислены для T_0 .

Измененные сферические экваториальные координаты α , δ звезды при рассмотрении влияния только собственного движения μ на ее положение (α_0, δ_0) , отнесенное к экватору и равноденствию эпохи T_0 , могут быть

определены по формулам

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin (\alpha - \alpha_0) &= \sin \varphi_0 \sin \mu t, \\ \cos \delta \cos (\alpha - \alpha_0) &= \cos \delta_0 \cos \mu t - \sin \delta_0 \sin \mu t \cos \varphi_0, \\ \sin \delta &= \sin \delta_0 \cos \mu t + \cos \delta_0 \sin \mu t \cos \varphi_0, \\ \cos \delta \sin \varphi &= \cos \delta_0 \sin \varphi_0, \\ \cos \delta \cos \varphi &= -\sin \delta_0 \sin \mu t + \cos \delta_0 \cos \mu t \cos \varphi_0, \end{aligned} \right\} (110)$$

где φ_0 и φ означают позиционные углы направления вектора собственного движения μ в положениях σ_0 и σ звезды в эпохи T_0 и T . Следует отметить, что формулы (110) дают положение (α, δ) , отнесенное к экватору и равноденствию эпохи T_0 (см. замечание на стр. 99).

Собственное движение звезд: прямоугольные координаты

Преобразование, осуществляемое применением формул (110), можно заменить эквивалентным преобразованием прямоугольных координат звезды $(x, y, z)_{\alpha, \delta}$ (рис. 30):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}^{(T_0)} &= \bar{r}(-\alpha_0) \bar{q}(\delta_0 - 90^\circ) \bar{r}(\varphi_0) \bar{q}(\mu t) \times \\ &\times \bar{r}(-\varphi_0) \bar{q}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(\alpha_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}. \end{aligned} \quad (111)$$

Здесь, как и выше, выполнено приведение только за собственное движение звезды в течение промежутка $t = T - T_0$, при этом

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_0 &= \frac{\mu_\alpha \cos \delta_0}{\mu}, \quad \cos \varphi_0 = \frac{\mu_\delta}{\mu}, \\ \mu &= \sqrt{(\mu_\alpha \cos \delta_0)^2 + \mu_\delta^2}; \end{aligned} \right\} (112)$$

μ_α и μ_δ отнесены к экватору и равноденствию эпохи T_0 .

При необходимости перехода к экватору и равноденствию эпохи T следует результат формулы (111) умножить слева на матрицу прецессии \bar{P}

$$\bar{P} = \bar{r}(-z) \bar{q}(\theta) \bar{r}(-\zeta_0).$$

З а м е ч а н и е 1. Если влиянием лучевой скорости v_r пренебречь нельзя, то вместо величины μ в предыдущих формулах необходимо подставить

$$\mu + \frac{1}{2} \frac{d\mu}{dt} \cdot t,$$

где

$$\frac{d\mu}{dt} = - \frac{2\pi''}{A} v_r n \mu \sin 1''.$$

Здесь π'' означает годичный параллакс звезды (в секундах дуги), величина v_r выражена в км/с, $n = 3,1557 \cdot 10^7$ (число секунд в тропическом году), $A = 149,6 \cdot 10^6$ км.

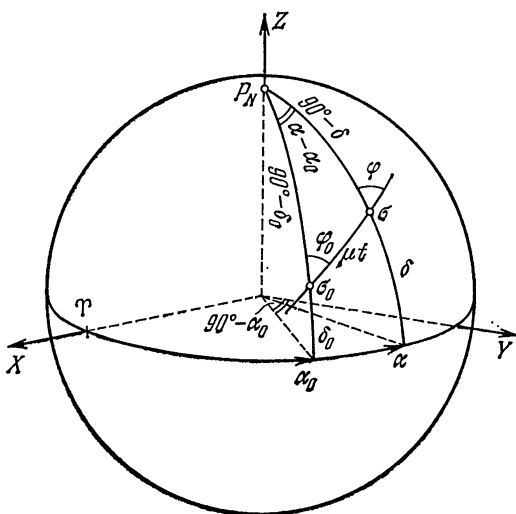


Рис. 30. Учет собственного движения μ .

Аналогичные поправки следует придать в этом случае и правым частям формул (108), заменяя μ соответственно на μ_α и μ_δ эпохи T_0 ; тогда вместо члена $2\mu_\alpha\mu_\delta \operatorname{tg} \delta_0$ появится член $2\mu_\alpha\mu_\delta \operatorname{tg} \delta_0 - \frac{2\pi''}{A} v_r n \mu_\alpha \sin 1''$ и вместо $-\frac{1}{2} \mu_\alpha^2 \sin 2\delta_0$ войдет $-\frac{1}{2} \mu_\alpha^2 \sin 2\delta_0 - \frac{2\pi''}{A} v_r \mu_\delta n \sin 1''$.

З а м е ч а н и е 2. К результатам формулы (111) можно также прийти, применяя каждую из следующих

формул

$$\left. \begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} &= \bar{r}(-\alpha_0) \bar{q}(\delta_0) \bar{p}(\varphi_0) \bar{q}(-\mu t) \times \\
 &\quad \times \bar{p}(-\varphi_0) \bar{q}(-\delta_0) \bar{r}(\alpha_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}, \\
 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} &= \bar{r}(90^\circ - \alpha_0) \bar{p}(-\delta_0) \bar{q}(\varphi_0) \bar{p}(\mu t) \bar{q}(-\varphi_0) \times \\
 &\quad \times \bar{p}(\delta_0) \bar{r}(\alpha_0 - 90^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}, \\
 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} &= \bar{r}(90^\circ - \alpha_0) \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(\varphi_0) \bar{p}(\mu t) \times \\
 &\quad \times \bar{r}(-\varphi_0) \bar{p}(\delta_0 - 90^\circ) \bar{r}(\alpha_0 - 90^\circ) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0}.
 \end{aligned} \right\} (113)$$

Легко видеть, что

$$\bar{q}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(\alpha_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_0, \delta_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Изменение компонент собственного движения с временем

В момент T_0 в положении $\sigma_0 (\alpha_0, \delta_0)$ объект σ имеет компоненты собственного движения μ

$$\left. \begin{aligned}
 \mu_{\alpha}^{(0)} \cos \delta_0 &= \mu \sin \varphi_0, \\
 \mu_{\delta}^{(0)} &= \mu \cos \varphi_0,
 \end{aligned} \right\} (114)$$

а через $t = T_1 - T_0$ в положении $\sigma_1 (\alpha_1, \delta_1)$

$$\left. \begin{aligned}
 \mu_{\alpha}^{(1)} \cos \delta_1 &= \mu \sin \varphi_1, \\
 \mu_{\delta}^{(1)} &= \mu \cos \varphi_1.
 \end{aligned} \right\} (115)$$

Из сферического треугольника $P_N \sigma_0 \sigma_1$ (см. рис. 30) имеем

$$\sin \varphi_1 \cos \delta_1 = \sin \varphi_0 \cos \delta_0.$$

Полагая

$$\varphi_0 + \Delta\varphi_1 = \varphi_1, \quad \delta_0 + \Delta\delta_1 = \delta_1,$$

имеем с точностью до второго порядка относительно малых величин $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\delta_1$

$$\Delta\varphi_1 \cos \varphi_0 \cos \delta_0 = \Delta\delta_1 \sin \varphi_0 \sin \delta_0.$$

В силу малости μt

$$\Delta\delta_1 = \delta_1 - \delta_0 = \sigma_0 R = \mu t \cos \varphi_0,$$

а потому

$$\Delta\varphi_1 = \mu t \sin \varphi_0 \operatorname{tg} \delta_0.$$

С этой степенью приближения из (114) имеем

$$\begin{aligned} \mu_\alpha^{(1)} &= \mu \frac{\sin \varphi_0 + \Delta\varphi_1 \cos \varphi_0}{\cos \delta_0 - \Delta\delta_1 \sin \delta_0} = \\ &= \mu \sec \delta_0 (\sin \varphi_0 + \Delta\varphi_1 \cos \varphi_0) (1 + \Delta\delta_1 \operatorname{tg} \delta_0) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \mu_\alpha^{(1)} &= \mu \sin \varphi_0 \sec \delta_0 + \mu \Delta\varphi_1 \cos \varphi_0 \sec \delta_0 + \\ &\quad + \mu \Delta\delta_1 \sin \varphi_0 \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0; \end{aligned}$$

отсюда

$$\Delta\mu_\alpha^{(1)} = \mu_\alpha^{(1)} - \mu_\alpha^{(0)} = \mu_\alpha^{(0)} \mu_\delta^{(0)} \operatorname{tg} \delta_0 \cdot 2 (T_1 - T_0).$$

Аналогично,

$$\mu_\delta^{(1)} = \mu (\cos \varphi_0 - \Delta\varphi_1 \sin \varphi_0)$$

и

$$\Delta\mu_\delta^{(1)} = \mu_\delta^{(1)} - \mu_\delta^{(0)} = -\mu \Delta\varphi_1 \sin \varphi_0 = -\mu^2 t \sin^2 \varphi_0 \operatorname{tg} \delta_0,$$

откуда

$$\Delta\mu_\delta^{(1)} = -(T_1 - T_0) [\mu_\alpha^{(0)}]^2 \sin \delta_0 \cos \delta_0.$$

Решение задачи об изменении компонент собственного движения звезды в пространстве корректно проведено Кустаанхеймо на основе его изложения принципов сферической астрономии в векторной форме.

Кустаанхеймо отмечает, что нельзя пренебрегать членом $\dot{r}r^{-1}$, зависящим от изменения лучевой скорости звезды, как это было сделано Бесселем; на эту ошибку впервые указал Зеелигер.

Если \mathbf{R} есть радиус-вектор звезды, \mathbf{P} — единичный вектор направления от наблюдателя на полюс мира, то

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P} \cdot \mathbf{R} &= r \sin \delta, \\ |\mathbf{P} \times \mathbf{R}| &= r \cos \delta, \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

где $|\mathbf{R}| = r$.

Если предположить, что звезда движется в пространстве с постоянной скоростью $\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \text{const}$, то $\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2} = 0$. В силу предположения об инерциальности экваториальной системы отсчета $\frac{d\mathbf{P}}{dt} = 0$. Таким образом, изменения экваториальных координат α , δ обусловлены только изменением \mathbf{R} , т. е. $\frac{d\mathbf{R}}{dt}$.

Вводя единичные векторы направлений по радиусу-вектору e_r , по касательным к суточной параллели и к кру-гу склонений e_α и e_δ , имеем

$$\left. \begin{aligned} e_r &= \mathbf{R}r^{-1}, & e_\alpha &= \mathbf{P} \times \mathbf{R}r^{-1} \sec \delta, \\ e_\delta &= e_r \times e_\alpha = \mathbf{P} \sec \delta - \mathbf{R}r^{-1} \operatorname{tg} \delta, \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

так что векторы e_r , e_α , e_δ образуют локальный координатный базис, связанный с видимым местом звезды. Тогда линейные компоненты вектора $\frac{d\mathbf{R}}{dt}$ имеют следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathbf{R}}{dt} e_r &= \dot{r} = \mathbf{R} \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-1}, \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} e_\alpha &= \dot{\alpha} r \cos \delta = \mathbf{P} \mathbf{R} \times \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-1} \sec \delta, \\ \frac{d\mathbf{R}}{dt} e_\delta &= r \dot{\delta} = \mathbf{P} \frac{d\mathbf{R}}{dt} \sec \delta - \dot{r} \operatorname{tg} \delta; \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

здесь $\dot{\alpha}$ и $\dot{\delta}$ означают известные величины μ_α и μ_δ , \dot{r} есть лучевая скорость звезды, $\dot{r} = v_r$.

Дифференцирование по времени t соотношений (118) и последующие преобразования дают формулы

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{d\mathbf{R}}{dt} \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-1} - \mathbf{R} \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-2} \dot{r} = r \dot{\alpha}^2 \cos^2 \delta + r \dot{\delta}^2, \\ \ddot{\alpha} r \cos \delta + \dot{\alpha} \dot{r} \cos \delta - \dot{\alpha} r \sin \delta \cdot \dot{\delta} &= \\ &= -\mathbf{P} \mathbf{R} \times \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-2} \dot{r} \sec \delta + \\ + \mathbf{P} \mathbf{R} \frac{d\mathbf{R}}{dt} r^{-1} \dot{\delta} \sec^2 \delta \sin \delta &= -\dot{\alpha} \dot{r} \cos \delta + \dot{\alpha} \dot{\delta} r \sin \delta, \\ \ddot{\delta} r + \dot{\delta} \dot{r} &= \mathbf{P} \frac{d\mathbf{R}}{dt} \dot{\delta} \sec^2 \delta \sin \delta - \dot{r} \operatorname{tg} \delta - \dot{r} \dot{\delta} - \\ &- \dot{r} \dot{\delta} \operatorname{tg}^2 \delta = -\dot{\alpha}^2 r \sin \delta \cos \delta - \dot{r} \dot{\delta}, \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

или, окончательно:

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= r\dot{\alpha}^2 \cos^2 \delta - \dot{r}\dot{\delta}, \\ \ddot{\alpha} &= 2\dot{\alpha}\dot{\delta} \operatorname{tg} \delta - 2\dot{\alpha}\dot{r}r^{-1}, \\ \ddot{\delta} &= -\dot{\alpha}^2 \sin \delta \cos \delta - 2\dot{r}\dot{\delta}r^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

§ 5. Аберрация

Аберрацией в астрономии называется явление, состоящее в кажущемся смещении положения небесного объекта на небесной сфере, обусловленном конечностью скорости распространения света в сочетании с относительным перемещением этого объекта и наблюдателя (на Земле).

Вследствие аберрации видимое направление на движущийся небесный объект от перемещающегося наблюдателя не совпадает с геометрическим направлением в этот же момент времени. Это смещение видимого положения небесного объекта относительно его геометрического положения, отнесенного к определенной инерциальной системе отсчета, частично обусловлено движением самого объекта относительно этой системы отсчета и частично — движением наблюдателя в этой же системе. Таким образом, первая часть аберрации, не зависящая от движения наблюдателя, учитывается поправкой за световой промежуток, равной смещению небесного объекта по небесной сфере (или повороту небесного тела вокруг своей оси) за время распространения света от объекта к наблюдателю. Вторая часть аберрации, называемая звездной аберрацией, не зависит от перемещения небесного объекта или расстояния до него. Поправка за световой промежуток и звездная аберрация в сумме составляют планетную аберрацию, равную углу между геометрическим направлением от наблюдателя на небесный объект в момент T_0 , когда свет покидает поверхность небесного объекта, и геометрическим направлением на этот же небесный объект в момент T восприятия света наблюдателем.

Поправка за световой промежуток (абберационное время)

Если обозначить геометрические положения небесного объекта и неподвижного наблюдателя в момент времени t через P и E , а через P' — геометрическое положение не-

бесного объекта в момент времени $t - \tau$, где τ — световой промежуток, равный времени, необходимому свету, чтобы пройти путь от точки излучения, т. е. P' , до наблюдателя, то видимое направление на небесный объект P в момент t совпадает с прямой $P'E$, т. е. с геометрическим направлением на этот объект в момент $t - \tau$ (рис. 31). В этом заключается первое правило Гаусса для учета абберационного смещения, обусловленного только движением небесного объекта.

Звездная абберация

Свет, наблюдаемый от небесного объекта в момент t , был излучен в предшествующий момент $t - \tau$ по направлению к положению наблюдателя, в которое он перешел в момент t ; если допустить теперь, что небесный объект

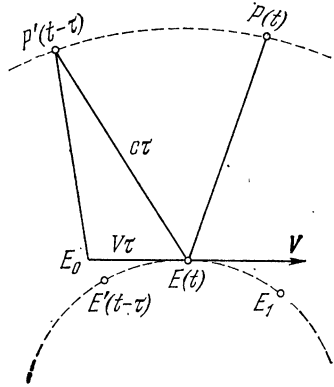


Рис. 31. Абберация.

неподвижен и находится в точке P' , а наблюдатель с Землей E движется с мгновенной скоростью V , то видимое направление на небесный объект совпадает с направлением вектора разности скорости света c в направлении $P'E$ и скорости Земли V в направлении EE_1 (см. рис. 31). Видимое угловое перемещение не зависит от расстояния; по определению светового промежутка τ расстояние $P'E = c\tau$, поэтому если провести прямую по направлению мгновенной скорости V и на ней отложить (учитывая последовательность моментов времени $t - \tau < t$) отрезок $E_0E = V\tau$, то видимое направление на небесный объект в момент t совпадает с геометрическим направлением на этот объект в момент $t - \tau$. В этом заключается второе правило Гаусса для учета абберационного смещения, обусловленного только перемещением наблюдателя, справедливое при условии прямолинейности движения Земли с постоянной скоростью V , т. е. если точка E_0 совпадает с положением Земли в момент $t - \tau$ (см. рис. 31).

Абберационное смещение всегда происходит по большому кругу небесной сферы и направлено к апексу дви-

жения наблюдателя. Если угловое расстояние небесного объекта от апекса движения наблюдателя равно θ , то абберационное смещение $\Delta\theta$ определяется формулами

$$\sin \Delta\theta = \frac{V}{c} \sin(\theta - \Delta\theta) \quad (121)$$

или

$$\operatorname{tg} \Delta\theta = \frac{V \sin \theta}{c + V \cos \theta}. \quad (122)$$

С достаточной для практических приложений точностью величину $\Delta\theta$ можно вычислить, пользуясь разложением по степеням отношения V/c :

$$\Delta\theta = \frac{V}{c} \sin \theta - \frac{1}{2} \left(\frac{V}{c}\right)^2 \sin 2\theta + \dots \quad (123)$$

Так как величина отношения V/c порядка 10^{-4} , то при вычислении угла абберации $\Delta\theta$ по формуле (123) можно ограничиться первым членом разложения, допуская ошибку, не превосходящую $0'',001$. Однако при использовании соотношений, связывающих постоянную абберации с параллаксом Солнца, определяемых в настоящее время с точностью до $0'',0001$, учет члена с $(V/c)^2$ необходим. Средняя величина отношения V/c , выраженная в секундах дуги, называется постоянной абберации $\kappa = 20'',496$ (точнее: $20'',4958$, что соответствует световому промежутку τ_A для астрономической единицы, равному $499^s,012$).

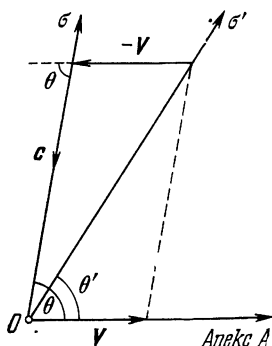


Рис. 32. Абберационное смещение $\Delta\theta = \theta - \theta'$.

Так как наблюдатель, находящийся на Земле, участвует в суточном вращении Земли и ее движении по орбите относительно центра масс Солнечной системы, а также в движении этого центра масс в пространстве, то звездная абберация может быть разделена на три составляющие: суточную абберацию, годовую абберацию и вековую абберацию. Термин «годовая абберация» иногда заменяют «звездной абберацией».

Движения звезд и центра масс Солнечной системы можно считать равномерными и прямолинейными; при

этих условиях поправка за световой промежуток и вековая абберрация неразличимы, и абберрационное смещение, обусловленное перемещением центра масс Солнечной системы относительно звезд, равно собственному движению звезды в течение соответствующего светового промежутка. Эта величина постоянна для каждой звезды и, вообще говоря, неизвестна; поэтому вековая абберрация отдельно не учитывается, а входит в средние координаты звезд при их определении из наблюдений.

Годичная абберрация (экваториальные координаты)

Для вывода формул учета абберрации в координатах небесного объекта (α , δ) достаточно применить основную операцию к векторному уравнению

$$w = V + c;$$

это дает:

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \bar{K}(\alpha, \delta) c^{-1} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}. \quad (124)$$

Составляющие вектора скорости V Земли по осям экваториальной гелиоцентрической системы координат могут быть вычислены дифференцированием формул, определяющих прямоугольные экваториальные гелиоцентрические координаты Земли X , Y , Z :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = -R_{\odot} \begin{bmatrix} \cos \odot \\ \sin \odot \cos \varepsilon \\ \sin \odot \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (125)$$

(если пренебречь широтой Солнца β_{\odot}). Ограничиваясь соотношениями теории невозмущенного (кеплерова) движения планет:

$$\left. \begin{aligned} R_{\odot}^2 \frac{d\odot}{dt} &= n \sqrt{1 - e^2}, & R_{\odot} &= \frac{1 - e^2}{1 + e \cos(\odot - \Gamma)}, \\ \frac{dR_{\odot}}{dt} &= \frac{ne}{\sqrt{1 - e^2}} \sin(\odot - \Gamma), \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

в которых \odot означает истинную долготу Солнца, R_{\odot} — геоцентрический радиус-вектор Солнца, e и Γ — эксцен-

триситет и среднюю долготу перигея орбиты Солнца, n — среднее суточное движение Земли, находим:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \frac{n}{\sqrt{1-e^2}} \begin{bmatrix} \sin \odot + e \sin \Gamma \\ -(\cos \odot + e \cos \Gamma) \cos \varepsilon \\ -(\cos \odot + e \cos \Gamma) \sin \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (127)$$

Члены с множителем e малы и носят название E -членов абберации, или эллиптической абберации; при рассмотрении годичной абберации их обычно исключают, т. е. рассматривают, по существу, круговую годичную абберацию.

Если положить

$$\kappa = \frac{n'' a_e}{86400 p_{\odot} \sin 1'' c \sqrt{1-e^2}} = 20'', 4958,$$

где a_e есть экваториальный радиус Земли, 6378,160 км, c — скорость света, $c = 299792,5$ км/с, p_{\odot} — горизонтальный экваториальный параллакс Солнца, $p_{\odot} = 8'',79405$, то после подстановки полученных таким образом выражений для V_x , V_y , V_z в формулу (124) получим формулы для поправок

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= Cc + Dd, \\ \Delta\delta &= Cc' + Dd', \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

где величины C , D называются абберационными редукционными величинами, а величины c , d , c' , d' суть редукционные постоянные, определяемые формулами

$$\left. \begin{aligned} C &= -\kappa \cos \odot \cos \varepsilon, & D &= -\kappa \sin \odot, \\ c &= \cos \alpha \sec \delta, & d &= \sin \alpha \sec \delta, \\ c' &= \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta, & d' &= \cos \alpha \sin \delta. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Формулы для поправок $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ в алгебраической системе можно привести к тригонометрической системе, полагая

$$\left. \begin{aligned} h \sin H &= C, \\ h \cos H &= D, \quad i = C \operatorname{tg} \varepsilon; \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

таким образом, получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= h \sec \delta \sin (H + \alpha), \\ \Delta\delta &= h \sin \delta \cos (H + \alpha) + i \cos \delta. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

Поправки $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, определяемые формулами (128) и (131), прибавленные к средним координатам небесного объекта, дают видимые координаты этого объекта (с точностью до учета собственных движений μ_α и μ_δ , если пользоваться формулами редукции в алгебраической или тригонометрической системах).

Редукционные аберрационные величины C , D , h , H , i , вычисляемые по формулам (129) и (130), всегда отнесены к истинному равноденствию и экватору даты. Это обстоятельство необходимо иметь в виду при пользовании астрономическими ежегодниками до выпусков на 1960 г.

Начиная с выпусков астрономических ежегодников на 1960 г. редукционные аберрационные величины C , D в соответствии с рекомендациями Международного астрономического союза (МАС) вычисляются непосредственно по скорости движения Земли относительно центра масс Солнечной системы и отнесены к среднему равноденствию и экватору ближайшего начала бесселева года (см. также стр. 227). Из них, как и ранее, исключается эллиптическая часть годичной аберрации.

Таким образом, в настоящее время редукционные величины C , D , i определяются формулами

$$\begin{bmatrix} C \\ D \\ i \end{bmatrix} = 1191'', 303 \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ -\dot{X} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} + 20'', 496e \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos \Gamma \\ \sin \Gamma \\ \sin \varepsilon \cos \Gamma \end{bmatrix}, \quad (132)$$

или

$$\left. \begin{aligned} C &= +1191'', 303 (\dot{Y} + 0,000051448 + 0,000007658T), \\ D &= -1191'', 303 (\dot{X} + 0,000282687 - 0,000002388T), \\ i &= +1191'', 303 (\dot{Z} + 0,000022319 + 0,000003308T), \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

где коэффициент $1191'', 303$ соответствует постоянной аберрации $\kappa = 20'', 496$ и скорости Земли в а.е./сутки, T отсчитывается от фундаментальной эпохи 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени = JED 2415020,0 до ближайшего начала t_0 бесселева года, соответствующего данному календарному году, в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, т. е.

$$T = \frac{\text{JD}(t_0) - 2415020,0}{36525}; \quad (134)$$

компоненты скорости Земли \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} можно найти численным дифференцированием прямоугольных экваториальных координат Земли X , Y , Z , отнесенных к центру масс Солнечной системы и определяемых формулами

$$\left. \begin{aligned} X &= -X_{\odot} - \frac{\sum m_i x_i}{1 + \sum m_i}, \\ Y &= -Y_{\odot} - \frac{\sum m_i y_i}{1 + \sum m_i}, \\ Z &= -Z_{\odot} - \frac{\sum m_i z_i}{1 + \sum m_i}. \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

Здесь X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} и x_i , y_i , z_i означают соответственно геоцентрические координаты Солнца и гелиоцентрические координаты i -й планеты в прямоугольной экваториальной системе отсчета эпохи, совпадающей с моментом начала бесселева года. При определении центра масс Солнечной системы приняты во внимание Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун, так как влияние остальных планет ничтожно мало. Обычно координаты X , Y , Z вычислены в системе эпохи 1950,0; это же относится и к \dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z} , а значит, и к C , D , i . Публикуемые в разделе «Редукционные величины» значения C , D получаются из значений $C_{1950,0}$, $D_{1950,0}$ приведением за прецессию по формулам

$$\left. \begin{aligned} C_{t_0} &= C_{1950,0} - 0,0002235 D_{1950,0} (t_0 - 1950,0), \\ D_{t_0} &= D_{1950,0} + 0,0002656 C_{1950,0} (t_0 - 1950,0), \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

где промежуток времени $t_0 - 1950,0$ выражен в тропических годах.

Аберрационные редукционные величины C , D можно считать поправками к геометрическим значениям соответствующих направляющих косинусов, т. е.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{вид}}, \delta_{\text{вид}}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} + \begin{bmatrix} -D \\ +C \\ +i \end{bmatrix} \quad (137)$$

при условии, что C , D , i отнесены к тому же истинному равноденствию и экватору даты, что и $\alpha_{\text{ист}}$, $\delta_{\text{ист}}$ небесного объекта.

Чтобы перейти к сферическим видимым координатам $\alpha_{\text{вид}}$, $\delta_{\text{вид}}$, достаточно воспользоваться формулами

$$\alpha_{\text{вид}} = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad \delta_{\text{вид}} = \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

При использовании C_{t_0} , D_{t_0} , i_{t_0} , табулированных в «Ежегоднике», приведение на видимое место осуществляется по формуле

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{вид}}, \delta_{\text{вид}}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} + \bar{r} (-f) \bar{q} (A) \bar{p} (B) \begin{bmatrix} -D_{t_0} \\ +C_{t_0} \\ +i_{t_0} \end{bmatrix}, \quad (138)$$

ИЛИ

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{вид}}, \delta_{\text{вид}}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha_{\text{ист}}, \delta_{\text{ист}}} + \bar{N}\bar{P} \begin{bmatrix} -D_{t_0} \\ +C_{t_0} \\ +i_{t_0} \end{bmatrix}. \quad (139)$$

З а м е ч а н и е. Формулы (138) и (139) после почленного умножения на геоцентрический радиус-вектор ρ небесного объекта дают приведение на видимое место небесного объекта, если заданы его истинные (геометрические) прямоугольные геоцентрические координаты X, Y, Z :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{вид}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ист}} + \rho \bar{N}\bar{P} \begin{bmatrix} -D_{t_0} \\ +C_{t_0} \\ +i_{t_0} \end{bmatrix}. \quad (140)$$

Альтернативный путь приведения на видимое место в экваториальных координатах состоит в интерполировании «вверх по эфемериде» на величину светового промежутка $\tau = \tau_{\text{Ар}} = 0^{\text{d}},0057683\text{р}$ для внутренних планет

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{вид}}(t) &= \alpha_{\text{ист}}(t - \tau), \\ \delta_{\text{вид}}(t) &= \delta_{\text{ист}}(t - \tau). \end{aligned} \right\} \quad (141)$$

Если задана эфемерида геометрических значений прямоугольных координат небесного объекта, то

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{вид}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ист}} - \tau \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix}, \quad (142)$$

где при вычислении τ необходимо принять $\tau_A = 0^d,0057756$ для внешних планет и $\tau_A = 0^d,0057683$ для внутренних.

Аналогичные формулы могут быть применены в случае задания эфемериды сферических координат $\alpha_{\text{ист}}$, $\delta_{\text{ист}}$:

$$\alpha_{\text{вид}} = \alpha_{\text{ист}} - \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_t \cdot \tau, \quad \delta_{\text{вид}} = \delta_{\text{ист}} - \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_t \cdot \tau. \quad (143)$$

Производные во всех случаях вычисляются по формуле численного дифференцирования

$$\omega \left(\frac{df}{dt}\right)_k = f'_k - \frac{1}{6} f''_k + \dots,$$

где ω означает интервал табулирования координаты f ,

$$f'_k = \frac{1}{2} \left(f'_{k-\frac{1}{2}} + f'_{k+\frac{1}{2}}\right), \quad f''_k = \frac{1}{2} \left(f''_{k-\frac{1}{2}} + f''_{k+\frac{1}{2}}\right), \dots$$

Третьи разности f''_k учитываются только для Плутона ($\tau = 5^h,5$); во всех остальных случаях можно ограничиться первыми разностями.

Годичная аберрация (эклиптические координаты)

Применение основной операции к векторному уравнению $w = V + c$, написанному в прямоугольной эклиптической системе координат, при соответствующем выборе матрицы-оператора $\bar{K}(\lambda, \beta)$, где λ, β — сферические эклиптические координаты небесного объекта, дает формулы учета годичной аберрации в эклиптических координатах

$$\left. \begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_{\text{вид}} - \lambda_{\text{ист}} = -\kappa \cos(\odot - \lambda) \sec \beta - \\ &\quad - [\kappa e \cos(\Gamma - \lambda) \sec \beta], \\ \Delta\beta &= \beta_{\text{вид}} - \beta_{\text{ист}} = -\kappa \sin(\odot - \lambda) \sin \beta - \\ &\quad - [\kappa e \sin(\Gamma - \lambda) \sin \beta], \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

где члены с множителем κe , заключенные в квадратные скобки и не превосходящие $0^{\prime\prime},343$, составляют эллиптическую часть годичной аберрации и в большинстве случаев, встречающихся на практике, не рассматриваются.

Для перехода от геометрических (истинных) значений эклиптических координат $\lambda_{\text{ист}}$, $\beta_{\text{ист}}$ к их видимым значени-

ям можно также воспользоваться абберационными редуцированными величинами C, D , применяя формулу

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_{\text{вид}}, \beta_{\text{вид}}} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\lambda_{\text{ист}}, \beta_{\text{ист}}} + \bar{\rho}(\varepsilon) \begin{bmatrix} -D \\ +C \\ +C \operatorname{tg} \varepsilon \end{bmatrix}_{t_0}. \quad (145)$$

Если ρ есть значение геоцентрического радиуса-вектора небесного объекта, соответствующее сферическим эклиптическим координатам $(\lambda_{\text{ист}}, \beta_{\text{ист}})$, то для учета годичной абберации в прямоугольных эклиптических координатах X', Y', Z' этого объекта можно воспользоваться формулой

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}_{\text{вид}} = \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}_{\text{ист}} + \rho \bar{\rho}(\varepsilon) \begin{bmatrix} -D \\ +C \\ +C \operatorname{tg} \varepsilon \end{bmatrix}_{t_0}. \quad (146)$$

З а м е ч а н и е 1. Все предыдущие формулы для учета годичной абберации представлены в конечном виде, соответствующем движению Земли по круговой барицентрической орбите. Если же перейти к действительному гелиоцентрическому движению, то скорость V движения Земли по орбите можно разложить на компоненту V_{\perp} , перпендикулярную радиусу-вектору R_{\odot} , и компоненту V_{\parallel} , параллельную малой оси орбиты и равную по величине eV_{\perp} (рис. 33). Предыдущие формулы и учитывают годичную абберацию, обусловленную компонентой V_{\perp} . Очевидно, можно воспользоваться ими для учета также эллиптической части годичной абберации, вызванной компонентой V_{\parallel} ; для этого достаточно подставить вместо \odot величину $\tilde{\omega} + 180^\circ$ и умножить результат подстановки на эксцентриситет e . Так, например, имеем

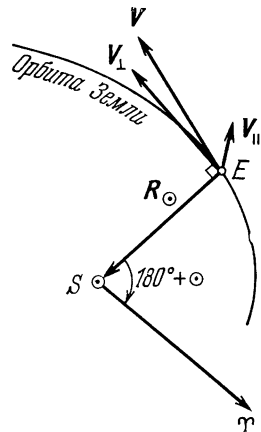


Рис. 33. Абберация: гелиоцентрическое движение Земли.

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\alpha)_E &= c\Delta C + d\Delta D, \\ (\Delta\delta)_E &= c'\Delta C + d'\Delta D, \end{aligned} \right\} \quad (147)$$

где

$$\Delta C = \kappa \varepsilon \cos \tilde{\omega} \cos \varepsilon, \quad \Delta D = \kappa \varepsilon \sin \tilde{\omega};$$

здесь $\tilde{\omega}$ означает долготу перигелия земной орбиты, связанную с долготой перигея солнечной орбиты Γ соотношением $\tilde{\omega} = \Gamma + 180^\circ$. Редукционные постоянные c, \dots, d' сохраняют прежний смысл.

В тригонометрической системе имеем

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\alpha)_E &= \Delta h \sin(\Delta H + \alpha) \sec \delta, \\ (\Delta\delta)_E &= \Delta h \cos(\Delta H + \alpha) \sin \delta + \Delta i \cos \delta, \end{aligned} \right\} \quad (148)$$

где $\Delta h, \Delta H, \Delta i$ определяются формулами

$$\begin{aligned} \Delta h \cos \Delta H &= \Delta D, & \Delta h \sin \Delta H &= \Delta C, \\ \Delta i &= \Delta C \operatorname{tg} \varepsilon. \end{aligned}$$

В эклиптической системе координат

$$\left. \begin{aligned} (\Delta\lambda)_E &= \kappa \varepsilon \sec \beta \cos(\tilde{\omega} - \lambda), \\ (\Delta\beta)_E &= \kappa \varepsilon \sin \beta \sin(\tilde{\omega} - \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (149)$$

З а м е ч а н и е 2. В случае движущихся небесных объектов, например, планет Солнечной системы, поправки за годичную аберрацию необходимо вычислять на основе действительного движения Земли, без изменений, так как эллиптическая часть годичной аберрации (иногда еще называемая перигейной аберрацией) не остается постоянной.

Поправка за аберрационное время

Поправка за световой промежуток τ (за аберрационное время) обычно вводится в сочетании с поправкой за годичную аберрацию, т. е. вводится общая поправка за планетную аберрацию. Однако если необходимо определить отдельно поправку за аберрационное время, то это можно сделать сравнением геометрической геоцентрической эфемериды небесного объекта в момент t с положением этого объекта, получаемым из геометрических гелиоцентрических положений Земли в момент t и объекта в момент $t - \tau$ (см. стр. 131).

Планетная абберация

Как уже отмечалось ранее, смещение видимого положения небесного объекта относительно его геометрического положения, обусловленное планетной абберацией, может быть разложено на две независимые компоненты, отражающие влияние мгновенных движений Земли и небесного объекта в один и тот же физический момент времени. Однако на практике вычисление планетной абберации производится непосредственно на основании геоцентрической эфемериды без разделения в явном виде на эти две компоненты.

Поскольку эллиптическая часть абберации (E -члены) в случае движущегося небесного объекта изменяется, то годичную абберацию необходимо вычислять на основе действительного движения Земли. Точный учет годичной абберации в этом случае может быть произведен смещением Земли на величину $V\tau$ в направлении, противоположном мгновенной скорости Земли V (рис. 34). Если движение планеты в течение светового промежутка τ можно считать прямолинейным и равномерным, то положение планеты в момент $t - \tau$ определяется смещением планеты на величину $v\tau$ в направлении, противоположном мгновенной скорости планеты v . Таким образом, учет планетной абберации на практике подчиняется одному из следующих двух правил: 1) если с принятой степенью точности можно считать движение небесного объекта в течение светового промежутка прямолинейным и равномерным, то планетная абберация зависит от мгновенной скорости наблюдателя относительно этого объекта точно так же, как звездная абберация зависит от абсолютной мгновенной скорости

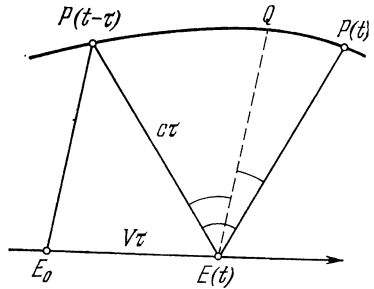


Рис. 34. Абберация: $E_0P(t-\tau)$ — геометрическое направление в момент $t - \tau = t_0$, $E(t)P(t)$ — геометрическое направление в момент t , $E(t)P(t-\tau)$ — наблюдаемое направление в момент t , $\widehat{P(t_0)E(t)P(t)}$ — поправка за абберационное время, $\widehat{P(t_0)E(t)Q}$ — звездная абберация, $\widehat{QE(t)P(t)}$ — планетная абберация, $E_0P(t_0) \parallel E(t)Q$.

наблюдателя, и 2) если с принятой степенью точности можно считать движение Земли в течение светового промежутка прямолинейным и равномерным, то непосредственно наблюдаемое видимое положение небесного объекта в момент t совпадает с геометрическим положением этого объекта в момент $t - \tau$ относительно положения Земли в момент $t - \tau$. Это означает, что видимое положение небесного объекта в момент t отличается от геометрического положения в этот же момент на величину, равную мгновенной скорости Земли относительно объекта, умноженной на световой промежуток. Так как эта относительная скорость равна геоцентрической скорости объекта с обратным знаком, то поправка к геометрическому значению любой геоцентрической координаты q равна $-\dot{q}\tau$, где скорость \dot{q} определяется численным дифференцированием геометрических эфемеридных значений q .

Согласно правилу 2) следует, что при умеренном световом промежутке τ видимое положение в момент t можно определить интерполированием геометрических эфемеридных значений на момент времени $t - \tau$. Аналогично, геометрическое положение небесного объекта относится к моменту $t - \tau$, если момент наблюдения этого объекта есть t .

Строго говоря, световой промежуток τ соответствует расстоянию между положением Земли в момент времени t и положением небесного объекта в момент $t - \tau$; однако, во всех практических случаях, относящихся к обработке наблюдений планет, максимальная погрешность, обусловленная заменой этого расстояния геоцентрическим расстоянием ρ в момент t , достигает лишь $0'',0005$.

Суточная абберация

Суточное вращение Земли переносит наблюдателя, находящегося в точке O под геоцентрической широтой φ' с геоцентрическим радиусом-вектором ρ , с линейной скоростью $V = v_0 \rho \cos \varphi'$, направленной к востоку, где v_0 есть линейная скорость точки экватора, $v_0 = 464$ м/с (рис. 35). Соответствующее значение постоянной суточной абберации $\kappa_1 = v_0/c = 0'',320 = 0^s,0213$.

Для вывода формул поправок к сферическим координатам α , δ за суточную абберацию рассмотрим сфериче-

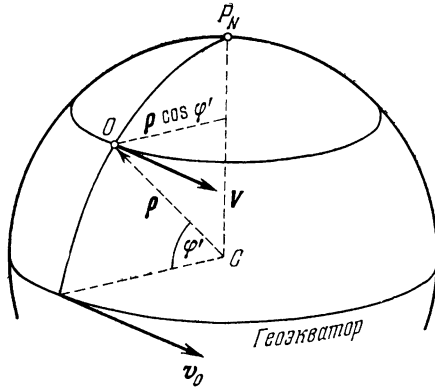


Рис. 35. Суточная абберация: линейная скорость V точки земной поверхности.

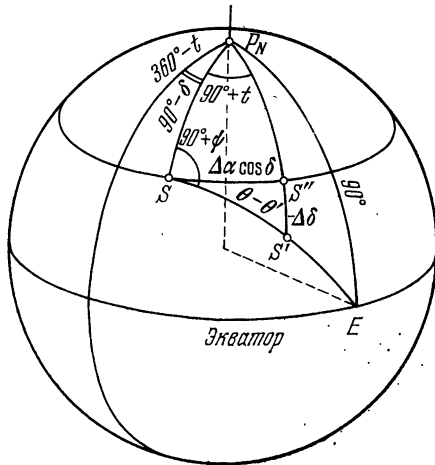


Рис. 36. К выводу поправок $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ за суточную абберацию.

ский треугольник P_NES (рис. 36). Из него следует, что

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{вид}} - \alpha_{\text{ист}} &= \Delta\alpha = \kappa_1 r \cos \varphi' \cos t \sec \delta, \\ \delta_{\text{вид}} - \delta_{\text{ист}} &= \Delta\delta = \kappa_1 r \cos \varphi' \sin t \sin \delta, \end{aligned} \right\} \quad (150)$$

где t — часовой угол небесного объекта. \boxtimes

Для небесного объекта, проходящего через меридиан,

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \pm 0^s, 02132\rho \cos \varphi' \sec \delta, \\ \Delta\delta &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

где положительный знак соответствует верхней кульминации объекта, отрицательный — нижней кульминации (sub polo, s. p.). Обычно поправку $\Delta\alpha$ вычитают из наблюдаемого момента кульминации вместо прибавления ее к прямому восхождению небесного объекта.

Астрометрическое положение

При фотографических наблюдениях небесных объектов положения их изображений на фотопластинках (или фото пленке) определяются путем привязки к изображениям опорных звезд на этих же фотопластинках. Так как координаты опорных звезд обычно заданы каталогом, отнесенным к экватору и равноденствию определенной стандартной эпохи, например, 1950,0, то и положения небесного объекта относятся к этой же системе. Чтобы получить эфемериду положений небесного объекта, непосредственно сравнимых с астрографическими наблюдаемыми положениями этого объекта, необходимо прибавить планетную аберрацию к геометрическим эфемеридным значениям сферических координат объекта и вычесть из них звездную аберрацию, за исключением эллиптической ее части (*E*-членов). Такая эфемерида дает астрометрические положения небесного объекта; для ее сравнения с астрографическими наблюдениями достаточно исправить эти наблюдения за геоцентрический параллакс.

Наиболее простой путь построения астрометрической эфемериды состоит в вычислении геометрической эфемериды, отнесенной к среднему экватору и равноденствию эпохи 1950,0, и прибавлении к ней поправки, равной разности между полной поправкой за планетную аберрацию и поправкой за годичную аберрацию, вычисленной с использованием тех же аберрационных редуccionных величин *C*, *D*, что и для звезд.

Другой метод заключается в исправлении гелиоцентрических прямоугольных координат планеты за аберрационное время по известному геоцентрическому расстоя-

нию до прибавления соответствующих прямоугольных геоцентрических координат Солнца (см. стр. 61) и в последующем исправлении полученных геоцентрических сферических координат за эллиптическую часть годичной абберации.

В «Астрономическом Ежегоднике СССР» астрометрические положения даются только для Плутона. В этом случае на основе прямоугольных экваториальных координат Плутона и Солнца, отнесенных к равноденствию эпохи 1950,0, вычисляются геометрические значения геоцентрических сферических координат (ρ , α , δ) с интервалом в четверо суток. Поправка за планетную абберацию, вводимая в α , δ , определяется как

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \tau_{AP} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\delta \end{bmatrix} = \tau_{AP} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix}, \quad (152)$$

где v_α , v_δ — мгновенные скорости изменения α , δ , вычисляемые численным дифференцированием с учетом третьих разностей. Влияние годичной абберации учитывается поправками

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= -(Cc + Dd), \\ \Delta\delta &= -(Cc' + Dd'), \end{aligned} \right\} \quad (128')$$

вычисляемыми с помощью абберационных редуционных величин C , D , отнесенных к среднему экватору и равноденствию эпохи 1950,0, и редуционных постоянных c , . . . , d' , вычисленных по геометрическим значениям α , δ координат Плутона.

Абберация Солнца

Годичная абберация влияет только на долготу Солнца, влияние ее на широту Солнца, как и на широту любой точки эклиптики, равно нулю.

Если \odot есть истинная долгота Солнца, то компоненты скорости Солнца в эклиптической прямоугольной системе координат, выраженные в единицах скорости света, согласно (127) равны

$$\begin{aligned} c^{-1}V_{x'} &= -\kappa (\sin \odot + e \sin \Gamma), \\ c^{-1}V_{y'} &= +\kappa (\cos \odot + e \cos \Gamma). \end{aligned}$$

Поэтому изменение долготы Солнца вследствие годичной аберрации равно

$$\odot - \lambda_{\text{вид}} = -c^{-1}V_x' \sin \odot + c^{-1}V_y' \cos \odot,$$

или

$$\odot - \lambda_{\text{вид}} = \kappa [1 + e \cos (\Gamma - \odot)].$$

В силу формулы для R_{\odot} в (126) имеем

$$\lambda_{\text{вид}} = \lambda_{\text{ист}} - \frac{\kappa(1 - e^2)}{R_{\odot}}. \quad (153)$$

Если же применить второе правило Гаусса, то видимая долгота Солнца $\lambda_{\text{вид}}$ в момент времени t равна его истинной долготе $\lambda_{\text{ист}}$ в момент времени $t - \tau$, где $\tau = \tau_A R_{\odot}$. Если среднее суточное движение Солнца равно n , то изменение долготы Солнца за световой промежуток τ равно

$$\Delta\lambda = \frac{n\tau_A R_{\odot}}{86400} \quad (\tau_A \text{ — в секундах),}$$

т. е.

$$\Delta\lambda = \frac{\kappa(1 - e^2)}{R_{\odot}}.$$

Таким образом, годичная аберрация и планетная аберрация в случае Солнца совпадают: в этом — следствие неподвижности Солнца в Солнечной системе. Поэтому для определения видимой долготы можно интерполировать вверх по эфемериде истинных долгот Солнца на величину $\tau_A R_{\odot}$ или вычесть поправку $\frac{\kappa(1 - e^2)}{R_{\odot}}$ из соответствующего значения истинной долготы Солнца.

Дифференциальная аберрация

Звездная аберрация. Зависимость величины звездной аберрации от положения объекта на небесной сфере приводит к изменению взаимного расположения небесных объектов. Поэтому, например, видимые значения позиционного угла и углового расстояния между двумя близкими объектами отличаются от геометрических значений этих координат.

Если $\Delta\alpha^s$, $\Delta\delta''$ обозначают наблюдаемые разности экваториальных координат движущегося небесного объекта и

опорной звезды в смысле «объект минус звезда», то поправки к этим разностям имеют следующее выражение через редуccionные величины C , D :

по прямому восхождению:

$$+ \frac{1}{15} (D \cos \alpha - C \sin \alpha) \sec \delta \Delta \alpha^s \sin 1^s + \\ + \frac{1}{15} (D \sin \alpha + C \cos \alpha) \sec \delta \operatorname{tg} \delta \Delta \delta'' \sin 1'',$$

по склонению:

$$- (D \sin \alpha + C \cos \alpha) \sin \delta \Delta \alpha^s \sin 1^s + \\ + (D \cos \alpha - C \sin \alpha) \cos \delta \Delta \delta'' \sin 1'' - C \operatorname{tg} \varepsilon \sin \delta \Delta \delta'' \sin 1''$$

и через редуccionные величины h , H , i :

по прямому восхождению:

$$+ \frac{1}{15} h \sec \delta \cos (H + \alpha) \Delta \alpha^s \sin 1^s + \\ + \frac{1}{15} h \sec \delta \sin (H + \alpha) \operatorname{tg} \delta \Delta \delta'' \sin 1'',$$

по склонению:

$$- h \sin \delta \sin (H + \alpha) \Delta \alpha^s \sin 1^s + \\ + h \cos \delta \cos (H + \alpha) \Delta \delta'' \sin 1'' - i \sin \delta \Delta \delta'' \sin 1''.$$

Вычитая эти поправки из наблюдаемых значений разностей координат (в указанном выше смысле) $\Delta \alpha$, $\Delta \delta$ и прибавляя поправки за дифференциальную прецессию и нутацию, получим средние их значения, т. е. найдем среднее положение объекта в системе каталога опорных звезд.

В большинстве случаев, представляющихся на практике, член $i \sin \delta \Delta \delta$ можно отбросить, так как он может достигнуть $0'',02$ вблизи полюса для $\Delta \delta = 10'$.

Указанные поправки за дифференциальную абerrацию в предположении их независимости от года или эпохи равноденствия могут быть табулированы как функции даты и положения небесного объекта. Такие постоянные таблицы приведены в ежегоднике «Astronomical Ephemeris» и в «Explanatory Supplement», причем для h взято среднее значение $19'',6$.

Дифференцированием выражений (27) для дифференциальных координат можно получить поправки к наб-

люденным позиционному углу p' и угловому расстоянию s' в виде

$$\left. \begin{aligned} p' - p = \Delta p &= (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \operatorname{tg} \delta = \\ &= h \sin (H + \alpha) \operatorname{tg} \delta, \\ s' - s = \Delta s &= \\ &= s' [D \cos \delta \cos \alpha - C (\operatorname{tg} \varepsilon \sin \delta + \cos \delta \sin \alpha)] = \\ &= s' [h \cos (H + \alpha) \cos \delta - i \sin \delta]. \end{aligned} \right\} (154)$$

§ 6. Параллакс

При сравнении реальных наблюдений небесных объектов, произведенных из точек поверхности Земли, с эфемеридными положениями этих объектов, обычно отнесенными к геоцентрической системе координат, необходимо учесть перспективное, кажущееся смещение соответствующих проекций на небесной сфере, обусловленное различием начал топоцентрической и геоцентрической систем отсчета и называемое параллактическим смещением. Аналогичное явление происходит при наблюдении звезд из диаметрально противоположных точек земной гелиоцентрической орбиты.

Явление параллактического смещения характеризуется следующими тремя правилами:

1) параллактическое смещение проекции небесного объекта на небесной сфере происходит по окружности большого круга, проведенного через апекс перемещения наблюдателя и положение объекта, соответствующее начальному положению наблюдателя;

2) параллактическое смещение увеличивает угловое расстояние небесного объекта от апекса перемещения наблюдателя;

3) величина параллактического смещения небесного объекта по небесной сфере пропорциональна синусу углового расстояния объекта от апекса перемещения наблюдателя.

В соответствии с движениями и местоположением наблюдателя различают суточный параллакс и годичный параллакс.

Так как расстояние до небесного объекта обычно достаточно велико по сравнению с расстоянием между началами систем отсчета, то параллактические поправки в

большинстве случаев малы, и их можно считать малыми величинами первого порядка, квадратами которых можно пренебречь. Однако для Луны параллакс велик, и в общих выражениях для параллактических поправок необходимо учитывать члены третьего порядка; поэтому целесообразнее воспользоваться точными формулами. Точные формулы учета параллакса необходимы при обработке наблюдений искусственных спутников Земли, параллакс которых может достигать весьма больших значений; в этом случае необходимо знать также точное положение наблюдателя в геоцентрической системе координат.

Годичный параллакс, обуславливающий различие между гелиоцентрическим и геоцентрическим положениями звезды, обычно включается в эфемериду видимых мест, так что эта эфемерида непосредственно сравнима с наблюдаемыми положениями звезды.

Географические координаты

Любые астрономические эфемериды в конечном счете применяются при выполнении астрономических наблюдений из точек, расположенных на поверхности Земли. Для целесообразной обработки результатов наблюдений, используемых в дальнейшем в решении теоретических и прикладных задач астрономии, необходимо знать положения точек наблюдения в определенной системе отсчета, связанной известным образом с системами небесных координат. Эта система отсчета, известная под общим названием «система географических координат», может быть либо системой астрономических координат, не зависящей ни от формы, ни от размеров Земли и полностью определяемой направлением силы тяжести, т. е. направлением астрономической вертикали (отвеса) в данной точке, либо системой геодезических координат, отнесенных к определенной математической поверхности, аппроксимирующей реальную физическую поверхность Земли и называемой фундаментальной поверхностью относимости. В случае географической системы геодезических координат в качестве поверхности относимости выбирают эллипсоид, наиболее близко подходящий к определенной области поверхности Земли; в географической системе астрономических координат поверхностью относимости

является геоид — поверхность равного потенциала силы тяжести Земли. Географическое положение точки на поверхности Земли обычно характеризуется широтой, долготой и высотой¹ над поверхностью относимости. Географические координаты одной и той же точки в этих двух различных системах отсчета, за исключением некоторых случаев, не отличаются более чем на несколько секунд дуги, однако, всегда следует точно указывать, о какой системе географических координат идет речь.

Поле силы тяжести Земли. Геоид

Гравитационное взаимодействие между всеми телами определяется законом всемирного тяготения, согласно которому две точечные массы взаимно притягиваются с силой, прямо пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату разделяющего их расстояния; таким образом,

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{r}{r}, \quad (155)$$

где множитель пропорциональности G , называемой константой гравитационной постоянной, имеет в системе СИ значение, равное $(6,672 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$.

Для Земли и тела ничтожно малых размеров (по сравнению с его расстоянием r) и массой m закон всемирного тяготения можно записать в виде

$$F = -Gm \int_E r r^{-3} dE, \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad (156)$$

считая, что интегрирование распространено на всю массу Земли E .

Так как Земля вращается с угловой скоростью ω , то, если материальная точка m расположена на поверхности Земли на расстоянии r_1 от оси вращения, на нее действует центробежная сила Φ , равная

$$\Phi = m\omega^2 r_1. \quad (157)$$

Равнодействующая сил F и Φ называется силой тяжести P :

$$P = F + \Phi, \quad (158)$$

ускорение g которой определяется формулой

$$g = -G \int_E r r^{-3} dE + \omega^2 r_1. \quad (159)$$

Единица измерения ускорения силы тяжести называется галом и в системе CGS равна ускорению, сообщаемому телу массой в 1 г силой в 1 дн. Полная величина среднего ускорения силы тяжести на поверхности Земли равна 979,1 гала.

Сила тяжести P обладает потенциалом W , состоящим из гравитационного потенциала

$$V = G \int_E \frac{dE}{\Delta} \quad (160)$$

и центробежного потенциала

$$U = \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2); \quad (161)$$

здесь положение притягиваемой массы m отнесено к системе геоцентрических прямоугольных координат XYZ , ось Z которой направлена по оси вращения Земли, ось X — в определенную точку земного экватора, ось Y дополняет систему координат до правой; таким образом, положение m определено либо прямоугольными координатами \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , либо сферическими координатами r , λ' , φ' , положение элемента массы Земли dE определено прямоугольными координатами x , y , z или геоцентрическим расстоянием ρ и углом ψ между ρ и r .

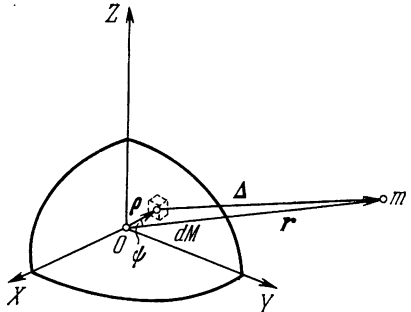


Рис. 37. К выводу формулы разложения потенциала гравитации сфероида.

Взаимное расстояние Δ между точкой m и элементом массы dE может быть выражено в виде (рис. 37)

$$\Delta^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \psi; \quad (\Delta = \rho - r).$$

Поэтому разложение Δ^{-1} по степеням малой величины $\left(\frac{\rho}{r}\right)^2 - 2\frac{\rho}{r} \cos \psi$ с учетом выражений моментов и произведений инерции A, \dots, F ,

$$\left. \begin{aligned} A &= \int_E (y^2 + z^2) dE, & D &= \int_E yz dE, \\ B &= \int_E (x^2 + z^2) dE, & E &= \int_E xz dE, \\ C &= \int_E (x^2 + y^2) dE, & F &= \int_E xy dE, \end{aligned} \right\} \quad (162)$$

и их зависимости от координат r, λ', φ' аффинкта m при подстановке в формулу для V дает разложение потенциала силы тяжести (геопотенциала) в виде

$$\begin{aligned} W &= \frac{GE}{r} + \frac{G}{r^3} \left\{ \frac{2C - (A + B)}{4} (1 - 3 \sin^2 \varphi') + \right. \\ &+ (3E \cos \lambda' + 3D \sin \lambda') \sin \varphi' \cos \varphi' + \left[\frac{3}{4} (B - A) \cos 2\lambda' + \right. \\ &\left. \left. + \frac{3}{2} F \sin 2\lambda' \right] \cos^2 \varphi' \right\} + \dots + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \varphi'. \quad (163) \end{aligned}$$

Введение полиномов и присоединенных функций Лежандра $P_n(\sin \varphi')$ и $P_{nm}(\sin \varphi')$, определяемых формулами

$$P_n(\sin \varphi') = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n}{d(\sin \varphi')^n} (\sin^2 \varphi' - 1)^n,$$

$$P_{nm}(\sin \varphi') = \sqrt{(2n + 1) \frac{k_m (n - m)!}{(n + m)!}} \frac{d^m P_n(\sin \varphi')}{d(\sin \varphi')^m} \cos^m \varphi'$$

при $k_m = 1$, если $m = 0$, и при $k_m = 2$, если $m \neq 0$, позволяет представить W в форме

$$\begin{aligned} W &= \frac{GE}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda' + \right. \\ &\left. + S_{nm} \sin m\lambda') P_{nm}(\sin \varphi') + \frac{\omega^2 r^2}{2GE} \cos^2 \varphi' \right\}, \quad (164) \end{aligned}$$

где a_e есть экваториальный радиус Земли. Поверхность равного потенциала

$$W = \text{const},$$

совпадающая с поверхностью спокойного океана, продолженной под материка по закону постоянства потенциала, называется геоидом. Геоид обычно принимается в качестве первого приближения к фигуре Земли. Совокупность коэффициентов C_{nm} , S_{nm} разложения гравитационного потенциала Земли, определенных по гравиметрическим измерениям и по наблюдениям ИСЗ, составляет математическую модель поля земного тяготения, иногда называемую «Стандартной Землей». Числовые значения различных коэффициентов можно найти в работах Э. М. Гапошкина, Вагнера и др., Бальмино и др.

Нормальное поле силы тяжести Земли. Земной сфероид. Эллипсоид относимости

Если распределение масс Земли обладает осевой симметрией относительно оси Z , то моменты инерции A и B равны, а $F = 0$. При совпадении оси Z с главной осью инерции Земли и произведения инерции D , E обращаются в нуль. Если в полученном таким образом разложении геопотенциала ограничиться главными сферическими функциями нулевого, второго и четвертого порядков, предполагая также симметричность распределения масс Земли относительно плоскости экватора, то геопотенциальная функция W принимает вид ¹⁾

$$W = \frac{GE}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1, 2, 4} \left(\frac{a_e}{r} \right)^n C_{n0} P_{n0}(\sin \varphi') + \frac{\omega^2 r^2}{2GE} \cos^2 \varphi' \right\}. \quad (165)$$

Если поверхность равного потенциала $W = C$ ограничивает объем, равный сбъему геоида, а постоянная C совпадает с постоянной соответствующей геоиду, то эта уровенная поверхность представляет так называемую нормализованную Землю и называется земным сфероидом.

Если пренебречь членами, содержащими степени сжатия выше второй, то поверхность земного сфероида совпадает с поверхностью земного эллипсоида вращения, дающего приближение третьего порядка к фигуре реальной Земли.

¹⁾ Выражение геопотенциала W в форме (165) определяет так называемый сферопотенциал.

Сжатие α земного эллипсоида, имеющего экваториальный радиус a_e и полярную полуось b , дается формулой

$$\alpha = \frac{a_e - b}{a_e}. \quad (166)$$

Размеры земного эллипсоида определяются условием равенства объемов, упомянутым выше.

Сила тяжести, соответствующая нормальному потенциалу силы тяжести (165), называется нормальной. Ускорение нормальной силы тяжести g выражается уравнением Клеро

$$g = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi), \quad (167)$$

в котором g_e есть значение ускорения силы тяжести на экваторе, равное

$$g_e = \frac{GF}{a_e} \left(1 + \alpha - \frac{3}{2} q - \frac{3}{7} qa + \alpha^2 \right), \quad (168)$$

а коэффициенты β , β_1 зависят от α , $\bar{q} = q(1 - \alpha)$ и определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{5}{2} \bar{q} - \alpha - \frac{17}{14} \bar{q} \alpha + \frac{15}{4} \bar{q}^2, \\ \beta_1 &= \frac{1}{8} \alpha^2 - \frac{5}{8} \bar{q} \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

причем q есть отношение центробежной силы к силе тяжести на экваторе: $q = \omega^2 a_e / g_e$. Астрономическая широта φ связана с геоцентрической широтой φ' формулой

$$\operatorname{ctg} \varphi = (1 - \alpha)^2 \operatorname{ctg} \varphi'. \quad (170)$$

И. Д. Жонголович в 1952 г. на основании обработки результатов гравиметрических наблюдений, выполненных в 26 000 пунктах, нашел величину g_e и коэффициенты β , β_1 формулы для g и получил для эллипсоида вращения с $\alpha = 1/296,6$

$$g = 978,0573 (1 + 0,0052837 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi).$$

Формула для g , полученная В. А. Хейсканеном, имеет такой вид:

$$g = 978,0497 (1 + 0,0052902 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi),$$

$$\alpha = \frac{1}{297,2},$$

Гравиметрические наблюдения производятся, в основном, дифференциальным методом, состоящим в измерении приращения ускорения силы тяжести в ряде точек относительно исходной. Для приведения всех гравиметрических измерений к единой системе принят в качестве исходной точки центр Маятникового зала Потсдамского геодезического института, в котором абсолютные определения дали $g = 981,27400$ гал. Каждое государство, связав свою исходную точку с Потсдамом, обеспечивает выполнение всех гравиметрических работ в Потсдамской системе. Абсолютное определение g , выполненное в 1966 г. в Национальной физической лаборатории (Англия), дало значение, равное $981181,82 \pm 0,13$ мгал.

Определения сжатия α земного сфероида по наблюдениям ИСЗ дают значения, близкие к $1/298,3$; такое расхождение, по-видимому, вызвано неполнотой изученности Земли методами гравиметрии.

Если принять для земного эллипсоида (по Раппу, США)

$$\frac{1}{\alpha} = 298,25 \pm 0,02,$$

$$a_e = 6378157,5 \pm 10,8 \text{ м}$$

то для соответствующего земного сфероида найдем

$$g_e = 978,0284 \pm 0,0022 \text{ гал},$$

$$C = (6263678,8 \pm 10,6) \cdot 10^5 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2},$$

$$GE = (3,986013 \pm 0,000010) \cdot 10^{20} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Здесь C означает постоянное значение потенциала силы тяжести W на поверхности этого сфероида.

Так как размеры и форма земного эллипсоида, наиболее точно характеризующего всю Землю в целом, до запусков ИСЗ не были известны, то в различных странах были приняты различающиеся между собой референц-эллипсоиды, основные параметры которых отличаются также от параметров референц-эллипсоида МАС (1964):

$$a_e = 6378160 \text{ м},$$

$$\alpha = 1/298,25,$$

пришедшего в 1964 г. на смену международному земному эллипсоиду Хейфорда

$$a_e = 6378388 \text{ м},$$

$$\alpha^{-1} = 297,0.$$

Референц-эллипсоиду МАС (1964; 1967) соответствуют следующие параметры:

$$GE = 3,98603 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2,$$

$$J_2 = 0,0010827,$$

$$\omega = 0,0000729 \text{ 21151467 радиан в секунду},$$

$$g_e = 9,780318455 \text{ м/с}^2,$$

$$g_p = 9,832177280 \text{ м/с}^2,$$

$$b = 6356774,516 \text{ м},$$

и формула ускорения силы тяжести g на широте φ

$$g = 978,0318455 (1 + 0,00530236578 \sin^2 \varphi +$$

$$+ 0,00000584988 \sin^2 2\varphi + 0,00000003180 \sin^2 \varphi \sin^2 2\varphi)$$

XVI Генеральная ассамблея МАС (Гренобль, 1976) приняла новые числовые значения международного земного эллипсоида, которые вошли в новую систему астрономических постоянных МАС 1976 г. (см. § 3, гл. II).

В частности,

$$GE = 398600,5 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2,$$

$$J_2 = 0,00108263,$$

$$a_e = 6378140 \text{ м},$$

$$\alpha = 0,00335281 = 1/298,257.$$

Формула ускорения силы тяжести g имеет вид

$$g = 978,0317521 (1 + 0,005302450462 \sin^2 \varphi +$$

$$+ 0,00000584972 \sin^2 2\varphi + 0,00000003180 \sin^2 \varphi \sin^2 2\varphi).$$

Геодезические координаты

Как было уже упомянуто выше, основу системы геодезических координат составляет математическая поверхность эллипсоида вращения, аппроксимирующая реальные раз-

меры и форму Земли (поверхность относимости). Параметры фундаментальной поверхности относимости, принятой для обработки астрономо-геодезических наблюдений во всем мире согласно рекомендациям Международной геодезической ассоциации (МАГ) и Международного астрономического союза (МАС), являются составной частью системы астрономических постоянных (см. гл. II).

Положение любой точки поверхности Земли относительно такого эллипсоида относимости можно определить расстоянием по нормали от поверхности эллипсоида (сфероида) и геодезическими координатами основания этой нормали на поверхности эллипсоида. Точки пересечения оси вращения земного сфероида с его поверхностью называются геодезическими полюсами; плоскость, образуемая большой полуосью при вращении производящего эллипса, называется плоскостью геодезического экватора. Геодезическая отвесная линия (геодезическая вертикаль) в любой точке земной поверхности совпадает с нормалью к поверхности земного сфероида, проходящей через эту точку; таким образом, геодезический зенит — это точка пересечения небесной сферы с геодезической вертикалью. Плоскости, проходящие через ось вращения земного сфероида, пересекают его поверхность по геодезическим меридианам; плоскости, параллельные плоскости геодезического экватора, образуют при пересечении с поверхностью земного сфероида систему геодезических параллелей.

Геодезическая вертикаль любой точки лежит в плоскости геодезического меридиана и, следовательно, пересекает ось вращения земного сфероида; однако геодезическая вертикаль, вообще говоря, не проходит через центр земного сфероида. Угол, составленный геодезической вертикалью данной точки M с плоскостью геодезического экватора, называется геодезической широтой φ ¹⁾ точки M (рис. 38). Геодезические широты отсчитываются от плоскости экватора по геодезическим меридианам от 0° до 90° с положительным знаком к северу от экватора и с отрицательным — к югу от него. Если один из геодезических меридианов выбран в качестве общепринятого на-

¹⁾ Геодезическая широта на сфероиде совпадает с астрономической широтой; в случае реальной Земли их различие обусловлено локальными аномалиями силы тяжести.

чального меридиана, то двугранный угол между плоскостями геодезического меридиана данной точки M и начального меридиана называется геодезической долготой λ точки M . Геодезическая долгота λ измеряется либо углом при полюсе между соответствующими меридианами, либо дугой геодезического экватора, заключенной между ними.

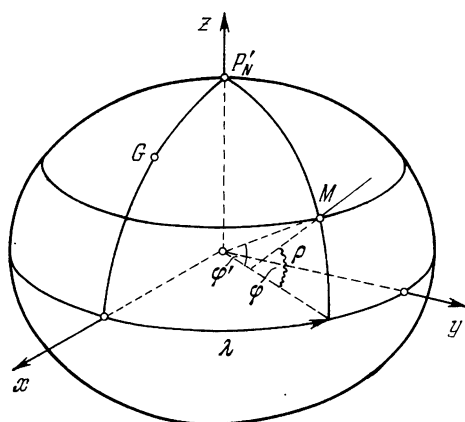


Рис. 38. Геодезические координаты на сфероиде.

Геодезические долготы λ отсчитываются от начального меридиана в пределах от 0° до 360° с положительным знаком к востоку.

Геодезические долгота λ и широта φ , определяющие положение точки на поверхности земного сфероида, и называются геодезическими координатами. Геодезические координаты определяются, таким образом, направлением геодезической вертикали, которое нельзя получить непосредственно из каких-нибудь наблюдений. Поэтому и сами геодезические координаты непосредственно измерить нельзя — их можно вычислить на основании измерений расстояний и углов на поверхности Земли, т. е. по результатам геодезических съемок. В основу этих вычислений и кладут либо общепринятый земной эллипсоид, либо определенный референц-эллипсоид в смысле, указанном выше. Поэтому геодезические координаты всегда связаны с конкретным земным эллипсоидом относимости, с его основными параметрами — большой полуосью a_e и сжа-

тием α . Вместо сжатия α иногда вводят первый эксцентриситет e , определяемый формулой

$$e = \sqrt{\frac{a_e^2 - b^2}{a_e^2}} = \sqrt{2\alpha - \alpha^2}, \quad (171)$$

и второй эксцентриситет e' ,

$$e' = \sqrt{\frac{a_e^2 - b^2}{b^2}} = \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} = \frac{\sqrt{2\alpha - \alpha^2}}{1 - \alpha}. \quad (172)$$

Геоцентрические геодезические координаты

Кроме системы геодезических координат, определяющей положение точек относительно поверхности земного эллипсоида, необходимо еще ввести систему

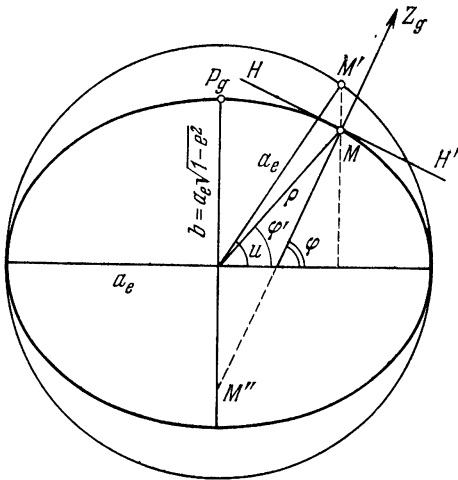


Рис. 39. Геодезическая (ϕ), геоцентрическая (ϕ') и приведенная (u) широты. HH' — геодезический горизонт.

геоцентрических координат для определения положений точек земной поверхности относительно центра принятого земного эллипсоида относимости; с известной степенью приближения можно считать, что этот центр совпадает с центром масс Земли,

Расстояние ρ от центра земного сфероида до данной точки M на его поверхности называется геоцентрическим радиусом вектором точки M и обычно выражается в единицах экваториального радиуса a_e земного сфероида (см. рис. 38). Угол, составленный геоцентрическим радиусом-вектором ρ с плоскостью геодезического экватора, называется геоцентрической широтой φ' . Геоцентрическая долгота совпадает при этом с геодезической долготой λ . Геоцентрический зенит точки M определяется точкой пересечения продолжения радиуса-вектора ρ с геоцентрической небесной сферой. Геоцентрическую широту φ' в астрономии иногда называют приведенной широтой.

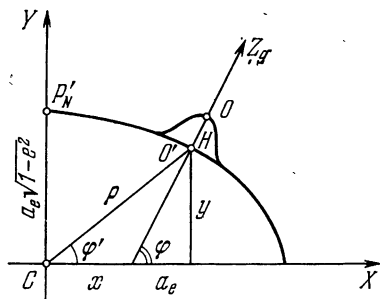


Рис. 40. Координаты x, y, H .

образуют угол $\varphi - \varphi'$, называемый приведением широты, или углом вертикали (рис. 39).

Если вокруг земного эллипсоида описать концентрическую сферу радиуса a_e (рис. 39) и продолжить перпендикуляр, опущенный из точки M поверхности эллипсоида на плоскость геодезического экватора, до пересечения с этой описанной сферой, то угол u между радиусом $CM' = a_e$ и плоскостью геодезического экватора называется приведенной широтой, или параметрической (геометрической) широтой. Соотношения между всеми тремя широтами точки M имеют такой вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} u &= \sqrt{1 - e^2} \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \operatorname{tg} \varphi' = \\ &= (1 - \alpha) \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{1 - \alpha} \operatorname{tg} \varphi'. \end{aligned} \quad (173)$$

Величину геоцентрического радиуса-вектора ρ можно определить по формуле

$$\rho = a_e \frac{\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \varphi'}} = a_e \frac{1 - \alpha}{\sqrt{1 - \sqrt{\alpha} (2 - \alpha) \cos^2 \varphi'}}. \quad (174)$$

падает при этом с геодезической долготой λ . Геоцентрический зенит точки M определяется точкой пересечения продолжения радиуса-вектора ρ с геоцентрической небесной сферой. Геоцентрическую широту φ' в астрономии иногда называют приведенной широтой.

Геоцентрический радиус-вектор ρ и нормаль к земному сфероиду $M''Z_g$

Положение точки O на поверхности Земли можно определить высотой H этой точки, отсчитываемой по нормали к земному эллипсоиду относимости и прямоугольными координатами x, y точки пересечения этой нормали с поверхностью эллипсоида O' (рис. 40). Эти координаты отнесены к системе координатных осей $X'Y'$ в плоскости геодезического меридиана точки O , причем ось CX' направлена в точку пересечения этого меридиана с экватором, а ось CY' — в северный геодезический полюс P'_N . Тогда для точки O' имеем (рис. 40):

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi' = \frac{a_e}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \cos \varphi, \\ y &= \rho \sin \varphi' = \frac{a_e (1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (175)$$

и

$$x = a_e \cos u, \quad y = a_e \sqrt{1 - e^2} \sin u. \quad (176)$$

Обычно формулы (175) приводят к следующему виду:

$$x = C \cos \varphi, \quad y = S \sin \varphi, \quad (177)$$

вводя вспомогательные функции C, S равенствами

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1 - \alpha)^2 \sin^2 \varphi}}, \\ S &= \frac{1 - e^2}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = (1 - e^2)C = (1 - \alpha)^2 C. \end{aligned} \right\} \quad (178)$$

Тогда из (174) следует:

$$\left. \begin{aligned} \rho^2 &= \frac{1}{2} [(C^2 + S^2) + (C^2 - S^2) \cos 2\varphi] = \\ &= C^2 [\cos^2 \varphi + (1 - \alpha)^4 \sin^2 \varphi], \\ \rho &= C \sqrt{1 - e^2 (2 - e^2) \sin^2 \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (179)$$

Если превышение точки O над земным сфероидом равно нулю (наблюдатель находится на уровне моря), то для вспомогательных функций C, S и разности (приведения) широт $\varphi - \varphi'$ справедливы следующие разложения по

степеням сжатия α и кратным дугам φ :

$$\left. \begin{aligned}
 C &= 1 + \frac{1}{2} \alpha + \frac{5}{16} \alpha^2 + \frac{7}{32} \alpha^3 - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{27}{64} \alpha^3 \right) \cos 2\varphi + \\
 &\quad + \left(\frac{3}{16} \alpha^2 + \frac{9}{32} \alpha^3 \right) \cos 4\varphi - \frac{5}{64} \alpha^3 \cos 6\varphi, \\
 S &= 1 - \frac{3}{2} \alpha + \frac{5}{16} \alpha^2 + \frac{3}{32} \alpha^3 - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{5}{64} \alpha^3 \right) \cos 2\varphi + \\
 &\quad + \left(\frac{3}{16} \alpha^2 - \frac{3}{32} \alpha^3 \right) \cos 4\varphi - \frac{5}{64} \alpha^3 \cos 6\varphi, \\
 \rho &= 1 - \frac{1}{2} \alpha + \frac{5}{16} \alpha^2 + \frac{5}{32} \alpha^3 + \\
 &\quad + \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{13}{64} \alpha^3 \right) \cos 2\varphi - \\
 &\quad - \left(\frac{5}{16} \alpha^2 + \frac{5}{32} \alpha^3 \right) \cos 4\varphi + \frac{13}{64} \alpha^3 \cos 6\varphi, \\
 \varphi - \varphi' &= \left(\alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 \right) \sin 2\varphi - \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{1}{2} \alpha^3 \right) \sin 4\varphi + \frac{1}{3} \alpha^3 \sin 6\varphi.
 \end{aligned} \right\} (180)$$

Подставив в соответствии с системой астрономических постоянных МАС (1964) $\alpha = 1/298,25$, находим

$$\left. \begin{aligned}
 \rho &= 0,99832707 + 0,00167644 \cos 2\varphi - \\
 &\quad - 0,00000352 \cos 4\varphi, \\
 C &= 1,00167997 - 0,00168208 \cos 2\varphi + \\
 &\quad + 0,00000212 \cos 4\varphi, \\
 S &= 0,99497418 - 0,00167082 \cos 2\varphi + \\
 &\quad + 0,00000210 \cos 4\varphi, \\
 \varphi - \varphi' &= 692'',743 \sin 2\varphi - 1'',163 \sin 4\varphi + \\
 &\quad + 0'',003 \sin 6\varphi.
 \end{aligned} \right\} (181)$$

Если положить

$$q = \frac{e^2}{2 - e^2},$$

то угол вертикали $\varphi - \varphi'$ можно определить по формулам

$$\operatorname{tg}(\varphi - \varphi') = \frac{q \sin 2\varphi}{1 + q \cos 2\varphi}, \quad (182)$$

или

$$\operatorname{tg}(\varphi - \varphi') = \frac{q \sin 2\varphi'}{1 - q \cos 2\varphi'}. \quad (183)$$

Приведение параметрической широты $\varphi - u$ дано формулами

$$\operatorname{tg}(\varphi - u) = \frac{q_1 \sin 2\varphi}{1 - q_1 \cos 2\varphi}, \quad (184)$$

где

$$q_1 = \frac{\alpha}{2 - \alpha} = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}};$$

$\operatorname{tg}(\varphi - u)$ можно выразить также через геоцентрическую широту φ' , если учесть соотношения

$$\left. \begin{aligned} \sin 2\varphi &= \frac{(1 - e^2) \sin 2\varphi'}{1 - e^2(2 - e^2) \cos^2 \varphi'}, \\ \cos 2\varphi &= \frac{\cos 2\varphi' - e^2(2 - e^2) \cos^2 \varphi'}{1 - e^2(2 - e^2) \cos^2 \varphi'}. \end{aligned} \right\} \quad (185)$$

Высота h точки наблюдения O над геоидом, т. е. над уровнем моря, вообще говоря, не совпадающая с H , может быть учтена с некоторым приближением, если считать h приращением геоцентрического радиуса-вектора ρ и воспользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} \rho \sin \varphi' &= \left(S + \frac{h}{a_e}\right) \sin \varphi = (S + 0,1568h \cdot 10^{-6}) \sin \varphi, \\ \rho \cos \varphi' &= \left(C + \frac{h}{a_e}\right) \cos \varphi = (C + 0,1568h \cdot 10^{-6}) \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (186)$$

Заметим, что формулы (186) справедливы для широт φ , приведенных к уровню моря. Поэтому при значительных высотах h точки наблюдения следует применять более точные формулы А. А. Михайлова:

$$\left. \begin{aligned} (\rho + \Delta\rho) \sin \varphi' &= \\ &= [S + (1,5678 - 0,0136 \cos^2 \varphi) h \cdot 10^{-7}] \sin \varphi, \\ (\rho + \Delta\rho) \cos \varphi' &= \\ &= [C + (1,5678 + 0,0136 \cos^2 \varphi) h \cdot 10^{-7}] \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (187)$$

При решении некоторых задач, связанных с изучением движения искусственных спутников Земли, и их приложениях необходимо по заданным значениям геоцентрического расстояния ρ и астрономической широты φ определить геодезическую широту φ' и высоту над эллипсоидом h . Для этой цели можно воспользоваться уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \sin(\varphi - \varphi') &= \frac{1}{2} e^2 \frac{C}{\rho} \sin 2\varphi, \\ h &= \rho \cos(\varphi - \varphi') - \frac{1}{C}, \end{aligned} \right\} \quad (188)$$

решение которых обычно проводится численным методом итерации. Методика решения этих уравнений, свободная от потери точности в некоторых случаях (альтиметрия при помощи низких ИСЗ, определение расположения наземных станций слежения), разработана Дебри, Лонгом и другими исследователями.

Таблицы значений функций C и S даны в «Астрономическом ежегоднике СССР» под номерами VIII и VIIIa соответственно для земного эллипсоида Ф. Н. Красовского ($a_e = 6378245$ м, $\alpha^{-1} = 298,3$) и международного эллипсоида МАС ($a_e = 6378160$ м, $\alpha^{-1} = 298,25$).

Геодезический азимут

Произвольная плоскость, проведенная через нормаль к земному эллипсоиду в данной точке M , определяет геодезическое нормальное сечение — некоторую кривую на поверхности эллипсоида, проходящую, по построению, через точку M . Если эта плоскость совпадает с плоскостью геодезического меридиана точки M или с перпендикулярной к ней плоскостью первого вертикала этой точки, то соответствующие нормальные сечения называются главными, а их радиусы кривизны в точке M определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{a_e (1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{a_e^2 b^2}{p^3}, \\ N &= \frac{a_e}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{a_e^2}{p}, \end{aligned} \right\} \quad (189)$$

где φ — геодезическая широта точки M :

$$p^2 = a_e^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi.$$

Радиус кривизны R произвольного геодезического нормального сечения, азимут которого в данной точке есть α ,

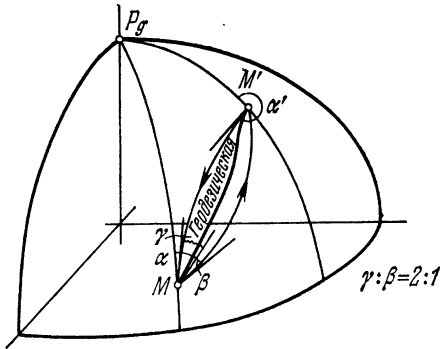


Рис. 41. Азимуты и геодезическая на эллипсоиде. α — азимут точки M' из точки M , α' — азимут M из M' , $\beta : \gamma = 1 : 2$.

