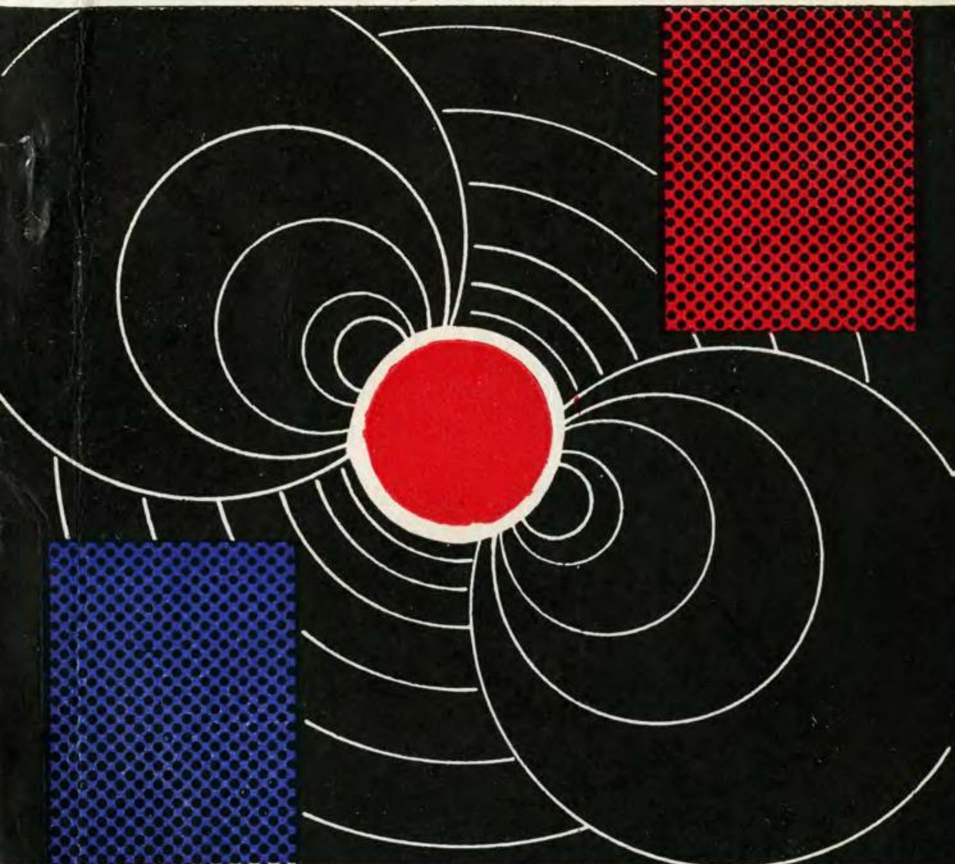
А. А. БАРАНОВ, В. Л. КОЛПАЩИКОВ



РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕРМОМЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

А. А. БАРАНОВ, В. Л. КОЛПАЩИКОВ

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕРМОМЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

Под редакцией
академика АН БССР | А. В. ЛЫКОВА |

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА И ТЕХНИКА»
МИНСК 1974

536
Б24
УДК 530.12 : 531.51+532.5+536.7

Баранов А. А., Колпащиков В. Л. **Релятивистская термомеханика сплошных сред.** Минск, «Наука и техника», 1974, 152 с.

В последнее десятилетие в связи с интенсивным развитием космической физики, теории плазмы, современной астрофизики, теории ускорителей и ряда других отраслей техники большой интерес представляет изучение термомеханики сплошных сред при релятивистских скоростях. Между тем в отечественной литературе слабо освещены последние достижения в этой области, а статьи по указанной теме разбросаны по многочисленным советским и зарубежным журналам.

Данная монография суммирует достижения в указанной области. Она посвящена проблемам релятивистской термомеханики сплошных сред, исследованию поведения вещества в сильных электромагнитных и гравитационных полях, которое требует последовательного рассмотрения релятивистской магнитной гидродинамики, электрогидродинамики и пост-ньютоновской гидродинамики общей теории относительности. В книге приведены решения ряда частных, но важных задач.

Рассчитана на научных сотрудников, физиков-теоретиков, механиков и может быть полезна студентам старших курсов соответствующих специальностей.

Библиография — 1193 названия.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук
Я. П. Терлецкий,
доктор технических наук П. М. Колесников

Б $\frac{0243-118}{М316-74}$ 231—74

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние десятилетия интенсивно проводятся исследования, связанные с изучением поведения и свойств вещества в экстремальных условиях, как например при низких или при высоких температурах, глубоком вакууме или высоком давлении, в сильных электрических или магнитных полях, при гиперзвуковых и релятивистских скоростях, при воздействии слабых (невесомость) или сильных гравитационных полей. Такие физические ситуации приводят к установлению ряда новых важных закономерностей, которые можно использовать в науке и технике.

С развитием исследований по плазме, ускорителям, космической физике, релятивистской астрофизике и радиофизике большое значение приобретают проблемы переноса импульса, энергии и вещества при релятивистских скоростях.

Данная монография суммирует достижения в области релятивистской термомеханики сплошных сред с учетом необратимых процессов.

Наряду с классическими феноменологическими методами вывода основных уравнений гидромеханики и термодинамики в книге уделено внимание новому аксиоматическому подходу к построению определяющих уравнений релятивистской термомеханики сплошных сред, развиваемому школами Трусделла и Эрингена.

Открытия в современной астрономии (квазары, реликтовое излучение, пульсары, нейтронные звезды, коллапсары, «черные дыры») интенсифицировали изучение поведения вещества в сильных гравитационных полях. Результатом этого явилось создание и развитие пост-ньютоновской гидродинамики. В монографии достаточно подробно освещена пост-ньютоновская гидродинамика идеальной, вязкой теплопроводной и заряженной жидкости.

Наряду с феноменологической теорией излагается также микроскопический подход. Приводится моментный вывод уравнений гидродинамики из релятивистского уравнения Больцмана по Грэду — Черникову. Для вывода уравнений гидродинамики слаборелятивистских систем взаимодействующих частиц используется наиболее строгий и последовательный подход Н. Н. Боголюбова.

Краткость изложения отчасти компенсировалась ссылками на обширную библиографию, которая, однако, не претендует на полноту.

В книге приняты следующие сокращения: СТО — специальная теория относительности; ОТО — общая теория относительности; ТЭИ — тензор энергии — импульса; НТМ — нелинейная термомеханика; ОУ — определяющие уравнения.

Латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, 4; греческие 1, 2, 3. По повторяющимся индексам производится суммирование.

В ходе изложения ясно различие между спецрелятивистским и общерелятивистским случаями. Авторы не стремились к полной унификации обозначений, что обусловлено широким кругом излагаемых вопросов.

Авторы признательны академику АН БССР А. В. Лыкову за внимание и поддержку, а также благодарят профессора Я. П. Терлецкого за полезные советы и замечания и профессора А. Е. Левашева за помощь в составлении приложения.

Глава I

ОБЩИЕ СХЕМЫ ВЫВОДА РЕЛЯТИВИСТСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

1. Аксиоматические методы построения определяющих уравнений релятивистской термомеханики сплошных сред

Исследование явлений переноса в сплошных средах может быть проведено в рамках трех феноменологических теорий: термодинамики необратимых процессов [9, 1147, 1159, 1160], термодинамики переноса, основанной на понятии свободной энтропии (Мейкснер), и нелинейной термомеханики (Трусделл, Нолл, Эринген и др.) [55, 56, 82—86], которая в отличие от первых двух теорий описывает нелинейные процессы переноса в самой общей форме для сред различной материальной структуры. Приведем основные понятия и принципы нелинейной термомеханики [55, 56, 85].

Непрерывная материальная среда, называемая телом B, является трехмерным многообразием, элементами которого служат частицы x, имеющие непрерывную массовую плотность во всех точках тела и во все моменты времени. Область, занятая телом, называется его конфигурацией. Движение тела представляет собой временную последовательность конфигураций.

Основными аксиомами термомеханики сплошной среды являются законы баланса массы, количества движения (импульса), момента количества движения (момента импульса) и энергии. Они в интегральной форме записываются следующим образом:

$$\frac{d}{dt}\int_B \rho dV = 0, \tag{1.1}$$

$$\frac{d}{dt}\int_B \rho v_\alpha dV = \int_{\partial B} t_{\alpha\beta} dS_\beta + \int_B \rho f_\alpha dV, \tag{1.2}$$

$$\frac{d}{dt}\int\limits_B \rho e_{\alpha\beta\gamma} x_\beta v_\gamma dV = \int\limits_{\partial B} e_{\alpha\beta\gamma} x_\beta t_{\delta\gamma} dS_\delta +$$

$$+\int\limits_B \rho e_{\alpha\beta\gamma} x_\beta f_\gamma dV, \tag{1.3}$$

$$\frac{d}{dt}\int\limits_B \rho\left(\varepsilon + \frac{1}{2} v_\alpha v_\alpha\right) dV = \int\limits_{\partial B} (t_{\alpha\beta} v_\beta + q_\alpha)\, dS_\alpha +$$

$$+\int \rho (f_\alpha v_\alpha + h)\, dV, \tag{1.4}$$

где $t_{\alpha\beta}$, f_β, v_α, ε, q, h — соответственно тензор напряжений, плотность объемной силы, вектор скорости, плотность внутренней энергии, вектор теплового потока и плотность тепловых источников, а $e_{\alpha\beta\gamma}$ — кососимметричный тензор Леви—Чивита.

Постулируя справедливость уравнений (1.1)—(1.4) для всех частей тела B, получаем

$$\dot\rho + \rho v_{\alpha,\alpha} = 0, \tag{1.5}$$

$$t_{\alpha\beta,\alpha} + \rho (f_\beta - \dot v_\beta) = 0, \tag{1.6}$$

$$t_{\alpha\beta} = t_{\beta\alpha}, \tag{1.7}$$

$$\rho\dot\varepsilon = t_{\alpha\beta} v_{\beta,\alpha} + q_{\alpha,\alpha} + \rho h. \tag{1.8}$$

Дополнительно введем два скалярных поля: температуру θ со свойствами $\theta > 0$, $\inf\theta = 0$ и плотность энтропии η, удовлетворяющую принципу энтропии в форме неравенства Клаузиуса — Дюгема:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_B \rho\eta dV - \int\limits_B \rho h dV - \int\limits_{\partial B} \frac{q_\alpha}{\theta}\, dS_\alpha \geqslant 0, \tag{1.9}$$

или в дифференциальной форме

$$\rho\dot\eta - \rho h - \operatorname{div}\frac{q}{\theta} \geqslant 0. \tag{1.10}$$

Исключая h из (1.8) и (1.10), получаем

$$\rho\left(\dot\eta - \frac{\dot\varepsilon}{\theta}\right) + \frac{1}{\theta} t_{\alpha\beta} v_{\beta,\alpha} + \frac{1}{\theta^2} q_\alpha \theta_{,\alpha} \geqslant 0. \tag{1.11}$$

Совокупность величин $\{t_{\alpha\beta}, v_\alpha, \varepsilon, q, \eta, \theta\}$ определяет термомеханический процесс в теле B, причем второй закон термодинамики требует удовлетворения неравенства Клаузиуса — Дюгема (1.11) в каждом процессе, совместимом с законами сохранения (1.5) — (1.8). В любом процессе плотность объемных сил f_α и плотность источников тепла h можно определить из уравнений (1.6), (1.8). Если ввести свободную энергию Гельмгольца

$$\Psi = \varepsilon - \theta\eta, \qquad (1.12$$

то неравенство (1.11) преобразуется к виду

$$-\frac{\rho}{\theta}(\dot{\Psi} - \dot{\theta}\eta) + \frac{1}{\theta} t_{\alpha\beta} v_{\beta,\alpha} + \frac{1}{\theta^2} q_\alpha \theta_{,\alpha} \geqslant 0. \qquad (1.13)$$

Приведенные выше общие соотношения и уравнения термомеханики сплошной среды не являются, однако, достаточными для моделирования поведения конкретной среды. Для представления многообразия материалов в виде определяющих уравнений сформулируем основные принципы построения ОУ.

Принцип причинности. На поведение материала в некоторой точке могут влиять только события, лежащие в прошлом на световом конусе с вершиной в исходной точке.

Принцип локальности. Поведение материала в некоторой точке зависит только от свойств материала в окрестности этой точки. Отметим, что в последнее время рассматриваются также нелокальные теории материального континуума.

Принцип объективности. Определяющие уравнения должны быть ковариантны относительно преобразований группы Лоренца.

Принцип материальной инвариантности. Определяющие уравнения должны быть инвариантны относительно группы симметрии, характеризующей материал в его исходной конфигурации.

Принцип равноприсутствия. Независимая переменная, фигурирующая в одном из определяющих уравнений, должна появляться также во всех остальных определяющих уравнениях, если она не исключается ни одним из перечисленных принципов.

Аксиома допустимости. Определяющие уравнения согласуются с уравнениями баланса (1.5) — (1.8), законами электромагнетизма, неравенством Клаузиуса — Дюгема.

Общая схема построения релятивистских определяющих уравнений для сред различной материальной конфигурации аналогична изложенной выше [71].

Согласно общей теории относительности, уравнения Эйнштейна имеют вид

$$G^{ik} = \varkappa T^{ik}. \tag{1.14}$$

Здесь $\varkappa = \mathrm{const}$; T^{ik}—4-мерный тензор энергии — импульса; G^{ik} — симметричный 4-мерный тензор, характеризующий геометрию пространства. Для свободного пространства $T^{ik}=0$. Применяя операцию дивергенции к обеим частям уравнения (1.14), получаем

$$G^{ik}_{;\,k} = \varkappa f^i, \tag{1.15}$$

$$T^{ik}_{;\,k} = f^i, \tag{1.16}$$

где f^i — 4-вектор релятивистской силы. Частным случаем уравнений (1.15), (1.16) являются

$$G^{ik}_{;\,k} = 0, \tag{1.17}$$

$$T^{ik}_{;\,k} = 0. \tag{1.18}$$

Для нахождения T^{ik} и G^{ik} нужно проинтегрировать систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1.14), (1.18).

Важно подчеркнуть, что топология пространства зависит от термомеханического состояния среды, так как метрический тензор g_{ik} по уравнению (1.14) связан с T^{ik}.

Система уравнений в рассматриваемом случае записывается следующим образом:

$$Dn_0 + n_0 u^i_{;\,i} = 0, \tag{1.19}$$

$$T^{ik}_{;\,k} = 0, \tag{1.20}$$

$$T^{ik} = T^{ki}, \tag{1.21}$$

где n_0 — число частиц системы; u^i — 4-скорость, удовлетворяющая условию $g_{ik}u^i u^k = -1$; D — дифференциальный оператор, определяемый соотношением $D\Phi = u^i \Phi_{;\,i}$.

Тензор энергии — импульса T^{ik} представляется в виде

$$T^{ik} = wu^i u^k + u^i q^k + u_i p^k - t^{ik}, \tag{1.22}$$

где

$$w = T^{ik} u_i u_k; \quad q^i = -s^i_k T^{jk} u_j; \quad p^i = -s^i_k T^{kj} u_j;$$

$$t^{ik} = -s^i_j s^k_e T^e; \quad s^i_k = \delta^i_k + u^i u_k.$$

Здесь q^i — вектор теплового потока; p^i — немеханический вектор импульса; t^{ik} — 4-тензор напряжений, удовлетворяющие тождествам

$$q^i_i = 0, \quad p^i u_i = 0, \quad t^{ik} u_k = t^{ki} u_k = 0. \tag{1.23}$$

Умножая скалярно уравнение (1.20) на u_i и используя выражение (1.22) и уравнение (1.19), приходим к следующему уравнению энергии

$$n_0 D\varepsilon + q^i_{;\,i} + p^i Du_i - t^{ik} u_{i;\,k} = 0. \tag{1.24}$$

Второй закон термодинамики в релятивистской форме имеет вид

$$n_0 (D\eta_{00} - \theta^{-1} D\varepsilon) - \left(\frac{q^i}{\theta^2}\right) \theta_{,\,i} - \\ - \left(\frac{p^i}{\theta}\right) Du_i + \theta^{-1} t^{ik} u_{i;\,k} \geqslant 0, \tag{1.25}$$

где $\eta_{00} = n_0^{-1} \eta^i u_i$; η^i — 4-вектор энтропии.

Если ввести функцию свободной энергии Гельмгольца Ψ_0 по соотношению

$$\Psi_0 = \varepsilon - \theta\eta_{00}$$

и использовать условие $p^i = q^i$, энтропийное неравенство (1.25) преобразуется к ковариантной форме:

$$-\left(\frac{n_0}{\theta}\right)(D\Psi_0 + \eta_{00} D\theta) - \left(\frac{q^i}{\theta}\right)(\theta_{,i} + \theta Du_i) + \\ + \theta^{-1} t^{ik} u_{i;\,k} \geqslant 0. \tag{1.26}$$

Неравенство Клаузиуса — Дюгема накладывает термодинамические ограничения на определяющие функционалы (переменные состояния системы) t^{ik}, q^k, Ψ_0, η_{00}, аргументами которых является деформация, температура и т. д. Для построения ОУ релятивистских термовязких жидкостей будем пользоваться следующей формой неравенства (1.25):

$$-\left(\frac{n_0}{\theta}\right)(D\Psi_0 + \eta_{00} D\theta) - \left(\frac{q^i \tilde{\theta}_i}{\theta^2}\right) + \theta^{-1} t^{ik} \tilde{d}_{ik} \geqslant 0, \quad (1.27)$$

где

$$d_{ik} = s_i^j{}_{(,k}u_{i);j}; \quad \tilde{\theta}_i = s_i^j(\theta_{,j} + \theta D u_j).$$

В рассматриваемом случае независимыми переменными определяющих функционалов термовязких жидкостей будут

$$n_0, \ \theta, \ \tilde{\theta}_i, \ d_{ik}, \ u_i. \quad (1.28)$$

Вводя множители Лагранжа λ^i, λ и μ и учитывая соотношения $\tilde{\theta}_i u^i = 0$, $\tilde{d}_{ik}u^k = d_{ki}u^k = 0$, $u_i u^i + 1 = 0$, имеем

$$\Psi_{00} = \Psi_0 + \lambda^i \tilde{d}_{ik} u^k + \lambda \tilde{\theta}_i u^i + \mu(u_i u^i + 1), \quad (1.29)$$

где Ψ_0 зависит от всех величин, описывающих состояние системы (1.28).

После подстановки (1.29) в (1.27) и использования закона сохранения частиц получаем

$$-\left(\frac{n_0}{\theta}\right)\left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta} + \eta_{00}\right) D\theta - \left(\frac{n_0}{\theta}\right)\left[\left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_i} + \lambda u^i\right) D\tilde{\theta}_i + \right.$$

$$+ \left(\lambda^k \tilde{d}_{ik} + \lambda \tilde{\theta}_i + 2\mu u_i + \frac{\partial \Psi_0}{\partial u^i}\right) D u^i +$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{ik}} + \lambda^k u^i\right) D\tilde{d}_{ik}\right] +$$

$$+ \theta^{-1}\left(t^{ik} + n_0^2 s^{ik} \frac{\partial \Psi}{\partial n_0}\right)\tilde{d}_{ik} - \left(\frac{q^i}{\theta^2}\right)\tilde{\theta}_i \geqslant 0. \quad (1.30)$$

По принципу равноприсутствия функционалы t^{ik}, q_i и η_{00} также зависят от величин (1.28). Так как неравенство (1.30) должно выполняться для всех независимых процессов, то в силу линейности (1.30) относительно $D\theta$,

$D\tilde{\theta}_i$, $D\tilde{d}_{ik}$ и Du^i необходимыми и достаточными условиями выполнения неравенства (1.30) будут

$$\eta_{00} = -\frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta}, \tag{1.31}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_i} + \lambda u^i = 0, \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{ik}} + \lambda^k u^i = 0, \\ \lambda^k \tilde{d}_{ik} + \lambda \tilde{\theta}_i + 2\mu u_i + \frac{\partial \Psi_0}{\partial u^i} = 0.\end{gathered} \tag{1.32}$$

Для определения величин λ, λ^i и μ умножим уравнение (1.32) скалярно на u_i. Тогда получим

$$\lambda = u_i \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_i}, \quad \lambda^k = u_i \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{ik}}, \quad 2\mu = u^i \frac{\partial \Psi_0}{\partial u^i} \tag{1.33}$$

и уравнения (1.32) перепишутся в виде

$$\begin{gathered}s^i_k \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_k} = 0, \quad s^i_j \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{jk}} = 0, \\ s^j_i \frac{\partial \Psi_0}{\partial u^j} + \tilde{d}_{ik} \left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{jk}} + \tilde{\theta}_i \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_j} \right) u_j = 0,\end{gathered} \tag{1.34}$$

откуда

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{\theta}_i} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial \tilde{d}_{ik}} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial u^i} = 0. \tag{1.35}$$

Последние соотношения указывают, какие ограничения налагаются на функцию свободной энергии термодинамическим неравенством. С учетом (1.35) выражение (1.30) преобразуется в общее диссипативное неравенство

$$\theta^{-1}_D t^{ik} \tilde{d}_{ik} - \frac{q^i}{\theta^2} \theta_i \geqslant 0, \tag{1.36}$$

где

$$_D t^{ik} = t^{ik} - \pi s^{ik}, \tag{1.37}$$

$$\pi = n_0^2 \frac{\partial \Psi_0}{\partial n_0}. \tag{1.38}$$

Тензор второго ранга ${}_Dt^{ik}$ является диссипативным тензором энергии — напряжения; π — термодинамическое давление. Из соотношения (1.35) заключаем, что функция свободной энергии Ψ_0, энтропия η_{00} и термодинамическое давление π зависят лишь от n_0 и θ. Определяющие функционалы для ${}_Dt^{ik}$ и q^k имеют вид

$$
{}_Dt^{ik} = f^{ik}(n_0, \theta, \tilde{d}_{ik}, u_i), \tag{1.39}
$$

$$
q^i = q^i(n_0, \theta, \tilde{d}_{ik}, \tilde{\theta}_i, u_i), \tag{1.40}
$$

причем функционалы f и q являются непрерывными относительно $\tilde{d}_{ik}$, $\tilde{\theta}_i$ и обращаются в нуль при $\tilde{d}_{ik} = \tilde{\theta}_i = 0$.

Использование принципа независимости свойств материала от системы отсчета приводит к полиномиальной зависимости функционалов f^{ik} и q^i от величин $\tilde{d}_{ik}$, θ_i.

Требование линейности определяющих функционалов f^{ik} и q^i относительно $\tilde{d}_{ik}$ и θ_i приводит к следующим релятивистским уравнениям термовязкой жидкости:

$$
{}_Dt^i_k = \lambda_v d^j_j s^i_k + 2\mu_v d^i_k, \tag{1.41}
$$

$$
q^i = -\chi\tilde{\theta}^i, \tag{1.42}
$$

где $\lambda_v(n_0, \theta)$, $\mu_v(n_0, \theta)$, $\chi(n_0, \theta)$ — соответственно два коэффициента вязкости и коэффициент теплопроводности. Подставляя уравнение (1.41) и (1.42) в диссипативное неравенство (1.36), приходим к квадратичной форме

$$
\theta^{-1}(\lambda_v \tilde{d}^i_i \tilde{d}^k_k + 2\mu_v d^i_k d^k_i) + \frac{\chi}{\theta^2} g_{ik}\tilde{\theta}^i\tilde{\theta}^k \geqslant 0. \tag{1.43}
$$

Из свойства положительности (1.43) следует

$$
\lambda_v d^i_i d^k_k + 2\mu_v d^i_k d^k_i \geqslant 0, \tag{1.44}
$$

$$
\chi g_{ik}\tilde{\theta}^i\tilde{\theta}^k \geqslant 0. \tag{1.45}
$$

Далее находим

$$
\chi \geqslant 0, \quad 3\lambda_v + 2\mu_v \geqslant 0, \quad \mu_v \geqslant 0. \tag{1.46}
$$

Окончательно тензор энергии — напряжений принимает вид

$$
T^{ik} = (w + \pi)u^i u^k + \pi g^{ik} - \chi(\tilde{\theta}^i u^k + \tilde{\theta}^i u^k) - \\
- \lambda_v d^j_j s^{ik} - 2\mu_v d^{ik}. \tag{1.47}
$$

Если пренебречь диссипативными процессами, то для невязкой жидкости уравнение (1.47) будет

$$T^{ik} = (w + \pi) u^i u^k + \pi g^{ik} - \chi(\tilde{\theta}^i u^k + \tilde{\theta}^k u^i). \qquad (1.48)$$

В случае $\chi = 0$

$$T^{ik} = (w + \pi) u^i u^k + \pi g^{ik}. \qquad (1.49)$$

Для определения полей скорости u^i, температуры θ, числа частиц n_0 и g_{ik} необходимо подставить выражения (1.47), (1.48) в уравнения $T^{ik}_{;k} = 0$ и проинтегрировать их совместно с уравнениями (1.17) и (1.19). Кроме того, полевые уравнения необходимо дополнить начальными и краевыми условиями.

Если не налагать на определяющие функционалы условий линейности, придем к нелинейным ОУ термовязкой жидкости.

Приведенный вывод ОУ термовязкой и невязкой жидкостей иллюстрирует плодотворность метода нелинейной термомеханики сплошных сред.

2. Вариационные методы в релятивистской гидродинамике с учетом диссипативных процессов

В основу построения математических моделей релятивистской термомеханики сплошных сред не только для обратимых процессов, но и с учетом диссипативных процессов могут быть положены вариационные принципы.

Уравнения гидродинамики в ОТО из вариационного принципа выводились Таубом [1058], целая серия исследований по вариационным методам была выполнена Станюковичем [231, 233—236]. В релятивистской магнитной гидродинамике лагранжианы описывались в работе [1053], а также в исследованиях Фока [41], Шёпфа [992, 993, 996], Минкевича и Сокольского [179], Шютца [1064], Седова [210, 214], Бердичевского [107—109], Желноровича [143].

Рассмотрим вариационный вывод уравнений для идеальной безвихревой жидкости в ОТО [943]. Плотность лагранжиана возьмем в виде

$$L_2 = L_1 + \sqrt{-g}\,[\lambda_1 (g_{ik} u^i u^k + c^2) + \lambda_2 (\rho u^i)_{;\,i}], \qquad (1.50)$$

где

$$L_1 = \sqrt{-g}\left[c_1 R + \frac{w}{c}\right],$$

а

$$c_1 = \frac{c^3}{16\pi G}, \quad w = -\rho\,[c^2 + \varepsilon(\rho)]. \tag{1.51}$$

При этом выполняются следующие дополнительные условия:

$$(\rho u^i)_{;\,i} = 0, \tag{1.52}$$

$$g_{ik}u^i u^k + c^2 = 0, \tag{1.53}$$

представляющие собой законы сохранения массы и обычное условие на 4-скорость.

Все основные уравнения получаются из приравнивания нулю вариации действия

$$\delta A = \delta \int L_2 d^4x = 0 \tag{1.54}$$

относительно переменных g_{ik}, ρ, u^i, λ_1, λ_2 и имеют вид

$$\frac{\partial L_2}{\partial g_{ik}} - \left(\frac{\partial L_2}{\partial g_{ik,\,r}}\right)_{,\,r} + \left(\frac{\partial L_2}{\partial g_{ik,r,s}}\right)_{,\,s,r} = 0, \tag{1.55}$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \rho} - \left(\frac{\partial L_2}{\partial \rho_{,\,i}}\right)_{,\,i} = 0, \tag{1.56}$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial u^i} - \left(\frac{\partial L_2}{\partial u^i_{,\,k}}\right)_{,\,k} = 0, \tag{1.57}$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \lambda_1} = 0, \tag{1.58}$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial \lambda_2} = 0. \tag{1.59}$$

Из уравнения (1.55)—(1.59) следуют уравнения тяготения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \tag{1.60}$$

где тензор энергии — импульса идеальной жидкости определяется выражением

$$T_{ik} = -\frac{1}{c^2}\rho w' u_i u_k + g_{ik}(w - \rho w'). \qquad (1.61)$$

С учетом термодинамического соотношения $Tds = d\varepsilon + pd\left(\frac{1}{\rho}\right)$ для изэнтропического движения, когда $\frac{d\varepsilon}{d\rho} = \frac{p}{\rho^2}$, легко получить

$$T_{ik} = \left[\rho\left(1 + \frac{\varepsilon}{c^2} + \frac{p}{\rho c^2}\right) u_i u_k + g_{ik} p\right]. \qquad (1.62)$$

Из приведенных уравнений вытекает соотношение

$$u_i = -(w')^{-1} c^3 \lambda_2, \qquad (1.63)$$

откуда, вычисляя ускорение $\frac{Du_i}{D\tau} = u_{i;k}\, u^k$, нетрудно найти релятивистское уравнение Эйлера:

$$\rho\left(1 + \frac{\varepsilon}{c^2} + \frac{p}{\rho c^2}\right)\frac{Du_i}{D\tau} = -p,_i - c^{-2} u_i u^k p,_k. \qquad (1.64)$$

Уравнение (1.64) можно также получить с помощью тождеств Бианки:

$$T^{ik}_{;k} = 0. \qquad (1.65)$$

Рассмотрим теперь вариационный вывод уравнений релятивистской термомеханики сплошной среды с учетом диссипативных процессов [108]. Основным вариационным принципом является следующий [210]:

$$\delta \int_V \Lambda d\tau + \delta W + \delta W^* = 0. \qquad (1.66)$$

Лагранжиан Λ есть функция следующих определяющих параметров состояния и движения среды: $x^i_p = \frac{\partial x^i}{\partial \xi^p}$, $\nabla_k x^i_p$, μ^A, $\nabla_j \mu^A$, $\nabla_i \nabla_j \mu^A$, S, K^c, $\hat{L}^c$, где x^i — координаты фиксированной криволинейной системы отсчета наблюдателя; ξ^p — координаты сопутствующей системы; функции $x^i(\xi^p)$

задают закон движения рассматриваемой среды; μ^A — полевые функции, имеющие различную геометрическую или физическую природу (например, характеристики электромагнитного поля или различных внутренних степеней свободы); S — плотность энтропии; K^c, $L^{\hat{c}}$ — заданные неварьируемые компоненты тензоров в системах наблюдателя и в сопутствующей соответственно, например, описывающие свойства анизотропии среды.

Вариация δW представляется интегралом по поверхности Σ, ограничивающей объем V от линейной комбинации вариации функции с аргументами $\{x_p^i, \mu^A, ...\}$, и определяется заданием функции Λ. Лагранжиан Λ представляет собой функционал в виде суммы интеграла по V и по поверхности Σ от линейных комбинаций, составленных из вариации $\Psi\{x_p^i, \mu^A, ...\}$ и вариаций их частных производных. Учет необратимых процессов и внутренних источников энергии осуществляется с помощью δW^*.

