

КУРС ФИЗИКИ

III

А. В. Астахов  
Ю. М. Широков

**КВАНТОВАЯ  
ФИЗИКА**

$$\begin{aligned} \epsilon &= \hbar\omega \\ p &= \hbar k \end{aligned}$$

---

# КУРС ФИЗИКИ

Под общей редакцией  
Ю. М. ШИРОКОВА

ТОМ III

А. В. АСТАХОВ, Ю. М. ШИРОКОВ

---

# КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

*Допущено Министерством  
высшего и среднего специального образования СССР  
в качестве учебного пособия для студентов  
высших технических учебных заведений*

**АСТАХОВ А. В., ШИРОКОВ Ю. М.** Курс физики: Учебное пособие.— В 3-х томах. Т. III. Квантовая физика/Под ред. Ю. М. Широкова.— М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1983.— 240 с.

В основу книги положена экспериментальная программа, созданная на кафедре физики Московского горного института. Главная цель курса состоит в изложении физики как единой науки, опирающейся на небольшое число фундаментальных законов, обобщающих множество опытных фактов. Содержание настоящего тома составляет физика квантовых явлений во всех областях, где они существенны.

По отбору материала книга во многом отличается от существующих учебных пособий того же профиля. Так, квантовые закономерности вводятся и используются без традиционного предварительного рассмотрения квазиклассических орбит Бора. Тома I и II выходили в 1977 и 1980 гг.

Для студентов и преподавателей вузов; может оказаться полезной для физических специальностей вузов.

Рис. 94. Табл. 6.

*Александр Валентинович Астахов, Юрий Михайлович Широков*

КУРС ФИЗИКИ, ТОМ III

Квантовая физика

Редактор *Н. А. Михалина*

Техн. редактор *И. Ш Аксельрод*

Корректор *Н. Б Румянцева*

ИБ № 11948

Сдано в набор 06.11.82. Подписано к печати 19.05.83. Формат 60×90<sup>1/16</sup>.  
Бумага книжно-журнальная Литературная гарнитура. Высокая печать.  
Условн. печ. л. 15. Уч.-изд. л. 15,58. Тираж 25 000 экз. Заказ № 1264.  
Цена 75 к.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы  
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Отпечатано в Ленинградской типографии № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли 191126, Ленинград, Социалистическая ул., 14 с матриц Ленинградской типографии № 2 головного предприятия ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.

А  $\frac{170401000-094}{053(02)-83}$  143-83

© Издательство «Наука»  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1983



## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
<b>Глава 25. Экспериментальные основания квантовой теории . . . . .</b>	<b>7</b>
§ 25.1. Масштабы атомных явлений . . . . .	7
§ 25.2. Опытные факты о строении атомов, испускании и поглощении атомами электромагнитного излучения . . . . .	9
§ 25.3. Энергетические спектры атомов. Виды энергетических спектров физических микросистем . . . . .	14
§ 25.4. Дуализм волн и частиц . . . . .	19
§ 25.5. Соотношения неопределенностей . . . . .	26
<b>Глава 26. Элементы квантовой механики . . . . .</b>	<b>32</b>
§ 26.1. Состояние частицы в квантовой механике . . . . .	32
§ 26.2. Уравнение Шрёдингера . . . . .	35
§ 26.3. Примеры движений квантовой частицы в стационарных силовых полях . . . . .	38
§ 26.4. Уравнение Шрёдингера для трехмерного движения частицы . . . . .	47
§ 26.5. Момент импульса в квантовой теории. Спины . . . . .	49
§ 26.6. Неразличимость одинаковых квантовых частиц . . . . .	58
<b>Глава 27. Структура атомов. Атомные спектры испускания и поглощения . . . . .</b>	<b>64</b>
§ 27.1. Атом водорода . . . . .	64
§ 27.2. Атомы с двумя и более электронами . . . . .	69
§ 27.3. Спектры испускания и поглощения атомов . . . . .	75
<b>Глава 28. Электроны и фононы в твердых телах . . . . .</b>	<b>83</b>
§ 28.1. Типы связей в кристаллах . . . . .	83
§ 28.2. Фононы и тепловые свойства кристаллической решетки . . . . .	89
§ 28.3. Стационарные состояния электронов в кристаллах . . . . .	101
§ 28.4. Электроны проводимости в металлах . . . . .	114
§ 28.5. Носители тока в полупроводниках . . . . .	123
<b>Глава 29. Квантовые свойства электромагнитного излучения . . . . .</b>	<b>134</b>
§ 29.1. Спонтанное и вынужденное излучение атомов . . . . .	134
§ 29.2. Равновесное излучение . . . . .	139
§ 29.3. Когерентное усиление излучения веществом . . . . .	145
§ 29.4. Нерезонансное взаимодействие фотонов с веществом . . . . .	148
<b>Глава 30. Ядерная физика . . . . .</b>	<b>159</b>
§ 30.1. Источники и методы регистрации частиц в ядерной физике . . . . .	159
§ 30.2. Статические свойства атомных ядер . . . . .	173
§ 30.3. Ядерные силы. Ядерные модели . . . . .	186
§ 30.4. Ядерные реакции . . . . .	193
§ 30.5. Элементарные частицы . . . . .	211
§ 30.6. Воздействие ядерных излучений и их применения . . . . .	230
Предметный указатель . . . . .	238

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В квантовой физике рассматриваются микроскопические явления, которые человек не способен обнаружить с помощью только одних своих органов чувств. Для изучения этих явлений нужны приборы с высокой разрешающей способностью и с высокой чувствительностью. В связи с этим микроскопические системы относятся к физическим объектам, которые по отдельности прямо не влияют на формирование человеческих привычек и взглядов на природу. Поэтому квантовые законы, обобщающие опытные факты о микроскопических явлениях, не наглядны. В этом главная трудность их понимания. Из-за нее в начале знакомства с квантовой физикой обычно приходится преодолевать ощущение противоречивости ее законов здравому смыслу. Но эта противоречивость на самом деле кажущаяся, имеющая чисто психологическое происхождение. Как все физические теории, квантовая механика опирается на опыт и описывает объективные свойства материи на микроскопическом уровне. Если об этом не забывать, то адаптация к квантовым понятиям заметно облегчается.

В книге рассказано о том, как была осознана ограниченность классической физики, какими являются фундаментальные квантовые представления и как эти представления объединяются в последовательную теорию. Изложение этих вопросов построено так, что суть дела объясняется с минимальным использованием формализма квантовой теории, который далеко не прост. Из приложений квантовой механики рассмотрены физика атомов и квантовых движений в кристаллах, элементы квантовой электродинамики и основы современной ядерной физики. Поясняется практическая важность многих квантовых явлений.

Книга написана по плану, детально продуманному с Ю. М. Широковым. Материалы, которые Ю. М. Широков успел подготовить, органично вошли в книгу.

Приношу глубокую благодарность Г. Я. Мякишеву и И. В. Савельеву за конструктивное и полезное для книги рецензирование. Многим ценным советам я обязан В. И. Григорьеву, О. И. Завьялову, Д. В. Ширкову и Н. П. Юдину, которым искренне признателен. Большая помощь в работе над рукописью книги и в подготовке ее к изданию была оказана Ю. Б. Войтковским, М. А. Каллистратовой, А. И. Кецлахом, С. Б. Курман и Н. Д. Максимовой. Эту помощь я очень высоко ценю.

*А. В. Астахов*

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВАНИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

### § 25.1. Масштабы атомных явлений

1. Все атомы очень малы не только в сравнении с телами макроскопических размеров, но и в сравнении с длинами волн видимого света, имеющими порядок  $5 \cdot 10^{-7}$  м. Поэтому атом нельзя увидеть даже в микроскоп. Но атомы очень велики по сравнению с атомными ядрами и элементарными частицами. Радиусы ядер варьируются в пределах от  $2 \cdot 10^{-15}$  (легкие элементы) до  $10^{-14}$  м (тяжелые элементы). Линейные же размеры атомов составляют примерно  $10^{-10}$  м, так что любой атом почти пуст.

Атом состоит из тяжелого плотного ядра, вокруг которого движутся легкие частицы — электроны. Масса электрона равна  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг и по порядку величины в тысячу раз меньше массы ядра самого легкого элемента — водорода. Массы атомов имеют значения в пределах от  $2 \cdot 10^{-27}$  до  $5 \cdot 10^{-25}$  кг. Атомное ядро заряжено положительно и притягивает отрицательно заряженные электроны. Заряд ядра равен  $Zq_0$ , где  $Z$  — порядковый номер элемента в периодической системе (он называется также атомным номером элемента), а  $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — величина элементарного электрического заряда. Размер электрона до сих пор неизвестен. До измеряемых в настоящее время расстояний  $2 \cdot 10^{-17}$  м электрон ведет себя как материальная точка.

Итак, каждый атом является электрически нейтральной микроскопической системой, состоящей из тяжелого ядра, окруженного очень легкими по сравнению с ядром электронами.

Иногда говорят, что электроны подобно планетам обращаются вокруг ядра по орбитам. Это неправильно. Электрон в атоме движется по законам квантовой механики, в которой отсутствует классическое понятие траектории. Вообще, классические представления в применении к явлениям микромира чаще всего

оказываются несостоятельными. Последовательное объяснение эти явления находят в квантовой теории. Главная задача этой книги заключается в изложении основ квантовой физики.

2. В атомной физике в основном используется внесистемная единица энергии — электронвольт (эВ). Эта единица была определена в § 16.1 тома II. Напомним, что

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг.}$$

Электронвольт оказался предпочтительной единицей энергии по той причине, что величина порядка 1 эВ является характерной для атомных процессов.

Помимо электронвольта в физике микромира широко используются производные единицы:

$$1 \text{ килоэлектронвольт (кэВ)} = 10^3 \text{ эВ,}$$

$$1 \text{ мегаэлектронвольт (МэВ)} = 10^6 \text{ эВ,}$$

$$1 \text{ гигаэлектронвольт (ГэВ)} = 10^9 \text{ эВ,}$$

$$1 \text{ тераэлектронвольт (ТэВ)} = 10^{12} \text{ эВ.}$$

Энергия в 1 МэВ типична для процессов, протекающих в атомных ядрах. Например, чтобы из ядра вырвать один протон или нейтрон, обычно нужна энергия около нескольких МэВ. Однако в отдельных случаях в ядрах протекают процессы с более низкими энергиями. Так, вылетающие из ядер  $\gamma$ -кванты часто имеют энергии порядка сотни и даже десятка кэВ, а иногда и ниже. Энергии порядка 1 ГэВ и более характерны для взаимопревращений элементарных частиц.

Важнейшей энергетической величиной в физике микромира является *энергия связи*.

*Энергия связи системы равна работе, которую нужно затратить, чтобы разделить систему на невзаимодействующие между собой составляющие частицы.*

Из определения следует, что если система состоит более чем из двух частиц, то у нее будет несколько энергий связи. Так, атом гелия состоит из ядра гелия и двух электронов. Энергия связи этого атома по отношению к отрыву одного электрона равна 24,5 эВ, а по отношению к отрыву обоих электронов — уже 54,2 эВ. В атомной физике энергию отрыва электронов обычно называют *ионизационным потенциалом*. В многоэлектронном атоме ионизационных потенциалов всегда несколько. Только у водорода ионизационный потенциал один и равен 13,6 эВ. Приведем еще пример. Молекула NaCl разрывается на ионы  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$  при сообщении энергии, близкой к 8 эВ. Таким образом, энергия связи этой молекулы приблизительно равна 8 эВ.

## § 25.2. Опытные факты о строении атомов, испускании и поглощении атомами электромагнитного излучения

1. Из-за малых размеров атом нельзя увидеть. Как устроены атомы, удастся понять косвенным образом, исследуя их реакцию на различные физические воздействия.

На атомы можно воздействовать тремя способами: а) нагревая вещество, т. е. усиливая беспорядочные столкновения атомов друг с другом; б) облучая вещество электромагнитными волнами разных частот (светом, рентгеновскими и гамма-лучами); в) бомбардируя вещество пучками микрочастиц (электронами, альфа-частицами, нейтронами и др.). Во всех случаях реакция атомов состоит в испускании частиц и электромагнитного излучения.

О том, что в состав атомов входят электроны, прямо свидетельствует вылет этих частиц из атомов при энергичных столкновениях атомов друг с другом. Такие столкновения происходят, например, в газе, нагретом до температуры  $10^5$  К и выше.

Испускание атомами электромагнитного излучения указывает на движение в атомах заряженных частиц. Но объяснить, как это движение происходит, классическая (неквантовая) физика не смогла. Необъяснимым было, например, отсутствие испускания веществом электромагнитного излучения при глубоком охлаждении вещества. Согласно неквантовым законам излучения в этом случае электроны в атомах должны были либо покоиться, либо двигаться равномерно и прямолинейно. Ни то, ни другое, однако, невозможно. Находиться в покое электроны не могут, так как, обладая зарядами, они испытывают действие кулоновских сил. Двигаясь же равномерно и прямолинейно, электроны покидали бы атомы, что на самом деле не наблюдается. Это противоречие говорит о том, что движение электронов в атомах и испускание атомами электромагнитного излучения не следуют законам классической физики.

2. Рассмотрим подробнее, какую информацию о свойствах атома можно получить, исследуя электромагнитное излучение вещества и обратный излучению процесс поглощения электромагнитного излучения веществом. Количественными характеристиками этих процессов являются *спектры испускания* и *спектры поглощения* исследуемых тел. Спектром испускания тела называется распределение интенсивности излучения тела по частотам этого излучения. Спектром поглощения является распределение по частотам интенсивности поглощаемого телом излучения. Вид спектров испускания и поглощения тел зависит от многих факторов. Так, спектр испускания определяется родом излучающего вещества, его агрегатным состоянием, температурой, количеством вещества. Спектр поглощения зависит еще от спектрального состава падающего на тело излучения и от тол-

щины слоя вещества, в котором происходит поглощение. Спектры испускания и поглощения одиночных атомов исследуются по излучению одноатомных химически чистых газов и поглощению ими электромагнитного излучения. В газовой фазе атомы почти не влияют друг на друга. Поэтому спектры испускания и поглощения химически чистого одноатомного газа и одиночного атома этого газа при любом значении температуры подобны\*).

Опытное изучение спектров испускания и поглощения привело к обнаружению яркой и неожиданной закономерности. Оказалось, что все атомные спектры *линейчатые* или, что то же самое, *дискретны*: распределение по частотам  $I(\omega)$  интенсивности испускаемого или поглощаемого излучения представляет собой набор острых пиков интенсивности, между которыми интенсивность очень мала. Зависимость такого характера показана на рис. 25.1. Пики интенсивности называются *спектральными линиями*. Часто говорят о расположении спектральных линий в спектре. Расположение линии определяется частотой, на которую данный пик приходится.

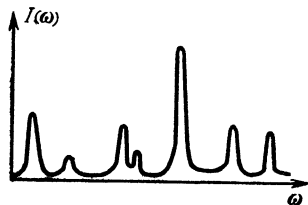


Рис. 25.1.

Линейчатые спектры имеют следующие свойства: а) для одного и того же химического элемента расположение спектральных линий одинаково для

спектров испускания и поглощения и не зависит от температуры; б) относительная интенсивность различных линий зависит от температуры, а для спектров поглощения зависит также и от спектрального состава поглощаемого излучения; в) расположение линий спектров разных элементов различно; г) расположение спектральных линий изменяется при соединении атомов в молекулы; д) переход вещества в конденсированное состояние приводит к превращению линейчатых спектров в непрерывные. Из перечисленных свойств наиболее важными оказались свойства а) и в). Эти свойства нельзя объяснить классической (т. е. неквантовой) электромагнитной теорией, согласно которой обращающиеся вокруг ядра электроны должны излучать на всех частотах, т. е. испускать электромагнитные волны с непрерывным, а не с дискретным спектральным составом.

3. Опишем два опыта, сыгравших фундаментальную роль в становлении и развитии квантовой физики. Эти опыты были поставлены Э. Резерфордом в 1911—1913 гг. и Дж. Франком и Г. Герцем в 1913 г. В этих классических экспериментах был применен метод исследования атомов путем облучения их пуч-

\*) По сравнению с одиночным атомом газ излучает и поглощает электромагнитную энергию интенсивнее в  $N$  раз, где  $N$  — число атомов газа.



ками заряженных микрочастиц. В опытах Резерфорда это были  $\alpha$ -частицы \*), а в опыте Франка и Герца — электроны.

а) Схема опыта Резерфорда изображена на рис. 25.2. В этом опыте тонкая золотая фольга облучалась пучком  $\alpha$ -частиц с довольно большой энергией 5 МэВ, испускаемых из радиоактивного препарата. Регистрировались  $\alpha$ -частицы, рассеиваемые атомами золота под различными углами. Регистрация рассеянных  $\alpha$ -частиц осуществлялась по вспышкам света, возникающим при ударе  $\alpha$ -частиц об экран, покрытый сернистым цинком. Эти вспышки — сцинтилляции — наблюдались в микроскоп. Цель Резерфорда состояла в том, чтобы, исследуя рассеяние  $\alpha$ -частиц атомами, выяснить строение атомов.

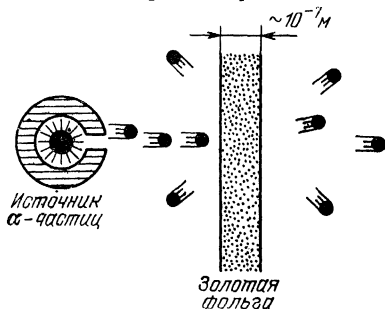


Рис. 25.2.

Используя в своих опытах золотую фольгу, Резерфорд руководствовался следующими соображениями. Металлическое золото легко расплющивается.

Толщину золотой пластинки можно сделать настолько малой, что на этой толщине разместится всего лишь около 400 атомов. С уменьшением толщины мишени возрастает вероятность однократных столкновений  $\alpha$ -частиц с атомами, т. е. как раз тех событий, которые интересовали Резерфорда. Использование  $\alpha$ -частиц с большой кинетической энергией позволяло рассчитывать на глубокое проникновение этих частиц внутрь атома.

Результат опыта крайне удивил Резерфорда и его современников. Оказалось, что почти все  $\alpha$ -частицы проходили через фольгу практически свободно, т. е. почти не отклоняясь и не теряя энергии. Но небольшая часть  $\alpha$ -частиц (примерно 0,01%) рассеивалась на углы больше  $90^\circ$ , т. е. отскакивала от фольги назад. О своих впечатлениях об этом Резерфорд писал так: «Это было самым невероятным событием в моей жизни. Оно было столь же невероятным, как если бы 15-дюймовый снаряд, выпущенный в кусок папиросной бумаги, отскочил от нее и ударил в стреляющего». И дальше — «Поразмыслив, я понял, что это рассеяние назад должно быть результатом единичного столкновения, и, когда я провел расчеты, я увидел, что невозможно получить эффект такого порядка, если не считать, что основная часть массы атома сконцентрирована в небольшом ядре. Именно тогда у меня возникла идея атома с крохотным тяжелым центром, несущим заряд».

С предположением о ядерной структуре атомов результат опыта Резерфорда получает естественное объяснение. Большинство  $\alpha$ -частиц пролетает вдали от очень компактных ядер, сталкиваясь только с электронами атома. Так как  $\alpha$ -частица гораздо

\*) Альфа-частица — это ядро гелия.

тяжелее электрона, то, проходя сквозь атом, она почти не меняет своего движения под действием электронов. Но ядро золота в десятки раз тяжелее  $\alpha$ -частицы. При редком столкновении с ядром  $\alpha$ -частица отскакивает назад, т. е. рассеивается на большой угол. Это событие показано схематически на рис. 25.3,

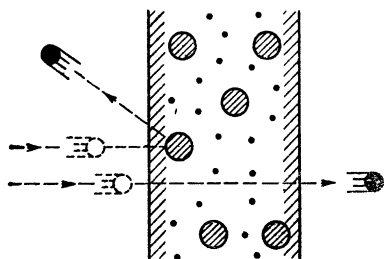


Рис. 25.3.

на котором ядра золота изображены большими заштрихованными кружками, а электроны — точками.

Справедливость ядерного строения атома Резерфорд обосновал так. Он принял, что масса и положительный заряд ядра золота сосредоточены в точке, и подсчитал угловое распределение рассеянных на ней  $\alpha$ -частиц. Это распределение описывается фор-

мулой Резерфорда (5.22) из тома I и с высокой точностью совпадает с экспериментальным.

Из расчета Резерфорда следовала только пренебрежимая малость размера ядра по сравнению с тем минимальным расстоянием, на которое в условиях опыта  $\alpha$ -частица подходила к ядру. По этому минимальному расстоянию удалось оценить верхнюю границу размера ядра. Приведем эту оценку. Обозначим расстояние максимального сближения  $\alpha$ -частицы с ядром через  $r_0$ . При подходе на расстояние  $r_0$   $\alpha$ -частица на мгновение останавливается. В этот момент вся ее кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию отталкивания  $\alpha$ -частицы от ядра. Так как  $5 \text{ МэВ} = 8 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ , то согласно (2.34) из тома I  $2q_0 Z q_0 / 4\pi \epsilon_0 r_0 = 8 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ , где  $Z = 79$  — атомный номер золота. Отсюда находим, что  $r_0 \approx 5 \cdot 10^{-14} \text{ м}$ . Следовательно, сумма радиусов  $\alpha$ -частицы и ядра золота не превышает  $5 \cdot 10^{-14} \text{ м}$ , что на несколько порядков меньше размера атома, который является величиной порядка  $10^{-10} \text{ м}$ .

Итак, из опыта Резерфорда впервые выяснилось, что весь положительный заряд и почти вся масса атома сосредоточены в его ядре. При этом размеры ядра пренебрежимо малы по сравнению с размером атома. Вокруг ядра движутся электроны, занимая огромную по сравнению с ядром область с линейным размером порядка  $10^{-10} \text{ м}$ .

После открытия ядерного строения атома сразу же возник вопрос: почему атомы стабильны, т. е. почему электроны атома не падают на его ядро? Классическая физика оказалась бессильной разрешить этот вопрос. Действительно, между электронами и ядром действует только кулоновская сила притяжения. Поэтому если электрон покоится, то он должен упасть на ядро. А если электрон вращается вокруг ядра, то он будет излу-

чать, причем, вопреки опыту, на всех частотах. Теряя энергию на излучение, он должен упасть на ядро.

б) Схема опыта Франка — Герца показана на рис. 25.4. Франк и Герц изучали прохождение электронов через пары ртути. Парами ртути под давлением 1 мм рт. ст. заполнялась трубка с тремя электродами — катодом, сеткой и анодом. Между катодом и сеткой создавалось напряжение  $V$ , ускоряющее электроны, а между сеткой и анодом — небольшое ( $\sim 0,5$  В) отрицательное напряжение. Этим напряжением, которое в радио-

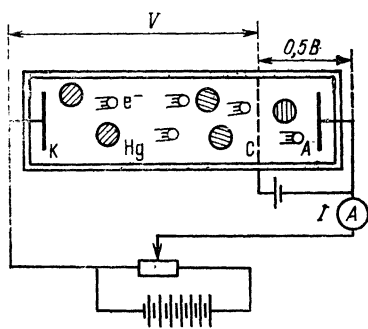


Рис. 25.4.

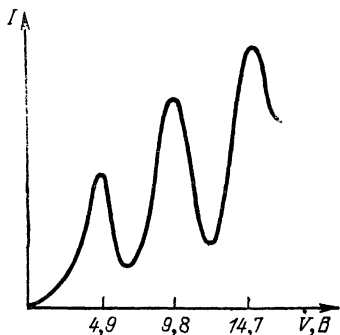


Рис. 25.15.

технике называется запирающим, тормозилось движение электронов к аноду. Измерялась вольт-амперная характеристика, т. е. зависимость анодного тока  $I$  от напряжения  $V$  между катодом и сеткой.

Из некваंटовых соображений казалось, что ток  $I$  будет плавно возрастать с ростом напряжения  $V$ . В действительности получилась кривая с отчетливыми максимумами, находящимися на одинаковых расстояниях друг от друга, примерно равных 4,9 В (рис. 25.5). Такая зависимость указывала на то, что электроны почти не замедляются атомами ртути. Только лишь при некоторых «резонансных» значениях энергии электроны почти полностью отдают свою энергию атомам ртути.

В самом деле, рассмотрим часть вольт-амперной характеристики в интервале  $0 \leq V \leq 4,9$  В. В этой области зависимость  $I(V)$  монотонно возрастающая. Это означает, что до напряжения в 4,9 В повышение ускоряющего электрического поля вызывает только увеличение энергии электронов. Следовательно, до напряжения  $V = 4,9$  В при столкновениях с атомами ртути электроны не теряют энергии, приобретаемой в электрическом поле, т. е. сталкиваются с атомами ртути упруго. Падение силы тока  $I(V)$  при  $V = 4,9$  В происходит из-за того, что при этом напряжении электроны сталкиваются с атомами ртути неупруго. Электрон, потерявший энергию в результате неупругого

столкновения перед сеткой, не может преодолеть запирающего напряжения. Поэтому резко падает количество электронов, попадающих на анод, так что сила анодного тока быстро уменьшается.

Последующие максимумы вольт-амперной характеристики вызваны многократными неупругими столкновениями электрона с атомами ртути. Монотонно возрастающие участки вольт-амперной характеристики в промежутках от 4,9 до 9,8 В, от 9,8 до 14,7 В и т. д. говорят о том, что с увеличением электрического поля электроны, которые уже были неупруго рассеяны, успевают вновь разогнаться, преодолеть запирающее напряжение и достигнуть анода, вызывая повышение силы анодного тока. Но при  $V = 9,8$  В,  $V = 14,7$  В и т. д. каждый электрон получает возможность испытать два, три и т. д. неупругих столкновения и остановиться у сетки, что и вызывает падение силы анодного тока.

В опыте Франка и Герца электроны разряда взаимодействовали главным образом с электронной оболочкой атомов ртути. Поэтому результаты этого эксперимента прямо свидетельствовали о том, что в атомах электроны поглощают энергию только строго определенными порциями. Это свойство также несовместимо с представлениями классической физики, согласно которой любую физическую систему можно плавно возбудить до любой энергии.

Подводя итог параграфу, сформулируем один из главных его выводов.

*Общей чертой опытных фактов о структуре и свойствах атомов является их несовместимость с законами классической физики. Объяснение атомных явлений требует создания новой физической теории, принципиально отличной от классической.*

### § 25.3. Энергетические спектры атомов. Виды энергетических спектров физических микросистем

1. Спектры испускания и поглощения каждого химического элемента имеют очень много линий, в расположении которых на первый взгляд не видно никакого порядка. Но в результате кропотливого изучения (И. Бальмер, Ю. Р. Ридберг, Т. Лайман, Ф. Пашен, Э. Бак и др.) спектров различных атомов удалось установить ряд важных закономерностей. Во-первых, оказалось, что частоты  $\omega$  всех линий спектра испускания (или поглощения) атомс. водорода описываются простой формулой

$$\omega = R(1/n_1^2 - 1/n_2^2), \quad (25.1)$$

в которой  $R$  — константа, называемая *постоянной Ридберга*. Эта величина имеет размерность частоты и равна

$$R = 2,1 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}. \quad (25.2)$$

В (25.1)

$$\begin{aligned} n_1 &= 1, & 2, & 3, \dots \\ n_2 &= n_1 + 1, & n_1 + 2, & n_1 + 3, \dots \end{aligned}$$

Формуле (25.1) можно сопоставить графическую схему. Для частот

$$\omega = \omega_n = R(1 - 1/n^2), \quad (25.3)$$

для которых  $n_1 = 1$ , а  $n_2 = n = 2, 3, 4, \dots$ , эта схема имеет вид, показанный на рис. 25.6. На этой схеме длина каждой стрелки численно равна одной из указанных частот.

Формула (25.1) представима в виде

$$\omega = \omega_{n_2, n_1} = \omega_{n_2} - \omega_{n_1}. \quad (25.4)$$

Это означает, что каждая спектральная частота атома водорода выражается разностью двух частот из набора (25.3).

Позднее выяснилось, что (25.3) выполняется только для атома водорода, но соотношение (25.4) справедливо для спектров любых атомов. Для спектра испускания или поглощения любого атома можно подобрать такой набор частот  $\omega_1, \omega_2, \dots$ , что частота каждой спектральной линии оказывается разностью двух частот из этого набора. В этом заключается *комбинационный принцип Ритца*. Частоты  $\omega_1, \omega_2, \dots$  называются *спектральными термами*.

Из принципа Ритца следуют простые связи между наблюдаемыми спектральными частотами, такие, например, как

$$\omega_{31} = \omega_3 - \omega_1 = (\omega_3 - \omega_2) + (\omega_2 - \omega_1) = \omega_{32} + \omega_{21}.$$

Эти связи наблюдались во всех атомных спектрах.

2. Физический смысл спектральных термов долгое время оставался неясным. Понимание пришло с открытием квантовой физики.

Исторически одним из самых главных шагов в развитии квантовой физики было открытие неделимых порций или *квантов энергии*, соответствующих каждой частоте колебаний.

*Универсальный закон природы состоит в том, что энергия колебания изменяется дискретно. Минимальная величина, на которую может измениться энергия колебания с частотой  $\omega$ , равна*

$$\mathcal{E} = \hbar\omega, \quad (25.5)$$

где  $\hbar$  — постоянная Планка, равная

$$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}. \quad (25.6)$$

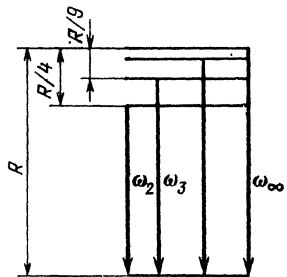


Рис. 25.6.

Если энергия измеряется в электронвольтах, то

$$h = 0,659 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}. \quad (25.7)$$

Идея о существовании квантов была выдвинута М. Планком в 1900 г. и позволила ему объяснить свойства теплового излучения тел. Универсальность представления о квантах была осознана далеко не сразу, по мере накопления опытных фактов о свойствах движений микроскопических частиц.

История открытия, сделанного Планком, такова. На основании законов термодинамики к концу XIX столетия было установлено, что распределение энергии в спектре излучения, находящегося в тепловом равновесии с веществом, не зависит от рода вещества. Тем самым выяснилось, что при расчете этого распределения реальное вещество можно заменить гипотетической средой, допускаяшей проведение точного расчета. В качестве такой среды была выбрана система заряженных гармонических осцилляторов. Расчет, выполненный на основе классических законов, привел к абсурдному результату. Оказалось, что энергия излучения возрастает пропорционально квадрату его частоты. При таком распределении энергии излучения по частотам тепловое равновесие между излучением и веществом вообще невозможно (полная энергия излучения оказывается неограниченно большой).

М. Планк показал, что эту, как в то время говорили, «ультрафиолетовую катастрофу» в теории можно устранить и добиться согласия с экспериментом, если допустить, что энергия излучателя — осциллятора принимает только дискретные значения, кратные частоте осциллятора. Из этого закона и из закона сохранения энергии следовало, что излучение происходит порциями или квантами, причем энергия одной порции пропорциональна частоте излучения. Коэффициент пропорциональности, получивший название постоянной Планка, был найден из условия совпадения расчетных и опытных данных.

Поясним, наконец, почему вплоть до XX столетия существование квантов ускользало от исследователей. В этом нам поможет следующая оценка. Навысшей частотой, доступной для измерений столетие назад, была частота видимого света, имеющая порядок  $5 \cdot 10^{14}$  Гц. Согласно (25.5) такой частоте отвечает энергия около  $3,5 \cdot 10^{-19}$  Дж  $\approx 2$  эВ. В макроскопическом масштабе эта энергия ничтожно мала. Возможности исследовать явления с такими малыми энергиями появились только в начале XX столетия.

Происхождение принципа Ритца объяснил в 1913 г. Н. Бор, связав представление о квантах электромагнитного излучения с энергетическим спектром атома.

Объясним сначала смысл понятия *энергетического спектра*, которое является одним из важнейших в квантовой физике.

*Энергетическим спектром физической системы называют совокупность всех возможных значений энергии, которую система может иметь\*).* Если спектр дискретен, то каждое значение энергии в нем называется *энергетическим уровнем*, или, сокращенно, *просто уровнем системы*. *Низший уровень называется основным, а все остальные — возбужденными.*

Теперь расскажем о том, как Бор объяснил комбинационный принцип Ритца. Бор связал с каждым спектральным термом  $\omega_n$

\*) Энергетический спектр не надо путать со спектрами испускания и поглощения.



энергию

$$\mathcal{E}_n = \hbar\omega_n$$

и предположил, что энергетический спектр атома исчерпывается только этими значениями энергии. Другими словами утверждалось, что атом возбуждается только скачкообразно, причём любое допустимое значение энергии возбуждения пропорционально разности двух спектральных термов атома с коэффициентом пропорциональности, равным постоянной Планка.

С принятием идеи Бора и с учетом существования квантов излучения принцип Ритца, сформулированный как результат обобщения опытных данных о спектрах испускания и поглощения атомов, становится простым следствием закона сохранения энергии. Действительно, умножив (25.4) на  $\hbar$  и подставив в правую часть  $\mathcal{E}_n = \hbar\omega_n$ , получим *формулу Бора* для частот испускания и поглощения атома:

$$\hbar\omega = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m. \tag{25.8}$$

Здесь введены обозначения  $n_2 = n$  и  $n_1 = m$ . Смысл формулы Бора очевиден: при переходе с уровня  $\mathcal{E}_n$  на уровень  $\mathcal{E}_m < \mathcal{E}_n$  атом испускает квант излучения с частотой  $\omega$ . При обратном переходе атом квант поглощает.

Содержание формулы Бора является принципиально новым. Она выражает два новых фундаментальных утверждения: а) энергетический спектр атома дискретен; б) частоты атомного излучения связаны с атомными уровнями.

Энергетические уровни атома принято изображать горизонтальными линиями на схемах типа, показанного на рис. 25.7. Расстояния между любыми линиями пропорциональны возможным значениям энергии возбуждения атома. Стрелками на таких схемах изображают скачки энергии атома.

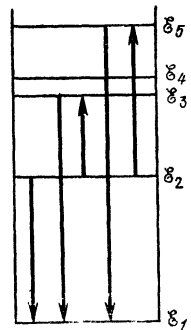


Рис. 25.7.

Величайшая заслуга Н. Бора перед наукой заключается в том, что он впервые осознал дискретность энергетического спектра атома\*), а тем самым осознал также и фундаментальное значение понятия энергетического спектра для физики микромира.

3. Кратко охарактеризуем основные типы энергетических спектров. Происхождение этих спектров мы объясним позднее. Начнем с энергетических спектров неквантовых систем.

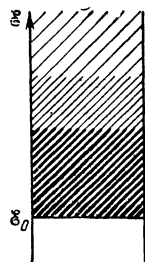
\*) Исторически опыт Франка и Герца был первой опытной проверкой предположения Бора.

*В классической физике энергетический спектр любой физической системы непрерывен.*

Энергия любой некантовой системы может плавно изменяться от некоторого минимального значения  $\mathcal{E}_0$  до сколь угодно большой величины (рис. 25.8).

В микромире такого однообразия энергетических спектров нет.

а) *Энергетические спектры квантовых систем, движение которых пространственно-неограниченно.* Простейшим примером такого движения является столкновение микрочастиц, скажем двух электронов. Частицы до и после столкновения находятся сколь угодно далеко друг от друга.



*Энергетический спектр физической микросистемы, совершающей пространственно-неограниченное движение, непрерывен, т. е. такой же, как и в классической физике (рис. 25.8).*

б) *Энергетические спектры квантовых систем, движение которых пространственно-ограниченно.* К этому типу относятся внутренние движения, например, в атомах и атомных ядрах.

*При пространственно-ограниченном движении энергетический спектр системы дискретен.*

Дискретный энергетический спектр изображен на рис. 25.9.

в) *Энергетические спектры микрочастиц в периодических структурах.* Электрон, движущийся внутри монокристалла неограниченных размеров (фактически очень больших по сравнению с межатомными расстояниями в кристалле), представляет

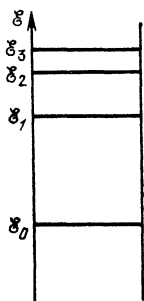
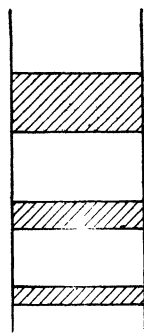


Рис. 25.9.



Р. с. 25.10.

собой типичный и, как мы увидим впоследствии, наиболее важный пример микрочастицы, движущейся в периодической среде.

*Энергетический спектр микрочастицы в периодической среде имеет зонное строение: допустимыми являются энергии только внутри определенных интервалов, называемых разрешенными зонами. Промежутки между разрешенными зонами образуют щели запрещенных энергий, которыми частица обладать не может. Щели называются также запрещенными зонами.*

Вид зонного спектра приведен на рис. 25.10. На этом рисунке разрешенные зоны выделены штриховкой.

Подчеркнем, что конкретное строение спектра любого типа, например расположение уровней в дискретном спектре, зависит от деталей структуры физической системы.

## § 25.4. Дуализм волн и частиц

1. В классической физике представление о дискретной частице является противоположным представлению о волновом поле. Классическая частица — это комочек материи, сосредоточенный в очень малом объеме. Волна же всегда занимает конечную часть пространства, которая может быть и очень большой. Волны могут интерферировать, а частицы к этому неспособны. Такой взгляд на природу частиц и волн, между которыми усматривалось принципиальное различие, просуществовал до 20-х годов нашего столетия. В это время он был пересмотрен, и в полном соответствии с опытными фактами в физике микромира было осуществлено объединение представлений о волнах и частицах. Это объединение произошло с открытием фундаментального закона природы, который называется *дуализмом волн и частиц*, или, что то же самое, *корпускулярно-волновым дуализмом*.

Для формулировки этого закона нам понадобятся основные величины, характеризующие движение частицы и распространение волны. Простейшим движением частицы является свободное. Оно характеризуется энергией  $\mathcal{E}$  и импульсом  $p$ . Простейшим волновым полем является плоская монохроматическая волна. Ее характеризуют частота волны  $\omega$  и волновой вектор  $k$ , который связан с длиной волны  $\lambda$  следующим образом:

$$k = |k| = 2\pi/\lambda. \quad (25.9)$$

*Корпускулярно-волновой дуализм состоит в том, что любой микроскопический объект обладает как свойствами частицы, так и свойствами волнового поля. Энергия микрообъекта пропорциональна частоте его волны, а импульс пропорционален волновому вектору. Оба коэффициента пропорциональности одинаковы, не зависят от природы микрообъекта и равны постоянной Планка:*

$$\mathcal{E} = \hbar\omega, \quad p = \hbar k. \quad (25.10)$$

Дуализм волн и частиц впервые был сформулирован в 1924 г. Л. де Бройлем. Этот закон не опирается на классическую физику, не укладывается в рамки ее представлений и поэтому поначалу был встречен с большой настороженностью, о которой красноречиво говорит хотя бы такой факт. В 1925 г. А. Эйнштейн в своем письме к М. Борну упомянул о диссертации де Бройля так: «Прочтите ее! Хотя и кажется, что ее писал сумасшедший, написана она солидно.» В то время идея де Бройля выглядела неправдоподобной из-за отсутствия опытных фактов, подтверждающих существование волновых свойств частиц. Трудность наблюдения этих свойств была связана с тем, что в макроскопических явлениях эти свойства не проявляются. Так, у летящего со скоростью  $v = 10$  м/с камня массой  $m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$  длина волны равна

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{6,28 \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-3} \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}} \approx 7 \cdot 10^{-32} \text{ м.}$$

Ни один прибор не может зарегистрировать столь короткую волну (сейчас удается измерять расстояния, которые по порядку величины не меньше  $10^{-18}$  м).

Отметим также, что привычные нам волны состоят из отдельных квантов, которых, однако, в волне так много, что их невозможно различать по отдельности. Например, в каждом кубическом метре звуковой волны с частотой  $\nu = 10^4$  Гц и плотностью энергии  $w = 10^{-2}$  Дж/м<sup>3</sup> (типичная плотность энергии звука, распространяющегося в воздухе от акустической колонки радиоприемника, работающего на большой громкости) находится

$$n = \frac{w}{\hbar\omega} = \frac{w}{2\pi\hbar\nu} = \frac{10^{-2} \text{ Дж/м}^3}{6,28 \cdot 10^4 \text{ Гц} \cdot 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}} \approx 10^{27} \text{ м}^{-3}$$

звуковых квантов.

В отличие от макроскопических явлений для квантовых процессов характерно существенное проявление как волновых, так и корпускулярных свойств материи. Квантовые свойства существуют только благодаря отличию постоянной Планка  $\hbar$  от нуля. При  $\hbar \rightarrow 0$  они исчезают. Например, согласно (25.9) и (25.10) длина волны электрона  $\lambda = 2\pi\hbar/p$  равна нулю при всех значениях импульса  $p$ , если только  $\hbar = 0$ . Поэтому

*квантовая физика содержит классическую как предел, который формально достигается при стремлении постоянной Планка к нулю.*

Отметим, что в квантовой физике, так же как и в классической, широко используется термин «частица». Но квантовый смысл понятия частицы совсем иной, чем в классической физике, о чем нужно постоянно помнить.

2. Для каждой частицы между ее энергией  $\mathcal{E}$  и импульсом  $p$  существует зависимость  $\mathcal{E}(p)$ . Эта зависимость не универсальна, т. е. для частиц разной природы различна. Например, для нерелятивистского электрона  $\mathcal{E}(p) = p^2/2m_e$ , а для нерелятивистского нейтрона  $\mathcal{E}(p) = p^2/2m_n$ , где  $m_e$  и  $m_n$ , соответственно, не равные друг другу массы электрона и нейтрона. Для квантов звука и для квантов электромагнитного излучения характер зависимостей  $\mathcal{E}(p)$  совсем иной, в чем мы убедимся ниже.

Для каждой волны также существует зависимость  $\omega(k)$  — ее частоты  $\omega$  от волнового вектора  $k$ , которая называется законом дисперсии (см., например, § 7.3 из тома I). Закон дисперсии различен для разных волн и является характеристическим признаком каждой волны.

В квантовой физике одинаково важны и зависимость  $\mathcal{E}(p)$ , и закон дисперсии  $\omega(k)$ . Но из-за (25.10) достаточно знать или то, или другое. Характер связей между величинами  $\mathcal{E}$ ,  $p$ ,  $\omega$  и  $k$  иллюстрирует рис. 25.11.

В механике (см. (3.1) из тома I) скорость  $v$  частицы выражается через  $\mathcal{E}(p)$  следующим образом:

$$v = \partial \mathcal{E}(p) / \partial p. \quad (25.11)$$

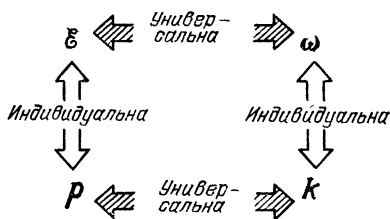


Рис. 25.11.

Здесь запись формулы сокращена за счет использования векторного оператора дифференцирования  $\partial/\partial p$  по импульсу частицы  $p^*$ ).

В классической теории волн скорость переноса энергии волной равна групповой скорости (см. (7.46) из тома I, а также подстрочное пояснение на этой странице):

$$v_{гр} = \partial \omega(k) / \partial k. \quad (25.12)$$

Объединение частицы и волны в единый квантовый объект выражается в том, что скорость перемещения этого объекта задает групповая скорость связанной с ним волны:

$$v = v_{гр}. \quad (25.13)$$

Это равенство следует из формул (25.10) — (25.12).

3. Рассмотрим связь между корпускулярными и волновыми свойствами для следующих частиц.

а) *Фотон*. В классической физике свободное электромагнитное поле (т. е. поле, существующее независимо от зарядов и

\*) Определение векторного оператора дифференцирования по радиус-вектору было дано во Введении к тому II. Аналогичным образом определяется векторный оператор дифференцирования по любой векторной переменной.

токов) известно только в форме волны. Согласно дуализму волн и частиц каждая электромагнитная волна излучается и поглощается отдельными порциями, которые называются *квантами электромагнитного поля* или *фотонами*. Фотон является мельчайшей порцией электромагнитного излучения (т. е. такой, которую нельзя раздробить на более мелкие части). Поэтому фотон — это элементарная (в смысле не составная) микрочастица.

Для электромагнитных волн в свободном пространстве закон дисперсии (см. § 15.5 из тома II) имеет вид

$$\omega(\mathbf{k}) = ck,$$

где  $c$  — скорость распространения света в вакууме. Умножая это равенство на  $\hbar$  и пользуясь (25.10), получаем

$$\mathcal{E}(\mathbf{p}) = cp, \quad (25.14)$$

где  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$  — импульс фотона. Мы видим, что в отличие от привычных нам классических нерелятивистских частиц энергия фотона линейно (а не квадратично) зависит от его импульса. Из (25.11) и (25.14) следует, что скорость фотона равна

$$v_{\text{ф}} = cn, \quad (25.15)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$  — единичный вектор в направлении импульса фотона.

Таким образом, в свободном пространстве фотон всегда движется только со скоростью света  $c$ . Состояния покоя у фотона нет. Излучение и поглощение электромагнитных волн означает, что фотоны могут рождаться и исчезать, так что их полное число не сохраняется. Согласно формуле Бора (25.8) при переходе с одного уровня на другой атом излучает только один фотон.

б) *Фонон*. Воздействуя на вещество, в нем можно возбуждать разнообразные внутренние движения. Как правило, в них вовлекаются многие и даже все частицы среды. Это происходит из-за взаимодействия частиц друг с другом. Благодаря этому взаимодействию возбуждение передается от одних частиц к другим в виде волны возбуждения, распространяющейся в веществе. Например, если раскачать часть атомных магнитных моментов кристалла, то это вызовет в нем волну поворотов магнитных моментов всех атомов кристалла.

Согласно корпускулярно-волновому дуализму каждая волна возбуждения с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  состоит из *квантов возбуждения* с энергией  $\mathcal{E} = \hbar\omega$  и импульсом  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ . Кванты возбуждений вещества называются *квазичастицами*. Приставкой «квази» подчеркивается специфика квантов возбуждения, состоящая в том, что в отличие от частиц, составляющих вещество (атомов, молекул и т. д.), которые самостоятельно



существуют по отдельности, квазичастицы существуют только в среде и вне среды их быть не может. При этом — отметим это еще раз, как правило, каждая квазичастица есть результат возбуждения многих и даже всех частиц среды.

Волны возбуждения могут в среде создаваться и поглощаться. На квантовом языке это означает, что, как и фотон, квазичастицы могут рождаться и исчезать, так что их полное число также не сохраняется. Это свойство является характерным для всех квазичастиц.

Широко распространенным видом возбуждения вещества является звук. Квант звукового поля (мельчайшая его порция) называется *фононом*. Для акустических волн закон дисперсии имеет вид

$$\omega(\mathbf{k}) = v_0 k,$$

где  $v_0$  — скорость звука в данной среде, а  $\mathbf{k}$  — волновой вектор (см. § 7.3 из тома I). Используя (25.10), находим зависимость для фонона

$$\mathcal{E}(\mathbf{p}) = v_0 p, \quad (25.16)$$

где  $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$  — импульс фонона. Скорость звука в атмосферном воздухе на шесть порядков меньше скорости света. Поэтому из сравнения (25.16) и (25.14) видим, что при одном и том же импульсе, т. е. при одной и той же длине волны, энергия фонона на шесть порядков меньше энергии фотона.

в) *Электрон*. В классической физике электрон известен как частица. Для нерелятивистского электрона зависимость  $\mathcal{E}(\mathbf{p})$  имеет вид

$$\mathcal{E}(\mathbf{p}) = p^2/2m_e.$$

Отсюда и из (25.10) находим частоту квантовой волны, связанной с нерелятивистским электроном,

$$\omega_e(\mathbf{k}) = \hbar k^2/2m_e = 2\pi^2 \hbar/m_e \lambda_e^2. \quad (25.17)$$

Здесь  $\lambda_e$  — длина электронной волны.

г) *Нейтрон*. Нейтрон является тяжелой электрически нейтральной частицей. Масса нейтрона  $m_n$  почти в 2000 раз превышает массу электрона  $m_e$ . По аналогии с (25.17) нерелятивистскому нейтрону соответствует волна с частотой

$$\omega_n(\mathbf{k}) = \hbar k^2/2m_n = 2\pi^2 \hbar/m_n \lambda_n^2, \quad (25.18)$$

где  $\lambda_n$  — длина нейтронной волны. Из сравнения (25.17) и (25.18) видно, что при одной и той же длине волны ( $\lambda_e = \lambda_n$ ) энергия нейтрона почти в 2000 раз меньше энергии электрона.

4. Экспериментально дуализм волн и частиц был обнаружен К. Дэвиссоном и Л. Джермером в 1927 г. Самым характерным свойством волновых процессов является интерференция.

Интерференция происходит при наложении пучков когерентных волн, полученных, например, разделением одного исходного монохроматического пучка (см. § 23.1 в томе II). Эффект интерференции электронных волн и был обнаружен К. Дэвиссоном и Л. Джермером. Трудность их опыта заключалась в том, что длина электронной волны очень мала и по порядку величины равна линейным размерам атомов и даже меньше этих размеров\*). Для формирования когерентных электронных пучков К. Дэвиссон и Л. Джермер использовали отражение электронов от соседних параллельных атомных плоскостей кристалла, добиваясь таким образом создания разности хода электронных волн микроскопической величины порядка линейного атомного размера.

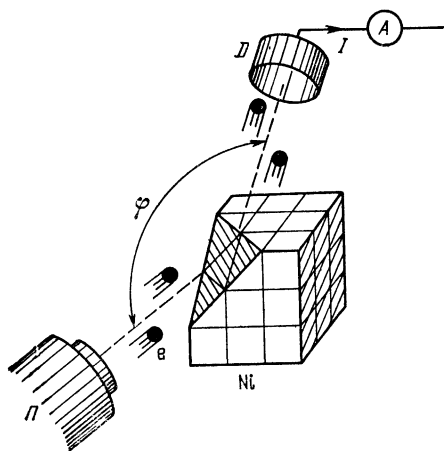


Рис. 25.12.

Схема опыта изображена на рис. 25.12. В откачанном сосуде электронная пушка П создавала моноэнергетический пучок электронов, энергию которых можно было варьировать\*\*). Пучок направлялся на отполированную плоскость монокристалла никеля Ni, перпендикулярную большей диагонали элементарной ячейки этого кристалла (ячейка имеет форму куба). Отраженные электроны регистрировались детектором

Д. Попавшие в детектор электроны создавали в его цепи электрический ток. В опыте измерялись зависимости силы этого тока  $I$  от скорости электронов  $v$ \*\*\*) и угла  $\varphi$ .

На рис. 25.13 приведен типичный вид зависимости  $I(v)$ . Этот вид необъясним без учета волновых свойств электронов и получает естественное истолкование только в волновой теории, которое заключается в следующем.

Из-за регулярности расположения кристаллических плоскостей электронные волны с одной и той же длиной, отраженные от разных плоскостей, когерентны и интерферируют. Эта интер-

\*) Эта длина равна  $1,23 \text{ \AA}$ , если электрон движется со скоростью, которую он приобретает, проходя ускоряющую разность потенциалов в  $100 \text{ В}$ .

\*\*) В пушке электроны ускорялись электрическим полем. На выходе энергия электронов была около  $50 \text{ эВ}$ . Согласно (25.10) и (25.17) энергии  $50 \text{ эВ}$  отвечает длина волны порядка  $10^{-10} \text{ м}$ .

\*\*\*) Электроны с энергией около  $50 \text{ эВ}$  являются нерелятивистскими частицами, так что энергия электронов  $\mathcal{E}_e$  зависит от их скорости квадратично:  $\mathcal{E}_e = m_e v^2 / 2$

ференция и проявляется как чередование максимумов и минимумов в зависимости тока  $I$  от скорости электронов  $v$  и угла  $\varphi$ .

Удалось объяснить не только существование максимумов, но и рассчитать расстояние между ними. Рассмотрим рис. 25.14.

На нем показаны две кристаллические плоскости, отстоящие друг от друга на расстояние  $a$  (для среза монокристалла никеля  $a \approx 1,65 \cdot 10^{-10}$  м). Из рисунка видно, что волны, отраженные от соседних атомных плоскостей, имеют разность хода  $2a \sin \theta$ , где  $\theta = (\pi - \varphi)/2$ . Конструктивная интерференция (см. § 23.1 из тома II) этих волн будет наблюдаться, когда эта разность хода равна целому числу длин волн  $\lambda$ :

$$2a \sin \theta = n\lambda, \quad (25.19)$$

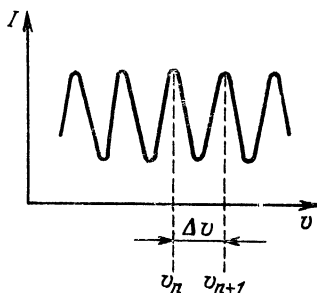


Рис 25.13.

где  $n = 1, 2, \dots$

Отвлекаясь ненадолго от основной темы, отметим, что условие (25.19) справедливо для конструктивной интерференции на

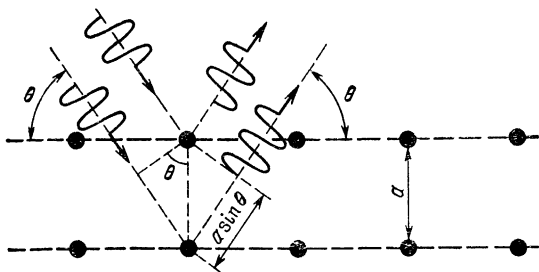


Рис. 25.14.

кристаллах волн любой природы. Впервые оно было установлено Ю. Вульфом и независимо У. Брэггом для интерференции на кристаллической решетке рентгеновских лучей в 1913 г. еще до открытия корпускулярно-волнового дуализма. Условие Вульфа — Брэгга широко используется при изучении кристаллических структур по рассеянию на них различных излучений.

Применим условие Вульфа — Брэгга и найдем значения скоростей электронов, при которых под углом скольжения  $\theta$  наблюдаются интерференционные максимумы. Согласно (25.9), (25.10) скорости  $v$ , отвечающие условию (25.19), равны

$$v = \frac{p}{m_e} = \frac{\hbar k}{m_e} = \frac{2\pi\hbar}{m_e \lambda} = \frac{\pi\hbar}{m_e} \frac{n}{a \sin \theta}.$$

Мы видим, что при заданном угле  $\theta$  соседние значения найденных скоростей отличаются друг от друга на одну и ту же величину

$$\Delta v = \frac{h}{m_e a \sin \theta}$$

Эта формула прекрасно согласуется с результатами опыта Дэвиссона — Джермера, что свидетельствует о двойственной корпускулярно-волновой природе электронов.

## § 25.5. Соотношения неопределенностей

1. Физические величины никогда не могут быть измерены абсолютно точно. Всегда есть некоторая ошибка измерения. Ошибку измерения мы будем обозначать с помощью значка  $\Delta$ . Так, ошибка измерения координаты  $x$  будет записываться как  $\Delta x$ , ошибка измерения  $p_x$ -компоненты импульса — как  $\Delta p_x$  и т. д. Ошибка называется также неточностью или *неопределенностью*, причем последний термин используется преимущественно только в квантовой физике

В классической физике не было принципиальных ограничений на точность измерений. Считалось, что при достаточно совершенной аппаратуре все величины, характеризующие физическую систему, могут быть измерены со сколь угодно высокой точностью. Этот взгляд подтверждался всеми опытными фактами макроскопической физики. Но, как выяснилось, для микроскопических систем неограниченное повышение точности измерений имеет место не всегда. В ряде случаев существуют принципиальные ограничения на точность измерения физических величин. Эти ограничения не определяются совершенством измерительной техники. Каждое из них является фундаментальным свойством материи. Но проявления этих свойств существуют только в микроскопических системах. Принципиальные ограничения на точность измерения физических величин называются *соотношениями неопределенностей*. Впервые соотношения неопределенностей были сформулированы в 1927 г. В. Гейзенбергом.

Наиболее важными являются два соотношения неопределенностей. Первое ограничивает точность одновременного измерения координат частицы и соответствующих компонент ее импульса. Это соотношение для  $x$ -координаты выглядит так:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar. \quad (25.20)$$

Второе соотношение устанавливает предел точности измерения энергии за данный промежуток времени. Оно имеет вид

$$\Delta t \Delta \mathcal{E} \geq \hbar, \quad (25.21)$$

где  $\Delta t$  — длительность измерения энергии, а  $\Delta \mathcal{E}$  — ее неопределенность.

Поясним смысл соотношений (25.20) и (25.21). Первое из них означает, что если, например, местоположение частицы по координатной оси  $x$  известно с точностью  $\Delta x$ , то в тот же момент времени  $\tau$  компоненту импульса частицы можно измерить только с точностью  $\Delta p_x \approx \hbar/\Delta x$ . Согласно (25.21) для измерения энергии с точностью до  $\Delta \mathcal{E}$  необходимо время, не меньшее чем  $\Delta t \approx \hbar/\Delta \mathcal{E}$ .

Если система нестабильна (например, радиоактивное ядро), то из-за конечности времени жизни системы ее энергия всегда имеет неустранимый статистический разброс не меньше чем

$$\Delta \mathcal{E} \approx \hbar/\tau,$$

где  $\tau$  — время жизни системы.

Мы обращаем внимание на роль постоянной Планка  $\hbar$  в соотношениях неопределенностей. Отличие  $\hbar$  от нуля исключает обращение в нуль  $\Delta p_x$  и  $\Delta \mathcal{E}$  при заданных  $\Delta x$  и  $\Delta t$ . Только переход к классической физике, при котором  $\hbar \rightarrow 0$ , снимает ограничения на точность измерений.

Соотношения неопределенностей обусловлены корпускулярно-волновым дуализмом. Всякая волна отличается тем, что нельзя увеличить ее направленность и сузить ее спектральный состав без того, чтобы не расширилась область существования волнового процесса и не возросла длительность его протекания. Это проявляется, например, в том, что плоская монохроматическая волна, у которой частота и волновой вектор имеют строго определенные значения, занимает все пространство и имеет неограниченное время существования. Отмеченное универсальное свойство волн выражается следующим образом (см. (22.17) из тома II).

Пусть  $\Delta x$  — размер области в  $x$ -направлении, в которой существует волновой процесс,  $\Delta t$  — его длительность,  $\Delta k_x$  — ширина диапазона значений  $x$ -компоненты волнового вектора, а  $\Delta \omega$  — ширина диапазона частот, имеющих в волне. Тогда

$$\Delta x \Delta k_x \gtrsim 1, \quad \Delta t \Delta \omega \gtrsim 1.$$

Все перечисленные величины являются неопределенностями, из которых  $\Delta x$  характеризует разброс колебаний в пространстве, а  $\Delta t$  определяет их длительность. Умножив последние два соотношения на  $\hbar$  и учитывая (25.10), получим (25.20) и (25.21).

2. Физический смысл соотношений неопределенностей очень нетривиален, далеко не сразу укладывается в сознании и в свое время был предметом многих споров, особенно между А. Эйнштейном и Н. Бором. Сейчас нет сомнений в том, что все физические величины могут быть определены только с точностью, допускаемой соотношениями неопределенностей. В частности, эти соотношения исключают движение частиц по траекториям,

о чем уже упоминалось ранее (например, в § 1.2 в томе I и в § 25.1 в настоящем томе).

Рассмотрим этот вопрос подробно. Допустим, что у частицы есть траектория. В этом случае координата  $x(t)$  частицы в момент времени  $t$  однозначно определяет координату  $x(t + \delta t)$  частицы в любой другой момент времени  $t + \delta t$ . Для малого  $\delta t$

$$x(t + \delta t) = x(t) + \frac{dx(t)}{dt} \delta t = x(t) + v_x(t) \delta t,$$

где  $v_x(t) = dx(t)/dt$  — компонента скорости частицы вдоль оси  $x$ . Теперь видно, что существование траектории требует, чтобы одновременно можно было задать  $x$  и  $v_x$ . Например, для нерелятивистской частицы  $v_x = p_x/m$ . Поскольку массу можно измерить со сколь угодно высокой точностью, то оказывается, что при движении по траектории в каждый момент времени  $x$  и  $p_x$  точно известны. Но именно это и запрещается соотношением неопределенностей (25.20). Однако этот запрет является существенным только для микроскопических явлений. В макроскопических масштабах его проявления пренебрежимо малы, благодаря чему макроскопические тела всегда движутся по траекториям. Подтвердим это следующей оценкой.

Пусть частица, которой является очень маленький металлический шарик от подшипника, рассматривается в микроскоп. Точность, с которой можно измерить положение шарика при визуальном наблюдении, ограничена длиной волны света, являющейся величиной порядка  $10^{-7}$  м. При  $\Delta x \approx 10^{-7}$  м квантовая неточность в значении  $x$ -компоненты импульса шарика равна

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x} \approx \frac{1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-7} \text{ м}} \approx 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Если масса шарика  $m \approx 10^{-6}$  кг, то неточность в значении  $x$ -компоненты его скорости равна

$$\Delta v_x = \Delta p_x/m \approx 10^{-21} \text{ м/с}.$$

Мы видим, что квантовая неопределенность скорости шарика, который хотя и мал, но все же является макроскопическим телом, оказывается величиной, практически неотличимой от нуля. Поэтому шарик с массой в одну тысячную грамма движется по траектории.

В некоторых случаях неопределенности малы и для микроскопических частиц. Одним из практически важных случаев является движение заряженных микрочастиц в электромагнитных полях, которые создаются в электровакуумных устройствах.

Это движение рассматривается в классической механике (см. гл. 4 из тома I), поскольку для него ограничения, обусловленные соотношениями неопределенностей, практически отсутствуют. Убедимся в этом на примере движения электронов в



электронно-лучевой трубке. След электронного пучка на экране трубки имеет радиус  $\delta \approx 10^{-5}$  м. Длина трубки  $l \approx 10^{-1}$  м. Направим ось  $x$  параллельно плоскости экрана (рис. 25.15). Тогда  $\Delta p_x/p \approx \delta/l \approx 10^{-4}$ , где  $p$  — импульс, приобретенный электроном в результате ускорения электрическим полем. Величина  $p$  зависит от ускоряющего напряжения  $V$ . Эта зависимость находится из закона сохранения энергии

$$p^2/2m_e = q_0V,$$

из которого видно, что  $p = \sqrt{2m_e q_0 V}$ . Типичное ускоряющее напряжение является величиной порядка  $10^4$  В. Для такого напряжения

$$p = \sqrt{2 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^4 \text{ В}} \approx 5 \cdot 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Следовательно,  $\Delta p_x \approx p \cdot 10^{-4} \approx 5 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с и согласно (25.20)  $\Delta x = \hbar/\Delta p_x \approx 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж·с ( $5 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с)  $\approx 10^{-8}$ . Мы видим, что для движения электрона в электронно-лучевой трубке квантовые неопределенности пренебрежимо малы. Поэтому движение электрона в таких условиях с высокой точностью подчиняется законам классической механики.

3. Соотношение неопределенностей импульс — координата позволяет объяснить стабильность атомов. В несколько заостренной форме, подчеркивающей повседневную актуальность, вопрос о стабильности атомов звучит так: «Почему мы не проваливаемся сквозь пол?» В самом деле, каждый атом состоит из ядра и электронов. Между ядром и электронами действуют силы кулоновского притяжения. Поэтому импульс электрона не сохраняется. В этом случае согласно неклассическим законам излучения электрон должен терять энергию, испуская электромагнитные волны. В результате движение электрона будет ускоряться и он будет приближаться к ядру, на которое в конце концов упадет. После падения электронов на ядра атомы превратятся в электрически нейтральные частицы с размерами порядка размеров атомных ядер. Вещество станет очень разреженной пылью, и твердые тела разрушатся.

Эти процессы не происходят, потому что они запрещены соотношениями неопределенностей. Так, если электрон приближается к ядру, то неопределенности в значениях координат электрона будут уменьшаться. Но тогда согласно (25.20) будет возрастать неопределенность в значении импульса электрона и его

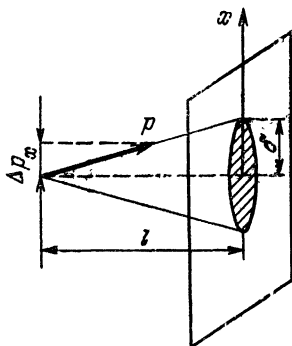


Рис. 25.15.

скорость будет увеличиваться. Действительно, импульс и координаты электрона как-то разбросаны около своих средних значений. Естественной для атомного электрона системой координат является та, которая жестко связана с ядром атома. В этой системе координат средние значения импульса электрона и его координат равны нулю и поэтому в ней  $p_x \approx \Delta p_x$ ,  $p_y \approx \Delta p_y$ ,  $p_z \approx \Delta p_z$ . Так как в атомах движение электронов является нерелятивистским, то  $p = m_e v$ , так что  $v_x = p_x/m_e \approx \Delta p_x/m_e$  и т. д. Поэтому с ростом неопределенности импульса пропорционально возрастает скорость электрона. Соответственно увеличивается энергия электрона, который в результате от ядра удаляется\*).

Таким образом, в атоме соотношения неопределенностей проявляются подобно силам отталкивания на малых расстояниях. В своем сложном квантовом движении электрон находится в среднем на таком расстоянии от ядра, на котором действие этих сил отталкивания и сил кулоновского притяжения компенсируется, так что энергия электрона не изменяется, и он не испускает электромагнитного излучения.

Соотношение неопределенностей импульс — координата позволяет оценить линейный размер  $r_0$  атома водорода и его энергию связи  $J_H$  или, что то же самое, ионизационный потенциал этого атома. Оценка производится следующим образом. Энергия единственного электрона атома водорода принимается равной

$$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0^2}{r},$$

где  $r$  — расстояние между электроном и ядром, а  $p$  — импульс электрона. Согласно соотношениям неопределенностей для импульса и координат величины  $p$  и  $r$  одновременно не существуют. Так как в системе координат, связанной с ядром водорода,  $p \approx \Delta p$ , а  $r \approx \Delta r$ , то наименьшее значение произведения  $pr$  равно  $\hbar$ . Поэтому для оценки можно положить

$$\mathcal{E} = \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0^2}{r}.$$

В таком виде энергия  $\mathcal{E}$  является функцией одной переменной  $r$  — расстояния между электроном и ядром. Устойчивым будет то состояние, в котором энергия  $\mathcal{E}$  минимальна. Точка минимума функции  $\mathcal{E}(r)$  дает\*\*) размер  $r_0$  атома водорода. Этот размер называется *боровским радиусом*, и он равен

$$r_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e q_0^2}. \quad (25.22)$$

\*) Как удаляется от Земли спутник, ускоряемый бортовыми двигателями

\*\*) Конечно, только по порядку величины

При этом значении расстояния между электроном и ядром минимальная энергия

$$\mathcal{E}(r_0) = -\frac{1}{32\pi^2\epsilon_0^2} \frac{q_0^4 m_e}{\hbar^2}. \quad (25.23)$$

Абсолютное значение этой энергии дает оценку ионизационного потенциала  $I_H$  атома водорода.

Точка минимума функции  $\mathcal{E}(r)$  находится из равенства нулю производной

$$\frac{d\mathcal{E}(r)}{dr} = \frac{1}{r^2} \left( \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0} - \frac{\hbar^2}{m_e r} \right).$$

Эта производная обращается в нуль дважды. Во-первых, при неограниченно большом  $r$ . Во-вторых, если

$$\frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\hbar^2}{m_e r}.$$

Так как атом водорода имеет конечный размер, то физический смысл имеет только последнее равенство. Из него получается значение (25.22).

Подставляя в формулы (25.22) и (25.23) электрическую постоянную  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м [Кл<sup>2</sup>/(Дж·м)], постоянную Планка  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, массу электрона  $m_e = 0,91 \cdot 10^{-30}$  кг и его заряд  $q_0 = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, получаем

$$r_0 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,53 \text{ \AA}, \quad I_H = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}.$$

Эти значения прекрасно согласуются с опытными данными, что является убедительным подтверждением правильности соотношений неопределенностей.

## ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

## § 26.1. Состояние частицы в квантовой механике

1. Последовательной теорией, объясняющей квантовые закономерности, является квантовая механика. Трудность ее понимания состоит в том, что квантовые представления не наглядны, поскольку с квантовыми явлениями в обыденной жизни мы не сталкиваемся.

Чтобы понять, в чем заключается принципиальное отличие квантовой механики от классической, напомним, из каких составных частей складывается любая фундаментальная физическая теория (см. Введение из тома I). Должны быть определены а) величины, задающие состояние исследуемой физической системы в данный момент времени; б) уравнения движения для этих величин, управляющие изменением состояния во времени; в) физические величины, доступные измерению, и метод получения их значений в заданном состоянии, что необходимо для сравнения выводов теории с опытными фактами.

Проследим последовательно за содержанием составных частей классической и квантовой теории на простейшем примере одномерного движения нерелятивистской частицы (материальной точки) в стационарном (т. е. не зависящем от времени) силовом поле. Систему отсчета выберем так, чтобы движение происходило вдоль координатной оси  $x$ . Потенциальную энергию частицы в точке  $x$  обозначим через  $U(x)$ . Этой энергии в классической задаче соответствует сила

$$\mathcal{F}(x) = -dU/dx.$$

2. В классической механике (см. § 2.1 из тома I) при одномерном движении вдоль оси  $x$  состояние частицы в каждый момент времени  $t$  задается двумя величинами: координатой частицы  $x(t)$  и ее скоростью  $v(t) = dx/dt$ . Такое определение состояния является главным исходным моментом построения классической механики.

В физике микромира из-за соотношений неопределенностей классическое определение состояния полностью утрачивает

смысл, а с ним теряет смысл и понятие силы, которая, по определению, является функцией классического состояния \*).

Установить физический смысл квантового состояния помогло открытие корпускулярно-волнового дуализма материи. В соответствии с ним квантовая теория развивалась путем введения в нее функций волнового типа.

*В квантовой механике состояние частицы задается волновой функцией, которая является комплексной величиной, определяемой во всех точках пространства и в каждый момент времени.*

Обычно волновая функция обозначается через  $\Psi$ . В одномерном случае  $\Psi = \Psi(x, t)$ . Формально волновая функция является полем в математическом смысле (см. Введение из тома II). В комплексности волновых функций мы убедимся позднее.

Понимание физического смысла волновой функции пришло после того, как выяснилось, что в интерференции микрочастиц проявляются свойства отдельной частицы, а не их системы. Об этом свидетельствовала независимость интерференции от интенсивности пучков частиц. Оказалось, что интерференция наблюдается (например, при отражении электронов кристаллом) даже в том случае, когда за время пролета одной частицы от источника до детектора испускается не более одной частицы \*\*).

Этот факт можно истолковать только так. Движение любой микрочастицы по отдельности подчиняется статистическим закономерностям. Распределение вероятностей, характеризующих это движение, проявляется после регистрации достаточно большого числа частиц. Это распределение оказывается таким же, каким является распределение интенсивности волны: там, где интенсивность волны велика, частиц регистрируется много, а там, где интенсивность мала, частицы почти не появляются.

Квантовая механика принципиально отличается от классической тем, что статистические свойства квантовых движений не зависят от числа степеней свободы физической системы и присущи движению любой отдельной микрочастицы. Наоборот, в классической физике неупорядоченные движения, как правило, возникают только в системах, состоящих из очень большого числа частиц (см. § 8.1 из тома I).

Статистические свойства квантовых систем исключают точное предсказание многих (но не всех!) происходящих в этих системах событий. Поэтому задача квантовой механики состоит

---

\*) Иногда термин «сила» все же употребляется и в квантовой физике, например, говорят о ядерных силах. Относиться к этому нужно только как к указанию на существование взаимодействия

\*\*) При этом используется измерительная аппаратура с высокой чувствительностью, позволяющая регистрировать попадание в детектор одной частицы

в определении вероятностей достоверно не предсказуемых событий. По вероятностям согласно правилам (8.2) и (8.3) из § 8.2 тома I можно найти средние значения случайных физических величин, т. е. рассчитать те параметры, которые доступны экспериментальному изучению. Волновая функция и является той величиной, которая позволяет отыскать все вероятности.

Из всех квантовых вероятностей в этой книге нам будет нужна только одна, которая описывает распределение координат частиц. Для одномерного движения

*вероятность нахождения частицы в промежутке между точками  $x$  и  $x + dx$  в момент времени  $t$  равна  $|\Psi(x, t)|^2 dx$ , где  $|\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$  — квадрат модуля волновой функции\*).*

Величина

$$\omega(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 \quad (26.1)$$

является *плотностью вероятности*, или, что то же самое, *плотностью распределения координат частицы*. Плотность вероятности является наблюдаемой на опыте физической величиной, в то время как сама волновая функция, будучи комплексной, не доступна наблюдению. В этом еще одно отличие описания состояний в квантовой механике от классической механики, где величины, описывающие состояние, наблюдаемы.

Плотность вероятности подчиняется условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \omega(x, t) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1, \quad (26.2)$$

выражающему достоверность нахождения частицы на оси  $x$ \*\*).

С условием нормировки возникает трудность, если движение пространственно-неограниченно. В этом случае нормировочный интеграл расходится. Эта трудность устраняется путем ограничения движения областью очень больших, но конечных размеров. Так, в одномерном случае это приводит к распространению интегрирования в (26.2) только на отрезок  $-L \leq x \leq L$ , где  $L$  — очень большая длина. С учетом этого замечания нормировка волновой функции на единицу всегда будет предполагать осуществимой.

С помощью волновой функции  $\Psi(x, t)$  среднее значение координаты вычисляется следующим образом:

$$\langle x(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x \omega(x, t) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x |\Psi(x, t)|^2 dx.$$

\*) Звездочка у волновой функции обозначает комплексное сопряжение.

\*\*) При взаимопревращениях частиц, которые здесь не рассматриваются, это условие нарушается.

Здесь среднее значение обозначено скобками  $\langle \rangle$ . Такое обозначение в квантовой механике является общепринятым. Зависимость среднего значения координаты от времени дает волновая функция.

3. В квантовой теории движения частиц в силовых полях для волновых функций справедлив *принцип суперпозиции состояний*. Этот закон обобщает все известные опытные факты о таких движениях и формулируется так.

Если возможными являются состояния  $\Psi_1, \dots, \Psi_n, \dots$ , то существует также состояние

$$\Psi = \sum_n c_n \Psi_n,$$

где  $c_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — некоторые комплексные числа.

Суперпозиция тех состояний  $\Psi(p)$ , которые определяются значениями физической величины  $p$ , изменяющейся непрерывно, а не дискретно, находится не суммированием, а интегрированием:

$$\Psi = \int c(p) \Psi(p) dp,$$

где  $c(p)$  — некоторая комплексная функция переменной  $p$ .