определяется соотношением Эйлера

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N}.$$

Если плоскость нормального сечения в точке M проходит через точку M' поверхности эллипсоида, то в этой точке M' она, вообще говоря не будет плоскостью нормального сечения (исключение составляют случаи, когда точка M' лежит в плоскости меридиана или первого вертикала точки M). Аналогичное обстоятельство встречается при проведении плоскости нормального сечения в точке M' через точку M . Поэтому соответствующие кривые нормальных сечений между M и M' не совпадают друг с другом (рис. 41).

Очевидно, если ввести азимут нормального сечения из точки M на точку M' , как угол, измеряемый от точки севера N по часовой стрелке от 0° до 360° в плоскости геодезического горизонта точки M (эта плоскость касается поверхности эллипсоида в точке M) между геодезическим меридианом точки M и плоскостью нормального сечения,

проходящей через M' , то не существует однозначного ответа на вопрос, относительно какого из этих двух пересекающихся нормальных сечений измеряется азимут.

Поэтому во избежание неоднозначности вводится геодезический азимут, определяемый как угол между геодезическим меридианом данной точки M и касательной к геодезической в этой точке. Геодезической называется кривая на поверхности эллипсоида, определяющая минимальное расстояние между двумя заданными точками на его поверхности. Если a есть радиус параллели, α_g — геодезический азимут и u — приведенная широта точки M , лежащей на геодезической, то соотношение

$$a \cos u \sin \alpha_g = \text{const} \quad (190)$$

справедливо для всех точек геодезической. Это свойство можно считать определением геодезической.

Положение стандартного эллипсоида относимости относительно Земли фиксируется принятыми номинальными значениями геодезической широты и долготы определенного пункта, на котором измерены астрономическая широта и долгота, а также геодезический азимут избранного направления. Такой пункт называется начальным, а совокупность принятых значений геодезических параметров составляет геодезическую систему данных (см. таблицу на стр. 171).

Астрономические координаты

Основной поверхностью относимости при определении положения точки земной поверхности в астрономической системе географических координат является уровенная поверхность потенциала силы тяжести Земли

$$W(r, \lambda, \varphi) = \text{const}, \quad (191)$$

проходящая через данную точку; функция W определена при этом уравнениями (163) и (164). Так как потенциал силы тяжести в данной точке зависит, главным образом, от распределения масс внутри Земли, то функцию W не удастся представить в замкнутой простой форме, как это было в случае потенциала нормальной силы тяжести, когда достаточно точным приближением был эллипсоид вращения; поэтому уровенная поверхность $W = \text{const}$ является скорее физическим, чем математическим образом,

и ее основные свойства сводятся к тому, что значение потенциала силы тяжести во всех ее точках сохраняется постоянным, а линия отвеса, совпадающая с направлением силовой линии поля силы тяжести, всегда перпендикулярна к этой поверхности. Вследствие изменений в направлении силы тяжести при переходе от точки к точке внутри Земли линия отвеса представляет собой гладкую пространственную кривую, кривизна которой терпит разрывы в точках изменения плотности вещества Земли. Направление линии отвеса определяет основное направление астрономической системы координат — астрономической вертикали, вообще говоря, не пересекающей ось вращения Земли.

Так как реальная форма Земли отклоняется от сферической, то астрономические координаты нельзя определить через угловые расстояния точек, измеренные на поверхности и отнесенные непосредственно к географическим полюсам и экватору, как это имело место в случае сферических небесных координат (например, система экваториальных координат на небесной сфере).

В астрономической системе географических координат астрономические (географические) полюсы определяются как точки пересечения мгновенной оси вращения Земли с геопотенциальной уровенной поверхностью $W = \text{const}$. Плоскость, проходящая через центр масс Земли перпендикулярно к мгновенной оси вращения, является плоскостью мгновенного географического экватора. Если продолжить касательную к линии отвеса в точке M поверхности Земли, т. е. астрономическую вертикаль в M , до пересечения с плоскостью экватора, то составленный ею с экваториальной плоскостью угол φ называется астрономической широтой точки M (рис. 42). Плоскость, проходящая через астрономическую вертикаль в точке M параллельно мгновенной оси вращения Земли, называется плоскостью астрономического меридиана точки M . Угол λ между плоскостью определенного начального астрономического меридиана, например, гринвичского, и плоскостью астрономического меридиана данной точки M , измеряемый в плоскости мгновенного экватора, называется астрономической долготой точки M . Геометрические места точек с равными значениями астрономической долготы или астрономической широты являются соответственно астрономическими меридианами и параллелями. Из-за непра-

вильного характера изменения в направлении астрономической вертикали от точки к точке астрономические меридианы и параллели являются кривыми неправильной формы, вообще обращенными вогнутостью к центру Земли. Из определения астрономической широты очевидно вытекает, что астрономическая широта географических

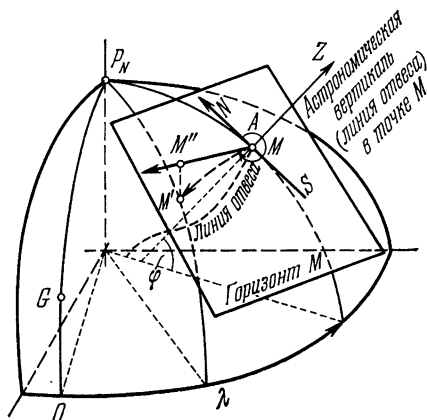


Рис. 42. Астрономические координаты.

полюсов Земли необязательно равна $\pm 90^\circ$; аналогично, точки с астрономической широтой $\pm 90^\circ$ могут не совпадать с географическими полюсами.

Астрономический горизонт в точке M определяется плоскостью, перпендикулярной к направлению астрономической вертикали в этой точке. Плоскости, проходящие через астрономическую вертикаль в M , определяют астрономические нормальные сечения. Если задана точка M' на поверхности Земли, не совпадающая с M , то астрономическим азимутом точки M' из M называется угол между плоскостью астрономического меридиана точки M и плоскостью астрономического нормального сечения в M , проходящей через M' , измеряемый в плоскости астрономического горизонта от 0° до 360° по часовой стрелке от точки севера N до направления MM'' (рис. 42).

Приведенный выше способ определения астрономических координат связан с урванной поверхностью силы тяжести, проходящей через данную точку земной поверх-

ности, и только с этой поверхностью дает мгновенные значения этих координат. Таким образом, астрономические наблюдения, произведенные из различных точек земной поверхности и отнесенные в силу такого способа определения к различным уровням поверхностям силы тяжести и к различным положениям экватора и оси вращения, не сравнимы непосредственно друг с другом. Поэтому в качестве общей поверхности относимости для определения астрономической системы географических координат выбирают геоид и относят все астрономические наблюдения к средним положениям оси вращения и экватора Земли, получая средние, или редуцированные величины, отличающиеся от соответствующих истинных астрономических величин поправками за движение земных полюсов и кривизну отвесной линии. Таким образом, положение наблюдателя относительно геоида и среднего положения оси вращения Земли, в частности, определяется редуцированными долготой и широтой, λ и φ , и высотой над геоидом H , измеряемой по отвесной линии и называемой ортометрической высотой.

*Соотношения между астрономическими
и геодезическими координатами*

Астрономическая и геодезическая системы географических координат не зависят друг от друга, поэтому разности между соответствующими координатами одной и той же точки на поверхности Земли можно обнаружить и определить только из наблюдений. Эти разности обусловлены, главным образом, непрерывными изменениями в направлении отвеса (силы тяжести) при переходе из точки в точку земной поверхности, несовпадением оси вращения Земли с осью вращения земного эллипсоида относимости и центра масс Земли с центром этого эллипсоида. Поэтому астрономическая вертикаль образует с нормалью к земному эллипсоиду относимости — с геодезической вертикалью — угол, называемый отклонением отвеса θ . Отклонение отвеса θ обычно разлагают на две компоненты — компоненту ξ по дуге геодезического меридиана с положительным направлением отсчета от геодезического зенита Z_g к северному полюсу мира P_N , и компоненту η по дуге геодезического первого вертикала, отсчи-

тываемую с положительным знаком от геодезического зенита Z_g к точке востока.

Если λ_a , φ_a ; λ_g , φ_g означают астрономические и геодезические координаты точки M , то из сферического тре-

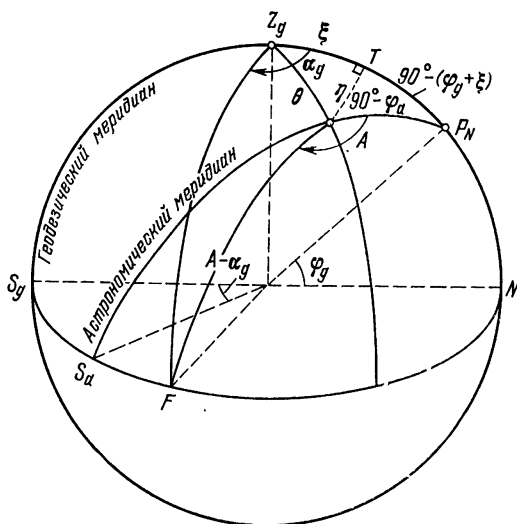


Рис. 43. Астрономические и геодезические координаты.

угольника $P_N Z_a T$ следуют формулы (рис. 43):

$$\left. \begin{aligned} \cos(\lambda_a - \lambda_g) &= \operatorname{tg} \varphi_a \operatorname{ctg}(\varphi_g + \xi), \\ \sin \eta &= \sin(\lambda_a - \lambda_g) \cos \varphi_a. \end{aligned} \right\} \quad (192)$$

В силу малости уклонения отвеса θ (обычно достигающего $5''$ — $10''$, иногда $20''$ и в весьма редких случаях $30''$ — $40''$) формулы (192) с достаточной степенью точности можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a - \varphi_g &= \xi, \\ (\lambda_a - \lambda_g) \cos \varphi_a &= \eta. \end{aligned} \right\} \quad (193)$$

Для определения связи между астрономическим азимутом A и геодезическим a_g рассмотрим сферический треугольник $S_g S_a P_N$ (см. рис. 43). Строго говоря, азимуты A и α_g измеряются в различных плоскостях, однако, если отсчитывать их в плоскости астрономического горизонта, погрешность не превысит величины порядка $1 \cdot 10^{-8}$.

Поэтому можно принять дугу $S_a P_N$ равной $180^\circ - \varphi_a$ и с этой степенью точности получить соотношение

$$A - \alpha_g = (\lambda_a - \lambda_g) \sin \varphi_a = \eta \operatorname{tg} \varphi_a, \quad (194)$$

называемое уравнением Лапласа. Уравнение Лапласа позволяет вычислить геодезические азимуты α_g для пунктов триангуляции и трилатерации, на которых, кроме астрономических азимутов A , определяется и астрономическая широта φ ; такие пункты называются пунктами Лапласа, а вычисленные по формулам (194) геодезические азимуты — азимутами Лапласа.

Разности между астрономическими и геодезическими координатами, определенные на начальном триангуляционном или трилатерационном пункте O ,

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_a^{(0)} - \varphi_g^{(0)}, \quad \Delta\lambda_0 = \lambda_a^{(0)} - \lambda_g^{(0)}, \quad \Delta h_0 = h^{(0)} - H^{(0)},$$

позволяют определить положение земного эллипсоида относимости относительно геоида и средней оси вращения Земли. Эти разности вместе с параметрами эллипсоида относимости a_e, α определяют его размеры, форму и положение центра относимости центра геоида. Так как ориентация эллипсоида относимости относительно геоида определяется условием параллельности полярной оси средней оси вращения Земли, то определяющим параметром является также астрономический азимут, измеренный на начальном пункте, и связанный с ним геодезический азимут. Совокупность всех этих величин и определяет систему геодезических данных, упомянутую выше (см. стр. 166). Из 9 основных систем геодезических данных укажем следующие:

Название	Референц-эллипсоид	Начальный пункт O		
		местоположение	$\lambda^{(0)}$	$\varphi^{(0)}$
Европейская 1950	Хейфорда	Потсдам, ГДР	$13^\circ 04'$	$52^\circ 23'$
Пулково 1942	Красовского	Пулково, СССР	30 19	59 46
Токио	Бесселя	Токио, Япония	139 45	35 39
Северо-Американская, 1927	Кларка, 1866	Мидз Рэнч, шт. Канзас, США	$-98^\circ 32'$	$39^\circ 14'$

Изменения географических координат

Непосредственные угловые измерения, составляющие сущность астрометрических наблюдений, осуществляются в местной системе отсчета, которая состоит из системы небесных координат, например, горизонтальной, и системы астрономических координат, в которой определено положение наблюдателя на поверхности Земли. Обе эти системы зависят от положений линии отвеса (астрономической вертикали) и оси вращения Земли, поэтому при точных астрометрических наблюдениях необходимо учитывать влияние изменений в положениях линии отвеса и оси вращения Земли.

Из наблюдений была обнаружена изменяемость астрономических широт и долгот точек земной поверхности, в которой основную роль играет изменение положения мгновенной оси вращения внутри Земли; отражением движения оси вращения внутри Земли является соответствующее перемещение географических полюсов по земной поверхности, называемое просто движением полюсов.

Под движением полюсов понимают перемещение истинного (мгновенного) полюса вращения Земли, совпадающего с проекцией на земную поверхность истинного небесного полюса мира, относительно некоторого его начального положения. В качестве такого начального положения выбирают среднее положение истинного географического полюса за определенный промежуток времени. Все абсолютные ¹⁾ геодезические координаты и приведенные астрономические координаты относятся к этому среднему географическому полюсу и соответствующей плоскости экватора.

Для непрерывного наблюдения за положением истинного географического полюса и изучения его движения в 1898 г. была учреждена Международная служба широты (МСШ), в состав которой вошли обсерватории, расположенные под северной широтой 39° в Мидзусаве (Япония), Чарджуе (Россия), Карлофорте (Италия), Гейтерсбурге, Цинциннати и Юкайе (США). В дальнейшем состав обсер-

¹⁾ Абсолютные геодезические координаты точки земной поверхности отнесены к эллипсоиду относимости, центр которого совпадает с центром масс Земли, а полярная ось — со средней осью вращения Земли.

ваторий МСШ несколько изменился — в СССР вместо Чарджуйской широтной станции в строй вступила широтная обсерватория в Китабе (1930), а в 1962 г. МСШ была реорганизована в Международную службу движения полюсов (МСДП) с центром в Мидзусава:

	λ	Φ
Карлофорте	$-0^h 33^m 14^s,9$	$-8^\circ 18'44'' +39^\circ 08'08'',941$
Гейтерсбург	$+5 08 47,8$	$+77 11 57 39 08 13,202$
Юкайя	$+8 12 50,3$	$+123 12 35 39 08 12,096$
Мидзусава	$-9 24 31,4$	$-141 07 51 39 08 03,602$
Китаб	$-4 27 31,4$	$-66 52 51 39 08 01,850$

В 1955 г. в рамках Международного бюро времени (МБВ) была организована Экстренная служба широты, задачей которой являлось предвычисление координат мгновенного полюса и соответствующих поправок времени.

В настоящее время в системе МСДП и МБВ сотрудничают более 40 обсерваторий, ведущих систематические непрерывные определения своих астрономических широт (так называемые широтные наблюдения), а также времени. Основная роль в выводе координат истинного полюса из широтных наблюдений принадлежит пяти широтным станциям МСДП, так как их расположение под одинаковой широтой позволяет исключить влияние ошибок звездных положений.

Движение истинного полюса изучается в системе прямоугольных координат OXY , начало которой O совпадает с принятым средним положением полюса, ось OX направлена по касательной к меридиану Гринвича, ось OY — по касательной к меридиану, отстоящему от гринвичского на 90° к западу (рис. 44). МСДП определяет положение среднего полюса в этой системе (координаты x и y в секундах дуги) по наблюдениям, выполненным в течение шести лет; это положение обычно называют средним положением полюса за данный шестилетний период.

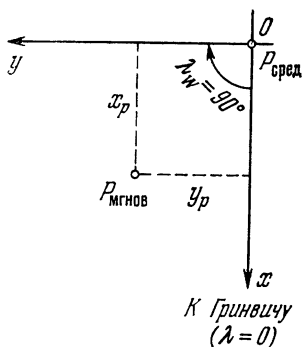


Рис. 44. Координаты мгновенного полюса вращения Земли.

Наблюдения показывают, что средние полюсы обнаруживают вековую тенденцию смещения в направлении меридиана под долготой 285° со скоростью $0'',003-0'',006$ в год.

За начальную эпоху при отсчете средних положений земного полюса, определяющих соответствующие системы прямоугольных геоцентрических земных координат, принимается средняя эпоха, которой соответствует среднее положение полюса, полученное из широтных наблюдений в течение 1900—1905 гг. (неправильно обозначаемая иногда как 1903,0). Среднее положение полюса в эту эпоху определено номинальными значениями астрономической широты φ пяти широтных обсерваторий МСДП, принятыми в качестве абсолютных постоянных. Координаты x_0 , y_0 среднего полюса Земли P_0 в каждом шестилетии относительно указанного выше Международного условного начала приводятся в следующей таблице:

Средняя эпоха	x_0	y_0	Средняя эпоха	x_0	y_0
1903	0,000	0,000	1938	0,031	0,139
1909	-0,007	0,043	1952	0,074	0,142
1915	0,001	0,076	1957	0,071	0,178
1927	0,039	0,080	1962	0,060	0,218
1932	0,027	0,130			

Начиная с 1963 г. предварительные значения координат истинного полюса мира, полученные по наблюдениям пяти обсерваторий МСДП, публикуются в специальном издании «Monthly Notes of the International Polar Motion Service» и даются на 1,5—2 месяца с задержкой в три месяца; окончательные значения координат, отнесенные к Международному условному началу, т. е. в системе 1900—1905 гг., даются в годовом отчете «Annual Report of the IPMS» с интервалом в 0,05 года (18 суток).

МБВ также публикует координаты истинного полюса, полученные по наблюдениям обсерваторий, сотрудничающих с МБВ. Предварительные значения x и y с десятидневным интервалом публикуются в ежемесячных выпусках серии В/С циркуляра «Circulaire du Bureau Inter-

national de l'Heure»; здесь же публикуются экстраполированные значения x и y вперед на 10 недель. Окончательные значения координат истинного полюса публикуются с пятидневным интервалом в серии D циркуляра «Circulare du ВН», а также в серии J бюллетеня «Bulletin Noctaire», издававшегося МБВ. С 1959 г. значения координат x , y , публикуемые МБВ, относятся к подвижному среднему полюсу эпохи — среднему положению истинного полюса, полученному по наблюдениям в течение соответствующего чандлерова периода¹⁾; в настоящее время Международное условное начало входит в практику обработки широтных наблюдений и в МСДП.

Переход от системы небесных координат к системе земных координат

Рассмотрим прямоугольные геоцентрические системы координат — истинную небесную $X Y Z$ и среднюю (в смысле, указанном выше), земную $x y z$ (рис. 45). Оси небесной системы координат направлены соответственно в истинную точку весеннего равноденствия Υ , в точку истинного небесного экватора с прямым восхождением 6^h , в истинный полюс мира P_N ; оси земной системы координат направлены соответственно в точку пересечения среднего гринвичского меридиана со средним земным экватором, в точку среднего земного экватора с восточной долготой от Гринвича, равной 90° , и в Международное условное начало (положение полюса средней эпохи 1903). Очевидно, положение истинного полюса мира относительно P_0 определяется прямоугольными координатами x_{P_N} и $-y_{P_N}$ смысл которых был указан выше.

Если сферические «земные» координаты небесного объекта суть долгота l и широта b , то сферические небесные координаты этого же объекта α , δ в ту же эпоху T

¹⁾ Наблюдения движения истинного полюса не подтвердили значение периода движения оси вращения в теле Земли, считаемой в теории Эйлера абсолютно твердым телом, равное 305 дням; на основе этих наблюдений Чандлер установил, что движение истинного полюса состоит из вращения истинного полюса против часовой стрелки относительно главной оси инерции с периодом около 1,2 года (это и есть чандлеров период) и движения этой оси в том же направлении с годовым периодом.

связаны с ними соотношениями

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{l, b} = \bar{q}(-x_{P_N}) \bar{p}(-y_{P_N}) \bar{r}(S) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}, \quad (195)$$

в которых S означает истинное гринвичское звездное время, определяемое как часовой угол истинной точки весеннего равноденствия Υ относительно среднего гринвичского меридиана (см. гл. IV — Время).

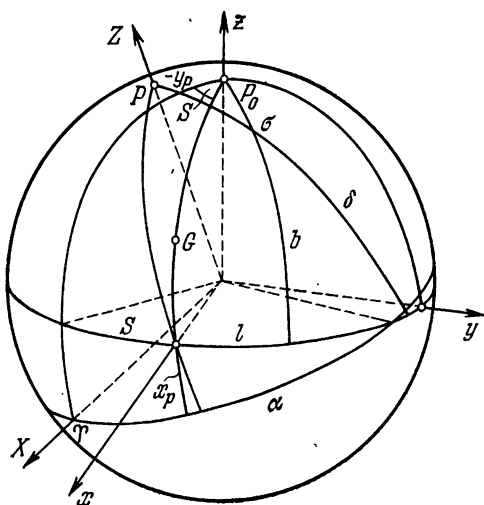


Рис. 45. Небесные и земные координаты.

Если заданы средние небесные координаты небесного объекта в эпоху T_0 , то переход к земной системе координат эпохи T осуществляется по формулам

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{l, b}^T = \bar{S} \bar{N} \bar{P} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}^{T_0}, \quad (196)$$

где \bar{S} , \bar{N} , \bar{P} означают соответственно матрицу преобразования в (195) и матрицы нутации и прецессии, приведенные в (83) и (41).

Влияние движения полюсов на астрономические координаты

Если в некоторой точке O поверхности Земли определены астрономические координаты λ , φ , а также астрономический азимут A некоторого направления, то они относятся к мгновенной системе земных координат (рис. 46).

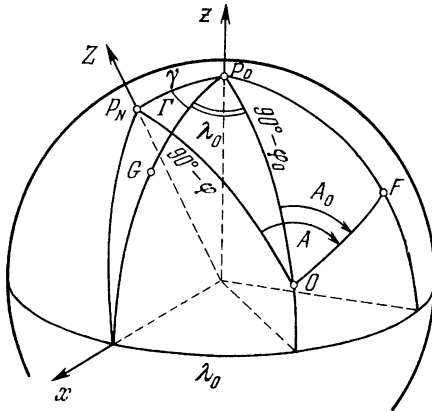


Рис. 46. Учет движения земных полюсов.

Для того чтобы сделать результаты астрономических наблюдений, полученные в эпоху T , независимыми от времени, их необходимо отнести к средней земной системе координат определенной эпохи T_0 путем введения соответствующих поправок за перемещение истинного полюса относительно среднего за время $T - T_0$.

Так как в случае сферической Земли

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\lambda, \varphi}^T = \bar{r}(S) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}^T, \quad (197)$$

то в силу (195) имеем:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\lambda, \varphi}^{(T)_0} = \bar{q}(-x_{P_N}) \bar{p}(-y_{P_N}) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\lambda, \varphi}^{(T)}; \quad (198)$$

символ $(T)_0$ указывает на то, что наблюдения λ , φ , выполненные в эпоху T , отнесены к положению средней оси вращения Земли в эпоху T_0 .

Так как величины x_{P_N} и y_{P_N} очень малы, то формулу (198) можно привести к более простому виду, полагая в \bar{q} , \bar{p} косинусы равными 1, и заменяя синусы углов x_{P_N} , y_{P_N} самими углами, выраженными в радианах; таким образом,

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{bmatrix}^{(T)_0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_{P_N} \\ 0 & 1 & -y_{P_N} \\ -x_{P_N} & y_{P_N} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{bmatrix}^{(T)},$$

или

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 &= \cos \varphi \cos \lambda + x_{P_N} \sin \varphi, \\ \cos \varphi_0 \sin \lambda_0 &= \cos \varphi \sin \lambda - y_{P_N} \sin \varphi, \\ \sin \varphi_0 &= \sin \varphi - x_{P_N} \cos \varphi \cos \lambda + \\ &\quad + y_{P_N} \cos \varphi \sin \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (199)$$

Из третьего уравнения (199) следует непосредственно ¹⁾ формула поправки к широте за движение полюсов

$$\Delta \varphi = \varphi_0 - \varphi = y_{P_N} \sin \lambda - x_{P_N} \cos \lambda, \quad (200)$$

известная под названием формулы С. К. Костинского.

Влияние движения полюсов на определение долготы λ можно учесть по формуле

$$\Delta \lambda = \lambda_0 - \lambda = - (x_{P_N} \sin \lambda + y_{P_N} \cos \lambda) \operatorname{tg} \varphi, \quad (201)$$

получаемой из первых двух уравнений (199) с точностью до первых степеней малых углов x_{P_N} , y_{P_N} .

Формула поправки к наблюдаемому значению астрономического азимута A может быть получена в виде

$$\Delta A = A_0 - A = - (x_{P_N} \sin \lambda + y_{P_N} \cos \lambda) \operatorname{sec} \varphi; \quad (202)$$

Из рассмотрения сферического треугольника $P_N P_0 O$ (см. рис. 46) имеем

$$\sin \Delta A = - \frac{\sin \gamma \sin (\Gamma + \lambda_0)}{\cos \varphi},$$

$$x_{P_N} = \gamma \cos \Gamma, \quad y_{P_N} = - \gamma \sin \Gamma,$$

¹⁾ Так как значения наблюдаемой и приведенной широт φ и φ_0 очень близки друг к другу, то $\sin \varphi_0 = \sin \varphi + (\varphi_0 - \varphi) \cos \varphi + \dots$. Подставив $\sin \varphi_0$ в третье уравнение (199), получим (200).

где γ измеряется дугой среднего меридиана истинного полюса P_N , заключенной между истинным и средним положениями полюса, Γ есть угол при среднем полюсе P_0 между средними меридианами точек G и P_N , отсчитываемый к востоку от среднего меридиана точки наблюдения G .

Суточный (геоцентрический) параллакс

Топоцентрическое направление OP и геоцентрическое направление CP на небесный объект P лежат в плоскости, проходящей через геоцентрический зенит, и составляют

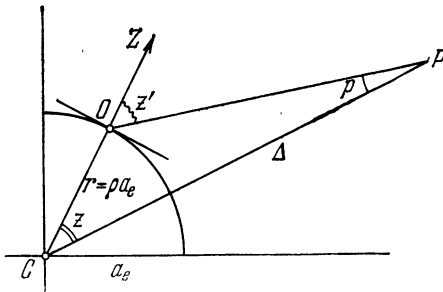


Рис. 47. Суточный (геоцентрический) параллакс.

угол p , равный разности зенитных расстояний объекта — зенитного расстояния z' , измеренного в точке наблюдения O , и образованного геоцентрическим радиусом-вектором Δ объекта P с направлением на геоцентрический зенит Z (рис. 47). Этот угол p называется геоцентрическим параллаксом и определяется формулой

$$\sin p = \frac{r}{\Delta} \sin z, \quad (203)$$

где r — геоцентрический радиус-вектор точки наблюдения O .

При вычислении поправок за суточный параллакс необходимо принять определенный земной сфероид — эллипсоид вращения, аппроксимирующий реальную Землю и характеризующийся, в частности, экваториальным радиусом a_e и сжатием α . Параметры a_e , α земного сфероида дают возможность вычислить значение r , входящее

в формулу (203). Угол p иногда называют также параллаксом высоты.

Формулу (203) можно также представить в виде

$$\sin p = \rho \frac{a_e}{\Delta} \sin z, \quad (204)$$

где $\rho = r/a_e \leq 1$ означает геоцентрический радиус-вектор точки наблюдения O , выраженный в единицах экваториального радиуса сфероида a_e .

Если небесный объект P лежит на горизонте точки наблюдения O , то параллакс p достигает своего максимального значения для точки O , лежащей под геоцентрической широтой φ' , определяемого формулой

$$\sin p_{\max} = \rho \frac{a_e}{\Delta}. \quad (205)$$

Когда точка O лежит на экваторе, то $\rho = 1$, и максимальное значение параллакса в этом случае, обозначаемое через π , называется горизонтальным экваториальным параллаксом и измеряется углом, под которым из центра небесного объекта P , расположенного в горизонте точки экватора, виден радиус экваториального сечения земного сфероида. Очевидно,

$$\sin \pi = \frac{a_e}{\Delta}; \quad (206)$$

поэтому формула (204) принимает вид

$$\sin p = \rho \sin \pi \sin z.$$

Если ввести средний экваториальный горизонтальный параллакс π_0 небесного объекта P на среднем геоцентрическом расстоянии этого объекта Δ_0 , определяемый формулой

$$\sin \pi_0 = \frac{a_e}{\Delta_0}, \quad (207)$$

то

$$\sin p = \rho \frac{\Delta_0}{\Delta} \sin \pi_0 \sin z. \quad (208)$$

Учет параллакса в экваториальных координатах (Δ, t, δ)

Рассмотрим прямоугольную геоцентрическую экваториальную систему координат $CX_tY_tZ_t$, ось X_t которой направлена в точку запада W , ось Y_t — на 90° к югу, ось Z_t — в северный полюс мира P_N (рис. 48). В этой

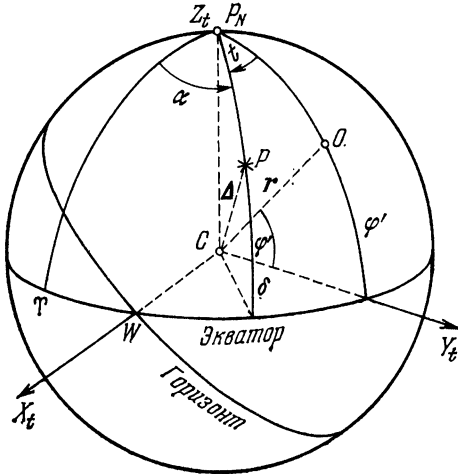


Рис. 48. Учет параллакса в экваториальных координатах Δ, t, δ .

системе отсчета координаты $x_0^{(t)}, y_0^{(t)}, z_0^{(t)}$ точки наблюдения O могут быть выражены через геоцентрический радиус-вектор r и геоцентрическую широту φ' формулой

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_0^{(t)} = r \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \varphi' \\ \sin \varphi' \end{bmatrix}. \quad (209)$$

Если через точку O провести оси топоцентрической системы координат $O\bar{X}_t\bar{Y}_t\bar{Z}_t$, параллельные соответствующим осям геоцентрической системы, то переход от геоцентрических координат (Δ, t, δ) объекта P к его топоцентрическим координатам (Δ', t', δ') может быть выполнен при помощи соотношения

$$\Delta' \begin{bmatrix} \cos \delta' \sin t' \\ \cos \delta' \cos t' \\ \sin \delta' \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} \cos \delta \sin t \\ \cos \delta \cos t \\ \sin \delta \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \varphi' \\ \sin \varphi' \end{bmatrix}, \quad (210)$$

где $t = s - \alpha$, s — местное звездное время в момент наблюдения, α , t — прямое восхождение и часовой угол небесного объекта P .

Формулы (210) могут быть записаны в несколько ином виде, если ввести параллакс небесного объекта π ,

$$F \begin{bmatrix} \cos \delta' \sin t' \\ \cos \delta' \cos t' \\ \sin \delta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin t \cos \delta \\ \cos t \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} - \rho \sin \pi \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \varphi' \\ \sin \varphi' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}, \quad (211)$$

где обозначено $F = \Delta'/\Delta$.

Правые части вычисляются по известным эфемеридным значениям α , δ , π , и решение поставленной задачи — определение топоцентрических координат небесного объекта — дается формулами

$$\begin{aligned} F^2 &= A^2 + B^2 + C^2, \\ \operatorname{tg} t' &= \frac{A}{B}, \quad \sin t' = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \cos t' = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \\ \operatorname{tg} \delta' &= \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \delta' = \frac{C}{F}, \quad \cos \delta' = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{F}, \\ \Delta' &= \Delta \cdot F. \end{aligned}$$

Обратная задача — определение геоцентрических координат небесного объекта по наблюдаемым топоцентрическим координатам — решается следующим приемом: в уравнениях, связывающих геоцентрические и топоцентрические координаты

$$G \begin{bmatrix} \cos \delta \sin t \\ \cos \delta \cos t \\ \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta' \sin t' \\ \cos \delta' \cos t' \\ \sin \delta' \end{bmatrix} + G \rho \sin \pi \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \varphi' \\ \sin \varphi' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A' \\ B' \\ C' \end{bmatrix}, \quad (212)$$

где

$$G = \frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{1}{F};$$

подставим теперь вместо G , входящего в правые части,

$$G_0 = 1 + g \sin \pi + \frac{1}{2}(1 + g^2)\sin^2 \pi,$$

где

$$g = \rho \cos \varphi' \cos \delta' \cos t' + \rho \sin \varphi' \sin \delta',$$

и решим уравнения (212) относительно геоцентрических координат.

Можно также в качестве первого приближения принять $G_0 = 1$, затем, вычислив $G_1 = \sqrt{A_0'^2 + B_0'^2 + C_0'^2}$, где индекс «нуль» означает результат подстановки $G_0 = 1$ в правые части, подставим G_1 в эти правые части и найдем $G_2 = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2 + C_1'^2}$. Процесс последовательных приближений повторяется до получения достаточно точных значений G .

Точные формулы учета суточного параллакса при пользовании «Астрономическим Ежегодником СССР», применяются только в случае Луны. Так как топоцентрическое расстояние Луны в F раз отличается от геоцентрического, то видимое значение радиуса Луны в $1/F$ раз превосходит табулируемое в эфемеридах геоцентрическое значение.

При наблюдениях Луны в меридиане $t = t' = 0$ и поправка за параллакс вводится только в δ ; в этом случае ее можно вычислить по формулам:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \Delta\delta &= \frac{\rho \sin \pi \sin (\varphi' - \delta)}{1 - \rho \sin \pi \cos (\varphi' - \delta)} \\ \sin \Delta\delta &= \rho \sin \pi \sin (\varphi' - \delta). \end{aligned} \right\} \quad (213)$$

Заметим, что поправки за параллакс, вычисляемые по точным формулам (210) и др., находят применение при редукции точных внемеридианных наблюдений Луны, например, при помощи фотографических камер типа Марковица.

При вычислении затмений и редукций покрытий звезд Луной приведенные формулы вычисления поправок за параллакс не нужны, так как применяемые методы основаны на бесселевых элементах.

З а м е ч а н и е. При решении задачи редукции положений небесного объекта в прямоугольных координатах можно применять формулу (210) в виде

$$(X_P^{(t)} Y_P^{(t)} Z_P^{(t)})_{\text{топ}}^T = (X_P^{(t)} Y_P^{(t)} Z_P^{(t)})_{\text{геоц}}^T - (x_O^{(t)} y_O^{(t)} z_O^{(t)})^T. \quad (214)$$

Из формул (210) можно вывести соотношения, определяющие непосредственно разности координат $t' - t$,

$\delta' - \delta$, а также Δ' :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(t' - t) &= \frac{\rho \cos \varphi' \sin \pi \sin t}{\cos \delta - \rho \cos \varphi' \sin \pi \cos t}, \\ \operatorname{tg}(\delta' - \delta) &= \frac{\rho \sin \varphi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \sin(\delta - \gamma)}{1 - \rho \sin \varphi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \cos(\delta - \gamma)}, \\ \frac{\Delta'}{\Delta} &= \frac{\sin(\delta - \gamma)}{\sin(\delta' - \gamma)}, \end{aligned} \right\} \quad (215)$$

в которых вспомогательный угол γ определяется формулой

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \varphi' \cos^{1/2}(t' - t) \sec^{1/2}(t' + t).$$

Учет параллакса в экваториальных координатах (Δ, α, δ)

Если ввести в рассмотрение прямоугольную геоцентрическую экваториальную систему координат $CXYZ$ с осью CX , направленной в точку весеннего равноденствия Υ (остальные оси дополняют систему отсчета до

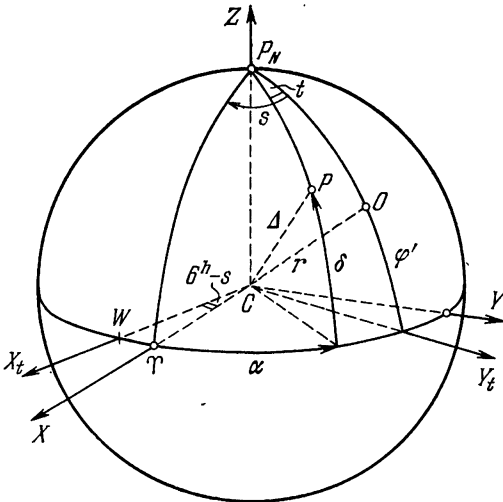


Рис. 49. Учет параллакса в экваториальных координатах Δ, α, δ .

правой), то координаты места наблюдения O под геоцентрической широтой φ' в момент s местного звездного

времени выражаются формулой (рис. 49)

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos s \\ \cos \varphi' \sin s \\ \sin \varphi' \end{bmatrix}. \quad (216)$$

Топоцентрические координаты $(\Delta', \alpha', \delta')$ небесного объекта P связаны в этом случае с геоцентрическими координатами (Δ, α, δ) следующей точной формулой:

$$\Delta' \begin{bmatrix} \cos \delta' \cos \alpha' \\ \cos \delta' \sin \alpha' \\ \sin \delta' \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos s \\ \cos \varphi' \sin s \\ \sin \varphi' \end{bmatrix}, \quad (217)$$

из которой можно получить непосредственно формулу для разностей координат $(\alpha - \alpha')$

$$\operatorname{tg} (\alpha - \alpha') = \frac{\rho \cos \varphi' \sin \pi \sin (s - \alpha)}{\cos \delta - \rho \cos \varphi' \sin \pi \cos (s - \alpha)}, \quad (218)$$

и формулы для разностей $(\delta - \delta')$ и для Δ' , совпадающие с формулами (215), где

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \varphi' \cos \frac{\alpha - \alpha'}{2} \sec \left(s - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right). \quad (219)$$

Если известны топоцентрические координаты $\Delta', \alpha', \delta'$, то для перехода к геоцентрическим координатам лучше воспользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} \sin (\alpha - \alpha') &= \rho \cos \varphi' \sin \pi \sec \delta \sin (s - \alpha'), \\ \sin (\delta - \delta') &= \rho \sin \varphi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \sin (\gamma - \delta'), \end{aligned} \right\} \quad (220)$$

где γ определяется формулой (219).

Формулы для приближенного учета суточного параллакса в сферических экваториальных координатах (α, δ)

В случае редукции наблюдений Солнца, планет и комет, расстояния которых достаточно велики по сравнению с размерами (a_e) Земли, параллаксы достигают лишь нескольких секунд дуги, и точные формулы для вычисления поправок за параллакс могут быть значительно упрощены. Таким образом, формулы (220) дают

$$\left. \begin{aligned} \Delta \alpha &= \pi \rho \cos \varphi' \sin t' \sec \delta', \\ \Delta \delta &= \pi (\rho \sin \varphi' \cos \delta' - \rho \cos \varphi' \sin \delta' \cos t'), \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

причем топоцентрические значения координат t' , δ' можно заменить их геоцентрическими значениями t , δ .

Если значение горизонтального параллакса π небесного объекта не известно, то его можно определить, зная геоцентрическое (эфемеридное) расстояние Δ этого объекта

$$\pi = \frac{\pi_{\odot}}{\Delta}, \quad (222)$$

где π_{\odot} есть горизонтальный параллакс Солнца, равный $8'',79405$ (см. также стр. 32).

При публикации наблюдений вновь открытых малых планет и комет, когда элементы орбиты и, следовательно, величины соответствующих геоцентрических расстояний неизвестны, наблюдатели обычно приводят параллактические множители p_{α} , p_{δ} , вычисляемые по формулам

$$\left. \begin{aligned} p_{\alpha}\Delta &= 8'',794\rho \cos \varphi' \sin t \sec \delta = \\ &= 0^s,5863\rho \cos \varphi' \sin t \sec \delta, \\ p_{\delta}\Delta &= 8'',794\rho (\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta \cos t), \end{aligned} \right\} \quad (223)$$

где часовой угол $t = s - \alpha$, а местное звездное время s в момент M всемирного времени определяется формулой

$$s = S_0 + M(1 + \mu) - l, \quad (224)$$

в которой l означает долготу места наблюдения от Гринвича, считаемую с положительным знаком к западу, $\mu = 0,0027379093$ (см. стр. 223).

Как только определено геоцентрическое расстояние Δ , поправки за параллакс будут равны

$$\Delta\alpha = \frac{p_{\alpha}\Delta}{\Delta}, \quad \Delta\delta = \frac{p_{\delta}\Delta}{\Delta}. \quad (225)$$

Другой путь учета суточного параллакса в этом случае состоит в приведении прямоугольных геоцентрических экваториальных координат Солнца X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} к месту наблюдения, с использованием топоцентрических поправок Δ_{XY} , ΔZ

$$\Delta_{XY} = -a_e \rho \cos \varphi', \quad \Delta Z = -a_e \rho \sin \varphi', \quad (226)$$

публикуемых вместе с геоцентрическими координатами обсерваторий мира в астрономических ежегодниках (см. выпуски «Астрономического Ежегодника СССР» на 1941

и 1954 годы), для вычисления поправок ΔX , ΔY , ΔZ к координатам Солнца по формулам

$$\Delta X = \Delta_{XY} \cos s, \Delta Y = \Delta_{XY} \sin s, \Delta Z = \Delta Z \quad (227)$$

(см. также формулы (217)); в формулах (226) экваториальный радиус a_e выражен в долях астрономической единицы и равен $426,64 \cdot 10^{-7}$ а.е., s — местное звездное время наблюдения.

Так как прямоугольные координаты Солнца X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} обычно относятся к системе отсчета, связанной со средним экватором и равноденствием либо стандартной эпохи, например, 1950,0, либо начала соответствующего бесселева года, то прямоугольные экваториальные координаты места наблюдения x_0 , y_0 , z_0 необходимо вычислить в этой же системе отсчета. Этого можно достичь поворотом системы координат $CX_t Y_t Z_t$ на угол $6^h - s$ вокруг оси CZ_t , т. е. до совпадения с системой $CXYZ$ (см. рис. 49), и учетом прецессии в сферических координатах (s , φ') места наблюдения O от момента наблюдения t до соответствующей стандартной эпохи (начала бесселева года) T_0 . Таким образом, если t_0 есть номер бесселева года эпохи T_0 координаты \hat{x}_0 , \hat{y}_0 , \hat{z}_0 относительно среднего экватора и равноденствия этой эпохи определяются формулами

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{y}_0 \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos [s - \bar{m}(t - t_0)] \\ \cos \varphi' \sin [s - \bar{m}(t - t_0)] \\ \sin \varphi' \end{bmatrix} + \rho \bar{n}(t - t_0) \begin{bmatrix} \sin \varphi' \\ 0 \\ -\cos \varphi' \cos s \end{bmatrix}. \quad (228)$$

Интервал времени $t - t_0$ выражен в тропических годах по формуле

$$(t - t_0)_{\text{тропич}} = \frac{\text{JD}(t) - \text{JD}(t_0)}{365,2422}.$$

Прецессионные величины \bar{m} , \bar{n} вычислены по формулам (47) на среднюю эпоху $t_m = 1/2(t + t_0)$, т. е. с аргументом T , вычисленным по формуле

$$T = \frac{\text{JD}(t_m) - 2415020,3135}{36524,22}.$$

Если, в частности, $t_0 = 1950,0$, то

$$T = \frac{\text{JD}(t) - 2396758,2034}{73048,43}.$$

*Учет суточного параллакса в сферических
эклиптических координатах (Δ, λ, β)*

Формулы поправок за суточный параллакс к эклиптическим геоцентрическим координатам Δ, λ, β легко получаются заменой в формулах поправок к экваториальным координатам величин (α, δ) на (λ, β) и выражением экваториальных координат места наблюдения (ρ, s, φ') через соответствующие эклиптические координаты (ρ, Λ, Φ') посредством формул ¹⁾

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos s \\ \cos \varphi' \sin s \\ \sin \varphi' \end{bmatrix} = \bar{\rho} (-\varepsilon) \begin{bmatrix} \cos \Phi' \cos \Lambda \\ \cos \Phi' \sin \Lambda \\ \sin \Phi' \end{bmatrix}, \quad (229)$$

где ε означает истинный или средний наклон эклиптики к экватору.

Обратное преобразование $(\varphi', s) \rightarrow (\Phi', \Lambda)$ имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \cos \Phi' \cos \Lambda \\ \cos \Phi' \sin \Lambda \\ \sin \Phi' \end{bmatrix} = \bar{\rho} (\varepsilon) \begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos s \\ \cos \varphi' \sin s \\ \sin \varphi' \end{bmatrix}. \quad (230)$$

Тогда поправки к геоцентрическим эклиптическим координатам (λ, β) найдем по формулам

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} (\lambda' - \lambda) &= \frac{\rho \cos \Phi' \sin \pi \sin (\lambda - \Lambda)}{\cos \beta - \rho \cos \Phi' \sin \pi \cos (\Lambda - \lambda)}, \\ \operatorname{tg} (\beta' - \beta) &= \frac{\rho \sin \Phi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \sin (\beta - \gamma)}{1 - \rho \sin \Phi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \cos (\beta - \gamma)}, \\ \frac{\Delta'}{\Delta} &= \frac{\sin (\beta - \gamma)}{\sin (\beta' - \gamma)}, \end{aligned} \right\} \quad (231)$$

где вспомогательный угол γ определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \Phi' \cos \frac{\lambda - \lambda'}{2} \sec \left(\Lambda - \frac{\lambda + \lambda'}{2} \right). \quad (232)$$

Для определения поправок к топоцентрическим координатам небесного объекта служат формулы

$$\left. \begin{aligned} \sin (\lambda - \lambda') &= \rho \cos \Phi' \sin \pi \sec \beta' \sin (\Lambda - \lambda'), \\ \sin (\beta - \beta') &= \rho \sin \Phi' \sin \pi \operatorname{cosec} \gamma \sin (\gamma - \beta'). \end{aligned} \right\} \quad (233)$$

¹⁾ Так как s и φ' суть прямое восхождение меридиана места наблюдения O и склонение геоцентрического зенита, то Λ и Φ' представляют соответствующие координаты геоцентрического зенита в эклиптической системе отсчета.

Приближенные формулы учета суточного параллакса в эклиптических координатах (Δ , λ , β) могут быть даны в виде

$$\left. \begin{aligned} \lambda - \lambda' &= \frac{\rho}{\Delta'} \frac{\cos \Phi'}{\cos \beta'} \pi_{\odot} \sin (\Delta - \lambda'), \\ \beta - \beta' &= -\frac{\rho}{\Delta'} \cos \Phi' \pi_{\odot} \cos (\Delta - \lambda') \sin \beta' + \\ &\quad + \frac{\rho}{\Delta'} \pi_{\odot} \sin \Phi' \cos \beta', \\ \Delta - \Delta' &= \pi_{\odot} \sin 1'' \rho [\cos \Phi' \cos (\Delta - \lambda') \cos \beta' + \\ &\quad + \sin \Phi' \sin \beta']. \end{aligned} \right\} (234)$$

В тех случаях, когда геоцентрическое расстояние Δ небесного объекта не известно, точный учет суточного параллакса в эклиптических координатах можно произвести приемом Гаусса — переходом к фиктивному месту наблюдения (*reductio ad locum fictum observationis*).

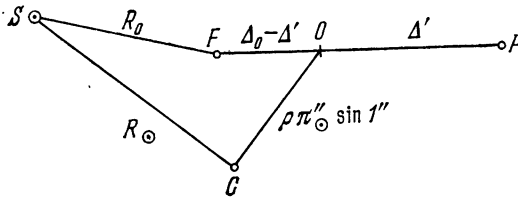


Рис. 50. Приведение к фиктивному месту (*Reductio ad locum fictum*).

Если Δ' , λ' , β' — топоцентрические эклиптические координаты небесного объекта P , $\rho \pi_{\odot} \sin 1''$, Δ , Φ' — геоцентрические эклиптические координаты места наблюдения O , R_{\odot} , L_{\odot} , B_{\odot} — те же координаты Солнца, то, определяя точку F (*locus fictus*) как точку пересечения топоцентрического направления на небесный объект P с плоскостью эклиптики, найдем, что для точки F широты Солнца $B_{\odot} \equiv 0$, координаты λ' , β' сохраняют прежние значения, топоцентрическое расстояние Δ' становится равным $\Delta_0 = \Delta' + (\Delta_0 - \Delta')$, координаты Солнца переходят в R_0 , L_0 (рис. 50).

Поэтому, применяя прием Гаусса приведения к фиктивному месту наблюдения, координаты λ' , β' небесного объекта сохраняют неизменными, полагают $B_{\odot} = 0$, а коор-

динаты Солнца R_{\odot}'' , L_{\odot} исправляют поправками $\Delta R_0 = R_0 - R_{\odot}$, $\Delta L_0 = L_0 - L_{\odot}$, прибавляя при этом к моменту наблюдения t поправку $\Delta t = \tau_A (\Delta_0 - \Delta')$. Указанные поправки определяются с точностью, достаточной для практических приложений, следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 - \Delta' &= (R_{\odot} B_{\odot}'' + \pi_{\odot} \rho \sin \Phi') \operatorname{cosec} \beta' \sin 1'', \\ (L_0 - L_{\odot})'' &= \frac{1}{R_{\odot}} [\pi_{\odot} \rho \cos \Phi' \sin (\Lambda - L_{\odot}) - \\ &\quad - (\Delta_0 - \Delta') \operatorname{arc} 1'' \cos \beta' \sin (\lambda' - L_{\odot})], \\ R_0 - R_{\odot} &= \pi_{\odot} \rho \cos \Phi' \cos (\Lambda - L_{\odot}) \sin 1'' - \\ &\quad - (\Delta_0 - \Delta') \cos \beta' \cos (\lambda' - L_{\odot}). \end{aligned} \right\} \quad (235)$$

В дальнейшем все вычисления ведут с фиктивными моментами наблюдений $t_i^0 = t_i + \Delta t_i$ и координатами Солнца $R_{0,i}$, $L_{0,i}$. Метод *reductio ad locum fictum* широко применялся ранее в работах, связанных с определением первоначальных орбит малых планет и комет.

Годичный (гелиоцентрический) параллакс

Годичный параллакс измеряется углом между геометрическими направлениями на звезду из центра Земли и из центра Солнца. Таким образом, годично-параллактическое смещение эквивалентно мысленному переходу геоцентрического наблюдателя в центр Солнца на величину геоцентрического радиуса-вектора Солнца R_{\odot} .

Если расстояние звезды σ от Солнца S равно r , то (рис. 51, а)

$$\sin p = \frac{R_{\odot}}{r} \sin \theta, \quad (236)$$

где θ есть геоцентрический угол между направлениями на Солнце и звезду. Если предположить, что движение Земли E происходит по круговой гелиоцентрической орбите, то годичный параллакс звезды можно определить как угол, под которым с данной звезды виден радиус земной орбиты a , перпендикулярный к направлению Земля—звезда; в этом случае, когда $\theta = 90^\circ$, максимальное значение p обозначается через π и определяется как (рис. 51, б)

$$\pi'' = \frac{a}{r} 206265''. \quad (237)$$

В случае возможности определения крайне малой величины π'' , т. е. годичного параллакса звезды, из наблюдений легко найти гелиоцентрическое расстояние до этой звезды в астрономических единицах (а.е.) по формуле

$$r = \frac{206265''}{\pi''}. \quad (238)$$

Однако для выражения звездных расстояний приняты более крупные единицы измерения, чем а.е. Именно, расстояние до звезды с параллаксом в $1''$, равное 206265

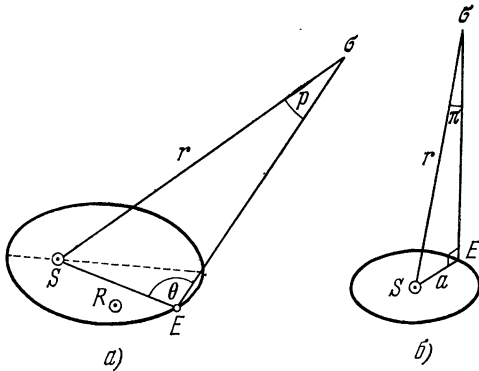


Рис. 51. Годичный параллакс.

а.е., называется парсеком; 1 парсек равен 3,258 светового года. В звездной астрономии существует еще ряд единиц длины для выражения расстояний до звезд (см., например, книги П. П. Пареняго «Курс звездной астрономии» или В. Зонна и К. Рудницкого «Звездная астрономия»).

Учет годичного параллакса в геоцентрических экваториальных сферических координатах (α , δ)

Так как в каталогах звездных положений средние места звезд отнесены к центру Солнца, то для вычисления геоцентрических ¹⁾ видимых мест звезд необходимо пе-

¹⁾ Очевидно, что приведение геоцентрических мест звезд к топоцентрическим лежит далеко за пределами точности наблюдений.

рейти от гелиоцентрических координат (α, δ) к геоцентрическим (α', δ') .

Применяя к векторному уравнению $r' = r - R_{\odot}$ основную операцию с оператором $\bar{K}(\alpha, \delta)$, получим

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha_{\pi} \\ \Delta\delta_{\pi} \end{bmatrix} = \bar{K}(\alpha, \delta) \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -R_x \\ -R_y \\ -R_z \end{bmatrix}_{\odot}. \quad (239)$$

Так как

$$\begin{bmatrix} -R_x \\ -R_y \\ -R_z \end{bmatrix}_{\odot} = \begin{bmatrix} X_{\odot} \\ Y_{\odot} \\ Z_{\odot} \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \frac{1}{r \sin 1''} = \pi'',$$

то

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_{\pi}^s &= \frac{1}{15} \pi'' (-X_{\odot} \sec \delta \sin \alpha + Y_{\odot} \sec \delta \cos \alpha), \\ \Delta\delta_{\pi}'' &= \pi'' (-X_{\odot} \sin \delta \cos \alpha - Y_{\odot} \sin \delta \sin \alpha + Z_{\odot} \cos \delta). \end{aligned} \right\} \quad (240)$$

Воспользовавшись формулами (129), можно привести формулы (240) к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_{\pi}^s &= \frac{1}{15} \pi'' (Y_{\odot} c - X_{\odot} d), \\ \Delta\delta_{\pi}'' &= \pi'' (Y_{\odot} c' - X_{\odot} d') \end{aligned} \right\} \quad (241)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_{\pi}^s &= C\Delta c + D\Delta d, \\ \Delta\delta_{\pi}'' &= C\Delta c' + D\Delta d', \end{aligned} \right\} \quad (242)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta c &= \frac{\pi}{\kappa} \frac{d}{\cos \varepsilon}, & \Delta c' &= \frac{\pi}{\kappa} \frac{d'}{\cos \varepsilon}, \\ \Delta d &= -\frac{\pi c}{\kappa} \cos \varepsilon, & \Delta d' &= -\frac{\pi c'}{\kappa} \cos \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (243)$$

Объединив поправки за годичную аберрацию и за годичный параллакс, получим

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{\pi+\kappa} &= (C + \pi Y_{\odot}) c + (D - \pi X_{\odot}) d, \\ \Delta\delta_{\pi+\kappa} &= (C + \pi Y_{\odot}) c' + (D - \pi X_{\odot}) d' \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_{\pi+\kappa} &= C(c + \Delta c) + D(d + \Delta d), \\ \Delta\delta_{\pi+\kappa} &= C(c' + \Delta c') + D(d' + \Delta d'). \end{aligned} \right\} \quad (244)$$

Переход от гелиоцентрических координат (α, δ) к геоцентрическим (α', δ') можно осуществить в прямоугольных координатах в матричном виде

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha', \delta'} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} + \frac{\pi}{\kappa} \begin{bmatrix} -C \sec \varepsilon \\ -D \cos \varepsilon \\ -D \sin \varepsilon \end{bmatrix}; \quad (245)$$

здесь абберационные редуцированные величины C, D отнесены к истинному равноденствию даты.

Поправки за параллакс очень малы: параллакс самой близкой к Солнцу звезды α Центавра достигает лишь $0'',76$. В эфемеридах видимых (геоцентрических) мест звезд, публикуемых в «Астрономическом Ежегоднике СССР» и в ежегоднике «Apparent Places of 1535 Fundamental Stars», издаваемом институтом *Astronomisches Rechen-Institut* в Гейдельберге (ФРГ), параллакс учитывается только в тех случаях, когда он превышает $0'',01$. Если принять в соответствии с Системой астрономических постоянных МАС (1964) $\kappa = 20'',4958$, то поправкам $\Delta c, \dots, \Delta d'$ в формулах (242) можно придать вид:

$$\begin{aligned} \Delta c &= 0,05318 \pi d, & \Delta c' &= 0,05318 \pi d', \\ \Delta d &= -0,04476 \pi c, & \Delta d' &= -0,04476 \pi c'. \end{aligned}$$

Строго говоря, в формулы (243), определяющие $\Delta c, \dots, \Delta d'$, должно входить множителем значение радиуса-вектора Солнца R_{\odot} , однако отклонение его от единицы в течение года не превосходит $1/60$ этого среднего значения. Поэтому можно считать $R_{\odot} = 1$, допуская при этом максимальную погрешность в случае звезды α Центавра, равную $0'',013$.

Дифференциальный параллакс

Для приведения наблюдаемого (топоцентрического) углового расстояния s' между двумя небесными объектами к геоцентрическому значению s можно воспользоваться формулой

$$\cos s = \cos(z_1 - z_2) - [\cos(z'_1 - z'_2) - \cos s'] \frac{\sin z_1 \sin z_2}{\sin z'_1 \sin z'_2}. \quad (246)$$

Эта формула может быть получена путем рассмотрения двух сферических треугольников: треугольника $Z\sigma_1\sigma_2$, образованного зенитом и наблюдаемыми положениями σ_1 , σ_2 на зенитных расстояниях z_1' , z_2' , и треугольника, образованного зенитом и геоцентрическими положениями небесных объектов на зенитных расстояниях z_1 , z_2 (рис. 52).

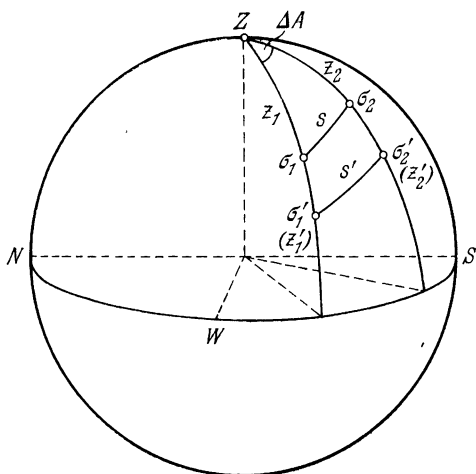


Рис. 52. Дифференциальный параллакс:

$$\begin{aligned}\cos s &= \cos z_1 \cos z_2 + \sin z_1 \sin z_2 \cos \Delta A, \\ \cos s' &= \cos z_1' \cos z_2' + \sin z_1' \sin z_2' \cos \Delta A.\end{aligned}$$

В большинстве практических приложений формула (246) может быть применена в приближенном виде, упрощенном на основе условий конкретной задачи.

Для небесных объектов, расположенных близко друг к другу на небесной сфере, влияние дифференциального параллакса на разности $\Delta\alpha' = \alpha_2' - \alpha_1'$, $\Delta\delta' = \delta_2' - \delta_1'$ наблюдаемых прямых восхождений и склонений, может быть учтено формулами

$$\left. \begin{aligned}\Delta\alpha &= \alpha_2 - \alpha_1 \approx \Delta\alpha' - \frac{\rho}{r} \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta} [\cos(s - \alpha) \Delta\alpha' - \\ &\quad - \sin(s - \alpha) \operatorname{tg} \delta \Delta\delta'], \\ \Delta\delta &= \delta_2 - \delta_1 = \Delta\delta' - \frac{\rho}{r} [\sin \delta \cos \varphi' \sin(s - \alpha) \Delta\alpha' + \\ &\quad + (\cos \delta \cos \varphi' \cos(s - \alpha) + \sin \delta \sin \varphi') \Delta\delta']. \end{aligned} \right\} (247)$$

Исправление относительных координат двух близких небесных объектов — позиционного угла p и углового расстояния s — за дифференциальный параллакс основано на применении следующих формул:

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= \frac{\Delta \alpha (\delta_2 - \delta_1) - \Delta \delta (\alpha_2 - \alpha_1)}{(\delta_2 - \delta_1)^2} \cos \delta \cos^2 p, \\ \Delta s &= \Delta \alpha \cos \delta \sin p + \Delta \delta \cos p, \end{aligned} \right\} \quad (248)$$

в которых $\Delta \alpha$, $\Delta \delta$ определены формулами (247); при особо точных вычислениях под p в формулах (248) понимают значение, исправленное за дифференциальный параллакс.

§ 7. Астрономическая рефракция

При прохождении через атмосферу Земли света, отраженного от небесного объекта или излученного им, направление распространения светового луча непрерывно изменяется от точки к точке вследствие непрерывного изменения плотности воздуха, а значит, и связанного с ней показателя преломления воздуха вдоль пути распространения этого луча. Поэтому видимое положение проекции небесного объекта на небесную сферу смещено относительно действительного положения. Это смещение и его угловая величина называются рефракцией.

Астрономической рефракцией R называется видимое смещение небесного объекта P , расположенного за пределами земной атмосферы (вне границ так называемой эффективной атмосферы), обусловленное преломлением в ней светового луча; это же явление и его величина, наблюдаемые в случае нахождения небесного объекта в пределах эффективной атмосферы Земли, называются атмосферной рефракцией κ . Разность астрономической и атмосферной рефракций есть дифференциальная рефракция ρ ; она отличается от дифференциальной рефракции в астрометрическом смысле (см. стр. 206) и равна, таким образом,

$$\rho = R - \kappa. \quad (249)$$

При наблюдении земного предмета, расположенного на видимом горизонте, имеет место предельный случай атмосферной рефракции — геодезическая рефракция. Крайне сложный характер зависимости геодезической

рефракции от атмосферных условий затрудняет ее учет при обработке результатов наблюдений.

Результаты наблюдений небесных объектов при помощи радиотехнических средств (измерения времени запаздывания радиосигнала и доплера смещения частоты отраженного радиосигнала при радиолокационных наблюдениях планет, радиоинтерферометрии и др.) в определенных условиях отягощены влиянием ионосферной, или электронной рефракции, обусловленной изменениями в направлении распространения радиоволн в атмосфере и ионосфере Земли.

В эфемеридной астрономии в узком смысле этого слова астрономическая рефракция учитывается только в ограниченном числе случаев, например, при предвычислении моментов восхода и захода Солнца и Луны, а также местных обстоятельств затмений и покрытий. Однако, имея в виду важность наиболее полного учета астрономической рефракции при обработке наблюдений, мы остановимся несколько подробнее на основных моментах теории рефракции и практических методах введения поправок за рефракцию.

Основные положения теории астрономической рефракции

Кроме отмеченного уже изменения направления светового луча, происходит также рассеяние и поглощение света молекулами атмосферных газов и пылевыми частицами, приводящее к ослаблению интенсивности и изменению спектра проходящего к наблюдателю света. Поэтому точное определение астрономической рефракции при общей постановке задачи является весьма трудным делом. Качественное рассмотрение сразу показывает, что световые лучи вследствие рефракции изогнуты книзу, и наблюдаемая угловая высота небесных объектов над горизонтом больше, чем действительная.

При выводе основных законов и формул астрономической рефракции предполагается, что атмосфера Земли состоит из однородных бесконечно тонких слоев воздуха, разделенных сферическими поверхностями, концентрическими с поверхностью сферической Земли, т. е. что показатель преломления n сферически-симметричен $n =$

$= n(r)$, где r — геоцентрическое расстояние. В этом случае, согласно закону преломления света, имеем

$$nr \sin \zeta = \text{const}, \quad (250)$$

где ζ — угол между направлением луча и геоцентрическим радиусом-вектором r точки M траектории светового луча в сферическом слое с показателем преломления n

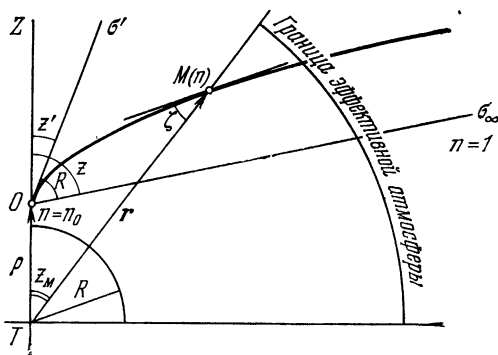


Рис. 53. Астрономическая рефракция.

(угол падения в этой точке). Если z_M есть геоцентрическое зенитное расстояние точки M , то угол между направлением светового луча в точке M и геоцентрическим радиусом-вектором места наблюдения O равен (рис. 53)

$$z'_M = z_M + \zeta. \quad (251)$$

Так как в точке наблюдения O

$$r = \rho, \quad n = n_0, \quad z_M = 0,$$

и наблюдаемое зенитное расстояние равно $z' = \zeta_0$, то постоянная правая часть уравнения (250) равна $n_0 \rho \sin \zeta_0 \equiv k_0$. Таким образом, можно написать:

$$nr \operatorname{tg} \zeta = k_0 \sec \zeta = k_0 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \zeta}, \quad (252)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{k_0}{\sqrt{n^2 r^2 - k_0^2}}. \quad (253)$$

Полная величина рефракции на пути светового луча от точки M до места наблюдения O равна

$$R = z'_M - z',$$

поэтому

$$dR = dz'_M = dz_M + d\zeta.$$

Дифференцируя уравнение (250), находим

$$d\zeta = -\operatorname{tg} \zeta \frac{d(nr)}{nr};$$

так как

$$dz_M = \operatorname{tg} \zeta \frac{dr}{r},$$

то

$$dR = -\operatorname{tg} \zeta \frac{dn}{n_j},$$

и с учетом (253) получаем дифференциальное уравнение астрономической рефракции

$$dR = -\frac{k_0}{\sqrt{n^2 r^2 - k_0^2}} \frac{dn}{n}. \quad (254)$$

Астрономическая рефракция R определяется, таким образом, решением уравнения (254) вида

$$R = z - z' = \rho n_0 \sin z' \int_1^{n_0} (n^2 r^2 - \rho^2 n_0^2 \sin^2 z')^{-1/2} \frac{dn}{n}, \quad (255)$$

где интеграл обычно вычисляется приближенными методами из-за недостаточности сведений об аналитической зависимости между n и r . Различие этих методов и предположений о связи между переменными n и r обуславливает различие соответствующих теорий астрономической рефракции второго приближения.

Астрономическая рефракция (первое приближение: плоскопараллельное расслоение атмосферы Земли)

Если z' — наблюдаемое зенитное расстояние небесного объекта P , z — его истинное зенитное расстояние, то астрономическая рефракция R в точке O на поверхности

сферической Земли равна

$$R = z - z'.$$

Таким образом, для приведения видимого зенитного расстояния к истинному необходимо прибавить рефракцию R :

$$z = z' + R; \quad (256)$$

отсюда видно, что астрономическая рефракция всегда приближает небесный объект к зениту места наблюдения.

Так как для внеатмосферного пространства показатель преломления n равен единице, то по закону Декарта имеем

$$\sin z = n_0 \sin z'; \quad (257)$$

поэтому в силу малости рефракции R можно представить (257) в виде

$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 \operatorname{tg} z', \\ R_0 &= n_0 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (258)$$

При нормальных условиях (температура воздуха 0°C и атмосферное давление 760 мм рт. ст.) показатель преломления \bar{n}_0 приземного слоя для световой волны $\lambda = 575$ нм равен 1,00029255. Поэтому соответствующее значение \bar{R}_0 равно

$$\bar{R}_0 = 0,00029255 = 60'',343 \quad (259)$$

и называется нормальной рефракцией для $z = 45^\circ$.

Если условия в приземном слое воздуха отклоняются от нормальных, то рефракция R при температуре воздуха $t^\circ\text{C}$ и атмосферном давлении B мм рт. ст. определяется по формуле

$$R = 60'',343 \frac{B}{760} \frac{273}{t^\circ + 273} \operatorname{tg} z'. \quad (260)$$

Формула (260) дает хорошее приближение при $z \leq 60^\circ$; она соответствует связи между показателем преломления n и плотностью воздуха δ , заданной законом Гладстона

$$n - 1 = c\delta, \quad c = \frac{n_0 - 1}{\delta_0} \approx 0,2260,$$

Астрономическая рефракция (второе приближение)

Если отношение s плотности воздуха δ в сферическом слое на геоцентрическом расстоянии r к плотности δ_0 приземного слоя принять за переменную интегрирования, так что

$$\frac{dn}{n} = \frac{R_0}{1 + R_0 s} ds,$$

то с точностью до малых величин второго порядка уравнение (255) дает формулу Лапласа

$$R = R_0 [(1 - \beta_0) \operatorname{tg} z' - (\beta_0 - \frac{1}{2} R_0) \operatorname{tg}^3 z'], \quad (261)$$

где β_0 означает высоту однородной атмосферы плотности δ_0 , выраженную в средних радиусах Земли $r_0 = 6371$ км, $\beta_0 = H_0/r_0$. При нормальных условиях ($P = 1033,3$ г/см², $\delta_0 = 0,0012932$ г/см³, $H_0 = 7990$ км):

$$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, } 760 \text{ мм} = 60'',27 \operatorname{tg} z' - 0'',0669 \operatorname{tg}^3 z'. \quad (262)$$

Здесь величина δ_0 приведена согласно исследованиям Реньо в Париже ($\varphi = +48^\circ 50'$); чтобы перейти к значению δ_0 в Пулкове при тех же метеорологических условиях, следует умножить δ_0 на отношение $981,90/980,97$, что даст $\delta_0 = 0,0012944$ г/см³.

Второй член формулы Лапласа (261) достигает $0'',1$ при $z' = 48^\circ$ и $1''$ при $z' = 68^\circ$, причем остаточный член разложения (261) не превосходит нескольких сотых секунды дуги, обеспечивая, таким образом, наилучшее приближение для астрономической рефракции до зенитных расстояний порядка 70° .

Формула Лапласа положена в основу вычисления таблицы, дающей значения нормальной рефракции по наблюдаемым зенитным расстояниям:

z_0	$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, } 760 \text{ мм}$	z_0	$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, } 760 \text{ мм}$
0°	$0'',00$	40°	$0'50'',53$
10	10,63	50	1 11,69
20	21,93	60	1 44,05
30	34,78	70	2 44,24
40	50,53	75	3 41,61

Коэффициенты формулы Лапласа $R_0(1 - \beta_0)$ и $R_0(\beta_0 - \frac{1}{2}R_0)$ как функции длины волны λ излучения определяются следующей таблицей; (нм — нанометр, 10^{-9} м):

λ , нм	$R_0(1 - \beta_0)$	$R_0(\beta_0 - \frac{1}{2}R_0)$
400	61",43	0",0680
450	60,95	0,0675
500	60,61	0,0672
550	60,37	0,0670
600	60,18	0,0668
650	60,04	0,0666
700	59,92	0,0665

Астрономическая рефракция зависит от длины волны λ излучения светил в области фотографических лучей сильнее, чем в визуальной области. При наблюдении на одинаковом зенитном расстоянии z_0 двух звезд, эффективные длины волн излучения которых отличаются на 5 нм, разности рефракций в фотографических лучах ($\lambda = 430$ нм) и визуальных лучах ($\lambda = 575$ нм) определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} \lambda = 436 \text{ нм: } \Delta R &= -0",0452 \operatorname{tg} z_0 + 0",000043 \operatorname{tg}^3 z_0, \\ \lambda = 575 \text{ нм: } \Delta R &= -0",0182 \operatorname{tg} z_0 + 0",000018 \operatorname{tg}^3 z_0. \end{aligned} \right\} (263)$$

Разности Δz_1 между исправленными зенитными расстояниями двух звезд, наблюдаемых на одинаковом зенитном расстоянии z_0 при различии эффективных длин волн на 5 нм (50 \AA), в зависимости от z_0 имеют следующие значения:

z_0	Δz_1 (фот)	Δz_1 (виз)
30°	0",026	0",010
60	0,078	0,032
70	0,124	0,051
75	0,167	0,068
80	0,249	0,104

Приведенной таблицей можно воспользоваться для оценки порядка величины погрешности, допускаемой при фотографических методах определения положения небесных объектов, например, малых планет и ИСЗ, из-за отличия их цветовых характеристик от цветовых характеристик звезд сравнения (опорных звезд).

Астрономическая рефракция вблизи горизонта

Для исправления за рефракцию измеренных координат небесных объектов, расположенных на больших зенитных расстояниях и вблизи видимого горизонта, можно применить следующую формулу для R :

$$R = R_0 \left(1 - \frac{1}{2} R_0\right) \sqrt{\frac{2}{\beta_0 - \frac{1}{2} R_0}} \sin z_0 \Psi \left(\frac{\cos z_0}{\sqrt{2\beta_0 - R_0}} \right). \quad (264)$$

Функция Крампа-Радо $\Psi(X)$ при малых значениях $X = \cos z_0 / \sqrt{2\beta_0 - R_0}$ может быть представлена следующим сходящимся рядом:

$$\Psi(X) = e^{X^2} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - X + \frac{1}{3} X^3 - \frac{1}{2!} \cdot \frac{1}{5} X^5 + \dots \right), \quad (265)$$

где $\Psi(0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,8862269\dots$

При $X > 4$ функция $\Psi(X)$ определяется асимптотическим разложением

$$\Psi(X) = \frac{1}{2X} \left(1 - \frac{1}{2X^2} + \frac{3!!}{(2X^2)^2} - \frac{5!!}{(2X^2)^3} + \dots \right). \quad (266)$$

Формула (264) применима для любых значений z_0 , в том числе для $z_0 > 90^\circ$, т. е. при наблюдении из точек, расположенных высоко над земной поверхностью.

Если зенитное расстояние z_0 не близко к 90° , то при вычислениях удобнее воспользоваться формулой

$$R = R_0 (1 - \frac{1}{2} R_0) \operatorname{tg} z_0 \Phi(X), \quad (267)$$

где

$$\Phi(X) = 2X \Psi(X). \quad (268)$$

Если принять $R_0 = 60'',343$, $\beta_0 - \frac{1}{2} R_0 = 0,0011078$, то для нормальной рефракции R_0 °С, 760 мм получим следующую

щие формулы:

$$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, 760 мм} = 2563",5 \sin z_0 \Psi (21,244 \cos z_0), \quad (269)$$

$$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, 760 мм} = 60",334 \operatorname{tg} z_0 \Phi (21,244 \cos z_0). \quad (270)$$

Применение формулы (269) позволяет продолжить таблицу значений нормальной рефракции $R_0 \text{ } ^\circ\text{C, 760 мм}$, начатую на с. 200, для зенитных расстояний $z_0 > 75^\circ$.

z_0	$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, 760 мм}$	z_0	$R_0 \text{ } ^\circ\text{C, 760 мм}$	
78°	4'37",1	87°	15'04",9	$t^\circ = 0^\circ \text{C}$ $B = 760 \text{ мм рт. ст.}$ $\tau_{\text{Hg}} = 0^\circ \text{C}$ $\lambda = 5750 \text{ \AA (виз.)}$
80	5 30,8	88	19 18,2	
82	6 48,1	88,5	22 15,4	
84	8 48,0	89,0	26 03,8	
85	10 16,0	89,5	31 04,9	
86	12 15,5	90	37 52	

При отклонении условий наблюдения от нормальных рефракцию можно вычислить по следующей формуле:

$$R_{t^\circ\text{C, } B} = A \frac{B}{760} \operatorname{tg} z_0 \Phi(\rho \cos z_0), \quad (271)$$

где

$$A = 60",334 (1 - 0,00366 t^\circ),$$

$$\rho = 21,244 (1 - 0,00232 t^\circ),$$

t° и B означают соответственно температуру воздуха в $^\circ\text{C}$ и атмосферное давление в мм рт. ст.

Таблицы для вычисления рефракции

Применение формул (264), (267), (269), (271) существенно облегчается таблицами функций Крампа-Радо Ψ , Φ (см., например, книгу Данжона).

При обработке наблюдений высокой точности для вычисления астрономической рефракции применяют таблицы, которые дают величину средней рефракции для средних метеорологических условий с поправками, учитывающими отклонение реальных условий наблюдения от этих средних, так что в конечном результате получается истинная рефракция на момент наблюдения.

В астрономической практике широкое распространение нашли «Пулковские таблицы рефракции», основанные на теории астрономической рефракции Гюльдена. Эти таблицы были впервые изданы в 1870 г., затем переиздавались без изменений в 1905 г., а в 1930 г. и в 1956 г. они были переизданы с некоторыми дополнениями, основанными на теории Харцера.

«Пулковские таблицы рефракции» дают логарифм рефракции, определяемый формулой

$$\lg R = \mu + \lg \operatorname{tg} z' + A (B + T) + \lambda \gamma. \quad (272)$$

В «Пулковских таблицах» постоянная рефракции (коэффициент при $\operatorname{tg} z_0$ в формуле средней рефракции) $R_0(1 - \beta_0)$, приведенная к нормальным условиям под широтой $\varphi = +45^\circ$ при давлении водяных паров $b = 6$ мм рт. ст. на уровне моря, здесь принята равной $60'',20$. В качестве средних условий выбраны $t_m^\circ \text{C} = +9^\circ,3$ C, $B_m = 751,5$ мм рт.ст. при температуре ртути $\tau_{\text{Hg}} = 0^\circ \text{C}$.

Таблица II дает логарифм средней рефракции $\mu + \lg \operatorname{tg} z'$ (z' — то же, что выше z_0 , наблюдаемое зенитное расстояние). Поправка за изменение средней плотности воздуха учитывается членом $A (B + T)$; коэффициент A при малых z' равен единице, при больших z' — берется из таблицы I и при $z' \geq 80^\circ$ — из таблицы II, B — по отсчету барометра из таблицы IV, T — по показанию внутреннего термометра τ_{Hg} — из таблицы V. Поправка за температуру воздуха вводится слагаемым $\lambda \gamma$; λ берут из таблицы I или II по аргументу z' , γ — по таблице III по отсчету внешнего термометра $t^\circ \text{C}$. Поправка рефракции за давление водяных паров C дается таблицей VI по значению абсолютной влажности π в момент наблюдения, определяемому психрометром. Поправка за отклонение ускорения силы тяжести g_0 в месте наблюдения от значения g_m в Пулкове, $D = \lg g_0/g_m$, берется из таблицы VII по аргументу φ широты места наблюдения.

Сила ветра учитывается поправкой E , находимой по таблице VIII по измеренному анемометром значению скорости ветра в м/с.

Таким образом,

$$\lg R = \mu + \lg \operatorname{tg} z' + \lambda \gamma + A (B + T) + C + D + E. \quad (273)$$

Определив R , рефракцию R_1 найдем по полной формуле рефракции

$$R_1 = R + (n + \Delta) \operatorname{tg} z', \quad (274)$$

в которую введена поправка за цвет звезды $n \operatorname{tg} z'$ и поправка $\Delta \operatorname{tg} z'$, учитывающая суточные и сезонные вариации рефракции. Величина n берется из таблицы IX по аргументу «цвет звезды», Δ находят по таблице X по аргументам времени года и звездного местного времени в момент кульминации звезды.

Окончательно, имеем

$$z = z' + R_1. \quad (275)$$

Формулы учета влияния астрономической рефракции на координаты небесных объектов

Горизонтальные координаты. Астрономическая рефракция влияет только на зенитное расстояние z небесного объекта, уменьшая его на величину R ; азимут A остается при этом неизменным. Поэтому если z' и A суть значения горизонтальных координат, полученные из наблюдений, то исправление за рефракцию осуществляется по формулам

$$z = z' + R, \quad A = A'. \quad (276)$$

Очевидно, что в случаях измерения высоты объекта h' имеем

$$h = h' - R. \quad (277)$$

Экваториальные координаты. Влияние рефракции на экваториальные координаты объекта α', δ' можно исключить при обработке наблюдений с помощью следующих формул:

$$\left. \begin{aligned} \delta - \delta' &= \mp R \cos q, \\ (\alpha - \alpha') \cos \delta &= \mp R \sin q, \end{aligned} \right\} \quad (278)$$

причем в первом соотношении верхний знак соответствует северным широтам ($\varphi > 0$), нижний знак — южным ($\varphi < 0$), во втором соотношении верхний знак определен условием $0^{\text{h}} < t < 12^{\text{h}}$, где t — часовой угол объекта, нижний знак — условием $12^{\text{h}} < t < 24^{\text{h}}$.