Из вариационного принципа (1.66) следуют уравнения движения:

$$\nabla_j P^j_{(\Lambda)i} = Q_i, \tag{1.67}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial\mu^A} - \nabla_j \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_j\mu^A} + \nabla_i\nabla_j \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_i\nabla_j\mu^A} = Q_A, \tag{1.68}$$

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial s} = -\rho\theta. \tag{1.69}$$

Уравнения состояния среды имеют вид

$$P^j_i = \nabla_i\mu^A \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_j\mu^A} + \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_s\nabla_k\mu^A}\left(\delta^j_k \nabla_s\nabla_i\mu^A + \delta^j_s \nabla_k\nabla_i\mu^A\right) -$$
$$- x^j_s \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_k x^i_s}\left(\delta^l_i \nabla_k x^j_s - \delta^j_k \nabla_i \nabla^l_s\right) -$$
$$- \nabla_l \left\{\nabla_i\mu^A \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_j\nabla_l\mu^A} - \frac{1}{2}\left[x^l_s \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_j x^i_s} + x^j_s \frac{\partial\Lambda}{\partial\nabla_l x^i_s}\right]\right\} -$$
$$- \Lambda\delta^j_i + Q^j_i = P^j_{(\Lambda)i} + Q^j_i, \tag{1.70}$$

$$P_i^{jl} = -\frac{1}{2}\left[x_s^l \frac{\partial \Lambda}{\partial \nabla_k x_s^i} + x_s^k \frac{\partial \Lambda}{\partial \nabla_l x_s^i} \right] \frac{\partial \xi^j}{\partial x^k} +$$

$$+ Q_i^{jl} = P_{(\Lambda) i}^{jl} + Q_A^j, \tag{1.71}$$

$$P_A^{jl} = \frac{\partial \Lambda}{\partial \nabla_j \nabla_l \mu^A} + Q_\Lambda^{jl} = P_{(\Lambda)A}^{jl} + Q_A^{jl}, \tag{1.72}$$

где P_i^j — тензор энергии — импульса.

Система уравнений (1.67) — (1.72) полностью описывает поведение сплошной среды. В случае вязкой теплопроводной жидкости с несимметричным тензором энергии — импульса лагранжиан Λ зависит от плотности ρ, энтропии S и несимметричного тензора угловой скорости Ω_{ij}. Зададим функционал δW^* в виде

$$\delta W^* = \int\limits_V \left\{ \rho T \delta S - Q_i \delta x^i - \frac{1}{2} H^{ij} \delta \omega_{ij} \right\} d\tau -$$

$$- \int\limits_\Sigma Q_i^j \delta x^i n_j d\sigma, \tag{1.73}$$

где ω_{ij} связано с Ω_{ij} соотношением $\Omega_{ij} = D\omega_{ij}$, а $H^{ij} = P^{ji} - P^{ij}$.

Уравнение баланса энтропии будет

$$\rho T dS = -u^i \nabla_j Q_i^j + \frac{1}{2} H^{ij} Q_{ij}. \tag{1.74}$$

Так как всякий тензор второго ранга может быть представлен в виде

$$Q^{ij} = S^{ij} + u^i I^j + G^i u^j + Q u^i u^j, \tag{1.75}$$

где $S^{ij} = \gamma_k^i \gamma_l^j Q^{kl}$; $I^j = \gamma_i^j u_k Q^{ki}$; $G^i = \gamma_k^i u_l Q^{kl}$; $Q = u_k u_l Q^{kl}$, из уравнения (1.74) можно получить

$$\rho DS = T^{-1} [S^{ij} (\nabla_j u_i - \Omega_{ij}) - \nabla_j I^j + G^i D u_i - \nabla_j (Q u^j). \tag{1.76}$$

Выделим в (1.76) источник энтропии σ, обусловленный необратимыми процессами

$$\rho DS = -\nabla_i (T^{-1} I^i) + \sigma, \tag{1.77}$$

где

$$\sigma = I^j \nabla_j T^{-1} + T^{-1}(S^{ij} + G^i u^j)(\nabla_j u_i - \Omega_{ij}) - T^{-1}\nabla_j (Qu^j). \tag{1.78}$$

Будем считать, что независимые термодинамические потоки S^{ij}, T^j, G^i являются функциями термодинамических сил $\nabla_j T^{-1}$, $\nabla_j u_i$, Ω_{ij}. Предполагая линейную связь между потоками и силами, приходим к модели вязкой теплопроводной жидкости

$$I^j = A^{jk}\nabla_k T^{-1} + B^{jkl}(\nabla_k u_l + \Omega_{kl}), \tag{1.79}$$

$$T^{-1}(S^{ij} + G^i u^j) = A^{ijk}\nabla_k T^{-1} + A^{ijkl}(\nabla_k u_l + \Omega_{kl}). \tag{1.80}$$

Вектор G^i находится из уравнения (1.80):

$$T^{-1}G^i = u_j\left(A^{ijk}\nabla_k T^{-1} + A^{ijkl}(\nabla_k u_l - \Omega_{lk})\right) \tag{1.81}$$

Феноменологические коэффициенты A^{ij}, A^{ijk}, B^{jkl}, A^{ijkl} характеризуют свойства среды и отражают ее симметрию. В случае изотропной сплошной среды имеем

$$A^{jk} = l_1\gamma^{jk}, \quad A^{ijk} = k_1\gamma^{ij}u^k + k_2\gamma^{ik}u^j,$$
$$B^{jkl} = \mu_1\gamma^{jl}u^k, \tag{1.82}$$
$$A^{ijkl} = \nu_1\gamma^{ij}\gamma^{kl} + \nu_2\gamma^{ik}\gamma^{jl} + \nu_3\gamma^{il}\gamma^{jk} + \nu_4\gamma^{il}u^j u^k.$$

Из термодинамического неравенства $\sigma \geqslant 0$ вытекают следующие ограничения на коэффициенты l_1, k_1, k_2, μ_1, ν_1, ν_2, ν_3, ν_4:

$$k_1 = 0, \quad \nu_2 + \nu_3 \geqslant 0, \quad \nu_2 - \nu_1 \geqslant 0, \quad \nu_1 + (\nu_2 + \nu_3)/3 \geqslant 0,$$
$$\nu_4 \leqslant 0, \quad l_1 \leqslant 0, \quad (k_2 + \mu_1)^2 \leqslant 4\nu_4 l_1. \tag{1.83}$$

Таким образом, приходим к следующей системе определяющих уравнений для тензора вязких напряжений S^{ij}, вектора потока тепла I^j и вектора количества движения G^i:

$$S^{ij} = \eta(\gamma^{ik}\nabla_k u^j + \gamma^{jk}\nabla_k u^i) + \left(\zeta - \frac{2}{3}\eta\right)\gamma^{ij}\nabla_k u^k +$$
$$+ \xi[\gamma^{ik}(\nabla_k u^j - \Omega^j_k) - \gamma^{jk}(\nabla_k u^i - \Omega^i_k)], \tag{1.84}$$

$$I^j = \varkappa\gamma^{jk}\nabla_k T + \mu_1 D u^j, \tag{1.85}$$

$$G^i = \varkappa_1\gamma^{ik}\nabla_k T + T\nu^4 D u^i. \tag{1.86}$$

Здесь введены обозначения

$$\eta = (2T)^{-1}(\nu_2 + \nu_3), \quad \zeta = T^{-1}[\nu_1 + (\nu_2 + \nu_3)/3],$$
$$\xi = (2T)^{-1}(\nu_2 - \nu_3) \geqslant 0, \quad \varkappa = \frac{l_1}{T^2}, \quad \varkappa_1 = \frac{k_2}{T}. \tag{1.87}$$

Равенство $\mu_1 = \varkappa_1$ в феноменологических уравнениях (1.85) и (1.86) является релятивистским аналогом соотношений Онзагера. Симметричный тензор вязких напряжений получается из (1.84) при $\xi = 0$. В случае симметричного тензора Q^{ij}, вследствие того что $I^j = G^j$, имеем $\varkappa = \varkappa_1$, $\mu_1 = T\nu_4$ и при $\mu_1 = \varkappa_1$ $I^j = G^j = \varkappa(\gamma^{ik}\nabla_k T + Du^j)$.

Общий случай построения моделей сплошной среды на базе вариационных принципов с учетом необратимых процессов развит в работе Седова [210].

3. Кинетические методы вывода уравнений релятивистской гидродинамики

Кинетические методы вывода уравнений релятивистской термомеханики получили широкое распространение в литературе [32, 54, 79]. При статистическом выводе законов сохранения большинство авторов обычно исходят из релятивистского кинетического уравнения Больцмана. Решение этого уравнения находится либо из обобщенных разложений Чэпмена — Энскога [1167], либо по моментному методу Грэда — Черникова [266, 473, 1148].

По методу Чэпмена — Энскога выводятся релятивистские уравнения вязкой теплопроводной жидкости в работе Масловой [176], в большой серии работ де Гроота с сотрудниками [601—606, 652—654, 755—766].

Моментный метод вывода уравнений движения вязкой теплопроводной жидкости широко применялся прежде всего в работах Черникова, который проводил также исследования релятивистского кинетического уравнения [259—270]. К этому направлению примыкают также работы Косовского [163], Андерсона [297—298], Марле [815—819].

В настоящее время развиваются и некоторые другие методы микроскопического вывода уравнений релятивистской гидродинамики. Так, Зубарев [149, 1150] использует для этих целей неравновесный статистический оператор. Хаким [627] рассматривает релятивистские стохастические процессы. Укажем также на работы Власова и его сотрудников [4, 164—166, 198—200].

Отметим, что статистический вывод уравнений релятивистской гидродинамики проводился для систем, характеризуемых лишь контактным взаимодействием между частицами.

Наиболее последовательный путь построения уравнений релятивистской гидродинамики состоит в выводе их из гиббсовской релятивистской статистической механики взаимодействующих частиц в рамках ОТО. Однако здесь имеется ряд принципиальных трудностей. В частности, возникает задача построения фазового пространства [279, 659—661, 1041] с учетом кривизны пространства — времени.

Другая трудность состоит в формулировке динамики взаимодействующих частиц в ОТО. В настоящее время имеется формулировка Пирагаса с сотрудниками [140, 141], основанная на принципе Фоккера, и формулировка Брежнева [1182], основанная на геометрии Финслера. Обе они, по-видимому, выводят за рамки ОТО.

В работе Павлоцкого [185] был предложен способ построения ансамбля Гиббса и получена цепочка уравнений Боголюбова в слаборелятивистском приближении, когда учитываются эффекты порядка $\frac{v^2}{c^2}$. Такое приближение оказывается достаточным для решения широкого круга задач. Впоследствии оно было развито в ряде работ [102, 186, 187, 348]. При этом оказалось возможным учесть эффекты запаздывания взаимодействия. Вывод гидродинамики на основании такого подхода дается в гл. III.

Перейдем теперь к выводу уравнений релятивистской гидродинамики с учетом диссипативных процессов по моментному методу Грэда — Черникова [266, 470, 473].

Релятивистское кинетическое уравнение для одноатомного газа имеет вид

$$f(x,\ p)\,A(x,\ p) = I(x,\ p), \tag{1.88}$$

где $f(x,\ p) = p^i\ \frac{\partial}{\partial x^i} - \Gamma^{\alpha}_{jk} p^j p^k\ \frac{\partial}{\partial p^{\alpha}}$; $I(x,\ p)$ — интеграл столкновений.

Моменты функции распределения газа $A(x, p)$ и интеграл столкновений $I(x, p)$ равны

$$A^{i_1, \ldots, i_n}(x) = \int p^{i_1} \ldots p^{i_n} A(x, p)\, dP, \tag{1.89}$$

$$I^{i_1, \ldots, i_n}(x) = \int p^{i_1} \ldots p^{i_n} I(x, p)\, dP. \tag{1.90}$$

Из уравнения переноса для функции $(\xi(x), p)^n$ следует уравнение для моментов

$$\nabla_i A^{i\, i_1, \ldots, i_n} = I^{i_1, \ldots, i_n}. \tag{1.91}$$

Первый момент $A^i(x)$ совпадает с вектором потока частиц газа, второй $A^{ij}(x)$ — с ТЭИ газа.

Можно показать, что нулевой момент $I(x)$ и первый момент $I^k(x)$ равны нулю и, следовательно,

$$\nabla_i A^i = 0, \quad \nabla_i A^{ik} = 0. \tag{1.92}$$

Вследствие равенства $(\vec{p}, \vec{p}) = m^2c^2$ моменты $A(x, p)$ и $I(x, p)$ обладают важным свойством

$$g_{jk} B^{jk\, i_1, \ldots, i_n} = m^2 c^2 B^{i_1, \ldots, i_n}. \tag{1.93}$$

В частности, если масса покоя частиц газа равна нулю, то след любого момента равен нулю.

Квадратичная форма $A_{ik}\xi^i\xi^k$ относительно ξ положительно определена. Следовательно, один и только один собственный вектор ТЭИ $(A_{ik}\xi^k = \mu\xi_i)$ лежит внутри светового конуса, остальные три собственных вектора ортогональны первому и, таким образом, лежат вне светового конуса. Времени-подобный собственный вектор определяет скорость $u(x)$ массы газа в точке x:

$$A_{ik} u^k = \mu_{(0)} u_i, \quad (u, u) = 1, \quad u_0 > 0. \tag{1.94}$$

Собственное число μ_0 положительно, остальные собственные значения $\mu_{(1)}$, $\mu_{(2)}$, $\mu_{(3)}$ отрицательны. Скалярная величина $\mu_{(0)}c^{-1}$ представляет плотность массы газа в точке x. Величина

$$p(x) = \frac{1}{3} c\,[\mu_{(0)} - m^2c^2 A(x)] = -\frac{1}{3} c\,[\mu_{(1)} + \mu_{(2)} + \mu_{(3)}] \tag{1.95}$$

представляет собой среднее гидростатическое давление газа в точке x.

Положив

$$A(x,\ p) = \frac{a(x)}{4\pi}\,\mathrm{e}^{-(\lambda(x),\,p)} \tag{1.96}$$

и подставив в (1.92) моменты функции распределения (1.96), приходим к релятивистской гидродинамике идеальной жидкости с ТЭИ

$$A_{ik} = \left(\mu_{(0)} + \frac{p}{c}\right) u_i u_k - \frac{p}{c}\, g_{ik} \tag{1.97}$$

и с вектором потока числа частиц

$$A_i = n(x)\, u_i. \tag{1.98}$$

Для учета диссипативных процессов, протекающих в газе, необходимо использовать более точное выражение для функции распределения:

$$A(x,\ p) = \frac{1}{4\pi}\,\mathrm{e}^{-(\lambda,p)} \left\{ a(x) + \frac{a^i(x) H_i(\xi)}{\sqrt{(\lambda,\ \lambda)}} + \right.$$

$$\left. + \frac{a^{ik}(x) H_{ik}(\xi)}{2(\lambda,\ \lambda)} + \frac{b^i(x) H^k_{ik}(\xi)}{5\sqrt{(\lambda,\ \lambda)}} \right\}, \tag{1.99}$$

где

$$H_i(\xi) = h_{ik}\xi^k, \quad H_{ik}(\xi) = h_{il}h_{kj}\,\xi^l\xi^j - \xi_0 h_{ik};$$

$$H^k_{ik}(\xi) = [5\xi_0 - h_{lm}\,\xi^l\xi^m]\, h_{il}\,\xi^l; \quad \xi^i = \sqrt{(\lambda,\ \lambda)}\, p^i; \tag{1.100}$$

$$h_{ik} = u_i u_k - g_{ik}; \quad \lambda^i = \sqrt{(\lambda,\ \lambda)}\, u^i. \tag{1.101}$$

Тензоры выражений (1.100) представляют собой релятивистское обобщение полиномов Чебышева — Эрмита.

Можно показать, что $a^i u_i = 0$, $b^i u_i = 0$, $a^{ik} u_k = 0$, $a^{ik} = a^{ki}$. Пусть вектор $u_i(x)$ — скорость массы газа. Это означает, что он должен быть собственным вектором второго момента функции (1.99). Следовательно, имеем $a^i = b^i$. Предположим, кроме того, что среднее гидростатическое давление определяется локально равновесной частью (1.96), т. е. нулевым приближением разложения (1.99). Тогда находим $h_{ik}a^{ik} = 0$. Таким образом, в рассматриваемом приближении функция распределения газа задается 13 компонентами: четные компоненты вектора $\lambda_i(x)$, одна скалярная функция $a(x)$, три независимые компоненты $a^i(x)$ и пять независимых компонент тензора $a^{ik}(x)$.

Для определения этих компонент необходимы 13 уравнений для моментов. Нужно сохранить 5 уравнений (1.92), которые выражают законы сохранения числа частиц, момента и энергии. Чтобы установить 8 добавочных уравнений, рассмотрим тензор $T^{ik}=\nabla_j A^{jik}-I^{ik}$. Нетрудно показать, что след его равен нулю. Из этого вытекает, что T^{ik} имеет 9 независимых компонент. С учетом того, что $u_i u_k T^{ik}=0$, и пренебрегая более высокими моментами, получаем 8 следующих независимых уравнений:

$$\left(h_{il}h_{kj}-\frac{1}{3}h_{ik}h_{lj}\right)(\nabla_m A^{mik}-I^{ik})=0,$$
$$h_{il}u_m(\nabla_j A^{jik}-I^{ik})=0, \tag{1.102}$$

которые вместе с уравнениями (1.92) представляют собой релятивистское обобщение 13-моментных уравнений Грэда.

Обратимся теперь непосредственно к выводу релятивистской гидродинамики вязкой теплопроводной жидкости.

Введем обозначения

$$\Phi^{i_1,\ldots,i_n}=\frac{1}{4\pi}\int p^{i_1}\ldots p^{i_n}\,e^{-(\lambda,\,p)}\,dP. \tag{1.103}$$

Тогда первые моменты функции (1.99) записываются как

$$A(x)=a\Phi,\quad A^i(x)=a\Phi^i+\frac{m^4c^4}{\gamma^2}K_2(\gamma)\,a^i,$$
$$A^{ik}(x)=a\Phi^{ik}+\frac{m^6c^6}{\gamma^3}K_3(\gamma)\,a^{ik}, \tag{1.104}$$
$$\gamma=mc/\sqrt{(\lambda,\ \lambda)}=mc^2/k\theta,$$

где θ — температура.

Через $K_n(\gamma)$ обозначена цилиндрическая функция. Приближенное выражение для третьего момента будет $A^{jik}=$ $=a\Phi^{jik}$. С учетом этого получаем

$$\left(h_{il}h_{kj}-\frac{1}{3}h_{ik}h_{lj}\right)\nabla_n a\Phi^{nlj}=$$
$$=a\frac{m^5c^5}{\gamma^2}K_2(\gamma)\left(h_i^j\nabla_j u_l+h_k^j\nabla_j u_i-\frac{2}{3}h_{ik}\nabla_l u^l\right), \tag{1.105}$$

$$h_{ik}u_j\nabla_n a\Phi^{nlj} = \frac{m^5c^5}{\gamma^4}\,\frac{K_2(\gamma)\,K_2(\gamma)}{K_3(\gamma)}\,\frac{c_p}{k}\,h_i^l\nabla_l a. \qquad (1.106)$$

Проводя ряд вычислений, можно найти интегралы столкновений:

$$I^{ik} = aD\,(a^i\lambda^k + a^k\lambda^i) - aBa^{ik}, \qquad (1.107)$$

где

$$B = \frac{16}{15}\,[4\theta b(\theta) - 21\theta b'(\theta) + 3\theta^2 b''(\theta)];$$

$$D = \frac{32}{15}\,[2\theta b(\theta) - 7\theta b'(\theta) + \theta^2 b''(\theta)];$$

$$b(\theta) = \int\limits_0^\infty S(\rho)\,(\rho^2 + m^2c^2)\,\frac{K_3(2\gamma(0))}{[2\gamma(\rho)]^3}\,d\rho; \qquad (1.108)$$

$$\gamma(\rho) = \sqrt{(\lambda,\ \lambda)}\,\sqrt{\rho^2 + m^2c^2}\,. \qquad (1.109)$$

Величина $S(\rho)$ выражается через дифференциальные сечения центра масс.

После ряда преобразований окончательно находим

$$a_{ik} = -\frac{m^5c^5}{\gamma^2 B}\,K_3(\gamma)\left[h_i^j\nabla_j u_k + h_k^j\nabla_j u_i - \frac{2}{3}\,h_{ik}\nabla_j u^j\right], \qquad (1.110)$$

$$a_i = \frac{m^6c^6}{\gamma^5 D}\,K_3(\gamma)\left[\frac{K_2(\gamma)}{K_3(\gamma)}\right]^2\frac{c_p}{k}\,h_i^j\nabla_j \ln a. \qquad (1.111)$$

Последние выражения надо подставить в (1.104) и тогда следует, что A^i и A^{ik} удовлетворяют уравнениям (1.92), которые представляют собой релятивистские уравнения гидродинамики с учетом диссипативных процессов.

Коэффициент теплопроводности записывается как $\chi = \frac{m^{10}c^{11}}{\gamma^5 D}\,K_2(\gamma)\,K_3(\gamma)\,c_p$, коэффициент первой вязкости $\eta = \frac{m^{11}c^{11}}{\gamma^5 B}\,K_3(\gamma)\,K_3(\gamma)$, а коэффициент второй вязкости $\xi = 0$.

Приведенные рассуждения следует рассматривать как статистическое обоснование релятивистской гидродинамики с учетом диссипативных процессов в схеме Ландау—Лифшица, изложение которой будет дано в гл. II.

Глава II

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕРМОМЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

Вопросы релятивистской гидродинамики и магнитогидродинамики отражены в отечественных монографиях Ландау и Лифшица [14], Станюковича [34], Баума, Каплана и Станюковича [1]. Из зарубежных изданий по релятивистской гидродинамике и термодинамике следует прежде всего указать на книги Толмана [80], Паули [22], Лихнеровича [66, 67], Арзелье [48, 49] и Гюесу [60]. Диапазон современных исследований по релятивистской термомеханике очень велик: от релятивистской вязкости и теплопроводности до сверхтекучести, сверхпроводимости, упругости и реологии.

1. Идеальная жидкость

Релятивистские уравнения движения некоторой среды в СТО записываются путем приравнивания нулю 4-дивергенции от тензора энергии — импульса этой среды, т. е.

$$T^{ik}_{,k} = 0. \tag{2.1}$$

Они представляют собой законы сохранения энергии и импульса физической системы.

К уравнениям (2.1) необходимо добавить закон сохранения числа частиц [14], который записывается в виде

$$n^i_{,i} = 0, \tag{2.2}$$

где $n^i = nu^i$ — 4-вектор тока частиц; u^i — 4-скорость; n — плотность числа частиц в сопутствующей системе отсчета.

Переход от СТО к ОТО в уравнениях движения (2.1), (2.2) обычно осуществляется [68] путем замены частных производных на ковариантные. Так, трансформированные общерелятивистские уравнения движения

$$T^{ik}_{;k} = 0 \tag{2.3}$$

следуют уже из тождеств Бианки, которым удовлетворяет тензор Эйнштейна $G^{ik} = R^{ik} - \frac{1}{2} R g^{ik}$, входящий в уравнения тяготения.

Вопросы о единственности ТЭИ сплошной среды рассматривались Фоком [41], Шехтером [276], Кучиной [167].

Следуя работе [14], приведем вывод уравнений релятивистской гидродинамики идеальной жидкости. Выражение для ТЭИ в этом случае имеет вид

$$T^{ik} = w u^i u^k + p g^{ik}, \tag{2.4}$$

где $w = e + p$ — тепловая функция; p — давление; e — внутренняя энергия; g^{ik} — метрический тензор.

Уравнения (2.1) с учетом (2.4) можно записать как

$$u^i \frac{\partial (w u^k)}{\partial x^k} + w u^k \frac{\partial u^i}{\partial x^k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0. \tag{2.5}$$

Умножая (2.5) на u_i, т. е. проектируя его на направление 4-скорости, и учитывая, что

$$u_i u^i = 1, \quad u_i \frac{\partial u^i}{\partial x^k} = 0,$$

получим

$$-\frac{\partial (w u^k)}{\partial x^k} + u^k \frac{\partial p}{\partial x^k} = 0.$$

Переписывая это уравнение в виде

$$\frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{w}{n} n u^k \right) - \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial p}{\partial x^k} n u^k = 0$$

и учитывая уравнение (2.2), находим

$$n u^k \left[\frac{\partial}{\partial x^k} \cdot \frac{w}{n} - \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial p}{\partial x^k} \right] = 0. \tag{2.6}$$

Используя термодинамическое тождество

$$\frac{dw}{n} - \frac{1}{n} dp = Td\frac{\sigma}{n}, \tag{2.7}$$

где T — температура; σ — энтропия на единицу собственного объема, получаем

$$nTu^k \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\sigma}{n}\right) = 0, \tag{2.8}$$

или иначе

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\sigma}{n}\right) = 0. \tag{2.9}$$

В уравнении (2.9) производная берется вдоль мировой линии движения данного элемента жидкости.

Учитывая уравнение неразрывности (2.2), соотношение (2.9) можно записать также в виде равенства нулю 4-дивергенции потока энтропии σu_i:

$$\frac{\partial}{\partial x^i}(\sigma u^i) = 0. \tag{2.10}$$

Уравнения (2.9) или (2.10) описывают адиабатические движения.

Найдем теперь непосредственно релятивистские уравнения движения идеальной жидкости, для чего спроектируем уравнения (2.1) на направление, перпендикулярное u_i. Такая проекция равна

$$\frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k} + u^i u_k \frac{\partial T^{kl}}{\partial x^l}.$$

Непосредственным вычислением нетрудно убедиться, что эта проекция при скалярном умножении на u_i дает нуль. Используя теперь выражение (2.4), получаем релятивистское обобщение уравнений Эйлера:

$$wu^k \frac{du_i}{dx^k} = -\frac{\partial p}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial p}{\partial x^k}. \tag{2.11}$$

Гидродинамические уравнения в сильном гравитационном поле записываются так:

$$wu^k u_{i;k} = -\frac{\partial p}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial p}{\partial x^k}, \tag{2.12}$$

$$(\sigma u^i)_{;i} = 0. \tag{2.13}$$

Получим условие механического равновесия идеальной жидкости в сильном гравитационном поле [14]. Поскольку в этом случае поле статично и можно выбрать систему отсчета, в которой вещество неподвижно ($u^\alpha = 0$, $u^0 = 1\sqrt{-g_{00}}$), все величины не зависят от времени, смешанные компоненты метрического тензора равны нулю ($g_{0\alpha} = 0$), то из пространственных компонент уравнения (2.12) получается

$$-w\Gamma^0_{\alpha 0} u^0 u_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{g_{00}} \cdot \frac{\partial g_{00}}{\partial x^\alpha} = -\frac{\partial p}{\partial x^\alpha}$$

и

$$\frac{1}{w} \frac{\partial p}{\partial x^\alpha} = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln \sqrt{-g_{00}}. \tag{2.14}$$

Выражение (2.14) дает искомое условие равновесия. В нерелятивистском предельном случае $w = \rho c^2$, $-g_{00} = 1 + \frac{2U}{c^2}$ и уравнение (2.14) переходит в обычное гидростатическое уравнение

$$\nabla p = -\rho \nabla U. \tag{2.15}$$

2. Вязкая теплопроводная жидкость в схеме Ландау—Лифшица

В настоящее время используется несколько схем описания релятивистской вязкой теплопроводной жидкости. Одной из первых была приведена схема вывода уравнений термогидродинамики ван Данцигом [509, 513]. Феноменологические уравнения движения вязкой теплопроводной жидкости в СТО были выведены Эккартом. В настоящее время наиболее употребительны две схемы: Эккарта [531] и Ландау — Лифшица [14]. Сравнение соотношения этих схем проводилось рядом авторов, в частности, Маслова [176], решая релятивистское уравнение Больцмана по методу Чепмена — Энскога [1167], показала, что обе схемы совпадают в первом приближении. Марле [818], рассматривая кинетические модели релятивистского газа, нашел, что уравнения Эккарта и Ландау—Лифшица несущественно отличаются друг от друга. В работах Израеля [667, 668] отмечается, что отличие между двумя схемами состоит лишь в выборе систем отсчета.

И наконец, Черников [266] дал микроскопический вывод уравнений движения вязкой теплопроводной жидкости в схеме Ландау — Лифшица, решая релятивистское уравнение Больцмана методом Грэда [1148].

Уравнения релятивистской гидродинамики в схеме Ландау — Лифшица с учетом диссипативных процессов (вязкость и теплопроводность) сохраняют свой вид (2.1) и (2.2). Однако здесь появляются уже дополнительные слагаемые в ТЭИ и в векторе плотности потока вещества

$$T_{ik} = wu_iu_k + pg_{ik} + \tau_{ik}, \qquad (2.16)$$

$$n_i = nu_i + \nu_i. \qquad (2.17)$$

При этом следует дать более точное определение понятия скорости u_i. Поскольку в релятивистской механике всякий поток энергии в силу соотношения $E = mc^2$ связан также и с потоками массы, то при наличии теплового потока определение скорости по потоку массы, как это делается в нерелятивистской гидродинамике, теряет физический смысл. Ландау и Лифшиц [14] определяют скорость так, чтобы в собственной системе отсчета любого данного элемента жидкости его импульс был равен нулю, а его энергия выражалась через прочие термодинамические величины теми же формулами, что и при отсутствии диссипативных процессов. Из сказанного следует, что в собственной системе отсчета, где $u_\alpha = 0$, будут обращаться в нуль компоненты τ_{00} и $\tau_{0\alpha}$, а тогда в этой системе отсчета будет выполняться соотношение

$$T_{ik}u^k = 0. \qquad (2.18)$$

В силу тензорного характера соотношение (2.18) будет выполняться в любой системе отсчета.

Так как в собственной системе отсчета компонента 4-вектора потока частиц n^i должна совпадать с плотностью числа частиц, то аналогично можно получить соотношение

$$\nu_i u^i = 0. \tag{2.19}$$

Конкретный вид тензора вязких напряжений τ_{ik} и вектора потока тепла ν_i можно определить из второго закона термодинамики о возрастании энтропии.

Путем несложных преобразований с использованием уравнения неразрывности получаем

$$u^i \frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = -T \frac{\partial}{\partial x^i}(\sigma u^i) + \mu \frac{\partial \nu^i}{\partial x^i} + u^i \frac{\partial \tau_i^k}{dx^k}. \tag{2.20}$$

Здесь $\mu = \frac{w - \sigma T}{n}$ — релятивистский химический потенциал вещества.