Принцип суперпозиции существует и в классической физике (например, при одновременном распространении волн малых амплитуд эти волны складываются, не влияя друг на друга). Но в квантовой физике принцип суперпозиции имеет качественно новое содержание из-за корпускулярно-волнового дуализма. Например, этот принцип допускает смешение двух взаимоисключающих с классической точки зрения состояний частицы, в одном из которых импульс частицы противоположен импульсу частицы в другом состоянии. В этом отношении суперпозиция квантовых состояний лишена наглядности.

## § 26.2. Уравнение Шрёдингера

1. В классической механике уравнение одномерного движения частицы позволяет получать значения ее координаты  $x(t)$  и импульса  $p(t)$  по их начальным значениям  $x(0)$  и  $p(0)$ , задающим состояние частицы в начальный момент времени  $t = 0$ . Этим уравнением для нерелятивистского движения является уравнение Ньютона

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{dU}{dx},$$

представляющее собой дифференциальное уравнение второго порядка. Для единственности его решения нужны два условия, которые и фиксируются значениями координат и импульса в начальном состоянии. Поэтому классическое определение состояния

и уравнения движения Ньютона составляют замкнутую теорию.

По определению квантового состояния уравнение движения квантовой частицы должно задавать изменение во времени волновой функции  $\Psi(x, t)$ . Но так как лишь одна эта величина характеризует состояние, то квантовое уравнение движения может содержать только первую производную по времени от волновой функции\*). Это все, что можно сказать о квантовом уравнении движения, опираясь на определение квантового состояния. Остальное получается только путем обобщения опытных фактов, поскольку квантовое уравнение движения является новым фундаментальным законом, который невозможно вывести из старых теорий.

Уравнение движения квантовой нерелятивистской частицы в силовом поле называется *уравнением Шрёдингера*, так как впервые было сформулировано Э. Шрёдингером в 1926 г. Справедливость этого уравнения установлена тем, что все вытекающие из него следствия подтверждены экспериментом. Уравнение Шрёдингера играет в квантовой механике такую же роль, как уравнение Ньютона в классической.

В одномерном случае уравнение Шрёдингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x) \Psi(x, t). \quad (26.3)$$

Здесь  $m$  — масса частицы,  $U(x)$  — ее потенциальная энергия в силовом поле, а  $i = \sqrt{-1}$  — мнимая единица. Из-за присутствия в уравнении Шрёдингера мнимой единицы волновые функции, удовлетворяющие этому уравнению, всегда комплексны. Поэтому сами эти функции не наблюдаемы. Измеримы только квантовомеханические вероятности, всегда содержащие волновые функции в произведениях совместно с комплексно сопряженными им величинами (см. (26.1)).

2. С математической точки зрения уравнение Шрёдингера представляет собой линейное дифференциальное уравнение в частных производных. Из теории дифференциальных уравнений известно, что каждое линейное уравнение в частных производных имеет много решений, причем таких, что всякая линейная комбинация любой совокупности решений также является решением уравнения. В применении к уравнению (26.3) это означает, что квантовая частица в силовом поле может находиться во многих состояниях, причем эти состояния подчиняются принципу суперпозиции. Подчеркнем, что всякое решение уравнения

---

\*) Иначе для единственности решения в начальный момент нужно задать не только волновую функцию, но и ее производные по времени, например еще первую производную, если уравнение движения имеет второй порядок по времени. Но тогда это уравнение не будет согласованным с определением состояния, которое задается одной волновой функцией.



Шрёдингера определяется начальными и граничными условиями. Начальным условием задается состояние  $\Psi(x, t_0)$  в начальный момент времени  $t_0$  (часто полагается  $t_0 = 0$ ). Граничными условиями определяется движение на границах физической системы.

Среди решений уравнения Шрёдингера есть *стационарные*. Так называются состояния, в которых ни одна из квантовомеханических вероятностей не изменяется со временем, т. е. сохраняется. Согласно этому определению в каждом стационарном состоянии средние значения всех физических величин от времени не зависят. В частности, постоянным во времени оказывается среднее значение координаты  $\langle x \rangle$ .

Стационарность состояния не исключает зависимости волновой функции от времени, а только ограничивает ее гармоническим законом  $e^{-i\omega t}$ , где  $\omega$  — вещественный параметр. В одномерном случае волновая функция любого стационарного состояния одной частицы имеет вид

$$\Psi(x, t) = e^{-i\omega t} \psi(x), \quad (26.4)$$

где  $\psi(x)$  зависит только от координаты  $x$ . Состояние (26.4) стационарно, так как равен единице модуль величины  $e^{-i\omega t}$ . Поэтому плотность распределения координат частицы

$$w(x) = |\Psi(x, t)|^2 = |\psi(x)|^2$$

от времени не зависит. Мы видим, что в стационарном состоянии плотность вероятности  $w(x)$  выражается только через  $\psi(x)$ . Поэтому эта величина также называется волновой функцией, хотя, строго говоря, она является только координатной частью всей волновой функции  $\Psi(x, t)$  стационарного состояния. Эта терминология является общепринятой, и в дальнейшем мы будем пользоваться ею без дополнительных оговорок.

Согласно корпускулярно-волновому дуализму в квантовой механике постулируется, что частота  $\omega$  волновой функции стационарного состояния связана с энергией этого состояния равенством  $\mathcal{E} = \hbar\omega$  (см. (25.10)). Эта энергия вещественна. Она принимает только те значения, при которых существуют решения уравнения Шрёдингера для волновых функций вида (26.4). После подстановки в (26.3) волновой функции (26.4) с учетом того что

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (e^{-i\omega t} \psi(x)) = \mathcal{E} e^{-i\omega t} \psi(x),$$

и после сокращения на экспоненту получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + U(x) \psi(x) = \mathcal{E} \psi(x). \quad (26.5)$$

Это уравнение называется *стационарным уравнением Шрёдингера* для одномерного движения. Часто определение «стационарное» опускают, поскольку вид уравнения говорит сам за себя.

### § 26.3. Примеры движений квантовой частицы в стационарных силовых полях

1 Простейшим движением квантовой частицы является свободное. В этом случае потенциальная энергия частицы  $U(x) = 0$ . Для свободной частицы, которая движется вдоль оси  $x$ , уравнение (26.5) имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = \mathcal{E} \psi(x).$$

Функция  $\psi(x) = Ae^{ikx}$ , где  $A = \text{const}$  и  $k = \text{const}$ , является частным решением этого уравнения с энергией

$$\mathcal{E} = \hbar^2 k^2 / 2m,$$

в чем легко убедиться прямой подстановкой. Соответственно, для зависящей от времени волновой функции получаем

$$\Psi(x, t) = Ae^{-i\omega t + ikx}.$$

Это решение представляет собой плоскую монохроматическую волну с частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$ , которая называется *волной де Бройля*. Координаты свободной квантовой частицы распределены с плотностью

$$\omega(x) = |\psi(x)|^2 = |A|^2 = \text{const}.$$

Постоянство этой плотности означает равновероятность обнаружения свободной частицы во всех точках пространства. Мы видим, что область движения свободной частицы неограниченно велика, что естественно.

Так как согласно корпускулярно-волновому дуализму  $\omega = \mathcal{E}/\hbar$  и  $k = p/\hbar$ , где  $p$  — импульс частицы, то волна де Бройля имеет также следующий вид:

$$\Psi(x, t) = A \exp\left(-\frac{i\mathcal{E}t}{\hbar} + \frac{ipx}{\hbar}\right). \quad (26.6)$$

Зависимость энергии от импульса оказывается обычной для нерелятивистских частиц:

$$\mathcal{E}(p) = p^2/2m.$$

Таким образом, энергетический спектр свободной квантовой частицы, которая при  $p \neq 0$  является простейшей квантовой системой с неограниченной областью движения, непрерывен и ограничен снизу значением энергии  $\mathcal{E} = 0$ .

2. Простейшим примером пространственно-ограниченного квантового движения является одномерное движение квантовой

частицы в очень глубокой потенциальной яме с вертикальными стенками. В этом силовом поле график потенциальной энергии частицы  $U(x)$  имеет вид, показанный на рис. 26.1. Частица движется свободно на участке  $0 < x < L$ , на концах которого она сталкивается с абсолютно твердыми стенками. Их непроницаемость выражается в неограниченном возрастании  $U(x)$  в точках  $x = 0$  и  $x = L$ .

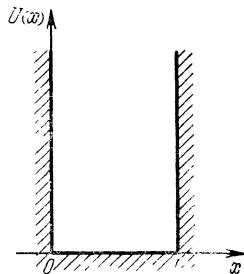


Рис. 26.1.

Так как частица не выходит из промежутка  $0 \leq x \leq L$ , то распределение ее координат вне этого промежутка отсутствует. Следовательно, уравнение Шрёдингера должно быть дополнено граничными условиями

$$\psi(0) = \psi(L) = 0. \quad (26.7)$$

Для решения уравнения (26.5) с граничными условиями (26.7) введем волновое число  $k = \sqrt{2m\mathcal{E}}/\hbar$  и для  $0 < x < L$  уравнение (26.5) запишем в виде

$$\partial^2 \psi(x) / \partial x^2 = k^2 \psi(x).$$

Общим решением этого уравнения является

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx},$$

где коэффициенты  $A$  и  $B$  не зависят от  $x$ . Решение будет ненулевым и будет удовлетворять граничным условиям (26.7), если  $B = -A$  и  $k = k_n = \pi n/L$ , где  $n = 1, 2, \dots$

Мы видим, что при данном  $n$  ( $n \neq 0$ ) волновая функция частицы равна

$$\psi_n(x) = A(e^{ik_n x} - e^{-ik_n x}).$$

Вместо  $A$  удобно ввести новую постоянную  $C = 2iA$ . Тогда

$$\psi_n(x) = C \sin \frac{\pi n x}{L}.$$

Подчинив эту функцию условию нормировки

$$\int_0^L |\psi_n(x)|^2 dx = |C|^2 \int_0^L \sin^2 \frac{\pi n x}{L} dx = 1$$

и вычисляя интеграл, находим, что  $C = \sqrt{2/L}$ . Следовательно,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n x}{L}. \quad (26.8)$$

Выражая энергию  $\mathcal{E}$  через волновое число, находим энергетический спектр частицы в неограниченно глубокой потенциальной

яме:

$$\mathcal{E}_n = \hbar^2 k_n^2 / 2m = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2L^2 m. \quad (26.9)$$

Этот спектр изображен на рис. 26.2. Мы видим, что он дискретен и ограничен снизу.

Число  $n$ , определяющее вид волновой функции и энергию частицы в состоянии с этой волновой функцией, называется *квантовым числом* системы.

В спектре (26.9) основной уровень

$$\mathcal{E}_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2L^2 m > 0.$$

Это неравенство означает невозможность остановки частицы, так как ее кинетическая энергия не может быть меньше  $\mathcal{E}_1$ . Соответственно, неопределенность  $\Delta p$  импульса частицы не может быть меньше величины

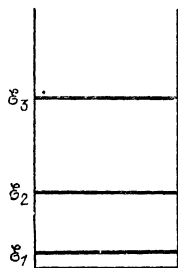
$$\sqrt{2\mathcal{E}_1 m} = \pi \hbar / L.$$

Но в яме шириной  $L$  положение частицы определено с точностью  $\Delta x \approx L$ . Следовательно,

$$\Delta x \Delta p \gtrsim \pi \hbar,$$

что находится в полном согласии с соотношением неопределенностей импульс — координата.

Рис. 26.2.



Полученные решения уравнения Шрёдингера применимы к реальным движениям квантовой

частицы между отражающими поверхностями при условии, что деформация стенок при ударе частицы является упругой и ничтожно малой по сравнению с шириной ямы. Так, например, сталкиваются с границей металла электроны проводимости, если работа выхода из металла достаточно велика.

3. Пространственно-ограниченным является движение квантового осциллятора. Вид его потенциальной энергии такой же, как у классического осциллятора (см. § 7.1 из тома 1). Если частота колебаний равна  $\omega$  и они происходят вдоль оси  $x$ , то эта энергия равна

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2},$$

где  $m$  — масса осциллирующей частицы. Графиком  $U(x)$  является параболическая яма, изображенная на рис. 26.3.

Стационарные состояния квантового осциллятора описываются такими решениями уравнения Шрёдингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \psi(x) = \mathcal{E} \psi(x),$$

которые достаточно быстро убывают при  $|x| \rightarrow \infty$ . Необходимость в этом требовании обусловлена тем, что на сколь угодно

больших расстояниях потенциальная энергия частицы неограниченно возрастает.

Нахождение волновых функций осциллятора является сложной математической задачей, изложение которой выходит за рамки этой книги. Поэтому, опуская решение, приведем только энергетический спектр. Он имеет вид

$$\mathcal{E}_n = \hbar\omega (n + 1/2), \quad (26.10)$$

где  $n$  — любое целое неотрицательное число. Спектр (26.10) также показан на рис. 26.3. Этот спектр дискретен и ограничен снизу значением энергии  $\mathcal{E}_0 = \hbar\omega/2$ , которое является основным уровнем квантового осциллятора. В спектре (26.10) промежутки  $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{n+1} - \mathcal{E}_n = \hbar\omega$  между соседними уровнями не зависят от квантового числа  $n$ , т. е. одинаковы. Такое расположение уровней в спектре называется эквидистантным. Мы видим, что квантовая теория последовательно объясняет существование квантов энергии колебаний (см. (25.5)).

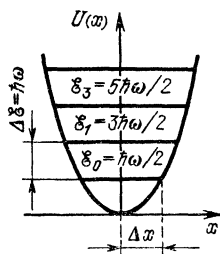


Рис. 26.3.

Так как основной уровень  $\mathcal{E}_0 > 0$ , то квантовый осциллятор остановить нельзя. Например, из-за этого даже при температуре абсолютного нуля не прекращаются колебания кристаллических решеток (см. § 8.2 из тома I).

Квантовые колебания с минимальной энергией называются *нулевыми*. Их существование прямо связано с соотношением неопределенностей импульс — координата. Чтобы это подтвердить, произведем оценку неопределенности координаты  $\Delta x$  и неопределенности импульса  $\Delta p$  в основном состоянии осциллятора.

В этом состоянии значения координаты  $x$  и значения импульса  $p$  разбросаны около своих минимальных средних значений, равных нулю. Поэтому с точностью до порядков величин  $x \approx \Delta x$  и  $p \approx \Delta p$ . Следовательно,

$$\hbar\omega/2 \approx m\omega^2 \Delta x^2/2 \approx \Delta p^2/2m.$$

Выражая отсюда  $\Delta x$  и  $\Delta p$ , получаем

$$\Delta x \Delta p \approx \hbar,$$

что согласуется с соотношением неопределенностей импульс — координата.

Понятие о квантовом осцилляторе играет важную роль в физике тех явлений, которые обусловлены колебаниями микроскопических частиц. Так, оно является основополагающим в теории колебательных спектров молекул.

4. Неквантовая частица не может находиться там, где ее потенциальная энергия  $U(x)$  превышает полную энергию  $\mathcal{E}$ . Квантовая частица этой способностью обладает из-за того, что

существует отличная от нуля вероятность проникновения частицы через потенциальный барьер, т. е. в область, в которой  $U(x) > \mathcal{E}$ .

Оценим эту вероятность. Для этого рассмотрим следующую задачу. Пусть квантовая частица с массой  $m$ , двигаясь вдоль оси  $x$  слева направо, сталкивается с потенциальным барьером конечной высоты  $U_0$ :

$$U(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\infty < x < 0, \\ U_0, & \text{если } 0 < x < \infty, \end{cases}$$

причем энергия частицы  $\mathcal{E}$  меньше высоты барьера  $U_0$  (рис. 26.4). При  $x > 0$ , т. е. в области, в которую неспособна проникать не-квантовая частица, уравнение Шрёдингера имеет вид

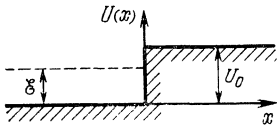


Рис 26.4.

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = \kappa^2\psi(x),$$

где  $\kappa = (1/\hbar) \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} > 0$ . Решениями этого уравнения являются две экспоненты:  $e^{\pm\kappa x}$ . Экспонента с положительным показателем физического смысла не имеет и должна быть отброшена, так как предсказывает неограниченный рост вероятности обнаружения частицы за барьером с увеличением глубины проникновения  $x$ . Следовательно, при  $x > 0$  частица с энергией  $\mathcal{E} < U_0$  имеет волновую функцию  $\psi(x)$ , которая изменяется как  $e^{-\kappa x}$ . Поэтому при  $x > 0$  координаты частицы распределены с плотностью

$$\omega(x) = |\psi(x)|^2 = \omega(0) \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \sqrt{8m(U_0 - \mathcal{E})} x\right), \quad (26.11)$$

где  $\omega(0)$  равно значению величины  $|\psi(x)|^2$  при  $x = 0$ .

Мы видим, что с увеличением глубины проникновения  $x$  плотность вероятности  $\omega(x)$  убывает экспоненциально. Это убывание происходит тем быстрее, чем больше разность  $U_0 - \mathcal{E}$ . Согласно (26.11) на глубине проникновения

$$x_0 = \hbar / \sqrt{8m(U_0 - \mathcal{E})}$$

плотность вероятности  $\omega(x)$  уменьшается в  $e$  раз. Например, для электрона ( $m \approx 10^{-30}$  кг), для которого  $U_0 - \mathcal{E} \approx 10^{-3}$  эВ = =  $1,6 \cdot 10^{-22}$  Дж, глубина проникновения

$$x_0 = \frac{1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{(8 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ Дж})^{1/2}} \approx 10^{-9} \text{ м} = 10 \text{ \AA}.$$

Так, на расстояние такого порядка удаляются от поверхности металла электроны проводимости, энергия которых примерно на  $10^{-3}$  эВ меньше глубины потенциальной ямы, удерживающей

электроны внутри металла \*). Глубина проникновения электрона уменьшается на порядок, если разность  $U_0 - \mathcal{E}$  возрастает до 0,1 эВ.

Способность квантовых частиц двигаться через потенциальный барьер приводит к *туннельному эффекту*. Он заключается в проникновении частицы из одной области в другую область, отделенную от первой потенциальным барьером, даже в том случае, когда энергия частицы  $\mathcal{E}$  меньше высоты разделяющего барьера  $U_0$  (рис. 26.5). Такоехождение оказывается возможным благодаря существованию под барьером волновой функции, «прокладывающей» путь частице вплоть до точки  $x_0$  и правее этой точки. Туннельный эффект является, например, причиной  $\alpha$ -распада радиоактивных ядер (см. гл. 30).

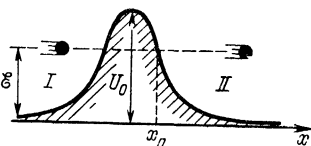


Рис. 26.5.

5. Покажем, что энергетический спектр квантовой частицы в периодической структуре имеет зонное строение. По-прежнему будем рассматривать одномерное движение частицы вдоль оси  $x$ , на которой регулярно расположены силовые центры, образующие одномерный кристалл с периодом решетки, равным  $a$ . Эта решетка изображена на рис. 26.6, на котором сплошной линией показан также график потенциальной энергии частицы. Эта энергия является суммой потенциальных энергий частицы в поле каждого силового центра. Потенциальная энергия частицы в поле одного центра является потенциальной ямой. На рис. 26.6 одна яма выделена штриховкой.

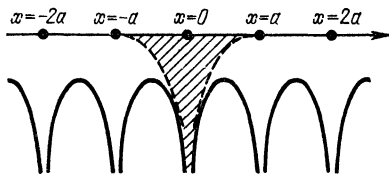


Рис. 26.6

Пусть  $\psi(x)$  — решение уравнения Шрёдингера (26.5) с периодической потенциальной энергией, а  $\mathcal{E} = \hbar\omega$  — энергия частицы в состоянии  $\psi(x)$ . Периодичность физических условий проявляется в периодичности распределения координат частицы. Это означает, что

$$|\psi(x+a)|^2 = |\psi(x)|^2.$$

Следовательно,  $\psi(x+a) = e^{i\alpha}\psi(x)$ , где  $\alpha$  — вещественная постоянная. Введем вместо  $\alpha$  другую вещественную постоянную  $k = \alpha/a$ . Тогда

$$\psi(x+a) = e^{ika}\psi(x).$$

\*) Яма создается взаимодействием электрона с положительными ионами, образующими кристаллическую структуру металла.

Это соотношение выполняется, если волновая функция имеет вид

$$\psi(x) = \psi_k(x) = \varphi_k(x) e^{ikx}, \quad (26.12)$$

где функция  $\varphi_k(x)$  зависит от  $k$  и периодична по  $x$ :

$$\varphi_k(x + a) = \varphi_k(x).$$

Мы видим, что стационарное состояние частицы в периодическом поле описывается модулированной плоской волной

$$\Psi(x, t) = e^{-i\mathcal{E}t/\hbar} \psi_k(x) = \varphi_k(x) e^{-i\omega t + ikx}$$

с периодической модулирующей функцией  $\varphi_k(x)$ . Следовательно,  $k$  является одномерным волновым вектором частицы. Он задает состояние частицы и определяет его энергию, так что  $\mathcal{E}$  является функцией  $k$ .

Рассмотрим теперь волновую функцию  $\psi_{k+2\pi/a}(x)$ . Согласно (26.12)

$$\psi_{k+2\pi/a}(x) = \varphi_{k+2\pi/a}(x) e^{2\pi i x/a} e^{ikx}.$$

Заметим, что в правой части этого равенства оба первых сомножителя периодичны по  $x$  с периодом  $a$ . Поэтому

$$\psi_{k+2\pi/a}(x) = \varphi'_k(x) e^{ikx},$$

где функция

$$\varphi'_k(x) = \varphi_{k+2\pi/a}(x) e^{2\pi i x/a}$$

периодична по  $x$  с периодом  $a$ :

$$\varphi'_k(x + a) = \varphi'_k(x).$$

При дальнейшем смещении волнового вектора на  $2\pi/a$  аналогичным образом получим волновые функции вида (26.12) с новыми модулирующими сомножителями  $\varphi''_k(x)$ ,  $\varphi'''_k(x)$  и т. д., также периодичными по  $x$ . Это означает, что, независимо от конкретного вида периодического поля, решения уравнения Шрёдингера в таком поле образуют несколько наборов. В любом из этих наборов достаточно считать, что волновой вектор изменяется только в промежутке

$$-\pi/a \leq k \leq \pi/a.$$

Один набор составляют все волновые функции  $\psi_{k+2\pi n/a}(x)$  со значением  $k$  из этого промежутка и с фиксированным значением целого числа  $n$ .

Рассмотрим состояния с максимальным значением волнового вектора  $k_{\max} = \pi/a$ . Волна с таким волновым вектором имеет минимальную длину, равную  $2\pi/k_{\max} = 2a$ . Равенство  $\lambda_{\min} = 2a$  является условием Брэгга (25.19) при  $n = 1$  и  $\theta = \pi/2$ , т. е. условием сильного отражения волны с  $k = k_{\max}$  от узлов одномерной решетки, причем отражения от всех узлов



будут синфазными. Волна с длиной  $\lambda_{\min}$  будет интенсивно отражаться узлами решетки. В свою очередь отраженная волна будет также отражаться. В этом случае стационарное состояние будет описываться стоячей волной (см. § 7.4 из тома I), представляющей суперпозицию волн, бегущих в противоположных направлениях. Независимыми являются две суперпозиции:

$$\psi_{1,2}(x) = \psi_k(x) \pm \psi_{-k}(x) = \varphi_k(x) e^{ikx} \pm \varphi_{-k}(x) e^{-ikx}.$$

В этих выражениях  $k = \pi/a$ .

Частица находится преимущественно вблизи узлов решетки в одном из указанных состояний и в междоузлиях в другом состоянии. В этом проще всего можно убедиться так. Допустим, периодическое поле настолько слабое, что движущуюся в нем частицу с хорошей точностью можно считать свободной. В этом приближении  $\varphi_k = \text{const}$  и, соответственно,

$$\psi_1 \sim e^{ikx} + e^{-ikx} \sim \cos kx,$$

$$\psi_2 \sim e^{ikx} - e^{-ikx} \sim \sin kx.$$

В первом из этих состояний плотность распределения координат частицы

$$\omega_1(x) = |\psi_1(x)|^2 \sim \cos^2 kx$$

максимальна в узлах решетки и минимальна между ними. Во втором состоянии плотность распределения координат

$$\omega_2(x) = |\psi_2(x)|^2 \sim \sin^2 kx$$

максимальна в междоузлиях и минимальна в узлах. Это и требовалось пояснить. Плотности вероятности с указанными свойствами изображены на рис. 26.7.

Так как вблизи узлов потенциальная энергия частицы больше (по абсолютному значению), то в состоянии  $\psi_1(x)$  частица связана с решеткой сильнее, чем в состоянии  $\psi_2(x)$ . Это означает, что энергии этих состояний имеют разрыв. Другими словами, в энергетическом спектре частицы есть щель. Решение  $\psi_1(x)$  уравнения Шрёдингера для частицы в периодическом

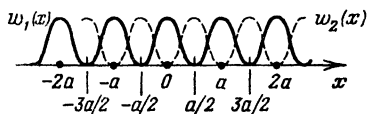


Рис. 26.7.

поле принадлежит верхнему краю одной полосы разрешенных энергий, а решением  $\psi_2(x)$  начинается новая полоса более высоких разрешенных энергий, отделенная от предыдущей щелью. Это означает, что энергетический спектр частицы в периодическом поле имеет зонное строение. На рис. 26.8 изображены первые две зоны, которые выделены штриховкой. Изображенные на рисунке кривые являются графиками зависимостей энергии частицы от волнового вектора для состояний из указанных

зон\*). У границ зон эти кривые не имеют наклона к оси абсцисс, т. е. у границ производная

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} = 0.$$

Это объясняется тем, что при  $k = 0$  и  $k = \pm\pi/a$  волновая функция частицы является стоячей волной. Так как групповая скорость стоячей волны равна нулю, то

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} = \hbar \frac{\partial \omega}{\partial k} = \hbar v_{гр} = 0.$$

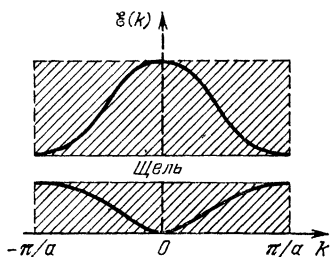


Рис. 26.8.

6. В достаточно малой окрестности у границы зон зависимость  $\mathcal{E}(k)$  с хорошей точностью описывается первыми членами ее разложения в ряд Тейлора. Рассмотрим это разложение, например, вблизи точки  $k = 0$ . Так как в этой точке  $\partial \mathcal{E} / \partial k = 0$ , то

$$\mathcal{E}(k) = \mathcal{E}(0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}(0)}{\partial k^2} k^2 + \dots$$

Если в этом разложении сохранить только два первых члена, то в этом случае

$$\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(0) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (26.13)$$

где

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}(0)}{\partial k^2}. \quad (26.14)$$

Мы видим, что в таком приближении вблизи границы зоны частица движется как свободная, но с массой  $m^*$ . Эта величина называется *эффективной массой*. Вообще говоря  $m^* \neq m$ , где  $m$  — масса частицы в свободном пространстве.

Из (26.14) следует, что эффективная масса обратно пропорциональна кривизне кривой  $\mathcal{E}(k)$  на краю зоны. Поэтому эффективная масса а) по абсолютному значению велика в узких зонах и мала в широких; б) положительна у дна разрешенной зоны и отрицательна у ее потолка. По этим причинам, например, электроны проводимости железа Fe, кобальта Co и платины Pt имеют эффективную массу

$$m^* \approx 10m_e,$$

\*) Кривые симметричны относительно точки  $k = 0$ , так как в одномерной решетке оба направления движения частицы физически равноправны.

где  $m_e$  — масса свободного электрона. Наоборот, эффективная масса электрона проводимости в висмуте  $\text{Bi}$

$$m^* \approx 10^{-2} m_e.$$

У электронов же проводимости кадмия  $\text{Cd}$  эффективная масса электрона проводимости отрицательна.

## § 26.4. Уравнение Шрёдингера для трехмерного движения частицы

1. До сих пор мы рассматривали только одномерное движение. В этом параграфе мы увидим, что обобщение квантовой теории на случай трехмерного движения частицы в принципе является простым и естественным, но приводит к более громоздким формулам.

Начнем с описания состояния частицы. В каждый момент времени  $t$  оно задается комплексной волновой функцией  $\Psi(x, y, z, t)$  координат частицы  $x, y, z$ , или, что то же самое, радиус-вектора частицы, так что  $\Psi(x, y, z, t) = \Psi(\mathbf{r}, t)$ .

Физический смысл волновой функции  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  устанавливается в полной аналогии с одномерным случаем. Например, величина

$$w(\mathbf{r}, t) = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$$

является плотностью распределения значений радиус-вектора частицы  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ . Соответственно, вероятность обнаружить частицу в момент времени  $t$  в объеме  $dV = dx dy dz$ , содержащем точку  $\mathbf{r}$ , равна

$$w(\mathbf{r}, t) dV = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz,$$

а условие нормировки волновой функции имеет вид

$$\int |\Psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz = 1,$$

где интегрирование распространено на все трехмерное пространство.

2. Уравнение Шрёдингера для трехмерного движения квантовой частицы в силовом поле записывается в полной аналогии с (26.3):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (26.15)$$

Здесь  $\Delta$  — это оператор Лапласа, так что

$$\Delta \Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial z^2}.$$

В (26.15) величина  $U(\mathbf{r})$  является потенциальной энергией частицы в точке  $\mathbf{r}$ , которой в неклассической задаче отвечает сила

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\text{grad } U(\mathbf{r}) = -\partial U(\mathbf{r})/\partial \mathbf{r}.$$

Уравнение (26.15) имеет первый порядок по времени. Поэтому для определения состояния частицы в любой момент времени уравнение Шрёдингера достаточно дополнить начальным условием, задающим волновую функцию в начальный момент времени. Кроме того, необходимо задать еще граничные условия, определяющие движение на границах системы.

В трехмерном случае в стационарном силовом поле также существуют стационарные решения уравнения (26.15). Как и в одномерном случае, эти решения гармонически зависят от времени:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \exp(-i\mathcal{E}t/\hbar) \psi(\mathbf{r}), \quad (26.16)$$

где  $\mathcal{E}$  — энергия частицы. Подстановка (26.16) в (26.15) приводит к стационарному уравнению Шрёдингера для функции  $\psi(\mathbf{r})$ :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = \mathcal{E} \psi(\mathbf{r}). \quad (26.17)$$

Функция  $\psi(\mathbf{r})$  также называется волновой, но она описывает только стационарное состояние частицы с энергией  $\mathcal{E}$ .

При переходе к трехмерному случаю усложнения связаны с увеличением числа переменных. Так, если одномерное стационарное уравнение (26.5) является обыкновенным дифференциальным уравнением для функции одной переменной  $x$ , то трехмерное стационарное уравнение (26.17) является уравнением в частных производных для функции трех переменных  $x, y, z$ . В связи с этим множество решений уравнения (26.17) оказывается гораздо более богатым. Без доказательства укажем, что решения уравнения (26.17) определяются тремя квантовыми числами, что связано с увеличением числа степеней свободы до трех.

3. Уравнение (26.17) существенно упрощается, сводясь к одномерному для сферически-симметричных состояний, существующих только в центрально-симметричных полях. В центрально-симметричном поле потенциальная энергия частицы зависит только от расстояния частицы до силового центра, с которым обычно совмещается начало координат. В этом случае потенциальная энергия частицы зависит только от абсолютного значения радиус-вектора. Напомним, что в классической задаче со стороны центрально-симметричного поля на частицу действует сила, которая направлена вдоль прямой, соединяющей частицу с силовым центром, и одинакова по абсолютному значению во всех точках любой сферы с центром в источнике силы (см. § 2.4 из тома I).

Состояние является сферически-симметричным, если задается волновой функцией, не зависящей от ориентации радиус-вектора частицы. Это означает, что  $\psi(\mathbf{r}) = \psi(r)$ , где  $r = |\mathbf{r}|$ . В этом случае равновероятными являются положения частицы в равных по объему, но в разных элементах любого очень тонкого сферического слоя с центром в начале координат. Вероятность найти частицу в любом месте сферического слоя с внутренним радиусом  $r$  и внешним радиусом  $r + dr$  пропорциональна объему слоя  $4\pi r^2 dr$  и равна

$$|\psi(r)|^2 4\pi r^2 dr = |\sqrt{4\pi} \psi(r) r|^2 dr.$$

Отсюда видно, что задача об определении сферически-симметричного состояния сводится к одномерной задаче о движении по одному радиальному направлению с волновой функцией

$$\chi(r) = \sqrt{4\pi} \psi(r) r. \quad (26.18)$$

Для этой функции справедливо одномерное уравнение Шрёдингера, в котором независимой переменной является величина  $r$ :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\chi(r)}{dr^2} + U(r)\chi(r) = \mathcal{E}\chi(r). \quad (26.19)$$

Так как величина  $r$  не принимает отрицательных значений, то условием нормировки для волновой функции  $\chi(r)$  является требование

$$\int_0^{\infty} |\chi(r)|^2 dr = 1. \quad (26.20)$$

## § 26.5. Момент импульса в квантовой теории. Спин

1. Значение момента импульса определяется тем, что эта величина сохраняется, если система изолирована или движется в центрально-симметричном поле. Закон сохранения момента импульса имеет геометрическое происхождение и выражает физическую эквивалентность всех направлений в пространстве. Поэтому этот закон фундаментален и момент существует не только в классической, но и в квантовой механике. Однако квантовый момент импульса существенно отличается от классического. Чтобы ясно себе представить, насколько велико это отличие, сначала напомним основные определения и свойства момента импульса в классической механике (см. § 3.4 из тома I).

Момент импульса системы классических частиц является суммой моментов импульсов отдельных частиц. Момент импульса одной частицы

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\mathbf{p}], \quad (26.21)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор частицы, а  $\mathbf{p}$  — ее импульс. Момент импульса системы частиц состоит из собственного и орбитального

моментов. Собственным является момент при нулевом значении суммарного импульса всех частиц. Таким моментом обладает, например, вращающийся на одном месте волчок. Орбитальный момент существует только при перемещении системы в пространстве и равен разности значений ее момента при данном и нулевом значениях импульса системы. У отдельной классической материальной точки собственного момента нет, поскольку величина (26.21) обращается в нуль при  $\mathbf{p} = 0$ . Поэтому каждая классическая материальная точка обладает только орбитальным моментом, а собственным моментом может обладать только система частиц.

2. При переходе к квантовому способу описания движения свойства момента импульса изменяются из-за существующих в квантовой физике принципиальных ограничений на точность измерений физических величин, т. е. из-за соотношений неопределенностей. На моменте импульса эти ограничения сказываются следующим образом.

а) Из трех компонент момента импульса  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$  сколь угодно точно можно задать любую, но только одну. Например, можно с неограниченной точностью определить величину  $L_z$ . Но при этом возникнет принципиально неустранимый статистический разброс в значениях  $L_x$  и  $L_y$ .

б) Абсолютное значение момента импульса  $L = |\mathbf{L}|$  может быть задано сколь угодно точно совместно с любой, но только одной из трех его компонент  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ .

Поясним происхождение этих свойств. Для этого рассмотрим величину (26.21) совместно с соотношением неопределенностей импульс — координата. Перейдем к цилиндрическим координатам  $\rho$ ,  $\varphi$ ,  $z$ . Первой координатой является проекция радиус-вектора частицы  $\mathbf{r}$  на координатную плоскость  $xy$ . Второй будет угол, который эта проекция составляет с осью  $x$ . Третья совпадает с декартовой координатой  $z$ . Для координат  $x$  и  $y$  имеем (рис. 26.9)

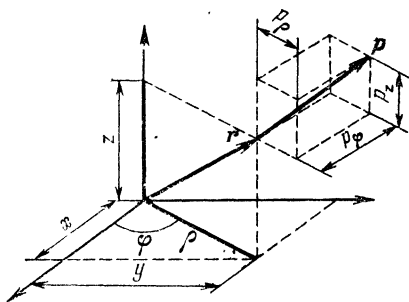


Рис. 26.9.

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi. \quad (26.22)$$

Представим также цилиндрическими компонентами  $p_\rho$ ,  $p_\varphi$  и  $p_z$  импульс частицы  $\mathbf{p}$ . Эти компоненты равны трем проекциям  $\mathbf{p}$  на три взаимно перпендикулярных направления, пересекающихся в точке  $\mathbf{r}$  (рис. 26.9). Первое направление параллельно плоскости  $xy$ , и его проекция на эту плоскость образует с осью  $x$

угол  $\varphi$ . Второе также параллельно плоскости  $xy$  и задается касательной в точке  $\mathbf{r}$  к цилиндру с осью  $z$  и с радиусом  $\rho$ . Из рис. 26.9 видно, что

$$p_x = p_\rho \cos \varphi - p_\varphi \sin \varphi, \quad p_y = p_\rho \sin \varphi + p_\varphi \cos \varphi. \quad (26.23)$$

Из (26.22) и (26.23) находим

$$\begin{aligned} L_x &= yp_z - zp_y = (\rho p_z - z p_\rho) \sin \varphi - z p_\varphi \cos \varphi, \\ L_y &= zp_x - xp_z = -(\rho p_z - z p_\rho) \cos \varphi - z p_\varphi \sin \varphi, \\ L_z &= xp_y - yp_x = \rho p_\varphi. \end{aligned} \quad (26.24)$$

Так как  $\rho$  и  $p_\varphi$  относятся к разным координатным направлениям, то на точность одновременного задания этих величин ограничений нет. Поэтому согласно последнему равенству из (26.24) компонента  $L_z$  может быть задана с неограниченной точностью. При этом другие компоненты  $L_x$  и  $L_y$  определить невозможно из-за соотношений неопределенностей  $\Delta \rho \Delta p_\rho \geq \hbar$  и  $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$ . Эти соотношения не позволяют одновременно точно задать величины  $\rho$  и  $p_\rho$ , а также величины  $z$  и  $p_z$ , без которых согласно (26.24) нельзя найти компоненты момента импульса  $L_x$  и  $L_y$ .

Все компоненты момента импульса физически равноправны и отличаются друг от друга только своими наименованиями, которые изменяются при переобозначении координатных осей. Поэтому отсутствие ограничений на точность задания  $z$ -компоненты и невозможность при этом определить другие компоненты момента подтверждает справедливость свойства а).

Абсолютное значение момента импульса не зависит от выбора системы координат, так как является скаляром. Поэтому эту величину достаточно рассмотреть только в одной системе координат. Выберем эту систему так, чтобы радиус-вектор  $\mathbf{r}$  частицы оказался в координатной плоскости  $xy$ . Тогда будет  $|\mathbf{r}| = \rho$ , а абсолютное значение проекции импульса частицы, которая перпендикулярна  $\mathbf{r}$ , будет равно  $\sqrt{p_\varphi^2 + p_z^2}$ . Поэтому

$$L = |\mathbf{r}\mathbf{p}| = \rho \sqrt{p_\varphi^2 + p_z^2}.$$

Мы видим, что  $L$  выражается через координату  $\rho$  и компоненты импульса  $p_\varphi$  и  $p_z$  по независимым направлениям, т. е. через величины, на точность задания которых соотношения неопределенностей ограничений не накладывают. Поэтому абсолютное значение момента импульса может быть задано с неограниченной точностью, причем совместно с его  $z$ -компонентой. С учетом равноправия всех компонент момента импульса это подтверждает справедливость свойства б).

3. Найдем значения, которые принимает компонента момента импульса  $L_z$ . Для этого заметим следующее. Если частица

движется свободно, то сохраняется ее импульс. Состояние, в котором импульс направлен вдоль оси  $x$  и равен  $p$ , описывается волной де Бройля с координатной частью:

$$\psi_p(x) = Ae^{ipx/\hbar},$$

где  $A = \text{const}$ . Состояние  $\psi_p(x)$ , где  $p = \text{const}$ , является решением дифференциального уравнения

$$-i\hbar \partial \psi_p(x) / \partial x = p \psi_p(x). \quad (26.25)$$

Следовательно, импульсу, направленному по оси  $x$ , соответствует оператор  $-i\hbar \partial / \partial x$  такой, что составленное с его помощью уравнение (26.25) имеет своим решением состояние с данным импульсом.

Если частица движется вдоль оси  $y$  или вдоль оси  $z$ , то, по аналогии, в первом случае ее импульсу соответствует оператор  $-i\hbar \partial / \partial y$ , а во втором — оператор  $-i\hbar \partial / \partial z$ .

В квантовой механике волновая функция состояния  $\psi_{L_z}$ , в котором  $z$ -компонента момента импульса имеет определенное значение  $L_z = \text{const}$ , находится с помощью уравнения

$$\left[ x \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} \right) - y \left( -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \psi_{L_z} = L_z \psi_{L_z}. \quad (26.26)$$

Это уравнение сходно с (26.25) в том, что его левая часть получается с помощью оператора, построенного из некантового выражения

$$L_z = xp_y - yp_x$$

заменой в нем  $p_x$  на  $-i\hbar \partial / \partial x$  и  $p_y$  на  $-i\hbar \partial / \partial y$ . Правая часть уравнения (26.26) является произведением величины  $z$ -компоненты квантового момента импульса на состояние, в котором эта компонента имеет данную величину.

Опуская несложные вычисления, приведем вид уравнения (26.26), который получается после перехода к новым переменным  $\rho$  и  $\varphi$  из (26.22):

$$-i\hbar \partial \psi_{L_z} / \partial \varphi = L_z \psi_{L_z}. \quad (26.27)$$

Решая уравнение (26.27) с  $L_z = \text{const}$ , находим

$$\psi_{L_z} = Ce^{im\varphi}, \quad (26.28)$$

где  $C = \text{const}$  и  $m = L_z / \hbar$ .

Углы  $\varphi$  и  $\varphi + 2\pi$  физически эквивалентны. Поэтому потребуем, чтобы было

$$\psi_{L_z}(\varphi + 2\pi) = \psi_{L_z}(\varphi).$$

Это равенство выполняется только при целых значениях  $m$  в (26.28). Следовательно,  $z$ -компонента момента импульса является величиной, кратной постоянной Планка  $\hbar$ :

$$L_z = m\hbar. \quad (26.29)$$



Любая компонента момента импульса не может быть больше его абсолютного значения. Поэтому существует такое целое неотрицательное число  $l$ , что  $|m| \leq l$ . Ниже для напоминания об этом ограничении будет служить индекс  $l$  у числа  $m$ . Мы видим, что при заданном  $l$  число  $m_l$  принимает  $2l + 1$  значений:

$$-l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l, \quad (26.30)$$

образующих спектр величины  $L_z$ .

4. Определим зависимость абсолютного значения момента импульса  $L$  от числа  $l$ . Для этого рассмотрим много одинаковых частиц с одним и тем же моментом, но с различными значениями его компоненты  $L_z$ . В дальнейшем состояния с различными значениями  $L_z$  будут сокращенно называться состояниями с различными ориентациями момента.

Усредним квадрат момента импульса и квадраты его компонент по всем ориентациям моментов разных частиц. Средние значения будем обозначать с помощью скобок  $\langle \rangle$ . Так как величина  $L^2$  является скаляром, то

$$\langle L^2 \rangle = L^2.$$

Из-за равновероятности всех ориентаций будет

$$\langle L_x^2 \rangle = \langle L_y^2 \rangle = \langle L_z^2 \rangle.$$

Следовательно,

$$L^2 = \langle L_x^2 \rangle + \langle L_y^2 \rangle + \langle L_z^2 \rangle = 3 \langle L_z^2 \rangle.$$

Учитывая теперь спектр  $L_z$ , находим

$$L^2 = \frac{3\hbar^2}{2l+1} \sum_{m_l=-l}^l m_l^2 = \frac{6\hbar^2}{2l+1} \sum_{m_l=1}^l m_l^2.$$

Так как

$$\sum_{m_l=1}^l m_l^2 = \frac{l(l+1)(2l+1)}{6},$$

то

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1).$$

Таким образом,

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (26.31)$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots$

Сравнив (26.31) с (26.29) и (26.30), мы видим, что наибольшее значение  $z$ -компоненты момента строго меньше его абсолютного значения. Это означает, что момент импульса не может быть совмещен с осью  $z$ , а если вспомнить о равноправии всех координатных осей, то с любой из них. Этого следовало ожидать, ибо в противном случае возникнет противоречие со свойством б) из п. 2. Действительно, если  $L_z = L$ , то в этом

случае  $L_x = L_y = 0$ , так что все три компоненты момента импульса оказываются точно известными.

5. До сих пор рассматривался квантовый аналог классической величины (26.21). Поэтому квантовое число  $l$  называется *орбитальным*. В квантовой механике при указании орбитального момента принято называть только это число, поскольку оно задает как величину момента импульса, так и все допустимые значения одной из его компонент. Так, например, когда пишется или произносится, что орбитальный момент частицы равен, скажем, 2, то при этом имеется в виду спектр

$$L_z = -2\hbar, -\hbar, 0, \hbar, 2\hbar$$

и абсолютное значение момента

$$L = \sqrt{6}\hbar.$$

Квантовое число  $m_l$  называется *магнитным*, что связано со следующим. Напомним (см. § 20.2 из тома II), что при орбитальном движении заряженной частицы возникает магнитный момент, который пропорционален моменту импульса частицы. Так, орбитальное движение электрона создает магнитный момент

$$\mu = -(q_0/2m_e)L,$$

где  $q_0$  — элементарный заряд,  $m_e$  — масса электрона, а  $L$  — его орбитальный момент. Согласно этой формуле и (26.29)

$$\mu_z = -(q_0\hbar/2m_e)m_l = -\mu_B m_l, \quad (26.32)$$

где

$$\mu_B = q_0\hbar/2m_e$$

— магнетон Бора (сравни с (16.47) из тома II). Из-за связи (26.32) число  $m_l$  и было названо магнитным. Из (26.32) также видно, что магнетон Бора является естественной единицей магнитных моментов атомов и молекул, обусловленных движением в них электронов.

6. Согласно (26.30) соседние значения магнитного числа  $m_l$  по величине всегда отличаются на единицу, и спектр (26.30) значений числа  $m_l$  симметричен относительно нуля (рис. 26.10).

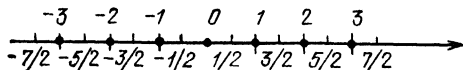


Рис. 26.10.

Теми же свойствами обладает любой набор полуцелых чисел, также симметричный относительно нуля и содержащий все полуцелые числа, которые существуют между границами набора (рис. 26.10). Из других чисел наборов с такими свойствами образовать нельзя.

Посмотрим, что будет, если коэффициентами пропорциональности между значениями  $z$ -компоненты момента и постоянной Планка будут полуцелые числа. Теперь индекс  $l$  у этих коэффициентов мы опустим.

При полуцелом  $m$  волновая функция состояния с определенным значением  $z$ -компоненты момента импульса, зависящая от азимутального угла  $\varphi$  (рис. 26.9) как  $e^{im\varphi}$ , имеет противоположные знаки при двух физически эквивалентных углах  $\varphi$  и  $\varphi + 2\pi$ . Например, если  $m = 1/2$ , то  $e^{im(\varphi+2\pi)} = e^{im\varphi}e^{i\pi} = -e^{im\varphi}$ . Это означает, что при полуцелых  $m$  волновая функция состояния с определенным значением  $z$ -компоненты момента имеет знаковую неоднозначность. Такая неоднозначность в квантовой теории допустима, поскольку в ней знак волновой функции не фиксируется: волновые функции  $\psi$  и  $-\psi$  физически равноправны. Это равноправие выражается в том, что если уравнению Шрёдингера удовлетворяет  $\psi$ , то тому же самому уравнению удовлетворяет и  $-\psi$ . Все же квантовомеханические вероятности зависят от произведений, в которые волновая функция входит совместно с комплексно-сопряженной ее величиной. Так, распределение координат описывается произведением  $\psi^*\psi$ .

Знаковая неопределенность волновой функции означает, что у квантовых частиц есть степени свободы, отличные от характеризующих положения частиц в пространстве. Момент, связанный с этой дополнительной степенью свободы частицы, называется *спином* частицы. Впервые это понятие было введено в физику в 1925 г. Дж. Уленбеком и С. Гаудсмитом. Подчеркнем, что спин — существенно квантовая величина, непосредственно связанная с квантовомеханическим способом задания состояния через волновую функцию. Поэтому у спина нет классического аналога. В частности, частица со спином вовсе не является системой, подобной вращающемуся на одном месте волчку. Спин — это внутреннее свойство квантовой частицы, характеризующее ее равноправно с такими величинами, как, например, масса и заряд частицы. В дальнейшем спин будет обозначаться через  $S$ .

Как момент, спин задается одним неотрицательным числом  $\sigma$  таким, что

$$S_z = m_\sigma \hbar, \quad (26.33)$$

где число  $m_\sigma$  принимает  $2\sigma + 1$  значение:

$$-\sigma, -\sigma + 1, \dots, \sigma - 1, \sigma, \quad (26.34)$$

а абсолютное значение спина

$$S = \hbar \sqrt{\sigma(\sigma + 1)}. \quad (26.35)$$

Число  $\sigma$  является аналогом орбитального числа  $l$ , но в отличие от него принимает не только целые, но и полуцелые значения:

$$\sigma = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$$

Число  $m_\sigma$  из (26.33) называется *магнитным спиновым*, а  $\sigma$  — просто *спиновым числом*.

Называя спин, также указывают только число  $\sigma$ . Так, например, если  $\sigma = 1/2$ , то говорят, что частица имеет спин одна вторая. Приведем примеры спинов некоторых частиц. Спины электрона, протона и нейтрона одинаковы и равны  $1/2$ . У фотона спин единичный. Бесспиновыми частицами ( $\sigma = 0$ ) являются пионы.

Важным отличием спина от орбитального момента является сохранение абсолютного значения спина, так как спин — внутреннее свойство частицы. У него может изменяться только его проекция  $S_z$ , т. е. спин может по-разному ориентироваться в пространстве. Так, спин электрона имеет только две ориентации с  $S_z = \hbar/2$  и с  $S_z = -\hbar/2$ . Напротив, орбитальный момент изменяется по абсолютному значению. Например, он обращается в нуль в состоянии с  $l = 0$ .

Состояние квантовой частицы со спиновой степенью свободы задается волновой функцией, которая зависит не только от времени и координат частицы, но и от  $z$ -компоненты ее спина. Однако зависимость от спина существенна лишь при наличии магнитного поля, поскольку только в этом случае входящая в уравнение Шрёдингера энергия взаимодействия частицы с полем зависит от спина частицы через ее магнитный момент. Во всех остальных случаях этой зависимости нет, так что квантовая механика одной частицы со спином в немагнитных силовых полях ничем не отличается от квантовой механики бесспиновых частиц.

7. Из-за существования спина полный момент является суммой орбитального и спинового моментов. Полный момент системы микрочастиц равен

$$I = \sum_i L_i + \sum_i S_i.$$

Эта величина задается одним неотрицательным числом  $J$  таким, что

$$I_z = -\hbar J, -\hbar(J-1), \dots, \hbar(J-1), \hbar J; \quad I = \hbar \sqrt{J(J+1)}.$$

Если все частицы системы имеют целочисленный спин или если число частиц с полуцелым спином, входящих в систему, четное, то в этом случае  $J$  принимает только целочисленные значения. Если же число частиц с полуцелым спином нечетное, то  $J$  принимает только полуцелые значения. Таким образом, спектр числа  $J$  состоит из положительных целых и полуцелых значений:

$$J = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$$

Если система микрочастиц в целом покоится, то в этом случае момент  $I$  является собственным моментом системы и поэтому он

также называется ее спином. Эта терминология обычно применяется в ядерной физике (см. гл. 30), и в связи с этим там спиновое число будет обозначаться не через  $\sigma$ , а через  $J$ .

8. Так как  $z$ -компонента момента импульса принимает только строго определенные значения, то это означает, что квантовый момент не может быть ориентирован в пространстве произвольно по отношению к любому направлению. Этот факт получил название *пространственного квантования момента*. Впервые оно наблюдалось в 1922 г.

О. Штерном и В. Герлахом. Их опыт заключался в том, что узкий пучок атомов серебра пропусклся через сильно неоднородное магнитное поле, ориентированное в одном направлении. Обозначим магнитный момент одного атома серебра через  $\mu$ . Систему координат выберем так, чтобы в ней магнитное поле было направлено вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{B} = \{0, 0, B\}$  (рис. 26.11). В этом поле атом с магнитным моментом  $\mu$  обладает энергией

$$U = -(\mu \cdot \mathbf{B}) = -\mu_z B,$$

и на этот атом действует сила  $\mathbf{F} = \{0, 0, F\}$ , где

$$F = -\partial U / \partial z = \mu_z \partial B / \partial z.$$

В опыте Штерна и Герлаха распределение магнитных моментов атомов серебра по направлениям было хаотическим. Поэтому первоначально ожидалось, что в соответствии с классическими законами, согласно которым  $\mu_z$  может принимать все значения от  $-\mu$  до  $\mu$ , где  $\mu$  — абсолютное значение магнитного момента атома серебра, магнитное поле размоет пучок атомов. При этом на экране, расположенном за магнитом, атомы оставят сплошной след, растянутый параллельно магнитному полю. На самом деле наблюдалось разделение только на два очень узких пучка (рис. 26.11). Следом каждого из них на экране была узкая линия. Эти две линии располагались симметрично относительно следа пучка, полученного в отсутствие магнитного поля.

Явление, обнаруженное Штерном и Герлахом, объясняется следующим образом. В невозбужденном состоянии каждый атом серебра имеет момент импульса, равный только спину одного электрона атома (орбитальные моменты всех электронов равны нулю, а спины всех электронов, за исключением одного электрона, взаимно компенсируются). Применяя (20.5) из тома II и

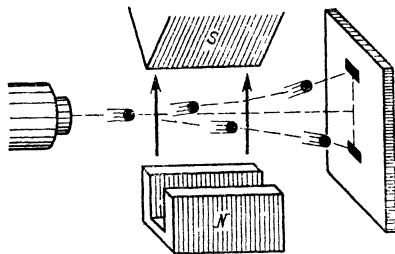


Рис. 26.11.

учитывая, что для спинового момента фактор Ланде  $g = 2$ , получаем

$$\mu_z = - \frac{q_0}{m_e} S_z.$$

Так как величина  $S_z$  принимает только два значения:  $\hbar/2$  и  $-\hbar/2$ , то на атомы серебра со стороны магнитного поля действуют только две противоположно направленные отклоняющие силы  $\mu_B \partial B/\partial z$  и  $-\mu_B \partial B/\partial z$ , где  $\mu_B = q_0 \hbar/2m_e$  — магнетон Бора. Эти силы и приводят к расщеплению исходного пучка атомов серебра на два пучка, причем симметрично относительно исходного.

## § 26.6. Неразличимость одинаковых квантовых частиц

1. До сих пор мы рассматривали движение только одной квантовой частицы. При переходе к системам квантовых частиц возникают новые, необычные с классической точки зрения свойства.

Охарактеризуем общую постановку многочастичной задачи. В каждый момент времени  $t$  состояние системы  $N$  квантовых частиц, где  $N > 1$ , задается одной комплексной волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \mathbf{r}_2, S_{2z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t)$ . Эта функция зависит от многих переменных, которыми являются координаты всех частиц  $x_1, y_1, z_1, \dots, x_N, y_N, z_N$  или, что то же самое, радиус-векторы частиц  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$ ,  $z$ -компоненты спинов частиц  $S_{1z} \dots S_{Nz}$  и, наконец, время  $t$ . Ниже мы увидим, что зависимость многочастичных волновых функций от спиновых переменных в квантовой теории систем частиц играет принципиальную роль.

Физический смысл многочастичной волновой функции такой же, как и одночастичной. Так, величина

$$\omega(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t) = |\Psi(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t)|^2$$

является плотностью распределения координат и  $z$ -компонент спинов частиц в момент времени  $t$ . Поэтому в момент времени  $t$  конфигурация частиц, в которой первая частица находится в объеме  $dV_1 = dx_1 dy_1 dz_1$  из окрестности точки  $\mathbf{r}_1 = \{x_1, y_1, z_1\}$  и имеет  $z$ -компоненту спина, равную  $S_{1z}$ , вторая частица находится в объеме  $dV_2 = dx_2 dy_2 dz_2$  из окрестности точки  $\mathbf{r}_2 = \{x_2, y_2, z_2\}$  и имеет  $z$ -компоненту спина, равную  $S_{2z}$ , и т. д. возникает с вероятностью

$$\omega(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t) dV_1 \dots dV_N = |\Psi(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t)|^2 dx_1 \dots dz_N.$$

Условие нормировки для многочастичной волновой функции частиц со спинами имеет вид

$$\sum_{S_{1z} \dots S_{Nz}} \int |\Psi(\mathbf{r}_1, S_{1z}, \dots, \mathbf{r}_N, S_{Nz}, t)|^2 dx_1 \dots dz_N = 1.$$

Здесь суммирование производится по всем ориентациям спинов частиц (суммирование отсутствует, если система состоит из бесспиновых частиц).

Важная особенность квантовой теории систем частиц состоит в том, что в этой теории понятие волновой функции относится только ко всей системе частиц. Каждая отдельная частица в общем случае не находится в определенном квантовом состоянии, т. е. не может быть охарактеризована своей волновой функцией, зависящей только от переменных, относящихся к данной частице. Отметим также, что многочастичная волновая функция совсем утрачивает сходство с классической волной, которая всегда зависит только от времени и только от координат одной точки пространства.

В дальнейшем удобно сократить запись переменных волновой функции. Для этого обозначим одной буквой  $\xi_j$  совокупность четырех величин  $x_j, y_j, z_j$  и  $S_{jz}$ , где  $j$  пробегает значения  $1, 2, \dots$ . Многочастичная волновая функция  $\Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, t)$  удовлетворяет многочастичному уравнению Шрёдингера, которое является обобщением одночастичного уравнения (26.15) и имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\xi_1 \dots \xi_N, t)}{\partial t} = \sum_{j=1}^N -\frac{\hbar^2}{2m_j} \Delta_j \Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, t) + \sum_{j=1}^N U_j(\xi_j) \Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, t) + \sum_{j \neq k}^N U_{jk}(\xi_j, \xi_k) \Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, t). \quad (26.36)$$

Здесь  $m_j$  — масса частицы  $j$ , а  $U_j(\xi_j)$  — энергия ее взаимодействия с внешним полем. Через  $\Delta_j$  обозначен оператор Лапласа:

$$\Delta_j = \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_j^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_j^2}.$$

Величина  $U_{jk}(\xi_j, \xi_k)$  является энергией взаимодействия частиц  $j$  и  $k$  друг с другом. Уравнение (26.36) имеет первый порядок по времени. Поэтому в начальный момент достаточно задать только величину  $\Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, 0)$ , т. е. начальное состояние системы. По этому состоянию, пользуясь уравнением движения (26.36)

и граничными к нему условиями, можно определить состояние системы в любой последующий момент времени.

2. Система квантовых частиц обладает свойствами, не имеющими аналога не только в классической физике, но и в квантовой механике одной частицы, если в состав системы входят одинаковые частицы, т. е. такие, у которых одинаковы все массы, заряды и все другие внутренние характеристики. Одинаковы, например, все электроны и все фотоны.

Специфическая особенность квантовой теории систем частиц заключается в *принципиальной неразличимости* или *тождественности* одинаковых частиц. У этого свойства нет аналога в классической физике, поскольку для неквантовой частицы всегда имеет смысл понятие ее состояния, которое в каждый момент времени задается координатами и импульсом этой частицы в данный момент времени. Поэтому одинаковые классические частицы в любых ситуациях отличимы друг от друга по их состояниям. Рассортировав частицы по начальным состояниям, в дальнейшем за каждой из них можно проследить по её траектории. Таким образом, одинаковые классические частицы обладают индивидуальностью, и поэтому классическая механика систем одинаковых частиц принципиально ничем не отличается от классической механики систем, состоящих из различных частиц.

В квантовой физике одинаковые частицы теряют свою индивидуальность, так как движутся не по траекториям и, следовательно, проследить за каждой из них в принципе невозможно. Проиллюстрируем это на примере системы из двух одинаковых частиц, движущихся только вдоль одной оси  $x$ . Предположим, что в начальный момент времени  $t = 0$  частицы удалось рассортировать по их координатам, которые были определены с перекрывающимися неточностями, соответственно,  $\Delta x_1(0)$  и  $\Delta x_2(0)$  (рис. 26.12). При этом, согласно соотношению неопределенностей импульс — координата, начальный импульс первой

частицы можно определить только с точностью  $\hbar/\Delta x_1(0)$ , а второй — только с точностью  $\hbar/\Delta x_2(0)$ . Поэтому в момент времени  $t$ , достаточно близкий к начальному, неопределенности в значениях координат

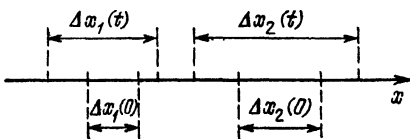


Рис. 26.12.

возрастут до величин порядка  $\Delta x_1(t) = \Delta x_1(0) + \hbar t / \Delta x_1(0) m$  и  $\Delta x_2(t) = \Delta x_2(0) + \hbar t / \Delta x_2(0) m$  (рис. 26.12), если масса каждой частицы равна  $m$ . Возрастая, неопределенности в значениях координат частиц в конце концов перекроются, что произойдет тем скорее, чем точнее были определены положения частиц в начальный момент времени. Очевидно, что при регистрации какой-то одной частицы в области перекрывания неопределенностей



координат частиц невозможно определить, какую именно из частиц зафиксировало регистрирующее устройство. Индивидуальность частиц таким образом утрачивается.

3. Из принципиальной неразличимости одинаковых частиц следует, что перестановка любых двух одинаковых частиц не влияет ни на одну из физических величин, характеризующих систему. Это означает, что при перестановке квантовых частиц не изменяется ни одна из квантовомеханических вероятностей. Рассмотрим, к каким последствиям это приводит.

Произведем перестановку пары любых аргументов из  $\xi_1, \dots, \xi_N$  у волновой функции  $\Psi(\xi_1, \dots, \xi_N, t)$  системы  $N$  одинаковых частиц. Полученную в результате перестановки новую волновую функцию обозначим через  $\Psi'$ . Плотность вероятности  $|\Psi'|^2$  будет равна плотности вероятности  $|\Psi|^2$ , если волновая функция  $\Psi'$  отличается от исходной волновой функции  $\Psi$  множителем  $e^{i\alpha}$ , где  $\alpha$  — вещественное число. Переставим те же аргументы еще раз. Тогда, с одной стороны, мы вернемся к исходной волновой функции  $\Psi$ , а с другой стороны, получим ее же, но умноженную на  $e^{2i\alpha}$ . Следовательно, должно быть  $e^{2i\alpha} = 1$  или  $e^{i\alpha} = \pm 1$ . Мы видим, что перестановка любой пары частиц либо оставляет волновую функцию системы одинаковых частиц неизменной, либо меняет ее знак. В первом случае волновая функция называется *симметричной*, а во втором случае — *антисимметричной*. Симметричные функции не изменяются при любой перестановке координат и проекций спинов частиц, а антисимметричные меняют знак при нечетном числе таких перестановок.

Симметрия волновой функции системы одинаковых частиц сохраняется во времени. Поэтому тип симметрии волновой функции является свойством только самих частиц. Следовательно, *только симметричные или антисимметричные решения многочастичных уравнений Шрёдингера описывают состояния систем одинаковых частиц, существующих в природе.*

Докажем сохранение типа симметрии волновой функции. Если частицы одинаковы, то  $m_j = m$  и одинаковы все спины. Вид функций  $U_j$  и  $U_{jk}$  от  $j$  и  $k$  не зависит. Поэтому мы положим  $U_j = U_1$  и  $U_{jk} = U_2$ . Кроме того, при всех  $j$  и  $k$  должно быть

$$U_2(\xi_j, \xi_k) = U_2(\xi_k, \xi_j).$$

Из перечисленного следует, что при любой перестановке частиц не изменяются ни оператор

$$-\sum_j \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_j,$$

ни потенциальная энергия системы

$$\sum_j U_1(\xi_j) + \sum_{j,k} U_2(\xi_j, \xi_k).$$

Поэтому для системы одинаковых частиц правая часть уравнения Шрёдингера обладает той же симметрией относительно перестановок частиц, что и волновая функция системы. Следовательно, та же симметрия будет и производной по времени этой волновой функции, входящей в левую часть уравнения Шрёдингера. Если же величины  $\Psi$  и  $\partial\Psi/\partial t$  имеют одинаковую симметрию, то при движении эта симметрия сохраняется, что и требовалось доказать.

4. Сначала опытным путем была установлена, а затем в 1940 г. В. Паули теоретически обоснована зависимость типа симметрии волновых функций системы одинаковых частиц от спина частиц. Эта зависимость является фундаментальным законом квантовой механики и состоит в том, что

*системы одинаковых частиц с целыми спинами описываются только симметричными волновыми функциями. Антисимметричные волновые функции характеризуют состояния только систем частиц с полуцелыми спинами.*

Из-за этого зависимость многочастичных волновых функций от спинов частиц всегда существенна даже в тех случаях, когда силовое взаимодействие между частицами оказывается настолько слабым, что с высокой точностью этим взаимодействием можно пренебречь. Поэтому спин микроскопической частицы является ее важнейшей характеристикой. В частности, от спинов частиц зависят статистические свойства многочастичных квантовых систем. Эти свойства впервые были исследованы Ш. Бозе и А. Эйнштейном в 1924 г. для систем, состоящих из частиц с целочисленным спином, а Э. Ферми и П. Дираком в 1926 г. для систем, образованных частицами с полуцелым спином. С тех пор за частицами с целочисленными спинами утвердилось общее название *бозонов*, а частицы с полуцелыми спинами стали называться *фермионами*. Бозонами являются, например, фотоны, фононы, пионы, а фермионами — электроны, протоны, нейтроны. Статистические свойства бозонов будут рассмотрены на примере фононов в гл. 28 и фотонов в гл. 29, а статистические свойства фермионов — в гл. 28 на примере электронов.

В приближении невзаимодействующих частиц антисимметрия волновых функций одинаковых фермионов означает, что

*два и более одинаковых фермиона не могут находиться в одинаковых состояниях.*

В этом заключается элементарная формулировка *принципа запрета Паули*. Этот принцип доказывается так. Если частицы не взаимодействуют друг с другом, то каждая из них описывается своим уравнением Шрёдингера и имеет свою волновую функцию.

Рассмотрим два невзаимодействующих фермиона. Пусть один из них находится в состоянии  $\Psi_\alpha(\xi_1, t)$ , а другой — в состоянии  $\Psi_\beta(\xi_2, t)$ . Состояние системы этих частиц характеризуется волновой функцией  $\Psi(\xi_1, \xi_2, t)$ , равной произведению  $\Psi_\alpha(\xi_1, t)$  и  $\Psi_\beta(\xi_2, t)$ , которое из-за того, что эти частицы являются фермио-

нами, должно быть антисимметризовано по аргументам  $\xi_1$  и  $\xi_2$ . Следовательно,

$$\Psi(\xi_1, \xi_2, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \Psi_\alpha(\xi_1, t) \Psi_\beta(\xi_2, t) - \Psi_\alpha(\xi_2, t) \Psi_\beta(\xi_1, t) \}^*.$$

Если  $\alpha = \beta$ , то состояния невзаимодействующих фермионов одинаковы. Но в этом случае волновая функция их системы  $\Psi(\xi_1, \xi_2, t)$  равна нулю. Это означает, что на самом деле невзаимодействующие фермионы не могут находиться в одинаковых состояниях, что и требовалось доказать.

Отметим, что в общем случае, т. е. при наличии взаимодействия фермионов, принципом Паули (неэлементарная формулировка) называется требование антисимметрии волновых функций относительно перестановок одинаковых фермионов.

---

\*) Коэффициент  $1/\sqrt{2}$  вводится для того, чтобы функция  $\Psi(\xi_1, \xi_2, t)$  была нормирована так же, как нормированы одночастичные волновые функции.

## СТРУКТУРА АТОМОВ. АТОМНЫЕ СПЕКТРЫ ИСПУСКАНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

### § 27.1. Атом водорода

1. Задачей этой главы является построение и исследование картины квантового внутриатомного движения. Сначала перечислим и поясним общие свойства атомов, которые при решении этой задачи учитываются

Атомное ядро значительно тяжелее всех электронов атома. Поэтому движение ядра практически совпадает с поступательным движением всего атома, а внутриатомным является только движение электронов вокруг ядра. Для исследования этого движения естественной является система отсчета, начало которой связано с ядром атома. В этой системе ядро будет неподвижным источником силового поля, в котором движутся атомные электроны.

Скорости электронов в атоме нерелятивистские, по порядку величины сравнимые с  $0^{-2}c$ , где  $c$  — скорость света в вакууме. Поэтому в атоме главным является электрическое, т. е. кулоновское взаимодействие электронов с ядром и друг с другом, которое на несколько порядков сильнее взаимодействия магнитных моментов атомных частиц друг с другом и с магнитным полем токов, образованных движением электронов вокруг ядра.

Мы видим, что для построения и исследования картины квантового движения в атоме необходимо решить (или хотя бы исследовать) уравнение Шрёдингера (26.36) для электронов атома, пожив в этом уравнении

$$U_j = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zq_0^2}{r_j}, \quad U_{jk} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0^2}{r_{jk}}$$

и  $N = Z$ , где  $Z$  — порядковый номер атома в периодической системе химических элементов. Величина  $r_j$  является расстоянием между электроном  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) и ядром, а  $r_{jk}$  является расстоянием между электронами  $j$  и  $k$  ( $i \neq k$  и каждое из них пробегает значения от 1 до  $Z$ ).

Так как атом имеет конечный размер, то волновые функции электронов подчиняются условию достаточно быстрого убывания при возрастании любого  $r_j$ .

Уравнение Шрёдингера с энергией электрического взаимодействия атомных частиц не содержит их спинов. Поэтому по отдельности сохраняются момент, обусловленный орбитальным движением электронов вокруг ядра, и спиновый момент атома. Соответственно, электронная волновая функция распадается на произведение координатной и спиновой волновых функций, из которых уравнением Шрёдингера определяется только первая.

Запись уравнения Шрёдингера с энергией кулоновского взаимодействия упрощается после обозначения через  $e$  величины  $q_0/\sqrt{4\pi\epsilon_0}$ , где  $q_0$  — величина элементарного заряда в системе СИ. После этого в уравнении исчезает коэффициент  $1/4\pi\epsilon_0$ . Величина  $e$  равна элементарному электрическому заряду в системе СГС. Мы видим, что эта система единиц является естественной для атомной физики. Она является естественной также для физики твердого тела и ядерной физики. Поэтому в дальнейшем мы перейдем к единицам системы СГС.

2. Рассмотрим простейший атом. Это атом водорода, для которого  $Z = 1$ . В атоме водорода единственный электрон движется в кулоновском поле ядра и обладает потенциальной энергией

$$U(r) = -e^2/r.$$

Координатная волновая функция  $\psi(r)$  стационарного состояния электрона в атоме водорода с энергией  $\mathcal{E}$  будет решением уравнения Шрёдингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta\psi(r) - \frac{e^2}{r} \psi(r) = \mathcal{E}\psi(r), \quad (27.1)$$

достаточно быстро убывающим при возрастании  $r$ . Нахождение волновых функций  $\psi(r)$  является математической задачей из теории дифференциальных уравнений в частных производных. Полное изложение решения этой задачи выходит за рамки настоящего курса. Поэтому мы ограничимся тем, что приведем результат решения, поясним его физический смысл и подтвердим справедливость изложенного на примере наиболее простых сферически-симметричных состояний электрона.

Решения уравнения (27.1), убывающие при возрастании  $r$ , существуют только при

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_n = -J_n/n^2, \quad (27.2)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , а

$$J_n = m_e e^4 / 2\hbar^2. \quad (27.3)$$

Набор дискретных значений энергии (27.2) образует энергетический спектр атома водорода. Характеризующее уровни этого

спектра число  $n$  называется *главным квантовым числом*. Энергетический спектр (27.2) изображен на рис. 27.1, на котором приведен также график потенциальной энергии электрона. Мы видим, что при сообщении электрону энергии  $\mathcal{E} > J_N$  электрон покидает кулоновскую яму. Следовательно,  $J_N$  является ионизационным потенциалом атома водорода. Величина (27.3) с очень хорошей точностью совпадает со значением, установленным экспериментальным путем. Сравнение (27.3) с (25.23) показывает, что для водорода оценка ионизационного потенциала с помощью соотношения неопределенностей импульс — координата дает точный результат.

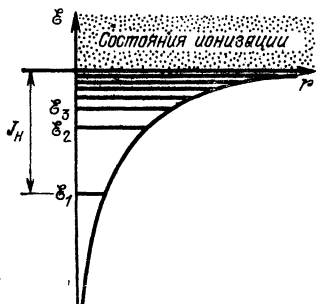


Рис. 27.1.

Координатная волновая функция электрона  $\psi(\mathbf{r})$  определяется тремя квантовыми числами: главным квантовым числом  $n$ , орбитальным квантовым числом  $l$ , которое при заданном  $n$  принимает  $n$  значений:

$$l = 0, 1, \dots, n - 1, \quad (27.4)$$

и магнитным квантовым числом  $m_l$ , которое при заданном  $l$  пробегает  $2l + 1$  значений:

$$m_l = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l. \quad (27.5)$$

Числа  $l$  и  $m_l$  появляются в связи с тем, что момент импульса электрона в кулоновском поле, которое является центрально-симметричным, сохраняется. Поэтому стационарные состояния электрона в атоме водорода отличаются друг от друга значением момента импульса электрона и его ориентацией, т. е. числами  $l$  и  $m_l$ .

Числа  $n$ ,  $l$  и  $m_l$  будем указывать как индексы у волновой функции, записывая ее так:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{n, l, m_l}(\mathbf{r}).$$

В основном состоянии  $n = 1$  и  $l = m_l = 0$ . Волновая функция основного состояния равна

$$\psi_{1, 0, 0}(\mathbf{r}) = \text{const } e^{-r/r_0}, \quad (27.6)$$

где  $r_0 = \hbar^2 / m_e e^2 \simeq 0,53 \text{ \AA}$  — боровский радиус (см. также (25.22)). Состояние  $\psi_{1, 0, 0}(\mathbf{r})$  сферически-симметрично. Поэтому согласно (26.18) и (26.20) в этом состоянии расстояния  $r$  от электрона до ядра распределены с плотностью

$$\omega(r) \sim r^2 e^{-2r/r_0}.$$

Плотность  $\omega(r)$  имеет максимум, в котором

$$d\omega/dr \sim 2r e^{-2r/r_0} (1 - r/r_0) = 0.$$

Мы видим, что максимум достигается при расстоянии от электрона до ядра, равном  $r_0$ . Следовательно, в основном состоянии атома водорода наиболее вероятным расстоянием от электрона до ядра является расстояние, равное боровскому радиусу. В этом заключается точный смысл боровского радиуса.