В случае необходимости введения поправок за рефракцию в часовой угол объекта t' можно воспользоваться формулой

$$t - t' = \pm R \sin q \sec \delta. \quad (279)$$

Д и ф ф е р е н ц и а л ь н ы е к о о р д и н а т ы. Поправки за рефракцию к измеренным разностям координат небесных объектов, расположенных близко друг к другу на небесной сфере, могут быть вычислены по формулам, получаемым путем дифференцирования соответствующих соотношений и при $R = k \operatorname{tg} z'$.

Если $\Delta z' = z'_2 - z'_1$, $\Delta \delta' = \delta'_2 - \delta'_1$, $\Delta \alpha' = \alpha'_2 - \alpha'_1$ означают разности координат, определенные из наблюдений, то соответствующие исправленные разности Δz , $\Delta \delta$, $\Delta \alpha$ с точностью до величин первого порядка малости вычисляются по формулам

$$\left. \begin{aligned} \Delta z &= (1 + k \sec^2 z') \Delta z', \\ \Delta \alpha &= \Delta \alpha' + P_\alpha \Delta \alpha + Q_\alpha \Delta \delta, \\ \Delta \delta &= \Delta \delta' + P_\delta \Delta \alpha + Q_\delta \Delta \delta, \end{aligned} \right\} \quad (280)$$

где

$$\begin{aligned} P_\alpha &= k (1 - \operatorname{tg} z \cos q \operatorname{tg} \delta + \operatorname{tg}^2 z \sin^2 q), \\ Q_\alpha &= k (1/2 \operatorname{tg}^2 z \sin 2q - \operatorname{tg} z \sin q \operatorname{tg} \delta) \sec \delta, \\ P_\delta &= k (1/2 \operatorname{tg}^2 z \sin 2q \cos \delta + \operatorname{tg} z \sin q \sin \delta), \\ Q_\delta &= k (1 + \operatorname{tg}^2 z \cos^2 q). \end{aligned}$$

Заметим, что величины $\Delta \alpha$, $\Delta \delta$ в правых частях формул (280) получаются последовательными приближениями, величина k определена формулой:

$$k = \frac{(\varphi_N + \varphi_S) - (z'_1 + z'_2)}{\operatorname{tg} z'_1 + \operatorname{tg} z'_2}, \quad (281)$$

где z'_1 и z'_2 означают зенитные расстояния одной и той же звезды, измеренные при кульминациях этой звезды в точках наблюдения, лежащих под северной широтой φ_N и под южной широтой φ_S . Величину k можно определять также по измерениям зенитных расстояний z_\odot Солнца в точках летнего и зимнего солнцестояния, выполняемым из точек наблюдения, лежащих под любыми широтами φ .

Формулы учета влияния рефракции на измеренные значения углового расстояния s между близкими объектами

и позиционного угла p имеют вид

$$\left. \begin{aligned} ds &= -k \operatorname{tg} s' \frac{1 + \operatorname{tg}^2 z_1 \cos^2 (p - q)}{1 + \operatorname{tg} s' \operatorname{tg} z_1 \cos (p - q)}, \\ dp &= k \left[\sin (p - q) \operatorname{tg} z_1 \frac{\operatorname{tg} \sigma - \operatorname{tg} s'}{1 + \operatorname{tg} \sigma \operatorname{tg} s'} + \operatorname{tg} \delta \sin q \operatorname{tg} z_1 \right], \end{aligned} \right\} (282)$$

где σ определено формулой

$$\operatorname{tg} \sigma = \cos (p - q) \operatorname{tg} z_1.$$

Дифференциальные поправки к разностям прямых восхождений и склонений можно выразить через ds и dp , воспользовавшись соотношениями

$$\left. \begin{aligned} d(\alpha_2 - \alpha_1) \cos \delta_2 &= \sin p ds + s \cos p dp, \\ d(\delta_2 - \delta_1) &= \cos p ds - s \sin p dp. \end{aligned} \right\} (283)$$

В случае широкого разделения двух небесных объектов на зенитных расстояниях z_1 и z_2 для исправления наблюдаемого углового расстояния s' за рефракцию можно обратиться к следующему соотношению:

$$(s - s') \sin s = R_2 (\cos z_1 \operatorname{cosec} z_2 - \cos s \operatorname{ctg} z_2) + R_1 (\cos z_2 \operatorname{cosec} z_1 - \cos s \operatorname{ctg} z_1), \quad (284)$$

в котором

$$R = z_1 - z'_1, \quad R_2 = z_2 - z'_2.$$

Параллактическая рефракция

Луч света от небесного объекта L , находящегося на конечном расстоянии от Земли, проникая в атмосферу Земли и преломляясь в ней, достигает точки наблюдения O под углом, равным видимому зенитному расстоянию z' (угол ZOL'). Исправление z' за рефракцию R дает $z_1 = z' + R$, тогда как истинное зенитное расстояние z объекта L измеряется углом ZOL . Разность зенитных расстояний $z_1 - z$ равна внутреннему углу $O'LO$ треугольника LOO' , определяющему параллактическое изменение зенитного расстояния небесного объекта L при перемещении наблюдателя из O в O' , т. е. на высоту h ; эта разность $z_1 - z = \zeta$ и называется параллактической рефракцией, или рефракционным параллаксом (рис. 54).

Так как

$$CT = n_0 r_0 \sin z' \quad (n = 1)$$

И

$$CO' = h + r_0 = \frac{CT}{\sin z_1},$$

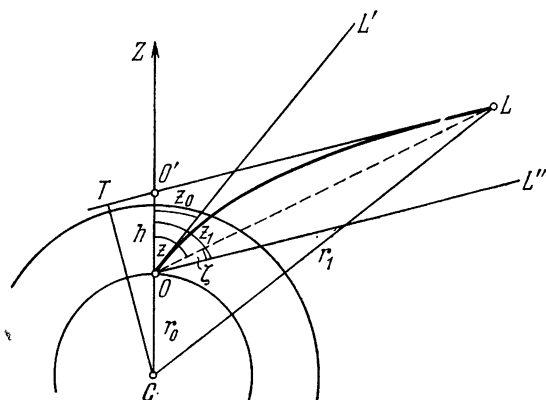
ТО

$$\frac{h}{r_0} = n_0 \frac{\sin z'}{\sin z_1} - 1,$$

ИЛИ

$$1 + \frac{h}{r_0} = (1 + R_0) \frac{\sin z'}{\sin z' \cos R + \cos z' \sin R}.$$

откуда, пренебрегая величинами второго порядка малости

Рис. 54. Рефракционный параллакс; $OL'' \parallel O'L$.

и в пределах применимости формулы Лапласа, имеем

$$h = r_0 R_0 \beta_0 (1 + \operatorname{tg}^2 z'). \quad (285)$$

Для небесных объектов, наблюдаемых на зенитных расстояниях $z' > 75^\circ$, имеем

$$h = r_0 R_0 \left\{ 1 - (2 - R_0) \Phi(X) + \frac{R_0}{\beta_0 - \frac{1}{2} R_0} [\Psi(X)]^2 \right\}. \quad (286)$$

При нормальных условиях (0°C , 760 мм рт. ст.) формулы (295) и (286) принимают вид

$$h = 2,34 (1 + \operatorname{tg}^2 z') \quad (z' < 75^\circ), \quad (287)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda = 0,430 \text{ мкм} \quad X = 21,265 \cos z', \\ \text{(фотографич.)} \\ z' > 75^\circ \quad h = 1890 [1 - 1,9997 X \Psi(X) + \\ \quad \quad \quad \quad + 0,2683 (\Psi(X))^2], \end{aligned} \right\} (288)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda = 0,575 \text{ мкм} \quad X = 21,244 \cos z', \\ \text{(визуальн.)} \\ h = 1864 [1 - 1,9997 X \Psi(X) + \\ \quad \quad \quad \quad + 0,2641 (\Psi(X))^2], \end{aligned} \right\} (289)$$

и дают высоту h в метрах для различных зенитных расстояний z' . Результаты вычислений по формулам (287) и (289) можно представить следующей таблицей:

z'	h	z'	h	z'	h
0°	2,3 м	78°	51 м	87°	461 м
30	3,1	80	71	88	715
40	4,0	82	105	88,5	917
50	5,7	83	132	89	1204
60	9,4	84	171	89,5	1622
70	20,0	85	228	90	2251
75	34,9	86	316		

Рефракционный параллакс $\zeta = z_1 - z$ можно выразить через горизонтальный экваториальный параллакс небесного объекта π с помощью формулы

$$z_1 - z = (n_0 \sin z' - \sin z_1) \pi. \quad (290)$$

В горизонте имеем

$$z_1 - z = 0,00035 \pi. \quad (291)$$

Рефракционный параллакс Луны, для которой $\pi_\zeta = 57'03''$, достигает $1'',2$.

Величину параллактической рефракции ζ'' в секундах дуги можно непосредственно вычислить, воспользовавшись

формулой Карского

$$\zeta'' = \frac{(N-1)\rho'' \sin z' - R'' \cos z' + \frac{\sin z'}{2} \cdot \frac{R''^2}{\rho''}}{\sqrt{\cos^2(z' + R'') + \sigma} - \cos(z' + R'')} \approx$$

$$\approx \frac{R}{h} \cos(z' + R) \left[(N-1)\rho'' \sin z' - R'' \cos z' + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sin z' \frac{R''^2}{\rho''} \right], \quad (292)$$

в которой R'' означает величину астрономической рефракции, вычисленную для значений температуры и давления в момент наблюдений, h — высоту объекта, $\rho'' = 206264''{,}8$,

$$\sigma = \left(\frac{r+h}{r} \right)^2 - 1, \quad N-1 = 1,051 \cdot 10^{-4} \frac{B}{273+t^\circ}.$$

ВРЕМЯ И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

О Время! Вечности подвижное зеркало! —
Все рушится, падет под дланию твоей!...
Сокрыт предел твой и начало
От слабых смертного очей!...
Века рождаются и исчезают снова,
Одно столетие стирается другим...

Ф. И. Тютчев

Изучение динамики небесных тел и астрономических явлений неразрывно связано с измерениями времени. Среди трех фундаментальных единиц механики время обладает особыми свойствами. Если при определении физических понятий массы и длины достаточно скалярных величин, определение времени требует, кроме скалярной величины, введения еще и понятия шкалы времени, имеющего фундаментальное значение в астрономических исследованиях (небесная механика). В задачи астрономии не входит выяснение сущности времени как философской категории; астрономия занимается вопросами измерения и хранения времени, устанавливая взаимно однозначное соответствие между мерой времени и наблюдаемым астрономическим, — а в последнее время и физическим, — явлением. Это наблюдаемое явление может быть связано с некоторым периодическим и дискретно счетным процессом или с непрерывным и измеримым процессом.

Так как непосредственное объективное восприятие времени невозможно, то процесс измерения времени основывается на шкале времени, определяемой:

1) некоторой материальной системой, обладающей непрерывным и устойчивым движением и представляющей определенный измеримый параметр Π , меняющийся со временем;

2) теорией, дающей значения этого параметра Π в функции независимой переменной t , называемой временем.

Функция $\Pi = f(t)$ должна быть однозначной и допускать различие между ее частными значениями. Тогда

время t можно выражать через измеренные значения P определяющего параметра Π в виде $t = \varphi(P)$. Определенная таким образом шкала времени дает возможность упорядочить события в смысле «раньше» или «позже» относительно некоторого момента времени t_0 , в зависимости от того, будет ли $t_0 > t$ или $t_0 < t$, если t — момент времени, в который произошли рассматриваемые события. Таким образом, при измерении времени необходимо строго отличать момент времени (или эпоху) от промежутка (интервала) времени.

Эпоха определяет точный физический момент времени, в который происходит или произошло конкретное астрономическое явление (например, момент касания края проекции диска Луны с краем солнечного диска, — так называемый момент контакта). Промежуток времени определяется продолжительностью между двумя физическими моментами времени, эпохами, измеренной в принятых единицах времени. Единицами времени завершается определение шкалы времени. На практике оно достигается установлением основного соотношения между принятой мерой времени и наблюдаемым физическим явлением.

Системы измерения времени, основанные на астрономических наблюдениях прохождений звезд через местный небесный меридиан, покрытый звезд Луною, затмений спутников Юпитера и т. п., называются астрономическими. Основное требование, предъявляемое ко всем системам измерения времени, состоит в отсутствии или же возможности исключения короткопериодических неравенств с тем, чтобы процесс измерения времени в данной системе можно было интерполировать или экстраполировать при помощи специальных устройств — часов.

Исторически в астрономии сложились следующие системы измерения времени:

системы звездного времени и солнечного (всемирного) времени, основанные на явлении суточного вращения Земли;

система эфемеридного времени, определяемая независимой переменной дифференциальных уравнений, на которых основаны гравитационные теории движения тел Солнечной системы в рамках ньютоновой динамики; мера эфемеридного времени определена движением Земли по гелиоцентрической орбите;

система атомного времени, основанная на процессе электромагнитных колебаний, связанных с излучением или поглощением при квантовых переходах в атомах и молекулах; мера атомного времени определяется частотой таких колебаний в определенных атомах или молекулах при переходе между определенными квантовомеханическими состояниями.

Звездное время и всемирное время являются равнозначными системами измерения времени; они связаны друг с другом точными соотношениями. Таким образом, одна система однозначно определяется другой и применение какой-либо из них определяется только соображениями удобства в данной конкретной задаче. Соответствующие меры времени находят применение в практике астрономических наблюдений точных положений звезд, Солнца, Луны и других тел Солнечной системы, при астрономических и навигационных определениях, изучении изменений в угловой скорости суточного вращения Земли и направлении ее оси в пространстве. Звездное время и всемирное время обычно определяются из наблюдений прохождений звезд через местный меридиан и могут быть определены вновь для любых моментов времени в прошлом, если только существуют старые наблюдения этого рода, выполненные в эти эпохи.

Системы эфемеридного и атомного времени взаимно независимы. Они находят применение в тех случаях, когда основную роль играет равномерность шкал времени, т. е. в небесной механике и эфемеридной астрономии, а также при решении задач, связанных с наблюдениями ИСЗ и их обработкой. Фактически эфемеридное время применяется всегда, когда рассматриваются дифференциальные уравнения ньютоновой динамики тел Солнечной системы; атомное время используется во всех случаях, когда требуется высокая относительная точность при измерении коротких промежутков времени.

Вследствие вращения Земли, видимым отражением которого является суточное вращение небесной сферы, через плоскость небесного меридиана данной точки поверхности Земли почти периодически проходят точки небесной сферы. Прохождение определенной точки небесной сферы или светила через небесный меридиан называется кульминацией этой точки, причем различают верхнюю кульми-

нацию, когда светило кульминирует ближе к зениту места наблюдения, чем при второй кульминации, называемой в этом случае нижней. Периодическое повторение верхних (или нижних) кульминаций позволяет выбрать в качестве единицы измерения времени промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями одной и той же избранной точки небесной сферы на одном и том же меридиане. Таким образом, если за такую основную точку принять точку весеннего равноденствия Υ , центр видимого диска Солнца, или же фиктивную точку — среднее¹ экваториальное солнце, то часовым углом каждой из них соответственно определяется звездное время, истинное солнечное время или среднее солнечное время, измеряемые соответственно в звездных сутках, истинных или средних солнечных сутках.

Среднее экваториальное Солнце как некоторый геометрический образ, равномерно движущийся по экватору и близкий к среднему эклиптическому Солнцу, введено из-за неравномерности движения истинного Солнца по эклиптике и из-за наклона эклиптики к экватору, вызывающих неодинаковую продолжительность истинных солнечных суток (разница может достигать 50^s). Среднее экваториальное солнце движется по экватору со средней скоростью движения истинного Солнца по эклиптике, так что прямое восхождение A среднего экваториального солнца в любой момент времени t численно равно средней долготе эклиптического Солнца $L_0 + n(t - t_0)$ (подробнее см. стр. 227).

§ 1. Звездное время. Солнечное (всемирное) время

Звездное время непосредственно связано с вращением Земли; при этом равным углом поворота Земли соответствуют равные промежутки звездного времени.

Местное звездное время s , т. е. звездное время на меридиане места наблюдения, определяется и измеряется часовым углом точки весеннего равноденствия Υ — двугранным углом между плоскостями мгновенного меридиана точки наблюдения и часового круга точки весеннего равноденствия Υ . Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями точки весеннего равноденствия Υ на одном и том же мери-

диане называется звездными сутками. Момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия Υ на меридиане места наблюдения определяет начало звездных суток, т. е. момент 0^h местного звездного времени. В зависимости от выбора точки весеннего равноденствия Υ различают истинное, квазиистинное и среднее звездное время. В первом случае рассматривается истинная точка весеннего равноденствия $\Upsilon_{\text{ист}}$, обладающая прецессионным и нутационным движением, во втором случае из нутации исключена ее короткопериодическая часть, наконец, исключение всей нутации дает среднюю точку весеннего равноденствия $\Upsilon_{\text{сред}}$, определяющую среднее звездное время.

Звездные сутки подразделяются на 24 звездных часа, каждый из которых содержит 60 звездных минут и 3600 звездных секунд; таким образом, одни звездные сутки содержат 1440 звездных минут или 86 400 звездных секунд. Отметим сразу, что вследствие неравномерности суточного вращения Земли продолжительность звездных суток, а значит, и звездной секунды неодинакова.

Различие местных звездных времен под различными долготами в один и тот же физический момент времени не всегда удобно; в частности, при предвычислении моментов астрономических явлений по звездному времени более удобно указывать их относительно одного и того же общепринятого меридиана, например, гринвичского. Местное звездное время гринвичского меридиана называют гринвичским звездным временем S ; тогда местное звездное время s в любой точке поверхности Земли, лежащей под долготой l от Гринвича, связано с S соотношением

$$s = S - l, \quad (1)$$

в котором долгота l места наблюдения считается положительной к западу от Гринвича и отрицательной к востоку и выражена в тех же звездных единицах времени, что и S .

Как показано в гл. III, истинная точка весеннего равноденствия $\Upsilon_{\text{ист}}$ движется сложным образом: она смещается в плоскости эклиптики со скоростью $50'',25 \dots$ в год вследствие общей прецессии по долготе и одновременно периодически колеблется из-за нутации. Средняя точка весеннего равноденствия $\Upsilon_{\text{сред}}$ обладает только прецессионным движением и определяет среднее равноденствие эпохи (даты). Поэтому среднее звездное время

отличается от истинного звездного на величину полной нутации по прямому восхождению $(\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon$, публикуемую в «Астрономическом Ежегоднике СССР» в разделе «Звездное время» (стр. 6—9).

Таким образом,

$$s_{\text{ист}} = s_{\text{сред}} + N_{\alpha}, \quad N_{\alpha} = (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon. \quad (2)$$

В объединенном англо-американском ежегоднике «Astronomical Ephemeris» полная нутация по прямому восхождению называется Equation of equinoxes (уравнение равноденствий).

Местное звездное время s легко измеримо: оно равно видимому прямому восхождению звезды α в момент ее верхней кульминации, т. е.

$$s = \alpha \quad \text{при } t = 0^{\text{h}}, \quad (3)$$

или в момент нижней кульминации

$$s = \alpha + 12^{\text{h}} \quad \text{при } t = 12^{\text{h}}. \quad (3')$$

Гринвичское звездное время в момент времени t равно

$$S = \alpha + l. \quad (4)$$

При практическом определении звездного времени прямые восхождения звезд берут из фундаментальных каталогов звездных положений с учетом движения точки весеннего равноденствия, абберационного смещения, параллакса и пр. По решению XI Генеральной ассамблеи МАС (США, 1961) для этих целей рекомендован каталог FK4 (Fourth Fundamental Catalogue), опубликованный в 1963 г. Астрономическим Вычислительным институтом в Гейдельберге (ФРГ). Наблюдения прохождений звезд через местный меридиан или через малый круг равных высот (астролябия Данжона) дают, таким образом, непосредственно истинное звездное время как часовой угол истинной точки весеннего равноденствия, положение которой определяется видимыми прямыми восхождениями наблюдаемых звезд относительно мгновенного меридиана места наблюдения. Кроме выполнения обычных астрономических редукиций для приведения звезд на видимые места учитывают также изменения положения плоскости местного меридиана, обусловленные движением полюсов Земли и короткопериодическими неравенствами в угловой

скорости ее вращения. Только при соблюдении этих условий можно считать точными формальные определения местного и гринвичского звездного времени через соответствующие часовые углы точки весеннего равноденствия, данные выше.

Необходимо отметить, что из-за прецессии средние звездные сутки продолжительностью в 24 средних звездных часа на $0^s,0084$ короче периода полного оборота Земли вокруг своей оси. Истинные звездные сутки отличаются от периода осевого вращения Земли на переменную величину, зависящую от нутации земной оси вращения.

Период полного оборота Земли в эфемеридных секундах (см. стр. 256) можно представить следующей формулой:

$$P = 86164^s, 10087 + 0^s,001635 T + 1^s,816 \Delta B'', \quad (5)$$

в которой T означает промежуток времени, протекший от эпохи 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени до рассматриваемого момента и выраженный в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, $\Delta B''$ — суточная вариация флуктуации долготы Луны в секундах дуги (см. стр. 237).

Из-за неравномерности истинное звездное время непригодно для измерения промежутков времени; оно применяется только для определения моментов времени — эпох.

Регламент течения повседневной жизни человека, регулируемый естественным явлением смены дня и ночи, связанным с восходом, кульминацией и заходом Солнца, привел к появлению солнечной системы измерения времени.

Аналогично тому, как система звездного времени была определена с помощью часового угла точки весеннего равноденствия t_{γ} , местное истинное солнечное время определяется и измеряется часовым углом t_{\odot} центра видимого диска истинного Солнца, отсчитываемым относительно мгновенного меридиана места наблюдения. Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями центра видимого диска Солнца на одном и том же меридиане называется истинными солнечными сутками. Момент верхней кульминации истинного Солнца на данном меридиане определяет истинный полдень для всех

точек, лежащих на этом меридиане. До 1925 г. истинный полдень принимали за момент начала истинных солнечных суток при астрономическом счете времени: фундаментальная эпоха всех таблиц движения Солнца, Луны и планет, принятая Ньюкомом, совпадает с моментом 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени, т. е. по старому астрономическому счету с началом суток даты 31 декабря 1899 г. Все даты и моменты времени в публикациях эфемерид и наблюдений, относящихся к этому периоду, сопровождаются обозначением GMAT, означающим Greenwich Mean Astronomical Time (Гринвичское среднее астрономическое время). После 1925 г. астрономический счет времени был приведен в соответствие с принятым в гражданской жизни, т. е. моменты начала календарных дат были передвинуты на 12^h назад. Таким образом, в настоящее время в астрономии принимают за начало истинных солнечных суток истинную полночь — момент нижней кульминации истинного Солнца. Поэтому в силу принятого начала истинных солнечных суток истинное солнечное время v на любом меридиане измеряется местным часовым углом центра диска истинного Солнца, увеличенным на 12^h.

Как было отмечено выше, изменения часового угла t_{\odot} центра диска истинного Солнца с временем не пропорциональны соответствующим углам поворота Земли вокруг ее оси. Поэтому продолжительность истинных солнечных суток непостоянна, что приводит к отказу от выбора истинных солнечных суток, а значит, и истинной солнечной секунды в качестве практической единицы измерения солнечного времени.

Точное знание законов небесной механики, которым подчинено движение Земли вокруг Солнца, позволяет перейти от неравномерного истинного солнечного времени v к среднему солнечному времени m , определяемому местным часовым углом среднего экваториального солнца, упомянутого выше. При этом среднее экваториальное солнце связано с истинным Солнцем с помощью другой фиктивной точки — среднего эклиптического солнца, равномерно движущегося по эклиптике со средней угловой скоростью истинного Солнца и проходящего одновременно с ним через перигей и апогей при условии совпадения со средним экваториальным солнцем в истинной

точке весеннего равноденствия. Теория движения истинного Солнца, изложенная Ньютоном в «Tables of the Sun», дает возможность вычислить для любого момента времени разность между прямыми восхождениями (или часовыми углами) истинного Солнца и среднего экваториального Солнца, называемую уравнением времени, и перейти от полученного из наблюдений истинного солнечного времени к равномерному среднему солнечному времени, измеряемому равномерно идущими часами.

Величина уравнения времени в смысле «истинное солнечное время минус среднее», увеличенная на 12^h , публикуется на 0^h каждых суток года в разделе «Солнце» на четных страницах в «Астрономическом Ежегоднике СССР» (стр. 10—24).

Таким образом,

$$v - m = E. \quad (6)$$

Уравнение времени E можно представить формулой

$$E = 460^s \sin g - 592^s \sin 2(\Gamma + g), \quad (7)$$

в которой g означает среднюю аномалию истинного Солнца, Γ — среднюю долготу перигея геоцентрической солнечной орбиты ¹⁾.

С точностью в дате до ± 1 суток значения уравнения времени E можно задать следующей таблицей:

Дата	E	Дата	E
11 февраля	$-14^m 22^s$	27 июля	$-6^m 23^s$
16 апреля	0 00	2 сентября	0 00
15 мая	$+3 47$	4 ноября	$+16 23$
15 июня	0 00	25 декабря	0 00

Местное среднее солнечное время основного — гринвичского — меридиана называется всемирным временем и обозначается символом M . Соответствующая система измерения времени — система всемирного времени —

¹⁾ Таким образом, уравнение времени E представляет собой разность уравнения центра и приведения к экватору.

обозначается UT (Universal Time); эквивалентные обозначения в немецкой литературе WZ (Weltzeit), во французской — TU (Temps Universel). Система всемирного времени применяется для регистрации моментов наблюдения небесных объектов и астрономических явлений. До 1960 г. в этой системе был выражен основной аргумент всех астрономических эфемерид. Астрономические эфемериды в ежегодниках СССР, Англии и США после 1960 г. публикуются по аргументу «эфемеридное время». Аргумент «всемирное время» сохранен в этих ежегодниках только в эфемеридах для астрономических наблюдений Солнца, Луны и планет. Французский астрономический ежегодник «Connaissance des Temps» в соответствии с решениями Генеральной ассамблеи МАС сохраняет аргумент «всемирное время» во всех публикуемых в нем эфемеридах. Можно отметить, что аргумент основных эфемерид Солнца и планет, основанных на гравитационных теориях движения этих небесных тел, всегда выражен в системе эфемеридного времени (даже до 1960 г.!), так что после 1960 г. старое название аргумента «всемирное время» лишь формально было заменено новым названием «эфемеридное время».

Как было отмечено выше, применявшаяся до 1 января 1925 г. астрономическая система счета времени GMT или GMAT была заменена повсеместно введенной в астрономическую практику системой гражданского счета времени — системой всемирного времени UT. Таким образом, обозначение UT всегда относится к среднему времени, отсчитываемому от средней гринвичской полуночи, даже для моментов времени и дат до 1925 г. Между системами среднего времени GMAT и UT имеют место следующие соотношения:

1925, январь 0 (1924, декабрь 31), 0^h GMAT = 1925, январь $0,12^h$ UT, 1925, январь 1 (1924, декабрь 32), 0^h GMAT = 1925, январь 1, 12^h UT, т. е.

1924, декабрь 31,5 = 1925, январь 1,0.

Таким образом, до 1 января 1925 г.

$$v = t_{\odot},$$

а после 1 января 1925 г.

$$v = t_{\odot} + 12^h.$$

Система юлианских дат

Для облегчения хронологического счета суток в астрономии принята система сплошного счета суток — день за днем, начиная от некоторой достаточно удаленной эпохи, предшествующей наиболее древним известным историческим событиям. Система эта под названием системы юлианских дней, или дат, была введена в XVI в. Скалигером, выбравшим за начальную эпоху средний гринвичский полдень 1 января 4713 г. до нашей эры. В юлианской системе счета солнечных средних суток и после 1 января 1925 г. сохранен принцип отсчета суток от среднего гринвичского полудня, следующего за средней гринвичской полночью, определяющей момент начала рассматриваемой календарной даты. Номер дня в юлианской системе обозначается как JD и означает число средних солнечных суток, прошедших от начальной эпохи юлианской системы до рассматриваемой даты. Таким образом, фундаментальной эпохе «Таблиц Солнца» Ньюкома 1900, январь 0,12^h UT соответствует юлианский день JD 2415020,0. Юлианская дата любого момента времени выражается целочисленным номером соответствующего юлианского дня и дробной частью, равной доле суток, протекшей от среднего полудня до рассматриваемого момента. Так, 1973, апрель 20,6717 UT = JD 2441793,1717.

Юлианские даты, соответствующие 0^h каждого суток года, приводятся в разделе «Солнце» на нечетных страницах (стр. 11—25) «Астрономического Ежегодника СССР». Кроме того, «Таблица I. Юлианский период», публикуемая в разделе Ежегодника «Вспомогательные таблицы», дает возможность определить юлианскую дату, соответствующую любому дню любого года.

Номер юлианского дня JD в момент январь 0,5 эфемеридного времени для любого года N можно определить по следующей формуле:

$$JD = (4712 + N) 365,25 + \left[\frac{N}{400} \right] - \left[\frac{N}{100} \right] + K, \quad (A)$$

в которой величина K принимает следующие числовые значения в зависимости от места года N в четырехлетнем

ВИСОКОСНОМ ЦИКЛЕ

$K = 1$, если N — високосный год,

$K = 1,75$, если $N = N_0 + 1$,

$K = 1,50$, если $N = N_0 + 2$,

$K = 1,25$, если $N = N_0 + 3$.

N_0 означает ближайший к N предшествующий високосный год.

Для определения числа юлианских дней, протекших от фундаментальной эпохи 1900, январь 0,5 эфемеридного времени до начала календарной даты на местном меридиане под долготой l от Гринвича, можно воспользоваться формулой, предложенной Ю. И. Сафроновым:

$$d = 365N + \left[\frac{N-1}{4} \right] + 28(M-1) + \sum_i^{M-1} \Delta M_i + D + (l - 0,5), \quad (B)$$

где N , M , D означают номер года (отсчитываемый от 1900 года), месяца и дату (число месяца), ΔM_i — дополнение от 28 суток до полного месяца. Квадратные скобки в формулах (A) и (B) означают целую часть результата деления.

Юлианский звездный день

Для облегчения счета последовательных звездных суток введена система юлианских звездных дней, аналогичная системе юлианских средних дней. Юлианская (гринвичская) звездная дата, обозначаемая JSD, определяется промежутком звездного времени в звездных сутках, протекшим от 0^h звездного времени начальной эпохи JD 0,0 до 0^h звездного времени рассматриваемой календарной даты. Юлианские звездные дни на 0^h звездного времени каждых суток года публикуются в «Астрономическом Ежегоднике СССР» в разделе «Редукционные величины» (стр. 270—277). Между юлианской датой JD и юлианской звездной датой существует приближенное соотношение вида

$$\left. \begin{aligned} \text{JSD} &= +0,671 + 1,0027379093 \text{ JD} \\ \text{JD} &= -0,669 + 0,9972695664 \text{ JSD}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

§ 2. Связь между всемирным временем и звездным гринвичским временем

Если известны местное среднее солнечное время m и местное звездное время s на меридиане места наблюдения под долготой l от Гринвича, то всемирное время M и гринвичское звездное время S в этот же физический момент времени (момент наблюдения) определяются формулами

$$M = m + l, \quad S = s + l, \quad (9)$$

в которых долгота l положительна к западу от Гринвича.

Всемирное время M и гринвичское звездное время S связаны соотношением вида

$$S = 12^h + M + \alpha(M) + N_\alpha, \quad (10)$$

где $\alpha(M)$ есть прямое восхождение среднего экваториального Солнца в момент M , N_α — полная нутация по прямому восхождению.

Прямое восхождение среднего экваториального солнца, отсчитываемое от средней точки весеннего равноденствия рассматриваемой даты $t = t_0 + M$, определяется формулой

$$\alpha(M) = 18^h 38^m 45^s,836 + 236^s,55536049(d + M) + 0^s,0929 \left(\frac{d + M}{36525} \right)^2, \quad (11)$$

в которой d означает число суток от фундаментальной эпохи 1900, январь 0,12^h = JD 2415020,0 до гринвичской полуночи рассматриваемой даты t_0 [JD (t_0) — 0^d,5].

Соотношение (10) можно записать в равносильной форме

$$S = S_0 + M + \mu M, \quad \mu = 0,0027379093, \quad (12)$$

если ввести в рассмотрение истинное звездное гринвичское время S_0 в среднюю гринвичскую полночь (0^h всемирного времени), определяемое формулой

$$S_0 = 6^h 38^m 45^s,836 + 236^s,55536049 d + 0^s,0929 T^2 + N_\alpha. \quad (13)$$

Здесь T означает промежуток d , выраженный в юлианских столетиях по 36525 суток. Величина S_0 публи-

куется в разделе «Звездное время» на стр. 6—9 «Астрономического Ежегодника СССР»; при этом даны истинное звездное время S_0 и среднее звездное время S_0^m , отличающиеся друг от друга на величину полной нутации по прямому восхождению $N_\alpha = (\Delta\psi + d\psi) \cos \epsilon$.

Год, месяц

Для измерения более продолжительных промежутков времени, кроме средних солнечных суток (или звездных суток), вводят еще одну единицу измерения — год —, связанную с видимым движением Солнца среди звезд.

В зависимости от способа определения различают следующие три основных годовых периода.

Промежуток времени, в течение которого Солнце совершает полное обращение вокруг Земли относительно направления на одну и ту же звезду, называется сидерическим, или звездным годом. Иначе говоря, звездный год измеряется средней продолжительностью полного обращения истинного Солнца по эклиптике; с достаточной степенью точности

$$1 \text{ звездный год} = 365,25636042 \text{ средн. солн. суток} = 365^d 06^h 09^m 09^s,5403.$$

Небольшое изменение длины звездного года с временем учитывается более точным соотношением

$$1 \text{ звездный год} = 365^d,25636042 + 0^d,00000011 T, \quad (14)$$

в котором T имеет известный уже смысл.

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра Солнца через истинную точку весеннего равноденствия называется тропическим годом;

$$1 \text{ тропический год} = 365^d,24219879 - 0^d,00000614 T. \quad (15)$$

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра Солнца через перигей его видимой геоцентрической орбиты называется аномалистическим годом;

$$1 \text{ аномалистический год} = 365^d,25964134 + 0^d,00000304 T. \quad (16)$$

В теории затмений Солнца и Луны важное значение имеет еще один промежуток времени, измеряемый временем, необходимым для двух последовательных прохождений центра Солнца через восходящий узел орбиты Луны на эклиптике. Это — драконический год, продолжительность которого равна $346^d,620031 + 0^d,000032 T$.

Рассмотрение движения Луны по геоцентрической орбите связано с интервалом времени — месяцем. В зависимости от способа определения различают следующие пять месяцев:

$$\text{звездный, или сидерический месяц} = 27^d,3216614 + \\ + 0^d,00000 02 T, \quad (17)$$

$$\text{тропический месяц} = 27^d,3215821 + 0^d,00000 01 T, \quad (18)$$

$$\text{аномалистический месяц} = 27^d,5545509 - \\ - 0^d,00000 11 T, \quad (19)$$

$$\text{синодический месяц} = 29^d,5305887 + 0^d,00000 02 T, \quad (20)$$

$$\text{драконический месяц} = 27^d,2122204 + 0^d,00000 04 T. \quad (21)$$

Сидерический месяц измеряется продолжительностью одного полного обращения Луны вокруг Земли относительно фиксированного направления на одну и ту же звезду.

Тропический месяц равен промежутку времени между двумя последовательными прохождениями центра Луны через точку весеннего равноденствия.

Аномалистический месяц определяется промежутком времени между двумя последовательными прохождениями центра Луны через перигей ее орбиты.

Синодический месяц (лунация) измеряется промежутком времени между последовательными одноименными фазами Луны (например, между двумя полнолуниями).

Драконический месяц — промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра Луны через восходящий узел ее орбиты на эклиптике.

Так как ни тропический, ни звездный год не содержат целого числа средних солнечных суток, то в гражданском календаре был введен юлианский год — основа юлианского календаря, учрежденного в Риме в 46 году до н. э. Юлием Цезарем. Юлианский год имеет продолжительность в 365,25 средних солнечных суток, близкую к длине звездного года. Календарный год согласуется с этой продолжительностью путем включения дополнительного дня в феврале каждого четвертого года: таким образом, длина четвертого, високосного, года равна 366 дням, тогда как каждый из трех предыдущих (или последующих) годов имеет 365 дней. Юлианское столетие в 36525 средних солнечных суток и принято в качестве одной из единиц измерения времени в основных соотношениях эфемеридной астрономии.

Тропический год, непосредственно связанный с движением Солнца и прецессией равноденствий, определяющими систему подвижных церковных праздников, короче юлианского года на $0^d,008$, что приводит к накоплению одних суток в системе юлианского календаря за 125 лет. Для исправления этой ошибки Римский папа Григорий XIII в 1582 г. ввел новое правило счета високосных годов, согласно которому в течение каждых четырех столетий выбрасывались три високосных дня: они исключались из трех первых годов столетий, номер которых не делится на 400. Таким образом, в григорианском календаре, принятом теперь почти везде в гражданской жизни, годы 1700, 1800 и 1900 не являются високосными. Реформа календаря папой Григорием XIII содержала также исключение 11 дней, так что следующим за 4 октября 1582 года днем стали считать 15 октября 1582 года, исключив таким образом ошибку, накопленную в юлианском календаре за время его действия. Ошибка, накапливаемая григорианским календарем, в котором средняя продолжительность года равна 365,2425 средних солнечных суток, достигает одних суток за 3300 лет.

В астрономии пользуются григорианским календарем, применяя иной способ обозначения дат по сравнению с принятым в гражданской практике. Астрономический календарный год начинается с 31 декабря предыдущего года в 0^h среднего солнечного времени и эта начальная эпоха обозначается в виде астрономической даты январь 0,

0^h среднего солнечного времени. В соответствии с этим принципом обозначений имеем:

$$1972, \text{ декабрь } 31, 21^{\text{h}} \text{ UT} = \\ = 1973, \text{ январь } 0, 21^{\text{h}} \text{ UT} = 1973, \text{ январь } 0^{\text{d}}, 875 \text{ UT}.$$

Бесселев год (Annus fictus)

Начало календарного астрономического года не может быть отнесено к единому для всей Земли физическому моменту времени, так как средняя полночь на одном меридиане не совпадает с моментом средней полуночи на другом. Тем не менее, для исследований, связанных с астрономическими редукциями звездных положений, определенных в различные эпохи, целесообразно определить единое для всей Земли начало тропического года.

По предложению Бесселя за начало тропического года принимают эпоху, в которую прямое восхождение среднего экваториального Солнца с учетом абберации, определяемое формулой

$$A = 18^{\text{h}}38^{\text{m}}45^{\text{s}},836 + 8640184^{\text{s}},542 T + 0^{\text{s}},0929 T^2, \quad (22)$$

имеет значение $18^{\text{h}}40^{\text{m}}$, или когда долгота среднего эклиптического солнца принимает значение 280° .

Меридиан, на котором момент начала тропического года совпадает с местной полночью, называется нормальным меридианом для рассматриваемого года.

Заметим, что год, определяемый коэффициентом векового члена в формуле (22), называется бесселевым годом. Его продолжительность на $0^{\text{s}},148 T$ короче продолжительности тропического года, определяемого коэффициентом векового члена в формуле средней тропической долготы Солнца

$$L = 279^{\circ}41'48'',04 + 129602768'',13 T + 1'',089 T^2, \quad (23)$$

данной в «Tables of the Sun» («Таблицах Солнца») Ньюкома.

Начало бесселева года, соответствующего календарному году N , обозначается номером этого года N , сопровождаемым нулем десятых, т. е. $N, 0$.

Эпоха координатной системы, или равноденствие каталогов звездных (средних) положений всегда относится к началу определенного бесселева года.

В фундаментальную эпоху «Таблиц Солнца» Ньюкома, т. е. в астрономическую дату 1900, январь $0,12^h$ всемирного времени, прямое восхождение среднего экваториального Солнца равно $18^h38^m45^s,836$. С точностью до члена формулы (22) с T^2 прямое восхождение среднего экваториального Солнца увеличивается за одни сутки на

$$\frac{8640184^s,542}{36525} = 236^s,55536049,$$

поэтому до момента времени, когда A примет значение 18^h40^m , пройдет

$$\frac{18^h40^m - 18^h38^m45^s,836}{236^s,55536} = 0,31352 \text{ суток } ^1).$$

Таким образом, от фундаментальной эпохи до начала бесселева года 1900,0 прошло 0,3135 дня (или 0,8135 дня, если перейти к счету календарных суток от полуночи).

Если принять продолжительность бесселева года $365^d,242198$, то с каждым последующим простым годом начало бесселева года будет смещаться на $0^d,2422$ вперед, а в високосный год будет отодвигаться на $0^d,7578$ назад, т. е. к концу каждого четырехлетнего периода оно отодвинется на $0^d,0312$ назад. Поэтому смещение f начала бесселева года относительно начала календарного года N в долях суток можно представить формулой

$$f = 0^d,8135 - 0^d,0312 \frac{N_0 - 1900}{4} + 0^d,2422 x + y, \quad (24)$$

в которой N_0 означает ближайший к N предшествующий високосный год (юлианского календаря), $x = N - N_0$

¹⁾ Заметим, что в специальной литературе утвердилось неправильное значение начала f тропического года 1900, т. е. эпохи В1900,0 (см. стр. 51), а именно, $f = 0,3134$. Это объясняется тем, что при вычислении f по формуле

$$f = \frac{280^\circ - (L - \kappa')}{n},$$

где κ' означает аберрацию Солнца, были взяты приближенные значения числителя ($1112''$) и среднего движения n Земли ($3548''$). Если выполнить эти вычисления с точными значениями $1112'',46$ и $3548'',330407$, то $f = 0,31352$. Легко проверить, что неверному значению f должно соответствовать значение постоянной аберрации $\kappa = 20'',02$, тогда как на самом деле значения аберрации Солнца заключены между $20'',15$ (в июле) и $20'',84$ (в январе).

(при $x = 0$ $y = 1$, а при $x \neq 0$ $y = 0$). Формула (24) справедлива для всех $N > 1900$.

По известной величине f легко определить долю тропического года τ_0 , протекшую от начала бесселева года до начала календарного года

$$\tau_0 = \frac{f}{365,2422} . \quad (25)$$

Величина f с обратным знаком дает переход от начала бесселева года к началу календарного года и называется *dies reductus*, $-f = k$. Таким образом, величина k дает переход от начала суток любого дня в тропическом году к их началу в календарном году, а потому ею можно воспользоваться как множителем (фазой) интерполирования для использования «вечных» таблиц движения Солнца, отнесенных к моментам тропического года, при вычислении эфемерид Солнца для любого календарного года. В частности, этим приемом можно пользоваться при необходимости обращаться к астрономическим ежегодникам, изданным на старые годы (см. стр. 322).

Так как за средние сутки часть тропического года изменяется на

$$\Delta\tau = 1/365,2422 = 0^a,0027379093,$$

то, зная τ_0 и $\Delta\tau$, можно вычислить промежуток времени в частях тропического года τ , протекший от начала бесселева года до рассматриваемой эпохи.

Доля тропического года τ публикуется на 0^h звездного времени каждых суток года в разделе «Редукционные величины» на стр. 270—277 «Астрономического Ежегодника СССР» [на 0^h эфемеридного времени на стр. 254—268 (четные страницы)]. Так, дате 1975, апрель 20,0 эфемеридного времени соответствует $\tau = + 0^a,2985$.

Публикуемые в «Астрономическом Ежегоднике СССР» значения τ дают промежуток времени, протекший от рассматриваемой эпохи до ближайшего к ней начала бесселева года, т. е. для эпох, попадающих в первую половину календарного года N (от 1 января до 1 июля) — от начала бесселева года $N, 0$, а для эпох, попадающих во вторую половину календарного года (1 июля — 31 декабря) — до начала бесселева года $(N + 1), 0$. Таким образом, в середине календарного года значения τ (как и прецессионные величины) терпят разрыв и переходят от положи-

тельных величин к отрицательным: дате 1975, ноябрь 1, 0^h эфемеридного времени соответствует $\tau = -0^a,1676$.

С 1960 г. астрономические ежегодники наряду с обычными номерами юлианских дней содержат номера звездных юлианских дат, определяемые числом звездных суток, протекших от 0^h звездного времени начального (нулевого) юлианского дня JD 0, 0 до 0^h звездного времени рассматриваемой календарной даты.

Например, для даты 1960, январь 0, 0^h звездного гринвичского времени имеем $M_0 = 17^h22^m26^s,976$; этот момент соответствует всемирному времени в 0^h истинного звездного времени. Наряду с этим имеем в эту же дату $M_0 = 17^h22^m26^s,990$, что соответствует всемирному времени в 0^h среднего звездного времени. Гринвичский звездный день, начинающийся в 0^h звездного времени в эту дату, имеет номер 2443607,0, а юлианский день, начинающийся в 12^h всемирного времени, имеет номер 2436933,5 в момент 0^h всемирного времени. Действительно, от нулевого юлианского дня до даты 1960, январь 0, 12^h всемирного времени прошло $1960 - (-4712) = 6672$ года, поэтому средних суток от начала юлианского периода прошло на 6672 меньше, чем звездных. Таким образом, и получается, что до рассматриваемой даты протекло

$$2436934,0 + 6672 = 2443606,0 \text{ звездных суток.}$$

Перевод промежутков среднего времени в звездное и наоборот

Промежуток времени между фиксированными эпохами можно измерить в различных единицах времени — как средних, так и звездных.

Так как тропический год содержит 365,24219879 средних солнечных суток и 366,24219879 звездных суток, то 1 средние солнечные сутки = $(1 + \mu)$ звездных суток, (26) где $\mu = 1/365,24219879 = 0,0027379093$.

Отсюда следует, что

$$1 \text{ средние сутки} = 24^h03^m56^s,55536 \text{ звездного времени,}$$

$$1 \text{ средний час} = 1^h00^m09^s,85647 \text{ звездного времени,}$$

$$1 \text{ средняя минута} = 1^m00^s,16427 \text{ звездного времени,}$$

$$1 \text{ средняя секунда} = 1^s,00274 \text{ звездного времени.}$$

Поэтому любой промежуток m среднего времени, протекающий между физическими моментами t_2 и t_1 ($t_2 \geq t_1$) в одной и той же временной системе, содержит $m(1 + \mu)$ единиц звездного времени, составляющих промежуток звездного времени s между этими же физическими моментами времени t_2 и t_1 , т. е.

$$s = m(1 + \mu). \quad (27)$$

Обратные соотношения дают

1 звездные сутки = $1 - \nu$ средних солнечных суток,

где $\nu = 1/366,24219879 = 0,0027304336$.

Поэтому

1 звездные сутки = $23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}},09054$ среднего времени,

1 звездный час = $59^{\text{m}}50^{\text{s}},17044$ среднего времени,

1 звездная минута = $59^{\text{s}},83617$ среднего времени,

1 звездная секунда = $0^{\text{s}},99727$ среднего времени, так что

$$m = s(1 - \nu). \quad (28)$$

Таким образом, правило перевода промежутков времени, выраженных в единицах звездного времени, в соответствующие промежутки, выраженные в единицах среднего времени, и наоборот, можно сформулировать следующим образом:

Промежуток m среднего времени (или s звездного времени) равен промежутку в m единиц звездного времени (s единиц среднего времени) плюс (минус) редукция μm (νs). Величины редукций μm (νs) даны в таблицах IIa — IIb, IIIa — IIIb перевода среднего времени в звездное (и обратно) в разделе «Вспомогательные таблицы» «Астрономического Ежегодника СССР». С примером редукции средних единиц времени мы встретились в формуле (10): величина μM , прибавляемая к M , переводит промежуток среднего времени M в соответствующий промежуток звездного времени.

§ 3. Эфемеридное время

Системы звездного и всемирного времени, связанные с явлением суточного вращения небесной сферы, точно отражающего неравномерное вращение Земли вокруг ее

оси, также определяют неравномерные шкалы времени: и звездная секунда, и средняя секунда, определяемые как $1/86400$ часть соответствующих суток, обладают непостоянной продолжительностью, а потому непригодны для выбора в качестве основных единиц измерения времени. Это обстоятельство привело к необходимости введения новой временной шкалы, определяемой ньютоновой динамикой орбитальных движений тел Солнечной системы и представляющей шкалу независимой переменной, фигурирующей в дифференциальных уравнениях, положенных в основу построения гравитационных теорий движения этих небесных тел.

Еще в середине XIX в. французский астроном Делонэ, создавший наиболее совершенную буквенную теорию движения Луны, нашел, что на основе гравитационной теории можно объяснить только половину наблюдаемого векового ускорения в движении Луны. Делонэ показал, что влияние приливного трения должно проявляться в замедлении суточного вращения Земли и, в соответствии с законом сохранения углового момента, в таком же по абсолютной величине ускорения среднего движения Луны по геоцентрической орбите.

Догадка о неравномерности суточного вращения Земли как о возможной причине расхождений теории движения Луны с наблюдениями была высказана Ньюкомом, которому пришлось включить в построенную им теорию лунного движения эмпирический член вида $A \sin (BT + \varphi)$. Численные значения параметров этого члена были определены так, чтобы свести расхождения теории с наблюдениями к минимуму. Ньюком показал, что если необъяснимое возмущение долготы Луны, представленное эмпирическим членом, связано с неравномерностью вращения Земли, то в движении всех остальных тел Солнечной системы должны существовать аналогичные флуктуации, пропорциональные их средним суточным движениям. Этот эмпирический член был сохранен и в наиболее точной в свое время теории движения Луны, созданной американским астрономом Брауном и опубликованной в 1919 г.

Справедливость предположений Ньюкома с очевидностью была доказана в 1939 г. английским астрономом Спенсером Джонсом на основе анализа результатов срав-

нения теорий движения Луны, Солнца и Меркурия с наблюдениями.

Исследованиями Спенсера Джонса была доказана правильность догадок Ньюкома и его предшественников о том, что движение любого тела Солнечной системы может быть положено в основу определения равномерной шкалы времени. Наиболее удобным для этих целей небесным телом можно считать Луну вследствие ее быстрого геоцентрического движения, хотя теорию движения Луны нельзя считать чисто гравитационной, так как приливное ускорение в движении Луны не поддается точному количественному учету в рамках этой теории и не обусловлено полностью только силами гравитационного характера. Оказалось, что система времени, определяемая движением какого-нибудь из этих тел, представляла бы в пределах точности наблюдений независимую переменную ньютоновой динамики, входящую в гравитационные теории движения всех остальных тел Солнечной системы посредством дифференциальных уравнений движения. В 1950 г. эта динамическая система измерения времени под названием «Эфемеридное время» была введена по инициативе американского астронома Клеменса.

Так как при наблюдении с Земли видимые движения всех тел Солнечной системы слагаются из гелиоцентрических движений самой Земли и этих небесных тел (кроме Луны), то определение системы эфемеридного времени обязательно связано с теорией геоцентрического движения Солнца и теориями гелиоцентрического движения больших планет. Поэтому проще положить в основу системы эфемеридного времени только геоцентрическое движение Солнца.

В качестве параметра, определяющего шкалу эфемеридного времени, выбрана средняя тропическая долгота Солнца L , отсчитываемая по эклиптике от средней точки весеннего равноденствия даты. Числовое выражение определяющего параметра L как функции эфемеридного времени взято из известных уже нам «Tables of the Sun» Ньюкома, положенных в основу вычисления эфемерид Солнца во всех астрономических ежегодниках мира, за исключением французского ежегодника «Connaissance des Temps», в котором эфемериды Солнца основаны на не уступающей по точности теории геоцентрического движе-

ния Солнца, построенной французским астрономом Леверрье.

Таким образом, выражение фундаментального параметра L системы эфемеридного времени имеет вид

$$L = 279^{\circ}41'48",04 + 129602768",13T + 1",089T^2, \quad (23)$$

где T измеряется в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток от фундаментальной эпохи «Tables of the Sun», т. е. от эпохи 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени. Эта фундаментальная эпоха выбрана за нуль-пункт шкалы эфемеридного времени и соответствует физическому моменту времени, когда средняя геометрическая долгота Солнца, отсчитанная от средней точки равноденствия даты, была равна $279^{\circ}41'48",04$.

В качестве основной (эталонной) единицы измерения времени выбрана продолжительность тропического года в фундаментальную эпоху 1900, январь 0,5 эфемеридного времени, т. е.:

365,24219879 эфемеридных суток,

определяемая числовым коэффициентом при T в формуле (23); поэтому тропический год в фундаментальную эпоху содержит 31556925,9747 эфемеридных секунд.

В соответствии с этим в 1956 г. Международным комитетом мер и весов было принято следующее определение эфемеридной секунды:

Секунда есть $1/31556925,9747$ доля тропического года в фундаментальную эпоху 1900, январь 0,5 эфемеридного времени.

Все даты и моменты времени, выражаемые в системе эфемеридного времени, сопровождаются обозначением ET (Ephemeris Time), соответствующие эпохи в системе юлианских дней обозначаются через JED (Julian Ephemeris Date).

З а м е ч а н и е. Дифференцируя соотношение (23) по времени T , находим мгновенную скорость изменения L в юлианское столетие:

$$\frac{dL}{dT} = 129602768",13 + 2",178 T. \quad (29)$$

Поскольку юлианское столетие содержит 36525 эфемеридных суток, а эфемеридные сутки, как обычно, под-

разделяются на 24^h эфемеридного времени, или на 1440^m и 86400^s эфемеридного времени, то мгновенная скорость изменения средней долготы Солнца в эфемеридную секунду равна

$$\frac{dL}{dT} = 0'',0410686389744 + 6'',9017 \cdot 10^{-10}T. \quad (30)$$

Так как в течение тропического года средняя тропическая долгота Солнца увеличивается на

$$360^\circ = 1296000'',$$

то продолжительность тропического года в эпоху T в эфемеридных секундах определяется формулой

$$1296000/(dL/dT) = 31556925^s,9747 - 0^s,53032T. \quad (31)$$

Эфемеридное время и всемирное время

Из-за неравномерности суточного вращения Земли наблюдаемые положения тел Солнечной системы являются функциями неравномерного времени, тогда как эфемериды, предвычисленные на основе теорий движения в рамках ньютоновой динамики, дают теоретические положения в функции равномерного ньютонова (или, что то же, эфемеридного) времени. Поэтому в любой момент наблюдения положения небесного тела, фиксируемый в системе всемирного времени UT, будет иметь место расхождение между наблюдаемыми и теоретическими координатами этого небесного тела, тем большее, чем больше его среднее суточное движение, и соответствующее изменению координат за промежуток времени ΔT между моментом наблюдения в системе UT и эфемеридным табличным моментом в системе ET; величина ΔT называется поправкой за эфемеридное время и всегда имеет смысл

$$\Delta T = ET - UT. \quad (32)$$

Таким образом, теоретически эфемеридное время в любой момент всемирного времени можно найти непосредственным сравнением наблюдаемых положений Солнца, Луны и планет, отнесенных к моментам наблюдения в системе всемирного времени UT, с соответствующими предвычисленными (эфемеридными) положениями, отнесенными к моментам эфемеридного времени ET. Однако на прак-

тике определение эфемеридного времени по меридианным наблюдениям Солнца отягощено значительной погрешностью порядка 7^s , которую нельзя уменьшить процессом уравнивания из-за недостаточного числа обрабатываемых наблюдений. В сравнении с точностью определения всемирного времени, достигающей $+0,004$, такая точность неудовлетворительна. Это различие в величине погрешностей легко объяснить, если учесть, что суточное вращение Земли, определяющее всемирное время, в 365 раз быстрее ее движения по геоцентрической орбите, дающего эфемеридное время. Поэтому для этих целей выбрана Луна, движущаяся по геоцентрической орбите в 13,4 раза быстрее Солнца. Кроме того, положения Луны на фоне звезд могут быть получены не только в меридиане, так что в течение ночи наблюдений можно определить несколько положений Луны. Большое значение в связи с этим приобретает классический метод определения положений Луны по наблюдениям покрытий звезд краем лунного диска с фиксацией точных моментов этих явлений. Существенное повышение точности таких определений достигнуто введением фотоэлектрического способа наблюдений и применением точных карт краевой зоны диска Луны, составленных американским астрономом Уоттсом, которые дают возможность ввести поправки, учитывающие отклонение края лунного диска от окружности из-за рельефа Луны.

Второй способ состоит в фотографировании Луны на фоне звезд при помощи специальной фотокамеры, сконструированной американским астрономом Марковицем. Камера Марковица устанавливается в фокусе телескопа на параллактической монтировке, дающей возможность поворачивать телескоп со скоростью суточного вращения небесной сферы и удерживать в поле зрения в течение времени экспозиции избранную область неба с Луной и окружающими ее звездами. При этом свет от Луны проходит через специальный компенсационный фильтр, поглощающий подавляющую часть лунного света и поворачивающийся таким образом, чтобы компенсировать собственное перемещение Луны относительно звезд; поэтому в течение экспозиции, длящейся около 20^s , изображение Луны получается на одном месте фотопластинки. Момент наблюдения определяется тем моментом времени, когда компенсационный фильтр расположен параллельно фото-

пластинке, и фиксируется, например, печатающим хронографом. Полное наблюдение по этому способу состоит из двух фотографий Луны, полученных при двух положениях камеры Марковица, отличающихся на 180° . В дальнейшем эти фотографии с изображением Луны и изображениями окружающих ее опорных звезд измеряются на специальной координатно-измерительной машине. До применения карт Уоттса погрешность среднего значения эфемеридного времени достигала $\pm 0^s,45$ при средней ошибке отдельного определения $\pm 0^s,3$ (в положении Луны $\pm 0'',15$).

Из обработки наблюдений Луны, произведенных одним из описанных выше способов, получают значения поправки за эфемеридное время ΔT , которые необходимо прибавить к соответствующим моментам всемирного времени, чтобы определить моменты по эфемеридному времени:

$$ET = UT + \Delta T. \quad (33)$$

Поправка за эфемеридное время

Поправка за эфемеридное время ΔT вычисляется по значениям B флуктуации долготы Луны, определенным из наблюдений, на основе формулы

$$\Delta T = +24^s,349 + 72^s,318T + 29^s,950T^2 + 1,82144B'', \quad (34)$$

в которой B'' означает флуктуацию долготы Луны, т. е. разность между наблюдаемым и вычисленным значениями долготы Луны, выраженную в секундах дуги.

Так как основной эталон для определения эфемеридного времени — теория движения Луны — и публикуемые на его основе эфемериды Луны со времени введения эфемеридного времени претерпели ряд изменений, то возникла необходимость различать системы эфемеридного времени в соответствии с теоретической основой определения поправки ΔT .

Решениями Международного астрономического союза для различения эфемерид Луны установлен специальный номенклатурный индекс j , принимающий в настоящее время числовые значения 0, 1 или 2.

Если в основу вычисления эфемериды Луны положена теория лунного движения Брауна, из которой исключен

эмпирический член с введением поправки за вековое ускорение среднего движения Луны, так называемая Improved Lunar Ephemeris (ILE), то и теории, и основанной на ней лунным эфемеридам присвоен индекс $j = 0$. Этот же индекс характеризует поправку ΔT_0 и эфемеридные моменты ЕТ0. При $j = 0$ флуктуация долготы Луны B'' определяется формулой:

$$B'' = \lambda_{\text{набл}} - [\lambda_{\text{Браун}} - 10'',71 \sin(140^\circ,0T + 240^\circ,7) + 12'',96T + 5'',22T^2 + 4'',65]. \quad (35)$$

Введение в теорию движения Луны $j = 0$ (ILE) некоторых исправлений (например, исправление коэффициента в члене № 182) и переход на новую систему астрономических постоянных МАС 1964 г. дают теорию движения Луны с индексом $j = 1$; соответствующие значения обозначаются ΔT_1 и ЕТ1.

Наконец, начиная с 1972 г. введена теория движения Луны с индексом $j = 2$, отличающаяся от лунной теории $j = 1$ более точными аналитическими выражениями, определяющими возмущающее влияние Солнца на движение Луны.

Таким образом, в зависимости от того, с какой различаемой эфемеридой Луны сравнивают наблюдения, получается одна из систем эфемеридного времени ЕТ0, ЕТ1 или ЕТ2. Все они представляют лишь приближения к эфемеридному времени в собственном смысле — времени ньютоновой динамики, абсолютному и равномерно текущему времени.

Эфемеридный меридиан

Эфемеридное время не зависит от суточного вращения Земли и поэтому непригодно для вычисления часовых углов, зависящих от земного вращения. Для предвычисления астрономических явлений, зависящих от часового угла и географического местоположения, вводится эфемеридный меридиан как вспомогательный опорный меридиан. Эфемеридный меридиан занимает в пространстве такое положение, с которым совпадало бы положение гринвичского меридиана, если бы Земля вращалась равномерно с угловой скоростью, соответствующей определению эфемеридного времени, т. е. совершала бы полный

оборот на 360° вокруг своей оси за одни эфемеридные сутки. Эфемеридный меридиан проходит восточнее гринвичского меридиана на угловом расстоянии, равном $1,002738 \Delta T$.

Предвычисление моментов начала и конца астрономических явлений, зависящих от суточного вращения Земли, в системе эфемеридного времени (т. е. относительно эфемеридного меридиана) выполняется точно так же, как и вычисление этих величин в системе всемирного времени (т. е. относительно меридиана Гринвича). Поэтому формула (13) по аргументу T , выраженному в системе эфемеридного времени, формально определяет эфемеридное звездное время S_0 в 0^h эфемеридного времени как часовой угол точки весеннего равноденствия относительно эфемеридного меридиана. Это числовое значение S_0 можно считать также (гринвичским) звездным временем в 0^h всемирного времени, в полном соответствии с решением МАС, согласно которому «... не предполагается и не рекомендуется вносить какие-либо изменения (в связи с введением эфемеридного времени) ни в измерение, ни в определение всемирного времени», если выразить аргумент T в системе всемирного времени.

Таким образом, публикуемые в «Астрономическом Ежегоднике СССР» табличные значения гринвичского звездного времени S_0 в 0^h всемирного времени численно равны значениям эфемеридного звездного времени в 0^h эфемеридного времени. Эфемеридная верхняя кульминация небесного объекта происходит в момент эфемеридного времени, когда видимое прямое восхождение этого объекта равно эфемеридному звездному времени, вычисленному с аргументом M , выраженным в системе эфемеридного времени ET вместо всемирного времени UT при помощи численного соотношения (10) между звездным и всемирным временем.

Введение эфемеридного меридиана позволяет сформулировать следующие точные определения:

1. Эфемеридное время есть часовой угол эфемеридного среднего Солнца относительно эфемеридного меридиана, измененный на 12^h .

2. Всемирное время, или гринвичское среднее время, есть часовой угол среднего солнца относительно гринвичского меридиана, измененный на 12^h .

3. Эфемеридное звездное время есть часовой угол точки весеннего равноденствия относительно эфемеридного меридиана.

4. Гринвичское звездное время есть часовой угол точки весеннего равноденствия относительно гринвичского меридиана.

С эфемеридным меридианом связывают эфемеридную долготу l^* и эфемеридный местный часовой угол t^* .

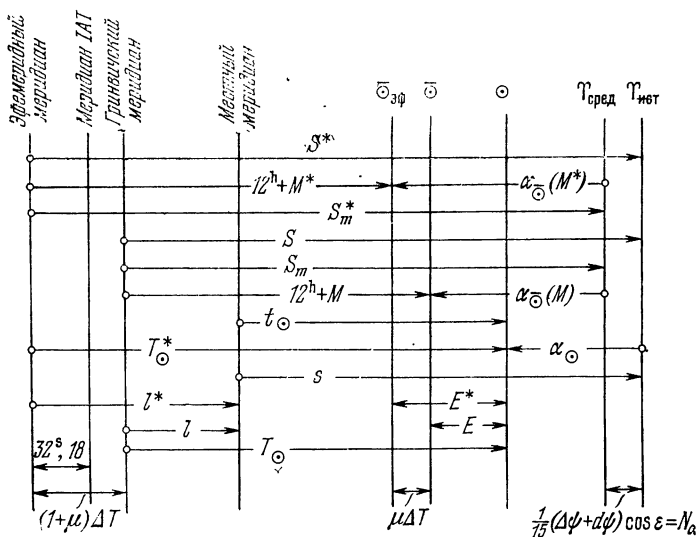


Рис. 55. Соотношения между системами измерения времени (звездное время, всемирное время, эфемеридное время, атомное время).

Таким образом, между тремя системами измерения времени — системой всемирного времени UT, звездного времени ST и эфемеридного времени ET установлены следующие соотношения:

Всемирное время $UT = M$	Эфемеридное время $ET = M^* = UT + \Delta T = M + \Delta T$
Гринвичское звездное время $GST = S(M) = 12^h + M +$ $+ \alpha_{\odot}(M)$	Эфемеридное звездное время $EST = S(M^*) = 12^h + M^* +$ $+ \alpha_{\odot}(M^*)$

$$\alpha(ET) = \alpha(UT) + \mu \Delta T, \quad \mu = 0,002738,$$

$$EST = GST + (1 + \mu) \Delta T.$$

Часовой угол среднего Солнца T_{\odot} относительно гринвичского меридиана

$$T_{\odot} = 12^{\text{h}} + \text{UT} = \text{GST} - A_{\odot}$$

$$A_{\odot} = \alpha_{\odot}(\text{UT}) = \alpha_{\odot}(M)$$

Гринвичский часовой угол светила (α, δ)

$$T = \text{GST} - \alpha$$

Местный часовой угол

$$t = \text{GST} - \alpha - l = T - l$$

Часовой угол эфемеридного среднего Солнца T_{\odot}^* относительно эфемеридного меридиана

$$T_{\odot}^* = 12^{\text{h}} + \text{ET} = \text{EST} - A_{\odot}^*$$

$$A_{\odot}^* = \alpha_{\odot}(\text{ET}) = \alpha_{\odot}(M) + \mu \Delta T$$

Эфемеридный часовой угол светила (α, δ)

$$T^* = \text{EST} - \alpha$$

Местный эфемеридный часовой угол

$$t^* = \text{EST} - \alpha - l^* = T^* - l^*$$

При кульминации

на гринвичском меридиане

$$T - 0^{\text{h}} \quad (\text{верхняя})$$

$$T = 12^{\text{h}} \quad (\text{нижняя})$$

или, соответственно,

$$\text{GST} = \alpha$$

$$\text{GST} = \alpha + 12^{\text{h}}$$

на эфемеридном меридиане

$$T^* = 0^{\text{h}} \quad (\text{верхняя})$$

$$T^* = 12^{\text{h}} \quad (\text{нижняя})$$

$$\text{EST} = \alpha$$

$$\text{EST} = \alpha + 12^{\text{h}}$$

При кульминации на местном меридиане l (l^*)

$$T = l \quad (\text{верхняя})$$

$$T = l + 12^{\text{h}} \quad (\text{нижняя})$$

$$T^* = l^* \quad (\text{верхняя})$$

$$T^* = l^* + 12^{\text{h}} \quad (\text{нижняя})$$

или, соответственно,

$$\text{GST} - l = \alpha$$

$$\text{GST} - l = \alpha + 12^{\text{h}}$$

$$\text{EST} - l^* = \alpha$$

$$\text{EST} - l^* = \alpha + 12^{\text{h}}$$

$$l^* = l + (1 + \mu) \Delta T$$

Связь различных систем измерения времени

Формулы, приведенные в предыдущих разделах, можно дополнить соотношениями, вытекающими из решения следующих задач, которые связаны с переходом от одной системы измерения времени к другой.

Задача 1. В точке наблюдения под долготой l от Гринвича определить местное звездное время s , зная местное среднее время t .

Выражая соответствующее гринвичское среднее время $M = t + l$ в единицах звездного времени, по формуле

(12) находим гринвичское звездное время

$$S = S_0 + M + \mu M$$

и с учетом формул (9) получаем

$$s = S_0 + m + \mu (m + l). \quad (36)$$

При этом для определения точного значения истинного звездного времени S необходимо учесть изменение нутации по прямому восхождению N_α за промежуток времени M . Для этого сначала в формулу (36) подставляют среднее звездное время S_m^0 в Гринвиче и затем, проинтерполировав по эфемериде величину $N_\alpha = \Delta\alpha + d\alpha$, прибавляют ее к значению местного среднего времени s_m .

Задача 2. Определить местное среднее время t по известному звездному местному времени s .

Воспользовавшись формулой (12), находим гринвичское среднее время M , соответствующее моменту гринвичского звездного времени $S = s + l$, а именно,

$$M = S - S_0 - \nu (S - S_0), \quad (37)$$

где $\nu = 0,0027304336$, откуда с учетом соотношений (9) находим

$$m = s - S_0 - \nu (s - S_0) - \nu l. \quad (38)$$

Как и в предыдущем случае, для точного перехода от истинного звездного времени к среднему солнечному необходимо учесть изменение нутации N_α за время M , т. е. проинтерполировать $N_\alpha = \Delta\alpha + d\alpha$ из эфемериды на величину M и вычесть из заданного значения истинного местного звездного времени s , получая таким образом среднее местное звездное время s_m . С этим значением s_m и входят в формулу (38), в которой под S_0 теперь следует понимать среднее гринвичское звездное время S_m^0 в гринвичскую полночь.

Задача 3. Определить эфемеридное время M^* по заданному местному среднему времени t в точке наблюдения под долготой l от Гринвича.

Согласно определению эфемеридного меридиана (см. стр. 238) необходимо сначала перейти от местного меридиана к эфемеридному, прибавив к t эфемеридную долготу l^* точки наблюдения, а затем выполнить переход от среднего солнца к среднему эфемеридному солнцу, учитывая

связь прямых восхождений

$$\alpha(M^*) = \alpha(M) + \mu \Delta T. \quad (39)$$

Поэтому решение имеет вид

$$M^* = m + l^* - \mu \Delta T. \quad (40)$$

Подставив в формулу (40) выражение для l^* через l в виде

$$l^* = l + (1 + \mu) \Delta T,$$

получим известное основное соотношение (9).

Обратную задачу можно решить по формуле

$$m = M^* - l^* + \mu \Delta T \quad (41)$$

или

$$m = M^* - l - \Delta T. \quad (42)$$

§ 4. Квазиравномерное всемирное время UT2

Так как для сбора и обработки наблюдений Луны с целью определения поправки за эфемеридное время ΔT необходимо затратить определенное время, то, очевидно, значения поправки ΔT могут быть вычислены с некоторым запаздыванием только для протекших промежутков времени. При необходимости знать хотя бы приближенные значения поправки ΔT для моментов времени в будущем приходится прибегать к экстраполиванию.

Поиски наилучшего, возможно точного приближения к равномерной шкале времени, которое можно было бы получить немедленно из наблюдений суточных движений звезд, привели к установлению системы квазиравномерного всемирного времени.

Неравномерности в суточном вращении Земли вызваны в основном следующими явлениями:

1. Непредвидимым изменением положения оси вращения Земли в теле Земли, называемым свободной, или эйлеровой, нутацией и проявляющимся в перемещении земных полюсов. Это движение носит неправильный характер и определяется по наблюдениям Международной службы движения полюсов (МСДП, ранее: МСШ — Международная служба широт).

2. Сезонными вариациями угловой скорости суточного вращения Земли, обусловленными метеорологическими

причинами и повторяющимися более или менее регулярно из года в год (сезонные вариации в угловой скорости вращения Земли были обнаружены Н. М. Стойко в 1937 г. сравнением определений всемирного времени UT из наблюдений с показаниями кварцевых часов).

3. Вековым замедлением вращения Земли, обусловленным рассеянием энергии земного вращения из-за приливного трения.

4. Флуктуациями в угловой скорости Земли, связанными, по-видимому, с солнечной активностью.

Из обработки астрономических наблюдений суточных движений звезд непосредственно получается всемирное время, обозначаемое UT0. Наблюдения обсерваторий МСДП определяют движение северного полюса Земли, т. е. величину и направление смещения мгновенного полюса относительно принятого среднего положения полюса. Введение соответствующей поправки $\Delta\lambda$ в наблюдаемое всемирное время UT0 дает переход к системе всемирного времени UT1, т. е.

$$UT1 = UT0 + \Delta\lambda. \quad (43)$$

Дальнейшее исправление момента времени в системе UT1 введением поправки за сезонные вариации ΔT_s , вычисляемой путем экстраполяции на основе прошлых наблюдений, определяет переход к шкале квазиравномерного всемирного времени UT2.

Таким образом,

$$UT2 = UT1 + \Delta T_s = UT0 + \Delta\lambda + \Delta T_s. \quad (44)$$

Поправки $\Delta\lambda$ и ΔT_s систематически публиковались в бюллетене «Bulletin Noire», издававшемся Международным Бюро времени ВИН в Париже ¹⁾).

Поправку за сезонные вариации ΔT_s можно представить формулой вида

$$\Delta T_s = a \sin 2\pi t + b \cos 2\pi t + c \sin 4\pi t + d \cos 4\pi t, \quad (45)$$

где коэффициенты a , b , c , d определены эмпирически, а t выражено в тропических годах (например, для эпохи 1971, янв. 3, 0^h UT следует принять $t = 1971,0054$

¹⁾ Эти же данные в настоящее время публикуются в циркулярах МБВ Circulaires серий В/С, D и годовых отчетах МБВ «Annual Reports» (см. также стр. 259).

(= 1971,0 + τ). Коэффициенты a , ..., d определяются в Бюро времени ВИН на основе разностей между временем UT0 и равномерной шкалой времени, например, атомной. Так, для промежутков времени 1956—1961, 1962—1968 и 1969—1971 гг. ВИН приняты следующие значения этих коэффициентов:

	a	b	c	d
1956—1961	+0 ^s ,22	-0 ^s ,017	-0 ^s ,007	+0 ^s ,006
1961—1968	+0,22	-0,012	-0,006	+0,007
1969—1971	+0,220	-0,0120	-0,0060	+0,0070

Подававшиеся ранее радиосигналы времени в системе всемирного времени UT2 немедленно давали относительно равномерную шкалу времени, пригодную для практических применений на промежутках времени до одного года. Именно, к моментам времени, отнесенным к системе UT2, и надлежало прибавлять поправки за эфемеридное время ΔT_j , чтобы получить соответствующее эфемеридное время ET_j.

Бюро ВИН публикует значения $\Delta T_s = UT2 - UT1$ с пятисуточным интервалом на год вперед в первом выпуске Бюллетеня «Bulletin Horaire» и ежегодном циркуляре серии А.

Уравнение (45) исключает вариации годового и полугодового периодов. Периодические вариации суточного вращения Земли с периодами 27,55 и 13,66 суток, обусловленные земными приливами из-за влияния притяжения Луны, исключаются сглаживанием наблюдений по двухмесячным интервалам или введением поправки, зависящей от долготы λ_{ζ} Луны.

В настоящее время система UT2 определяется наблюдениями на 40 обсерваториях мира на основе уравнений $UT_{\text{набл}} = UT0$ и (30),[†] (31). Совместность всех этих индивидуальных определений обеспечивается международными соглашениями. Расхождения между каждой индивидуальной системой (UT2)_i и остальными исключаются сглаживанием, выполняемым Бюро ВИН, так что получается единая международная система UT2, соответству-

ющая фиктивным наблюдениям на некоторой «средней» обсерватории. Система номинальных значений долгот l_i , принятая Бюро ВИН для i обсерваторий, отнесена к меридиану этой «средней» обсерватории, называемому «гринвичским средним астрономическим меридианом» и являющемуся основной плоскостью отсчета в системе UT2, т. е. во всех долготных определениях.

§ 5. Атомное время

Прогресс, достигнутый в 50-х гг. в области квантовой радиофизики, радиоспектроскопии и квантовой электроники, обусловил возможность создания новых эталонов частоты, основанных на естественном, повторяющемся с большой степенью точности колебательном процессе, происходящем при резонансных переходах атомов и молекул из одного энергетического состояния в другое при определенных условиях. Сочетание высокостабильных атомных и молекулярных эталонов частоты с высокоточными кварцевыми часами дает атомные часы, определяющие шкалу атомного времени АТ. Система атомного времени обладает весьма большой равномерностью на продолжительных промежутках времени и совершенно не зависит ни от вращения Земли ¹⁾, ни от теории движения небесных тел Солнечной системы. Каждая шкала системы атомного времени определяется конкретным атомным (молекулярным) эталоном частоты, регулирующим частоту кварцевых часов, т. е. конкретными атомными часами.

За единицу измерения времени в системе АТ принимается атомная секунда, определяемая в соответствии с резолюцией XIII Конференции Международного комитета мер и весов как промежуток времени, в течение которого совершается 9 192 631 770 колебаний, соответствующих частоте излучения, поглощаемого атомом цезия Cs^{133} при резонансном переходе между энергетическими уровнями сверхтонкой структуры основного состояния $^2\text{S}_{1/2}$, которые характеризуются квантовыми магнитными числами $F = 4, m_F = 0$ и $F = 3, m_F = 0$, при отсутствии возмущений от внешних магнитных полей.

¹⁾ С точностью до определения нуля-пункта!

В основу этого определения атомной секунды положены результаты эксперимента, проведенного Морской обсерваторией (Вашингтон, США) и Национальной физической лабораторией (Теддингтон, Англия) по определению номинальной частоты цезиевого эталона по наблюдениям Луны. Эта частота для эпохи 1957,0 определена равной $9\,192\,631\,770 \pm 20$ колебаний в одну эфемеридную секунду.

Шкалы атомного времени

Так как основу любой атомной системы измерения времени составляет определенный атомный или молекулярный эталон частоты, то каждые атомные часы дают свою шкалу атомного времени.

Различные шкалы атомного времени отличаются выбором нуля-пункта; разности нуль-пунктов не сохраняют при этом постоянных значений из-за случайных и систематических погрешностей соответствующих эталонов частоты.

Цезиевый эталон частоты обеспечивает относительную точность порядка 10^{-10} — 10^{-11} в течение нескольких лет, молекулярные квантовые генераторы частоты, работающие на аммиаке NH_3 , воспроизводят эталонную атомную секунду с относительной погрешностью в $1 \cdot 10^{-10}$ — $5 \cdot 10^{-11}$, а водородный генератор Рамзея, работающий с частотой 1420405,77 килогерц, обеспечивает относительную точность порядка $1 \cdot 10^{-13}$. Заметим, что относительная точность эфемеридной секунды достигает только $1 \cdot 10^{-9}$.

Постоянное сравнение шкал атомного времени позволяет определить неравномерность атомного времени, достигающую величину порядка 10^{-12} у лучших эталонов частоты. Для повышения точности и надежности измерения времени строятся средние, или интегрированные атомные шкалы времени путем осреднения показаний нескольких атомных часов.

До недавнего времени с Бюро ВИН были связаны 10 атомных часов, размещенных в различных городах и учреждениях США, Англии, Франции и других стран; в бюллетене «Bulletin Horaire» и Циркулярах Международного бюро времени (МБВ, ВИН) приняты следующие сокращения для городов, в которых расположены учреж-

дения, сотрудничающие с ВИН в формировании шкал атомного времени:

Боулдер (Национальное Бюро стандартов США, NBS)	Bld,
Вашингтон (Морская научно-исследовательская лаборатория, NRL)	WL,
Вашингтон (Морская обсерватория США, U.S.N.O.)	WNO,
Оттава	NRC,
Токио	TO,
Йоганнесбург	J,
Баньё	Bgn,
Париж	Pa,
Теддингтон	ET,
Стокгольм (FOA)	Sto.

Показания всех этих атомных часов были положены в основу формирования средневзвешенной атомной шкалы АЗ, определенной так, что в эпоху 1966, январь 1,0^h UT2 разность моментов $UT2 - A3 = 0^h 0^m 0^s$. Существовавшая ранее шкала атомного времени АЗ (старая) была основана на осреднении показаний атомных часов, функционирующих в Боулдере (США), Невшателе (Швейцария) и Теддингтоне (Англия); за нуль-пункт старой шкалы АЗ была принята эпоха 1958, январь 1,0^h UT2. Однако фактическая разность $UT2 - A3$ в эту эпоху оказалась отличной от нуля и равной $0^s,0039$. Кроме того, переход от системы фундаментального звездного каталога FK3 к системе каталога FK4 при обработке наблюдений звезд повлиял на шкалу всемирного времени UT2, вызвав уменьшение времени UT2 в указанную эпоху на $0^s,0016$; таким образом, сдвиг старой шкалы АЗ относительно UT2 стал равным $+0^s,0023$. Этот сдвиг был учтен в сериях G бюллетеня «Bulletin Horaire» прошлых лет, тогда как серия J этого бюллетеня давала моменты в системе АЗ без указанной поправки.

До введения новой шкалы АЗ существовала средняя шкала атомного времени АМ (обозначавшаяся также А9), полученная осреднением показаний всех функционировавших в то время атомных часов; ее нуль-пункт совпадал с той же эпохой 1958, январь 1,0^h UT2 с фактической разностью $UT2 - AM$ в эту эпоху $+0^s,0034$. Кроме новой атомной шкалы АЗ в настоящее время существуют следующие основные шкалы атомного времени АТ:

В СССР применяется атомная шкала ТА-1, формируемая на основе показаний двух кварцевых часов, регули-

руемых цезиевым эталоном частоты. Нуль-пункт шкалы атомного времени ТА-1 совпадает с эпохой 1964, январь 1, 12^h UT2. Расхождения системы всемирного времени UT2 с атомной шкалой ТА-1 публикуются начиная с 1965 г. в бюллетене «Эталонное время».