С учетом соотношения (2.19) выражение (2.20) можно переписать как уравнение баланса энтропии

$$\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sigma u^i - \frac{\mu}{T}\nu^i\right) = \nu^i \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{\mu}{T} - \frac{\tau_i^k}{T} \cdot \frac{\partial u^i}{\partial x^k}, \tag{2.21}$$

где 4-вектор плотности потока энтропии

$$\sigma^i = \sigma u^i - \frac{\mu}{T}\nu^i. \tag{2.22}$$

Величины τ_{ik} и ν_i должны линейно выражаться через градиенты скорости и термодинамических величин так, чтобы правая часть (2.21) была положительна (прирост энтропии из-за диссипативных процессов). Из этого условия, а также из соотношений (2.18) и (2.19) однозначно следуют выражения для тензора τ_{ik} и вектора ν_i [14]:

$$\tau_{ik} = -\eta c\left(\frac{\partial u_i}{\partial x^k} + \frac{\partial u_k}{\partial x^i} + u_k u^l \frac{\partial u_i}{\partial x^l} + u_i u^l \frac{\partial u_k}{\partial x^l}\right) - $$

$$- c\left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right) \frac{\partial u_l}{\partial x^l}(g_{ik} + u_i u_k), \tag{2.23}$$

$$\nu_i = -\frac{\chi}{c}\left(\frac{nT}{w}\right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\frac{\mu}{T}\right) + u_i u^k \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\mu}{T}\right)\right]. \tag{2.24}$$

Здесь η, ξ и χ — соответственно коэффициенты первой и второй вязкости и коэффициент теплопроводности.

Таким образом, уравнения движения вязкой теплопроводной жидкости в СТО в рамках схемы Ландау — Лифшица задаются соотношениями (2.1), (2.2), (2.16), (2.17), (2.23) и (2.24). Переход к уравнениям движения в ОТО можно совершать по Мёллеру [68] заменой везде частных производных ковариантными.

Рассмотрим теперь случай чистой теплопроводности, когда имеется поток энергии, но отсутствует поток вещества, т. е. $nu^\alpha + \nu^\alpha = 0$. Тогда плотность потока энергии с точностью до членов первого порядка малости по градиентам будет

$$cT^0_\alpha = cwu^0u_\alpha = -\frac{cw}{n}\nu_\alpha = \frac{\chi nT^2}{w}\cdot\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(\frac{\mu}{T}\right),$$

или с учетом термодинамического равенства

$$d\frac{\mu}{T} = -\frac{w}{nT^2}dT + \frac{dp}{nT}$$

поток энергии принимает вид [14]

$$-\chi\left(\nabla T - \frac{T}{w}\nabla p\right).$$

Отсюда вытекает, что в релятивистском случае поток тепла пропорционален не просто градиенту температуры, а определенной комбинации градиентов температуры и давления.

Обратимся теперь к выводу уравнений движения вязкой теплопроводной жидкости по схеме Эккарта.

3. Вязкая теплопроводная жидкость в схеме Эккарта

Уравнения движения в схеме Эккарта следуют из соотношения

$$\frac{\partial}{\partial x^k}T^{ik} = 0. \tag{2.25}$$

Симметричный тензор T^{ik} представляется в виде [531]

$$T^{ik} = wu^iu^k + Q^iu^k + Q^ku^i + w^{ik}, \tag{2.26}$$

где

$$w = T^{ik}u_iu_k; \tag{2.27}$$

$$Q^i = -s^{ik}T^e_k u_e; \qquad (2.28)$$

$$w^{ik} = s^i_e s^k_m T^{em}; \qquad (2.29)$$

$$s^{ik} = g^{ik} + u^i u^k. \qquad (2.30)$$

Нетрудно видеть, что

$$u_i s^{ik} = u^i s_{ik} = 0. \qquad (2.31)$$

Переходя к нерелятивистскому пределу, можно установить [531], что скаляр w есть плотность энергии, связанная с внутренней энергией ε соотношением

$$w = m(\varepsilon + a). \qquad (2.32)$$

Вектор Q_i связан с вектором теплового потока следующим образом:

$$q^i = cQ^i. \qquad (2.33)$$

Симметричный тензор w^{ik} является тензором напряжений. Статистическая интерпретация выражений w, q^i и w^{ik} дана для случая СТО в работе [176], а для случая ОТО в работе [327].

Нетрудно убедиться, что

$$u_i q^i = 0, \qquad (2.34)$$

$$u_i w^{ik} = 0. \qquad (2.35)$$

Умножая уравнение (2.25) скалярно на u_i, после ряда преобразований можно получить первый закон термодинамики

$$mD\varepsilon + \frac{1}{c}\left[\frac{\partial q^i}{\partial x^i} + q^i Du_i\right] + w^{ik}\frac{\partial u_i}{\partial x^k} = 0. \qquad (2.36)$$

Здесь производная D равна $u_i \dfrac{\partial}{\partial x^i}$.

Рассмотрим жидкость, когда $\varepsilon = \varepsilon(p, v)$. Предположим, что тензор вязких напряжений

$$p^{ik} = -w^{ik} + ps^{ik} \qquad (2.37)$$

с гидростатическим давлением

$$p = \frac{1}{3} w^i_i \qquad (2.38)$$

является линейной функцией градиентов скоростей $\frac{du_m}{dx^n}$ с коэффициентом пропорциональности λ (коэффициентом вязкости). Тогда с учетом соотношений

$$u_i p^{ik} = 0, \ p_i^i = 0, \tag{2.39}$$

вытекающих из (2.37) и (2.38), можно установить, что

$$p^{ik} = \lambda c \left\{ s^{im} s^{kn} \left[\frac{\partial u_m}{\partial x^n} + \frac{\partial x_n}{\partial x^m} \right] - \frac{2}{3} s^{ik} s^{mn} \frac{\partial u_m}{\partial x^n} \right\}, \tag{2.40}$$

а уравнению (2. 36) придать вид

$$m(D\varepsilon + pDv) + \frac{1}{c} \left[\frac{\partial q^i}{\partial x^i} + q^i Du_i \right] - p^{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = 0. \tag{2.41}$$

Для жидкости имеем

$$D\varepsilon + pDv = \theta D\eta, \tag{2.42}$$

или иначе

$$mD\eta + \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{q^i}{c\theta} = - \frac{1}{c\theta^2} q^i \left[\frac{\partial \theta}{\partial x^i} + \theta Du_i \right] + + \frac{1}{\theta} p^{ik} \frac{\partial u_k}{\partial x^i}. \tag{2.43}$$

В силу второго закона термодинамики необходимо, чтобы

$$mD\eta + \frac{\partial}{\partial x^i} \cdot \frac{q^i}{c\theta} \geqslant 0. \tag{2.44}$$

Простейшая форма для q^i, обеспечивающая выполнение неравенства (2.44), есть

$$q^i = -\chi s^{ik} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x^k} + \theta Du_k \right). \tag{2.45}$$

Выражение (2.45) представляет собой релятивистское обобщение закона Фурье.

Можно показать, что $\lambda \geqslant 0$ и $\chi \geqslant 0$.

Как уже указывалось, в работе Марле [818] приведена связь между основными параметрами, описывающими релятивистскую вязкую теплопроводную жидкость в схеме Эккарта и в схеме Ландау — Лифшица.

4. Релятивистские уравнения турбулентного движения

Уравнения турбулентного движения релятивистской жидкости в СТО рассматривались Пеком и Михэмом [899] и Арзелье [314]. Будем следовать последней работе.

Считая собственную плотность ρ_0 постоянной, уравнения движения можно записать в виде

$$\Psi^i - \partial_k t^{ik} = \rho_0 \frac{dV^i}{dt_0}. \qquad (2.46)$$

Здесь Ψ^i — массовая сила; t^{ik} — тензор напряжений; V^i — 4-скорость

$$V_i = \left\{ \frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right\}. \qquad (2.47)$$

Считаем далее жидкость несжимаемой, т. е.

$$\partial_i V^i = 0, \qquad (2.48)$$

или иначе в декартовых координатах

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial V_t}{\partial t} = 0. \qquad (2.49)$$

С учетом (2.49) уравнение (2.46) можно записать так:

$$-\Psi_x = \frac{\partial}{\partial x}(t_{xx} - \rho_0 V_x V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(t_{xy} - \rho_0 V_x V_y) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}(t_{xz} - \rho_0 V_x V_z) + \frac{\partial}{\partial t}(-\rho_0 V_x V_t). \qquad (2.50)$$

Положим, как обычно,

$$v_x = u_x + w_x, \ \ldots, \qquad (2.51)$$

$$\bar{v}_x = u_x, \quad \bar{w}_x = 0, \ \ldots \qquad (2.52)$$

Обозначим через U_x 4-скорость среднего движения и предположим, что

$$V_x = U_x + Z_x, \ \dots, \tag{2.53}$$

$$\overline{V}_x = \overline{U}_x, \ \overline{Z}_x = 0, \ \dots \tag{2.54}$$

Тогда, подставив эти соотношения в условие несжимаемости и усредняя их обычным образом, получим

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_t}{\partial t} = 0. \tag{2.55}$$

Последнее уравнение означает, что усредненное движение удовлетворяет условию несжимаемости.

Подставляя (2.53), (2.54) в (2.50) и учитывая (2.55), получаем релятивистское уравнение турбулентного движения

$$-\Psi_x = \frac{\partial}{\partial x}(\overline{t}_{xx} - \rho_0 \overline{Z_x Z_x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{t}_{xy} - \rho_0 \overline{Z_x Z_y}) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}(\overline{t}_{xz} - \rho_0 \overline{Z_x Z_z}) + \frac{\partial}{\partial t}(-\rho_0 \overline{Z_x Z_t}) -$$

$$-\rho_0 \left(U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} + U_z \frac{\partial U_x}{\partial z} + U_t \frac{\partial U_x}{\partial t} \right). \tag{2.56}$$

Из (2.51) — (2.54) следует также, что

$$V_x = \frac{u_x + w_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{u_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} + Z_x$$

и, следовательно,

$$Z_x \neq W_x.$$

5. О конечной скорости распространения тепла и релятивистских преобразованиях термодинамических величин

Релятивистские преобразования термодинамических параметров были рассмотрены в работах Эйнштейна [533] и Планка [933] вскоре после создания СТО. В этих работах температура T_0 и количество тепла Q_0 в собственной системе отсчета связываются с величинами T и Q в системе наблюдателя, движущегося со скоростью v относительно собственной системы следующим образом:

$$T = T_0 \sqrt{1-\beta^2}, \; Q = Q_0 \sqrt{1-\beta^2}, \qquad (2.57)$$
$$\beta = v/c.$$

Из формул (2. 57) следует, что температура и количество тепла будут меньше для движущегося наблюдателя по сравнению с покоящимся.

Более полувека эти преобразования ни у кого не вызывали возражений и повторялись почти во всех монографиях и учебниках [22, 68, 80].

Однако в 1963 г. появилась работа Отта [882], в которой утверждалось, что правильными преобразованиями являются соотношения

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad Q = \frac{Q_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (2.58)$$

т. е. температура и количество тепла больше для движущегося наблюдателя, чем для неподвижного.

После этого в 1965 г. Арзелье [303] в своей работе также вывел формулы (2.58). Затем появилось большое количество исследований, в которых предлагались различные схемы преобразования термодинамических параметров, в частности монографии Арзелье [49] и Гюесу [60], а также работа [71].

Согласно Балеску [335], все авторы по предложенным преобразованиям температуры и тепла разделяются на три группы: первая группа предлагает формулы (2.57), вторая — (2.58) и третья группа считает, что $T = T_0$. Все авторы сходятся на том, что энтропия $dS = \frac{dQ}{T}$ есть скаляр и носит инвариантный характер относительно систем отсчета, поскольку она, имея сугубо вероятностный характер, является числом.

При решении вопроса о способах преобразования термодинамических параметров необходимо обращаться к статистической физике. При этом появляются соображения о том, что температура должна носить векторный характер (Терлецкий, Мёллер, Схоутен). Однако выясняется [335], что равновесная статистическая термодинамика не дает однозначного ответа на вопрос о формуле преобразования термодинамических параметров. По-видимому, следует считать, что в рамках равновесной термодинамики законными являются все предложенные формы преобразований температур и количества тепла [96, 335]. Тем не менее нужно отметить, что в литературе встречаются категорические высказывания в пользу того или иного конкретного вида преобразований термодинамических величин.

Обратимся теперь к рассмотрению некоторых вопросов, касающихся релятивистского уравнения теплопроводности. Как уже отмечалось выше, вопросы релятивистской термодинамики и релятивистского уравнения тепла в СТО рассматривались в работах Эккарта [531], Ландау и Лифшица [14], Клуинтенберга, де Гроота и Мазура [706—710]. Заметим, что обобщение первого и второго законов термодинамики на случай ОТО впервые было дано в серии работ Толмана, подытоженных в его известной книге [80].

Вообще говоря, релятивистское уравнение тепла должно приводить к скорости распространения тепла, меньшей скорости света. Проблема эта, однако, является нетривиальной. В нерелятивистской теории теплопроводности вопрос о конечной скорости переноса тепла и массы для случая капиллярнопористых тел исследовался Лыковым [1154]. Затем он был развит в работах Каттанео [443], Вернотта [1106], Лыкова [16, 797] и других авторов.

Конечной скорости распространения тепла для релятивистского уравнения теплопроводности посвящены исследования Краниса [716, 717], Боилла [383—387] и Рохта [954].

В простейшем случае классическое уравнение теплопроводности получают из закона Фурье для теплового потока

$$\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} T \tag{2.59}$$

и закона сохранения энергии

$$\gamma m \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{q}. \tag{2.60}$$

Отсюда следует параболическое уравнение теплопроводности

$$\Delta T - \gamma \frac{m}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \tag{2.61}$$

приводящее к парадоксу бесконечной скорости распространения тепла. Выход из этого парадокса состоит, например, в обобщении закона Фурье

$$\vec{q}+\tau\frac{\partial\vec{q}}{\partial t}=-\lambda\operatorname{grad}T, \tag{2.62}$$

откуда в силу (2.60) следует гиперболическое уравнение теплопроводности, свободное от парадокса бесконечной скорости распространения тепла:

$$\Delta T-\gamma\frac{m}{\lambda}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}-\tau\gamma\frac{m}{\lambda}\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}=0. \tag{2.63}$$

Ковариантным обобщением модифицированного закона Фурье является выражение [716]

$$q^i+\tau c D q^i=-\lambda s^i_k\,\partial^k T, \tag{2.64}$$

где

$$s^i_k=\delta^i_k+u^i u_k;\quad D=u_i\partial_i=\frac{1}{\sqrt{c^2-v^2}}\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla\right).$$

Отсюда, используя первый закон термодинамики, можно получить модифицированное релятивистское уравнение теплопроводности

$$m\gamma c DT=\lambda\{\Box+D^2\}T-\tau m\gamma c^2 D^2 T, \tag{2.65}$$

которое в нековариантной форме записывается в виде

$$\Box T-\left(\frac{m\gamma\tau}{\lambda}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{1}{1-v^2/c^2}\cdot\frac{d^2T}{dt^2}-$$

$$-\frac{m\gamma}{\lambda}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\cdot\frac{dT}{dt}=0$$

$$\left(\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right). \tag{2.66}$$

Можно также рассматривать уравнение типа (2.64) в другой форме:

$$q^i+u^i\nabla_i(hq^i)=-s^{ik}(f\partial_k T+\mu u^n\nabla_n u_k). \tag{2.67}$$

Эта форма близка к уравнению Эккарта. Как показал Боилла [383], именно это уравнение, а не соотношение Краниса (2.64) дает конечную скорость распространения тепла, если только величина h зависит от температуры T.

Рассмотрим кратко геометрическую теорию уравнений теплопереноса, которая ведет свое начало от работ Пуанкаре [25], Баранкина [347] и Робертсона [949, 1178].

Ограничимся рассмотрением гиперболического уравнения тепла [161, 714]. При некоторых предположениях о теплоемкостях и длинах свободного пробега уравнение (2.63) приобретает вид волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = w^2 \Delta T + \frac{w^2}{\lambda} p. \tag{2.68}$$

Здесь w — скорость звука; p — плотность тепловых источников. Экспериментальное подтверждение возможности волнового характера переноса тепла изложено в работе [370].

Сопоставим неоднородно нагретую среду с температурой $T(x, y, z, t)$, удовлетворяющей уравнению (2.68), с четырехмерным римановым пространством с метрикой вида

$$ds^2 = \frac{1}{(1+\alpha T)^2} [w^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)]. \tag{2.69}$$

Метрика (2.69) соответствует использованию инварианта $ds^2 = w^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ акустической теории относительности [695], в которой в качестве фундаментальной взята скорость звука w.

Трехмерное риманово подпространство с метрикой вида

$$ds_1^2 = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{(1+\alpha T)^2} \tag{2.70}$$

индуцируется в результате проведения измерительных процедур с помощью калиброванного стержня с коэффициентом термического расширения α в трехмерном эвклидовом пространстве, неоднородно нагретом до температуры T.

Риманово пространство с метрикой (2.69) может быть характеризовано средней кривизной K [27, 43]. Эта кривизна для метрики (2.69) записывается как

$$K = \frac{\alpha}{2w^2} \Box T + o(\alpha^2), \tag{2.71}$$

где $\Box$ — оператор Даламбера для уравнения (2.68).

Воспользовавшись уравнением (2.68), запишем выражение для средней кривизны в окончательном виде:

$$K = \frac{\alpha p}{2\lambda}. \tag{2.72}$$

Таким образом, задача переноса тепла для гиперболического уравнения (2.68) приводится к нахождению средней кривизны риманова пространства с метрикой (2.69). Кривизна этого пространства, как следует из (2.72), пропорциональна плотности тепловых источников. Это аналогично тому, как в теории тяготения Эйнштейна масса вещества вызывает искривление пространства.

6. Релятивистское уравнение диффузии

С точки зрения термодинамики необратимых процессов релятивистская диффузия исследовалась в работах Штюкельберга и Вандерса [1027], Клуитенберга, де Гроота и Мазура [706—710]. Вопросы конечной скорости распространения релятивистской диффузии рассматривались Кранисом [716, 717]. Как известно [1125], классическое уравнение диффузии

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\nabla^2 n$$

противоречит одному из постулатов СТО о конечной скорости распространения сигналов [1149, 1156, 1164].

Рассмотрим, следуя Келли [696], статистический вывод релятивистского уравнения диффузии в СТО, свободного от парадокса бесконечной скорости распространения диффузионного потока.

Уравнение Больцмана в ковариантной форме имеет вид [667]

$$p_j \frac{\partial f}{\partial x^j} = m\beta S(f). \tag{2.73}$$

Здесь $f(p_j, x_j)$ — релятивистская функция распределения, такая, что fd^3pd^3x есть число частиц в элементе объема фазового пространства d^3pd^3x; $\beta = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; полная энергия $\varepsilon = mc^2\beta$; $x_j = (x, y, z, ct)$; $p_j = \left(p_x, p_y, p_z, \frac{i\varepsilon}{c}\right)$ — соответственно 4-координата и 4-импульс, а релятивистский интеграл столкновений имеет обычную форму

$$S(f) = \int\limits_p \int\limits_Q v\sigma(g, \theta)\, d\Omega \{f(p_j')F(p_j') - f(p_j)F(p_j)\}\, d^3p,$$

где v — относительная скорость; σ — релятивистское сечение упругого рассеяния.

Решение уравнения (2.73) записывается в форме

$$f = f_0(\varepsilon, x_j) + p_\alpha f_\alpha(\varepsilon, x_j) + (p^2\delta_{\alpha\beta} - 3p_\alpha p_\beta) f_{\alpha\beta}(\varepsilon_j, x_j). \tag{2.74}$$

Далее считается, что

$$f_0 \gg |p_\alpha f_\alpha| \gg |(p^2\delta_{\alpha\beta} - 3p_\alpha p_\beta) f_{\alpha\beta}|. \tag{2.75}$$

Оператор упругих столкновений представим так:

$$S(f) = S(f_0) - \nu p_\alpha f_\alpha,$$

где ν — частота столкновений.

Подставляя (2.74) в уравнение Больцмана (2.73), получаем уравнение для функции f_0

$$\frac{\partial^2 f_0}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial f_0}{\partial t} - \left[\frac{\partial}{\partial t} + \nu\right] S(f_0) = \frac{1}{3} v^2 \nabla^2 f_0. \tag{2.76}$$

При выводе (2.76) использовано обозначение

$$\frac{p^2}{3m^2\beta^2} = \frac{1}{3} v^2,$$

а также условие нормировки

$$n(r,\ t) = \int f_0 d^3p \tag{2.77}$$

и условие

$$\int S(f_0)\, d^3p = 0, \tag{2.77a}$$

означающее, что упругие столкновения не меняют числа частиц.

Умножая уравнение (2.76) на элемент объема d^3p и интегрируя по всем элементам с учетом (2.77), (2.77 а), получаем релятивистское уравнение диффузии

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} + \langle \nu \rangle \frac{\partial n}{\partial t} - \langle \nu S \rangle n = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \nabla^2 n. \tag{2.78}$$

Здесь величины $\langle \nu \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle \nu S \rangle$ означают следующие средние:

$$\langle \nu \rangle = n^{-1} \int \nu f_0 d^3p, \tag{2.79}$$

$$\langle v^2 \rangle = n^{-1} \int v^2 f_0 d^3p, \tag{2.80}$$

$$\langle \nu S \rangle = n^{-1} \int \nu S(f_0)\, d^3p. \tag{2.81}$$

Если частота столкновений ν постоянна, то имеем

$$\langle \nu S \rangle n = 0 \tag{2.82}$$

и уравнение (2.78) непосредственно переходит в обобщенное релятивистское уравнение диффузии Фика

$$\nu^{-1} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} + \frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n. \tag{2.83}$$

Здесь коэффициент диффузии определяется как

$$D = \frac{\langle v^2 \rangle}{3\nu}. \tag{2.84}$$

Можно также показать [696], что скорость распространения процесса диффузии не превосходит $\frac{c}{\sqrt{3}}$.

7. Магнитная газодинамика и электрогидродинамика

Движению релятивистской заряженной жидкости в электромагнитных полях посвящено большое количество работ [1, 66, 67, 922]. Сформулируем вначале общую задачу о движении заряженной проводящей жидкости в сильных электромагнитных и гравитационных полях [66].

Система уравнений Максвелла в ОТО записывается как

$$\nabla^i ({}^*H)_{ik} = 0, \tag{2.85}$$

$$\nabla^i G_{ik} = I_k. \tag{2.86}$$

Ток I_k в (2.86) определяется законом Ома

$$I_k = qu_k + \sigma u^i H_{ik}, \tag{2.87}$$

где q — собственная плотность заряда; σ — проводимость жидкости.

Выражения для G_{ik} и ${}^*(H)_{ik}$ имеют вид

$$G_{ik} = u_i d_k - u_k d_i - \eta_{ikmn} u^m h^n, \tag{2.88}$$

$$({}^*H_{ik}) = u_i b_k - u_k b_i - \eta_{ikmn} u^m e^n. \tag{2.89}$$

Векторы e_k, d_k, b_k и h_k определяются соотношениями

$$\begin{gathered} e_k = u^i H_{ik},\ d_k = u^i G_{ik}, \\ b_k = u^i ({}^*H)_{ik},\ h_k = u_i ({}^*G)_{ik}, \end{gathered} \tag{2.90}$$

а η_{ikmn} — тензор Леви—Чивита.

В дальнейшем будем рассматривать частный случай, когда

$$\vec{d} = \lambda \vec{e},\ \vec{b} = \mu \vec{h}, \tag{2.91}$$

где диэлектрическая проницаемость λ и магнитная проницаемость μ постоянны.

К уравнениям (2.85) и (2.86) необходимо добавить уравнения тяготения Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \varkappa T_{ik}. \tag{2.92}$$

Тензор энергии — импульса T_{ik} в (2.92) складывается из ТЭИ идеальной жидкости и ТЭИ электромагнитного поля E_{ik}, так что

$$T_{ik} = \left(rfu_i u_k - \frac{p}{c^2} g_{ik} \right) + E_{ik}. \qquad (2.93)$$

В выражении (2.93) через r обозначена собственная плотность материи, а величина f определяется как

$$f = 1 + \frac{i}{c^2}. \qquad (2.94)$$

Удельная энтальпия i связана с внутренней энергией ε соотношением

$$i = \varepsilon + \frac{p}{r}, \qquad (2.95)$$

а ТЭИ электромагнитного поля E_{ik} записывается в виде

$$E_{ik} = \frac{1}{4} g_{ik} H_{mn} G^{mn} - H_{im} G_k^m. \qquad (2.96)$$

Из уравнения (2.92) следуют законы сохранения

$$\nabla^i T_{ik} = 0. \qquad (2.97)$$

Уравнение неразрывности в случае адиабатического движения имеет вид

$$\nabla^i (r u_i) = 0. \qquad (2.98)$$

Выражение (2.88) можно переписать также следующим образом:

$$G_{ik} = \frac{1}{\mu} H_{ik} + \frac{\lambda\mu - 1}{\mu} (u_i u^m H_{mk} - u_k u^m H_{mi}). \qquad (2.99)$$

Решение общей задачи о движении заряженной проводящей жидкости в СТО и тем более в ОТО приводит к значительным трудностям. Поэтому представляет интерес последовательно рассматривать эту задачу в различных приближениях, например магнитогидродинамическом, электрогидродинамическом и т. д.

Остановимся кратко на магнитогидродинамическом случае. В этом приближении проводимость обращается в бесконечность, и для того чтобы электрический ток $\vec{I}$

и выражение $\sigma\vec{e}$ были конечными, необходимо положить электрическое поле $\vec{e}=0$. Тогда электромагнитное поле сводится к магнитному полю $\vec{h}$ и выражения (2.99) и (2.89) переходят в следующие:

$$G_{ik} = \frac{1}{\mu} H_{ik}, \qquad (2.100)$$

$$({}^*H)_{ik} = \mu(u_i h_k - u_k h_i). \qquad (2.101)$$

Для тензора E_{ik} можно получить

$$E_{ik} = \mu\left[\left(u_i u_k - \frac{1}{2} g_{ik}\right)|\vec{h}|^2 - h_i h_k\right], \qquad (2.102)$$

где

$$|\vec{h}|^2 = -h_i h^i \geqslant 0.$$

Система уравнений Максвелла в этом случае запишется как

$$\nabla_i (u^i h^k - u^k h^i) = 0, \qquad (2.103)$$

а тензор (2.93) для магнитогидродинамического случая

$$T_{ik} = (rf + p|\vec{h}|^2)u_i u_k - \left(\frac{p}{c^2} + \frac{1}{2}\mu|\vec{h}|^2\right)g_{ik} - \mu h_i h_k. \qquad (2.104)$$

Окончательно система уравнений магнитной гидродинамики в ОТО задается соотношениями (2.92), (2.97), (2.98), (2.103) и (2.104). Из этих уравнений, устремляя скорость света к бесконечности, можно получить формулы классической магнитной гидродинамики.

Рассмотрим теперь другое приближение, а именно сформируем уравнения релятивистской электрогидродинамики, представляющей предельный случай задачи о движении заряженной жидкости в ОТО, когда электрические поля намного превосходят магнитные. Отметим здесь, что классическая нерелятивистская электрогазодинамика, являющаяся в известной степени альтернативой магнитной гидродинамики, в настоящее время интенсивно развивается [1145].

В предельном случае сильных электрических полей в уравнениях Максвелла (2.85), (2.86) и в выражении (2.96) для ТЭИ электромагнитного поля следует оставить лишь компоненты, содержащие электрическое поле $\vec{e}$.

Тогда уравнения (2.85) и (2.86) сводятся к системе

$$\nabla^i (\eta_{ikmn} u^m e^n) = 0, \tag{2.105}$$

$$\nabla_i (u^i e^k - u^k e^i) = \frac{1}{\lambda} I^k. \tag{2.106}$$

Тензор энергии — импульса (2.93) запишется в виде

$$T_{ik} = (rf + \lambda |\vec{e}|^2 u_i u_k + \left(\frac{p}{c^2} + \frac{1}{2} \lambda |\vec{e}|^2\right) g_{ik} - \lambda e_i e_k, \tag{2.107}$$

где

$$|\vec{e}|^2 = -e_i e^i.$$

Окончательно система уравнений релятивистской электрогидродинамики задается уравнениями (2.92), (2.97), (2.98), (2.105) — (2.107).

Переходя в этих уравнениях к нерелятивистскому пределу, можно получить уравнения классической электрогидродинамики [1028, 1145].

8. Диэлектрики и поляризованные среды

Релятивистской теорией диэлектрических, поляризованных и намагниченных сред занимались многие авторы. В рамках термодинамики необратимых процессов эти вопросы изучались в работе Клуитенберга и де Гроота [709]. Уравнения движения диэлектрических сред выводились из вариационного формализма в работах Шёпфа [991, 994]. Диэлектрики и поляризованные среды в релятивистской теории разбирались в работах Брэгга [1169], де Гроота и Сатторпа [592—601], Може и Эрингена [841], Седова [211], Цыпкина [257] и др.

Уравнения движения поляризованных и диэлектрических сред можно излагать по схеме, которая была приведена в параграфе 7. При этом, однако, возникает основная трудность в определении тензора энергии — импульса таких сред. Следует отметить, что единой точки зрения на выбор ТЭИ нет. Первыми были предложены тензор Минковского и тензор Абрагама. Впоследствии ряд авторов предложили другие формы ТЭИ диэлектрических и поляризованных сред.

В дальнейшем изложении будем следовать работам [592—601].

Один из наиболее последовательных методов вывода уравнений движения диэлектрических и поляризованных сред состоит в формулировке микроскопических законов сохранения энергии и импульса системы точечных частиц с последующим переходом к макроскопическим законам сохранения при помощи процедуры ковариантного статистического усреднения.