Квантовые числа  $n$ ,  $l$  и  $m_l$  еще не определяют полностью состояния электрона, у которого есть спин. Спиновая степень свободы электрона характеризуется магнитным спиновым числом  $m_\sigma$ , принимающим два значения

$$m_\sigma = -1/2, 1/2. \quad (27.7)$$

Совместно четыре квантовых числа  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  и  $m_\sigma$  задают состояние электрона в атоме водорода. Не случайно количество этих чисел равно четырём. Так как у электрона есть спин, то число степеней свободы электрона на единицу больше, чем число степеней свободы неквантовой частицы, равное трем.

3. Последовательно рассмотрим задачу о сферически-симметричных состояниях электрона в атоме водорода. Эти состояния существуют, поскольку кулоновское поле, в котором электрон движется в атоме водорода, центрально-симметрично.

Согласно (26.18), (26.19) и (27.1) сферически-симметричная волновая функция электрона  $\psi(r) = \chi(r)/\sqrt{4\pi r}$ , где функция  $\chi(r)$  удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2\chi(r)}{dr^2} - \frac{e^2}{r} \chi(r) = \mathcal{E} \chi(r). \quad (27.8)$$

Перейдем в этом уравнении к безразмерной переменной  $\rho = r/r_0$ , где  $r_0$  — боровский радиус, и к безразмерной энергии  $\epsilon = \mathcal{E}/J_H$  с  $J_H$  из (27.3). В результате уравнение (27.8) становится таким:

$$\frac{d^2\chi}{d\rho^2} + \left(\epsilon + \frac{2}{\rho}\right) \chi = 0. \quad (27.9)$$

Будем искать решение уравнения (27.9) в виде произведения

$$\chi = e^{-\alpha\rho} f(\rho), \quad (27.10)$$

в котором  $\alpha$  — положительная постоянная. Ее значение определим из условия максимальной простоты уравнения для функции  $f$ . Подставляя (27.10) в (27.9), для функции  $f$  получим

$$\frac{d^2f}{d\rho^2} - 2\alpha \frac{df}{d\rho} + \left(\frac{2}{\rho} + \epsilon + \alpha^2\right) f = 0.$$

Это уравнение упростится, если положить

$$\alpha^2 = -\epsilon. \quad (27.11)$$

При таком значении  $\alpha^2$

$$\frac{d^2f}{d\rho^2} - 2\alpha \frac{df}{d\rho} + \frac{2}{\rho} f = 0. \quad (27.12)$$

Решение уравнения (27.12) ищем в виде ряда по степеням  $\rho$ :

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \rho^k. \quad (27.13)$$

Подставляя (27.13) в (27.12), получаем

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(k-1) a_k \rho^{k-2} - \sum_{k=1}^{\infty} 2(\alpha k - 1) a_k \rho^{k-1} = 0.$$

Первый член в первой сумме равен нулю. Поэтому в этой сумме индекс суммирования  $k$  можно заменить на  $k+1$  и считать, что после такой замены индекс  $k$  по-прежнему изменяется от 1 до  $\infty$ . Тогда обе суммы объединяются в одну:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \{k(k+1) a_{k+1} - 2(\alpha k - 1) a_k\} \rho^{k-1} = 0.$$

Это равенство выполняется при всех  $\rho$ , если коэффициент при каждой степени  $\rho$  порознь от остальных равен нулю. Поэтому ряд (27.13) будет решением уравнения (27.12), если

$$a_{k+1} = \frac{2(\alpha k - 1)}{k(k+1)} a_k.$$

Учтем требование убывания функции  $\chi$  на бесконечности. Это требование выполняется, если ряд (27.13) конечен, т.е. если, начиная с некоторого  $k$ , все коэффициенты  $a_k$  обращаются в нуль. Действительно, в противном случае при больших  $k$  главную роль в (27.13) будут играть члены ряда с  $k \gg 1$ . При  $k \gg 1$

$$a_{k+1} \approx \frac{2\alpha}{k} a_k,$$

откуда следует, что

$$a_{k+1} \approx \frac{(2\alpha)^k}{k!} a_1.$$

Такие значения имеют коэффициенты разложения в степенной ряд величины  $a_1 e^{2\alpha\rho}$ . Мы видим, что бесконечный ряд (27.13) при больших  $\rho$  ведет себя как  $e^{2\alpha\rho}$ . Поэтому согласно (27.10) при тех же  $\rho$  функция  $\chi$  будет возрастать как  $e^{\alpha\rho}$ , что физического смысла не имеет.

Ряд (27.13) конечен, если

$$\alpha = 1/n,$$

где  $n = 1, 2, \dots$  При этом условии для коэффициентов ряда (27.13) будет

$$a_{k+1} = \frac{2(k/n - 1)}{k(k+1)} a_k.$$

Отсюда видно, что при заданном  $n$

$$a_{n+1} = a_{n+2} = \dots = 0.$$

При  $\alpha = 1/n$  из (27.11) и определения безразмерной энергии  $\epsilon$  получается энергетический спектр (27.2). При каждом  $n$  уравнение (27.8) имеет одно решение:

$$\chi = \chi_n(r) = e^{-\rho/n} \sum_{k=1}^n a_k \rho^k,$$

где коэффициенты  $a_k$  связаны друг с другом так, как это мы только что установили. Таким образом, волновая функция сферически-симметричного



состояния электрона в атоме водорода с энергией  $\mathcal{E}_n$  равна

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\chi_n(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} e^{-r/r_0} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k)^k}{r^k} r^{k-1}. \quad (27.14)$$

Здесь мы вернулись к переменной  $r = r_0 \rho$ . Положив в (27.14)  $n = 1$ , получаем волновую функцию (27.6) основного состояния электрона ( $\text{const} = a_1/\sqrt{4\pi r_0}$ ).

Подчеркнем, что в сферически-симметричных состояниях электрон не обладает моментом импульса, так что в любом из этих состояний  $l = m_l = 0$ . Действительно, если  $l \neq 0$ , то существует система отсчета, в которой момент импульса электрона будет составлять с осью  $z$  угол, не равный  $90^\circ$ , и, следовательно,  $m_l \neq 0$ . В этой системе отсчета волновая функция электрона зависит от азимутального угла  $\varphi$  направления на электрон как  $e^{im_l\varphi}$  (см. § 26.5 и в нем рис. 26.9). Такая волновая функция не является сферически-симметричной. Эта симметрия будет только при  $l = m_l = 0$ . Поэтому развернутым обозначением волновой функции (27.14) должно быть  $\psi_{n, 0, 0}(r)$ .

4. Сходными с водородом свойствами обладают водородоподобные ионы. Любой из них состоит из ядра с зарядом  $Ze$  и одного электрона. Соответственно, энергетический спектр водородоподобного иона получается из (27.2) умножением на  $Z^2$ :

$$\mathcal{E}_n = -Z^2 J_{\text{H}}/n^2,$$

а размер иона оказывается в  $Z$  раз меньше боровского радиуса:

$$r_0(Z) = \frac{1}{Z} r_0$$

Эти изменения происходят из-за того, что в водородоподобном ионе электрон притягивается к ядру в  $Z$  раз сильнее, чем в атоме водорода. В остальном движение электрона остается сходным с движением в атоме водорода. Состояние электрона задается четверкой квантовых чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  и  $m_\sigma$ . Первые три числа являются целыми и такими, что  $l \leq n-1$ ,  $|m_l| \leq l$ . Число  $m_\sigma$  принимает два значения:  $m_\sigma = 1/2$  и  $m_\sigma = -1/2$ . Энергия состояния  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$ ,  $m_\sigma$  зависит только от  $n$  и не зависит от  $l$ ,  $m_l$  и  $m_\sigma$ .

## § 27.2. Атомы с двумя и более электронами

1. Уравнение Шрёдингера для атома с двумя и более электронами точно не решается. Поэтому свойства этих атомов описываются приближенно. Один из распространенных приближенных методов квантовой механики основан на введении *самосогласованного поля*. Этот метод позволяет свести многочастичную задачу к одночастичной, что делается следующим образом. Предполагается, что у каждой частицы есть своя волновая функция. Эта волновая функция является решением одночастичного уравнения Шрёдингера с потенциальной энергией, которая получается усреднением взаимодействия одной частицы с другими

по всем состояниям других частиц. Поле, в котором частица имеет такую потенциальную энергию, называется самосогласованным, так как, с одной стороны, от него зависят одночастичные волновые функции, а с другой стороны, эти же волновые функции нужны для нахождения поля.

В атоме, который находится в основном состоянии или не слишком сильно возбужден, электрические заряды распределены почти сферически-симметрично. Поэтому в таком атоме самосогласованное поле его электронов с хорошей точностью является сферически-симметричным, так что потенциальная энергия электрона в атоме будет зависеть только от расстояния  $r$  между электроном и ядром\*).

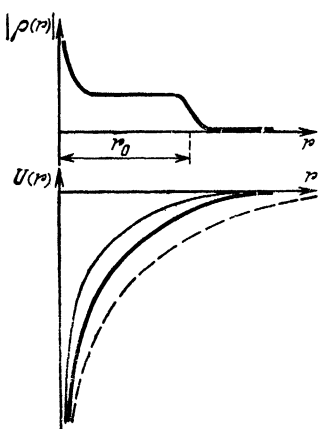


Рис. 27.2.

Обозначим потенциальную энергию электрона в самосогласованном поле атома через  $U(r)$ , где  $r$  — расстояние от электрона до ядра. График  $U(r)$  показан на рис. 27.2, на котором он изображен внизу жирной линией. На этом же рисунке сверху приведен график величины  $|\rho(r)|$ , где  $\rho$  — плотность электрических зарядов в атоме,  $r_0$  — радиус атома.

Если распределение зарядов является сферически-симметричным, то на расстоянии  $r$  от центра этого распределения электрическое поле создают только те заряды, которые находятся внутри сферы радиуса  $r$ \*\*). При  $r \ll r_0$ , т. е. вблизи ядра, главным будет взаимодействие с ядром, так что в этой области для атома с порядковым номером  $Z$

$$U(r) \approx -\frac{Ze^2}{r}, \quad r \ll r_0. \quad (27.15)$$

На рис. 27.2 график этой функции отмечен пунктирной линией. При  $r > r_0$  на любой электрон действует не только ядро, но и все остальные электроны. Поэтому при достаточно больших  $r$  будет

$$U(r) \approx -\frac{Ze^2}{r} + \frac{(Z-1)e^2}{r} = -\frac{e^2}{r}, \quad r > r_0. \quad (27.16)$$

\*) В эту энергию, конечно, входит и энергия кулоновского взаимодействия электрона с ядром.

\*\*) Поток центрально-симметричного поля  $\mathbf{E}(r) = E_n(r)r/r$  через поверхность сферы радиуса  $r$ , центр которой расположен в точке  $r=0$ , равный  $E_n(r)4\pi r^2$  (где  $E_n(r)$  — величина нормальной составляющей поля к поверхности сферы), согласно теореме Гаусса пропорционален суммарному заряду в объеме этой сферы.

На рис. 27.2 график этой функции изображен сплошной тонкой линией. В промежуточной области, т. е. на расстояниях  $r < r_0$ , сравнимых с  $r_0$ , потенциальная энергия  $U(r)$  плавно переходит от (27.15) к (27.16). Мы видим, что потенциальная энергия электрона в самосогласованном поле атома такая же, как в атоме водорода, если электрон выходит за пределы атома, и в  $Z$  раз больше, чем в атоме водорода, если электрон находится около атомного ядра.

2. В приближении охарактеризованного выше самосогласованного поля одночастичные электронные состояния в любом атоме определяются той же самой четверкой квантовых чисел, что и в атоме водорода, т. е. главным квантовым числом  $n$ , орбитальным числом  $l$ , магнитным числом  $m_l$  и магнитным спиновым числом  $m_s$ . Эти числа с ограничениями на них  $l \leq n - 1$  и  $m_l < l$  возникают при решении уравнения Шрёдингера для электрона с потенциальной энергией  $U(r)$ , которую мы рассмотрели, и с граничным условием, требующим убывания волновой функции электрона до нуля при неограниченном увеличении  $r$ . Отличие от атома водорода заключается в том, что решение уравнения Шрёдингера для электрона с потенциальной энергией

$$U(r) \neq \alpha/r,$$

где  $\alpha = \text{const}$ , приводит к зависимости энергии электрона от двух квантовых чисел  $n$  и  $l$ . Зависимость от  $l$ , однако, более слабая, чем от  $n$ . Характер зависимости от  $l$  такой: при заданном  $n$  энергия растет с увеличением  $l$ .

Электронные уровни  $\mathcal{E}_{n,l}$  образуют спектр *оболочечного типа*. *Оболочкой* называется группа состояний, близких друг к другу по энергии. Электроны из одной оболочки отличаются друг от друга по энергии гораздо меньше, чем электроны из различных оболочек. Спектр оболочечного типа показан на рис. 27.3.

Общим свойством всех атомов является отсутствие взаимно однозначного соответствия между энергетическими уровнями и состояниями электронов. Этого соответствия нет из-за того, что уровни определяются двойкой квантовых чисел  $n$  и  $l$ , а состояние задается четверкой чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m_l$  и  $m_s$ . Поэтому в атоме всегда есть разные состояния с одной и той же энергией. Например, электрон обладает одинаковой энергией в состояниях  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m_l = 0$ ,  $m_s = +1/2$  и  $n = 1$ ,  $l = 0$ ,  $m_l = 0$ ,  $m_s = -1/2$ . В квантовой механике существование более чем одного состояния с одной и той же энергией называется *вырождением*. Соответственно, говорят, что в атоме энергетиче-

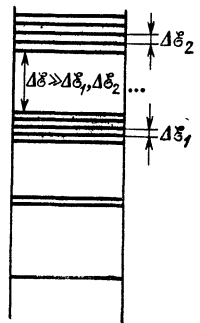


Рис. 27.3.

ский уровень электрона является *вырожденным* по квантовому числу  $m_\sigma$ , а если  $l \neq 0$ , то при  $Z > 1$  также и по квантовому числу  $m_l$  \*).

3. По мере развития физики атома образовалось несколько систем обозначений для различных групп одночастичных электронных состояний. Все эти обозначения часто употребляются в литературе. Поэтому мы остановимся на них подробно.

Состояния с одним и тем же значением главного квантового числа  $n$  обозначаются заглавными латинскими буквами, по алфавиту, начиная с  $K$ :

$$K, L, M, N.$$

Каждая из таких групп называется *слоем*. Часто вместо термина «слой» используется название «оболочка», что, как мы увидим ниже, не совсем оправдано. По определению  $K$ -слой содержит все состояния с  $n = 1$ ,  $L$ -слой — все состояния с  $n = 2$ ,  $M$ -слой — все состояния с  $n = 3$  и т. д.

Найдем число  $\beta(n)$  состояний в слое с главным квантовым числом  $n$ . В этом слое имеется  $n$  состояний, отличающихся значениями орбитального числа  $l$ . Состояния с одними и теми же  $n$  и  $l$  отличаются значениями магнитного числа  $m_l$ , принимающего  $2l + 1$  значений. Кроме того, при фиксированных  $n$ ,  $l$  и  $m_l$  магнитное спиновое число  $m_\sigma$  может принимать два значения. Поэтому

$$\beta(n) = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1).$$

Применяя формулу для суммы членов арифметической прогрессии

$$\sum_{l=0}^{n-1} l = \frac{n(n-1)}{2},$$

находим

$$\beta(n) = 2n^2. \quad (27.17)$$

Таким образом, в  $K$ -слое имеется только два состояния,  $L$ -слой содержит уже 8 состояний,  $M$ -слой — 18 и т. д.

Для обозначения состояний с различными значениями орбитального числа  $l$  используются строчные латинские буквы, располагаемые в порядке  $s$ ,  $p$ ,  $d$ ,  $f$ ,  $g$  и далее по латинскому алфавиту \*\*). По определению в  $s$ -состояниях  $l = 0$ , в  $p$ -состояниях  $l = 1$ , в  $d$ -состояниях  $l = 2$  и т. д.

\*) Исключением является атом водорода. В этом атоме есть дополнительное вырождение по числу  $l$ , от которого энергия атома также не зависит.

\*\*) Сейчас уже мало кто помнит происхождение этих обозначений. Они связаны с английскими словами «sharp» — острый, «principal» — главный, «diffuse» — диффузный, «fundamental» — основной, которыми в прошлом назывались серии линий излучения атомов.

Для состояний с фиксированными квантовыми числами  $n$  и  $l$  используются обозначения типа  $1s$ ,  $2s$ ,  $2p$  и т. д.: значение  $n$  указывается цифрой, справа от которой ставится буква, указывающая значение числа  $l$ . В каждой такой группе имеется  $2(2l + 1)$  состояний, которые отличаются друг от друга значениями магнитного числа  $m_l$ , пробегающего  $2l + 1$  значений от  $-l$  до  $l$ , и при фиксированном  $m_l$  — значениями магнитного спинового числа, пробегающего только два значения:  $m_s = 1/2$  и  $m_s = -1/2$ . Например, у каждого состояния из группы  $1s$  орбитальное квантовое число  $l = 0$ , так что группа  $1s$  содержит только два состояния. В этих состояниях

$$n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = 1/2,$$

$$n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = -1/2.$$

Группа  $2s$  также содержит два состояния, поскольку в ней тоже  $l = 0$ . Группа  $2p$  имеет уже  $2(2 \cdot 1 + 1) = 6$  состояний. Перечислим их:

$$n = 2, l = 1, m_l = 1, m_s = 1/2,$$

$$n = 2, l = 1, m_l = 1, m_s = -1/2,$$

$$n = 2, l = 1, m_l = 0, m_s = 1/2,$$

$$n = 2, l = 1, m_l = 0, m_s = -1/2,$$

$$n = 2, l = 1, m_l = -1, m_s = 1/2,$$

$$n = 2, l = 1, m_l = -1, m_s = -1/2.$$

Число состояний в разных группах указано в табл. 18.

Таблица 18

Группы состояний	$1s, 2s, 3s, \dots$	$2p, 3p, \dots$	$3d, 4d, \dots$	$4f, \dots$
Число состояний в группе	2	6	10	14

Свяжем, наконец, группы состояний с фиксированными  $n$  и  $l$  со слоями. Согласно их определениям  $K$ -слой содержит  $1s$ -состояния,  $L$ -слой содержит  $2s + 2p$ -состояния,  $M$ -слой содержит  $3s + 3p + 3d$ -состояния и т. д.

4. Рассмотрим основные состояния атомов с  $Z > 1$ . В основном состоянии энергия атома минимальна. Но все электроны атома не могут собраться в одном состоянии с наименьшей энергией  $\mathcal{E}_{1,0}$ , так как это запрещено принципом Паули. В соответствии с этим принципом основное состояние атома образуется в результате последовательного заполнения электронных

оболочек, начиная с низшей. Распределение электронов по одночастичным состояниям называется *электронной конфигурацией*. Получаемые при заполнении электронные конфигурации обозначаются символами типа  $1s^2 2s^2 2p^6 3s$ . Здесь цифры, стоящие над  $s$  и  $p$  справа, указывают число электронов, находящихся в группах состояний  $1s$ ,  $2s$ ,  $2p$  и  $3s$ . Оболочка, нацело заполненная электронами, называется *замкнутой*.

Низшая, или первая, оболочка состоит всего из двух состояний  $1s$ . Эта оболочка становится замкнутой в атоме гелия  $\text{He}$  ( $Z = 2$ ), электронной конфигурацией которого является  $1s^2$ . Во второй оболочке имеется 8 состояний, из которых 2 состояния  $2s$  и 6 состояний  $2p$ . Заполнение второй оболочки заканчивается на неоне  $\text{Ne}$  ( $Z = 10$ ), который имеет электронную конфигурацию  $1s^2 2s^2 2p^6$ . Мы видим, что пока оболочки совпадали со слоями. Поэтому первую оболочку часто называют  $K$ -оболочкой, а вторую —  $L$ -оболочкой. Но уже в третьей оболочке это соответствие нарушается. Третья оболочка содержит 8 состояний  $3s$  и  $3p$ . Заполнение этой оболочки завершается на аргоне  $\text{Ar}$  ( $Z = 18$ ), который имеет электронную конфигурацию  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ . Принадлежащие третьему  $M$ -слою состояния  $3d$ , в которых у электрона сравнительно большой орбитальный момент, вместе с состояниями  $4s$  и  $4p$  образуют четвертую оболочку, содержащую 18 состояний. Четвертая оболочка заполняется в криптоне  $\text{Kr}$  ( $Z = 36$ ), у которого электронная конфигурация имеет вид  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$ . Укажем далее кратко, что атомом с замкнутой пятой оболочкой является ксенон  $\text{Xe}$  ( $Z = 54$ ), а атомом с замкнутой шестой оболочкой — родон  $\text{Rn}$  ( $Z = 86$ ).

Все атомы с замкнутыми оболочками образуют инертные газы. Для вступления в химическую реакцию необходимо, чтобы хотя бы один электрон внешней оболочки атома изменил свое состояние. Но если оболочка замкнута, то из-за принципа Паули этим изменением может быть только переход электрона в соседнюю, более высокую оболочку, для чего нужна большая энергия. Если такая энергия атому не сообщается, то в нем не произойдет изменений, что и проявляется в его химической инертности.

Квантовая теория атомов объясняет происхождение периодического закона Д. И. Менделеева. В химическую связь вступают только те электроны, которые при сближении атомов могут изменить свое состояние. Такие электроны называются *валентными*, и они находятся только во внешних оболочках атомов. Атомы с одинаковым числом валентных электронов ведут себя сходным образом, проявляя не только близкие химические, но также оптические, электрические и магнитные свойства. Объясняются и другие, менее элементарные особенности периодической таблицы химических элементов. Например, в этой таблице

за лантаном La ( $Z = 57$ ) помещен гафний Hf ( $Z = 72$ ). Это связано с тем, что в 14 элементах с  $Z$  от 58 до 71 (редкие земли) заполняются  $4f$ -состояния, которых как раз 14 (см. табл. 18). По энергии эти состояния лежат глубже заполненных состояний  $6s$ . Поэтому химические свойства всех редких земель в основном обусловлены одними и теми же двумя внешними электронами и тем самым очень сходны.

Размеры всех атомов имеют один и тот же порядок величины 1 Å. Возрастание порядкового номера  $Z$  почти не сказывается на размере атома. Это объясняется тем, что, во-первых, с ростом заряда ядра усиливается притяжение к нему электронов, ведущее к уменьшению размеров атома. Во-вторых, из-за принципа Паули увеличение числа электронов приводит к заполнению состояний с большими удалениями электронов от ядра, что ведет к увеличению размеров атома. Компенсация этих двух противоположно действующих факторов как раз и происходит в атоме с размером порядка 1 Å.

Отметим, наконец, что для всех атомов их первые ионизационные потенциалы (энергия связи одного внешнего электрона) являются величинами порядка 5—20 эВ.

### § 27.3. Спектры испускания и поглощения атомов

1. Рассмотрим спектральные частоты излучения и поглощения атома водорода. Согласно формуле Бора (25.8) и (27.2) для атома водорода спектральные частоты равны

$$\hbar\omega_{n_2, n_1} = \mathcal{E}_{n_1} - \mathcal{E}_{n_2} = J_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (27.18)$$

Сравнив (27.18) с (25.1), мы видим, что эти выражения совпадают, если

$$R = J_H/\hbar.$$

Таков результат квантовомеханического расчета постоянной Ридберга.

Частоты  $\omega_{n_2, n_1}$  принято разбивать на *спектральные серии*. В каждую серию группируют все частоты с фиксированным  $n_1$ , т. е. относящиеся к переходу атома (при излучении) на один и тот же нижний уровень с различных верхних. Эти серии называются так:

$$n_1 = 1, \quad \text{серия Лаймана,} \quad \hbar\omega = J_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, \dots,$$

$$n_1 = 2, \quad \ll \text{Бальмера,} \quad \hbar\omega = J_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots,$$

$$n_1 = 3, \quad \ll \text{Пашена,} \quad \hbar\omega = J_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, \dots,$$

$$n_1 = 4, \quad \ll \text{Брэкета,} \quad \hbar\omega = J_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, \dots$$

Здесь  $n_2$  обозначено просто через  $n$  и опущены индексы у частот.

Исторически первой в 1885 г. наблюдалась серия Бальмера, частоты которой лежат в области видимого света. Частоты серии Лаймана лежат в области мягкого ультрафиолета, а частоты остальных серий — в инфракрасной области. В спектре поглощения водорода наблюдается только серия Лаймана, поскольку именно она соответствует квантовым переходам атома из основного состояния в различные возбужденные. Различные серии спектральных частот для водорода изображены на рис. 27.4.

Так как энергетические уровни водородоподобных ионов отличаются от уровней атома водорода в  $Z^2$  раз, то для этих ионов спектральные частоты получаются из (27.18) умножением на  $Z^2$ :

$$\hbar\omega_{n_2, n_1} = Z^2 J_H (1/n_1^2 - 1/n_2^2).$$

Мы видим, что спектральные серии водородоподобных ионов смещаются относительно спектральных серий водорода. Уже при  $Z > 10$  частоты первых серий ионов попадают в область довольно жесткого рентгеновского излучения. Для тяжелых ионов энергии квантов первых серий приближаются к 100 кэВ. Однако при больших  $n_1$  при любом  $Z$  всегда существуют линии, лежащие в видимом и инфракрасном диапазонах.

Близкими к водородным являются спектры щелочных металлов, у которых имеется один внешний электрон, находящийся над замкнутыми оболочками. Уровни основного и возбужденных состояний этого электрона похожи на водородные, но отличаются от последних в двух отношениях. Во-первых, эти уровни лежат выше, чем водородные. На более низкие уровни, которые составляют замкнутые оболочки, внешний электрон не переходит из-за принципа запрета Паули. Во-вторых, все уровни несколько смещены относительно водородных и зависят от квантового числа  $l$ . Например, в натрии Na ( $Z = 11$ ) все состояния  $1s$ ,  $2s$ ,  $2p$  заняты электронами замкнутых оболочек. Основным состоянием внешнего электрона является  $3s$ . При возбуждении этот электрон может переходить в состояния  $3p$ ,  $3d$ ,  $4s$ ,  $4p$ ,  $4d$ ,  $4f$  и т. д. Для спектральных частот излучения натрия с хорошей точностью выполняется формула

$$\hbar\omega_{n_2, n_1, l} = J_H \left[ \frac{1}{(n_1 - a_l)^2} - \frac{1}{(n_2 - a_l)^2} \right],$$

где  $n_1 = 3, 4, \dots$ , а  $n_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots$ . Поправочный коэффициент  $a_l$  равен 1,35 для  $s$ -состояний, но уже для  $f$ -состояний практически обращается в нуль.

2. Спектры испускания и поглощения атомов, во внешних оболочках которых находится несколько электронов, очень сложны и разнообразны. Однако и здесь существует ряд общих закономерностей. Для валентных электронов потенциальная



энергия каждого из них имеет тот же порядок, что и потенциальная энергия электрона в атоме водорода, но отличается от нее зависимостью от расстояния электрона до ядра. Поэтому

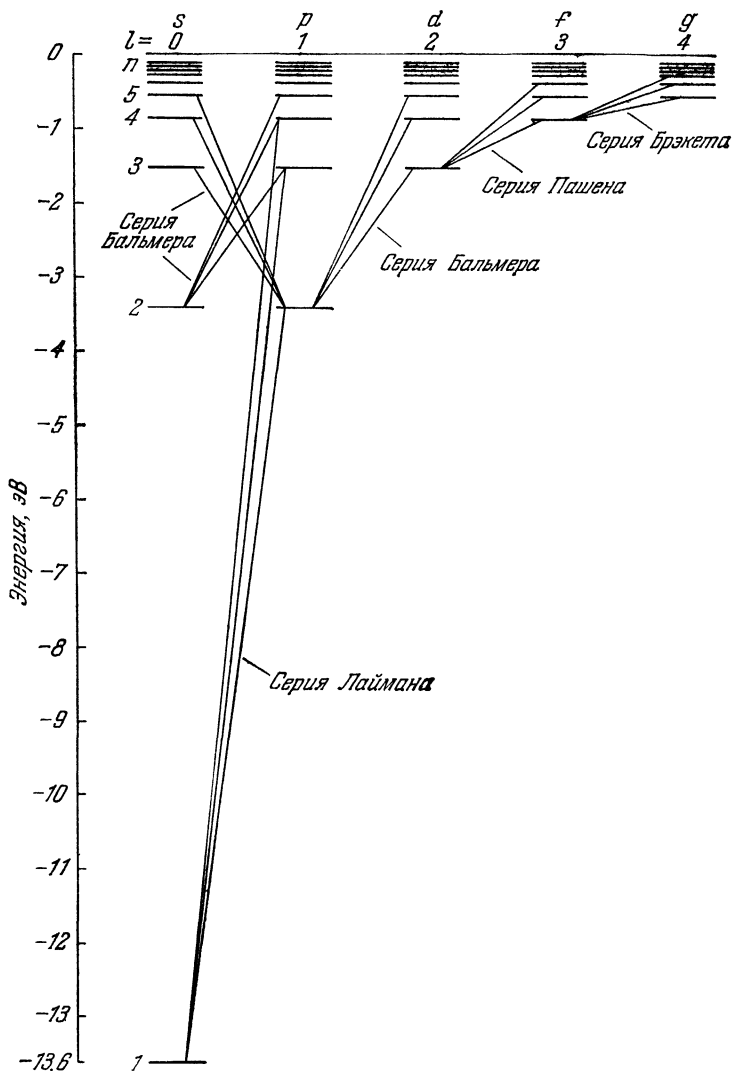


Рис 27.4.

электронные энергетические уровни атомов с различными  $Z$  расположены по-разному, но расстояния между соответственными уровнями во всех атомах сравнимы по величине, которая варьируется от десятка эВ до долей эВ. Поэтому спектральные

частоты излучения и поглощения атомов, обусловленные переходами в них электронов, лежат в инфракрасном диапазоне и в диапазоне видимого света, но не имеют монотонной зависимости от порядкового номера  $Z$ . При соединении атомов в молекулы и кристаллы внешние оболочки атомов сильно искажаются. Поэтому оптические и инфракрасные спектры молекул и кристаллов очень сильно отличаются от спектров атомов. Спектры кристаллов вообще не являются линейчатыми.

Атомы излучают электромагнитную энергию не только в результате переходов внешних электронов. Атом можно возбудить и путем удаления одного из электронов внутренней заполненной оболочки, например, бомбардируя атом пучком электронов с достаточной энергией. После такого возбуждения атом будет излучать при электронных переходах с более высоких оболочек в освободившееся состояние.

В глубоких  $K$ -,  $L$ - и т. д. оболочках энергии электронных состояний очень велики, и они практически не изменяются при соединении атомов в молекулы и кристаллы. На электрон глубокой оболочки в основном действует кулоновское притяжение ядра, лишь слегка экранированное другими электронами. Это экранирование с хорошей точностью учитывается заменой заряда ядра на  $(Z - \sigma)e$ , где поправочный коэффициент  $\sigma$  невелик ( $\sigma \ll Z$ ) и различен для разных глубоких оболочек. Тогда для частот излучения при переходах на глубокие оболочки вместо (27.18) будет

$$\hbar\omega_{n_1, n_2} = (Z - \sigma_{n_1})^2 J (1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

где  $J$  — постоянная, уже не совпадающая с ионизационным потенциалом водорода  $J_H$ . Для отдельной серии, т. е. при фиксированном  $n_1$  с заменой  $n_2$  на  $n$ , эту формулу можно записать в виде

$$\sqrt{\omega_n} = C_n (Z - \sigma), \quad (27.19)$$

где  $C_n$  — постоянная, а индекс  $n_1$ , как неизменный, опущен совсем. Сами серии здесь носят названия  $K$ -серии,  $L$ -серии и т. д. Эти серии изображены на рис. 27.5. Все они лежат в рентгеновской области электромагнитного спектра. Получаемое при электронных переходах на глубокие уровни атома рентгеновское излучение называется *характеристическим*, поскольку это излучение зависит от вида энергетического спектра электронов в атоме.

Соотношение (27.19) впервые было установлено в 1913 г. Г. Мозли и называется *законом Мозли*. Важность закона Мозли заключается в том, что в нем устанавливается зависимость спектральных частот от порядкового номера  $Z$ , которая является монотонно возрастающей квадратичной зависимостью. На рис. 27.6 изображены построенные по экспериментальным точкам зависимости  $\sqrt{\omega}$  от  $Z$  для линий  $K$ - и  $L$ -серии. Закон Мозли позволяет по частотам характеристического рентгеновского

излучения атомов устанавливать их атомные номера. Он сыграл важную роль при определении мест химических элементов в периодической системе.

3. В электромагнитных полях энергетические уровни атомов и, соответственно, их спектральные линии расщепляются. Причиной этих расщеплений является приобретение атомом дополнительной энергии, зависящей от ориентации момента импульса. В результате из одного уровня возникают несколько новых и, соответственно, появляются новые спектральные частоты.

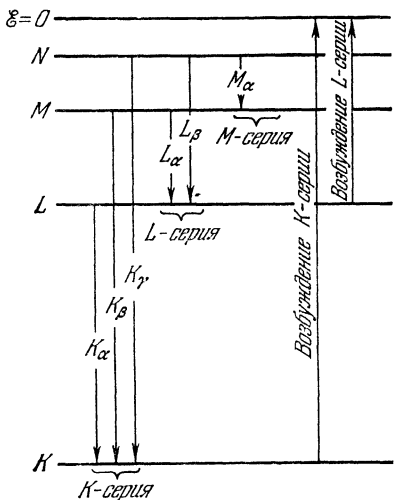


Рис. 27.5.

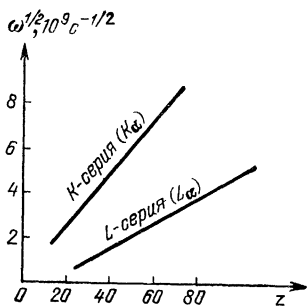


Рис. 27.6.

Расщепление атомных уровней и их спектральных линий в магнитном поле называется *эффектом Зеемана*, а в электрическом поле — *эффектом Штарка*. Ниже будет рассмотрен только первый эффект, впервые наблюдавшийся П. Зееманом в 1896 г. \*).

Эффект Зеемана наблюдается только у парамагнитных атомов, поскольку только эти атомы имеют ненулевой магнитный момент и могут взаимодействовать с магнитным полем. В магнитном поле  $\mathbf{B} = \{0, 0, B\}$  парамагнитный атом приобретает дополнительную энергию

$$U = -\mu_z B,$$

где  $\mu_z$  — z-компонента магнитного момента атома. Согласно (20.5) из тома II в системе СИ

$$\mu_z = -\frac{q_0}{2m_e} g I_z.$$

\*) Расщепление спектральных линий в электрическом поле было обнаружено И. Штарком в 1913 г.

Если момент атома определяется числом  $J$ , то проекция момента  $I_z$  принимает значения  $-J\hbar$ ,  $(-J+1)\hbar$ , ...,  $(J-1)\hbar$ ,  $J\hbar$ . Следовательно,

$$U = g\mu_B m_J B,$$

где  $\mu_B = q_0\hbar/2m_e$  — магнетон Бора (система СИ). Мы видим, что энергия  $U$  зависит от ориентации момента. Поэтому если изолированный атом с энергией  $\mathcal{E}$  и моментом  $J$  попадает в магнитное поле, то уровень  $\mathcal{E}$  расщепляется на  $2J+1$  эквидистантных подуровней с расстоянием между соседними подуровнями, равным

$$\Delta\mathcal{E} = g\mu_B B.$$

В этом расщеплении и состоит эффект Зеемана.

Эффект обнаруживается следующим образом. Энергии перехода  $\Delta\mathcal{E}$  соответствует частота

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\mathcal{E}}{\hbar} = \frac{g\mu_B B}{\hbar}.$$

Рассмотрим два уровня атома: один с  $J=0$  (основное состояние), и другой с  $J=1$  (возбужденное состояние), переход между которыми в отсутствие поля дает одну спектральную линию с частотой  $\omega$  (рис. 27.7). При внесении атома в магнитное поле зеемановское расщепление

возбужденного уровня атома приводит к образованию трех подуровней. Поэтому вместо одной спектральной линии возникает три с частотами  $\omega - \Delta\omega$ ,  $\omega$  и  $\omega + \Delta\omega$ .

4. При типичном для лабораторных условий значении магнитного поля порядка 1 Тл энергия зеемановского расщепления

уровня  $\Delta\mathcal{E} \approx 0,5 \cdot 10^4$  эВ. Этой энергии соответствует частота

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{\Delta\mathcal{E}}{2\pi\hbar} \approx 10^{10} \text{ Гц},$$

которая находится в микроволновом участке радиодиапазона электромагнитного спектра. Поэтому в магнитных полях порядка 1 Тл переходы между зеемановскими подуровнями возбуждаются радиочастотным полем.

В парамагнитных средах эти переходы приводят к *электронному парамагнитному резонансу* (ЭПР), который впервые наблюдался Е. К. Завойским в 1944 г. ЭПР заключается в избирательном, т. е. происходящем на строго определенной резонансной частоте, поглощении энергии радиочастотного поля парамагнетиком, помещенным в постоянное магнитное поле. Согласно

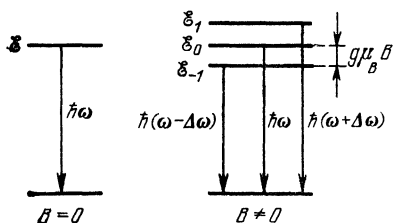


Рис. 27.7.

изложенному выше резонансная частота равна

$$\omega_{\text{рез}} = \Delta\omega = \frac{g\mu_B B}{\hbar}.$$

Подчеркнем, что при резонансе энергия передается не только от поля к парамагнетику, но и в обратном направлении при переходах атомов с более высоких зеемановских подуровней на низкие. Однако в состоянии теплового равновесия число атомов, обладающих меньшей энергией, превышает число атомов, обладающих большей энергией. Поэтому переходы, происходящие с увеличением энергии атомов, преобладают над переходами в обратном направлении, так что парамагнетик поглощает энергию радиочастотного поля и в результате этого поглощения нагревается.

Рассмотрим теперь, что может дать изучение ЭПР. Прежде всего, осуществив резонанс экспериментально, из условия резонанса можно получить одну из величин  $g$ ,  $B$ ,  $\omega_{\text{рез}}$  по известным остальным. Поле  $B$  и резонансная частота  $\omega_{\text{рез}}$  могут быть с высокой точностью измерены. Поэтому с помощью ЭПР можно установить величину  $g$ , а с ней определить магнитный момент атома в состоянии с квантовым числом  $J$ .

В конденсированных средах (жидкости, кристаллы) каждый парамагнитный атом не является изолированным, так как взаимодействует с другими атомами. Взаимодействие атомов приводит к тому, что расстояния между зеемановскими подуровнями оказываются различными, причем возникает дополнительное расщепление, увеличивающее число подуровней. Линии ЭПР приобретают конечную ширину. В связи с этим ЭПР является эффективным методом изучения взаимодействия между частицами в конденсированных системах и вообще строения таких систем как в твердом, так и в жидком состояниях.

Для измерения спектров ЭПР применяются *радиоспектроскопы*, в которых частота поддерживается постоянной, а в широких пределах изменяется магнитное поле, создаваемое электромагнитом  $M$  (рис. 27.8). Образец в несколько мм<sup>3</sup> помещается в резонатор  $P$ , настроенный на частоту, близкую к  $10^{10}$  Гц. Радиочастотное поле, создаваемое генератором  $G$ , подводится и отводится от него с помощью волноводов  $B$ . Парамагнитное поглощение регистрируется детектором  $D$  (осциллограф, самописец), отмечающим потери энергии радиочастотного поля.

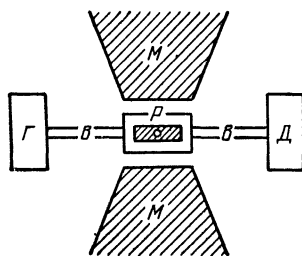


Рис. 27.8.

Для полноты картины отметим, что помимо ЭПР существуют другие виды магнитного резонанса — *ферромагнитный резонанс*

и *ядерный магнитный резонанс (ЯМР)*. Физика этих явлений сходна с физикой ЭПР. Ферромагнитный резонанс заключается в избирательном поглощении энергии осциллирующего поля, происходящем в результате переходов между магнитными подуровнями вещества с ферромагнитной структурой (см. § 20.3 из тома II). ЯМР обусловлен магнитными моментами ядер, из-за которых в магнитном поле уровни ядер также расщепляются и тем самым создаются условия для поглощения энергии внешнего осциллирующего поля ядрами за счет переходов между образовавшимися зеемановскими подуровнями ядер.

## ГЛАВА 28

# ЭЛЕКТРОНЫ И ФОНЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

### § 28.1. Типы связей в кристаллах

1. В настоящей главе будут рассмотрены вопросы, относящиеся к физике твердого тела. Физикой твердого тела называется раздел физики, в котором изучаются свойства кристаллов с микроскопической точки зрения.

Так как все вещества состоят из атомов, а атомы — из ядер и электронов, то все действующие в кристаллах силы имеют электромагнитную природу. При этом главными по величине и значению являются кулоновские силы, за счет которых одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Лишь в относительно немногочисленных явлениях становятся существенными гораздо более слабые магнитные силы.

Точка зрения на кристалл как на систему, состоящую из электронов и атомных ядер, позволяет обнаружить только общность природы всех взаимодействий в кристалле. Для объяснения разнообразных свойств кристаллов необходимо учитывать структуру атомов.

Как мы знаем, в атоме электроны располагаются по оболочкам. У каждого атома есть замкнутые внутренние оболочки и внешняя оболочка, которая замкнута только у инертных газов. Замкнутые оболочки отличаются очень большой прочностью. С большой точностью можно считать, что они не только не разрушаются, но даже заметно не деформируются при соединении атомов в кристаллы и при любых внешних (механических, тепловых, электрических, магнитных, оптических, химических) воздействиях на кристалл. Электроны внешних оболочек атомов этим свойством не обладают. При соединении атомов в кристаллы эти оболочки могут деформироваться или даже совсем отрываться от атомов. Поэтому в физике твердого тела электроны внешних оболочек атомов рассматриваются как отдельные частицы, а каждое ядро с окружающими его электронами внутренних оболочек — как единое целое, называемое *ионным остовом*. Таким образом, с точки зрения физики твердого тела любой кристалл состоит из ионных остовов и внешних электронов. Кулоновские силы вызывают взаимное **сталкивание ионных**

остовов. Но они притягивают электроны. Это притяжение удерживает ионные остовы, связывая их друг с другом. Особенность этой связи зависит от конфигурации внешних электронов, т. е. от распределения их плотности внутри кристалла.

При переходе к более крупным масштабам электрическое взаимодействие ионных остовов и электронов друг с другом проявляется в нескольких качественно различных формах. Для их описания вводятся новые силы, которые уже не являются фундаментальными. Например, при сжатии кристалл не обнаруживает электрических свойств\*), так как при этом отрицательные и положительные заряды движутся вместе, не раздвигаясь. Такое упорядоченное движение нейтральных комплексов зарядов в кристалле называется механическим и описывается с помощью механических сил упругости. Механическими свойствами определяются, например, акустические явления (см. § 14.1 из тома I).

Кроме упорядоченных существуют неупорядоченные движения нейтральных комплексов. Этими движениями обусловлены тепловые свойства твердых тел (см. § 13.4 из тома I).

При определенных условиях в кристалле может происходить относительное движение отрицательных и положительных зарядов, например может возникать электрический ток (см. § 17.1 из тома II). Такими движениями обусловлены электрические свойства кристаллов.

При внесении кристалла в магнитное поле изменяется ориентация магнитных моментов, имеющих в кристалле, что проявляется в магнитных явлениях (см. § 20.1 из тома II).

2. Качественно разные распределения электронов приводят к качественно различным типам связи в кристаллах. Главной величиной, характеризующей связь, является удельная энергия связи. Это энергия связи либо измеряемая в эВ и отнесенная к одному атому (молекуле), либо измеряемая в Дж и приходящаяся на 1 моль вещества кристалла:  $1 \text{ эВ/атом} \approx 10^5 \text{ Дж/моль}$ . Энергии связи в кристаллах имеют значения в диапазоне приблизительно от 0,1 эВ/молек до 10 эВ/молек. Связи с энергиями вблизи границ этого диапазона называются, соответственно, слабыми и сильными. Связи с энергией, близкой к 1 эВ/молек, называются средними.

В кристаллах достаточно четко различаются пять видов распределений электронов, поэтому связи в кристаллах подразделяются на пять типов: *ионную, ковалентную, металлическую, молекулярную и водородную*. Хотя по отдельности ни одна из них не существует, все же в каждом случае связь оказывается настолько близкой к тому или иному типу, что их можно рассматривать независимо.

---

\*) Исключение составляют пьезоэлектрические свойства, которыми обладают далеко не все кристаллы.



Охарактеризуем свойства перечисленных связей.

а) *Ионная связь* возникает, если один атом теряет электрон и становится положительным ионом, а другой атом присоединяет этот электрон и превращается в отрицательный ион. Противоположно заряженные ионы притягиваются друг к другу, образуя ионный кристалл. Таким образом, для образования ионной связи необходимо, чтобы были атомы как легко отдающие электроны, так и энергично их захватывающие. Поэтому наиболее благоприятными для ионной связи являются соединения щелочных металлов с галогенами. У атома галогена не хватает одного электрона для заполнения внешней оболочки, а у атома щелочного металла все оболочки будут замкнутыми, если он освободится от единственного внешнего электрона. При таком обмене электроном возникают ионы с прочными электронными конфигурациями, которые почти сферически-симметричны. Незначительное отклонение от сферической симметрии имеет место только вблизи линии, соединяющей ионы. Сферически-симметричные ионы вплотную примыкают друг к другу.

Ионная связь довольно сильная. Например, в кристалле NaCl энергия связи равна 7,9 эВ/молек. Хотя энергия связи большая, она сравнительно медленно изменяется при раздвижении ионов, убывая обратно пропорционально расстоянию между ними. Поэтому при раздвижении ионов сила их взаимодействия невелика (ее величина равна  $\partial U/\partial r$ , где  $U$  — энергия взаимодействия ионов, а  $r$  — расстояние между ними). Из-за этого твердость ионных кристаллов низка. Низка и электропроводность таких кристаллов при невысоких температурах. Электропроводность является ионной и растет с повышением температуры. Наконец, ионные кристаллы сильно поглощают электромагнитное излучение в инфракрасной области, энергия которого передается колебаниям ионов.

б) *Ковалентная связь* имеет существенно квантовое происхождение, но в ее основе лежит кулоновское взаимодействие электронов атомов, вступающих в связь. Чтобы пояснить сущность ковалентной связи, вычислим энергию взаимодействия двух электронов по правилам квантовой механики.

Если волновая функция стационарного состояния двух электронов равна  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , то вероятность нахождения двух электронов в бесконечно малых объемах  $dV_1$  и  $dV_2$ , окружающих точки  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ , равна

$$|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 dV_1 dV_2 = \psi^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dV_1 dV_2.$$

Поэтому среднее значение энергии электрического взаимодействия двух электронов будет равно

$$\langle U \rangle = \int \frac{e^2}{r_{12}} |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 dV_1 dV_2 = \int \psi^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dV_1 dV_2.$$

где  $e$  — заряд электрона (система СГС), а  $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$  — расстояние между электронами.

В приближении самосогласованного поля любой электрон атома имеет свою волновую функцию. Поэтому двухэлектронная волновая функция  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  выражается через произведение волновой функции  $\psi_1(\mathbf{r}_1)$  одного электрона и волновой функции  $\psi_2(\mathbf{r}_2)$  второго электрона. Полная волновая двухэлектронная функция антисимметрична по всем своим пространственным и спиновым переменным. Но ее координатная часть  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  может быть как антисимметричной (спины электронов антипараллельны), так и симметричной (спины параллельны). В этих случаях  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  выражается, соответственно, через антисимметризованное и симметризованное произведения  $\psi_1(\mathbf{r}_1)$  и  $\psi_2(\mathbf{r}_2)$ :

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_1(\mathbf{r}_1) \psi_2(\mathbf{r}_2) \mp \psi_1(\mathbf{r}_2) \psi_2(\mathbf{r}_1) \}^*.$$

Используя выражение  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  через  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , среднюю энергию взаимодействия электронов запишем в виде

$$\langle U \rangle = \int \frac{\rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2)}{r_{12}} dV_1 dV_2 \mp \int \frac{\rho_{12}^*(\mathbf{r}_1) \rho_{12}(\mathbf{r}_2)}{r_{12}} dV_1 dV_2. \quad (28.1)$$

Здесь  $\rho_i(\mathbf{r}_i) = -e |\psi_i(\mathbf{r}_i)|^2$  — плотность заряда в электронном состоянии  $\psi_i$ , а  $\rho_{12}(\mathbf{r}_i) = -e \psi_1^*(\mathbf{r}_i) \psi_2(\mathbf{r}_i)$ , где  $i = 1, 2$ . В правой части (28.1) первый из интегралов положителен и равен энергии обычного электрического взаимодействия двух электронных облаков с плотностями заряда в них  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (система СГС).

Второй из интегралов в (28.1) — величина существенно квантовая, называемая *обменной энергией*. Обменная энергия зависит от величины  $\rho_{12}(\mathbf{r})$ , которая называется *обменной плотностью*. Обменная плотность характеризует перекрывание волновых функций  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , т. е. широту области, в которой отличны от нуля обе функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . Чем шире эта область, тем больше обменная энергия. Эта энергия может иметь любой знак. Следовательно, существенно квантовое взаимодействие электронов может приводить и к их отталкиванию, и к их притяжению. Это зависит от взаимной ориентации спинов электронов. Чаще (но не всегда) притяжение возникает при антипараллельных спинах. Если это притяжение оказывается достаточно сильным, то образуется ковалентная связь.

В каждой ковалентной связи участвуют только два электрона — по одному от каждого атома. Эти электроны преимущественно находятся в области перекрывания их волновых функций, т. е. между атомами. Поэтому ковалентно связанные электроны принадлежат сразу двум атомам. Связь оказывается

\*) По поводу коэффициента  $1/\sqrt{2}$  см. подстрочное примечание на с. 63.

направленной. Кроме того, она обладает свойством насыщения, которое заключается в том, что у атома может быть столько ковалентных связей, сколько у него есть валентных электронов. Больше связей быть не может. Например, у атома углерода четыре валентных электрона. Поэтому такой атом вступает в ковалентную связь только с четырьмя такими же атомами. Пятый атом уже не будет притягиваться. Свойство насыщения является характерным для ковалентной связи. Например, у ионных кристаллов этого свойства нет. Так, ионы  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$ , составляющие кристалл  $\text{NaCl}$ , способны притягивать ионы противоположного знака со всех сторон.

Ковалентная связь сильная. Энергия ковалентной связи имеет примерно тот же порядок, что и энергия ионной связи: около 10 эВ/молек. Но в отличие от кристаллов с ионной связью кристаллы, связанные ковалентно, обладают высокой твердостью. Это обусловлено тем, что при раздвижении атомов обменная энергия очень быстро падает с расстоянием за счет уменьшения перекрывания волновых функций электронов этих атомов. На рис. 28.1 схематически изображено поведение энергии взаимодействия  $\langle U(r) \rangle$  двух атомов в зависимости от расстояния  $r$  между ними при ионной связи (сплошная линия) и при ковалентной связи (пунктирная линия).

При высокой твердости свойством ковалентных кристаллов часто является хрупкость. Напомним (см. § 13.3 из тома I), что кристалл является хрупким, если он разрушается без предварительной заметной пластической деформации.

При не очень высоких температурах электрическая проводимость ковалентных кристаллов низка. Это объясняется тем, что при небольших температурах все электроны в кристалле находятся в связанном, а не в свободном состоянии, а для электропроводности нужны свободные электроны.

в) *Металлическая связь* удерживает положительно заряженные ионы притяжением свободных электронов, причем и те, и другие образуются из электронейтральных атомов при потере ими внешних электронов. Поясним это на примере типичного металла — кристалла натрия  $\text{Na}$ . У атома натрия есть один слабо связанный электрон (ионизационный потенциал приблизительно равен 5 эВ), который атом может сравнительно легко терять. В кристалле ни один из атомов никому не может передать этот электрон, так как все атомы находятся в равноправном положении. Ковалентной связи эти электроны не образуют,

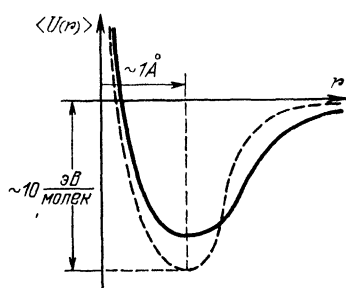


Рис. 28.1.

так как их обменное взаимодействие не приводит к достаточно сильному притяжению \*). С этими электронами происходит следующее: они отрываются от атомов, становятся свободными и равномерно распределяются по кристаллу, образуя в кристалле электронный газ. Этот газ отрицательно заряжен и цементирует положительно заряженные ионы натрия. В целом кристалл электронейтрален.

Металлическая связь несильная. Ее энергия связи на порядок ниже энергии ионной или ковалентной связи. Например,

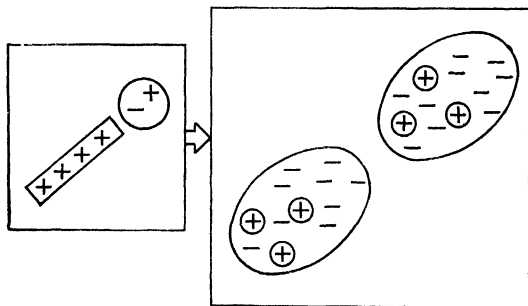


Рис. 28.2.

натрий имеет энергию связи 1,1 эВ/атом. Следует, однако, отметить, что во многих металлах наряду с металлической действует и ковалентная связь. Для таких металлов энергия связи может достигать величины, сравнимой с 10 эВ/атом. К таким металлам относится, например, вольфрам W, энергия связи которого составляет 9 эВ/атом.

Характерными свойствами всех кристаллов с металлической связью являются высокая электрическая проводимость и высокая теплопроводность. Эти свойства обусловлены наличием очень подвижных свободных электронов.

Рассмотренные три типа связей в кристаллах — основные для физики твердого тела.

Охарактеризуем оставшиеся два «несловных» типа связи.

г) *Молекулярная связь* — осуществляется за счет сил взаимодействия между электрически нейтральными молекулами (см. § 2.3 из тома I). Она возникает в тех случаях, когда, соединяясь в кристалл, молекулы не разрушаются. Такие молекулы взаимодействуют через свои дипольные моменты. Действие сил между неполярными молекулами можно понять по аналогии с электризацией через влияние. Вспомним опыт по поднесению заряженной стеклянной палочки к незаряженному бузиновому шарик (левая часть рис. 28.2). Притяжение между шариком и палочкой возникает за счет поля-

\*) В кристалле валентный электрон любого атома Na глубоко проникает внутрь соседних атомов. За счет этого уменьшается энергия электрического притяжения валентных электронов к «своим» ядрам. Это уменьшение оказывается гораздо больше, чем эффект образования ковалентной связи двух атомов Na.

ризации первого. Сходный процесс происходит, когда соединяются неполярные молекулы (правая часть рис. 28.2) При сближении электроны молекул начинают отталкиваться. Возникает поляризация молекул и, как ее следствие, притяжение молекул друг к другу. За счет молекулярной связи происходит, например, кристаллизация метана  $\text{CH}_4$ .

Из всех типов связи молекулярная связь самая слабая. Ее энергия связи на порядок ниже энергии металлической связи. Так, у метана энергия связи приблизительно равна 0,1 эВ/молек. Кристаллы с молекулярной связью или, другими словами, молекулярные кристаллы обладают большой сжимаемостью, они легко разрушаются и имеют низкие точки плавления.

д) *Водородная связь* образуется через положительные ионы водорода, т. е. через ядра водородных атомов. Среди всех положительных ионов они выделяются своим малым радиусом (порядка  $10^{-16}$  м вместо  $10^{-10}$  м для других ионов). Благодаря этому ионы водорода могут вступать в связь ионного типа в условиях, в которых другие ионы этого сделать не могут. Водородная связь образуется, например, в воде. Рассмотрим, как это происходит.

В молекуле воды направления на два атома водорода, исходящие из атома кислорода, составляют угол  $105^\circ$ . Электроны атомов водорода вступают в связь ковалентного типа с кислородом. При этом ядра атомов водорода оказываются очень близко к краю области движения электронов. За счет аномальной малости иона водорода и того, что атом кислорода тоже невелик, атом водорода в молекуле воды может вступать в связь ионного типа с другим атомом кислорода (рис. 28.3).

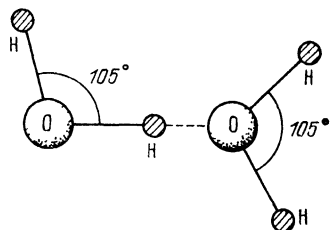


Рис 28.3.

Для кристаллов с водородной связью характерны энергии связи, в несколько раз превышающие энергии связи молекулярных кристаллов. Например, энергия связи льда составляет около 0,5 эВ/молек.

Водородная связь, являясь важнейшей формой взаимодействия молекул воды  $\text{H}_2\text{O}$ , обуславливает аномальные свойства воды и льда (например, расширение воды при охлаждении ниже  $t = 4^\circ\text{C}$  и ряд других). Водородная связь определяет геометрическую структуру белковых молекул. Эта связь играет важную роль в процессах полимеризации, позволяет объяснить свойства некоторых сегнетоэлектрических кристаллов (например, кристалла KDP — см. § 24.4 из тома II), является существенной в молекулярной генетике, открывая отчасти возможность спаривания двух спиралей молекулы ДНК.

## § 28.2. Фононы и тепловые свойства кристаллической решетки

1. Вдали от точки плавления кристалла его ионные остовы совершают колебания с амплитудами, малыми по сравнению с межатомными расстояниями. Эти колебания создают волны малых деформаций решетки. В результате интерференции волн, падающих на границы кристалла, и волн, отраженных от этих границ, в решетке образуются стоячие волны (см. § 7.4 из тома I). Каждая стоячая волна упругой деформации решетки является ее степенью свободы.

Охарактеризуем свойства колебаний кристаллической решетки. Сначала рассмотрим колебания, которые не связаны с существованием границ кристалла, т. е. бегущие волны деформаций кристаллической решетки неограниченных размеров.

Во-первых, при заданном волновом векторе  $q^*$ ) волна деформации кристалла может иметь три независимых поляризации — одну вдоль  $q$  (продольная волна) и две перпендикулярные  $q$  и друг другу (поперечные волны).

Во-вторых, волновые числа не превосходят значения  $q_{\max} = \pi/a$ , где  $a$  — межатомное расстояние в кристалле\*\*).

Это ограничение связано с тем, что в дискретной структуре не может быть волн с длиной  $\lambda = 2\pi/q$  меньше чем  $2a$ . Это видно из рис. 28.4. На нем изображен мгновенный профиль поперечной волны с наименьшей длиной  $\lambda_{\min} = 2a$ , распространяющейся в одномерной цепочке регулярно расположенных частиц, которая является одномерным кристаллом.

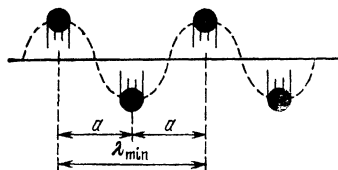


Рис. 28.4.

В-третьих, частоты  $\omega$  волн деформаций кристаллической решетки могут по-разному зависеть от волнового вектора  $q$ . Частота  $\omega$  или обращается в нуль при  $q = 0$ , или нет. В первом случае при малых  $q$  закон дисперсии  $\omega(q)$  с хорошей точностью описывается первыми членами разложения величины  $\omega(q)$  в ряд Тейлора в точке  $q = 0$ . В изотропных твердых телах главный член этого разложения имеет вид

$$\omega(q) = v_0 q. \quad (28.2)$$

Если  $q$  мало, то велика длина волны. Длинные волны с законом дисперсии (28.2) являются обычным звуком, распространяющимся со скоростью  $v_0$ \*\*\*). В связи с этим колебания кристаллической решетки в волне с законом дисперсии таким, что  $\omega(0) = 0$ , называются *акустическими*.

Акустические колебания происходят во всех кристаллических структурах, как простых, так и сложных. Но только в сложных структурах могут распространяться волны деформаций с законом дисперсии  $\omega(q)$ , согласно которому  $\omega(0) \neq 0$ .

Чтобы в этом убедиться, напомним, в чем заключается отличие сложных кристаллических структур от простых. Простая структура имеет одну решетку Браве (см. § 13.1 из тома I). На элементарную ячейку такого кристалла приходится один ионный остов. Сложная структура состоит из нескольких геометри-

\*) Мы перешли к обозначению волнового вектора через  $q$ , чтобы отличать волновое число от постоянной Больцмана  $k$ , которая будет встречаться в дальнейшем.

\*\*) В кристалле расстояния между соседними атомами по разным направлениям могут быть неодинаковыми. Но все они являются величинами одного порядка. Поэтому при качественном анализе колебаний решетки эти расстояния можно принять равными.

\*\*\*) Скорости распространения продольных и поперечных волн могут отличаться друг от друга в пределах 30% (см. § 14.1 из тома I).

чески тождественных решеток Браве, вдвинутых одна в другую. На рис. 28.5 показана сложная плоская структура, состоящая из двух решеток Браве. Одна из них отмечена сплошными, другая — пунктирными прямыми. На одну элементарную ячейку сложной кристаллической структуры приходится несколько ионных остовов. Так, в ячейке структуры, изображенной на рис. 28.5, два остова — черный и белый. Ячейка кристалла со сложной структурой обладает дополнительными степенями свободы по сравнению с ячейкой кристалла с простой структурой. Благодаря им существуют колебания, при которых ионные остовы из одной ячейки смещаются друг относительно друга. Эти колебания могут происходить так, что одинаковые частицы в разных ячейках будут двигаться синфазно. В этом случае различные решетки Браве осциллируют друг относительно друга, не деформируясь. В структуре, показанной на рис. 28.5, это движение приводит к смещению «пунктирной» решетки как целого относительно «непунктирной». Длина волны, образованной такими колебаниями, неограниченно велика, так что у этой волны  $q = 0$  при  $\omega \neq 0$ .

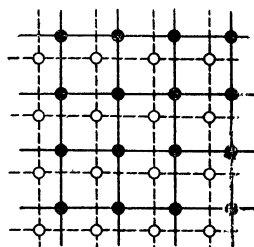


Рис. 28.5.

Колеблющиеся друг относительно друга ионные остовы каждой элементарной ячейки образуют внутри нее осциллирующий электрический диполь. Собственная частота таких диполей лежит в инфракрасной области, в связи с чем они сильно поглощают инфракрасное излучение. Поэтому колебания с частотами  $\omega(q)$  такими, что  $\omega(0) \neq 0$ , называются *оптическими*.

Зависимости  $\omega(q)$  для акустических и оптических колебаний показаны на рис. 28.6 для одномерного кристалла. Нижняя кривая является графиком закона дисперсии акустических колебаний, а верхняя — графиком закона дисперсии оптических колебаний. По оси абсцисс откладывается одномерный волновой вектор  $q$  (волновое число равно  $|q|$ ).

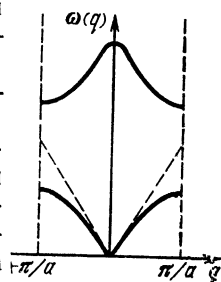


Рис. 28.6.

Из-за конечности области определения всех  $\omega(q)$  частоты колебаний кристаллической решетки ограничены сверху: существует предельно высокая частота  $\omega_{\max}$ , такая что  $\omega_{\max} \geq \omega$ , где  $\omega$  — частота любого возможного колебания кристаллической решетки. Для частот, показанных на рис. 28.6, частота  $\omega_{\max}$  равна частоте  $\omega(0)$  оптических колебаний.

Перейдем к свойствам колебаний кристаллической решетки, которые обусловлены конечностью размеров кристалла, т. е.

относятся к свойствам стоячих волн. Характерной чертой стоячих волн является дискретность их длин. Так, если кристалл имеет форму куба с длиной ребра  $L$ , то на длине каждого ребра обязательно должно помещаться целое число полуволн (см. § 7.4 из тома I):

$$L = n\lambda/2,$$

где  $n = 1, 2, \dots, n_{\max}$ , причем при  $n = n_{\max}$  длина волны  $\lambda$  должна быть предельно короткой, т. е. равной  $2a$ . Отсюда находим, что

$$n_{\max} = L/a. \quad (28.3)$$

Мы видим, что в кристаллической решетке могут существовать только те волны ее деформаций, у которых длины волн равны

$$\lambda = \lambda_n = 2L/n,$$

а волновые числа принимают только такие значения:

$$|q| = |q|_n = 2\pi/\lambda_n = (\pi/L)n, \quad (28.4)$$

где  $n = 1, 2, \dots, n_{\max}$  (с  $n_{\max}$  из (28.3)). Поэтому для реального кристалла, имеющего границы, зависимости  $\omega(\mathbf{q})$  представляют собой отдельные точки кривых  $\omega(\mathbf{q})$  для кристаллов неограниченных размеров. Это означает, что число стоячих волн в решетке ограниченных размеров конечно.

Подсчитаем это число для того, чтобы убедиться в том, что мы правильно учли все степени свободы решетки. Из (28.3) следует, что в трех независимых направлениях в кристалле может существовать

$$3n_{\max}^3 = 3(L/a)^3 = 3N$$

независимых стоячих волн. Здесь коэффициент 3 учитывает существование трех независимых поляризаций и  $N = (L/a)^3$  — полное число ионных осгговов кристалла. Мы видим, что получилось число пространственных степеней свободы системы всех частиц, образующих кристаллическую решетку, которое и есть число ее степеней свободы.

2. Согласно корпускулярно-волновому дуализму волна деформаций кристаллической решетки с волновым вектором  $\mathbf{q}$  и частотой  $\omega(\mathbf{q})$  состоит из квазичастиц — фононов с импульсом  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{q}$  и энергией  $\mathcal{E} = \hbar\omega(\mathbf{q})$ . Следовательно, при квантовом описании тепловых колебаний кристаллической решетки кристалл нужно считать сосудом, заполненным газом фононов. Вдали от точки плавления кристалла этот газ является идеальным, поскольку в этом случае амплитуды волн деформаций решетки кристалла малы, а волны с малыми амплитудами распространяются независимо, не влияя друг на друга. Таким образом, квантовый подход к тепловому движению кристаллической решетки приводит к необходимости рассмотрения статистики сво-



бодных фононов. Эта статистика отличается от статистики не-квантовых частиц из-за того, что фононы являются бозонами, число которых не сохраняется.

Убедимся в этом. Во-первых, интенсивность каждой волны деформации варьируется в широких пределах. На квантовом языке это означает, что в каждом состоянии может находиться любое число фононов. Это возможно лишь в том случае, если фононы являются бозонами. О несохранении числа фононов свидетельствуют нагревание и охлаждение кристаллической решетки. В первом случае число фононов возрастает, а во втором — уменьшается.

Статистические свойства газа фононов определяются распределением фононов по их состояниям. Это распределение задают *заселенности* состояний (напомним, что состояние фонона задается его волновым вектором и поляризацией \*)). Заселенность любого состояния является средним числом фононов в этом состоянии и будет обозначаться  $\langle n \rangle$ .

Найдем заселенность произвольного фононного состояния при тепловом равновесии кристалла, нагретого до температуры  $T$ . Если частота данного состояния равна  $\omega$ , то согласно распределению Гиббса (см. § 9.4 из тома I) вероятность обнаружить в этом состоянии  $n$  фононов зависит только от энергии  $\hbar\omega$  этого состояния и равна

$$W_n = Ae^{-n\hbar\omega/kT},$$

где  $k$  — постоянная Больцмана, а  $A$  не зависит от  $n$ . Величина  $A$  определяется из условия нормировки

$$\sum_{n=0}^{\infty} W_n = 1,$$

выражающего достоверность того, что какое-то число фононов (включая  $n = 0$ ) в этом состоянии всегда находится. Поэтому

$$W_n = e^{-nx} / \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx},$$

где через  $x$  обозначена величина  $\hbar\omega/kT$ .

По определению среднего значения искомая заселенность равна

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} ne^{-nx} / \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = - \frac{d}{dx} \ln f(x).$$

Здесь  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$  является суммой членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии. Эта сумма равна

\*) Эти величины полностью определяют волну деформаций, частота которой задается законом дисперсии.

$f(x) = 1/(1 - e^{-x})$ . Дифференцируя, находим

$$-\frac{d}{dx} \ln f(x) = \frac{1}{e^x - 1}.$$

Окончательно для заселенности получаем

$$\langle n(\hbar\omega) \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (28.5)$$

Мы видим, что при тепловом равновесии заселенность любого фонованого состояния зависит только от его энергии (или частоты). Мы отметили это в обозначении заселенности, указав, от чего она зависит. Заселенности (28.5) всех фонованых состояний образуют *распределение Планка*.

Подчеркнем, что вывод распределения Планка не опирался на поляризационные свойства квантов и закон их дисперсии. Поэтому распределение Планка характеризует статистические свойства систем квантов любого волнового поля, которые являются бозонами, друг с другом не взаимодействуют, находятся в состоянии теплового равновесия и полное число которых не сохраняется. Например, согласно (28.5) распределены по своим состояниям фотоны электромагнитного излучения, находящегося в тепловом равновесии с веществом. Эту систему мы рассмотрим в следующей главе.

В распределение (28.5) входит постоянная Планка. Поэтому это распределение является квантовым законом. Квантовый характер распределения Планка проявляется в зависимости от частоты энергии, в среднем приходящейся на одно независимое колебание. Если частота колебания равна  $\omega$ , то эта энергия равна

$$\langle \mathcal{E}(\hbar\omega) \rangle = \hbar\omega \langle n(\hbar\omega) \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

Полученная величина отличается от  $kT$ , т. е. от той величины, которую предсказывает классический закон равнораспределения энергии по степеням свободы (см. § 8.4 из тома I). Расхождение особенно разительно в низкотемпературной области. При низких температурах, при которых  $kT \ll \hbar\omega$ , величина  $e^{\hbar\omega/kT} - 1 \approx e^{\hbar\omega/kT}$ . Мы видим, что при приближении температуры к абсолютному нулю энергия  $\langle \mathcal{E}(\hbar\omega) \rangle$  быстро убывает по закону

$$\langle \mathcal{E}(\hbar\omega) \rangle \approx \hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT}.$$

Убывание объясняется тем, что при низких температурах кванты рождаются в меньшем количестве, поскольку на возбуждение каждого из них требуется конечная энергия  $\hbar\omega$ , а с понижением температуры запас тепловой энергии уменьшается.

Распределение Планка приводит к классическому закону равнораспределения энергии по степеням свободы только при

высоких температурах, при которых  $kT \gg \hbar\omega$ . В этом случае с высокой точностью  $e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \hbar\omega/kT$  и, соответственно,

$$\langle \mathcal{E} \rangle \approx kT.$$

В применении к кристаллической решетке это означает, что если температура кристалла настолько высока, что  $kT \gg \hbar\omega_{\max}$ , где  $\omega_{\max}$  — предельно высокая частота колебаний решетки, то внутренняя энергия решетки будет равна  $E = 3NkT$ , а теплоемкость решетки будет определяться некантовым законом Дюлонга — Пти:  $C = 3Nk = \text{const}^*$ ) (см. § 13.4 из тома I). Наоборот, при низких температурах существенными являются квантовые свойства колебаний кристаллической решетки, из-за которых в низкотемпературной области закон Дюлонга — Пти нарушается.

3. Рассмотрим очень низкие температуры, при которых возбуждаются только низкочастотные акустические колебания решетки, не требующие больших затрат энергии, а высокочастотные оптические колебания возбуждаться не могут. Для этого температура должна быть такой, чтобы выполнялось условие  $kT \ll \hbar\omega_{\max}$ , где  $\omega_{\max}$  — самая высокая частота акустических колебаний. Частота  $\nu_{\max} = \omega_{\max}/2\pi$  лежит в области нескольких мегагерц, т. е. на порядок с лишним выше частот реально генерируемых ультразвуковых колебаний.

Величина  $T_D = \hbar\omega_{\max}/k$  является характеристической температурой кристалла и называется дебаевской (ее ввел П. Дебай, впервые объяснивший экспериментальный закон убывания теплоемкости кристаллической решетки при глубоком охлаждении кристалла). Смысл дебаевской температуры заключается в том, что эта величина связывает механические свойства кристаллов с их тепловыми свойствами\*\*). Температура  $T$  кристалла является низкой, если  $T \ll T_D$ .

При низких температурах энергия кристаллической решетки практически не отличается от средней энергии всех фононов обычного звука. Для оценки этой энергии примем, что как продольные, так и поперечные фононы распространяются с одинаковыми скоростями по всем направлениям, равными  $v_0$ . Тогда согласно (28.2) и (28.5) энергия решетки сильно охлажденного кристалла будет равна

$$E = 3 \sum_q \hbar\omega(\mathbf{q}) \langle n(\hbar\omega(\mathbf{q})) \rangle. \quad (28.6)$$

\*) Из-за малости теплового расширения решетки ее теплоемкости  $C_p$  и  $C_v$  почти одинаковы. Поэтому практически кристаллическая решетка имеет только одну теплоемкость.

\*\*) Величина  $T_D$  уже вводилась в § 13.4 тома I, где ее микроскопический смысл раскрывает формула (13.9). Отметим, что при получении (13.9) минимальная длина волны оценивалась только по порядку величины как расстояние, равное  $a$ , а скорость звука полагалась одинаковой у продольных и у поперечных волн по всем направлениям.

Здесь суммирование распространено на все возможные значения волнового вектора  $q$ , коэффициент 3 учитывает существование трех независимых поляризаций волн тепловых возбуждений кристаллической решетки, а зависимость  $\omega(q)$  определяется законом дисперсии (28.2).