Шкала атомного времени А.1 предложена Морской обсерваторией США и используется обсерваториями других стран, в том числе Гринвичской обсерваторией. Атомная шкала А.1 формируется осреднением частот 6 цезиевых эталонов частоты типа 5060 А фирмы Hewlett & Packard, регулярно сравниваемых с лабораторными цезиевыми генераторами частоты Морской обсерватории в Вашингтоне и Ричмонде, Морской научно-исследовательской лаборатории в Вашингтоне, Национального бюро стандартов в Боулдере, а также лабораторий в Телдингтоне (Англия) и Баньё (Франция). Нуль-пункт атомной шкалы А.1 совпадает с эпохой 1958, январь 1, 0^h UT2.

Шкала атомного времени NBS-A создана Национальным бюро стандартов США и основана на пяти атомных часах, сравниваемых ежедневно с основным эталоном частоты NBS-III.

В 1967 г. непосредственное сравнение при помощи перевозки часов обнаружило следующие разности между начальными эпохами шкал А.1, А3 и NBS-A

$$A.1-NBS-A \infty -10,9 \text{ мс}, \quad A.1-A3 \infty + 34,4 \text{ мс}.$$

В соответствии с решением XIV Общей конференции по мерам и весам, собравшейся в Париже в октябре 1971 г., принято следующее определение шкалы Международного атомного времени IAT (International Atomic Time).

Международное атомное время является временной опорной координатой, устанавливаемой Международным Бюро времени на основе показаний атомных часов, функционирующих в различных учреждениях, в соответствии с определением секунды как единицы времени в Международной системе единиц SI.

Таким образом, шкала атомного времени А3 теперь обозначается IAT.

В настоящее время с Bureau International de l'Heure сотрудничают около 30 научно-исследовательских институтов и лабораторий, располагающих атомными эталонами времени и частоты:

DHI Германский гидрографический институт (Гамбург, ФРГ),

F Национальная комиссия времени (Париж, Франция),

FOA Научно-исследовательский институт национальной обороны (Стокгольм, Швеция),

IEN Национальный электротехнический институт (Турин, Италия),

IGMA Военно-географический институт (Буэнос-Айрес, Аргентина),

ILOM Международная широтная обсерватория (Мидзусава, Япония),

MSO Обсерватория Маунт Стромло (Канберра, Австралия),

NBS Национальное Бюро стандартов (Боулдер, США),

NIS Национальный институт стандартов (Каир, Египет),

NPL Национальная физическая лаборатория (Теддингтон, Англия),

NPRL Национальная лаборатория физических исследований (Претория, ЮАР),

NRC Национальный научно-исследовательский совет (Оттава, Канада),

OMSF Морская обсерватория (Сан-Фернандо, Испания),

ON Невшательская обсерватория (Невшатель, Швейцария),

ONBA Морская обсерватория (Буэнос-Айрес, Аргентина),

ONRI Национальная обсерватория (Рио-де-Жанейро, Бразилия),

OP Парижская обсерватория (Париж, Франция),

ORB Бельгийская обсерватория (Брюссель, Бельгия),

PTB Физико-технический институт (Брауншвейг, ФРГ),

PTCH Генеральная почтовая дирекция (Берн, Швейцария),

RGO Гринвичская обсерватория (Херстмонсо, Англия)

RRL Научно-исследовательские радиолaborатории (Токио, Япония),

TAO Токийская астрономическая обсерватория (Токио, Япония),

TCL Лаборатории телесвязи (Тайвань),

URE Институт радиотехники и электроники (Прага, ЧССР),

URSS Государственная лаборатория эталона времени и частоты (СССР),
 USNO Морская обсерватория США (Вашингтон, США),
 ZIPE Центральный институт физики Земли (Потсдам, ГДР).

Шкала всемирного согласованного времени UTC

Точное время передается несколькими специальными радиостанциями при помощи радиосигналов времени через передатчики, соединенные с аппаратурой Служб времени, оснащенных атомными часами.

Для передачи посредством одних и тех же радиосигналов времени шкал времени АТ и UT2, которые не согласуются друг с другом из-за неравномерности системы времени UT2, введена промежуточная шкала всемирного согласованного времени UTC (Universal Coordinated Time). Эта шкала связана с шкалой атомного времени АТ (точнее, АЗ) таким образом, чтобы всемирное согласованное время UTC наиболее точно представляло квазиравномерное всемирное время UT2; это требование записывается в форме следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} |UT2 - UTC| < 100 \text{ мс}, \\ UTC = \left(1 + \frac{\Delta\nu}{\nu}\right) AT + B. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Здесь B означает величину скачка при подаче радиосигналов времени, $\Delta\nu/\nu$ есть относительное изменение частоты атомного эталона, которое производилось начиная с 1964 г., в соответствии с формулой

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = n \cdot 50 \cdot 10^{-10}, \quad (47)$$

где n — целое число, $\Delta\nu$ — поправка к начальному значению частоты ν , определяемая ежегодно по наблюдениям данного года и рекомендуемая Бюро ВИН на следующий год. Так, например, относительные поправки эталонных частот, установленные ВИН, были равны:

$$\begin{aligned} 1962, \text{ январь } 1 & \quad - 130 \cdot 10^{-10}, \\ 1963, \text{ ноябрь } 1 & \quad - 130 \cdot 10^{-10}, \end{aligned}$$

1964, январь 1	—	$150 \cdot 10^{-10}$
1965, январь 1	—	$150 \cdot 10^{-10}$,
1966, январь 1	—	$300 \cdot 10^{-10}$,
1967, январь 1	—	$300 \cdot 10^{-10}$,
1968, февраль 1	—	$300 \cdot 10^{-10}$.

Изменение величины B определяется формулой

$$B = n' \cdot 100 \text{ мс}, \quad (48)$$

где n' — целое число.

На промежутке времени 1966, январь 1, 0^h UTC — 1968, январь 31, 0^h UTC шкалы времени АЗ и UTC связаны следующим соотношением:

$$\text{АЗ} - \text{UTC} = 4^s, 313170 + 0^s, 002592 (\text{JD} - 2439126,5). \quad (49)$$

Для промежутка времени 1968, февраль 1, 0^h UTC — 1972, январь 1, 0^h UTC имеем

$$\text{IAT} - \text{UTC} = 4^s, 213170 + 0^s, 002592 (\text{JD} - 2439126,5). \quad (50)$$

Целям наилучшего приближения времени в системе UT2 системой атомного времени АТ служила введенная в эпоху 1966, октябрь 25, 14^h UT2 ступенчатая шкала атомного времени SAT (Stepped Atomic Time) или TAS (Temps Atomique à sauts), связанная с атомной шкалой АТ соотношением

$$\text{TAS} = \text{AT} + B', \quad (51)$$

где величина скачка B' кратна ± 100 мс. Радиосигналы времени в системе TAS передавались радиостанциями DCF 77 (Майнфлинген, ФРГ) и WWVB (Форт Коллинз, США).

Определенная выше (старая) шкала всемирного согласованного времени UTC и ступенчатая шкала атомного времени SAT прекратили свое существование с 1 января 1972 г., когда была принята новая шкала UTC согласно следующим положениям, разработанным Международным консультативным комитетом по радиосвязи.

В соответствии с решениями Международного консультативного комитета по радиосвязи CCIR, начиная с эпохи 1972, январь 1, 0 в системе координированного всемирного времени UTC в качестве единицы принята се-

кунда SI, т. е. секунда системы атомного времени IAT. При этом разность показаний часов, функционирующих в системах UTC и UT1, не должна превышать 700 мс. В связи с важностью для целей навигации и геодезии системы времени UT1 Комиссия 31 МАС на XIV Генеральной ассамблее МАС в августе 1970 г. (Брайтон, Англия) рекомендовала передавать поправки к радиосигналам времени в форме разности UT1—UTC. Таким образом, система UTC должна быть близкой к UT1. Если разность UT1—UTC превосходит по абсолютной величине 0,7 с, то в системе UTC делается скачок в 1 с, т. е. пропускается или вводится лишняя секунда в серии секундных сигналов в зависимости от знака этой разности. Связь систем времени IAT и UTC определяется соотношением вида

$$\text{IAT} - \text{UTC} = A_1 + B_1 (\text{JD} - T_0),$$

где A_1 , B_1 — числовые коэффициенты, T_0 — некоторая начальная эпоха. Например, для интервала 1968, декабрь 1 — 1972, январь 1

$$\text{IAT} - \text{UTC} = 4^{\text{s}},2131700 + 0^{\text{s}},002592 (\text{JD} - 2439126,5),$$

где счет юлианских суток JD ведется в системе UT.

С целью получения разности IAT—UTC до целых 10 с в систему UTC был введен скачок в $-0,1077580$. Таким образом, до момента 1971, декабрь 31, $23^{\text{h}}59^{\text{m}}60^{\text{s}},107\dots$ в старой системе UTC соотношение между системами IAT и UTC содержало смещение частоты $\Delta\nu/\nu$ (см. выше, например, 1 февраля 1968 г. $\Delta\nu/\nu = 300 \cdot 10^{-10}$ и $B = +0^{\text{s}},100$, а с момента 1972, январь 1, $0^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}$ в новой системе UTC разность между IAT и UTC выражается целым числом секунд (1 января, 1973 г. она равна 12^{s} , в соответствии с Отчетом CCIR).

Как уже было сказано ранее, положительный знак разности UT1 — UTC (в случае превышения $0^{\text{s}},7$ по абсолютной величине) определяет скачок в одну дополнительную (положительную) секунду, при отрицательном знаке этой разности делается пропуск в одну отрицательную секунду. Решения CCIR предусматривают введение скачка (или пропуска) в 1^{s} в системе UTC в последнюю секунду 31 декабря или 30 июня (а в случае необходимости — в обе эти даты, как это было в 1972 г.). Таким образом, положительная секунда начинается в $23^{\text{h}}59^{\text{m}}60$

UTC и оканчивается в $0^h0^m0^s$ UTC первых суток следующего месяца. В случае отрицательной секунды после момента $23^h59^m58^s$ UTC через одну секунду следует момент $0^h0^m0^s$ первых суток следующего месяца.

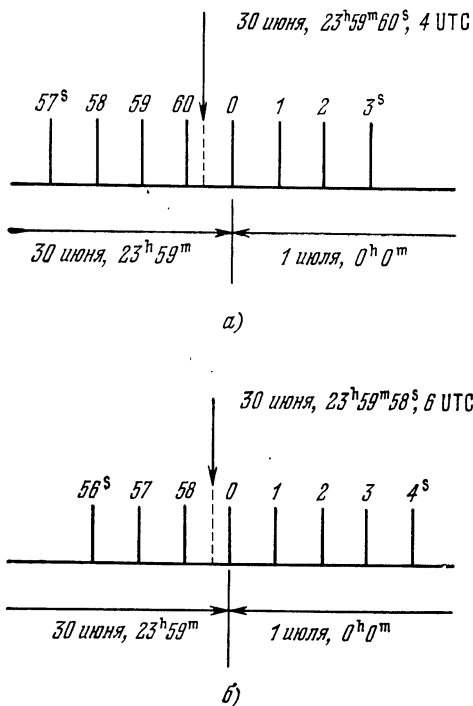


Рис. 56. Положительная дополнительная секунда (а), отрицательная «дополнительная» секунда (б).

Поэтому если событие произошло в момент t в системе UT1, то в случае «лишней» положительной секунды момент события, указанного стрелкой, есть $23^h59^m60^s,4$ UTC (рис. 56), а в случае отрицательной секунды момент события есть 30 июня, $23^h59^m58^s,6$ UTC.

Согласно рекомендациям ССIR радиосигналами времени в системе UTC сообщается также приближенное значение разности $UT1 - UTC = \Delta UT1$ как величины, кратной $0^s,1$. При этом величина и знак поправки $\Delta UT1$ опреде-

ляются числом выделяемых «окрашенных» секундных сигналов и положением группы этих сигналов относительно минутного импульса (отсутствие «окраски» секундных сигналов означает, что $DUT1 = 0$). Эта «окраска» достигается путем раздвоения соответствующих секундных сигналов. Таким образом, положительное значение $DUT1$ указывается выделением соответствующего числа n последовательных секундных сигналов, следующих за минутным сигналом, где n — целое, меняющееся от 1 до 7:

$$DUT1 = +0^s,1 \cdot n.$$

Отрицательная поправка $DUT1$ указывается «окраской» m последовательных секундных сигналов, следующих за девятым секундным сигналом до секундного сигнала $8 + m$ включительно,

$$DUT1 = -0^s,1 \cdot m.$$

Советские радиостанции Службы времени в дополнение к информации иностранных радиостанций, работающих в системе координированного времени UTC, передают уточнения к величинам поправок $DUT1$, кратные $0^s,02$; это делается путем выделения p секундных сигналов в интервале от 21-й до 24-й секунды для положительной поправки и q секундных сигналов в интервале от 31-й до 34-й секунды для отрицательной поправки.

Эфемеридное время и атомное время

Разность между атомным временем и эфемеридным временем в любой момент времени может быть получена следующим образом: наблюдаемые положения Солнца, Луны или больших планет сравниваются с эфемеридными их положениями; момент наблюдения по эфемеридному времени ET соответствует тому значению аргумента эфемериды, при котором эфемеридное положение небесного объекта совпадает с надлежащим образом редуцированным положением этого объекта, полученным из наблюдений. Поэтому обратное интерполирование по эфемериде на основе наблюдаемых положений определит соответствующий момент по эфемеридному времени ET. (в случае Луны это будет момент в системе ET_j, в зависимости от

индекса j теории лунного движения). Вычитая из этого момента ЕТ момент наблюдения, фиксированный в системе АТ, мы определим разность $\Delta AT = AT - ET$. Так, при нахождении номинальной частоты цезиевого эталона, определяющую шкалу атомного времени А.1 наблюдаемая разность между шкалами эфемеридного времени и А.1 составила $+32^s,15$, т. е. в эпоху 1957,0

$$ET_0 = A.1 + 32^s,15. \quad (52)$$

Соотношение (52) дает возможность прямого экстраполирования шкалы эфемеридного времени ET_0 с большей точностью, чем на основе текущих астрономических наблюдений.

Общее соотношение между шкалами АТ и ЕТ имеет вид

$$AT = ET + a + bt + ct^2, \quad (53)$$

где t означает промежуток времени от начальной эпохи $t = 0$, когда

$$AT = ET + a. \quad (54)$$

Таким образом, коэффициент a определяет нуль-пункт шкалы атомного времени АТ на шкале эфемеридного времени ЕТ (в случае ET_0 и А.1 $a = 32^s,15$); коэффициент b равен коэффициенту деления частоты, принятому для атомного резонатора соответствующего эталона частоты, коэффициент c постоянен и равен либо нулю, либо $0^s,001$ в год. Атомная секунда соответствует эфемеридной секунде с относительной точностью до $2 \cdot 10^{-9}$.

В соответствии с рекомендациями XIV Генеральной конференции мер и весов, принятыми в октябре 1971 г., в настоящее время введено Международное атомное время IAT, определяемое как «...координата временной ориентировки, установленная Международным Бюро времени на основе показаний часов атомных, функционирующих в различных учреждениях в соответствии с определением секунды SI — единицы времени Международной системы единиц».

Связь системы атомного времени IAT с системой эфемеридного времени ЕТ определяется с помощью системы всемирного времени UT1 соотношением

$$\Delta T (A) = IAT + 32^s,18 - UT1.$$

Дата	$\Delta T(A)$	DUT1	Дата	$\Delta T(A)$	DUT1
1956			1964		
Январь 1	+31 ^s ,34	-0 ^s ,08	Январь 1	+35 ^s ,03	-0 ^s ,08
Январь 4		-0,08	Март 31	35,22	-0,15
Январь 5		-0,02	Апрель 1	35,22	-0,05
Апрель 1	31,43	-0,04	Июль 1	35,40	-0,11
Июль 1	31,52	-0,07	Август 31		-0,11
Октябрь 1	31,56	-0,01	Сентябрь 1		-0,11
1957			Октябрь 1	35,52	-0,02
Январь 1	+31,67	-0,04	Декабрь 31		-0 ^s ,11
Апрель 1	31,79	-0,06	1965		
Июль 1	31,92	-0,07	Январь 1	+35,73	-0,01
Октябрь 1	32,00	-0,02	Февраль 28		-0,06
1958			Март 1		+0,04
Январь 1	+32,17	-0,04	Апрель 1	35,94	0,00
Апрель 1	32,32	-0,05	Июнь 30		-0,08
Июль 1	32,45	-0,06	Июль 1	36,14	+0,02
Октябрь 1	32,52	-0,01	Август 31		-0,01
1959			Сентябрь 1		+0,09
Январь 1	+32,67	-0,03	Октябрь 1	36,31	+0,06
Апрель 1	32,80	-0,03	1966		
Июль 1	32,91	-0,06	Январь 1	+36,54	-0,05
Октябрь 1	33,00	0,00	Апрель 1	36,76	-0,03
1960			Июль 1	36,99	-0,02
Январь 1	+33,15	-0,01	Октябрь 1	37,18	+0,02
Апрель 1	33,28	-0,03	1967		
Июль 1	33,39	-0,02	Январь 1	+37,43	+0,01
Октябрь 1	33,45	+0,03	Апрель 1	37,65	+0,02
1961			Июль 1	37,87	+0,04
Январь 1	+33 ^s ,58	+0,02	Октябрь 1	38,04	+0,10
Апрель 1	33,70	+0,02	1968		
Июль 1	33,80	+0,04	Январь 1	+38,29	+0,09
Июль 31		+0,06	Январь 31		+0,09
Август 1		+0,01	Февраль 1		-0,01
Октябрь 1	33,86	+0,04	Апрель 1	38,52	0,00
1962			Июль 1	+38,75	+0 ^s ,01
Январь 1	+33,99	+0,04	Октябрь 1	38,95	+0,04
Апрель 1	34,12	+0,01	1969		
Июль 1	34,23	0,00	Январь 1	+39,20	+0,03
Октябрь 1	34,31	+0,02	Апрель 1	39,45	+0,02
1963			Июль 1	39,70	+0,01
Январь 1	+34,47	-0,03	Октябрь 1	39,91	+0,03
Апрель 1	34,58	-0,05	1970		
Июль 1	34,73	-0,09	Январь 1	+40,18	0,00
Октябрь 1	34,83	-0,09	Апрель 1	40,45	-0,03
Октябрь 31		-0,12	Июль 1	40,70	-0,05
Ноябрь 1		-0,02	Октябрь 1	40,89	-0,01

Дата	$\Delta T(A)$	DUT1	Дата	$\Delta T(A)$	DUT1
1971			1975		
Январь 1	+41 ^s ,16	+0 ^s ,04	Январь 1	+45 ^s ,47	+0 ^s ,71
Апрель 1	41,41	-0,05	Апрель 1	45,73	+0,45
Июль 1	41,68	-0,08	Июль 1	45,98	+0,20
Октябрь 1	41,92	-0,09	Октябрь 1	46,18	0,00
Декабрь 31	42,22	-0,15	Декабрь 31		-0,27
1972			1976		
Январь 1	+42,22	-0,04	Январь	+46,45	+0,73
Апрель 1	42,52	-0,35	Экстраполированные значения		
Июнь 30		-0,64			
Июль 1	42,82	+0,36			
Октябрь 1	43,07	+0,11			
Декабрь 31		-0,19			
1973			1977		
Январь 1	+43,37	+0,81	Апрель 1	+46,7	
Апрель 1	43,67	+0,51	Июль 1	47,0	
Июль 1	43,96	+0,22	Октябрь 1	47,2	
Октябрь 1	44,19	-0,01	Январь 1	+47,4	
Декабрь 31		-0,30	Апрель 1	47,7	
1974			1978		
Январь 1	+44,48	+0,70	Июль 1	48,0	
Апрель 1	44,73	+0,45	Октябрь 1	48,2	
Июль 1	44,99	+0,19	Январь 1	+48,4	
Октябрь 1	45,20	-0,02	Апрель 1	48,7	
Декабрь 31		-0,29	Июль 1	48,9	
			1979		
			Январь 1	+49,4	

Числовые значения поправки $\Delta T(A)$ даны в предыдущей таблице. Здесь же приведены значения разности $UT1 - UTC = DUT1$, о коде передачи которой по радио см. выше. Величина $\Delta T(A)$ дает первое приближение к поправке ΔT за эфемеридное время, $\Delta T = ET - UT$. Отметим, что при необходимости отнесения положений Луны к системе фундаментального каталога FK4 следует до интерполирования лунной эфемериды, вычисленной на основе теории движения Луны $j = 2$, уменьшить величину $\Delta T(A)$ на 1^s,34.

Естервинтер и Коген в работе, связанной с выводом новых элементов орбит больших планет и Луны, определили экстраполированные значения разностей $ET0 - UT2$, $AT - UT$, $AT - ET$, которые приводятся на стр. 259:

Эпоха	ET ⁰ — UT ²	AT — UT	AT — ET	Эпоха	ET ⁰ — UT ²	AT — UT	AT — ET
1912,5	13 ^s ,0	18 ^s ,8	5 ^s ,8	1934,5	23 ^s ,6	26 ^s ,3	2 ^s ,7
1913,5	14,2	20,1	5,9	1935,5	23,6	26,1	2,5
1914,5	15,3	21,4	6,1	1936,5	23,5	26,0	2,4
1915,5	16,4	22,7	6,3	1937,5	23,6	26,0	2,4
1916,5	17,4	24,0	6,6	1938,5	23,8	26,2	2,4
1917,5	18,3	24,6	6,3	1939,5	24,0	26,3	2,3
1918,5	19,1	25,1	6,0	1940,5	24,3	26,6	2,3
1919,5	19,8	25,5	5,7	1941,5	24,7	26,9	2,2
1920,5	20,5	25,8	5,3	1942,5	25,2	27,3	2,1
1921,5	21,1	26,5	5,4	1943,5	25,6	27,7	2,1
1922,5	21,6	27,0	5,4	1944,5	26,1	28,2	2,1
1923,5	22,0	27,5	5,5	1945,5	26,6	28,6	2,0
1924,5	22,3	27,9	5,6	1946,5	27,1	29,0	1,9
1925,5	22,6	28,1	5,5	1947,5	27,6	29,4	1,8
1926,5	22,7	28,1	5,4	1948,5	28,2	29,8	1,6
1927,5	22,8	28,0	5,2	1949,5	28,9	30,1	1,2
1928,5	22,9	27,9	5,0	1950,5	29,4	30,3	0,9
1929,5	23,0	27,6	4,6	1951,5	29,7	30,6	0,9
1930,5	23,2	27,3	4,1	1952,5	30,3	30,8	0,5
1931,5	23,3	27,0	3,7	1953,5	31,0	30,9	-0,1
1932,5	23,5	26,7	3,2	1954,5	31,1	31,1	0,0
1933,5	23,6	26,5	2,9				

«Bulletin Horaire» и «Circulaires ВИН»

Остановимся несколько подробнее на содержании и назначении изданий МБВ.

В соответствии с уравнением (44) для i -й обсерватории, связанной с ВИН, имеем

$$(UT2)_i = (UT0)_i + (\Delta\lambda)_i + \Delta T_s, \quad (55)$$

где $(\Delta\lambda)_i$ определяется формулой (201) гл. III, а ΔT_s — формулой (45). Таким образом, необходимо знать коэффициенты формулы поправки за сезонные вариации ΔT_s и координаты истинного полюса. Величину поправки ΔT_s можно найти либо в первом выпуске «Bulletin Horaire» на данный год, либо в ежегодном «Circulaire ВИН» серии А.

Окончательные значения координат полюса публикуются после некоторой задержки. Организованная в рамках Бюро ВИН Срочная служба широты Rapid Latitude

Service, RLS) дает экстраполированные значения этих координат с удовлетворительной точностью. Координаты полюса, публикуемые ВИН после эпохи 1959, январь 1,0, отнесены к среднему полюсу эпохи и вычисляются по результатам наблюдений на широтных обсерваториях.

Все эти данные публикуются в «Circulaire» ежемесячной серии В/С, причем интерполированные значения даны с десятидневным интервалом на 0^h UT с задержкой на один месяц относительно даты публикации циркуляра, а экстраполированные значения — с упреждением на два месяца. Кроме того, циркуляры этой серии содержат также интерполированные и экстраполированные значения $(\Delta\lambda)_i$ для каждой обсерватории i , сотрудничающей с ВИН и указываемой под сокращенным (кодовым) названием; расшифровка этих сокращений дана в таблице 3 любого выпуска «Bulletin Horaire».

Ежемесячный «Circulaire» серии D публикует окончательные значения координат полюса x и y , отнесенные к среднему полюсу эпохи, с пятидневным интервалом на 30—60 дней с задержкой до одного месяца относительно даты публикации. В нем также даются значения разностей $UT_2 - UTC$, $UT_1 - UTC$, $A_3 - UTC$, $UTC - (UTC)_i$ в единицах $1 \cdot 10^{-1}$ мс без указания знака. Если табулированное значение меньше 5000, то поправка совпадает с этим значением; если табулированное значение больше 5000, то соответствующее значение поправки получается вычитанием из него $1^s,0000$ с соблюдением полученного знака. Все величины UTC , UT_1 , UT_2 относятся к «средней обсерватории».

Начиная с 1 января 1968 г. Бюро ВИН перешло на несколько измененную методику вычисления разностей между различными системами измерения времени (AT, UT) и значений координат мгновенного полюса Земли x , y . В частности, было принято новое начало системы отнесения положений мгновенного полюса — Международное условное начало, МУН (см. стр. 190). Кроме того, прекратилось издание бюллетеня «Bulletin Horaire» после выпуска J 24, содержащего данные на ноябрь — декабрь 1967 г. Этот бюллетень в известном смысле заменен в настоящее время ежемесячным циркуляром «Circulaire D» и годовыми отчетами МБВ «Annual Report» или «Rapport Annuel»

Бюллетень «Всемирное время» СССР

Значения разностей всемирного времени и всемирного координированного времени и атомного времени, измеряемых в системах Государственной службы времени и частоты СССР (ГСВЧ СССР), которые вычисляются на основе астрономических наблюдений, выполняемых службами времени СССР, Польши, Болгарии, Чехословакии, Югославии и ГДР, регулярно публикуются с 1975 г. в специальном бюллетене «Всемирное время», издаваемом Межведомственной комиссией единой службы времени при Госкомитете стандартов Совета министров СССР. Бюллетени серии «Е» содержат данные о всемирном времени UT1: разности $UT1(SU) - UTC(SU)$ и $UT1(SU) - AT(SU)$ в моменты передач радиосигналов и сводки результатов астрономических наблюдений всех указанных служб времени за три месяца. Здесь же публикуются значения координат x, y земного полюса в системе Международного условного начала (МУН, CIO) по данным Бюро ВИН. Всемирное время UT1 вычисляется новым методом, отличным от метода, принятого при вычислении «эталонного времени». Этот метод дает менее сглаженные значения, которые более детально отражают флуктуации угловой скорости суточного вращения Земли и изменения ориентации земной оси в пространстве (относительно астрономической системы отсчета α, δ). В этом же Бюллетене даны разности $UT1(SU) - UT1(VIN)$ и $UT1(SU) - UT1(BPJ)$, где символами SU и VIN обозначены шкалы времени, формируемые ГСВЧ СССР и МБВ, БПЖ (BPV) есть позывной радиостанции, связанной со службой времени обсерватории Зи-Ка-Вэй (Шанхай, КНР) и работающей на частоте 9351 кГц.

Система $UT1(SU)$ практически совпадает с системой $UT1(VIN)$: в 1974 г. среднее расхождение составило +0,8 мс.

ОСНОВНЫЕ ЭФЕМЕРИДЫ

We don't know what data the next generation of astronomers will want, but we do know that they will want them more accurately.

Ejnar Hertzsprung

К основным (фундаментальным) эфемеридам, публикуемым в астрономических ежегодниках, можно отнести эфемериды положений Солнца, Луны и больших планет, составляющие точную систему отсчета, с которой сравниваются наблюдения тел Солнечной системы.

Табличным аргументом основных эфемерид является эфемеридное время. В астрономической системе единиц в качестве единицы измерения времени выбраны эфемеридные сутки. Единицей массы является масса Солнца, единицей расстояния, или длины, является астрономическая единица (а. е.), определяемая как единица расстояния, при выражении через которую большой полуоси a эллиптической орбиты и при выборе эфемеридных суток в качестве единицы времени гауссова постоянная тяготения k в выражении третьего закона Кеплера $n^2 a^3 = k^2 (1 + m)$ равна точно 0,01720209895.

В основных эфемеридах даны видимые геоцентрические положения, т. е. положения, в которых Солнце, Луна и большие планеты были бы фактически видимы наблюдателем из центра Земли; они отнесены к системе координат, определенной истинными (мгновенными) положениями экватора, эклиптики и точки весеннего равноденствия, и включают поправку за планетную аберрацию.

Эфемериды, дающие значения прямоугольных координат, необходимые для теоретических целей, отнесены к соответствующим системам отсчета фиксированного равноденствия эпохи, совпадающей с началом определенного бесселева года, близкого к календарному году действия ежегодников, или со стандартной эпохой 1950,0 (1975,0).

В соответствии с решениями МАС («Transactions of the IAU», 7, 65, 1950) оскулирующие элементы больших внешних планет, а также прямоугольные координаты Солнца и всех больших планет даны на стандартные даты, т. е. даты, начало которых приходится на полночь, следующую за юлианским днем, номер которого кратен 10 (в соответствии с более ранними резолюциями МАС эпохи оскуляции совпадали с полночью, следующей за юлианским днем, номер которого делится на 40 или 400). В эфемериде Солнца, публикуемой в «Астрономическом Ежегоднике СССР», стандартные даты отмечены звездочкой *.

Основу эфемерид внутренних планет (Меркурия, Венеры, Марса) и Солнца, публикуемых в «Астрономическом Ежегоднике СССР» и ежегодниках Великобритании и США, составляют теории движения, построенные Ньюкомом; разложения, полученные Ньюкомом, опубликованы в изданиях «Astronomical Papers of the American Ephemeris» (Astr. Pap.):

Меркурий	Astr. Pap.,	Vol. VI,	Part II,	1895,
Венера		Vol. VI,	Part III,	1895,
Земля (Солнце)		Vol. VI,	Part I,	1895,
Марс		Vol. VI,	Part IV,	1898.

В эфемериде Марса учтены поправки к теории Ньюкома, определенные и введенные Россом; они опубликованы в Astr. Pap., Vol. IX, Part II, 1917.

Эфемериды пяти внешних планет — Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна, Плутона, — согласно рекомендациям МАС («Transactions IAU 8, 1952) основаны на прямоугольных координатах, полученных Эккертом, Брауэром и Клеменсом на Морской обсерватории США численным интегрированием дифференциальных уравнений движения внешних планет на интервале 1653—2060 гг. с шагом 40 суток; эти координаты и поправки к ним, учитывающие полное возмущающее влияние внутренних планет, опубликованы в Astr. Pap., Vol. XII, 1951, и Vol. XIII, Part V, 1954.

Французский ежегодник «Connaissance des Temps» публикует эфемериды Солнца и всех больших планет (кроме Плутона), основанные на теориях их движения, построенных Леверрье,

§ 1. Работы Лаверрье и Ньюкома

Гравитационная теория движений больших планет

Построение теории движения больших планет Солнечной системы в общем поле тяготения Солнца и планет, описываемом законом всемирного тяготения в форме Ньютона, сводится к задаче определения поступательного движения больших планет, рассматриваемых как материальные точки, по гелиоцентрическим орбитам на основе решения дифференциальных уравнений возмущенного движения вида

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -k^2(1+m) \frac{x}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial x}, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -k^2(1+m) \frac{y}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial y}, \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -k^2(1+m) \frac{z}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где возмущающая, или пертурбационная функция R ,

$$R = \sum_i k^2 m_i \left(\frac{1}{r_{m, m_i}} - \frac{xx_i + yy_i + zz_i}{r_i^3} \right), \quad (2)$$

характеризует возмущающее влияние планет с массами m_i на движение планеты с массой m . Такое решение дает координаты планет в виде функций начальных условий — параметров движения, или элементов орбиты, а также некоторых астрономических параметров, в частности, принятых значений масс планет m_i , и времени.

Так как массы больших планет m_i очень малы в сравнении с массой Солнца ($=1$), то при применении метода вариации произвольных постоянных построение гравитационной теории движения планет состоит в вычислении возмущений в эллиптических (кеплеровых) движениях планет. Для этого можно воспользоваться системой дифференциальных уравнений Лагранжа — Гаусса, опре-

деляющей изменения оскулирующих элементов орбит:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial l_0}, \\
 \frac{de}{dt} &= -\frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial \pi} - \sqrt{1-e^2} \frac{1-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial l_0}, \\
 \frac{di}{dt} &= \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} - \\
 &\quad - \frac{\operatorname{tg} \frac{i}{2}}{na^2\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{\partial R}{\partial \pi} + \frac{\partial R}{\partial l_0} \right), \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \\
 \frac{d\pi}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} + \frac{\operatorname{tg} \frac{i}{2}}{na^2\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i}, \\
 \frac{dl_0}{dt} &= -\frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} + \sqrt{1-e^2} \frac{1-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} + \\
 &\quad + \frac{\operatorname{tg} \frac{i}{2}}{na^2\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i}.
 \end{aligned} \right\} (3)$$

После подстановки выражений прямоугольных координат $x, y, z; x_i, y_i, z_i$ в функции оскулирующих элементов пертурбационная функция R может быть представлена как сумма членов, равных произведению каждой возмущающей массы m_i на функцию времени t и двенадцати оскулирующих элементов орбит планет m и m_i .

Рассматриваемые дифференциальные уравнения (3) особенно удобны для вычисления разложений оскулирующих элементов орбиты каждой планеты по степеням масс. Чтобы получить члены этих разложений первого порядка относительно масс, достаточно считать все оскулирующие элементы, входящие в правые части этих уравнений, постоянными, и интегрировать полученные таким образом функции времени.

Кроме того, поскольку оскулирующие эксцентриситеты и наклоны орбит больших планет малы, можно разложить возмущающую функцию R в ряды по степеням эксцентриситетов e, e_i и величин $\operatorname{tg} \frac{i}{2}, \operatorname{tg} \frac{i_i}{2}$. Таким образом, можно

получить разложение возмущающей функции R в виде

$$R = \sum k^2 m' \sum \varphi(a, a') e^{N_1} e^{N'_1} \operatorname{tg}^{N_2} \frac{i}{2} \operatorname{tg}^{N'_2} \frac{i'}{2} \cos A, \quad (4)$$

где аргумент A имеет следующее выражение:

$$A = N(nt + l_0) + N'(n't + l'_0) + N_3\Omega + N'_3\Omega' + \\ + N_4\pi + N'_4\pi',$$

$\varphi(a, a')$ означает однородную функцию степени -1 от больших полуосей орбит a, a' планет с массами m, m' ; N_1, N'_1, N_2, N'_2 — целые неотрицательные числа; $N, N', N_3, N'_3, N_4, N'_4$ — целые положительные или отрицательные числа или нули.

Частные производные $\frac{\partial R}{\partial t}, \frac{\partial R}{\partial i}, \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \frac{\partial R}{\partial \pi}, \frac{\partial R}{\partial l_0}$ представляются разложениями в ряды того же вида, что и функция R , за исключением того, что вместо $\cos A$ в $\frac{\partial R}{\partial \Omega}, \frac{\partial R}{\partial \pi}, \frac{\partial R}{\partial l_0}$ входит $\sin A$. Поэтому после подстановки этих разложений в уравнения Лагранжа для $\frac{da}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{di}{dt}, \frac{d\Omega}{dt}, \frac{d\pi}{dt}$ разложения правых частей состоят из членов двух видов: одни содержат время t под знаком \cos или \sin , если множители $Nn + N'n'$ отличны от нуля — это периодические члены, дающие после интегрирования периодические возмущения первого порядка; их амплитуда, как правило, невелика, за исключением тех случаев, когда делитель $Nn + N'n'$, появляющийся после интегрирования, мал, и следовательно, отношение средних движений n/n' близко к простой дроби. В этом случае вычисленное периодическое неравенство и соответствующее периодическое неравенство, полученное из наблюдений, могут быть использованы для определения возмущающей массы m' .

Члены второго рода не содержат времени в явном виде, так как коэффициент $Nn + N'n' = 0$, причем либо N и N' одновременно равны нулю, либо отношение n/n' равно простой дроби. Интегрирование каждого из таких членов дает линейную функцию времени, достигающую с ростом времени сколь угодно больших абсолютных значений. Эти возмущения оскулирующих элементов называются вековыми неравенствами первого порядка. Их сравнение с наблюдениями играет важную роль.

Мы еще не рассматривали уравнения относительно $\frac{dl_0}{dt}$, так как в правую часть его входит частная производная $\frac{\partial R}{\partial a}$, которая в силу выражения третьего закона Кеплера $n^2 a^3 = k^2 (1 + m)$ может быть представлена в виде суммы ряда по косинусам и произведения времени t на ряд по синусам.

Чтобы получить шестое уравнение, в котором, как и в первых пяти, t не выходит за знаки \cos и \sin , достаточно вместо средней долготы в эпоху l_0 рассмотреть среднюю долготу $l = l_0 + nt$ и заменить $\frac{dl_0}{dt}$ уравнением

$$\frac{dl}{dt} = n + t \frac{dn}{dt} + \frac{dl_0}{dt}.$$

Действительно, в производной $\frac{dl_0}{dt}$ можно образовать ряд, в членах которого при дифференцировании по аргументу время t выйдет за знак \cos ; для этого в каждом члене разложения возмущающей функции R достаточно заменить $\cos A$ произведением $\frac{2}{na} \sin A \cdot Nt \frac{dn}{da}$. Можно также образовать произведение $t \frac{dn}{dt}$, равное

$$t \frac{dn}{dt} = t \frac{dn}{da} \frac{da}{dt} = t \frac{dn}{da} \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial l_0},$$

заменяя $\cos A$ произведением $-t \frac{dn}{da} \frac{2}{na} N \sin A$ в разложении R . Тогда, очевидно, мы получим

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} = n - \frac{2}{na} \left(\frac{\partial R}{\partial a} \right) + \sqrt{1 - e^2} \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} + \\ + \frac{\operatorname{tg} \frac{i}{2}}{na^2 \sqrt{1 - e^2}} \frac{\partial R}{\partial i}, \end{aligned}$$

где $\left(\frac{\partial R}{\partial a} \right)$ означает, что при вычислении этой производной a является переменным только в коэффициентах при \cos в разложении возмущающей функции R , а не в аргументах A .

Работы Леверрье

Гравитационная теория движения шести больших планет была построена в 1804 г. Лапласом на основе согласованной системы астрономических постоянных и использовалась для построения таблиц движения различными астрономами.

Леверрье предпринял построение теории планетных движений к началу 1850 г., ставя себе целью создать таблицы, дающие в функции времени положения Солнца и семи больших планет относительно Земли. Он принял числовые значения оскулирующих элементов в начальную эпоху: средний Парижский полдень 1 января 1850 г., а также значения масс Солнца, Меркурия, Венеры, системы Земля + Луна, Марса, Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна $m, m', m'', m''', m^{(IV)}, m^{(V)}, m^{(VI)}, m^{(VII)}$, которые в эту эпоху могли считаться наиболее точными. Леверрье наряду с ними вводит еще поправки (в единицах соответствующих масс) $\nu, \nu', \nu'', \dots, \nu^{(VII)}$, подлежащие определению, так что в вычислениях фигурировали значения масс в виде

$$m(1 + \nu), \quad m'(1 + \nu'), \quad \dots, \quad m^{(VII)}(1 + \nu^{(VII)}).$$

Леверрье вычислил вековые возмущения первого порядка, соответствующие исходным значениям элементов орбит, масс и относительным поправкам $\nu, \nu', \dots, \nu^{(VII)}$ к значениям масс, в виде произведений времени t на линейные функции от неопределенных неизвестных ν, ν', \dots с числовыми коэффициентами и сравнил эти вычисленные возмущения с вековыми возмущениями, определенными из наблюдений. Решение соответствующих условных уравнений дало поправки к элементам орбит и массам планет, обеспечившие наилучшее согласие между теорией и наблюдениями. Наконец, исходя из исправленных и уточненных значений параметров, Леверрье построил свои знаменитые теории планетных движений, воплощенные в таблицах положений Солнца и больших планет.

Ниже приведены исходные обратные значения масс планет (до уточнения; см. Ann. Obs. Paris VI, 1861), принятые Леверрье:

Меркурий	3 000 000	(6 000 000)
Венера	401 847	(408 000)
Земля	354 936	(329 390)
Марс	2 680 337	(3 093 500)
Юпитер	1050	(1047,355)
Сатурн	3512	(3501,6)
Уран	24 000	(22 869)
Нептун	14 400	(19 314)

В скобках для сравнения указаны обратные значения масс планет, принятые Ньюкомом.

Теория Земли

Сначала Леверрье исследовал движение Земли по наблюдениям видимого движения Солнца. Кроме шести элементов орбиты Земли и поправок к ним в начальную эпоху и кроме относительных поправок к массам ν , ν' , . . . Леверрье ввел еще величины, зависящие от способа наблюдений, а также угол наклона плоскости земного экватора к плоскости эклиптики.

Положение плоскости эклиптики как плоскости гелиоцентрического движения центра масс системы Земля — Луна изменяется со временем под влиянием возмущений от планет; это изменение можно найти, решая дифференциальные уравнения относительно $\frac{di}{dt}$ и $\frac{d\Omega}{dt}$. Поскольку за основную плоскость отсчета в начальную эпоху принята плоскость эклиптики и наклоны i малы, а правые части уравнений относительно $\frac{di}{dt}$ и $\frac{d\Omega}{dt}$ содержат в знаменателе $\sin i$, то вместо переменных i , Ω введены новые переменные (переменные Лагранжа) p , q , связанные со старыми соотношениями

$$p = \operatorname{tg} i \sin \Omega, \quad q = \operatorname{tg} i \cos \Omega.$$

Положение земного экватора определяется мгновенным положением оси вращения Земли; можно считать, что эта ось в основном сохраняет свое положение в теле Земли, однако, ее положение в пространстве относительно звезд меняется из-за возмущающего действия Луны и Солнца на вращающуюся Землю в связи с несферичностью ее формы, т. е. земная ось прецессирует в пространстве в сочетании с нутационными колебательными движениями.

С точностью до членов высших порядков относительно t Леверрье получил выражение для взаимного наклона плоскостей экватора и эклиптики вида

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - (0'',47566 + 0'',0053v + 0'',2888v' + 0'',0083v'' + 0'',1601v^{(IV)} + 0'',0131v^{(V)}) t + \varphi(t), \quad (5)$$

где t есть промежуток времени, отсчитанный от начальной эпохи в юлианских годах, ε_0 — наклон эклиптики к экватору в начальную эпоху, $\varphi(t)$ — сумма периодических членов, совокупность которых называется нутацией в наклоне; при $\varphi(t) \equiv 0$ соотношение (5) определяет средний наклон эклиптики к экватору в эпоху t . Заметим, что в работах Леверрье наклон эклиптики обозначался символом ω .

Формула (5) не содержит поправок к массам Урана и Нептуна $v^{(VI)}$, $v^{(VII)}$, так как влияние их чрезвычайно мало; кроме того, можно было пренебречь и членами с $v^{(IV)}$, $v^{(V)}$, так как массы Юпитера и Сатурна достаточно надежно определены по движениям их спутников.

Рассмотрев около 9000 наблюдений Солнца, выполненных на обсерваториях в Гринвиче, Париже и Кенигсберге с 1750 по 1850 годы, Леверрье вывел эмпирическую формулу, представляющую средний наклон эклиптики на этом интервале:

$$\varepsilon_{\text{сред}} = 23^\circ 27' 31'',83 - 0'',4576t. \quad (6)$$

Сравнив оба соотношения, (5) и (6), Леверрье определил наклон эклиптики к экватору в начальную эпоху $\varepsilon_0 = 23^\circ 27' 31'',83$ и получил условное уравнение

$$0'',53v + 28'',88v' + 0'',83v'' + 1'',81 = 0. \quad (7)$$

Теория Меркурия

Построив теорию движения Земли, Леверрье приступил к изучению движения Меркурия. Он вычислил вековые возмущения элементов орбиты Меркурия, получив, в частности, вековое увеличение долготы перигелия его орбиты приблизительно на $527''$, которое складывается из следующих величин, обусловленных возмущениями от планет, а именно:

от Венеры	280",64	от Сатурна	7",24
Земли	83,61	Урана	0,14
Марса	2,55	Нептуна	0,06,
Юпитера	152,59		

что точно дает 526",83. Поэтому уравнение для $\frac{d\pi}{dt}$, дающее вековое изменение долготы перигелия орбиты Меркурия, отсчитываемой по эклиптике от равноденствия начальной эпохи, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\pi}{dt} = & 5",2683 + 2",8064v' + 0",8361v'' + 0",0255v''' + \\ & + 1",5259v^{(IV)} + 0",0724v^{(V)} + 0",0014v^{(VI)} + 0",0006v^{(VII)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Леве́рье получил также уравнение для векового изменения эксцентриситета e орбиты Меркурия в виде

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} = & (0",04195 + 0",02823v' + 0",01062v'' - 0",00062v''' + \\ & + 0",00319v^{(IV)} + 0",00053v^{(V)})t. \end{aligned} \quad (9)$$

Могут быть два вида наблюдений внутренних планет — Меркурия и Венеры — наблюдения их прохождения через меридиан места наблюдения (меридианные наблюдения) и наблюдения прохождения по диску Солнца. Леве́рье рассмотрел наблюдения прохождений Меркурия по диску Солнца за 1661—1848 годы и определил моменты внутренних контактов в начале и в конце каждого прохождения. В уравнения, дающие моменты времени внутренних контактов, он ввел поправки, имеющие смысл разностей между вычисленными и наблюденными моментами этих контактов, и определил поправки к гелиоцентрическим долготам Меркурия в моменты наблюдений. Леве́рье получил для восьми ноябрьских прохождений поправки к долготе, сохранявшие малые значения, тогда как поправки, определенные по пяти майским прохождениям, имели большие значения и обнаружили тенденцию к возрастанию. Чтобы достичь согласия между теорией и наблюдениями и обратить в нуль найденные поправки к долготе, Леве́рье ввел поправки к оскулирующим элементам орбит и к их производным по времени в начальную эпоху, причем в силу уравнений (8) и (9) поправки к этим производным равносильны поправкам v' , v'' , . . . к массам планет.

В окрестности узлов орбиты истинная гелиоцентрическая долгота λ планеты с определенной степенью точности может быть представлена в виде суммы средней долготы l и уравнения центра, как если бы планета двигалась в плоскости эклиптики; таким образом, можно считать

$$\lambda = f(l, \pi, e) = f(l_0 + nt, \pi, e).$$

Отсюда имеем

$$\delta\lambda = \frac{\partial f}{\partial l} (t\delta n + \delta l_0) + \frac{\partial f}{\partial \pi} \left(\delta\pi + t\delta \frac{d\pi}{dt} \right) + \frac{\partial f}{\partial e} \left(\delta e + t\delta \frac{de}{dt} \right). \quad (10)$$

В уравнении (10) частные производные вычисляются для значений l , π , e , близких к значениям, принимаемым этими величинами в момент прохождения по диску Солнца и, следовательно, сохраняют почти одинаковые значения при всех ноябрьских и всех майских прохождениях. Поэтому поправку истинной гелиоцентрической долготы $\delta\lambda$ можно представить линейными функциями времени t

$$\delta\lambda = A + Bt \quad (11)$$

для ноябрьских прохождений и

$$\delta\lambda = A' + B't \quad (11')$$

для майских прохождений.

Леве́рье определил коэффициенты A , B , A' , B' по наблюдениям прохождений так, чтобы наилучшим образом представить наблюденные поправки к долготе. Имея окончательно два линейных алгебраических уравнения с численными коэффициентами относительно δl_0 , $\delta\pi$, δe и два линейных алгебраических уравнения с численными коэффициентами относительно δn , $\delta \frac{d\pi}{dt}$, $\delta \frac{de}{dt}$, можно исключить из последних двух уравнений δn , получая уравнение вида

$$\delta \frac{d\pi}{dt} + 2''72\delta \frac{de}{dt} = 0''392. \quad (12)$$

Леве́рье провел анализ 300 меридианных наблюдений, выполненных на Парижской обсерватории с 1801 по 1828 и с 1836 по 1842 годы, с целью определения поправки

δλ к долготе Меркурия. Рассмотрение этих наблюдений на основе полученных условных уравнений дало относительно большое отрицательное значение поправки $\delta \frac{de}{dt}$ и, следовательно, в соответствии с уравнением (12) положительное значение поправки $\delta \frac{d\pi}{dt}$, превышающее правую часть этого уравнения, равную $0'',392$. Однако Леверрье, считая рассмотренные меридианные наблюдения несогласованными между собой, вообще выразил недоверие меридианным наблюдениям, которое впоследствии не оправдалось.

Проведя более точные вычисления, Леверрье уменьшил правую часть уравнения (12) на $0'',009$ и при построении таблиц движения Меркурия прибавил к долготе перигелия эмпирическую поправку, равную $0'',383$ в юлианский год.

Если выразить поправки $\delta \frac{d\pi}{dt}$, $\delta \frac{de}{dt}$ через относительные поправки к массам возмущающих планет, пренебрегая влиянием всех планет, кроме Венеры и Земли, то последнее соотношение примет вид

$$288v' + 87v'' = 38,3.$$

Можно было бы попытаться удовлетворить этому условию, увеличивая массы Земли и Венеры; для этого было бы необходимо увеличить массу Венеры по меньшей мере на $1/10$ ее исходного значения, однако, такое увеличение невозможно: Леверрье при изучении наклона эклиптики в теории движения Земли получил соотношение (7), определяющее массу Венеры; если в него ввести поправку к массе Марса, а именно, положить $v'' = -0,105$, то это соотношение примет вид (после умножения коэффициентов на 10)

$$5,3v + 288,8v' + 17,2 = 0.$$

Исключая v' из этих двух соотношений, мы получим, очевидно, противоречивое соотношение между неопределенными величинами v , v'' , т. е. попытка увеличения массы Венеры с целью объяснения поправки $\delta \frac{d\pi}{dt}$ за наблюдаемое смещение перигелия Меркурия портит теорию движения Земли.

Таким образом, Леверрье доказал невозможность представления наблюдений прохождения Меркурия по диску Солнца на основе ньютоновой динамики любой системой оскулирующих элементов и масс известных ему планет; он пришел к выводу о том, что наблюдаемая долгота перигелия орбиты Меркурия отличается от долготы перигелия, вычисленной согласно ньютоновой теории движения больших планет, на величину, соответствующую смещению в $38''$ в столетие. Для объяснения этого расхождения Леверрье исследовал гипотезу существования интрамеркуриальной планеты, возмущающей движение Меркурия (*Ann. de l'Obs. Paris, t. V, 1859*), но решения, согласующегося с наблюдениями, не получил.

Теории движения Венеры и Марса

При построении теорий движения Венеры и Марса (*Ann. de l'Obs. Paris, t. VI, 1861*) Леверрье принял предварительные, т. е. без поправок v , v' , . . . значения масс Меркурия, Венеры и Земли и исправленное значение массы Марса. Сравнивая свою теорию с наблюдениями Венеры, в том числе с наблюдениями двух прохождений Венеры по диску Солнца в 1761 и 1769 годах, после исключения поправок к элементам орбиты Леверрье нашел ряд соотношений между тремя неопределенными величинами v , v' , v'' , т. е. поправками к массам Меркурия, Венеры и Земли. Рассматривая эти условные уравнения вместе с аналогичным соотношением, полученным при рассмотрении наклона эклиптики, он получил значения этих масс, наилучшим образом приводящие теории движения Венеры и Земли к согласию с наблюдениями. Однако значение поправки к массе Земли, соответствующее $v'' = 0,09$, вызвало у Леверрье некоторые сомнения.

В теории движения Марса, как и в теории Меркурия, обнаружилось расхождение с наблюдениями; для представления этих наблюдений Леверрье ввел в долготу перигелия вековое смещение в $25'',15$ в столетие и в выражение эксцентриситета $1'',13$ в столетие. Впоследствии при фактически принятых значениях планетных масс величина этого смещения перигелия орбиты Марса уменьшилась до $7''$ в столетие. Леверрье, конечно, видел, что, уменьшив массу Земли, как он поступил в случае теории

движения Венеры, можно было бы уменьшить это вековое смещение перигелия орбиты Марса, однако, он этого не сделал, так как питал слишком большое доверие к величине параллакса Солнца, полученной Энке с четырьмя десятичными знаками и связанной с массой Земли соотношением $\pi_{\odot} = 609'',52 \sqrt[3]{m''}$. Позже Ньюком, считая m'' общей массой Земли и Луны, нашел числовой коэффициент равным $607'',05$.

Теории движения Юпитера и Сатурна

Из-за сильных взаимных возмущений теории движения Юпитера и Сатурна более сложны, чем теории движения внутренних планет. Это обусловлено их большими массами, с одной стороны, и близким к соизмеримости 5/2 отношением их средних суточных движений, с другой: если вычесть удвоенный сидерический период обращения Сатурна, равный 29 юлианским годам и 166,98 средних суток, из умноженного на пять сидерического периода обращения Юпитера, равного 11 годам 314,839 суток, то разность, равная 144,485 суток, составит величину порядка 1/50 по отношению к сидерическим периодам обращения обеих планет. Поэтому при вычислении возмущений Леверрье не мог ограничиваться членами первого порядка относительно масс, как это было сделано в случае четырех внутренних планет (Ann. de l'Obs. Paris, t. X, 1874; tt. XI et XII, 1876).

Леверрье добился удовлетворительного согласия между теорией Юпитера, построенной на основании разложения возмущающей функции до членов 3—4 порядка относительно масс, и наблюдениями, сделанными в 1750—1868 гг. в Гринвиче и Париже; отклонения между вычисленными и наблюденными значениями гелиоцентрических долгот Юпитера в редких случаях превышали 1". Однако Леверрье пришлось уменьшить принятое вначале значение массы Сатурна до величины 1/3539,6. В дальнейшем это значение было увеличено.

Американский астроном Дж. Хилл также построил таблицы движения Юпитера и Сатурна, приняв для массы Сатурна значение 1/3501,6, полученное Бесселем (Astr. Pap., vol. VII, 1895). Его теория движения Юпитера и Сатурна давала аналогичные расхождения между тео-

рий Юпитера и наблюдениями (*Astr. Pap.*, vol. IV, 1890).

С течением времени расхождения между теорией движения Юпитера, построенной Леверрье, и новыми наблюдениями увеличились. Поэтому Гайо предпринял уточнение теорий Леверрье (*Ann. de l'Obs. Paris*, t. XXXI, 1913). Он довел расхождения между теорией и наблюдениями до величин порядка ошибок наблюдений и при этом получил соответствующее значение массы Сатурна, равное $1/3499,8$.

В движении Сатурна возмущающее действие Юпитера весьма значительно и может достигать $0,004$ величины основного притяжения со стороны Солнца. Леверрье вычислил сначала возмущения в движении Сатурна, основываясь на разложении возмущающей функции, из которого были исключены некоторые члены, пренебрежимо малые в отдельности, но сумма которых обязательно мала. В дальнейшем для улучшения согласия теории с наблюдениями Леверрье применил метод интерполирования: для 32 положений Юпитера и 16 положений Сатурна, соответствующих значениям средних долгот, возрастающим в арифметической прогрессии, он в первом приближении вычислил возмущения элементов орбит Юпитера и Сатурна в этих 512 относительных положениях, а затем с помощью интерполяционных формул и дифференциальных уравнений, аналогичных уравнениям Лагранжа, определил производные от элементов орбит по времени в виде функций времени. Интегрированием этих уравнений были определены сами элементы орбит. Однако и теперь расхождения между теорией движения Сатурна, построенной Леверрье, и наблюдениями достигали в гелиоцентрической долготе $5''$ и даже доходили до $9''$ в случае старых наблюдений.

Сравнение теории движения Сатурна, созданной Хиллом, с наблюдениями оказалось более удовлетворительным. Из 12 условных уравнений, образованных при построении теории Сатурна (*Astr. Pap.*, vol. IV, 1890) и полученных на интервале в 130 лет, только одно соответствует остаточной разности, превышающей $1''$ по долготе. В последующем Хилл сравнил свои таблицы (*Astr. Journ.*, vol. XXIV, 1905) с гринвичскими наблюдениями, произведенными в 1889—1900 гг.; среди остаточных раз-

ностей по прямому восхождению, полученных за эти 12 лет, остаточные разности, относящиеся к последним восьми годам, отрицательны, но не превышают $0'',075$ по абсолютной величине; остаточные разности по склонению Сатурна для 10 годов этого интервала положительны, и наибольшая из них достигает величины в $1'',19$. Хилл принял следующие значения масс Юпитера и Урана: $1/1047,879$ и $1/22640$.

Гайо пересмотрел и дополнил теорию движения Сатурна, построенную Леверрье, систематически применяя метод интерполирования и вычисляя все члены, по меньшей мере, до третьего порядка.

На интервале 1750—1890 гг. Гайо рассмотрел 60 условных уравнений, составленных по остаточным разностям в долготе, которые не превышают $3''$, и заметил систематический ход в изменении этих остаточных разностей, который можно было устранить добавлением к вычисленной долготе перигелия орбиты Сатурна векового смещения в $70''$ в столетие. В дальнейшем Гайо нашел, что вековой коэффициент в производной $\frac{d\pi}{dt}$ долготы перигелия орбиты Сатурна, отсчитываемой от среднего равноденствия эпохи 1850,0, равен $20'',23597$. В полной публикации теории движения Сатурна Гайо представил наблюдения с 1750 по 1900 гг. с остаточными разностями по долготе, не превышающими $2''$ (только в одном условном уравнении из 60 остаточная разность оказалась несколько больше $2''$). Он ввел в свои таблицы выражение для $\frac{d\pi}{dt}$ в виде вычисленного значения $20'', 22934$ с двумя поправочными членами с t и t^2 .

Средние движения Урана и Нептуна также близки к соизмеримости: период обращения Нептуна, равный 164 годам 280,3 суток, почти равен удвоенному периоду обращения Урана, равному 84 годам 7,45 суток.

Работы Ньюкома

Ньюком создал теории движения Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Урана и Нептуна, воплощенные им в виде таблиц; эти теории и таблицы движения опубликованы вместе с предварительными работами в «Astronomical

Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac». Сводка основных результатов этих работ дана в книге «The elements of the four inner planets and the fundamental Constants of Astronomy». Для этой большой работы по построению новых теорий движения Ньюком располагал новыми рядами наблюдений, среди которых были наблюдения четырех прохождений Меркурия по диску Солнца и двух прохождений Венеры в 1874 и 1882 годах. Всего в распоряжении Ньюкома было свыше 40 000 наблюдений Солнца, 5400 наблюдений Меркурия, 12 000 наблюдений Венеры, 4000 наблюдений Марса, выполненных на обсерваториях мира с 1750 по 1892 годы.

Ньюком создавал свои таблицы на основе единой системы масс планет, тогда как Леверрье при переходе от теории движения одной планеты к теории другой изменял значения масс некоторых планет в соответствии с поправками $v^{(i)}$, приводившими к наилучшему согласию теории с наблюдениями. Кроме того, в то время как Леверрье определял поправки $v^{(i)}$ только по вековым возмущениям больших планет, Ньюком определял массы планет независимо от рассмотрения вековых возмущений.

Масса Юпитера была выведена Ньюкомом по шести довольно хорошо согласующимся между собою значениям, определенным по наблюдениям спутников Юпитера, возмущениям движения Сатурна от Юпитера, возмущениям движения комет Фэе и Виннеке и движения малых планет Фемиды и Полигимнии; эти значения заключены в интервале $1/1047,82 \div 1/1047,17$. Ньюком получил значение массы Юпитера, равное $1/1047,35$, как среднее взвешенное этих величин, придав наибольший вес значению массы Юпитера, определенному по наблюдениям Полигимнии, обладающей почти соизмеримым средним движением и тесными сближениями с Юпитером.

После работ Леверрье А. Холл, открывший в 1877 г. спутники Марса, определил массу Марса по движению этих спутников, найдя ее равной $1/3\ 093\ 500$. Это значение было принято Ньюкомом в его теории как согласующееся с различными поправками к массе Марса, указанными в работах Леверрье.

Масса системы Земля + Луна связана с параллаксом Солнца. Рассмотрев семь значений параллакса Солнца,

определенных различными способами, Ньюком нашел различные средневзвешенные значения параллакса Солнца:

$$\pi_{\odot} = 8'',802 \pm 0'',005,$$

соответствующее значению массы системы Земля + Луна, равному 1 : 328 042 и

$$\pi_{\odot} = 8'',790,$$

соответствующее значению этой массы 1 : 329 390 (величина 1 : 323 432 — масса Земли). Это последнее значение параллакса Солнца и значения масс Земли и системы Земля + Луна были приняты Ньюкомом при построении его таблиц «Tables of the Sun».

Сравнение теории движения Солнца Левверрье и Ньюкома

При построении астрономической системы измерений времени за определяющий параметр принимают среднюю долготу Солнца. Введение динамической шкалы времени, известной под названием системы эфемеридного времени, основано на теории геоцентрического движения Солнца, созданной Ньюкомом. Таким образом, аргумент теории движения Солнца, построенной Левверрье, не является ни эфемеридным, ни всемирным временем в том смысле, который в настоящее время вкладывается в это понятие.

Система эфемеридного времени ЕТ зависит от выбора постоянных интегрирования L_0 и n , входящих в выражение средней долготы Солнца $L = L_0 + nT$, где T выражается в системе ЕТ. Для выражения долготы Солнца в теории Левверрье в той же системе ЕТ, казалось бы, достаточно подставить вместо соотношения для L , принятого Левверрье, соотношение Ньюкома; однако, определение постоянных L_0 и n зависит от остальных постоянных интегрирования, а потому такое изменение средней долготы L повлекло бы за собой необходимость модификации и других элементов солнечной геоцентрической орбиты. Возможность такой модификации была изучена Ж.-Л. Санье. Так как определение эфемеридного времени по наблюдениям Солнца связано с истинной долготой Солнца, а не только со средней долготой, то следует сравнивать

полные выражения средней долготы, включая и нелинейные члены, а также числовые значения астрономических постоянных, входящих в обе теории.

Если через V_1 и V_2 обозначить значения, принятые предварительно и окончательно в работах Леверрье, и через N — принятые в работах Ньюкома, то сопоставление обратных значений масс дает такую картину:

	V_1	V_2	N
Меркурий	3 000 000		6 000 000
Венера	401 847	400 246	408 000
Земля + Луна	354 936		329 390
Марс	2 680 337	2 994 790	3 093 500
Юпитер	1 050		1 047,35
Сатурн	3 512		3 501,6
Уран	24 000		22 756
Нептун	14 000		19 540

Таким образом, коэффициенты перевода неравенств, зависящих от планетных масс, равны

	$\frac{V_2^{-1}}{V_1^{-1}}$	$\frac{N^{-1}}{V_1^{-1}}$	$\frac{N^{-1}}{V_2^{-1}}$
Меркурий	1,000	0,50000	
Венера	1,004	0,98492	0,98100
Марс	0,895	0,86644	0,96809
Юпитер	1,000	1,00253	
Сатурн	1,000	1,00297	
Уран	1,000	1,05467	
Нептун	1,000	0,73695	

Постоянная тяготения k , принятая Леверрье, равна 0,01720209900, тогда как в работах Ньюкома принято гауссово значение $k = 0,01720209895$.

Начальная эпоха, выбранная Леверрье, совпадает с моментом среднего полудня 1 января 1850 г. на меридиане Парижской обсерватории; эпоха работ Ньюкома лежит на временной оси на 18261,006492 средних суток позже (49,995 910 988 юлианских лет по 365,25 средних суток).

Выражения средней долготы Солнца (с учетом абберации)

Леверрье:

$$279^{\circ}41'28",25 + (36000^{\circ} + 2768",95) T + 1",1073 T^2,$$

Ньюком:

$$279^{\circ}41'27",54 + (36000^{\circ} + 2768",13) T + 1",089 T^2$$

Средняя долгота перигея орбиты
Солнца:

Леверье:

$$281^{\circ}12'46'',68 + 6171'',77 T + 1'',823 T^2,$$

Ньюком:

$$281^{\circ}12'54'',5 + 6189'',03 T + 1'',63 T^2 + 0'',012 T^3.$$

Эксцентриситет.

Леверье: $0,016749 - 0,00004258 T - 0,000\ 000\ 137 T^2$
или $3454'',894 - 8'',7828 T - 0'',02826 T^2,$

Ньюком: $0,01675104 - 0,00004180 T - 0,000\ 000\ 126 T^2$
или $3455'',150 - 8'',621 T - 0'',0260 T^2.$

Постоянная аберации.

Леверье: $20'',443,$

Ньюком: $20'',501.$

Постоянная нутации.

Леверье: $9'',23,$

Ньюком: $9'',214.$

Наклон эклиптики к экватору

Леверье:

значение, выведенное из наблюдений, для эпохи 1850,0

$$\epsilon_{1850} = 23^{\circ}27'31'',83,$$

$$23^{\circ}27'08'',95 - 45'',76 T,$$

теоретическое выражение

$$\epsilon = \epsilon_{1850} - 23'',787 - 47'',581 T - 0'',0149 T^2,$$

Ньюком:

$$\epsilon = 23^{\circ}27'08'',26 - 46'',843 T - 0'',0059 T^2 + 0'',000181 T^3.$$

Прецессия.

Прецессия по долготе

Леверье: $5024'',7009 T + 1'',1289 T^2,$

Ньюком: $5025'',534 T + 1'',1115 T^2 + 0'',00010 T^3.$

Долгота восходящего узла средней эклиптики эпохи T
на эклиптике эпохи 1900,0

Леверье: $173^{\circ}24'00'',2 - 868'',4 T,$

Ньюком: $173^{\circ}57'03'' - 869'',4 T + 0'',03 T^2.$

Взаимный наклон плоскостей эклиптики эпох T и
1900,0

Леверье: $47'',8967 T - 0'',0323 T^2,$

Ньюком: $47'',106 T - 0'',0337 T^2 + 0'',00005 T^3$.

Отношение масс Земли и Луны.

Леверрье: 81,84,

Ньюком: 81,45.

Параллакс Солнца.

Леверрье: $8'',95$,

Ньюком: $8'',790$

Коэффициент лунного неравенства

Леверрье: $6'',50$,

Ньюком: $6'',42$.

Главный аргумент лунного неравенства

Леверрье: $350^\circ,736 + 445267^\circ,1095 T$,

Ньюком: $350^\circ,749 + 445267^\circ,1145 T$.

Разность линейных частей выражений Леверрье и Ньюкома для средней долготы Солнца, равная $0'',71 + 0'',82 T$, соответствует разности между динамической шкалой времени, определяемой теорией Леверрье, и системой ET

$$T' - T = -17^s,3 - 20^s,0T.$$

Санье провел полное численное сравнение обеих теорий движения Солнца и доказал определенную некорректность задачи о приведении теории Леверрье в соответствие с теорией Ньюкома в указанном ранее смысле.

Работа Санье наглядно демонстрирует зависимость астрономических методов измерения времени от теоретических основ, практических наблюдений и их анализа. Поэтому можно считать вполне оправданным решение эфемеридной комиссии МАС о публикации эфемерид тел Солнечной системы на основе двух теорий — Леверрье и Ньюкома.

§ 2. Теории движения четырех внутренних планет (Меркурия, Венеры, Земли, Марса) по Ньюкому

Tables of the Sun (Таблицы Солнца)

Все числовые значения астрономических постоянных (массы планет, элементы орбит и другие параметры), положенные в основу разложений теории движения Земли,

были выведены Ньюкомом в его книге «The elements of the four inner planets, etc.», причем в невозмущенную среднюю долготу Солнца L была введена поправка $-0'',33 + 0'',30 T$ (1850,0), компенсирующая изменение в членах долгого периода. За фундаментальную эпоху таблиц принят момент 1900, январь 0,12^h эфемеридного времени (JD 241 5020,0), и время, отсчитываемое от этой эпохи в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, обозначается через T .

Основные элементы движения Земли вокруг Солнца, или видимого движения Солнца вокруг Земли, определены следующими разложениями:

Средняя геометрическая долгота Солнца, свободная от абберации

$$L = 279^{\circ}41'48'',04 + 129602768'',13 T + 1'',089 T^2.$$

Среднее сидерическое движение Солнца за юлианский год

$$n = 1295977'',4320 - 0'',000403 T.$$

Долгота перигея солнечной орбиты, также освобожденная от абберации,

$$\pi = 281^{\circ}13'15'',0 + 6189'',03 T + 1'',63 T^2 + 0'',012 T^3.$$

Прямое восхождение фиктивного среднего Солнца, подверженное влиянию абберации, определенное так, чтобы равномерное движение в плоскости земного экватора соответствовало движению среднего Солнца по долготе (т. е. в эклиптике) в эпоху 1900,0

$$\tau = 18^{\text{h}}38^{\text{m}}45^{\text{s}},836 + 8640184^{\text{s}},542 T + 0^{\text{s}},0929 T^2.$$

Начало бесселева года, соответствующего календарному году 1900, совпадает с моментом

1900, январь 0,3135 эфемеридного времени,

когда прямое восхождение фиктивного среднего Солнца равно 280° ($18^{\text{h}}40^{\text{m}}$).

Средняя аномалия Солнца

$$g = 358^{\circ}28'33'',04 + 129596579'',10 T - 0'',54 T^2 - \\ - 0'',012 T^3.$$

Эксцентриситет орбиты Земли

$$e = 0,01675104 - 0,00004180 T - 0,000000126 T^2 = \\ = 3455'',150 - 8'',621 T - 0'',0260 T^2.$$

Наклон эклиптики к экватору

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 08'',26 - 46'',845 T - 0'',0059 T^2 + 0'',00181 T^3.$$

Средним движениям элементов, определенных приведенными выше разложениями, соответствуют следующие основные годовые периоды: тропический год

$$365^d,24219879 - 0^d,00000614 T;$$

аномалистический год

$$365^d,25964134 + 0^d,00000304 T;$$

сидерический год

$$365^d,25636042 + 0^d,00000011 T.$$

Разложение для эксцентриситета e позволяет получить следующие разложения для уравнения центра (разности между истинной аномалией Солнца v и его средней аномалией g) и десятичного логарифма радиуса-вектора r Солнца в эллиптической орбите.

Уравнение центра

$$(6910'',057 - 17'',240 T - 0'',052 T^2) \sin g + \\ + (72'',338 - 0'',361 T) \sin 2g + (1'',054 - 0'',001 T) \times \\ \times \sin 3g + 0'',018 \sin 4g.$$

Логарифм (десятичный) радиуса-вектора, включая член $\lg a$, значение которого дано ниже:

$$0,00003057 - 15 T + (-0,00727412 + 1814 T + 5 T^2) \times \\ \times \cos g + (-0,00009138 + 46 T) \cos 2g + (-0,00000145 + \\ + 1 T) \cos 3g - 0,00000002 \cos 4g.$$

В последнем выражении коэффициенты при T и T^2 выражены в единицах восьмого десятичного знака.

Принятое значение гауссовой постоянной тяготения k равно $3548'',18761 = 0,01720209895$.

Логарифм среднего расстояния между Землей и Солнцем, определяемый посредством выражения третьего зако-

на Кеплера

$$n^2 a^3 = k^2 (1 + m),$$

равен

$$0,000\ 000\ 013.$$

К этому значению необходимо прибавить следующие поправки в единицах девятого десятичного знака, учитывающие возмущения от планет:

возмущающее действие Венеры	+ 634
Марса	— 12
Юпитера	— 512
Сатурна	— 24
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
Σ	+ 86.

так что

$$\lg a = 0,000\ 000\ 10.$$

Прецессионное и нутационное движения должны описываться гравитационной теорией, основными элементами которой можно считать массы Солнца, Земли и Луны, механическое сжатие Земли и элементы геоцентрической орбиты Луны и гелиоцентрической орбиты центра масс системы Земля + Луна.

Если обозначить через C момент инерции земного сфероида относительно полярной оси, через A — момент инерции относительно экваториальной оси, то под механическим сжатием Земли будем понимать выражение

$$E = \frac{C - A}{C}.$$

Хотя механическое сжатие Земли можно считать фундаментальным параметром теории прецессии и нутации, его нельзя определить а priori: значение механического сжатия Земли E должно быть согласовано с постоянными прецессии и нутации, определенными из наблюдений. Это же замечание относится в некоторой степени и к массе Луны, значение которой можно вывести примерно с той же точностью, зная наблюдаемое значение постоянной нутации и лунное неравенство в орбитальном движении Земли. Таким образом, получена следующая система согласованных значений указанных параметров:

Масса Солнца [26,123 549] $1,329074 \cdot 10^{26}$ 1).

Масса Земли [20,600 541] $3,986034 \cdot 10^{20}$.

Масса Луны [18,689 65] $4,89384 \cdot 10^{18}$.

Отношение масс Луны и Земли $1/81,45 = [1,910891]$.

Отношение масс Солнца и Земли 333432 [5,523008].

Невозмущенное значение большой полуоси геоцентрической орбиты Луны [10,585174] $3,847459 \cdot 10^{10}$.

Механическое сжатие Земли 0,0032753 [7,51525].

Постоянная прецессии (юлианское столетие)

$$P = 5489'',90 - 0'',00364 T.$$

Постоянная прецессии (тропическое столетие в 36524,22 суток)

$$P = 5489'',78 - 0'',00364 T.$$

Постоянная нутации, определяемая как коэффициент при $\cos \Omega$ в выражении нутации в наклоне, равна $9'',214$.

Экваториальный радиус a_e земного сфероида

$$6378256,8 \cdot 10^3 \text{ м} [8,804702].$$

Средний радиус R_0 земного сфероида

$$6371005,8 \cdot 10^3 \text{ м} [8,804208].$$

Средний экваториальный горизонтальный параллакс Солнца π_{\odot}

$$8'',790 [0,94399].$$

Постоянная экваториального горизонтального параллакса Луны π_{ζ}

$$57'02'',68.$$

Постоянная синуса лунного параллакса в минутах и секундах дуги

$$57'02'',52.$$

Скорость света в км/с

$$299\,860 \text{ км/с.}$$

1) Числа в квадратных скобках означают десятичные логарифмы соответствующих величин, как это было принято в практике вычислений в прежние годы. Легко видеть, что величины, данные Ньютоном под названием «массы», фактически представляют собой гелиоцентрическую, геоцентрическую и селеноцентрическую гравитационные постоянные GS , GE и GM (см. гл. II).

С этим значением скорости света и указанным выше значением экваториального горизонтального параллакса Солнца получена постоянная аберрации $\kappa = 20",501$.

При вычислении всех периодических и вековых возмущений приняты следующие значения планетных масс:

Меркурий	1/6000 000,
Венера	1/408 000,
Земля + Луна	1/329 390,
Марс	1/3093 500,
Юпитер	1/1047,35,
Сатурн	1/3501,6,
Уран	1/22756,
Нептун	1/19540.

Вековое движение перигелия земной орбиты увеличено на $D_{\pi} = 7",68 + 10",45 = 18",13$;

первое слагаемое обусловлено действием Луны, а второе получено умножением столетнего среднего движения Земли на 0,000 000 0806 (на этот множитель должны быть умножены теоретические значения движений перигелиев орбит четырех внутренних планет).

Принятые значения масс Урана и Нептуна нельзя считать окончательными, однако, допустимые их изменения не повлияют на вековые изменения элементов орбиты Земли, посредством которых они входят в теорию движения Земли. Периодические возмущения вычислены на основе масс планет до Сатурна включительно и приведены в таблицах на эпоху 1850. Возмущения долготы и радиусавектора от всех планет до Юпитера включительно основаны на работе, опубликованной в *Astr. Papers, vol. III, Pt. V* с некоторыми изменениями:

1) члены, зависящие только от средней аномалии Земли, исключены из возмущений и введены в элементы эллиптического движения,

2) в случае Венеры исключен долгопериодический член, зависящий от аргумента $13 g' - 8 g$, и при составлении таблиц рассматривался как возмущение средней долготы,

3) в случае Марса в долгопериодические члены долготы включен член, зависящий от аргумента $15 g' - 8 g$,

4) поправки за принятые значения планетных масс образованы умножением возмущений на соответствующие множители.

Возмущения от Сатурна вычислены независимо.

Возмущения широты получены по данным Леверрье, опубликованным в *Ann. de l'Obs. Paris*, t. IV, pp. 13—20.

Все периодические члены имеют вид

$$v_c \cos(jg' + ig) + v_s \sin(jg' + ig);$$

g и g' означают средние аномалии Земли и возмущающей планеты с массой m' . Заметим, что для целей удобства составления таблиц возмущения были представлены Ньюкомом в виде

$$s \cos(K - jg' - ig).$$

Заметим, что в таблицах даны возмущения десятичного логарифма радиуса-вектора r Солнца в единицах девятого десятичного знака. Эти возмущения имеют вид

$$\rho_c \cos(jg' + ig) + \rho_s \sin(jg' + ig).$$

Для иллюстрации приведем таблицу для вычисления периодических возмущений долготы и логарифма радиуса-вектора Солнца от Меркурия.

j	i	v_c	v_s	ρ_c	ρ_s
-1	+1	-0",006	-0",011	+26	-12
-1	+2	-0,003	-0,003	-4	+5
-1	+3	+0,015	-0,001	-1	-18
-1	+4	+0,019	-0,013	-2	-4

Возмущения от Луны в движении Земли

Если обозначить через μ отношение масс Луны и Земли и положить

$$\mu_1 = \frac{\mu}{1 + \mu},$$

то возмущения от Луны с достаточной степенью точности можно представить формулами

$$\left. \begin{aligned} \Delta\lambda &= \mu_1 \frac{\pi_{\odot}}{\pi_1} \cos \beta_1 \sin(\lambda_1 - \lambda), \\ \Delta \lg r &= M \mu_1 \frac{\pi_{\odot}}{\pi_1} \cos \beta_1 \cos(\lambda_1 - \lambda), \\ \Delta\beta &= \mu_1 \frac{\pi_{\odot}}{\pi_1} \sin \beta_1, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

в которых π_1 , λ_1 , β_1 , π_\odot , λ , β означают горизонтальный параллакс, долготу и широту соответственно Луны и Солнца, $M = 0,43429448$.

Формулы (13) можно разложить в тригонометрические ряды по кратным следующим величин: средней элонгации D Луны от Солнца, равной среднему значению разности $\lambda_1 - \lambda$, средних аномалий Солнца g и Луны g_1 среднего аргумента широты Луны u и среднего углового расстояния Солнца от восходящего узла лунной орбиты на эклиптике u' . Соответствующие разложения имеют вид

Аргумент	$\Delta\lambda$ в сек. дуги (sin)	$\Delta\lg r$ в ед. 8 зн. (cos)	Аргумент	$\Delta\beta$ в сек. дуги (sin)
D	+6,454	+1336	u	+0,576
$3D$	+0,013	+3	$u' + g_1$	+0,016
$D + g_1$	+0,177	+37	$u' - g_1$	-0,047
$D - g_1$	-0,424	-133	$u - 2u'$	+0,021
$3D - g_1$	+0,039	+8	$u - 2u' - g_1$	+0,005
$D + g$	-0,064	-14	$u + g$	+0,005
$D - g$	+0,172	+36	$u - g$	+0,005
$D - g_1 - g$	-0,013	-3		
$2u'$	-0,013	+3		

Добавление возмущений, вычисленных по этим разложениям, к величинам $\Delta\lambda$, $\Delta\lg r$ и $\Delta\beta$, вычисленным по разложениям, заданным предыдущими таблицами, дает переход от возмущенных координат центра масс системы Земля + Луна к возмущенным координатам одной лишь Земли (или Солнца, если к λ прибавить 180° и изменить знак у β).

Долгопериодические неравенства в средней долготе L Солнца определяются следующей группой членов:

$$\begin{aligned}
 \delta L = & -0'',265 \cos(4g''' - 7g'' + 3g') - \\
 & -0'',021 \sin(4g''' - 7g'' + 3g') + \\
 & +3'',76 \cos(3g^{(IV)} - 8g''' + 4g'') + \\
 & +5'',18 \sin(3g^{(IV)} - 8g''' + 4g'') - \\
 & - (1'',882 - 0'',016 T) \sin(13g'' - 8g' + \\
 & + 223^\circ 24' + 271' T). \quad (14)
 \end{aligned}$$

Если подставить вместо средних аномалий g' , . . . , $g^{(IV)}$ их выражения, то получим

$$\delta L = - 0'',266 \sin (31^\circ,8 + 119^\circ,0 T) + \\ + 6'',40 \sin (231^\circ,19 + 20^\circ,20 T) + \\ + (1'',882 - 0'',016 T) \sin (57^\circ,24 + 150^\circ,27 T). \quad (15)$$

Здесь первые два члена зависят от вторых степеней масс возмущающих планет. Их вычисление подробно изложено в *Astr. Papers*, vol. V, Pt. II. Третий член обусловлен возмущениями от Венеры. В таблице возмущений от Марса опущен долгопериодический член, зависящий от аргумента $15 g''' - 8 g''$, и в форме

$$+ 0'',20 \cos (15 g''' - 8 g'') - 0'',03 \sin (15 g''' - 8 g'')$$

добавлен к остальным долгопериодическим членам. Средние аномалии возмущающих планет определены следующими формулами:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Меркурий} \quad g' = 248^\circ,07 + 1494^\circ,7235 t', \\ \text{Венера} \quad g'' = 114,50 + 585,17493 t', \\ \text{Марс} \quad g''' = 109,856 + 191,39977 t', \\ \text{Юпитер} \quad g^{(IV)} = 148,031 + 30,34583 t', \\ \text{Сатурн} \quad g^{(V)} = 284,716 + 12,21794 t', \end{array} \right\} \quad (16)$$

где t' означает время, выраженное в юлианских годах и отсчитываемое от стандартной эпохи 1850,0.