Таким образом, законы движения рассматриваемых материальных сред можно записать как

$$\partial_i (\rho u_k u^i + T_k^{i(m)} + T_k^{i(f)}) = 0. \tag{2.108}$$

Первые два слагаемых в соотношениях (2.108) представляют собой материальный ТЭИ, а последний член выражает ТЭИ диэлектрика. Его можно записать как [592]

$$T_i^{k(f)} = F_{in}H^{nk} - \frac{1}{4} F_{nj}F^{nj}\delta_i^k - u^k (F_{in}H^{nj} - H_{in}F^{nj}) u_j + \frac{1}{2} u_i u^k F_{nj} (H^{nj} - F^{nj}), \tag{2.109}$$

$$(F^{01}, F^{02}, F^{03}) = \vec{E}, \quad (F^{23}, F^{31}, F^{12}) = \vec{B},$$

$$(H^{01}, H^{02}, H^{03}) = \vec{D}, \quad (H^{23}, H^{31}, H^{12}) = \vec{H}.$$

Выражение (2.109) отличается от тензора Минковского

$$T_i^{k(f)} = F_{in}H^{nk} - \frac{1}{4} F_{nj}H^{nj}\delta_i^k \tag{2.110}$$

и от тензора Абрагама

$$T_i^{k(f)} = -F_{in}H^{nk} - \frac{1}{4} F_{nj}H^{nj}\delta_i^k - u^k (F_{in}H^{nj} - H_{in}F^{nj}) u_i. \tag{2.111}$$

В собственной системе отсчета для ТЭИ (2.109) нетрудно получить плотность энергии $T^{00(f)}$, вектор Пойнтинга $cT^{0\alpha(f)}$, плотность импульса $c^{-1}T^{\alpha 0(f)}$ и натяжения Максвелла $T^{\alpha\beta(f)}$:

$$T^{00(f)} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2), \quad T^{0\alpha} = (\vec{E} \times \vec{B})^\alpha,$$

$$T^{\alpha 0(f)} = (\vec{E} \times \vec{B})^\alpha, \quad T^{\alpha\beta(f)} = -E^\alpha D^\beta - B^\alpha B^\beta + \\ + \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)\, g^{\alpha\beta}. \tag{2.112}$$

Аналогичным образом можно найти для тензора Минковского (2.110) соотношения

$$T^{00(f)} = \frac{1}{2}(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}^2), \quad T^{0\alpha(f)} = (\vec{E} \times \vec{B})^\alpha,$$

$$T^{\alpha 0(f)} = (\vec{D} \times \vec{B})^\alpha, \quad T^{\alpha\beta(f)} = -E^\alpha D^\beta - B^\alpha B^\beta + \\ + \frac{1}{2}(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}^2)\, g^{\alpha\beta} \tag{2.113}$$

и для тензора Абрагама (2.111)

$$T^{00(f)} = \frac{1}{2}(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}^2), \quad T^{0\alpha(f)} = (\vec{E} \times \vec{B})^\alpha,$$

$$T^{\alpha 0(f)} = (\vec{E} \times \vec{B})^\alpha, \quad T^{\alpha\beta(f)} = -\frac{1}{2}(E^\alpha D^\beta + D^\alpha E^\beta) - \\ - \vec{B}^\alpha \vec{B}^\beta + \frac{1}{2}(\vec{E}\vec{D} + \vec{B}^2)\, g^{\alpha\beta}. \tag{2.114}$$

В системе покоя для диэлектрика 4-вектор $\partial_i T_k{}^{\cdot i(f)}$ представляет собой пондеромоторную силу.

Отметим также, что тензор де Гроота и Сатторпа (2.109) симметричен для изотропного диэлектрика и не симметричен для анизотропного. Тензор Минковского (2.110) всегда несимметричен, а тензор Абрагама всегда симметричен. Для поляризованной среды из микроскопической теории де Гроот и Сатторп выводят следующий тензор:

$$T_i^{\cdot k(f)} = F_{in}H^{kn} - \frac{1}{4}F_{nj}F^{nj}\delta_i^k - c^{-2}u^k(F_{in}H^{nj} - \\ - H_{in}F^{nj})\, u_j + c^{-4}u_i u^k u^l F_{lj}(H^{jn} - F^{jn})\, u_n. \tag{2.115}$$

В собственной системе отсчета тензор (2.115) приобретает вид

$$T^{00(f)} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2), \qquad T^{0\alpha(f)} = (\vec{E}\times\vec{H})^\alpha,$$

$$T^{\alpha 0(f)} = (\vec{E}\times\vec{H})^\alpha, \quad T^{\alpha\beta(f)} = E^\alpha D^\beta - H^\alpha D^\beta + \\ + \left(\frac{1}{2}\vec{E}^2 + \frac{1}{2}\vec{B}^2 - \vec{B}\cdot\vec{M}\right) g^{\alpha\beta}. \qquad (2.116)$$

9. Релятивистская теория сверхтекучести и сверхпроводимости

По современным воззрениям [5, 8, 11, 26] нейтронные звезды представляют собой объекты с радиусом около 10 *км* и массой порядка солнечной. Центральная часть нейтронной звезды представляет сверхтекучую и сверхпроводящую нейтронную жидкость, окруженную твердой кристаллической оболочкой, граничащей с плазменной атмосферой. Гравитационное поле нейтронной звезды велико, поскольку ее размеры сравнимы с ее гравитационным радиусом $r_g = \frac{2GM}{c^2}$. Велико также магнитное поле нейтронной звезды ($\sim 10^{15}$ *гс*).

Изучение таких объектов стимулировало появление первых работ по ковариантной формулировке теории сверхтекучести и сверхпроводимости.

В работе де Витта [1133] рассматривается ковариантная теория сверхпроводников в слабом стационарном гравитационном поле и слабом электромагнитном поле. В основе рассмотрения лежит лагранжиан для отдельного электрона

$$L = -m(-g_{ik}u^i u^k)^{1/2} + eA_i u_i, \qquad (2.117)$$

где e, m — соответственно заряд и масса электрона; A_i — электромагнитный вектор-потенциал ($c=1$). Отсюда обычной процедурой можно получить гамильтониан

$$H = (g^{\alpha\beta}g_{0\alpha}g_{0\beta} - g_{00})^{1/2}[m^2 + g^{\gamma\delta}(p_\gamma - eA_\gamma)(p_\delta - eA_\delta)^{1/2} - \\ - g^{\alpha\beta}(p_\alpha - eA_\beta)g_{0\beta} - eA_0, \qquad (2.118)$$

где $\vec{p}$ — канонический момент.

В пределе слабых полей и малых скоростей выражение (2.118) можно переписать

$$H=(1/2m)(\vec{p}-\vec{B})^2+V, \tag{2.119}$$

где

$$V=-eA_0-\frac{1}{2}mh_{00}, \tag{2.120}$$

$$\vec{B}=e\vec{A}+m\vec{h}_0,\ \vec{h}_0=(h_{01},\ h_{02},\ h_{03}), \tag{2.121}$$

$$h_{ik}=g_{ik}-\eta_{ik},\ \eta_{ik}=\eta^{ik}=\mathrm{diag}(-1,\ 1,\ 1,\ 1). \tag{2.122}$$

Гамильтониан ансамбля свободных электронов внутри сверхпроводника с учетом (2.118) записывается как

$$H=\sum_n\{(1/2m)[\vec{p}_n-\vec{B}(\vec{x}_n)]^2+V(\vec{x}_n)\}+V_{int}. \tag{2.123}$$

Здесь P_n и x_n — канонические переменные n-го электрона, а потенциал V_{int} включает в себя электрон-фононное взаимодействие и энергию фононов. Теперь, имея гамильтониан (2.123), можно применить аппарат сверхпроводимости теории Боголюбова, Бардина, Купера, Шриффера.

В работе [892] в качестве ковариантного обобщения классической теории заряженной сверхтекучей жидкости, описываемой уравнениями Лондона

$$\mathrm{rot}\,\vec{v}=-\frac{e}{mc}\vec{H}, \tag{2.124}$$

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\frac{1}{2}\mathrm{grad}\,\vec{v}^2=\frac{e}{mc}\vec{E}, \tag{2.125}$$

предлагаются соотношения

$$u_{i,k}-u_{k,i}=\frac{e}{mc}F_{ik}. \tag{2.126}$$

В приближении слабых полей и скоростей они совпадают с уравнениями теории де Витта [1133].

В заключение приведем сформулированные методом релятивистской термодинамики необратимых процессов основные уравнения движения для нормальной и сверхпроводящей компонент жидкости [955]:

$$
\begin{aligned}
D_i T^{ik} &= \rho^k,\\
D_i n^i &= \rho_0,\\
D_i \sigma^i &= \sigma_0,\\
D_i \tilde{T}^{ik} &= \tilde{\rho}^k_n,\\
D_i \tilde{n}_i &= \tilde{\rho}_0.
\end{aligned}
\qquad (2.127)
$$

10. Теория упругости и реологические среды

Релятивистская теория упругости возникла в начале нашего века почти одновременно с теорией относительности. Работа Герглотца [651], посвященная этим вопросам, увидела свет в 1911 г. Еще раньше (1909 г.) Борн ввел понятие твердого тела в СТО. Впоследствии эта тема мало привлекала исследователей. Однако в настоящее время интерес к ней сильно возрос под влиянием в первую очередь астрофизики. С обнаружением квазаров, пульсаров и нейтронных звезд [2, 5, 8, 10, 11] появилась возможность существования кристаллического состояния вещества в сильных гравитационных и электромагнитных полях. С другой стороны, работы Вебера (1968 г.) по обнаружению гравитационных волн привели к необходимости изучения электромагнитного взаимодействия с упругой средой в рамках релятивистской теории. В 1959 г. вышла работа Синга [1038] по теории упругости в ОТО, а позднее работа Рейнера [945]. Общерелятивистской теории упругости посвящены исследования Бену [359—366], а тетрадная формулировка релятивистской механики деформируемой среды рассмотрена в работах Подосенова [192—197, 1158, 1159].

Вопросы релятивистской теории упругости излагаются также в трудах Гласа и Виникура [576], Катанео [446, 447], Ламуре-Брус [737, 738, 485], Лоринговена [793, 794], Картера [440—442] и Кучиной [167—169, 1153]. Ряд вопросов релятивистской теории упругости изложен в книге Гольденблата [6].

Дадим теперь краткое изложение теории упругости, следуя [576].

Тензор энергии импульса имеет обычную формулу:

$$T_{ik} = \rho u_i u_k - P_{ik}. \tag{2.128}$$

Здесь u_i — 4-скорость; ρ — плотность энергии; P_{ik} является тензором напряжений, который измеряется в локальной системе, причем

$$P_{ik} u^k = 0. \tag{2.129}$$

Кроме того, выполняются соотношения

$$u^i u_i = 1, \tag{2.130}$$

$$g_{ik} = u_i u_k + \gamma_{ik}, \tag{2.131}$$

причем

$$\gamma_{ik} u^k = 0. \tag{2.132}$$

Введем для упругой среды в равновесном состоянии вспомогательную пространственную метрику $\tilde{\gamma}_{ik}$, которая удовлетворяет условию ортогональности

$$\tilde{\gamma}_{ik} u^k = 0 \tag{2.133}$$

и имеет нулевую производную Ли

$$\underset{u}{\mathcal{L}}\, \tilde{\gamma}_{ik} = 0. \tag{2.134}$$

Будем считать, что в равновесном состоянии выполняется условие Борна и

$$\gamma_{ik} \to \tilde{\gamma}_{ik}. \tag{2.135}$$

Тензор деформаций определяется как

$$s_{ik} = (\gamma_{ik} - \tilde{\gamma}_{ik}). \tag{2.136}$$

В качестве обобщения закона Гука постулируется, что тензор напряжений задается соотношением

$$P_{ik} = \tilde{P}_{ik} + 4s^j{}_{(i}\tilde{P}_{k)j} + \Lambda_{ik}{}^{jl} s_{jl}. \tag{2.137}$$

Здесь $\tilde{P}_{ik}$ — тензор напряжений в равновесном состоянии.

Адиабатические коэффициенты упругости $A_{ik}{}^{jl}$ удовлетворяют следующим условиям симметрии:

$$\Lambda^{ikjl} = A^{jlik} = A^{ilki}. \tag{2.138}$$

Отметим, что эффективный упругий тензор $4g^{l(i}\tilde{P}^{k)j} + \Lambda^{ikjl}$ не удовлетворяет соотношениям симметрии (2.138).

Для термодинамического описания необходимо добавить еще уравнение состояния. Изменение плотности энергии из-за упругих деформаций определяется, как обычно, из законов сохранения

$$u_i \nabla_k T^{ik} = 0. \tag{2.139}$$

Для полноты описания необходимо добавить еще уравнение тяготения Эйнштейна. Граничное условие на поверхности, когда нормальная компонента напряжений равна нулю, будет

$$\overline{P}_{ik} n^k = 0. \tag{2.140}$$

Уравнение (2.137) хорошо описывает упругие напряжения, если только не учитывать коэффициенты упругости высших порядков.

В механике сплошной среды в настоящее время строятся различные математические модели, описывающие ньютоновские, вязкоупругие, реологические и другие среды. В связи с этим возникла тенденция к обобщению этих моделей на случай СТО и ОТО. Так, вопросам релятивистской теории вязкоупругих сред посвящены работы Рамиреза [939—941] и Може [824]. В 1970 г. вышло исследование Олдройда [879] по формулировке реологических уравнений состояния в ОТО.

В известной степени можно сказать, что этот параграф, посвященный релятивистской теории упругости, и, в частности, работа Рейнера [945] также выводят за рамки простейших уравнений состояния идеальной жидкости и упругой среды, описываемой законом Гука.

Глава III

ПОСТ-НЬЮТОНОВСКАЯ ГИДРОДИНАМИКА

Анализ движения сплошной среды в ОТО в самом общем случае представляет значительные трудности. Вместе с тем интенсивное развитие релятивистской астрофизики приводит к необходимости учета общерелятивистских гидродинамических эффектов. Поэтому несомненный интерес приобретают приближенные подходы, когда описание ведется на квазиклассическом языке. При этом, естественно, можно учитывать различную степень точности.

В 1965 г. появились обстоятельные исследования Чандрасекара [456, 457] по гидродинамике идеальной жидкости в пост-ньютоновском приближении ОТО. Своими истоками эта гидродинамика восходит еще к работам Фока [41]. В ней учитываются релятивистские эффекты по скоростям с точностью до членов $\frac{v^2}{c^2}$, а в потенциалах тяготения до $\frac{U}{c^2}$.

Впоследствии пост-ньютоновская гидродинамика была использована для решения ряда задач. Чандрасекар [459] применил ее к решению вопросов устойчивости небесных тел относительно радиальных и нерадиальных колебаний. Затем вышли работы Чандрасекара и сотрудников [461—463, 466—468], Пирагаса и сотрудников [188, 189], Волкова [118], посвященные фигурам равновесия небесных объектов с учетом релятивистских эффектов. В статье [97] изучено распространение внутренних гравитационных волн в сильных полях тяготения. В работах [110, 205] изучалось распространение слабых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике, а в [204] исследовались ударные волны.

Вопросы взаимодействия различных течений (потенциальных, вихревых и т. д.) рассматривались в работах [247, 271, 273], а ряд вопросов пост-ньютоновского приближения — в [721, 1128, 1129]. Чандрасекаром с сотрудниками было развито второе пост-ньютоновское приближение в гидродинамике [469], а также $2\frac{1}{2}$-приближение [465], когда существенный вклад может давать гравитационное излучение. Равновесие тел с упругими характеристиками среды изучалось в трудах Кучиной и Петровой [167—169, 190, 191]. Построение уравнений пост-ньютоновской гидродинамики вязкой теплопроводной жидкости дано в работах [98, 586], а пост-ньютоновская магнитная гидродинамика развита в работе Гринберга [587]. В последнее время делаются попытки использовать пост-ньютоновский подход для проверки ОТО [874, 1127, 1129].

Были выведены также пост-ньютоновские уравнения гидродинамики в различных вариантах скалярно-тензорных теорий гравитации [100, 875, 1127].

Отметим, что работы [101, 103] посвящены гидродинамике в слаборелятивистском приближении, когда учитываются релятивистские эффекты в скоростях с точностью до членов $\frac{v^2}{c^2}$ включительно.

1. Пост-ньютоновская гидродинамика идеальной жидкости

Рассмотрим кратко основные уравнения пост-ньютоновской гидродинамики идеальной жидкости [457].

Исходной системой уравнений являются уравнения тяготения Эйнштейна

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R = \varkappa T^{ik} \tag{3.1}$$

и вытекающие из них уравнения движения сплошной среды в ОТО

$$T^{ik}_{\ ;k} = 0, \tag{3.2}$$

где тензор энергии—импульса идеальной жидкости записывается в виде

$$T^{ik} = wu^i u^k - pg^{ik}. \tag{3.3}$$

Здесь p — давление; u^i — 4-скорость; g^{ik} — метрический тензор;

$$w = \rho c^2 + p + \rho \Pi \tag{3.4}$$

есть тепловая функция, а Π — плотность внутренней энергии.

Далее используется обычная итерационная процедура, где малым параметром является $\frac{1}{c^2}$, а исходным приближением — теория тяготения Ньютона.

Более подробно уравнения гидродинамики и уравнение неразрывности записываются в виде

$$T^{\alpha k}_{;k} \equiv \frac{1}{c}\frac{\partial T^{\alpha 0}}{\partial t} + \frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} + \Gamma^{\alpha}_{00} T^{00} + 2\Gamma^{\alpha}_{\beta 0} T^{0\beta} + \\ + y_0 T^{\alpha 0} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\beta\gamma} + y_\beta T^{\alpha\beta} = 0, \tag{3.5}$$

$$T^{0k}_{;k} \equiv (\rho u^k)_{;k} \equiv \frac{1}{c}\frac{\partial T^{00}}{\partial t} + \frac{\partial T^{0\alpha}}{\partial x^\alpha} + (\Gamma^{0}_{00} + y_0) T^{00} + \\ + (2\Gamma^{0}_{0\alpha} + y_\alpha) T^{0\alpha} + \Gamma^{0}_{\alpha\beta} T^{\alpha\beta} = 0, \tag{3.6}$$

где компоненты тензора энергии — импульса в пост-ньютоновском приближении равны

$$\begin{aligned} T^{00} &= \rho c^2 \left[1 + \frac{1}{c^2}(v^2 + 2U + \Pi) \right] + o(c^{-2}), \\ T^{0\alpha} &= \rho c \left[1 + \frac{1}{c^2}\left(v^2 + 2U + \Pi + \frac{p}{\rho} \right) \right] v_\alpha + o(c^{-3}), \\ T^{\alpha\beta} &= \rho v_\alpha v_\beta + p\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{c^2}\left[\rho \left(v^2 + 2U + \Pi + \frac{p}{\rho} \right) v_\alpha v_\beta - \right. \\ &\qquad \left. - 2pU\delta_{\alpha\beta} \right] + o(c^{-4}); \end{aligned} \tag{3.7}$$

метрический тензор

$$g^{00} = 1 + \frac{2U}{c^2} + \frac{1}{c^4}(2U + 4\Phi) + o(c^{-6}),$$

$$g^{0\alpha} = \frac{1}{c^3}\left(4U_\alpha - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\chi}{\partial t\partial x^\alpha}\right) + o(c^{-5}), \tag{3.8}$$

$$g^{\alpha\beta} = -\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)\delta_{\alpha\beta} + o(c^{-4});$$

4-скорость

$$u^0 = 1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2 + U\right) + o(c^{-4}),$$

$$u^\alpha = \left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2 + U\right)\right]\frac{v_\alpha}{c} + o(c^{-5}); \tag{3.9}$$

символы Кристоффеля

$$\Gamma^0_{00} = -\frac{1}{c^3}\frac{\partial U}{\partial t}, \quad \Gamma^0_{0\alpha} = -\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial U}{\partial x^\alpha},$$

$$\Gamma^0_{\alpha\beta} = \frac{1}{2c^3}\left[4\left(\frac{\partial U_\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial x^\alpha}\right) - \frac{\partial^3\chi}{\partial t\partial x^\alpha\partial x^\beta} + 2\delta_{\alpha,\beta}\frac{\partial U}{\partial t}\right], \tag{3.10}$$

$$\Gamma^\alpha_{00} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{c^4}\left[\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(2U^2 - 2\Phi) - \right.$$

$$\left. - 4\frac{\partial U_\alpha}{\partial t} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^3\chi}{\partial t^2\partial x^\alpha}\right],$$

$$\Gamma^\alpha_{0\beta} = \frac{1}{c^3}\left[\frac{\partial U}{\partial t}\delta_{\alpha\beta} - 2\left(\frac{\partial U_\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{\partial U_\beta}{\partial x^\alpha}\right)\right],$$

$$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial U}{\partial x^\gamma}\delta_{\alpha\beta} + \frac{\partial U}{\partial x^\beta}\delta_{\alpha\gamma} - \frac{\partial U}{\partial x^\alpha}\delta_{\beta\gamma}\right);$$

величины

$$y_0 = \frac{2}{c^3}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}, \quad y_\alpha = \frac{2}{c^2}\cdot\frac{\partial U}{\partial x^\alpha}. \tag{3.11}$$

Потенциалы U, U_α, Φ определяются из уравнений

$$\triangle U = -4\pi G\rho, \tag{3.12}$$

$$\triangle U_\alpha = -4\pi G\rho v_\alpha, \tag{3.13}$$

$$\triangle\Phi = -4\pi G\rho\varnothing, \tag{3.14}$$

где

$$\varnothing = v^2 + U + \frac{1}{2}\Pi + \frac{3}{2}\cdot\frac{p}{\rho}. \qquad (3.15)$$

Суперпотенциал χ определяется из соотношения

$$\chi = -G\int\limits_{(V)} \rho(x', x)|x - x'|dx', \qquad (3.16)$$

или иначе

$$\frac{\partial^3\chi}{\partial t^2 \partial x^\alpha} = \frac{d}{dt}(U_\alpha - U_{\beta;\alpha\beta}) - v_\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu}(U_\alpha - U_{\beta;\alpha\beta}). \qquad (3.17)$$

Здесь

$$U_{\beta;\alpha\beta} = G\int\limits_{(V)} \rho(x')\, v_\beta(x') \frac{(x_\alpha - x'_\alpha)(x_\beta - x'_\beta)}{|x - x'|^3}\, dx'. \qquad (3.18)$$

Окончательно уравнения пост-ньютоновской гидродинамики идеальной жидкости запишутся в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta v_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x^\beta}(\delta v_\alpha v_\beta) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left[\left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)p\right] -$$

$$-\rho\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{4}{c^2}\rho\frac{d}{dt}(v_\alpha U - U_\alpha) + \frac{4}{c^2}\rho v_\beta \frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha} +$$

$$+\frac{1}{2c^3}\cdot\frac{\partial^3\chi}{\partial t^2\partial x^\alpha} - \frac{2}{c^2}\rho\left(\varnothing\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial\Phi}{\partial x^\alpha}\right) = 0, \qquad (3.19)$$

где

$$\delta = \rho\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(v^2 + 2U + \Pi + \frac{p}{\rho}\right)\right]. \qquad (3.20)$$

Уравнение непрерывности запишется как

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho^* + \frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\rho^* v_\alpha) = 0. \qquad (3.21)$$

Здесь

$$\rho^* = \rho\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2 + 3U\right)\right]. \qquad (3.22)$$

К уравнениям (3.19) и (3.21), как обычно, для замыкания системы необходимо добавить уравнение состояния вещества. Тогда получим полную систему уравнений, описывающих жидкость в пост-ньютоновском приближении.

Из уравнений (3.19) и (3.21), опуская члены порядка $\frac{1}{c^2}$, легко получить обычное ньютоновское уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\rho v_\alpha) = 0 \tag{3.23}$$

и уравнения гидродинамики Эйлера

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x^\beta} (\rho v_\alpha v_\beta) = - \frac{\partial p}{\partial x^\alpha} + \rho \frac{\partial U}{\partial x^\alpha} . \tag{3.24}$$

Уравнения (3.19) и (3.21) получены с точностью до членов $o\left(\frac{1}{c^2}\right)$. Они представляют значительный интерес, когда гидродинамическая скорость v и потенциал поля тяготения U велики. Величина $\frac{U}{c^2}$ составляет примерно 0,2—0,3 для нейтронных звезд [8, 9] (радиус ~ 10 *км* и плотность 10^{15} *г/см*^{3}) или сверхзвезд Хойла — Фаулера (масса $\sim 10^6\ m_\odot$ и плотность порядка солнечной).

Таким образом, учет пост-ньютоновских потенциалов тяготения важен для конкретных объектов типа нейтронных звезд, пульсаров или сверхзвезд.

2. Вязкая теплопроводная жидкость в пост-ньютоновской гидродинамике

Излагаемый материал основывается на данных работы Гринберга [586]. Схема вывода уравнений аналогична предыдущей. Однако теперь тензор энергии — импульса берется с учетом диссипативных процессов в теории Эккарта [531]:

$$T_{ik} = (\varepsilon + p)\, u_i u_k - p g_{ik} - \beta c \theta h_{ik} + \nu c \sigma_{ik} + Q_i u_k + Q_k u_i . \tag{3.25}$$

Здесь полная энергия $\varepsilon = \rho c^2 + \rho \Pi$, тензор вязких напряжений $\sigma_{ik} = \frac{1}{2} (u_{i;k} + u_{k;i}) - \frac{1}{2} \left(u_i \frac{Du_k}{\partial s} + u_k \frac{Du_i}{ds} \right) -$

$-\theta h_{ik}$; скаляр расходимости $\theta = \frac{1}{3} u^i_{;i}$, оператор $h_{ik} = g_{ik} - u_i u_k$; вектор теплового потока $Q_i = \frac{\lambda}{c} h^k_i \left(\frac{\partial T_0}{\partial x^k} - T_0 \frac{Du_k}{ds} \right)$; T_0 — локальная температура; λ, ν, β — соответственно коэффициенты теплопроводности, сдвиговой и объемной вязкости.

Из «временной» компоненты (3.2) с учетом (3.25) и некоторых преобразований получаем общерелятивистское уравнение теплопроводности

$$\rho T_0 \frac{dS}{ds} = 2\nu c\sigma^2 + 3\beta c\theta^2 + Q_k \frac{Du^k}{ds} - Q^k_{;k}, \tag{3.26}$$

где S — плотность удельной энтропии, определяемая соотношением

$$T_0 dS = d\Pi + pd\left(\frac{1}{\rho}\right).$$

Аналогично, взяв «пространственную» компоненту (3.2), запишем общерелятивистское термогидродинамическое уравнение движения

$$(\rho c^2 + \rho\Pi + p - \beta c\theta) \frac{Du^i}{ds} = h^{ik} \frac{\partial}{\partial x^k}(p - \beta c\theta) -$$

$$- h^i_k (\nu c\sigma^{kl}_{;l} + Q^k_{;l} u^l) - Q_k(\omega^{ik} + \sigma^{ik}) - 4\theta Q^i, \tag{3.27}$$

где антисимметричный тензор вращения

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2}(u_{i;k} - u_{k;i}) - \frac{1}{2}\left(u_i \frac{Du_k}{ds} - u_k \frac{Du_i}{ds}\right).$$

Проводя далее стандартную процедуру (подробно этот вопрос описан в работе [586]), получаем уравнения вязкой теплопроводной жидкости в пост-ньютоновском приближении.

Уравнение непрерывности сохраняет свой прежний вид (3.21) с учетом соотношения (3.22).

Пост-ньютоновское уравнение теплопроводности записывается как

$$\rho T_0\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla S\right)\left[1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2+U\right)\right]=$$

$$=\nabla\cdot(\lambda\nabla T_0)+\nu\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}+\frac{1}{3}\beta(\nabla\cdot\vec{v})^2+\frac{1}{c^2}\times$$

$$\times\left\{\lambda\nabla T_0\left(\frac{d\vec{v}}{dt}+\nabla U\right)+\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\vec{v}\cdot\nabla T_0)+\nabla\cdot\left(\lambda\vec{v}\frac{dT_0}{dt}\right)+\right.$$

$$\left.+\nabla\cdot\left[\lambda T_0\left(\frac{d\vec{v}}{dt}-\nabla U\right)\right]-\nabla\cdot(2\lambda U\nabla T_0)\right\}+$$

$$+\frac{\nu}{c^2}\left[-2\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}v_\beta v_\alpha+(v^2+2U)\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}+\right.$$

$$\left.+v_\alpha\frac{\partial v^2}{\partial x^\beta}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}+2v_\alpha\frac{dv_\beta}{dt}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}+\frac{2}{3}v_\alpha v_\beta\nabla\cdot\vec{v}\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}\right]+$$

$$+\frac{2\beta}{3c^2}\nabla\cdot\vec{v}\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2+3U\right)+\left(\frac{1}{2}v^2+U\right)\nabla\cdot v\right],\tag{3.28}$$

где

$$\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha}\right)-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}.$$

Пост-ньютоновские уравнения движения вязкой теплопроводной жидкости записываются в виде

$$\rho\left[1+\frac{1}{c^2}\left(v^2+4U+\Pi+\frac{p}{\rho}-\frac{1}{3}\cdot\frac{\beta}{\rho}\nabla\cdot\vec{v}\right)\right]\times$$

$$\times\frac{dv_\alpha}{dt}+\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left\{p\delta_{\alpha\beta}-\frac{1}{3}\beta\nabla\cdot\vec{v}\delta_{\alpha\beta}-\right.$$

$$-\frac{1}{c^2}\left[\frac{1}{6}(\beta-\nu)\frac{dv^2}{dt}\delta_{\alpha\beta}+\beta\frac{dU}{dt}\delta_{\alpha\beta}+\frac{1}{6}\beta v^2\nabla\cdot\vec{v}\delta_{\alpha\beta}+\right.$$

$$+\frac{1}{3}(\beta+4\nu)U\nabla\cdot\vec{v}\delta_{\alpha\beta}+\frac{\nu}{4}\left(v_\alpha\frac{\partial v^2}{\partial x^\beta}+v_\beta\frac{\partial v^2}{\partial x^\alpha}\right)+$$

$$+\frac{\nu}{2}\left(v_\alpha\frac{dv_\beta}{dt}+v_\beta\frac{dv_\alpha}{dt}\right)+\frac{\nu}{3}v_\alpha v_\beta\nabla\cdot\vec{v}\Big]\Big\}-$$

$$-\rho\left[1+\frac{1}{c^2}\left(2v^2+\Pi+\frac{p}{\rho}-\frac{1}{3}\frac{\beta}{\rho}\nabla\cdot\vec{v}\right)\right]\times$$

$$\times\frac{\partial U}{\partial x^\alpha}-\frac{4}{c^2}\rho\left(\frac{dU_\alpha}{dt}-v_\beta\frac{\partial U_\beta}{\partial x^\alpha}\right)+\frac{1}{c^2}\rho\frac{\partial}{\partial x^\beta}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\chi}{dt^2}-2\Phi\right)+\frac{1}{c^2}v^\alpha\left[\frac{d}{dt}\left(p-\frac{1}{3}\beta\nabla\cdot\vec{v}\right)+\right.$$

$$+\rho\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2+3U\right)+\frac{\nu}{2}\cdot\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\gamma}\left(\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\gamma}+\frac{\partial v_\gamma}{\partial x^\beta}\right)-$$

$$\left.-\frac{\nu}{3}(\nabla\cdot\vec{v})^2\right]=\nu\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}\right]\left[1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2+U\right)\right]+\frac{\nu}{c^2}\cdot\frac{\partial}{\partial x^\beta}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{2}v^2+3U\right)\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha}\right)-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}\right]+$$

$$+\frac{\nu}{c^2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\left\{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha}\right)-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}\right]v_\beta\right\}+$$

$$+\frac{1}{c^2}\cdot\frac{d}{dt}\left(\lambda\frac{\partial T_0}{\partial x^\alpha}\right)+\frac{\lambda}{c^2}\cdot\frac{\partial T_0}{\partial x^\beta}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}\right). \tag{3.29}$$

Здесь потенциал Φ определяется с учетом соотношения

$$\rho\Phi=\rho v^2+\rho U+\frac{1}{2}\rho\Pi+\frac{3}{2}\left(p-\frac{1}{3}\beta\nabla\cdot\vec{v}\right).$$

Переходя в выражениях (3.28) и (3.29) к нерелятивистскому пределу, получаем соответственно классическое уравнение теплопроводности и уравнения Навье — Стокса:

$$\rho T_0\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla S\right)=\nabla\cdot(\lambda\nabla T_0)+\nu\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x^\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x^\alpha}\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\nabla\cdot\vec{v}\right]^2+\frac{1}{3}\beta(\nabla\cdot\vec{v})^2, \qquad (3.30)$$

$$\rho\frac{dv_\alpha}{dt}=-\frac{\partial p}{\partial x^\alpha}+\rho\frac{\partial U}{\partial x^\alpha}+\frac{1}{2}\nu\nabla^2 v_\alpha+$$
$$+\frac{1}{3}\left(\beta+\frac{1}{2}\nu\right)\frac{\partial}{\partial x^\alpha}(\nabla\cdot\vec{v}). \qquad (3.31)$$

Уравнения движения (3.28) и (3.29) получены в схеме Эккарта.