При вычислении энергии (28.6) учтем следующее. Эта энергия характеризует объемные свойства кристалла только тогда, когда на ее величину не влияют границы кристалла. Это влияние отсутствует только в том случае, когда размеры кристалла достаточно велики. Они должны быть такими, чтобы количество узлов решетки, расположенных вблизи от границ кристалла,

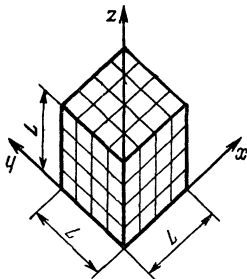


Рис. 28.7.

было ничтожно малым по сравнению с общим числом узлов всей решетки. Ниже это условие будет считаться выполненным. Так как при этом форма внешней огранки кристалла не существенна, то мы примем ее наиболее простой. Допустим, что кристалл имеет форму куба с длиной ребра  $L$ . Тогда согласно (28.4) промежуток между соседними значениями волнового числа стоячих волн вдоль любого из трех взаимно перпендикулярных ребер будет равен  $\Delta q = \pi/L$  и будет очень мал из-за большой величины  $L$ . Это означает, что волновой вектор  $q$  изменяется практически непрерывно, так что в (28.6) можно перейти от суммирования по  $q$  к интегрированию.

Чтобы это проделать, необходимо найти число  $dZ(q)$  волн с любой, но одинаковой поляризацией, волновые векторы которых попадают в бесконечно малый промежуток от  $q$  до  $q + dq$ .

Для этого выберем систему координат так, чтобы ее оси совпали с тремя ребрами внешней огранки кристалла, сходящимися к одной вершине (рис. 28.7). Рассмотрим пару бегущих волн с одной и той же поляризацией, которые распространяются вдоль одной оси, скажем вдоль оси  $x$ , и которые при сложении образуют одну стоячую волну. Пусть волновые векторы этих бегущих волн равны  $q = \{q, 0, 0\}$  и  $-q = \{-q, 0, 0\}$ , где  $q > 0$ . При исчезающе малом значении  $\Delta q = \pi/L$  существует бесконечно малый промежуток  $dq$ , такой что

$$\Delta q \ll dq \ll q_{\max} = \pi/a,$$

на котором помещается

$$\frac{dq}{\Delta q} = \frac{L}{\pi} dq$$

значений волнового числа  $q$ .

Бесконечно малому промежутку от  $q$  до  $q + dq$  соответствуют два интервала ( $q \leq q_x \leq q + dq$  и  $-q - dq \leq q_x \leq -q$ )

значений  $x$ -компонент волновых векторов бегущих волн, попарно создающих стоячие волны вдоль оси  $x$  с волновыми числами из выбранного промежутка. Поэтому, уменьшив полученную выше величину  $dq/\Delta q$  вдвое и заменив  $q$  на  $q_x$ , мы найдем число  $dZ(q_x)$  волн с одинаковой поляризацией, распространяющихся вдоль оси  $x$  с волновыми векторами из промежутка от  $q_x$  до  $q_x + dq_x$ :

$$dZ(q_x) = \frac{L}{2\pi} dq_x. \quad (28.7)$$

Здесь уже считается, что  $q_x$  является величиной, изменяющейся в пределах от  $-L/a$  до  $L/a$ .

Аналогично (28.7) определяются число  $dZ(q_y)$  и число  $dZ(q_z)$  волн с одинаковой поляризацией, которые распространяются, соответственно, в  $y$ - и  $z$ -направлениях с волновыми векторами из промежутков от  $q_y$  до  $q_y + dq_y$  и от  $q_z$  до  $q_z + dq_z$ .

Искомое число  $dZ(\mathbf{q})$  равно произведению

$$dZ(\mathbf{q}) = dZ(q_x) dZ(q_y) dZ(q_z),$$

что с учетом (28.7) дает

$$dZ(\mathbf{q}) = \frac{V}{(2\pi)^3} dq_x dq_y dq_z, \quad (28.8)$$

где  $V = L^3$  — объем кристалла.

С помощью (28.8) сумма (28.6) преобразуется в интеграл:

$$\begin{aligned} E &= 3 \int \hbar\omega(\mathbf{q}) \langle n(\hbar\omega(\mathbf{q})) \rangle dZ(\mathbf{q}) = \\ &= \frac{3V}{(2\pi)^3} \int \hbar\omega(\mathbf{q}) \langle n(\hbar\omega(\mathbf{q})) \rangle dq_x dq_y dq_z. \end{aligned}$$

В нем согласно (28.2) подынтегральная функция не зависит от ориентации  $\mathbf{q}$ . Поэтому можно выполнить интегрирование по направлениям  $\mathbf{q}$ . Оно сводится к суммированию всех бесконечно малых объемов  $dq_x dq_y dq_z$  из сферического слоя с радиусами  $q$  и  $q + dq$  в пространстве значений волнового вектора. Объем этого слоя равен  $4\pi q^2 dq$  (рис. 28.8). Используя закон дисперсии  $\omega = v_0 q$ , перейдем к интегрированию по частоте  $\omega$ . В результате получим

$$E = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 v_0^3} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (28.9)$$

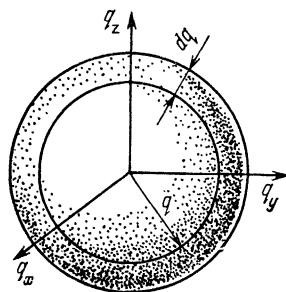


Рис. 28.8.

Введем безразмерную переменную интегрирования  $x = \hbar\omega/kT$ , которая изменяется в пределах от 0 до  $\hbar\omega_{\max}/kT = T_D/T$ . После

простых преобразований находим

$$E = \frac{15\sigma}{\pi^4} T^4 \int_0^{T_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Здесь через  $15\sigma/\pi^4$  обозначен коэффициент  $3Vk^4/2\pi^2v_0^3\hbar^3$ .

Так как  $T \ll T_D$ , то верхний предел изменения  $x$  является очень большим числом. При больших  $x$  величина  $e^x \gg 1$ , так что вблизи верхнего предела подинтегральная функция из последнего выражения является малой величиной, очень быстро убывающей с возрастанием  $x$  по закону  $x^3e^{-x}$ . Поэтому практически не изменив интеграла, его верхний предел можно отодвинуть на бесконечность. Интеграл, который после этого получается, равен  $\pi^4/15$ .

Следовательно, при температуре  $T \ll T_D$  внутренняя энергия кристаллической решетки равна

$$E = \sigma T^4, \quad (28.10)$$

где  $\sigma = \pi^2k^4V/10v_0^3\hbar^3$ .

Согласно (28.10) при низких температурах теплоемкость кристаллической решетки зависит от температуры следующим образом:

$$C = \partial E/\partial T \propto T^3. \quad (28.11)$$

Такая зависимость действительно наблюдается у реальных диэлектрических кристаллов (у металлов вклад во внутреннюю энергию дают еще электроны проводимости), если только  $T \leq 2 \cdot 10^{-2}T_D$ . Этим, во-первых, подтверждается справедливость квантовых представлений о тепловом движении кристаллической решетки. Во-вторых, устанавливается реальная область применимости законов (28.10) и (28.11). Значения дебаевской температуры  $T_D$  варьируются в пределах от 105 К (свинец) до 2230 К (алмаз). Поэтому законы (28.10) и (28.11) выполняются в температурном интервале, приблизительно равном  $0 \leq T \leq 20$  К.

4. Точный расчет теплоемкости кристаллической решетки за пределами низкотемпературной области невозможен без учета вкладов во внутреннюю энергию решетки всех типов фононов. Этот учет осуществить очень трудно из-за того, что точный вид всех зависимостей  $\omega(\mathbf{q})$  обычно неизвестен. Упрощенная теория теплоемкости кристаллической решетки, которая называется *моделью Дебая*, основана на допущении о справедливости закона дисперсии (28.2) для всех фононов. Соответственно, в этой модели формула (28.9) считается верной при всех температурах. Она приводит к правильной температурной зависимости теплоемкости решетки как при низких, так и при высоких температурах, при которых выполняется закон Дюлонга — Пти.

Согласно модели Дебая теплоемкость решетки одного моля кристаллического вещества изменяется в зависимости от температуры так, как это показано на рис. 28.9. Из (28.9) видно, что в этой модели внутренняя энергия решетки, а следовательно, и теплоемкость решетки зависят только от скорости  $v_0$  распространения звука в веществе и от плотности вещества. Зависимость от плотности возникает через предельную частоту  $\omega_{\max}$ , которая в соответствии с (28.2) — (28.4) равна

$$v_0 q_{\max} \sim \pi/a \sim n^{1/3},$$

где  $n = N/V = a^{-3}$  — число узлов решетки кристалла в единице его объема.

В модели Дебая оптических фононов нет. Поэтому эта модель применима только к кристаллам с простой структурой, а для кристаллов со сложной структурой модель Дебая правильно предсказывает поведение теплоемкости только при очень низких температурах и при высоких температурах, при которых она приводит к закону Дюлонга — Пти. Для простых кристаллов модель Дебая является приближенной теорией, так как при наличии одних только акустических колебаний простой частотный спектр (28.2) имеет сходство с реальным частотным спектром акустических фононов, с которым спектр (28.2) практически совпадает в низкочастотной области. Это сходство видно из рис. 28.10, на котором реальный спектр изображен сплошной линией, а спектр (28.2) показан пунктирной прямой (на этом рисунке  $q$  — волновое число).

Отметим, наконец, что если  $T \geq T_{\text{пл}}/2$ , где  $T_{\text{пл}}$  — температура плавления кристалла, то на теплоемкость его решетки начинают оказывать существенное влияние интенсивно образующиеся точечные дефекты — вакансии и атомы внедрения. На образование каждого такого дефекта уходит довольно большая энергия порядка 1 эВ. Поэтому за счет возрастания числа вакансий и внедренных атомов с повышением температуры увеличивается теплоемкость кристалла, причем этот эффект особенно велик при температурах, близких к точке плавления.

Характер температурной зависимости теплоемкости кристаллической решетки во всей температурной области существования кристалла передает кривая, показанная на рис. 28.11. Ее горизонтальный участок изображает закон Дюлонга — Пти.

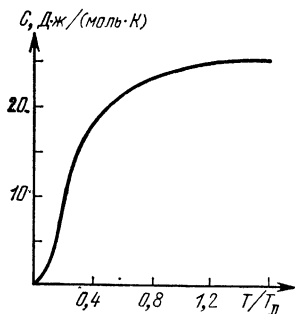


Рис. 28.9.

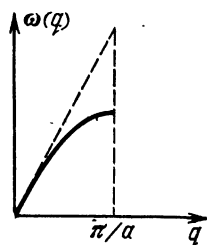


Рис. 28.10.

5. Фононы переносят тепло через кристаллическую решетку. Чтобы отличить теплопередачу этого происхождения от других ее видов (электронами проводимости, спиновыми степенями свободы и т. д.), ниже мы будем использовать индекс «ф», отмечая им механизм теплопередачи, обусловленный распространением в кристалле фононов.

Напомним (см. § 11.1 из тома I), что теплопроводностью является необратимый процесс распространения тепла в веществе, температура разных участков которого неодинакова. Этот процесс характеризует поток тепла. При распространении тепла в решетке, скажем, вдоль оси  $x$  поток тепла равен

$$j_{\text{ф}}^{(E)} = -\kappa_{\text{ф}} \partial T / \partial x,$$

где  $\kappa_{\text{ф}}$  — теплопроводность решетки, а  $T$  — температура кристалла. Так как тепловое движение решетки заключается в возбуждении фононов, которые

образуют газ, то величину  $\kappa_{\text{ф}}$  можно оценить, применяя формулу для коэффициента теплопроводности газов, полученную в § 11.1 из тома I. Согласно этой формуле по порядку величины

$$\kappa_{\text{ф}} \approx \frac{C_{\text{ф}}}{V} v_{\text{ф}} l_{\text{ф}},$$

где  $C_{\text{ф}}$  — решеточная теплоемкость кристалла,  $V$  — объем кристалла,  $v_{\text{ф}}$  — тепловая скорость фононов, по порядку величины равная скорости звука в кристалле, а  $l_{\text{ф}}$  — средняя длина свободного пробега фонона.

Появление величины  $l_{\text{ф}}$  говорит о том, что при описании теплопроводности газ фононов нельзя считать идеальным (в идеальном газе величина  $l_{\text{ф}}$  неограниченно велика). Неидеальность обусловлена взаимодействием фононов друг с другом и с дефектами решетки. Последняя причина является главной при достаточно низких температурах, когда фононов слишком мало и их редкие столкновения друг с другом практически несущественны.

На языке колебаний конечность величины  $l_{\text{ф}}$  означает затухание волн деформаций кристаллической решетки (которым пренебрегалось при расчете внутренней энергии решетки и ее теплоемкости). Затухание, вызванное взаимодействием фононов друг с другом, связано с нелинейностью уравнений движения для колебаний. Нелинейные колебания являются ангармоническими, и для этих колебаний не выполняется принцип суперпозиции (см. § 7.1. из тома I). Поэтому образованные такими колебаниями волны не распространяются независимо. В частности, две волны могут породить третью волну с частотой, отличной от

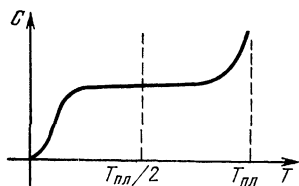


Рис. 28.11.



каждой из частот первоначальных волн. На квантовом языке это означает, что при столкновении фононов рождаются новые фононы. В этих процессах фононы могут и исчезать. Рождение и уничтожение фононов происходит также при взаимодействии волн деформации решетки с ее дефектами. Например, дефект может поглощать энергию волны, вызывая ее затухание. Квантовый механизм этого затухания заключается в поглощении дефектом фононов волны. Все эти процессы приводят к тому, что величина  $I_{\text{ф}}$  оказывается конечной. Ее прямой расчет является очень трудной задачей физики твердого тела, которая решается только приближенно. Изложение этой задачи выходит за рамки настоящего курса.

### § 28.3. Стационарные состояния электронов в кристаллах

1. Квантовую задачу о движении электронов в кристалле точно решить невозможно, даже если воспользоваться для этого всей современной вычислительной техникой. Электронов в кристалле так много ( $10^{23}$  —  $10^{24}$  в каждом кубическом сантиметре), что учесть все детали взаимодействий, в которых электроны участвуют, совершенно немислимо. Но этого, как оказывается, и не нужно делать. Свойства электронного движения в кристалле с высокой точностью описываются в *адиабатическом приближении* при допущении о *самосогласованном характере* этого движения.

Поясним, что это означает. Адиабатическое приближение заключается в том, что движение электронов считается происходящим при полной неподвижности атомных ядер. Это допущение можно принять благодаря тому, что ядра являются очень тяжелыми частицами по сравнению с электронами. Таким образом, в адиабатическом приближении атомным ядрам отводится роль статических источников силового поля, в котором движутся электроны\*). Самосогласованность движения электронов означает, что у каждого электрона есть своя волновая функция, которая является решением уравнения Шредингера с потенциальной энергией электрона в поле, созданном всеми атомными ядрами и усредненным распределением остальных электронов при заданной конфигурации ядер. В первом приближении считается, что ядра закреплены в своих равновесных положениях. В этом случае электроны движутся в периодической структуре. Поэтому их распределение также будет периодическим.

---

\*) При описании сравнительно медленного движения ядер учитывается только влияние на него усредненного распределения электронов. Из-за медленного движения ядер происходит обмен энергией между электронами и решеткой кристалла, в результате которого между ними устанавливается тепловое равновесие.

Соответственно, этим же свойством будет обладать и самосогласованное поле\*).

2. В периодическом поле энергетический спектр электронов состоит из зон разрешенных энергий, разделенных щелями или запрещенными зонами (см. п. 3 из § 25.3 и п. 5 из § 26.3). Между энергетическими уровнями изолированных атомов и энергетическими зонами кристаллов существует связь. Эта связь состоит в том, что при конденсации атомов в кристалл атомные уровни смещаются и расщепляются, образуя зоны разрешенных энергий электронов в кристалле. Каждый уровень в зоне оказывается вырожденным только по ориентации спина электрона, а число уровней в зоне равно числу атомов, образующих кристалл.

Поясним эффекты смещения и расщепления уровней на примере модельной системы, состоящей из двух гипотетических атомов, устроенных следующим обра-

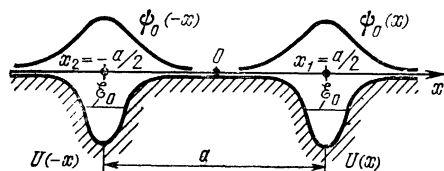


Рис. 28.12.

зом. Каждый атом состоит из ядра и одного электрона с массой  $m_e$ , который движется в потенциальной яме, создаваемой ядром и симметричной относительно центра ямы. Ядра и электроны могут перемещаться только вдоль оси  $x$ . Обозначим расстояние между атомами через  $a$ . Выберем начало отсчета так, чтобы ядра атомов оказались в точках с координатами  $x_1 = a/2$  и  $x_2 = -a/2$  (рис. 28.12).

Пусть  $a$  очень велико, т. е. значительно больше ширины одной ямы. В этом случае электроны в атомах будут двигаться независимо (атомы изолированы). Если  $U(x)$  — потенциальная энергия электрона в атоме, расположенном справа от начала отсчета, то потенциальная энергия электрона в другом атоме, расположенном слева, будет равна  $U(-x)$  (рис. 28.12). Предположим, что в каждой из этих потенциальных ям существует только одно-единственное состояние электрона с энергией  $\mathcal{E}_0$ . Обозначим волновую функцию этого состояния в первом атоме через  $\psi_0(x)$ . Распределение координат электрона в симметричной яме может быть только симметричным. Поэтому волновая функция  $\psi_0(x)$  будет или симметричной, или антисимметричной относительно точки  $x_1 = a/2$ . Для определенности допустим, что эта функция симметрична. Соответственно, волновая функ-

\*) С самосогласованным полем мы уже встречались, рассматривая многоэлектронные атомы. И там и здесь смысл самосогласованности одинаков. Различны только свойства самосогласованных полей: в многоэлектронном атоме самосогласованное поле является центрально-симметричным, а в кристалле оно периодически.

ция электрона в другом атоме будет равна  $\psi_0(-x)$  и будет симметричной относительно точки  $x_2 = -a/2$  (рис. 28.12).

Функции  $\psi_0(\pm x)$  удовлетворяют уравнениям Шрёдингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2\psi_0(\pm x)}{dx^2} + U(\pm x)\psi_0(\pm x) = \mathcal{E}_0\psi_0(\pm x) \quad (28.12)$$

и достаточно быстро убывают до нуля за пределами потенциальных ям  $U(x)$  и  $U(-x)$ . В дальнейшем волновая функция  $\psi_0(x)$  будет считаться вещественной величиной\*). Условие нормировки для нее запишем в виде

$$\int_0^{\infty} \psi_0^2(x) dx = \int_{-\infty}^0 \psi_0^2(-x) dx = 1. \quad (28.13)$$

В (28.13) учитывается, что при очень большом  $a$  величина  $\psi_0(x)$  практически равна нулю при  $x < 0$  и, соответственно, пренебрежимо малой является величина  $\psi_0(-x)$  при  $x > 0$ . По этой же причине

$$\int_{-\infty}^0 \psi_0(x)\psi_0(-x) dx = \int_0^{\infty} \psi_0(x)\psi_0(-x) dx = 0. \quad (28.14)$$

Мы видим, что в системе, состоящей из двух очень удаленных друг от друга атомов, есть два электронных состояния  $\psi_0(x)$  и  $\psi_0(-x)$  с одинаковой энергией  $\mathcal{E}_0$ . Следовательно, в этой системе электронный уровень  $\mathcal{E}_0$  является дважды вырожденным. Причиной вырождения является независимость энергии электрона от того, в каком из изолированных атомов электрон находится. Поэтому такое вырождение называется *перестановочным*.

При сближении атомов ширина потенциального барьера, разделяющего потенциальные ямы  $U(x)$  и  $U(-x)$ , сокращается. В результате становится заметной вероятность туннельного прохождения электрона из одного атома в другой. Из-за этого движение электронов теряет свою индивидуальность. Оба электрона начинают двигаться под одновременным воздействием двух ядер. Поэтому такие электроны называются *коллективизированными*.

Рассмотрим один из коллективизированных электронов при условии, что вероятность туннельного прохождения является очень небольшой, но все же не пренебрежимо малой величиной. При этом будет предполагаться, что расстояние  $a$  еще остается настолько большим, что с высокой точностью выполняются (28.13) и (28.14).

\*) Уравнение Шрёдингера (28.12) с вещественными:  $U$  и  $\mathcal{E}$  имеет вещественные решения, убывающие при возрастании  $|x|$ .

Состояние коллективизированного электрона представим суперпозицией состояний электронов в изолированных атомах. Так как распределение координат коллективизированного электрона должно быть симметричным относительно точки  $x = 0$ , то его волновая функция будет или четной, или нечетной. Существуют только две суперпозиции состояний  $\psi_0(x)$  и  $\psi_0(-x)$ , удовлетворяющие этому условию:

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_0(x) + \psi_0(-x)), \quad \psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_0(x) - \psi_0(-x)).$$

Здесь коэффициенты  $1/\sqrt{2}$  введены для соблюдения условия нормировки для волновых функций  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . Действительно, согласно (28.14)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{1,2}^2(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^2(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_0^2(-x) dx.$$

Из-за очень малой величины  $\psi_0(x)$  при  $x < 0$  и величины  $\psi_0(-x)$  при  $x > 0$  интегралы в правой части полученного равенства можно заменить соответствующими интегралами из (28.13). При такой замене стоящая в этой правой части сумма интегралов обращается в единицу.

Волновые функции  $\psi_1(x)$  и  $\psi_2(x)$  удовлетворяют уравнениям Шрёдингера с потенциальной энергией  $V(x) = U(x) + U(-x)$ , которой электрон обладает в поле обоих ядер:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d^2\psi_{1,2}(x)}{dx^2} + V(x)\psi_{1,2}(x) = \mathcal{E}_{1,2}\psi_{1,2}(x). \quad (28.15)$$

В этих уравнениях  $\mathcal{E}_1$  — энергия состояния  $\psi_1$ , а  $\mathcal{E}_2$  — энергия состояния  $\psi_2$ .

Умножим уравнение Шрёдингера для  $\psi_0(x)$  из (28.12) на  $\psi_1(x)$ , а уравнение Шрёдингера для  $\psi_1(x)$  на  $\psi_0(x)$ , после чего вычтем почленно из второго полученного равенства первое. При вычитании воспользуемся тем, что

$$\psi_0 \frac{d^2\psi_1}{dx^2} - \psi_1 \frac{d^2\psi_0}{dx^2} = \frac{d}{dx} (\psi_0\psi_1' - \psi_1\psi_0'),$$

где штрих обозначает производную функции. В результате получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d}{dx} (\psi_0\psi_1' - \psi_1\psi_0') + (V(x) - U(x))\psi_0\psi_1 = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0)\psi_0\psi_1.$$

Проинтегрируем это равенство по  $x$  от 0 до  $\infty$ . При этом учтем обращение в нуль волновых функций на бесконечности и следующие равенства:

$$\psi_1(0) = \sqrt{2}\psi_0(0), \quad \psi_1'(0) = 0,$$

$$V(x) - U(x) = U(-x) = 0 \quad \text{при } x > 0,$$

$$\int_0^{\infty} \psi_0(x)\psi_1(x) dx \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\infty} \psi_0^2(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Окончательно получаем

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \psi_0(0) \psi_0'(0).$$

Проделаем аналогичные вычисления с уравнением для  $\psi_0(-x)$  из (28.12) и уравнением для  $\psi_2(x)$  из (28.15). Интегрируя теперь по оси  $x$  от  $-\infty$  до 0 с учетом того, что

$$\psi_2(0) = 0, \quad \psi_2'(0) = \sqrt{2} \psi_0'(0),$$

$$V(x) - U(-x) = U(x) = 0 \quad \text{при } x < 0,$$

$$\int_{-\infty}^0 \psi_0(-x) \psi_2(x) dx \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^0 \psi_0^2(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

находим

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0 = \frac{\hbar^2}{2m_e} \psi_0(0) \psi_0'(0).$$

Теперь видно, что  $\mathcal{E}_2 \neq \mathcal{E}_1$ . Разность этих энергий  $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$  равна

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\hbar^2}{m_e} \psi_0(0) \psi_0'(0) = \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{d\omega(x)}{dx}, \quad (28.16)$$

где  $\omega(x) = \psi_0^2(x)$ . Следовательно, при коллективизации электронов перестановочное вырождение снимается и атомный уровень  $\mathcal{E}_0$  расщепляется на два уровня  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Эти уровни смещены относительно  $\mathcal{E}_0$  на одну и ту же величину, но в разные стороны.

Согласно (28.16) величина расщепления пропорциональна скорости, с которой изменяется плотность вероятности  $\omega(x)$  в промежутке между атомами. Эта скорость тем больше, чем сильнее перекрываются атомные волновые функции  $\psi_0(x)$  и  $\psi_0(-x)$ , что видно из рис. 28.13.

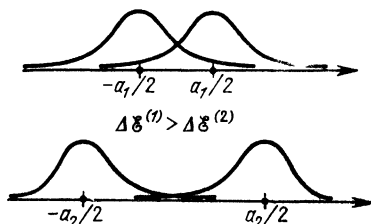


Рис. 28.13

На этом рисунке изображены графики функций  $\psi_0(x)$  и  $\psi_0(-x)$  при двух расстояниях  $a_1$  и  $a_2 > a_1$  между атомами. Через  $\Delta\mathcal{E}^{(1)}$  и  $\Delta\mathcal{E}^{(2)}$  обозначены значения величины расщепления (28.16) при этих расстояниях.

Отметим, наконец, что так как электроны обладают спином, то каждый из уровней  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  остается дважды вырожденным по ориентации спина.

3. При рассмотрении большого числа атомов, расположенных друг за другом на одинаковом расстоянии, картина усложняется только в том, что возрастает количество состояний коллективизированных электронов. Например, в системе, состоящей из трех атомов, при их сближении возникают три коллективизированных

состояния с разными энергиями, так что атомный уровень  $\mathcal{E}_0$  расщепляется на три уровня. При сближении  $N$  атомов расщепление приводит к образованию энергетической зоны, состоящей из  $N$  электронных уровней, каждый из которых остается вырожденным только по ориентации спина электрона.

В системах, состоящих не из гипотетических, а из реальных атомов, происходят те же явления. Так, при конденсации  $N$  реальных атомов в кристалл из каждого атомного уровня, на котором электрон находится в  $s$ -состоянии, образуется одна энергетическая зона с количеством уровней, равным числу атомов. Из состояний электрона в атоме с одним и тем же орбитальным числом  $l \neq 0$  возникает  $2l + 1$  зон. Число уровней в любой из этих зон также равно числу атомов, и эти уровни также вырождены по ориентации электронного спина.

Если расстояния между соседними атомами приблизительно одинаковы, что имеет место в кристаллах, то расщепление происходит так, что энергетические промежутки между соседними уровнями оказываются почти одинаковыми. Это объясняется тем, что в основном перекрываются электронные волновые функции только соседних атомов, на что присутствие других атомов практически не влияет.

В реальных кристаллах число атомов макроскопически велико и сравнимо с  $10^{23}$ . Так как энергетические уровни изолированного атома обычно занимают промежутки около 10 эВ, то расстояние по энергии между соседними уровнями в каждой энергетической зоне по порядку величины не превосходит  $10^{-22}$  эВ. Эту дискретность невозможно обнаружить даже при самых низких температурах, достигнутых в настоящее время. Так, при температуре  $10^{-5}$  К характерная тепловая энергия  $kT \approx 10^{-9}$  эВ на тринадцать порядков превышает промежуток между соседними уровнями в любой энергетической зоне кристалла. Поэтому практически энергетическую зону можно рассматривать как непрерывную полосу разрешенных энергий электрона в кристалле. Однако фактическая дискретность зон имеет принципиальное значение в связи с тем, что электроны, являясь фермионами, подчиняются принципу Паули. Этот закон, запрещая находиться в одном и том же состоянии более чем одному электрону, регулирует заполнение зон кристалла электронами и тем самым определяет его электронные свойства.

Волновые функции электронов из замкнутых внутренних оболочек атомов убывают с удалением от их ядер быстрее, чем волновые функции внешних электронов. Поэтому волновые функции электронов из внутренних оболочек в межатомных промежутках перекрываются значительно меньше, чем волновые функции внешних электронов. Из-за этого электронные уровни внутренних оболочек атомов смещаются и расщепляются го-

раздо слабее, чем электронные уровни внешних оболочек. В связи с этим самыми широкими оказываются зоны, генетически связанные с внешней оболочкой изолированного атома. Эти зоны имеют ширину около 3—5 эВ. Наоборот, зоны, возникающие из уровней внутренних оболочек атомов, являются сравнительно узкими. Их ширина не превосходит 1 эВ.

Для примера на рис. 28.14 приведены зоны кристалла Li и два нижних электронных уровня  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  в изолированных атомах Li, из которых эти зоны образуются. На первом уровне  $\mathcal{E}_1$  находятся два электрона с антипараллельными спинами в  $1s$ -состоянии. На втором уровне  $\mathcal{E}_2$  находится один электрон в  $2s$ -состоянии. По оси абсцисс откладывается расстояние между атомами Li. Величина  $r_0$  является микроскопическим межатомным расстоянием в кристалле Li. Стрелками на уровнях  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  отмечены спины электронов.

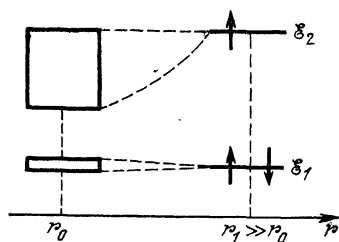


Рис. 28.14.

В § 28.1 отмечалось, что кристалл можно рассматривать как систему ионных остовов и электронов. Сейчас мы можем точно сформулировать условие применимости такого представления. Оно оправдано для всех явлений, в которых ширина нижних узких зон не существенна. Это означает, что отличие этих зон от уровней внутренних электронов изолированного атома пренебрежимо мало. В этом случае внутренние электроны практически не коллективизируются, т. е. подавляющую часть времени проводят внутри атома, сохраняя неизменным состав его ионного остова.

4. От строения зонного энергетического спектра электрона в кристалле и заполнения этого спектра электронами при температуре  $T = 0$  зависит проводимость кристалла, т. е. его принадлежность к металлам, диэлектрикам и полупроводникам.

При  $T = 0$  тепловое движение отсутствует и каждый электрон стремится занять состояние с наименьшей энергией. Но, подчиняясь принципу Паули, все электроны не могут оказаться в одном и том же состоянии. Поэтому они распределяются по разным состояниям, последовательно заполняя разрешенные энергетические зоны, начиная с самой нижней. При этом зоны, которые образуются из замкнутых внутренних оболочек изолированных атомов, полностью заполняются электронами. Но для валентных электронов атомов есть две возможности: они или частично, или до конца заполняют одну из разрешенных зон. Эта зона называется *валентной*. Сверху над ней расположены пустые зоны. Обе возможности заполнения валентной зоны

показаны на рис. 28.15, на котором глубина заполнения отмечена штриховкой.

Электроны в зонах, заполненных до конца и частично, обладают разными свойствами. Различие заключается в следующем. При статистическом равновесии электроны из любой зоны могут быть разбиты на пары, в каждой из которых составляющие пару электроны движутся в противоположных направлениях, но с одной и той же по величине скоростью, так что электрический ток всех электронов отсутствует. Бестоковое состояние электронов из заполненной зоны нарушить очень трудно, поскольку для этого какую-то часть электронов нужно перевести в вышележащую зону с вакантными состояниями, т. е. преодолеть щель, разделяющую заполненную зону и зону с вакантными состояниями.

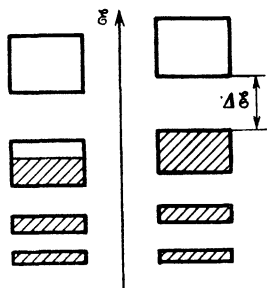


Рис. 28.15.

Наоборот, если зона заполнена электронами частично, то в ней статистическое равновесие электронов нарушается легко. Даже очень слабое электрическое поле будет переводить электроны в незанятые состояния

в пределах одной и той же зоны. При этом электроны, которые двигались против поля, будут ускоряться, а электроны, перемещавшиеся в обратном направлении, будут замедляться. В результате средняя скорость движения электронов станет отличной от нуля и в кристалле возникнет электрический ток. Поэтому всякая энергетическая зона, заполненная частично, называется *зоной проводимости*. Соответственно, кристалл, в котором валентная зона является зоной проводимости, будет металлом.

Если при  $T = 0$  валентная зона не является зоной проводимости, то кристалл с такой валентной зоной будет изолятором. Состояние электронов из его валентной зоны изменится только в очень сильном электрическом поле, которое сообщает валентным электронам энергию, достаточную для их перехода из валентной зоны в соседнюю пустую. При этом на каждый переход затрачивается энергия не меньше ширины запрещенной зоны  $\Delta\mathcal{E}$  (рис. 28.15). Возбуждение таких электронных переходов является пробоем кристаллического изолятора.

Нагревание кристалла с заполненной валентной зоной приводит к тому, что он перестает быть идеальным изолятором. Из-за тепловых флуктуаций часть электронов валентной зоны перебрасывается в соседнюю пустую зону. В результате обе зоны становятся зонами проводимости. Если ширина запрещенной зоны  $\Delta\mathcal{E}$  порядка нескольких электронвольт, то термически активных электронов ничтожно мало. Поэтому кристаллы с такой шириной запрещенной зоны при  $T \neq 0$  являются диэлектриками.



Если же кристалл имеет ширину запрещенной зоны  $\Delta\mathcal{E} \leq 1$  эВ, то при  $T \neq 0$  он является полупроводником.

Генетическая связь зон разрешенных энергий электрона в кристалле с энергетическими уровнями изолированных атомов в некоторых случаях позволяет легко объяснить, почему у кристалла из этих атомов есть электронная проводимость или, наоборот, ее нет. Например, кристалл лития — металл из-за того, что на  $2s$ -уровне атома Li, на котором можно поместить два электрона с антипараллельными спинами, находится только один электрон (рис. 28.14). Поэтому  $2s$ -уровни атомов Li превращаются в зону проводимости кристалла лития, состояния которой заполнены только наполовину.

Так просто глубина заполнения разрешенных зон определяется далеко не всегда. Затруднения возникают из-за перекрытия различных разрешенных зон. Например, казалось бы, что кристалл бериллия должен быть диэлектриком. У атома Be ( $Z = 4$ ) уровни  $1s$  и  $2s$  полностью заполнены парами электронов с антипараллельными спинами. На первый взгляд из этих уровней могут образоваться только полностью заполненные валентные зоны кристалла бериллия. Но на самом деле это не так в связи с тем, что зоны, происходящие из уровня  $2s$  и уровня  $2p$ , на котором в атоме Be электронов нет, перекрываются (рис. 28.16). В результате возникает общая большая зона, заполненная частично, и поэтому кристалл бериллия оказывается металлом.

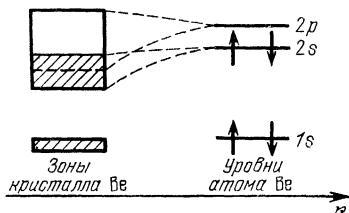


Рис. 28.16.

Укажем, наконец, один из способов опытного изучения зонной структуры кристаллов. Этот метод заключается в исследовании мягкого рентгеновского излучения, которое возникает при бомбардировке кристалла потоками электронов с энергией, достаточной для выбивания электронов, заполняющих какую-нибудь глубинную зону, в одну из верхних зон. Это излучение возникает из-за «падения» электронов из верхней зоны на освободившиеся «места» в нижней. Так как верхняя зона значительно шире нижней, то частотный спектр рентгеновского излучения будет соответствовать заполненным уровням верхней зоны, т. е. должен быть достаточно широким. И действительно, в каждом случае опытное распределение интенсивности  $I$  мягкого рентгеновского излучения по частотам  $\omega$  имеет широкий максимум, положение и ширина которого согласуются с теоретическими представлениями о заполнении верхней зоны (рис. 28.17).

5. В приближении самосогласованного поля статистические свойства электронов в кристаллах описываются с помощью

заселенностей электронных состояний. Каждая заселенность является средним числом электронов в одном из состояний.

Допустим, что в кристалле установилось тепловое равновесие при температуре  $T$ . В приближении самосогласованного поля система электронов кристалла является идеальным газом\*),

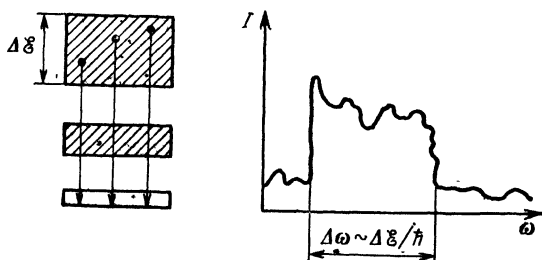


Рис. 28.17.

в котором, однако, из-за принципа Паули есть влияние электронов друг на друга. По этой причине заселенность любого электронного состояния не превосходит единицы, так что эта величина одновременно является также вероятностью пребывания электрона в данном состоянии.

Допустим, что в идеальный газ электронов вносится посторонний атом, который имеет только два невырожденных уровня: 0 и  $\varepsilon$ . Электроны будут сталкиваться с атомом, так что атом будет то возбуждаться, поглощая энергию, то переходить в основное состояние, отдавая энергию электронам обратно. Тепловое равновесие будет сохраняться, если эти процессы не нарушают распределение электронов по их состояниям. Для этого нужно, чтобы в единицу времени в среднем происходило ровно столько переходов (в результате которых возбужденный атом переходит в основное состояние, а один из электронов увеличивает свою энергию от значения  $\mathcal{E}$  до значения  $\mathcal{E} + \varepsilon$ ), сколько происходит обратных переходов, при которых атом возбуждается, а у одного из электронов энергия уменьшается от величины  $\mathcal{E} + \varepsilon$  до значения  $\mathcal{E}$ . Скорость каждого из этих процессов пропорциональна произведению вероятностей пребывания атома и электрона в исходном состоянии, а также вероятности того, что конечное состояние электрона свободно. Последним учитывается принцип Паули.

Согласно распределению Гиббса (см. § 9.4 из тома I) вероятности пребывания атома в возбужденном и в основном состояниях пропорциональны, соответственно,  $e^{-\varepsilon/kT}$  и  $e^{0/kT} = 1$ . Обозначим заселенность электронного состояния с энергией  $\mathcal{E}$

\*) Самосогласованное поле вводится как внешнее, в котором электроны друг с другом не взаимодействуют.

через  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle$ . Тогда, согласно сказанному выше, скорость атомных переходов с повышением энергии электрона будет пропорциональна произведению

$$e^{-\mathcal{E}/kT} \langle n(\mathcal{E}) \rangle (1 - \langle n(\mathcal{E} + \epsilon) \rangle).$$

Аналогично, скорость обратного процесса с понижением энергии электрона будет пропорциональна величине

$$1 \langle n(\mathcal{E} + \epsilon) \rangle (1 - \langle n(\mathcal{E}) \rangle).$$

В этих выражениях последние множители являются вероятностями того, что конечные электронные состояния свободны. При тепловом равновесии оба произведения равны друг другу. Отсюда получаем функциональное уравнение

$$\frac{\langle n(\mathcal{E}) \rangle}{1 - \langle n(\mathcal{E}) \rangle} = e^{\mathcal{E}/kT} \frac{\langle n(\mathcal{E} + \epsilon) \rangle}{1 - \langle n(\mathcal{E} + \epsilon) \rangle}.$$

Его решение имеет вид

$$\langle n(\mathcal{E}) \rangle = \frac{1}{e^{(\mathcal{E} - \mu)/kT} + 1}, \quad (28.17)$$

где величина  $\mu$  не зависит от энергии  $\mathcal{E}$ . В этом легко убедиться подстановкой (28.17) в уравнение, записанное выше.

Из (28.17) видно, что заселенность электронного состояния зависит только от его энергии. Остальные величины — температура  $T$  и параметр  $\mu$  — характеризуют макроскопическое состояние всех электронов. Без доказательства отметим, что параметр  $\mu$  зависит от температуры и давления электронного газа. Этот параметр называется *химическим потенциалом* электронов. Его смысл мы выясним ниже.

Обратим внимание на то, что вывод (28.17) не опирался на свойства электронов, отличающие их от других фермионов. Поэтому зависимость (28.17) выполняется для одинаковых фермионов любой природы, если только их взаимодействие друг с другом несущественно. С этим ограничением (28.17) является универсальным квантовым законом, который называется *распределением Ферми — Дирака* или просто *распределением Ферми*.

6. Химический потенциал электронов в кристаллах очень слабо зависит от температуры. В этом мы убедимся позднее. Сейчас мы примем это свойство на веру. Согласно этому свойству положим, что при всех температурах для электронов кристалла с высокой точностью  $\mu = \mu_0$ , где  $\mu_0$  является значением химического потенциала электронов при  $T = 0$ . В этом приближении рассмотрим свойства распределения Ферми для электронов.

Из (28.17) следует, что все заселенности

$$\langle n(\mathcal{E}) \rangle = \frac{1}{e^{(\mathcal{E} - \mu_0)/kT} + 1} \leq 1,$$

что согласуется с принципом Паули.

При  $T \neq 0$  распределение Ферми непрерывно, а при  $T = 0$  имеет точку разрыва при  $\mathcal{E} = \mu_0$ . При абсолютном нуле температуры

$$\langle n(\mathcal{E}) \rangle = \begin{cases} 1, & \text{если } \mathcal{E} < \mu_0, \\ 0, & \text{если } \mathcal{E} > \mu_0. \end{cases} \quad (28.18)$$

Мы видим, что с прекращением теплового движения распределение электронов по разным состояниям не исчезает. Электроны занимают состояния последовательно, начиная с состояния с наименьшей энергией. В этом также проявляется действие принципа Паули.

Чтобы при температуре  $T = 0$  добавить один дополнительный электрон к уже имеющимся, нужно совершить работу, равную  $\mu_0$ . Равенство этой работы химическому потенциалу отнюдь не случайное. Это равенство выполняется всегда:

*работа, которую нужно совершить, чтобы увеличить число частиц в системе на единицу, сохраняя температуру и давление неизменными, равна химическому потенциалу этой системы.*

В этом заключается физический смысл химического потенциала.

Состояние всех электронов, распределенных согласно (28.18), называется *полностью вырожденным*. При нагревании это состояние разрушается. Температура

$$T_0 = \mu_0/k \quad (28.19)$$

называется *температурой вырождения*. Ее смысл состоит в том, что при  $T < T_0$  электронный газ является существенно квантовым, тогда как при  $T \gg T_0$  квантовые свойства электронов практически не проявляются.

Чтобы в этом убедиться, заметим, что согласно (28.17) при  $T \neq 0$  величина  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle$  заметно изменяется только внутри промежутка  $|\mathcal{E} - \mu_0| \leq kT$ , в центре которого, т. е. в точке  $\mathcal{E} = \mu_0$ , ее значение равно  $1/2$ . Это показано на рис. 28.18, на котором плавная кривая, изображенная тонкой линией, является графиком зависимости (28.17) при  $T \neq 0$ . Два утолщенных отрезка, смещенных друг относительно друга по вертикали, представляют собой график распределения Ферми при  $T = 0$ .

Если  $|\mathcal{E} - \mu_0| \gg kT$ , то  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle \approx 1$  при  $\mathcal{E} < \mu_0$  и  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle \approx 0$  при  $\mathcal{E} > \mu_0$ . Следовательно, если  $T < T_0$ , то распределение Ферми очень слабо отличается от предельной формы (28.18). Поэтому в этом случае свойства электронного газа существенно определяются принципом Паули, т. е. являются квантовыми.

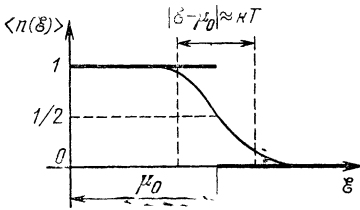


Рис 28.18

Наоборот, при  $T > T_0$  почти все заселенности  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle \ll 1$ , что возможно только при низкой концентрации электронного газа. В таком газе принцип Паули очень слабо влияет на движение электронов, из-за чего свойства электронного газа практически не отличаются от свойств обычных нековантовых газов.

7. От химического потенциала  $\mu_0$  зависит принадлежность кристалла к металлам, диэлектрикам и полупроводникам, так как величина  $\mu_0$  ограничивает не зависящую от теплового движения глубину заполнения электронных состояний в кристалле.

Кристалл будет металлом, если химический потенциал  $\mu_0$  лежит в валентной зоне и от границ зоны его отделяют промежутки, которые значительно превышают тепловую энергию  $kT$  при всех температурах существования кристаллической структуры. В этом случае в кристалле очень много электронов проводимости. Но среди них только незначительная часть участвует в тепловом движении, так что при всех температурах распределение электронов остается близким к распределению (28.18), т. е. их состояние является почти полностью вырожденным.

Кристаллы, в которых химический потенциал  $\mu_0$  расположен внутри валентной зоны, но близко к одной из ее границ, обладают низкой проводимостью либо вследствие малости концентрации электронов проводимости, либо из-за небольшого количества свободных состояний в валентной зоне, в которые могут переходить валентные электроны.

В диэлектриках химический потенциал  $\mu_0$  лежит внутри достаточно широкой запрещенной зоны, а в полупроводниках он находится в сравнительно узкой запрещенной зоне. В первом случае валентные электроны оказываются отделенными от ближайших вакантных состояний большой энергетической щелью, для преодоления которой тепловой энергии не хватает. Во втором случае из-за меньших размеров щели в результате тепловых флуктуаций часть валентных электронов эту щель преодолевает, так что при температуре  $T \neq 0$  у кристалла появляется проводимость. Все три случая расположения химического потенциала электронов показаны на рис. 28.19, на котором в виде прямоугольников изображены зоны разрешенных энергий электрона, а заполнение зон при абсолютном нуле температуры отмечено штриховкой.

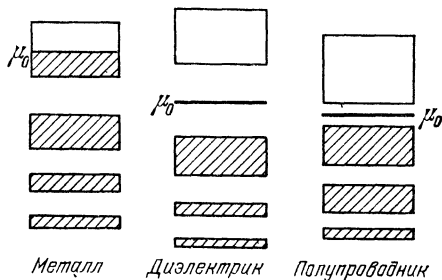


Рис. 28.19.

Отметим, наконец, что в физике твердого тела химический потенциал электронов  $\mu_0$  часто называется *энергией* или *уровнем Ферми* и тогда обозначается через  $\mathcal{E}_F$ . Однако и эта терминология, и такое обозначение не очень удачны в связи с тем, что химический потенциал не является энергетическим уровнем электрона в кристалле. Это проявляется, например, в том, что энергия, равная  $\mu_0$ , может лежать в запрещенной зоне. По этой причине термины «энергия Ферми» или «уровень Ферми», а также обозначение этой величины через  $\mathcal{E}_F$  в дальнейшем использовать не будут.

## § 28.4. Электроны проводимости в металлах

1. Рассмотрим свойства металлов, обусловленные их электронами проводимости. С хорошей точностью эти электроны можно считать свободными внутри металла. Физическим основанием для такого приближения является следующее. Каждый кубический сантиметр металла содержит около  $10^{22}$  —  $10^{23}$  электронов проводимости. Поэтому между каждым электроном проводимости и всеми ионными остовами, образующими кристаллическую решетку металла, находится очень много других электронов проводимости, которые экранируют ионные остовы. В результате экранировки притяжение, действующее на каждый электрон проводимости со стороны всех ионных остовов, в среднем компенсируется отталкиванием от других электронов. Поэтому любой электрон проводимости внутри металла движется почти свободно. Теория, в которой электроны проводимости металла считаются свободными частицами внутри металла, называется *моделью свободных электронов* \*).

Рассмотрим ее квантовую форму. В этом случае состояние свободного электрона задается его волновым вектором  $q$  или его импульсом  $p = \hbar q$  и ориентацией электронного спина. При тепловом равновесии электроны занимают свои состояния согласно распределению Ферми (28.17). Поэтому такая система электронов называется *идеальным газом Ферми*. Подчеркнем, что, рассматривая этот газ, мы с самого начала не будем предполагать, что при всех температурах его химический потенциал равен  $\mu_0$ .

Так как нас интересуют только электроны проводимости, то начало отсчета удобно совместить с нижним краем валентной зоны металла. Тогда энергия свободного валентного электрона

---

\*) Переход к приближению свободных электронов получается в результате усреднения периодического самосогласованного поля по объему кристалла. При этом потенциальная энергия электрона становится несущественной постоянной величиной, которую можно исключить из рассмотрения совсем, поскольку потенциальная энергия определяется с точностью до произвольной постоянной.

с волновым вектором  $\mathbf{q}$  будет равна

$$\mathcal{E}(\mathbf{q}) = \hbar^2 q^2 / 2m_e, \quad (28.20)$$

где  $m_e$  — масса свободного электрона\*). Если полное число свободных электронов равно  $N$ , то при тепловом равновесии будет

$$N = 2 \sum_{\mathbf{q}} \langle n(\mathcal{E}(\mathbf{q})) \rangle, \quad E = 2 \sum_{\mathbf{q}} \mathcal{E}(\mathbf{q}) \langle n(\mathcal{E}(\mathbf{q})) \rangle.$$

Здесь  $E$  — внутренняя энергия всех  $N$  электронов,  $\langle n(\mathcal{E}(\mathbf{q})) \rangle$  — распределение Ферми (28.17), суммирование распределено на все значения  $\mathbf{q}$  из валентной зоны металла, а коэффициент 2 учитывает существование двух ориентаций электронного спина.

Перейдем от суммирования по  $\mathbf{q}$  к интегрированию, распространив прием, который был описан в § 28.2 применительно к упругим волнам в кристаллической решетке, на электронные волны внутри металла. При этом появится величина  $dZ(\mathbf{q})$  из (28.8), но теперь имеющая смысл количества электронных волн с одинаковой ориентацией спина, волновые векторы которых находятся в промежутке от  $\mathbf{q}$  до  $\mathbf{q} + d\mathbf{q}$ . Независимость подинтегральных функций от направления  $\mathbf{q}$  позволяет выполнить интегрирование по направлениям волнового вектора, которое производится так же, как это было сделано в п. 3 § 28.2. В результате находим

$$N = \frac{V}{\pi^2} \int \langle n(\mathcal{E}(\mathbf{q})) \rangle q^2 dq, \quad E = \frac{V}{\pi^2} \int \mathcal{E}(\mathbf{q}) \langle n(\mathcal{E}(\mathbf{q})) \rangle q^2 dq,$$

где  $V$  — объем металла. Переходя с помощью (28.20) к переменной интегрирования  $\mathcal{E}$ , получим

$$N = \int_0^{\infty} \langle n(\mathcal{E}) \rangle g(\mathcal{E}) d\mathcal{E}, \quad (28.21)$$

$$E = \int_0^{\infty} \mathcal{E} \langle n(\mathcal{E}) \rangle g(\mathcal{E}) d\mathcal{E},$$

где

$$g(\mathcal{E}) = C \mathcal{E}^{1/2}, \quad (28.22)$$

$$C = \sqrt{2} V m_e^{3/2} / \pi^2 \hbar^3. \quad (28.23)$$

Из (28.21) видно, что величина  $g(\mathcal{E}) d\mathcal{E}$  равна числу электронных состояний с энергиями из промежутка от  $\mathcal{E}$  до  $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$ , так что  $g(\mathcal{E})$  из (28.22) является энергетической плотностью состояний свободного электрона. В (28.21) интегрирование по

\*) Часто вместо массы  $m_e$  вводится эффективная масса  $m_e^*$ , которая рассматривается как «подгоночный» параметр для лучшего согласия теории с экспериментом.

энергии распространено на все положительные значения (не ограничено верхним краем валентной зоны), поскольку  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle \approx 0$  при  $\mathcal{E} \gg \mu + kT$ .

Первое из равенств (28.21) является уравнением относительно величины  $\mu$ . При  $T = 0$  это уравнение решается просто. Так как в этом случае распределение  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle$  имеет ступенчатую форму (28.18), то при абсолютном нуле температуры (в этом случае  $\mu = \mu_0$ )

$$N = \int_0^{\mu_0} g(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \frac{2}{3} C \mu_0^{\frac{5}{2}}. \quad (28.24)$$

Отсюда и из (28.23) находим

$$\mu_0 = (\hbar^2/2m_e) (3\pi^2 n_e)^{2/3}, \quad (28.25)$$

где  $n_e = N/V$  — концентрация электронов.

Оценим величину  $\mu_0$  для типичного металла, например для меди, для которой  $n_e \approx 8,6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ . Подставляя это значение  $n_e$  вместе с  $\hbar = 0,659 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$  и  $m_e \approx 10^{-27} \text{ г}$  в (28.25), получаем 6,2 эВ. Экспериментально для меди  $\mu_0 \approx 7 \text{ эВ}$ .

Согласно (28.19) химическому потенциалу  $\mu_0 \approx 6,2 \text{ эВ}$  соответствует температура вырождения ( $k = 0,86 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/К}$ )

$$T_0 \approx \frac{6,2}{0,86 \cdot 10^{-4}} \text{ К} \approx 7 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

Эта температура почти на два порядка выше температуры плавления меди, что характерно для всех металлов. Поэтому при всех температурах, при которых металл существует в твердом состоянии, его электроны находятся в состоянии, очень близком к полностью вырожденному.

Из-за почти полного вырождения электронов при всех температурах существования металла в твердом состоянии химический потенциал его электронов очень слабо зависит от температуры. Объясняется это тем, что при всех температурах  $T < T_0$  интеграл в первом из равенств (28.21), в котором  $\mu \neq \mu_0$ , почти не отличается от значения того же интеграла при  $T = 0$ . Химический же потенциал является корнем уравнения, которое выражается первым равенством (28.21).

Согласно второму из равенств (28.21), а также (28.18) и (28.22) при  $T = 0$  внутренняя энергия идеального ферми-газа равна

$$E = C \int_0^{\mu_0} \mathcal{E}^{3/2} d\mathcal{E} = \frac{2C}{5} \mu_0^{5/2}. \quad (28.26)$$



Отсюда и из (28.24) находим, что при  $T = 0$  на один электрон в среднем приходится энергия

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{E}{N} = \frac{3}{5} \mu_0. \quad (28.27)$$

Как видно, эта энергия имеет порядок  $\mu_0$ . Соответственно, в металле, охлажденном до абсолютного нуля температуры, электроны проводимости движутся со среднеквадратичной скоростью  $v_e \neq 0$  такой, что

$$\frac{m_e v_e^2}{2} = \langle \mathcal{E} \rangle = \frac{3}{5} \mu_0.$$

Отсюда получаем

$$v_e = \sqrt{\frac{6\mu_0}{5m_e}} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{m_e}}.$$

Например, для меди, для которой согласно теории идеального газа Ферми  $\mu_0 \approx 6,2 \text{ эВ} \approx 10^{-18} \text{ Дж}$ ,

$$v_e \approx \sqrt{\frac{10^{-18} \text{ Дж}}{10^{-30} \text{ кг}}} \approx 10^6 \text{ м/с} \approx 10^{-2} c,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Мы видим, что даже при абсолютном нуле температуры в металле электроны движутся с очень высокими скоростями. В этом проявляется действие принципа Паули, из-за которого макроскопически большое число электронов распределяется по многим состояниям.

2. Характерным свойством металлов является их низкая электронная теплоемкость. Измерения показывают, что эта теплоемкость пропорциональна температуре, причем коэффициент пропорциональности имеет очень малую величину. Электронная теплоемкость металла становится существенной только вблизи абсолютного нуля температуры, так как в этой области теплоемкость кристаллической решетки металла, убывая с понижением температуры  $T$  как  $T^3$ , становится исчезающе малой величиной.

Теория идеального газа Ферми объясняет эту особенность металлов. Согласно (28.21) электронная теплоемкость металла  $C_e$  равна

$$C_e = \frac{\partial E}{\partial T} = \int_0^{\infty} \mathcal{E} \frac{\partial}{\partial T} \langle n(\mathcal{E}) \rangle g(\mathcal{E}) d\mathcal{E},$$

где  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle$  — распределение Ферми при  $T \neq 0$ , но с  $\mu = \mu_0$ . Вычисление интеграла приводит к следующему результату:

$$C_e = (\pi^2/3) g(\mu_0) k^2 T, \quad (28.28)$$

где  $g(\mu_0)$  — значение энергетической плотности электронных состояний (28.22) в точке  $\mathcal{E} = \mu_0$ .

Величина (28.28) получается так. Дифференцируя первое из равенств (28.21) по температуре при  $N = \text{const}$ , находим

$$0 = \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial T} \langle n(\mathcal{E}) \rangle g(\mathcal{E}) d\mathcal{E}.$$

Умножим это равенство на  $\mu_0$ , после чего полученный результат вычтем из выражения, определяющего теплоемкость  $C_e$ . В итоге будет

$$C_e = \int_0^{\infty} (\mathcal{E} - \mu_0) \frac{\partial}{\partial T} \langle n(\mathcal{E}) \rangle g(\mathcal{E}) d\mathcal{E}.$$

Из-за близости газа Ферми к состоянию полного вырождения производная  $\partial \langle n(\mathcal{E}) \rangle / \partial T$  велика только при значениях  $\mathcal{E}$ , близких к  $\mu_0$ . Поэтому с хорошей точностью энергетическую плотность состояний  $g(\mathcal{E})$ , входящую в последний интеграл, можно заменить на  $g(\mu_0)$ . Так как

$$\frac{\partial \langle n(\mathcal{E}) \rangle}{\partial T} = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2},$$

где  $x = (\mathcal{E} - \mu_0)/kT$ , то для  $C_e$  получаем:

$$C_e \approx g(\mu_0) k^2 T \int_{-\mu_0/kT}^{\infty} \frac{x^2 e^x}{(e^x + 1)^2} dx.$$

Поскольку величина  $e^x$  очень быстро убывает при  $x \rightarrow -\infty$ , а  $\mu_0/kT \gg 1$ , то в последнем интеграле без внесения заметной ошибки нижний предел можно сместить на  $-\infty$ . В результате находим

$$C_e \approx g(\mu_0) k^2 T \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 e^x}{(e^x + 1)^2} dx.$$

В этом выражении интеграл равен  $\pi^2/3$ . Подставляя это число, получаем (28.28).

Разделив и умножив (28.28) на температуру вырождения  $T_0$  и преобразуя затем коэффициент при  $T/T_0$  с помощью (28.19) и (28.24), находим, что выражение для  $C_e$  можно записать так:

$$C_e = \frac{\pi^2}{2} Nk \frac{T}{T_0} \approx Nk \frac{T}{T_0}.$$

Мы видим, что теплоемкость электронного газа в металлах меньше теплоемкости некантового газа (см. § 10.2 из тома I) примерно в  $T/T_0$  раз. Это объясняется сильным вырождением электронного газа, из-за которого термически возбуждаются только те электроны, энергии которых отличаются от  $\mu_0$  не более чем на  $kT$ . По порядку величины доля этих электронов как раз равна  $kT/\mu_0 \approx T/T_0$ . Из-за того, что  $T/T_0 \ll 1$  (например, для меди при  $T = 300$  К это отношение равно  $0,5 \cdot 10^{-3}$ ), электронная теплоемкость металла оказывается пренебрежимо

малой по сравнению с теплоемкостью его кристаллической решетки при всех температурах за исключением очень низких.

3. При низкой электронной теплоемкости металлы обладают высокой электронной теплопроводностью, которая значительно превосходит теплопроводность кристаллической решетки металла. Это свойство металлов обусловлено высокой подвижностью электронов проводимости. Так как они образуют газ, то коэффициент электронной теплопроводности металла  $\kappa_e$  можно оценить с помощью формулы для теплопроводности газов, полученной в § 11.2 из тома I. Согласно этой формуле по порядку величины

$$\kappa_e = \frac{C_e}{V} v_e l_e,$$

где  $C_e$  — электронная теплоемкость металла,  $V$  — его объем,  $v_e$  — среднеквадратичная скорость электронов проводимости с энергиями порядка  $\mu_0$ , а  $l_e$  — средняя длина свободного пробега этих электронов.

Сравним величину  $\kappa_e$  с теплопроводностью  $\kappa_\phi$  кристаллической решетки металла, равной

$$\kappa_\phi = \frac{C_\phi}{V} v_\phi l_\phi,$$

где  $C_\phi$  — теплоемкость кристаллической решетки,  $v_\phi$  — скорость звука в металле, а  $l_\phi$  — средняя длина свободного пробега фононов. Хотя  $C_e \ll C_\phi$  (если только температура не слишком близка к абсолютному нулю), тем не менее произведение  $v_e C_e$  примерно втрое больше произведения  $v_\phi C_\phi$  из-за того, что  $v_e \gg v_\phi$ . Кроме того оказывается, что величина  $l_e$  примерно на порядок больше, чем  $l_\phi$ . Поэтому

$$\kappa_e \approx 30\kappa_\phi.$$

Составим отношение теплопроводности металла  $\kappa_e$  к проводимости металла  $\sigma_e$ . Согласно § 17.1 из тома II

$$\sigma_e = q_0^2 n_e \tau_e / m_e,$$

где  $q_0$  — элементарный заряд в системе СИ,  $\tau_e$  — время свободного пробега электрона проводимости, а  $n_e$  — концентрация этих электронов. Так как  $l_e = v_e \tau_e$ , то

$$\kappa_e / \sigma_e = C_e m_e v_e^2 / N q_0^2,$$

поскольку  $n_e V = N$ , где  $N$  — полное число электронов проводимости. Воспользуемся теперь тем, что в квантовой модели свободных электронов  $v_e^2 \approx \mu / m_e$ , а также выполняются соотношения (28.28), (28.22) и (28.24). Учитывая их, окончательно получаем

$$\kappa_e / \sigma_e = AT.$$

Здесь  $A = \alpha k^2 / q_0^2$  — численный коэффициент порядка единицы. Полученный результат называется *законом Видемана — Франца* (установлен в 1853 г.). Согласно этому закону для всех металлов отношение  $\kappa_e / \sigma_e$  пропорционально температуре, причем коэффициент пропорциональности не зависит от рода металла и его значение определяется только двумя универсальными постоянными — постоянной Больцмана и величиной элементарного заряда. Закон Видемана — Франца достаточно хорошо согласуется с опытом, если только температура не слишком близка к абсолютному нулю \*).

4. Как всякая модель, теория идеального газа Ферми объясняет не все свойства металлов. Одним из необъяснимых этой теорией свойств является *сверхпроводимость*, т. е. отсутствие у некоторых металлов сопротивления электрическому току вблизи абсолютного нуля температуры. Сверхпроводимость существует только при температуре ниже критической. Проводник, перешедший в сверхпроводящее состояние, называется *сверхпроводником*. Значения критической температуры  $T_k$  для сверхпроводников, которые являются химическими элементами, очень малы. Например, для алюминия Al температура  $T_k = 1,19$  К, а для ниобия Nb температура  $T_k = 9,22$  К. Максимальное из известных значений критической температуры наблюдается у сплава  $Nb_3Ge$ , для которого  $T_k = 23,2$  К.

В 1950 г. экспериментально был обнаружен изотопический эффект. Он заключается в том, что

$$T_k \sqrt{m} = \text{const},$$

где  $m$  — масса одного атома металла. Следовательно, чем тяжелее металл, тем уже температурный диапазон  $0 < T \leq T_k$ , в котором металл является сверхпроводником. Но чем массивнее атомы, тем труднее возбуждать их колебания. В связи с этим возникла догадка, что сверхпроводимость связана с колебаниями кристаллической решетки металла, т. е. относится к явлениям, которые обусловлены взаимодействием электронов проводимости металла с фононами. Роль этого взаимодействия была окончательно выяснена в 1957 г. Дж. Бардином, Л. Купером, Дж. Шриффером и Н. Н. Боголюбовым.

Основные представления теории сверхпроводимости заключаются в следующем. Между электронами проводимости существует слабое притяжение. Оно возникает так. Один электрон, притягивая положительные ионы металла, создает около себя повышенную плотность положительного заряда. Этот локальный избыточный положительный заряд притягивает к себе дру-

\*) Есть, однако, металлы — бериллий, марганец, которые совсем не подчиняются закону Видемана — Франца. Причины этого еще недостаточно выяснены.

гой электрон, оказавшийся поблизости. В конечном счете притягиваются друг к другу оба электрона. Но из-за того, что ионы металла совершают колебания, притяжение между электронами приводит к их рассеянию на колебаниях кристаллической решетки (напомним, что эти колебания не прекращаются даже при абсолютном нуле температуры, при котором они являются нулевыми).

Квантовый механизм рассеяния электронов заключается в обмене фононами, которые электроны испускают и поглощают. Простейший акт такого рассеяния изображен на рис. 28.20. В этом процессе два электрона из начального состояния с импульсами  $p_1$  и  $p_2$  переходят в конечное состояние с импульсами  $p'_1$  и  $p'_2$  в результате того, что электрон с импульсом  $p_1$  испускает фонon с импульсом  $q = p_1 - p'_1$ , а другой электрон этот фонon поглощает и изменяет свой импульс до величины  $p'_2 = p_2 + q$ . Мы видим, что при этом суммарный импульс электронов сохраняется:

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2.$$

Из-за вырождения газа электронов проводимости в рассеянии участвуют только электроны с импульсами из малой окрестности сферы Ферми. Эта сфера находится в импульсном пространстве, в котором задается уравнением

$$p^2/2m_e = \mu_0,$$

где  $\mu_0$  — значение химического потенциала электронов при температуре абсолютного нуля. Радиус сферы Ферми

$$p_0 = \sqrt{2m_e\mu_0}$$

равен максимальному абсолютному значению импульса, которое электрон проводимости может иметь при температуре  $T = 0$ . Окрестностью сферы Ферми, импульсы из которой имеют электроны, участвующие в обмене фононами, является сферический слой со средним радиусом  $p_0$  (рис. 28.21).

Последовательный квантовый расчет показывает, что обмен фононами наиболее интенсивен между электронами с противоположно направленными импульсами и спинами. Соответственно, такие электроны сильнее всего притягиваются друг к другу. Если это притяжение преобладает над кулоновским отталкиванием электронов, то при низких температурах, при которых разрушающее действие теплового движения ослабевает, образуются куперовские пары

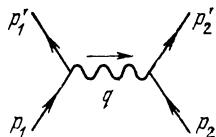


Рис. 28.20.

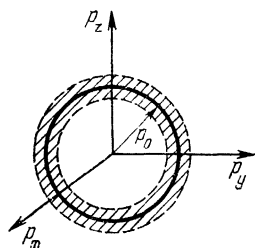


Рис. 28.21.

(предсказаны Л. Купером в 1956 г.). Каждая пара состоит из двух электронов с нулевыми суммарными импульсом и спином. Не имея спина, такая пара не подчиняется принципу Паули.

Возникновение сверхпроводящего состояния является фазовым переходом второго рода (см. § 12.1 из тома I), состоящим в образовании макроскопически большого количества куперовских пар при охлаждении металла до критической температуры и ниже. Сверхпроводящее состояние возникает из-за того, что энергия связи двух спаренных электронов в макроскопической системе куперовских пар оказывается хотя и малой, но все же конечной величиной порядка  $10^{-3} - 10^{-4}$  эВ. Конечность этой энергии объясняется тем, что, взаимодействуя друг с другом через обмен фононами, электроны автоматически подыскивают себе партнеров для образования куперовских пар. Поэтому пары все время обмениваются электронами, исчезая и вновь возникая в новом составе. Из-за этого электроны из одной куперовской пары оказываются связанными со всей макроскопической системой этих пар. На разрыв этой связи требуется конечная энергия указанной выше величины. Благодаря этому куперовская пара оказывается носителем тока, которому металл не оказывает сопротивления.

Поясним, как это происходит. Допустим, что в металле, охлажденном до температуры ниже критической, создан ток куперовских пар, т. е. возбуждено движение пар относительно кристаллической решетки металла. Рассмотрим это движение в системе отсчета, в которой пары покоятся. В этой системе будет перемещаться кристаллическая решетка. При выключении электрического поля, создавшего ток, этот ток прекратится лишь в случае, если решетка разрушит состояние покоя спаренных электронов. Но для этого нужно затратить конечную энергию. Если решетка движется не очень быстро (т. е. если сила тока не слишком велика), то у решетки нет необходимого запаса энергии. Поэтому она не изменяет состояние куперовских пар после отключения источника тока. Поэтому ток сохраняется, а металл оказывается сверхпроводником.

Отметим в заключение, что непосредственные измерения заряда носителя тока в сверхпроводниках подтвердили его равенство заряду двух электронов и тем самым — правильность изложенных представлений о природе сверхпроводимости.

Оценим размер  $\Delta r$  куперовской пары. Так как в обмене фононами участвуют только электроны с импульсами вблизи сферы Ферми, то при критической температуре  $T_k$  разброс по импульсам  $\Delta p$  этих электронов определяется из равенства

$$kT_k = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{p_0^2}{2m_e}.$$

Из-за вырождения электронного газа по порядку величины  $p \approx p_0$ . Поэтому  $p + p_0 \approx 2p_0$ . Следовательно,  $p' - p_0^2 = (p + p_0)(p - p_0) \approx 2p_0 \Delta p$ . Тогда

$$kT_K = \frac{p_0}{m_e} \Delta p.$$

Согласно соотношению неопределенностей импульс — координата  $\Delta r \Delta p \approx \hbar$ . Учитывая также, что  $p_0/m_e \approx v_e = \sqrt{\mu_0/m_e}$ , для  $\Delta r$  находим

$$\Delta r \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{m_e}} \frac{\hbar}{kT_K}.$$

Положим здесь  $T_K \approx 10$  К (типичное значение критической температуры),  $\mu_0 \approx 5$  эВ (также типичное значение химического потенциала для металлов). Так как  $m_e \approx 10^{-27}$  г,  $k = 0,86 \cdot 10^{-4}$  эВ/К и  $\hbar = 0,659 \cdot 10^{-15}$  эВ·с, то для  $\Delta r$  получается значение порядка  $10^{-4}$  см. Этот размер на четыре порядка превосходит среднее межатомное расстояние в кристалле, так что между электронами, образующими куперовскую пару, всегда находится очень много других электронов.

## § 28.5. Носители тока в полупроводниках

1. Полупроводник качественно отличается от металла тем, что в полупроводнике есть два рода носителей тока. Во-первых, это электроны, выбитые из валентной зоны полупроводника, а во-вторых, это *электронные дырки* в его валентной зоне.

Поясним, что является дыркой. Если из валентной зоны полупроводника удаляется электрон, то в этой зоне возникает одно вакантное состояние. Валентная зона теперь заполнена не целиком. Поэтому находящиеся в ней электроны могут принять участие в создании электрического тока. Но это участие сильно ограничено принципом Паули. Незаполненное состояние может занять электрон из соседнего состояния с меньшей энергией. Только после освобождения этого второго состояния создается возможность для ускорения третьего электрона с еще меньшей энергией и т. д. Из-за этой взаимосвязанности движений электронов в незаполненной до конца валентной зоне полупроводника ее вклад в проводимость пропорционален не числу электронов в этой зоне, а числу вакантных состояний в ней. Оказывается, что вклад в проводимость полупроводника от его валентной зоны получается таким же, как если бы эта зона была совсем свободна от электронов, но в ней находились бы положительно заряженные фермионы, число которых равно числу вакантных состояний валентной зоны. Эти квазичастицы (они существуют только в кристалле) и являются электронными дырками.

Физические величины, характеризующие дырку, определяют следующим образом. Пусть из заполненной валентной зоны удаляется электрон с  $z$ -компонентой спина, равной, например,  $-\hbar/2$ , с импульсом  $p$  и энергией  $\mathcal{E}$ . Тогда суммарный заряд

электронов валентной зоны возрастет на величину  $+e$ ,  $z$ -компонента их спина увеличится на  $\hbar/2$ , а к их полному импульсу и к их полной энергии добавятся, соответственно,  $-p$  и  $-\mathcal{E}$ . Мы видим, что родившаяся дырка обладает зарядом  $+e$ , спином  $1/2$ , импульсом  $-p$  и энергией  $-\mathcal{E}$ . Так как валентную зону покидают (в результате тепловых флуктуаций или под действием излучения) те электроны, которые находятся близко к ее верхнему краю, то эффективная масса этих электронов отрицательна (см. п. 6 из § 26.3). Согласно (26.14) эффективная масса дырки отличается знаком от эффективной массы валентного электрона, удаление которого приводит к рождению дырки. Следовательно, эффективная масса дырки положительна.

Существование дырок установлено экспериментально. Положительность их заряда проверена по эффекту Холла в полупроводниках (см. § 17.3 из тома II).

Отличаясь знаком от энергии валентного электрона, энергия дырки возрастает в направлении от верхнего края валентной зоны вниз. Поэтому при рассмотрении носителей тока в полупроводнике начало отсчета энергии удобно совмещать с верхним краем валентной зоны. При таком выборе положительны энергии всех носителей — как электронов, выбитых из валентной зоны, так и находящихся в этой зоне дырок.

Энергетическая зона полупроводника, находящаяся над валентной зоной, называется *зоной электронной проводимости*, поскольку носителями тока в этой зоне являются электроны. По аналогичным соображениям валентная зона называется *зоной дырочной проводимости* \*). Ниже величины, относящиеся к этим зонам, будут различаться с помощью индексов  $n$  (зона электронной проводимости) и  $p$  (зона дырочной проводимости)\*\*).

2. Определим температурную зависимость концентраций  $n_n$  и  $n_p$  носителей тока в полупроводнике без примесей. В полупроводниках концентрации носителей тока сравнительно невелики и варьируются в пределах от  $10^{14}$  до  $10^{18}$  см $^{-3}$ . Средние расстояния между носителями измеряются десятками и сотнями межатомных расстояний. Поэтому движение одного носителя слабо влияет на распределение остальных, так что эти носители можно рассматривать в приближении свободных частиц. Ниже это рассмотрение будет проведено с использованием схемы, изображенной на рис. 28.22. На этой схеме показаны зоны электронной и дырочной проводимости, а ширина запрещенной зоны обозначена через  $\Delta\mathcal{E}$ .

\*) Дырочной проводимостью обладает также полуметалл, у которого химический потенциал электронов расположен вблизи от верхнего края валентной зоны

\*\*\*) Эти индексы являются первыми буквами английских слов «negative» и «positive», означающих, соответственно, «отрицательный» и «положительный» и характеризующих знак заряда носителя.