Для учета нутации в теориях Ньюкома используются разложения величин $\delta\psi$ (нутации по долготе) и $\delta\epsilon$ (нутации наклона), полученные Опшольцером и имеющие вид, представленный на стр. 291.

Здесь L и ζ означают средние долготы Солнца и Луны, Ω — среднюю долготу восходящего узла лунной орбиты на эклиптике.

Теория движения Венеры (Tables of Venus)

Теория движения Венеры основана на фундаментальных элементах ее орбиты, выведенных в книге Ньюкома «The elements of the four inner planets» и отнесенных к эпохе 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени. Элементы

Аргумент	$\delta\psi$ (sin)	$\delta\epsilon$ (cos)	
Ω	$-17'',234 + 0'',017 T$	$+9'',214$	} Действие Луны
2Ω	$+0,209$	$-0,090$	
g_1	$+0,067$		
$2D - g_1$	$+0,015$		
$2D$	$+0,006$		
$2C - \Omega$	$-0,034$	$+0,018$	
$2C - g_1$	$+0,012$	$-0,005$	
$2C$	$-0,204$	$+0,088$	
$2C + g_1$	$-0,026$	$+0,011$	
$2L - \Omega$	$+0,012$	$-0,007$	
$2L - g$	$+0,021$	$-0,009$	} Действие Солнца
$2L$	$-1,257$	$+0,546$	
$2L + g$	$-0,049$	$+0,021$	
g	$+0,127$		

Венеры определены следующими разложениями, в которых, как и ранее, T означает промежуток времени от основной эпохи, выраженной в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток:

Средняя долгота Венеры

$$l = 342^\circ 46' 01'',39 + (162^{06} + 717162'',88) T + 1'',1148 T^2.$$

Среднее сидерическое движение за один юлианский год

$$n = 2106641'',3832 + 0'',000096 T.$$

Средняя аномалия

$$g = 212^\circ 36' 11'',6 + (162^{06} + 712093'',95) T + 4'',63 T^2.$$

Средняя долгота перигелия

$$\pi = 130^\circ 09' 49'',8 + 5068'',93 T - 3'',515 T^2.$$

Эксцентриситет

$$e = 1406'',868 - 9'',847 T + 0'',0187 T^2 = 0,00682069 - \\ - 0,00004774 T + 0,000\ 000\ 091 T^2.$$

Долгота восходящего узла

$$\Omega = 75^\circ 46' 46'',73 + 3239'',46 T + 1'',476 T^2.$$

Наклон орбиты к эклиптике

$$i = 3^{\circ}23'37'',07 + 3'',621 T - 0'',0035 T^2.$$

Годовая общая прецессия по долготе (юлианский год)

$$50'',2493 + 0'',0222 T.$$

Логарифм среднего гелиоцентрического расстояния, вычисленного по III закону Кеплера $n^2 a^3 = k^2 (1 + m)$ при

$$\lg k'' = 6,112\ 596\ 798,$$

равен

$$\lg a = 9,859\ 337\ 81.$$

Учет возмущений от планет осуществляется прибавлением следующих поправок в девятом десятичном знаке:

возмущения от Меркурия	$\delta \lg a = +31$
Земли	—189
Марса	—3
Юпитера	—190
Сатурна	—9
Σ	—360

и значение $\lg a$, принятое в теории движения Венеры, равно

$$\lg a = 9,859\ 337\ 45, \quad a = 0,72333162.$$

Средним движениям элементов соответствуют следующие основные периоды обращения Венеры:

Сидерический период	$224^{\text{д}},70079804 - 1^{\text{д}} \cdot 10^{-8} T,$
Аномалистический период	$224^{\text{д}},70084537 - 988^{\text{д}} \cdot 10^{-8} T,$
Тропический период	$224^{\text{д}},69543882 - 238^{\text{д}} \cdot 10^{-8} T,$
Драконический (узловой) период	$224^{\text{д}},69889401 + 77^{\text{д}} \cdot 10^{-8} T.$

С принятым значением эксцентриситета e получены следующие разложения уравнения центра E и логарифма радиуса-вектора $\lg r$ для эллиптической орбиты Венеры:

$$\begin{aligned}
 E &= (2813'',720 - 19'',694 T + 0'',037 T^2) \sin g + \\
 &\quad + (11'',995 - 0'',168 T + 0'',012 T^2) \sin 2g + \\
 &\quad \quad \quad + (0'',071 - 0'',001 T) \sin 3g, \\
 \lg r &= \lg a + (505 - 7 T) 10^{-8} - \\
 &\quad - (296214 - 2073 T) 10^{-8} \cos g - \\
 &\quad - (1515 - 21 T) 10^{-8} \cos 2g - 10 \cdot 10^{-8} \cos 3g.
 \end{aligned}$$

При вычислении возмущений долготы и логарифма радиуса-вектора Венеры приняты следующие значения масс возмущающих планет:

Меркурий	1 : 6000 000,
Земля + Луна	1 : 329 390,
Марс	1 : 3093 500,
Юпитер	1 : 1047,351.

Возмущения от Сатурна соответствуют результатам, полученным Леверрье (Ann. de l'Obs. Paris, Mém., tome VI).

Периодические возмущения широты вычислены с числовыми значениями наклона и долготы восходящего узла, данными Леверрье. Вековые возмущения вычислены для значений масс возмущающих планет, принятых в таблицах Солнца. В основу вычисления возмущений положены результаты Ньюкома, опубликованные в *Astron. Papers*, vol. III, pt. V и vol. V, кроме случаев, в которых были использованы результаты Леверрье.

Для унификации принятых теорий движения четырех внутренних планет вековое движение перигелия орбиты Венеры увеличено на величину

$$\delta D_{i\pi} = + 16'',98,$$

соответствующую произведению векового среднего движения Венеры на 0,000 000 08060.

Как и в случае теории движения Земли, все периодические возмущения представлены в виде тригонометрических членов вида

$$v_c \cos(jg' + ig) + v_s \sin(jg' + ig), \quad (17)$$

где g и g' означают средние аномалии соответственно Венеры и возмущающей планеты.

Главная часть широты Венеры определяется соотношением

$$\sin \beta = \sin i \sin(l - \Omega) = \sin i \sin u; \quad (18)$$

вековые возмущения вычисляются по формуле

$$\begin{aligned} \Delta \beta &= \frac{\cos i}{\cos \beta} D_i i \sin u = \\ &= [0,5580] \sec \beta \sin u = 3,6141 \sec \beta \sin u. \end{aligned} \quad (19)$$

Теория движения Меркурия (*Tables of Mercury*)

В основу теории гелиоцентрического движения Меркурия положены эклиптические элементы, опубликованные Ньютоном в его знаменитой работе «*The elements of the four inner planets, etc.*».

За фундаментальную эпоху выбрана эпоха 1900, январь 0, Greenwich Mean Noon (GMN), т. е. 1900, январь 0,5 ЕТ. Время, исчисляемое от этой эпохи, выражено в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток и обозначается символом T . Система элементов Меркурия приведена на стр. 346. В теории Меркурия приняты следующие числовые значения астрономических постоянных: общая годовая прецессия $50'',2493 + 0'',0222 T$, массы планет

Венера	1/408000,
Земля + Луна	1/329390,
Марс	1/3093500,
Юпитер	1/1047,35.

Для вычисления большой полуоси a орбиты Меркурия, определяемой третьим законом Кеплера $n^2 a^3 = k^2 (1 + m)$, Ньютоном принят k'' [6,112 596 799], т. е. $3548'',18761$ в средние сутки, и получил

$$\begin{aligned} \lg a &= 9,587\ 821\ 683, \\ a &= 0,3870986734. \end{aligned}$$

Поправка, учитывающая постоянные части возмущений от остальных больших планет, складывается следующим образом (в единицах девятого десятичного знака):

Венера	—40,
Земля	—15,
Марс	0,
Юпитер	—29,
Сатурн	1,
Σ	—85,

поэтому

$$\lg a_1 = 9,587\ 821\ 60, \quad a_1 = 0,387098599.$$

Средним движениям элементов орбиты Меркурия соответствуют следующие значения главных периодов при одном обращении планеты:

Сидерический период обращения

$$87^d,96925577 + 0^d,00000001 T.$$

Аномалистический период

$$87^d,96934991 - 0^d,00000001 T.$$

Тропический период

$$87^d,96843447 - 0^d,00000036 T.$$

Драконический (узловой) период

$$87^d,96913199 - 0^d,00000014 T.$$

С приведенным в системе орбитальных элементов Меркурия разложением эксцентриситета e получены следующие разложения эллиптической части уравнения центра $E = v - g$ и логарифма радиуса-вектора $\lg r$:

Аргумент	E в сек. дуги (sin)	$\lg r \cdot 10^6$ (cos)
g	$84377,71 + 8,310 T - 0,012 T^2$	$-412178,40 + 4614,79 + 0,92 T - 87878,82 - 8,46 T$
$2g$	$10732,78 + 2,103 T - 0,003 T^2$	$-13416,31 - 2,60 T$
$3g$	$1892,10 + 0,555 T$	$-2579,08 - 0,75 T$
$4g$	$381,14 + 0,149 T$	$-548,05 - 0,21 T$
$5g$	$82,56 + 0,040 T$	$-123,22 - 0,06 T$
$6g$	$18,72 + 0,012 T$	$-28,74$
$7g$	$4,37 + 0,003 T$	$-6,87$
$8g$	$1,04$	$-1,68$
$9g$	$0,26$	$-0,41$
$10g$	$0,07$	$-0,10$
$11g$	$0,02$	

В своей работе при составлении таблиц Ньюком, однако, не использовал эти разложения, а получал числовые значения E и $\lg r$ непосредственно решением задачи двух тел.

В вычислениях возмущений были приняты следующие значения планетных масс:

Венера	1/408000,
Земля + Луна	1/329390,
Марс	1/3093500,
Юпитер	1/1047,35.

Вековое движение перигелия Меркурия было увеличено на

$$\delta D_{i\pi} = 43'',37,$$

чтобы получить согласие с наблюдениями; эта величина получена умножением векового среднего движения перигелия π на $8,06 \cdot 10^{-8}$.

Периодические возмущения имеют ту же аналитическую структуру, что и в теориях Земли и Венеры

$$v_c \cos(jg' + ig) + v_s \sin(jg' + ig),$$

где g' означает среднюю аномалию возмущающей планеты, g — среднюю аномалию Меркурия.

Выражения средних аномалий g' определены следующими разложениями:

$$\begin{aligned} \text{Венера: } g' &= 114^\circ,508 + 585^\circ,17656 t', \\ \text{Земля: } g'' &= -0,56 + 359,99213 t', \\ \text{Юпитер: } g''' &= 148,03 + 30,34743 t', \\ \text{Сатурн: } g^{(IV)} &= 284,72 + 12,2196 t', \end{aligned}$$

в которых t' означает временной промежуток между заданной датой t и эпохой 1850.0, выраженный в юлианских годах:

$$t' = \frac{\text{JD}(t) - \text{JD}(1850,0)}{365,25}.$$

Заметим, что $\text{JD}(1850,0) = \text{JD} 239\,6758,2035$.

Для вычисления главной части широты Меркурия β используется формула

$$\sin \beta = \sin i \sin(l - \Omega) = \sin i \sin u, \quad (20)$$

где l означает среднюю долготу Меркурия, u — аргумент широты.

Вековые возмущения широты вычислены по формуле

$$\Delta \beta = \frac{\cos i}{\cos \beta} D_i i \sin u = [0,82276] \text{ сзс } \beta \sin u. \quad (21)$$

Периодические возмущения широты Меркурия учитываются только в случаях прохождений Меркурия по диску Солнца. Соответствующие таблицы дают возмущения от Венеры и Юпитера по аргументам $\gamma' = g'/1^{\circ},5$ и $\gamma''' = g'''/3^{\circ}$ и построены по результатам исследований Леверрье.

Теория движения Марса (Tables of Mars)

Таблицы движения Марса, основанные на теории гелиоцентрического движения Марса, построенной Ньюкомом, были изданы в 1898 г., и первоначально в них была принята следующая система средних элементов, опубликованная в книге Ньюкома «The elements of the four inner planets, etc.»:

$$L = 293^{\circ}44'51'',36 + (53^{06} + 222117'',62) T + 1'',1184 T^2,$$

$$n = 689050'',9262 + 0'',000169 T,$$

$$\pi = 334^{\circ}13'06'',88 + 6624'',43 T + 0'',4675 T^2 - 0'',0043 T^3,$$

$$g = 319^{\circ}31'44'',48 + (53^{06} + 215493'',19) T + 0'',651 T^2 + 0'',004 T^3,$$

$$e = 19246'',353 + 18'',6905 T - 0'',0158 T^2 = 0,093\ 308\ 95 + 0,000\ 090\ 614 T - 0,000\ 000\ 077 T^2,$$

$$\Omega = 48^{\circ}47'09'',36 + 2776'',88 T - 0'',005 T^2 - 0'',0192 T^3,$$

$$i = 1^{\circ}51'01'',32 - 2'',247 T + 0'',0454 T^2,$$

$$\lg a = 0,182\ 897\ 033, a = 1,523691458,$$

причем для учета прецессии была принята формула (общая годовая прецессия в 1 юлианский год):

$$P = 50'',2493 + 0'',0222 T.$$

Учет постоянной части возмущений в логарифме большой полуоси a от нескольких планет дает суммарную поправку $\Delta \lg a$, состоящую из следующих слагаемых:

действие Меркурия	= + 24,
Венеры	+ 431,
Земли	+ 681,
Юпитера	-1920,
Сатурна	- 87,
Урана	- 2;

таким образом, в единицах девятого десятичного знака имеем $\Delta \lg a = -873$ и потому $\lg a_1 = 0,182\ 896\ 160$, $a_1 = 1,523688396$.

Главные периоды, соответствующие средним движениям элементов Марса, имеют следующую продолжительность в начале одного обращения Марса:

Сидерический период	686 ^d ,9797021,
Аномалистический период	686 ^d ,9956487 — 0 ^d ,0000130 <i>T</i> ,
Тропический период	686 ^d ,9296068 — 0 ^d ,0000223 <i>T</i> ,
Драконический период	686 ^d ,9572892 — 0 ^d ,0000224 <i>T</i> .

Для уравнения центра E и логарифма радиуса-вектора $\lg r = \rho$ получены следующие разложения в эллиптической орбите:

Аргументы	E , в сек. дуги (sin)	$\lg r \cdot 10^9$ (cos)
$\frac{1}{2}g$	38450,890 + 37,261 <i>T</i> + + 0,030 <i>T</i> ²	10 ⁹ · [lg <i>a</i>] + 946335 + 1840 <i>T</i> — — 40391671 — 38967 <i>T</i> — — 33 <i>T</i> ²
2 <i>g</i>	2237,710 + 4,332 <i>T</i>	— 2820938 — 5449 <i>T</i>
3 <i>g</i>	180,555 + 0,524 <i>T</i>	— 248071 — 719 <i>T</i>
4 <i>g</i>	16,649 + 0,065 <i>T</i>	— 24117 — 94 <i>T</i>
5 <i>g</i>	1,651 + 0,008 <i>T</i>	— 2481 — 12 <i>T</i>
6 <i>g</i>	0,171	— 265
7 <i>g</i>	0,019	— 29

При этом к выражениям, вычисленным с указанным ранее значением эксцентриситета, прибавлены поправки

$$\delta E = + 0'',043 \sin 2g,$$

$$10^9 \delta \lg r = - 414 \cos g - 97 \cos 2g,$$

учитывающие возмущения, зависящие только от средней аномалии Марса.

Периодические и вековые возмущения вычислены со следующими значениями масс возмущающих планет:

Меркурий	1/6000 000,
Венера	1/408 000,
Земля + Луна	1/329 390,
Юпитер	1/1047,35,
Сатурн	1/3501,6,
Уран	1/22756.

С целью унификации всех теорий движения четырех внутренних планет Ньюком принял поправку к долготе перигелия Марса, равную

$$D_{\pi} = + 5'',55.$$

Периодические возмущения долготы, логарифма радиуса-вектора и широты представлены разложениями членов вида

$$v_c \cos (jg' + ig) + v_s \sin (jg' + ig),$$

где g' — средняя аномалия возмущающей планеты. Средние аномалии g имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned} \text{Венера: } g' &= 114^{\circ},503 + 585^{\circ},173715 t', \\ \text{Земля: } g'' &= 359,444 + 359,989285 t', \\ \text{Юпитер: } g''' &= 148,021 + 30,344620 t', \\ \text{Сатурн: } g^{(IV)} &= 284,716 + 12,21669 t', \\ \text{Уран: } g^{(V)} &= 220,170 + 4,28049 t'. \end{aligned}$$

Для Марса

$$g = 109^{\circ},862 + 191^{\circ},398591 t'.$$

Однако представление наблюдений Марса в оппозиции 1902—1903 гг. оказалось неудовлетворительным, расхождения О — С достигали 3" по прямому восхождению, а в оппозицию 1905 г. ошибка достигла 6". Предварительное изучение причин расхождений вскрыло ошибочность эксцентриситета орбиты Марса на 1", тогда как ошибки остальных элементов были малы. Источником ошибки явилось заниженное значение массы Земли в таблицах Леверрье, которыми Ньюком пользовался для вычисления эфемерид сравнения при определении постоянных интегрирования в своей теории: значение массы Земли, принятое в таблицах Леверрье, достигало лишь 0,930 значения, принятого

Ньюкомом; таким образом, при определении элементов по наблюдениям вблизи оппозиции эксцентриситет e был найден с ошибкой $0",7$.

Работа по исправлению элементов орбиты Марса была предпринята Ф. Э. Россом, сотрудничавшим с Ньюкомом в течение многих лет.

Поправки Росса к эллиптическим элементам орбиты Марса:

$$\delta L = + 0",241 - 0",290 (T - 1850,0),$$

$$\delta \pi = - 2",50 + 2",30 (T - 1850,0),$$

$$\delta e = + 0",665 + 0",299 (T - 1850,0),$$

$$\delta i = - 0",025 - 0",183 (T - 1850,0),$$

$$\delta \Omega = + 2",48 - 1",31 (T - 1850,0)$$

были прибавлены к значениям, указанным на стр. 297; таким образом, выражения для элементов Марса по Ньюкому с поправками Росса имеют вид

Эпоха 1900, январь 0, средний гринвичский полдень

$$\left. \begin{aligned} L &= 293^{\circ}44'51",46 + (53^{00} + 222117",33)T + 1",1184T^2, \\ \pi &= 334^{\circ}13'05",53 + 6626",73T + 0",4675T^2 - 0",0043T^3, \\ e &= 19248",168 + 18",9895T - 0",0158T^2 = \\ &= 0,09331290 + 0,000092064T - 0,000000077T^2, \\ \Omega &= 48^{\circ}47'11",19 + 2775",57T - 0",005T^2 - 0",0192T^3, \\ i &= 1^{\circ}51'01",20 - 2",430T + 0",0454T^2, \\ \lg a &= 0,182\ 897\ 034, \quad a = 1,523\ 691\ 461. \end{aligned} \right\}$$

(22)

§ 3. Новые системы средних элементов больших планет

Средние элементы планет можно считать параметрами, представляющими осредненные орбиты планет в течение нескольких столетий. Они образуют основу вычисления общих возмущений и вместе с периодическими и вековыми возмущениями, определяемыми аналитическими теориями возмущенного планетного движения, представляют движение планет на очень больших промежутках времени. Средние элементы в определенном смысле противопоставлены оску-

лирующим элементам, точно представляющим положение и скорость небесного тела в орбите только в рассматриваемый момент времени. Они пригодны для описания основных черт динамики планетных движений в течение долгого времени, тогда как оскулирующие элементы не годятся для решения этой задачи.

Средние элементы орбит планет Солнечной системы, используемые до настоящего времени в эфемеридной астрономии, были выведены из теорий движения больших планет, построенных в XIX в. С. Ньюкомом и Дж. Хиллом. Средние элементы, выведенные Леверрье, лежат в основе вычисления эфемерид французского астрономического ежегодника «*Connaissance des Temps*». Ньюком дал средние элементы орбит четырех внутренних планет — Меркурия, Венеры, Земли и Марса — и двух внешних планет — Урана и Нептуна — на эпоху 1900, январь 0,5 ET (вернее: январь 0, средний гринвичский полдень, GMN). Более современные системы средних элементов публиковались в различное время в работах Клеменса и других исследователей, однако, все они были основаны на упомянутых источниках и в некоторых случаях были объединены с изменениями, взятыми из работ Леверрье и Гайо.

Современные достижения в области теоретических разработок, проблема изучения возмущенного движения планет и новые требования к точности эфемерид, выдвинутые развитием астродинамических работ, обусловили необходимость пересмотра старых систем средних элементов. Фундаментом такой работы служат новые ряды астрометрических наблюдений планет и уточненные значения масс планет, а также таких астрономических постоянных, как прецессионные параметры. Например, Данком, Зайдельманн и Клепчинский вывели следующую систему значений планетных масс (даны обратные величины):

Меркурий	5972000	$\pm 45\ 000$,
Венера	408520	± 9 ,
Земля + Луна	328900,12	$\pm 0,20$,
Марс	3098709	± 9 ,
Юпитер	1047,357	$\pm 0,005$,
Сатурн	3498,1	$\pm 0,4$,
Уран	22759	± 87 ,
Нептун	19332	± 27 ,
Плутон]	3000000	± 500000 .

Теории, построенные Ньюкомом, были непосредственно применены к выводу средних элементов орбит Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Вековые изменения в элементах, вызванные изменениями масс возмущающих планет, были изучены в свое время самим Ньюкомом и Дулиттлом. Кроме того, анализ результатов сравнения с наблюдениями на продолжительных промежутках времени дал поправки к ньюкомовым значениям средних элементов этих планет.

Что же касается внешних планет — Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна, Плутона, то теоретические разработки в направлении аналитического представления возмущенных координат, выполненные Ньюкомом и Хиллом, были заменены результатами численного интегрирования дифференциальных уравнений движения этих планет, проведенного Эккертом, Брауэром и Клеменсом. Сравнение этих интегрированных орбит с наблюдениями дает только уточненные значения оскулирующих элементов. Для создания базы вывода систем средних элементов начальные условия численного интегрирования были исправлены по наблюдениям, распространенным на большой промежуток времени. Для каждой планеты (за исключением Плутона) была построена ограниченная общая теория возмущенного движения, и главные возмущения, определенные в рамках этой общей теории, были исключены из численного интегрирования орбиты, так что получились квазиневозмущенные орбиты для каждой планеты. Определения эллиптических элементов по этим невозмущенным значениям координат и компонент скорости для равноотстоящих моментов времени и последующее применение метода наименьших квадратов дали средние значения элементов. Полученные таким путем средние элементы орбит больших планет отнюдь не могут быть использованы для решения проблем устойчивости или служить в течение миллионов лет — это средние элементы истинных орбит планет, пригодные в течение нескольких столетий до и после нынешней эпохи.

Ньюком опубликовал средние элементы внутренних планет на эпоху 1900, январь 0, GMN и вместе с их значениями дал также значения вековых изменений, предназначенные для вычисления средних элементов на любую дату, отнесенных к средним эклиптике и равноденствию этой даты. Таким образом, вековые члены учитывали возмущения, вызванные притяжением возмущающих тел, подчиня-

ящимся закону всемирного тяготения в форме Ньютона, прецессией точки весеннего равноденствия Υ и смещением плоскости эклиптики. Кроме того, в долготы перигелиев орбит Ньюком ввел эмпирические поправки для согласия с наблюдениями. Вычисление возмущений в рамках ньютоновой динамики в конечном счете зависело от разложения вековой части возмущающей функции, отнесенной к эпохе 1850, январь 0 GMN. Для вывода окончательных значений вековых изменений средних элементов Ньюком перевычислил эти возмущения с новыми значениями масс планет, ввел члены, учитывающие прецессию точки весны и движение плоскости эклиптики, а также добавил эмпирический член к смещению перигелиев. Результаты были снова отнесены к эпохе 1850, а затем Ньюком изменил стандартную эпоху на 1900, январь 0 и определил значения средних элементов для этой эпохи. Данком, Клепчинский и Зайдельманн «обновили» вековые изменения средних элементов, данные Ньюкомом, перевычислив возмущения (в рамках ньютоновой динамики) с новыми значениями планетных масс, приведенными в таблице, с новым значением постоянной прецессии, и подставили в долготу перигелия выражение релятивистской поправки, полученной Клеменсом, вместо эмпирического члена, введенного Ньюкомом. Полученные результаты, относившиеся к эпохе 1850, были перенесены на стандартную эпоху 1950, январь 0, 12^h GMT; таким образом, для внутренних планет эта система определяет средние элементы, отнесенные к средним эклиптике и равноденствию даты.

Меркурий

$$\begin{aligned}
 L &= 33^{\circ}10'06'',32 + (415^{06} + 266655'',96) T + 1'',084 T^2, \\
 \pi &= 76^{\circ}40'42'',50 + 5604'',35 T + 1'',067 T^2, \\
 \Omega &= 47^{\circ}44'19'',27 + 4267'',37 T + 0'',221 T^2, \\
 i &= 7^{\circ}00'13'',60 + 6'',43 T - 0'',177 T^2, \\
 e &= 0,20562441 + 0,00002042 T - 0,00000003 T^2, \\
 n &= 538101626'',90 - 0'',064 T;
 \end{aligned}$$

Венера

$$\begin{aligned}
 L &= 81^{\circ}34'19'',56 + (162^{06} + 717164'',52) T + 1'',115 T^2, \\
 \pi &= 130^{\circ}51'55'',63 + 5057'',69 T - 3'',545 T^2, \\
 \Omega &= 76^{\circ}13'45'',81 + 3239'',55 T + 1'',064 T^2,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i &= 3^{\circ}23'38'',57 + 2'',99 T - 0'',319 T^2, \\
 e &= 0,006776 - 0,00004773 T + 0,00000009 T^2, \\
 n &= 210664136'',39 + 0'',010 T.
 \end{aligned}$$

З е м л я

$$\begin{aligned}
 L &= 99^{\circ}35'18'',21 + (100^{\circ} + 2769'',22) T + 1'',089 T^2, \\
 \pi &= 102^{\circ}04'35'',52 + 6176'',37 T + 1'',68 T^2, \\
 i &= 0^{\circ}, \\
 e &= 0,01673012 - 0,00004192 T - 0,00000013 T^2, \\
 n &= 129597742'',47 - 0'',042 T.
 \end{aligned}$$

М а р с

$$\begin{aligned}
 L &= 144^{\circ}19'49'',88 + (53^{\circ} + 222135'',03) T + 1'',111 T^2, \\
 \pi &= 335^{\circ}08'16'',48 + 6622'',26 T + 0'',477 T^2, \\
 \Omega &= 49^{\circ}10'16'',56 + 2774'',26 T - 1'',409 T^2, \\
 i &= 1^{\circ}50'59'',89 - 2'',83 T - 0'',264 T^2, \\
 e &= 0,09335426 + 0,00009056 T - 0,00000007 T^2, \\
 n &= 68905107'',66.
 \end{aligned}$$

В этих формулах T выражено в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, n означает среднее движение в юлианское столетие.

Средние значения больших полуосей орбит внутренних планет a_1 , определяемые третьим законом Кеплера и значения больших полуосей a , исправленные за возмущения, представлены в дополнение к разложениям следующей таблицей:

Планета	a_1	a
Меркурий	0,3870986769	0,3870986011
Венера	0,7233322282	0,7233316286
Земля + Луна	1,000000035	1,00000230
Марс	1,523691234	1,523688174

Однако для многих приложений целесообразно иметь систему элементов, отнесенную к средней эклиптике и равноденствию стандартной эпохи 1950,0. Для этого

предыдущая система средних элементов была преобразована к новой эпохе (1950,0), и члены, представляющие движение точки весны и плоскости эклиптики, были исключены. Кроме того, юлианское столетие как единица измерения времени было заменено тропическим.

Особого подхода требует рассмотрение средней долготы L . Ее выражение не выводится только на основе теории, а представляет собой скорее эмпирическое соотношение, получаемое из анализа наблюдений. Поэтому следует использовать современные новые ряды наблюдений и результаты их рассмотрения.

В случае Меркурия и Венеры поправки к ньюкомовым значениям были получены соответственно Клеменсом и Данкомом. Ньюкомово выражение для долготы барицентра системы Земля + Луна было оставлено без изменений. Наконец, для Марса были приняты результаты, полученные Лаубшером.

Среднее сидерическое движение планеты определяется как вековое изменение средней долготы после исключения изменений, вызываемых смещениями точки весны и плоскости эклиптики. Определенное таким образом среднее движение не указывает, однако, на существование вековых возмущений в большой полуоси орбиты. Второе значение большой полуоси a , приведенное в таблице, получено прибавлением постоянной части возмущений от других планет, определенной Ньюкомом, к среднему значению; оно ближе к среднему, полученному по оскулирующим значениям, и должно быть использовано при построении общей теории.

Средние элементы орбиты внутренних и внешних планет, отнесенные к средней эклиптике и равноденствию эпохи 1950,0

М е р к у р и й

$$L = 34^{\circ}53'58",19 + (415^{06} + 250133",74) T - 0",0337 T^2,$$

$$\pi = 76^{\circ}40'42",56 + 575",17 T - 0",050 T^2,$$

$$\Omega = 47^{\circ}44'19",32 - 452",13 T - 0",325 T^2,$$

$$i = 7^{\circ}00'13",60 - 21",68 T + 0",003 T^2,$$

$$e = 0,20562441 + 0,00002042 T - 0,00000003 T^2,$$

$$n = 538090133",74 - 0",066 T;$$

В е н е р а

$$\begin{aligned}
 L &= 82^{\circ}14'59",34 + (162^{06} + 707636",81) T + 0",005 T^2, \\
 \pi &= 130^{\circ}51'55",69 + 29",45 T - 4",655 T^2, \\
 \Omega &= 76^{\circ}13'45",85 - 1001",59 T - 0",369 T^2, \\
 i &= 3^{\circ}23'38",57 - 3",71 T - 0",117 T^2, \\
 e &= 0,00679676 - 0,00004773 T + 0,00000009 T^2, \\
 n &= 210659636",81 + 0",010 T;
 \end{aligned}$$

З е м л я

$$\begin{aligned}
 L &= 100^{\circ}00'19",15 + (99^{06} + 1290974",35) T - 0",021 T^2, \\
 \pi &= 102^{\circ}04'35",59 + 1149",75 T + 0",57 T^2, \\
 \Omega &= 174^{\circ}24'58",95 - 868",84 T + 0",043 T^2, \\
 i &= 0^{\circ} + 46",85 T - 0",054 T^2, \\
 e &= 0,01673012 - 0,00004192 T - 0,00000013 T^2, \\
 n &= 129594974",35 - 0",042 T;
 \end{aligned}$$

М а р с

$$\begin{aligned}
 L &= 144^{\circ}33'07",94 + (53^{06} + 215635",84) T, \\
 \pi &= 335^{\circ}08'16",56 + 1594",75 T - 0",636 T^2, \\
 \Omega &= 49^{\circ}10'16",59 - 1062",10 T - 2",284 T^2, \\
 i &= 1^{\circ}50'59",89 - 29",99 T - 0",082 T^2, \\
 e &= 0,09335426 + 0,00009056 T - 0,00000007 T^2, \\
 n &= 68903635",84;
 \end{aligned}$$

Ю п и т е р

$$\begin{aligned}
 L &= 316^{\circ}12'18",76 + (8^{06} + 557497",68) T + 26",45 T^2, \\
 \pi &= 13^{\circ}17'43",83 - 28",95 T + 5",83 T^2, \\
 \Omega &= 99^{\circ}46'51",76 + 6",61 T + 1",940 T^2, \\
 i &= 1^{\circ}18'29",17 + 0",161 T + 0",0763 T^2, \\
 e &= 0,04827062 + 0,000047756 T + 0,000022676 T^2, \\
 a &= 5,202833481;
 \end{aligned}$$

С а т у р н

$$\begin{aligned}
 L &= 158^{\circ}17'46",96 + (3^{06} + 511352",55) T - 69",49 T^2, \\
 \pi &= 91^{\circ}31'54",33 + 94",29 T + 43",09 T^2, \\
 \Omega &= 113^{\circ}29'17",38 + 6",20 T - 11",67 T^2, \\
 i &= 2^{\circ}29'16",60 + 1",794 T + 0",736 T^2,
 \end{aligned}$$

$$e = 0,05604508 - 0,000025595 T - 0,000016172 T^2,$$

$$a = 9,538762055;$$

У р а н

$$L = 99^{\circ}05'12",28 + (1^{06} + 246428",77) T + 3",54 T^2,$$

$$\pi = 172^{\circ}03'33",46 - 357",23 T - 167",13 T^2,$$

$$\Omega = 73^{\circ}42'22",91 + 132",62 T + 0",820 T^2,$$

$$i = 0^{\circ}46'24",92 - 3",567 T - 0",1803 T^2,$$

$$e = 0,04613734 - 0,000048118 T + 0,000015395 T^2,$$

$$a = 19,19139128;$$

Н е п т у н

$$L = 194^{\circ}25'32",09 + 786544",04 T - 3",06 T^2,$$

$$\pi = 38^{\circ}18'31",13 - 37373",57 T - 9977",14 T^2,$$

$$\Omega = 131^{\circ}14'21",79 + 9",214 T - 3",804 T^2,$$

$$i = 1^{\circ}46'27",00 - 0",619 T + 0",0747 T^2,$$

$$e = 0,00971449 + 0,001095407 T + 0,000362034 T^2,$$

$$a = 30,06106906;$$

П л у т о н

$$L = 165^{\circ}39'23",74 + 522925",57 T + 33",15 T^2,$$

$$\pi = 222^{\circ}54'50",03 - 3769",07 T - 1382",89 T^2,$$

$$\Omega = 109^{\circ}38'09",51 + 2",12 T + 11",72 T^2,$$

$$i = 17^{\circ}08'53",46 + 31",35 T + 10",87 T^2,$$

$$e = 0,24824802 + 0,000497082 T + 0,000563208 T^2,$$

$$a = 39,52940243.$$

В случае внешних планет по наблюдениям и значениям широты Юпитера и Сатурна, вычисленным на основе теории Хилла, были уточнены начальные условия численного интегрирования, выполненного Эккертом, Брауэром и Клеменсом, и вновь проведено численное интегрирование. Из результатов этого интегрирования были вычтены значения возмущений координат, вычисленные на основе ограниченной теории возмущенного движения Юпитера первого порядка, построенной Клеменсом. Квазиневозмущенные координаты (и компоненты скорости) были превращены в эллиптические элементы, которые в дальнейшем были согласованы параболической интерполяцией. Срав-

нение результатов со средними элементами теории Хилла, отнесенными к эпохе 1850, дало следующие отклонения (Хилл — минус интегрирование):

	Юпитер	Сатурн
ΔL	+5",30	-14",95
$\Delta \lambda$	+35,79	-68,14
$\Delta \Omega$	-0,55	-6,59
Δi	-0,03	+0,41
Δe	-0,00000923	+0,00000394
Δa	+0,000004721	+0,000138430

После такой проверки Данком, Клепчинский и Зайдельманн предприняли еще одно численное интегрирование дифференциальных уравнений движения внешних планет; результаты, полученные по теории Клеменса, после приведения к эклиптике и равноденствию эпохи 1950,0 были использованы для вычисления квазиневозмущенных координат, как и в случае проверки результатов численного интегрирования Эккерта, Брауэра, Клеменса, а эти координаты в свою очередь были преобразованы в эллиптические элементы. После применения формулы параболического интерполирования были получены искомые средние элементы и их вековые изменения.

Для получения средних элементов орбит Урана и Нептуна воспользовались аналогичной процедурой, основанной на исключении главных возмущений, вычисленных по теории Хамида первого порядка.

К Плутону был применен иной подход из-за неточности элементов его орбиты, обусловленной короткой опорной (наблюденной) дугой его орбиты и отсутствием общей теории движения Плутона. Поэтому средние элементы Плутона получены параболическим интерполированием по оскулирующим элементам, выведенным на основе численного интегрирования, распространенного на 400 лет.

§ 4. Эфемериды Солнца

Эфемерида Солнца публикуется в «Астрономическом Ежегоднике СССР» на страницах 10—42. Она содержит следующие величины:

Видимое прямое восхождение α_{\odot} , видимое склонение δ_{\odot} и его часовое изменение $v(\delta_{\odot})$, видимый радиус r_{\odot} , уравнение времени E , измененное на 12^h , и его часовое изменение $v(E)$, момент верхней кульминации на эфеме-

ридном меридиане $T_{в.к}$ и его изменение $\Delta T_{в.к}$ при смещении по долготе на 1^h к западу. Все величины α_{\odot} , δ_{\odot} , r_{\odot} и E даны на 0^h эфемеридного времени каждых суток года на четных страницах 10—24; здесь же даются даты и дни недели. На нечетных страницах 11—25 на 0^h эфемеридного времени каждой даты, сопровождаемой соответствующим номером юлианского дня JD , даны: долгота λ_{\odot} , отнесенная к среднему равноденствию даты, широта β_{\odot} , значения которой отнесены к среднему равноденствию даты, равноденствию ближайшего начала бесселева года и стандартному равноденствию эпохи 1950,0, радиус-вектор R_{\odot} , истинный наклон эклиптики к экватору ϵ , а также значения прецессии и нутации в долготе (p и $\Delta\psi + d\psi$).

Страницы 26—33 содержат значения прямоугольных экваториальных координат X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} , отнесенных к системе отсчета, связанной с равноденствием ближайшего начала бесселева года; на страницах 34—41 даны X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} , отнесенные к прямоугольной экваториальной системе координат эпохи равноденствия 1950,0. Координаты X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} в обеих системах даны на 0^h эфемеридного времени каждых суток года.

Основу эфемерид Солнца составляют геометрическая долгота L , отнесенная к среднему равноденствию даты, широта B относительно эклиптики даты, десятичный логарифм радиуса-вектора $lg R_{\odot}$ и средний наклон эклиптики даты к экватору, вычисляемые по «Таблицам Солнца» Ньюкома («Tables of the Sun», АРАЕ, 6, Pt. 1, 1895) или по приведенным в этих «Таблицах» разложениям. Средние элементы геоцентрической орбиты Солнца и постоянные, положенные в основу «Таблиц Солнца», определены следующими разложениями:

Эпоха: 1900, январь 0, 12^h эфемеридного времени = = $JED\ 2415020,0$.

Средняя тропическая долгота Солнца

$$L = 279^{\circ}41'48",04 + 129602768",13 T + 1",089 T^2 = \\ = 279^{\circ},696678 + 0^{\circ},9856473354 d + 0^{\circ},000302 T^2.$$

Средняя тропическая долгота перигея орбиты Солнца

$$\Gamma = 281^{\circ}13'15",00 + 6189",03 T + 1",63 T^2 + 0",012 T^3 = \\ = 281^{\circ},220833 + 0^{\circ},0000470684 d + 0^{\circ},000453 T^2 + \\ + 0^{\circ},000003 T^3.$$

Средняя аномалия Солнца ($= L - \Gamma$)

$$g = 358^{\circ}28'33",04 + 129596579",10 T - 0",54 T^2 - \\ - 0",012 T^3 = 358^{\circ},475845 + 0^{\circ},9856002670 d - \\ - 0^{\circ},000150 T^2 - 0,000003 T^3.$$

Эксцентриситет

$$e = 0,01675104 - 0,00004180 T - 0,000000126 T^2.$$

Большая полуось (в астрономических единицах)

$$a = 1,000\ 000\ 23, \lg a = 0,000\ 000\ 10.$$

Средний наклон эклиптики к экватору

$$\varepsilon = 23^{\circ}27'08",26 - 46",845 T - 0",0059 T^2 + \\ + 0",00181 T^3 = 23^{\circ},452294 - 0^{\circ},0130125 T - \\ - 0^{\circ},00000164 T^2 + 0^{\circ},000000503 T^3.$$

В этих разложениях T имеет смысл, указанный выше, т. е. означает промежуток времени, протекший от фундаментальной эпохи JED 2415020,0 до рассматриваемого момента и выраженный в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, d — равно этому же промежутку времени в эфемеридных сутках, $d = 36525 T$.

Разложение наклона эклиптики к экватору было дано Ньюкомом вначале по аргументу T , выраженному в тропических столетиях по 36524,22 эфемеридных суток, а затем без изменения коэффициентов для T в юлианских столетиях. Так как разность результатов подстановки T , вычисленных для этих различных временных единиц, пренебрежимо мала, можно применять одну и ту же форму разложения для вычисления ε и на начало бесселева года, и на равноденствие даты.

Соответствующими средними движениями приведенных элементов геоцентрического движения Солнца определяются основные годовые периоды, указанные выше на стр. 224.

Тропический год

$$365^d,24219879 - 0^d,00000614 T = 365^d05^h48^m46^s,0 - \\ - 0^s,530 T.$$

Сидерический (звездный) год

$$365^d,25636042 + 0^d,00000011 T = 365^d06^h09^m09^s,5 + \\ + 0^s,01 T.$$

Аномалистический год

$$365^{\text{d}}, 25964134 + 0^{\text{d}}, 00000304 T = 365^{\text{d}} 06^{\text{h}} 13^{\text{m}} 53^{\text{s}}, 0 + \\ + 0^{\text{s}}, 26 T.$$

Драконический год

$$346^{\text{d}}, 620031 + 0^{\text{d}}, 000032 T = 346^{\text{d}} 14^{\text{h}} 52^{\text{m}} 50^{\text{s}}, 7 + 2^{\text{s}}, 8 T.$$

Числовые значения средней долготы Солнца L , средней долготы перигея Γ и средней аномалии g табулированы на 0^{h} эфемеридного времени с интервалом 10^{d} на стр. 42 «Астрономического Ежегодника СССР».

Эфемерида Солнца: видимые экваториальные координаты

Вычисление видимых экваториальных координат Солнца α_{\odot} , δ_{\odot} на заданный момент времени t легко выполняется при помощи соответствующих часовых изменений $v(\alpha_{\odot})$ и $v(\delta_{\odot})$; при этом часовое изменение $v(\alpha_{\odot})$ определяется по известному часовому изменению уравнения времени $v(E)$, а именно

$$v(\alpha_{\odot}) = 9^{\text{s}}, 856 - v(E). \quad (23)$$

Формула (23) получается дифференцированием основного соотношения, определяющего уравнение времени E как разность между прямыми восхождениями среднего экваториального Солнца и истинного Солнца, при выборе часа в качестве единицы времени; как легко видеть из соотношений между средними и звездными единицами времени, число $9^{\text{s}}, 856$... соответствует значению часового изменения прямого восхождения среднего экваториального Солнца.

Выражая промежуток времени $t - t_0$ между заданным моментом t и ближайшим к нему табличным моментом t_0 в долях часа и обозначая через v_0 , v_1 , v_{-1} часовые изменения соответствующих эфемеридных величин в табличные моменты t_0 , $t_1 = t_0 + 24^{\text{h}}$ и $t_{-1} = t_0 - 24^{\text{h}}$, находим, например, для $\delta_{\odot}(t)$

$$\delta_{\odot}(t) = \delta_{\odot}(t_0) + \left\{ v_0(\delta_{\odot}) + \right. \\ \left. + [v_1(\delta_{\odot}) - v_0(\delta_{\odot})] \frac{t - t_0}{48} \right\} (t - t_0), \quad (24)$$

если $t > t_0$, и

$$\delta_{\odot}(t) = \delta_{\odot}(t_0) + \left\{ v_0(\delta_{\odot}) + [v_0(\delta_{\odot}) - v_{-1}(\delta_{\odot})] \frac{t - t_0}{48} \right\} (t - t_0), \quad (25)$$

если $t < t_0$. Аналогичные формулы дают величину $E(t)$, т. е. $\alpha_{\odot}(t)$.

Видимый радиус S Солнца вычислен по формуле

$$S = \frac{961'',18}{R_{\odot}}, \quad (26)$$

где R_{\odot} означает радиус-вектор Солнца, а число $961'',18$ есть средний угловой радиус Солнца на расстоянии в 1 а. е. ($\pi_{\odot} = 8'',80$). При вычислении затмений средний угловой радиус Солнца принимают равным $959'',63$ в соответствии с определениями Ауверса по гелиометрическим измерениям, свободным от эффекта иррадиации.

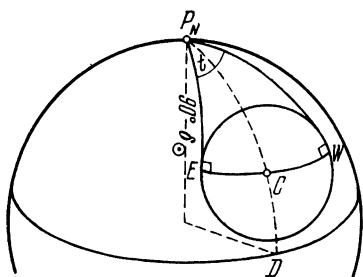


Рис. 57. Продолжительность t^S прохождения диска Солнца через местный меридиан.

Этот промежуток времени измеряется углом t , выраженным в звездных единицах времени и равным сумме часового угла t_E восточного края диска Солнца и дополнения до 24^h часового угла западного края t_W в момент верхней кульминации центра диска Солнца; из сферического треугольника $P_N E W$, в котором $EW = 2S$, $P_N E = P_N W = 90^\circ - \delta_{\odot}$, $\widehat{P_N E W} = \widehat{P_N W E} = 90^\circ$, $\widehat{E P_N W} = t$, следует формула (с точностью до первых степеней S и t) (рис. 57)

$$t^S = 2s/15 \cos \delta_{\odot}. \quad (27)$$

Учитывая, что Солнце в течение этого промежутка времени изменяет свое прямое восхождение, выразим в

часовых изменениях время прохождения радиуса Солнца

$$t^s = \frac{S}{15} \cdot \frac{3609^s,856 \text{ sec } \delta_{\odot}}{3600^s + v(E)}. \quad (28)$$

Формула (19) может быть представлена в виде

$$t^s = \frac{A}{R_{\odot}} \text{ sec } \delta_{\odot} \quad (29)$$

при табулировании множителя A по аргументу $v(E)$. Таблица значений A от $64^s,275$ до $64^s,232$ при изменении $v(E)$ от $-1^s,2$ до $+1^s,2$ приведена в объяснении к «Астрономическому Ежегоднику СССР».

Как уже было отмечено выше, уравнение времени в смысле «истинное время минус среднее время» определяется разностью прямых восхождений среднего и истинного Солнца в рассматриваемый момент M^* эфемеридного времени; в «Астрономическом Ежегоднике СССР» вместо уравнения времени публикуется величина, равная уравнению времени, измененному на 12^h , и не имеющая поэтому перемен знака, присущих чистому уравнению времени. Таким образом,

$$E = \alpha(M^*) - \alpha_{\odot}(M^*) + 12^h. \quad (30)$$

Можно заметить, что уравнение времени (а значит, и величина E), не зависит от неравномерности вращения Земли.

Величину E в 0^h эфемеридного времени можно вычислить как разность между истинным звездным временем в 0^h эфемеридного времени и видимым прямым восхождением истинного Солнца. Однако эту величину нельзя отождествлять с часовым углом t_{\odot} истинного Солнца, так как часовой угол t_{\odot} определяет меру вращения Земли, тогда как величина E от вращения Земли не зависит.

Величина E применяется при решении задач, связанных с обработкой наблюдений Солнца.

Задача 1. В момент t местного среднего времени определить местный часовой угол Солнца t_{\odot} .

Для соответствующего момента M^* по эфемеридному времени (см. стр. 240) находим

$$S^* = T_{\odot}^* + \alpha_{\odot}(M^*) = M^* + \alpha(M^*) + 12^h,$$

откуда, подставив $\alpha (M^*)$, найденное из (30), получим

$$T_{\odot}^* = M^* + E.$$

Для определения местного часового угла Солнца t_{\odot} достаточно из T_{\odot}^* вычесть долготу l^* рассматриваемого места наблюдения относительно эфемеридного меридиана, равную

$$l^* = l + (1 + \mu) \Delta T;$$

тогда

$$t_{\odot} = m + E - \mu \Delta T, \quad (31)$$

где

$$E = E_0 + M^* v_0 + \frac{M^{*2}}{48} (v_1 - v_0).$$

Величина

$$\frac{M^{*2}}{48} (v_1 - v_0) = \Delta E$$

может быть найдена по аргументам M^* и $\Delta v = v_1 - v_0$ из таблицы, публикуемой в объяснении к «Астрономическому Ежегоднику СССР»; ее знак всегда совпадает со знаком разности $v_1 - v_0$.

Задача 2. По заданному местному часовому углу Солнца t_{\odot} в точке наблюдения под долготой l определить соответствующее местное среднее время m .

Из соотношения (31) находим

$$m = t_{\odot} - E + \mu \Delta T, \quad (32)$$

где

$$E = E_0 + M^* v_0 + \Delta E,$$

причем аргумент интерполирования M^* можно определить по приближенной формуле

$$M^* = (1 - v_0) (T_{\odot} - E_0) + \Delta T, \quad (33)$$

$$T_{\odot} = t_{\odot} + l.$$

Задача 3. По заданному местному часовому углу Солнца t_{\odot} в точке наблюдения под долготой l определить соответствующее звездное местное время s .

Эта задача решается по формуле

$$s = t_{\odot} + \alpha_{\odot},$$

в которой α_{\odot} определяется интерполированием по аргументу M^* , определяемому соотношением (33).

Моменты верхней кульминации центра истинного Солнца даны для эфемеридного меридиана по эфемеридному времени; они определены как моменты времени, в которые прямое восхождение истинного Солнца равно эфемеридному звездному времени. Эфемеридное звездное время в 0^h эфемеридного времени по определению равно истинному звездному времени в 0^h UT. Таким образом, уравнение для определения дробной доли суток n , соответствующей моменту верхней кульминации M_k^* истинного Солнца, может быть записано в виде

$$(\alpha_{\odot} - S^*)_0^h - n (24^h - \Delta'_{1/2}) - 0,0625 (\Delta''_0 + \Delta''_1) = 0,$$

где $\Delta'_{1/2}$ означает суточное изменение разности $(\alpha_{\odot} - S^*)_0^h$ от рассматриваемой даты к следующей за ней, Δ''_0 и Δ''_1 суть вторые разности прямого восхождения Солнца α_{\odot} в эти последующие даты.

Рядом с колонкой моментов верхней кульминации истинного Солнца на эфемеридном меридиане приведены изменения этих моментов при смещении на 1^h западной долготы. Для вычисления момента верхней кульминации по эфемеридному времени для места наблюдения, расположенного под долготой l от Гринвича, необходимо проинтерполировать соответствующий табличный момент на величину эфемеридной долготы $l^* = l + (1 + \mu) \Delta T$ и к полученному значению прибавить поправку $\mu \Delta T$, учитывающую переход от эфемеридного среднего Солнца к среднему Солнцу.

Если обозначить через m_k момент кульминации Солнца на местном меридиане, через m_E^* — эфемеридный момент кульминации, то

$$m_k = m_E^* + l^* v_0 + \Delta_k + \mu \Delta T, \quad (34)$$

где

$$\Delta_k = \frac{l^{*2} (v_1 - v_0)}{48} \quad \text{при } l^* > 0 \text{ (западная долгота)}$$

и

$$\Delta_k = \frac{l^{*2} (v_0 - v_{-1})}{48} \quad \text{при } l^* < 0 \text{ (восточная долгота),}$$

v_0, v_{-1}, v_1 — суть часовые изменения величины m_E^* для данной, предыдущей и последующей кульминаций Солнца. Величину Δ_k можно вычислить, пользуясь таблицей для ΔE и входя в нее по аргументам l^* (вместо M^*) и Δv . Знак Δ_k всегда совпадает со знаком Δv .

Для определения прямого восхождения и склонения Солнца в момент верхней кульминации на меридиане под долготой l от Гринвича находим, пользуясь соотношениями (34) и (40) (на с. 243), момент кульминации Солнца на местном меридиане по эфемеридному времени

$$M_k^* = m_E^* + l^* + l^*v_0 + \Delta_k \quad (35)$$

и интерполируем координаты Солнца α_{\odot} и δ_{\odot} , применяя часовые изменения, как это было указано на с. 311.

Эфемерида Солнца: эклиптические координаты

Эфемерида Солнца содержит геометрические, т. е. не измененные абберацией, значения долготы Солнца, отнесенные к среднему равноденствию даты. Они получаются непосредственно по разложениям Ньюкома, приведенным в его «Tables of the Sun» (S. Newcomb, «Tables of the Motion of the Earth on its Axis and Around the Sun», Astr. Pap. vol. VI, Pt. I, 1895).

Чтобы получить значение долготы, отнесенное к началу ближайшего бесселева года, необходимо из эфемеридного значения долготы, соответствующего рассматриваемому моменту (дате) t , вычесть прецессию в долготе pt (от начала этого ближайшего бесселева года до рассматриваемого момента), которая вместе с нутацией по долготе, разделенной на долгопериодическую часть $\Delta\psi$ и короткопериодическую часть $d\psi$, приводится на этих же страницах.

Например, для момента 1978, май 5,0 эфемеридного времени имеем: (см. «Астрономический Ежегодник СССР на 1978 год»):

Долгота (среднее равноденствие даты) $44^{\circ}09'05'',25$;

Начало бесселева года 1978,0: 1978, январь 0,7048 =
= JD 2443509,2048;

Промежуток времени от 1978,0 до 1978, май 5,0 =
= JD 2443633,5, $d = 124,2952$;

Доля тропического года $\tau = 0,3403$;

Прецессия $pt = +17''_4109$;

Долгота (среднее равноденствие 1978,0) $44^\circ 08' 48''_{14}$.

Аналогично, для момента 1978, ноябрь 17,0:

Долгота (среднее равноденствие даты) $234^\circ 17' 04''_{23}$;

Прецессия $pt = -6''_{187}$;

Долгота (среднее равноденствие 1979,0) $234^\circ 17' 10''_{42}$.

Для вычисления долготы, отнесенной к среднему равноденствию стандартной эпохи 1950,0, необходимо к значениям долготы, отсчитываемой от среднего равноденствия эпохи 1978,0, прибавить величину

$$a = -23'27''_{578},$$

публикуемую на стр. 5 Ежегодника. К значениям долготы эпохи 1979,0 для приведения к равноденствию эпохи 1950,0 следует прибавить величину

$$a = -24'17''_{852} \text{ (см. формулы на с. 83).}$$

Если к эфемеридному значению долготы прибавить нутацию в долготе $\Delta\psi + d\psi$, то получится истинная долгота $\lambda_{\text{ист}}$:

$$\lambda_{\text{ист}} = \lambda_{\text{эфем}} + \Delta\psi + d\psi. \quad (36)$$

Вычитание аберрации Солнца, значения которой, вычисленные по формуле (46), приведены на стр. 42 Ежегодника, дает видимую долготу Солнца; таким образом,

$$\lambda_{\text{вид}} = \lambda_{\text{эфем}} + \Delta\psi + d\psi - \frac{20''_{46}}{R_{\odot}}. \quad (37)$$

Например, для даты 1978, май 5,0 имеем:

Долгота (среднее равноденствие даты)	$44^\circ 09' 05''_{25}$;
Нутация $\Delta\psi + d\psi$	$+0''_{010}$;
Истинная долгота $\lambda_{\text{ист}}$	$44^\circ 09' 05''_{260}$;
Аберрация Солнца	$20''_{46}$
	$-\frac{20''_{46}}{1,0085712} = -20''_{286}$;
Видимая долгота Солнца	$44^\circ 08' 44''_{974}$.

Чтобы вычислить истинную широту Солнца, достаточно к эфемеридным значениям $\beta_{\text{эфем}}$, отнесенным к началу бесселева года (например, 1978,0 или 1979,0), прибавить поправки за прецессию от планет, т. е. воспользоваться

формулами (66) гл. III, имеющими в данном случае вид

$$\begin{aligned} \beta_{\text{ист}} &= \begin{cases} \beta_{1978,0} \\ \beta_{1979,0} \end{cases} - \pi\tau \sin(\lambda - \Pi) = \\ &= \begin{cases} \beta_{1978,0} \\ \beta_{1979,0} \end{cases} + 0'',471\tau \sin(\lambda + 6^\circ). \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь λ означает эфемеридное значение долготы Солнца. Так как аберрация влияет только на долготу Солнца, то видимая широта Солнца совпадает с истинной его широтой.

Значения радиуса-вектора Солнца R_\odot выражены в астрономических единицах.

Эфемеридные значения общей годичной прецессии по долготе p вычислены по формуле (58) гл. III:

$$p = p_1 - q_1 \cos \varepsilon = 50'',25641 + 0'',02223 T,$$

в которой годичная лунно-солнечная прецессия p_1 , прецессия от планет q_1 определены разложениями Ньюкома — Андуайе

$$p_1 = 50'',37084 + 0'',00493 T,$$

$$q_1 = 0'',12473 - 0'',01887 T.$$

Параметры годичного вращения эклиптики π и Π определяются разложениями

$$\pi = 0'',47107 - 0'',00068 T,$$

$$\Pi = 173^\circ 57' 03'' + 3287'' T + 0'',6 T^2;$$

прецессия от планет q_1 связана с ними формулой

$$q_1 = \pi \sin \Pi \operatorname{cosec} \varepsilon \quad (\text{см. также стр. 82}).$$

Истинный наклон эклиптики $\varepsilon_{\text{ист}}$ вычислен по формуле

$$\varepsilon_{\text{ист}} = \varepsilon + \Delta\varepsilon + d\varepsilon, \quad (39)$$

где ε означает средний наклон эклиптики к экватору даты, $\Delta\varepsilon$ и $d\varepsilon$ — долго- и короткопериодическую части нутации в наклоне, равные соответственно редуцированным величинам B и B' , взятым с обратными знаками, т. е.

$$\Delta\varepsilon = -B, \quad d\varepsilon = -B',$$

и публикуемым на четных стр. 254—268 в колонках $B + + B'$ и B' . Заметим, что значения долгопериодической части нутации $\Delta \epsilon$ даны с 10-дневным интервалом на стр. 42 Ежегодника.

Эфемерида Солнца: прямоугольные экваториальные координаты

Значения прямоугольных экваториальных координат Солнца X_{\odot} , Y_{\odot} , Z_{\odot} даются на 0^h эфемеридного времени каждых суток года и отнесены, как уже указывалось выше, для первой половины года (январь 0 — июль 1) к экватору и равноденствию начала бесселева года, соответствующего данному календарному году, для второй половины года (июль 1 — декабрь 31) — к экватору и равноденствию начала следующего бесселева года. Кроме того, дается эфемерида прямоугольных экваториальных координат $X_{1950,0}$, $Y_{1950,0}$, $Z_{1950,0}$, отнесенных к равноденствию стандартной эпохи 1950,0.

Если эклиптические координаты Солнца λ , β и наклон эклиптики к экватору ϵ отнесены к одной и той же системе отсчета, то прямоугольные экваториальные координаты X , Y , Z Солнца в этой же системе определяются формулами

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_{\odot} \bar{p} (-\epsilon) \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Они могут быть переведены на любую другую эпоху с учетом прецессии (и, если необходимо, нутации) с помощью соответствующих формул, приведенных в гл. III.

В силу малости значений широты Солнца β можно считать $\cos \beta = 1$, $\sin \beta = \beta'' \sin 1''$ и получить из (40)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_{\odot} \left(\begin{bmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \cos \epsilon \\ \sin \lambda \sin \epsilon \end{bmatrix} + \beta'' \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} 0 \\ -19,3 \\ +44,5 \end{bmatrix} \right). \quad (41)$$

При вычислении эфемерид истинных геоцентрических координат планет необходимы прямоугольные экваториальные координаты Солнца $X_{\text{ист}}$, $Y_{\text{ист}}$, $Z_{\text{ист}}$ отнесенные к истинному экватору и равноденствию рассматриваемого момента. Их можно вычислить непосредственно по данным

«Астрономического Ежегодника СССР», прибавляя к эфемеридным значениям X , Y , Z , отнесенным к равноденствию и экватору соответствующего начала бесселева года, поправки за прецессию и нутацию ΔX , ΔY , ΔZ , определяемые формулами

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= -Y \sec \varepsilon \sin 1'' \cdot \Delta \lambda, \\ \Delta Y &= X \cos \varepsilon \sin 1'' \cdot \Delta \lambda - Z \sin 1'' \cdot \Delta_1 \varepsilon - \\ &\quad - R_{\odot} \sin \varepsilon \sin 1'' \pi \tau \sin (\Pi - \lambda), \\ \Delta Z &= X \sin \varepsilon \sin 1'' \cdot \Delta \lambda + Y \sin 1'' \Delta_1 \varepsilon + \\ &\quad + R_{\odot} \cos \varepsilon \sin 1'' \pi \tau \sin (\Pi - \lambda), \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

где

$$\Delta \lambda = p\tau + \Delta\psi + d\psi,$$

$$\Delta_1 \varepsilon = \pi \tau \cos \Pi + \Delta \varepsilon + d\varepsilon.$$

Последние члены в ΔY и ΔZ дают учет прецессии по широте (см. стр. 85).

Если положить

$$p_2 = p_1 - q_1 \sec \varepsilon = 50'',23488 + 0'',02552$$

и принять во внимание числовые значения всех постоянных, то для поправок ΔX , ΔY , ΔZ можно получить следующие формулы:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} &= \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -52,84(p\tau + \Delta\psi + d\psi) & 0 \\ +44,48(p_2\tau + \Delta\psi + d\psi) + 21,02(B + B') & 0 & 0 \\ +19,29(p_1\tau + \Delta\psi + d\psi) - 48,48(B + B') & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} 10^{-7}. \end{aligned} \quad (43)$$

Прямоугольные экваториальные координаты, отнесенные к экватору и равноденствию начала данного бесселева года $X^{(0)}$, $Y^{(0)}$, $Z^{(0)}$, связаны с прямоугольными координатами $X^{(1)}$, $Y^{(1)}$, $Z^{(1)}$, отнесенными к экватору и равноденствию начала следующего бесселева года, соотношениями

$$\left. \begin{aligned} X^{(0)} &= X^{(1)} + (0,00026559 + 0,00000009T) Y^{(1)}, \\ Y^{(0)} &= Y^{(1)} - (0,00022343 + 0,00000014T) X^{(1)}, \\ Z^{(0)} &= Z^{(1)} - (0,00009719 - 0,00000004T) X^{(1)}, \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Для обратного перехода достаточно в формулах (44) изменить знаки выражений в круглых скобках и индексы (0) на (1) и (1) на (0).

Необходимо иметь в виду, что T во всех предыдущих соотношениях означает промежуток времени от эпохи 1900,0 до рассматриваемого момента, выраженный в тропических столетиях по 36524,22 эфемеридных суток.

С погрешностью, не превышающей $0,2 \cdot 10^{-7}$, для преобразования прямоугольных координат Солнца X, Y, Z , отнесенных к среднему равноденствию и экватору даты, в прямоугольные координаты X_B, Y_B, Z_B , отнесенные к среднему равноденствию и экватору начала бесселева года, можно воспользоваться следующими формулами:

$$\left. \begin{aligned} X_B &= X + 2656,5\tau Y \cdot 10^{-7}, \\ Y_B &= Y - 2234,9\tau X \cdot 10^{-7}, \\ Z_B &= Z - 971,7\tau X \cdot 10^{-7}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Эфемерида Солнца: средняя долгота, долгота перигея орбиты, параллакс, аберрация, наклон эклиптики (с. 42 Ежегодника)

Значения средней долготы Солнца и средней долготы перигея орбиты Солнца, отнесенные к среднему равноденствию даты, вычисляются по разложениям Ньюкома, приведенным на стр. 309.

Параллакс Солнца вычислен со старым значением среднего параллакса $\pi_{\odot} = 8'',80$ по формуле

$$p_{\odot} = \frac{8'',80}{R_{\odot}}.$$

Средний параллакс Солнца в системе астрономических постоянных МАС 1964 г. имеет значение $8'',79405$ и соответствует значению астрономической единицы, равному $149,6 \cdot 10^6$ км. 0

Значения аберрации Солнца, вычисленные по формуле

$$A_{\odot} = \frac{20'',47(1 - e^2)}{R_{\odot}} = \frac{20'',46}{R_{\odot}}, \quad (46)$$

соответствуют старому значению постоянной аберрации κ , равному $20'',47$; e означает эксцентриситет орбиты Земли. Числовые значения параллакса и аберрации

Солнца, соответствующие $\pi_{\odot} = 8'',794$ и $\kappa = 20'',496$, даются в разделе «Система астрономических постоянных МАС (1964 г.)» в объяснении к «Астрономическому Ежегоднику СССР».

В последней колонке помещены значения квазиистинного наклона эклиптики к экватору, вычисленного по формуле

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 - 0'',4685 \tau + \Delta\epsilon, \quad (47)$$

в которой ϵ_0 означает средний наклон эклиптики к экватору в эпоху, соответствующую началу данного или следующего бесселева года; например, для эпохи 1978,0 имеем $\epsilon_0 = 23^{\circ}26'31'',72$, для 1979,0 — $\epsilon_0 = 23^{\circ}26'31'',25$, $\Delta\epsilon$ — долгопериодическая часть нутации наклона эклиптики к экватору, публикуемая в следующей колонке.

«Постоянная» эфемерида Солнца

При отсутствии астрономических эфемерид Солнца на текущий или заданный год можно с известной степенью приближения воспользоваться ежегодником на любой год, учитывая сдвиг начал дат на величину k (dies reductus; см. стр. 229). В основу этого метода положены следующие соображения: если бы тропический год совпадал с гражданским, то координаты Солнца (и зависящие от них величины, например, звездное время в полночь), приведенные в ежегодниках на разные годы, совпадали бы в одни и те же даты. Однако продолжительность тропического года равна $365^d,2422$ и, кроме того, один раз в четыре года наступает високосный год продолжительностью 366 суток. Поэтому если принять, что экваториальные координаты Солнца являются периодической функцией с периодом $365,2422$ суток, то их значения, вычисленные на момент январь 1,0 эфемеридного времени некоторого года N_0 , будут равны соответствующим значениям в году $N_0 + 1$, вычисленным на дату январь 1,2422 эфемеридного времени; в году $N_0 + 2$ такой датой будет январь 1,4844. Поэтому, пользуясь астрономическим ежегодником на год N_0 (начальный или нулевой год), чтобы вычислить координаты Солнца в году $N_0 + 1$, необходимо интерполировать на $0^d,2422$ назад, т. е. ввести множитель (фазу) интерполирования $n = -0^d,2422$. Эта начальная фаза остается постоянной

в течение всего года и в соответствующих таблицах Виртца или Белоброва для краткости называется поправкой для начала года. Таким образом, для следующего года ($N_0 + 3$) поправка k равна $-0^d,7266$; однако, если нулевой год и два последующих года были простыми, то год $N_0 + 3$ будет високосным, и $k = -0^d,7266 + 1^d = +0^d,2734$. Вообще в зависимости от расположения нулевого года N_0 в четырехлетнем високосном цикле имеем следующую последовательность значений фазы интерполирования k :

	I случай	II случай	III случай	IV случай
Начальный год N_0	простой: $k = 0^d,0000$	простой: $k = 0^d,0000$	простой: $k = 0^d,0000$	високосный: $k = 0^d,0000$
Первый год $N_0 + 1$	простой: $k = -0,2422$	простой: $k = -0,2422$	високосный: $k = 0,7578$	простой: $k' = 0,7578$ $k'' = -0,2422$
Второй год $N_0 + 2$	простой: $k = -0,4844$	високосный: $k = 0,5156$	простой: $k = 0,5156$	простой: $k' = 0,5156$ $k'' = -0,4844$
Третий год $N_0 + 3$	високосный: $k = 0,2734$	простой: $k = 0,2734$	простой: $k = 0,2734$	простой: $k' = 0,2734$ $k'' = -0,7266$

Таким образом, если в качестве начального выбран високосный год, то приходится использовать по два значения фазы интерполирования k в последующие годы: k' для дат до 28 февраля и k'' для дат, следующих за 28 февраля, причем $k' - k'' = 1$.

Если в распоряжении имеется, например, «Астрономический Ежегодник СССР на 1977 год» (этот случай соот-

Год	k	Год	k	Год	k	Год	k
1977	$0^d,0000$	1983	$-0^d,4532$	1989	$+0^d,0936$	1995	$-0^d,3596$
1978	$-0,2422$	1984	$+0,3046$	1990	$-0,1486$	1996	$+0,3982$
1979	$-0,4844$	1985	$+0,0624$	1991	$-0,3908$	1997	$+0,1560$
1980	$+0,2734$	1986	$-0,1798$	1992	$+0,3670$	1998	$-0,0862$
1981	$+0,0312$	1987	$-0,4220$	1993	$+0,1248$	1999	$-0,3284$
1982	$-0,2110$	1988	$+0,3358$	1994	$-0,1174$	2000	$+0,4294$

ветствует первому столбцу таблицы), то координаты α_{\odot} , δ_{\odot} , λ_{\odot} , β_{\odot} , R_{\odot} Солнца, звездное время S_0 в 0^h всемирного времени, уравнение времени E , а также часовые изменения ν этих эфемеридных величин можно вычислить на все последующие годы, выбирая соответствующую фазу интерполирования k из таблицы на стр. 323 (внизу).

§ 5. Основы теории геоцентрического движения Луны

Описание движения Луны во всех его деталях на основе гравитационной теории представляет одну из наиболее сложных проблем небесной механики. Построение точной теории лунного геоцентрического движения с целью максимальной близости к наблюдениям требует решения дифференциальных уравнений движения Луны относительно центра масс Земли с учетом притяжения от Земли, Солнца и больших планет, а также влияния отклонений от сферической формы фигур Земли и Луны. При этом постоянные интегрирования, входящие в общее решение дифференциальных уравнений, должны быть вычислены по совокупности наблюдений (позиционных) Луны, коль скоро сделан выбор численных значений всех параметров — астрономических фундаментальных постоянных, входящих в дифференциальные уравнения. К ним можно отнести, например, параллакс Солнца π_{\odot} , динамическое сжатие Земли J_2 , массу Луны M , а также параметры, определяющие фигуру Луны. Решение обычно представляют в виде разложения в кратные ряды типа Фурье по фундаментальным угловым аргументам с коэффициентами, имеющими вид степенных рядов, расположенных по степеням эксцентриситетов и наклонов.

Для Луны общее решение было получено Брауном и опубликовано в 1919 г. в виде знаменитых «Tables of the Moon». «Таблицы Луны» явились воплощением почти тридцатилетнего труда Брауна, продолжившего работы Хилла.

Центральным вопросом любой теории движения Луны является главная задача лунной теории, состоящая в рассмотрении движения Луны относительно Земли при возмущающем влиянии Солнца, причем все три тела рассматриваются как материальные точки.

Уравнения движения Луны

Рассмотрим инерциальную систему отсчета ΞHZ (рис. 58), в которой положения Луны m_1 , Солнца m_4 и Земли m_7 заданы координатами

$$\begin{aligned} &\xi_1, \xi_2, \xi_3; \\ &\xi_4, \xi_5, \xi_6; \\ &\xi_7, \xi_8, \xi_9; \end{aligned}$$

их импульсы

$$\begin{aligned} \eta_j &= m_1 \frac{d\xi_j}{dt}, \\ \eta_{j+3} &= m_4 \frac{d\xi_{j+3}}{dt}, \\ \eta_{j+6} &= m_7 \frac{d\xi_{j+6}}{dt} \end{aligned} \quad (j = 1, 2, 3)$$

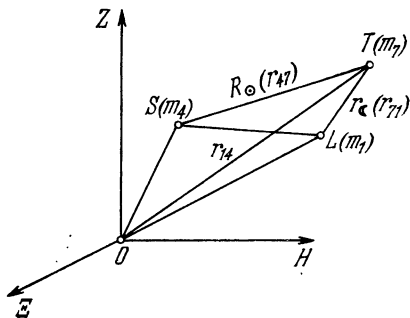


Рис. 58. Главная задача теории лунного движения.

соответственно. Тогда уравнения движения принимают вид

$$\frac{d\xi_j}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \eta_j}, \quad \frac{d\eta_j}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_j} \quad (j = 1, 2, \dots, 9), \quad (48)$$

где гамильтониан H определен формулой

$$H = \frac{1}{2m_1} \sum_{j=1}^3 \eta_j^2 + \frac{1}{2m_4} \sum_{j=1}^3 \eta_{j+3}^2 + \frac{1}{2m_7} \sum_{j=1}^3 \eta_{j+6}^2 - U; \quad (49)$$

силовая функция U имеет следующее выражение:

$$U = G \left(\frac{m_1 m_4}{r_{14}} + \frac{m_4 m_7}{r_{47}} + \frac{m_7 m_1}{r_{71}} \right); \quad (50)$$

символы r с двойными нижними индексами означают взаимные расстояния между соответствующими телами.

Если перейти к якобиевым координатам и ввести приведенные массы, то систему канонических уравнений (48) с девятью степенями свободы можно привести к канониче-

ской системе шестого порядка. Положим

$$\left. \begin{aligned} x_j &= \xi_j - \xi_{j+6}, \\ x_{j+3} &= \xi_{j+3} - \frac{m_1 \xi_j + m_7 \xi_{j+6}}{m_1 + m_7}, \\ x_{j+6} &= 0 \quad (j = 1, 2, 3). \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Тогда движение Луны m_1 будет отнесено к центру масс Земли m_7 , а движение Солнца m_4 — к барицентру системы Земля — Луна.

Соответствующее каноническое преобразование

$$x_j = \frac{\partial S}{\partial y_j}, \quad \eta_j = \frac{\partial S}{\partial \xi_j} \quad (j = 1, 2, \dots, 9)$$

имеет характеристическую функцию S

$$\begin{aligned} S &= S(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_9; y_1, y_2, \dots, y_9) = \\ &= \sum_{j=1}^3 (\xi_j - \xi_{j+6}) y_j + \sum_{j=1}^3 \left(\xi_{j+3} - \frac{m_1 \xi_j + m_7 \xi_{j+6}}{m_1 + m_7} \right) y_{j+3} \\ &\quad (j = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (52)$$

Легко видеть, что соотношения (51) тождественны $x_j = \frac{\partial S}{\partial y_j}$ ($j = 1, 2, \dots, 9$), тогда как преобразование импульсов имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \eta_j &= y_j - \frac{m_1}{m_1 + m_7} y_{j+3}, \\ \eta_{j+3} &= y_{j+3}, \\ \eta_{j+6} &= -y_j - \frac{m_7}{m_1 + m_7} y_{j+3} \quad (j = 1, 2, 3). \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Таким образом, новая система канонических уравнений имеет вид

$$\frac{dx_j}{dt} = \frac{\partial H}{\partial y_j}, \quad \frac{dy_j}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2, \dots, 6), \quad (54)$$

где гамильтониан H (49) выражен через новые переменные посредством (51) и (53), т. е.

$$H = \frac{1}{2\mu_1} \sum_{j=1}^3 y_j^2 + \frac{1}{2\mu_4} \sum_{j=1}^3 y_{j+3}^2 - U, \quad (55)$$

где

$$\mu_1 = \frac{m_1 m_7}{m_1 + m_7}, \quad \mu_4 = \frac{m_4 (m_1 + m_7)}{m_1 + m_4 + m_7}.$$

Если ввести теперь геоцентрическое расстояние Луны r_1 ($= r_{71}$) и барицентрическое расстояние Солнца r_4 , то силовую функцию U можно представить в виде

$$\begin{aligned} U = G \left[\frac{m_1 m_7}{r_1} + \frac{m_4 (m_1 + m_7)}{r_4} + m_1 m_4 \left(\frac{1}{r_{14}} - \frac{1}{r_4} \right) + \right. \\ \left. + m_4 m_7 \left(\frac{1}{r_{47}} - \frac{1}{r_4} \right) \right] = G \left[\frac{m_1 m_7}{r_1} + \frac{m_4 (m_1 + m_7)}{r_4} + \right. \\ \left. + \frac{m_1 m_4 m_7}{m_1 + m_7} \frac{r_1^2}{r_4^3} P_2(\cos \theta) + \frac{m_1 m_4 m_7 (m_7 - m_1)}{(m_1 + m_7)^2} \frac{r_1^3}{r_4^4} P_3(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{m_1 m_4 m_7 (m_7^2 - m_7 m_1 + m_1^2)}{(m_1 + m_7)^3} \frac{r_1^4}{r_4^5} P_4(\cos \theta) + \dots, \right. \end{aligned} \quad (56)$$

где θ есть угол между направлениями из барицентра на Солнце и Луну, P_2, P_3, P_4 — полиномы Лежандра.

Если подставить численные значения отношений $r_1/r_4 \approx 1/400$, $\frac{m_4}{m_1 + m_7} \approx \frac{10^6}{3}$, $\frac{m_1}{m_7} \approx \frac{1}{80}$, то отношение коэффициентов второй гармоники и главного члена равно

$$\frac{m_4}{m_1 + m_7} \left(\frac{r_1}{r_4} \right)^3 \approx \frac{10^6}{3} \left(\frac{1}{400} \right)^3 \approx \frac{1}{200},$$

третьей гармоники и главного члена —

$$\frac{1}{200} \cdot \frac{1}{400} = \frac{1}{8 \cdot 10^4},$$

четвертой гармоники и главного члена —

$$\frac{1}{200} \cdot \left(\frac{1}{400} \right)^2 = \frac{1}{32 \cdot 10^6}.$$

Для движения Солнца относительно барицентра системы Земля — Луна отношение коэффициентов второй гармоники и главного члена равно

$$\frac{m_1 m_7}{(m_1 + m_7)^2} \left(\frac{r_1}{r_4} \right)^2 \approx \frac{1}{80} \left(\frac{1}{400} \right)^2 \approx \frac{1}{13 \cdot 10^6};$$

таким образом, барицентрическое движение Солнца можно считать кеплеровым движением с высокой степенью точности. Согласно Хиллу основное отклонение орбиты Солнца от кеплерова эллипса по радиусу-вектору равно

$$\Delta r_4 = a_4 [0,000\ 000\ 0200 + 0,000\ 000\ 0003 \cos 2(l_1 - l_4)],$$

где l_1, l_4 — средние долготы Луны и Солнца. Такое отклонение может быть учтено малой поправкой в конце решения, что и было сделано Брауном при составлении «Таблиц Луны». Поэтому полное решение главной задачи можно провести в предположении кеплерова движения Солнца; это предположение вводит значительное упрощение, состоящее в том, что барицентрические координаты Солнца можно считать известными функциями времени и элементов солнечной геоцентрической орбиты, а этим достигается разделение уравнений движения Луны и Солнца.

Если от обозначений

$$x_4, x_5, x_6, r_4, m_4, r_1, m_1, m_7$$

перейти к обозначениям

$$x'_1, x'_2, x'_3, r', m', r, M, E,$$

то уравнения главной задачи принимают следующий вид:

$$\frac{dx_j}{dt} = \frac{\partial H_\zeta}{\partial y_j}, \quad \frac{dy_j}{dt} = -\frac{\partial H_\zeta}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2, 3),$$

где

$$H_\zeta = \frac{E + M}{2EM} (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) - U_\zeta,$$

$$U_\zeta = G \left[\frac{EM}{r} + \frac{m'EM}{E + M} \frac{r^2}{r'^3} P_2(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{m'EM(E - M)}{(E + M)^2} \frac{r^3}{r'^4} P_3(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{m'EM(E^2 - EM + M^2)}{(E + M)^3} \frac{r^4}{r'^5} P_4(\cos \theta) + \dots \right],$$

причем

$$rr' \cos \theta = x_1 x'_1 + y_1 y'_1 + z_1 z'_1.$$

Поскольку

$$\frac{dy_j}{dt} = \frac{\partial U_\zeta}{\partial x_j}, \quad \frac{dx_j}{dt} = \frac{E + M}{EM} y_j \quad (j = 1, 2, 3),$$

то эту систему уравнений первого порядка можно представить как систему уравнений второго порядка вида

$$\frac{d^2x_j}{dt^2} = \frac{E + M}{EM} \frac{\partial U_\zeta}{\partial x_j} = \frac{\partial F}{\partial x_j},$$

где обозначено

$$F = \frac{G(E + M)}{r} + Gm' \left[\frac{r^2}{r'^3} P_2(\cos \theta) + \frac{E - M}{E + M} \frac{r^3}{r'^4} P_3(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{E^2 - EM + M^2}{(E + M)^2} \frac{r^4}{r'^5} P_4(\cos \theta) + \dots \right].$$

Если ввести $\mu = G(E + M)$ и записать третий закон Кеплера для геоцентрической орбиты Солнца

$$n'^2 a'^3 = G(m' + E + M),$$

то F примет вид

$$F = \frac{\mu}{r} + \frac{m'}{m' + E + M} n'^2 r^2 \left[\frac{a'^3}{r'^3} P_2(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{E - M}{E + M} \frac{r}{a'} \frac{a'^4}{r'^4} P_3(\cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{E^2 - EM + M^2}{(E + M)^2} \frac{r^2}{a'^2} \frac{a'^5}{r'^5} P_4(\cos \theta) + \dots \right].$$

Обычно главную задачу решают при следующих упрощающих предположениях: полагают отношение $\frac{m'}{m' + E + M}$ равным единице. Величина влияния такого предположения на периодические возмущения в средней долготе Луны достигает около $5000''$; так как поправка имеет вид общего множителя $1 - 3 \cdot 10^{-6}$ к возмущающей функции, то поправочный множитель можно ввести в конце решения задачи; к коэффициенту $5000''$ поправка составит $0'',015$. Как показал Браун, поправки к вековым изменениям перигея и узла равны $-0'',69$ и $+0'',19$ в год.