Как уже отмечалось, уравнения движения вязкой теплопроводной жидкости в пост-ньютоновском приближении были получены также в работе [98], причем там за основу бралась релятивистская гидродинамика Ландау—Лифшица. Вообще говоря, в первом приближении обе схемы приводят к одинаковым результатам. Исследование областей, в которых проявляются различия схем Эккарта и Ландау — Лифшица, рассмотрены в работах [176, 818].

3. Пост-ньютоновская магнитная гидродинамика

Магнитная гидродинамика в пост-ньютоновском приближении была получена в работе Гринберга [587].

Исходной системой уравнений являются выражения (3.1), (3.2) и уравнения Максвелла

$$F_{ij;k}+F_{jk;i}+F_{ki;j}=0, \qquad (3.32)$$

$$F^{ik}_{;k}=4\pi I^i. \qquad (3.33)$$

В этом случае тензор заряженной проводящей жидкости в электромагнитном поле имеет вид

$$T_{ik}=(\varepsilon+p)u_i u_k-pg_{ik}-\frac{1}{4\pi}\left(F^j_i F_{kj}-\frac{1}{4}g_{ik}F_{jm}F^{jm}\right). \qquad (3.34)$$

В уравнении (3.33) ток I^i определяется релятивистским законом Ома:

$$I^i = \frac{1}{c}\rho_e u^i - c\sigma F^{ik} u_k, \tag{3.35}$$

где ρ_e — локальная плотность заряда; σ — электропроводность.

Для получения магнитогидродинамического приближения следует положить

$$F_{\alpha 0} = \frac{1}{c} E_\alpha, \quad F_{\alpha\beta} = H_{\alpha\beta}. \tag{3.36}$$

Из соотношения (3.2) можно соответственно найти уравнение энергии и уравнения движения

$$\rho T_0 \frac{dS}{ds} = -u^i F_{ik} I^k, \tag{3.37}$$

$$(\rho c^2 + \rho \Pi + p)\frac{du^k}{ds} = h^{ik}\frac{\partial p}{\partial x^k} - \frac{1}{4\pi} h^{ik} F_{kj} F^{jm}_{;m}. \tag{3.38}$$

Из приведенных соотношений обычной процедурой можно получить [587] в магнитогидродинамическом приближении уравнения Максвелла

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0, \tag{3.39}$$

$$\nabla \cdot \left\{\vec{E} + \frac{1}{c^2}\left[2U\vec{E} + \left(4\vec{U} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\nabla\chi\right) \times \vec{H}\right]\right\} =$$

$$= 4\pi(\rho_e + \sigma\vec{v}\cdot\vec{E}) + \frac{4\pi}{c^2}\left\{\rho_e\left(\frac{1}{2}v^2 + 3U\right) - \right.$$

$$-\sigma\vec{E}\cdot\left(4\vec{U} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\nabla\chi - 5U\vec{v} - \frac{1}{2}v^2\vec{v}\right) +$$

$$\left. + \sigma\vec{v}\cdot\left[\left(4\vec{U} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\nabla\chi\right) \times \vec{H}\right]\right\},$$

$$\nabla \times \left[\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)\vec{H}\right] - \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 4\pi(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{H}) +$$

$$+\frac{4\pi}{c^2}\left(\rho_e\vec{v}+\sigma\left(\frac{1}{2}v^2+U\right)(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{H})\right], \quad (3.40)$$

уравнение переноса тепла

$$\rho T_0\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla S\right)\left[1+\frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}v^2+U\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{16\pi^2\sigma}(\nabla\times\vec{H})\left[1+\frac{1}{c^2}(2v^2+6U)\right]-\frac{1}{4\pi^2\sigma c^2}\left\{(\nabla\times\vec{H})\times\right.$$

$$\times(\nabla U\times\vec{H})+\frac{1}{2}(\nabla\times\vec{H})\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+$$

$$\left.+2\pi\rho_e\vec{v}\cdot(\nabla\times\vec{H})-\frac{1}{4}[\vec{v}\cdot(\nabla\times\vec{H})]^2\right\}, \quad (3.41)$$

уравнения движения

$$\rho\left[1+\frac{1}{c^2}\left(v^2+4U+\Pi+\frac{p}{\rho}\right)\right]\frac{d\vec{v}}{dt}+$$

$$+\nabla p-\rho\left[1+\frac{1}{c^2}\left(2v^2+\Pi+\frac{p}{\rho}\right)\right]\nabla U-$$

$$-\frac{4}{c^2}\rho\left(\frac{dU}{dt}-v_\beta\nabla U_\beta\right)+\frac{1}{c^2}\rho\nabla\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}-2\Phi\right)+$$

$$+\frac{1}{c^2}\vec{v}\left[\frac{dp}{dt}+\rho\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2+3U\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{4\pi}\left(1-\frac{6U}{c^2}\right)(\Delta\times\vec{H})\times\vec{H}+\frac{1}{4\pi c^2}\vec{v}\,[(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{H})\cdot$$

$$\cdot(\nabla\times\vec{H})]-\frac{1}{4\pi c^2}\vec{E}\nabla\cdot\vec{E}+\frac{1}{4\pi c^2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\vec{E}\times\vec{H})-$$

$$-\frac{1}{4\pi c^2}(\nabla\times\vec{E})\times\vec{E}+\frac{1}{2\pi c^2}(\nabla U\times\vec{H})\times\vec{H}=0. \quad (3.42)$$

Здесь $\vec{U}=\{U_\alpha\}$, потенциал Ф определяется с учетом соотношения $\rho\varnothing=\rho v^2+\rho U+\frac{1}{2}\rho\Pi+\frac{3}{2}p+\frac{1}{8\pi}H^2$. Уравнение неразрывности по-прежнему имеет вид (3.21), (3.22).

Переходя в уравнениях (3.40)—(3.42) к нерелятивистскому пределу, получаем классические уравнения Максвелла, уравнение теплопереноса и уравнения Эйлера магнитной гидродинамики:

$$
\begin{aligned}
&\nabla\cdot\vec{E} = 4\pi\left(\rho_e + \sigma\vec{v}\cdot\vec{E}\right),\\
&\Delta\times\vec{H} = 4\pi\sigma\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{H}\right),\\
&\rho T_0\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla S\right) = \frac{1}{6\pi^2\sigma}\left(\nabla\times\vec{H}\right),\\
&\rho\,\frac{d\vec{v}}{dt} = \rho\nabla U - \nabla p + \frac{1}{4\pi}\left(\nabla\times\vec{H}\right)\times\vec{H}.
\end{aligned}
\tag{3.43}
$$

4. Пост-ньютоновская гидродинамика скалярно-тензорной теории гравитации

Скалярно-тензорные теории могут объяснить целый ряд явлений в мире нестационарных и взаимодействующих галактик [24] и потому представляют несомненный интерес. В настоящее время они в известной степени конкурируют с теорией тяготения Эйнштейна [44]. Первой была создана скалярно-тензорная теория тяготения Иордана [681], развивающая идеи Дирака (1937 г.) о переменности гравитационного скаляра. Далее скалярно-тензорные теории были развиты Брансом — Дикке [396] и рядом авторов.

Гидродинамический подход к изучению этих теорий только начинается. В работе Нутку [875] была построена пост-ньютоновская гидродинамика в теории Бранса—Дикке. Здесь, следуя работе [100], будут приведены уравнения пост-ньютоновской гидродинамики в обобщенной теории Иордана, которая включает в себя как частные случаи пост-ньютоновскую гидродинамику в теории тяготения Эйнштейна и в теории тяготения Бранса — Дикке. Отметим также, что наиболее общие уравнения гидродинамики должны выводиться из параметризованной пост-ньютоновской теории Вилла [1127].

Метод вывода уравнений и в этом случае остается прежним. Уравнения тяготения Иордана имеют вид

$$R_{ik} = -\alpha\varphi^{-\eta}\left(T_{ik} - \frac{\eta^2+\omega}{3\eta^2+2\omega}\, g_{ik}T\right) - \frac{\omega}{\varphi^2}\,\varphi_{,i}\varphi_{,k} -$$

$$-\frac{\eta(\eta-1)}{\varphi^2}\,\varphi_{,i}\varphi_{,k} - \frac{\eta}{\varphi}\,\varphi_{,i;k}, \tag{3.44}$$

$$\Box\varphi + (\eta-1)\,\frac{\varphi_{,n}\varphi^{,n}}{\varphi^2} = \frac{\eta}{3\eta^2+2\omega}\,\alpha\varphi^{-1}T. \tag{3.45}$$

Здесь ω, η — константы теории; φ — скалярное поле.

По аналогии с предыдущим можно получить пост-ньютоновское уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\rho^*}{\partial t} + \frac{\partial(\rho^* v_\alpha)}{\partial x^\alpha} = 0, \tag{3.46}$$

где

$$\rho^* = \rho\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{3\eta^2+3\omega}{2\eta^2+\omega}\,U\right)\right].$$

Уравнения пост-ньютоновской гидродинамики запишутся в виде

$$\frac{\partial(\delta v_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\delta v_\alpha v_\beta)}{\partial x^\beta} + \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left[\left(1 + \frac{\eta^2+2\omega}{2\eta^2+\omega}\cdot\frac{U}{c^2}\right)p\right] -$$

$$-\rho\,\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} + \frac{1}{c^2}\cdot\frac{3\eta^2+4\omega}{2\eta^2+\omega}\,\rho\,\frac{d}{dt}(Uv_\alpha) -$$

$$-\frac{1}{c^2}\cdot\frac{6\eta^2+4\omega}{2\eta^2+\omega}\,\rho\,\frac{dv_\alpha}{dt} + \frac{1}{2c^2}\,\rho\,\frac{\partial^3\chi}{\partial t^2\partial x^\alpha} -$$

$$-\frac{1}{c^2}\cdot\frac{6\eta^2+4\omega}{2\eta^2+\omega}\,\rho v_\beta\,\frac{\partial U_\beta}{\partial x^\alpha} -$$

$$-\frac{2}{c^2}\,\rho\left(\varnothing^*\,\frac{\partial U}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial\Phi^*}{\partial x^\alpha}\right) = 0, \tag{3.47}$$

Здесь δ определяется соотношением (3.20), а потенциал Φ^* удовлетворяет уравнению (3.14) с учетом того, что

$$\varnothing^* = \frac{3\eta^2 + 2\omega}{4\eta^2 + 2\omega} v^2 + \frac{\eta^2 + 2\omega}{4\eta^2 + 2\omega} U + $$
$$+ \frac{1}{2} \Pi + \frac{3\eta^2 + 3\omega}{4\eta^2 + 2\omega} \cdot \frac{p}{\rho} .$$

На этом мы закончим изложение различных вариантов пост-ньютоновской гидродинамики и обратимся к слаборелятивистскому приближению в гидродинамике.

5. Слаборелятивистская гидродинамика

Как уже отмечалось, возможны различные приближения при построении гидродинамических уравнений. Если точные уравнения релятивистской гидродинамики инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца, то уравнения пост-ньютоновской гидродинамики инвариантны относительно пост-галилеевских преобразований [464], которые представляют собой группу, занимающую в некотором смысле промежуточное положение между группой преобразований Галилея и группой Лоренца.

Работы Стрельцова [245] и Гайды [119] посвящены так называемой приближенной лоренц-инвариантности, или, другими словами, слаборелятивистским преобразованиям, когда пренебрегают членами более высокого порядка, чем $\frac{v^2}{c^2}$.

В частности, такого рода преобразования можно записать в виде [245]

$$x = (x' + \beta ct')\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right),$$
$$t = t'\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) + \frac{\beta}{c}x', \qquad (3.48)$$
$$\beta = \frac{v}{c}.$$

Остановимся на выводе уравнений слаборелятивистской гидродинамики, когда учитываются члены порядка $\frac{v^2}{c^2}$ [103]. При этом будем исходить из цепочки уравнений для корреляционных функций слаборелятивистских систем с учетом запаздывания [102, 348]. Уравнение для унарной функции распределения системы заряженных частиц во внешнем гравитационном поле Ньютона выражается

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{p_1}{m}\nabla_{q_1}F = \frac{1}{v}\iint \nabla_{q_1}\Phi_{12}\nabla_p F_2 dV_{p_2}dq_2 -$$

$$- m\nabla_{q_1}U\nabla_{p_1}F_1 - \frac{1}{m^2c^2}\left\{- m\left[\frac{p_1^2}{2}\nabla_{q_1}U + p_1\cdot\nabla_{q_1}Up_1\right]\cdot\right.$$

$$\cdot\nabla_{p_1}F_1 + p_1\cdot m\nabla_{q_1}U + \frac{1}{v}\iint \nabla_{p_1}F_2\cdot\left\{\frac{1}{2}\left[\Delta_{q_1} - (p_1\cdot\nabla_{q_1} +\right.\right.$$

$$+ p_2\cdot\nabla_{q_2} + m\left[\nabla_{q_2}\Phi_{12} + m\nabla_{q_2}U\right]\cdot\nabla_{p_2})\nabla_{p_1}]\Psi_{12} -$$

$$\left.-\left[\frac{1}{2}p_1^2\nabla_{q_1} + p_1p_1\cdot\nabla_{q_1}\right]\Phi_{12}\right\}dq_2dp_2 +$$

$$+\frac{1}{v}\iint 2(p_1\cdot\nabla_{q_1}\Phi)F_2dq_2dp_2 - \frac{m}{2v^2}\iiiint[(\nabla_{q_2}\Phi_{23}\cdot$$

$$\cdot\nabla_{p_2}\nabla_{p_1}\Psi_{12})\cdot\nabla_{p_1} + (\Delta_{q_1}\Phi_{12}\cdot\nabla_{p_1}\nabla_{p_3}\Psi_{13})\cdot\nabla_{p_3} +$$

$$\left.+(\nabla_{q_3}\Phi_{13}\cdot\nabla_{p_3}\nabla_{p_2}\Psi_{23})\cdot\nabla_{p_2}]F_3dq_2dp_2dq_3dp_3\right\}. \qquad (3.49)$$

Здесь F_s — s-частичная функция распределения; $\Phi_{ij}(r_{ij})$ — потенциал взаимодействия заряженных частиц; $\Psi_{ij}(r_{ij}, p_i, p_j)$ — потенциал, связанный с учетом запаздывания; q_i, p_i — координата и импульс частицы; $r_{ij} = q_i - q_j$; m — масса покоя частицы; $v = \frac{N}{V}$; V, N — объем и число частиц. Среднее значение некоторой физической величины $\varphi(q, p, t)$ определим

$$\langle\varphi(q, p, t)\rangle = \frac{\int\limits_{\Omega_p}\varphi F_1(q, p, t)\,dV_p}{\int\limits_{\Omega_p}F_1(q, p, t)\,dV_p} = \frac{1}{n}\int\varphi F_1 dV_p, \quad (3.50)$$

где Ω_p — область интегрирования; $dV_p = \left(1 + \frac{3}{2}\frac{p^2}{m^2c^2}\right) \times$ $\times dp$ — элемент объема в искривленном импульсном пространстве; $n(q, t)$ — плотность числа частиц, а плотность вещества определяется как $\rho = mn$. Определим плотность частицы сплошной среды, движущейся со скоростью $u(q, t)$, как

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{c^2}\right). \tag{3.51}$$

Здесь ρ_0 — плотность в сопутствующей системе, а гидродинамическая скорость $u(q, t)$ по определению равна

$$u(q, t) = \frac{1}{n} \int\limits_{\Omega_p} \frac{p}{m} F_1 dV_p. \tag{3.52}$$

Умножая соотношение (3.49) на φ и интегрируя по Ω_p, получаем уравнение переноса величины $\langle \varphi \rangle$:

$$\frac{\partial n \langle \varphi \rangle}{\partial t} + \nabla_{q_1} \cdot \left(n \left\langle \frac{p_1}{m} \varphi \right\rangle\right) =$$

$$= n \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{p_1}{m} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right\rangle -$$

$$- \frac{1}{v} \iiint (\nabla_{p_1}\varphi \cdot \nabla_{q_1}\Phi_{12}) F_2 dV_{p_1} dV_{p_2} dq_2 -$$

$$- \frac{1}{v} \iiint \varphi (\nabla_{q_1}\Phi_{12} \cdot \nabla_{p_1} \sqrt{-g}) \times$$

$$\times F_2 dp_1 dp_2 dq_2 + m \int \nabla_{q_1} U \cdot (\varphi \nabla_{p_1} \sqrt{-g} +$$

$$+ \nabla_{p_1}\varphi) F_1 dV_{p_1} - \frac{1}{m^2c^2} \Big\{ \rho \langle \varphi 6 p_1 \cdot \nabla_{q_1} U +$$

$$+ \left(\frac{p_1^2}{2} \nabla_{q_1} U + p_1 \cdot \nabla_{q_1} U p_1\right) \nabla_{p_1}\varphi \rangle - \frac{1}{v} \iiint F_2 \nabla_{p_1}\varphi \cdot$$

$$\cdot \Big\{ \frac{1}{2} [\nabla_{q_1} - (p_1 \cdot \nabla_{q_1} + p_2 \cdot \nabla_{q_2} + m [\nabla_{q_2} (\Phi_{12} +$$

$$+mU)\cdot\nabla_{p_2}]\nabla_{p_1}]\,\Psi_{12}-\left(\frac{1}{2}\,p_1^2\nabla_{q_1}+p_1p_1\cdot\nabla_{q_1}\right)\Phi_{12}\Big\}\times$$

$$\times dp_1dp_2dq_2+\frac{1}{v}\int\int\int\,\varphi F_2\left(\frac{1}{2}\nabla_{q_1}\cdot\nabla_{p_1}\Psi_{12}+7p_1\cdot\nabla_{q_1}\Phi_{12}\right)\times$$

$$\times\,dp_1dp_2dq_2+\frac{m}{2v^2}\int\int\int\int\int\Big\{\Big[(\nabla_{q_2}\Phi_{23}\cdot$$

$$\cdot\,\nabla_{p_2}\nabla_{p_1}\Psi_{12})\cdot\nabla_{p_2}+(\nabla_{q_1}\Phi_{12}\cdot\nabla_{p_1}\nabla_{p_3}\Psi_{13})\nabla_{p_2}+$$

$$+(\nabla_{q_2}\Phi_{13}\cdot\nabla_{p_3}\nabla_{p_2}\Psi_{23})\cdot\nabla_{p_2}\Big]\varphi\Big\}\,F_3dp_1dp_2dq_2dp_3dq_3\Big\}\,. \qquad (3.53)$$

Полагая в (3.53) $\varphi=m$ запишем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla_{q_1}(\rho\vec{u})=\sigma_\rho, \qquad (3.54)$$

где источник массы σ_ρ имеет чисто релятивистское происхождение:

$$\sigma_\rho=-\frac{m}{v}\int\int\int(\nabla_{q_1}\Phi_{12}\cdot\nabla_{p_1}\sqrt{-g})\,F_2dp_1dp_2dq_2+$$

$$+m^2\int(\nabla_{q_1}U\cdot\nabla_{p_1}\sqrt{-g})\,F_1dp_1-\frac{1}{c^2}\Big[\sigma_\rho mu\cdot\nabla_{q_1}U+$$

$$+\frac{7}{v}\int\int\int p_1\cdot\nabla_{q_1}\Phi_{12}F_2dp_1dp_2dq_2+$$

$$+\frac{1}{2v}\int\int\int\nabla_{q_1}\cdot\nabla_{p_2}\Psi_{12}F_2\,dp_1dp_2dq_2\Big]\,. \qquad (3.55)$$

Подставив теперь в (3.53) $\varphi=p_1-mu$, после некоторых преобразований нетрудно получить уравнения гидродинамики в слаборелятивистском приближении

$$\rho\,\frac{du}{dt}=\nabla\cdot T+\rho Q. \qquad (3.56)$$

Здесь тензор напряжений имеет вид

$$T=-\rho\,\left\langle\left(\frac{p_1}{m}-u\right)\left(\frac{p_1}{m}-u\right)\right\rangle-$$

$$-\frac{1}{2v}\iiint r\nabla\Phi_{12}F_2 dV_{p_1}dV_{p_2}dr -$$

$$-\frac{1}{2v}\iiint r(p-mu)(\nabla_{q_1}\Phi_{12}\cdot\nabla_{p_1}\sqrt{-g})F_2 dp_1 dp_2 dr +$$

$$+\frac{1}{m^2c^2}\left\{-\frac{m}{2v}\iiint r\left\{\frac{1}{2}\left((p_1-p_2)\cdot\nabla_{q_1}+m[\nabla_{q_1}(\Phi_{12}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+mU)\cdot\nabla_{p_2}]\right)\nabla_{p_1}]\Psi_{12}-\left[\frac{1}{2}p_1^2\nabla_{q_1}+p_1p_1\cdot\nabla_{q_1}\right]\Phi_{12}\right\}\times$$

$$\times F_2 dp_1 dp_2 dr+\frac{1}{2v}\iiint r(p-mu)\left\{\frac{1}{2}\nabla_{q_1}\cdot\nabla_{p_1}\Psi_{12}+\right.$$

$$\left.+7p_1\cdot\nabla_{q_1}\Phi_{12}\right\}F_1 dp_1 dp_2 dr-$$

$$-\frac{m}{4v^2}\iiiint\!\!\int[r(\nabla_{q_2}\Phi_{23}\cdot\nabla_{p_2})\nabla_{p_1}\Psi_{12}]\times$$

$$\left.\times F_3 dp_1 dp_2 dq_2 dp_3 dq_3\right\}, \qquad (3.57)$$

источник импульса записывается как

$$\rho Q=\rho\nabla_{q_1}U+\rho\langle(p_1-mu)(\nabla_{q_1}U\cdot\nabla_{p_1}\sqrt{-g})\rangle+$$

$$+\frac{\rho}{m^2c^2}\langle(p-mu)6p_1\cdot\nabla_{q_1}U+\frac{p_1^2}{2}\nabla_{q_1}U+p_1\cdot\nabla_{q_1}Up_1\rangle-$$

$$-\frac{1}{v}\iiint[\nabla_{q_1}\Phi_{12}+(p_1-mu)(\nabla_{q_1}\Phi_{12}\nabla_{p_1}\cdot\sqrt{-g})]\times$$

$$\times F_2 dV_{p_1}dV_{p_2}dr-\left[\frac{1}{2}\frac{m}{v}\iiint r(\nabla_{q_1}\Phi_{12}\cdot\nabla_{p_1}\sqrt{-g})\times\right.$$

$$\left.\times F_2 dp_1 dp_2 dr\right]\cdot\nabla_{q_1}u+\frac{1}{m^2c^2}\left\{-\frac{1}{v}\iiint\left\{\frac{1}{2}[\nabla_{q_1}-\right.\right.$$

$$-\left((p_1-p_2)\nabla_{q_1}+m\,[\nabla_{q_2}(\Phi_{12}+mU)\cdot\nabla_{p_2}]\right)\nabla_{p_1}]\Psi_{12}-$$

$$-\left[\frac{1}{2}p_1^2\nabla_{q_1}+p_1p_1\cdot\nabla_{q_1}\right]\Phi_{12}+(p_1-mu)\times$$

$$\times \left[\frac{1}{2} \nabla_{q_1} \cdot \nabla_{p_1} \Psi_{12} + 7 p_1 \cdot \nabla_{q_1} \Phi_{12} \right] \Bigg\} F_2 dp_1 dp_2 dr -$$

$$- \left[\frac{1}{2v} \iiint r \left[\frac{1}{2} \nabla_{q_1} \cdot \nabla_{p_1} \Psi_{12} + 7 p_1 \cdot \nabla_{q_1} \Psi_{12} \right] \times \right.$$

$$\left. \times F_2 dp_1 dp_2 dr \right] \nabla_{q_1} u - \frac{m}{2v^2} \iiiint\!\!\int (\nabla_{q_2} \Phi_{23} \cdot \nabla_{p_2} \nabla_{p_1} \Psi_{12}) \times$$

$$\times F_3 dp_1 dp_2 dr dq_3 dp_3 \Bigg\} . \qquad (3.58)$$

Наряду с законами сохранения массы и импульса можно получить закон сохранения энергии (в частности, уравнение теплопроводности).

Слаборелятивистские уравнения неразрывности и гидродинамики содержат особенности, связанные с двумя группами релятивистских эффектов: с одной стороны, нелагранжевостью сил взаимодействия, обусловленной как непосредственно релятивистским характером динамики, так и учетом запаздывающего характера взаимодействия, а с другой стороны, искривленностью импульсного пространства.

В частности, релятивистские эффекты приводят к отличающейся от «классической» форме закона сохранения момента импульса поступательного движения сплошной среды. В феноменологических теориях эта особенность, по-видимому, ускользала из поля зрения.

6. Некоторые приложения пост-ньютоновской гидродинамики

Пост-ньютоновское приближение гидродинамики привело к ряду важных интересных результатов. Укажем на некоторые из них.

Чандрасекаром [459] были исследованы условия, при которых возникают релятивистские динамические неустойчивости при радиальных и нерадиальных колебаниях для небесных объектов, размеры которых сравнимы с их гравитационным радиусом. На основании анализа пост-ньютоновского приближения магнитной гидродинамики Седракян [1006] указал возможный механизм возникновения сильных магнитных полей в атмосферах объектов типа нейтронных звезд и пульсаров. В работе Дайсона [528] была высказана идея об усилении роли конвекции в объектах типа нейтронных звезд. Эта идея была полностью подтверждена в работе [1144] путем анализа пост-ньютоновских уравнений движения вязкой теплопроводной жидкости. Усиление конвективного движения в телах с большим гравитационным потенциалом может приводить к выбросу значительного количества вещества из массивного тела и как следствие к предотвращению коллапса. Выброс заряженного вещества в атмосферу нейтронной звезды приводит к одному из возможных механизмов происхождения электромагнитного излучения пульсаров. Пост-ньютоновская гидродинамика в приближении $\frac{1}{c^5}$, развитая в работе [465], позволяет исследовать гравитационное излучение небесных тел, интерес к которому сильно возрос после экспериментальных работ Вебера.

В работе [100] было указано на возможность проверки космологической теории Иордана—Бранса—Дикке путем изучения распространения акустических колебаний. Можно также проверить теорию тяготения Эйнштейна при помощи течения Куэтта в земных условиях [99].

В связи с тем что по современным воззрениям нейтронная звезда состоит из сверхтекучего сверхпроводящего ядра [5] с внешней кристаллической оболочкой, очень насущными являются вопросы изучения сверхтекучей и сверхпроводящей жидкости в пост-ньютоновской гидродинамике, а также изучение кристаллического состояния вещества.

Глава IV

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

В этой главе будут приведены известные в литературе точные решения уравнений термомеханики. Решения этих уравнений в общерелятивистской гидродинамике, т. е. точные решения уравнений тяготения Эйнштейна, за исключением последнего параграфа, здесь рассматриваться не будут, так как им посвящены монографии Петрова [1157], Ландау и Лифшица [15] и других авторов. Напомним также, что решения уравнений ОТО с учетом диссипативных процессов рассматривались в работах Айтмурзаева [87—89] и Штрёбеля [1022].

Все решения уравнений гидродинамики в СТО условно поделены на одномерные, ударные и звуковые волны и прочие решения.

1. Одномерные решения

Одной из первых работ, посвященных решению одномерных уравнений релятивистской гидродинамики, была работа Халатникова [255]. Укажем также на работы Станюковича [225—230] по ультрарелятивистскому газу, Скрипкина [223], Джонсона и Мак Ки [679], Елтграфа [537]. На первом этапе поиски точных одномерных решений стимулировались гидродинамической теорией множественного образования частиц. Затем эти решения привлекали к себе внимание с целью анализа механизма образования космических лучей при вспышках сверхновых звезд [498].

Основные уравнения для одномерного случая в пренебрежении диссипативными процессами получаются путем приравнивания нулю 4-дивергенции ТЭИ [537, 679]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p+\beta^2\varepsilon}{1-\beta^2}\right)+\frac{\partial}{\partial ct}\left[\frac{\beta(p+\varepsilon)}{1-\beta^2}\right]=0, \qquad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\beta(p+\varepsilon)}{1-\beta^2}\right]+\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{1+\beta^2 p}{1-\beta^2}\right)=0. \qquad (4.2)$$

Уравнение сохранения плотности числа частиц записывается как

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{n\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]+\frac{\partial}{\partial ct}\left[\frac{n}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]=0. \qquad (4.3)$$

Здесь p — давление; ε — собственная плотность энергии; βc — гидродинамическая скорость; n — собственная плотность числа частиц.

Используя теорию подобия [537], введем автомодельную переменную ξ и перепишем систему уравнений (4.1) — (4.3) в виде

$$\frac{d}{d\xi}\left(\frac{p+\beta^2\varepsilon}{1-\beta^2}\right)+F(\xi)\frac{d}{d\xi}\left[\frac{\beta(p+\varepsilon)}{1-\beta^2}\right]=0, \qquad (4.4)$$

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{\beta(p+\varepsilon)}{1-\beta^2}\right]+F(\xi)\frac{d}{d\xi}\left(\frac{\beta^2 p+\varepsilon}{1-\beta^2}\right)=0, \qquad (4.5)$$

$$\frac{d}{d\xi}\left[\frac{n\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]+F(\xi)\frac{d}{d\xi}\left[\frac{n}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]=0, \qquad (4.6)$$

причем

$$\frac{\partial\xi/\partial ct}{\partial\xi/\partial x}=F(\xi). \qquad (4.7)$$

Поскольку функция $F(\xi)$ произвольна, а β есть функция ξ, то можно положить $\xi=\beta$. Теперь для решения системы (4.4) — (4.7) необходимо еще записать уравнение состояния.