Согласно (28.17) заселенности состояний зоны электронной проводимости равны

$$\langle n(\mathcal{E}) \rangle_n = \frac{1}{e^{(\mathcal{E} - \mu)/kT} + 1}, \quad \mathcal{E} \geq \Delta\mathcal{E}.$$

Так как дырка рождается при удалении электрона из валентной зоны, то заселенности дырочных состояний равны

$$\langle n(-\mathcal{E}) \rangle_p = 1 - \langle n(\mathcal{E}) \rangle,$$

где  $\mathcal{E} < 0$  и величины  $\langle n(\mathcal{E}) \rangle$  определяются из (28.17). Мы видим, что

$$\langle n(-\mathcal{E}) \rangle_p = \frac{1}{e^{(\mu - \mathcal{E})/kT} + 1}, \quad \mathcal{E} < 0.$$

Для полупроводников химический потенциал  $\mu$  лежит в запрещенной зоне близко к ее середине (в этом мы убедимся ниже). Величина запрещенной зоны полупроводников сравнима с 1 эВ. Поэтому промежутки между химическим потенциалом и ближайшими к нему краями зон разрешенных энергий также сравнимы с 1 эВ. При комнатной температуре  $kT = 2,5 \cdot 10^{-3}$  эВ. Следовательно, в обычных условиях для состояний из зоны электронной проводимости  $e^{(\mathcal{E} - \mu)/kT} \gg 1$ , а для состояний из зоны дырочной проводимости  $e^{(\mu - \mathcal{E})/kT} \gg 1$ . Таким образом, в обычных условиях с высокой точностью

$$\begin{aligned} \langle n(\mathcal{E}) \rangle_n &\approx e^{(\mu - \mathcal{E})/kT}, & \mathcal{E} \geq \Delta\mathcal{E}, \\ \langle n(-\mathcal{E}) \rangle_p &\approx e^{(\mathcal{E} - \mu)/kT}, & \mathcal{E} < 0. \end{aligned} \quad (28.29)$$

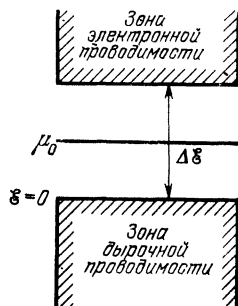


Рис. 28.22.

Так как электроны и дырки считаются свободными частицами, то энергетические плотности их состояний находятся по формулам (28.22) и (28.23). При этом для электронных состояний в первой из них нужно заменить величину  $\mathcal{E}$  на разность  $\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}$ , а во второй вместо массы  $m_e$  записать эффективную массу  $m_n$  электрона у дна зоны электронной проводимости. Аналогичные изменения для дырочных состояний заключаются в замене в (28.22) величины  $\mathcal{E}$  на  $-\mathcal{E}$  и в замене в (28.23) массы  $m_e$  на эффективную массу  $m_p$  дырки у верхнего края зоны дырочной проводимости.

С помощью полученных энергетических плотностей состояний, а также с помощью (28.29) как число электронов, так и число дырок записывается таким же образом, как в (28.21) было записано число электронов проводимости металла. Только теперь интегрирование по энергии распространяется для электронов на значения  $\mathcal{E} \geq \Delta\mathcal{E}$ , а для дырок — на значения  $\mathcal{E} < 0$ .

Так как и в том, и в другом случае вычисления одинаковы, то мы сделаем эти вычисления для электронов. Для дырок мы приведем только окончательный результат.

Согласно сказанному выше в полупроводнике число электронов проводимости равно

$$N_n = \frac{\sqrt{2} V m_n^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_{\Delta \mathcal{E}}^{\infty} (\mathcal{E} - \Delta \mathcal{E})^{1/2} e^{(\mu - \mathcal{E})/kT} d\mathcal{E},$$

где  $V$  — объем полупроводника. После интегрирования находим концентрацию электронов проводимости полупроводника:

$$n_n = \frac{N_n}{V} = 2 \left( \frac{m_n kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{(\mu - \Delta \mathcal{E})/kT}.$$

Чтобы провести интегрирование, вместо  $\mathcal{E}$  введем безразмерную переменную  $x = (\mathcal{E} - \Delta \mathcal{E})/kT$ , изменяющуюся в пределах от 0 до  $\infty$ . После этого выражение для  $N_n$  преобразуется к виду

$$N_n = V \frac{\sqrt{2} (m_n kT)^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} e^{(\mu - \Delta \mathcal{E})/kT} \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx.$$

Оставшийся интеграл равен  $\sqrt{\pi}/2$ . Подставляя это значение, для  $n_n = N_n/V$  получаем указанную выше величину.

Для концентрации дырок находим следующее выражение:

$$n_p = 2 \left( \frac{m_0 kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\mu/kT}.$$

Если в полупроводнике нет примесей, то в нем электроны и дырки рождаются одновременно. Такие носители тока называются *собственными* и, соответственно, *собственной* называется проводимость полупроводника. При собственной проводимости  $n_n = n_p$ . Выразив здесь концентрации носителей согласно установленным выше формулам, получаем уравнение относительно  $\mu$ . Решая это уравнение, находим

$$\mu = \frac{\Delta \mathcal{E}}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p}{m_n}.$$

Эффективные массы  $m_p$  и  $m_n$  имеют достаточно близкие значения. Поэтому  $\ln(m_p/m_n)$  является малым числом. Следовательно, в полупроводнике без примесей зависимость химического потенциала  $\mu$  от температуры оказывается очень слабой. Мы видим, что с высокой точностью  $\mu \approx \mu_0$ , где

$$\mu_0 = \Delta \mathcal{E}/2$$

является химическим потенциалом при абсолютном нуле температуры.

Подставив найденное значение  $\mu_0$  химического потенциала в выражения для  $n_n$  и  $n_p$ , найдем температурную зависимость

концентраций собственных носителей. Она оказывается одинаковой для электронов и дырок и имеет вид

$$n_n = n_p \sim T^{3/2} e^{-\Delta\mathcal{E}/2kT}.$$

Главную роль в этой зависимости играет экспоненциальный множитель  $e^{-\Delta\mathcal{E}/2kT}$ . Так как проводимость пропорциональна концентрации носителей, то собственная проводимость полупроводника зависит от температуры по закону, близкому к экспоненциальному:

$$\sigma_{пр} = \sigma_0 e^{-\Delta\mathcal{E}/2kT},$$

где  $\sigma_0 \approx \text{const}$ . Мы видим, что с повышением температуры собственная проводимость полупроводника возрастает. Это объясняется тем, что при нагревании полупроводника в результате тепловых флуктуаций увеличивается число электронов, перебросенных из валентной зоны в зону электронной проводимости. По характеру температурные зависимости полупроводника и металла противоположны. Если с ростом температуры проводимость металла падает, то у полупроводника она возрастает. При понижении температуры собственная проводимость полупроводника падает и при  $T = 0$  обращается в нуль из-за прекращения термической активации носителей тока.

Собственная проводимость полупроводников очень мала из-за того, что ширина запрещенной зоны  $\Delta\mathcal{E}$  значительно превосходит тепловую энергию  $kT$ . Так, например, при комнатной температуре  $kT \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$  эВ и при  $\Delta\mathcal{E} \approx 0,1$  эВ отношение  $\Delta\mathcal{E}/2kT \approx 20$ , так что в выражение для проводимости  $\sigma_{пр}$  входит очень малое число  $e^{-20}$ .

Отметим, наконец, что температурная зависимость собственной проводимости позволяет измерять ширину запрещенной зоны  $\Delta\mathcal{E}$  полупроводника. Это можно сделать по двум значениям проводимости  $\sigma_{пр}^{(1)}$  и  $\sigma_{пр}^{(2)}$  при двух разных температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Через эти значения ширина запрещенной зоны находится по формуле

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{kT_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{\sigma_{пр}^{(1)}}{\sigma_{пр}^{(2)}}.$$

**3. Проводимость полупроводника можно резко увеличить введением в него небольших добавок некоторых атомов. Совсем ничтожные добавки (порядка  $10^{-4}$  %) увеличивают проводимость полупроводника в сотни раз и даже больше. Механизм этой примесной проводимости мы рассмотрим на примере германия Ge. Германий четырехвалентен. Добавками, увеличивающими его проводимость, могут быть либо трехвалентные**

(например, бор В, алюминий Al), либо пятивалентные (например, фосфор Р, мышьяк As) элементы \*).

При добавлении в германий атомов, например, фосфора изменяется структура электронных состояний. Чистый четырехвалентный германий кристаллизуется так, что каждый атом германия имеет четырех соседей, образуя с каждым из соседей прочную ковалентную связь. Эту связь создают два валентных электрона по одному от каждого атома, так что все связи заполнены и свободных электронов нет. Поэтому при низких температурах у германия нет собственной проводимости.

При добавлении в германий фосфора образуется твердый раствор замещения (см. § 13.2 из тома I), т. е. каждый атом фосфора замещает один из атомов германия. Четыре из пяти валентных электронов атома фосфора

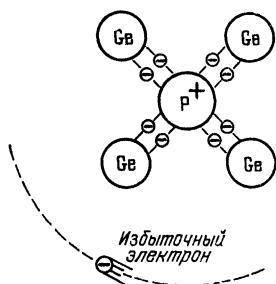


Рис. 28.23.

объединяются в ковалентные пары с электронами четырех соседних атомов германия (рис. 28.23). Но для последнего пятого электрона партнера для образования ковалентной пары нет. Этот электрон оказывается избыточным. Ядро атома фосфора совместно с четверкой его электронов, образовавших ковалентные пары, составляют положительно заряженный ион. Система, состоящая из этого иона и избыточного электрона, похожа на атом водорода с тем, однако, суще-

ственным отличием, что избыточный электрон движется в кристаллической среде. Поэтому электрон имеет эффективную массу, а его взаимодействие с ионом ослаблено поляризацией среды.

Диэлектрическая проницаемость германия равна  $\epsilon = 16$ , а эффективная масса избыточного электрона в нем равна  $m_n \approx 0,12m_e$ . Нас будет интересовать только оценка энергии  $\mathcal{E}_0$  основного состояния водородоподобной системы (избыточный электрон — ион фосфора) и среднего расстояния  $\langle r \rangle$  между составными частями этой системы в ее основном состоянии. Такая оценка заключается в нахождении минимума энергии избыточного электрона в поле иона, для которой принимается классическое выражение

$$\mathcal{E} = p^2/2m_n - e^2/\epsilon r,$$

где  $p$  — импульс электрона, а  $r$  — его расстояние до иона со значениями, ограниченными соотношением неопределенностей импульс — координата.

\*) В полупроводниках сложного состава роль добавок могут играть небольшие нарушения стехиометрического состава. Так, проводимость чистой записи меди  $\text{Cu}_2\text{O}$  резко возрастает даже при очень малом повышении примесного содержания меди Cu или кислорода O.

Аналогичная задача была уже решена в § 25.5 для атома водорода. Поэтому, не повторяясь, приведем сразу окончательный результат. Он получается из (25.22) и (25.23) после замены в них массы электрона  $m_e$  на его эффективную массу в кристалле германия, величины  $q_0^2/4\pi\epsilon_0$  — на  $e^2/\epsilon$ , боровского радиуса  $r_0$  — на среднюю величину  $\langle r \rangle$  расстояния электрона до иона фосфора, а также энергии основного состояния водорода — на энергию  $\mathcal{E}_0$ :

$$\langle r \rangle = \left( \frac{\epsilon m_e}{m_n} \right) r_0 \approx 130 r_0, \quad \mathcal{E}_0 = -J_H \left( \frac{m_n}{\epsilon m_e} \right) \approx -5 \cdot 10^{-4} J_H.$$

Здесь  $J_H$  — ионизационный потенциал водорода. Подставляя в последнюю из полученных формул известное значение  $J_H = 13,6$  эВ, находим, что  $\mathcal{E}_0 \approx -0,7 \cdot 10^{-2}$  эВ. Экспериментально определенная величина этой энергии равна  $10^{-2}$  эВ, так что наша оценка прекрасно согласуется с опытом.

Из оценки значений  $\langle r \rangle$  и  $\mathcal{E}_0$  следует, что при добавлении в решетку Ge атома P образуется избыточный электрон, который вращается вокруг иона P, находясь от него на огромном расстоянии и обладая очень малой энергией связи порядка 0,01 эВ. Это означает, что при замещении одного атома германия одним атомом фосфора в запрещенной зоне кристалла германия очень близко от дна зоны электронной проводимости, на расстоянии всего лишь около 0,01 эВ, возникает локальный энергетический уровень, на который попадает избыточный электрон (рис. 28.24). В растворе замещения Ge — P таких уровней много. Все они заполняют узкую энергетическую полосу с удалением от дна зоны электронной проводимости германия порядка 0,01 эВ. Такая энергия не только очень мала по сравнению с шириной запрещенной зоны, но и сравнима с энергией теплового движения  $kT$ . Поэтому тепловое движение выбивает избыточные электроны с их локальных уровней и переводит эти электроны в зону электронной проводимости. Уже при комнатной температуре там оказываются почти все избыточные электроны, так что электронная проводимость полупроводника резко увеличивается. По этой причине фосфор называется *донором* для германия, а локальные уровни избыточных электронов — *донорными*. Эти термины относятся также и ко всем другим полупроводникам с электронными свойствами, сходными со свойствами раствора Ge — P. Такие вещества составляют группу полупроводников с *примесной проводимостью n-типа*.

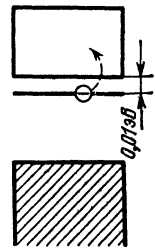


Рис. 28.24.

Рассмотрим теперь, к чему приводит замещение одного атома в решетке германия атомом трехвалентного элемента, например бора В. У атома бора не хватает одного электрона для

образования законченной структуры совместно с соседними атомами германия. Стремясь ее создать, атом бора притягивает к себе электрон от атома германия из отдаленного окружения. В результате атом бора превращается в отрицательно заряженный ион, а вдали от этого иона появляется дырка, которая вращается вокруг иона бора подобно избыточному электрону в предыдущем случае, т. е. на очень большом удалении от иона бора и с очень малой энергией связи тоже порядка  $0,01$  эВ. Поэтому над незаполненной дырками валентной зоной образуется локальный дырочный уровень, на котором находится дырка. Это изображено на рис. 28.25, на котором штриховкой отмечено заполнение дырочных состояний (с этой точки зрения валентная зона является совершенно пустой, а все вышележащие разрешенные зоны — заполнены целиком). В растворе замещения Ge — В локальные уровни также сконцентрированы в узкой энергетической полосе, но уже вблизи потолка валентной зоны с удалением от него также порядка  $0,01$  эВ. При комнатной температуре под действием тепловых флуктуаций на эти локальные уровни переходят электроны из валентной зоны. В результате в этой зоне рождаются дырки и резко увеличивается дырочная проводимость полупроводника. Поэтому раствор замещения Ge — В и все подобные ему полупроводники имеют *примесную проводимость p-типа*. Так как на уровне, на котором находится дырка, нет электрона, а переход дырки с локального уровня в валентную зону сопровождается переходом одного из валентных электронов в обратном направлении на тот же уровень, то бор называется *акцептором* (захватывает электроны из валентной зоны германия) и *акцепторными* называются локальные уровни в германии, появление которых обусловлено бором. Эти названия относятся также и ко всем другим химическим элементам и локальным уровням в полупроводниках с электронными свойствами, сходными со свойствами раствора замещения.

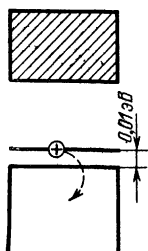


Рис. 28.25.

Рассмотрим, наконец, случай одновременного добавления в полупроводник атомов как с более высокой, так и с более низкой валентностью. Пусть, например, в решетку германия добавляются и атомы пятивалентного фосфора, и атомы трехвалентного бора. В этом случае возникают донорные и акцепторные локальные уровни. Электроны с донорных уровней выбиваются в зону электронной проводимости, а дырки с акцепторных уровней — в зону дырочной проводимости. В результате в первой зоне появляются свободные электроны, а во второй зоне — свободные дырки. Но свободным электронам энергетически выгодно заполнить свободные дырки. Заполняя дырку, т. е. переходя в валентную зону, свободный электрон, так же как и сво-

бодная дырка, исчезает. Каждый акт такого взаимоуничтожения называется *электронно-дырочной аннигиляцией*. В результате аннигиляции концентрация носителей тока понижается, а в кристалле остаются отдельные положительно заряженные ионы Р и отрицательно заряженные ионы В. Если число донорных уровней не равно числу акцепторных, то аннигилируют не все носители. В этом случае в кристалле будут все равно носители только одного знака, а проводимость будет пропорциональна разности между числом донорных и акцепторных атомов.

4. Полупроводники с примесной проводимостью нашли очень широкое применение в современной электронике. Можно без преувеличения сказать, что почти вся современная электроника является полупроводниковой. Этим полупроводники обязаны существованию у них проводимости двух типов.

В качестве примера рассмотрим, как действует полупроводниковый диод или выпрямитель. Им является кристалл с *p-n-переходом*. Этот кристалл состоит из двух полупроводников *p*- и *n*-типа, приведенных в контакт друг с другом (рис. 28.26). При создании такого контакта и без приложения к кристаллу внешнего электрического напряжения в кристалле происходят следующие процессы.

а) В результате теплового движения свободные электроны из *n*-области частично проникают в *p*-область, а свободные дырки диффундируют в обратном направлении — из *p*-области в *n*-область. Из-за этого возникает довольно слабый диффузионный электрический ток  $I_d$ , направленный от *p*-слоя к *n*-слою (рис. 28.26).

б) Электроны и дырки, попавшие в результате диффузии в «чужие» области, аннигилируют со свободными носителями противоположного знака.

в) За счет диффузионного ухода части носителей как в *n*-, так и в *p*-области возникают нескомпенсированные ионные заряды из донорных и акцепторных атомов. В *n*-слое нескомпенсированный заряд положителен, а в *p*-слое отрицателен. Поэтому вблизи *p-n*-перехода образуется двойной электрический слой, называемый запирающим слоем, создающий внутри перехода электрическое поле  $E$ , направленное из *n*-области в *p*-область (рис. 28.26). Это поле затрудняет диффузию носителей и приводит к падению диффузионного тока.

г) Под действием тепловых флуктуаций во всем объеме кристалла время от времени рождаются пары электрон — дырка (собственные носители). Появившиеся свободные электроны в *p*-области и свободные дырки в *n*-области выталкиваются из

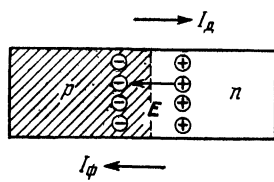


Рис. 28.26.

этих «чужих» областей нескомпенсированными ионными зарядами в «свои» области. В результате возникает флуктуационный ток  $I_{\phi}$ , направленный противоположно  $I_d$  (рис. 28.26). При тепловом равновесии

$$I_{\phi} = I_d,$$

причем по абсолютному значению оба тока малы.

Приложим к кристаллу с  $p$ — $n$ -переходом внешнюю разность потенциалов. Если при этом  $n$ -слой кристалла соединяется с положительным электродом источника, а  $p$ -слой — с его отрицательным электродом (верхняя часть рис. 28.27), то внешнее электрическое поле будет оттягивать электроны из  $n$ -области и дырки из  $p$ -области от контакта полупроводников. В этом случае единственно возможным будет только флуктуационный ток  $I_{\phi}$ . Но он очень мал, потому что из-за тепловых флуктуаций пары электрон—дырка рождаются редко и в среднем далеко от  $p$ — $n$ -перехода. Поэтому, например, появившийся в  $p$ -области электрон обычно в ней же и аннигилирует, не успев дойти до перехода. Следовательно, если «плюс» подан на  $n$ -слой, то ток через переход будет ничтожно мал. Если же положи-

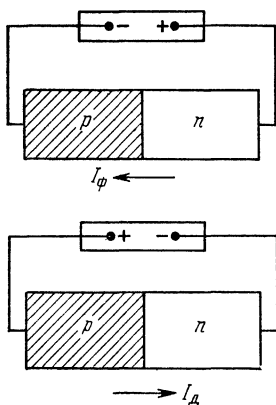


Рис. 28.27.

тельный электрод источника соединить с  $p$ -слоем, а отрицательный — с  $n$ -слоем (нижняя часть рис. 28.27), то картина существенно изменится. Внешнее поле будет подгонять носители к переходу. В результате резко увеличится диффузионный ток  $I_d$ . Мы видим, что практически у  $p$ — $n$ -перехода есть только односторонняя проводимость. Поэтому он и может использоваться для выпрямления переменного тока.

В заключение отметим, что как выпрямитель  $p$ — $n$ -переход будет действовать только при достаточно высоком качестве полупроводников. Это означает следующее. Электрон и дырка как носители тока существуют не вечно. Каждая из этих частиц либо возвращается на исходный донорный или акцепторный уровень, либо захватывается посторонней примесью, либо, наконец, аннигилирует с носителем тока противоположного знака. Поэтому у носителя есть среднее время его жизни. Если к полупроводнику не приложено внешнее напряжение, то носитель совершает только броуновское движение. Расстояние, которое он при этом проходит за время жизни, называется диффузионной длиной носителя и, соответственно, чем больше диффузионная длина, тем выше качество полупроводника. Эти показатели существенны в связи с тем, что у контакта  $p$ -слоя с  $n$ -слоем



есть переходная область, в которой свойства кристалла сильно меняются. Очевидно, что  $p-n$ -переход будет действовать как диод лишь при условии, что диффузионная длина носителей будет больше толщины переходного слоя. Теоретически время жизни носителя может доходить до 1 с. Но практически оно меньше. Для плохо очищенного полупроводника это время является величиной порядка  $10^{-7}$  с. Такие полупроводники нельзя использовать для создания полупроводниковых преобразователей электрических сигналов. В полупроводниках, которые применяются в электронике, время жизни носителя имеет длительность около  $10^{-4}$  с, а в лучших образцах —  $10^{-2}$  с.

## КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### § 29.1. Спонтанное и вынужденное излучение атомов

1. Квантовая природа электромагнитного излучения проявляется в его корпускулярных свойствах. Мельчайшей порцией или квантом, излучения является фотон. У фотона нет ни массы, ни электрического заряда. Не имея массы, фотон распространяется со скоростью света в вакууме  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с. Спин фотона равен единице, так что эти частицы являются бозонами и на них не распространяется принцип запрета Паули. Поэтому может быть сколько угодно фотонов в одинаковом состоянии, т. е. с одним и тем же волновым вектором  $q$  или импульсом  $p = \hbar q$ , с одной и той же частотой  $\omega = cq$  или энергией  $\mathcal{E} = \hbar\omega$  и с одинаковой поляризацией\*). Из-за этого интенсивность электромагнитного излучения на каждой его частоте может достигать сколь угодно больших значений. Излучение с очень высокой интенсивностью создают, например, звезды. Искусственными источниками мощного излучения являются лазеры (см. § 23.2 из тома II).

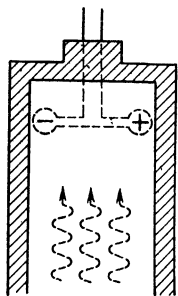


Рис. 29.1.

То, что спин фотона равен единице, можно пояснить следующим образом. Рассмотрим устройство, состоящее из волновода кругового сечения, на оси которого находится электрический диполь, способный вращаться вокруг этой оси (рис. 29.1). Направим в волновод поляризованную по кругу электромагнитную волну. Передавая диполю энергию и момент импульса, волна приведет диполь во вращение. Угловая скорость вращения будет равна частоте волны, но диполь будет отставать от волны по фазе.

Предположим, что волна имеет левую поляризацию. Тогда взаимное расположение электрических полей волны и диполя будет таким, как оно показано на рис. 29.2, если смотреть на диполь через волновод со стороны источника излучения. Скорость  $d\mathcal{E}/dt$  передачи диполю энергии, расходуемой на его вращение, равна мощности, которую электрическое поле волны при этом развивает.

\*) Напомним, что у электромагнитной волны только две независимые поляризации (см. § 22.1 из тома II).

Обозначим проекцию электрического поля на направление движения положительного полюса диполя через  $E_t$ . Тогда эта мощность будет равна  $2qE_tv$ , где  $q$  — заряд положительного полюса диполя, а  $v$  — абсолютное значение скорости его движения (рис. 29.2). Двойкой учитывается действие электрического поля волны на оба полюса диполя. Таким образом,

$$d\mathcal{E}/dt = 2qE_tv.$$

Совместив координатную  $xy$ -плоскость с плоскостью вращения диполя (рис. 29.2), мы принимаем, что при вращении в единицу времени ему передается момент импульса  $dL_z/dt$ , равный моменту силы, который создает электрическое поле волны относительно оси диполя. Этот момент силы равен  $2qE_tr$ , где  $r$  — половина длины диполя. Следовательно,

$$dL_z/dt = 2qE_tr.$$

Составляя отношение  $\frac{d\mathcal{E}/dt}{dL_z/dt}$  и учитывая, что  $v = \omega r$ , находим

$$\frac{d\mathcal{E}/dt}{dL_z/dt} = \frac{v}{r} = \omega.$$

Квантовый механизм сообщения диполю энергии и момента импульса состоит в поглощении диполем фотонов падающего на него излучения. Пусть диполь вращается за счет того, что в единицу времени им поглощается в среднем  $n$  фотонов. Тогда

$$d\mathcal{E}/dt = n\hbar\omega, \quad dL_z/dt = nS_z,$$

где  $S_z$  — спин фотона. Последние три равенства совместны, если  $S_z = \hbar$ , т. е. если фотон имеет единичный спин.

2. Охарактеризуем квантовые процессы испускания и поглощения фотонов атомами. Во-первых, фотоны испускаются только возбужденными атомами. Излучая фотон, атом теряет энергию, причем величина этой потери связана с частотой фотона формулой Бора (25.8). Во-вторых, этот процесс может быть как *самопроизвольным* или *спонтанным*, так и *вынужденным* или *индуцированным*. Спонтанное излучение происходит без внешнего воздействия на атом и обусловлено только неустойчивостью его возбужденного состояния, из-за которой атом рано или поздно освобождается от энергии возбуждения путем испускания фотона.

К неустойчивости возбужденного состояния атома приводит взаимодействие его электронов с вакуумом. Вакуум не является абсолютной пустотой, а представляет собой состояние материи с наименьшей энергией. В частности, в этом состоянии минимальна энергия электромагнитного поля. Взаимодействуя с возбужденным атомом, поле может отобрать у атома энергию. Возникшее в результате этого электромагнитное возмущение и является спонтанно испущенным фотоном. Различные атомы спонтанно излучают независимо один от другого и генерируют

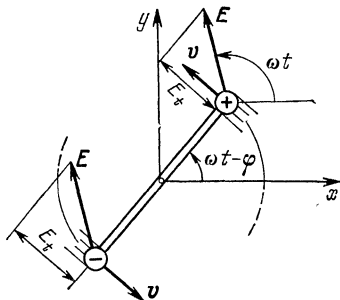


Рис. 29.2.

фотоны, которые распространяются в самых разнообразных направлениях. Поэтому эти фотоны некогерентны (см. § 23.1 из тома II).

Из-за конечности времени жизни возбужденных состояний атома энергии этих состояний всегда имеют статистический разброс (см. § 25.5). В изолированном атоме, который взаимодействует только с вакуумом, каждый такой разброс составляет *естественную ширину* одного из возбужденных уровней. Если время жизни возбужденного состояния изолированного атома равно  $\tau$ , то согласно соотношению неопределенностей энергия — время естественная ширина возбужденного уровня  $\Gamma$  имеет порядок  $\hbar/\tau$ . Так как  $\tau \approx 10^{-8}$  с, то  $\Gamma \approx 10^{-7}$  эВ. Из-за существования у атомных уровней естественной ширины при одном и том же атомном переходе испускаются фотоны, которые несколько отличаются друг от друга по частоте. Поэтому каждая спектральная линия атомного излучения имеет естественную конечную ширину порядка  $\tau^{-1} \approx 10^8$  Гц.

Если атом подвергается внешним воздействиям, то времена жизни его возбужденных состояний обычно сокращаются. Это объясняется тем, что при «включении» взаимодействия атома с другими физическими системами возрастает число степеней свободы, по которым энергия может распределиться. Поэтому согласно второму началу термодинамики увеличивается вероятность потери атомом энергии возбуждения. Из-за усиления неустойчивости возбужденных состояний ширина их уровней становится больше естественной. Соответственно, уширяются спектральные линии излучения.

Отметим, что причиной уширения линий может быть эффект Доплера (см. § 7.3 из тома I): разные атомы, двигаясь с различными скоростями, излучают на разных частотах. Доплеровское уширение спектральных линий может быть весьма большим. Так, ширина спектральных линий излучения атомов газа при комнатной температуре оказывается примерно в 100 раз больше естественной.

Индукированное излучение вызывается воздействием на атом сторонней электромагнитной волны с резонансной частотой, при которой выполняется равенство (25.8) для одного из атомных переходов, происходящих с понижением энергии атома. В отличие от спонтанного в каждом акте индукированного излучения участвуют два фотона. Один из них распространяется от стороннего источника и воздействует на атом, а другой испускается атомом в результате этого воздействия. Характерной чертой индукированного излучения является точное совпадение состояния испущенного фотона с состоянием внешнего фотона. Оба фотона имеют одинаковые волновые векторы и поляризации, у обоих фотонов одинаковы также частоты и фазы. Это

означает, что фотоны индуцированного излучения всегда когерентны с фотонами, вызвавшими это излучение.

Атомы не только испускают но и поглощают фотоны с резонансными частотами. При поглощении атомы возбуждаются. В отличие от испускания резонансное поглощение фотонов атомами всегда является индуцированным процессом, происходящим только в поле внешнего излучения. В каждом акте поглощения исчезает один фотон, а участвующий в этом процессе атом переходит в состояние с большей энергией.

3. Как все квантовые процессы, испускание и поглощение фотонов атомами можно описать статистически с помощью вероятностей. Вероятности протекания этих процессов в единицу времени характеризуют скорости атомных переходов с испусканием и поглощением электромагнитного излучения. Рассмотрим эти вероятности.

Пусть у атома есть два состояния с энергиями  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ . В переходах между этими состояниями может участвовать фотон с частотой

$$\omega = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/\hbar.$$

Фотоны с такой частотой могут распространяться в разных направлениях и могут иметь разную поляризацию. Выделим из этих квантов только те, которые распространяются в пределах бесконечно малого телесного угла  $d\Omega$  с осью в направлении единичного вектора  $\mathbf{n}$  (рис. 29.3) и имеют одну из двух независимых поляризаций. На рис. 29.3 направления независимых поляризаций показаны двумя векторами  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$ , перпендикулярными друг другу и вектору  $\mathbf{n}$ . Состояния поляризации мы будем отмечать индексом  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ).

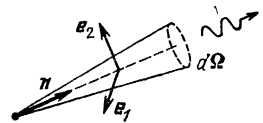


Рис. 29.3.

Рассмотрим вероятности испускания и поглощения фотонов, находящихся в состояниях, которые были охарактеризованы выше. Вероятность испускания равна сумме

$$dW_{21} = dW_{21}^{(s)} + dW_{21}^{(i)},$$

где  $dW_{21}^{(s)}$  — вероятность спонтанного, а  $dW_{21}^{(i)}$  — вероятность индуцированного испускания. Вероятность поглощения обозначим через  $dW_{12}$ . Каждая из этих величин пропорциональна телесному углу  $d\Omega$ . Для вероятности  $dW_{21}^{(s)}$  это записывается так:

$$dW_{21}^{(s)} = a_{21}^{(\alpha)} d\Omega.$$

Коэффициент  $a_{21}^{(\alpha)}$  зависит только от состояний атома, между которыми происходит переход.

В отличие от спонтанного индуцированное испускание, а также поглощение зависят от интенсивности излучения.

Именно, вероятности  $dW_{21}^{(i)}$  и  $dW_{12}$  пропорциональны среднему числу электромагнитных квантов, вызывающих индуцированные переходы. В свою очередь это число пропорционально *спектральной плотности энергии излучения*  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})$ . Ее смысл таков: величина  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega d\omega$  равна отнесенной к единице объема энергии излучения с частотой из промежутка от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$  (поэтому употребляется термин «спектральная»), с поляризацией  $\alpha$ , распространяющегося внутри телесного угла  $d\Omega$ . Так как энергия одного фотона равна  $\hbar\omega$ , то энергией  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega d\omega$  обладает

$$dN^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = \frac{\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega d\omega}{\hbar\omega}$$

фотонов. Мы видим, что вероятности  $dW_{21}^{(i)}$  и  $dW_{12}$  должны быть пропорциональны плотности энергии излучения  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})$ :

$$dW_{21}^{(i)} = b_{21}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega, \quad dW_{12} = b_{12}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega.$$

Величины  $b_{21}^{(\alpha)}$  и  $b_{12}^{(\alpha)}$  называются *коэффициентами Эйнштейна* \*). Эти коэффициенты, так же как и величина  $a_{21}^{(\alpha)}$ , зависят только от состояний атома, между которыми происходит переход.

Одним из фундаментальных свойств электромагнитных взаимодействий является физическая эквивалентность для них обоих направлений течения времени — из прошлого в будущее и в обратную сторону, ни одно из которых не является предпочтительным по отношению к другому. Из-за этого вероятности взаимно обратных электромагнитных процессов поглощения и индуцированного испускания одних и тех же фотонов одинаковы. Следовательно,

$$b_{12}^{(\alpha)} = b_{21}^{(\alpha)}.$$

так что порядок расположения нижних индексов у коэффициентов Эйнштейна несуществен. Для определенности ниже мы будем их записывать в порядке возрастания. Таким образом, для вероятностей испускания  $dW_{21}$  и вероятности поглощения фотонов  $dW_{12}$  окончательно имеем

$$\begin{aligned} dW_{21} &= (a_{21}^{(\alpha)} + b_{12}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})) d\Omega, \\ dW_{12} &= b_{12}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega. \end{aligned} \quad (29.1)$$

Согласно первому из равенств (29.1) вклад индуцированного испускания возрастает с увеличением интенсивности электромагнитного излучения. Он становится существенным только

\*) Впервые введены А. Эйнштейном в 1916 г., предсказавшим существование индуцированного излучения.

в полях достаточно мощных оптических излучений, которые создаются лазерами. В обычных условиях интенсивность индуцированного излучения мала.

## § 29.2. Равновесное излучение

1. Электромагнитные волны, испускаемые атомами, которые возбуждаются за счет энергии теплового движения, представляют собой *тепловое излучение*. Это излучение может находиться в равновесии с веществом, и тогда это излучение называется *равновесным*. Строго говоря, равновесное излучение существует только в замкнутых полостях, через внешние оболочки которых энергия не рассеивается в окружающее пространство. Такая полость показана на рис. 29.4, на котором заштрихованы ее внешняя оболочка и все находящиеся внутри нее тела.

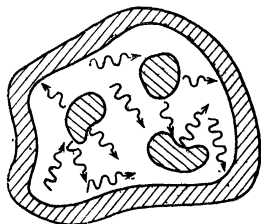


Рис. 29.4.

Отметим, что от равновесного практически неотличимо излучение, выходящее из полости через очень малое отверстие в ее оболочке, поскольку в этом случае теряется ничтожная часть энергии, заключенной в полости.

Рассмотрим свойства равновесного излучения. Равновесие заключается в том, что за единицу времени испускается и поглощается одинаковое число фотонов в каждом состоянии. Согласно (29.1) число испущенных фотонов с частотой  $\omega$  и с поляризацией  $\alpha$ , распространяющихся в телесном угле  $d\Omega$ , равно

$$\langle N_2 \rangle dW_{21} = \langle N_2 \rangle (a_{21}^{(\alpha)} + b_{12}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})) d\Omega,$$

где  $\langle N_2 \rangle$  — среднее число атомов вещества, находящихся в возбужденном состоянии с энергией  $\mathcal{E}_2$ . Число поглощенных фотонов равно

$$\langle N_1 \rangle dW_{12} = \langle N_1 \rangle b_{12}^{(\alpha)} \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\Omega,$$

где  $\langle N_1 \rangle$  — среднее число атомов вещества, находящихся в состоянии с энергией  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 - \hbar\omega$ .

При тепловом равновесии заселенности атомных состояний образуют распределение Гиббса (см. § 9.4 из тома I). Поэтому если температура вещества равна  $T$ , то

$$\langle N_1 \rangle / \langle N_2 \rangle = e^{\hbar\omega/kT},$$

где  $k$  — постоянная Больцмана.

Из условия равновесия

$$\langle N_1 \rangle dW_{12} = \langle N_2 \rangle dW_{21}$$

находим спектральную плотность энергии излучения

$$\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = \frac{a_{21}^{(\alpha)}}{b_{12}^{(\alpha)}} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (29.2)$$

Чтобы определить отношение  $a_{21}^{(\alpha)}/b_{12}^{(\alpha)}$ , потребуем, чтобы в неквантовой области, т. е. при  $\hbar\omega \ll kT$ , величина  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})$  совпадала бы со спектральной плотностью энергии равновесного излучения, которая получается из классического закона равнораспределения энергии по степеням свободы. При  $\hbar\omega \ll kT$  величина  $e^{\hbar\omega/kT} - 1 \approx \hbar\omega/kT$ , так что в этом случае

$$\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = \frac{a_{21}^{(\alpha)}}{b_{12}^{(\alpha)}} \frac{kT}{\hbar\omega}. \quad (29.3)$$

Степенями свободы равновесного излучения являются электромагнитные волны в замкнутой полости. Пусть объем этой полости равен  $V$ . Согласно формуле (28.8), которая справедлива для волн любой природы, в объеме  $V$  существует

$$dZ = \frac{V}{(2\pi)^3} q^2 dq d\Omega$$

волн с одинаковой поляризацией и с волновыми числами из промежутка от  $q$  до  $q + dq$ , распространяющихся в телесном угле  $d\Omega$ . Этот результат получается после перехода в (28.8) к сферическим координатам в пространстве волновых векторов. Так как для электромагнитных волн  $\omega = cq$ , где  $c$  — скорость света в вакууме, то

$$dZ = \frac{V}{8\pi^3 c^3} \omega^2 d\omega d\Omega. \quad (29.4)$$

Согласно закону равнораспределения энергии по степеням свободы при температуре  $T$  на один неквантовый осциллятор в среднем приходится энергия  $kT$ . Следовательно,  $dZ$  неквантовых электромагнитных осцилляторов в среднем обладают энергией

$$kT dZ = \frac{V kT}{8\pi^3 c^3} \omega^2 d\omega d\Omega.$$

Отсюда видно, что спектральная плотность энергии равновесного неквантового излучения равна

$$\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = kT\omega^2/8\pi^3 c^3. \quad (29.5)$$

Сравнивая (29.3) и (29.5), находим

$$a_{21}^{(\alpha)}/b_{12}^{(\alpha)} = \hbar\omega^3/8\pi^3 c^3.$$



Подставляя (29.5) в (29.2), получаем

$$\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = \frac{1}{8\pi^3 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}.$$

Эта величина не зависит ни от рода вещества, ни от  $\alpha$ , ни от  $\mathbf{n}$ . Последнее означает, что на каждой частоте равновесного излучения энергия распределена равномерно по всем поляризациям и по всем направлениям распространения излучения. Так как у электромагнитных волн две независимых поляризации, а полный телесный угол равен  $4\pi$ , то спектральная плотность энергии равновесного излучения, характеризующая распределение энергии независимо от поляризации и от направления распространения излучения, равна

$$\rho(\omega) = 8\pi \rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) = \frac{1}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}. \quad (29.6)$$

2. Рассмотрим свойства распределения (29.6). В некантовой области, т. е. при  $\hbar \omega \ll kT$  (см. (29.5)),

$$\rho(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT.$$

Эта зависимость называется *формулой Рэлея — Джинса* (Д. Рэлей и Д. Джинс, 1905 г.). При  $\hbar \omega \gg kT$  с высокой точностью  $e^{\hbar \omega / kT} - 1 \approx e^{\hbar \omega / kT}$ , так что в этом случае

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} e^{-\hbar \omega / kT}.$$

Это выражение называется *формулой Вина* (В. Вин, 1893 г.). Согласно формуле Вина спектральная плотность равновесного излучения быстро убывает с возрастанием частоты.

Распределение (29.6) имеет максимум. Его положение находится из условия

$$d\rho(\omega)/d\omega = 0.$$

Это условие выполняется на частоте

$$\omega_0 = 2,8 kT/\hbar.$$

Частота  $\omega_0$  находится так. Обозначим отношение  $\hbar \omega / kT$  через  $x$ . Выражая  $\rho$  через  $x$ , получаем

$$\rho(x) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^2 c^3} \frac{x^3}{e^x - 1}.$$

Максимум этой функции находится в точке, в которой

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x^3}{e^x - 1} \right) = \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} [3(1 - e^{-x}) - x] = 0.$$

Трансцендентное уравнение

$$3(1 - e^{-x}) = x$$

решается графически. На рис. 29.5 изображены графики прямой  $y_1 = x$  и кривой  $y_2 = 3(1 - e^{-x})$ . Эти графики пересекаются в точке  $x_0$ , примерно равной 2,8.

Пропорциональность частоты  $\omega_0$  температуре  $T$  называется *законом смещения Вина* (В. Вин, 1893 г.). Согласно этому закону при нагревании вещества максимум энергии его излучения смещается в сторону высоких частот. Поэтому при нагревании тел сначала наблюдается их красное каление, которое постепенно переходит в белое. При температурах, не превышающих

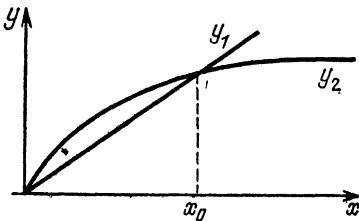


Рис. 29.5.

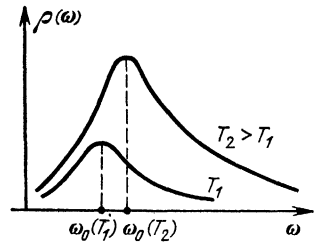


Рис. 29.6.

комнатную, частота  $\omega_0$  лежит в инфракрасном участке оптического диапазона. Поэтому при этих температурах тепловое излучение тел невидимо.

На рис. 29.6 изображены графики двух распределений энергии излучения при температурах  $T_1$  и  $T_2 > T_1$ . Эти кривые дают наглядное представление о тех законах, которые были рассмотрены.

Интеграл от спектральной плотности  $\rho(\omega)$  по всем частотам равен энергии единицы объема равновесного излучения. Обозначив эту энергию через  $E$ , согласно (29.6) имеем

$$E = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}.$$

В результате интегрирования получаем *закон Стефана — Больцмана* (Д. Стефан, 1879 г.; Л. Больцман, 1884 г.)

$$E = \frac{4\sigma}{c} T^4,$$

где  $\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Вычисления, приводящие к закону Стефана — Больцмана, не отличаются от вычислений, уже проделанных ранее при получении выражения (28.10) для внутренней энергии кристаллической решетки при низких температурах.

Покажем, наконец, что из спектральной плотности энергии равновесного излучения получается формула Планка для засе-

ленностей фотонных состояний. Обозначим через  $\langle n \rangle$  среднее число фотонов с частотой  $\omega$ , с заданной поляризацией  $\alpha$ , распространяющихся в направлении  $\mathbf{n}$  (рис. 29.3). Поскольку энергия одного фотона равна  $\hbar\omega$ , то должно быть

$$\hbar\omega \langle n \rangle dZ = V\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n}) d\omega d\Omega,$$

где число  $dZ$  определяется формулой (29.4). Подставляя это число, а также спектральную плотность энергии  $\rho^{(\alpha)}(\omega, \mathbf{n})$ , для величины  $\langle n \rangle$  получаем

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1},$$

что и требовалось доказать. Мы видим, что при тепловом равновесии заселенность любого фотонного состояния зависит только от его энергии и не зависит от поляризации и направления распространения фотона.

3. Тепловое излучение любого тела характеризуется его *спектральной испускательной способностью*

$$r(\omega) = dR(\omega)/d\omega,$$

где  $dR(\omega)$  — это энергия, излучаемая единицей поверхности тела в единицу времени в диапазоне частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ . Величина

$$R = \int dR(\omega) = \int_0^{\infty} r(\omega) d\omega$$

называется *энергетической светимостью* тела. В системе СИ эта светимость измеряется в Вт/м<sup>2</sup>, а спектральная испускательная способность — в Дж/м<sup>2</sup>.

Поглощение телом электромагнитной энергии характеризуется *спектральной поглощательной способностью*

$$a(\omega) = dI'(\omega)/dI(\omega),$$

где  $dI(\omega)$  — интенсивность излучения с частотами в интервале от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , падающего на единицу поверхности тела. Величина  $dI'(\omega)$  — это часть интенсивности  $dI(\omega)$ , которая телом поглощается. Для всех частот спектральная поглощательная способность не превосходит единицы. Тело, для которого отличие этой величины от единицы пренебрежимо мало, называется *абсолютно черным*.

Рассмотрим равновесное излучение, которое находится в полости между двумя плоскопараллельными пластинами, изготовленными из разных материалов, но имеющих одинаковую температуру (рис. 29.7). На единицу поверхности правой пластины в единицу времени поглощается электромагнитная

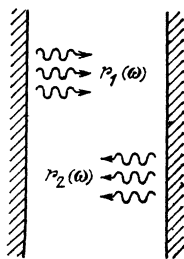


Рис. 29.7.

энергия  $a_2(\omega)r_1(\omega)d\omega$ , которая излучается единичной площадкой на поверхности левой пластины на частотах от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ . Аналогичная величина для левой пластины равна  $a_1(\omega)r_2(\omega)d\omega$ . При равновесии должно быть

$$a_1(\omega)r_2(\omega)d\omega = a_2(\omega)r_1(\omega)d\omega,$$

иначе пластины будут нагреваться по-разному, т. е. равновесия не будет. Мы видим, что

$$r_1(\omega)/a_1(\omega) = r_2(\omega)/a_2(\omega).$$

В этом заключается закон Кирхгофа (Г. Кирхгоф, 1895 г.), согласно которому отношения  $r(\omega)/a(\omega)$  для разных тел, нагретых до одной и той же температуры, одинаковы.

Так как спектральная поглощательная способность абсолютно черного тела равна единице, то согласно закону Кирхгофа

$$r(\omega)/a(\omega) = r_0(\omega),$$

где  $r_0(\omega)$  — спектральная испускательная способность абсолютно черного тела, а  $r(\omega)$  и  $a(\omega)$  характеризуют любое тело с той же самой температурой, которую имеет абсолютно черное тело.

Выражение для  $r_0(\omega)$  получается так. Рассмотрим излучение, которое распространяется от площадки  $dS$  абсолютно черного тела. В этом излучении нет фотонов, отраженных от площадки  $dS$ . Выберем систему координат так, как это показано на рис. 29.8. Ось  $z$  этой системы координат перпендикулярна к  $dS$  и направлена внутрь полости с излучением.

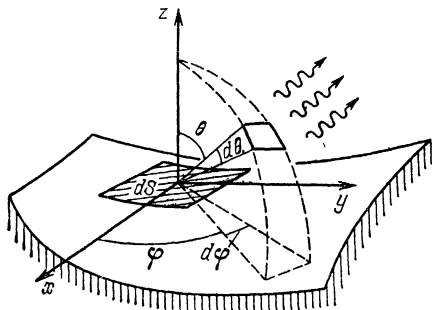


Рис. 29.8.

Так как в равновесном излучении потоки электромагнитной энергии по всем направлениям одинаковы, то вероятность испускания фотона внутрь телесного угла  $d\Omega$  (рис. 29.8) равна отношению этого угла к полному телесному углу, т. е. имеет величину

Так как в равновесном излучении потоки электромагнитной энергии по всем направлениям одинаковы, то вероятность испускания фотона внутрь телесного угла  $d\Omega$  (рис. 29.8) равна отношению этого угла к полному телесному углу, т. е. имеет величину

$$d\Omega/4\pi = \sin\theta d\theta d\varphi/4\pi.$$

Следовательно, в единицу времени на частоте  $\omega$  площадка  $dS$  излучает в телесный угол  $d\Omega$  электромагнитную энергию

$$c\rho(\omega)dS \cos\theta \frac{d\Omega}{4\pi} = c\rho(\omega) \frac{\sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi}{4\pi} dS,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Интегрируя это выражение по всем направлениям испускания фотонов, т. е. по углу  $\theta$  в пределах от 0 до  $\pi/2$  и по углу  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$ , получим поток электромагнитной энергии, которую излучает площадка  $dS$  на частоте  $\omega$ . Этот поток равен  $(c/4)\rho(\omega)dS$ . Отсюда находим  $r_0(\omega) = (c/4)\rho(\omega)$ . Интегрируя это выражение по всем частотам и учитывая закон Стефана — Больцмана, для энергетической светимости  $R_0$  абсолютно черного тела получаем

$$R_0 = \sigma T^4.$$

Так как светимость абсолютно черного тела пропорциональна энергии равновесного излучения, то согласно закону Стефана — Больцмана по светимости можно определить температуру абсолютно черного тела и, наоборот, по температуре можно находить его светимость. Для тел, которые не являются абсолютно черными, существует понятие *эффективной температуры*. Эффективная температура любого излучающего тела равна температуре абсолютно черного тела того же размера и той же светимости, что и излучающего тела. Самые высокие эффективные температуры у нетепловых генераторов электромагнитного излучения — у мощных лазеров. Они превосходят  $10^{10}$  К и на несколько порядков выше температуры Солнца.

### § 29.3. Когерентное усиление излучения веществом

1. В обычных условиях атомы вещества распределяются по своим состояниям под влиянием теплового движения. В этом случае вещество поглощает энергию проходящего через него электромагнитного излучения, никогда его не усиливая. Выясним причину этого явления.

Пусть вещество находится в состоянии теплового равновесия при температуре  $T$ . Тогда согласно распределению Гиббса заселенность  $\langle N_n \rangle$  любого атомного состояния с энергией  $\mathcal{E}_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) такова, что

$$\langle N_n \rangle / \langle N_1 \rangle = e^{-\Delta \mathcal{E}_n / kT} \ll 1.$$

Здесь  $\langle N_1 \rangle$  — заселенность основного состояния с энергией  $\mathcal{E}_1$ , а  $\Delta \mathcal{E}_n = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_1$ . Соотношения между различными заселенностями атомных состояний показаны на рис. 29.9. На этом рисунке отношения  $\langle N_n \rangle / \langle N_1 \rangle$  изображены горизонтальными отрезками, расположенными между осью ординат, вдоль которой откладывается энергетический спектр атома, и графиком зависимости величины  $e^{-(\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_1) / kT}$  от энергии  $\mathcal{E}$ .

Пусть в излучении есть кванты, которые могут поглощаться веществом, вызывая переходы между атомными состояниями с энергиями  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_n$  с  $n > 1$ . Частота этих квантов равна  $\omega = \Delta \mathcal{E}_n / \hbar$ . Рассмотрим те из них, которые распространяются внутри бесконечно малого телесного угла  $d\Omega$  и имеют одинаковую поляризацию. В единицу времени вещество будет поглощать в среднем

$$dn = \langle N_1 \rangle dW_{1n}$$

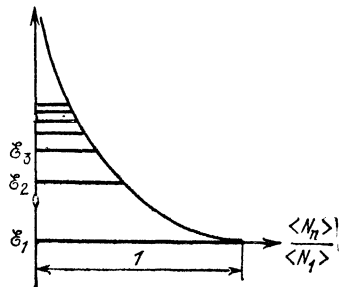


Рис. 29.9.

таких фотонов, если вероятность поглощения одного из них равна  $dW_{1n}$ .

Наряду с поглощением за счет индуцированного излучения будут испускаться фотоны, когерентные падающим. В среднем в единицу времени их будет испускаться

$$dn' = \langle N_n \rangle dW_{n1}^{(i)}$$

В этом равенстве справа  $dW_{n1}^{(i)}$  — вероятность индуцированного перехода атома с испусканием фотона с частотой  $\omega$ , распространяющегося в телесном угле  $d\Omega$  и имеющего одинаковую поляризацию с теми фотонами, поглощение которых было рассмотрено выше. Так как

$$dW_{n1}^{(i)} = dW_{1n}$$

и  $n \neq 1$ , то

$$dn'/dn = \langle N_n \rangle / \langle N_1 \rangle < 1.$$

Это неравенство означает, что при прохождении электромагнитного излучения через вещество, атомы которого распределены по своим состояниям под воздействием теплового движения, индуцированное испускание фотонов не компенсирует поглощения фотонов атомами вещества. Поэтому чем толще слой вещества, тем меньше интенсивность волны, прошедшей через этот слой. Другими словами, при прохождении вещества излучение только ослабляется, если атомы вещества распределены по своим состояниям лишь под воздействием теплового движения.

2. Чтобы при прохождении вещества интенсивность излучения возрастала, необходимо выполнение следующего условия: для каждой пары атомных состояний, переходы между которыми происходят с испусканием и поглощением фотонов, заселенность состояния с большей энергией должна быть больше заселенности состояния с меньшей энергией. Это означает, что тепловое равновесие должно быть нарушено.

*Говорят, что вещество, в котором хотя бы для двух состояний его атомов (или молекул) состояние с более высокой энергией заселено больше, чем состояние с меньшей энергией, обладает инверсией заселенностей\*).*

Проходя через вещество с инверсией заселенностей, например, двух атомных состояний, излучение обогащается фотонами, вызывающими переходы атомов между этими состояниями. В результате происходит когерентное усиление излучения на определенной частоте за счет преобладания индуцированного испускания фотонов над их поглощением при переходах атомов между состояниями с инверсией заселенностей.

---

\*) Состояние вещества с инверсией заселенностей называется также состоянием с отрицательной температурой в связи с тем, что условие  $\langle N_n \rangle / \langle N_1 \rangle > 1$  выполняется также при тепловом равновесии, если считать, что, формально,  $T < 0$ .

Вещество с инверсией заселенностей называется *активной средой*. Активная среда имеет отрицательный коэффициент поглощения. Чтобы в этом убедиться, вспомним, что в обычных условиях интенсивность волны, которая распространяется в веществе вдоль оси  $x$  слева направо, зависит от  $x$  следующим образом:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x},$$

где коэффициент поглощения  $\mu > 0$ . Мы видим, что вместо поглощения будет происходить усиление излучения, если  $\mu < 0$ .

3. Чтобы создать состояние с инверсией заселенностей, необходимо затрачивать энергию, расходуя ее на преодоление процессов, восстанавливающих равновесное распределение заселенностей. Такое воздействие на вещество называется *накачкой*. Энергия накачки всегда поступает от внешнего источника к активной среде.

Существуют различные способы накачки. Рассмотрим световой способ. Он применяется, например, в рубиновом лазере. В этом оптическом квантовом генераторе рабочим веществом служит монокристалл рубина, представляющий собой окись алюминия  $Al_2O_3$ , в которой часть атомов Al замещена атомами хрома Cr. Рубиновый лазер излучает на длине волны  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$  (красный свет).

В рубиновом лазере энергию накачки создают с помощью газоразрядных ламп, работающих в импульсном режиме. Длительность вспышки имеет порядок  $10^{-3}$  с, а мощность накачки в одном импульсе превышает десятки миллионов ватт\*). До вспышки атомы хрома находятся в основном состоянии с энергией  $\mathcal{E}_1$  (рис. 29.10). Под действием зеленого или синего света излучения лампы-вспышки атомы Cr переходят в возбужденные состояния с энергией  $\mathcal{E}_3$  (зеленый свет) и с энергией  $\mathcal{E}_4$  (синий свет). На рис. 29.10

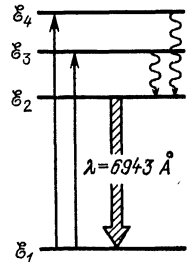


Рис. 29.10.

эти переходы изображены двумя тонкими стрелками. Время жизни атомов Cr на уровнях  $\mathcal{E}_3$  и  $\mathcal{E}_4$  меньше  $10^{-7}$  с. Поэтому такие возбуждения быстро прекращаются. Но при этом атомы Cr переходят не в основное состояние, а в возбужденное состояние с энергией  $\mathcal{E}_2$ . Эти процессы являются безызлучательными, т. е. протекают без испускания фотонов. При этом избыток энергии передается непосредственно от атомов Cr кристаллической решетке, в результате чего кристалл рубина нагревается\*\*). На рис. 29.10 эти безызлучательные,

\*) В непрерывном режиме излучения такую мощность получить очень трудно.

\*\*) Из-за этого нагревания нецелесообразно использовать непрерывную световую накачку, так как при непрерывном нагреве рубин быстро теряет свою оптическую однородность.

или, как их еще называют, релаксационные переходы, показаны двумя направленными волнистыми линиями. Уровень  $\mathcal{E}_2$  является метастабильным, так что в состоянии с энергией  $\mathcal{E}_2$  атомы Cr находятся сравнительно долго — около  $10^{-3}$  с. При переходе с уровня  $\mathcal{E}_2$  в основное состояние  $\mathcal{E}_1$  возникает излучение с длиной волны  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ . Этот переход, который на рис. 29.10 изображен утолщенной стрелкой, приводит к лазерной генерации.

При достаточно мощной вспышке на уровень  $\mathcal{E}_2$  перебрасывается такое количество атомов Cr, что образуется инверсия заселенностей уровней  $\mathcal{E}_2$  и  $\mathcal{E}_1$ . Если в рубине, который приведен в такое состояние, появится фотон с длиной волны  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$  (например, в результате спонтанного перехода с уровня  $\mathcal{E}_2$  на уровень  $\mathcal{E}_1$ ), то индуцированное излучение приведет к размножению фотонов, точно копирующих первоначальный. Этот процесс носит лавинообразный характер и приводит к возникновению очень большого числа только тех фотонов, которые распространяются под малыми углами к оси лазера. Только такие фотоны, многократно отражаясь от зеркал оптического резонатора лазера (об устройстве лазеров см. § 23.2 из тома II), проходят в нем большой путь и, следовательно, очень много раз встречаются с атомами Cr, вызывая их индуцированные переходы с уровня  $\mathcal{E}_2$  в основное состояние. Фотоны, которые распространяются в других направлениях, быстро покидают рабочий объем лазера, не вызывая лазерной генерации в этих направлениях.

В рубиновом лазере генерация происходит в двух режимах. Режим свободной генерации реализуется с помощью оптического резонатора, который все время настроен в резонанс с излучением с длиной волны  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ . В этом случае генерация начинается, как только на метастабильном уровне  $\mathcal{E}_2$  накопится достаточно много атомов Cr. Генерация продолжается около  $10^{-3}$  с, приводя к образованию лазерного импульса. В режиме свободной генерации рубиновый лазер позволяет получить энергию до  $10^3$  Дж в одном импульсе, чему соответствует мощность в импульсе до  $10^6$  Вт.

Режим несвободной генерации достигается включением зеркал резонатора лишь в те моменты времени, когда инверсия заселенностей уровней  $\mathcal{E}_2$  и  $\mathcal{E}_1$  достигает максимальной величины. Тогда все атомы Cr, находящиеся на метастабильном уровне  $\mathcal{E}_2$ , излучают практически одновременно, так что образуется гигантский лазерный импульс очень короткой длительности порядка  $10^{-8}$ — $10^{-9}$  с. Энергия такого импульса невелика, но мощность в импульсе огромна. Эта мощность достигает величины порядка  $10^9$  Вт.

## § 29.4. Нерезонансное взаимодействие фотонов с веществом

1. Испускание и поглощение электромагнитного излучения атомами — это резонансные процессы, в которых участвуют фотоны только со строго определенными частотами. Взаимодействие фотонов с атомами может быть также нерезонансным.



В этом случае оно проявляется в *фотоэлектрических явлениях*, в *эффекте Комптона* и в *рождении электронно-позитронных пар*. Эти явления вызываются фотонами с частотами порядка и выше частот видимого участка электромагнитного спектра.

Фотоэлектрические явления заключаются в эмиссии (испускании) электронов веществом, в увеличении его проводимости и в возникновении э. д. с. под действием электромагнитного излучения. В основе этих явлений лежит *фотоэффект*. Его сущность состоит в том, что за счет энергии электромагнитного излучения происходит освобождение электронов, которые или выбиваются из вещества в вакуум или в другое вещество (внешний фотоэффект), или выбиваются из связанных состояний внутри вещества без эмиссии наружу (внутренний фотоэффект). В этих процессах поглощаются фотоны, энергии которых достаточно для разрыва связей электронов с окружающим их веществом. Такими энергиями обладают фотоны с частотами, непрерывно заполняющими широкий участок электромагнитного спектра. Фотоэффект в газах, который заключается в выбивании электронов из отдельных атомов и молекул, называется *фотоионизацией*.

Внешний фотоэффект наблюдается во всех веществах независимо от их агрегатного состояния. Впервые внешний фотоэффект обнаружил Г. Герц, который заметил, что разряд между двумя металлическими шариками, к которым приложено напряжение, происходит чаще, если один из шариков освещается ультрафиолетовыми лучами. Детально это явление было изучено экспериментально А. Г. Столетовым в 1888 г. и Ф. Ленардом в 1889 г. Внешний фотоэффект регистрируется по *фототоку*. Его образуют электроны, испускаемые с поверхности вещества наружу под действием электромагнитного излучения. Фототок измеряется, например, с помощью двухэлектродной лампы, один из электродов которой облучается светом (рис. 29.11). Обычно в лампе создается вакуум. Это делается для того, чтобы исключить искажение фототока зарядами, возникающими в результате ионизации газа, заполняющего лампу.

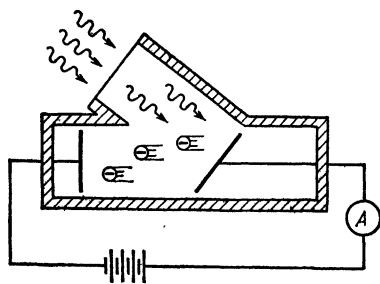


Рис. 29.11.

Фотоэффект — явление квантовое, необъяснимое в рамках классической физики. Поэтому его обнаружение и исследование сыграли важную роль в становлении квантовой теории. При не слишком интенсивном излучении основные закономерности внешнего фотоэффекта заключаются в следующем. 1) Максимальная

кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности излучения, а определяется только его частотой, которой прямо пропорциональна. 2) При фиксированной частоте излучения сила фототока пропорциональна интенсивности излучения. 3) Для каждого вещества при определенном состоянии его поверхности существует граничная частота  $\omega_0$  такая, что излучение с частотой  $\omega < \omega_0$  фотоэффект не вызывает. Соответственно, у этого излучения длина волны  $\lambda > \lambda_0$ , где  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ . Поэтому говорят, что у фотоэффекта, возникающего под действием излучения, интенсивность которого не слишком высока, существует *красная или длинноволновая граница*.

Законы фотоэффекта впервые объяснил А. Эйнштейн в 1905 г. В основе его объяснения лежало предположение о существовании электромагнитных квантов. С этой точки зрения и согласно современным представлениям об электронной структуре вещества в конденсированном состоянии (твердые тела, жидкости) фотоэффект складывается из трех элементарных процессов. Во-первых, происходит нерезонансное поглощение фотона электроном. В металлах в видимой и ультрафиолетовой частях электромагнитного спектра энергию излучения поглощают электроны проводимости. В полупроводниках и диэлектриках при поглощении возбуждаются электроны валентной зоны и электроны, которые находятся на локальных уровнях, обусловленных дефектами. Во-вторых, электрон с избыточной энергией перемещается к поверхности тела. В-третьих, этот электрон проходит через приповерхностный слой, в котором на электрон действует сила, стремящаяся его удержать внутри тела.

Если интенсивность излучения не очень высока, то каждый фотоэлектрон выбивается одним фотоном. В этом случае скорость фотоэлектрона зависит только от энергии фотона, которая пропорциональна частоте излучения (первый закон внешнего фотоэффекта). Интенсивность излучения с фиксированной частотой изменяется только за счет плотности фотонов, от которой зависит число их соударений с электронами. Поэтому сила фототока изменяется пропорционально интенсивности излучения (второй закон внешнего фотоэффекта). Наконец, применим к фотон-электронному столкновению закон сохранения энергии. Пусть фотоэлектроном является электрон проводимости металла. Тогда, если частота излучения равна  $\omega$ , работа выхода электрона из металла равна  $A$ , а скорость выбитого электрона равна  $v \ll c$ , то

$$\hbar\omega = m_e v^2/2 + A,$$

где  $m_e$  — масса электрона. Это соотношение называется *уравнением Эйнштейна* для внешнего фотоэффекта. Так как кинетическая энергия электрона является положительно определенной

величиной, то при

$$\omega < \omega_0 = A/\hbar$$

уравнение Эйнштейна становится бессодержательным, что указывает на существование красной границы фотоэффекта (третий закон внешнего фотоэффекта).

Оценим граничную частоту  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  для металлов. Для них работа выхода  $A$  является величиной порядка нескольких электронвольт. Поэтому

$$\nu_0 = A/2\pi\hbar \approx 10^{15} \text{ Гц.}$$

Частота  $10^{15}$  Гц лежит в видимом участке оптического диапазона электромагнитного спектра. Таким образом, фотоэмиссия электронов из металлов начинается уже под воздействием видимого света.

Если излучение становится достаточно интенсивным, то красная граница расплывается. Это происходит из-за того, что в интенсивном электромагнитном луче плотность фотонов оказывается настолько большой, что заметно возрастает вероятность поглощения электроном не одного, а сразу нескольких фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для вылета из вещества, даже тогда, когда частота излучения будет меньше красной границы, которая является порогом только однофотонного фотоэффекта. Наблюдение расплывания красной границы стало возможным только после создания мощных лазеров, и оно действительно обнаружено.

Согласно уравнению Эйнштейна график зависимости кинетической энергии фотоэлектрона от частоты излучения имеет вид прямой линии, наклон которой определяется постоянной Планка  $\hbar$ . Измерив этот наклон для меди, магния, алюминия и натрия, Милликен в 1916 г. вычислил постоянную Планка  $\hbar$ . Его результат с хорошей точностью совпал с результатами других независимых измерений  $\hbar$ , что указывало на фундаментальную роль этой физической величины и тем самым способствовало развитию квантовой физики.

Отметим, что частота красной границы фотоэмиссии электронов из диэлектриков и полупроводников без примесей лежит выше частоты красной границы фотоэффекта на металлах. Это объясняется тем, что в металле фотон поглощается электроном проводимости, который внутри металла не находится в связанном состоянии, тогда как в диэлектрике и полупроводнике фотон выбивает электрон из связанного состояния в валентной зоне. В последнем случае энергия затрачивается дополнительно на удаление электрона из потенциальной ямы, ограничивающей его движение.

Для фотоионизации уравнение Эйнштейна записывается так:

$$\hbar\omega = T + J.$$

Здесь  $T$  — кинетическая энергия освобожденного электрона, а  $J$  — один из ионизационных потенциалов атома. Вероятность

фотоионизации тем больше, чем сильнее связан электрон в атоме. В частности, совсем свободный электрон вовсе не способен поглотить фотон. Поэтому в фотоионизации в основном принимают участие электроны из внутренних оболочек атомов и она особенно существенна для тяжелых атомов, в которых электроны наиболее сильно связаны с ядром. Последовательная теория фотоионизации дается в квантовой электродинамике.

Поглощение фотона свободным электроном запрещено законами сохранения энергии и импульса. Действительно, рассмотрим столкновение фотона с электроном в системе отсчета, в которой до столкновения электрон покоился. В этой системе в начальном состоянии энергия электрона будет равна  $m_e c^2$ , а его импульс будет равен нулю. Пусть фотон имеет частоту  $\omega$  и распространяется в направлении единичного вектора  $\mathbf{n}$ . Тогда в начальном состоянии энергия и импульс системы, состоящей из электрона и налетающего на него фотона, будут, соответственно, равны  $m_e c^2 + \hbar\omega$  и  $(\hbar\omega/c)\mathbf{n}$ . Если после поглощения фотона электрон приобретает импульс  $\mathbf{p}$ , то энергия электрона в конечном состоянии будет равна  $c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2}$ . Согласно законам сохранения энергии и импульса должно быть

$$m_e c^2 + \hbar\omega = c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2}, \quad (\hbar\omega/c)\mathbf{n} = \mathbf{p}.$$

Возводя оба равенства в квадрат, получаем

$$2m_e c^2 \hbar\omega + \hbar^2 \omega^2 = c^2 p^2, \quad \hbar^2 \omega^2 / c^2 = p^2.$$

Мы видим, что не существует вещественных  $\omega$  и  $p$ , при которых оба равенства были бы совместны. Это означает, что поглощение фотона свободным электроном является запрещенным процессом.

Внутренний фотоэффект заключается в перераспределении электронов твердых диэлектриков и полупроводников по энергетическим зонам под действием электромагнитного излучения. Поглощая его кванты, электроны из заполненных зон (например, из валентной) перебрасываются в зоны с вакантными состояниями. В результате возрастает концентрация носителей тока в веществе и его проводимость увеличивается. Это явление называется *фотопроводимостью*.

Перераспределение электронов полупроводника при его освещении светом приводит также к тому, что на освещаемом контакте двух полупроводников, который является  $p-n$ -переходом, или на контакте полупроводника с металлом создается электродвижущая сила, называемая *фото-э. д. с.* Она образуется так (см. также § 22.2 из тома II). Рассмотрим, например,  $p-n$ -переход. При поглощении фотонов в полупроводнике  $p$ -типа возникают подвижные электроны, а в полупроводнике  $n$ -типа — подвижные дырки. Эти частицы беспрепятственно проходят через переход, что приводит к накоплению в  $p$ -области избыточного положительного заряда, а в  $n$ -области — избыточного отрицательного заряда. В результате в приконтактной области возникает электрическое поле, которое и создает фото-э. д. с., не превышающую нескольких вольт.

Фотоэффект нашел широкое применение в науке и технике. На явлении внешнего фотоэффекта основано действие эмиссионных фотоэлементов. Каждый из таких фотоэлементов является двухэлектродной лампой, в которой падающая на поверхность катода энергия света при приложенном к лампе внешнем напряжении превращается в энергию фототока. Большое распространение получили фотоэлектронные умножители (ФЭУ) (см. § 22.2 из тома II). В этих приборах за счет явления вторичной электронной эмиссии достигается настолько большое усиление фототока, что ФЭУ способны регистрировать очень слабое излучение вплоть до его отдельных квантов. Из-за высокой вероятности фотоионизации на тяжелых атомах тяжелые металлы (обычно, свинец) применяются для изготовления защитных экранов от рентгеновского излучения. В таких экранах рентгеновские кванты поглощаются, отдавая свою энергию электронам ионизации. Фотопроводимость позволила создать фотосопротивления, проводимость которых зависит от освещения, возрастая с увеличением его интенсивности. На явлении возникновения фото-э.д.с. основано действие всех электрических фотометров. В этих приборах за счет фото-э.д.с. образуется электрический ток, сила которого определяется интенсивностью падающего излучения. Последовательное соединение многих источников фото-э.д.с. образует солнечную батарею. Такие батареи широко используются, например, в качестве бортовых источников электрической энергии на космических комплексах.

2. С повышением частоты излучения его фотоэлектрическое поглощение веществом уменьшается и становится совсем несущественным на частотах, на которых энергия одного фотона значительно превышает среднюю энергию связи электрона в атоме. Это объясняется тем, что в этом случае электроны практически неотличимы от свободных частиц. Свободный же электрон фотон не поглощает.

С ростом частоты на смену фотоэлектрическому поглощению излучения приходит *рассеяние фотонов на электронах*. Это рассеяние называется *эффектом Комптона* в честь А. Комптона, впервые обнаружившего это явление в 1922 г. при рассеянии рентгеновских лучей в парафине.

Характерной особенностью эффекта Комптона является увеличение длины волны излучения при его рассеянии. Это увеличение необъяснимо в классической электродинамике, согласно которой у рассеянного и падающего излучения длины волн одинаковы \*). Наоборот, в квантовой теории объяснение получается

---

\*) Вынужденные колебания связанных зарядов вещества в поле излучения происходят на частоте этого излучения. Поэтому заряды излучают вторичные волны на частоте падающего на вещество излучения.

простым и естественным как следствие сохранения энергии и импульса при рассеянии фотона на электроне. Убедимся в этом, рассмотрим рассеяние фотона на свободном электроне, находившемся до столкновения в покое (в реальных опытах до столкновения импульс электрона значительно меньше импульса фотона).

Согласно законам сохранения энергии и импульса имеем (рис. 29.12)

$$\hbar\omega + m_e c^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2}, \quad \hbar\mathbf{k} = \hbar\mathbf{k}' + \mathbf{p}.$$

Здесь  $\omega$  и  $\mathbf{k}$  — частота и волновой вектор падающего фотона;  $\omega'$  и  $\mathbf{k}'$  — частота и волновой вектор рассеянного фотона;  $m_e$  — масса электрона, а  $\mathbf{p}$  — его импульс после столкновения. Закон сохранения энергии записан в релятивистской форме, так как, сталкиваясь с достаточно энергичным фотоном, электрон может испытать сильную отдачу и приобрести скорость, близкую к скорости света в вакууме. С учетом того,

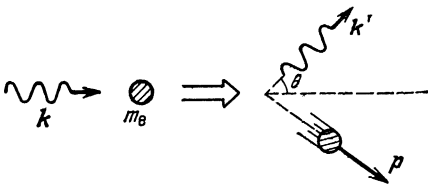


Рис. 29.12.

что  $k = \omega/c$  и  $k' = \omega'/c$ , из закона сохранения энергии получаем

$$p^2 = \hbar^2(k - k')^2 + 2\hbar m_e c(k - k').$$

Возводя в квадрат равенство, выражающее закон сохранения импульса, находим

$$p^2 = \hbar^2(k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta) = \hbar^2(k - k')^2 + 2\hbar^2 k k' (1 - \cos \theta),$$

где  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  (рис. 29.12). Сравнивая два последних выражения для  $p^2$ , мы видим, что должно быть

$$m_e c(k - k') = \hbar k k' (1 - \cos \theta).$$

Так как длина волны падающего излучения  $\lambda = 2\pi/k$ , а длина волны рассеянного излучения  $\lambda' = 2\pi/k'$ , то из последнего равенства для сдвига  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  длины волны излучения при его рассеянии находим

$$\Delta\lambda = 2\pi\Lambda_e(1 - \cos \theta), \quad (29.7)$$

где

$$\Lambda_e = \hbar/m_e c = 4 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}. \quad (29.8)$$

Величина (29.8) называется *комptonовской длиной волны электрона*.

Так как  $|\cos \theta| < 1$  при  $\theta \neq 0$ , то согласно (29.7) сдвиг длины волны излучения при его рассеянии происходит в сторону более длинных волн, причем этот сдвиг не зависит от

длины волны  $\lambda$  падающего излучения и определяется только углом рассеяния  $\theta$ . Формула (29.7) с  $\Lambda_e$  из (29.8) тщательно проверялась экспериментально и с высокой точностью подтвердилась. Опыт подтвердил также возникновение электронов отдачи при комптоновском рассеянии. Эти данные имели очень большое значение для развития квантовой физики, так как непосредственно подтверждали существование у электромагнитного излучения корпускулярных свойств, т. е. прямо доказывали существование фотонов.