Второе упрощение состоит в замене части коэффициента четвертой гармоники, зависящей от масс, отношением $\frac{(E - M)^2}{(E + M)^2}$. Выгода от такой замены заключается в следующем: отношение коэффициентов при P_2 и P_3 можно

записать в виде

$$\frac{E - M}{E + M} \frac{r}{a'} \frac{a'}{r'} = \frac{E - M}{E + M} \frac{a_{\zeta}}{a'} \frac{r}{a_{\zeta}} \frac{a'}{r'},$$

если ввести среднее геоцентрическое расстояние Луны a_{ζ} . Таким образом, часть возмущающей функции, зависящая от P_3 , вводит параметр

$$\alpha = \frac{E - M}{E + M} \frac{a_{\zeta}}{a'}.$$

Если записать коэффициент при P_4 в упрощенном виде, то малый множитель этого члена возмущающей функции равен α^2 ; таким образом, один и тот же параметр α входит сразу в два члена возмущающей функции.

При выполнении разложений в буквенной теории отношение $\frac{E - M}{E + M}$ полагают равным единице и через α обозначают величину отношения a_{ζ}/a' . Учет «правильного» множителя, зависящего от масс, производится в конце работы, когда полагают $a_{\zeta}/a' = \alpha$ в указанном выше смысле.

Отброшенная величина в коэффициенте при P_4 достигает $1/80$ части его полного значения. Отношение этой величины к коэффициенту при P_2 равно

$$\frac{EM}{(E + M)^2} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \approx \frac{1}{80} \left(\frac{1}{400}\right)^2 \approx \frac{1}{13 \cdot 10^6}.$$

Самые большие периодические члены, порождаемые гармоникой с P_2 , не превосходят $5000''$. Поэтому влияние отброшенной $1/80$ части коэффициента при P_4 пренебрежимо мало и в теории Брауна не учитывается.

Теория движения Луны в прямоугольных координатах

Идея построения лунной теории в прямоугольной вращающейся системе координат восходит к великому Эйлеру: именно, во второй теории движения Луны, опубликованной в 1772 г., была сделана попытка решения главной задачи в прямоугольных координатах. Через сто лет идеи Эйлера были развиты Хиллом, и, таким образом, была заложена наиболее точная, теоретическая основа предвычисления положений Луны.

Отличие подхода Эйлера от подхода Хилла заключается в том, что Эйлер рассматривал движение Луны в системе координат, вращающейся около оси Z , направленной в полюс эклиптики, со средней угловой скоростью Луны n_{ζ} , тогда как Хилл вводит систему прямоугольных координат, вращающуюся со средней угловой скоростью Солнца n_{\odot} . Преимущество такого подхода состоит в том, что при допущении круговой орбиты Солнца уравнения движения Луны допускают интеграл Якоби. Еще одно важное различие между теориями Эйлера и Хилла состоит в том, что Эйлер принимает *наблюдаемое* значение движения перигея лунной орбиты (ϵ х соело), тогда как Хилл определяет главную часть этого движения теоретически. В обеих теориях неравенства в лунном движении разделены на классы: сначала рассматриваются члены, не зависящие от эксцентриситетов Луны и Солнца e, e' , от $\sin J$, от a/a' , затем определяются члены с множителем e и т. д. Таким образом, вся проблема расслаивается на ряд отдельных задач, решение каждой из которых получается методом неопределенных коэффициентов. Этот же план построения лунной теории был принят Брауном и доведен до успешного завершения.

Уравнения движения Луны в форме Хилла

Если X, Y, Z — прямоугольные координаты Луны в системе отсчета, вращающейся со средней скоростью Солнца n' , то в предположении равенства нулю эксцентриситета солнечной орбиты, наклона орбиты Луны и отношения a/a' уравнения движения Луны могут быть записаны в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{d^2X}{dt^2} - 2n' \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial \Omega'}{\partial X}, \\ \frac{d^2Y}{dt^2} + 2n' \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial \Omega'}{\partial Y}, \end{aligned}$$

где

$$\Omega' = \frac{\mu}{r} + \frac{3}{2} n'^2 X^2, \quad \mu = G(E + M).$$

Эти уравнения допускают интеграл Якоби вида

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dX}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dY}{dt} \right)^2 \right] = \Omega' - C,$$

и дают решение главной задачи в частном случае, когда

$$e' = \sin J = \frac{a}{a'} = 0.$$

Общее решение требует введения четырех постоянных интегрирования. Хилл сначала рассматривает частный класс решений, зависящих от двух произвольных постоянных интегрирования. Чтобы получить орбиты этого класса, положим в момент времени $t = 0$

$$X = a, \quad Y = 0; \quad \dot{X} = 0, \quad \dot{Y} = b,$$

где b следует определить так, чтобы после истечения синодического периода T координаты и компоненты скорости приняли те же значения, что и в момент $t = 0$. Если n — среднее движение Луны в невращающейся системе координат, то синодический период T определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{n - n'}.$$

Если ввести новую независимую переменную τ , связанную с t соотношением

$$d\tau = (n - n') dt,$$

то уравнения движения примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 X}{d\tau^2} - 2m \frac{dY}{d\tau} &= \frac{\partial \Omega}{\partial X}, \\ \frac{d^2 Y}{d\tau^2} + 2m \frac{dX}{d\tau} &= \frac{\partial \Omega}{\partial Y}, \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

где

$$\Omega = \frac{\kappa}{r} + \frac{3}{2} m^2 X^2, \\ \kappa = \frac{\mu}{(n - n')^2}, \quad m = \frac{n'}{n - n'}.$$

Система (57) допускает по-прежнему интеграл Якоби

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dX}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dY}{d\tau} \right)^2 \right] = \Omega - C.$$

Уравнения движения не изменяются, если изменить знаки Y и τ , оставляя неизменным X , и при изменении знаков X , τ и сохранении знака Y . Поэтому орбита этого клас-

са представляет собой овальную замкнутую кривую, симметричную относительно осей X и Y .

Пусть $\tau = 0$ в момент пересечения орбитой положительного направления оси X ; тогда орбиту можно представить следующими разложениями:

$$X = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(2k + 1)\tau, \quad Y = \sum_{k=0}^{\infty} B_k \sin(2k + 1)\tau,$$

коэффициенты A , B которых зависят только от m и κ , причем κ определяет размеры орбиты, называемой вариационной кривой. Хилл получил вариационную кривую для теории движения Луны, разлагая коэффициенты A , B по степеням m аналитически и вычисляя их с точностью до пятнадцати десятичных знаков, полагая m равным

$$m = 0,08084\ 89338\ 08312.$$

Отметим, что вариационная кривая является примером периодических орбит первого рода согласно терминологии Пуанкаре, существование класса которых было строго доказано им для задачи трех тел.

Основной принцип Хилла, использованный им для построения лунной теории, и также принятый Брауном при полном решении главной задачи, состоит в задании числового значения m с самого начала и в получении всех функций от координат и их производных по τ в виде периодических рядов с числовыми коэффициентами. Этот подход позволил избежать разложений по степеням m или $m = \frac{m}{1+m}$, как это делается, например, в теории Делоне, и исключить таким образом главную причину медленной сходимости решения.

Фактически Хилл и Браун использовали комплексные координаты

$$u = X + Y\sqrt{-1},$$

$$v = X - Y\sqrt{-1},$$

однако, для целей краткого очерка лунной теории Хилла — Брауна достаточно изложение сути метода в обычных прямоугольных координатах.

Главная часть движения перигея лунной орбиты

Пусть координаты точки вариационной кривой суть $X_0(\tau)$, $Y_0(\tau)$, а координаты точки орбиты, движение по которой описывается уравнениями (57), суть $X_0 + \delta X$, $Y_0 + \delta Y$. Тогда с точностью до первого порядка относительно величин δX , δY эти уравнения дают

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\delta X}{d\tau^2} - 2m \frac{d\delta Y}{d\tau} &= \Omega_{xx}\delta X + \Omega_{xy}\delta Y, \\ \frac{d^2\delta Y}{d\tau^2} + 2m \frac{d\delta X}{d\tau} &= \Omega_{xy}\delta X + \Omega_{yy}\delta Y, \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

а интеграл Якоби для орбит с тем же значением произвольной постоянной C , что и для вариационной кривой, дает

$$\frac{dX_0}{d\tau} \frac{d\delta X}{d\tau} + \frac{dY_0}{d\tau} \frac{d\delta Y}{d\tau} - \Omega_x\delta X - \Omega_y\delta Y = 0,$$

символами Ω_{xx}, \dots обозначены значения частных производных от функций Ω по соответствующим координатам, получающиеся после подстановки вместо X и Y их значений для вариационной кривой.

Частным решением уравнений (58) является

$$\delta X = \frac{dX_0}{d\tau}, \quad \delta Y = \frac{dY_0}{d\tau}.$$

Если произвести замену переменных, вводя p и q формулами

$$\delta X = p \frac{dX_0}{d\tau} - q \frac{dY_0}{d\tau},$$

$$\delta Y = p \frac{dY_0}{d\tau} + q \frac{dX_0}{d\tau},$$

то мы получим уравнения относительно p и q с частным решением

$$p = 1, \quad q = 0.$$

Из однородности уравнений следует, что p входит только посредством производных $\frac{d^2 p}{d\tau^2}$ и $\frac{dp}{d\tau}$. Поэтому, исключая эти производные от p , мы получим уравнение

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + H(\tau) \frac{dq}{d\tau} + K(\tau) q = 0, \quad (59)$$

Если положить теперь

$$q = \varphi\rho,$$

то (59) примет вид

$$\varphi \frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \left[H(\tau) \varphi + 2 \frac{d\varphi}{d\tau} \right] \frac{d\rho}{d\tau} + \\ + \left[K(\tau) \varphi + \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + H(\tau) \frac{d\varphi}{d\tau} \right] \rho = 0.$$

Определив φ соотношением

$$H(\tau) = -\frac{2}{\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau},$$

приведем уравнение (59) к уравнению Хилла

$$\frac{d^2\rho}{d\tau^2} + \Theta(\tau) \rho = 0, \quad (60)$$

где

$$\Theta(\tau) = K(\tau) - \frac{1}{2} \frac{dH(\tau)}{d\tau} - \left[\frac{H(\tau)}{2} \right]^2;$$

функция $\Theta(\tau)$ представляется в виде ряда косинусов от четных кратностей аргумента τ :

$$\Theta(\tau) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k \cos 2k\tau,$$

где коэффициенты Θ_k — порядка m^{2k} .

Решение уравнения (60) самим Хиллом было проведено при помощи бесконечного определителя. Как показал Боурн, решение этого уравнения последовательными приближениями на основе представления функции ρ в виде

$$E \sum_{-\infty}^{+\infty} \rho_k \cos(2k\tau + c\tau + \hat{\epsilon})$$

более приспособлено к применению ЭВМ; здесь E и $\hat{\epsilon}$ — произвольные постоянные, c выражают таким образом, чтобы ρ имело необходимый вид, т. е. через коэффициенты Θ_k . В своей работе Боурн исправил несколько арифметических ошибок, допущенных Хиллом на некоторых этапах решения, в частности, при определении главной части движения перигея. После определения движения перигея из уравнения Хилла легко получаются величины δX и δY возвращением к первоначальным уравнениям. В силу од-

нородности этих уравнений произвольная постоянная интегрирования E входит общим множителем. Она соответствует постоянной эксцентриситета в эллиптическом движении.

Распространение на высшие порядки

Решение главной задачи теории движения Луны, проведенное Брауном, представляет собой систематическое разложение решения в соответствии с «характеристиками». К членам первого порядка отнесены члены, имеющие множителем e , e' , k (соответствующее $\sin J$) и $\alpha = a/a'$. Затем определяются члены с множителями e^2 , e'^2 , ee' , k^2 , ea , $e'a$, α^2 , ke' , ke , ka . Уравнения для определения новых членов, входящих в δX и δY , имеют вид (58) с дополнительными неоднородными членами, содержащими квадраты и произведения величин первого порядка. Решение относительно новых членов δX и δY проводится методом неопределенных коэффициентов.

Далее процедура распространяется аналогичным образом на определение членов третьего порядка. Уравнения снова имеют прежнюю форму, а новые неоднородные члены зависят от прежних приближений. Однако здесь необходимо вычислить поправочные члены к движениям перигея и узла, имеющие множителями e^2 , e'^2 , α^2 , k^2 , чтобы избежать появления членов с t , стоящим вне тригонометрических функций. Необходимость в аналогичных поправках возникает при определении членов пятого порядка.

Планетные возмущения

После решения основной задачи необходимо рассмотреть возмущения движения Луны от гравитационного притяжения больших планет. Вообще эту проблему можно решать для каждой планеты отдельно, изучая, таким образом, несколько задач четырех тел: Солнце, Земля, Луна и планета.

Можно предполагать, что движение планеты является кеплеровым, а влияние планеты на координаты Солнца относительно барицентра системы Земля — Луна известно. Поэтому полное решение проблемы требует решения уравнений геоцентрического движения Луны с учетом воз-

мущений от планеты; координаты Солнца, используемые в этом решении, должны включать возмущения от планеты.

Влияние добавочных членов в уравнениях движения Луны, соответствующих притяжению со стороны планеты, является прямым планетным возмущением. Его можно вычислить, подставляя в возмущающую функцию эклиптические координаты планеты и главные члены решения основной проблемы. Для учета возмущений в движении Солнца от планеты необходимо рассмотреть изменения в основной проблеме, заключающиеся в том, что орбита Солнца уже не считается неподвижным эллипсом. Это — не прямые возмущения.

§ 6. Эфемериды Луны

Начиная с выпуска на 1960 г. эфемерида Луны, публикуемая в «Астрономическом Ежегоднике СССР», вычисляется непосредственно на основе разложений теории Брауна с учетом рекомендаций, включенных в резолюции VIII и XIII Генеральных ассамблей (Рим, 1952; Прага, 1967) Международного астрономического союза (МАС). Этими рекомендациями предусматривались следующие преобразования теории движения Луны Брауна: исключение так называемого большого эмпирического члена и введение в среднюю долготу Луны поправки

$$-8'',72 - 26'',74T - 11'',22T^2,$$

учитывающей вековое ускорение средней долготы Луны; таким образом, теория движения Луны становилась чисто гравитационной теорией, в той же временной мере, что и «Tables of the Sun» Ньюкома, т. е. в системе эфемеридного времени. Основанная на этой теории эфемерида Луны получила название Improved Lunar Ephemeris, ILE, и публиковалась в выпусках «Астрономического Ежегодника СССР» на 1960—1971 гг. В дальнейшем в «Улучшенной эфемериде Луны» была исправлена ошибка в коэффициенте члена № 182 лунной теории Брауна и осуществлен переход на новую систему астрономических постоянных МАС 1964 г. Постоянная синуса параллакса Луны стала соответствовать экваториальному горизонтальному параллаксу p Луны, равному $57'02'',608$, и возмущенному среднему геоцентрическому расстоянию Луны a_c , равному $60,2682$

экваториальных радиусов земного сфероида (a_e). Постоянная лунного параллакса является характеристикой α_1 параллактических членов теории Брауна и определяется выражением

$$\alpha_1 = \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \frac{a_\zeta}{F_2 A},$$

где μ есть отношение масс Луны и Земли, A — астрономическая единица; числовые значения входящих в α_1 величин таковы:

$$\begin{aligned} \mu &= 1/81,30, \\ a_\zeta &= 384,4 \cdot 10^3 \text{ км}, \\ A &= 149,6 \cdot 10^6 \text{ км}, \\ F_2 &= 0,999093 \text{ 142}. \end{aligned}$$

Наконец еще одно уточнение теории движения Луны было сделано путем замены в ILE брауновых выражений, определяющих возмущения лунного движения от Солнца, новыми выражениями, полученными Эккертом.

Согласно резолюции, принятой Комиссией 4 (Эфемериды), различие эфемерид Луны, обусловленное различием их теоретической основы, отмечается специальным индексом j , принимающим в настоящее время числовые значения от 0 до 2. Так, Improved Lunar Ephemeris, ILE, соответствует $j = 0$; переход к системе астрономических постоянных МАС 1964 г. и исправление коэффициента члена № 182 дает эфемериду Луны, соответствующую $j = 1$; наконец, введение поправок, обусловленных заменой брауновых солнечных возмущений, определяет эфемериду Луны, соответствующую $j = 2$. Эфемерида Луны ($j = 2$) была введена в «Астрономический Ежегодник СССР» начиная с выпуска на 1972 г. Однако следует отметить, что в этом выпуске необходимо прибавить к эфемеридным значениям широты Луны поправку вида $+ 0",034 \sin (\zeta - \Omega - 2D)$ и соответствующие поправки к прямому восхождению и склонению Луны. Эту поправку можно представить в виде $+ 0",034 \sin (204^\circ + 11^\circ,152 d)$, где d измеряется в эфемеридных сутках от эпохи 1972, январь 1,0 ЕТ. В соответствии с рекомендациями Генеральных ассамблей МАС эфемерида Луны вычисляется непосредственно по исправленным разложениям Брауна и публикуется с точностью до $0^s,001$ по α и до $0",01$ по δ .

Разложения Брауна основаны на следующей системе фундаментальных параметров лунного движения:

Эпоха 1900, январь 0,5 эфемеридного времени
 $= \text{JD } 2415020,0$

$$\begin{aligned} \zeta &= 270^{\circ}26'02'',99 + 481267^{\circ}52'59'',31 T - 4'',08 T^2 + \\ &+ 0'',0068 T^3 = 270^{\circ},434164 + 13^{\circ},1763965268d - \\ &- 0^{\circ},001133T^2 + 0^{\circ},0000019 T^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma' &= 334^{\circ}19'46'',40 + 4069^{\circ}02'02'',52 T - 37'',17 T^2 - \\ &- 0'',045T^3 = 334^{\circ},329556 + 0^{\circ},1114040803 d - \\ &- 0^{\circ},010325 T^2 - 0^{\circ},000012 T^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= 259^{\circ}10'59'',79 - 1934^{\circ}08'31'',23 T + 7'',48 T^2 + \\ &+ 0'',008 T^3 = 259^{\circ},183275 - 0^{\circ},0529539222d + \\ &+ 0^{\circ},002078 T^2 + 0^{\circ},000002 T^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 350^{\circ}44'14'',95 + 445267^{\circ}06'51'',18 T - 5'',17 T^2 + \\ &+ 0'',0068 T^3 = 350^{\circ},737486 + 12^{\circ},1907491914d - \\ &- 0^{\circ},001435 T^2 + 0^{\circ},0000019 T^3. \end{aligned}$$

ζ означает среднюю долготу Луны, отсчитываемую по эклиптике от средней точки весеннего равноденствия даты до среднего восходящего узла лунной орбиты на эклиптике и далее по орбите Луны; Γ' — среднюю долготу перигея орбиты Луны, измеряемую от среднего равноденствия даты до среднего восходящего узла лунной орбиты и далее по орбите Луны; Ω — долготу среднего восходящего узла орбиты Луны на эклиптике, отсчитываемую от среднего равноденствия даты; D — среднюю элонгацию Луны от Солнца, равную разности средних тропических долгот Луны и Солнца, $\zeta - L$. Время T считается от основной эпохи в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток, d — в эфемеридных сутках, $d = 36525 T$.

Постоянная эксцентриситета орбиты Луны

$$e = 0,05490\ 0489.$$

Постоянная наклона орбиты к эклиптике i

$$\gamma = \sin \frac{i}{2} = 0,044886967,$$

откуда

$$i = 5^{\circ}08'43'',427.$$

Постоянная синуса параллакса Луны

$$\frac{\sin p}{\sin 1''} = 3422'',451,$$

откуда

$$p = 3422'',608 \text{ (см. стр. 33).}$$

Отношение масс Луны и Земли μ принято равным $1/81,30$.

Средние тропические суточные движения для эпохи 1900,0 фундаментальных аргументов ζ , Γ' , Ω и D имеют следующие числовые значения:

средней долготы	+13°,1763965268,
перигея	+0,1114040803,
узла	-0,0529539222,
элонгации	+12,1907491914;

им соответствуют следующие средние продолжительности месяцев в эпоху 1900,0:

синодического месяца (от новолуния до новолуния)

$$29^d,530589 = 29^d12^h44^m02^s,9;$$

тропического месяца (между двумя последовательными прохожденьями Луны через точку весеннего равноденствия)

$$27^d,321582 = 27^d07^h43^m04^s,7;$$

сидерического месяца (относительно одной и той же звезды)

$$27^d,321661 = 27^d07^h43^m11^s,5;$$

аномалистического месяца (между двумя последовательными прохожденьями Луны через перигей орбиты)

$$27^d,554551 = 27^d13^h18^m33^s,2;$$

драконического месяца (между двумя последовательными прохожденьями Луны через восходящий узел орбиты)

$$27^d,212220 = 27^d05^h05^m35^s,8$$

(см. стр. 225).

Значения элементов лунного движения ζ , Γ' и Ω приводятся на стр. 43 «Астрономического Ежегодника СССР». Здесь же даются значения элементов ориентации среднего экватора Луны:

i — наклон среднего экватора Луны к истинному экватору Земли (с учетом нутации $\Delta\psi$),

Δ — угловое расстояние от восходящего узла среднего лунного экватора на истинном земном экваторе до восходящего узла среднего лунного экватора на эклиптике,

Ω' — прямое восхождение восходящего узла среднего лунного экватора на истинном экваторе Земли, отсчитываемое от истинной точки весеннего равноденствия по истинному земному экватору.

Вычисление этих величин производится по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sin \Delta \sin i &= -\sin \varepsilon \sin (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos \Delta \sin i &= \sin J \cos \varepsilon - \cos J \sin \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos i &= \cos J \cos \varepsilon + \sin J \sin \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi), \\ \sin \Omega' \sin i &= -\sin J \sin (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos \Omega' \sin i &= \cos J \sin \varepsilon - \sin J \cos \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi), \end{aligned} \right\} (61)$$

в которых ε есть истинный наклон эклиптики к экватору, $\Delta\psi$ — нутация по долготе, J — постоянный наклон лунного экватора к эклиптике, равный, по Хайну, $1^{\circ}32'20''$. Следует иметь в виду, что восходящий узел среднего лунного экватора на эклиптике совпадает с нисходящим узлом средней орбиты ☾ Луны, долгота которого равна $\Omega \pm 180^{\circ}$.

Эфемерида Луны: видимые эклиптические координаты

Эфемерида видимых эклиптических координат Луны — долготы λ и широты β — публикуется в «Астрономическом Ежегоднике СССР» на стр. 44—59 на 0^{h} и 12^{h} каждых суток года; видимые эклиптические координаты Луны отсчитываются от истинных точки весеннего равноденствия и эклиптики с полным учетом нутации в долготе, а также поправки

$$0'',018 \cos (\zeta - \Gamma' - 2D) + 0'',007 \cos 2D,$$

требуемой из-за неполного учета aberrации в теории Брауна.

Видимый радиус S Луны определен через горизонтальный параллакс p формулой

$$\sin S = \frac{\sin 15'32'',58}{\sin 57'02'',608} \sin p; \quad (62)$$

здесь $15'32'',58$ есть значение видимого радиуса на среднем геоцентрическом расстоянии Луны, принятое Ньюкомом. Подставив значения синусов в формулу (62), можно получить соотношение вида

$$S = 0,272453p + 0'',080, \quad (63)$$

определяющее S с погрешностью, не превышающей $0'',001$. При вычислениях S поправка за эффект иррадиации не введена.

По значениям горизонтального параллакса p Луны можно вычислить расстояние между центрами масс Земли и Луны, воспользовавшись формулой

$$\rho = \frac{a_e}{\sin p}, \quad (64)$$

и принимая a_e равным либо $6378,160$ км (земной сфероид МАС), либо $6378,245$ км (по Ф. Н. Красовскому); отсюда имеем (в км)

$$\rho = \frac{1315,6 \cdot 10^6}{p''},$$

если горизонтальный параллакс Луны выражен в секундах дуги.

Моменты верхней и нижней кульминаций Луны означают моменты прохождения центра диска Луны через эфемеридный меридиан и даны по эфемеридному времени; они обозначены соответственно через В и Н. Рядом даны изменения эфемеридных значений моментов кульминаций при перемещении на 1^h по долготе к западу.

Момент кульминации Луны на эфемеридном меридиане совпадает с моментом по эфемеридному времени, когда часовой угол Луны относительно эфемеридного меридиана равен либо 0^h (верхняя кульминация, В), либо 12^h (нижняя кульминация, Н), т. е. с моментом, для которого

$$EST - \alpha_{\zeta} = 0^h (В) \text{ или } 12^h (Н).$$

Если обозначить этот момент как $(T + n)^h$, где T — целая часть, а n лежит между 0 и 1, то это соотношение можно записать также в следующем виде:

$$(EST)_{T^h} - \alpha_{T^h} + n (3609^s,856 - v(\alpha)) - \\ - \text{попр. } (\Delta'') = 0^h \text{ или } 12^h.$$

Поправка за вторую разность (попр. (Δ'')) мала и может повлиять на n только в пятом знаке не более чем на две единицы; поэтому ею можно пренебречь и вычислить t_{ζ} непосредственно после того, как найдено правильное значение T^h . При этом необходимо иметь в виду, что эфемеридное звездное время EST в 0^h эфемеридного времени численно совпадает с истинным звездным временем в 0^h всемирного времени (о вычислении часового изменения v (α) см. стр. 311).

Моменты верхних и нижних кульминаций Луны даны с точностью до $0^h,0001$, достаточной для подготовки и обработки меридианных наблюдений Луны. Однако при вычислении точных положений Луны в моменты кульминаций для сравнения меридианных наблюдений Луны с теорией лучше воспользоваться обратным интерполированием часовой эфемериды Луны (см. стр. 315).

Для вычисления момента кульминации по среднему местному времени на меридиане под долготой l от Гринвича необходимо проинтерполировать табличный момент на эфемеридную долготу $l^* = l + (1 + \mu) \Delta T$ и к полученному моменту прибавить поправку $\mu \Delta T$, учитывающую переход от эфемеридного среднего Солнца к среднему Солнцу.

Если m_k означает момент кульминации Луны на местном меридиане, m_E^* — табличный эфемеридный момент кульминации, то

$$m_k = m_E^* + vl^* + \mu \Delta T, \quad (65)$$

где часовое изменение v вычисляется по формуле

$$v = v_0 + \frac{l^* (v_1 - v_0)}{24}, \quad (66)$$

если $l^* > 0$ (западная долгота), и

$$v = v_0 + \frac{l^* (v_0 - v_{-1})}{24}, \quad (67)$$

где $l^* < 0$ (восточная долгота).

Эфемерида Луны: геоцентрическое расстояние

Начиная с выпусков на 1972 г. в «Астрономическом Ежегоднике СССР» публикуется эфемерида геоцентрических расстояний Луны. Значения геоцентрического рас-

стояния, выраженные в экваториальных радиусах Земли, даются на 0^h и 12^h эфемеридного времени каждых суток года. На эти же моменты времени даются значения коэффициентов a_i ($i = 1, 2, 3$) интерполяционного полинома

$$\rho(t) = \rho(t_0) + a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3 \quad (68)$$

для интерполирования вниз по эфемериде; $\rho(t)$ и $\rho(t_0)$ означают геоцентрические расстояния Луны в рассматриваемый момент времени t и в ближайший табличный момент t_0 , предшествующий рассматриваемому t , так что всегда $t - t_0 > 0$, n — промежуток времени $t - t_0$, выраженный в единицах табличного интервала w , т. е. $n = 2(t - t_0)$, если t и t_0 заданы в сутках, $w = 0,5$ суток.

Эфемериды Луны: видимые экваториальные координаты и параллакс

Видимые экваториальные координаты Луны — прямое восхождение α и склонение δ — даны для каждого часа эфемеридного времени и отсчитываются относительно истинных положений точки весеннего равноденствия и экватора с полным учетом нутации. Они вычисляются по известным формулам связи с эклиптическими координатами λ , β , непосредственно определяемыми теорией движения Луны:

$$\begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix} = \bar{p} (-\varepsilon) \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Кроме видимых экваториальных координат Луны, на нечетных страницах этой эфемериды для каждого часа эфемеридного времени даны также значения горизонтального экваториального параллакса Луны p_ζ с точностью до $0'',01$.

Для вычисления прямого восхождения, склонения и параллакса Луны в момент верхней кульминации на меридиане под долготой l относительно Гринвича сначала находим момент верхней кульминации Луны на местном меридиане по эфемеридному времени

$$M_k^* = m_E^* + l^* + vl^*, \quad (70)$$

а затем интерполируем на этот момент по формуле Бесселя с учетом вторых разностей.

Промежуток времени в звездных единицах, в течение которого полудиаметр Луны S проходит через меридиан, можно вычислить по формуле

$$t^s = \frac{S''}{15} \cdot \frac{3609^s, 856 \text{ sec } \delta}{3609^s, 856 - v(\alpha)}, \quad (71)$$

в которой видимый радиус Луны S выражен в секундах дуги, а часовое изменение $v(\alpha)$ прямого восхождения Луны в момент кульминации определяется формулой

$$v(\alpha) = \Delta'_{1/2} + (n - 0,5) \Delta''_{1/2}, \quad (72)$$

где n — дробная часть момента кульминации Луны, выраженного в часах.

§ 7. Эфемериды больших планет

Внутренние планеты

Как уже было указано выше, эфемериды внутренних (по отношению к кольцу астероидов) планет вычисляются в соответствии с теорией их движения, созданной Ньюкомом. Средние элементы орбит планет, положенные в основу этих теорий, приведены в Ежегоднике на стр. 248—250 в виде разложений по степеням времени T , означающего промежуток времени от фундаментальной эпохи 1900, январь 0,5 эфемеридного времени до рассматриваемого момента, выраженный в юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток. Эти разложения включают влияние прецессии и определяют средние элементы орбит, отнесенные к среднему равноденствию и экватору даты. Приведенные элементы имеют следующий смысл:

Средняя долгота планеты в орбите L , $L = M_0 + \pi$, где M_0 — средняя аномалия, долгота перигелия орбиты π , долгота восходящего узла орбиты на эклиптике Ω , отсчитываемая от средней точки весеннего равноденствия момента T , n означает среднее сидерическое суточное движение, непосредственно полученное из наблюдений, т. е. включающее влияние вековых возмущений средней долготы планеты. Соответствующее этому значению n значение большой полуоси орбиты, определяемое третьим законом Кеплера, обозначено через a_1 ; через a обозначено значение большой полуоси орбиты, освобожденное от влия-

ния этих вековых возмущений. Наклон орбиты к эклиптике и ее эксцентриситет обозначены соответственно через i и e .

Эпоха: 1900, январь 0,5 эфемеридного времени =
= JD 2415020,0

Меркурий

$$L = 178^{\circ}10'44'',68 + 538106654'',80T + 1'',084T^2,$$

$$\pi = 75^{\circ}53'58'',91 + 5599'',76 T + 1'',061 T^2,$$

$$\Omega = 47^{\circ}08'45'',40 + 4266'',75 T + 0'',626 T^2,$$

$$i = 7^{\circ}00'10'',37 + 6'',699 T - 0'',066 T^2,$$

$$e = 0,20561421 + 0,00002046 T - 0,000000030 T^2,$$

$$n = 14732'',4197380 - 0'',000001355 T,$$

$$a_1 = 0,38709867, \quad a = 0,38709860;$$

Венера

$$L = 342^{\circ}46'01'',39 + 210669162'',88 T + 1'',1148 T^2,$$

$$\pi = 130^{\circ}09'49'',8 + 5068'',93 T - 3'',515 T^2,$$

$$\Omega = 75^{\circ}46'46'',73 + 3239'',46 T + 1'',476 T^2,$$

$$i = 3^{\circ}23'37'',07 + 3'',621 T - 0'',0035 T^2,$$

$$e = 0,00682069 - 0,00004774T + 0,000\ 000\ 091T^2,$$

$$n = 5767'',6697692 + 0'',000\ 000\ 2628T,$$

$$a_1 = 0,72333222, \quad a = 0,72333162;$$

Земля

$$L = 99^{\circ}41'48'',04 + 129602768'',13 T + 1'',089 T^2,$$

$$\pi = 101^{\circ}13'15'',0 + 6189'',03 T + 1'',63 T^2 + 0'',012 T^3,$$

$$e = 0,01675104 - 0,00004180 T - 0,000\ 000\ 126 T^2,$$

$$n = 3548'',1928323 - 0'',000\ 001\ 103T,$$

$$a_1 = 1,000\ 000\ 030, \quad a = 1,000\ 000\ 23;$$

Марс

$$L = 293^{\circ}44'51'',46 + 68910117'',33 T + 1'',1184 T^2,$$

$$\pi = 334^{\circ}13'05'',53 + 6626'',73T + 0'',4675T^2 -$$

$$-0'',0043T^3,$$

$$\Omega = 48^{\circ}47'11'',19 + 2775'',57 T - 0'',005 T^2 - 0'',0192 T^3,$$

$$i = 1^{\circ}51'01'',20 - 2'',430 T + 0'',0454 T^2,$$

$$e = 0,09331290 + 0,000\ 092\ 064 T - 0,000\ 000\ 077 T^2,$$

$$n = 1886'',5186207 + 0'',000\ 000\ 463 T,$$

$$a_1 = 1,523\ 691\ 46, \quad a = 1,523\ 688\ 40.$$

Внешние планеты

Для внешних планет — Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона — в «Астрономическом Ежегоднике СССР» публикуются оскулирующие элементы. Оскулирующие элементы в некоторую эпоху определяются как элементы такой невозмущенной эллиптической орбиты, в которой положение и скорость планеты в эту эпоху совпадают с положением и скоростью планеты в действительной возмущенной орбите в этот же момент времени — в эпоху оскуляции. Таким образом, оскулирующие элементы отражают возмущающее влияние других планет и подвержены периодическим изменениям, тогда как средние элементы изменяются только вековым образом. Оскулирующие элементы, по определению, дают действительное положение и скорость планеты в эпоху оскуляции и хорошее приближение к действительным элементам орбиты в течение короткого промежутка времени, охватывающего эпоху оскуляции.

Оскулирующие элементы табулированы в «Астрономическом Ежегоднике СССР» с интервалом 40 суток для Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна и 80 суток — для Плутона (стр. 253).

Для сравнения можно привести средние элементы Юпитера и Сатурна (по Хиллу) и Урана и Нептуна (по Ньюкому); они даны для эпохи соответствующих таблиц, а также для эпох 1960, январь 1,5 и 1970, январь 0,5. В случае Юпитера и Сатурна редукция на эпохи 1960 и 1970 основана на изменениях средних элементов, близких к опубликованным в работах Леверрье и Гайо. Приведение средних элементов Урана и Нептуна на указанные эпохи основано на учете долгопериодических изменений. Элементы отнесены к среднему равноденствию и эклиптике эпохи.

Ю п и т е р

	1850, январь 0,5	1960, январь 1,5	1970, январь 0,5
<i>L</i>	159°56'25",05	259°48'52",05	203°25'11",28
<i>π</i>	11 54 26, 72	13 40 41, 6	13 50 21, 6
<i>Ω</i>	98 55 58, 16	100 02 40, 0	100 08 43, 9
<i>i</i>	1 18 41, 81	1 18 19, 3	1 18 17, 3
<i>e</i>	0,04825382	0,0484354	0,0484517
<i>n</i>	299",12837656	299",1284	299",1284
<i>a</i>	5,202802875	5,202803	5,202803

Сатурн

	1850, январь 0,5	1960, январь 1,5	1970, январь 0,5
<i>L</i>	14°49'39",95	280°40'16",88	43°00'20",29
<i>π</i>	90 06 39, 53	92 15 52, 1	92 27 37, 4
<i>Ω</i>	112 20 51, 38	113 18 26, 9	113 23 41, 2
<i>i</i>	2 29 39, 26	2 29 23, 7	2 29 22, 1
<i>e</i>	0,056 060 75	0,055 681 8	0,055 647 1
<i>n</i>	120",455 042 14	120",455 0	120",455 0
<i>a</i>	9,538 843 210	9,538 843	9,538 843

Уран

	1900, январь 0,5	1960, январь 1,5	1970, январь 0,5
<i>L</i>	243°21'44",66	141°18'17",87	184°17'24",64
<i>π</i>	169 02 55, 6	170 00 39, 3	170 10 23, 9
<i>Ω</i>	73 29 24, 9	73 47 46, 6	73 50 50, 4
<i>i</i>	0 46 21, 60	0 46 23, 0	0 46 23, 2
<i>e</i>	0,047 044 33	0,047 209 5	0,047 236 7
<i>n</i>	42",23434	42",235	42",235
<i>a</i>	19,190 978	19,181 882	19,181 882

Нептун

	1900, январь 0,5	1960, январь 1,5	1970, январь 0,5
<i>L</i>	85°01'30",63	216°56'27",22	238°55'24",26
<i>π</i>	43 45 20, 2	44 16 26, 1	44 21 42, 2
<i>Ω</i>	130 40 44, 0	131 20 23, 2	131 26 59, 8
<i>i</i>	1 46 45, 32	1 46 25, 5	1 46 22, 2
<i>e</i>	0,008 533 41	0,008 574 7	0,008 582 4
<i>n</i>	21",53266	21",532	21",532
<i>a</i>	30,070 672	30,057 779	30,057 900

Оскулирующие элементы внешних планет вычисляются непосредственно по значениям гелиоцентрических экваториальных координат (и компонент скоростей), полученным численным интегрированием Эккертом, Брауэром и Клеменсом и опубликованным в XII томе *Astron. Papers*. Следует при этом иметь в виду, что поправки, обусловленные возмущениями от внутренних планет и опубликованные в *Astron. Papers*, vol. XIII, Pt. V (1954), не учитываются.

Вычисление оскулирующих элементов внешних планет

Табулированные значения прямоугольных экваториальных координат x , y , z отнесены к среднему равноденствию и экватору эпохи 1950, 0. К этой же системе отсчета

будут отнесены компоненты скорости \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} , определяемые путем численного дифференцирования эфемериды значений x , y , z . Для перехода к среднему равноденствию и эклиптике даты можно воспользоваться следующими формулами:

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \bar{p}(\varepsilon_t) P_{1950, 0 \rightarrow t} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{1950, 0}. \quad (73)$$

Аналогичные формулы справедливы и для компонент скоростей $\dot{\bar{x}}$, $\dot{\bar{y}}$, $\dot{\bar{z}}$. Здесь $\bar{P}_{1950, 0 \rightarrow t}$ означает известную нам матрицу прецессии (см. стр. 73), ε_t — средний наклон эклиптики к экватору даты.

Компоненты скорости \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} планеты с массой m отнесены к $1/K$ суток как единице времени, где

$$K = k \sqrt{1 + m},$$

где k есть гауссова постоянная тяготения, $k = 0,01720209895$.

Для упрощения формул и удобства вычислений можно положить $r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2$ и принять

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r^{-1} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \sqrt{r} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{y}} \\ \dot{\bar{z}} \end{bmatrix}, \quad (74)$$

так что

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2 - r/a.$$

Здесь для упрощения записи опущены индексы у нормализованных координат.

Так как $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ не зависит от системы отсчета, то рекомендуется выполнить нормировку координат и компонент скорости до вычисления оскулирующих элементов. В этом случае вместо компоненты скорости \dot{x} , ... будет $(\sqrt{r}/K) \cdot$ (мгновенная суточная скорость изменения x) и аналогичные выражения для двух остальных координат.

Вычислив шесть значений $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$, определим элементы орбиты по формулам

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 1 &= m, \\ x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} &= l, \\ a &= \frac{r}{1-m}, \quad n = Ka^{-3/2} \text{ (радиан/сутки)}, \\ e^2 &= l^2(1-m) + m^2, \quad \rho^2 = 1 + m - l^2 = \frac{1-e^2}{1-m}; \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

положив, далее

$$l_0 = \frac{l}{e_0}, \quad m_0 = \frac{m}{e_0},$$

$$\rho_1^2 = \frac{e^2 \rho^2}{e_0^2} = \rho^2 [l^2(1-m) + m_0^2],$$

где e_0 выбрано так, что число $1/e_0$ целое, постоянное для каждой планеты, такое, что $e/e_0 < 1$, вычисляем

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} &= \rho \left(m_0 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - l_0 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \right), \\ \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} &= l_0 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + (m_0 - ll_0) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

контролируя вычисления по формулам

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

$$p_x q_x + p_y q_y + p_z q_z = 0,$$

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = \rho_1^2 = \frac{e^2 \rho^2}{e_0^2}.$$

Далее имеем

$$e \sin E = l \sqrt{1-m}, \quad e \cos E = m,$$

$$\operatorname{tg} E = \frac{l_0 \sqrt{1-m}}{m_0},$$

$$M = E - e_0 l_0 \sqrt{1-m} = E - 57^\circ, 295780 e_0 l_0 \sqrt{1-m}$$

и

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \omega &= \frac{p_z}{q_z}, \quad e \sin v = \rho l, \quad e \cos v = m - l^2, \\ \operatorname{tg} \pi &= \frac{p_y - q_x}{p_x + q_y}, \quad \operatorname{tg} v = \frac{\rho l_0}{m_0 - l_0}, \\ \Omega &= \pi - \omega, \quad \sin i = \sqrt{\frac{p_z^2 + q_z^2}{\rho_1^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

Контролем этих вычислений может служить сравнение долготы в орбите $v + \pi$ с ее значением, полученным непосредственными вычислениями.

Квадранты угловых величин E , ω , π , v во всех случаях определяются знаками числителя и знаменателя, наклон i всегда положителен. Необходимо отметить, что при вычислении ρ_1 по формуле

$$\rho_1^2 = \frac{e^2 \rho^2}{e_0^2}$$

следует взять числовое значение эксцентриситета e с восемью значащими цифрами. Формулы, приведенные выше для определения элементов Ω , ω , i , наиболее пригодны при малых эксцентриситетах и наклонах орбит.

Положим

$$\begin{aligned} r_x &= y\dot{z} - \dot{y}z, \quad r_y = z\dot{x} - \dot{z}x, \\ r_z &= x\dot{y} - \dot{x}y, \quad r_x^2 + r_y^2 + r_z^2 = \rho^2, \end{aligned}$$

и введем контрольные формулы:

$$r_x p_x + r_y p_y + r_z p_z = r_x q_x + r_y q_y + r_z q_z = 0.$$

Тогда получим следующие системы соотношений, определяющие ω , Ω , i :

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \sin i \sin \omega &= p_z, \\ \rho_1 \sin i \cos \omega &= q_z, \\ \rho \cos i &= r_z, \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

$$\rho \begin{bmatrix} \sin i \sin \Omega \\ \sin i \cos \Omega \\ \cos i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x \\ -r_y \\ r_z \end{bmatrix}, \quad (79)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \cos i \sin \omega &= -p_x \sin \Omega + p_y \cos \Omega, \\ \rho_1 \cos i \cos \omega &= -q_x \sin \Omega + q_y \cos \Omega, \\ \rho \sin i &= r_x \sin \Omega - r_y \cos \Omega, \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

$$\rho_1 \begin{bmatrix} \cos i \sin \Omega \\ \cos i \cos \Omega \\ \sin i \end{bmatrix} = \sin \omega \begin{bmatrix} -p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} + \cos \omega \begin{bmatrix} -q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}, \quad (81)$$

$$\rho_1 (1 \pm \cos i) \begin{bmatrix} \sin(\omega \pm \Omega) \\ \cos(\omega \pm \Omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm p_y - q_x \\ \pm q_y + p_x \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Соотношения (78) и (82) или (79) и (82) образуют полную систему уравнений. При малых наклонах i не следует применять одновременно (78) и (79), так как потери точности при определении ω и Ω будут независимы. Для определения i и Ω более логично воспользоваться формулами (79) вместо определения i и ω по формулам (78), однако, на практике применяют формулы (78), чтобы избежать вычисления величин r_x , r_y , r_z .

Гелиоцентрические координаты больших планет

Гелиоцентрические координаты больших планет предназначены для вычисления возмущений в движении малых планет и комет при применении методов численного интегрирования дифференциальных уравнений движения этих малых тел Солнечной системы. В соответствующем разделе «Астрономического Ежегодника СССР» публикуются эклиптические координаты r , l , b и экваториальные прямоугольные координаты x , y , z в системе отсчета эпохи 1950,0; значения координат даны на стандартные моменты (целая часть юлианского дня такого момента кратна 10), при этом эфемерида Меркурия дана с интервалом 5^d , Венеры — 10^d , Земли, Марса, Юпитера, Сатурна — 20^d , Урана, Нептуна, Плутона — 40^d .

Для всех планет, кроме Меркурия, в этом разделе, приведены также значения прямоугольных компонент силы притяжения, испытываемой Солнцем со стороны планеты, X , Y , Z ; они вычислены по формулам

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = -10^7 \frac{w^2 k^2 m}{r^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (83)$$

в которых w означает табличный интервал в сутках, k — гауссову постоянную тяготения, m — массу планеты в единицах массы Солнца. Для величины k принято значение 0,0172 020 98950; числовые значения m^{-1} указаны в следующей таблице:

Меркурий	6 000 000	Сатурн	3501,6
Венера	408 000	Уран	22869
Земля+Луна	329 390	Нептун	19314
Марс	3 093 500	Плутон	360000
Юпитер	1047,355		

Для всех планет, кроме Меркурия, все данные, публикуемые в этом разделе «Астрономического Ежегодника СССР», можно найти также в специальных таблицах издания «Planetary Coordinates» на 1800—1940 гг. (изданы в 1933 г.), 1940—1960 гг. (1939 г.), 1960—1980 гг. (1958 г.) Бюро Н. М. Nautical Almanac Office.

Гелиоцентрические координаты r , l , b , а также долготу в орбите w , для всех планет, кроме Земли, отнесенные к среднему равноденствию и эклиптике даты, с точностью соответственно до $1 \cdot 10^{-7}$, $0''$, 1 и 0° ,00001, можно взять из объединенного англо-американского ежегодника «Astronomical Ephemeris».

З а м е ч а н и е. Необходимо иметь в виду, что значения масс планет, приведенные выше, совпадают с принятыми в «Planetary Coordinates» на 1960—1980 гг. В «Planetary Coordinates» на 1800—1940 и 1940—1960 гг. приняты следующие значения масс планет:

	m^{-1}	m
Меркурий	7 000 000	0,00000 014
Венера	406 500	0,00000 246
Земля+Луна	330 000	0,00000 303
Марс	3 093 500	0,00000 032
Юпитер	1047,35	0,00095 479
Сатурн	3500	0,00028 571
Уран	22869	0,00004 373
Нептун	19314	0,00005 178
Плутон		0,00000 300

Значение массы Плутона определено Уайли (L. V. Wylie. Publ. US Nav. Obs., vol. XV, pt. I. 1942).

Гелиоцентрические координаты внутренних планет (Меркурия, Венеры, Земли, Марса) вычислены непосредственно по таблицам, построенным на основе теорий

движения этих планет, созданных Ньюкомом; при этом в теории движения Марса учтены поправки Росса (Astron. Papers, vol. IX, pt. II, 1917).

Гелиоцентрическая долгота в орбите w отсчитывается от среднего равноденствия даты по эклиптике до восходящего узла, а затем по орбите. Она вычисляется по таблицам в процессе определения эклиптической долготы l . Долгота в орбите w отличается от эклиптической долготы l на величину приведения к эклиптике R :

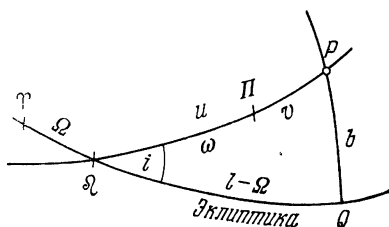


Рис. 59. Приведение к эклиптике R ; $l = w + R$, $w = \Omega + \omega + v$

Приведение к эклиптике R легко вычислить из соотношений, выведенных из прямоугольного сферического треугольника ΩPQ (рис. 59)

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(l - \Omega) &= \cos i \operatorname{tg} u, \\ \sin b &= \sin i \sin u, \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

с учетом равенств

$$w = \pi + v = \Omega + \omega + v = \Omega + u. \quad (86)$$

Из первой формулы (85) получим

$$l - \Omega = u - \frac{1}{\operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg}^2 \frac{i}{2} \sin 2u + \frac{1}{2 \operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg}^4 \frac{i}{2} \sin 4u - \dots, \quad (87)$$

откуда

$$l = w - \frac{1}{\operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg}^2 \frac{i}{2} \sin 2u + \frac{1}{2 \operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg}^4 \frac{i}{2} \sin 4u - \dots \quad (88)$$

В ежегоднике «Astronomical Ephemeris» для Венеры и Марса приведены также значения (с точностью до $0'',01$) смещения планеты по широте относительно средней орбиты, обусловленного возмущениями от остальных планет.

Аналогичные данные для внешних планет даны в ежегоднике «Astronomical Ephemeris» с интервалом в 10^d для Юпитера и Сатурна, 40^d — для Урана и Нептуна и 80^d — для Плутона. Основой для их вычисления служат значения прямоугольных экваториальных координат, опубликованные в Astron. Papers, vol. XII. Сначала преобразованием (73) получаем эклиптические прямоугольные координаты $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, отнесенные к средним эклиптике и равноденствию даты, и гелиоцентрические координаты r, l, b находим по известной формуле

$$r \begin{bmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}. \quad (89)$$

Для вычисления долготы в орбите $w = \Omega + u$ из эклиптической долготы l вычитаем приведение к эклиптике R , определяемое соотношением

$$R = -\frac{1}{\text{arc } 1''} \text{tg}^2 \frac{i}{2} \sin 2(l - \Omega) - \frac{1}{2 \text{arc } 1''} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \sin 4(l - \Omega) + \dots \quad (90)$$

В случае Плутона, наклон орбиты i которого велик, аргумент широты u вычисляем непосредственно по формуле

$$\text{tg } u = \text{tg } (l - \Omega) \sec i. \quad (91)$$

Для контроля долготу в орбите w можно вычислить, воспользовавшись найденными ранее оскулирующими элементами; в процессе этих вычислений мы нашли также значение истинной аномалии v , так что

$$w = v + \pi.$$

Кроме того, можно применить также следующие соотношения:

$$r \begin{bmatrix} \cos w \\ \sin w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} + (\sec i - 1)(\bar{x} \sin \Omega - \bar{y} \cos \Omega) \begin{bmatrix} \sin \Omega \\ -\cos \Omega \end{bmatrix}. \quad (92)$$

Геоцентрические координаты больших планет

«Астрономический Ежегодник СССР» дает на 0^h каждых суток года экваториальные координаты — видимое прямое восхождение α и видимое склонение δ — для всех планет, кроме Плутона. Точность геоцентрических эфемерид внутренних планет $0^s,01$ по α и $0'',1$ по δ ; эфемериды внешних планет публикуются с точностью до $0^s,001$ по α и $0'',01$ по δ .

При вычислении геоцентрической эфемериды внутренних планет сначала по гелиоцентрическим координатам r , l , b , найденным по таблицам и отнесенным к среднему равноденствию и эклиптике даты, вычисляем гелиоцентрические прямоугольные экваториальные координаты x , y , z , пользуясь соотношениями

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_t = r\bar{p}(-\bar{\varepsilon}) \begin{bmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{bmatrix} = \bar{p}(-\bar{\varepsilon}) \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}_t, \quad (93)$$

где $\bar{\varepsilon}$ означает средний наклон эклиптики к экватору даты.

Для внешних планет гелиоцентрические прямоугольные экваториальные координаты x , y , z , отнесенные к среднему экватору и равноденствию даты, вычисляются на основе значений этих координат, опубликованных в *Astron. Papers*, vol. XII, с учетом поправок за влияние внутренних планет. После учета указанных поправок полученные координаты x , y , z , отнесенные к равноденствию и экватору эпохи 1950,0, применением матрицы прецессии $\bar{P}_{1950,0 \rightarrow t}$ переводятся на среднее равноденствие и экватор даты по формуле (73). Полученные таким образом средние координаты с интервалом в 10^d далее интерполируются на каждые сутки (кроме Плутона). Для перехода к истинному равноденствию и экватору даты достаточно воспользоваться соотношением

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{ист}}^t = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \varepsilon & -\Delta\psi \sin \varepsilon \\ +\Delta\psi \cos \varepsilon & 1 & -\Delta\varepsilon \\ +\Delta\psi \sin \varepsilon & +\Delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{сред}}^t, \quad (94)$$

в котором ε есть истинный наклон эклиптики к экватору даты.

Истинные геоцентрические прямоугольные координаты ξ , η , ζ получаются суммированием x , y , z с истинными

прямоугольными геоцентрическими координатами Солнца X_{\odot} , Y_{\odot} , Z'_{\odot} , т. е.

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\odot} \\ Y_{\odot} \\ Z'_{\odot} \end{bmatrix}. \quad (95)$$

Конечно, переход к истинному равноденствию и экватору возможен и после образования средних геоцентрических прямоугольных координат ξ , η , ζ ; этот второй путь используется на практике вычисления видимых мест внешних планет.

Истинные (геометрические) значения геоцентрического расстояния Δ , прямого восхождения α и склонения δ определяются известными соотношениями

$$\Delta \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (96)$$

т. е.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \operatorname{arctg} \left(\frac{\eta}{\xi} \right), \quad \delta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \right), \\ \Delta &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}. \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

Чтобы по определенным таким образом геометрическим значениям Δ , α , δ получить видимые их значения, необходимо учесть аберрацию; для этого достаточно воспользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{вид}}(t) &= \alpha_{\text{геом}}(t) - \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)_t \Delta t, \\ \delta_{\text{вид}}(t) &= \delta_{\text{геом}}(t) - \left(\frac{d\delta}{dt} \right)_t \Delta t, \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

в которых $\Delta t = \tau_A \Delta$ есть световой промежуток, соответствующий геоцентрическому расстоянию Δ . При вычислении эфемерид видимых мест внутренних планет принято $\tau_A = 0^d,0057683$, для внешних планет $\tau_A = 0^d,0057756$.

Производные $\frac{d\alpha}{dt}$ и $\frac{d\delta}{dt}$ вычисляются численным дифференцированием по формулам

$$w \left(\frac{df}{dt} \right)_t = f'_t - \frac{1}{6} f''_t + \dots,$$

где

$$f'_t = \frac{1}{2} (f'_{t-\frac{1}{2}} + f'_{t+\frac{1}{2}}),$$

$$f'''_t = \frac{1}{2} (f'''_{t-\frac{1}{2}} + f'''_{t+\frac{1}{2}}),$$

а w означает табличный интервал.

Учет третьей разности f'''_t необходим только при вычислении координат Плутона, эфемерида которого вычисляется с интервалом $w = 4^d$.

Формулы (98) для вычисления видимых координат справедливы в предположении прямолинейного движения планеты в течение абберационного промежутка Δt относительно Солнца. Влияние допускаемой при этом ошибки на геоцентрическое положение планеты меньше $0'',001\Delta/r^2$, т. е. не превосходит $0'',0003$ для внешних планет и $0'',017$ — для внутренних планет.

Точность учета абберации при вычислении геоцентрических координат внутренних планет можно повысить, применяя правило интерполирования на величину светового промежутка Δt вверх по эфемериде геометрических значений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{вид}}(t) &= \alpha_{\text{геом}}(t - \Delta t), \\ \delta_{\text{вид}}(t) &= \delta_{\text{геом}}(t - \Delta t). \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

Публикуемые в геоцентрической эфемериде положения Плутона являются астрометрическими положениями, отнесенными к равноденствию и экватору эпохи 1950,0, и предназначены для непосредственного сравнения с фотографическими наблюдениями Плутона. Основные принципы вычисления астрометрических координат изложены на стр. 144; они сводятся к применению формул вида

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{астром}} &= \alpha_{\text{вид}} - \text{aberratio fixarum } (\alpha), \\ \delta_{\text{астром}} &= \delta_{\text{вид}} - \text{aberratio fixarum } (\delta). \end{aligned}$$

Геоцентрические эфемериды дают также значения видимого радиуса S и экваториального горизонтального параллакса p планет; эти величины вычислены на основе значений средних радиусов S_0 и параллакса Солнца π_{\odot} , отнесенных к единице расстояния — астрономической

единице, по формулам

$$S = \frac{S_0}{\Delta}, \quad p = \frac{\pi_{\odot}}{\Delta}. \quad (100)$$

Для Юпитера и Сатурна даны значения полярных радиусов. Принятые значения S_0 приводятся ниже (в скобках указаны экваториальные видимые радиусы):

Меркурий	3",34	Юпитер	91",91(98",47)
Венера	8,41	Сатурн	74,57(83,33)
Земля	8,77(8",80)	Уран	34,28
Марс	4,68	Нептун	36,56

При вычислении параллаксв внутренних планет принято значение $\pi_{\odot}'' = 8",80$, внешних планет — $\pi_{\odot}'' = 8",794$.

Момент верхней кульминации на эфемеридном меридиане дан по эфемеридному времени с точностью до 1^s. Как и в случае Луны (см. стр. 343), этот момент определяется временем, когда эфемеридное звездное время S^* минус прямое восхождение α планеты равно нулю.

Если через n обозначить дробную долю суток, то уравнение, определяющее n , имеет вид (эфемеридное звездное время S^* в 0^h) — (прямое восхождение в 0^h) + n (86636^s,56 — $\Delta'_{1/2} \alpha$) — $2B_2(n) \Delta''_0 \alpha = 0$, где $\Delta'_{1/2} \alpha$ означает первую разность, $\Delta''_0 \alpha$ — вторую разность в прямом восхождении, $B_2(n) = \frac{1}{2}(n-1)n$ — второй коэффициент интерполяционной формулы Бесселя.

Местное среднее время кульминации планеты на другом меридиане под долготой l от Гринвича получим интерполированием эфемеридных значений на эфемеридную долготу

$$l^* = l + (1 + \mu) \Delta T,$$

причем западные долготы считаются положительными. Поправкой к моменту кульминации, учитывающей переход от эфемеридного среднего Солнца к среднему Солнцу можно пренебречь.

Промежуток времени t^s в звездных единицах, в течение которого полудиаметр планеты проходит через меридиан, можно вычислить по формуле

$$t^s = \frac{S''_{\alpha}}{15} \cdot \frac{3609^s, 856 \text{ sec } \delta}{3609^s, 856 - \frac{1}{24} v(\alpha)}, \quad (101)$$

где S''_{α} означает величину видимого полудиаметра диска планеты по направлению небесной параллели (по прямому восхождению) в секундах дуги, $v(\alpha)$ — суточное изменение прямого восхождения в момент кульминации.

Формулу (101) можно представить в виде

$$t^3 = S''_{\alpha} A \sec \delta,$$

беря множитель A по аргументу $v(\alpha)$ из следующей таблицы:

$v(\alpha)$	A	$v(\alpha)$	A
—600 ^s	0,06621	000 ^s	0,06667
—500	0,06628	100	0,06674
—400	0,06636	200	0,06682
—300	0,06644	300	0,06690
—200	0,06651	400	0,06698
—100	0,06659	500	0,06705
000	0,06667	600	0,06713

Суточное изменение $v(\alpha)$ прямого восхождения в момент верхней кульминации достаточно вычислить с точностью до 10^s по формуле

$$v(\alpha) = \Delta'_{1/2} + (n - 0,5) \Delta''_{1/2},$$

где n означает дробную часть момента кульминации планеты, выраженного в сутках.

Для всех планет, кроме Юпитера и Сатурна, видимый диск можно считать кругом, поэтому видимый полудиаметр S_{α} совпадает с эфемеридным значением видимого радиуса S . Для вычисления видимых полудиаметров диска планеты в случае Юпитера или Сатурна в направлении небесной параллели S_{α} и в направлении круга склонений S_{δ} можно воспользоваться формулами

$$S_{\alpha} = k_{\alpha} S, \quad S_{\delta} = k_{\delta} S, \quad (102)$$

где

$$k_{\alpha} = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 D_{\oplus} \sin^2 P}{1 - e^2}},$$

$$k_{\delta} = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 D_{\oplus} \cos^2 P}{1 - e^2}},$$

Формулы (102) выведены в предположении, что фигуру планеты можно считать эллипсоидом вращения с эксцентриситетом меридианного эллипса e . Планетоцентрическое склонение Земли D_{\oplus} и позиционный угол оси вращения планеты P даны в эфемериде для физических наблюдений Юпитера и Сатурна. Для Юпитера $e^2 = 0,1288$, для Сатурна $e^2 = 0,1992$; позиционные углы P лежат либо в первой, либо в четвертой четверти. Можно считать, что углы P и D_{\oplus} для Юпитера заключены в пределах

$$-25^{\circ} < P < +25^{\circ}, \quad -4^{\circ} < D_{\oplus} < +4^{\circ},$$

для Сатурна —

$$-7^{\circ} < P < +7^{\circ}, \quad -30^{\circ} < D_{\oplus} < +30^{\circ}.$$

Поэтому формулы коэффициентов k_{α} и k_{δ} можно заменить приближенными выражениями и применять их без ущерба для принятой в эфемериде точности, а именно:

Ю п и т е р

$$k_{\alpha} = \sqrt{\frac{1 - e^2 \sin^2 P}{1 - e^2}}, \quad k_{\delta} = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 P}{1 - e^2}},$$

$$e^2 = 0,1288;$$

С а т у р н

$$k_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}}, \quad k_{\delta} = \sqrt{\frac{1 - e^2 \cos^2 D_{\oplus}}{1 - e^2}},$$

$$e^2 = 0,1992.$$

При практических вычислениях величин k_{α} и k_{δ} удобно пользоваться следующими таблицами:

Ю п и т е р

$\pm P$	k_{α}	k_{δ}
0°	1,071	1,000
5	1,071	1,001
10	1,069	1,002
15	1,067	1,005
20	1,063	1,009
25	1,059	1,013
30	1,054	1,018

С а т у р н

$\pm D_{\oplus}$	k_{α}	k_{δ}
0°	1,117	1,000
5	1,117	1,001
10	1,117	1,004
15	1,117	1,008
20	1,117	1,014
25	1,117	1,022
30	1,117	1,031

Прямое вычисление эфемерид планет на основе полиномов Чебышева

В связи с развитием вычислительной техники в последнее время в эфемеридной астрономии наметилась тенденция к замене процедур, связанных с численным интегрированием уравнений движения или разложения в ряды Пуассона (Фурье), полиномиальными представлениями эфемеридных величин на сравнительно коротких промежутках времени.

Наиболее часто применяемым является приближение эфемеридных данных полиномами Чебышева, представляющих наилучшую аппроксимацию. В свое время Дебри предложил метод уплотнения эфемерид при помощи полиномов Чебышева, основанный на процессе оптимизации числа узлов при заданной степени точности. Аналогичные работы были проведены в эфемеридных учреждениях Бюро Морского альманаха США и Бюро долгот Франции.

Шапрон изложил метод, дающий возможность вычислить эфемериду планеты простым методом на коротком, порядка нескольких лет, промежутке времени, где начальные условия и точность аппроксимации, а также число коэффициентов полиномов Чебышева заданы а priori. Таким образом, задача сводится к следующему: для определенной эфемеридной величины $f(t)$ на интервале $[t_0, t_1]$ или на нормализованном интервале $[-1, +1]$, в котором изменяется нормализованный аргумент x , связанный с t :

$$t = \frac{t_1 - t_0}{2} x + \frac{t_1 + t_0}{2}, \quad (103)$$

вычислить коэффициенты a_j для представления величины $f(x)$ в виде

$$f(x) = \sum_{j=0}^N a_j T_j(x), \quad (104)$$

где N — число узлов, в которых заданы частные значения величины $f(t)$.

Полином Чебышева $T_j(x)$ определяется формулой

$$T_j(x) \equiv T_j(\cos \theta) = \cos j\theta, \quad \theta = \arccos x. \quad (105)$$

Формулы (103) — (105) позволяют вычислить необходимые полиномы Чебышева и функцию $f(t)$.

Уравнения движения и интегрирование

Для любой планеты можно интегрировать непосредственно уравнения относительно оскулирующих элементов; если E есть один из элементов a , λ , z , ζ , причем a — большая полуось планетной орбиты, λ — средняя долгота планеты, $z = e \exp(\pi \sqrt{-1})$, где e , π — эксцентриситет и долгота перигелия орбиты,

$$\zeta = \sin \frac{i}{2} \exp(\Omega \sqrt{-1}),$$

где i , Ω — наклон и долгота восходящего узла орбиты, то уравнения Лагранжа (см. стр. 265) можно записать в виде

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{na^2} D_E V \text{ grad } R, \quad (106)$$

где V — гелиоцентрический радиус-вектор планеты, R — возмущающая функция, n — среднее движение планеты. В уравнении относительно λ в правой части следует добавить слагаемое $+n$. Если w означает истинную долготу планеты и $|V| = r$, то производные $D_E V$ имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} D_a V &= \frac{2a^2}{\sqrt{1-e^2}} \text{Re} \{ [z + \exp(w\sqrt{-1})] \bar{L} \}, \\ D_\lambda V &= -2V + \frac{1}{1 + \sqrt{1-e^2}} \text{Im} (\bar{z} D_z V) + \\ &\quad + 2\sqrt{1-e^2} \text{Im} (\bar{\zeta} D_\zeta V), \\ D_z V &= a\sqrt{1-e^2} L + \\ &\quad + \frac{r}{\sqrt{1-e^2}} [z + \exp(w\sqrt{-1})] \times \\ &\quad \times \text{Re} [\exp(w\sqrt{-1}) L] + 2z\sqrt{-1} \text{Im} (\zeta D_\zeta V), \\ D_\zeta V &= \{ \exp(w\sqrt{-1}) - \\ &\quad - \zeta \text{Re} [\bar{\zeta} \exp(w\sqrt{-1})] \} \frac{r}{\sqrt{1-e^2}} S. \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

Радиус-вектор V имеет следующее выражение через r , w :

$$V = r \text{Im} [\exp(w\sqrt{-1}) \bar{L}];$$

с другой стороны,

$$\left. \begin{aligned} S &= \left(0, 0, -\frac{1}{2\sqrt{1-\gamma^2}} \right) + (\operatorname{Im} \zeta, -\operatorname{Re} \zeta, \sqrt{1-\gamma^2}), \\ L &= (-\sqrt{1-\gamma^2}, 0, 0) + 2\zeta (\operatorname{Im} \zeta, -\operatorname{Re} \zeta, \sqrt{1-\gamma^2}), \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

где $\gamma = \sin^2 \frac{1}{2}$.

Кроме того,

$$\frac{1}{na^2} \operatorname{grad} R = \sum_{j \neq i} \frac{m_i na}{1+m_j} \left(\frac{V_i - V_j}{\Delta_i^3} - \frac{V_i}{r_i^3} \right), \quad (109)$$

где $\Delta_i = |V_i - V_j|$.

Для перехода от средней долготы λ к истинной долготе w введем уравнение Кеплера

$$\mathcal{E} - \operatorname{Im} [\bar{z} \exp(\mathcal{E} \sqrt{-1})] = \lambda, \quad (110)$$

где $\mathcal{E} = E + \pi$ — есть эксцентрическая долгота, а также

$$\exp(w \sqrt{-1}) = \frac{a}{r} \left\{ -z + \exp(\mathcal{E} \sqrt{-1}) - \frac{z \sqrt{-1}}{1 + \sqrt{1-e^2}} \operatorname{Im} [\bar{z} \exp(\mathcal{E} \sqrt{-1})] \right\} \quad (111)$$

и

$$\frac{r}{a} = 1 - \operatorname{Re} [\bar{z} \exp(\mathcal{E} \sqrt{-1})]. \quad (112)$$

Процесс интегрирования выполняется последовательными приближениями. В первом приближении на промежутке (t_0, t_1) фиксированной длины элементы a, z, ζ считают постоянными, среднюю долготу λ — линейной функцией времени t , $\lambda = \lambda_0 + nt$. Правые части уравнений Лагранжа (106) представляют полиномами Чебышева и приводят их к виду

$$\frac{dE}{dt} = F_E = \sum_{j=0}^N a_j^{(E)} T_j(x). \quad (113)$$

Для вычисления коэффициентов $a_j^{(E)}$ можно воспользоваться соотношением

$$a_j^{(E)} = \frac{2 - \delta_j^0}{N} \sum_{i=1}^N F_E \cos \frac{2i-1}{2N} \pi \cos j \frac{2i-1}{2N} \pi. \quad (114)$$

Интегрирование уравнений (113) не представляет затруднений, так как

$$\int T_j(x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{j+1} T_{j+1}(x) - \frac{1}{j-1} T_{j-1}(x) \right) \quad (115)$$

при $j \neq 0, 1$ и $dt = \frac{t_1 - t_0}{2} dx$; напомним также, что $T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$.

Результат интегрирования уравнений (113) можно представить в виде

$$E = C^{(E)} + \sum_{i=1}^N b_i^{(E)} T_i(x), \quad (116)$$

где $C^{(E)}$ означает произвольную постоянную, определяемую по начальным условиям $E = E^{(0)}$. Наиболее простой путь состоит в последовательных приближениях начиная с некоторого начального значения $t = t^{(0)} \in [t_0, t_1]$, или $x = x^{(0)}$, так что

$$C^{(E)} = E^{(0)} - \sum_{i=1}^N b_i^{(E)} T_i(x^{(0)}) = b_0^{(E)}, \quad (117)$$

и продолжается до получения устойчивого решения уравнений (116) и (117).

Эфемериды для космической динамики

Точность определения положения и скорости космического аппарата в значительной степени зависит от точности, с которой могут быть вычислены координаты и компоненты скорости соответствующих небесных тел — планеты-цели, к которой осуществляется космический полет, и планет, влияющих своими гравитационными силами на движение этих аппаратов по космической орбите. Наиболее универсальной теоретической основой предвычисления положений планет и Луны, сохраняющей полную теоретическую точность в любые моменты времени, являются классические аналитические теории движения. В настоящее время к ним можно отнести теорию движения Луны Хилла — Брауна — Эккерта (подробнее см. § 5), новую теорию движения Венеры, разработанную Данкомом, и новую теорию движения Марса, созданную Клеменсом. Необходимо наряду с этим отметить, что ге-

лиоцентрическое движение Земли до сих пор описывается теорией, созданной Ньютоном.

Общей чертой всех этих теорий движения является представление координат небесных тел в виде разложений в тригонометрические ряды, аргументы которых зависят от времени, а коэффициенты являются функциями средних элементов орбит и астрономических постоянных (см. стр. 264). Однако при необходимости вычисления скоростей путем аналитического дифференцирования этих разложений по времени, оказывается, что точность определяемых таким образом скоростей ниже точности соответствующих координат. Для устранения этого рассогласования координат и скоростей, т. е. для сохранения номинальной точности и в скоростях, необходимо располагать разложениями координат, выполненными относительно параметров разложения (эксцентриситеты, наклоны орбит, отношения больших полуосей) на один-два порядка выше, чем существующие, т. е. дополнить основные разложения современных теорий рядом короткопериодических членов с малыми амплитудными коэффициентами, играющих существенную роль при вычислении скоростей. При численном дифференцировании эфемерид прямоугольных координат небесных тел, числовые значения которых верны с точностью, не превышающей нескольких единиц седьмого десятичного знака (для указанных выше небесных тел), происходит потеря точности, вызванная вычитанием достаточно близких по величине чисел. Таким образом, начальные условия для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения космических аппаратов и планет, рассматриваемых в конкретной динамической проблеме, с самого начала получатся численно несогласованными при таком способе вычисления скоростей, а, значит, неточными. При подготовке эфемерид, предназначенных для использования в качестве численной основы предвычислений, связанных с космическим экспериментом, этот дефект можно устранить на основе метода, известного под названием метода дифференциального исправления орбит. Сущность его состоит в последовательном уточнении начальных условий — начальных значений координат и компонент скоростей в эпоху оскуляции — таким образом, чтобы любые последующие значения координат, получаемые в про-

цессе численного интегрирования, имели минимальное среднеквадратичное отклонение от «стандартных» значений этих координат, вычисляемых по аналитической теории. Иными словами, значения координат, определяемые аналитической теорией, играют роль фиктивных наблюдений.

Пусть необходимо построить эфемериды значений координат и компонент скорости планеты P с массой m в прямоугольной гелиоцентрической системе координат XYZ численным интегрированием дифференциальных уравнений движения этой планеты:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + k^2(1+m)\frac{x}{r^3} = \\ = k^2 \sum_i m_i \left(\frac{x_i - x}{\Delta_i^3} - \frac{x_i}{r_i^3} \right) \quad (x \rightarrow y, z) \end{aligned} \quad (118)$$

на интервале $t_0 \leq t \leq t_k$. При этом можно считать координаты x_i, y_i, z , возмущающих планет P_i с массами m_i либо известными, либо вычислять их, численно интегрируя систему дифференциальных уравнений, получаемую добавлением к (118) соответствующих уравнений, т. е. уравнений движения возмущающих планет P_i .

В процессе численного интегрирования получаются значения координат $x(t_i), y(t_i), z(t_i)$ и компонент скорости $\dot{x}(t_i), \dot{y}(t_i), \dot{z}(t_i)$ для отдельных моментов времени t_i , разделенных шагом интегрирования $\omega_i = t_{i+1} - t_i$, который может быть постоянным и переменным. Вычисляемые координаты x, y, z являются функциями элементов орбиты $c = c(c_j), j = 1, 2, \dots, 6$, или эквивалентных им значений координат $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$ и компонент скорости $\dot{x}^{(0)}, \dot{y}^{(0)}, \dot{z}^{(0)}$ в начальную эпоху t_0 — эпоху оскуляции. Если мы обозначим для любого момента времени t_i значение координаты $x(y, z)$, вычисленное на основе аналитической теории, через $x_e(t_i) = x_{ej}$, а через $x_i(c) = x(t_i; c)$ — значение координаты x , полученное в процессе численного интегрирования, то, вводя функцию

$$S = \sum^n \{ [x_{ei} - x_i(c)]^2 + [y_{ei} - y_i(c)]^2 + [z_{ei} - z_i(c)]^2 \}, \quad (119)$$

вычисляемую для каждого момента t_i в интервале интегрирования $t_0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_n \leq t_k$, мы можем выразить условие минимума функции S в виде системы условных уравнений.

Эту систему условных уравнений решают методом наименьших квадратов, составляя и решая систему соответствующих нормальных уравнений такого вида:

$$\sum_{m=1}^6 \left[\sum_{l=0}^n \left(\frac{\partial x_l}{\partial c_i} \frac{\partial x_l}{\partial c_m} + \frac{\partial y_l}{\partial c_i} \frac{\partial y_l}{\partial c_m} + \frac{\partial z_l}{\partial c_i} \frac{\partial z_l}{\partial c_m} \right) \right] dc_m =$$

$$= \sum_{l=0}^n \left[\frac{\partial x_l}{\partial c_i} (x_{el} - x_l) + \frac{\partial y_l}{\partial c_i} (y_{el} - y_l) + \frac{\partial z_l}{\partial c_i} (z_{el} - z_l) \right] \quad (120)$$

относительно поправок dc_m к значениям c_m . Для вычисления частных производных $\frac{\partial x}{\partial c_i}$, $\frac{\partial y}{\partial c_i}$, $\frac{\partial z}{\partial c_i}$ в моменты t_k можно воспользоваться методом исчисления конечных разностей, т. е. заменить частные производные частными разностными отношениями

$$\frac{\partial x}{\partial c_i} (t_k; c_1, \dots, c_6) =$$

$$= \frac{x(t_k; c_1, \dots, c_i + \Delta c_i, \dots, c_6) - x(t_k; c_1, \dots, c_i, \dots, c_6)}{\Delta c_i}.$$

Необходимо отметить, что при применении такого метода вычисления коэффициентов условных уравнений параметры c_m могут быть любыми, например, массами возмущающих планет, тогда как в обычной практике применения метода дифференциального исправления в форме Эккерта — Брауэра коэффициенты условных уравнений вычисляются по формулам, основанным на соотношениях кеплерова движения.

ЭФЕМЕРИДЫ ДЛЯ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Мертвый Месяцок — будущее,
А Солнышко — прошлое наше,
Между обоими пугливо летает
Жизни мысль.

Ян Неруда

Раздел «Эфемериды для физических наблюдений» был включен в «Астрономический Ежегодник СССР» в соответствии с резолюцией, принятой Совещанием по Ежегоднику, созванным в Институте теоретической астрономии АН СССР в Ленинграде в 1952 г.

Эфемериды для физических наблюдений Солнца, Луны и планет содержат величины, характеризующие вид наблюдаемого с Земли диска этих небесных тел. Они предназначены для выполнения наблюдений деталей поверхности небесных тел и обработки их результатов, а также для приведения позиционных наблюдений небесных объектов, при которых точное положение центра видимого диска определяется по наблюдениям точек его края. Эфемеридные величины этого раздела позволяют наблюдателю определить наблюдаемость определенных областей или деталей поверхности небесного объекта в любой момент времени (по планетографическим координатам), их положение на видимом диске, условия освещенности, ориентацию видимого диска на небесной сфере относительно кардинальных направлений. На основе этих эфемерид можно решить и обратную задачу: по астрометрическим измерениям на диске определить планетографические координаты деталей поверхности и найти числовые значения элементов осевого вращения небесного объекта. Следует заметить, что этот класс эфемерид может быть с успехом применен и для подготовки сеансов радиолокации планет и Луны, лазерной светолокации Луны, а также для решения задач, связанных с построением планетных солнечных календарей при изучении переменных явлений в атмосферах планет, обусловленных солнечной актив-

ностью. Эфемериды для физических наблюдений могут быть использованы также в качестве основы для подготовки наблюдений с космических летательных аппаратов и для астродинамических расчетов посадки космического аппарата на поверхность небесного объекта в заданной области.

Эфемериды для физических наблюдений основаны на фундаментальных эфемеридах Солнца, Луны и планет, а также на некоторых дополнительных данных. Табулированные значения, как правило, включают учет влияния абберационных эффектов и поэтому могут быть непосредственно проинтерполированы на заданный момент наблюдения (конечно, при наблюдениях с поверхности Земли!), однако, следует иметь в виду, что это — геоцентрические эфемериды.

При вычислении эфемерид для физических наблюдений принятое значение световой астрономической единицы τ_A равно $499^s,012$ в соответствии с системой астрономических постоянных МАС (1964 г.) (параллакс Солнца $\pi_{\odot} = 8'',794$, скорость света $c = 299792,5$ км/с).

Параметрами осевого вращения небесных объектов являются: период вращения P , положение оси вращения в пространстве, определенное либо экваториальными координатами α_0 , δ_0 полюса вращения небесного объекта (точки пересечения оси вращения с небесной сферой), либо наклоном и долготой восходящего узла экваториальной плоскости небесного объекта на избранной фундаментальной плоскости, планетографическая долгота центра видимого диска небесного объекта в принятую эпоху, определяющая положение центрального меридиана на диске.

В пределах принятой в эфемеридах для физических наблюдений степени точности влияние различия между системами всемирного и эфемеридного времени заметно проявляется только в долготах центральных меридианов Солнца, Марса, Юпитера, в селенографической долготе Солнца (вернее, в величине $90^\circ - l_{\odot}$, т. е. в дополнении l_{\odot} до 90°) и в угле положения оси вращения Луны.

При прямом направлении вращения планеты (против часовой стрелки, если смотреть со стороны северного конца оси вращения) движение деталей поверхности планеты, видимое с Земли, происходит в западном направлении на небесной сфере, от восточного края диска к западному.

Видимые положения точек на диске планеты вообще наиболее удобно определяются видимым угловым расстоянием и углом положения (позиционным углом) относительно центра видимого диска; позиционные углы обычно отсчитываются от точки севера диска к востоку, однако, в некоторых случаях их отсчитывают от направления на точку зенита. Центр видимого (с Земли) диска совпадает с подземельной точкой на поверхности планеты; его положение на геоцентрической небесной сфере диаметрально противоположно видимому положению Земли на планетоцентрической небесной сфере.

Точка севера диска планеты лежит на видимом северном краю в пересечении линии края с небесным меридианом (кругом склонений), проходящим через северный полюс мира и центр диска. Точка зенита диска планеты определяется пересечением вертикала, проходящего через зенит места наблюдения и центр диска.

§ 1. Эфемериды для физических наблюдений Солнца

Эфемериды для физических наблюдений Солнца вычисляются на основе элементов, определенных Кэррингтоном:

Сидерический период вращения Солнца $P = 25^d,38$.

Наклон экватора Солнца к эклиптике $J = 7^\circ 15'$.

Долгота восходящего узла экватора Солнца на средней эклиптике даты: $\Omega = 73^\circ 4' + 50'',25 t$, где t — время в годах, прошедшее от эпохи 1850,0. Таким образом, среднее суточное движение долготы равно $14^\circ,18439716$.

В эфемериде на 0^h всемирного времени публикуются: P — позиционный угол северного конца оси вращения Солнца, отсчитываемый к востоку от точки севера диска, B_0 — гелиографическая широта и L_0 — гелиографическая долгота центра диска Солнца.

Гелиографические координаты на поверхности Солнца измеряются по экватору Солнца от солнечного меридиана, прошедшего через восходящий узел солнечного экватора на эклиптике в эпоху 1850, январь 1, средний гринвичский полдень (JD 2398220,0) и отсчитываются от 0° до 360° в направлении вращения Солнца, т. е. к западу на видимом диске в проекции на небесную сферу. Начальный меридиан, принятый Кэррингтоном, прошел через вос-

ходящий узел на 12^h ранее, т. е. в эпоху JD 2398219,5. Гелиографические широты отсчитываются от солнечного экватора и положительны в северном полушарии Солнца.