Если рассмотреть уравнение состояния ультрарелятивистского или фотонного газа

$$p=\frac{\varepsilon}{3}, \qquad (4.8)$$

то (4.4) и (4.5) преобразуются к следующему соотношению между величинами ε и p:

$$\frac{d}{d\beta}\left[\frac{\varepsilon(1+\beta^2/3)}{1-\beta^2}\right]\frac{d}{d\beta}\left[\frac{\varepsilon(1/3+\beta^2)}{1-\beta^2}\right]=$$

$$=\left\{\frac{d}{d\beta}\left[\frac{4\beta\varepsilon}{3(1-\beta^2)}\right]\right\}^2, \qquad (4.9)$$

которое можно переписать в виде

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\beta}\right)^2=\frac{16}{3}\cdot\frac{\varepsilon^2}{(1-\beta^2)^2}. \qquad (4.10)$$

Решением уравнения (4.10) будет

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{\pm\frac{2}{\sqrt{3}}}. \qquad (4.11)$$

Отсюда можно получить

$$F(\beta)=\pm\frac{1/\sqrt{3}\pm\beta}{1\pm\beta/\sqrt{3}}. \qquad (4.12)$$

Общее решение уравнения (4.7) при замене ξ на β задается соотношением

$$x=G[F(\beta)]-ctF(\beta). \qquad (4.13)$$

Здесь $G(F)$ — произвольная функция, которая выбирается исходя из физической постановки задачи. Приведенные соотношения могут быть получены методом характеристик [679].

Аналогичным образом можно рассмотреть уравнение состояния вида

$$p=\frac{1}{3}(\varepsilon-nmc^2). \qquad (4.14)$$

В этом случае, выбирая в качестве независимых переменных p и n и вводя обозначение $q=\frac{n}{mc^2\,n}$, уравнения (4.4) — (4.7) можно привести к виду

$$\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{[\beta^2+(1+3\beta^2)q]n}{1-\beta^2}\right\}\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{[1+(3+\beta^2)q]n}{1-\beta^2}\right\}=$$

$$=\left\{\frac{d}{d\beta}\left[\frac{\beta n(1+4q)}{1-\beta^2}\right]\right\}^2, \tag{4.15}$$

$$\frac{d}{d\beta}\left\{\frac{[\beta^2+(1+3\beta^2)q]n}{1-\beta^2}\right\}\frac{d}{d\beta}\left[\frac{n}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]=$$

$$=\frac{d}{d\beta}\left[\frac{\beta n(1+4q)}{1-\beta^2}\right]\frac{d}{d\beta}\left[\frac{\beta n}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right]. \tag{4.16}$$

Подробный анализ системы уравнений (4.15) — (4.16) приводится в работе [537].

В работах Халатникова [255] и Станюковича [225—230] задача о точных одномерных движениях ультрарелятивистского газа сводилась к решению уравнения Римана относительно потенциала χ

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial\eta^2}-2\frac{\partial\chi}{\partial y}+3\frac{\partial^2\chi}{\partial y^2}=0. \tag{4.17}$$

Здесь величины $y=\ln T$; $u=\operatorname{sh}\eta$; T — температура.

2. Ударные волны

Изучение ударных волн в релятивистской гидродинамике началось с появления классической работы Тауба [1057]. Впоследствии этой теме было посвящено большое количество исследований, как например работы Халатникова, Станюковича, Елтграфа, а также Мак Ки и Колгейта [845], Торна [1074]. В трудах Станюковича [1, 225], Ахиезера, Половина [94], Лихнеровича [66, 781—785] и других авторов изучались релятивистские ударные волны в магнитной гидродинамике. Ударные волны в ОТО исследовались в работах Скрипкина [217], Папапетру и Тредера [890], Седова [214] и др.

Запишем уравнения Рэнкина — Гюгонио для ударной волны [1057]. Уравнения движения выразятся в виде

$$(\rho u^i)_{,i}=0, \tag{4.18}$$

$$T^{ik}_{,k}=0, \tag{4.19}$$

где ТЭИ идеальной жидкости

$$T^{ik} = \mu\rho c^2 u^i u^k + pg^{ik},$$

а

$$\mu = 1 + \frac{\varepsilon}{c^2} + \frac{p}{\rho^2}. \tag{4.20}$$

Пусть n_i — нормаль к поверхности разрыва Σ, тогда из законов сохранения (4.18), (4.19) можно получить соотношения для скачков

$$[\rho u^i]\, n_i = 0, \tag{4.21}$$

$$[T^{ik}]\, n_k = 0, \tag{4.22}$$

т. е. $[f] = f_1 - f_2$, где значками 1 и 2 обозначены значения функции f соответственно до и после поверхности разрыва.

Выбирая систему координат так, чтобы $n_i = \delta_i^1$, получаем из соотношений (4.21) и (4.22)

$$\frac{\rho_1 u_1}{(1 - u_1^2)^{1/2}} = \frac{\rho_2 u_2}{(1 - u_2^2)^{1/2}} = m, \tag{4.23}$$

$$\frac{mc^2 \mu_1}{(1 - u_1^2)^{1/2}} = \frac{mc^2 \mu_2}{(1 - u_2^2)^{1/2}}, \tag{4.24}$$

$$\frac{mc^2 \mu_1 u_1}{(1 - u_1^2)^{1/2}} + p_1 = \frac{mc^2 \mu_2 u_2}{(1 - u_2^2)^{1/2}} + p_2. \tag{4.25}$$

Уравнение (4.25) можно переписать в виде

$$m^2 c^2 \left(\frac{\mu_1}{\rho_1} - \frac{\mu_2}{\rho^2} \right) = p_1 - p_2. \tag{4.26}$$

Из (4.24) и (4.25) получаем

$$m^2 c^2 (\mu_1^2 - \mu_2^2) = m^2 (p_1 - p_2) \left(\frac{\mu_1}{\rho_1} + \frac{\mu_2}{\rho_2} \right). \tag{4.27}$$

Соотношения (4.23), (4.26) и (4.27) представляют собой релятивистские уравнения Рэнкина — Гюгонио. Переходя в этих соотношениях к нерелятивистскому пределу, можно получить выражения для классической ударной адиабаты.

Рассмотрим теперь, следуя работам Лихнеровича [781—788], ударные волны в релятивистской магнитной гидродинамике.

Из уравнений магнитной релятивистской гидродинамики (см. параграф 7 гл. II) можно получить систему уравнений, описывающих ударные волны:

$$[ru^i]\, n_i = 0, \tag{4.28}$$

$$[T^{ik}]\, n_k = 0, \tag{4.29}$$

$$[u^i h^k - u^k h^i]\, n_i = 0. \tag{4.30}$$

Из соотношений (4.28) — (4.30) следуют инвариантности скаляра

$$a = r_1 u^i n_i = r_2 u^i n_i \tag{4.31}$$

и векторов

$$V^i = \eta_1 u_1^i - \frac{a_1}{r_1} h_1^i = \eta_2 u_2^i - \frac{a_2}{r_2} h_2^i, \tag{4.32}$$

$$W^i = a\left(\frac{f_1}{r_1} + \mu\frac{|h_1|^2}{r_1^2}\right) r_1 u_1^i - q_1 n^i - \mu\eta_1 h_1^i =$$

$$= a\left(\frac{f_2}{r_2} + \mu\frac{|h_2|^2}{r_2^2}\right) r_2 u_2^i - q_2 n^i - \mu\eta_2 h_2^i. \tag{4.33}$$

Здесь использованы обозначения

$$q = \frac{p}{c^2} + \frac{1}{2}\mu |h|^2, \quad \eta = h^i n_i.$$

Рассмотрим теперь случай тангенциальной ударной волны, когда $a = 0$. Тогда имеем при $r_1 \neq 0$ и $r_2 \neq 0$

$$\eta_1 u_1^i = \eta_2 u_2^i, \tag{4.34}$$

$$(q_2 - q_1)\, n^i + \mu(\eta_2 h_2^i - \eta_1 h_1^i) = 0. \tag{4.35}$$

Если $\eta \neq 0$, то $\eta_2 = \pm\eta$, $u_2^i = \pm u_1^i$ и, следовательно,

$$[u^i] = 0. \tag{4.36}$$

При $\eta_2 = \eta_1$ имеем из (4.35) выражение для скачка $[q] = 0$. Непосредственно получаем

$$[h^i] = 0, \quad [p] = 0, \tag{4.37}$$

а скачок величины r остается неопределенным.

Если $\eta = 0$, то получаем из (4.34) $\eta_1 = 0$ и в этом случае имеем

$$u_1^i n_i = n_2^i n_i = 0, \quad h_1^i n_i = h_2^i n_i = 0,$$

$$\left[\frac{p}{c^2} + \frac{1}{2} \mu |h|^2 \right] = 0, \tag{4.38}$$

а скачки остальных величин не определены.

Таким же образом исследуется случай нетангенциальной ударной волны [66].

Выпишем теперь систему уравнений для исследования ударных волн в релятивисткой электрогидродинамике [105]. Эта система имеет вид

$$[ru^i] n_i = 0, \tag{4.39}$$

$$[T^{ik}] n_i = 0, \tag{4.40}$$

$$[u^i e^k - u^k e^i] n_i = \frac{1}{\lambda} \sigma^k, \tag{4.41}$$

где σ^k—4-плотность тока на поверхности разрыва.

Укажем также, что звуковые волны в релятивистской гидродинамике рассматривались в работах Халатникова [255], Станюковича [1, 237], Жумартбаева [145] и других авторов.

В одномерном случае уравнение для распространения звука следует из уравнений (4.1) и (4.2):

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 x} \left(\frac{p + \beta^2 \varepsilon}{1 - \beta^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \left(\frac{\varepsilon + \beta^2 p}{1 - \beta^2} \right) = 0. \tag{4.42}$$

При малой амплитуде звуковой волны можно считать, что $\beta^2 \ll 1$ и тогда

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = 0. \tag{4.43}$$

3. Другие решения

Работ, посвященных точным решениям уравнений релятивистской гидродинамики для двух- и трехмерного случаев, гораздо меньше, чем для одномерного случая, что, конечно, обусловлено трудностью задачи. В этой области следует отметить работы Франкля [251, 252] по потенциальным движениям. Автомодельные движения исследовались Станюковичем и его сотрудниками [229, 240, 243, 244], Скрипкиным [222] и др., а нелинейные релятивистские волны изучались Сибгатуллиным [216]. Точные решения даны в работах Перрена [903], Паскуа [893], Елтграфа [538], Чиу [477]. Жумартбаев [146] провел групповую классификацию и нашел полный набор инвариантных решений уравнений адиабатического движения среды в релятивистской гидродинамике. Целый ряд точных решений (течение Прандтля—Майера, осесимметричные автомодельные движения и т. д.) приведен в [23]. Некоторые плоские решения релятивистских уравнений Навье — Стокса были найдены Кантони [428]. Отметим также работу Шикина [278], в которой показана возможность сведения стационарных уравнений релятивистской гидродинамики идеального газа к уравнениям, описывающим нерелятивистское движение некоторого газа. Это, с одной стороны, позволяет легко обобщать нерелятивистские уравнения движения на случай СТО (см., например, [104]), а с другой стороны, позволяет переводить известные точные решения нерелятивистской гидродинамики в решения уравнений релятивистской гидродинамики. Последнему вопросу посвящена и работа Горского [126].

Приведем теперь некоторые точные решения. Релятивистские уравнения движения жидкости с уравнением состояния $p=p(\varepsilon, n)$ можно записать в виде [538]

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{n}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right)+(r^{\nu})^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{n\beta r^{\nu}}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right)=0, \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{\varepsilon+\beta^2 p}{1-\beta^2}\right)+(r^{\nu})^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\beta(p+\varepsilon)r^{\nu}}{1-\beta^2}\right)=0, \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{\beta(p+\varepsilon)}{1-\beta^2}\right)+(r^{\nu})^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{(p+\beta^2\varepsilon)r^{\nu}}{1-\beta^2}\right)=\frac{\nu p}{r}. \quad (4.46)$$

Здесь обозначения такие же, как и в первом параграфе этой главы. Индекс ν указывает на свойства симметрии потока. Если $\nu=0$, то течение плоскопараллельное и r является координатой в направлении потока. Если $\nu=1$, то поток обладает цилиндрической симметрией и r — расстояние от оси симметрии. Если $\nu=2$, то поток имеет сферическую симметрию и r — расстояние от точки симметрии.

Вводя новые переменные $n_1 = nr^\nu$, $\varepsilon_1 = \varepsilon r^\nu$ и $p_1 = pr^\nu$, уравнения (4.44)—(4.46) можно записать так:

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{n_1}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{n\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}\right) = 0, \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{\varepsilon_1 + \beta^2 p_1}{1-\beta^2}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\beta(p_1+\varepsilon_1)}{1-\beta^2}\right) = 0, \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{\beta(p_1+\varepsilon_1)}{1-\beta^2}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p_1+\beta^2\varepsilon_1}{1-\beta^2}\right) = \frac{\nu p_1}{r}. \quad (4.49)$$

Ограничиваясь уравнением состояния ультрарелятивистской жидкости

$$p = \frac{\varepsilon}{3}, \quad (4.50)$$

из приведенных соотношений можно получить два уравнения относительно ε_1 и β как функций r и t:

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{\varepsilon_1\left(1+\frac{1}{3}\beta^2\right)}{1-\beta^2}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{\varepsilon_1\beta}{1-\beta^2}\right) = 0, \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial ct}\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{\varepsilon+\beta}{1-\beta^2}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\varepsilon_1\left(\frac{1}{3}+\beta^2\right)}{1-\beta^2}\right) = \frac{1}{3}\cdot\frac{\nu\varepsilon_1}{r}. \quad (4.52)$$

Уравнения (4.51) и (4.52) могут быть решены методами теории подобия. Случай $\nu=0$ был уже исследован в параграфе 1. Случаи $\nu=1$, $\nu=2$ можно исследовать аналогичным образом [538].

Покажем теперь, что один класс точных решений уравнений в частных производных релятивистской гидродинамики может быть найден путем сведения их к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [903].

Уравнения релятивистской гидродинамики в форме Лихнеровича в случае изэнтропического движения $u^i\partial_i s=0$ могут быть записаны как

$$\partial_i (ru^i) = 0, \tag{4.53}$$

$$fu^i \partial_i u^k - (g^{ik} - u^i u^k) \partial_i f = 0, \tag{4.54}$$

при этом выполняются соотношения

$$\begin{aligned} T^{ik} &= c^2 rfu^i u^k - pg^{ik}, \\ rTds &= c^2 rdf - dp, \end{aligned} \tag{4.55}$$

где $f = 1 + i/c^2$, i — энтальпия; r — собственная плотность среды.

Предположим, что u^i и s есть функции только f, т. е. $u^i = u^i(f)$, $s = s(f)$. Тогда имеем

$$s' u^i \partial_i f = 0, \tag{4.56}$$

$$r' fu^i \partial_i f + ru'^i \partial_i f = 0, \tag{4.57}$$

$$fu^i \partial_i f u'^k - (g^{ik} - u^i u^k) \partial_i f = 0. \tag{4.58}$$

Здесь штрих означает производную по f.

Из уравнения (4.56) вытекает

$$u^i \partial_i f = 0. \tag{4.59}$$

Тогда имеем, согласно (4.56), что либо $f=\mathrm{const}$, либо $s'=0$.

Рассмотрим последний случай. Уравнения (4.57) и (4.58) приводят к соотношению

$$\left(\frac{fr'}{r} - 1\right)(u^i \partial_i f)^2 + g^{ik} \partial_i f \, \partial_k f = 0. \tag{4.60}$$

Полагая

$$\Psi = \frac{fr'}{r}, \quad y_i = \partial_i f \tag{4.61}$$

и вводя функцию

$$H = \frac{1}{2} [g^{ik} + (\Psi - 1) u^i u^k] y_i y_k, \tag{4.62}$$

можно записать систему дифференциальных уравнений для семейства характеристик, связанную с уравнением (4.60):

$$\frac{dx_0}{-\dfrac{\partial H}{\partial y_0}} = \ldots = \frac{dx_3}{\dfrac{\partial H}{\partial y_3}} = \frac{dy_0}{\dfrac{\partial H}{\partial x_0}} = \ldots = \frac{dy_3}{\dfrac{\partial H}{\partial x_3}} = dt, \quad (4.63)$$

которая легко интегрируется.

Рассмотрим теперь решения релятивистских уравнений Навье — Стокса [428]. Исходными являются уравнения схемы Эккарта

$$\nabla_i (nu^i) = 0, \quad (4.64)$$

$$\nabla_i T^{ij} = 0, \quad (4.65)$$

где

$$T^{ij} = wu^i u^j + ps^{ij} + \frac{1}{c}(q^i u^j + u^i q^j) - p^{ij}, \quad (4.66)$$

$$s^{ij} = g^{ij} + u^i u^j, \quad (4.67)$$

$$p^{ij} = \lambda c \left[s^{ik} s^{jl} (\partial_k u_l + \partial_l u_k) - \frac{2}{3} s^{ij} s^{kl} \partial_k u_l \right]. \quad (4.68)$$

Исследуем задачу о движении вязкой теплопроводной жидкости между двумя пластинами, одна из которых неподвижна, а вторая движется со скоростью $\bar{v}$ параллельно оси $x=x^1$. Расстояние между пластинами равно l. Пусть все величины не зависят от $z=x^3$ и жидкость движется параллельно оси $x (u^2=u^3=0)$. Ограничимся стационарным случаем, когда $\partial_t u=0$, и будем считать, что скорость не зависит от x, т. е. $u^i=u^i(y)$.

Вначале разберем случай несжимаемой жидкости при отсутствии тепловых эффектов ($q=0$). Тогда уравнение (4.64) выполняется тождественно, а уравнения (4.65) приводят к системе

$$(u^1)^2 \partial_1 w + u^1 u^4 \partial_4 w = c\partial_2 \{\lambda [(u^4)^2 \partial_2 u_1 + u^1 u^4 \partial_2 u_4]\}, \quad (4.69)$$

$$u^1 u^4 \partial_1 w + (u^4)^2 \partial_4 w = c\partial_2 \{\lambda [(u^1)^2 \partial_2 u_4 + u^1 u^4 \partial_2 u_1]\}. \quad (4.70)$$

Эта система после несложных преобразований сводится к уравнению для скорости $u=u^1$:

$$\frac{d^2 u}{dy} - \frac{u}{1+u^2} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = 0, \quad (4.71)$$

которое имеет общее решение

$$u = \sin h(\alpha y + \beta). \tag{4.72}$$

Константы α и β в выражении (4.72) определяются из граничных условий: скорость равна нулю при $y=0$ и равна $\bar{v}$ при $y=l$. После определения скорости u можно найти распределение плотности.

Рассмотрим теперь движение стационарной сжимаемой теплопроводной жидкости. Пусть все величины не зависят от t и x_1, тепловой поток параллелен оси y ($q^1=$ $=q^2=q^4=0$) и давление $p=p(w, n)$.

Тогда уравнение неразрывности выполняется тождественно, а уравнения движения сводятся к системе

$$\partial_2 p = \frac{\partial p}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial y} = 0, \tag{4.73}$$

$$\partial_2 (q^2 u^1) = c\partial_2 \{\lambda [(u^4)^2 \partial_2 u_1 + u^1 u^4 \partial_2 u_4]\}, \tag{4.74}$$

$$\partial_2 (q^2 u^4) = c\partial_2 \{\lambda [(u^1)^2 \partial_2 u_4 + u^1 u^4 \partial_2 u_1]\}. \tag{4.75}$$

Из двух последних соотношений получаем

$$q^2 u^1 = c\lambda [(u^4)^2 \partial_2 u_1 + u^1 u^4 \partial_2 u_4] + A, \tag{4.76}$$

$$q^2 u^4 = c\lambda [(u^1)^2 \partial_2 u_4 + u^1 u^4 \partial_2 u_1] + B, \tag{4.77}$$

где A и B — постоянные интегрирования.

Из (4.77) следует уравнение

$$\frac{1}{1+u^2}\partial_2 u - a - \frac{bu}{\sqrt{1+u^2}} = 0, \tag{4.78}$$

где

$$u^1 = u; \quad a = -\frac{A}{\lambda c}; \quad b = -\frac{B}{\lambda c}.$$

Если тепловой поток таков, что $B=0$, то уравнение (4.78) сразу же интегрируется:

$$u = \operatorname{tg} a_1 y. \tag{4.79}$$

В общем случае решение для скорости задается выражением [428]

$$u = \frac{\sqrt{1+\beta^2}\,(\operatorname{tg}\alpha y + \beta - \beta\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \alpha y}}{1-\beta\operatorname{tg}\alpha y}, \tag{4.80}$$

где постоянные α и β определяются из граничных условий.

4. Космологическая модель вязкой жидкости

В последнее время появилась серия работ по использованию модели вязкой теплопроводной жидкости в космологии. В работе Климека [705] изучена возможность устранения особенностей в космологических моделях Фридмана путем учета внутреннего трения материи. Для этого в ТЭИ материи вводятся члены, содержащие эффекты вязкости.

В работе Неугебауэра и Штрёбеля [868] решаются уравнения тяготения Эйнштейна с метрикой Фридмана для уравнений состояния $p=k\varepsilon$ с учетом вязкости и делается вывод о том, что циклы сжатия и расширения Вселенной становятся асимметричными. Большие исследования по выяснению роли вязкости в расширяющихся моделях выполнены Вейнбергом [1121] и Найтингейлом [871].

Рассмотрим влияние объемной вязкости на механизм расширения Вселенной [963]. Из уравнений движения вязкой теплопроводной жидкости в схеме Ландау—Лифшица можно записать уравнение для потока энтропии:

$$[\sigma u^i - (\mu/T)\nu^i]_{;\,i} = \\ = -\nu^i(\mu/T)_{;\,i} - (\tau_i^k/T)\,u^i_{;\,k}. \qquad (4.81)$$

Напомним, что тензор τ_{ik} имеет вид

$$\tau_{ik} = -\eta\,[u_{(i;\,k)} + u_{(i}u_{k);\,e}u^e] - \\ -\left(\xi - \frac{2}{3}\eta\right)u^e_{;\,e}(g_{ik}+u_iu_k),$$

где

$$A_{(ik)} \equiv A_{ik} + A_{ki}.$$

Рассмотрим однородную изотропную расширяющуюся модель Вселенной с метрикой вида

$$ds^2 = dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \qquad (4.82)$$

Тогда уравнение (4.81) запишется

$$(a^3\sigma)'/a^3 = (9\xi/T)(a'/a)^2, \qquad (4.83)$$

где штрих означает производную по времени t.

Из уравнений движения с учетом $w=\varepsilon+p$ можно получить уравнение для внутренней энергии ε:

$$(a^3\varepsilon)'/a^3 + 3p\,(a'/a) = 9\xi\,(a'/a)^2. \tag{4.84}$$

С другой стороны, из уравнений тяготения Эйнштейна вытекает

$$3\,(a'/a) = \varkappa\varepsilon, \tag{4.85}$$

$$6a''/a = -\varkappa\,(\varepsilon + 3p) + 9\varkappa\xi a'/a. \tag{4.86}$$

Из уравнения (4.86) следует, что вторая вязкость ξ приводит к возрастанию скорости расширения Вселенной.

Законы сохранения энергии и момента системы в ОТО с учетом гравитационного поля записываются как

$$\left[\sqrt{-g}\,(T^{ik} + t^{ik})\right]_{;\,k} = 0, \tag{4.87}$$

где t^{ik} — псевдотензор гравитационного поля.

В расширяющейся Вселенной уравнение (4.87) сводится к соотношению

$$(a^6 t^{00})' = -(a^4\varepsilon)', \tag{4.88}$$

которое вместе с уравнением (4.84) означает, что энергия гравитационного поля благодаря второй вязкости превращается во внутреннюю энергию материи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРОБЛЕМА ИЗМЕРЕНИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕРМОМЕХАНИКЕ

1. В соответствии с работами А. Е. Левашева с сотрудниками изложим проблему теории измерений в релятивистской физике, когда необычайно расширяется диапазон измерений физических величин (большие скорости, сильные поля, низкие и высокие температуры и т. д.). Это весьма усложняет задачу измерения, поскольку приводит к необходимости учета влияния на эталоны различных дополнительных факторов (ускорений, температур и т. д.) [1185].

Э. Картан [1186] указал на возникшую в ОТО необходимость интерпретировать посредством неоднородной вселенной результаты экспериментов, приведенных в предположении ее однородности. В настоящее время в связи с чрезвычайным расширением масштабов исследований процессов в экстремальных условиях проблема Картана стала особо актуальной и вышла далеко за рамки ОТО.

Как известно [1187], процесс измерения состоит в сравнении путем физического эксперимента данной величины с некоторым ее эталонным значением, принятым за единицу сравнения. Отсюда основное уравнение теории измерения записывается как

$$Q = qU, \tag{1}$$

где Q — измеряемая величина; U — единица измерения; q — числовое значение измеряемой величины в принятой единице.

Можно показать [1188], что совокупность физических величин образует одномерное векторное (линейное) пространство с аксиомами равенства, рефлективности, симметричности, транзитивности и с выполнением теоремы Дезарга.

Обычно в уравнениях, описывающих физические процессы, понимаются сами физические величины Q. При этом, однако, предполагается неизменность эталона (U), или, иначе, базиса измеряемой величины. Однако постоянство этого базиса ниоткуда не следует при широком увеличении диапазона измеряемой величины. Более того, как хорошо известно, в ОТО масштабы (базисы) пространства и времени различны в разных точках гравитационного поля, и мы приходим, таким образом, к полю переменного базиса.

Последовательное рассмотрение явлений переноса в поле переменного базиса требует привлечения тетрадного метода описания. При этом возникает понятие локальной окрестности физической величины, в которой уравнения поля линейны и тем самым удовлетворяют принципу суперпозиции. Уравнения поля и уравнения движения заданы с точностью до конечных преобразований Лоренца с постоянными коэффициентами [1190].

Таким образом, необходимо учитывать наряду с изменением самой физической величины также изменение ее базиса.

Перейдем к тетрадной формулировке физических уравнений [1189—1191]. В каждой точке пространства — времени вводятся два базиса (две тетрады). Одна определяется выбранной координатной системой, поскольку целесообразно сохранить координатный метод как практически весьма полезный. Вторая тетрада выражает базис изучаемой физической величины. Связь между обоими типами реперов вводится обобщенными коэффициентами Ламе:

$$h_\mu^k = \vec{e}_\mu \cdot \underset{\rightarrow}{e}^k, \tag{2}$$

определяемыми как скалярное произведение координатного и физического базисов. Тогда физический вектор при разложении по координатному базису представляется в виде

$$v^\mu = \overset{k}{v} \underset{k}{e}^\mu, \quad \underset{k}{e}^\mu = h_k^\mu \vec{e}_\mu \quad (\text{по } \mu \text{ не суммировать}). \tag{3}$$

Запишем обобщенное уравнение линейной связности [1191]

$$\delta \underset{k}{e}^\lambda = \underset{ks}{\bar{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}} \underset{k}{e}^\mu \underset{s}{dx}^\nu + \underset{ks}{\hat{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}} \underset{k}{e}^\mu \underset{s}{dx}^\nu, \tag{4}$$

где коэффициенты связности $\underset{ks}{\bar{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}}$ и $\underset{ks}{\hat{\Gamma}^\lambda_{\mu\nu}}$ относятся к базисным векторам, соответственно координатному и физическому. Коэффициент $\underset{ks}{\hat{\Gamma}}{}^{\lambda}_{\mu\nu}$ совпадает, например, при необходимости учета температурных влияний на физические величины с температурным коэффициентом расширения α [1185].

Можио показать [1191], что коэффициенты связности принимают вид

$$\underset{ks}{\hat{\Gamma}}{}^{\lambda}_{\mu\nu} = -\delta^{\lambda}_{\mu}\underset{s}{f}_{\nu} + a_{\mu\nu}\underset{s}{f}{}^{\lambda} - \delta^{\lambda}_{\mu}\underset{k}{\Pi}_{\nu} + g^{\lambda\omega}\underset{ks}{V}_{[\mu\omega\nu]}, \qquad (5)$$

где векторы $\underset{s}{f}_{\nu}$ и $\underset{k}{\Pi}_{\nu}$ и тривектор $\underset{ks}{V}_{[\omega\mu\nu]}$ суть физические величины, определяющие изменения физического базисного вектора — аналоги коэффициента расширения α; $a_{\mu\nu}$ — фундаментальный тензор используемой координатной системы. Физические величины $\underset{s}{f}_{r}$ и $\underset{ks}{V}_{[\mu\omega\nu]}$ характеризуют лоренцево шестипараметрическое (гиперболическое и круговое) вращение физической тетрады при инфинитезимальном смещении $\underset{s}{dx}{}^{\nu}$, величина $\underset{k}{\Pi}_{\nu}$ — ее деформацию. Следовательно, физические величины $\underset{s}{f}_{\nu}$, $\underset{k}{\Pi}_{\mu}$ и $\underset{ks}{V}_{[\lambda\mu\nu]}$ полностью характеризуют диссимметрию окрестности точки.

Если рассмотреть уравнение геодезической, то вектор $\underset{s}{f}_{r}$ представляет собой плотность силы некоторого поля, тривектор $V_{[\lambda\mu\nu]}$ приводит, в частности, к кориолисовой силе инерции, а вектор $\underset{k}{\Pi}_{\nu}$ выражает деформацию базисных векторов

$$\underset{0}{e}{}^{0} = \underset{0}{\bar{e}}{}^{0}\exp\left(-\int \underset{0}{\Pi}_{1}dr\right), \quad \underset{1}{e}{}^{1} = \underset{1}{\bar{e}}{}^{1}\exp\left(-\int \underset{1}{\Pi}_{1}dr\right) \qquad (6)$$

и, следовательно, например, в гравитационном поле сферической симметрии

$$\underset{0}{e}{}^{0} = \underset{0}{\bar{e}}{}^{0}\left(1 - \frac{m}{r}\right), \quad \underset{1}{e}{}^{1} = \underset{1}{\bar{e}}{}^{1}\left(1 - \frac{m}{r}\right)^{-1}. \qquad (7)$$

Это и приводит к известным трем эффектам ОТО.

Наличие величин f_{μ}, $\underset{k}{\Pi}_{\mu}$ и $\underset{ks}{V}_{[\lambda\mu\nu]}$ обусловливает неголономность локальных базисных векторов (физических тетрад): при квазипараллельном перенесении тетрады по замкнутому пути она, вообще говоря, не совпадает со своим первоначальным состоянием: может испытывать как вращение, так и деформацию:

$$D\underset{k}{e}^{\lambda} = R^{\lambda}_{\mu\nu\omega}\underset{k}{e}^{\mu}\underset{s_1}{dx}^{\nu}\underset{s_1}{dx}^{\omega}, \tag{8}$$

где $R^{\lambda}_{\mu\nu\omega}$ — тензор Римана—Кристоффеля. Тогда, согласно Э. Картану [1193], для совмещения необходимо осуществить преобразование перемещения, ассоциированное с циклом. Пример такого перемещения — отклонение светового луча в гравитационном поле Солнца.