Согласно (29.8) комптоновская длина волны электрона является существенно квантовой и существенно релятивистской величиной. В неквантовом и нерелятивистском пределе, т. е. при  $\hbar \rightarrow 0$  и  $c \rightarrow \infty$ , величина (29.8) обращается в нуль. Поэтому комптоновская длина волны электрона является характеристической длиной в квантовой электродинамике. Физический смысл  $\Lambda_e$  заключается в том, что если длина волны излучения  $\lambda$  оказывается меньше величины  $\Lambda_e$ , то такое излучение может превращаться в электроны и их античастицы — позитроны. Действительно, при  $\lambda \leq \Lambda_e$  энергия одного кванта излучения  $\mathcal{E} = 2\pi\hbar c/\lambda \geq 2\pi m_e c^2$ , т. е. по порядку величины сравнима или больше удвоенной энергии покоя электрона. Это означает, что энергия электромагнитного кванта с длиной волны  $\lambda \leq \Lambda_e$  сравнима или превышает порог рождения электрона совместно с его античастицей — позитроном. Позитрон отличается от электрона только знаком заряда. Эти частицы всегда рождаются только в паре (из-за закона сохранения электрического заряда). Подробнее об античастицах будет рассказано в § 30.5.

Еще один важный смысл комптоновской длины волны электрона состоит в том, что эта длина ограничивает точность определения координат частиц с помощью электромагнитного излучения. Это связано с тем, что положение частицы можно измерить только с точностью до длины волны излучения, освещающего частицу. При этом излучение рассеивается и длина его волны изменяется на величину порядка  $\Lambda_e$ .

Подчеркнем, что комптоновская длина волны существует не только у электрона. Она есть у всякой квантовой релятивистской частицы. Если частица имеет массу  $m$ , то комптоновская длина волны этой частицы получается из величины (29.8) после замены массы электрона  $m_e$  на массу частицы  $m$ . Если  $m = 0$ , то в этом случае (например, для фотона) комптоновская длина получается из (29.8) заменой  $m_e$  на  $\mathcal{E}/c^2$ , где  $\mathcal{E}$  — энергия частицы. При этом используется релятивистская связь энергии с массой. Еще один важный смысл комптоновских длин волн частиц будет рассмотрен в § 30.3.

Комптоновское рассеяние широко используется в исследованиях структуры атомов, ядер и элементарных частиц, а также лежит в основе принципа действия некоторых спектрометров

$\gamma$ -излучения, в которых формирование сигнала начинается с регистрации комптоновских электронов отдачи.

Отметим, наконец, что в тяжелых атомах существует сильное различие по величине энергии связи между внешними электронами и электронами из глубоких внутренних оболочек. Поэтому при столкновении с тяжелым атомом фотон рассеивается по-разному на внешних и на глубоких внутренних электронах. На первых фотоны рассеиваются так, как это было описано выше. При рассеянии на глубоких электронах отдача резко смягчается, распределяясь через связи электронов на весь атом. Так как атом существенно тяжелее электрона, то энергия отдачи оказывается близкой к нулю\*). Поэтому при рассеянии фотонов на глубоких электронах длина волны фотонов почти не изменяется. В этом случае рассеяние фотонов называется *когерентным*. С увеличением атомного номера интенсивность комптоновской линии в спектре рассеянного излучения падает, а когерентной — возрастает.

3. При распространении в веществе электромагнитного излучения с частотой  $\omega$  такой, что  $\hbar\omega \gtrsim 2m_e c^2 = 1,02$  МэВ, происходит *рождение электронно-позитронных пар в электромагнитных полях атомных ядер*. С повышением частоты излучения интенсивность рождения пар возрастает, а интенсивность рассеяния излучения падает. Наименьшая частота фотона, способного создать электронно-позитронную пару, равна  $\nu = m_e c^2 / \hbar \sim 2,5 \cdot 10^{20}$  Гц. Такую частоту имеют только рентгеновские и гамма-кванты. Подчеркнем, что если фотоэффект и эффект Комптона происходят в результате столкновения фотона с электроном, то рождение пар происходит при столкновении фотона с атомным ядром.

Чтобы выяснить, какую роль в этом процессе играют тяжелые атомные ядра, рассмотрим возможность рождения пары в вакууме. Пусть импульс фотона равен  $p$ , импульс электрона равен  $p_1$ , а импульс позитрона равен  $p_2$ . Если кроме этих частиц больше ничего нет, то согласно релятивистскому закону сохранения энергии

$$cp = c\sqrt{p_1^2 + m_e c^2} + c\sqrt{p_2^2 + m_e c^2}$$

должно быть

$$p > p_1 + p_2.$$

Но из закона сохранения импульса

$$p = p_1 + p_2$$

следует, что

$$p \leq p_1 + p_2.$$

---

\*) Если импульс частицы равен  $p$ , а масса частицы  $m$  очень велика, то кинетическая энергия частицы равна  $p^2/2m \approx 0$ .



Мы видим, что допущение о рождении электронно-позитронной пары в вакууме находится в противоречии с законом сохранения энергии и импульса. Этого противоречия не возникает, если вблизи фотона оказывается достаточно тяжелая частица, которой реально бывает какое-нибудь атомное ядро. При столкновении с фотоном ядро забирает у него избыток импульса, но при этом практически не влияет на энергетический баланс. В этих условиях рождение пары не противоречит законам сохранения энергии и импульса и поэтому не является запрещенным процессом.

Электронно-позитронная пара может возникнуть из двух фотонов без участия ядер. Такой процесс не запрещен законами сохранения. Однако его регистрация сильно затруднена. Причина заключается в том, что у получаемых рентгеновского и  $\gamma$ -излучения интенсивности еще недостаточно высоки для того, чтобы можно было создать столкновения фотонов друг с другом с вероятностью, заметно отличной от нуля.

Наряду с рождением пар в веществе происходят обратные превращения. В каждом из них один электрон и один позитрон (образовавшийся ранее или проникший в вещество снаружи) при встрече исчезают, а вместо них возникают один или два фотона. Такой процесс называется *электронно-позитронной аннигиляцией*. Аннигиляция с рождением одного фотона происходит в поле атомного ядра, которому передается избыток импульса электронно-позитронной пары.

4. Из-за фотоэффекта, эффекта Комптона и рождения электронно-позитронных пар происходит нерезонансное поглощение электромагнитного излучения веществом. Согласно (5.24) из тома I интенсивность пучка фотонов, распространяющихся в веществе в  $x$ -направлении, зависит от  $x$  следующим образом:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}.$$

Здесь  $I_0$  — интенсивность излучения, падающего на вещество, а  $I(x)$  — интенсивность излучения на глубине  $x$  от облучаемой поверхности. Коэффициент поглощения  $\mu$  зависит как от рода вещества, так и от энергии кванта излучения. Для примера на рис. 29.13 мы приводим зависимость  $\mu$  от энергии фотона для свинца. Эта зависимость показана утолщенной сплошной линией. На этом же рисунке изображены вклады в коэффициент поглощения от различных процессов: от фотоэффекта — штрихпунктирной линией, от эффекта Комптона — тонкой сплошной линией, от рождения пар — штриховой линией. Из рис. 29.13 видно, при каких энергиях фотона каждое из перечисленных

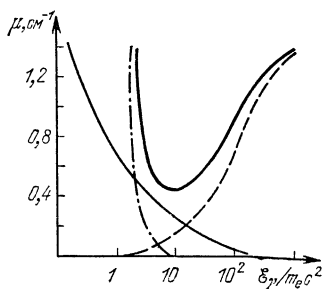


Рис. 29.13.

явлений играет доминирующую роль при нерезонансном взаимодействии электромагнитного излучения со свинцом.

Энергетические зависимости  $\mu$  для разных веществ широко применяются для измерения энергии  $\gamma$ -квантов. В этих измерениях пучок моноэнергетических  $\gamma$ -квантов направляется на мишень из известного вещества и известной толщины. По ослаблению интенсивности излучения при прохождении мишени измеряется коэффициент поглощения  $\gamma$ -квантов, а по известной для данного вещества энергетической зависимости этого коэффициента находится энергия кванта исследуемого  $\gamma$ -излучения. Если энергетическая зависимость коэффициента поглощения имеет минимум (см., например, рис. 29.13), то одному и тому же значению этого коэффициента соответствуют два значения энергии. В этом случае измерение нужно проводить дважды в двух разных материалах.

## ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

### § 30.1. Источники и методы регистрации частиц в ядерной физике

1. В ядерной физике исследуется субатомная структура материи. Характерные размеры этой структуры не только ничтожны по сравнению с макроскопическими расстояниями, но и очень малы по сравнению с размерами атомов. В логарифмическом масштабе шкала различных характерных расстояний ядерной физики в таком широком смысле этого термина приведена на рис. 30.1. Так как в ядерной физике традиционно используются единицы системы СГС, то, не нарушая этой традиции, размеры мы указываем в сантиметрах. Сантиметр будет основной единицей длины и в дальнейшем. Кроме этой величины в ядерной физике часто используется внесистемная единица — ферми (Ф):

$$1\text{Ф} = 10^{-13} \text{ см.}$$

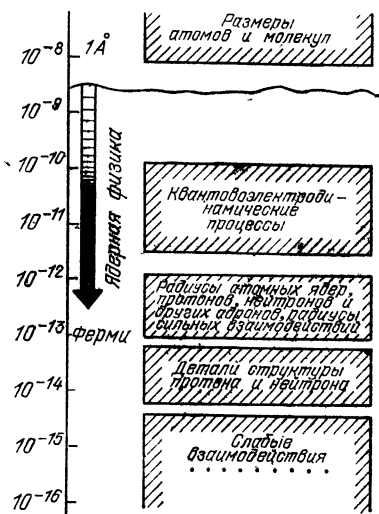


Рис. 30.1.

Эта величина является естественной для физики субатомных явлений в связи с тем, что размеры атомных ядер близки к 1Ф.

Для определения характерных временных соотношений в ядерной физике используется понятие *времени пролета*. Это то время, за которое частица с определенной энергией пролетает расстояние, равное размеру другой частицы. Например, скорости протонов и нейтронов в ядре близки к  $10^9$  см/с. Так как размер ядра составляет около  $5 \cdot 10^{-13}$  см, то время пролета для частиц, входящих в состав атомного ядра, равно

$$\tau_{\text{я}} \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ см} / (10^9 \text{ см/с}) \approx 5 \cdot 10^{-22} \text{ с.}$$

Это время является характерным для процессов, протекающих в атомном ядре.

При очень высоких энергиях скорости микрочастиц близки к скорости света в вакууме  $c \approx 3 \cdot 10^{10}$  см/с. Размеры подавляющего числа элементарных частиц сравнимы с  $10^{-13}$  см. Поэтому время пролета для элементарных частиц высоких энергий равно  $\tau \approx 10^{-13}$  см /  $(3 \cdot 10^{10}$  см/с)  $\approx 3 \cdot 10^{-24}$  с. В области высоких энергий интенсивно происходят взаимопревращения элементарных частиц, так что время  $\tau$  является характерным для этих процессов.

В современной ядерной физике непосредственно измеряются лишь времена до  $10^{-9}$  с и только в некоторых случаях удается измерить время, близкое к  $10^{-11}$  с. Однако с помощью соотношения неопределенностей энергия—время в ядерной физике косвенно измеряются гораздо меньшие времена, вплоть до  $\tau_{\text{я}}$  и даже  $\tau_{\text{э}}$ .

Физические явления, происходящие на сверхмалых расстояниях, можно изучать только по столкновениям и распадам атомных ядер и элементарных частиц \*). Значение этих процессов для ядерной физики огромно в связи с тем, что на микроскопическом уровне материя имеет дискретное строение. Из-за этого подавляющее большинство процессов ядерной физики относится либо к столкновениям, либо к распадам микрочастиц. Как правило, в этих процессах принимают участие частицы высоких энергий, что объясняется существованием у микрочастиц волновых свойств. Из-за этих свойств с помощью микрочастиц можно выявить только те детали, размеры которых не меньше длины волны де Бройля частиц (подобно тому, как при освещении предмета светом мы различаем только те детали предмета, размеры которых не меньше длины световой волны). Но чем меньше длина волны де Бройля частицы, тем больше ее импульс и, соответственно, ее кинетическая энергия.

Найдем, например, нижнюю границу энергии нейтронов в пучке, с помощью которого еще можно исследовать строение атомных ядер. Длина волны де Бройля нейтронов не должна превышать линейного размера ядра, примерно равного  $d = 5 \cdot 10^{-13}$  см. Следовательно, согласно (25.9) и (25.10) импульс нейтрона должен быть не меньше, чем  $p = 2\pi\hbar/d$ . Так как масса нейтрона равна  $m_n = 1,7 \cdot 10^{-24}$  г, то нейтрон с импульсом  $p$  обладает кинетической энергией

$$\frac{p^2}{2m_n} = \frac{1}{2m_n} \left( \frac{2\pi\hbar}{d} \right)^2 \approx 30 \text{ МэВ.}$$

Эта энергия на 6—7 порядков выше значений энергии, типичных для атомной физики, которые примерно равны 1—10 эВ.

\*) Другими способами удается измерять очень немногие физические величины, характеризующие микрочастицы. Такими величинами являются, например, магнитные моменты ядер.

До настоящего времени в ядерной физике не установлено естественных ограничений снизу на расстояния и, соответственно, сверху на энергию одной частицы. Границы возможности опытов, производимых в этой области физики, пока определяются только тем, насколько совершенной является экспериментальная техника. Минимальный размер, который до сих пор удалось измерить, составляет  $2 \cdot 10^{-15}$  см. Эта длина на 7 порядков меньше размеров атомов. Максимальная энергия, сообщаемая одной частице в лабораторных условиях, достигает величины  $0,5 \text{ ТэВ} = 0,5 \cdot 10^{12} \text{ эВ}$ . Эта энергия мала в макроскопическом масштабе, но огромна для одной микрочастицы, что видно, например, из такого сравнения. В ракете, летящей со скоростью около  $1 \text{ км/с}$ , каждый протон имеет кинетическую энергию, приблизительно равную  $0,6 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$ . Приведенные данные свидетельствуют о том, что современная ядерная физика охватывает огромные диапазоны пространства — до семи порядков, и гигантский диапазон энергий — до десяти порядков.

Так как исследование субатомных явлений сопряжено с использованием пучков частиц высоких энергий, то в ядерной физике вопрос о методах измерений имеет принципиальное значение. Частицы с высокой энергией могут настолько нарушить ход исследуемых процессов, что недостижимой окажется нужная точность измерения или оно вообще потеряет смысл.

Рассмотрим, например, вопрос об измерении скорости нейтрона в атомном ядре. Для измерения скорости нужно определить хотя бы два положения нейтрона в ядре в два близких момента времени с точностью по крайней мере на порядок меньшей, чем размер самого ядра, т. е. с точностью  $\Delta x \approx 5 \cdot 10^{-14}$  см. Согласно соотношению неопределенностей импульс — координата при измерении положения с точностью  $\Delta x$  нейтрону неизбежно будет передан импульс порядка  $\hbar/\Delta x$ , после чего он приобретет кинетическую энергию, примерно равную  $\hbar^2/2m_n(\Delta x)^2 \approx 200 \text{ МэВ}$ . Получив такую энергию, нейтрон или вылетит из ядра, или выбьет из него другую частицу, так что измерить положение нейтрона в том самом ядре уже не удастся. Мы видим, что вообще не существует способа непосредственного измерения скорости нейтрона в ядре \*).

Следует отметить, что в ядерных исследованиях методические вопросы очень существенны также в связи с тем, что экспериментальные комплексы ядерной физики очень сложны и дороги. Они, как правило, потребляют много энергии и нуждаются в обслуживании персоналом квалифицированных специалистов многих профилей. Другими словами, создание и использование лабораторной базы ядерных исследований сопря-

\* ) Грубую оценку этой величины получают с помощью косвенных измерений, в которых определяются полная и потенциальная энергии нейтрона в ядре, а по разности этих величин находится скорость нейтрона.

жно с большими материальными затратами. Поэтому эффективность этих исследований в сильной степени зависит от знания возможностей методов экспериментального изучения процессов ядерной физики.

2. Для изучения столкновений микрочастиц необходимо создавать мишени с заранее известными свойствами, получать пучки частиц-снарядов с достаточно высокими энергиями и регистрировать характеристики частиц — продуктов столкновений.

Разработанная в настоящее время методика исследования столкновений микрочастиц допускает использование в качестве мишеней только ядер и частиц с достаточно большим временем жизни (не менее нескольких минут). Этот круг объектов ограничен стабильными и достаточно долго живущими ядрами и включает также электрон, позитрон, протон и антипротон \*).

Все источники ядерных излучений подразделяются на *радиоактивные препараты, ускорители, ядерные реакторы и космические лучи*.

Радиоактивные препараты содержат естественно радиоактивные ядра, испускающие  $\alpha$ -частицы, электроны и  $\gamma$ -кванты, а также искусственные радиоактивные вещества, которые получают путем облучения некоторых мишеней пучками частиц, созданными с помощью ускорителей или ядерных реакторов. В радиоактивных препаратах образуются частицы с энергиями, не превышающими нескольких МэВ, которые недостаточны для исследования подавляющего большинства ядерных процессов (редким исключением является, например, эффект Мёссбауэра; см. § 30.4). Поэтому радиоактивные препараты в основном применяются для исследования радиоактивности (см. § 30.4) и для разнообразных прикладных целей.

Основным источником заряженных частиц являются ускорители, в которых частицы разгоняются в электромагнитных полях. В настоящее время с помощью ускорителей получают пучки заряженных частиц с энергиями от нескольких МэВ до сотен ГэВ. Принципиальных ограничений на повышение энергии для ускорителей нет. Пределы возможностей действующих ускорителей обусловлены техническими причинами и с развитием техники ускорителей постепенно сдвигаются в сторону все более высоких энергий. Энергия на частицу, прошедшую полный цикл ускорения, увеличивается примерно на порядок за десятилетие. В современных ускорителях получают пучки электронов, протонов, дейтронов (ядра одного из изотопов водорода),  $\alpha$ -частиц и тяжелых ионов, а также встречные пучки электронов и позитронов и встречные пучки протонов и антипротонов.

\*) Эксперименты с бомбардировкой античастиц — позитрона и антипротона стали производиться после создания в 1966 г. ускорителей со встречными электрон-позитронными и протон-антипротонными пучками.

При бомбардировке мишеней перечисленными частицами в результате ядерных превращений образуются другие частицы. Если их достаточно много и они поддаются управлению, то из них формируются вторичные пучки новых частиц, например,  $\gamma$ -квантов, пионов и каонов. Распады нестабильных частиц из вторичных пучков используются для получения мюонов и нейтрино.

Для получения нейтронных пучков с энергиями до 14 МэВ широко используются также ядерные реакторы и радиоактивные препараты, в которых нейтроны образуются при вторичных реакциях  $\alpha$ -частиц с ядрами некоторых примесей.

Источником различных частиц с энергиями до тысяч ГэВ, а иногда и выше, являются космические лучи, т. е. потоки частиц, приходящие на Землю из мирового пространства. Но у этого источника есть очень серьезный недостаток, состоящий в том, что условия в космических лучах не подчиняются контролю. Поэтому, как правило, при работе с космическими лучами получается информация с весьма ограниченной точностью. Из-за этого космические лучи в основном позволяют производить природные наблюдения, а не физические опыты (см. Введение из тома I). Помимо этого самые интересные события — столкновения частиц сверхвысоких энергий в космических лучах происходят очень редко, нерегулярно и только на очень большой высоте над поверхностью Земли, проникновению частиц к которой мешает атмосфера. По изложенным причинам космические лучи являются источниками частиц с очень ограниченными возможностями, к которым прибегают в основном только для выяснения свойств частиц с энергиями, еще недостижимыми в ускорителях.

3. *Детектором* или *регистратором* субатомных частиц является устройство, позволяющее производить измерения физических величин, характеризующих прохождение частиц через ограниченные области пространства макроскопических размеров. Принципиальная трудность таких измерений состоит в том, что каждый детектор является макроскопической системой, воздействие на которую со стороны микроскопической частицы является очень слабым. Эта трудность преодолевается тем, что такое слабое воздействие используется только для развязывания в детекторе вторичных процессов, формирующих сигнал макроскопической величины. Для этого рабочее пространство детектора заполняется веществом в метастабильном состоянии, т. е. в состоянии с ограниченной устойчивостью, для изменения которого достаточно малых возмущений, производимых микро-частицей.

Охарактеризуем возмущения, которые производят в веществе заряженные частицы и  $\gamma$ -кванты с энергиями свыше сотни кэВ и до нескольких тысяч ГэВ. Из этого диапазона наибольший

практический интерес представляет интервал от нескольких кэВ до 100—200 МэВ. Картина взаимодействий названных частиц таких энергий с веществом очень сложна: частицы сталкиваются с электронами атомов, рассеиваются в кулоновских полях атомных ядер, а при достаточно высоких энергиях вызывают разнообразные взаимопревращения элементарных частиц. Однако, несмотря на сложность, эта картина поддается анализу по двум причинам. Во-первых, большинство происходящих процессов имеет электромагнитную природу. Роль сильных взаимодействий незначительна из-за короткодействия ядерных сил, а также из-за того, что в веществе электронов заметно больше, чем атомных ядер. Во-вторых, из-за высокой энергии частиц во многих процессах несущественны связи электронов вещества, так что эти электроны можно считать свободными частицами. Если такое приближение оказывается неправомерным, то нужна только одна величина для учета этих связей — средний ионизационный потенциал атомов.

По механизму прохождения через вещество заряженные частицы подразделяются на тяжелые и легкие. К последним относятся только электроны и позитроны, а к тяжелым — все остальные заряженные частицы. Рассмотрим последовательно механизмы взаимодействия с веществом частиц из этих групп.

Проходя через вещество, тяжелая заряженная частица своим кулоновским полем возмущает электроны атомов. В результате атомы либо возбуждаются, либо ионизируются, а частица теряет энергию. Такие потери энергии объединяются под общим названием *ионизационных*. Из-за дальнего действия кулоновских сил тяжелая частица взаимодействует с большим числом электронов вещества. Израсходовав путем ионизационных потерь всю кинетическую энергию, проникшая в вещество частица останавливается. Из-за своего сильного превосходства по массе над электроном при каждом столкновении с ним тяжелая частица отклоняется очень слабо, а из-за многочисленности хаотически происходящих столкновений эти малые отклонения в среднем компенсируются. Поэтому путь тяжелой заряженной частицы в веществе практически прямолинеен.

Проникающую способность излучения, состоящего из тяжелых заряженных частиц, характеризует *полный пробег R*. Он равен длине всей прямолинейной траектории частицы в веществе. Величина *R* зависит как от свойств вещества, так и от свойств частицы. Эти зависимости установлены. Опуская их вывод, достаточно громоздкий для данного курса, приведем только окончательный результат:

$$R = \text{const} \frac{mv^4}{\rho Z^2}.$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества,  $m$  — масса частицы,  $v$  — ее скорость, а  $Z$  — кратность заряда частицы элементарному. О по-



рядках значений  $R$  можно судить, например, по таким данным: в алюминии полный пробег протона с энергией 5 МэВ равен 0,06 мм, а для защиты от  $\alpha$ -излучения достаточно газетного листа.

Прохождение электронов и позитронов через вещество имеет специфические особенности из-за малости масс этих частиц. По массе к ним близка только одна частица — мюон, масса которого примерно в 200 раз больше электронной. Являясь легкими частицами, электроны и позитроны сильно отклоняются при каждом столкновении, которое они испытывают в веществе. Поэтому эти частицы не только возбуждают и ионизируют атомы вещества, но еще испускают электромагнитное излучение (отклоняясь, частица движется с ускорением). Поэтому для легких заряженных частиц кроме ионизационных потерь существуют также *радиационные* потери энергии на излучение. Помимо этого, между электронами, проникающими в вещество, и электронами самого вещества происходят обменные взаимодействия, обусловленные неразличимостью электронов. Но роль этих взаимодействий невелика. Для позитронов обменных взаимодействий вообще нет, но зато позитроны аннигилируют с электронами. Однако роль и этих процессов также незначительна, так что позитроны и электроны тормозятся веществом практически одинаково и в основном только за счет ионизационных и радиационных потерь.

Потери легких заряженных частиц характеризуются *максимальным* или *экстраполированным пробегом*  $R_{\max}$ . Он равен полному пробегу частицы по спрямленной траектории. Рассчитать величину  $R_{\max}$  трудно. Поэтому обычно используются полуэмпирические зависимости. Одной из них является следующая. Если энергия частицы не слишком велика \*), то с хорошей точностью

$$R_{\max} = 0,526 \frac{\mathcal{E}}{\rho} - 0,24 \frac{1}{\rho}.$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества в г/см<sup>3</sup>,  $\mathcal{E}$  — энергия частицы в МэВ, а  $R_{\max}$  выражается в сантиметрах. Согласно этой формуле в алюминии максимальный пробег электронов с энергией 5 МэВ равен 1,2 см, что на два порядка больше полного пробега в алюминии протонов с той же энергией.

К  $\gamma$ -квантам относятся фотоны с длинами волн  $\lambda$ , которые значительно меньше размеров атомов, т. е. при  $\lambda \ll 10^{-8}$  см. Частота  $\gamma$ -квантов значительно выше, чем  $10^{16}$  Гц (см. рис. 22.8

---

\*) Верхняя граница определяется равенством радиационных и ионизационных потерь. Ниже этой границы преобладают ионизационные потери, так как при не слишком больших скоростях частицы ее нормальные ускорения на искривленных участках траектории невелики, и, соответственно, частица слабо излучает.

из тома II) и нижний предел их энергии имеет порядок десятков кэВ. Взаимодействие  $\gamma$ -квантов с веществом также является электромагнитным, но по механизму отличается от взаимодействия с веществом заряженных частиц. Это отличие обусловлено тем, что, во-первых, у  $\gamma$ -квантов нет заряда и, следовательно, на них не действуют кулоновские силы, а во-вторых,  $\gamma$ -кванты всегда распространяются со скоростью света, т. е. они не замедляются.

Из-за нечувствительности  $\gamma$ -квантов к кулоновским силам они редко сталкиваются с электронами и ядрами вещества. Поэтому проникающая способность  $\gamma$ -квантов велика. Она определяется явлениями, которые происходят в веществе под воздействием  $\gamma$ -излучения: фотоэффектом (фотоионизацией), эффектом Комптона и рождением электронно-позитронных пар. Из-за этих явлений  $\gamma$ -кванты либо поглощаются, либо изменяют направление своего распространения, выходя из первоначального пучка. Это выхождение характеризуется коэффициентом поглощения  $\mu$ , который был рассмотрен в конце предыдущего параграфа. Обратная этому коэффициенту величина  $R_\gamma = \mu^{-1}$  равна толщине слоя вещества, при прохождении через который интенсивность пучка  $\gamma$ -квантов падает в  $e$  раз. Поэтому  $R_\gamma$  является естественной величиной, характеризующей проникающую способность  $\gamma$ -излучения. Представление об этой проникающей способности можно получить из следующего примера. Для  $\gamma$ -квантов с энергией 5 МэВ в алюминии  $\mu \approx 0,07 \text{ см}^{-1}$ . Следовательно, в этом случае  $R_\gamma \approx 14 \text{ см}$ , что на порядок больше, чем  $R_{\text{max}}$  для электронов с энергией 5 МэВ, и на три порядка больше, чем для протонов с такой же энергией в том же самом алюминии.

Рассмотренные выше механизмы определяют характер первичных явлений в рабочем веществе многих детекторов, регистрирующих заряженные частицы и  $\gamma$ -кванты. При этом, как правило, наиболее важной оказывается ионизационная способность этих частиц. Однако разнообразие всех механизмов их взаимодействия с веществом не исчерпывается перечисленным. Так, под действием заряженных частиц и  $\gamma$ -излучения в веществе могут происходить химические превращения. Эти превращения используются, например, для получения следов от различных ядерных событий на пластинках, покрытых специальными эмульсиями. Кроме того, для регистрации ядерных частиц широко используется явление люминесценции (см. § 22 из тома II), одним из специфических видов которой является *черенковское свечение*.

*Эффект Черенкова — Вавилова* был открыт П. А. Черенковым в лаборатории С. А. Вавилова в 1934 г. Объяснили это явление И. Е. Тамм и И. М. Франк в 1937 г. Эффект Черенкова — Вавилова заключается в испускании электромагнитного излу-

чения заряженной частицей, движущейся в веществе с постоянной скоростью, превышающей скорость распространения света в этом веществе.

Механизм возникновения черенковского свечения состоит в том, что из-за отставания от частицы вызванных ею возмущений электромагнитного поля образуется фронт излучения, представляющий собой огибающую волн, испущенных частицей (рис. 30.2). Такая огибающая существует, если только скорость частицы  $v$  больше скорости  $c' = c/n$  света в данной среде, имеющей показатель преломления  $n$ . Поэтому при  $v < c'$  черенковское излучение отсутствует. Механизм возникновения этого излучения сходен с механизмом образования волн в реке от идущего по ней парохода и с механизмом образования ударной волны в воздухе от летящей пули.

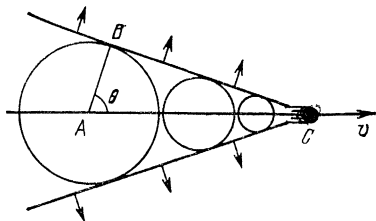


Рис. 30.2.

Черенковское излучение обладает направленностью (рис. 30.2). Угол  $\theta$ , под которым оно испускается по отношению к направлению движения частицы, находится следующим образом. Если путь  $AC$  частица проходит за время  $\tau$ , то  $AC = v\tau$ . За то же время  $\tau$  электромагнитное поле, образовавшееся в окрестности точки  $A$ , распространяется на расстояние  $AB = c'\tau = c\tau/n$ . Поэтому

$$\cos \theta = AB/AC = c/vn.$$

Так как при  $v < c/n$  черенковское излучение не возникает, то это излучение позволяет обнаруживать только достаточно быстрые заряженные частицы. Кроме того, с его помощью можно отделить одни частицы от других. Например, пусть в вещество одновременно влетают легкие и тяжелые заряженные частицы, причем скорости первых  $v_1$  больше скоростей  $v_2$  вторых. Если вещество подобрано так, что выполняется условие

$$v_2 < c/n < v_1,$$

то черенковское свечение будет возникать только от легких частиц. Таким образом удастся отделять, например, пионы от протонов даже при энергиях порядка десятков ГэВ.

Помимо  $\gamma$ -квантов часто нужно регистрировать другие нейтральные частицы, например нейтроны и нейтрино. Для этого используются реакции с участием атомных ядер и элементарных частиц, протекающие с образованием заряженных частиц и  $\gamma$ -квантов, которые впоследствии обнаруживаются по явлениям, рассмотренным выше.

4. Все приборы, регистрирующие ядерные частицы, подразделяются на *счетчики, следовые детекторы, ионизационные камеры, искровые и пропорциональные камеры.*

В настоящее время в ядерной физике применяются *газоразрядные, полупроводниковые, люминесцентные и черенковские счетчики.*

В газоразрядных счетчиках рабочим веществом является газ. Регистрируемая частица производит ионизацию газа, а созданное в нем электрическое поле вызывает лавинообразное размножение носителей тока. Последнее происходит в результате вторичной ионизации газа носителями, возникшими ранее и ускоренными полем. Таким образом получается газовое усиление первичной ионизации от регистрируемой частицы, которое приводит к газовому разряду. При этом на выходе счетчика образуется импульс напряжения макроскопической величины. По этому импульсу и судят о частице, прошедшей через счетчик.

Конструктивно газоразрядный счетчик обычно является газонаполненной двухэлектродной лампой, изготавливаемой в виде стеклянной камеры цилиндрической формы с протянутой вдоль ее оси тонкой металлической нитью.

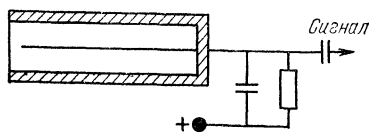


Рис. 30.3.

На внутреннюю боковую поверхность камеры наносится тонкий слой металла. Он заземляется и служит катодом. Нить является анодом счетчика (рис. 30.3). В счетчике электроны и ионы, возникшие при ионизации газа, ускоряются электрическим полем, причем ионы движутся к стенкам счетчика, т. е. в сторону более слабого поля, а электроны движутся к нити, вблизи которой поле

является настолько сильным, что ускоренные в нем электроны производят вторичную ионизацию. Возникшие при этом новые электроны также ускоряются и в свою очередь производят новую ионизацию и т. д., так что вблизи нити ионизация приобретает лавинообразный характер и приводит к образованию сотен, тысяч и даже более носителей тока на каждый первичный электрон. Эти носители создают на аноде импульс напряжения, который регистрируется уже радиотехническими средствами.

В счетчике происходят также следующие явления. Во-первых, при движении к аноду электроны первой лавины, сталкиваясь с атомами газа, возбуждают эти атомы. Возвращаясь в исходное состояние, атомы испускают фотоны. Попадая на катод, эти фотоны выбивают из него электроны. Возникшие фотоэлектроны ускоряются полем и создают повторную лавину. Этот механизм может действовать многократно, приводя к образованию новых лавин. Во-вторых, доходя до катода, положительные ионы выбивают из него электроны при своей нейтрализации. Эти электроны также порождают новые лавины. Если процесс образования этих лавин оказывается незатухающим, то в счетчике возникает самостоятельный разряд, требующий принудительного гашения. В противном случае разряд оказывается несамостоятельным.

Газоразрядный счетчик, работающий в режиме несамостоятельного разряда, называется *пропорциональным*. Значение импульса напряжения в таком счетчике зависит от энергии регистрируемой частицы. Поэтому с помощью пропорциональных счетчиков можно не только регистрировать прохождение частицы, но и определять энергию короткопробежных частиц, которые не пронизывают счетчик насквозь, т. е. теряют в нем всю свою энергию. Этим сильно ограничена область применения пропорциональных счетчиков, которые в ос-

новом используются только для регистрации и измерения нерелятивистских частиц.

Счетчик, работающий в режиме самостоятельного разряда, называется *счетчиком Гейгера — Мюллера*. В этом счетчике импульс напряжения значительно больше, чем в пропорциональных, но его значение не зависит от энергии регистрируемой частицы. Поэтому счетчики Гейгера — Мюллера позволяют регистрировать только прохождение частиц. Гашение разряда в этих счетчиках в основном производится радиотехническими методами. Оно вызывается снятием напряжения со счетчика, которое производится по сигналу быстродействующих устройств, срабатывающих в момент нарастания напряжения на счетчике. В некоторых случаях гашение производится с помощью добавок в счетчик многоатомных газов. Их назначение состоит в том, что эти газы поглощают фотоны, способные выбивать из катода электроны. Кроме того, многоатомные молекулы (у них сравнительно небольшие ионизационные потенциалы) отдают электроны положительным ионам основного газа, нейтрализуя их. Из-за этого до катода доходят только многоатомные ионы, которые при нейтрализации электронов не выбивают. Счетчики с многоатомными газами называются самогасящимися.

Счетчики Гейгера — Мюллера являются детекторами с высокой надежностью. Из-за большого значения выходного импульса они просты в эксплуатации. Поэтому эти счетчики очень широко применяются в прикладной ядерной физике, но из самой ядерной физики они вытесняются более совершенными приборами.

В полупроводниковом счетчике рабочим веществом является полупроводниковый кристалл с  $p-n$ -переходом. Полупроводниковый диод подключается к источнику внешнего напряжения так, что в исходном состоянии диод заперт. Проникая в кристалл, регистрируемая частица производит в нем ионизацию. При этом образуются электроны и дырки, которые, дрейфуя в противоположных направлениях, соответственно, в  $p$ -слои и  $n$ -слой, создают электрический импульс. Этот импульс и является выходным сигналом со счетчика. Полупроводниковые счетчики позволяют практически со стопроцентной вероятностью регистрировать электроны с энергией до 2 МэВ и протоны с энергией до 20 МэВ.

В люминесцентном (сцинтилляционном) счетчике частицы регистрируются по свечению, которое они вызывают в рабочем веществе счетчика. В качестве таких веществ используются некоторые кристаллы, одним из которых является, например, кристалл NaI. Для преобразования вспышек (сцинтилляций) в электрические сигналы и для усиления этих сигналов применяются ФЭУ (см. § 22.2 из тома II). Эффективность регистрации у современных люминесцентных счетчиков равна почти 100% для заряженных частиц и достигает 30% для  $\gamma$ -квантов.

Действие черенковских счетчиков основано на использовании эффекта Черенкова — Вавилова.

В следовых детекторах заряженные частицы оставляют след, называемый *треком*. Поэтому эти детекторы позволяют определять направления движения частиц, так что с их помощью можно исследовать столкновения и распады частиц. В настоящее время получаемая таким образом информация об этих

процессах обычно сразу передается на ЭВМ для немедленной обработки.

Старейшим следовым детектором заряженных частиц является *камера Вильсона*, в которой след от частицы составляют капельки жидкости, образующиеся при конденсации переохлажденного пара на ионах, созданных частицей, проходящей через охлажденный пар (см. § 12.3 из тома I).

Близким по принципу действия, но гораздо более эффективным детектором заряженных частиц является *пузырьковая камера*, в которой путь заряженной частицы становится видимым

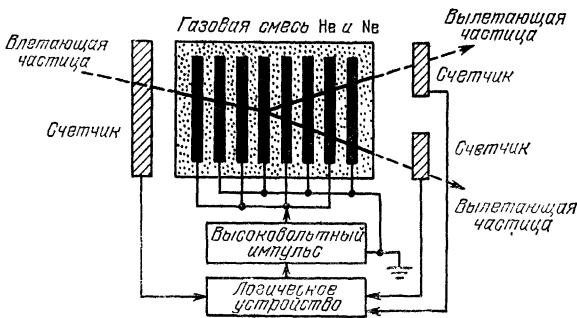


Рис 30.4

благодаря пузырькам пара. Эти пузырьки образуются при испарении перегретой жидкости на ионах, возникающих при прохождении частицы через эту жидкость (см. § 12.3 из тома I). Пузырьковые камеры имеют очень сложное устройство и эксплуатировать их трудно. Поэтому эти камеры используются только там, где без них невозможно обойтись, например, при исследовании взаимопревращений частиц с очень высокими энергиями и при регистрации очень редких событий таких, скажем, как реакции с участием нейтрино. Для регистрации таких событий нужен большой рабочий объем, который есть у пузырьковой камеры.

Простейшим способом получения треков частиц является использование высокочувствительных эмульсий, которые слоем с толщиной до  $10^{-5}$  см наносятся на прозрачный материал, например на стеклянные пластинки. Эти пластинки помещаются на пути исследуемых частиц и затем проявляются. Трек каждой частицы оказывается черным следом, состоящим из зерен металлического серебра.

Принцип действия ионизационной камеры сходен с принципом действия полупроводникового счетчика. Различие заключается в том, что в ионизационной камере рабочим веществом является не кристалл, а газ, заполняющий тонкостенный замкнутый объем. В объеме помещены два электрода, к которым

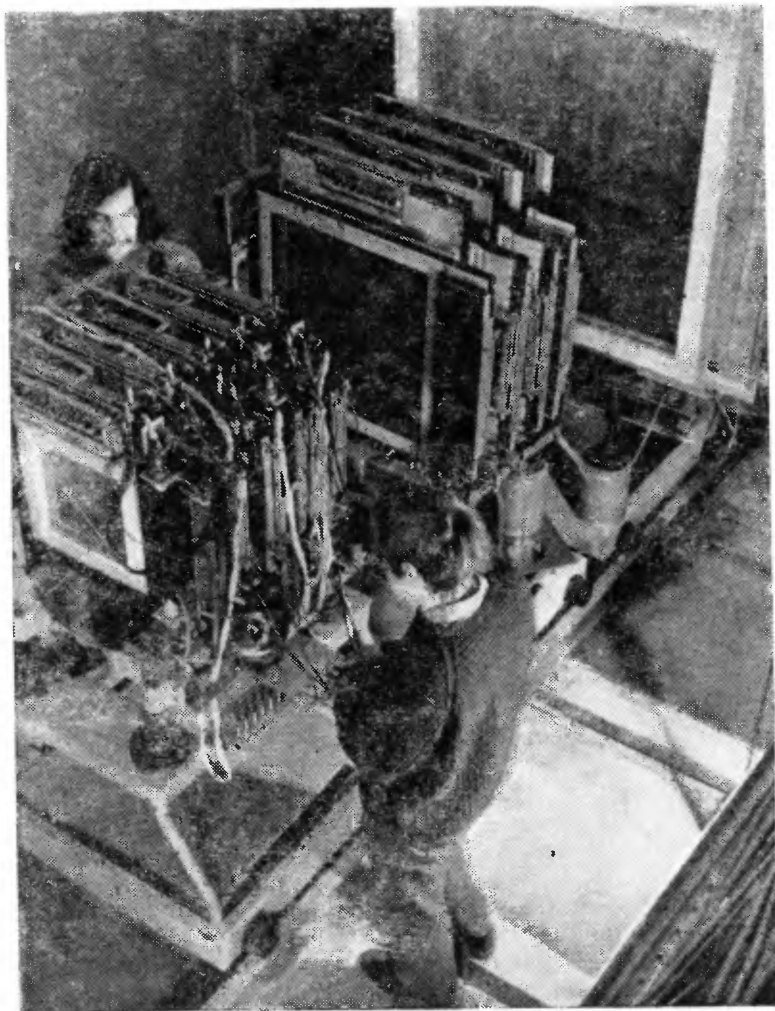


Рис. 30.5,

прикладывается напряжение до  $10^3$  В. Попадая в камеру, заряженная частица ионизирует газ. Образованные частицей ионы, устремляясь к электродам, создают ток, который позволяет регистрировать частицу. Ионизационные камеры применяются для регистрации тяжелых нерелятивистских частиц, путь которых до остановки полностью уместается в рабочем объеме камеры.

В счетчике любого вида регистрация осуществляется немедленно, т. е. без последующей обработки. Следовые регистраторы

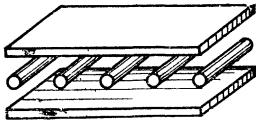


Рис. 30.6.

позволяют получить полную информацию о траекториях заряженных частиц. Оба эти преимущества объединены в искровой камере. Искровая камера состоит из набора плоскопараллельных электродов площадью до  $1 \text{ м}^2$ , расположенных на расстоянии в несколько миллиметров друг от друга и соединенных через один. Эти электроды помещают в замкнутый объем, заполненный газом. Половина электродов заземляется, а на другую половину подается высоковольтный импульс, когда частица проходит через камеру (рис. 30.4). При этом на пути следования частиц, ионизирующих газ, возникают искровые разряды, благодаря которым этот путь становится видимым. Главное достоинство искровой камеры состоит в том, что ее рабочий объем ничем не ограничен, так как он набирается из отдельных блоков, число которых может быть каким угодно. Кроме того, эта камера управляема. Она может включаться с помощью сигнала от внешнего счетчика, «предупреждающего» о предстоящем прохождении частицы через камеру. Однако изготовление и эксплуатация больших искровых камер являются делом очень сложным. Поэтому эти камеры используются только в исследованиях реакций элементарных частиц высоких энергий. На рис. 30.5 мы приводим вид пакетов искровых камер, в которых электроды выполнены из проволочек.

За последние двенадцать лет широкое распространение получили пропорциональные камеры. По принципу действия пропорциональная камера не отличается от системы параллельно расположенных независимых пропорциональных счетчиков.

Пропорциональная камера состоит из двух параллельных друг другу пластин, между которыми расположены также параллельно друг другу так называемые измерительные проволочки (рис. 30.6). На каждую из проволочек подается высокое, положительное по отношению к пластинам, напряжение такой величины, при котором при ионизации газа, заполняющего камеру, в ней развивается самостоятельный разряд у места ионизации. Места прохождения частицы обнаруживаются по импульсам напряжений на измерительных проволочках. Каждый импульс образуется в результате лавинообразного размножения электронов у одной из проволочек из электронов первичной ионизации. Путь частицы можно определить, последовательно разместив несколько пропорциональных камер с взаимно перпендикулярными направле-



ниями измерительных проволочек. Пропорциональные камеры имеют очень высокую стоимость главным образом из-за того, что каждая измерительная проволочка нуждается в отдельном усилителе импульса напряжения.

## § 30.2. Статические свойства атомных ядер

1. Атомные ядра обладают *статическими* и *динамическими* свойствами. К статическим относятся свойства ядер в основных состояниях (редко, в слабозбужденных). Динамическими являются свойства процессов с участием ядер. Статические свойства выделяются в отдельную группу в связи с тем, что ядра обладают очень высокой прочностью. Поэтому во многих явлениях атомные ядра участвуют, не возбуждаясь и не разрушаясь. В этом параграфе мы рассмотрим физические величины, которые характеризуют наиболее важные статические свойства ядер.

В 1932 г. было установлено (Д. Д. Иваненко, В. Гейзенберг), что каждое атомное ядро состоит из протонов ( $p$ ) и нейтронов ( $n$ ). В физике атомного ядра эти частицы называются *нуклонами*\*). Глубокий смысл этого общего названия будет раскрыт ниже.

Как у всякой квантовой системы, у атомного ядра нет четко определенной границы. Однако в экспериментах по рассеянию электронов и нуклонов на ядрах установлено, что в каждом ядре отчетливо различаются внутренняя область, в которой плотность ядерного вещества практически постоянна, и поверхностный слой, в котором эта плотность падает до нуля. На рис. 30.7 мы приводим типичное распределение концентрации нуклонов в ядре  $c(r)$  в зависимости от расстояния  $r$  до центра ядра. На этом рисунке радиус ядра обозначен через  $r_0$ , а через  $\Delta r$  обозначена толщина поверхностного слоя. Радиус ядра определяется как расстояние от центра ядра, на котором концентрация нуклонов падает в два раза по сравнению с концентрацией нуклонов в центре ядра.

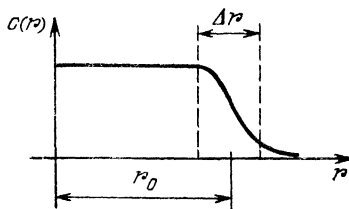


Рис. 30.7.

Радиусы ядер варьируются в пределах примерно от  $2\Phi$  до  $10\Phi$ . По объему ядро занимает ничтожную часть атома. Несмотря на это в ядре сосредоточено свыше 99,9% всей массы атома, так что плотность ядерного вещества очень велика и близка к  $2 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>. Размеры  $n$  и  $p$  примерно одинаковы и равны  $0,8\Phi$ . Плотность вещества в одном нуклоне порядка  $7,5 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, т. е. только в три раза превышает плотность

Радиусы ядер варьируются в пределах примерно от  $2\Phi$  до  $10\Phi$ . По объему ядро занимает ничтожную часть атома. Несмотря на это в ядре сосредоточено свыше 99,9% всей массы атома, так что плотность ядерного вещества очень велика и близка к  $2 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>. Размеры  $n$  и  $p$  примерно одинаковы и равны  $0,8\Phi$ . Плотность вещества в одном нуклоне порядка  $7,5 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, т. е. только в три раза превышает плотность

\*) Этот термин происходит от латинского слова «nucleus», которое в переводе на русский язык означает «ядро».

вещества ядра. Таким образом, если атом почти пуст, то ядро заполнено материей приблизительно на  $1/3$ .

2. Нейтроны электрически нейтральны. Это отражено в их названии. Протон является носителем элементарного положительного электрического заряда  $e$ . Число  $Z$  протонов в ядре химического элемента равно электрическому заряду ядра в единицах  $e$  и определяет место элемента в периодической системе элементов. Число  $A$  нуклонов в ядре называется *массовым числом* ядра.

В настоящее время известны ядра с  $Z$  от 1 до 107 и с  $A$  от 1 до 263. Соотношения между числом  $p$  и числом  $n$  в ядрах характеризует *протонно-нейтронная диаграмма*, которая приведена на рис. 30.8. На этой диаграмме по оси абсцисс откладывается число нейтронов  $N = A - Z$ , а по оси ординат — число

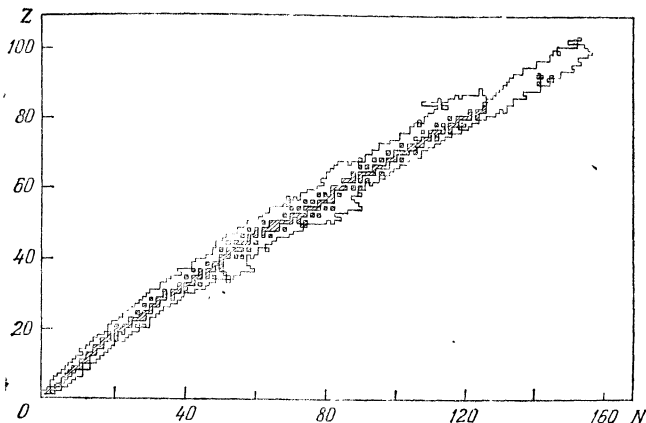


Рис. 30.8.

протонов  $Z$ . Заштрихованными квадратиками отмечены все стабильные и долгоживущие ядра. Эти квадратик образуют так называемую *дорожку стабильности* \*). За ее пределами, вплоть до извилистого контура, находятся радиоактивные ядра. Из рис. 30.8 видно, что для не слишком тяжелых ядер, для которых  $A \leq 40$ , атомный номер  $Z \approx N \approx A/2$ .

Ядра обозначаются символами химических элементов, сверху у которых проставляется значение  $A$ , а снизу — значение  $Z$ . В этой книге ядро химического элемента  $X$  с атомным номером  $Z$  и массовым числом  $A$  будет обозначаться через  ${}^A_Z X$  (в других книгах можно встретить также обозначения  $X^A_Z$  и  $ZX^A$ ).

\*) Ядро считается стабильным, если оно не распадается за время, сравнимое с временем существования видимой части Вселенной.

Опытным путем установлено, что субатомные частицы, помимо электрического заряда, характеризуются зарядами другой, неэлектрической природы. Все они будут рассмотрены позднее. Здесь мы только укажем, что среди этих величин есть так называемый *барионный заряд* \*). Он приписывается каждой частице и, как все заряды, аддитивен и сохраняется:

*алгебраическая сумма барионных зарядов всех частиц не изменяется при любых взаимодействиях.*

Барионный заряд обозначается через  $B$ . Подобно электрическому заряду, измеряемому в единицах  $e$ , барионный заряд принимает только целочисленные значения. Так, у электрона и у  $\gamma$ -кванта  $B = 0$ , а у каждого нуклона  $B = 1$ . Мы видим, что *массовое число каждого атомного ядра равно барионному заряду ядра.*

Законом сохранения барионного заряда объясняется стабильность ядер. Например, этим законом запрещено энергетически выгодное и допустимое законом сохранения электрического заряда превращение протона в позитрон и  $\gamma$ -квант.

Ядра с одинаковыми  $Z$ , но с различными  $B$ , т. е. с одинаковыми электрическими зарядами, но с различными барионными зарядами, называются *изотопами*. В подавляющем большинстве случаев атомы изотопов обладают очень близкими физико-химическими свойствами. Это объясняется тем, что на строение электронной оболочки атома ядро влияет в основном только своим электрическим полем. У изотопов эти поля одинаковы. Лишь в некоторых случаях свойства атомов различных изотопов заметно отличаются. Сильнее всего это различие у трех атомов с ядрами  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^3_1\text{H}$ , которые также существенно отличаются друг от друга. Поэтому как этим трем ядрам, так и их атомам присвоены разные названия. Ядро  ${}^1_1\text{H}$  называется обычным водородом. Такое же название имеет и атом с ядром  ${}^1_1\text{H}$ . Ядро  ${}^2_1\text{H}$  называется *дейтроном*, а атом этого изотопа — *дейтерием*. Дейтрон обычно обозначается через  $d$ . Изотоп  ${}^3_1\text{H}$  называется *тритоном*. Атом с таким ядром называется *тритием*. Тритон обозначается через  $t$ .

Ядра с одинаковыми  $A$ , но с различными  $Z$ , т. е. ядра, несущие один и тот же барионный заряд, но разный электрический заряд, называются *изобарами*. К изобарам относятся, например, ядра аргона  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$  и кальция  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ . Наконец, ядра, у которых одинаковое число нейтронов  $N = A - Z$ , но различное число протонов  $Z$ , иногда называются *изотонами*.

\*) Этот термин происходит от общего названия всех тяжелых частиц с полуцелым спином и с массой не меньше, чем масса протона, которые называются «барионами». В свою очередь это название было образовано из греческого слова «барис», означающего «тяжелый».

3. Нуклоны являются тяжелыми частицами. Масса нуклона на три порядка больше массы электрона. Масса протона равна

$$m_p = 1,67265 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

Масса нейтрона незначительно отличается от  $m_p$  и равна

$$m_n = 1,67495 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

В отличие от электрического и барионного зарядов масса ядерного вещества не является аддитивной величиной: масса ядра не равна сумме масс образующих ядро нуклонов. Причиной является сильное взаимодействие нуклонов в ядре. Из-за этого взаимодействия на полное разрушение ядра с освобождением из него всех нуклонов необходимо затрачивать энергию, равную энергии связи ядра  $\mathcal{E}_{\text{св}}$ . Наоборот, при образовании ядра из свободных нуклонов эта энергия выделяется. Согласно теории относительности в результате этого выделения масса системы нуклонов уменьшается на величину  $\Delta = \mathcal{E}_{\text{св}}/c^2$ . Эта величина называется *дефектом массы* (см. § 3.3 из тома I).

Дефект массы находят, измеряя массу ядра и сравнивая ее с суммарной массой свободных нуклонов, число которых равно массовому числу  $A$  ядра. Затем, умножая  $\Delta$  на  $c^2$ , находят энергию связи ядра  $\mathcal{E}_{\text{св}}$ . Таким путем определены энергии всех стабильных ядер. В результате установлено, что в зависимости от  $A$  удельная энергия связи  $\mathcal{E}_{\text{св}}/A$ , характеризующая энергию связи, в среднем приходящуюся на один нуклон ядра, изменяется так, как это показано на рис. 30.9. На этом рисунке значения  $\mathcal{E}_{\text{св}}/A$  для легких ядер с  $A \leq 30$  показаны на отдельной вставке. Плавной кривой изображена зависимость, аппроксимирующая опытные данные. Из рис. 30.9 видно, что если не обращать внимания на легкие ядра с  $A \leq 30$ , то в самом грубом приближении можно считать удельную энергию связи ядра почти не зависящей от  $A$  и приблизительно равной 8 МэВ (для сравнения напомним, что энергия связи электрона в атоме в  $10^6$ — $10^7$  раз меньше этой величины).

Приближенная независимость удельной энергии связи от  $A$  означает, что ядерные силы обладают *свойством насыщения*. Это свойство состоит в том, что в ядре каждый нуклон взаимодействует только с ограниченным числом соседних нуклонов. В противном случае удельная энергия связи находилась бы в линейной зависимости от  $A$ , что, как мы видим, практически не наблюдается (если каждый нуклон взаимодействует с всеми остальными, то энергия этого взаимодействия пропорциональна  $A - 1$ ). Благодаря насыщению ядерных сил плотность ядерного вещества внутри ядра постоянна. Поэтому с хорошей точностью можно считать, что линейный размер ядра с массовым числом  $A$  пропорционален  $A^{1/3}$ .

Действительно, при постоянной плотности ядерного вещества его объем  $V$  и масса  $m$  одинаково зависят от числа  $A$ . При  $\mathcal{E}_{\text{св}} \sim A$  и  $m_p \approx m_n$  масса ядра

$$m = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta \approx Am_n - \mathcal{E}_{\text{св}}/c^2 \sim A.$$

Следовательно,  $V \sim A$ . Линейный размер ядра по порядку величины равен  $V^{1/3}$ , т. е. пропорционален  $A^{1/3}$ .

Как видно из рис. 30.9, строгого равенства удельных энергий связи различных ядер все же нет. Эта величина максимальна при  $A \approx 56$ , т. е. вблизи ядра железа, и уменьшается

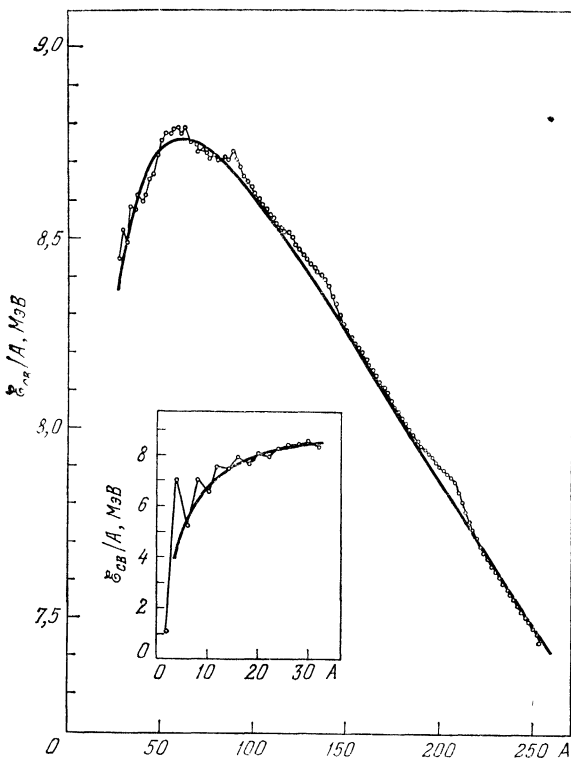


Рис 30.9.

при удалении от этого элемента к началу и концу периодической системы элементов. Ядра со значениями  $A$ , близкими к 56, наиболее стабильны. Легчайшим ядрам энергетически выгодно сливаться друг с другом, образуя более тяжелые ядра, а наиболее тяжелым ядрам, наоборот, выгодно делиться, образуя при этом более легкие ядра. И в том, и в другом случае выделяется энергия. В первом случае эта энергия называется *термоядерной*, а во втором — *атомной*. Примером слияния ядер является

синтез гелия, происходящий при достаточно энергичном столкновении дейтрона с тритоном, при котором преодолевается кулоновское отталкивание этих ядер. При этом синтезе выделяется энергия 17,6 МэВ. На более легкие ядра делится, например, ядро урана  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , если в него попадает нейтрон. При этом делении выделяется энергия около 200 МэВ.

Понижение ядерной энергии связи к началу и к концу периодической системы элементов связано со следующим. В легких ядрах не полностью насыщены связи всех нуклонов, а в тяжелых ядрах существенную роль играет кулоновское отталкивание протонов друг от друга. И тот, и другой механизм приводят к понижению прочности ядра.

Зависимость удельной энергии связи ядра от его массового числа не является плавной. У этой зависимости есть небольшие «зубцы», которые приходится на зоны так называемых *магических ядер*. К ним относятся те ядра, у которых либо  $Z$ , либо  $N = A - Z$  равно одному из магических чисел 2, 8, 20, 28, 50, 82. Магическим является также ядро, в котором число нейтронов  $N = 126$ . Магические ядра наиболее устойчивы и поэтому наиболее распространены во Вселенной. Ядра, в которых магическими являются как число протонов  $Z$ , так и число нейтронов  $N$  называются *дважды магическими*. Этих ядер всего пять:  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ . Своим происхождением магические числа обязаны оболочечной структуре ядер, которая, как и оболочечная структура атома, приобретает повышенную прочность при заполнении каждой оболочечки.

4. Важнейшей характеристикой ядра является его спин, который равен суммарному моменту всех нуклонов в покоящемся ядре. Этот момент складывается по правилу векторного сложения из спиновых и орбитальных моментов нуклонов ядра. Напомним, что при указании спина называется одно число, которым определяется максимальное значение проекции спина на заранее выбранную ось, обычно совмещаемую с координатной осью  $z$ . Ниже это число будет обозначаться через  $J$ .

Спин нуклона равен  $1/2$ . Поэтому спин ядра может быть как целым, так и полуцелым. Целый спин может быть только у ядер с четным числом нуклонов. Если число нуклонов в ядре нечетное, то спин ядра полуцелый. Таким образом, если ядро состоит только из фермионов, то сами ядра могут быть как фермионами, так и бозонами.

В основных состояниях всех стабильных ядер  $J \leq 9/2$ . Этот факт также говорит о том, что большинство нуклонов ядра связано в заполненных оболочках, имеющих нулевой суммарный момент, и не участвует в создании спина ядра.

У атомного ядра с ненулевым спином есть собственный магнитный момент, который пропорционален спину. Называя маг-

нитный момент ядра, также указывают только наибольшее значение  $z$ -компоненты момента, которую обозначают просто через  $\mu$ . По определению

$$\mu = \gamma J.$$

Коэффициент  $\gamma$  называется *ядерным гиромангнитным отношением*. По порядку величины все магнитные моменты ядер сравнимы с ядерным магнетонам, который в единицах системы СГС равен \*)

$$\mu_{\text{я}} = e\hbar/2m_p c \approx 5 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/Гс},$$

где  $m_p$  — масса протона,  $c$  — скорость света в вакууме, а  $\hbar$  — постоянная Планка. Поэтому как ядерные гиромангнитные отношения, так и магнитные моменты ядер выражают в единицах  $\mu_{\text{я}}$ :

$$\gamma = g\mu_{\text{я}}, \quad \mu = g\mu_{\text{я}}J.$$

В этих формулах  $g$  — безразмерный коэффициент, который называется фактором Ланде или  $g$ -фактором ядра \*\*). По порядку величины  $g$ -фактор примерно равен единице.

В единицах  $\mu_{\text{я}}$  значения магнитных моментов нуклонов равны

$$\mu_p = 2,79, \quad \mu_n = -1,91.$$

Отрицательность  $\mu_n$  означает, что магнитный момент нейтрона ориентирован против его спина.

Обычно магнитные моменты ядер измеряют, используя явление магнитного резонанса (см. § 27.3). Напомним, что сущность этого явления состоит в резонансном поглощении энергии высокочастотного электромагнитного поля, которое происходит при переориентации магнитных моментов, предварительно выстроенных с помощью постоянного магнитного поля.

5. В начале 50-х годов выяснилось, что возбужденные ядра могут отличаться по форме. Существование несферических ядер было установлено после того, как выяснилось, что ядра могут вращаться (Р. Рейнуотер, 1950 г.; О. Бор и Б. Моттelson, 1951 г.). Этот факт прямо указывал на несферичность ядер в связи с тем, что есть универсальный квантовый закон: вращаться может только такая микроскопическая система, которая не обладает сферической симметрией. Этот закон объясняется так. Вращение можно обнаружить только по несимметричной метке. На макроскопическое тело метку можно нанести, практически не повлияв на свойства тела (например, на шар, выкрашенный в один цвет, можно нанести немного краски другого цвета). С микроскопической системой это сделать невозможно. Из-за дискретности строения материи на микроскопиче-

\*) В системе СИ ядерный магнетон  $\mu_{\text{я}} = q\hbar/2m_p$  (см. (16 48) из тома II).

\*\*) Читается «же-фактор».

ском уровне любая метка становится частью системы, существенно влияющей на ее свойства. В частности, при появлении у ядра несимметричной метки оно неизбежно переходит из сферически-симметричного состояния в другое состояние, не обладающее этой симметрией.

Как правило, невозбужденные сферически-несимметричные ядра имеют форму вытянутого или сплюснутого эллипсоида.

6. Атомное ядро характеризуется *четностью*. Четностью обладает любое квантовое состояние, так что эта величина встречается во всех разделах квантовой физики. Но в ядерной физике она особенно существенна. Поэтому мы изложим смысл этой величины здесь.

Четность показывает, как изменяется квантовое состояние при обращении знаков у координат всех частиц. Это преобразование называется *пространственной инверсией*. Оно приводит к изменению направления радиус-вектора  $\mathbf{r}$  на противоположное:

$$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}.$$

Пространственная инверсия состоит из зеркального отражения относительно плоскости, проходящей через начало координат,

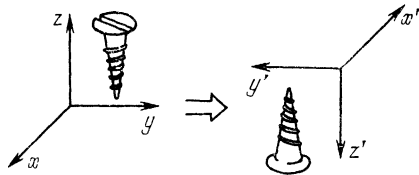


Рис 30.10.

ординат, и последующего поворота на  $180^\circ$  вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости. Так, инверсия, показанная на рис. 30.10, получается в результате отражения относительно плоскости  $xy$  и последующего поворота вокруг оси  $z$  на  $180^\circ$ . Специфика пространственной инверсии, отличающая ее от преобразований вращения, обусловлена зеркальным отражением. Поэтому пространственная инверсия часто называется *зеркальным отражением*. Так как при этом преобразовании правый винт становится левым (рис. 30.10), то говорят, что пространственная инверсия превращает правовинтовую систему координат в левовинтовую и наоборот.

При пространственной инверсии в любой момент времени волновая функция или не изменяется совсем, или у нее изменяется только знак.

Убедимся в этом на примере одночастичного состояния. Пусть оно описывается волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ . Волновую функцию, которая получается при пространственной инверсии, представим как результат действия на исходную волновую функцию некоторого оператора  $P$ :

$$\Psi(-\mathbf{r}, t) = P \Psi(\mathbf{r}, t).$$

Произведем инверсию повторно. Тогда получим

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = P^2 \Psi(\mathbf{r}, t).$$



Отсюда видно, что  $P^2 = 1$ . Следовательно,

$$P = \pm 1,$$

что и требовалось доказать.

В связи с пространственной инверсией все квантовые состояния подразделяются на *четные* и *нечетные*. Ниже мы дадим определение этих состояний для систем частиц с ненулевой массой покоя.

Любая частица с ненулевой массой покоя имеет *внутреннюю четность*. Эта величина не зависит от движения частицы, характеризуя ее внутренние свойства наряду с такими величинами, как, например, масса частицы, ее электрический заряд и спин. Внутренняя четность  $\Pi$  равна коэффициенту пропорциональности между волновой функцией покоящейся частицы в левовинтовой системе координат и волновой функцией той же самой частицы в правовинтовой системе координат. Внутренняя четность равна либо  $+1$ , либо  $-1$ . Частицы, для которых  $\Pi = +1$ , называются *четными*, а частицы с  $\Pi = -1$  называются *нечетными*. Четными являются, например, частицы, из которых состоят атомы и ядра, т. е. электроны, протоны и нейтроны. К нечетным относятся, например, пионы.

Состояние системы  $N$  частиц, которое описывается волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, t)$ , называется четным, если

$$\Psi(-\mathbf{r}_1, \dots, -\mathbf{r}_N, t) = \Pi_1 \dots \Pi_N \Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, t).$$

Состояние будет нечетным, если

$$\Psi(-\mathbf{r}_1, \dots, -\mathbf{r}_N, t) = -\Pi_1 \dots \Pi_N \Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, t).$$

Здесь  $\Pi_1, \dots, \Pi_N$  — внутренние четности частиц. Согласно этим определениям для частиц систем, состоящих только из четных частиц, разделение состояний на четные и нечетные эквивалентно разделению волновых функций на четные (при пространственной инверсии знак сохраняется) и нечетные (знак изменяется).

Коэффициент пропорциональности между волновыми функциями в левовинтовой и правовинтовой системах координат называется *четностью* состояния с данной волновой функцией. Таким образом, система  $N$  частиц имеет четность  $\Pi_1 \dots \Pi_N$ , если находится в четном состоянии, и четность состояния равна  $-\Pi_1 \dots \Pi_N$ , если состояние нечетное.

Приведем без вывода (последовательный вывод дается в квантовой механике) выражения для четностей некоторых состояний.

а) Четность одночастичного состояния, в котором частица с внутренней четностью  $\Pi$  обладает орбитальным моментом  $l$ , равна  $\Pi(-1)^l$ .

б) Четность двухчастичного состояния с нулевым суммарным импульсом, в котором находятся две частицы с внутренними

четностями  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , равна  $\Pi_1\Pi_2(-1)^l$ , где  $l$  — орбитальный момент относительного движения частиц.

Отметим, наконец, что как величина с существенно квантовым происхождением четность не имеет классического аналога.

Четность является важной физической величиной благодаря симметрии трех фундаментальных взаимодействий — гравитационного, электромагнитного и сильного (см. § 2.3 из тома I) — по отношению к зеркальным отражениям:

*все фундаментальные взаимодействия, за исключением слабого, происходят одинаково в любых двух физических системах, каждая из которых является зеркальной копией другой.*

Это свойство природы называется также инвариантностью фундаментальных взаимодействий, за исключением слабого, относительно пространственной инверсии. Эту симметрию выражает закон сохранения четности:

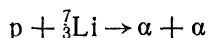
*четность квантового состояния от времени не зависит при условии, что влияние слабых взаимодействий на процессы, приводящие к изменению состояния, пренебрежимо мало.*

Подчеркнем, что как зеркальная симметрия, так и выражающий ее закон сохранения четности являются приближенными, справедливыми с точностью до эффектов, обусловленных слабыми взаимодействиями. Но это приближение во многих случаях практически оказывается исчерпывающим из-за «слабости» слабых взаимодействий, которыми обусловлены лишь сравнительно немногие специфические явления (они будут рассмотрены в § 30.5). Поэтому четность оказывается «хорошим» квантовым числом для подавляющего большинства микроскопических систем, в число которых входят и атомные ядра.

Согласно закону сохранения четности атомные ядра могут участвовать только в тех процессах, которые не противоречат этому закону (при условии, что эти процессы не вызваны слабыми взаимодействиями). Приведем пример использования этого закона. Слияние протона  $p$  с ядром лития  ${}^7_3\text{Li}$ , в результате которого образуются две  $\alpha$ -частицы, не запрещено ни одним из законов сохранения, за исключением закона сохранения четности. Экспериментально было обнаружено, что при низкой энергии относительного движения  $p$  и  ${}^7_3\text{Li}$  это превращение оказывается сильно подавленным. Из этого опытного факта был сделан вывод о том, что четность ядра  ${}^7_3\text{Li}$  отрицательна\*). Объяснение было таким. При низкой энергии орбитальный момент относительного движения двух частиц в подавляющем большинстве случаев равен нулю ( $l = 0$ ). Так как протон является четной частицей, то в низкоэнергетической области чет-

\*) В свою очередь, это позволило уточнить строение ядра  ${}^7_3\text{Li}$  (его можно представлять как  $\alpha$ -частицу, окруженную тремя нуклонами, каждый из которых имеет орбитальный момент  $l = 1$ ).

ность системы  $p + {}^7_3\text{Li}$  совпадает с четностью ядра  ${}^7_3\text{Li}$ . Четность же системы двух  $\alpha$ -частиц положительна из-за того, что, во-первых, в силу закона сохранения момента у этой системы должно быть  $l = 0$ , а во-вторых, в низкоэнергетической области  $\alpha$ -частицы могут образоваться только в одинаковом, а именно,— в основном состоянии. Мы видим, что превращение



будет запрещено законом сохранения четности, если четность ядра  ${}^7_3\text{Li}$  отрицательна.

Убедимся в существовании взаимосвязи между зеркальной симметрией и законом сохранения четности на примере движения одной частицы в силовом поле. Если потенциальная энергия частицы в поле равна  $U(\mathbf{r})$ , то состояние  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  частицы с массой  $m$  изменяется согласно уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t).$$

Взаимодействие зеркально-симметрично, если  $U(-\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})$ . Произведем в уравнении Шредингера пространственную инверсию и затем воспользуемся зеркальной симметрией взаимодействия. В результате получим

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(-\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(-\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}) \Psi(-\mathbf{r}, t).$$

При этом мы воспользовались инвариантностью оператора Лапласа  $\Delta$  относительно преобразования  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ . Мы видим, что при зеркально-симметричном взаимодействии функции  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  и  $\Psi(-\mathbf{r}, t)$  подчиняются одному и тому же уравнению. Следовательно, если в какой-то один момент времени, скажем при  $t = 0$ , например, было

$$\Psi(-\mathbf{r}, 0) = \Psi(\mathbf{r}, 0),$$

то таким же останется соотношение между  $\Psi(-\mathbf{r}, t)$  и  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  при  $t > 0$ . Это означает, что четность (в данном случае равная  $+1$  для четной частицы) сохраняется.

Если  $U(-\mathbf{r}) \neq U(\mathbf{r})$ , то  $\Psi(-\mathbf{r}, t)$  и  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  подчиняются разным уравнениям. В этом случае понятие не зависящей от времени четности теряет смысл.

7. Состояние каждого атомного ядра характеризуется *изотопическим спином*. Область применимости концепции изотопического спина (впервые предложена в 1932 г. В. Гейзенбергом) ограничена кругом явлений, обусловленных только сильными взаимодействиями, которыми, в частности, обусловлены силы, связывающие  $p$  и  $n$  в атомные ядра.

Введение изотопического спина является способом описания свойства сильных взаимодействий, которое состоит в следующем. Оказывается, что все обладающие сильным взаимодействием частицы разбиваются на группы. В каждую группу входят частицы с примерно равными массами, с одинаковыми внутренними характеристиками (спинами, внутренними четностями и т. д.), но с разными электромагнитными свойствами (зарядами, магнитными моментами). Частицы из одной группы в сильных взаимодействиях участвуют одинаково, т. е. незави-

симо от электрических зарядов и магнитных моментов частиц. Эта независимость является физической симметрией, получившей название *изотопической*, или *зарядовой*, *независимости сильных взаимодействий*.

Частным проявлением изотопической инвариантности является зарядовая независимость ядерных сил. Она заключается в том, что в парах  $p-p$ ,  $n-p$ ,  $p-n$  в одном и том же состоянии относительного движения частиц в каждой паре ядерные силы одинаковы.

Группы из одинаковых по отношению к сильным взаимодействиям частиц называются *изотопическими мультиплетами*. Объединение частиц в такие группы осуществляется с помощью *изотопического спина*. Чтобы понять смысл этой величины, представим себе, что, кроме обычного пространства, существует еще одно эвклидово трехмерное пространство, никакого отношения к обычному не имеющее. Предположим, что одновременно частицы находятся и в том и в другом пространствах, но в изотопическом пространстве все частицы занимают одно и то же положение в начале координат. При таком ограничении частицы не могут иметь изотопического импульса и изотопического орбитального момента, но у них может быть собственный изотопический момент, т. е. изотопический спин. Формально эта величина не отличается от обычного спина. Как правило, рассматривается изотопический аналог не самого спина, а его отношения к постоянной Планка. Ниже именно этот аналог будет называться изотопическим спином, который мы будем обозначать через  $T$ . Изотопический спин задается одним целым или полуцелым числом  $T$ :

$$T = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$$

При данном  $T$   $z$ -компонента изотопического спина принимает  $2T + 1$  значений:

$$-T, -T + 1, \dots, T - 1, T.$$

Этими значениями и отличаются друг от друга частицы, входящие в изотопический мультиплет. Сам мультиплет, как мы видим, характеризуется числом  $T$ .