Синодический период вращения равен промежутку времени, в течение которого долгота L_0 уменьшается на 360° . Средний синодический период вращения Солнца равен $27^d,2753$. Начало каждого синодического оборота Солнца определяется моментом времени, когда L_0 принимает значение 0° . Номера оборотов составляют гринвичский фотогелиографический ряд Кэррингтона (или просто: ряд Кэррингтона), в котором начало оборота № 1 совпадает с эпохой 1853, ноябрь 9. В разделе «Эфемерида для физических наблюдений Солнца» объяснения к «Астрономическому Ежегоднику СССР» в каждом выпуске публикуется таблица, содержащая моменты начала синодических оборотов Солнца, продолжающих ряд Кэррингтона в течение рассматриваемого года. Например, для 1980 г. имеем таблицу

№ оборота	Дата начала	№ оборота	Дата начала	№ оборота	Дата начала
1691	январь 24,18	1695	май 12,37	1700	сентябрь 25,49
1692	февраль 20,52	1696	июнь 8,58	1701	октябрь 22,77
1693	март 18,84	1697	июль 5,78	1702	ноябрь 19,08
1694	апрель 15,13	1698	август 1,99	1703	декабрь 16,40
		1699	август 29,22		

При вычислении физической эфемериды Солнца в значениях элементов вращения не учитывают вековое движение эклиптики и пренебрегают широтой Солнца.

Гелиографические координаты центра диска Солнца (подземельной точки) вычисляются на основе соотношений, связывающих элементы сферического треугольника, образованного на гелиоцентрической небесной сфере видимым положением Земли E , северным полюсом вращения Солнца S и восходящим узлом солнечного экватора на эклиптике Ω (рис. 60). В этом треугольнике сторона $E\Omega$ равна $\Omega - (\lambda \pm 180^\circ)$, где λ — геоцентрическая долго-

Вместо формулы (2) в практических вычислениях можно применить формулу

$$M - 180^\circ = 112^\circ,766 + (2430000,5 - \text{JD} - \Delta T')14^\circ,18439716, \quad (5)$$

где

$$\Delta T' = \Delta T - 0^d,000036,$$

ΔT означает поправку эфемеридного времени в рассматриваемую эпоху JD, или

$$L_0 = L \pm 180^\circ - \frac{360^\circ}{25,38} (\text{JD} + \Delta T' - 2398220,0), \quad (6)$$

где

$$L = \arctg [\cos J \operatorname{tg} (\lambda - \Omega)]. \quad (7)$$

Угол L лежит в том же квадранте, что и разность $\lambda - \Omega$, углы x , y , B_0 лежат соответственно в пределах $\pm \varepsilon$, $\pm J$, $\pm J$.

Северная точка диска Солнца, от которой отсчитывается позиционный угол P , определяется геоэкватором и равноденствием даты; поэтому при вычислении угла x величина ε представляет истинный наклон эклиптики и λ_0 есть видимая долгота Солнца, отнесенная к истинному равноденствию даты. Кроме того, используя во всех формулах видимую долготу Солнца λ_0 , мы полностью учитываем влияние аберрации в долготе, так что никаких поправок за аберрацию вводить не нужно. Вычисленные значения L_0 не следует исправлять за вращение в течение светового промежутка (аберрационного времени), так как эта поправка включена, по-видимому, самим Кэррингтоном при определении начального меридиана гелиографической системы: Кэррингтон при редукции наблюдений прибавил $20''$ к табличной долготе Солнца, взятой им из «Nautical Almanac»; однако, он относил свои измерения к видимому центру солнечного диска.

Следует отметить полную независимость процесса вычисления физической эфемериды Солнца от каких-либо параметров, связанных с суточным вращением Земли (за исключением величины ΔT). Поэтому эту эфемериду можно вычислять непосредственно по фундаментальным эфемеридам с аргументом «эфемеридное время» и затем переходить к аргументу «всемирное время», интерполируя

вниз по эфемериде на величину ΔT , что равносильно исправлению любой табличной эфемеридной величины f , данной на 0^h ET, на

$$\Delta f = + \frac{\Delta T}{\omega} \Delta'_{1/2},$$

где ω — интервал табуляции эфемериды, $\Delta'_{1/2} = f_1 - f_0$.

Физическую эфемериду Солнца можно вычислить также, задав параметры, аналогичные тем, которые применяются для определения осевого вращения планет (см. стр. 383).

§ 2. Основы вычисления физических эфемерид планет

Фазы

Физические эфемериды Луны и планет содержат данные, определяющие геометрический вид освещенной Солнцем части поверхности видимого диска на небесной сфере. Часть k площади видимого диска Луны или планеты, освещенная Солнцем, называется фазой; фаза зависит от планетоцентрической (или селеноцентрической) элонгации Земли от Солнца, называемой углом фазы Φ (см. рис. 60).

Если пренебречь сжатием планеты, видимый диск представляется наблюдателю кругом, и терминатор — линия раздела между освещенной и неосвещенной частями диска — является ортогональной проекцией большого круга, ограничивающего освещенное полушарие планеты, на картинную плоскость (плоскость, перпендикулярную к лучу зрения). Поэтому, вообще говоря, терминатор является эллипсом, превращающимся в окружность при $\Phi = 0^\circ$ или 180° , и вырождающимся в отрезок прямой при $\Phi = 90^\circ$. Линия рогов, соединяющая концы терминатора, есть большая ось этого эллипса и равна диаметру $2S$ видимого диска, если S — видимый радиус. Малая ось совпадает с диаметром, проходящим через центр яркого края диска и через диаметрально противоположную точку — точку наименьшей освещенности. Начиная с выпуска Ежегодника на 1960 г., физические эфемериды Луны, Меркурия и Венеры содержат угол положения Q точки наименьшей освещенности. Угол Q отличается на 180° от угла

положения Θ дуги большого круга, соединяющей положения планеты и Солнца, фиксирующего положение центра освещенного края диска (точки наибольшей освещенности); до 1960 г. вместо угла Θ , отсчитываемого к востоку от точки севера диска, публиковались значения угла положения линии рогов T (см. рис. 60).

Марс, Юпитер и Сатурн при наземных наблюдениях обнаруживают очень малые отклонения от полностью освещенного диска (полной фазы); их физические эфемериды содержат поэтому значения позиционного угла Q и угловой меры q наибольшего дефекта освещенности.

Радиус Луны или планеты, проекция которого на картинную плоскость дает малую полуось терминатора, перпендикулярен к планетоцентрическому радиусу-вектору Солнца. Когда $\Phi > 90^\circ$, что возможно только для Луны, Меркурия или Венеры, этот радиус составляет угол $\Phi - 90^\circ$ с лучом зрения и угол $180^\circ - \Phi$ с плоскостью видимого диска (т. е. с картинной плоскостью). Величина проекции этого радиуса на неосвещенную часть диска планеты равна $-S \cos \Phi$. При $\Phi < 90^\circ$ этот радиус составляет углы $90^\circ - \Phi$ с лучом зрения и Φ с плоскостью диска, его проекция на неосвещенную часть диска равна $+S \cos \Phi$. Очевидно, в любом случае длина освещенной части диаметра, перпендикулярного к линии рогов, равна $S(1 + \cos \Phi)$, и в силу того, что площадь эллипса равна произведению π и обеих полуосей, общая площадь освещенной части диска равна $\frac{1}{2} \pi S^2 (1 + \cos \Phi)$. Поэтому фаза k определяется формулой

$$k = \frac{1}{2} (1 + \cos \Phi) = \cos^2 \frac{\Phi}{2}, \quad (8)$$

и дает значение отношения освещенной площади диска ко всей его площади и отношения освещенной части диаметра, перпендикулярного к линии рогов, ко всему диаметру видимого диска. Наибольший угловой дефект освещенности, следовательно, определен соотношением

$$q = 2S(1 - k). \quad (9)$$

Угол фазы Φ легко получить из плоского треугольника, в вершинах которого лежат Солнце, Земля и плане-

та P , по формулам (рис. 61)

$$\left. \begin{aligned} r \sin \Phi &= R \sin D, \\ r \cos \Phi &= \rho - R \cos D, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

в которых R и r означают гелиоцентрические радиусы-векторы Земли и небесного объекта P , ρ — геоцентриче-

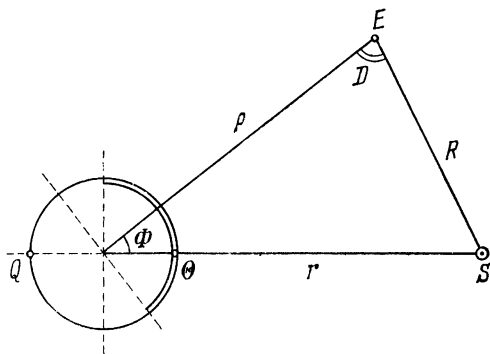


Рис. 61. Угол фазы (Φ) и углы положения точек наибольшей (θ) и наименьшей (Q) освещенности диска планеты.

ское расстояние этого объекта, D — геоцентрическая элонгация объекта P от Солнца. Можно заметить, что $\Phi \leq 90^\circ$, если $r^2 + \rho^2 - R^2 \geq 0$.

Элонгацию D и позиционный угол Q центра неосвещенного края диска можно определить, воспользовавшись соотношениями (рис. 62)

$$\left. \begin{aligned} \sin Q \sin D &= \cos \delta_\odot \sin (\alpha - \alpha_\odot), \\ \cos Q \sin D &= -\sin \delta_\odot \cos \delta + \cos \delta_\odot \sin \delta \cos (\alpha - \alpha_\odot), \\ \cos D &= \sin \delta_\odot \sin \delta + \cos \delta_\odot \cos \delta \cos (\alpha - \alpha_\odot), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

выведенными из сферического треугольника, образованного на небесной сфере положениями Солнца, северного полюса мира и небесного объекта; знак $\sin Q$ совпадает со знаком $\sin (\alpha - \alpha_\odot)$, угол D считается всегда положительным. Вопрос о направлении элонгации (к западу или к востоку) решается при помощи дополнительных соображений.

Звездные величины

Звездные величины планет, указанные в физических эфемеридах, определены формулами Мюллера, опубликованными в *Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, 8, 366, 1893. Эти формулы основаны на фотометрических определениях блеска планет, выполненных в течение 1877—1891 гг., и имеют следующие выражения:

Меркурий:

$$m = + 1,16 + 5 \lg \rho r + 0,02838 (\Phi - 50) + \\ + 0,0001023 (\Phi - 50)^2,$$

Венера:

$$m = - 4,00 + 5 \lg \rho r + 0,01322 \Phi + 0,0000004247 \Phi^3,$$

Марс:

$$m = - 1,30 + 5 \lg \rho r + 0,01486 \Phi,$$

Юпитер:

$$m = - 8,93 + 5 \lg \rho r,$$

Сатурн:

$$m = - 8,68 + 5 \lg \rho r \pm 0,044 (U' + \omega - U) \mp \\ \mp 2,60 \sin B + 1,25 \sin^2 B;$$

здесь угловые величины Φ , $U' + \omega - U$ выражены в градусах (о значении $U' + \omega - U$, B см. стр. 408).

В случае Сатурна его звездная величина зависит от вида колец, определяемого величинами U' , U , ω , B ; знаки третьего и четвертого членов формулы выбирают так, чтобы эти члены всегда были положительны.

Уран:

$$m = - 6,85 + 5 \lg \rho r,$$

Нептун:

$$m = - 7,05 + 5 \lg \rho r.$$

Зависимость блеска небесного объекта от его геометрического положения относительно Земли и Солнца не определяет полную звездную величину, так как блеск зависит еще и от фотометрических свойств поверхности этого объекта: от альбедо в различных положениях; однако, отражение света от поверхности планет еще не мо-

жет быть представлено сколько-нибудь удовлетворительной теоретической формулой. Поэтому фактическое соотношение между блеском и углом фазы должно быть определено из наблюдений, выполненных в течение достаточно длительного времени. Примером таких эмпирических соотношений и являются формулы Мюллера.

Связь блеска небесного объекта с геометрической конфигурацией Земли, Солнца и этого объекта, вне зависимости альbedo от угла фазы или других условий, может быть представлена блеском объекта, отнесенным к определенному фотометрическому эталону или к некоторым стандартным условиям. Это — блеск небесного объекта в противостоянии (в случае внешней планеты) или в верхнем соединении (в случае внутренней планеты) на среднем гелиоцентрическом расстоянии a и при наблюдении с Земли, расположенной на единичном гелиоцентрическом расстоянии. При такой стандартной конфигурации диск объекта полностью освещен, геоцентрическое расстояние объекта равно $a \pm 1$ (верхний знак относится к внутренней планете). Для любого геоцентрического расстояния ρ и угла фазы Φ отношения радиуса и освещенной площади диска к их значениям в стандартной конфигурации соответственно равны $\frac{a \pm 1}{\rho}$ и $k \frac{(a \pm 1)^2}{\rho^2}$, где $k = \cos^2 \frac{\Phi}{2}$. Поэтому на гелиоцентрическом расстоянии r объекта, в соответствии с законом Ламберта об изменении относительной интенсивности падающего света (освещенности) как $\frac{1}{r^2}$, относительная яркость объекта равна

$$k \frac{a^2}{r^2} \frac{(a \pm 1)^2}{\rho^2} = k S^2 \frac{a^2}{r^2}, \quad (13)$$

где S — видимый радиус объекта. Следовательно, в силу того, что a — постоянная, величина

$$L = k \frac{S^2}{r^2} \quad (14)$$

принимается в качестве меры блеска, которая определялась бы в случае отсутствия зависимости альbedo от угла фазы видимой освещенной площадью и относительной интенсивностью падающего света. Величину L обычно называют блеском диска небесного объекта и приводят в физических эфемеридах Меркурия и Венеры. За еди-

ницу блеска принимают блеск фиктивного диска с видимым радиусом $S_0 = 1''$, расположенного на расстоянии $r = 1$ а. е. от Солнца. Принимая значения видимого радиуса S_0 на единичном гелиоцентрическом расстоянии, $3'',34$ для Меркурия и $8'',41$ для Венеры, получаем следующие формулы блеска L этих планет:

$$L_{\text{М}} = \frac{11,16k}{\rho^2 r^2}, \quad L_{\text{В}} = \frac{70,73k}{\rho^2 r^2}. \quad (15)$$

Планетографические координаты

Эфемериды для физических наблюдений планет содержат необходимые данные, которые позволяют построить систему координат на поверхности планеты, аналогичную географической системе координат, и характеризуют геометрический вид вращающейся планеты.

Вид диска планеты, наблюдаемый с Земли, зависит от расположения Земли и Солнца относительно поверхности планеты, или, что равносильно, от положений Земли и Солнца на планетоцентрической небесной сфере. Эти положения фиксируются относительно системы отсчета, в которой за фундаментальную плоскость принята плоскость экватора планеты, а за начальную точку отсчета — восходящий (для планетоцентрической системы) узел орбиты планеты на ее экваторе, т. е. точка весеннего равноденствия планеты. В этой системе координат положение любой точки определяют планетоцентрическим склонением D и планетоцентрическим прямым восхождением A . Склонение D равно угловому расстоянию данной точки от экватора планеты, измеряемому по дуге меридиана, и считается положительным к северу, прямое восхождение A измеряется по экватору планеты от точки весеннего равноденствия планеты к востоку (против часовой стрелки, если смотреть со стороны северного полюса вращения планеты) до круга склонения (меридиана), проходящего через данную точку (рис. 63). Здесь уместно предостеречь читателя от возможной путаницы, обусловленной тем, что термины «планетоцентрическое прямое восхождение» и «планетоцентрическое склонение» иногда применяют к координатам точек на планетоцентрической небесной сфере, отнесенным к экватору и точке весеннего равноденствия Земли. Поэтому в случаях, до-

восхождение Земли отличается на 180° от геоцентрического прямого восхождения планеты. Позиционный угол оси вращения планеты на планетоцентрической небесной сфере численно равен и противоположен по знаку позиционному углу той же оси на геоцентрической сфере.

Направление на север определяется направлением вектора кинетического момента количества вращательного движения планеты при выборе положительного направления вращения против хода часовой стрелки (если смотреть со стороны конца этого вектора); поэтому понятие «северного полушария» совпадает с земным у всех небесных объектов, имеющих одинаковое с Землей направление осевого вращения. В случае обратного направления вращения, как это имеет место у Венеры, вектор кинетического момента определяет направление на север Венеры, противоположное «обычно принятому» направлению, т. е. он обращен в южную, с точки зрения земного наблюдателя, полусферу. Это обстоятельство следует всегда учитывать при выводе соответствующих формул.

Все сказанное ранее относительно Земли приложимо в полной мере и к Солнцу. Заметим также, что планетоцентрическое прямое восхождение Земли равно геоцентрической долготе планеты, измеряемой по дуге ее экватора от точки осеннего равноденствия планеты, т. е. от нисходящего узла ее орбиты на ее экваторе.

При отнесении к плоскости экватора Земли (геоэкватора) положение плоскости экватора планеты определено наклоном $90^\circ - \delta_0$ и прямым восхождением $90^\circ + \alpha_0$ ее восходящего узла, где α_0 , δ_0 означают прямое восхождение и склонение северного полюса вращения планеты. Величина наклона и положение узла непрерывно изменяются из-за прецессии и нутации земной оси и аналогичных движений оси планеты.

Изменения координат α_0 , δ_0 , обусловленные прецессионными смещениями экватора и точки весеннего равноденствия Земли, определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_0 &= (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0)(t - t_0), \\ \Delta\delta_0 &= n \cos \alpha_0 (t - t_0), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где m и n — общие прецессии по прямому восхождению и склонению (см. стр. 77), так что координаты α , δ

полюса вращения планеты в эпоху t равны

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha_0, \quad \delta = \delta_0 + \Delta\delta_0.$$

Кроме того, относительно неподвижной плоскости отсчета скорость прецессии линии узлов экватора сжатой планеты под действием Солнца равна

$$-\frac{3}{2} \frac{C-A}{C} \frac{n_0^2}{\omega(1-e_0^2)^{3/2}} \cos \eta,$$

где $A = B < C$ суть главные моменты инерции планеты, ω — ее угловая скорость вращения, n_0 — среднее движение по орбите, e_0 и η — эксцентриситет и наклон орбиты к этой плоскости отсчета; скорость прецессии под влиянием спутника массы m равна

$$-\frac{3}{2} \frac{C-A}{C} \frac{m}{M+m_0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \frac{n_0^2}{\omega(1-e^2)^{3/2}} \cos \eta,$$

где M и m_0 суть массы Солнца и планеты, a_0 — среднее гелиоцентрическое расстояние планеты, a , e — среднее планетоцентрическое расстояние спутника и эксцентриситет его орбиты. Таким образом, при наличии спутников и измерений сжатия планеты величины $\Delta\alpha_0$ и $\Delta\delta_0$ включают в себя также указанные ранее эффекты.

Если ввести в рассмотрение еще сидерический период осевого вращения планеты P и принять значение планетоцентрического часового угла точки весеннего равноденствия планеты $V(t'_0)$, отсчитанного от первого (нулевого) меридиана планетографической системы координат в некоторую начальную эпоху t'_0 , то система величин $\alpha_0^{(0)}$, $\delta_0^{(0)}$, $\dot{\alpha}$, $\dot{\delta}$, $V_{(0)}$ и P определяет полностью вращение соответствующего небесного объекта и дает исходную основу для вычисления данных физической эфемериды

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha_0^{(0)} + \dot{\alpha}(t - t_0), \\ \delta_0 &= \delta_0^{(0)} + \dot{\delta}(t - t_0), \\ V &= V_{(0)} + \frac{2\pi}{P}(t - t'_0). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Для вывода формул, необходимых для вычисления планетоцентрических координат Земли и Солнца, рассмотрим сферические треугольники, состоящие из следующих элементов (рис. 64):

ω — угловое расстояние по орбите планеты между восходящими узлами орбиты на экваторе Земли и на эклиптике,

I — наклон орбиты к экватору планеты,

Λ — планетоцентрическая долгота восходящего узла орбиты планеты на эклиптике, измененная на 180° .

Кроме того,

Ω есть геоцентрическая долгота восходящего узла орбиты планеты на эклиптике,

i — наклон орбиты планеты к эклиптике,

ε — наклон эклиптики к экватору Земли,

α_0, δ_0 — геоцентрические экваториальные координаты северного полюса $P_{\text{пл}}$ планеты.

Из сферического треугольника $\Upsilon\Omega N$ выводим соотношения, определяющие вспомогательные величины N, J, ω :

$$\left. \begin{aligned} \sin J \sin N &= \sin i \sin \Omega, \\ \sin J \cos N &= \cos i \sin \varepsilon + \sin i \cos \varepsilon \cos \Omega, \\ \cos J &= \cos i \cos \varepsilon - \sin i \sin \varepsilon \cos \Omega, \\ \sin J \sin \omega &= \sin \varepsilon \sin \Omega, \\ \sin J \cos \omega &= \sin i \cos \varepsilon + \cos i \sin \varepsilon \cos \Omega. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Вспомогательные величины Ω', I, Λ определяют по формулам, выводимым из сферического треугольника $Q\Upsilon_{\text{пл}}N$:

$$\left. \begin{aligned} \sin I \sin \Omega' &= \sin J \cos (N - \alpha_0), \\ \sin I \cos \Omega' &= -\cos J \cos \delta_0 + \sin J \sin \delta_0 \sin (N - \alpha_0), \\ \cos I &= \cos J \sin \delta_0 + \sin J \cos \delta_0 \sin (N - \alpha_0), \\ \sin I \sin (\Lambda - \omega) &= -\cos \delta_0 \cos (N - \alpha_0), \\ \sin I \cos (\Lambda - \omega) &= -\sin J \sin \delta_0 + \cos J \cos \delta_0 \sin (N - \alpha_0). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Наконец, из сферического треугольника $P_{\text{пл}}P_N E$ выводим следующие соотношения, при помощи которых находим планетоцентрические координаты A_{\oplus}, D_{\oplus} Земли и позиционный угол оси вращения планеты P :

$$\left. \begin{aligned} \cos D_{\oplus} \sin (A_{\oplus} - \Omega') &= -\cos \delta_0 \sin \delta + \sin \delta_0 \cos \delta \cos (\alpha_0 - \alpha), \\ \cos D_{\oplus} \cos (A_{\oplus} - \Omega') &= \cos \delta \sin (\alpha_0 - \alpha), \\ \sin D_{\oplus} &= -\sin \delta_0 \sin \delta - \cos \delta_0 \cos \delta \cos (\alpha_0 - \alpha), \\ \cos D_{\oplus} \sin P &= \cos \delta_0 \sin (\alpha_0 - \alpha), \\ \cos D_{\oplus} \cos P &= \sin \delta_0 \cos \delta - \cos \delta_0 \sin \delta \cos (\alpha_0 - \alpha). \end{aligned} \right\} (20)$$

Здесь α , δ означают геоцентрические экваториальные координаты планеты. При выборе непосредственно из «Астрономического Ежегодника СССР» видимых, т. е. с учетом абберации, координат планеты α , δ , отнесенных к истинному равноденствию и экватору даты, необходимо координаты α_0 , δ_0 полюса $P_{пл}$ планеты и величину Ω' также отнести к истинному равноденствию и экватору даты. Для этого к средним координатам α_0 , δ_0 и к величине Ω' , отнесенным к экватору и равноденствию даты, прибавляют следующие поправки за нутацию:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \alpha_0 &= \frac{1}{15} (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0) \Delta \psi - \\ &\quad - \frac{1}{15} \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0 \Delta \varepsilon, \\ \Delta \delta_0 &= \sin \varepsilon \cos \alpha_0 \Delta \psi + \sin \alpha_0 \Delta \varepsilon, \\ \Delta \Omega' &= \sin \varepsilon \sin \alpha_0 \sec \delta_0 \Delta \psi - \cos \alpha_0 \sec \delta_0 \Delta \varepsilon, \end{aligned} \right\} (21)$$

где $\Delta \psi$, $\Delta \varepsilon$ — нутация по долготе и нутация наклона.

Для определения планетоцентрических координат Солнца обращаемся сначала к сферическому треугольнику $S\Omega S''$, из которого находим соотношение, определяющее величину \odot ,

$$\operatorname{tg} (\odot - \Lambda) = \operatorname{tg} (l - \Omega) \sec i, \quad (22)$$

где l есть гелиоцентрическая долгота планеты. С учетом абберации имеем

$$\odot = \Lambda + \operatorname{arctg} [\operatorname{tg} (l - \Omega) \sec i] - 0^d,00578 (r + \rho) \frac{dl}{dt}. \quad (23)$$

Здесь поправка за абберацию равна произведению суточного изменения гелиоцентрической долготы планеты $\frac{dl}{dt}$ на абберационное время, вычисленное для расстояния Солнце — планета — Земля (r и ρ суть соответственно гелиоцентрическое и геоцентрическое расстояния планеты).

Из прямоугольного сферического треугольника $S\Upsilon_{\text{пл}}S'$ находим планетоцентрические координаты Солнца A_{\odot} , D_{\odot} по формулам

$$\left. \begin{aligned} A_{\odot} &= \arctg [\operatorname{tg} \odot \cos I], \\ D_{\odot} &= \arcsin [\sin \odot \sin I]. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

§ 3. Эфемерида для физических наблюдений Марса

Физическая эфемерида Марса, публикуемая в «Астрономическом Ежегоднике СССР», содержит следующие величины, вычисленные на 0^{h} всемирного времени с интервалом в 2 суток:

Δt — время прохождения светом геоцентрического расстояния Марса (световой промежуток $\Delta t = \tau_{\Delta\rho}$), вычисленный по формуле $\Delta t = 8^{\text{m}},31687 \rho$;

m — звездную величину Марса, вычисленную по формуле Мюллера;

d — видимый диаметр диска Марса, определяемый формулой

$$d = \frac{9'',36}{\rho}. \quad (25)$$

Вычисления позиционного угла P оси вращения Марса, планетоцентрических координат Земли A_{\oplus} , D_{\oplus} и Солнца A_{\odot} , D_{\odot} (разности $A_{\odot} - A_{\oplus}$) и ареоцентрической долготы Солнца \odot_{σ} основаны на средних элементах орбиты Марса, определяемых в теории движения Марса по Ньюкому с поправками Росса разложениями (с учетом прецессии)

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= 49^{\circ}10'18'',97 + 2775'',491T_1 - 0'',033 T_1^2, \\ i &= 1^{\circ}51'00'',00 - 2'',385T_1 + 0'',045 T_1^2, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

и на средних экваториальных координатах северного полюса вращения Марса по Вокулеру, определяемых с учетом прецессии формулами

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 316^{\circ},844 + 0^{\circ},6533 T_1, \\ \delta_0 &= + 53^{\circ},009 + 0^{\circ},3542 T_1, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где T_1 отсчитывается от эпохи 1950,0 в тропических столетиях,

$$T_1 = \frac{\text{JD}(t) - 2433282,4234}{36524,22}.$$

Для вычисления величин k , Φ , Q , характеризующих освещенность диска Марса, применены формулы (8)—(11), угловой дефект освещенности диска q найден по формуле

$$q = d(1 - k); \quad (28)$$

при этом величине q приписан положительный знак, если в ущербе восточный край диска, и отрицательный — если западный.

Для привязки деталей, наблюдаемых на поверхности Марса, построена координатная сетка меридианов и параллелей; меридиан планеты, проходящий через центр диска, т. е. через подземельную точку, называется центральным меридианом. Его долгота отсчитывается от нулевого меридиана, проходящего через Sinus Meridiani, к западу, т. е. по часовой стрелке, если смотреть со стороны северного полюса Марса.

Сидерический период вращения Марса по определениям Ашбрука равен $24^{\text{h}}37^{\text{m}}22^{\text{s}},6689$, поэтому суточное движение нулевого меридиана Марса равно $350^{\circ},891962$.

Если V есть часовой угол точки весеннего равноденствия Марса относительно нулевого меридиана (марсианское звездное время на нулевом меридиане), то величина $V - A_{\oplus}$, равная часовому углу Земли относительно нулевого меридиана Марса, дает значение долготы центрального меридиана Марса l_p . Таким образом, используя эфемеридное значение $A_{\oplus} + 180^{\circ}$, имеем

$$l_p = V + 180^{\circ} - (A_{\oplus} + 180^{\circ}) - 2^{\circ},0266\rho, \quad (29)$$

где последний член представляет поправку к марсианскому звездному времени V , учитывающую вращение Марса в течение светового времени Δt :

$$\Delta V = \frac{350^{\circ},891962}{24 \cdot 60} \cdot 8^{\text{m}},31687\rho = 2^{\circ},0266\rho. \quad (30)$$

Чтобы получить числовое значение $V + 180^{\circ}$ в некоторую начальную эпоху, заметим, что долгота l_p центрального меридиана Марса в эпоху 1909, январь 15,5 GMT (JD2418322,0) была равна $344^{\circ},41$. Поэтому имеем (для JD 2418322,0)

$$\begin{array}{r} l_p = 344^{\circ},41 \\ A_{\oplus} + 180^{\circ} = 341,01 \\ \hline \Delta V = 4,059 \\ \hline V + 180^{\circ} = 329^{\circ},479; \end{array}$$

таким образом, для любой даты JD на 0^h всемирного времени

$$V + 180^\circ = 329^\circ,479 + 350^\circ,891962 (JD + \Delta T' - 2418322,0), \quad (31)$$

где $\Delta T' = \Delta T - 0^d,000096$.

В момент кульминации Земли на нулевом меридиане ($t_{\text{кульм}}$ по всемирному времени)

$$l_p(t_{\text{кульм}}) = 0.$$

*Новая система параметров осевого вращения Марса
(Резолюции МАС 1973 г.)*

В соответствии с Резолюцией, принятой Комиссиями 4 и 16 МАС и утвержденной на XV Генеральной ассамблее МАС (Сидней, август 1973 г.), в основу вычисления физической эфемериды Марса начиная с 1980 г. следует положить новые значения параметров осевого вращения Марса, определенные в работах де Вокулера, Дэйвиса и Стармза и приведенные ниже. Однако введение этих новых числовых значений последует лишь за привязкой новой системы ареографических координат к старой на основе сравнения с результатами, полученными из анализа измерений космического аппарата «Маринер-9» (см. стр. 392).

Резолюция рекомендует следующую новую систему параметров:

1. Геоцентрические экваториальные координаты северного полюса Марса, отнесенные к экватору и равноденствию стандартной эпохи 1950,0, определены формулами

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 317^\circ,32 - 0^\circ,1011T, \\ \delta_0 &= + 52^\circ,68 - 0^\circ,0570T, \end{aligned}$$

в которых T отсчитывается от эпохи JD 2433282,5 в юлианских столетиях по 36525 суток.

2. Угол, отсчитываемый в прямом направлении вдоль экватора Марса от восходящего узла экватора Марса на экваторе Земли стандартной эпохи 1950,0 до нуля-пункта отсчета ареоцентрических прямых восхождений (т. е. точки весеннего равноденствия Марса Υ_σ), определяется

разложением

$$\varphi_0 = 222^\circ,93538 - 0^\circ,09040 T - 0^\circ,00010 T^2.$$

3. Ареоцентрическое прямое восхождение нулевого меридиана Марса определено формулой

$$V = V_0 + 350^\circ,892017 (JD - 2433282,5).$$

Предварительное числовое значение V_0 равно $148^\circ,24$. Отметим, что

— линейные члены в выражениях для α_0 и δ_0 соответствуют скорости прецессионного движения оси вращения Марса относительно полюса его орбиты, равной $0^\circ,0837$ в столетие,

— соответствующий наклон экватора Марса к плоскости его орбиты определяется разложением

$$I = 25^\circ,19969 + 0^\circ,01219 T + 0^\circ,00006 T^2,$$

— принятый нулевой меридиан ареографической системы координат проходит через марсианский кратер Эри-0.

Современные результаты определения параметров вращения Марса вокруг оси

Результаты обработки радиотехнических наблюдений, выполненных при помощи радиомаяков, установленных на спустившихся на поверхность Марса космических аппаратах «Викинг-1» и «Викинг-2», дали возможность определить наряду с параметрами планетологического и планетофизического характера также координаты места посадки, ориентацию оси вращения Марса, скорость вращения Марса вокруг оси. Данные измерений «Викинга-1» охватывали 81 соль (один соль равен одному полному обороту Марса вокруг своей оси, т. е. одним марсианским суткам) и состояли в среднем из 25 доплеровых нормальных точек в соль и 16 радиолокационных измерений расстояний. С помощью «Викинга-2» было получено 15 доплеровых нормальных точек и 28 радиолокационных измерений расстояний в течение 35 солей. По этим измерениям были определены следующие марсоцентрические ареографические координаты аппаратов:

	l	b	R , км
«Викинг-1»	$47^{\circ},94 \pm 0^{\circ},2$	$22^{\circ},272 \pm 0^{\circ},006$	$3389,38 \pm 0,08$
«Викинг-2»	$225^{\circ},71 \pm 0^{\circ},2$	$47^{\circ},669 \pm 0^{\circ},006$	$3381,88 \pm 0,22$

Угловая скорость сидерического вращения Марса оказалась равной $350^{\circ},891986 \pm 0^{\circ},000012$ в сутки. Для эпохи 1950,0 определены следующие значения геоцентрических экваториальных координат α_0 , δ_0 северного полюса Марса

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 317^{\circ},340 \pm 0^{\circ},006, \\ \delta_0 &= + 52^{\circ},710 \pm 0^{\circ},004. \end{aligned} \right\} (1950,0).$$

Определенному в этом космическом эксперименте значению угловой скорости соответствует сидерический период вращения

$$P = 24^{\text{h}}37^{\text{m}}22^{\text{s}},663 \pm 0^{\text{s}},004.$$

Следует заметить, что долготы мест посадки «Викинга-1» определены относительно точки весеннего равноденствия, но отнесены к нулевому меридиану ареографической системы, проходящему через марсианский кратер Эри-0, положение которого в эпоху 1971, ноябрь 27,0 ET характеризуется прямым восхождением $A = 4^{\circ},376$, полученным из анализа измерений «Маринера-9».

Таким образом, астродинамические исследования дают следующую систему ¹⁾:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 317^{\circ},340 - 0^{\circ},10106 T, \\ \delta_0 &= + 52^{\circ},710 - 0^{\circ},05706 T, \end{aligned} \right\} 1950,0, \quad (32)$$

$$V = V_0 + 350^{\circ},891986 (JD - 2433282,5),$$

$$T = \frac{JD - 2433282,4234}{36525},$$

где числовое значение V_0 должно быть определено таким образом, чтобы планетографическая долгота марсианского кратера Эри-0 была равна нулю.

¹⁾ Новейшие результаты анализа измерений, полученные при помощи «Маринера-9» и «Викингов-1 и 2» дают

$$V = 148^{\circ},368 + 350^{\circ},891986 (JD - 2433282,5).$$

§ 4. Эфемериды для физических наблюдений Меркурия

Прогресс астродинамических исследований в последние годы привел к созданию основы для вычисления физической эфемериды Меркурия, аналогичной во всех отношениях физической эфемериде Марса и более содержательной, чем публикуемая в настоящее время.

Радиотехническими измерениями был определен точный период вращения Меркурия вокруг оси, принятый равным в настоящее время 58,6462 суток и находящийся в соизмеримости 3 : 2 с периодом движения Меркурия на орбите. При этих условиях, как показано в работах Пиэйла и других исследователей, наклон экватора Меркурия к плоскости его орбиты весьма близок к 0°, так что можно с большой вероятностью предположить, что ось вращения Меркурия перпендикулярна к плоскости его орбиты. К сожалению, космический аппарат «Маринер-10» не смог измерить направление оси вращения Меркурия, поэтому мы примем это предположение.

Нуль-пункт отсчета планетографических (гермографических) долгот определен меридианом Меркурия, проходившим через центр Солнца на планетоцентрической небесной сфере (т. е. через подсолнечную точку на его поверхности) после первого прохождения Меркурия через перигелий его орбиты в 1950 г. — в эпоху JD 2433292,63. При подготовке эксперимента с космическим аппаратом «Маринер-10» ученые США приняли период вращения в соответствии с рекомендациями МАС и определили систему гермографических долгот, проведя меридиан с долготой +20° через кратер на поверхности Меркурия, получивший название Гун Каль (Hun Kal), что означает «двадцать» на языке народа майя, населявшего Центральную Америку и использовавшего при счете двадцатеричную систему чисел (рис. 64). Фотограмметрическая обработка снимков поверхности Меркурия, сделанных камерами «Видикон», установленными на «Маринере-10», показала, что в системе гермографических долгот, принятых в этом космическом эксперименте, нулевой меридиан, рекомендованный МАС, имеет долготу $359^{\circ},51 \pm 0^{\circ},5$.

Необходимо отметить, что в соответствии с принципами, положенными в основу Резолюции Комиссий 4 и

16 МАС, планетографические долготы центрального меридиана при наблюдении в определенном направлении, неподвижном относительно инерциальной системы координат, должны возрастать от 0° до 360° ; поэтому и выбрано направление счета планетографических долгот по часовой стрелке, если смотреть со стороны северного

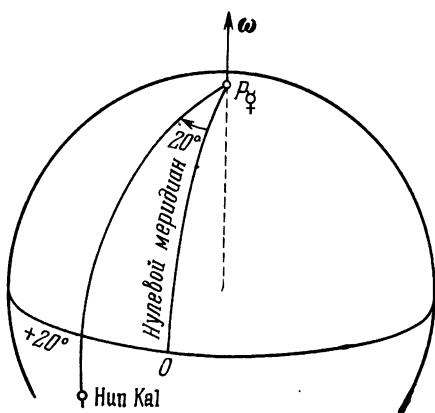


Рис. 65. Нулевой меридиан гермографической системы координат.

полюса планеты, при прямом осевом вращении. В частности, этот принцип справедлив в случае Марса и Меркурия.

Итак, предположим, что плоскости экватора и орбиты Меркурия совпадают так, что ось вращения перпендикулярна к плоскости орбиты. При этих условиях понятие узлов экватора на орбите теряет смысл; поэтому дуга V , используемая для определения ареографических долгот, отсчитывается вдоль экватора Меркурия от восходящего узла экватора на средней эклиптике эпохи 1950,0 до нулевого меридиана Меркурия.

На основе обработки фотографий, полученных при помощи фотокамер «Маринера-10», выведено следующее выражение

$$V = 326,7852 + 6,138505138 (JD - 2433282,5). \quad (33)$$

Если ввести в рассмотрение эклиптические и экваториальные элементы ориентации орбиты (а значит, и эк-

ватора) Меркурия Ω, i, Ω', i' , то, очевидно, координаты северного полюса вращения Меркурия α_0, δ_0 связаны с ними (в одну и ту же эпоху) соотношениями

$$\alpha_0 = \Omega' - 90^\circ, \delta_0 = 90^\circ - i', \quad (34)$$

так что значения α_0, δ_0 можно определить, воспользовавшись формулами

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_0 \cos \delta_0 &= \sin i \sin \Omega, \\ \sin \alpha_0 \cos \delta_0 &= -\cos i \sin \varepsilon - \sin i \cos \varepsilon \cos \Omega, \\ \sin \delta_0 &= \cos i \cos \varepsilon - \sin i \sin \varepsilon \cos \Omega, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\Omega = 47^\circ 08' 45",40 + 4266",75T + 0",63T^2,$$

$$i = 7^\circ 00' 10",37 + 6",699T - 0",66T^2;$$

таким образом, теперь мы располагаем всеми параметрами,

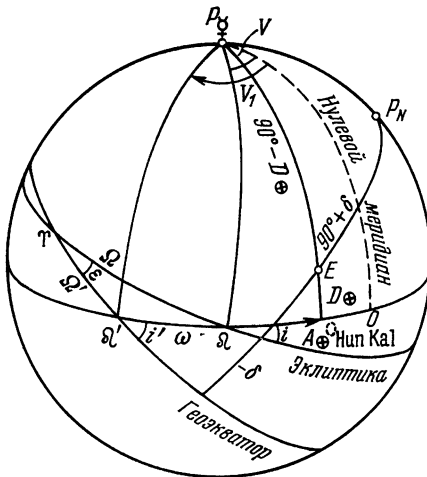


Рис. 66. Система гермографических и меркуроцентрических координат.

необходимыми для вычисления физической эфемериды Меркурия в полном объеме.

Долгота центрального меридиана Меркурия l_p (при наблюдении с Земли) определяется формулой

$$l_p = V + 180^\circ - (A_{\oplus} + 180^\circ - \omega) - 0^\circ,0355r, \quad (36)$$

если условиться определять систему планетоцентрических координат A, D так, что прямые восхождения A отсчитываются от восходящего узла Ω' орбиты Меркурия на экваторе Земли против часовой стрелки (в направлении осевого вращения). Здесь величина ω определена формулами

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega \cos \delta_0 &= \sin \varepsilon \sin \Omega, \\ \cos \omega \cos \delta_0 &= \sin i \cos \varepsilon + \cos i \sin \varepsilon \cos \Omega; \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

меркуроцентрические координаты A_{\oplus}, D_{\oplus} Земли, а также позиционный угол оси вращения P Меркурия вычисляем по формулам (рис. 66):

$$\left. \begin{aligned} \cos A_{\oplus} \cos D_{\oplus} &= \cos \delta \sin (\alpha_0 - \alpha), \\ \sin A_{\oplus} \cos D_{\oplus} &= -\sin \delta \cos \delta_0 + \cos \delta \sin \delta_0 \cos (\alpha_0 - \alpha), \\ \sin D_{\oplus} &= -\sin \delta \sin \delta_0 - \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 - \alpha), \\ \cos D_{\oplus} \sin P &= \cos \delta_0 \sin (\alpha_0 - \alpha), \\ \cos D_{\oplus} \cos P &= \sin \delta_0 \cos \delta - \cos \delta_0 \sin \delta \cos (\alpha_0 - \alpha), \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где α, δ — геоэкваториальные координаты Меркурия.

Связь геоэкваториальных и эклиптических координат с меркуроцентрическими и гермографическими координатами

Преобразования геоэкваториальных (или эклиптических) координат небесных объектов в меркуроцентрические и гермографические координаты легко выполняются, если ввести в рассмотрение прямоугольные системы отсчета, связанные с плоскостью орбиты Меркурия и с точками Ω' или O (началом гермографической системы долгот).

Если с восходящим узлом орбиты Меркурия на геоэкваторе Ω' свяжем ось X правой декартовой системы координат XYZ , ось Z которой направлена по оси вращения, то прямоугольные координаты небесного объекта в этой системе (x, y, z) имеют следующее выражение:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \begin{bmatrix} \cos A \cos D \\ \sin A \cos D \\ \sin D \end{bmatrix}; \quad (39)$$

обычно принимают радиус Меркурия $R_{\text{☿}}$ равным 2439 км.

Если положение этого небесного объекта определено геоэквиаториальными координатами α , δ , то при отнесении к соответствующей планетоцентрической системе отсчета E , H , Z ,

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix}, \quad (40)$$

так что для перехода к системе XYZ достаточно воспользоваться формулой

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}. \quad (41)$$

Для обратного перехода можно применить формулу

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \bar{r}(270^\circ - \alpha_0) \bar{p}(270^\circ + \delta_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D}. \quad (42)$$

Если положение небесного объекта отнесено к эклиптической планетоцентрической системе $E'H'Z'$, т. е.

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \begin{bmatrix} \cos \lambda \cos \beta \\ \sin \lambda \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}, \quad (43)$$

то

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \bar{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} \quad (44)$$

и

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \bar{p}(\varepsilon) \bar{r}(270^\circ - \alpha_0) \bar{p}(270^\circ + \delta_0) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D}. \quad (45)$$

При задании положения небесного объекта гермографическими координатами L , B введем левую декартову систему $X'Y'Z'$, ось X' которой проходит через начало O счета гермографических долгот, ось Z' — направлена вдоль оси вращения Меркурия. Тогда (рис. 67):

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{L, B} = \begin{bmatrix} \cos L \cos B \\ \sin L \cos B \\ \sin B \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Преобразование эллиптических координат λ, β , т. е. вектора (ξ', η', ζ') , определенного формулой (43), к си-

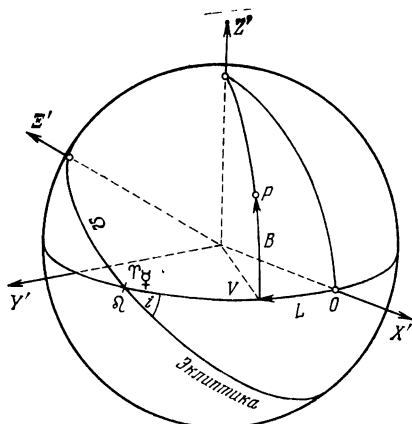


Рис. 67. Связь геоэквиаториальных и эллиптических координат с гермографическими и меркуроцентрическими координатами.

стеме $X'Y'Z'$ может быть выполнено по формуле

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{L, B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{r}(V) \bar{p}(i) \bar{r}(\Omega) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}. \quad (47)$$

Для обратного перехода можно воспользоваться формулой

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \bar{r}(-\Omega) \bar{p}(-i) \bar{r}(-V) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{L, B}. \quad (48)$$

Преобразование геоэквиаториальных координат α, δ , т. е. вектора (ξ, η, ζ) , заданного формулой (40), к системе $X'Y'Z'$ выполняется по формуле

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{L, B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{r}(V) \bar{p}(i) \bar{r}(\Omega) \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}. \quad (49)$$

Выражение обратного преобразования в этом случае имеет вид

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} = \bar{p}(-\varepsilon) \bar{r}(-\Omega) \bar{p}(-i) \bar{r}(-V) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{L, B}. \quad (50)$$

§ 5. Эфемериды для физических наблюдений Венеры

В соответствии с пунктом В.2 Резолюции, принятой комиссиями 4 и 16 МАС, для Венеры, имеющей обратное осевое вращение, начало отсчета планетографических долгот определено таким образом, что долгота центрального меридиана (для геоцентрического наблюдателя) равна $320^{\circ},0$ в эпоху 1964, июнь 20,0 (JD 2438566,5).

Согласно пункту А.1 этой Резолюции полюс вращения планеты или спутника, расположенный к северу от неизменной плоскости Лапласа, называется северным полюсом, и северные широты считаются положительными. Поэтому в пункте В.2 Резолюции сказано, что направление оси вращения Венеры определено следующими предварительными значениями координат ее северного полюса в эпоху 1950,0:

$$\alpha_0 = 273^{\circ},0, \quad \delta_0 = +66^{\circ},0.$$

Предварительное значение сидерического периода вращения Венеры принято равным $243^d,0$. Заметим, что в работах Карпентера и Голдстейна определены параметры вращения Венеры, соответствующие направлению вектора ее кинетического момента, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 98^{\circ} - 0^{\circ},0015551 (t - 1964,5), \\ \delta_0 &= -59^{\circ} - 0^{\circ},0007748 (t - 1964,5), \\ V &= 238^{\circ},75 + 1^{\circ},483924 (JD - 2438566,5). \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Часовой угол V точки весеннего равноденствия Венеры отсчитывается в направлении вращения от Υ_{φ} до нулевого меридиана. В силу обратного вращения Венеры наклон орбиты к ее экватору больше 90° . Значение долготы центрального меридиана l_p равно $+40^{\circ}$ в эпоху JD 2438566,5 в направлении вращения Венеры.

Таким образом, при подходе к выбору системы афродитографических координат, рекомендованном МАС:

— планетографические долготы отсчитываются от нулевого меридиана против хода часовой стрелки, т. е. в направлении, противоположном вращению Венеры.

— часовой угол V точки весеннего равноденствия Венеры отсчитывается от нулевого меридиана против хода часовой стрелки,

— планетоцентрические прямые восхождения A отсчитываются от точки весеннего равноденствия Венеры Υ_{φ} по ходу часовой стрелки (в направлении вращения Венеры).

Таким образом, долгота центрального меридиана l_p при наблюдении с Земли всегда определяется формулой

$$l_p = V - A_{\oplus}.$$

При альтернативном подходе направление на север определено вектором кинетического момента количества вращения Венеры, поэтому в соответствующей системе отсчета Венера характеризуется прямым осевым вращением, афродитографические долготы ¹⁾ отсчитываются в направлении вращения Венеры, в этом же направлении отсчитываются и венероцентрические прямые восхождения. Поэтому

$$l_p = A_{\oplus} - V.$$

Заметим, что в основу определения афродитографической системы координат положены результаты радиоастрономических наблюдений Венеры. Положение нулевого меридиана определено деталью α поверхности Венеры. Результаты измерения афродитографических координат других деталей (β, \dots, ϵ) поверхности Венеры и определения параметров осевого вращения приведены в следующей таблице:

Период P (сут.)	Прямое восхождение α_0	Склонение δ_0
242,6 \pm 0,6	98 \pm 5 $^\circ$	-69 \pm 2 $^\circ$
Деталь поверхности	Долгота L	Широта B
α	0 $^\circ$	-33 $^\circ$
β	-78 $^\circ$ (282 $^\circ$)	+25 $^\circ$
γ	94 $^\circ$	-21 $^\circ$
δ	-69 $^\circ$ (291 $^\circ$)	+26 $^\circ$
ϵ	-159 $^\circ$ (201 $^\circ$)	-8 $^\circ$

¹⁾ В последнее время афродитографические координаты называют цитерографическими по имени Венеры (Афродиты) Цитерея — Κυθήρεια , Cytherea, связанному с о-вом Китира — Cerigo, Κυθήρα .

Здесь избран принцип положительного отсчета афродитографических долгот к востоку от 0° до $+180^\circ$ и отрицательного отсчета к западу от 0° до -180° .

Переход от геоэкваatoriальных и эклиптических координат к венеоцентрическим и афродитографическим координатам

Сначала рассмотрим систему отсчета, рекомендуемую Резолюцией МАС.

Пусть положение небесного объекта задано геоэкваториальными координатами α, δ или соответствующим вектором $(\xi, \eta, \zeta)_{\alpha, \delta}$; тогда переход к венеоцентрическим координатам A, B или вектору $(x, y, z)_{A, D}$ осуществляется формулой

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(-I) \bar{r}(180^\circ - \Lambda) \bar{p}(i) \bar{r}(\Omega) \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}; \quad (52)$$

для перехода к планетографическим координатам L, B или вектору $(x_0, y_0, z_0)_{L, B}$ можно воспользоваться формулой

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_{L, B} = \bar{r}(-V) \bar{p}(-I) \bar{r}(180^\circ - \Lambda) \bar{p}(i) \bar{r}(\Omega) \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}. \quad (53)$$

Напомним, что аргументы матриц вращения определяются по формулам (18), (19), а также по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 273^\circ, & \delta_0 &= +66^\circ, 0, & (1950, 0) \\ \Omega &= 75^\circ 46' 46'', 73 + 3239'', 46 T + 1'', 476 T^2, \\ i &= 3^\circ 23' 37'', 07 + 3'', 621 T, \\ V &= 238^\circ, 75 - 1^\circ, 483924 (\text{JD} - 2438566, 5). \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Формулы обратного преобразования получаются транспозицией матрицы-произведения прямого преобразования и аналогичны формулам (48), (50). В силу формулы

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} = \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta},$$

формулы (52), (53) определяют и переход от эллиптических к венероцентрическим и афродитографическим координатам. Эти же преобразования могут быть осуществлены по другим формулам, а именно:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{r}(180^\circ + \Omega') \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \times \\ \times \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}, \quad (55)$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_{L, B} = \bar{r}(180^\circ + \Omega' - V) \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}, \quad (56)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{r}(180^\circ + \Omega') \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \times \\ \times \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \bar{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}, \quad (57)$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_{L, B} = \bar{r}(180^\circ + \Omega' - V) \bar{p}(90^\circ - \delta_0) \bar{r}(90^\circ + \alpha_0) \times \\ \times \bar{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}. \quad (58)$$

Теперь перейдем к системе венероцентрических (и афродитографических) координат, определенной направлением вектора кинетического момента.

Если положение небесного объекта определено геоэваториальными координатами α , δ или соответствующим вектором $(\xi, \eta, \zeta)_{\alpha, \delta}$, то

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(180^\circ - I) \bar{r}(180^\circ + \Lambda) \bar{p}(-i) \times \\ \times \bar{r}(180^\circ + \Omega) \bar{p}(\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta} \quad (59)$$

или

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(180^\circ) \bar{r}(180^\circ + \Omega') \bar{p}(270^\circ + \delta_0) \bar{r}(270^\circ + \alpha_0) \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}_{\alpha, \delta}. \quad (60)$$

Имеем также

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_{L, B} = \bar{p}(180^\circ) \bar{r}(-V) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D}. \quad (61)$$

Если положение небесного объекта определено эклиптическими координатами λ , β или вектором $(\xi', \eta', \zeta')_{\lambda, \beta}$, то

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(180^\circ + I) \bar{r}(-\Lambda) \bar{p}(i) \bar{r}(180^\circ + \Omega) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta} \quad (62)$$

или

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{A, D} = \bar{p}(180^\circ) \bar{r}(180^\circ + \Omega') \bar{p}(270^\circ + \delta_0) \times \\ \times \bar{r}(270^\circ + \alpha_0) \bar{p}(-\varepsilon) \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}_{\lambda, \beta}. \quad (63)$$

Для перехода к афродитографической системе координат достаточно применить формулу (61).

Необходимо отметить, что в «Астрономическом Ежегоднике СССР» физические эфемериды Меркурия и Венеры не публикуются в полном объеме.

§ 6. Эфемерида для физических наблюдений Юпитера

В «Астрономическом Ежегоднике СССР» физическая эфемерида Юпитера содержит, в основном, те же данные, что и аналогичная эфемерида Марса. Отличия состоят в отсутствии значений юпитероцентрической (или йовицентрической) долготы \odot_4 Солнца, а также в том, что в ней приведены значения экваториального d_e и полярного d_p диаметров диска и значения долготы центрального меридиана l_p в двух системах зенографических координат — системах I и II. Кроме основной эфемериды, публикуемой с интервалом в 4 суток, даны также таблицы, содержащие значения долготы центрального меридиана освещенной части диска Юпитера (с поправкой за фазу) на 0^h всемирного времени каждых суток года и движения этого центрального меридиана на каждые 5^m в системах

I и II. Эти две различные системы отсчета долгот введены для учета различия в скорости вращения разных зон поверхности Юпитера.

Система I связана с быстро вращающимися деталями поверхности близ экваториальной зоны, система II соответствует скорости вращения поверхности Юпитера на средних широтах, например, южной зоны, содержащей известное Большое Красное Пятно (БКП).

Положения нулевых меридианов обеих зенографических систем координат определяются значениями долготы центрального меридиана l_p^I и l_p^{II} в эпоху 1897, июль 14,5 (JD 2414120,0), а именно: $l_p^I = 47^\circ,31$, $l_p^{II} = 96^\circ,58$.

Сидерические среднесуточные движения нулевого меридиана n и соответствующие им периоды P равны

	Система I	Система II
n	$877^\circ,90$	$870^\circ,27$
P	$9^{\text{h}}50^{\text{m}}30^{\text{s}},003$	$9^{\text{h}}55^{\text{m}}40^{\text{s}},632$

Синодические среднесуточные движения нулевого меридиана n' и соответствующие периоды P' равны

	Система I	Система II
n'	$877^\circ,95$	$870^\circ,30$
P'	$9^{\text{h}}50^{\text{m}}27^{\text{s}},986$	$9^{\text{h}}55^{\text{m}}39^{\text{s}},400$

и положены в основу вычисления эфемериды движения центрального меридиана освещенной части диска Юпитера.

Часовые углы V точки весеннего равноденствия Юпитера Υ_2 относительно нулевых меридианов двух зенографических систем координат имеют следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} (V + 180^\circ)_I &= 101^\circ,001 + 877^\circ,90(\text{JD} + \Delta T' - 2414120,0), \\ (V + 180^\circ)_{II} &= 150^\circ,002 + 870^\circ,27(\text{JD} + \Delta T' - 2414120,0), \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

в которых $\Delta T' = \Delta T - 0^d,000076$ (вычитаемая величина равна поправке за эфемеридное время ΔT для эпохи JD 2414120,0).

Долготы центрального меридиана вычисляются по формулам

$$\left. \begin{aligned} l_p^I &= (V + 180^\circ)_I - (A_\oplus + 180^\circ) - 5^\circ,07040\rho, \\ l_p^{II} &= (V + 180^\circ)_{II} - (A_\oplus + 180^\circ) - 5^\circ,02633\rho, \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

где последние члены представляют поправки за вращение Юпитера в течение светового промежутка Δt .

Поправка за фазу вводится из-за несовпадения геометрического центра видимого диска Юпитера с центром освещенной его части. Ее прибавляют к долготе центрального меридиана l_p и получают долготу центрального меридиана освещенной части диска. Эта поправка вычисляется по формуле

$$\Delta l_p = 57^\circ,3(1 - k) = 57^\circ,3 \sin^2 \frac{\Phi}{2}; \quad (66)$$

ее знак положителен, если разность $A_\oplus - A_\odot$ лежит в первом квадранте, и отрицателен, если $A_\oplus - A_\odot$ попадает в четвертый квадрант.

Экваториальный и полярный диаметры диска Юпитера вычисляются по формулам

$$d_e = \frac{196'',94}{\rho}, \quad d_p = \frac{183'',82}{\rho}. \quad (67)$$

Угловой дефект q определен по формуле $q = d_e(1 - k)$.

Вычисление ювицентрических координат A , D Земли и Солнца основано на следующих разложениях средних элементов Ω , i орбиты Юпитера с учетом прецессии

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= 99^\circ 56' 36'',00 + 3639'',075 T_1 + 1'',222 T_1^2, \\ i &= 1^\circ 18' 21'',30 - 20'',492 T_1 + 0'',014 T_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

и геоэкваториальных координат α_0 , δ_0 северного полюса вращения Юпитера

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 17^h 52^m 10^s,72 + 24^s,7 T_1, \\ \delta_0 &= + 64^\circ 33' 10'',6 - 60'' T_1, \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

в которых

$$T_1 = \frac{\text{JD} - 2433282,4234}{36524,22}.$$

Третья зенографическая система координат

Вычисление эфемерид для радиоастрономических наблюдений Юпитера основано на особой системе зенографических координат — системе III.

Нулевой меридиан системы III совпадает с нулевым меридианом системы II в эпоху 1957, январь 1,0 UT = = JED 2435839,5, или с учетом поправки эфемеридного времени $\Delta T (A) = 31^s 67$, в эпоху 1957, январь 1,0 ET = = JED 2435839,50036655. Период полного оборота нулевого меридиана системы III равен $9^h 55^m 29^s,37$, что соответствует угловой скорости $870^\circ,5443169$ в сутки. Долгота центрального меридиана Юпитера в указанную эпоху в системе III равна $108^\circ,020$.

Решением XVI Генеральной ассамблеи МАС по рекомендации Комиссии 40 (Радиоастрономия) принята вместо системы III (1957) новая система III (1965), нулевой меридиан которой близок к нулевому меридиану системы III (1957) в эпоху 1965, январь 1,0 ET (JED 2438761,5) и вращается со скоростью $870^\circ,536$ в сутки, т.е. период полного его оборота равен $9^h 55^m 29^s,711$ и определен с точностью до $\pm 0^s,04$. Положение нулевого меридиана в системе III (1965) определено долготой центрального меридиана в эпоху в этой системе

$$l_p^{(III, 1965)} = 217^\circ,595.$$

Формулы перехода от одной зенографической системы отсчета к другой имеют вид

$$\left. \begin{aligned} l_p^{II} &= l_p^I + 49^\circ,001 - 7^\circ,630 (JED - 2414120,0), \\ l_p^{(III, 1957)} &= l_p^I + 288^\circ,897 - 7^\circ,3556831 (JED - \\ &\quad - 2435839,50036655) = \\ &= l_p^{II} - 0^\circ,316 + 0^\circ,2743169 (JED - \\ &\quad - 2435839,50036655), \\ l_p^{(III, 1965)} &= l_p^I + 35^\circ,501 - \\ &\quad - 7^\circ,364 (JED - 2438761,5) = l_p^{II} + 81^\circ,245 + \\ &+ 0^\circ,266 (JED - 2438761,5) = l_p^{(III, 1957)} + 0^\circ,007 - \\ &\quad - 0^\circ,0083169 (JED - 2438761,5). \end{aligned} \right\} (70)$$

Эти формулы точны только в непосредственной близости Юпитера, так как зависят от разности скоростей вращения различных систем и переменного абберационного времени — времени распространения света от Юпитера к Земле.

Система III (1965), по-видимому, наиболее точно соответствует вращению главной массы (внутренних слоев) Юпитера.

§ 7. Эфемериды для физических наблюдений Сатурна

Физическая эфемерида Сатурна содержит те же величины, что и эфемерида для физических наблюдений Юпитера, за исключением сатурноцентрических координат A_{\odot} , D_{\odot} Солнца.

Экваториальный d_e и полярный d_p диаметры видимого диска Сатурна вычислены по формулам

$$d_e = \frac{166",66}{\rho}, \quad d_p = \frac{149",14}{\rho}.$$

Средние элементы орбиты Сатурна с учетом прецессии определены формулами

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= 113^{\circ}13'14",84 + 3142",902 T_1 - 0",519 T_1^2, \\ i &= 2^{\circ}29'25",15 - 14",164 T_1 - 0",055 T_1^2. \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

Для вычисления средних экваториальных координат северного полюса вращения Сатурна можно воспользоваться соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 2^{\text{h}}33^{\text{m}}39^{\text{s}},93 + 1015^{\text{s}},20 T_1 + 56^{\text{s}},18 T_1^2 + 2^{\text{s}},55 T_1^3, \\ \delta_0 &= 83^{\circ}18'37",3 + 1570",4 T_1 - 46",3 T_1^2 - 3",1 T_1^3, \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

выведенными в предположении, что плоскости экватора Сатурна и его колец совпадают. Положение плоскости экватора Сатурна определяется относительно эклиптики и среднего равноденствия эпохи 1889,25 элементами, найденными Г. Струве: наклоном $i = 28^{\circ}04',55$ и долготой восходящего узла $\Omega = 167^{\circ}58',08$.

Применив к ним формулы учета прецессии в эклиптических элементах, получим значения Ω_1 , i_1 , отнесенные к средней эклиптике и равноденствию любой даты (см. стр.

84). Чтобы определить α_0, δ_0 , заданные разложениями (72), достаточно по формулам (74), (19) вычислить их значения для нескольких эпох и затем получить коэффициенты разложений по степеням времени T_1 .

Сатурноцентрические координаты A_{\oplus}, D_{\oplus} Земли вычисляются по формулам (20) на основе видимых координат Сатурна α, δ , взятых из «Астрономического Ежегодника СССР» и приведенных к среднему геоэкватору и равноденствию даты при помощи поправок

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{1}{15} (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \operatorname{tg} \delta \sin \alpha) \Delta\psi - \\ &\quad - \frac{1}{15} \operatorname{tg} \delta \cos \alpha \Delta\varepsilon, \\ \Delta\delta &= \sin \varepsilon \cos \alpha \Delta\psi + \sin \alpha \cdot \Delta\varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

Эфемерида колец Сатурна

В этом разделе «Астрономического Ежегодника СССР» с интервалом в 4 суток на 0^h всемирного времени публикуются величины, определяющие размеры и геометрическую форму видимого кольца Сатурна:

a и b — большая и малая оси внешнего кольца,

U — геоцентрическая долгота Сатурна, отсчитываемая от 0° до 360° в плоскости колец к востоку от восходящего узла N этой плоскости на среднем геоэкваторе, так что сатурноцентрическая долгота Земли равна $U + 180^\circ$,

B — сатурноцентрическая широта Земли относительно плоскости колец, положительная к северу,

P — позиционный угол северного конца малой оси проекции колец Сатурна на геоцентрической небесной сфере, отсчитываемый при центре Сатурна от круга склонений (направления на северный полюс мира P_N) к востоку (на сатурноцентрической небесной сфере — при центре Земли к западу),

U' — гелиоцентрическая долгота Сатурна, отсчитываемая к востоку в плоскости колец от восходящего узла Ω_1 этой плоскости на эклиптике; сатурноцентрическая долгота Солнца равна $U' + 180^\circ$,

B' — сатурноцентрическая широта Солнца, отсчитываемая от плоскости колец с положительным знаком к северу,

P' — позиционный угол северного конца малой оси проекции колец Сатурна на гелиоцентрической небесной сфере, отсчитываемый при центре Сатурна к востоку от направления на северный полюс эклиптики C (на сатурноцентрической небесной сфере — при центре Солнца к западу),

ω — угловое расстояние между восходящими узлами N и Ω_1 плоскости колец Сатурна на геоэкваторе и эклиптике, измеряемое к востоку в плоскости колец.

Если Ω_1 есть средняя долгота восходящего узла плоскости колец на эклиптике, i_1 — средний наклон плоскости колец к эклиптике, то, воспользовавшись определениями Г. Струве (см. стр. 407), можно получить разложения по степеням времени T_1 :

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= 168^\circ 48' 52'',78 + 5018'',15 T_1 + 1'',48 T_1^2, \\ i_1 &= 28^\circ 04' 04'',51 - 46'',84 T_1, \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

где

$$T_1 = \frac{JD - 2433282,4234}{36524,22}.$$

Подставив эти разложения вместе с разложением для среднего наклона ε эклиптики к геоэкватору в формулы (18), получим следующие разложения:

$$\left. \begin{aligned} N &= 128^\circ 24' 59'',04 + 15227'',93 T_1 + 842'',72 T_1^2 + \\ &+ 38'',20 T_1^3 + 0'',25 T_1^4 = 128^\circ,41640 + 4^\circ,22998 T_1 + \\ &+ 0^\circ,23409 T_1^2 + 0^\circ,01061 T_1^3 + 0^\circ,00007 T_1^4, \\ J &= 6^\circ 41' 22'',70 - 1570'',36 T_1 + 46'',30 T_1^2 + \\ &+ 3'',10 T_1^3 + 0'',14 T_1^4 = 6^\circ,68964 - 0^\circ,43621 T_1 + \\ &+ 0^\circ,01286 T_1^2 + 0^\circ,00086 T_1^3 + 0^\circ,00004 T_1^4, \\ \omega &= 41^\circ 29' 43'',30 - 10700'',57 T_1 - 841'',90 T_1^2 - \\ &- 38'',34 T_1^3 - 0'',29 T_1^4 = 41^\circ,49536 - 2^\circ,97238 T_1 - \\ &- 0^\circ,23386 T_1^2 - 0^\circ,01065 T_1^3 - 0^\circ,00008 T_1^4. \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

Величину ω можно вычислить также по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sin J \sin \omega &= \sin \varepsilon \sin \Omega_1, \\ \sin J \cos \omega &= \sin i_1 \cos \varepsilon + \cos i_1 \sin \varepsilon \cos \Omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Вспоминая формулы, выведенные для Меркурия, нетрудно найти геометрический смысл величин N и J :

$$N = 90^\circ + \alpha_0, \quad J = 90^\circ - \delta_0,$$

где α_0, δ_0 — координаты северного полюса Π колец Сатурна.

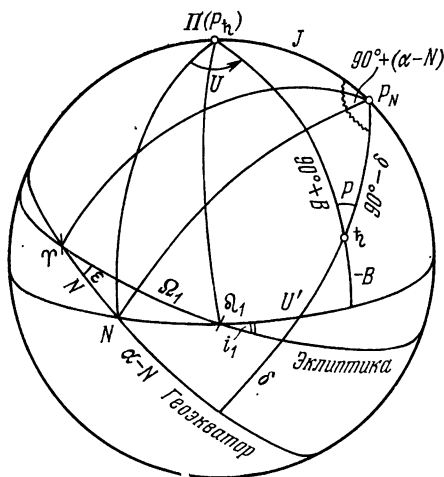


Рис. 68. Кольца Сатурна: t_2 — положение Сатурна (α, δ) на геоцентрической небесной сфере.

Легко видеть, что величины U, B, P связаны с A_\oplus, D_\oplus, P приведенными в физической эфемериде Сатурна, соотношениями

$$U = 180^\circ + A_\oplus - \Omega', \\ B = D_\oplus, \quad P = P.$$

Однако, можно их вычислить и по формулам, связывающим элементы треугольника $\Pi P_N t_2$ (рис. 68):

$$\left. \begin{aligned} \cos B \sin U &= \sin J \sin \delta + \cos J \cos \delta \sin(\alpha - N), \\ \cos B \cos U &= \cos \delta \cos(\alpha - N), \\ \sin B &= -\cos J \sin \delta + \sin J \cos \delta \sin(\alpha - N), \\ \cos B \sin P &= -\sin J \cos(\alpha - N), \\ \cos B \cos P &= \cos J \cos \delta + \sin J \sin \delta \sin(\alpha - N), \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

где α , δ — видимые экваториальные координаты Сатурна, приведенные к среднему экватору и равноденствию даты вычитанием поправок $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, вычисленных по формулам (73).

Соотношения (76), определяющие U , B , P , получены из формул (20) с учетом геометрического смысла N , J .

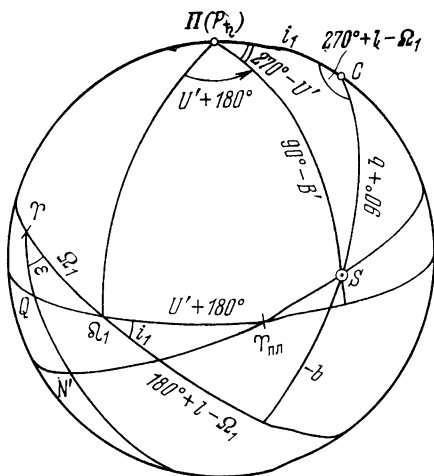


Рис. 69. Кольца Сатурна: S — положение Солнца на сатурноцентрической небесной сфере.

Рассмотрев сферический треугольник $CS\Pi$, получим соотношения, определяющие величины U' , B' , P' (рис. 69):

$$\left. \begin{aligned} \cos B' \sin U' &= \sin i_1 \sin b + \cos i_1 \cos b \sin(l - \Omega_1), \\ \cos B' \cos U' &= \cos b \cos(l - \Omega_1), \\ \sin B' &= -\cos i_1 \sin b + \sin i_1 \cos b \sin(l - \Omega_1), \\ \cos B' \sin P' &= -\sin i_1 \cos(l - \Omega_1), \\ \cos B' \cos P' &= \cos i_1 \cos b + \sin i_1 \sin b \sin(l - \Omega_1), \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

где l , b — гелиоцентрические эклиптические координаты Сатурна; долготу Сатурна l следует исправить за абберацию, вычтя поправку Δl , вычисленную по формуле (23), или

$$\Delta l = 0^{\circ},0175 (r + \rho)r^{-2},$$

либо с ошибкой, не превосходящей $0^{\circ},0002$, по формуле

$$\Delta l = \frac{0^{\circ},035}{r},$$

r — гелиоцентрическое расстояние Сатурна.

Формулы (78), определяющие штрихованные величины, легко непосредственно получить простой заменой $J \rightarrow i_1$, $N \rightarrow \Omega_1$, $\delta \rightarrow b$, $\alpha \rightarrow l$ в формулах (77), определяющих нештрихованные U , B , P .

Периоды невидимости колец Сатурна для Земли определяются такими конфигурациями, при которых

— плоскость колец проходит через Солнце; в этом случае ни одна сторона колец не освещается,

— плоскость колец располагается между Солнцем и Землей, и к Земле обращена неосвещенная сторона,

— плоскость колец проходит через Землю, в этом случае кольца невидимы с ребра из-за крайне малой их толщины ¹⁾.

По измерениям Г. Струве внешний диаметр a колец Сатурна на расстоянии 9,53887 а. е. равен $39'',35$, что соответствует значению $a_0 = 375'',35$ на расстоянии в 1 а. е. Отсюда

$$a = \frac{375'',35}{\rho}, \quad b = 375'',35 \frac{\sin B}{\rho}.$$

Размеры внутренних колец получают умножением значений a и b , опубликованных в эфемериде, на следующие коэффициенты:

— внутренний эллипс внешнего кольца: $f = 0,8801$,

— наружный эллипс среднего кольца: $f = 0,8599$,

— внутренний эллипс среднего кольца: $f = 0,6650$,

— наружный эллипс темного кольца: $f = 0,5486$.

Новые значения параметров вращения планет Солнечной системы

Согласно рекомендациям Рабочей группы по картографическим координатам и элементам вращения планет и спутников, организованной Комиссией 16 МАС, в настоящее время

¹⁾ Таким образом, кольца Сатурна невидимы с Земли в тех случаях, когда величины B и B' имеют разные знаки, либо одна из них (или обе!) равна нулю.

мя предложены новые значения (и выражения) координат α_0, δ_0 северных полюсов $P_{\text{пл}}$ планет, а также величины W , определяющей угловое расстояние начального планетографического меридиана от восходящего узла Q экватора планеты на геоэкваторе эпохи 1950,0 (JD 243 3282,423357) (рис. 70). Координаты α_0, δ_0 полюса $P_{\text{пл}}$ также отнесены

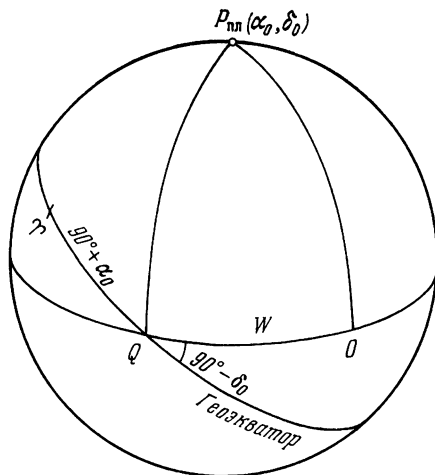


Рис. 70. Система планетографических координат: система геоэкватора и экватора планеты.

к среднему геоэкватору и точке весны этой эпохи. Однако все переменные величины имеют своим аргументом время, измеряемое в эфемеридных сутках D или юлианских столетиях по 36525 эфемеридных суток от начальной эпохи J 1950,0 (JD 2433282,5). В дальнейшем при переходе к системе астрономических постоянных МАС (1976 г.) новой стандартной эпохой будет J 2000,0, т. е. эпоха 2000, январь 1,5 (JD 2451545,0). Следует отметить, что планетографическая система Сатурна, обозначенная как система III, определена на основании анализа наблюдений радиоизлучения Сатурна, так что в этом смысле она аналогична системе III Юпитера.

Планета	1950,0	
	α_0	δ_0
Меркурий	280°,8655—0°,03296 <i>T</i>	61°,3977—0°,00467 <i>T</i>
Венера	273°,3	67°,3
Марс	317°,342—0°,108 <i>T</i>	52°,711—0°,061 <i>T</i>
Юпитер I	268°,00—0°,008 <i>T</i>	64°,50+0°,003 <i>T</i>
Юпитер II	268°,00—0°,008 <i>T</i>	64°,50+0°,003 <i>T</i>
Юпитер III	268°,00—0°,008 <i>T</i>	64°,50+0°,003 <i>T</i>
Сатурн I	38°,50—0°,034 <i>T</i>	83°,31—0°,004 <i>T</i>
Сатурн III	38°,50—0°,034 <i>T</i>	83°,31—0°,004 <i>T</i>
Уран	256°,72	—15°,04
Нептун	294°,91	+40°,53
Плутон	285°	—20°

Планета	<i>W</i>
Меркурий	184°,74+6°,138502517 <i>D</i>
Венера	213°,30—1°,4813596 <i>D</i>
Марс	11°,48+350°,891986 <i>D</i>
Юпитер I	17°,7+877°,900 <i>D</i>
Юпитер II	16°,8+870°,270 <i>D</i>
Юпитер III	80°,6+870°,563 <i>D</i>
Сатурн I	360°,0+841°,558 <i>D</i>
Сатурн III	360°,0+822°,00 <i>D</i>
Уран	360°,0—554°,913 <i>D</i>
Нептун	360°,0+468°,750 <i>D</i>
Плутон	360°,0+56°,367 <i>D</i>

§ 8. Эфемериды для физических наблюдений Луны

Вращение Луны

Движение Луны относительно центра масс описывается в первом приближении тремя эмпирическими законами, установленными Кассини в 1693 г.

1. Луна вращается с постоянной угловой скоростью в прямом направлении около оси, сохраняющей неизменное положение в теле Луны. Период вращения Луны (время полного оборота) равен среднему периоду обращения центра масс Луны по геоцентрической орбите.

2. Плоскости эклиптики, лунного экватора и средней орбиты Луны имеют общую линию узлов, причем плоскость эклиптики всегда расположена между двумя остальными плоскостями. Таким образом, долгота восходящего узла лунной орбиты на эклиптике Ω равна долготе нисходящего узла лунного экватора на эклиптике.

3. Плоскость лунного экватора всегда сохраняет постоянный наклон к плоскости эклиптики.

Этими тремя законами определена в основном система средних селенографических координат (система Кассини).

Оптическая и физическая либрации Луны

Из-за неравномерности движения центра масс Луны по геоцентрической орбите обращенное к Земле полушарие Луны совершает видимые периодические колебания так, что земному наблюдателю периодически открываются для обзора с восточной и западной стороны Луны дополнительные секторы с углом раствора около 8° , равным максимальной разности между средней и истинной долготами Луны. Это явление называется оптической либрацией Луны по долготе. Кроме того, в силу наклона оси вращения Луны к плоскости ее орбиты на угол, близкий к 83° , земной наблюдатель время от времени видит часть поверхности Луны у ее полюсов. Это — оптическая либрация Луны по широте. Таким образом, оптическая либрация Луны представляет собой чисто перспективное явление, обусловленное взаимным геометрическим расположением наблюдателя и областей лунной поверхности, определяемым суточным вращением Земли и движением Луны по орбите.

Возмущения вращательного движения Луны, обусловленные гравитационным влиянием Земли и Солнца, вызывают нарушение законов Кассини и порождают действительные колебания Луны относительно некоторого среднего ее положения. Эти малые колебания составляют суть явления, называемого физической либрацией Луны. Законы Кассини справедливы в средней селенографической системе отсчета, определяемой средним экватором и средним периодом вращения Луны, т. е. без учета физической либрации. Следует отметить, что результат совмест-

ного влияния оптической и физической либраций называется просто либрацией Луны.

Благодаря либрациям Луны земной наблюдатель видит более половины (59%) лунной поверхности.

Селенографическая система координат

Для математического описания либрационных эффектов вводится истинная селенографическая система отсчета, фундаментальной плоскостью которой является плоскость истинного экватора Луны (с учетом физической либрации Луны). В этой системе нулевой меридиан определен плоскостью, проходящей через истинные полюсы вращения Луны и первый радиус Луны — радиус, лежащий в плоскости лунного экватора и направленный в геоцентр в эпоху, когда средняя эклиптическая долгота Луны равна долготе восходящего узла лунной орбиты на эклиптике. Селенографические долготы λ отсчитываются по лунному экватору к востоку от первого радиуса в направлении Моря Кризисов. Селенографические широты β отсчитываются от лунного экватора к северу, т. е. в полушарии Луны, содержащем Море Ясности с положительным знаком.

Селенографические долготы увеличиваются в направлении вращения Луны, — к востоку на селеноцентрической небесной сфере; однако, это означает уменьшение селенографических долгот Солнца и лунных терминаторов. Поэтому в эфемериде дано дополнение селенографических долгот до 90° (или до 450°), которое отсчитывается к востоку с положительным знаком на геоцентрической небесной сфере и численно равно селенографической долготе утреннего терминатора.

Средний центр видимого диска Луны определен как точка пересечения лунной поверхности радиусом Луны, направленным по линии центров Луны и Земли в момент нахождения Луны в среднем восходящем узле ее орбиты на эклиптике, совпадающем либо с перигеем, либо с апогеем. Как отмечено ранее, средний центр видимого диска Луны выбран в качестве начала отсчета селенографических долгот.

Таким образом, в любой момент времени долгота нулевого селенографического меридиана, отсчитываемая от

нисходящего узла лунного экватора на эклиптике, равна $\zeta - \Omega$, где ζ и Ω означают средние долготы Луны и восходящие узла лунной орбиты на эклиптике (рис. 71).

В любой момент времени смещение среднего центра лунного диска относительно видимого центра определяется величиной либрации и измеряется селенографическими координатами l, b видимого центра диска в этот момент. Табулируемые в физической эфемериде Луны селенографические долготы и широты Земли представляют собой

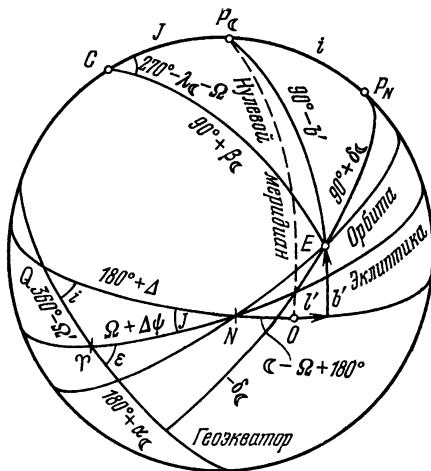


Рис. 71. Система селенографических координат. Элементы ориентации экватора Луны. $P' = \widehat{P_N E P_C}$.

суммы геоцентрических — оптической и физической — либраций по долготе и широте; они равны геоцентрическим селенографическим координатам видимого центра диска. В точке поверхности Луны, определяемой этими координатами l, b , Земля находится в луноцентрическом зените. При положительной либрации по долготе, т. е. положительной селенографической долготе Земли, средний центр лунного диска смещен к востоку на небесной сфере, и для обзора открываются области лунной поверхности на западном краю. При положительной либрации по широте (т. е. селенографической широте Земли) средний центр лунного диска смещен на небесной сфере к югу, и видны области в окрестности северного полюса Луны.