Таким образом, изучаемая четырехмерная область пространства—времени с заданным полем физических величин есть расслоенное пространство, слоями которого являются локальные области. Связность слоев определяется векторами связности f_ν, Π_μ и тривектором $V_{[\lambda\mu\nu]}$. Далее необходимо определить «уравнения поля», т. е. уравнения, задающие физические величины f, Π и V. Для этого и служит определение линейной окрестности: в ней искомые уравнения суть соответствующие линейные уравнения для данных физических величин (например, уравнение Пуассона для скалярного гравитационного поля).

2 [1]. Применим рассмотренный метод физических величин к термодинамике.

Голономное пространство термодинамических функций образует базу некоторого расслоенного пространства. В каждой его точке существует слой, обладающий структурой векторного (линейного) пространства. Между слоями может быть установлена связность, определяемая уравнением (4). Основными величинами, характеризующими каждый слой, примем обратную локальную температуру $Tx' = 1/kT \equiv w$ и удельную энтропию $x^2 = s$. Следовательно, локально можно исходить из энтропийных диаграмм. Введем два базисных вектора — базисный вектор обратной температуры $\underset{1}{e}^1$ и энтропии $\underset{2}{e}^2$. Существенны два вектора связности $\underset{1}{\Pi}_1$ и $\underset{2}{\Pi}_1$.

Допустим, что базисный вектор температуры, вообще говоря, непостоянный, но зависит от температуры. Это означает отличие от нуля вектора $\underset{1}{\Pi}_1$. Примем, что рассматриваемые процессы обратимы. Это выразится равенством нулю тензора Римана—Кристоффеля

$$R^2_{121} = 0. \tag{9}$$

[1] Написано профессором А. Е. Левашевым.

Тогда вторым вектором связности, отличным от нуля, является вектор

$$\underset{2}{\Pi}_1 \partial_1 \ln \xi, \quad \xi = \int e^{\Psi} dw, \quad \Psi = \int \underset{1}{\Pi}_1 dw. \tag{10}$$

Предположим, в частности, что базисный вектор температуры от нее не зависит. Это основное положение классической термодинамики. Следовательно,

$$\underset{1}{\Pi}_1 = 0, \ \underset{2}{\Pi}_1 = -kT, \tag{11}$$

т. е. вектор связности $\underset{2}{\Pi}_1$ пропорционален средней энергии в больцмановской статистике:

$$\bar{\varepsilon} = \varkappa \underset{2}{\Pi}_1, \tag{12}$$

где $\varkappa$ — некоторый коэффициент пропорциональности.

Для коэффициента полезного действия инфинитезимального цикла Карно $d\eta$ получаем

$$d\eta = -\underset{2}{\Pi}_1 dw = \frac{dT}{T}. \tag{13}$$

Следовательно, классическую термодинамику можно рассматривать как теории расслоенного пространства «энтропийных диаграмм». Связность слоев определяется вектором связности $\underset{2}{\Pi}_1 = -kT$.

Будем теперь рассматривать расслоенное пространство термодинамики как более сложное, слоями которого являются рассмотренные выше пространства классической термодинамики, причем от слоя к слою происходит деформация базисного вектора температуры

$$\underset{1}{\Pi}_1 \equiv \alpha = \text{const}. \tag{14}$$

Из некоторых общих соображений можно показать, что

$$\alpha < 0.$$

Тогда при условии равенства нулю тензора Римана—Кристоффеля для коэффициента полезного действия инфинитезимального цикла вместо (13) получаем

$$d\eta = -\underset{2}{\Pi}_1 dw, \quad \underset{2}{\Pi}_1 = -\frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1}, \quad \underset{1}{\Pi}_1 = -\varepsilon = \alpha. \tag{15}$$

Таким образом, при низких температурах базисный вектор температуры уже не постоянен, что приводит к тепловой теореме Нернста. Для средней энергии частицы как обобщение (12) получается

$$\bar{\varepsilon} = \varkappa \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1} . \tag{16}$$

Итак, с расширением диапазона изменения физических величин, с появлением релятивистской физики стало целесообразным для определения задач шире использовать в **самой теоретической физике** учет изменения вдоль пути мер физических величин, аналогично тому как в оптике определяется «оптическая длина». Иначе сказать, частично произвести, заимствуя понятие из метрологии [1187], **спецификацию** мер физических величин: под спецификацией меры физической величины будем понимать указание, по какому пути она внесена в данную точку и по какому закону мера изменялась вдоль этого пути. Тогда, аналогично эйконалу и квазикоординатам могут появляться интегральные величины, функционалы, измеренные вдоль определенного пути, меняющиеся, вообще говоря, от точки к точке. Обход по замкнутому пути может привести к тензорам Римана—Кристоффеля или кручению и объекту неголономности, отличным от нуля. Необратимые процессы могут выражаться в отличие от уравнения (9) неравенством

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\omega} \neq 0.$$

В заключение укажем, что изложенный метод физических величин является перспективным при исследовании процессов переноса в сильно неоднородных и анизотропных средах, в континуумах со сложной внутренней структурой (микрополярные жидкости), а также в нелинейных средах. Выход за пределы линейной окрестности при учете обратной связи, т. е. обратного воздействия f, Π и V на базисные векторы линейных исходных уравнений, приводит к нелинейным уравнениям поля; расширение диапазона изменения физической величины автоматически приводит к полевым функционалам и нелинейным уравнениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М., 1958.

2. Бербидж Дж., Бербидж М. Квазары. М., 1969.

3. Бергман П. Г. Введение в теорию относительности. М., 1947.

4. Власов А. А. Статистические функции распределения. М., 1966.

5. Гинзбург В. Л. Пульсары. М., 1970.

6. Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. М., 1969.

7. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. М., 1965.

8. Дайсон Ф., Хаар Д. Нейтронные звезды и пульсары. М., 1973.

9. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. М., 1974.

10. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Релятивистская астрофизика. М., 1967.

11. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд. М., 1971.

12. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М., 1965.

13. Лагалли М. Векторное исчисление. М.—Л., 1936.

14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., 1954.

15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1973.

16. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., 1967.

17. Лыков А. В. Тепломассообмен. Справочник. М., 1972.

18. Лыков А. В., Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массопереноса. М.—Л., 1963.

19. Мак-Витти Г. К. Общая теория относительности и космология. М., 1961.

20. Мак-Коннел Дж. А. Введение в тензорный анализ. М., 1963.

21. Нигул У. К., Энгельбрехт Ю. К. Нелинейные и линейные волновые процессы деформации термоупругих и упругих тел. Таллин, 1972.

22. Паули В. Теория относительности. М.—Л., 1947.

23. Плоскопараллельное и осесимметрическое течение газов и жидкостей. Фрунзе, 1966.

24. Проблемы современной космогонии. Под ред. В. А. Амбарцумяна. М., 1969.

25. Пуанкаре А. Гипотеза и наука. М., 1903.

26. Пульсары. Под ред. В. В. Виткевича. М., 1971.

27. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., 1967.
28. Саакян Г. С. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс. М., 1972.
29. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. I, II. М., 1973.
30. Седов Л. И. Введение в механику сплошной среды. М., 1962.
31. Синг Дж. Общая теория относительности. М., 1963.
32. Синдж Д. Л. Релятивистский газ. М., 1960.
33. Сокольников И. С. Тензорный анализ. М., 1971.
34. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., 1955.
35. Станюкович К. П. Гравитационное поле и элементарные частицы. М., 1965.
36. Схоутен С. Я. Тензорный анализ для физиков. М., 1965.
37. Терлецкий Я. П. Парадоксы теории относительности. М., 1966.
38. Терлецкий Я. П. Статистическая физика. М., 1973.
39. Уилер Дж., Гаррисон Б., Вакано М., Торн К. Теория гравитации и гравитационный коллапс. М., 1967.
40. Ультрарелятивистская космическая плазма. Препринт ИКИ ПР-51. М., 1971.
41. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961.
42. Эддингтон А. Теория относительности. М., 1934.
43. Эйзенхарт Л. П. Риманова геометрия. М., 1948.
44. Эйнштейн А. Собрание научных трудов, т. 1, т. 2. М, 1965.
45. Эйнштейновский сборник 1969—1970. М., 1970.
46. Эйнштейновский сборник 1971. М., 1972.
47. Эйнштейновский сборник 1972. М., 1974.
48. Arzelies H. Fluides relativistes. Principes généraux, équations fondamentales. Paris, 1971.
49. Arzelies H. Thermodynamique relativiste et quantique. Fasc. 1. Etats d'équilibre. Transformations quasi-statiques (dites reversibles). Paris, 1968.
50. Biot M. A. Variational principles in heat transfer. Oxford, 1972.
51. Colleman B. D., Gurtin M. E., Herra I., Truesdell C. Wave propagation in dissipative materials. Berlin, 1965.
52. Dautcourt G. Relativistische Astrophysik. Berlin, 1972.
53. Day W. A. Thermodynamics of simple materials with fading memory. Berlin--New York, 1972.
54. Ehlers J. Relativistic Kinetic Theory Mimeographed. Varenna, 1969.
55. Eringen A. C. Nonlinear theory of continuous media. New York, 1962.
56. Eringen A. C. Mechanics of Continua. New York, 1967.
57. Fluides et champ gravitationel en relative générale. Colloq. internat. Centre nat. rech. scie. Paris, 1967, 19—23 Juin, N. 170. Paris, 1969.
58. Fundam. Topics Relativist. Fluid. Mech. and Magnetohydrodynam. New York—London, 1963.

59. Gibbings J. C. Thermomechanics—The Governing Equations. Pergamon Press, 1972.
60. Guessour A. Thermodynamique relativiste. Paris, 1970.
61. Halbwachs F. Théories Relativistes de Fluides a Spin. Paris, 1960.
62. Instability at Continuons Systems. Edit. by H. Leipholz. Berlin, 1971.
63. Jordan P. Schwerkraft und Weltall. Braunschweig, 1955.
64. Kuchowicz B. Nuclear and relativistic astrophysics and nuclidic cosmochemistry 1963—1967, vol. 1, 2, 3, 4. Warsawa, 1968.
65. Von Laue M. Die Relativitätstheorie. Braunschweig, vol. 1, 1919.
66. Lichnerowicz A. Relativistic hydrodynamics and magnetohydrodynamics. N. Y., 1967.
67. Lichnerowicz A. Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme. Paris, 1955.
68. Møller C. The theory of relativity. Oxford, 1952.
69. Oden J. T. Finite elements of non-linear continua. N. Y., 1972.
70. Proceeding of the International School of Physics «Enriko Fermi», vol. 35. New York—London, 1966.
71. Proceedings of the Symposium on «A critical Review of the Foundations of Relativistic and Classical Thermodynamics». Baltimore, 1970.
72. Reichel P. Basic motion of relativistic hydromagnetics. New York Univ. 1958.
73. Relativistic Fluid Dynamics, Edit. by C. Cattaneo. Rome, 1971.
74. Relativistic fluid mechanics and magnetohydrodynamics. Acad. Press, 1963.
75. Relativistic Plasmas. Edit. by O. Buneman, W. B. Pardo. New York—Amsterdam, 1968.
76. Schmutzer E. Relativische Physik. Leipzig, 1968.
77. Schöpf H. G. Four-dimensional covariant kinematics of continuons media. Berlin, 1967.
78. Statistical Mechanics of Equilibrium and Non-equilibrium. Edit. by J. Meixner. Amsterdam, 1965.
79. Stewart J. M. Non-equilibrium relativistic kinetic theory. Berlin—Heidelberg—New York, 1971.
80. Tolman R. G. Relativity, Thermodynamics and Cosmology. Oxford, 1934.
81. Treder H. J. Gravitatiwe Stosswellen, nichtanalytische Wellenlösungen der Einstein'schen Gravitationsgleichungen. Berlin, 1963.
82. Truesdell C. Six lectures on modern natural phylosophy. Berlin, 1966.
83. Truesdell C. The Elements of Continium Mechanics. Berlin, 1966.
84. Truesdell C. Rational thermodynamics, a course of lectures on selected topics. N. Y., 1969.
85. Truesdell C., Noll W. The non-linear fields theories of mechanics. Handbuch der Physik, vol. III/3. N. Y., 1966.
86. Truesdell C., Toupin R. A. The Classical Field Theories. Handbuch der Physik, vol. III/I. Berlin, 1960.

87. Айтмурзаев Т. Метод решения уравнений неустановившегося течения газа с учетом диссипативных процессов в общей теории относительности. ДАН СССР, 1957, **113**, № 4, 769—772.

88. Айтмурзаев Т. Одномерное неустановившееся течение газа с учетом диссипативных процессов в ОТО. «Изв. вузов. Физика», 1958, № 3, 82—90.

89. Айтмурзаев Т. Задача об одномерном неустановившемся течении газа с учетом диссипативных процессов в ОТО. «Изв. вузов. Физика», 1960, № 6, 13—19.

90. Аркабаев Н. Одномерные неустановившиеся движения газа с учетом излучения и поглощения света в специальной теории относительности. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметрическое течение газов и жидкостей». Фрунзе, 1966, 34—53.

91. Арынов А. Изэнтропическое установившееся релятивистское звуковое течение газа с осевой симметрией. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметрическое течение газов и жидкостей». Фрунзе, 1966, 16—19.

92. Арынов А. Релятивистское уравнение Чаплыгина. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметрическое течение газов и жидкостей». Фрунзе, 1966, 11—15.

93. Арынов А., Шабалин В. Д. Релятивистское течение Прандтля—Майера. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметрическое течение газов и жидкостей». Фрунзе, 1966, 20—25.

94. Ахиезер И. А., Половин Р. В. К теории релятивистских магнитогидродинамических волн. ЖЭТФ, 1959, **36**, № 6, 1845—1852.

95. Бабецкий В. И. Вариационный принцип и уравнения движения в специальной теории относительности. В сб. «Теория относительности и гравитация». М., 1971, 82—86.

96. Базаров И. П., Геворкян Э. В. О релятивистском преобразовании теплоты и температуры. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1972, **13**, № 4, 488—490.

97. Баранов А. А., Берковский Б. М. Внутренние волны в сильном гравитационном поле. В сб. «Конвекция в каналах». Под ред. А. В. Лыкова. Минск, 1971, 183—195.

98. Баранов А. А. Пост-ньютоновская гидродинамика вязкой теплопроводной жидкости. Тезисы докл. Всесоюзной конференции «Современные проблемы гравитационной конвекции». Минск, 1971.

99. Баранов А. А. Релятивистские уравнения состояния и пост-ньютоновская гидродинамика. Автореферат канд. дисс. М., 1972.

100. Баранов А. А. Пост-ньютоновская гидродинамика в теории Иордана. «Астрофизика», 1973, **9**, № 1, 95—98.

101. Баранов А. А., Брук-Левинсон Э. Т. Вывод гидродинамики слаборелятивистских систем из цепочки уравнений Боголюбова. Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума «Новейшие проблемы гравитации». М., 1973, 159.

102. Баранов А. А., Брук-Левинсон Э. Т., Павлоцкий И. П., Шеховцева Л. Г. Цепочка уравнений для корреляционных функций слаборелятивистских систем с учетом запаздывания. ДАН БССР, 1973, **17**, № 9, 801—804.

103. Баранов А. А., Брук-Левинсон Э. Т. Вывод законов сохранения массы и импульса слаборелятивистских систем взаимодействующих частиц из цепочки уравнений для корреляционных функций. ДАН БССР, 1974, **18**, № 8, 703—706.

104. Баранов А. А., Колпащиков В. Л. О гидродинамике Предводителева для больших скоростей. ИФЖ, 1972, **23**, № 8, 364—366.

105. Баранов А. А., Колпащиков В. Л. Ударные волны в релятивистской электрогидродинамике. Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума «Новейшие проблемы гравитации». М., 1973, 159—160.

106. Беляев С. Т., Будкер Г. И. Релятивистское кинетическое уравнение. ДАН СССР, 1956, **107**, № 6, 807—810.

107. Бердичевский В. Л. Построение моделей сплошных сред при помощи вариационного принципа. ПММ, 1966, **30**, № 3, 510—530.

108. Бердичевский В. Л. Вариационные методы построения моделей сплошных сред с необратимыми процессами в специальной теории относительности. ПММ, 1966, **30**, № 6, 1081—1086.

109. Бердичевский В. Л. Вариационное уравнение в механике сплошных сред. В сб. «Проблемы механики твердого деформированного тела». Л., 1970, 55—66.

110. Берковский Б. М., Садчиков В. И. Распространение малых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике. В сб. «Тезисы докладов 3-й Советской гравитационной конференции, 1972». Ереван, 1972, 291—293.

111. Богородский А. Ф. Фигуры равновесия в общей теории относительности. Сообщение 1. «Вестник Киевского ун-та, астроном.», 1973, № 15, 52—59.

112. Ванштейн С. И., Рузмайкин А. А. О релятивистском вихревом движении. Астроном. журн., 1973, **50**, № 1, 12—18.

113. Вартакян Г. А. О тензоре энергии — импульса идеальной жидкости. «Молодой научный работник, естеств. науки», 1969, № 2 (10), 61—63.

114. Верешков Г. М., Гришкан Ю. С. Коллективные процессы в слаборелятивистских процессах. В сб. «Динамика галактик и звездных скоплений». Алма-Ата, 1973, 232—237.

115. Вовченко А. П. Об одной гидродинамической аналогии для постулатов специальной теории относительности. Укр. физ. журн., 1971, **16**, № 2, 294—302.

116. Вовченко А. П. Исследование гидродинамической аналогии для некоторых эффектов общей теории относительности. Укр. физ. журн., 1971, **16**, № 12, 2036—2042.

117. Вовченко А. П. О гидродинамической аналогии для уравнений электродинамики. Укр. физ. журн., 1972, **17**, № 7, 1120—1124.

118. Волков М. С. Фигуры равновесия в пост-ньютоновском приближении общей теории относительности. «Бюллетень ИТА», **12**, № 10 (143), 866—869.

119. Гайда Р. П. Приближенная лоренц-инвариантность в классической механике системы частиц. I, II. Препринты ИТФ—72—91Р, ИТФ—72—100Р. Киев, 1972.

120. Гайда Р. П., Ключковский Б. П. К вопросу о построении релятивистской механики систем взаимодействующих частиц. «Вісник Львів. ун-ту, сер. фіз.», 1972, вип. 7 (15), 9—13.

121. Гинзбург В. Л., Жарков Г. Ф. О сверхтекучести космологического нейтринного поля. Письма ЖЭТФ, 1967, **5**, № 8, 275—277.

122. Гинзбург В. Л., Усов В. В. Об атмосфере магнитных нейтронных звезд (пульсаров). Письма ЖЭТФ, 1972, **15**, № 5, 280—282.

123. Голубятников А. Н. Вариационные условия на разрывах гравитационного поля. В сб. «Тезисы докладов 3-й Советской гравитационной конференции, 1972». Ереван, 1972, 42.

124. Гольдман В. М. Некоторые интегралы релятивистской квантовой статистики, XXVI Герценовские чтения. Теор. физ. и астроном. Научн. докл. Л., 1973, 62—63.

125. Гордеев А. Н. О статистическом описании в искривленном пространстве времени. В сб. «Проблемы теории гравитации и элементарных частиц». М., 1966, 215—224.

126. Горский В. Б. Безвихревые релятивистские течения газа. ДАН СССР, 1972, **207**, № 2, 309—312.

127. Горский В. Б. Уравнения релятивистской магнитной гидродинамики в случае продольного магнитного поля. ДАН СССР, 1974, **215**, № 1, 64—67.

128. Гурович В. Ц. Движение релятивистского газа в ОТО. В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, 68—70.

129. Гурович В. Ц. Об автомодельном движении релятивистского газа в сопутствующей системе координат. ДАН СССР, 1966, **169**, № 1, 62—65.

130. Гурович В. Ц., Станюкович К. П. О применении общих вариационных принципов в релятивистской механике идеальной жидкости. ПММ, 1965, **29**, № 1, 18—25.

131. Гурчумелия А. Д. Статистический учет запаздывания в релятивистских уравнениях Хартри—Фока. Сообщения АН ГрузССР, **67**, № 1, 1972, 53—56.

132. Дель Прадо Сегура Х. К. Хронометрически-инвариантная формулировка второго начала релятивистской термодинамики. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1970, № 3, 352—354.

133. Дозморов И. М. Жесткие по Сингу системы в теории относительности. «Изв. вузов. Физика», 1973, № 11, 55—60.

134. Евтушенко С. П. Движение жесткого тела борновского типа в теории относительности. В сб.: «Тезисы докладов 3-й Советской гравитационной конференции, 1972». Ереван, 1972, 60—62.

135. Ефимов З. Ф. Одномерные изэнтропические неустановившиеся релятивистские течения газа. «Уч. зап. физ.-мат. фак. Кирг. ун-та», 1957, вып. 4, ч. 2, 85—109.

136. Ефимов З. Ф. Релятивистское обобщение метода Римана. В сб. «Материалы 8-й научн. конф. физ.-мат. фак. Кирг. ун-та», Фрунзе, 1959.

137. Ефимов З. Ф. О ковариантной производной тензора энергии—импульса релятивистской жидкости. В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, 60—68.

138. Ефимов З. Ф. О ковариантной производной тензора энергии — импульса релятивистской гидродинамики. В сб. «Современные проблемы гравитации, 1965». Тбилиси, 1967, 318—325.

139. Ефимов З. Ф. Уравнения релятивистской гидродинамики. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметричное течение газов и жидкостей». Фрунзе, 1966, 26—33.

140. Жданов В. И., Пирагас К. А. К проблеме двух тел в теории прямого гравитационного взаимодействия. I. Препринт ИТФ—72—52Р. Киев, 1972.

141. Жданов В. И., Пирагас К. А. К проблеме двух тел в теории прямого гравитационного взаимодействия. II. Препринт ИТФ—72—58Р. Киев, 1972.

142. Желнорович В. А. Об интегральных законах сохранения для сплошных сред в общей теории относительности. ДАН СССР, 1969, **181**, № 1, 50—53.

143. Желнорович В. А. Вариационный принцип и уравнения состояния для сплошных сред. ДАН СССР, 1969, **184**, № 1, 55—58.

144. Желнорович В. А. К вопросу об определении энергии—импульса в общей теории относительности. ДАН СССР, 1971, **201**, № 5, 1078—1081.

145. Жумартбаев М. Т. О поглощении звука и ширине ударных волн в релятивистской гидродинамике. ЖЭТФ, 1959, **37**, № 4, 1000—1004.

146. Жумартбаев М. Т. Групповые свойства уравнений адиабатического движения сплошной среды в релятивистской гидродинамике. Журн. прикл. механ. и техн. физ., 1961, № 2, 116—120.

147. Зельдович Я. Б. Электромагнитные и гравитационные волны в постоянном магнитном поле. ЖЭТФ, 1973, **65**, № 4, 1311—1315.

148. Зельдович Я. Б., Илларионов А. Ф. Структура ударной волны в плазме с доминирующей ролью излучения. ЖЭТФ, 1973, **65**, № 4, 1294—1302.

149. Зубарев Д. Н. Статистический оператор для неравновесных процессов. ДАН СССР, 1965, **164**, № 3, 537—540.

150. Ибрагимов Н. Х. Волновое уравнение в римановом пространстве. В сб. «Динамика сплошной среды», вып. 1. Новосибирск, 1969, 36—47.

151. Имшенник В. С., Надеждин Д. К. Нейтринная теплопроводность в коллапсирующих звездах. ЖЭТФ, 1972, **63**, № 5, 1548—1561.

152. Калицин Никола Ст. Релятивистская механика сплошной среды в некоторой неинерциальной и нерелятивистской системе. «Изв. физ.-мат. с АНЕБ», 1960, **8**, 187—193.

153. Каллен Г., Горвиц Дж. Релятивистская термодинамика. УФН, 1972, **107**, № 3, 489—502.

154. Каплан С. А., Лупанов Г. А. О релятивистской неустойчивости политропных шаров. Астроном. журн., 1965, **42**, № 2, 299—304.

155. Климишин И. А., Новак А. Ф. Релятивистские нестационарные ударные волны. Циркуляр Астроном. обсерватории Львовского ун-та, 1970, № 44, 3—5.

156. Коба. Вариационный принцип в нерелятивистской механике жидкости (япон.). Сорюсирон КЭНКЮ, 1955, **9**, № 3, 254—259.

157. Кожанов Т. С. Релятивистский тензор напряжения твердого тела в ОТО. В сб. «Материалы 2-й Научн. конф. молодых ученых АН КазССР». Алма-Ата, 1970, 188—189.

158. Колбовский Ю. А. О римановой кривизне конформноплоских пространств, заполненных идеальной жидкостью. «Изв. вузов. Физика», 1972, № 1, 111—113.

159. Колбовский Ю. А. О средней кривизне римановых пространств, заполненных веществом. «Изв. вузов. Физика», 1972, № 8, 109—111.

160. Колбовский Ю. А. О римановой кривизне пространств в ОТО. Депонент ВИНИТИ рег. № 4434—72 деп. «Изв. вузов. Физика», 1973, № 11, 160.

161. Колпащиков В. Л., Баранов А. А. К геометрической теории уравнений теплопереноса. В сб. «Тепло- и массообмен», т. 8. Минск, 1972, 557—560.

162. Конторович В. М. Устойчивость ударных волн в релятивистской гидродинамике. ЖЭТФ, 1958, **34**, № 1, 186—194.

163. Косовский С. Коэффициенты переноса релятивистского газа. «Вестник ЛГУ», 1971, № 13, 106—111.

164. Кузьменков Л. С. Некоторые вопросы ковариантной статистики в гравитационном поле. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1972, **13**, № 1, 28—34.

165. Кузьменков Л. С. О построении гидродинамики в теории тяготения на базе ковариантных статистических уравнений. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1972, **13**, № 5, 614—616.

166. Кузьменков Л. С. О связи объемных и поверхностных свойств системы частиц в окрестности пространственно-временной точки кривого пространства. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1973, № 4, 493—496.

167. Кучина Т. М. Единственность упругого тензора массы. «Изв. вузов. Физика», 1972, № 4, 56—59.

168. Кучина Т. М. Тензор энергии—импульса упругой среды и условие равновесия внутренних сил в ОТО. В сб. «Тезисы докладов 3-й Советской гравитационной конференции, 1972». Ереван, 1972, 332—334.

169. Кучина Т. М. Условие равновесия внутренних сил в ОТО. В сб. «Прикладная и теоретическая физика», вып. 3. Алма-Ата, 1972, 8—14.

170. Левашев А. Е. К реперной формулировке релятивистской термодинамики. В сб. «Тезисы докладов 3-й Советской гравитационной конференции, 1972». Ереван, 1972, 95.

171. Лохин В. В. Модели электрически намагничивающихся и поляризующихся сплошных сред в рамках специальной теории относительности. В сб. «Научная конференция. Ин-т механики МГУ. Тезисы докладов». М., 1970, 45.

172. Лохин В. В., Седов Л. И. Нелинейные тензорные функции от нескольких тензорных аргументов. ПММ, 1963, **27**, № 3, 393—417.

173. Луговский В. Б. О релятивистских свойствах колебания неограниченной упругой среды. «Изв. вузов, сер. физ.-мат. наук», 1971, № 4, 63—69.

174. Магалинский В. Б. Кинетика малых возмущений пространственно-однородной гравитационной среды. Астроном. журн., 1972, **49**, № 5, 1017—1025.

175. Маслова Н. Б. Некоторые замечания о релятивистском распределении Максвелла. «Вестник ЛГУ», 1962, № 19, 156—159.

176. Маслова Н. Б. О системе уравнений вязкой жидкости в специальной теории относительности. «Вестник ЛГУ», 1963, № 19, вып. 4, 92—111.

177. Мальцев В. М., Душутик Н. К. Многочастичные состояния в релятивистской статистической механике. Препринт ОИЯИ Р2—6137. Дубна, 1971.

178. Михайлов Ю. Б. Международный коллоквиум по классической и релятивистской механике. «Магнитная гидродинамика», 1969, № 4, 154.

179. Минкевич А. В., Сокольский А. А. О вариационном формализме в релятивистской динамике консервативной сплошной среды. «Весцi АН БССР, сер. фiз.-мат. навук», 1971, № 2, 70—78.

180. Мойсеев С. С. О функции распределения для диссипативных процессов в разреженном релятивистском газе. ЖЭТФ, 1959, **37**, № 2, 553—554.

181. Мойсеев С. С. К структуре ударной волны в релятивистском случае. «Изв. вузов. Физика», № 3, 1960, 158—164.

182. Мойсеев С. С. О влиянии релятивистских эффектов на кинетику разреженной плазмы. Автореферат канд. дисс. Сибирское отделение АН СССР, 1962.

183. Мычелкин Э. Г. Ковариантное кинетическое распределение температуры. «Вестник АН КазССР», 1971, № 4, 51—53.

184. Накадзима Садао. Релятивистская термодинамика. «Нихон буцури гаккайси», 1969, **24**, № 12, 802—808.

185. Павлоцкий И. П. Ансамбль Гиббса и уравнения для корреляционных функций слаборелятивистской системы. ДАН СССР, 1969, **188**, № 4, 784—787.

186. Павлоцкий И. П. Пример слаборелятивистского кинетического уравнения, учитывающего запаздывание взаимодействия. ДАН СССР, 1973, **213**, № 4, 812—814.

187. Павлоцкий И. П., Шеховцева Л. Г. Слаборелятивистское уравнение Больцмана для систем с короткодействующими силами. «Изв. вузов. Физика», 1974, № 2, 78—82.

188. Пирагас К. А. О фигурах равновесия идеальной вращающейся жидкости в пост-ньютоновском приближении общей теории относительности. II. Устойчивость форм равновесия. Препринт ИТФ—72. Киев, 1972.

189. Пирагас К. А., Бондаренко Н. П., Кравцов О. В. Фигуры равновесия идеальной вращающейся жидкости в постньютоновском приближении ОТО. Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума «Новейшие проблемы гравитации». М., 1973, 151.

190. Петрова Н. М., Кучина Т. М. Тензор массы в общей теории относительности. В сб. «Физика», вып. 1. Алма-Ата, 1970, 11—13.

191. Петрова Н. М., Кучина Т. М. К вопросу об единственности тензора массы. В сб. «Физика», вып. 5. Алма-Ата, 1971, 58—61.

192. Подосенов С. А. Тетрадная формулировка динамики изотропной упругой среды в ОТО. «Изв. вузов. Физика», 1970, № 11, 67—73.

193. Подосенов С. А. Прямолинейное жесткое по Борну движение континуума с постоянным ускорением в сопутствующей тетраде. В сб. «Научные труды ВНИИОФИ», сер. А, вып. 1. М., 1972, 95—104.