Подчеркнем, что с точки зрения изотопического пространства частицы, составляющие изотопический мультиплет, не являются разными. Они суть только различные зарядовые состояния одной и той же частицы. Так, изотопический дублет образуют  $p$  и  $n$ . В изотопическом пространстве это не разные частицы, а разные зарядовые состояния одной и той же частицы с  $T = 1/2$ , которая и называется нуклоном. При этом принимается, что у протона  $\tau_z = 1/2$ , а у нейтрона  $\tau_z = -1/2$ . Наблюдаемые различия между  $p$  и  $n$ , в том числе и несовпадение их масс, обусловлены только электромагнитными взаимодействиями,

в которых  $p$  и  $n$  участвуют по-разному, так как у  $p$  есть электрический заряд, а у  $n$  его нет и, кроме того, у  $p$  и  $n$  различные магнитные моменты. Если бы электромагнитных взаимодействий не было совсем, то  $p$  и  $n$  вообще нельзя было бы различить.

Как всякая физическая симметрия, изотопическая инвариантность выражается в виде закона сохранения. По определению переход от одной частицы изотопического мультиплета к другой получается путем изменения ориентации изотопического спина. Следовательно, изотопическую инвариантность можно сформулировать как свойство изотропии изотопического пространства. Эту изотропию выражает закон сохранения изотопического спина:

*в сильных взаимодействиях изотопический спин любой системы не изменяется.*

Подчеркнем, что этот закон сохранения не точный, а приближенный, поскольку изотопической инвариантностью обладают только сильные взаимодействия. Но в тех явлениях, в которых они играют определяющую роль, например в большинстве процессов, протекающих в атомном ядре, закон сохранения изотопического спина можно считать точным законом. Поэтому изотопический спин является важной характеристикой атомного ядра. Эта величина равна векторной сумме изотопических спинов нуклонов, составляющих ядро, а  $z$ -компонента изотопического спина ядра равна

$$\tau_z = Z - A/2,$$

если ядро имеет атомный номер  $Z$  и его массовое число равно  $A$ .

Как всякое пространственно-ограниченное квантовое движение, внутриядерное движение имеет дискретный энергетический спектр. Изотопическая инвариантность проявляется, например, в том, что у разных изобар есть состояния, энергетические уровни которых отличаются только кулоновской энергией ядер. Все же остальные квантовые числа этих состояний одинаковы. Такие состояния есть, например, у ядер  $^{14}_6\text{C}$ ,  $^{14}_7\text{N}$  и  $^{14}_8\text{O}$ . Основные состояния ядер углерода и кислорода и первое возбужденное состояние ядра азота составляют мультиплет с  $T = 1$ , т. е. образуют изотопический триплет. Поэтому с точностью до различий в кулоновских энергиях ядер энергии названных состояний совпадают. Такие энергетические уровни называются *аналоговыми*. Сохранение изотопического спина приводит также к запрету превращений ядер и элементарных частиц за счет сильных взаимодействий, если при таких превращениях изотопический спин не сохраняется.

Так как изотопическая инвариантность нарушается электромагнитными взаимодействиями, то предсказания на основе

концепции изотопического спина имеют точность, которая по порядку величины равна отношению сил электромагнитного и ядерного взаимодействий и составляет около 1%.

### § 30.3. Ядерные силы. Ядерные модели

1. Нуклоны в ядре связаны силами, которые называются *ядерными*. Перечислим основные свойства этих сил и приведем экспериментальные факты, которые подтверждают существование каждого свойства.

а) Ядерное взаимодействие самое сильное в природе. Например, энергия связи дейтрона равна 2,23 МэВ. Для сравнения напомним, что энергия связи атома водорода, имеющая электромагнитное происхождение, равна 13,6 эВ, т. е. почти на пять порядков меньше энергии связи дейтрона.

б) Радиус действия ядерных сил конечен, причем имеет микроскопическую величину порядка 1 Ф. Короткодействие ядерных сил впервые было установлено Резерфордом (см. § 25.2).

в) Ядерные силы не обладают центральной симметрией. На некантовом языке это означает, что сила, действующая между двумя нуклонами, направлена под углом к прямой, соединяющей нуклоны. Эта особенность ядерных сил проявляется в их зависимости от спинов нуклонов.

г) Взаимодействие между нуклонами может носить обменный характер. Так, в опытах по рассеянию нейтронов на протонах регистрируются случаи «отрыва» от протонов их электрических зарядов и «присоединения» этих зарядов к нейтронам, в результате чего эти нейтроны становятся протонами.

д) Ядерные силы обладают изотопической инвариантностью, которая проявляется в одинаковости сил взаимодействия нуклонов в системах  $p-p$ ,  $p-n$ ,  $n-n$  при одном и том же состоянии относительного движения частиц в этих парах.

е) На расстояниях порядка 1 Ф ядерные силы являются силами притяжения. На гораздо меньших расстояниях они являются силами отталкивания. Отталкивание было обнаружено в опытах по рассеянию протонов на протонах при высоких энергиях, превышающих 400 МэВ.

ж) Ядерные силы обладают свойствами насыщения, которое проявляется в практической независимости удельной энергии связи атомных ядер от их массового числа.

з) Ядерные силы зависят от скорости относительного движения нуклонов. Так, при столкновениях нуклонов при увеличении энергии столкновения от 500 МэВ до 1 ГэВ сечение рассеяния нейтрона на протоне уменьшается почти на порядок.

Перечисленные свойства свидетельствуют о сложном характере ядерных сил. Эти силы не удается описать простой зави-

симостью от величин, характеризующих состояние взаимодействующих нуклонов. В этом отношении ядерные силы коренным образом отличаются от электромагнитных и, в частности, от кулоновских сил, закон действия которых прост в огромном диапазоне расстояний, начиная от макроскопических и кончая внутриатомными. Сложный характер ядерных сил свидетельствует о сложной структуре нуклонов.

2. Существует несколько подходов к описанию ядерных сил.

Простейший подход — *феноменологический*. Он заключается в подборе вида энергии нуклон-нуклонного взаимодействия по известным опытным фактам о действии ядерных сил. Путем такого «угадывания» выяснилось, что свойства основных и слабо возбужденных состояний ядер с энергиями возбуждения не более 300 МэВ хорошо согласуются с предположением о потенциальном характере ядерных сил. Накопленным к настоящему времени опытным фактам удовлетворяет несколько видов зависимостей потенциальной энергии  $U(r)$  взаимодействия двух нуклонов от расстояния между ними. Эти зависимости определяются также ориентациями спинов и изотопических спинов нуклонов. Для простоты записи мы совсем это не отмечаем в обозначении потенциальной энергии. Подобранные зависимости  $U(r)$  отличаются друг от друга при  $r < 1\Phi$ . Но у каждой из таких зависимостей есть как ветвь притяжения, так и ветвь отталкивания, описывающая взаимодействие нуклонов при их тесном сближении. Поэтому каждая из допустимых  $U(r)$  имеет форму потенциальной ямы (рис. 30.11).

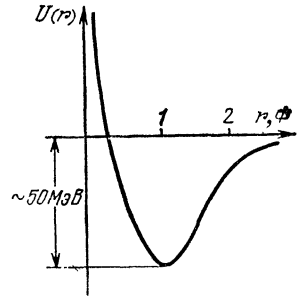


Рис. 30.11.

При описании ядерных сил с помощью потенциальной энергии взаимодействия нуклонов совсем не учитывается его запаздывание. Напомним (см. § 2.1 из тома I, § 15.2 из тома II), что запаздывание взаимодействий существует из-за конечности скоростей передачи воздействий, которые не могут быть больше скорости света в вакууме. В ядрах запаздывание становится существенным при энергиях порядка 300 МэВ и выше. В этой области энергий нуклоны являются существенно релятивистскими частицами и ядерные силы уже нельзя описывать так, как это делается в рамках феноменологического подхода.

При энергиях свыше 300 МэВ, но не превышающих 1 ГэВ, ядерные силы удовлетворительно описываются в рамках *мезонной теории*. В этой теории считается, что нуклоны взаимодействуют друг с другом через поле ядерных сил, которое создается каждым нуклоном и в свою очередь действует на каждый нуклон, попавший в это поле. В этом отношении мезонная

теория является аналогом теории электромагнитных явлений Максвелла. Поэтому глубиной и содержательностью мезонная теория отличается от феноменологического подхода в такой же мере, в какой электродинамика отличается от одного закона Кулона. Необходимо, однако, подчеркнуть, что мезонная теория ядерных сил сильно упрощает природу ядерных взаимодействий, которую в настоящее время связывают с кварковой структурой ядерной материи (см. § 30.5). Приближенный характер мезонной теории проявляется в ограниченности области ее применимости, которая не включает ядерных процессов с энергиями порядка и более 1 ГэВ.

Свое название мезонная теория получила от наименования квантов ядерного поля — пи-мезонов ( $\pi$ ), или, как их принято называть иначе, пионов. Существование этих частиц сначала

Таблица 19

Обозначение пиона	Масса, МэВ	Спин $J$	Электрический заряд $Q$	Барнионный заряд $B$	Изотопический спин $T$	Время жизни, с
$\pi^\pm$	140	0	$\pm 1$	0	1	$10^{-8}$
$\pi^0$	135	0	0	0	1	$10^{-16}$

было предсказано Г. Юкавой в 1935 г. и только значительно позже в 1947 г. они были зарегистрированы в космических лучах (С. Латтес, Х. Мюирхед, Г. Оккиалини, С. Пауэлл). По оценке Ю. Юкавы эти частицы занимали промежуточное положение по массе между электронами и нуклонами \*).

Существует два зарядовых состояния пиона с положительным и отрицательным зарядом и одно электронейтральное состояние \*\*), которые все вместе образуют трехкомпонентный изотопический мультиплет, или, что то же самое, — изотопический триплет (изотопический спин  $T = 1$ ). Эти частицы нестабильны, не имеют спина и барнионного заряда. Основные свойства пионов приведены в табл. 19.

Заряженные пионы распадаются за счет слабых взаимодействий, а электронейтральный пион — за счет электромагнитных.

Мезонная теория объясняет взаимодействие нуклонов обменом пионами, которые испускаются и поглощаются нуклонами. Подчеркнем, что обмен частицами лежит в основе вообще всех взаимодействий и является фундаментальным квантовым свойством природы (например, электромагнитные взаимодействия

\*) Отсюда и возник термин «мезон», произошедший от греческого слова «мезос», которое в переводе на русский язык означает «средний».

\*\*) Электронейтральный пион был открыт позднее заряженных в 1950 г. в опытах по рассеянию  $\gamma$ -квантов на протонах.



осуществляются за счет обмена фотонами). Обсудим подробнее это свойство на примере обменных процессов с участием пионов. Квантовая природа таких процессов заключается в том, что они могут происходить только благодаря соотношениям неопределенностей.

Чтобы в этом убедиться, рассмотрим сначала возможность испускания пиона нуклоном в неквантовой теории. Опишем этот процесс в системе отсчета, в которой до испускания пиона нуклон покоился. В ней после рождения пиона суммарный импульс пиона и нуклона сохраняется равным нулю. Поэтому согласно закону сохранения энергии должно быть

$$c\sqrt{p^2 + m_N^2 c^2} + c\sqrt{p^2 + m_\pi^2 c^2} - m_N c^2 = 0,$$

где  $m_N$  — масса нуклона, а  $m_\pi$  и  $p$  — масса и импульс пиона. На самом деле ни при одном из вещественных  $p$  это равенство не выполняется: разность энергий пиона и нуклона и энергии одиночного нуклона не может быть меньше энергии покоя пиона  $m_\pi c^2$ . Это означает, что неквантовыми законами испускание пиона нуклоном не допускается.

Квантовая теория этот запрет снимает. Нуклон может испустить пион, если энергия этой системы имеет неопределенность не меньше, чем  $m_\pi c^2$ . В этом случае нарушение закона сохранения энергии при испускании пиона обнаружить нельзя. Согласно соотношению неопределенностей энергия — время испущенный пион может существовать только конечное время, которое, по порядку величины, не больше чем

$$\tau_\pi = \hbar/m_\pi c^2.$$

По истечении этого времени пион поглощается нуклоном либо тем же самым, либо другим, оказавшимся поблизости от первого. Расстояние, на которое пион удаляется от испустившего его нуклона, по порядку величины не больше комптоновской длины пиона

$$\Lambda_\pi = c\tau_\pi = \hbar/m_\pi c.$$

*Частицы, испускание и поглощение которых происходит с кажущимся нарушением закона сохранения энергии, называются виртуальными.*

Рассмотрим роль этих частиц на примере пионов и нуклонов. Если поблизости от нуклона нет других частиц, то все испускаемые нуклоном пионы поглощаются этим же нуклоном. Поэтому одиночный нуклон всегда окружен так называемой мезонной шубой. Она представляет собой облако виртуальных мезонов, которые безостановочно испускаются и поглощаются нуклоном, в среднем удаляясь от него на расстояние не более чем  $\Lambda_\pi$ .

При сближении двух нуклонов до соприкосновения их мезонных шуб создаются условия для обмена пионами: пионы, испущенные одним нуклоном, могут поглощаться и частично поглощаются другим нуклоном. В этом согласно мезонной теории и состоит механизм взаимодействия нуклонов. Мы видим, что радиус действия ядерных сил имеет порядок  $\Lambda_{\pi}$ . Так как из опыта известно, что этот радиус примерно равен  $10^{-13}$  см, то, положив  $\Lambda_{\pi} = 10^{-13}$  см, можно оценить массу пиона  $m_{\pi}$ . Она оказывается почти в 280 раз больше массы электрона, что прекрасно согласуется с опытом (см. табл. 19)\*). Мы видим, что радиус взаимодействия определяется массой частиц, обмен которыми приводит к взаимодействию. Эта зависимость также является фундаментальным квантовым законом. Так, в электродинамике этим законом объясняется дальнее действие электромагнитных сил. Поскольку у квантов электромагнитного поля нет массы, то комптоновская длина волны фотона  $\Lambda_{\gamma}$ , или, что то же самое, радиус действия электромагнитных сил, неограниченно велика.

Процессы испускания и поглощения виртуальных частиц также называются виртуальными. Виртуальными процессами с участием нуклонов и пионов, в которых сохраняются электрические и барионные заряды, являются следующие превращения:

$$p \rightleftharpoons p + \pi^+, \quad n \rightleftharpoons p + \pi^-, \quad p \rightleftharpoons p + \pi^0, \quad n \rightleftharpoons n + \pi^0.$$

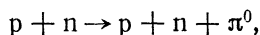
Здесь стрелки указывают направленность процессов: к началу каждой стрелки примыкает символ начального состояния, а к концу — символ конечного состояния. Подчеркнем, что эта, заимствованная из химии, форма записи превращений частиц в ядерной физике является общепринятой.

Из указанных виртуальных превращений первые два придают ядерным силам обменный характер. Кроме того, первое из них приводит к тому, что магнитный момент протона отличается от ядерного магнетона. Это отличие возникает из-за того, что часть времени протон проводит в виртуальном состоянии  $p + \pi^+$ . Вторым превращением, благодаря которому нейтрон часть времени проводит в состоянии  $p + \pi^-$ , обусловлено существование магнитного момента у нейтрона. Противоположность этого магнитного момента магнитному моменту протона является следствием движения пиона  $\pi^-$  вокруг протона  $p$ .

Если нуклону сообщается энергия не меньше, чем энергия покоя пиона, то один или несколько виртуальных пионов могут быть навсегда выбиты из мезонной шубы нуклона. В результате образуются пионы, существующие независимо от нуклона. Рождение пионов происходит, например, при достаточно энергичных столкновениях нуклонов. Одним из таких процессов

\*). Впервые массу пиона оценил Г. Юкава.

является превращение



в котором рождается нейтральный пион  $\pi^0$ .

Отметим, наконец, что удовлетворительной количественной теории взаимодействия нуклонов через обмен пионами не создано. При ее разработке возникли серьезные математические трудности, преодолеть которые не удалось. Главная причина этих трудностей состоит в том, что ядерные силы являются очень мощными. Из-за этого к ним нельзя применить ни один из известных приближенных методов описания взаимодействий частиц.

3. В основном по двум причинам сильно затруднено понимание структуры атомных ядер. Во-первых, недостаточно хорошо известны силы взаимодействия нуклонов. Во-вторых, каждое атомное ядро является квантовой системой многих сильно взаимодействующих частиц. Задача многих тел в квантовой теории очень трудна и громоздка. Не найдены способы ее решения, и в этом отношении бессильна вся современная электронно-вычислительная техника. Положение существенно осложняется еще и тем, что число степеней свободы атомного ядра не настолько велико, чтобы к нему можно было применять статистический подход. Поэтому в теории атомного ядра очень важное место занимают модели. Разработано несколько моделей ядра. Их многообразие объясняется тем, что в физике атомного ядра находить достаточно хорошо обоснованные упрощающие допущения значительно труднее, чем в физике атома. Это связано с тем, что ядро является очень плотной системой сильно взаимодействующих частиц, тогда как атом почти пуст.

Перечислим и кратко охарактеризуем модели атомного ядра. Каждая модель фиксируется выбором степеней свободы, принимаемых за независимые. Простейшей является *капельная* или *гидродинамическая модель*. Эту модель предложил М. Борн в 1936 г., отождествивший атомное ядро с каплей заряженной жидкости с очень высокой плотностью. За независимые степени свободы были приняты деформации объема и формы капли. Эта модель удовлетворительно описывает зависимость усредненной энергии связи ядер от чисел  $A$  и  $Z$ , колебания поверхности ядер и дает качественное объяснение процессов деления атомных ядер. Главным недостатком капельной модели является отсутствие близкого сходства ядерного вещества с жидкостью. В самой маленькой капельке обычной жидкости находятся миллиарды атомов, а в ядре не может быть более 300 нуклонов.

Гораздо более реалистической является *оболочечная модель*, построенная в 1949—1950 гг. М. Гепперт-Майер и Й. Х. Йенсоном. На мысль о наличии у ядер нуклонных оболочек наталкивало существование магических ядер, которые являются ядерными аналогами атомов инертных химических элементов,

Однако в отличие от атома, в котором есть выделенный силовой центр — ядро, и в котором действуют электромагнитные силы с неограниченным радиусом действия, дающие при усреднении гладкую потенциальную яму, внутри атомного ядра, во-первых, нет выделенного силового центра, а, во-вторых, влияние нуклонов друг на друга является короткодействующим. Поэтому долгое время считалось, что в атомном ядре нет условий для образования нуклонных оболочек, хотя догадка о них была высказана уже в 1933 г. В. Эльзассером. Это предубеждение было преодолено только много лет спустя под давлением многочисленных опытных фактов, свидетельствовавших в пользу идеи об оболочечной структуре ядра.

В оболочечной модели атомного ядра считается, что каждый нуклон движется в самосогласованном поле остальных нуклонов. В этом поле потенциальная энергия каждого нуклона имеет форму потенциальной ямы, которая подбирается так, чтобы достигалось наилучшее согласие рассчитанных величин с измеряемыми экспериментально. В этой модели получены магические числа, она объясняет спины и четности основных и некоторых возбужденных состояний атомных ядер, а также магнитные моменты этих состояний.

Главное допущение, лежащее в основе оболочечной модели, — о независимости движений различных нуклонов в самосогласованном поле — противоречит исходному предположению капельной модели. Поэтому эти модели дополняют друг друга. Каждая из них описывает те свойства атомных ядер, которые плохо или совсем не объясняются другой моделью.

Достоинства капельной и оболочечной моделей объединены в *обобщенной модели*. Эта модель была разработана Дж. Рейнуотером, О. Бором и Б. Моттельсоном в 1950—1953 гг. В обобщенной модели принимается существование у ядра достаточно устойчивого остова, который состоит из замкнутых оболочек. Движение остова описывается в гидродинамическом приближении. Оставшиеся внешние нуклоны рассматриваются независимо. Считается, что эти нуклоны движутся в поле остова. В отличие от оболочечной модели допускаются деформации остова под давлением внешних нуклонов. В обобщенной модели объясняется форма несферических ядер и их вращательные уровни, описываются колебательные уровни энергии, которые у ядер также существуют. Обобщенная модель позволила классифицировать ядерные уровни на одночастичные, обусловленные возбуждениями внешних нуклонов, и на коллективные, обусловленные движением остова, и определить спин и четность каждого уровня.

У обобщенной модели есть несколько уточненных модификаций. Каждая из этих модификаций называется *моделью парных корреляций*. Суть уточнений состоит в отказе от предложения о независимости движений внешних

нуклонов, которое для этих нуклонов является слишком грубым. Взаимобусловленность, или, что то же самое, коррелированность движений, внешних нуклонов учитывается путем введения парных взаимодействий между ними, откуда и произошло название моделей этого типа. В одной из таких моделей, получившей очень широкое распространение, из теории сверхпроводимости заимствована идея об образовании связанных состояний типа куперовских пар из двух нуклонов с равными по абсолютному значению, но противоположными по направлению моментами импульса и с энергией связи около 1—2 МэВ (Н. Н. Боголюбов, О. Бор, Б. Моттельсон, Д. Пайнс, 1958 г.). Согласно этой модели оказывается, что энергия возбуждения ядер с четными  $A$  и  $Z$  должна быть величиной порядка 1—2 МэВ, а у соседних ядер энергии возбуждения должны быть на порядок меньше. Примерно такая картина действительно наблюдается.

Модели парных корреляций хорошо описывают спины основных состояний ядер, энергии однонуклонных и коллективных (вращательных и колебательных) возбуждений вплоть до величины порядка 6 МэВ, позволяют рассчитывать форму ядер в основном и возбужденных состояниях, объясняют зависимость между моментами инерции ядер и их спинами.

Сильно возбужденные ядра описываются в рамках *статистической модели*, которая была разработана в 1936—1937 гг. Я. И. Френкелем и Л. Д. Ландау. В этой модели сильно возбужденное ядро с энергией возбуждения свыше 6—7 МэВ отождествляется с ферми-газом нуклонов, подвергшимся нагреву, и описывается в рамках термодинамического подхода. Статистическая модель удовлетворительно объясняет распределение уровней сильно возбужденных ядер и соотношения между вероятностями испускания  $\gamma$ -квантов при переходах между этими уровнями. Статистическая модель может быть согласована с представлением о существовании в ядре нуклонных оболочек.

## § 30.4. Ядерные реакции

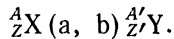
1. У термина «ядерная реакция» есть широкий и узкий смысл. В широком смысле ядерная реакция — это микроскопический процесс, который начинается со столкновения, как правило, двух и гораздо реже — нескольких субатомных частиц (как простых, так и составных), при котором происходят различные взаимопревращения частиц и их рассеяние. Подавляющее большинство ядерных реакций происходит за счет сильных или ядерных взаимодействий. К ядерным реакциям в узком смысле этого слова относятся процессы столкновений субатомных частиц (простых или составных) только с атомными ядрами. Так как предметом ядерной физики являются все субатомные явления, происходящие как с атомными ядрами, так и с элементарными частицами, то мы будем придерживаться первого, более широкого понимания термина «ядерная реакция». Однако в этом параграфе в основном (но не всегда) будут рассматриваться ядерные реакции с участием атомных ядер. Подчеркнем, что именно ядерные реакции дают самую богатую информацию о свойствах субатомных частиц. Поэтому

изучение ядерных реакций является самой главной задачей ядерной физики.

Как уже отмечалось в предыдущем параграфе, все взаимопревращения субатомных частиц, и в том числе ядерные реакции, записываются подобно химическим. Так, запись



означает реакцию, в которой при столкновении с ядром  ${}^A_Z X$  частицы  $a$  образуется частица  $b$  и ядро  ${}^{A'}_{Z'} Y$ . Этой записи часто придается иная форма: сначала записывается символ ядра — мишени, справа от этого символа в круглые скобки заносится через запятую символ налетающей частицы и символы частиц — продуктов реакции. В конце записи проставляется символ ядра, которое образуется в результате реакции. В этих обозначениях запись реакции, которая приведена выше, выглядит так:



Нередко эта запись сокращается до символа



не содержащего обозначений ядер, участвующих в реакции. Например, через  $(p, p)$  обозначается реакция рассеяния протона на любом ядре, в результате которого состав системы не изменяется: продуктами реакции являются то же самое ядро и протон.

подавляющее большинство изученных и изучаемых ядерных реакций относятся к процессам, которые происходят при столкновениях пучков частиц с мишенями, причем таких, в которых каждый единичный акт столкновения состоит в существенном сближении и взаимодействии только двух частиц и образовании в результате этого взаимодействия также двух частиц, одна из которых вылетает из вещества мишени. Эти процессы характеризуются дифференциальным эффективным сечением  $d\sigma$  и интегральным эффективным сечением  $\sigma$ .

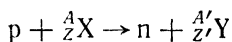
Напомним (см. § 5.2 из тома I), что величина  $d\sigma$  описывает угловое распределение частиц, вылетающих из мишени. Так, если мишень содержит  $N$  частиц и на мишень направлен однородный пучок частиц с плотностью  $I_0$ , то из мишени в телесный угол  $d\Omega$  вылетает  $I_0 N d\sigma/d\Omega$  частиц. Эффективное сечение  $\sigma$  является интегралом дифференциального сечения  $d\sigma$  по всем направлениям вылета. Наглядно  $\sigma$  интерпретируется как сечение площадки, попадая в которую налетающая частица вызывает реакцию. Поэтому сечение  $\sigma$  характеризует интенсивность реакции. Например, если в реакции образуется новый изотоп, то его количество пропорционально сечению  $\sigma$  реакции.

Из-за короткодействия ядерных сил эффективные сечения реакций, происходящих за счет действия ядерных сил, имеют по-

рядок площади поперечного сечения ядра  $10^{-24}$  см<sup>2</sup>. Поэтому эта величина принята за единицу ядерных сечений и называется барном:

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2.$$

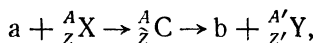
При изучении ядерных реакций очень важную роль играют законы сохранения, которые позволяют получать информацию даже при неизвестном механизме реакции. Требуя равенства некоторых физических величин в начальном и в конечном состояниях, эти законы накладывают ограничения на характеристики продуктов реакций, ставя их в зависимость от характеристик исходных частиц. Например, из закона сохранения электрического и барионного зарядов следует, что в реакции



обязательно должно быть  $Z' = Z + 1$  и  $A' = A$ .

2. Все ядерные реакции в узком смысле этого термина обладают совокупностью общих черт. Рассмотрим эти черты.

а) Каждая ядерная реакция, протекающая за время, значительно превышающее ядерное время пролета  $\tau_{\text{я}} \approx 5 \cdot 10^{-22}$  с, проходит через стадию *составного ядра*. Составным называется ядро, которое образуется в результате захвата налетающей частицы ядром-мишенью и существует в течение времени, значительно превышающем  $\tau_{\text{я}}$ . Таким образом, в ядерном масштабе времени составное ядро является долгоживущим. Продукты реакции, идущей через составное ядро, возникают в результате распада этого ядра. Такой механизм протекания ядерных реакций был предсказан Н. Бором в 1936 г. и впоследствии подтвержден экспериментально. Ядерные реакции, проходящие через образование составного ядра, иногда записываются с указанием этого ядра, например, следующим образом:



где через  ${}^A_Z C$  обозначено составное ядро.

Составное ядро образуется и сравнительно долго живет по следующим причинам.

Во-первых, если в ядро попадает частица с невысокой энергией, то из-за сильной связи нуклонов в ядре энергия частицы быстро перераспределяется между всеми нуклонами так, что ни один из них не получает энергии, достаточной для вылета из ядра. В этом состоянии ядро пребывает до тех пор, пока в результате внутренних флуктуаций на одной из частиц (которая может быть составной, т. е. состоящей из нескольких нуклонов) не сконцентрируется энергия, достаточная для вылета этой частицы из ядра.

Во-вторых, кулоновские силы задерживают вылет из ядра протонов. На первый взгляд этот эффект представляется парадоксальным. За счет кулоновских сил протоны только отталкиваются друг от друга. Поэтому эти силы должны были бы не задерживать, а ускорять разлет протонов из ядра. Чтобы убедиться в том, что из-за кулоновского взаимодействия задержка все же происходит, рассмотрим, например, движение в ядре  $\alpha$ -частицы. Внутри ядра  $\alpha$ -частица связана мощными ядерными силами, на фоне которых электромагнитное отталкивание  $\alpha$ -частицы от остальных протонов ядра практически незаметно. В грубом приближении можно считать, что внутри ядра  $\alpha$ -частица движется в потенциальной яме с очень крутыми стенками

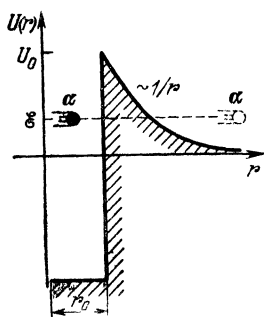


Рис 30.12.

вблизи границы ядра, т. е. на расстоянии  $r_0 \approx 10^{-13}$  см от центра ядра. Наоборот, за пределами ядра ядерные силы на  $\alpha$ -частицу не действуют и там  $\alpha$ -частица подвергается только кулоновскому отталкиванию от ядра. Энергия этого отталкивания положительна и с увеличением расстояния  $r$  от ядра до  $\alpha$ -частицы медленно убывает по закону  $1/r$ . Поэтому график потенциальной энергии  $\alpha$ -частицы  $U(r)$  будет таким, каким он изображен на рис. 30.12. На этом рисунке через  $U_0$  обозначена высота потенциального барьера, которого не было бы без кулоновского отталкивания.

Мы видим, что если  $\alpha$ -частица возбуждается и приобретает энергию  $\mathcal{E} > 0$ , то эта частица может удалиться от ядра сколь угодно далеко, т. е. может вылететь из ядра. Но если  $\mathcal{E} < U_0$ , то вылету препятствует кулоновский потенциальный барьер. Из-за туннельного эффекта это препятствие, однако, не является непреодолимым. Альфа-частица с положительной энергией  $\mathcal{E} < U_0$  не остается в ядре навсегда, а лишь задерживается в нем на некоторое время. Это время зависит от формы барьера и варьируется в очень широких пределах — от малых долей секунды до миллионов лет.

В-третьих, за исключением налетающих, вылет других частиц из ядра может быть запрещен законами сохранения.

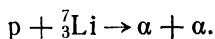
В-четвертых, от избытка энергии ядро может освобождаться, испуская  $\gamma$ -квант. Этот процесс сильно подавлен, и на него уходит время порядка  $10^{-13}$ — $10^{-14}$  с  $\gg \tau_\gamma = 0,5 \cdot 10^{-22}$  с, если при испускании  $\gamma$ -кванта должна произойти глубокая перестройка структуры ядра.

Характерной чертой каждой ядерной реакции, протекающей с образованием составного ядра, является распадение реакции на две последовательных стадии, независимые друг от друга. На первой стадии возникает составное ядро. Так как это ядро



живет очень долго (по ядерному масштабу времени), то за время его жизни все следы истории его образования стираются. Поэтому распад составного ядра, в результате которого образуются продукты ядерной реакции, протекает независимо от способа образования составного ядра. Этот распад зависит от величин, характеризующих только составное ядро.

Примером ядерной реакции, протекающей через составное ядро, является превращение



На первой его стадии образуется составное ядро  ${}^8\text{Be}$  с энергией возбуждения 17,6 МэВ. Сначала это ядро переходит в основное состояние, испуская  $\gamma$ -квант с энергией 17,6 МэВ. Затем, спустя некоторое время после этого, ядро  ${}^8\text{Be}$  распадается на две  $\alpha$ -частицы.

б) Если взаимодействие налетающей частицы с ядром происходит за счет ядерных сил и энергия налетающей частицы превышает десятки МэВ, то ядерная реакция, как правило, называется *прямой*. В этом случае составное ядро не возникает, а налетающая частица непосредственно передает свою энергию какой-то частице внутри ядра, например, одному нуклону,  $\alpha$ -частице, дейтрону и т. д., в результате чего эта частица вылетает из ядра. Кроме того, при прямой или непосредственной передаче энергии достаточно большой величины из ядра могут вылетать пионы и другие элементарные частицы, до того существовавшие в ядре только в виртуальных состояниях.

При бомбардировке ядер сильно взаимодействующими частицами с очень высокой энергией — от нескольких сотен МэВ и выше, ядра могут «взрываться», распадаясь на много мелких осколков. Эти осколки называются *фрагментами*, а сам процесс их образования — *фрагментацией*. При регистрации такие взрывы оставляют след в виде многолучевых звезд. Одна из них, полученная в пропановой пузырьковой камере, приведена на рис. 30.13.

Прямые ядерные реакции идут и в низкоэнергетической области. Но в этой области с ними конкурируют реакции, протекающие через составное ядро. Общая закономерность следующая: чем ниже энергия, тем меньше вероятность прямого процесса, так что при очень низких энергиях все прямые реакции сильно подавлены.

Для всех прямых реакций характерны времена протекания, сравнимые с ядерным временем пролета  $\tau_{\text{я}} \approx 0,5 \cdot 10^{-22}$  с. Если вылетает один нуклон, то преимущественно в направлении вдоль импульса налетающей частицы. Энергия налетающего нуклона велика, поскольку ему передается весь импульс и вся кинетическая энергия налетающей частицы. Вылетающим нуклоном с равной вероятностью может быть как протон, так

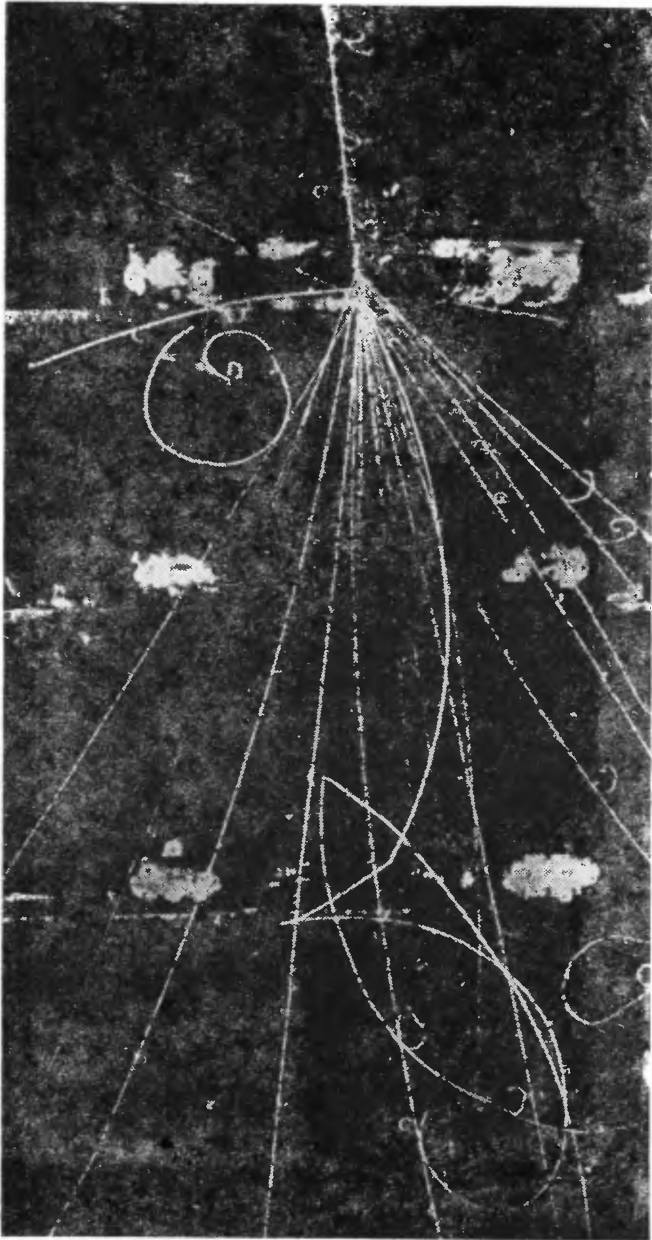


Рис. 30.13.

и нейтрон. Это объясняется тем, что кулоновский барьер для протонов с очень большой энергией мал, так что по условиям вылета из ядра эти протоны практически не отличаются от нейтронов с той же самой энергией.

К наиболее изученным прямым реакциям относятся  $(p, n)$ ,  $(n, p)$ ,  $(p, p)$ ,  $(p, p)$ ; реакции срыва  $(d, p)$ ,  $(d, n)$  и обратные им реакции подхвата  $(p, d)$ ,  $(n, d)$  \*); квазиупругое выбивание  $(p, 2p)$ ,  $(p, np)$  \*\*); реакции с участием составных частиц — тритонов,  $\alpha$ -частиц и др.; с участием тяжелых ионов; реакции, в которых рождаются новые элементарные частицы, например пионы, а также релятивистские столкновения, в которых энергия налетающей частицы превышает 5 ГэВ на один нуклон.

в) Во многих ядерных реакциях существенную роль играет электромагнитное поле. Во-первых, ядра могут поглощать  $\gamma$ -кванты, испуская затем нуклоны и другие частицы. Такие процессы называются *фотоядерными реакциями*. Из них наиболее изучены реакции  $(\gamma, p)$  и  $(\gamma, n)$ . Ядерным процессом с участием электромагнитного поля является также  $\gamma$ -излучение ядер, т. е. испускание  $\gamma$ -квантов возбужденным ядром. Во-вторых, электромагнитное поле действует на ядро при столкновении с ядром заряженной частицы. Процессы, обусловленные таким взаимодействием, называются *электроядерными*. С ними, однако, конкурируют процессы, которые вызываются ядерными силами. Хотя электромагнитные силы заметно слабее ядерных, благодаря своему дальнему действию электромагнитные силы могут создавать заметный эффект, оказываясь подчас более важными, чем ядерные силы. Например, электромагнитное взаимодействие играет существенную роль при столкновениях с ядрами протонов. Если энергия протона не слишком велика, а заряд ядра достаточно большой, то силы кулоновского отталкивания между ядром и протоном могут воспрепятствовать их сближению до расстояний, на которых начинают проявляться ядерные силы. В этом случае ядерные силы вообще никакого значения не имеют и протон только рассеивается на кулоновском поле ядра.

Кулоновское взаимодействие ядер с тяжелыми заряженными частицами может привести к возбуждению ядра на одно из

\*) Названия реакций характеризуют их механизм: в первых двух реакциях один из нуклонов дейтрона, заданная за ядро, застревает в этом ядре, т. е. срывает ядром с дейтрона; во вторых двух — один из нуклонов ядра с ориентацией изотопического спина, противоположной ориентации изотопического спина налетающего нуклона, подхватывается этим нуклоном и вылетает вместе с ним из ядра, образуя дейтрон.

\*\*) Этот процесс протекает лишь при превышении энергии налетающего нуклона порога реакции, равного энергии связи нуклона в ядре. В этой реакции при столкновении двух нуклонов, один из которых входит в состав ядра, взаимодействие этих частиц с остальными нуклонами ядра играет второстепенную роль. Поэтому происходит почти свободное упругое столкновение нуклонов, в результате которого обе частицы вылетают из ядра. Это кратко и выражается названием реакции.

низколежащих возбужденных состояний. Тогда происходит неупругое рассеяние заряженной частицы ядром.

Среди электроядерных процессов особенно интересны взаимодействия с ядрами электронов. На электроны ядерные силы не действуют, так что взаимодействие электронов с ядрами происходит только через электромагнитное поле. Поэтому бомбардировка ядер электронными пучками высоких энергий (сотни МэВ и выше) позволяет изучать распределение электрического заряда в ядрах и отдельных нуклонах.

г) Ядерными реакциями являются также процессы деления атомных ядер. Эти процессы были открыты О. Ганом и Ф. Штрассманом в 1938 г. При делении ядро распадается на два, иногда на три и совсем редко на четыре обычно неравных осколка. Специфика деления ядер заключается в том, что при делении происходит очень глубокая перестройка ядерной структуры, вызванная сильным возмущением ядра. При делении тяжелых ядер в каждом акте деления всегда образуются нейтроны и выделяется довольно большая энергия: около 200 МэВ. Нейтронное излучение возникает из-за того, что в тяжелых ядрах протонов больше, чем нейтронов. Ядра-осколки в два раза, а иногда и более легче исходного тяжелого ядра. Поэтому ядра-осколки оказываются перегруженными нейтронами и от их избытка стремятся освободиться.

Как правило, деление вызывается бомбардировкой ядра нейтронами, которые легко проникают в ядро, поскольку на нейтроны не действуют силы кулоновского отталкивания, препятствующие проникновению в ядро протонов. Однако нейтронное облучение ядер все же не единственный способ воздействия, вызывающий деление ядер: ядра делятся также под действием других частиц —  $\gamma$ -квантов, протонов, дейтронов и др. Примером деления ядра под действием нейтронов является реакция



в которой в конечном состоянии образуется два нейтрона.

Под действием нейтронного облучения делятся все ядра, если энергия нейтронов превышает 100 МэВ. Если энергия нейтронов порядка нескольких МэВ, то под действием таких нейтронов делятся только те ядра, массовое число которых примерно равно 210 или больше этого числа. Наконец, некоторые тяжелые ядра, к которым относятся, например, изотопы урана  ${}_{92}^{233}\text{U}$  и  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , делятся нейтронами всех энергий.

Нейтроны, возникающие при самом делении ядер, называются *мгновенными*. Небольшое количество нейтронов — около 0,75 %, испускается позже, спустя время от сотых долей секунды до нескольких минут. Эти нейтроны называются *запаздывающими*.

Нейтроны, образующиеся при делении, называются *вторичными*. Если в среднем на один акт деления приходится не менее одного вторичного нейтрона, то в этом случае может возникнуть самоподдерживающаяся *цепная реакция деления*. В этом процессе количество ядер, претерпевающих деление, не убывает и может даже возрастать в отсутствие внешнего источника нейтронов. Действительно, допустим, что при делении одного ядра образовалось 2 нейтрона. Эти вторичные нейтроны могут вызвать деление уже двух ядер, в результате которого будет испущено 4 новых вторичных нейтрона. Далее возможно деление четырех ядер с испусканием 8 нейтронов и т. д. Мы видим, что если каждый вторичный нейтрон будет вызывать деление, то возникнет нарастающая лавина делений, из-за чего этот процесс приобретает взрывной характер. Именно это и происходит при взрыве атомной бомбы, в результате которого за очень короткое время выделяется огромная энергия.

Если из каждой пары вторичных нейтронов в последующих делениях будет принимать участие в среднем не более чем по одному нейтрону\*), то цепная реакция лавинообразно нарастать не будет. В этом случае скорость ее протекания будет поддаваться регулировке, в связи с чем такую цепную реакцию деления называют регулируемой. Условия для ее протекания создаются в *атомных реакторах*. В этих энергетических агрегатах количество нейтронов в рабочем объеме реактора, содержащем делящееся вещество (например, изотоп  $^{235}_{92}\text{U}$ ), регулируется путем частичного или полного введения в этот объем стержней, изготовленных из материала, хорошо поглощающего нейтроны (например, из кадмия).

3. Среди всех ядерных реакций в отдельную группу выделены *радиоактивные распады*. Радиоактивность заключается в самопроизвольном распаде ядер с испусканием одной или нескольких частиц каждым распадающимся ядром. Радиоактивное ядро часто называется материнским, а ядро, которое образуется в результате распада, — дочерним. Необходимым, но не достаточным условием радиоактивного распада является его энергетическая выгодность: масса исходного ядра должна превышать сумму масс продуктов распада, так что каждый радиоактивный распад происходит с выделением энергии.

По своей природе радиоактивность не отличается от распадов составных ядер, в связи с чем радиоактивность представляет собой частный случай ядерных реакций. Но только те составные ядра относятся к радиоактивным, времена жизни которых можно непосредственно измерить. Таким образом, выделение радиоактивных ядер не имеет под собой принципиальных

---

\*) Нейтроны могут вылетать из делящегося вещества и поглощаться в нем различными примесями.

физических оснований и связано только с возможностями измерительной техники. Поэтому состав радиоактивных ядер постоянно расширяется. В настоящее время к радиоактивным относятся все ядра с временами жизни от  $10^{-9}$  до  $10^{22}$  с.

Радиоактивность подразделяется на *естественную* и *искусственную*. Естественная радиоактивность была открыта в 1896 г. А. Беккерелем. Основоположниками систематических исследований естественной радиоактивности были П. Кюри и М. Кюри (1896 г.). Искусственная радиоактивность синтезируемых ядер была обнаружена Ф. Жолио Кюри и И. Жолио Кюри в 1936 г.

Как всякий квантовый процесс, радиоактивность — явление статистическое. Одинаковые ядра распадаются за различные времена, предсказать которые точно заранее нельзя. Поэтому сначала разъясним, что понимается под временем жизни радиоактивного ядра (и на этом примере вообще любой нестабильной микросистемы). Этой величиной является среднее время жизни очень большого количества одинаковых радиоактивных ядер. Это время не зависит ни от способа получения ядер, ни от внешних условий, в которых ядра находятся, и поэтому характеризует только сам радиоактивный распад.

Колоссальный разброс времен жизни радиоактивных ядер объясняется следующими причинами. Во-первых, вылет из ядра заряженных частиц подавляется кулоновским барьером. Степень этого подавления сильно зависит от формы барьера. Во-вторых, радиоактивные распады происходят не только за счет сильных и электромагнитных взаимодействий, но и за счет слабых взаимодействий, интенсивность которых более чем на двадцать порядков меньше интенсивности сильных и электромагнитных взаимодействий. В-третьих, распад происходит тем медленнее, чем меньше энергии в этом процессе выделяется. В-четвертых, при малом энерговыделении вероятность распада сильно зависит от спинов радиоактивного ядра и ядра, которое образуется в результате распада. Чем больше эти спины различаются, тем медленнее распад происходит, так как в этом случае вылетающая частица должна унести с собой большой момент, сообщение которого при малом энерговыделении сильно затруднено.

Как статистический процесс радиоактивный распад характеризуется вероятностью протекания в единицу времени. Обычно эта величина называется *постоянной распада* и чаще всего обозначается через  $\lambda$ . Если взять макроскопически большое число  $N$  одинаковых радиоактивных ядер, то за единицу времени из них распадается в среднем  $\lambda N$  ядер. Произведение  $\lambda N$  характеризует интенсивность излучения радиоактивного препарата, содержащего  $N$  радиоактивных ядер, и называется *активностью* этого препарата. В системе СИ единицей активности является

один распад в секунду (расп./с). Однако чаще употребляется внесистемная единица *Кюри* (Ки), равная  $3,7 \cdot 10^{10}$  расп./с:

$$1\text{Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ расп./с}$$

и доли этой единицы милликюри (мКи) и микрокюри (мкКи):

$$1\text{мКи} = 10^{-3} \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^7 \text{ расп./с,}$$

$$1\text{мкКи} = 10^{-6} \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ расп./с.}$$

Кроме этих единиц существует еще одна внесистемная единица активности — *резерфорд* (Рд):

$$1\text{Рд} = 10^6 \text{ расп./с.}$$

Распад ядра — событие случайное, которое может произойти в любой момент времени. Это означает, что по отношению к распаду все моменты времени физически эквивалентны. Поэтому у радиоактивных ядер нет естественного возраста (хотя и есть среднее время жизни). Из-за этого постоянная распада  $\lambda$  от времени не зависит.

Пусть в момент времени  $t$  было  $N(t)$  радиоактивных ядер. По определению активности и с учетом убыли ядер при распаде имеем

$$dN(t)/dt = -\lambda N(t). \quad (30.1)$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (30.2)$$

Здесь  $N_0$  — количество радиоактивных ядер в момент времени  $t = 0$ . Зависимость (30.2) называется *основным законом радиоактивного распада*.

С помощью (30.2) находят *период полураспада*  $T_{1/2}$  и *среднее время жизни*  $\tau$  радиоактивного ядра. Величина  $T_{1/2}$  определяется как время, за которое число радиоактивных ядер уменьшается вдвое по сравнению с начальным. Поэтому согласно (30.2)

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Отсюда получаем

$$T_{1/2} = \lambda^{-1} \ln 2. \quad (30.3)$$

Время жизни  $\tau$  находится так. Согласно (30.1) и (30.2) количество ядер, распавшихся за промежуток времени от  $t$  до  $t + dt$ , равно

$$|dN| = \lambda N(t) dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt.$$

Часть, которую они составляют от первоначального количества ядер, равна

$$dN/N_0 = \lambda e^{-\lambda t} dt.$$

Поэтому

$$\tau = \int_0^{\infty} t \frac{|dN|}{N_0} = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt.$$

Выполняя интегрирование, находим

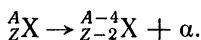
$$\tau = \lambda^{-1}. \quad (30.4)$$

Сравнивая (30.3) и (30.4), мы видим, что времена  $T_{1/2}$  и  $\tau$  имеют один и тот же порядок, причём

$$T_{1/2} = \tau \ln 2.$$

4. Охарактеризуем *альфа*-, *бета*- и *гамма*-распады, относящиеся к основным типам радиоактивности.

д) Альфа-распад состоит в самопроизвольном испускании ядром  $\alpha$ -частицы и записывается следующим образом:



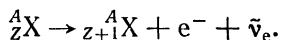
При  $\alpha$ -распаде атомный номер ядра уменьшается на две единицы, а массовое число — на четыре единицы. Опытным путем установлено, что  $\alpha$ -частицы испускают только тяжелые ядра с  $Z \geq 82$ . Крайним в ряду  $\alpha$ -активных ядер является изотоп свинца  ${}^{204}_{82}\text{Pb}$ , распад которого приводит к образованию изотопа ртути  ${}^{200}_{80}\text{Hg}$ . Времена жизни  $\alpha$ -активных ядер изменяются в чрезвычайно широких пределах, но все эти времена на много порядков превосходят характерное ядерное время пролета  $\tau_\alpha$ . Так, ядро свинца  ${}^{204}_{82}\text{Pb}$  в среднем живет примерно  $10^{17}$  лет, а время жизни  $\alpha$ -активного ядра родона  ${}^{215}_{86}\text{Rn}$  составляет всего лишь около  $10^{-6}$  с. Альфа-частицы, вылетающие из одних и тех же ядер, имеют примерно одинаковую энергию.

Альфа-распад происходит в результате туннельного прохождения  $\alpha$ -частицы через кулоновский потенциальный барьер ядра. Так как вероятность этого эффекта быстро падает с уменьшением энергии  $\alpha$ -частицы, то чаще всего дочернее ядро  ${}^{A-4}_{Z-2} X$  оказывается в основном состоянии. Лишь в немногих случаях удается наблюдать  $\alpha$ -распады на низколежащие возбужденные уровни дочерних ядер, в основном обусловленные вращением этих ядер. Это происходит в тех случаях, когда  $\alpha$ -частица уносит с собой отличный от нуля момент. При этом согласно закону сохранения момента ядро приобретает «компенсирующий» момент и начинает вращаться. Если материнское ядро находится не в основном, а в возбужденном состоянии, то это ядро сначала переходит в основное, испуская  $\gamma$ -квант, а уже затем претерпевает  $\alpha$ -распад.

е) Существует несколько типов бета-распада. В одном из них — *электронном*, или  $\beta^-$ -распаде, ядро самопроизвольно ис-

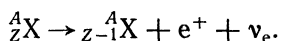


пускает электрон  $e^-$  \*) и легчайшую электрически нейтральную частицу со спином  $1/2$ , которая называется электронным антинейтрино и обозначается через  $\bar{\nu}_e$  \*\*). При  $\beta^-$ -распаде у ядра сохраняется массовое число  $A$ , так что этот распад записывается следующим образом:



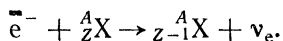
По этой схеме распадается, например, ядро трития  ${}^3_1\text{H}$ . В этом случае дочерним является ядро гелия  ${}^3_2\text{He}$ .

Другим типом  $\beta$ -распада является *позитронный* или  $\beta^+$ -распад. Он протекает по схеме

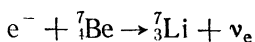


Здесь  $e^+$  — обозначение позитрона, а  $\nu_e$  — обозначение электронного нейтрино (это античастица антинейтрино). Позитронный распад претерпевает, например, ядро кислорода  ${}^{14}_8\text{O}$ , в результате чего образуется ядро азота  ${}^{14}_7\text{N}$ .

К явлениям, родственным  $\beta$ -распаду, относятся еще несколько превращений. Одним из них является *K-захват*. Этот процесс состоит в поглощении ядром одного из электронов атомной оболочки (обычно *K*-оболочки, откуда и произошло название процесса). При этом испускается электронное нейтрино. Такая реакция записывается следующим образом:

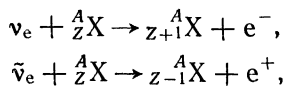


Например, при *K*-захвате



ядро бериллия  ${}^7_4\text{Be}$  превращается в ядро лития  ${}^7_3\text{Li}$ .

К другим явлениям, родственным  $\beta$ -распаду, относятся также ядерные реакции



протекающие при столкновениях с ядрами электронных нейтрино и антинейтрино.

Отличительной чертой  $\beta$ -распада является его внутринуclidонное, а не внутриядерное происхождение. Все перечисленные выше процессы обусловлены следующими превращениями

\*) На заре исследований радиоактивности его назвали  $\beta$ -частицей, откуда и произошло название распада.

\*\*) До последнего времени все экспериментальные факты не противоречили предположению о том, что масса этой частицы равна нулю.

с участием нуклонов:

$$\begin{aligned}
 n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e && (\beta^- \text{-распад}), \\
 p &\rightarrow n + e^+ + \nu_e && (\beta^+ \text{-распад}), \\
 e^- + p &\rightarrow n + \nu_e && (\text{К-захват}), \\
 \nu_e + n &\rightarrow p + e^-, && (\text{столкновения с нейтрино} \\
 \bar{\nu}_e + p &\rightarrow n + e^+ && \text{и с антинейтрино}).
 \end{aligned}$$

В этих процессах могут участвовать не только нуклоны, связанные в ядре, но и свободные нуклоны. Вызывают эти процессы только слабые взаимодействия, а сильные и электромагнитные взаимодействия никакой роли при этом не играют. Так как интенсивность слабых взаимодействий более чем на двадцать порядков меньше интенсивности как сильных, так и электромагнитных взаимодействий, то времена жизни  $\beta$ -активных ядер имеют макроскопическую длительность в среднем порядка минут и часов. Например, время жизни свободного нейтрона равно 11,7 мин.

При  $\beta$ -распаде изменяется зарядовое состояние одного из нуклонов. Если нуклон находится в ядре, то это изменение влияет на движение нуклонов ядра. В зависимости от того, насколько сложной оказывается перестройка этого движения, находится время жизни  $\beta$ -активного ядра. Времена жизни  $\beta$ -активных ядер также варьируются в очень широких пределах. Но  $\beta$ -активных ядер гораздо больше, чем  $\alpha$ -активных. Бета-активность наблюдается при всех значениях массового числа  $A$ , начиная с  $A = 1$  (свободный нейтрон). Отметим, что на позитронный распад кулоновский барьер влияет незначительно. Это объясняется легкостью позитрона, из-за которой его волновая функция затухает над барьером гораздо слабее, чем волновая функция такой тяжелой частицы, как, например,  $\alpha$ -частица.

Характерной чертой  $\beta$ -распада является распределение электронов по энергиям. Это распределение существует из-за того, что при  $\beta$ -распаде ядра из него вылетают сразу две частицы, между которыми в любом отношении распределяется энергия, выделившаяся при распаде\*). При усреднении по очень большому числу распадов получается не случайное, а строго определенное распределение вылетающих электронов по их энергиям, форма которого зависит только от сорта материнского ядра. Это распределение называется  $\beta$ -спектром. На рис. 30.14 приведен  $\beta$ -спектр для  $\beta$ -распада нейтрона. По осям откладывается энергия  $\mathcal{E}$  электронов и число  $N(\mathcal{E})$  электронов с данной энергией  $\mathcal{E}$ .

\*) Из-за очень большой массы ядра энергия его отдачи практически равна нулю.

Общим свойством всех  $\beta$ -спектров является их плавность и наличие у каждого спектра предельно большой энергии  $\mathcal{E}_{\max}$ , на которой  $\beta$ -спектр обрывается (рис. 30.14). Опираясь на эти свойства, В. Паули в 1930 г. предсказал существование нейтрино, которое было подтверждено экспериментально только спустя четверть века.

Впервые наблюдалась античастица нейтрино — антинейтрино Ф. Райнесом и К. Коуэном в 1953 г. Их эксперимент длился около полугода. Источником антинейтрино был ядерный реактор, создававший мощный поток этих частиц порядка  $10^{13}$  частиц/см<sup>2</sup>·с. Регистрация осуществлялась с помощью жидкого сцинтиллятора, содержащего кадмий. Объем сцинтиллятора составлял 5000 л. Экспериментальная установка была помещена глубоко под землей и отделена от реактора мощной защитой. Благодаря этому фон от космического излучения и не нейтринных излучений из реактора был очень низким. Таким образом были созданы возможности для регистрации очень редких событий. Наблюдалась реакция



продукты которой регистрировались так. Возникший позитрон  $e^+$  аннигилировал с электроном сцинтиллятора на два  $\gamma$ -кванта. Это давало первую яркую вспышку. Нейтрон  $n$  за короткое время замедлялся и захватывался ядром кадмия. Ядро возбуждалось, после чего переходило в основное состояние, испуская каскад  $\gamma$ -квантов. Они давали вторую вспышку, которая также регистрировалась. Эти события происходили очень редко — в среднем примерно 3 события в час. Измеренное Ф. Райнесом и К. Коуэном сечение реакции было порядка  $10^{-44}$  см<sup>2</sup>. Это самое маленькое сечение из всех известных.

ж) Гамма-распад состоит в испускании ядром  $\gamma$ -кванта без изменения у ядра массового числа  $A$  и атомного номера  $Z$ . Энергия испускаемого  $\gamma$ -кванта не превышает 3—4 МэВ, что значительно меньше энергии покоя ядра. Спектр испускаемых  $\gamma$ -квантов дискретен благодаря дискретности энергетического спектра внутриядерного движения. Механизм  $\gamma$ -распада обусловлен взаимодействием отдельных нуклонов ядра с электромагнитным полем. Тем не менее,  $\gamma$ -распад — явление внутриядерное, а не внутринуклонное, поскольку свободный нуклон (как и свободный электрон) может испустить  $\gamma$ -квант лишь виртуально. Испуская  $\gamma$ -квант, излучающий нуклон передает часть импульса другим нуклонам ядра, которые таким образом оказываются участниками  $\gamma$ -распада, обеспечивая необходимые условия его протекания.

Времена жизни  $\gamma$ -активных ядер обычно значительно меньше времен жизни ядер с другой активностью, так как интенсивность электромагнитных взаимодействий только на три порядка слабее сильных взаимодействий. Вероятность испускания возбужденным ядром  $\gamma$ -кванта в сильной степени зависит от спинов начального и конечного состояний ядра. Если эти состояния

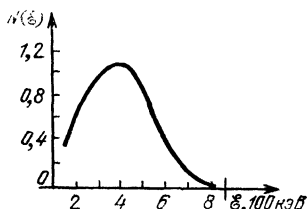


Рис. 30.14.

значительно отличаются по спинам, то испускание  $\gamma$ -кванта небольшой энергии сильно подавлено. Это объясняется тем, что  $\gamma$ -квант должен унести с собой большой момент, не унося одновременно большой энергии. Такие события происходят очень редко, из-за чего времена жизни соответствующих  $\gamma$ -активных ядер могут достигать макроскопических величин, вплоть до нескольких часов, а иногда и больше. Столь долгоживущие возбужденные состояния ядер называются *изомерами*. Впервые явление изомерии наблюдалось О. Ганом в 1921 г.

С  $\gamma$ -излучением ядер конкурирует процесс, который называется *внутренней конверсией*. Это явление заключается в том, что ядро освобождается от энергии возбуждения не путем испускания  $\gamma$ -кванта, а передавая ее непосредственно одному из электронов атомной оболочки. Механизм этого явления состоит в испускании ядром  $\gamma$ -кванта, чаще всего (но не всегда) виртуального, который затем поглощается электроном.

5. До 1958 г. считалось, что обратный  $\gamma$ -излучению ядер процесс резонансного поглощения  $\gamma$ -квантов ядрами наблюдать невозможно по следующей причине.

Рассмотрим два первоначально неподвижных и одинаковых по составу ядра, одно из которых находится в основном состоянии, а другое — в возбужденном с энергией возбуждения  $\Delta\mathcal{E} \ll Mc^2$ , где  $M$  — масса ядра. Допустим, что возбужденное ядро переходит в основное состояние, испуская  $\gamma$ -квант с импульсом  $p$ . При этом ядро испытывает отдачу и приобретает импульс  $-p$ . В результате энергия  $\Delta\mathcal{E}$  ядерного перехода разделится между  $\gamma$ -квантом и ядром отдачи, так что будет

$$\Delta\mathcal{E} = cp + p^2/2M.$$

Отсюда следует, что при  $\Delta\mathcal{E} \ll Mc^2$  с высокой точностью  $p = \Delta\mathcal{E}/c$ . Поэтому с такой же точностью будет

$$cp = \Delta\mathcal{E} - \Delta\mathcal{E}^2/2Mc^2.$$

Мы видим, что энергия  $\gamma$ -кванта  $cp$  сдвинута относительно энергии  $\Delta\mathcal{E}$  ядерного перехода на величину  $\Delta\mathcal{E}^2/2Mc^2$ . Поэтому  $\gamma$ -квант сможет поглотиться другим ядром только в том случае, если

$$\Delta\mathcal{E}^2/2Mc^2 < \Gamma,$$

где  $\Gamma$  — ширина возбужденного уровня  $\Delta\mathcal{E}$ .

При рассмотрении не ядер, а атомов условие резонансного поглощения всегда выполняется, так как энергия любого электронного перехода в атоме на много порядков меньше энергии ядерных переходов. Для свободных ядер условие резонансного поглощения, наоборот, всегда нарушается.

Продемонстрируем это на следующем примере. Первый возбужденный уровень  $\Delta\mathcal{E}$  ядра железа  ${}_{26}^{57}\text{Fe}$  примерно равен

14 кэВ. Время жизни этого уровня имеет порядок  $10^{-7}$  с, так что согласно соотношению неопределенностей энергия — время ширина этого уровня по порядку величины равна

$$\Gamma = \hbar/\tau \approx 10^{-8} \text{ эВ.}$$

При испускании  $\gamma$ -кванта ядром  $^{57}_{26}\text{Fe}$  с энергией возбуждения около 14 кэВ энергия  $\gamma$ -кванта сдвигается на величину

$$\Delta\mathcal{E}^2/2Mc^2 \approx 10^{-3} \text{ эВ,}$$

которая на пять порядков больше ширины  $\Gamma$  уровня  $\Delta\mathcal{E} \approx \approx 14$  кэВ. Мы видим, что условие резонансной передачи энергии от одного ядра железа к другому путем испускания  $\gamma$ -кванта возбужденным ядром и поглощения этого кванта другим ядром, первоначально находившимся в основном состоянии, оказывается сильно нарушенным. Такие нарушения характерны для переходов во всех свободных ядрах. Из-за этого считалось, что резонансное поглощение  $\gamma$ -квантов ядрами вообще невозможно.

Однако такой вывод ошибочен для ядер, находящихся в среде и взаимодействующих с квантовыми степенями свободы среды. Так, если ядро помещается в кристалл, то существует вероятность испускания  $\gamma$ -кванта ядром с отдачей, которую воспринимает не ядро, а весь кристалл в целом. Так как масса всего кристалла несопоставимо велика по сравнению с массой отдельного ядра, то в этом случае энергия отдачи кристалла практически равна нулю\*). Поэтому частота испускаемого  $\gamma$ -кванта не смещается относительно резонансного значения, так что этот  $\gamma$ -квант может быть поглощен другим ядром, у которого есть такой же переход, как и у ядра, испускающего  $\gamma$ -квант.

Явление резонансного поглощения  $\gamma$ -квантов ядрами было обнаружено Р. Мёссбауэром в 1958 г. и носит его имя. Вероятность эффекта Мёссбауэра зависит от многих факторов, не все из которых до конца понятны. Эта вероятность увеличивается с уменьшением энергии перехода и с понижением температуры. Как правило, эффект Мёссбауэра удается наблюдать только при очень низких температурах, но иногда, например в кристаллах  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , он обнаруживается при комнатных температурах.

Эффект Мёссбауэра наблюдается следующим образом. Источник гамма-излучения приводится в движение с небольшой

---

\*) Эффект смягчения отдачи существует для любого связанного ядра. Но только при взаимодействии ядра с квантовыми степенями свободы (например, с колебаниями кристаллической решетки) этот эффект проявляется статистически. При этом отдача мала не только в среднем, но ее практически нет совсем в некоторых актах испускания  $\gamma$ -кванта, которые составляют хотя и небольшой, но конечный процент случаев от количества всех актов  $\gamma$ -излучения ядер в среде.

скоростью  $v$  — от  $10^{-2}$  см/с до нескольких сантиметров в секунду, навстречу поглотителю или в обратном направлении. За поглотителем помещается детектор  $\gamma$ -квантов (рис. 30.15). Измеряется зависимость скорости счета  $\gamma$ -квантов от величины  $v$ .

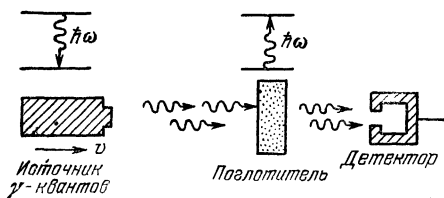


Рис. 30.15.

При  $v \neq 0$  линии испускания и поглощения сдвинуты друг относительно друга за счет эффекта Доплера. С уменьшением  $v$  этот сдвиг уменьшается. При  $v = 0$  линии испускания и поглощения совпадают и происходит резонансное поглощение  $\gamma$ -квантов, в результате чего скорость

счета  $\gamma$ -квантов резко падает. Затем линии испускания и поглощения расходятся вновь и скорость счета  $\gamma$ -квантов возрастает. На рис. 30.16 показана зависимость скорости счета  $I$  от скорости источника  $v$  для  $\gamma$ -квантов, которые испускаются ядрами кобальта  $^{57}_{27}\text{Co}$ , а поглощаются ядрами железа, входящими в состав соли  $\text{K}_3(^{57}\text{Fe})(\text{CN})_6$ . Эта зависимость получена при температуре  $T = 297$  К.

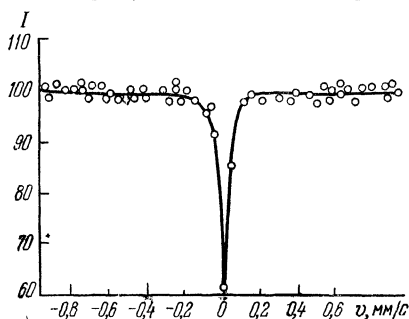


Рис. 30.16.

Из-за очень малого отношения ширины каждого возбужденного ядерного уровня к его значению с помощью эффекта Мёссбауэра удается измерять энергию с огромной относительной точностью — до  $10^{-15}$ — $10^{-17}$ . Поэтому этот эффект позволяет производить очень тонкие измерения.

Одним из таких измерений является обнаружение зависимости энергии фотона (или его частоты) от высоты фотона над поверхностью Земли. Эта зависимость существует благодаря релятивистской связи энергии с массой. Энергии фотона  $\mathcal{E} = \hbar\omega$  соответствует масса  $\mathcal{E}/c^2 = \hbar\omega/c^2$ . Поэтому на высоте  $H$  над поверхностью Земли (малой по сравнению с радиусом Земли) фотон обладает потенциальной энергией  $U = \frac{\hbar\omega}{c^2} gH$ , где  $g$  — ускорение свободного падения. Следовательно, при подъеме на высоту  $H$  энергия фотона изменится, причем относительное изменение энергии будет равно

$$U/\mathcal{E} = gH/c^2.$$

При  $H = 10$  м отношение  $U/\mathcal{E}$  порядка  $10^{-15}$  и доступно для измерения с помощью эффекта Мёссбауэра. Впервые это измерение проделали Р. Паунд и Ж. Ребка в 1960 г.

Важнейшее практическое значение имеет мёссбауэровский метод регистрации ничтожных влияний, которые оказывают на атомные ядра электронные оболочки атомов. Эти влияния сказываются на строении *мёссбауэровских спектров*. Мёссбауэровским спектром называется зависимость скорости счета  $\gamma$ -квантов, прошедших через поглотитель, от скорости движения источника излучения относительно поглотителя. Чаще всего эти спектры содержат не одну, а несколько линий. Число этих линий, расположение и форма каждой линии зависят от условий, в которых находятся поглощающие ядра, т. е. от структуры среды, в которую ядра входят. Поэтому эффект Мёссбауэра нашел очень широкое применение в исследованиях структуры и свойств конденсированных сред.

## § 30.5. Элементарные частицы

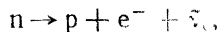
1. Представление об элементарных частицах возникло с открытием дискретного строения материи на микроскопическом уровне. Согласно этому представлению материю невозможно дробить беспредельно. Существуют микроскопические порции материи, которые не имеют внутренней структуры, но в различных комбинациях друг с другом создают все многообразие свойств природы. Эти предельно малые составляющие материи были названы *элементарными частицами*. Подчеркнем, что их существование окончательно не доказано и пока остается гипотезой, проверка справедливости которой является важнейшей задачей ядерной физики.

У подавляющего большинства частиц, которые сравнительно недавно считались вероятными претендентами на звание элементарных, обнаружена внутренняя структура. К их числу относятся, например, нуклоны и пионы. Несмотря на это, существование первичных материальных сущностей не только не было поставлено под сомнение, но стало представляться еще более вероятным после создания кварковой модели ядерной материи (М. Гелл-Манн, Дж. Цвейг, 1963 г.) и теорий, основанных на идее единства природы фундаментальных взаимодействий элементарных частиц. Начало развитию взглядов о таком единстве положили С. Вайнберг и А. Салам, которыми в 1967 г. была построена объединенная теория слабых и электромагнитных взаимодействий.

Несмотря на обнаружение у многих частиц внутренней структуры, за этими частицами сохранилось название элементарных. Но от этого изменилось значение термина «элементарная частица», которому теперь в ядерной физике отводится

в основном только роль общего названия для всех микроскопических частиц, отличных от атомов и атомных ядер. В этом нестрогом смысле он будет употребляться в дальнейшем. Среди всех элементарных частиц те из них, которым согласно современным представлениям отводится роль предельно малых порций материи, при необходимости будут выделяться как истинно элементарные.

С развитием физики элементарных частиц выяснилось, что в ней различия между составными и истинно элементарными частицами в значительной степени стираются. Это объясняется тем, что среди элементарных частиц происходят взаимопревращения, при которых одни частицы рождаются, а другие уничтожаются. Эти процессы сходны с выбиванием частиц из составных систем и с захватом частиц такими системами. Вместе с тем имеется и принципиальное различие. Оно состоит в том, что, рождаясь, частица возникает, а уничтожаясь, пропадает со всем комплексом присущих ей свойств, но не переводится из одного состояния в другое. Так, электрон, который испускается при  $\beta$ -распаде нейтрона



возникает только в самом этом процессе. До распада электрона не было совсем, и он ни в каком виде не входил в состав нейтрона.

Ни один из детекторов частиц не способен отличить частицу, вылетевшую из составной системы, от такой же частицы, родившейся в результате одного из взаимопревращений частиц. Так как о свойствах микрочастиц мы судим только по продуктам их распадов и столкновений с другими частицами, то возникает принципиальный вопрос о том, каким образом можно отличить истинно элементарную частицу от составной. Например, можно предложить такой ответ на этот вопрос. Частицы истинно элементарны, если при столкновении любой пары частиц новые частицы рождаются только в том случае, когда энергия столкновения оказывается выше порога рождения новых частиц (порог рождения одной частицы равен ее энергии покоя). Но этот признак не является универсальным. С его помощью невозможно отличить истинно элементарную частицу от составной, если в одних и тех же условиях частицы проявляют себя одинаково, а энергия связи любой частицы, входящей в состав сложной, не меньше энергии покоя этой частицы. Подчеркнем, что составная частица со столь мощными внутренними связями не может быть похожа ни на атомное ядро, в котором энергия связи одного нуклона на два порядка меньше энергии покоя нуклона, ни тем более на атом, в котором энергия связи каждого электрона примерно на пять порядков меньше массы покоя электрона.



2. Важнейшим свойством элементарных частиц является их многочисленность. В настоящее время открыто более 350 частиц, большинство из которых нестабильно.

В очень кратком изложении история открытия элементарных частиц выглядит следующим образом. Первым в 1897 г. был открыт электрон. Он был обнаружен Дж. Дж. Томсоном в составе катодных лучей (испускаются катодом газоразрядной трубки при пропускании через нее электрического тока). Прямое экспериментальное доказательство существования фотона было дано Р. Милликоном в 1912—1915 гг. в его исследованиях фотоэффекта, а также А. Комптоном в 1922 г., обнаружившим рассеяние рентгеновских лучей с изменением их частоты. Протон был открыт Э. Резерфордом в 1919 г. в исследованиях взаимодействия  $\alpha$ -частиц с атомными ядрами. Нейтрон впервые зарегистрировал Дж. Чедвик в 1932 г. при изучении столкновений  $\alpha$ -частиц с ядрами бериллия. Открытием Дж. Чедвика завершилось выявление структурных элементов атомов и атомных ядер.

Начиная с 30-х годов и вплоть до 50-х годов новые частицы открывались главным образом в космических лучах. В 1932 г. в их составе А. Андерсоном была обнаружена первая античастица — позитрон. В 1936 г. А. Андерсон и С. Неддермейер открыли мюон. Эта частица отличается от электрона только своей массой, которая примерно в 200 раз больше электронной. В 1947 г. были открыты заряженные пионы, а впоследствии, в 1950 г., был найден нейтральный пион.

С конца 40-х годов первоначально в космических лучах, а затем уже на ускорителях было зарегистрировано много частиц с необычными свойствами, благодаря которым эти частицы стали называться *странными*. Первыми частицами из этой группы были каоны и лямбда-гипероны. В 1953 г. Ф. Райнесом и К. Коуэном было зарегистрировано антинейтрино. С начала 50-х годов, когда ускорители стали главным источником микрочастиц, обнаружение новых частиц заметно ускорилось. В 1955 г. была открыта первая тяжелая античастица — антипротон. В 1956 г. был обнаружен антинейтрон и впоследствии многие другие частицы и античастицы.