*Геоцентрические координаты нуль-пункта
селенографической системы отсчета*

При решении астродинамических задач, связанных с Луной, часто возникает необходимость определения координат начала селенографической системы отсчета в геоэквиаториальной (либо эклиптической) системе. Такую задачу можно рассматривать как более частный случай задачи о предвычислении на любой момент времени положений точек лунной поверхности в геоцентрической системе координат заданной фундаментальной эпохи и равноденствия.

При пользовании «Астрономическим Ежегодником СССР» геоцентрические эклиптические прямоугольные координаты X^e , Y^e , Z^e точки R на лунной поверхности, отнесенные к эклиптике и равноденствию стандартной эпохи T_0 , можно вычислить на основе эфемериды видимых координат Луны α'_ζ , δ'_ζ , $\sin \pi_\zeta$ для даты T по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X^e \\ Y^e \\ Z^e \end{bmatrix}^{T_0} &= \frac{a_e}{\sin \pi_\zeta} \bar{p}(\bar{e}_{T_0}) \bar{p}(-\bar{e}_T) \bar{r}(\Delta\psi_s) \times \\ &\times \bar{p}(\bar{e}_T + \Delta e_s) \bar{r}(\zeta_0) \bar{q}(-\theta) \bar{r}(z) \begin{bmatrix} \cos \delta_\zeta \cos \alpha_\zeta \\ \cos \delta_\zeta \sin \alpha_\zeta \\ \sin \delta_\zeta \end{bmatrix} + \\ &+ \bar{p}(\bar{e}_{T_0}) \bar{r}(\zeta_0) \bar{q}(-\theta) \bar{r}(z) \bar{p}(-\bar{e}_T) \begin{bmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{bmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{bmatrix} = \bar{r}(-\Omega - \sigma) \bar{p}(J + \rho) \bar{r}(180^\circ - \zeta + \Omega - \tau + \sigma) \begin{bmatrix} \zeta \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix},$$

а ζ , ξ , η означают селенографические прямоугольные координаты точки R , определяемые соотношениями

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = R_\zeta \begin{bmatrix} \cos l \cos b \\ \sin l \cos b \\ \sin b \end{bmatrix}.$$

В геоэквиаториальной системе отсчета соответствующие координаты точки R вычисляются по формулам

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{(T_0)} = \frac{a_e}{\sin \pi_\zeta} \bar{p} (-\bar{e}_T) \bar{r} (\Delta\psi_s) \bar{p} (\bar{e}_T + \Delta\epsilon_s) \bar{r} (\zeta_0) \bar{q} (-\theta) \times \\ \times \bar{r}(z) \begin{bmatrix} \cos \delta_\zeta \cos \alpha_\zeta \\ \cos \delta_\zeta \sin \alpha_\zeta \\ \sin \delta_\zeta \end{bmatrix} + \bar{r} (\zeta'_0) \bar{q} (-\theta) \bar{r} (z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \bar{p} (-\bar{e}_T) \bar{r} (-\Omega - \sigma) \bar{p} (J + \rho) \times \\ \times \bar{r} (180^\circ - \zeta + \Omega - \tau + \sigma) \begin{bmatrix} \xi \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix}.$$

Заметим, что в эти формулы входят истинные координаты Луны α_ζ , δ_ζ , $\sin \pi_\zeta$ для даты T , которые получаются из видимых координат путем прибавления к ним поправок за аберрацию, вычисляемых как произведения скорости изменения соответствующих координат на аберрационный промежуток Δt . Символом \bar{e}_T обозначено значение среднего наклона эклиптики к экватору в эпоху T . Чтобы найти координаты нуль-пункта селенографических координат, достаточно в предыдущих формулах положить

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_\zeta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Элементы ориентации экватора Луны в системе геоэквиатора

Определим положение плоскости среднего экватора Луны в геоэквиаториальной системе, отнесенной к экватору и равноденствию даты, следующими элементами:

i — наклоном среднего экватора Луны к истинному геоэквиатору,

Δ — дугой среднего экватора Луны, отсчитываемой от его восходящего узла на истинном геоэквиаторе до его восходящего узла на эклиптике,

Ω' — прямым восхождением восходящего узла среднего экватора Луны на истинном геоэквиаторе.

Тогда из сферического треугольника $Q\Gamma N$ находим следующие соотношения (рис. 70):

$$\left. \begin{aligned} \sin \Delta \sin i &= -\sin \varepsilon \sin (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos \Delta \sin i &= \sin J \cos \varepsilon - \cos J \sin \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos i &= \cos J \cos \varepsilon + \sin J \sin \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi), \\ \sin \Omega' \sin i &= -\sin J \sin (\Omega + \Delta\psi), \\ \cos \Omega' \sin i &= \cos J \sin \varepsilon - \sin J \cos \varepsilon \cos (\Omega + \Delta\psi). \end{aligned} \right\} (79)$$

Отметим, что элементы ориентации i , Δ , Ω' среднего лунного экватора табулированы с 10-дневным интервалом на стр. 43 «Астрономического Ежегодника СССР». Там же даны числовые значения параметров орбитального движения Луны ζ , Ω , вычисленные по разложениям, приведенным на стр. 339.

В формулах (79) $\Delta\psi$ означает нутацию по долготе, ε — истинный наклон эклиптики к геоэкватору; для J принимают значение, равное, по Гайну, $1^\circ 32' 20'' = 5540''$.

Геоцентрические либрации

Если заданы видимые геоцентрические долгота и широта λ_ζ , β_ζ Луны и ее геоэкваториальные видимые координаты α , δ , то оптическая геоцентрическая либрация Луны по долготе l' и широте b' определяется формулами, выводимыми из сферического треугольника SEP_ζ :

$$\left. \begin{aligned} \cos b' \cos (l' + \zeta - \Omega) &= -\sin \beta_\zeta \sin J + \\ &\quad + \cos \beta_\zeta \cos J \sin (\lambda_\zeta - \Omega - \Delta\psi), \\ \cos b' \sin (l' + \zeta - \Omega) &= \cos \beta_\zeta \cos (\lambda_\zeta - \Omega - \Delta\psi), \\ \sin b' &= -\sin \beta_\zeta \cos J - \cos \beta_\zeta \sin J \sin (\lambda_\zeta - \Omega - \\ &\quad - \Delta\psi). \end{aligned} \right\} (80)$$

При практических вычислениях из формул (80) выводят более простые соотношения (см., например, формулы (91) в объяснении к «Астрономическому Ежегоднику СССР»), полагая

$$\begin{aligned} \sin J \cos (\lambda_\zeta - \Omega) &= A, \\ -\operatorname{tg} J \sin (\lambda_\zeta - \Omega) &= \operatorname{tg} B, \\ \operatorname{tg}^2 \frac{J}{2} \sin 2 (\lambda_\zeta - \Omega) &= \sin \mu. \end{aligned}$$

Для облегчения вычисления величин A , B , μ в «Астрономическом Ежегоднике СССР» публикуется специальная таблица, составленная по аргументу $\lambda_{\zeta} - \Omega$.

Из-за физической либрации Луны наклон и долгота нисходящего узла истинного экватора Луны равны соответственно $J + \rho$ и $\Omega + \sigma$, где ρ и σ — компоненты физической либрации в наклоне и долготе узла. Угловое расстояние первого (нулевого) селенографического меридиана от нисходящего узла лунного экватора на эклиптике равно $(180^\circ + (\zeta - \Omega) + (\tau - \sigma))$, где τ — компонент физической либрации Луны в средней долготе. Выражения ρ , σ , τ определяются динамической теорией вращения Луны (теорией физической либрации Луны; см. работы Каулы, Уильямза и др.).

В «Астрономическом Ежегоднике СССР» приняты следующие разложения ρ , σ , τ , выведенные Гайном и Козелом для постоянной физической либрации $f = 0,73$:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= -12'',9 \sin M_{\zeta} + 65'',2 \sin M_{\odot} + 9'',7 \sin 2\omega + \\ &\quad + 7'',3 \sin 2(M_{\odot} - \omega + \omega') + 7'',6 \sin \Omega, \\ \rho &= -106'' \cos M_{\zeta} + 35'' \cos(M_{\zeta} + 2\omega) - \\ &\quad - 11'' \cos 2(M_{\zeta} + \omega), \\ \sigma \sin J &= -108'' \sin M_{\zeta} + 35'' \sin(M_{\zeta} + 2\omega) - \\ &\quad - 11'' \sin 2(M_{\zeta} + \omega), \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

где M_{ζ} есть средняя аномалия Луны, M_{\odot} — средняя аномалия Солнца, $\omega = \Gamma' - \Omega$ — расстояние лунного перигея от восходящего узла орбиты Луны на эклиптике, $\omega' = \Gamma - \Omega$ — расстояние солнечного перигея от восходящего узла лунной орбиты на эклиптике.

Фундаментальные аргументы l , l' , F , D лунной теории Брауна (см. § 8 гл. 5) связаны с величинами $M_{\zeta} = g$, $M_{\odot} = g'$, ω , ω' , называемыми фундаментальными аргументами Ганзена, следующим соотношением:

$$\begin{bmatrix} l \\ l' \\ F \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g \\ g' \\ \omega' \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Переход от среднего экватора Луны к истинному проще всего осуществляется по следующим формулам преобразования прямоугольных селенографических координат

(ζ , ξ , η):

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \bar{r} (180^\circ + \zeta - \Omega + \tau - \sigma) \bar{p} (-J - \rho) \times \\ \times \bar{r}(\sigma) \bar{\mu}(J) r (180^\circ - \zeta + \Omega) \begin{bmatrix} \zeta_0 \\ \xi_0 \\ \eta_0 \end{bmatrix}, \quad (83)$$

где

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos l \cos b \\ \sin l \cos b \\ \sin b \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \zeta_0 \\ \xi_0 \\ \eta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos l_0 \cos b_0 \\ \sin l_0 \cos b_0 \\ \sin b_0 \end{bmatrix},$$

l , b и l_0 , b_0 означают селенографические координаты небесного объекта (или точки поверхности Луны), отнесенные соответственно к истинному и среднему лунному экватору и включающие эффект оптической либрации. Физическая эфемерида Луны дает l , b для центра диска Луны, т. е. суммы

$$l = l' + l'', \\ b = b' + b'',$$

где l' и b' определены по формулам (80) и в дальнейшем преобразованы по формулам (83). Методика, принятая при вычислении этих эфемеридных величин в «Астрономическом Ежегоднике СССР», основана на применении формул

$$\left. \begin{aligned} l'' &= \gamma + 13'' \sin M_\zeta + P'' \sin b' = \gamma + 13'' \sin M_\zeta + \\ &\quad + \operatorname{tg} b' [\psi \cos (\Psi_\zeta - l') + 11'' \cos (U_\zeta - l')], \\ b'' &= \psi \sin (\Psi_\zeta - l') + 11'' \sin (U_\zeta - l'), \\ P'' &= [\psi \cos (\Psi_\zeta - l') + 11'' \cos (U_\zeta - l')] \operatorname{sec} b', \\ M_\zeta &= \zeta - \Gamma', \quad U_\zeta = 180^\circ + \zeta - \Omega, \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

где P'' означает физическую либрацию в позиционном угле P оси вращения Луны. Для вычисления позиционного угла P' с учетом оптической либрации Луны можно воспользоваться соотношением

$$\sin P' = \sin i \cos (l' + \Delta + \zeta - \Omega) \operatorname{sec} \delta = \\ = -\sin i \cos (\alpha - \Omega') \operatorname{sec} b', \quad (80a)$$

так что публикуемое в физической эфемериде Луны значение позиционного угла P определено по формуле

$$P = P' + P''.$$

Напомним, что позиционный угол P оси вращения Луны образован селенографическим меридианом, проходящим через центр видимого диска, и кругом склонений, проходящим через эту же точку. На геоцентрической небесной сфере позиционные углы отсчитываются при центре Луны от направления на северный полюс мира к востоку, т. е. против часовой стрелки, а на луноцентрической небесной сфере — при центре Земли по часовой стрелке.

Формулы (84) получены подстановкой разложений (81) в соотношения

$$\left. \begin{aligned} l - l_0 = \Delta l &= -\tau + \operatorname{tg} b_0 [\rho \cos (\zeta - \Omega + l_0) + \\ &\quad + \sigma \sin J \sin (\zeta - \Omega + l_0)], \\ b - b_0 = \Delta b &= -\rho \sin (\zeta - \Omega + l_0) + \\ &\quad + \sigma \sin J \cos (\zeta - \Omega + l_0), \end{aligned} \right\} (85)$$

дающие связь между селенографическими координатами $l_0, b_0; l, b$ в точке лунной поверхности.

Селенографические долгота l_{\odot} и широта b_{\odot} Солнца вычислены по формулам

$$l_{\odot} = l'_{\odot} + l''_{\odot}, \quad b_{\odot} = b'_{\odot} + b''_{\odot}.$$

Величины l'_{\odot}, b'_{\odot} могут быть получены по формулам (80), в которые вместо видимых геоцентрических координат Луны $\lambda_{\zeta}, \beta_{\zeta}$ подставлены соответствующие гелиоцентрические координаты λ_s, β_s , вычисленные по формуле

$$R' \begin{bmatrix} \cos \lambda_s \cos \beta_s \\ \sin \lambda_s \cos \beta_s \\ \sin \beta_s \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \lambda_{\zeta} \cos \beta_{\zeta} \\ \sin \lambda_{\zeta} \cos \beta_{\zeta} \\ \sin \beta_{\zeta} \end{bmatrix} - R_{\odot} \begin{bmatrix} \cos \lambda_{\odot} \\ \sin \lambda_{\odot} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (86)$$

где λ_{\odot} есть истинная долгота Солнца, r и R' — геоцентрический и гелиоцентрический радиусы-векторы Луны.

Подставляя величины l'_{\odot}, b'_{\odot} вместо l', b' в формулы (84), найдя предварительно A_s, B_s, μ_s по аргументу $\lambda_s - \Omega$, получим l''_{\odot}, b''_{\odot} .

Терминатор Луны

В физической эфемериде Луны публикуется дополнение селенографической долготы Солнца до 90° , т. е. величина $c_{\odot} = 90^{\circ} - l_{\odot}$ (ко-долгота Солнца). Ее вычисля-

ют вычитанием l_{\odot} из 90° (или 450°). Величина c_{\odot} непосредственно определяет точное положение терминатора (линии раздела дня и ночи) на поверхности Луны. Подсолнечная точка с координатами l_{\odot} , b_{\odot} является полюсом этого большого круга, ограничивающего освещенное полушарие Луны (рис. 72).

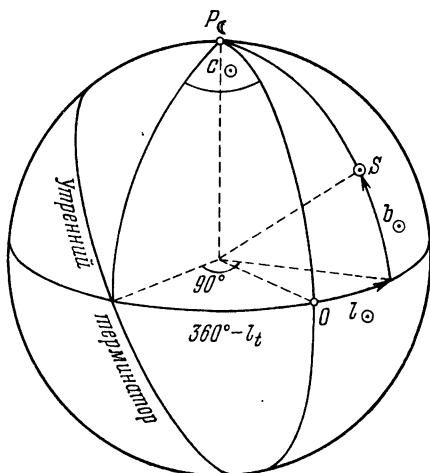


Рис. 72. Терминатор Луны.

Селенографическая долгота l_t утреннего терминатора — дуги, соединяющей точки на лунной поверхности, в которых в данный физический момент времени восходит Солнце, равна $l_{\odot} - 90^{\circ} = 360^{\circ} - c_{\odot}$. Поэтому ко-долгота Солнца c_{\odot} равна восточной селенографической долготе утреннего терминатора. Селенографическая долгота вечернего терминатора равна $l_{\odot} + 90^{\circ} = 180^{\circ} - c_{\odot}$.

Когда $c_{\odot} = 0^{\circ}$, Солнце восходит на селенографическом меридиане под долготой 0° ; поэтому c_{\odot} приблизительно равно 0° в первой четверти, когда селенографическая долгота утреннего терминатора приблизительно равна 0° . В полнолуние, последнюю четверть и новолуние c_{\odot} принимает соответственно значения, близкие к 90° , 180° , 270° , и селенографические долготы утреннего терминатора равны 270° , 180° , 90° .

В точке поверхности Луны с селенографическими координатами l , b в момент восхода Солнца $c_{\odot} = 360^{\circ} - l$, в момент прохождения Солнца через меридиан этой точки $c_{\odot} = 90^{\circ} - l$, в момент захода Солнца $c_{\odot} = 180^{\circ} - l$. Высоту Солнца h_{\odot} над горизонтом этой точки в любой момент времени можно вычислить по формуле

$$\sin h_{\odot} = \sin b_{\odot} \sin b + \cos b_{\odot} \cos b \sin (c_{\odot} + l).$$

Позиционный угол терминатора T вычисляется по формуле

$$T = Q \pm 90^{\circ},$$

в которой угол Q определяется по формулам (11).

Топоцентрические либрации

Величины, табулированные в эфемериде для физических наблюдений Луны, т. е. значения либрации и позиционного угла оси вращения Луны, вычислены относительно центра масс Земли; поэтому при точной обработке (и подготовке) наблюдений они должны быть приведены к месту наблюдения, так как пренебрежение поправками за переход от геоцентра к топоцентру может повлечь ошибки порядка 1° и имеет существенное влияние на контуры краев диска. В заданной точке поверхности Земли топоцентрические значения подвержены изменениям с суточным периодом, отражающим влияние суточной либрации, обусловленной явлением параллакса, которое связано с движением этой точки при суточном вращении Земли. Изменения геоцентрического горизонтального параллакса Луны влияют на контур края лунного диска в той же степени, что и изменения табулированных значений либраций на несколько единиц последнего десятичного знака ($0^{\circ},01$) так, что это влияние можно считать параллактической либрацией, прибавляемой к остальным либрациям.

Переход к топоцентру можно осуществить дифференциальными поправками к табличным геоцентрическим значениям либрации и позиционного угла или непосредственным вычислением топоцентрических значений этих величин.

Топоцентрические значения оптической либрации по долготе и широте, и позиционного угла оси вращения Луны P можно вычислить по формулам (80, 80а), подставив в них видимые топоцентрические координаты Луны вместо геоцентрических координат. Табличные геоцентрические значения физической либрации Луны могут быть использованы без исправления. Видимые топоцентрические долготы и широты Луны λ'_ζ , β'_ζ получают обычным преобразованием видимых топоцентрических геоэкуаториальных координат (см. стр. 55), которые найдены по геоцентрическим видимым эфемеридным значениям α , δ путем исправления за параллакс.

Однако метод введения дифференциальных поправок может оказаться на практике проще. Наиболее удобная форма этого метода разработана Аткинсоном и основана на использовании геоцентрического зенитного расстояния z_ζ и параллактического угла q_ζ Луны.

Зная астрономическую широту φ места наблюдения и местное звездное время s , по геоцентрическим значениям α , δ Луны определяем z_ζ , q_ζ по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sin z_\zeta \sin q_\zeta &= \cos \varphi \sin (s - \alpha), \\ \sin z_\zeta \cos q_\zeta &= \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos (s - \alpha), \\ \cos z_\zeta &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos (s - \alpha). \end{aligned} \right\} (87)$$

Определив топоцентрическое значение параллакса Луны π'_ζ по формуле

$$\pi'_\zeta = \pi_\zeta (\sin z_\zeta + 0,0084 \sin 2z_\zeta),$$

получаем поправки к табличным значениям либрации l , b (включая и физическую либрацию Луны) и позиционного угла P в виде

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= -\pi'_\zeta \sin (q_\zeta - P) \sec b, \\ \Delta b &= +\pi'_\zeta \cos (q_\zeta - P), \\ \Delta P &= -\pi'_\zeta \sin q_\zeta \operatorname{tg} \delta + \sin (b + \Delta b) \Delta l. \end{aligned} \right\} (88)$$

Вычисление топоцентрических расстояний до точек лунной поверхности

В случаях подготовки эфемерид для проведения сеансов радиолокации или светолокации (лазерной локации) Луны из наземных пунктов необходимо вычислять топо-

геоцентрические значения расстояний от данной обсерватории O до точки лунной поверхности R с определенными селенографическими координатами R_{ζ} , l , b . Для этой цели можно применить следующие формулы.

Селеноцентрические геоэкваториальные координаты точки R , отнесенные к истинному равноденствию и экватору даты T , вычисляются при помощи следующих соотношений:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_{\zeta} \bar{\rho}(-\varepsilon) \bar{r}(-\Omega - \sigma - \Delta\psi) \bar{\rho}(J + \rho) \times \\ \times \bar{r}(180^{\circ} - \zeta + \Omega - \tau + \sigma + \Delta\psi) \begin{bmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{bmatrix}.$$

Чтобы определить соответствующие геоцентрические геоэкваториальные координаты точки R : X , Y , Z , — необходимо к координатам x , y , z прибавить геоцентрические геоэкваториальные координаты Луны x_{ζ} , y_{ζ} , z_{ζ} , вычисляемые на основе эфемериды видимых сферических лунных координат:

$$\begin{bmatrix} x_{\zeta} \\ y_{\zeta} \\ z_{\zeta} \end{bmatrix} = \frac{a_e}{\sin \pi_{\zeta}} \begin{bmatrix} \cos \delta_{\zeta} \cos \alpha_{\zeta} \\ \cos \delta_{\zeta} \sin \alpha_{\zeta} \\ \sin \delta_{\zeta} \end{bmatrix},$$

т. е.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\zeta} \\ y_{\zeta} \\ z_{\zeta} \end{bmatrix}.$$

Если известны геоцентрические координаты ρ_O , φ' , l_E обсерватории O , то ее прямоугольные координаты x_O , y_O , z_O определяются формулами

$$\begin{bmatrix} x_O \\ y_O \\ z_O \end{bmatrix} = \rho_O \begin{bmatrix} \cos \varphi' \cos s \\ \cos \varphi' \sin s \\ \sin \varphi' \end{bmatrix},$$

где s — истинное местное звездное время. Таким образом, окончательно находим

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{топоцентр}} = \begin{bmatrix} x_{\zeta} + x - x_O \\ y_{\zeta} + y - y_O \\ z_{\zeta} + z - z_O \end{bmatrix},$$

и искомое топоцентрическое расстояние D вычисляем как

$$D = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}.$$

Предыдущие формулы могут быть с успехом применены и к вычислению геоцентрических сферических геоэкуаториальных координат точек лунной поверхности, например, лунного кратера Mösting A. Действительно,

$$\sin \alpha_k = \frac{Y}{D_1}, \quad \cos \alpha_k = \frac{X}{D_1},$$

$$\sin \delta_k = \frac{Z}{D}, \quad \cos \delta_k = \frac{D_1}{D},$$

где

$$D_1 = (X^2 + Y^2)^{1/2} = (D^2 - Z^2)^{1/2}.$$

В случае кратера Mösting A $R_c = 1739,5$ км.

Синус параллакса кратера Mösting A вычисляется по формуле $\sin p_k = a_e/D$, $a_e = 6378,160$ км, если D выражено в километрах.

§ 9. Эфемериды для вземных физических наблюдений Солнца

При исследовании планет и Луны спускаемыми космическими летательными аппаратами необходимой составной частью программы исследований могут быть физические наблюдения поверхности Солнца с поверхности соответствующего небесного тела. Развитие в настоящее время технических средств дальней космической радио- и телевидеосвязи позволяет надеяться на перспективу осуществления синхронных физических наблюдений Солнца с планеты и Земли. Для таких задач в первую очередь могут оказаться полезными эфемериды, дающие возможность определить аспекты диска Солнца при этих наблюдениях. Уже сейчас можно поставить целью вычисление гелиографических координат деталей на диске Солнца при наблюдениях с помощью автоматических приборов, расположенных на поверхности планет Солнечной системы. Естественно, что такие наблюдения будут преимущественно проводиться с привязкой к системам «земного» времени.

Для вывода формул, определяющих гелиографические координаты (долготу центрального меридиана Солнца и широту центра видимого диска Солнца) и позиционный

угол северного конца оси вращения Солнца при наблюдении с некоторой планеты Солнечной системы, рассмотрим гелиоцентрическую небесную сферу (рис. 73).

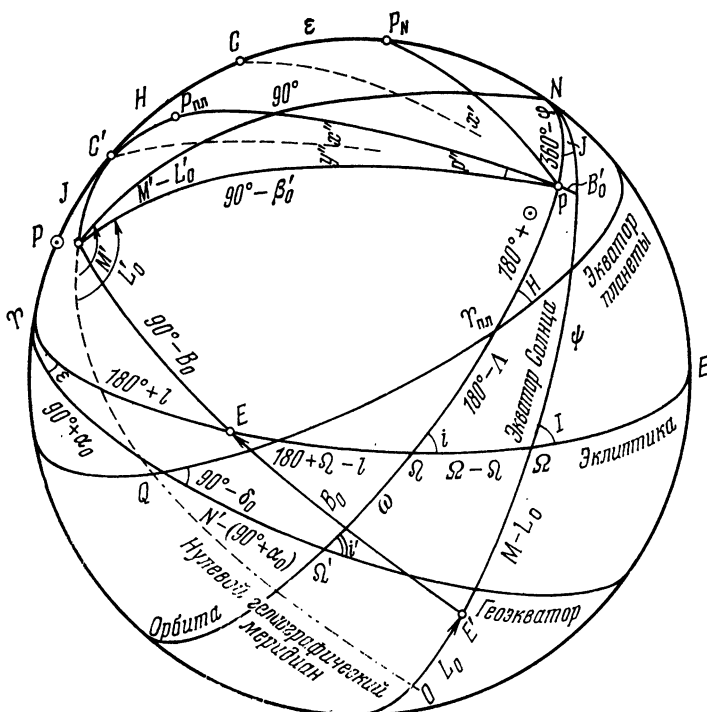


Рис. 73. К вычислению эфемерид для внеземных астрофизических наблюдений Солнца.

Введем следующие обозначения:

- P_{\odot} — полюс экватора вращения Солнца,
- C' — полюс орбиты планеты,
- $P_{пл}$ — полюс экватора вращения планеты,
- i' — наклон орбиты планеты к экватору Земли (геоэкватору),
- J — наклон экватора Солнца к орбите планеты,
- H — наклон экватора планеты к орбите планеты,
- $\Upsilon_{пл}$ — проекция точки весны планеты,

O — нуль-пункт гелиографических долгот,

P — положение планеты на гелиоцентрической сфере.

Гелиографический меридиан точки P является центральным меридианом диска Солнца при наблюдении с планеты P . Его положение определяется гелиографической долготой L'_0 , отсчитываемой от нулевого меридиана, проходящего через точку O . Угловое расстояние точки P , отсчитываемое по солнечному меридиану от плоскости экватора Солнца, есть гелиографическая широта B'_0 центра видимого диска Солнца для планеты P . Если \odot означает планетоцентрическую долготу Солнца, то на гелиоцентрической сфере дуга $\Upsilon_{\text{пл}}P$ равна $\odot + 180^\circ$. Вводя дугу φ , определяемую как угловое расстояние планеты P от восходящего узла N экватора Солнца на орбите планеты, отсчитываемое по дуге орбиты планеты в направлении движения на гелиоцентрической сфере, находим, что дуга PN равна $360^\circ - \varphi$.

Если M и M' означают соответственно угловые расстояния от нуль-пункта гелиографической системы координат O до восходящих узлов экватора Солнца на эклиптике Ω и на орбите планеты N , измеряемые по дуге экватора Солнца, то

$$M' = M + \psi, \quad (89)$$

где

$$M = 360^\circ - \frac{360^\circ}{25,38} [\text{JD}(t) - 239\,8220,0]; \quad (90)$$

здесь $\text{JD}(t)$ означает юлианскую дату, соответствующую моменту времени t , юлианская дата 239 8220,0 соответствует эпохе 1854, январь 1,12^h эфемеридного времени.

Из рассмотрения сферического треугольника $P_\odot NP$ следуют соотношения, определяющие вместе с формулами (90) величины L'_0 и B'_0 :

$$\left. \begin{aligned} \cos(L'_0 - M') \cos B'_0 &= \cos \varphi, \\ \sin(L'_0 - M') \cos B'_0 &= \sin \varphi \cos J, \\ \sin B'_0 &= -\sin \varphi \sin J, \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

причем угол $L'_0 - M'$ должен быть взят в том же квадранте, что и угол $360^\circ - \varphi$.

Если Φ есть угловое расстояние восходящего узла N экватора Солнца на орбите планеты от восходящего узла

δ орбиты планеты на эклиптике, то]

$$360^\circ - \varphi = \Phi - \odot + \Lambda,$$

где Λ означает планетоцентрическую долготу восходящего узла δ орбиты планеты на эклиптике, измененную на 180° . Поэтому из сферического треугольника $\delta\Omega N$ найдем соотношения (рис. 73):

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi \sin J &= \sin i \sin (\Omega - \delta), \\ \cos \psi \sin J &= \cos i \sin I - \sin i \cos I \cos (\Omega - \delta), \\ \cos J &= \cos i \cos I + \sin i \sin I \cos (\Omega - \delta), \\ \sin \Phi \sin J &= \sin I \sin (\Omega - \delta), \\ \cos \Phi \sin J &= -\sin i \cos I + \cos i \sin I \cos (\Omega - \delta), \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

определяющие величины J, ψ, Φ при

$$I = 7^\circ 15', \quad \Omega = 73^\circ 40' + 50'', 24(t - 1850,0) \quad (93)$$

и значении δ , соответствующем моменту t и отнесенном к эклиптике и равноденствию принятой эпохи.

Для определения углов Λ и \odot обращаемся к рассмотрению сферических треугольников $\Upsilon\delta\delta'$ и $\Upsilon_{\text{пл}}\delta'Q$, получая следующие системы формул (рис. 73):

$$\left. \begin{aligned} \sin N' \sin i' &= \sin i \sin \delta, \\ \cos N' \sin i' &= \cos i \sin \varepsilon + \sin i \cos \varepsilon \cos \delta, \\ \cos i' &= \cos i \cos \varepsilon - \sin i \sin \varepsilon \cos \delta, \\ \sin \omega \sin i' &= \sin \varepsilon \sin \delta, \\ \cos \omega \sin i' &= \sin i \cos \varepsilon + \cos i \sin \varepsilon \cos \delta, \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin (\Lambda - \omega) \sin H &= -\cos \delta_0 \cos (N' - \alpha_0), \\ \cos (\Lambda - \omega) \sin H &= -\sin i' \sin \delta_0 + \\ &\quad + \cos i' \cos \delta_0 \sin (N' - \alpha_0), \\ \cos H &= \cos i' \sin \delta_0 + \sin i' \cos \delta_0 \sin (N' - \alpha_0), \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

в которых i' означает наклон орбиты планеты к геоэкватору, N' — прямое восхождение восходящего узла δ' орбиты планеты на геоэкваторе, α_0, δ_0 — прямое восхождение и склонение северного полюса планеты $P_{\text{пл}}$, $\omega = = \delta'\delta$. Кроме того, получаем формулу (см. стр. 387):

$$\text{tg}(\odot - \Lambda) = \text{tg}(l - \delta)\text{sec } i, \quad (96)$$

где l есть гелиоцентрическая долгота планеты P .

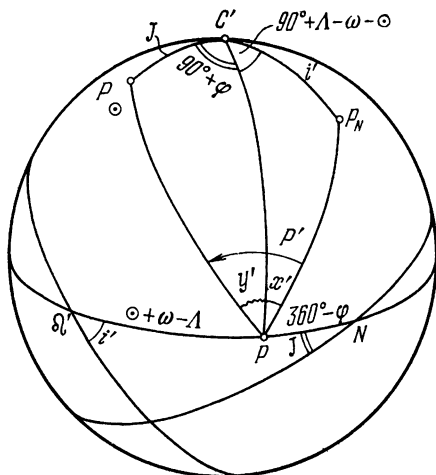


Рис. 74. Геоцентрический позиционный угол P' оси вращения Солнца.

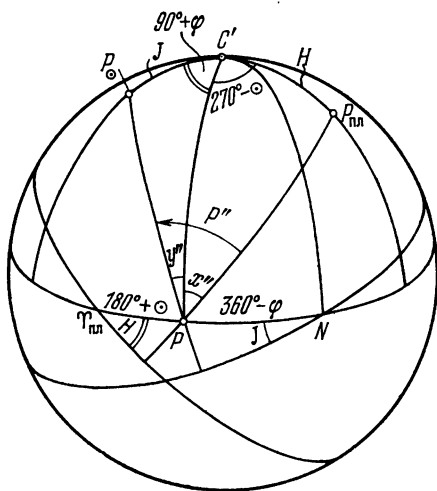


Рис. 75. Планетоцентрический позиционный угол P'' оси вращения Солнца.

Следует отметить, что координаты полюса планеты $P_{\text{пл}}$, α_0 , δ_0 , отнесенные к среднему равноденствию даты, должны быть приведены к истинному равноденствию поправками $\Delta\alpha_0$ и $\Delta\delta_0$, выражения для которых имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_0^s &= \frac{\Delta\psi}{15} (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0) - \frac{\Delta\varepsilon}{15} \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0, \\ \Delta\delta_0'' &= \Delta\psi \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \Delta\varepsilon \sin \alpha_0, \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

где $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$ означают соответственно нутацию в долготе и нутацию в наклоне.

Значение \odot , определенное по формуле (96), следует исправить за аберрацию вычитанием поправки

$$\Delta\odot = \tau_{AR} \frac{dl}{dt}, \quad (98)$$

обусловленной изменением гелиоцентрической долготы планеты l за время прохождения светом расстояния Солнце — планета (r).

Для определения позиционных углов оси вращения Солнца относительно направления на полюс мира P_N и полюс планеты $P_{\text{пл}}$ рассмотрим сферические треугольники $P_{\odot}C'P_N$ и $P_{\odot}C'P_{\text{пл}}$ (рис. 74).

Угол положения P' оси вращения Солнца, отсчитываемый от круга склонения к востоку (на гелиоцентрической сфере), вычисляется по формулам

$$\left. \begin{aligned} P' &= x' + y', \\ x' &= \arctg [\sin (\Lambda - \odot - \omega) \operatorname{tg} i'], \\ y' &= \arctg [\cos (\Lambda - \odot + \Phi) \operatorname{tg} J]. \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

Угол положения P'' оси вращения Солнца, отсчитываемый от направления на северный полюс планеты к востоку, определяется формулами (рис. 75):

$$\left. \begin{aligned} P'' &= x'' + y'', \\ x'' &= \arctg (-\cos \odot \operatorname{tg} H), \\ y'' &= \arctg [\cos (\Lambda - \odot + \Phi) \operatorname{tg} J] = y'. \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

БИБЛИОГРАФИЯ

О Б Щ А Я

- Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребеников Е. А., Рябов Ю. А.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике.— М.: Наука, 1971.
- Абалакин В. К. и др.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике.— 2-е изд.— М.: Наука, 1976.
- Абалакин В. К.* Перспективы развития эфемеридной астрономии.— Труды ИТА АН СССР, 1976, вып. XV, с. 3.
- Блажко С. Н.* Курс сферической астрономии.— М.: Гостехиздат, 1948.
- Бугославская Е. Я.* Фотографическая астрометрия.— М.; Л.: Гостехиздат, 1947.
- Воронцов-Вельяминов Б. А.* Курс практической астрофизики.— М.: ОНТИ, 1940.
- Дубошин Г. Н.* Теория притяжения.— М.: Физматгиз, 1961.
- Дубошин Г. Н.* Небесная механика: Основные задачи и методы.— 2-е изд.— М.: Наука, 1975.
- Дубошин Г. Н.* Небесная механика: Аналитические и качественные методы.— 2-е изд.— М.: Наука, 1977.
- Загребин Д. В.* Введение в астрометрию.— М.; Л.: Наука, 1966.
- Казаков С. А.* Курс сферической астрономии.— М.: Гостехиздат, 1940.
- Подобед В. В.* Фундаментальная астрометрия.— 2-е изд. М.: Наука, 1968.
- Подобед В. В., Нестеров В. В.* Общая астрометрия.— М.: Наука, 1975.
- Стражева И. В., Мелкумов В. С.* Векторно-матричные методы в механике полета.— М.: Машиностроение, 1973.
- Субботин М. Ф.* Курс небесной механики: Т. I.— 2-е изд.— М.; Л.: Гостехиздат, 1941.
- Субботин М. Ф.* Курс небесной механики: Т. II.— М.; Л.: ГОНТИ, 1937.
- Субботин М. Ф.* Курс небесной механики: Т. III.— М.; Л.: Гостехиздат, 1949.
- Субботин М. Ф.* Введение в теоретическую астрономию.— М.: Наука, 1968.
- Chauvenet W.* A Manual of Spherical and Practical Astronomy, etc.— Philadelphia, London: Lippincott, 1900.
- Clemence G. M., Woolard E. W.* Spherical Astronomy.— N.Y.: Academic Press, 1966.

- Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac.— London: H. M. Stationery Office, 1974.
- Mueller I. I.* Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy.— N. Y.: Frederick Ungar Publ. Comp., 1969.
- Schaub W.* Vorlesungen über sphärische Astronomie.— Leipzig: AVG Geest & Portig, 1950.
- Stumpff K.* Himmelsmechanik: Bd. 1 — Berlin: VEB Deutsch. Verl. d. Wiss., 1959.
- Stumpff K.* Himmelsmechanik: Bd. 2.— Berlin: VEB Deutsch. Verl. d. Wiss., 1965.
- Stumpff K.* Himmelsmechanik: Bd. 3.— Berlin: VEB Deutsch. Verl. d. Wiss., 1974.

Г Л А В А I

- Абалакин В. К.* Очерк истории «Астрономического Ежегодника СССР». — Бюлл. ИТА АН СССР, 1971, т. 12, № 9 (142), с. 772.
- Гжицкий А. М.* Астрономический Ежегодник СССР. — Бюлл. ИТА АН СССР, 1953, т. 5, № 8 (71), с. 476.
- Горшков П. М.* Издание в России Русского Астрономического календаря по типу лучших заграничных астрономических календарей. — Вестн. Всероссийск. Астрон. союза, 1918, вып. 1, с. 53.
- Жонголович И. Д.* К истории создания морских и авиационных эфемерид в нашей стране. — Бюлл. ИТА АН СССР, 1953, т. 5, № 8 (71), с. 498.
- Houzeau J. C., Lancaster A.* Bibliographie générale de l'astronomie jusqu'en 1880.— Hayez, Bruxelles (en 2 tomes), 1880—1883; re-published by Holland Press, London (in 3 volumes), 1964.
- Houzeau J. C.* Vademecum de l'Astronome.— Bruxelles, 1882.
- Sadler D. H.* The Bicentenary of the Nautical Almanac.— Quart. Journ. RAS, 1967, v. 8, No. 2, p. 161.
- Sadler D. H.* The Bicentenary of the Nautical Almanac.— Journ. Navigation, 1968, v. 21, No.1, p. 6.
- Sadler D. H.* The Nautical Almanac in Its Seventh Third of a Century. Navigation.— Journ. Inst. Nav. (USA), 1968, v. 14, No. 4, p. 349.
- Souchon A.* Traité d'Astronomie pratique.— Paris: Gauthier-Villars, 1883.
- Wilkins G. A.* The Expanding Rôle of H. M. Nautical Almanac Office, 1818—1975. Vistas in Astronomy, 1976, v. 20, p. 239.

Г Л А В А II

- Абалакин В. К., Фурсенко М. А.* Новая система астрономических постоянных МАС.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1968, т. 11, № 8 (131), с. 481.
- Абалакин В. К.* Новая система астрономических постоянных Международного астрономического союза и изменения в «Астрономическом Ежегоднике СССР». — В сб.: Современные проблемы небесной механики и астродинамики.— М.; Л.: Наука, 1973.
- Идельсон Н. И.* Фундаментальные постоянные астрономии и геодезии: Приложение к «Астрономическому Ежегоднику СССР на 1942 год». — М.; Л.: Изд-во Академии наук СССР, 1941.

- Куликов К. А.* Фундаментальные постоянные астрономии.— М.: Гостехиздат, 1956.
- Фундаментальные постоянные астрономии./Под ред. В. В. Подобеда.— М.: Мир, 1967.
- Фрум К. Д., Эссен Л.* Скорость света и радиоволн.— М.: Мир, 1973.
- Brouwer D., Sitter W. de.* On the System of Astronomical Constants.— BAN, v. 8, p. 307, 1938.
- Harkness W.* The Solar Parallax and its Related Constants including the Figure and Density of the Earth.— Washington Observations for 1885, App. III, Wash., D. C., 1891.
- Heyl P. R., Chrzanowski P.* A New Determination of the Constant of Gravitation.— Journ. Res. U. S. Nat. Bureau of Standards, 1942, v. 29, No. 1, p. 1.
- Struve O.* Bestimmung der Constante der Praecession.— St.-Petersburg, 1842.

Г Л А В А III

- Георгиев Н., Кръстева Л.* Изчисление на късопериодичната нутация посредством номограма.— Изв. Гл. упр. геод. и картогр., 1969, № 1, с. 19.
- Доманская Н. С.* Об одном способе вычисления видимых мест звезд.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1970, т. 12, № 3 (136), с. 278.
- Жонголович И. Д.* Первый геоцентрический меридиан, долготы и Всемирное время.— Астрон. журн., 1971, т. 48, с. 1308.
- Идельсон Н. И.* Редукционные вычисления в Астрономии: Приложение к «Астрономическому Ежегоднику СССР на 1941 год».— М.; Л.: Изд-во Академии наук СССР, 1940.
- Михайлов А. А.* Приведение геоцентрической широты к уровню моря.— Астрон. журн., 1966, т. 43, № 6, с. 1313.
- Abraham H. J. M., Boots J. N.* Variation of Geographic Coordinates in the Southern Hemisphere. Proc. of Colloquium on the Problem of Variation, etc.— La Plata: 1968, 1971.
- Atkinson R. d'E.* On the «dynamical» variations of latitude and time.— Astron. Journ., 1973, v. 78, No. 1, p. 147.
- Atkinson R. d'E.* Modern Aberration for Observations of Any Date.— Astron. Journ., 1972, v. 77, No. 6, p. 512.
- Auwers A.* Fundamental-Catalog fur die Zonen-Beobachtungen am nördlichen Himmel.— Publ. Astr. Gesellschaft, Bd. 14.— Leipzig: 1879.
- Auwers A.* Neue Reduction der Bradley'schen Beobachtungen, III. Bd.— St. Petersburg, 1888.
- Bessel F. W.* Fundamenta astronomiae pro Anno 1755 deducta ex observationibus Bradley in specula astronomica grenovicensi per annos 1750 — 62 institutis.— Regiomonti Pruss., 1818.
- Bessel F. W.* Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum ab Anno 1750 usque ad Annum 1850 computatae.— Regiomonti Pruss., 1830.
- Blaauw A., Gum C. S., Pawsey J. L., Westerhout G.* The New IAU System of Galactic Coordinates (1958 Revision).— MNRAS, 1960, v. 121, p. 123.
- Boss L.* Preliminary General Catalogue of 6188 Stars for the Epoch 1900.— Carnegie Inst. Washington, Publ. No. 115, 1910.

- Boss B.* General Catalogue of 33342 Stars for the Epoch 1950.— Carnegie Inst. Publ., Vols. 1—5, 1937.
- Bessel F. W.* Über die Veränderlichkeit der eigenen Bewegungen der Fixsterne.— Astr. Nachr., 1845, Bd. 22, S. 145.
- Bradley J.* Miscellaneous Works and Correspondence.— Oxford, 1832.
- Bradley J.* Supplement to Miscellaneous Works and Correspondence.— Oxford, 1833.
- Brosche P., Nowacki H., Strobel W.* Systematic Differences FK4— GC, FK4 — N30 for 1950.0.— Veröffentl. Astr. Rechen-Inst. Heidelberg, 1964, Nr. 15.
- Brosche P.* Representation of Systematic Differences in Positions and Proper Motions of Stars by Spherical Harmonics.— Veröff. Astr. Rechen-Inst. Heidelberg, 1966, Nr. 17.
- Burša M.* Positions of the Axes of the Ellipsoid of Inertia from Satellite Observations.— Bull. Astr. Inst. Czechoslov., 1977, v. 28, p. 316.
- Clemence G. M., Porter J. G., Sadler D. H.* Aberration in the Lunar Ephemeris.— Astron. Journ., 1952, v. 57, p. 46.
- Deprit A., Andréé Deprit-Bartholomé.* Conversion from Geocentric to Geodetic Coordinates.— Cel. Mech., 1975, v. 12, p. 489.
- Dufour H. M., Fontaine A.* Formules pratiques de calcul électronique des coordonnées des étoiles.— Bull. Astr., 1960, t. 23, p. 2.
- Eichhorn H., Googe W. D., Gatewood G.* Concerning the Plate Overlap Method.— Astron. Journ., 1967, v. 72, p. 623.
- Fricke W.* Basic Material for the Determination of Precession and of Galactic Rotation and a Review of Methods and Results.— Veröff.— Astr. Rechen-Inst. Heidelberg., 1977, No. 28, p. 1.
- Gaposchkin E. M. (Ed.)*. 1973 Smithsonian Standard Earth (III).— SAO Spec. Rep., 1973, 353, p. 233.
- Getchell B. S.* Geodetic Latitude and Altitude from Geocentric Coordinates.— Cel. Mech., 1972, v. 5, p. 300.
- Gyllenberg W.* Systematic Corrections and Weights of 108 Star Catalogues.— Lunds Univ. Årsskrift (NF) Avd. 2, 1948, Bd. 44, Nr. 2.
- Kahrstedt A.* Über die Verbesserung des Äquinoktiums des NFK.— Astr. Nachr., 1931, Bd. 244, S. 34.
- Kopff A.* Dritter Fundamentalkatalog des Berliner Astronom. Jahrbuchs.— Veröff. Astr. Rechen-Inst., Berlin — Dahlem, 1937, Nr. 54,
- Kovalevsky J.* Sur le calcul des positions apparentes des étoiles circumpolaires.— Bull. Astr., 1962, t. 24, n^o 1, p. 75.
- Kustanheimo P. E.* Time Derivatives of the Components of Proper Motions of Stars.— Astron. Journ., 1960, v. 65, No. 1, p. 46.
- Long S. A. T.* General-Altitude Transformations between Geocentric and Geodetic Coordinates.— Cel. Mech., 1975, v. 12, p. 225.
- Rapp R. H.* The Equatorial Radius of the Earth and the Zero Order Undulation of the Geoid.— Journ. Geophys. Res., 1967, v. 72, p. 2.
- Rinner K.* Berichte zur Meeresgeodäsie und Satellitengeodäsie.— Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, 1976, Bd. 23.
- Rybka P.* Pozycyjne katalogi gwiazd: Część I.— Postępy astronomii 22, 81. Część II, ibid., 91. Część III, ibid., 229, 1974.

- Schmeidler F.* Proper Motion Distribution and Mean Parallaxes of the Stars of the General Catalogue in Different Galactic Latitudes and Longitudes. — MNRAS, 1951, v. 111 No. 6, p. 6560.
- Scott F. P.* A Method for Evaluating the Elliptic E-Terms of the Aberration. — Astron. Journ., 1964, v. 69, No. 5, p. 372.
- Scott F. P., Hughes J. A.* Computation of Apparent Places for the Southern Reference Stars Program. — Astron. Journ., 1964, v. 69, Nos. 1—2, p. 368.
- Seeliger H.* Bemerkung über veränderliche Eigenbewegungen. — Astron. Nachr., 1900, Bd. 154, S. 65.
- Sinzi A. M.* Basic Data of the Fundamental Stars. — Res. Journ. Hydrograph. Oceanograph. Tokyo, 1972.
- Torgård I.* Lund Observatory Table for the Conversion of Equatorial into Galactic Coordinates Based on the Galactic Pole RA 12^h49^m , Decl. $+27^\circ,4$ (1950.0). — Ann. Observ. Lund, 1961, v. 15.
- Valbousquet A.* Simplification des calculs pour représenter les différences systématiques entre deux catalogues de positions stellaires. — Astron. and Astroph., 1975, v. 45, p. 5.
- Wagner C. A., Lerch F. J., Brown J. E., Richardson J. A.* Improvement in the Geopotential Derived From Satellite and Surface Data (GEM 7 and 8). — Journ. Geophys. Res., 1977, v. 82, No. 8, p. 901.

Г Л А В А IV

- Бакулин П. И., Блинов Н. С.* Служба точного времени. — 2-е изд., М.: Наука, 1978.
- Белобров А. П.* Мореходная астрономия. — Л.: Гидрометиздат, 1954.
- Всемирное время. Бюллетень Е. Междуведомственная комиссия Единой службы времени при Государственном комитете стандартов Совета Министров СССР. — М., 1976.
- Синг Дж.* Общая теория относительности. — М.: ИЛ, 1963.
- Константинов А. И., Флер А. Г.* Время. — М.: Изд-во стандартов, 1971.
- Atkinson R. d'E., Sadler D. H.* On the Use of Mean Sidereal Time. — MNRAS, 1951, v. 111, No. 6, p. 619.
- Clemence G. M.* On Proper Time and Coordinate Time. — Observatory, 1971, v. 91, p. 40.
- Clemence G. M.* The Concept of Ephemeris Time: A Case of Inadvertent Plagiarism. — Journ. Hist. Astron., 1971, v. 2, No. 2, p. 73.
- Clemence G. M., Szebehely V. G.* Annual Variation of an Atomic Clock. — Astron. Journ., 1967, v. 72, p. 1324.
- Danjon A.* Le temps, sa définition pratique, sa mesure. — L'Astronomie, 1929, t. 43, p. 13.
- Ginzel F. K.* Handbuch der mathematischen und technischen Chronologie. J. C. Hinrich'sche Buchhandlung, Leipzig (in 3 Bänden), 1906—1914; unveränderter Nachdruck bei Ullmann zu Zwickau in 1958.
- Heyl P. R., Chrzanowski P.* A New Determination of the Constant of Gravitation. — Radio Sci., 1942, v. 29, p. 1.

- Jones H. Spencer.* The Rotation of the Earth, and the secular acceleration of the Sun, Moon, and Planets.— MNRAS, 1939, v. 99, p. 541.
- Kovalevsky J.* The Astronomical Time.— Metrologia, 1965, v. 1, p. 169.
- Markowitz W., Hall R. G., Essen L., Parry J. V. L.* Frequency of Caesium in Terms of Ephemeris Time.— Phys. Rev. Letters, 1958, v. 1, p. 105.
- Mulholland J. Derral.* Measures of Time in Astronomy.— Publ. Astr. Soc. Pacific, 1972, v. 84, No. 499, p. 357.
- Winkler G. M. R., Van Flandern T. C.* Ephemeris Time, Relativity, and the Problem of Uniform time in Astronomy.— Astron. Journ., 1977, v. 82, No. 1, p. 84.
- Wirtz C. W.* Tafeln und Formeln aus Astronomie und Geodäsie. Berlin, 1918.

Г Л А В А V

- Бакулин П. И.* Фундаментальные каталоги звезд.— М.; Л.: Гостехиздат, 1949.
- Брауэр Д., Клеменс Дж. М.* Методы небесной механики.— М.: ИЛ, 1964.
- Сагитов М. У.* Постоянная тяготения и масса Земли.— М.: Наука, 1969.
- Глебова Н. И.* Уточнение координат Марса по оптическим и радиолокационным наблюдениям.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1975, т. 13, № 10 (153), с. 612.
- Громова О. М., Малькова А. Г.* О вычислении эфемерид внешних планет на БЭСМ-4.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1973, т. 13, № 7 (150), с. 409.
- Мазо В. Л.* Оценка точности теорий движения Земли и Марса.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1975, т. 13, № 10 (153), с. 629.
- Румянцева Л. И.* Численное интегрирование уравнений движения Луны с последующим улучшением начальных условий движения на БЭСМ-6.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1974, т. 13, № 8 (151), с. 507.
- Фурсенко М. А.* Формулы для перехода от центра масс системы Земля — Луна к центру масс Земли.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1967, т. 11, № 2 (125), с. 127.
- Barton D.* Lunar Disturbing Function.— Astron. Journ., 1966, v. 71, p. 438.
- Barton D.* On Literal Developments of the Lunar Theory with the Aid of a computer.— Astron. Journ., 1967, v. 72, p. 1281.
- Böhme S.* Zur Genauigkeit von Clemence' Theorie des Mars.— Astron. Nachr., 1968, Bd. 290, S. 249.
- Bourne S. R.* Literal Expressions for the Coordinates of the Moon. I. The First Degree Terms.— Cel. Mech., 1972, t. 6, p. 167.
- Brown E. W.* Theory of the Moon: Containing a New Calculation of the Expressions for the Coordinates of the Moon in terms of the Time.— Mem. RAS, 1897, v. 53, p. 39; *ibid.*, 1899, v. 53, p. 163; *ibid.*, 1900, v. 54, p. 1; *ibid.*, 1905, v. 57, p. 1; *ibid.*, 1908, v. 59, p. 1.

- Brown E. W.* Tables of the Motion of the Moon.— Yale Univ. Press, 1919.
- Chapront J., Bretagnon P., Mehl Montque.* Un formulaire pour le calcul des perturbations d'ordres élevés dans les problèmes planétaires.— *Cel. Mech.*, 1975, t. 11, p. 379.
- Chapront J.* Le calcul direct d'une éphéméride de planète.— *Astron. and Astroph.*, 1977, v. 61, p. 7.
- Chapront J., Abu-El-Ata N.* Les perturbations planétaires de la Lune en variables elliptiques. I. Formulation et séparation de Brown.— *Astron. and Astroph.*, 1977, t. 55, p. 83.
- Chazy J.* La théorie de la relativité et la mécanique céleste. Paris: Gauthier—Villars, 1928.
- Clemence G. M.* Theory of Mars.— *Astr. Pap.* XI, Pt. 2, Washington, 1949.
- Clemence G. M.* Theory of Mars — Completion.— *Astr. Pap.* XVI, Pt. 2, Washington, 1961.
- Delaunay C.* Théorie du mouvement de la Lune.— *Mém. Acad. Sci.* Paris, t. 29, 1867.
- Delaunay C.* Théorie du mouvement de la Lune: Moyens mouvements du périégée et du nœud.— *C. R. Acad. Sci. Paris*, 1872, t. 74, p. 17.
- Deprit A., Poplarchek W., Andrée Deprit-Bartholomé.* Compression of ephemerides.— *Cel. Mech.*, 1975, v. 11, p. 53.
- Eckert W. J., Jones Rebecca, Clark H. K.* Improved Lunar Ephemeris 1952—1959.— Washington: U. S. Gov. Print. Office, 1954.
- Gaillot A.* Addition à la théorie du mouvement de Saturn de Le Verrier.— *Ann. Obs. Paris. Mém.*, 1904, t. 24.
- Gaillot A.* Tables rectifiées du mouvement de Jupiter.— *Ann. Obs. Paris Mém.*, 1913, t. 31.
- Gaillot A.* Théorie du mouvement des planètes Uranus et Neptune, par Le Verrier. Tables nouvelles.— *Ann. Obs. Paris Mém.*, 1910, t. 28.
- Hamid S. E.* First-Order Planetary Theory: Perturbation in Rectangular Coordinates, Hansen's Variables, Longitude and Distance.— *SAO Spec. Report* 285, 1968.
- Happel H.* Das Dreikörperproblem. Vorlesungen über die Himmelsmechanik.— Leipzig: Koehler, 1941.
- Hill G. W.* The Collected Mathematical Works (in 4 volumes).— Washington: Carnegie Inst., 1905—1907.
- Laubscher R. E.* The Motion of Mars: 1751—1969.— *Astron. and Astroph.*, 1971, v. 13, No. 3, p. 426.
- Oesterwinter C., Cohen C. J.* New Orbital Elements for Moon and Planets.— *Cel. Mech.*, 1972, v. 5, p. 317.; *Nav. Weapons Lab. Techn. Report TR — 2693*, 1972.
- Peabody P. R., Block N.* Planetary Position — Velocity Ephemerides Obtained by Special Perturbations.— *Amer. Inst. Aeronaut. Astronaut. Journ.*, 1963, v. 1, p. 2812; *Ракетн. техн. и космонавт.*, 1963, т. 1, № 12.
- Van Flandern T. C.* Corrections to the Improved Lunar Ephemeris.— *Cel. Mech.*, 1969, v. 1, p. 163.

Г Л А В А VI

- Абалакин В. К.* О вычислении топоцентрических расстояний до точек лунной поверхности.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1971, т. 13, № 1 (144), с. 13.
- Абалакин В. К.* О вычислении положения нуля-пункта селенографической системы координат в геоцентрической системе отсчета.— Бюлл. ИТА АН СССР, 1971, т. 13, № 1 (144), с. 17.
- Абалакин В. К., Петрова Н. Н., Положенцева Т. А., Рубашёв Б. М.* О вычислении эфемериды для физических наблюдений Солнца с поверхности планет.— Солн. данные 1971 года. Бюлл. № 12, 1972.
- Абалакин В. К.* Использование лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения некоторых задач небесной механики и геодинамики.— Труды ИТА АН СССР, 1978, вып. XVII, с. 82.
- Гаврилов И. В., Кислюк В. С., Дума А. С.* Сводная система селенодизических координат 4900 точек лунной поверхности.— Киев: Наукова думка, 1977.
- Куликов К. А., Гуревич В. Б.* Основы лунной астрометрии.— М.: Наука, 1972.
- Atkinson R. d'E.* The Computation of Topocentric Librations.— MNRAS, 1951, v. 111, p. 448.
- Carpenter R. L.* Study of Venus by CW Radar.— Astron. Journ., 1964, v. 69, p. 136.
- Carpenter R. L.* Study of Venus by CW Radar — 1964 Results.— Astron. Journ., 1966, v. 71, p. 142.
- Carpenter R. L.* Preliminary Results of 12.5 cm Radar Observations of Venus During Its 1966 Conjunction.— Astron. Journ., 1966, v. 71, p. 848.
- Cassini J. D.* Traité de l'origine et du progrès de l'Astronomie.— Paris, 1693.
- Cook A. H.* Theories of Lunar Libration.— Phil. Trans. R. Soc. London, 1977, A v. 284, p. 573.
- Davies M. E., Batson R. M.* Surface Coordinates and Cartography of Mercury.— Journ. Geophys. Res., 1975, v. 80, p. 2417.
- Dollfus A., Ed.* Moon and Planets. Vol. II.— London: North-Holland Publ. Comp., 1967.
- Goldstein R. M.* Radar Studies of Venus.— In: Moon and Planets, v. I, p. 126, 1967.
- Hayn F.* Selenographische Koordinaten.— Abh. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Phys. Math. Klasse, 1902, Bd. XXVII; 1904, Bd. XXIX; 1907, Bd. XXX.
- Hayn F.* Die Achsendrehung des Mondes.— Astr. Nachr., 1920, Bd. 211, S. 311.
- Hayn F.* Die Rotation des Mondes.— Enc. d. Math. Wiss., 1923, Bd. VI₂, Heft 8.
- Kołodczek B.* Selenocentric and Lunar Topocentric Spherical Coordinates.— SAO Spec. Report 286, 1968.
- Kopal Zd., Goudas C. L., Eds.* Measure of the Moon.— Dordrecht: Reidel, 1966.

- Kopal Zd., Mikhailov Zd. K., Eds.* The Moon.— London and New York: Acad. Press, 1962.
- Kopal Zd., Ed.* Physics and Astronomy of the Moon.— London and New York: Acad. Press, 1971.
- Middlehurst B., Kuiper G. P. Eds.* The Moon, Meteorites and Comets, Chicago-London: Univ. Chicago Press, 1963.
- Michael W. H. et al.* Mars Dynamics, Atmospheric and Surface Properties: Determination from Viking Tracking Data.— Science, 1976, v. 194, p. 1337.
- Struve G.* Neue Untersuchungen im Saturnssystem.— Veröff. Universitäts-Sternw. Berlin-Babelsberg, 1930, Bd. 6, S. 49.
- Struve H.* Beobachtungen der Saturnstrabanten am 30-Zölligen Pulkowaer Refractor.— Publ. de l'Obs. Centr. Nicolas, 1898, sér. 2, t. 11, p. 226.
- Willey R. L.* A Computer Program for the Transformation of Lunar Observations from Celestial to Selenographic Coordinates.— Icarus, 1964, v. 3, p. 136.
- Williams J. G., Slade M. A., Eckhardt D. H., Kaula W. M.* Lunar Physical Librations and Laser Ranging.— The Moon, 1973, v. 8, p. 469.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрационный промежуток 358, 419
Аберрация 64, 71, 130—146, 227, 433
— вековая 132
— годовичная 109, 132, 144, 146
— планетная 130, 140, 146
— суточная 132, 142, 143
Азимут 49, 51, 57, 165, 178
— астрономический 171, 177, 178
— геодезический 164, 166, 171
— Лапласа 171
Альbedo 379, 380
Аномалия истинная 355
— средняя 284, 299, 345
Апекс 131, 148
Апогей 218, 416
Аргумент фундаментальный 89, 340, 421
— эфемериды 255
Астрономическая единица 18, 28, 318, 338
— — световая 23
— система единиц 262
Астрономические постоянные 282, 294, 301
Астрономический ежегодник СССР 12, 109, 418, 422
Астрономия динамическая 45
— теоретическая 385
— эфемеридная 71, 101, 301, 362
Атмосфера эффективная 195
Атмосферы однородной высота 200
- Баричесентр системы Земля — Луна 31, 305, 326, 336
Блеск 379, 380
—, единица 380, 381
- Вариационная кривая 334
Венеры деталь α поверхности 400
— долгота центрального меридиана 399, 400
— масса 27
— нулевой меридиан 399
— параметры вращения 399
— периоды 292
— прохождение по диску Солнца 274, 278
— теория движения 290, 292
— точка весеннего равноденствия 400
— фундаментальные элементы орбиты 290—293
— эфемериды для физических наблюдений 399—403
Вертикаль первый 164
Вертикаль астрономическая 167—169
Вертикаль геодезическая 157, 169
Возмущения 288, 303, 352
— вековые 268, 278, 300, 346
— периодические 266, 296, 299
— солнечные 338
Вращение осевое обратное 383, 399
— — прямое 394, 400
— суточное Земли 232, 244, 313, 374
Времени динамическая система 233
— момент (эпоха) 212
— промежуток (интервал) 212
— радиосигналы 251, 253
— уравнение 219
— шкалы 34, 211, 232, 245, 279, 282
Время 211—261
— аберрационное 387
— атомное 240, 246—259
— — международное 38, 42, 256
— всемирное 41, 186, 279, 388, 408
— звездное 213, 240, 324
— — гринвичское 215—217, 242
— — истинное 90, 315, 343
— — квазиистинное 215
— — местное 57, 184—187, 214—217, 426
— — среднее 90, 215
— — эфемеридное 239, 315, 343, 359
— истинное 313
— квазиравномерное 243
— световое 36, 40, 389
— солнечное истинное 218
— — среднее 219
— среднее 313
— — гринвичское 241, 242
— — местное 313, 343
— эфемеридное 26, 231—245, 309—322, 359, 429
Высота 49, 150, 164
— ортометрическая 169
- Геодезическая 165
Геод 150, 169, 171
Геоэкватор 374, 396, 409
— средний 408
Год аномалистический 224, 284, 311
— бесселев 42, 97, 122, 227
— —, начало 71, 93—99, 187, 228—283, 310—322
— високосный 222, 322
— гражданский 322
— драконический 225, 311
— календарный 71, 135, 262, 319
— простой 228, 323
— световой 191
— сидерический (звездный) 224, 284, 310

- Год — тропический 33, 284, 322
 — юлианский 37, 226, 270, 290, 296
 Горизонт астрономический 168, 170
 — геодезический 159, 165
 Дата астрономическая 226, 228
 — стандартная 263
 — юлианская 41, 429
 — — звездная (гринвичская) 222
- Даты равноденствие 96, 135, 303, 356, 374, 411
 — экватор 321, 356, 411
 — эклиптика 303, 353, 371, 407
 День юлианский 263, 352
 — — звездный 222
 Диск видимый 360, 370, 377, 423, 425
- Долгота 150, 215, 309—317, 341, 372
 — астрономическая 167, 172
 — видимая 146
 — галактическая 58
 — гелиоцентрическая 271
 — геодезическая 158, 166
 — геоцентрическая 55, 160
 — истинная 317, 363
 — от Гринвича 186, 241, 315
 — средняя 267, 305, 340, 364
 — эклиптическая (небесная) 49, 52, 354
 — эксцентрическая 364
 — эфемеридная 240, 315, 343, 359
- Единица астрономическая 358
 — — времени 35
 — — длины (расстояния) 35, 262, 359
 — — массы 35, 262
 — времени звездная 311, 345
 — — средняя 311
- Закон всемирного тяготения 113, 150, 264, 303
 — Гладстона 199
 — Декарта 199
 — Кеплера третий 29, 262, 284, 329, 345
 — Ламберта 380
 Законы Кассини 414
 Затмения 183, 225, 312
 Звездная величина 111, 118, 379
 Звезды двойные 112
 — «десятидневные» 96, 109
 — опорные 144
 — фундаментальные 72, 100
 «Земля Стандартная» 153
 Земли динамический коэффициент формы 28, 31, 36
 — координаты гелиоцентрические 133, 136
 — — планетоцентрические 386
 — — селенографические 417
 — масса 40, 275, 286, 299
 — период вращения 217
 — полюсов движение 216
 — радиус полярный 22
 — — средний 200
- Земли радиус экваториальный 22, 31, 134, 152, 341
 — сжатие 22, 32
 — — динамическое 36, 324
 — — механическое 285
 — суточное вращение 132, 142, 212, 232, 415, 425
 — теория вращения Вуларда 89
 — — — Эйлера 175
 — — движения 273, 282, 293
 — точка весеннего равноденствия 382
 — экватор 382—395
 — — истинный 341
 — элементы 269, 283, 287
 Земля стандартная 153
 Зенит геодезический 157, 169
 — геоцентрический 160, 179, 188
 — луноцентрический 417
- Интеграл Якоби 331—334
- Календарь гражданский 226
 — григорианский 226
 — солнечный планетный 369
 — юлианский 228
 Каталог абсолютный 101, 105, 114
 — дифференциальный 101
 — производный 101
 — сводный 101
 — фундаментальный 46, 77, 102, 116, 216
 Кольца Сатурна 407, 409
 — —, эфемериды 408
 Кольцо астероидов 345
 Координаты астрометрические 50, 358
 — астрономические 167, 172, 177
 — видимые 120, 135, 358
 — галактические 59
 — гелиографические 371, 428
 — гелиоцентрические 49, 61, 192, 352—356, 423
 — географические 149, 172
 — геодезические 149, 156—158
 — геоцентрические 49, 159, 182, 192, 426
 — геоэкваториальные 397, 402, 428
 — гермографические 397
 — горизонтальные 55
 — дифференциальные 67, 147, 206
 — зенографические 403
 — йовицентрические 405
 — относительные 195
 — планетографические 369, 381, 401
 — планетоцентрические 49, 384
 — прямоугольные 60, 125, 262, 333, 366, 427
 — селенографические 417, 422, 427
 — селеноцентрические 49, 427
 — средние 93, 100, 120, 135, 356
 — топоцентрические 49, 182—186
 — цитерографические (афродитографические) 400
 — экваториальные 47, 55, 59, 133, 188, 370
 — эклиптические 79, 189, 316, 344, 398, 403

- Космический летательный аппарат (КЛА) 365, 390, 394, 428
 Крюгера числа 77
 Кульминация 206, 213, 217
 — верхняя 144, 213, 241, 312, 344
 — — эфемеридная 239
 — нижняя 144, 214, 241, 342
 Каррингтона гринвичский гелиографический ряд 372
- Лапласа неизменная плоскость 399
 Либрации 417, 425
 — геоцентрическая 420
 — оптическая 415, 417, 420
 — параллактическая 425,
 — суточная 425
 — топоцентрическая 425
 — физическая 417
 — —, компоненты 420, 421
- Луны вращение 414, 423, 426
 — краевая зона диска 236
 — масса 28, 31, 285, 286
 — параллакс горизонтальный экваториальный 23, 149, 337—344, 425
 — периоды 32
 — радиус видимый 183, 337, 345
 — — первый 416
 — светолокация лазерная 426
 — теория движения 232—238, 258, 324, 330—337
 — фазы 225
 — фундаментальные элементы орбиты 285—289, 331, 420
 — эфемериды для физических наблюдений 414, 417, 420—425
- Марса деталь поверхности *Sinus Meridiani* 389
 — звездная величина 388
 — кратер Эйри-О 391, 392
 — масса 269—271, 353
 — параметры вращения 389—391
 — периоды 298, 389
 — точка весеннего равноденствия 389
 — элементы орбиты 298, 300, 388
 — эфемериды для физических наблюдений 388, 390, 393
- Масс Луны и Земли отношение 23, 32, 282—288, 338, 340
 Массы планет 28—41
 — — малых 38
- Международное условное начало 174, 190, 260
- Меридиан 49, 144, 165, 381
 — астрономический 167
 — галактический 58
 — гелиографический 429
 — геодезический 157—169
 — гринвичский 175, 238, 240, 246
 — мгновенный 214
 — местный 49, 51
 — начальный 158, 167, 371, 374
 — — планетографический 413
 — небесный 213, 371
 — нормальный 227
 — нулевой 389, 429
- Меридиан селенографический 420, 423, 424
 — — солнечный 371, 429
 — — центральный 370, 389, 394
 — — эфемеридный 238—242, 314, 342
- Меркурия вращение 393
 — долготы центрального меридиана 395
 — кратер Гун Каль 393, 396
 — нулевой меридиан 393
 — периоды 394, 395
 — прохождения по диску Солнца 274, 278, 297
 — теория движения 294
 — фундаментальные элементы орбиты 270, 294, 296
 — эфемериды для физических наблюдений 393, 395
- Место видимое 96, 109, 129
 — нормальное 96, 115
 — среднее 94, 100, 109
- Месяц 224
 — аномалистический 225, 340
 — драконический 225, 340
 — звездный 225
 — сидерический 340
 — синодический 225, 340
 — тропический 225, 340
- Месяцев продолжительность 225, 340
- Метод Брöße 111, 118
 — вариации произвольных постоянных (параметров) 264
 — дифференциального исправления орбит 366
 — наименьших квадратов 302, 368
- Мёстинг А (лунный кратер) 428
- Минута звездная 215, 231
 — средняя 230
- Наклон взаимный плоскостей экваторов 70
 — — — эклиптик 80, 281
 — — лунно-солнечный 78
 — орбиты 265, 292, 339, 346, 386
 — экватора Солнца 371
 — эклиптики к экватору 23, 32, 55, 270, 386
 — — истинный 188, 309, 356, 420
 — — квазиистинный 322
 — — средний 75, 99, 188, 310, 419
- Направление видимое 131
 — геометрическое 131
- Небесная сфера 370—377, 417
 — — гелиоцентрическая 372, 409, 429, 433
 — — геоцентрическая 371, 383, 423
 — — луноцентрическая 423
 — — планетоцентрическая 371, 381—385
 — — сатурноцентрическая 408—411
 — — селеноцентрическая 416
- Нуль-пункт системы атомного времени 246
 — — — гелиографической 429
 — — — гермографической 393
 — — — звездных величин 119
 — — — прямых восхождений 37, 114
 — — — селенографической 418, 419

- Нуль-пункт системы склонений 105, 114
 Нутации матрица 176
 — теория 71, 109
 — часть долгопериодическая 89, 97
 — — короткопериодическая 89, 215, 318
 Нутация (астрономическая) 64, 89, 96, 344
 — в долготе 88, 90, 290, 433
 — в наклоне 88, 90, 286, 387
 — дифференциальная 97
 — прямых восхождений (уравнение равноденствий) 90
 — свободная (эйлерова) 243
- Обсерваторий геоцентрические координаты 427
 Обсерватория «средняя» 245, 260
 Операция основная 63, 91, 122, 133, 192
- Параллакс 64, 148, 181, 193, 426
 — высоты 180
 — годичный (гелиоцентрический) 50, 109, 120, 148, 191
 — горизонтальный 289, 341
 — — экваториальный 180, 209, 358
 — — — средний 180
 — дифференциальный 193, 194
 — планет внешних 359
 — — внутренних 359
 — рефракционный 207—209
 — суточный (геоцентрический) 144, 179, 183—189
- Параллактические множители 186
 Параллель астрономическая 167
 — геодезическая 157
- Полиномы Лежандра 119, 152, 327
 — Фурье 119
 — Чебышёва 362—364
- Полус астрономический (географический) 167
 — геодезический 157, 161
 —, движение 172, 177
 — истинный 69, 89, 175
 — —, координаты 96, 259, 261
 — —, среднее положение 175
 — средний 70, 75, 88, 96
 — эйлеров 38
- Поправка эфемеридного времени 235, 243, 258, 374, 406
- Постоянная абберации 18, 23, 36, 109, 132, 321
 — гравитационная гауссова 31, 35, 40
 — — гелиоцентрическая 32, 36
 — — геоцентрическая 28, 32, 36
 — — кавендишева 35, 150
 — нутации 23, 28, 36, 101, 286
 — прецессии 25, 29, 34, 103, 286
 — — лунно-солнечной 18
 — синуса параллакса Луны 33, 286, 338
 — тяготения гауссова 23, 31, 262, 284, 353
 — физической либрации Луны 421
- Прецессии матрица 63, 73—75, 125, 176, 356
- Прецессии теория 78, 81
 — фундаментальные параметры 285
 Прецессия годичная 77, 79, 85, 294, 318
 — лунно-солнечная 69, 72, 78, 98
 — общая 23, 32, 69, 81—88, 215, 297, 383
 — от планет 69, 72, 78, 318
 — свободная (эйлерова) 88
- Приведение к эклиптике 219, 354, 355
 — на место видимое 137
 — — — истинное 93
- Прямое восхождение 49—57, 96, 182, 299
 — — видимое 216, 308, 356
 — — планетоцентрическое 381—400
 — — среднее 96
- Пункт Лапласа 171
 — начальный триангуляционный 171
 — — трилатерационный 171
- Равноденствие даты 310, 419
 — истинное 193, 319, 387, 427, 433
 — среднее 71, 85, 122, 187, 215, 349, 433
 — стандартное 37, 309, 319
- Радиус-вектор гелиоцентрический 121, 363, 377
 — — геоцентрический 137, 160, 179—181
- Радиус видимый 308, 342, 359, 381
 — — экваториальный 39, 187, 359
 — полярный 359
 — средний 358
- Расстояние гелиоцентрическое 191, 381
 — геоцентрическое 142, 164, 180—189, 377, 428
 — единичное 35, 36
 — зенитное 179, 206, 426
 — перигея лунного 421
 — — солнечного 421
 — полярное 51
 — топоцентрическое 426, 428
 — угловое 66, 148, 195, 371
- Редукции астрономические 45, 216
- Редукционные величины 89, 93—98, 136, 318
 — — абберационные 134—139, 145, 193
 — —, алгебраическая система 94, 98, 135
 — —, тригонометрическая система 94, 98, 135
 — — постоянные 135, 140
- Референц-эллипсоид 155, 158, 171
 — МАС (1964, 1967) 156
- Рефракции таблицы 203
 — формула полная 205
- Рефракция 50
 — астрономическая 195—204
 — атмосферная 195
 — геодезическая 195
 — дифференциальная 195
 — ионосферная 196
 — истинная 203
 — нормальная 196—203
 — параллактическая 207, 209

- Рефракция средняя 203
 Рогов Луны линия 375
- Сатурна масса 275, 276
 — нулевой меридиан, система III (1957) 406
 Сатурна нулевой меридиан, система III (1965) 406
 — полярный диаметр диска 407
 — экваториальный диаметр диска 407
 — элементы орбиты 407
 — эфемерида для физических наблюдений 407, 410
 Света скорость 17, 40, 180, 145, 286, 370
 Световая астрономическая единица 370
 Световой промежуток 130—146, 357, 374
 Секунда атомная 246—256
 — дополнительная (положительная) 253
 — звездная 215, 232
 — отрицательная 253, 254
 — световая 29
 — системы СИ 40, 252—256
 — солнечная истинная 218
 — — средняя 230, 232
 — эфемеридная 26—33, 217, 247
 Сила тяжести 22, 149—167
 Систем координат связь 57, 398
 Система астрономических постоянных 25, 26, 28
 — — — МАС (1964 г.) 26—34, 162, 238
 — — — МАС (1976 г.) 35, 43, 73, 156, 413
 — геодезических данных 166, 171
 — гравиметрическая Потсдамская 155
 — координат 45
 — — абсолютная 46
 — ареографическая 391
 — — астрономическая 149
 — — афродитографическая 399, 403
 — — галактическая 58
 — — гелиографическая 373, 394
 — — гермографическая 395, 396
 — — географическая 149
 — — земная 174, 176
 — — инерциальная 394
 — — Кассини 415
 — — небесная 175
 — международная единиц 42
 — фундаментальная 100—110, 113, 117
 — фундаментального каталога FK4 105—117, 258
 — юлианских дат 221
 Склонение 49—52, 96, 344, 357
 — видимое 308, 356
 — планетоцентрическое 381
 Собственные движения 30, 64, 77, 99—135
 Солнечная система 27, 114, 352, 428
 — —, баричесентр 38, 41, 136
 — —, масштаб 26
 Солнца аберрация 145, 228, 317, 321
 Солнца аномалия средняя 219, 284, 310, 421
 — восход 217
 — высота на Луне 425
 — диск видимый 312, 429
 — заход 217
 — масса 37, 262, 286
 — параллакс 18—32, 134, 186, 275—287, 321, 370
 — периоды 2^h3, 372
 — планетоцентрические координаты 387, 429
 — таблицы 227—229, 293
 — экватор 371, 429
 — элементы геоцентрической орбиты 281, 310, 331
 — эфемерида 229, 262, 311—322
 — — для внеземных наблюдений 428, 430
 — — для физических наблюдений 372, 375
 Солнце истинное 219, 224, 311, 313
 — среднее экваториальное 214—219
 — эфемеридное 239, 241
 Соль (марсианские сутки) 391
 Столетие тропическое 72, 107, 124, 388
 — юлианское 35—41, 135, 217—234, 294
 Сутки звездные 214, 224, 230, 231
 — — истинные 217
 — — средние 217
 — — солнечные истинные 214—218
 — — средние 214, 224, 230
 — — средние 294
 — эфемеридные 217, 234, 239, 262, 283, 413
 Сфероид земной 18—30, 153, 161, 179, 342
- Терминатор Луны 375, 416—425
 Точка весеннего равноденствия 48—69, 184, 262
 — — — истинная 215—224, 344
 — — — планеты 382—385, 429
 — — — средняя 71, 96, 223, 345
 — весны 305, 413
 — освещенности наибольшей 376
 — — наименьшей 375
 — подземельная 371, 379, 389
 — подсолнечная 393, 424
 Триангуляция 171
 Трилатерация 171
- Угловой дефект освещенности 376, 389, 405
 Углы Эйлера 63—80
 Угол позиционный (положения) 66, 96—98, 125
 — фазы 375—380
 — часовой 49—57, 143, 241
 Узел восходящий 48, 72, 281
 — нисходящий 341, 416
 Уравнение времени 308—324
 — равноденствий 216]
- Флуктуация долготы Луны 232
 Функции Крампа — Радо 202, 203

- Функция возмущающая (пертурбационная) 264—276, 330
- Цикл високосный четырехлетний 222, 323
- Час звездный 215, 231
— — средний 217
— средний 230
- Широта астрономическая 55, 154, 164—174
— галактическая 59
— гелиографическая 372, 429
— геодезическая 157—166
— геоцентрическая 142, 154—164, 184
— параметрическая 163
— планетоцентрическая 382
— приведенная 159—165, 178
— сатурноцентрическая 408
— селенографическая 416
— эклиптическая 52
- Шкала времени атомная 248, 256
— — всемирного 251
— — международная атомная 42
— — эфемеридного 232—234, 256
- Шкалы времени нуль-пункт 38, 234, 248, 249
- Экватор 47, 49, 71, 214, 262, 283
— геодезический 157, 158
— географический мгновенный 167
— даты 387
— истинный 96, 175, 319, 344
— — лунный 415, 422
— — солнечный 372
— средний 88, 91, 96, 144, 187, 345
- Эклиптика 47, 49, 66, 189, 214—225, 409, 415
- Эклиптика средняя 304, 347, 349, 355, 394
- Эксцентриситет второй 159
— меридианного эллипса 361
— первый 159
- Элементы затмений бесселевы 183
— оскулирующие 262—271, 300—308, 347—349, 363
— средние 301—308, 345, 366
— —, изменения 308, 347
— эклиптические 294, 407
- Эллипсоид вращения 25, 154, 166
— земной 158
— Ф. Н. Красовского 164
— МАС 156, 164
— относимости 153, 158, 171
— — стандартный 166
— Хайфорда 156
- Эллипсоида сжатие 154—159
— экваториальный радиус 154
- Эпоха бесселева 42
— начальная 249, 269, 280
— оскуляции 263, 347
— стандартная 37, 41, 97, 187, 262, 413
— фундаментальная 44, 135, 221—228, 345, 418
— юлианская 41, 42
- Эфемериды внешних планет 263, 356, 357
— внутренних планет 263, 356, 357
— для космической динамики 365
— основные (фундаментальные) 262, 370, 374
- Юпитера диаметр диска полярный 403, 405
— — — экваториальный 403—406
— масса 278
— нулевой меридиан системы I 404
— — — системы II 404
— — — системы III 406
— период обращения 275
— периоды вращения 403