В 60-х годах была открыта большая группа крайне неустойчивых частиц с временами жизни порядка  $10^{-22}$ — $10^{-24}$  с, которые назвали *резонансами*. Резонансы составляют подавляющую часть всех открытых в настоящее время частиц. В 1962 г. было установлено существование двух разновидностей нейтрино — электронного и мюонного.

1974 г. ознаменовался открытием двух относительно стабильных частиц, которые примерно в 3—4 раза тяжелее протона. Эти так называемые  $J/\psi$  и  $\psi'$  частицы\*) оказались связанными с новым семейством очарованных частиц, первые представители которых были открыты в 1976 г. В 1975 г. были получены первые сведения о существовании тяжелого аналога электрона и мюона, который назвали  $\tau$ -лептоном, и связанного с ним нового типа нейтрино. В 1977 г. были зарегистрированы  $Y$ -частицы, массы которых примерно в 10 раз больше массы протона.

Для всех элементарных частиц характерны исключительно малые размеры и массы. Так, линейные размеры нуклона и пиона примерно равны  $10^{-13}$  см. Современная теория предсказывает, что размер электрона должен быть порядка  $10^{-17}$  см. Масса подавляющего большинства частиц сравнима с массой протона, которая в энергетических единицах близка к 1 ГэВ.

\*) Двойное название первой из них, которое произносится как «джи-пси частица», появилось в связи с тем, что эту частицу одновременно обнаружили две исследовательские группы в США во главе с С. Тингом и Б. Рихтером, давшими частице разные названия, соответственно,  $J$ -частица и  $\psi$ -частица.

3. По сходству и различиям свойств разных частиц было установлено существование четырех типов фундаментальных взаимодействий — *сильного, электромагнитного, слабого и гравитационного* \*). Эти взаимодействия отличаются интенсивностями процессов, которые они вызывают среди элементарных частиц. Так как не существует однозначного метода сравнения интенсивностей различных взаимодействий, то в литературе встречаются разные сравнительные оценки. Однако все они характеризуют одну и ту же качественную картину сильного превосходства по интенсивности сильных взаимодействий над электромагнитными, электромагнитных над слабыми и, наконец, слабых взаимодействий над гравитационными. Эти соотношения приведены в табл. 20, в которой указаны порядки величин

Таблица 20

Взаимодействие	Интенсивность	Радиус действия сил, см	Взаимодействие	Интенсивность	Радиус действия сил, см
Сильное Электромагнитное	1 $10^{-2}$	$10^{-13}$ $\infty$	Слабое Гравитационное	$10^{-14}$ $10^{-39}$	$<10^{-15}$ $\infty$

отнесенных к единице времени вероятностей протекания процессов с энергией около 100 МэВ, вызываемых среди элементарных частиц каждым фундаментальным взаимодействием. При этом интенсивность процессов с сильным взаимодействием условно принята за единицу \*\*). В этой же таблице указаны радиусы действия соответствующих сил.

Повторим характеристику фундаментальных взаимодействий, которая кратко уже приводилась в § 2.3 из тома I, расширив ее под углом зрения классификации элементарных частиц.

а) В сильных взаимодействиях участвуют многие частицы. Силы, связывающие нуклоны в атомном ядре, — это лишь одно из многих проявлений сильных взаимодействий, в которые вступают также пионы, каоны, гипероны и некоторые другие час-

\*) На очень глубоком уровне у первых трех типов взаимодействий обнаруживается сходство. В рамках общего курса рассказать об этом сходстве невозможно. Поэтому выше мы ограничились только указанием на существование в физике элементарных частиц направления, целью которого является объединение сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий в единую теорию.

\*\*) В последнее время обнаружены явления, указывающие на то, что слабые взаимодействия могут создавать силы, которые на несколько порядков больше «слабых» сил, наблюдаемых до сих пор. Но эти новые факты не вносят изменений в иерархию интенсивностей фундаментальных взаимодействий.

тицы. Эти взаимодействия вызывают интенсивное рождение новых частиц при столкновениях частиц с высокими энергиями. Все частицы, подверженные сильным взаимодействиям, называются *адронами* \*). К адронам относится подавляющее большинство всех известных элементарных частиц.

Несмотря на самую высокую интенсивность влияние сильных взаимодействий все же ограничено, и там, где его нет, существенны другие взаимодействия. Ограниченность сильных взаимодействий обусловлена тремя причинами. Во-первых, сильным взаимодействиям подвержены не все частицы. Например, в эти взаимодействия не вступают фотон и электрон. В связи с этим говорят, что сильные взаимодействия неуниверсальны. Во-вторых, они короткодействующие: если расстояние между частицами становится больше, чем  $10^{-13}$  см, то сильное взаимодействие частиц прекращается. Поэтому сильные взаимодействия не способны создавать структуры макроскопических размеров. В-третьих, из всех типов фундаментальных взаимодействий сильные взаимодействия обладают самой высокой симметрией, что выражается в подчинении процессов, вызываемых этими взаимодействиями, сравнительно большому числу законов сохранения. Независимо от содержания всякий закон сохранения является ограничением на процесс, в котором этот закон выполняется.

б) Электромагнитные взаимодействия осуществляются через электромагнитное поле. Несмотря на то, что эти взаимодействия слабее сильных, из-за дальнего действия электромагнитные силы во многих случаях оказываются главными. Например, эти силы вызывают разлет осколков, которые образуются при делении атомных ядер. Однако самую широкую область явлений электромагнитного происхождения составляют процессы, протекающие в структурах с пространственными масштабами от  $10^{-12}$  до  $10^7$  см (на меньших расстояниях более важны сильные взаимодействия, а на больших — существенны еще и силы гравитации). Это собственно электрические и магнитные явления, а также все оптические, тепловые, механические (не связанные с гравитацией) и химические явления.

Проявления электромагнитных сил ограничены следующими свойствами этих сил. Во-первых, из-за существования как положительных, так и отрицательных электрических зарядов имеется большое разнообразие электрически нейтральных систем (к их числу принадлежат, например, атомы). У сил взаимодействия между такими системами радиус действия конечен, хотя у самих кулоновских сил этот радиус неограниченно велик. Во-вторых, различные частицы с неодинаковой интенсивностью:

---

\*) Этот термин происходит от греческого слова «адрос», означающего «крепкий» или «сильный».

взаимодействуют через электромагнитное поле. Наиболее велики кулоновские силы. Нейтральные частицы со спином (например, нейтроны) взаимодействуют только через магнитное поле, источниками которого являются магнитные моменты частиц. Эти силы гораздо слабее кулоновских. Еще слабее силы электромагнитного взаимодействия между нейтральными и бесспиновыми частицами (например, между нейтральными пионами). Такие частицы взаимодействуют друг с другом электромагнитным образом через виртуальные частицы, обладающие электрическими зарядами и магнитными моментами. Наконец, нейтрино практически не участвуют в электромагнитных взаимодействиях. В-третьих, процессы, вызываемые электромагнитными взаимодействиями, подчиняются ряду законов сохранения, которые не выполняются в следующих за электромагнитными слабыми взаимодействиями.

в) Слабые взаимодействия на всех изученных расстояниях ничтожны по сравнению с сильными и электромагнитными. Об этом красноречиво свидетельствует следующий факт. Поток нейтрино, которые участвуют только в слабых взаимодействиях, ослабляется очень незначительно, пронизывая толщу Солнца \*).

В слабых взаимодействиях участвуют все частицы, кроме фотона. Это свойство называется *универсальностью* слабых взаимодействий. Слабые силы обладают короткодействием, в чем сходны с сильными взаимодействиями.

г) Гравитационные взаимодействия являются самыми слабыми. В этих взаимодействиях участвуют все частицы без исключения, так что эти взаимодействия *абсолютно универсальны* \*\*). Силы гравитации имеют неограниченный радиус действия и всегда являются только силами притяжения. Поэтому гравитационные силы возрастают с увеличением размеров тел и играют существенную роль только для тел с достаточно большой массой. Для элементарных частиц гравитация никакого значения не имеет, если только расстояние между частицами не сокращается до величины порядка  $10^{-53}$  см, которая лежит далеко за пределами возможностей современной измерительной техники. Поэтому современная физика элементарных частиц — это физика без гравитации. В связи с этим ниже гравитационные взаимодействия будут исключены из рассмотрения, так что

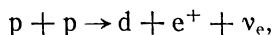
\*) Интенсивность слабого взаимодействия быстро возрастает с уменьшением расстояния между частицами и может сравниться с интенсивностью сильных взаимодействий при расстоянии порядка  $10^{-17}$ — $10^{-18}$  см, которое пока еще недоступно непосредственному измерению.

\*\*\*) Природу универсальности сил гравитационного тяготения объяснил А. Эйнштейн в общей теории относительности, показавший, что в действии этих сил проявляется искривленность физического пространства. Из-за этого при движении в свободном искривленном пространстве все тела одинаково отклоняются от прямолинейной траектории, что отождествляется с действием сил гравитации.

под фундаментальными будут подразумеваться только три взаимодействия — сильное, электромагнитное и слабое.

Общим свойством всех фундаментальных взаимодействий является их способность вызывать распады частиц. Среди известных частиц стабильны в пределах точности современных измерений только 11 частиц: фотон и совместно со своими античастицами электрон, протон и три типа нейтрино. Все остальные частицы либо нестабильны, либо являются резонансами. Нестабильные частицы отличаются от резонансов тем, что у первых время жизни намного больше характерного времени пролета элементарных частиц:  $\tau_3 \approx 10^{23} - 10^{24}$  с, а у вторых время жизни сравнимо с величиной  $\tau_3$ . Резонансы распадаются только за счет сильных взаимодействий. Времена жизни нестабильных частиц, распады которых вызываются электромагнитными взаимодействиями, находятся в пределах от  $10^{-18}$  до  $10^{-14}$  с. Времена жизни частиц, распадающихся за счет слабых взаимодействий, не меньше чем  $10^{-11}$  с, а в некоторых случаях достигают макроскопических значений. Например, свободный нейтрон в среднем живет около 11,7 мин.

Несмотря на свою сравнительно очень небольшую интенсивность слабые взаимодействия играют очень важную роль в природе. Поясним это таким примером. Звезды излучают энергию за счет термоядерной реакции образования гелия из водорода. Чтобы такая реакция протекала, необходимо предварительное превращение половины протонов — ядер водорода в нейтроны. Иначе ядро гелия, в котором кроме двух протонов есть еще два нейтрона, возникнуть не сможет. Необходимый запас нейтронов образуется, например, в составе дейтронов в результате превращения



вызываемого только слабыми взаимодействиями. Таким образом, если бы этих взаимодействий не было, то звезды не могли бы существовать.

В зависимости от способности участвовать в различных фундаментальных взаимодействиях, а также в зависимости от принадлежности к бозонам или фермионам все наблюдаемые элементарные частицы подразделяются на четыре основных группы. Первая группа состоит только из одной частицы — фотона, который является бозоном и совсем не участвует в сильных взаимодействиях\*). Во вторую группу входят *лептоны* \*\*).

\*) Согласно теории слабых взаимодействий С. Вайнберга и А. Салама должны существовать три родственные фотону частицы, которые назвали промежуточными бозонами. Пока эти частицы не обнаружены. Трудности их наблюдения объясняют большой массой частиц, которая согласно теории близка к 100 ГэВ. На действующих ускорителях еще не достигнут порога рождения промежуточных бозонов.

\*\*) Это название происходит от греческого слова «лептос», означающего «легкий».

Лептоны также не участвуют в сильных взаимодействиях, но все они являются фермионами. Известно 12 лептонов — электрон  $e^-$ , мюон  $\mu^-$ ,  $\tau$ -лептон, три типа нейтрино — электронное  $\nu_e$ , мюонное  $\nu_\mu$  и  $\tau$ -нейтрино  $\nu_\tau$ , а также шесть античастиц перечисленных лептонов. Третью группу составляют *мезоны*. Как и фотон, эти частицы являются бозонами, но в отличие от фотона мезоны участвуют в сильных взаимодействиях. Наконец, четвертую группу образуют *барионы*. Эти частицы также участвуют в сильных взаимодействиях, но все барионы являются фермионами. Мезонами и барионами исчерпываются все адроны.

4. Ни в одном из разделов физики законы сохранения не играют такой важной роли, как в физике элементарных частиц. Это связано со следующим.

Во-первых, в микромире законы сохранения не только накладывают ограничения на последствия различных взаимодействий, но определяют также всю широту этих последствий и поэтому обладают высокой предсказательной силой. Это свойство обусловлено тем, что все квантовые явления, не запрещенные законами сохранения, рано или поздно, но обязательно совершаются. Так, например, микроскопическая частица непременно упадет с полки вниз, даже если полка горизонтальная и частицу никто с полки не сталкивает. Падение частицы вниз не запрещено законами сохранения и происходит из-за того, что существует отличная от нуля квантовомеханическая вероятность попадания частицы на край полки. Для сравнения отметим, что макроскопическое тело, к которому не будет приложена отталкивающая сила, будет лежать на полке неограниченно долго, хотя падение и этого тела вниз также не запрещено законами сохранения.

Во-вторых, в физике элементарных частиц открытие законов сохранения опережает создание последовательной теории: многие законы сохранения для элементарных частиц уже известны из опыта, а фундаментальные уравнения их движения еще не установлены\*). По этой причине законы сохранения занимают главенствующее положение в физике элементарных частиц и позволяют анализировать явления, механизм которых еще не раскрыт.

В-третьих, для элементарных частиц выполняется очень много законов сохранения, гораздо больше, чем для макроскопических явлений.

Все законы сохранения, открытые в физике элементарных частиц, подразделяются на *точные* и *приближенные*. Точные законы сохранения выполняются во всех фундаментальных взаимодействиях, а приближенные — только в некоторых. Ниже

---

\*) В каждой последовательной теории законы сохранения содержатся как следствия уравнений движения теории.

будут охарактеризованы все точные законы сохранения и приведены примеры приближенных. Отметим предварительно, что необычность свойств элементарных частиц отразилась в терминологии, принятой для обозначения этих свойств. Как будет видно из дальнейшего, эта терминология весьма причудлива. Но каждый причудливый термин нельзя понимать буквально. Буквальный смысл только подчеркивает сильную несхожесть свойства, которое термин обозначает, со свойствами привычного нам макроскопического мира.

Точными являются законы сохранения энергии, импульса и момента. Они имеют геометрическое происхождение и выражают, соответственно, однородность времени, однородность и изотропию физического пространства. Эти законы известны в классической физике (см. гл. 3 из тома I). Точными являются также законы сохранения всех зарядов (они будут охарактеризованы ниже). Происхождение этих законов пока не установлено. Из них в классической физике известен только закон сохранения электрического заряда (см. § 15.1 из тома II).

Необходимость введения кроме электрического других зарядов была продиктована многочисленными опытными фактами, которые поддавались объяснению только при допущении существования зарядов неэлектрической природы, но так же, как электрический заряд, сохраняющихся. В настоящее время известно пять зарядов — *электрический Q, барионный B, лептонный L, второй лептонный L' и третий лептонный L''*. У всех наблюдаемых элементарных частиц эти величины имеют только целочисленные значения (для электрического заряда это означает, что единицей его измерения является элементарный заряд).

Закон сохранения барионного заряда обобщил все известные опытные факты, согласно которым тяжелые ядерные частицы не распадаются на одни лишь легкие. Например, протон  $p$  никогда не распадается на позитрон  $e^+$  и  $\gamma$ -квант, хотя это превращение не запрещено законами сохранения энергии, импульса и момента, а также законом сохранения электрического заряда. Запрет на этот распад объясняется нарушением закона сохранения барионного заряда у протона  $B = 1$ , а у каждой из легких частиц — позитрона и  $\gamma$ -кванта  $B = 0$ .

Сохранение лептонного заряда следует из отсутствия безнейтринного двойного  $\beta$ -распада. Такой процесс, если бы он существовал, заключался бы в одновременном превращении сразу двух нейтронов в два протона и два электрона. Этот, на самом деле запрещенный, процесс не противоречит ни закону сохранения электрического, ни закону сохранения барионного зарядов (у нейтрона нет электрического заряда, а электрические заряды протона и электрона одинаковы по величине, но противоположны по знаку: у каждого нуклона  $B = 1$ , а у каждого электрона  $B = 0$ ). Запрет на двойной  $\beta$ -распад объясняется

законом сохранения заряда нового типа, который есть только у лептонов и отсутствует у всех прочих частиц. Например, электрону приписывается лептонный заряд  $L = 1$ , а у протона и нейтрона  $L = 0$ .

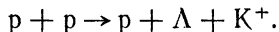
Существование кроме  $L$  второго лептонного заряда  $L'$  следует из того, что не наблюдается распад мюона  $\mu^-$  на электрон  $e^-$  и  $\gamma$ -квант. Этот распад не противоречит ни закону сохранения электрического заряда, ни закону сохранения лептонного заряда, если только существует лептонный заряд одного типа. Но так как на самом деле этот распад не наблюдается, то это свидетельствует о наличии у мюона  $\mu^-$  лептонного заряда  $L'$ , отличного от лептонного заряда электрона  $L$ .

Наконец, существование третьего лептонного заряда было установлено после открытия тяжелого аналога электрона и мюона, названного  $\tau$ -лептоном, который также не распадается ни на мюон, ни на электрон с испусканием  $\gamma$ -кванта.

Очень похожи на заряды квантовые числа, которые получили названия *странность*  $S$  и *шарм* или *очарование*  $C$ \*). Законы сохранения этих величин, происхождение которых также пока неизвестно, выполняются только в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но нарушаются слабыми взаимодействиями. Таким образом, эти законы сохранения являются приближенными. Как и заряды, квантовые числа  $S$  и  $C$  принимают только целочисленные значения, причем частицы, у которых  $S \neq 0$ , называются *странными*, а частицы с  $C \neq 0$  — *шармированными* или *очарованными*. Частицы с  $S = 0$  и  $C = 0$  будем называть обычными.

Законы сохранения странности и шарма схожи в том, что они объясняют следующую особенность превращений элементарных частиц. Среди них есть необычные частицы (они-то и являются странными и шармированными), которые не способны рождаться поодиночке при столкновениях других частиц. При высокоэнергетических столкновениях необычные частицы рождаются с большой интенсивностью, но только парами. После рождения эти частицы медленно и независимо друг от друга, т. е. уже поодиночке, распадаются за счет слабых взаимодействий.

Поясним на примере, как описывает эту «асимметрию» интенсивного рождения парами и медленного распада поодиночке закон сохранения странности. Одним из процессов рождения странных частиц является превращение

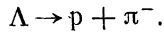


Здесь пару необычных частиц составляют электрически нейтральный  $\Lambda$ -гиперон и положительно заряженный каон  $K^+$ .

\*) Термин «шарм» происходит от английского слова «charm», которое в переводе на русский язык означает «очарование».



Лямбда-гиперону приписывается странность  $S = -1$ , а каону  $K^+$  — странность  $S = +1$ . Будучи обычной частицей, протон странностью не обладает. Мы видим, что при рождении пары частиц  $\Lambda$  и  $K^+$  странность сохраняется. Образовавшийся  $\Lambda$ -гиперон живет очень долго — примерно  $10^{-10}$  с (что на 13—14 порядков больше характерного времени пролета элементарных частиц), и распадается за счет слабых взаимодействий следующим образом:

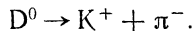


Так же как и протон, пион является обычной частицей. Поэтому распад  $\Lambda$ -гиперона на протон и пион  $\pi^-$  происходит с нарушением закона сохранения странности. Этим нарушением и объясняется медленность распада  $\Lambda$ -гиперона.

Шармированных частиц открыто пока мало. К их числу относятся так называемые  $D$ -мезоны. Например, среди них есть  $D^0$ -мезон с  $C = 1$  и  $\bar{D}^0$ -мезон (античастица  $D^0$ -мезона) с  $C = -1$ . Эти мезоны рождаются попарно в реакции



в которой закон сохранения шарма выполняется. Затем независимо друг от друга с нарушением этого закона мезоны распадаются за счет слабых взаимодействий. Так, в среднем за время, примерно равное  $10^{-13}$  с, каждый  $D^0$ -мезон распадается на каон  $K^+$  и пион  $\pi^-$ :



У каждого из продуктов этого распада  $C = 0$ .

К числу приближенных также относится закон сохранения изотопического спина. Происхождение этого закона известно и заключается в изотопической инвариантности сильных взаимодействий, о чем уже говорилось в конце § 30.2.

Расскажем, наконец, о том, как был установлен приближенный характер закона сохранения четности, который нарушается слабыми взаимодействиями, и каким образом этот закон был уточнен, так что в модифицированном виде стал выполняться почти во всех взаимодействиях.

До 1956 г. сохранение четности представлялось самоочевидным. Однако в 1956 г. Ли Дзундао и Янг Чженьнин (США), проанализировав все известные в то время данные о слабых взаимодействиях, пришли к выводу о том, что эти данные не исключают возможности несохранения четности в слабых взаимодействиях. Идея предложенного ими эксперимента для проверки несохранения четности была реализована Ву Цзяньсун (США). В опыте Ву изучалось угловое распределение электронов, вылетающих из ориентированных ядер радиоактивного кобальта  $^{60}\text{Co}$  в результате их  $\beta$ -распада. Ориентация ядер

достигалась путем их помещения в магнитное поле, которое поворачивало спины ядер параллельно самому себе. Чтобы настроенность ядер не разрушалась тепловым движением, препарат кобальта был охлажден до температуры, примерно равной 0,1 К.

Обратимся к рис. 30.17. На нем изображены два ядра, каждое из которых является зеркальной копией другого (зеркалом является плоскость, перпендикулярная плоскости рисунка, проходящая посередине между ядрами). Спины ядер показаны в виде утолщенных стрелок\*). При зеркальной симметрии у электронов, вылетающих из ориентированных ядер  ${}_{27}^{60}\text{Co}$ , не может быть преимущественного направления вылета и, наоборот, — такое направление будет существовать, если зеркальной симметрии нет. Это становится очевидным после того, как мы

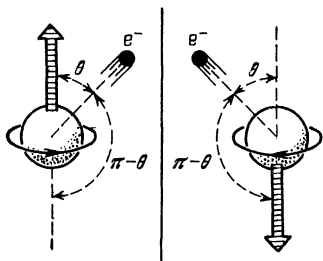


Рис. 30.17.

замечаем, что при отражении направление, составляющее с ядерным спином угол  $\theta \neq \pi/2$ , становится направлением, составляющим с ядерным спином дополнительный угол  $\pi - \theta$  (рис. 30.17). В опыте Ву было установлено, что электроны вылетают из ядер преимущественно в направлении, противоположном направлению выстроенных ядерных спинов. Это было прямым доказательством несохранения четности при  $\beta$ -распаде ядер, т. е. физического неравноправия левого и правого по отношению к слабым взаимодействиям.

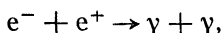
Нарушение закона сохранения четности при  $\beta$ -распаде объясняется несимметричностью нейтрино относительно зеркального отражения. Эта частица совсем не участвует в сильных взаимодействиях и практически не участвует в электромагнитных. Ее несимметричность состоит в том, что спин и импульс антинейтрино параллельны друг другу. Образно говоря, нейтрино закручено по левой спирали вокруг своего импульса. Наоборот, антинейтрино — по правой спирали. Характер спиральности не сохраняется при отражении: левая спираль превращается в правую и наоборот. Поэтому как нейтрино, так и антинейтрино не являются зеркально-симметричными частицами. Из-за этого, рождаясь совместно с электронами при  $\beta$ -распаде ядер, антинейтрино создают асимметрию в угловом распределении  $\beta$ -электронов.

5. Универсальным свойством элементарных частиц является существование *античастиц*. Античастица отличается от частицы

\*) Антипараллельность спинов зеркальных ядер нагляднее всего объясняется тем, что при отражении в зеркале направление вращения изменяется на обратное.

только знаками всех величин, характеризующих взаимодействия (заряды, странность, шарм и др.). Частицы, у которых эти величины равны нулю, тождественны со своими античастицами и поэтому называются *истинно нейтральными*. Подчеркнем, что истинная нейтральность гораздо более глубокое свойство, чем электрическая нейтральность, при которой только электрический заряд равен нулю. Например, нейтрон, у которого  $B = 1$ , не относится к истинно нейтральным частицам. Самой легкой истинно нейтральной частицей является фотон.

Так как каждая пара частица — античастица образует истинно нейтральную систему, то эта пара может превратиться и действительно превращается при достаточном сближении в другую истинно нейтральную систему, если только это превращение не запрещено всеми остальными «незарядовыми» законами сохранения. В частности, при столкновении частицы с античастицей обе они могут исчезнуть, превратившись в фотоны. Такой процесс называется *аннигиляцией*. Например, аннигиляцией является уже рассмотренное ранее в § 29.4 превращение



в котором при столкновении исчезает электронно-позитронная пара, а вместо нее образуются два  $\gamma$ -кванта. Аннигиляция пар, состоящих из частиц и античастиц, является одним из ярких проявлений истинной нейтральности. Процесс, обратный аннигиляции, называется *рождением пар*.

Существование античастиц объясняется в релятивистской квантовой теории. Проиллюстрируем главные моменты этого объяснения на примере бесспиновой частицы, у которой отлична от нуля только одна величина, характеризующая взаимодействия частицы — ее электрический заряд.

Предположим, что частица движется свободно вдоль оси  $x$  с импульсом  $p = \{p, 0, 0\}$ . Если масса частицы равна  $m$ , то согласно релятивистской механике энергия частицы равна  $\mathcal{E} = c \sqrt{p^2 + m^2 c^2}$ . Волна де Бройля, описывающая эту частицу, имеет вид

$$\Psi = A \exp\left(-\frac{ic \sqrt{p^2 + m^2 c^2} t}{\hbar} + \frac{ipx}{\hbar}\right),$$

где  $A = \text{const}$ . Дифференцируя величину  $\Psi$  дважды по  $x$  и по  $t$ , находим, что эта величина удовлетворяет дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - m^2 \Psi = 0.$$

Подчеркнем, что второй порядок уравнения является следствием релятивистской зависимости энергии от импульса.

У полученного уравнения второго порядка есть другое решение

$$\Psi' = A \exp\left(\frac{ic \sqrt{p^2 + m^2 c^2} t}{\hbar} + \frac{ipx}{\hbar}\right),$$

в чем легко убедиться, подставив  $\Psi'$  в уравнение. Существование волновой функции  $\Psi'$  означает, что у частицы, которая описывается волновой функцией  $\Psi$ , есть двойник. Так как

$$\Psi''(x, t) = \Psi(x, -t),$$

то двойником является та же самая частица, для которой, однако, время течет не из прошлого в будущее, а в обратном направлении.

Чтобы понять физический смысл обращения хода времени, рассмотрим движение частицы в стационарном электромагнитном поле, в котором движение частицы подчиняется некантовому уравнению Лоренца

$$dp/dt = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

где  $\mathbf{p}$  — импульс частицы,  $\mathbf{v}$  — ее скорость,  $q$  — заряд, а  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , соответственно, электрическое поле и магнитное поле в месте нахождения частицы. Изменив в уравнении Лоренца ход времени на обратный, т. е. сохранив все физические условия, мы поменяем «местами» только прошлое с будущим. После замены  $t \rightarrow -t$  получим уравнение

$$dp/d(-t) = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

которое иначе записывается так

$$dp/dt = (-q)\mathbf{E} + (-q)[\mathbf{v}\mathbf{B}]$$

Отсюда видно, что в электромагнитном поле частица с «обратным ходом времени» движется как нормальная частица, но только с зарядом  $q' = -q$ . Следовательно, частицы-двойники, свободное движение которых описывают волновые функции  $\Psi$  и  $\Psi'$ , отличаются друг от друга только знаками своих зарядов. Эти двойники и составляют пару частица-античастица.

6. В 1956 г. Л. Д. Ландау и независимо Ли и Янгом было указано на существование симметрии всех взаимодействий относительно *комбинированной инверсии*. Комбинированная инверсия состоит из пространственной инверсии и *зарядового сопряжения*, которое превращает каждую частицу в античастицу. Физическая симметрия относительно такого составного преобразования состоит в том, что

*процессы с участием античастиц протекают точно так же, как зеркальные изображения этих процессов, но происходящих с участием частиц.*

Например, электронный  $\beta$ -распад атомного ядра протекает так же, как зеркальное изображение позитронного  $\beta$ -распада антиядра. Это объясняется тем, что при комбинированной инверсии антинейтрино  $\bar{\nu}_e$ , обладающее правой спиральностью, становится левоспиральным нейтрино  $\nu_e$ .

Симметрия взаимодействий относительно комбинированной инверсии проявляется в законе сохранения комбинированной или *CP*-четности\*). *CP*-четность также принимает только два значения  $+1$  и  $-1$ .

Спектр значений *CP*-четности и сохраняющейся *P*-четности одинаков благодаря тому, что как комбинированная инверсия, так и обычная инверсия, проведенные последовательно два раза, возвращают систему в исходное состояние.

\*) Здесь *C* не путать с шармом.

Сохранение  $CP$ -четности тщательно проверялось экспериментально. Результаты этой проверки показали, что  $CP$ -четность сохраняется в сильных, электромагнитных и почти во всех слабых взаимодействиях. Лишь в распаде нейтрального каона обнаружено слабое нарушение закона сохранения комбинированной четности.

7. Перечислим все элементарные частицы, которые не являются резонансами, и приведем их главные характеристики. Эти сведения содержатся в табл. 21. В этой таблице истинно нейтральные частицы обозначаются одним и тем же символом посередине двух колонок с названием «частица» и «античастица». В тех случаях, когда у античастицы нет специального названия, приводится название только частицы. Название античастицы получается прибавлением к этому названию приставки «анти». Например, античастица протона называется антипротоном. Антиэлектрон имеет собственное название — позитрон, а по отношению к заряженным пионам и каонам термин античастица обычно не употребляется. Так, античастицу положительно заряженного пиона называют отрицательно заряженным пионом. Значения ненулевых электрических зарядов отмечены значками «+» ( $Q = +1$ ) и «-» ( $Q = -1$ ) сверху над символом частицы или античастицы. Исключением является только протон или антипротон, у которых этих значков нет, но у которых, соответственно,  $Q = +1$  и  $Q = -1$ . Все остальные заряды, а также значения странности и шарма указаны только для частиц. Для античастиц эти величины имеют знаки, противоположные указанным в таблице.

8. В настоящее время внутренняя структура не обнаружена только у фотона и лептонов, так что эти частицы пока еще претендуют на истинную элементарность. Составной характер адронов уже доказан. Так, например, установлена форма распределения электрического заряда внутри нуклона. Большое разнообразие адронов и наличие у них внутренней структуры побудили к поиску первичных элементов адронной материи. Эти поиски привели к созданию *кварковой модели адронов*\*). Ее первоначальный вариант был разработан М. Гелл-Манном и Дж. Цвейгом в 1964 г. Ниже эта модель будет охарактеризована в своем современном виде.

В модели кварков считается, что все адроны построены из *кварков* пяти типов, причем каждый мезон является парой кварк — антикварк, а каждый барион состоит из трех кварков. Примеры этих комбинаций будут приведены позднее.

---

\*) Термин «кварк» имеет любопытную историю. Он был введен М. Гелл-Манном, который, стремясь подчеркнуть необычность свойств новых частиц, сопоставил им загадочность и таинственность возгласа «Три кварка для мистера Кларка» из романа Дж. Джойса «Поминки по Финнегану».

Таблица 21

Название	Частица	Анти-частица	Масса, МэВ	Спин $J$	Изотопический спин, странность, шарм: $T, S, C$	Время жизни, с	
Фотон, $\gamma$ -квант	$\gamma$		0	1	—	стаб.	
Лептоны ( $B = 0, L = 1, L' = 0, L'' = 0$ )							
Электрон, позитрон	$e^-$	$e^+$	0,511	1/2	—	стаб.	
Нейтрино электронное	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	$< 3,5 \cdot 10^{-6}$		—	стаб.	
Лептоны ( $B = 0, L = 0, L' = 1, L'' = 0$ )							
Мюон	$\mu^-$	$\mu^+$	106	1/2	—	$\sim 10^6$	
Нейтрино мюонное	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	0,51		—	стаб.	
Лептоны ( $B = 0, L = 0, L' = 0, L'' = 1$ )							
$\tau$ -лептон	$\tau^-$	$\tau^+$	1807	1/2	—	$10^{-12}$	
$\tau$ -нейтрино	$\nu_\tau$	$\bar{\nu}_\tau$	$< 250$		—	?	
Мезоны ( $B = 0, L = 0, L' = 0, L'' = 0$ )							
Заряженный пион	$\pi^+$	$\pi^-$	140	0	1, 0, 0	$\sim 10^{-8}$	
Нейтральный пион	$\pi^0$		135		1, 0, 0	$\sim 10^{-16}$	
Заряженный каон	$K^+$	$K^-$	494		1/2, 1, 0	$\sim 10^{-8}$	
Нейтральный каон	$K^0$	$\bar{K}^0$	498		1/2, 1, 0	$\sim 10^{-9}$	
$\eta$ -мезон	$\eta$		549		0, 0, 0	$\sim 10^{-19}$	
$D^+$ -мезон	$D^+$	$D^-$	1868		1/2, 0, 1	?	
$D^0$ -мезон	$D^0$	$\bar{D}^0$	1863		1/2, 0, 1	?	
Барiony ( $B = 1, L = 0, L' = 0, L'' = 0$ )							
Протон	$p$	$\bar{p}$	938,2	1/2	1/2, 0, 0	стаб.	
Нейтрон	$n$	$\bar{n}$	939,6		1/2, 0, 0	$\sim 10^3$	
Лямбда-гиперон	$\Lambda$	$\bar{\Lambda}$	1116		0, -1, 0	$\sim 10^{-10}$	
Сигма-плюс-гиперон	$\Sigma^+$	$\bar{\Sigma}^+$	1189		1, -1, 0	$\sim 10^{-10}$	
Сигма-нуль-гиперон	$\Sigma^0$	$\bar{\Sigma}^0$	1192		1, -1, 0	$< 10^{-14}$	
Сигма-минус-гиперон	$\Sigma^-$	$\bar{\Sigma}^-$	1197		1, -1, 0	$\sim 10^{-10}$	
Кси-нуль-гиперон	$\Xi^0$	$\bar{\Xi}^0$	1315		1/2, -2, 0	$\sim 10^{-10}$	
Кси-минус-гиперон	$\Xi^-$	$\bar{\Xi}^-$	1321		1/2, -2, 0	$\sim 10^{-10}$	
Омега-минус-гиперон	$\Omega^-$	$\bar{\Omega}^-$	1672		3/2	0, -3, 0	$\sim 10^{-10}$

Охарактеризуем кварки. Каждый тип кварка называется *ароматом* \*). Кварки имеют буквенные обозначения  $u, d, s, c$

\*) Это новый (но не последний) «странный» термин современной физики элементарных частиц, который нельзя понимать буквально.

Таблица 22

Кварк	Спин $J$	Электрический заряд $Q$	Барионный заряд $B$	Изотопический спин, странность, шарм			Красота $b$
				$T$	$S$	$C$	
$u$	1/2	2/3	1/3	1/2, 0, 0	0, 0	0	0
$d$	1/2	-1/3	1/3	1/2, 0, 0	0, 0	0	0
$s$	1/2	-1/3	1/3	0, -1, 0	0, 0	0	0
$c$	1/2	2/3	1/3	0, 0, 1	0, 0	0	0
$b$	1/2	-1/3	1/3	0, 0, 0	0, 0	0	1

и  $b$ . Свойства этих частиц приведены в табл. 22, из которой видно, что кварки резко отличаются от всех известных до сих пор частиц дробностью своих зарядов. В таблице фигурирует новое квантовое число  $b$ , которое обозначается так же, как и носитель этого числа  $b$ -кварк. Это число называется *красотой* (введение красоты и  $b$ -кварка потребовалось для объяснения свойств очень тяжелых  $Y$ -частиц, которые не удавалось объяснить комбинацией свойств  $u$ -,  $d$ -,  $s$ - и  $c$ -кварков). Как носитель красоты  $b$ -кварк называется *красивым*. Согласно табл. 22  $s$ -кварк является носителем странности, а  $c$ -кварк — шарма. Поэтому  $s$ -кварк называется *странным*, а  $c$ -кварк — *шармированным* или *очарованным* \*). Антикварки отличаются от кварков знаками величин  $Q$ ,  $B$ ,  $S$ ,  $C$  и  $b$ .

Сравнивая данные из табл. 21 и 22, мы видим, почему каждый мезон является парой кварк — антикварк, а каждый барион состоит из трех кварков. Только пара кварк — антикварк

Таблица 23

Частица	Состав	Ориентации спинов	Частица	Состав	Ориентации спинов
$\pi^+$	$u\bar{d}$	$\uparrow\downarrow$	$p$	$udd$	$\uparrow\uparrow\uparrow$
$\pi^-$	$\bar{u}d$	$\downarrow\uparrow$	$\Omega^-$	$sss$	$\uparrow\uparrow\uparrow$
$p$	$uud$	$\uparrow\uparrow\downarrow$			

является бозоном с нулевым барионным зарядом. Только три кварка образуют фермион с единичным барионным зарядом.

Приведем теперь примеры комбинаций кварков, которые обладают характеристиками некоторых адронов. Эти примеры сведены в табл. 23, в которых ориентации спинов кварков и антикварков показаны стрелками (антикварки отмечены волни-

\*) Обозначения последних трех кварков связаны с их названиями. Эти обозначения образованы первыми буквами, с которых начинаются английские слова «strange» — странный, «charm» — очарованный и «beauty» — красивый. Обозначения первых двух кварков составлены из первых букв английских слов «up» — вверх и «down» — вниз.

стой чертой). Из этой таблицы видно, что  $\Omega$ -гиперон состоит из  $s$ -кварков с параллельными спинами (подобные сочетания возникают также при конструировании некоторых других адронов). Так как кварки являются фермионами, то структура тех адронов, которые состоят из одинаковых кварков с параллельными спинами, оказалась несовместимой с принципом Паули. Чтобы это противоречие снять, было выдвинуто предположение о существовании у кварков внутренней степени свободы, из-за которой кварки одного аромата могут отличаться друг от друга. Эта степень свободы была названа *цветом*. Гипотеза о существовании у кварков цвета была предложена в 1965 г. Н. Н. Боголюбовым, Б. В. Струминским, А. Н. Тавхелидзе в СССР и независимо И. Намбу, М. И. Ханом и др. в США.

Цвет кварка принимает три значения — красное, желтое и голубое, смесь которых бесцветна. Цвет каждого антикварка считается дополнительным цвету кварка, так что пара кварк — антикварк также бесцветна. Противоречие с принципом Паули было устранено с помощью *принципа бесцветности* адронов, согласно которому цветовая степень свободы у адронов не проявляется. Принцип бесцветности допускает возможными только те сочетания кварков разных цветов, смесь которых бесцветна. Так, в соответствии с этим принципом  $\Omega$ -гиперон состоит из трех  $s$ -кварков разных цветов, образующих бесцветный  $\Omega$ -гиперон. Так как по разному окрашенные кварки неодинаковы, то кварковая структура  $\Omega$ -гиперона оказывается согласованной с принципом Паули.

Кварки не только необычны сами по себе, но они необычным образом взаимодействуют друг с другом. Это взаимодействие является сильным и осуществляется через обмен *глюонами* \*). Глюоны являются квантами поля, которое кварки создают и которое на них же и воздействует. Масса каждого глюона равна нулю, так что в вакууме глюоны движутся со скоростью света. Глюоны являются бозонами: спин каждого глюона равен единице. Кроме того, глюоны еще окрашены. Поэтому при испускании и поглощении глюонов цвет кварков изменяется, но их аромат при этом сохраняется. Например,  $u$ -кварк не превращается в  $s$ -кварк. Таким образом, согласно модели цветных кварков, не нарушая бесцветности адронов, кварки беспрестанно изменяют в них свою окраску. Будучи окрашенными и обмениваясь цветом, глюоны также взаимодействуют друг с другом. Мы видим, что цвет оказывается важнейшей характеристикой кварков и глюонов. Для межкварковых взаимодействий он является аналогом электрического заряда для электромагнитных взаимодействий.

\*) Термин происходит от английского слова «glue», означающего «клей».



Теория взаимодействия цветных кварков и глюонов называется *квантовой хромодинамикой*. В этой теории уже получены результаты, которые свидетельствуют о необычных свойствах сил взаимодействия между кварками. Согласно этим результатам сила взаимодействия между кварками не убывает с увеличением расстояния, чем кварки резко отличаются от всех других частиц. Если это предсказание квантовой хромодинамики является правильным, то становится понятной причина неуловимости одиночных кварков. Такие кварки вообще не существуют, так как при неубывающей силе, связывающей кварк в адроне, нужно затратить неограниченно большую энергию, чтобы вырвать кварк из адрона. Невозможность отрыва кварка из адрона называется *удержанием кварков*. Согласно квантовой хромодинамике удержание кварков обусловлено тем, что все глюоны, которые кварки испускают, сосредотачиваются только



Рис. 30.18.

вблизи линии, соединяющей кварки, образуя узкую трубку глюонного поля (рис. 30.18). Так как при этом глюонное поле «не рассеивается» в окружающее пространство, то глюоны также не вылетают из адронов, и поэтому их также невозможно зарегистрировать. «Если эта интерпретация ненаблюдаемости кварков верна, то она дает интересную возможность ограничить бесконечное дробление структуры материи. Атомы можно разложить на электроны и ядра, ядра — на протоны и нейтроны, а протоны и нейтроны — на кварки, но теория неразделимости кварков предполагает, что на этом все кончается. Трудно представить себе, как частица может иметь внутреннюю структуру, если она даже не может быть образована» Так оценивает состояние современной физики адронной материи Ш. Глэшоу — один из теоретиков в области квантовой хромодинамики.

Другой отличительной особенностью кварков является ослабление их взаимодействия при уменьшении расстояния между кварками. Другими словами, чем ближе кварки друг к другу, тем большее сходство они имеют со свободными частицами. Это свойство называется *асимптотической свободой*.

Из-за удержания кварки могут выбиваться из адронов только совместно с антикварками. Происходит это следующим образом. Рассмотрим, например, возбуждение бариона, состоящее в том, что один из кварков бариона начинает удаляться от остальных кварков. Это показано в левой части рис. 30.19, на котором кварки схематически изображены кружками. По мере удаления одного кварка от остальных энергия возбуждения бариона возрастает. При достижении порога рождения пары кварк — антикварк эта пара образуется. На рис. 30.19 антикварк показан черным кружком. Кварк родившейся пары притягивается оставшимися двумя кварками бариона и, присо-

еднясь к ним, восстанавливает барион в невозмущенном состоянии. Наоборот, возникший антикварк объединяется с удаляющимся кварком, образуя пару, которая регистрируется как мезон, испущенный барионом.

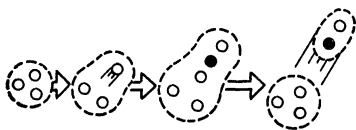


Рис. 30.19.

Отметим, наконец, что гипотеза кварков не только объясняет многие свойства адронов, но является также естественным основанием теории ядерных сил, полностью рас-

крывающей механизм ядерных взаимодействий. Одним из опытных фактов, который в настоящее время рассматривается как свидетельствующий в пользу существования кварков, является обнаружение в адронах точечных образований, названных *партонами* \*). Данные о партонах были получены в экспериментах по рассеянию электронов и нейтрино на нуклонах. Эти данные позволили оценить заряды партонов, которые оказались удивительно близкими к дробным зарядам кварков.

### § 30.6. Воздействие ядерных излучений и их применения

1. Ядерными излучениями называются потоки микрочастиц различной природы с энергиями, характерными для ядерной физики. Проникая в вещество, ядерные излучения вызывают в нем различные процессы. Степень облучения вещества оценивается в *дозиметрических единицах*. Их выбор зависит от природы излучения и энергии составляющих его частиц.

Наиболее точно облучение характеризуется *интегральным потоком*. Им является число частиц, прошедших через единицу площади сечения образца, которое ориентировано поперечно к пучку падающих частиц. Это число обычно относится к  $1 \text{ см}^2$ . При этом обязательно указывается природа частиц и их энергия, поскольку равные потоки частиц разной природы и различных энергий воздействуют на вещество неодинаково.

Практически чаще всего требуется такая оценка степени облучения, которая была бы с достаточной точностью универсальной в отношении природы и энергии частиц и в то же время учитывала свойства и геометрию источника излучения. Такую оценку дает *доза облучения*. Она равна количеству излучения, прошедшего через вещество. Для рентгеновского и для  $\gamma$ -излучения единицей дозы облучения является *рентген*. Доза рентгеновского и  $\gamma$ -облучения в один рентген (Р) в  $1 \text{ см}^3$  сухого воздуха при давлении 760 мм рт. ст. создает ионы в таком количестве, что суммарный заряд ионов каждого знака примерно равен  $3 \cdot 10^{-10}$  Кл.

\*) Термин происходит от английского слова «part», означающего «часть».

В системе СИ доза облучения измеряется в Кл/кг. Рентген связан с 1 Кл/кг следующим образом  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ .

Для измерения дозы облучения другими, отличными от  $\gamma$ -квантов частицами используется *физический эквивалент рентгена* (фэр) Доза облучения в 1 фэр вызывает такую же ионизацию, как и доза  $\gamma$ -излучения в 1 Р.

Биологическое действие ядерных излучений зависит не только от их дозы, но и от их природы. Поэтому для дозы облучения живых организмов используется *биологический эквивалент рентгена* (бэр). Величина дозы в бэр связана с дозой в фэр через коэффициент *относительной биологической эффективности* (ОБЭ). Например, для  $\gamma$ -излучения ОБЭ = 1, для тепловых нейтронов ОБЭ = 5, а для протонов и  $\alpha$ -частиц ОБЭ = 10

2. Заметная часть общей энергии потока заряженных частиц или  $\gamma$ -квантов, как и значительная доля энергии потока нейтронов, попадающих в вещество, затрачивается на необратимое изменение его структуры. Совокупность этих изменений называется *радиационным повреждением*. Его механизмы в твердом теле следующие:

а) Главным является ударное выбивание атомов из кристаллической решетки. Заряженные частицы и нейтроны выбивают атомы непосредственно, а  $\gamma$ -кванты — через промежуточные фотоэлектроны или комптоновские электроны.

б) Часто в решетке появляются новые атомы за счет внедрения падающих тяжелых частиц, а также за счет ядерных реакций с возможными последующими распадами продуктов реакции. Эти явления, как правило, существенны только при облучении нейтронами.

в) На решетку может оказать влияние ионизация. Так, отрицательный ион в ионном кристалле (например, ион хлора в кристалле поваренной соли) при выбивании из него двух электронов становится положительным и покидает свое место в решетке. Конечный результат такого воздействия не отличается от прямого выбивания атома.

Все эти процессы, создавая дефекты решетки, приводят к изменению микроструктуры кристалла. При достаточно мощном облучении за счет этого заметно изменяются механические и тепловые свойства кристалла. Изменение решетки влияет также на структуру электронных энергетических зон, т. е. на электрические и оптические свойства.

Рассмотрим эти явления подробнее. Под действием больших доз облучения изменяется плотность кристалла, а в некоторых случаях и его геометрическая форма. Так, под действием интегрального потока  $10^{20}$  реакторных нейтронов на  $1 \text{ см}^2$  плотность кварца снижается на 15%. Монокристалл альфа-модификации урана под действием облучения в реакторе сжимается в одних направлениях и расширяется в других, причем размеры могут изменяться больше чем вдвое.

Обычно облучение приводит к упрочнению материалов. Оно возникает из-за того, что образующиеся дефекты тормозят дви-

жение дислокаций. Модуль упругости растет, разрушение вместо пластического становится хрупким. На создание вакансий и атомов в междоузлиях тратится значительная энергия. При больших дозах облучения эта так называемая скрытая энергия становится большой уже в макроскопическом масштабе. В некоторых случаях наблюдается самопроизвольное выделение скрытой энергии, приводящее к саморазогреву материала.

В металлах при облучении возрастает остаточное (не зависящее от температуры) электрическое сопротивление. Проводимость диэлектриков после облучения в одних случаях возрастает, в других — падает. Увеличению проводимости способствует возрастание числа ионных носителей тока. Но если облучение создает сложные комплексы дефектов, то носители застревают в них и проводимость понижается.

В неметаллах после облучения падает теплопроводность за счет рассеяния фононов на дефектах.

Изменения оптических и электрических свойств кристалла существенны только для диэлектриков и полупроводников. Для металлов они роли не играют, так как свободные электроны, определяющие электрические и оптические свойства металлов, практически не подвержены действию точечных дефектов решетки.

Особенно сильно влияет облучение на электрические свойства полупроводниковых материалов. Это объясняется тем, что действие вакансий и атомов в междоузлиях во многом сходно с действием примесных атомов, к которому проводимость полупроводников крайне чувствительна. Главное вредное для технических приложений действие облучения на полупроводники состоит в том, что появляющиеся под влиянием облучения дефекты создают новые электронные энергетические уровни в запрещенной зоне. Эти уровни являются ловушками для носителей зарядов. Дефекты-ловушки сильно укорачивают времена жизни носителей тока, снижая проводимость. Кроме того, в ловушках накапливается пространственный заряд, искажающий электрическое поле внутри полупроводника и резко ухудшающий его технические характеристики.

Оптические проявления влияния излучений разнообразны. Примером являются так называемые центры окраски ( $F$ -центры) в кристаллах поваренной соли. Эти кристаллы при облучении окрашиваются в желтый цвет. Механизм этого явления заключается в следующем. Вакансия на месте выбитого отрицательного иона хлора замещается электроном. На этот электрон действуют примерно те же силы, что и на ион хлора. Но при одинаковых силах квадраты частот колебаний обратно пропорциональны массам. Электрон в десятки тысяч раз легче атома хлора. Поэтому частота колебаний этого электрона в сотни раз больше частоты колебаний атома и является оптической.

Изучение радиационных повреждений, их зависимостей от вида облучения, температуры и т. д. важно для практических задач, связанных с работой различных приборов и других устройств в условиях облучения, а также для изучения многих вопросов физики твердого тела.

3. Ядерные излучения могут вызывать в веществах различные химические реакции. Эти реакции и их использование составляют предмет *радиационной химии*.

Механизм радиационно-химических реакций в общих чертах таков. Поток ядерных частиц вызывает в среде возбуждение, ионизацию, диссоциацию и диссоциативную ионизацию молекул. Возбужденные молекулы и ионы вступают в химические реакции либо непосредственно, либо через промежуточное образование химически высокоактивных свободных радикалов. В последнем случае в реакции могут вовлекаться молекулы, непосредственно не подвергавшиеся облучению. Так как энергия ядерных излучений значительно превышает энергию химических связей, то облучение может разрывать очень прочные связи. Это ведет к образованию высокоактивных ионов и радикалов, которые не удается получать традиционными химическими методами.

В радиационной химии изучаются реакции под действием электронов,  $\gamma$ -квантов, нейтронов, осколков деления. Гамма-кванты вызывают химические превращения в основном через промежуточное образование комптон-электронов и фотоэлектронов. Поэтому облучение электронами и  $\gamma$ -квантами приводит к одним и тем же радиационно-химическим процессам. Медленные нейтроны порождают  $\gamma$ -кванты путем радиационного захвата ( $n, \gamma$ ), а эти кванты образуют комптон-электроны, инициирующие химические реакции. При облучении быстрыми нейтронами электроны и возбужденные молекулы образуются еще и ионизированными ядрами отдачи. Осколки деления обладают большой кинетической энергией (десятки МэВ) и из-за их большой массы — колоссальной ионизационной способностью. Поэтому такое излучение заманчиво использовать для осуществления сильно эндотермических реакций \*).

Специфическими являются радиационно-химические реакции для полимеров. Главными радиационно-химическими реакциями с полимерами являются сшивание, т. е. образование новых связей, и деструкция, т. е. обрыв существовавших связей.

При деструкции растут растворимость и текучесть, падают прочность и разрывное удлинение. При достаточно полной деструкции полимер превращается в вязкую жидкость или хрупкий порошок. Поэтому склонные к деструкции материалы нельзя использовать в качестве конструктивных для работы в условиях облучения.

---

\*) Т. е. протекающих при поглощении больших количеств энергии.

Сшивание уменьшает растворимость и текучесть, улучшает эластичные свойства. При достаточно большом количестве сшивок весь полимер становится одной разветвленной молекулой. Такой полимер крайне эластичен, стоек к действию растворителей и высоких температур. Например, обычный полиэтилен «течет» уже при  $100^{\circ}\text{C}$ . Сшитый же полиэтилен при  $150^{\circ}\text{C}$  и давлении 20 МПа выстаивает  $10^4$  часов и является прекрасным изоляционным материалом.

Главными задачами прикладной радиационной химии являются защита материалов от воздействий ядерных излучений, разработка методов получения материалов с новыми полезными свойствами и создание эффективных и экономически выгодных методов производства уже известных веществ. В рамках первого направления осуществляется поиск материалов, стойких по отношению к облучению. Например, было найдено, что в условиях облучения хорошо сохраняют антикоррозийные свойства цирконий и его сплавы. Радиационно стойкими являются некоторые полимеры (например, полистирол). К достижениям исследований по двум другим направлениям относится освоение производства сшитого полиэтилена и радиационной вулканизации каучука, увеличивающей срок службы автопокрышек на десятки процентов. В стадии промышленного освоения находятся радиационно-химические процессы, позволяющие увеличивать в несколько раз прочность дерева, получать термостойкие эпоксидные смолы и т. д. Хемоядерные реакции, вызываемые осколками деления ядер, еще не получили широкого освоения. Главным препятствием является малость пробега осколков, из-за которой реагирующие вещества нужно располагать очень тонкими слоями.

4. Ядерные излучения оказывают поражающее действие на все живые организмы, нанося повреждение его макромолекулам. При достаточно большой дозе облучения гибнет любой организм. Смертельная доза для человека составляет 600 Р. Дозы ниже смертельной вызывают различные заболевания, объединяемые общим термином «лучевая болезнь».

Действие радиации на клетку обладает очень высокой эффективностью. Клетка теряет способность делиться, получив дозу, тепловой эквивалент которой вызвал бы ее нагревание всего лишь на тысячную долю градуса. При такой дозе в клетке поражается только одна белковая молекула из миллиона. Механизм такого необычно эффективного воздействия радиации на жизненные процессы в клетке до сих пор остается неясным.

Действие одной и той же дозы облучения зависит от промежутка времени ее получения. Если промежуток большой, то общее поражающее действие меньше, чем при однократном облучении суммарной дозой (за исключением необратимых генетических повреждений, это действие частично блокируется восстанавливающими и компенсаторными реакциями организма).

Так как ядерные излучения действуют разрушающе на организм человека, то при работе с источниками радиации необходима защита работающего персонала. Для расчета любой защиты устанавливается *предельно допустимая доза* (ПДД), облучение которой безвредно для здоровья.

Принятая сейчас предельно допустимая доза от внешних источников облучения для лиц, непосредственно работающих с излучениями, составляет 5 бэр в год. Для возможного облучения населения установлена в тридцать раз меньшая предельно допустимая доза 5 бэр в 30 лет, близкая к естественному фону.

Помимо внешнего, возможно также внутреннее облучение организма, создаваемое радиоактивными веществами, попадающими в организм в процессах обмена с внешней средой. Предельно допустимые дозы внутреннего облучения зависят от того, в каких органах концентрируется радиоактивный изотоп и как долго этот изотоп удерживается в организме.

Ядерные излучения коварны тем, что даже их большие дозы не воспринимаются органами чувств человека. Для измерения доз облучения используются *дозиметры*. Дозиметр является детектором ядерных частиц, к которому предъявляется ряд специфических требований. Во-первых, достаточно, чтобы дозиметр регистрировал только суммарный поток частиц. Во-вторых, такой регистратор должен измерять именно дозу, т. е. либо выделяемую энергию, либо ионизационный ток. В-третьих, для точных дозиметрических измерений необходимо учитывать зависимость поглощения энергии ядерных излучений в веществе от рода вещества и от рода энергии излучения. Поэтому в дозиметрах стремятся использовать датчики, имитирующие живые ткани в отношении поглощения радиации.

По назначению дозиметрическая аппаратура делится на несколько типов, наиболее распространенными из которых являются: а) приборы, измеряющие дозу внешнего излучения; б) приборы для измерения потоков  $\alpha$ - и  $\beta$ -частиц с загрязненных поверхностей; в) приборы (обычно карманные) для измерения индивидуальных доз.

Простейшим методом защиты является удаление от источника излучения на достаточное расстояние (без поглощения интенсивность излучения уменьшается с расстоянием  $r$  от источника как  $1/r^2$ ). Поэтому с радиоактивными препаратами работают с использованием специальных щипцов с длинной ручкой. Если удаление от источника на достаточное расстояние невозможно, то для защиты от излучения используются преграды из поглощающих материалов.

Наиболее проста защита от  $\alpha$ -излучений. Альфа-частицы, вылетающие из радиоактивных ядер, имеют ничтожно малые пробеги. Пробег  $\beta$ -распадных электронов в воздухе не так уж мал (более 3 м для электронов с энергией 3 МэВ). Поэтому  $\beta$ -активные препараты, даже малых активностей (скажем, десятки мкКи), надо экранировать. Для экранировки от электронов с энергиями до 4 МэВ достаточен слой пластмассы в 0,25 см. Более массивная защита требуется при работе с радиоактивными источниками  $\gamma$ -излучений. В этом случае толщина защиты зави-

сит не только от энергии излучения, но и от его интенсивности, так как поток  $\gamma$ -частиц экспоненциально ослабевает с глубиной проникновения внутрь вещества защиты (см. § 29.4).

Наилучшими поглотителями тепловых нейтронов являются бор и кадмий. Быстрые нейтроны слабо поглощаются всеми веществами. Поэтому для защиты от быстрых нейтронов их сначала замедляют (обычно водой или графитом), а уж после замедлителя ставят поглотитель.

Защита от протонов и других тяжелых заряженных частиц высоких энергий должна предусматривать потоки вторичных частиц, возникающих при ядерных столкновениях. Особенно сложны вопросы защиты от излучений ядерного реактора. Специфической является проблема радиационной защиты космических кораблей.

5. Подавляющее большинство применений ядерных излучений основано на четырех физических явлениях. Первое состоит в том, что любой радиоактивный изотоп является *меченым атомом* одного из элементов. За движением этого атома можно проследить по его радиоактивности. Второе явление заключается в том, что любое радиоактивное излучение обладает проникающей способностью. Сущность третьего явления сводится к тому, что ядерные излучения, проходя через вещество, производят его ионизацию. Наконец, четвертое явление состоит в наведении радиоактивности в веществе излучениями высокой энергии.

Метод меченых атомов состоит во введении в исследуемый элемент радиоактивной примеси, химически неотличимой от основной массы элемента. За этой примесью следят с помощью одного из детекторов радиоактивных излучений. Применение меченых атомов открыло принципиально новые возможности исследования, позволяя проследить за перемещениями и химическими превращениями атомов элемента в средах, содержащих этот элемент. Так, в физике это позволило измерить коэффициент самодиффузии. В биохимии меченые атомы помогли установить ряд важнейших моментов сложного и фундаментального для всего растительного мира процесса фотосинтеза. Только методом меченых атомов удается получать информацию о скорости обмена веществ в тканях живого организма, выяснить, каким путем и в каком количестве попадает в растение тот или иной удобряющий элемент.

Изотопные приборы, основанные на использовании проникающей способности  $\gamma$ - (реже  $\beta$ -) излучения, в настоящее время занимают более половины всех поставок радиационной техники. В основу почти всех этих приборов положен один и тот же принцип: счет в детекторе изменяется, если меняется толщина или вид материала между детектором и источником. На основе этого принципа конструируются и выпускаются толщиномеры, плотномеры, уровнемеры, счетчики предметов,  $\gamma$ -дефектоскопы и многие



другие приборы. На этом принципе основаны многочисленные  $\gamma$ -релейные устройства, автоматически контролирующие и регулирующие ход производственных процессов.

Одним из основных методов разведки новых месторождений нефти и некоторых других полезных ископаемых является радиоактивный каротаж скважин, основанный на различии процессов распространения нейтронов и  $\gamma$ -лучей в разных породах.

Ионизирующие излучения, проходя через газ, делают его электропроводным. На этом свойстве основана работа нейтрализаторов статического электричества. В настоящее время нейтрализаторы статического электричества составляют 13% поставок радиационной техники. Они широко применяются в текстильной, полиграфической и других отраслях промышленности.

Использование наведенной радиоактивности развивается в двух направлениях. Первым является *элементный анализ*, вторым — создание меченых атомов.

Принцип активационного элементного анализа состоит в том, что исследуемое вещество и образец-эталон с известным количеством определяемого элемента облучают фиксированной дозой, а затем измеряют возникшую наведенную активность. Присутствие нужного элемента идентифицируется по виду испускаемых частиц, по их энергии и по периоду полураспада.

Наиболее широко используется активация нейтронами, так как нейтроны, особенно медленные, энергично поглощаются всеми ядрами (кроме  ${}^1_0\text{He}$ ), причем поглощение в большинстве случаев приводит к образованию  $\beta$ - (а часто и  $\gamma$ -) активных изотопов. Поэтому активация излучением используется для получения меченых атомов.

В естественных условиях происходит слабая активация некоторых изотопов вторичными нейтронами от космических лучей. Важнейшей из реакций активации является образование радиоуглерода ( $T_{1/2} = 5700$  лет) из азота  ${}^{14}_7\text{N}(n, p) {}^{14}_6\text{C}$ . Этот углерод окисляется и через 10—15 лет полностью перемешивается с основной массой углекислого газа атмосферы. Через углекислый газ радиоуглерод попадает в растения, а отсюда — в живые организмы. Если считать, что поток космических лучей примерно постоянен во времени, то во всех органических тканях образуется равновесная концентрация изотопа  ${}^{14}_6\text{C}$ , при которой происходит примерно 15 распадов в минуту в 1 г углерода органического происхождения. Эта равновесная концентрация начинает падать при прекращении обмена веществ. На этом основан разработанный В. Либби метод датировки археологических предметов органического происхождения. Чем меньше концентрация радиоуглерода, тем больше возраст предмета. Метод Либби позволяет определять возраст от  $10^3$  до  $5 \cdot 10^4$  лет с точностью до 100 лет.

В заключение отметим, что в рамках общего курса невозможно детально охарактеризовать все конкретные направления применений ядерных излучений. Они очень разнообразны, это разнообразие становится все более богатым, а эффективность применения ядерных излучений в различных сферах деятельности человека неуклонно возрастает.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютно черное тело 143—145  
Адиабатическое приближение 101  
Адроны 215, 225  
Активная среда 147  
Активность 202, 203  
Аналоговые ядра 185  
Аннигиляция электронно-дырочная 131  
— электронно-позитронная 157, 223  
Античастица 155, 222—226  
Аромат кварка 226  
Асимптотическая свобода кварков 229  
Атомный реактор 201
- Барiony 218, 225—227  
Бета-распад 204—207  
Бета-спектр 206, 207  
Бозоны 62, 93, 94, 134, 178, 217, 218, 228  
Боровский радиус 30, 66, 67, 69, 75, 129  
Бэр 231, 235
- Взаимодействия гравитационные 216  
— сильные 183, 185, 214, 215  
— слабые 206, 216  
— электромагнитные 215, 216  
Виртуальная частица 189  
Внутренняя конверсия 208  
Внутренняя четность 181  
Волна де Бройля 38  
Волновая функция антисимметричная 61—  
63, 86  
— — многочастичная 58, 59, 181  
— — одночастичная 33—35, 47, 58, 180,  
183, 223, 224  
— — симметричная 61, 62, 86  
Время жизни элементарных частиц 217  
— — ядра 203, 204  
— пролета элементарной частицы 160, 217,  
221  
— — ядерное 159, 195, 197  
Вырождение перестановочное 103  
— системы электронов 112, 116, 118  
— энергии квантовой системы 71
- Газ идеальный Ферми 114  
Гамма-распад 207, 208  
Глюоны 228, 229
- Дейтерий (дейтрон) 175  
Деление ядер 177, 191, 200  
Дефект массы 176  
Дефекты-ловушки зарядов в полупровод-  
никах 232  
Длина волны квантовой частицы 20, 23,  
25, 160  
— — комптоновская 154, 155, 189, 190  
Доза облучения 230, 234  
Дозиметрические единицы 230, 231  
Дозиметры 235
- Дуализм волн и частиц (корпускулярно-  
волновой) 19—27, 37, 92, 160
- Закон Видемана — Франца 120  
— Дюлонга — Пти 95, 99  
— Кирхгофа 144  
— Мозли 78  
— радиоактивного распада 203  
— сохранения изотопического спина 185  
— — комбинированной четности 224, 225  
— — четности 182, 183  
— смещения Вина 142  
— Стефана — Больцмана 142, 144  
Заряд барионный 175, 226  
— лептонный 219, 226  
— электрический 219, 226  
Зарядовая (изотопическая) независимость  
сильных взаимодействий 184  
Заселенность состояния атомного 139,  
145—148  
— — фона 93  
— — электрона 110  
Зона энергетическая валентная 107, 113,  
114, 123, 124, 127, 130  
— — запрещенная 19, 45, 46, 108, 109, 113,  
124—127  
— — проводимости 108  
— — — электронной в полупроводниках  
124, 125, 127, 129, 130  
— — — дырочной в полупроводниках 124,  
125  
— — разрешенная 19, 45, 46, 106—109
- Изотопический спин 183—185, 226, 227  
— — мультиплет 184, 185  
Инверсия заселенностей 146  
— комбинированная 224  
— пространственная 180  
Интегральный поток облучения 230, 231  
Ионизационные потери 164  
Ионный острок 83, 89  
Испускание фотонов индуцированное (вы-  
нужденное) 135—138, 146—148  
— — спонтанное (самопроизвольное) 135,  
137
- К-захват 205  
Камера Вильсона 170  
— ионизационная 170—172  
— искровая 172  
— пропорциональная 172, 173  
— пузырьковая 170  
Квазичастица 22, 23  
Квант возбуждения 22  
— звукового поля 23  
— электромагнитного поля (излучения)  
16, 22, 134  
— энергии 15, 16

- Квантовое число главное 66, 67, 69, 71—73  
 — — магнитное 54, 66, 67, 69, 71, 72  
 — — — спиновое 56, 66, 67, 69, 71—73  
 — — орбитальное 54, 66, 67, 69, 71, 72  
 — — спиновое 56, 57  
 Квантовый осциллятор 40, 41  
 Когерентное рассеяние фотонов 156  
 — усиление излучения 146  
 Колебания решетки (акустические, опти-  
 ческие) 90, 91, 95  
 Коэффициент поглощения фотонов 157, 166  
 Коэффициенты Эйнштейна 138—140  
 Красная граница фотоэффекта 150, 151  
 Красота 227  
 Куперовская пара 121—123, 193  
 Кюри (Ки) 203
- Лептоны** 217, 226
- Магнетон Бора** 54, 80  
 — ядерный 179  
 Магнитный момент нуклона 179  
 Массовое число 174, 175  
 Мезоны 218, 225—227  
 Мезонная теория ядерных сил 187—191  
 Меченые атомы 236, 237  
 Модель гидродинамическая ядра 19<sup>г</sup>  
 — Дебая 98, 99  
 — кварковая адронов 225—230  
 — обобщенная ядра 192  
 — оболочечная ядра 191, 192  
 — парных корреляций 192, 193  
 — свободных электронов 114—119, 124—126  
 — статистическая ядра 193
- Накачка** 147  
 Насыщение ядерных сил 176, 186  
 Нейтральность истинная 223  
 Неопределенностей соотношения 26—31,  
 40, 41, 50, 51, 60, 123, 128, 161, 189  
 Неразличимость (тождественность) частиц  
 60, 61  
 Нуклон 173, 176, 184, 187, 191
- Оболочка внешняя** 74, 83  
 — замкнутая 74, 83  
 — нуклонов 191—193  
 — электронов атома 71, 83, 106, 107  
 Опыт Дэвиссона — Джермера 23—26  
 — Паунда — Ребки 210, 211  
 — Резерфорда 10—13  
 — Франка — Герца 13, 14  
 — Штерна — Герлаха 57, 58  
 Очарование (шарм) 213, 220, 221, 223, 226,  
 227
- Партон** 230  
 Переход  $p$ — $n$  131—133, 152, 169  
 Период полураспада ядра 203, 204  
 Плотность состояний энергетическая 115—  
 118, 125, 126  
 — спектральная энергии излучения 138—  
 140  
 Поглощение фотонов резонансное 137, 138,  
 145, 146  
 Полный пробег ядерной частицы 164  
 Порядковый (атомный) номер элемента 7  
 64, 79, 174  
 Постоянная Планка 15, 16, 19, 20, 26—31,  
 36—42, 46, 47—49, 52—56, 59—61, 65, 67,  
 75, 76, 78, 80, 93—95, 97, 98, 103—105,  
 114, 115, 123, 126, 134, 137, 139—143,  
 150—152, 154—156, 160, 161, 179, 183, 189,  
 209, 210, 223, 224
- Постоянная радиоактивного распада 202  
 — Ридберга 14, 75  
 Потенциал ионизационный 8, 30, 31, 66, 75  
 — химический 111—114, 121, 123, 126  
 Принципы бесцветности адронов 228  
 — комбинационный Ритца 15  
 — Паули 62, 63, 73, 74, 106, 107, 110—112,  
 228  
 — суперпозиции состояний 35, 104  
 Проводимость полупроводников собствен-  
 ная 126, 127  
 — примесная 129—133  
 Пространственное квантование 57  
 Протонно-нейтронная диаграмма 174  
 Прямая ядерная реакция 197
- Радиационная химия** 233, 234  
 Радиационное повреждение 231  
 Радиационные потери 165  
 Радиоактивность 202  
 Радиоактивные распады 201—211  
 Распределение Планка 94, 142, 143  
 — Ферми — Дирака 111—118, 125  
 Резерфорд (Р) 203  
 Резонанс ферромагнитный 81, 82  
 — электронный парамагнитный (ЭПР) 80,  
 81  
 — ядерный магнитный (ЯМР) 81, 82  
 Резонансы 213, 217  
 Рентген (Р) 230, 231, 234  
 Рождение электронно-позитронных пар  
 149, 157, 223
- Самосогласованное поле атома** 69—71, 86  
 — кристалла 101, 102  
 Сверхпроводимость (сверхпроводник) 120—  
 123  
 Свободный пробег фотонов 100, 101, 119  
 — электронов 119  
 Связь водородная 84, 89  
 — ионная 84, 85  
 — ковалентная 84—87, 128  
 — металлическая 84, 87, 88  
 — молекулярная 84, 88, 89  
 Сечение 194, 207  
 Составное ядро 195  
 Состояние квантовое 33, 36, 58, 62, 63  
 — стационарное 37, 39, 42—45, 48, 49  
 — электрона в атоме 66, 67, 71  
 Спектр испускания атома 9, 76—78  
 — линейчатый (дискретный) 10  
 — непрерывный 10  
 — поглощения атома 9, 76—79  
 — энергетический водорода 65  
 — — водородоподобного иона 69  
 — — дискретный 18, 40, 41, 65  
 — — зонный 19, 45  
 — — непрерывный 18, 38  
 — — оболочечный 71  
 — — щелочного металла 76  
 Спектральная испускательная способность  
 143, 144  
 — линия 9  
 — поглощательная способность 143, 144  
 — серия 75, 76  
 Спин глюона 228  
 — кварка 227  
 — нейтрона 56  
 — нуклона 173  
 — протона 56  
 — системы частиц 56, 57  
 — фотона 56, 134, 135  
 — частицы 55, 56, 58, 62  
 — электрона 50—57, 67, 86, 105—107, 109,  
 114, 115, 121—123  
 — электронный дырки 124

- Спин ядра 178, 192, 193  
 Странность 213, 220, 226, 227  
 Сфера Ферми 121  
 Счетчики газоразрядные 168, 169  
 — люминесцентные 169  
 — полупроводниковые 169  
 — черенковские 169
- Температура вырождения** 112, 113, 116, 118  
 — дебаевская 95  
 — критическая сверхпроводимости 120  
 — эффективная 145  
 Тепловое излучение 139—145  
 Теплоемкость кристаллической решетки 98, 99  
 — электронов металла 117, 118  
 Теплопроводность кристаллической решетки 100, 101, 119  
 — электронов металлов 119, 120  
 Тритий (тритон) 175
- Удержание кварков** 229  
 Уравнение Шредингера многочастичное 59  
 — — одночастичное 35—49, 65, 67—69, 103—105, 183  
 — Эйнштейна 150  
 Уровень акцепторный в полупроводнике 130, 131  
 — возбужденный 16  
 — вырожденный 71, 72, 106  
 — донорный в полупроводнике 129—131  
 — основной 16  
 — Ферми 114  
 — энергетический 16  
 Условие Вульфа — Брэгга 25, 44  
 Уширение спектральной линии доплеровское 136
- Ферми (Ф)** 158  
 Фермионы 62, 123, 178, 218, 227, 228  
 Фонон 22, 23, 92, 93, 100, 101, 120, 121  
 Формула Бора 17, 75  
 — Вина !!!  
 — Рэлея — Джинса 141  
 Фотоэmission 149  
 Фотон 21, 22, 134  
 Фотопроводимость (фото-э. д. с.) 152, 153  
 Фототок 149  
 Фотоядерные реакции 199
- Фрагментация ядер 197  
 Фэр 231
- Цвет кварка** 228  
 Центры окраски 232  
 Цепная реакция деления 201
- Четность** 180, 181, 192
- Ширина естественная спектральной линии** 136  
 — ядерного уровня 208, 209
- Щель запрещенных энергий** 19, 45, 108
- Экстраполированный пробег 165  
 Электронвольт 8, 16  
 Электронная конфигурация 74, 75  
 Электроны валентные (внешние) 74, 87, 107, 113  
 — коллективизированные 103—105, 107  
 — проводимости 114—129  
 Электроядерные реакции 199  
 Элементарные частицы 211—230  
 Элементный анализ  
 Энергетическая светимость 143, 144  
 Энергия атомная 177  
 — обменная 86  
 — связи 8, 30, 84—89, 176, 177, 212  
 — термоядерная 177  
 — Ферми 114  
 Эффект Зеемана 79, 80  
 — изотопический 120  
 — Комптона 149, 153—157, 166, 213  
 — Мессбауэра 209—211  
 — туннельный 43, 196  
 — Черенкова 166, 167  
 — Штарка 79  
 Эффективная масса 46, 47, 115, 124—126, 128
- Ядерное гиромагнитное отношение** 179  
 Ядерные реакции 193—211  
 — силы 186—191  
 Ядра дважды магические 178  
 — изобары 123, 185  
 — изомеры 213  
 — магические 178