194. Подосенов С. А. Релятивистская динамика упругой среды в ОТО. В сб. «Научные труды ВНИИОФИ», сер. А, вып. 1. М., 1972, 72—82.

195. Подосенов С. А. Релятивистская кинематика деформируемой среды в СТО. В сб. «Научные труды ВНИИОФИ», сер. А, вып. 1. М., 1972, 61—71.

196. Подосенов С. А. Релятивистское упругое тело в СТО. В сб. «Научные труды ВНИИОФИ», сер. А, вып. 1. М., 1972, 83—89.

197. Подосенов С. А. Решение в акустическом приближении уравнений механики деформируемой среды в СТО для одномерного движения. В сб. «Научные труды ВНИИОФИ», сер. А, вып. 1. М., 1972, 90—94.

198. Подосенов П. Б. О ковариантных степенных и экспоненциальных функциях распределения. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1970, № 2, 195—199.

199. Подосенов П. Б. О стационарных распределениях в ковариантной статистике. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1971, **12**, № 3, 292—297.

200. Подосенов П. Б. О релятивистском обобщении формул Оорта—Шварцшильда. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1972, № 3, 324—333.

201. Половин Р. В. Теорема Цемплена в релятивистской гидродинамике. ЖЭТФ, 1959, **36**, № 3, 956.

202. Прокофьев В. А. Уравнения релятивистской радиационной гидродинамики. ДАН СССР, 1961, **140**, № 5.

203. Рухадзе А. А., Рухлин В. Г. Инжекция релятивистского электронного пучка в плазму. ЖЭТФ, 1971, **61**, № 1, 177—189.

204. Садчиков В. И. Некоторые вопросы теории ударных волн в пост-ньютоновской гидродинамике. Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Современные проблемы тепловой гравитационной конвекции». Минск, 1971.

205. Садчиков В. И. Распространение малых возмущений в пост-ньютоновской гидродинамике. В сб. «Тепло- и массоперенос», т. 1. Минск, 1972, 45—49.

206. Салтанов М. В. До лоренц-інваріантної моделі електромагнітної гідродинаміки. «Доповіді АН УРСР», 1969, А, № 9, 807—809.

207. Салтанов Н. В. Некоторые модели электромагнитной гидродинамики. В сб. «Прикладная математика», вып. 3. Иркутск, 1971, 125—150.

208. Салтанов Н. В., Ткалич Е. Ф., Ткалич В. С. К лоренц-инвариантной модели многокомпонентной магнитной гидродинамики. В сб. «Аналитические и качественные методы теории дифференциальных уравнений». Киев, 1972, 247—257.

209. Седов Л. И. К теории построения моделей сплошных сред. «Вестник АН СССР», 1960, № 7, 26—38.

210. Седов Л. И. Математические методы построения новых моделей сплошных сред. УМН, 1965, **20**, № 5, 121—180.

211. Седов Л. И. О пондермоторных силах взаимодействия электромагнитного поля и ускоренно движущегося материального континуума с учетом конечности деформаций. ПММ, 1965, **29**, № 1, 4—17.

212. Седов Л. И. О тензоре энергии—импульса и макроскопических внутренних взаимодействиях в гравитационном поле и в материальных средах. ДАН СССР, 1965, **164**, № 3, 519—522.

213. Седов Л. И. Модели сплошных сред с внутренними степенями свободы. ПММ, 1968, **32**, № 5, 771—785.

214. Седов Л. И. Об условиях на сильных разрывах в теории гравитации. ПММ, 1972, **36**, № 1, 3—14.

215. Селиджер Р. Л., Уитем Г. Б. Вариационные принципы в механике сплошной среды. В сб. «Механика», 1969, № 5 (117), 99—123.
216. Сибгатуллин Н. Р. Нелинейные релятивистские волны в сверхсжатом газе. ДАН СССР, 1969, **187,** № 3, 531—534.
217. Скрипкин В. А. Условия на ударных волнах в ОТО. ДАН СССР, 1958, **123,** № 5, 799—802.
218. Скрипкин В. А. Разрывные центрально-симметричные движения ультрарелятивистского газа в общей теории относительности. ПМТФ, 1960, № 4.
219. Скрипкин В. А. Релятивистские поправки в задаче о точечном взрыве в идеальной гравитирующей сплошной среде. Астроном. журн., 1960, **37,** № 2, 284—296.
220. Скрипкин В. А. Точечный взрыв в идеальной жидкости в общей теории относительности. ДАН СССР, 1960, **135,** № 5.
221. Скрипкин В. А. Задачи релятивистской гидродинамики с центральной симметрией. Автореферат. канд. дисс. М., 1961.
222. Скрипкин В. А. Об одном классе автомодельных движений ультрарелятивистского газа. ДАН СССР, 1961, **136,** № 4, 791—794.
223. Скрипкин В. А. Об одном точном решении уравнений одномерной релятивистской гидродинамики со скачком преобразования остаточной массы вещества. ДАН СССР, 1961, **138,** № 1.
224. Скрипкин В. А. Разрывные центрально-симметричные движения ультрарелятивистского газа в общей теории относительности. Астроном. журн., 1961, **38,** № 1.
225. Станюкович К. П. Некоторые результаты в области релятивистской магнитогазодинамики. ДАН СССР, 1955, **103,** № 1, 73—76.
226. Станюкович К. П. Некоторые стационарные релятивистские движения газа в проводящей среде. ЖЭТФ, 1958, **35,** № 3.
227. Станюкович К. П. Некоторые стационарные релятивистские течения. ДАН СССР, 1958, **119,** № 2, 251—254.
228. Станюкович К. П. Одномерные адиабатические течения ультрарелятивистского газа. ДАН СССР, 1961, **139,** № 3, 590—593.
229. Станюкович К. П. Автомодельные релятивистские движения в случае точечной симметрии. ДАН СССР, 1961, **140,** № 1, 77—80.
230. Станюкович К. П. Адиабатические одномерные движения ультрарелятивистского газа. ЖЭТФ, 1962, **43,** № 1, 199—204.
231. Станюкович К. П. Лагранжиан в релятивистской гидродинамике сплошных сред. ДАН СССР, 1962, **145,** № 1, 59—62.
232. Станюкович К. П. Релятивистское движение среды и переход в излучение. Archiwum Mechaniki Stosowanaj, 1962, 3/4, 14.
233. Станюкович К. П. Вариационный принцип в общей теории относительности. ДАН СССР, 1963, **153,** № 3, 562—565.
234. Станюкович К. П. Обобщенный вариационный формализм в общей теории относительности. «Вестник МГУ, физ.-астр.», 1964, № 1.
235. Станюкович К. П. Лагранжиан сплошной среды в римановом пространстве. ДАН СССР, 1964, **154,** № 2, 313—316.

236. Станюкович К. П. Новый вариационный формализм в общей теории относительности. ДАН СССР, 1964, **158,** № 1.

237. Станюкович К. П. Сферические звуковые волны в римановом пространстве. ДАН СССР, 1968, **181,** № 4, 819—822.

238. Станюкович К. П. Уравнения движения во внутреннем центрально-симметричном поле в общей теории относительности. ДАН СССР, 1968, **182,** № 2, 326—328.

239. Станюкович К. П. Движение среды с ультрарелятивистскими скоростями в общей теории относительности. ДАН СССР, 1969, **185,** № 5, 1030—1033.

240. Станюкович К. П., Айтмурзаев Т., Аркабаев Н. Осесимметричные автомодельные релятивистские движения газа. В сб. «Плоскопараллельное и осесимметрическое движение газов и жидкостей. Фрунзе». 1966, 54—65.

241. Станюкович К. П., Гурович В. Ц. Ультрарелятивистский разлет газа в поле гравитации. ДАН СССР, **165,** № 4, 1965, 806—808.

242. Станюкович К. П., Ефимов З. Ф. Обобщение вариационного метода на криволинейные координаты евклидового пространства. В сб. «Современные проблемы гравитации, 1965». Тбилиси, 1967, 221—227.

243. Станюкович К. П., Шаршекеев О. В. Ударные волны в гравитационных полях. В сб. «Проблемы теории гравитации и элементарных частиц». М., 1966, 183—192.

244. Станюкович К. П., Шаршекеев О. В., Гурович В. Ц. Автомодельные движения релятивистского газа в общей теории относительности в случае точечной симметрии. ДАН СССР, 1965, № 3, **165,** 510—513.

245. Стрельцов В. Н. Нерелятивистские преобразования. Препринт ОИЯИ Р2—5936. Дубна, 1971.

246. Стрельцов В. Н. К релятивистской термодинамике. Препринт ОИЯИ Р2—6694. Дубна, 1972.

247. Тиунов Е. А., Чернин А. Д. Взаимодействие вихревых и потенциальных движений в релятивистской гидродинамике. III. «Астрофизика», 1971, **7,** № 1, 161—165.

248. Финкельштейн А. М. Теория тяготения с переменной гравитационной постоянной. «Бюлл. ИТА», 1970, **12,** № 1, 55—81.

249. Фихтенгольц И. Г. О гравитационных напряжениях. ДАН СССР, 1970, **194,** № 3, 553—556.

250. Франкль Ф. И. О гравитационных волнах и движении газа в сильных переменных гравитационных полях. ДАН СССР, 1952, **84,** № 1, 51.

251. Франкль Ф. И. Потенциальные установившиеся релятивистские течения газа. ДАН СССР, 1958, **123,** № 1, 47—48.

252. Франкль Ф. И. Изэнтропические релятивистские течения газа. ЖЭТФ, 1956, **31,** 490—492.

253. Франкль Ф. И. Об одной возможной системе уравнений релятивистской газодинамики с учетом излучения и поглощения света. ДАН СССР, 1959, **127,** № 5, 987—989.

254. Франкль Ф. И., Арынов А. А. Истечение фотонного газа из сосуда через сопло Лаваля. «Уч. зап. Кабардино-Балкарского ун-та», 1959, вып. 3, 63—65.

255. Халатников И. М. Некоторые вопросы релятивистской гидродинамики. ЖЭТФ, 1954, **27**, № 5, 529—541.

256. Хонькин А. Д. Об уравнениях гидродинамики быстрых процессов. ДАН СССР, 1973, **210**, № 5, 1033—1035.

257. Цыпкин А. Г. Изучение поляризующихся и намагничивающихся сплошных сред с помощью вариационного уравнения. ПММ, 1973, **37**, № 5.

258. Цытович В. Н., Корженевич И. М. Нелинейное взаимодействие волн в нерелятивистской плазме. «Изв. вузов. Радиофизика», 1968, **11**, № 10, 1505—1521.

259. Черников Н. А. Релятивистский интеграл столкновений. ДАН СССР, 1957, **114**, № 3, 530—532.

260. Черников Н. А. Общая форма кинетического уравнения Больцмана. «Научные доклады высшей школы, физ.-мат. науки». 1959, № 1, 168.

261. Черников Н. А. Приведение релятивистского интеграла столкновений к форме Больцмана. ДАН СССР, 1960, **133**, № 1, 84—87.

262. Черников Н. А. Релятивистское кинетическое уравнение и равновесность состояния газа в статическом сферически симметричном гравитационном поле. ДАН СССР, 1960, **133**, № 2, 333—336.

263. Черников Н. А. Вектор потока и тензор массы релятивистского идеального газа. ДАН СССР, 1962, **144**, № 2, 314—317.

264. Черников Н. А. Кинетическое уравнение для релятивистского газа в произвольном гравитационном поле. ДАН СССР, 1962, **144**, № 1, 89—92.

265. Черников Н. А. Релятивистское распределение Максвелла—Больцмана и интегральная форма законов сохранения. ДАН СССР, 1962, **144**, № 3, 544—547.

266. Черников Н. А. Вывод релятивистской гидродинамики из релятивистского кинетического уравнения. Препринт ОИЯИ Р—1264, Дубна, 1963.

267. Черников Н. А. Кинетическая теория релятивистского газа. Автореферат докт. дисс. Дубна, 1963.

268. Черников Н. А. Кинетическая теория релятивистского газа. В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, 71—72.

269. Черников Н. А. Стохастическое движение релятивистской частицы. Препринт ИТФ—68—44. Киев, 1968.

270. Черников Н. А. Геометрия Лобачевского и релятивистская механика. В сб. «Физика элементарных частиц и атомных ядер», 1973, **4**, № 3, 773—810.

271. Чернин А. Д. Взаимодействие вихревых и потенциальных движений в релятивистской гидродинамике. I. «Астрофизика», 1969, **5**, № 4, 656—658.

272. Чернин А. Д. Турбулентность в изотропной вселенной. «Письма ЖЭТФ», 1970, **11**, № 6, 317—319.

273. Чернин А. Д., Эйдельман Е. Д. Взаимодействие вихревых и потенциальных движений в релятивистской гидродинамике. II. «Астрофизика», 1971, **7**, № 2, 314—316.

274. Шаршекеев О. В. Косые ударные волны в гравитационных полях. В сб.: «Проблемы теории гравитации и элементарных частиц». М., 1966, 193—197.

275. Шепф Г. Г. Упругие ударные волны в общей теории относительности. В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, 52—53.

276. Шехтер В. М. Об однозначности тензора массы в теории относительности. «Вестник ЛГУ», 1954, № 11, 99—112.
277. Шикин И. С. Об интерпретации нестационарной релятивистской гидродинамики в пространстве Минковского. ДАН СССР, 1962, **142**, № 3, 564—567.
278. Шикин И. С. К общей теории стационарных движений в релятивистской гидродинамике. ДАН СССР, 1962, **142**, № 2, 296—298.
279. Штрёбель Х. О геометрии общерелятивистского пространства состояний частицы. Препринт ИТФ—71—132Р. Киев, 1971.
280. Abonyi I. Steady state solution of the relativistic Boltzmann transport equation. Z. angew. Math. und Phys., 1960, **11**, No. 3, 169—175.
281. Abonyi I. A relativisztikus Boltzmann-eguénlet és stacionárius megoldása. Magyar fiz. lolyóirat, 1960, **8**, No. 1, 13—20.
282. Abonyi I. La vittesse la plus probable et l'impulsion moyenne d'un ensemble maxvellien relativiste. C. r. Acad. Sci., 1961, **252**, No. 24, 3757—3759.
283. Abonyi I. Relativisztikus részeckesokazág legvalószinübb és atlagos 'unpulzusának meghatározáca. Magyar fiz. folyóirat, 1961, **9**. No. 1, 21—33.
284. Abonyi I. Relativisztikus reszeckesokazág legvalószinübb unpulzuza és legvalószinübb energiága, Maguar fiz. folyóirat, 1962, **10**, No. 4, 259—264.
285. Abonyi I. Le problème de l'équation de Boltzmann relativiste. Cahiers Phys., 1964, **18**, No. 171—172, 461—470.
286. Abonyi I. A relativisztikus Boltzmann-egyenletröl. I. Maguar fiz. folyóirat, 1965, **13**, No. 4, 367—380.
287. Abonyi I. The Grocco-Vázsonyi equation in relativistic hydrodynamics of ideal fluids. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1967, **23**, No. 2, 185—191.
288. Abonyi I. Sur la solution de l'equation de Boltzmann relativiste sans collisions en présence de certains champs exterieurs. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1967, **23**, No. 2, 247.
289. Abonyi I. Small amplitude waves and weak descontinuities in the relativistic hydrodynamic of an ideal fluid. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1969, **27**, No. 1—4, 269—276.
290. Abonyi I. Friedmann and Helmholtz equations for an ideal relativistic fluid. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1972, **31**, No. 4, 385—387.
291. Ahmed Shavky El-Ariny. Generalization of Taub's relativistic Rankine-Huguoniot equations. Doct. Diss. Mish. State Univ., 1967, 113. Diss. Abstr., 1967, **B28**, No. 2, 699.
292. Aitken D. M., Israel W. On relativistic irreversible thermodynamics. Res. Participat Coll. Teachers Math., Norman, Okla, 1963, S. 1.
293. Akama Hachiro. Relativistic Boltzmann equation for plasmas. J. Phys. Soc. Jap., 1970, **28**, No. 2, 478—488.
294. Alexanian M. Covariant black-body and the 3 °K radiation field. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 2, 75—78.
295. Alexanian M. Relativistic transformation of temperature. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 3, 617—619.
296. Alts T., Müller I. Relativistic thermodynamics of simple heat conducting fluids. Arch. Ration. Mech. and Anal., 1972, **48**, No. 4, 245—273.

297. Anderson J. L. Relativistic Boltzmann theory and Grad method of moments. Relativity. Proc. Conf. Cincinnatti Ohio, 1969. New York, 1970, 109—124.
298. Anderson J. L., Spigel E. A. The moment method in relativistic radiative transfer. Astrophys. J., 1972, **171**, No. 1, 127—138.
299. Aranoff S. Equilibrium in special relativity. Nuovo Cimento, 1972, **B10**, No. 1, 155—171.
300. Argirovič M. Relativističa kinetičko temperatura čestice u kretanji. Telekomunikacije, 1971, **20**, No. 4, 14—16.
301. Arnowitt R., Deser S., Misner C. W. Canonical variables for general relativity. Phys. Rev., 1960, **117**, No. 6, 1595—1602.
302. Arzeliés H. Nouvelles bases pour la thermodynamique relativiste. Nucleus, 1965, **6**, No. 4, 250—252.
303. Arzeliés H. Transformation relativiste de la température et de quelques autres grandeurs thermodynamiques. Nuovo Cimento, 1965, **35**, No. 3, 792—804.
304. Arzeliés H. Sur le concept de température en thermodynamique relativiste et en thermodynamique statistique. Nuovo Cimento, 1965, **B40**, No. 2, 333—344.
305. Arzeliés H. Comment on Dr. Kibble'es article. Nuovo Cimento, 1966, **B41**, No. 1, 81—82.
306. Arzeliés H., Lanlignel A. Sur le concept de température en thermodynamique statistique. Nuovo Cimento, 1966, **A44**, No. 1, 270—271.
307. Arzeliés H. Note sur la thermodynamique relativiste. Nuovo Cimento, 1967, **A47**, No. 1, 136—137.
308. Arzeliés H. Sur la mécanique relativiste des milieux continus. Nuovo Cimento, 1967, **A50**, No. 2, 287—292.
309. Arzeliés H. Sur l'équation fundamentale (Mécanique des fluides relativiste). C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, No. 3, A161-A162.
310. Arzeliés H. Sur la généralisation relativiste des équations de Weber et de la théorie des tourbilions. C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, No. 10, 463—465.
311. Arzeliés H. Fluides parfaits relativistes en mouvement permanent. C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, 767—769.
312. Arzeliés H. Propagation des ondes dans les fluides parfaits relativistes. C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, No. 24, A1083—A1085.
313. Arzeliés H. Sur un problème de magnéto-hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1968, **266**, No. 13, A668—A670.
314. Arzeliés H. Turbulence relativiste des fluides incompressibles équations du mouvement moyen. C. r. Acad. Sci., 1968, **266**, No. 17, A883—A884.
315. Arzeliés H. Forces de tension dans un fluide en mouvement; retour sur l'équation fondamentale. C. r. Acad. Sci., 1968, **267**, No. 2, A134—A136.
316. Arzeliés H. Écoulement permanent unidimensionnel des fluides parfaits relativistes compressibles. C. r. Acad. Sci., 1968, **A266**, 374—375.
317. Arzeliés H. Sur les hypothèses minimales de l'hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1969, **268**, No. 22, A1355—A1356.
318. Arzeliés H. Mise en compression d'une barre élastique mobile; application aux milieux continus relativistes. C. r. Acad. Sci., 1969, **268**, 1424—1426.

319. Arzeliés H. Écoulement unidimensionnel des fluides parfaits relativistes compressibles. C. r. Acad. Sci., 1969, **269**, No. 3, A159—A161.
320. Arzeliés H. Le concept de courant de chaleur et les deux référentiels fondamentaux de la thermodynamique. C. r. Acad. Sci., 1969, **268**, No. 16, B1056—B1059.
321. Arzeliés H. La crise actuelle de la thermodynamique. Scienta, 1970, IX—X, 552—570.
322. Arzeliés H. Sur les fluides parfaits relativistes sans spin; comparison générale des principes et des résultats de deux théories. C. r. Acad. Sci., 1970, **270**, No. 6, A347—A350.
323. Arzeliés H. Équations de transfert et fluides relativistes. C. r. Acad. Sci., 1970, **271**, No. 5, A332—A334.
324. Arzeliés H. Équations de transfert et fluides relativistes; equation macroscopiques de mouvement. C. r. Acad. Sci., 1970, **271**, No. 9, A442—A444.
325. Arzeliés H. Sur les concepts de courant de particules et de courant électrique en relativité restreinte. C. r. Acad. Sci., 1972, **274**, No. 22, A1594—A1596.
326. Arzeliés H. Sur les concepts de force moyenne, de vittesse moyenne et de vittesse d'ensemble pour un ensemble de particule. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 11, A537—A539.
327. Audretsch J. Begründung des Energie-Impuls-Tensors der allgemeinen Relativitätstheorie auf Grund eines kinetischen Modells der Materie. Z. Naturforsch., 1967, **22a**, No. 5, 808—815.
328. Balazs N. L. On relativistic thermodynamics. Astrophys. J., 1958, **128**, No. 2, 398—405.
329. Balazs N. L., Dawson J. M. On the thermodynamic equilibrium in a gravitational field. Physica, 1965, **31**, No. 2, 222—232.
330. Balescu R. A unified formulation of the kinetic equations. Physica, 1968, **38**, No. 1, 98—118.
331. Balescu R. Kinetic equations and Lorentz transformation. Physica, 1968, **38**, No. 1, 119—132.
332. Balescu R. A covariant formulation of relativistic quantum statistical mechanics. I Phase space description of a relativistic quantum plasma, Acta phys. austrica, 1968, **28**, No. 3—4, 336—352.
333. Balescu R. A covariant formulation of relativistic quantum statistical mechanics. II The Liouville equations for a rel. quan. plasma. Acta phys. austrica, 1969, **29**, No. 4, 313—328.
334. Balescu R. On relativistic statistical thermodynamics. J. Phys. Soc. Japan, 1969, 26, Suppl. 313—315, Discuss. 315.
335. Balescu R. Relativistic statistical thermodynamics. Physica, 1968, **40**, No. 3, 309—338.
336. Balescu R., Baus M., Pytte A. On some mathematical aspects of classical relativistic statistical mechanics. Bull. cl. Sci. Acad. roy. Belg., 1967, **53**, No. 9, 1043—1069.
337. Balescu R., Brenig L. Relativistic covariance of non-equilibrium statistical mechanics. Physica, 1971, **54**, No. 4, 504—521.
338. Balescu R., Kotera T. On the covariant formulation of classical relativistic statistical mechanics. Physica, 1967, **33**, No. 3, 558—580.
339. Balescu R., Kotera T., Pină E. Lorentz transformations in phase space and in physical space. Physica, 1967, **33**, No. 3, 581—594.
340. Balescu R., Paiva-Veretennicoff I. Correlation pat-

terns for an electro-magnetique field interacting with a relativistic plasma. Bull. Cl. Sci. Acad. roy. Belg., 1971, **57,** No. 5, 457—476.
341. B a n c e l D. Sur le problème de Cauchy pour l'équation relativiste de la chaleur. C. r. Acad. Sci., 1970, **270,** No. 14, A918—A920.
342. B a n c e l D. Sur le problème de Cauchy pour l'équation de Boltzmann relativiste. C. r. Acad. Sci., 1970, **270,** No. 25, A1710—A1712.
343. B a n c e l D. Sur le problème de Cauchy pour l'équation de Boltzmann relativiste. C. r. Acad. Sci., 1970, **271,** No. 14, A694—A696.
344. B a n c e l D. Sur le ploblème de Cauchy pour l'équation de Boltzmann non linéaire en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1972, **274,** No. 26, A1967—A1969.
345. B a n c e l D., C h o q u e t-B r u h a t Y. Existence, uniqueness and local stability for the Einstein-Maxwell-Boltzmann system. Commun. math. phys., 1973, **33,** No. 2, 83—96.
346. B a n e r j i S., C h a n d a R. Pulsar glitches and the metastability of the superfluid core. Nature Phys. Sci., 1972, **239,** No. 96, 139—140.
347. B a r a n k i n E. W. Heat flow and no-Euclidean geometry. Amer. math. mounthly, 1942, **49, 4**.
348. B a r a n o v A. A., B r o o k-L e v i n s o n E. T., P a v l o t s k y I. P., S h e k h o v t s o v a L. G. Relativistic BBGKY hierarchy in the c^{-2} approximation including retardation. Phys. Lett., 1973, **A43,** No. 5, 417—419.
349. B a r a s h e v P. P. Invariant velocity distribution function under Lorentz-covariant transformation. Phys. Lett., 1973, **44A,** No. 7, 537—538.
350. B a r d e e n J. M. A re-examination of the post-Newtonian Maclaurin spheroides. Astrophys. J., 1971, **167,** No. 3, part I, 425—446.
351. B a r n e s A., S u f f o l k G. C. J. Relativistic kinetic theory of the large-amplitude transverse. Alfvén wave. J. Plasma Phys., 1971, 5, No. 3, 315—329.
352. B a s a n o L., M o r r o A. Collapsed Schwarzschild fields and thermodynamics. Left. Nuovo Cimento, 1973, **6,** No. 6, 193—196.
353. B a u m G., P e t h i c k Ch., P i n e s D. Superfluidity in neutron stars. Nature, 1969, **224,** No. 5220, 673—674.
354. D e B e a u r e g a r d O. C. Sur les équations fondamentales, classiques, puis relativistes, de la dynamique des milieux continus. J. math., pures et appl., 1944, **23,** No. 3, 211—217.
355. D e B e a u r e g a r d O. C. Dynamique relativiste des milleux continus. La variation de la masse propre fonction du travail des forces superficielles. J. math. pures et appliquées, 1946, **25,** 187—207.
356. D e B e a u r e g a r d O. C. Sur la conservation de la masse propre. Sur la notion de fluide parfaits. C. r. Acad. Sci., 1946, **222,** 271—273.
357. D e B e a u r e g a r d O. C. Intéressantes questions soulevées par H. Arzelies dans «fluides relativistes». Ann. Inst. H. Poincaré, 1972, **A16,** No. 2, 103—117.
358. B e c k F. Der Energie-Impulstensor in der phänomelogischen Theorie der Supraleitung. Z. Phys., 1953, **134,** No. 3, 334—345.
359. B e n n o u n J. F. Etude des variétés caractéristique des équations de l'élasticité en relativite générale. Bol. Univ. Parana. Fis. Teor. 1963, No. 6, 26.
360. B e n n o u n J. F. Sur les équations d'un milieu materiel en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1964, **258,** No. 1, 94—97.

361. B e n n o u n J. F. Sur les représentations hydrodynamique et thermodynamique des milieux élastiques en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1964, **259**, No. 21, 3705—3708.
362. B e n n o u n J. E. Étude de la representation des milieux continus en relativité générale. Mimeographie. Paris, 1964.
363. B e n n o u n J. F. Étude des milieux continus élastiques et thermodynamiques en relativité générale. Ann. Inst. H. Poincare, 1965, A3, No. 1, 41—110.
364. B e n n o u n J. F. Sur l'interaction entre le champ électromagnétique et le milieu élastique polarisable en théorie de la gravitation. Définition de l'énergie électromagnétique dans la matière. C. r. Acad. Sci., 1968, **267**, No. 6, A278—A281.
365. B e n n o u n J. F. Sur l'interaction entre le champ électromagnétique et le milien élastique polarisable en théorie de la gravitation. Etude des ondes électromagnetique dans la matière. C. r. Acad. Sci., 1968, **267**, No. 7, A297—A300.
366. B e n n o u n J. F. Sur l'interaction locale entre le champ électromagnétique et le milieu élastique polarisable en théorie de la gravitation. Acta Phys. Polon., 1968, **34**, No. 3, 469—510.
367. B e r g m a n n P. G. On relativistic thermodynamics. Phys. Rev., 1941, **59**, 928.
368. B e r g m a n n P. G. Generalized statistical mechanics. Phys. Rev., 1951, **84**, 1026.
369. B e r t m a n B., G u y e r R. A. Comment on the article «Finite speed of propagation in heat conduction, diffusion and viscous shear motion» by H. D. Weymann; Weymann H. D. Reply to comments by Bertman and Gueyr. Amer. J. Phys., 1969, **37**, No. 2, 231—232.
370. B e r t m a n B., S a n d i f o r d D. J. Second sound in solid helium. Sci. Amer., 1970, **222**, No. 5, 92—101.
371. B e r t o t t i B. Relativistic plasma in a strong magnetic field. Collog. int. CNRS., 1970, No. 184, 251—262.
372. B h a t t a a c h u r y a S. On certain hydrodynamical considerations of an imperfect fluid in a general relativistic field. Nuovo Cimento, 1956, **4**, No. 2, 501—502.
373. B i a l y n i c k i-B i r u l a I. Canonical formulation of relativistic hydrodynamics. Repts. Math. Phys., 1973, **4**, No. 2, 139—151.
374. B i č a k J. A. A note on relativistic heat engines. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 5, 302—304.
375. B i c h t e l e r K. Beitrage zur relativistischen kinetischen Gastheorie. These. Hamburg, 1965.
376. B i c h t e l e r K. On the Cauchy problem of the relativistic Boltzmann equation. Communs. Math. Phys., 1967, **155**, No. 5, 352—364.
377. B i s n o v a t y-K o g a n G. S., R u z m a k i n A. A. On the generation of magnetic field in rotating relativistic objects. Astron. and Astrophys., 1972, **17**, No. 2, 243—245.
378. B l a n k f i e l d J., M c V i t t i e G. C. Einstein's equations and classical hydrodynamics. Arch. Ration Mech. Analysis, 1959, **2**, No. 4, 337—354.
379. B l u d m a n S. A. Stability of general-relativistic polytropes Astrophys. J., 1973, **183**, No. 2, 637—648.
380. B l u d m a n S. A. Simple calculation of critical parameters of neutron stars. Astrophys. J., 1973, **183**, No. 2, 649—656.
381. B o e d a M. Nonveaux schémas hydrodynamiques classiques et

relativiste pour une particule sans spin. C. r. Acad. Sci., 1969, 268, No. 18, B1160—B1163.
382. De Boer P. CT. Velocity modulation of a relativistic electron beam. J. Appl. Phys., 1964, 35, No. 10, 2789—2792.
383. Boillat G. On the propogation of heat. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 4, 256—258.
384. Boillat G. A relativistic exceptional wave propogating heat. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 5, 738—740.
385. Boillat G. Equation of state of relativistic thermodynamical incompressible fluid. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **2**, No. 6, 275—278.
386. Boillat G. Relativistic thermodynamic fluid. Lettere Nuovo Cimento, 1970, **3**, No. 16, 521—525.
387. Boillat G. Dispersion relations for hyperbolic heat equations. Lettere Nuovo Cimento, 1972, **5**, No. 18, 1117—1120.
388. Boillat G., Ruggeri T. Soluzioni lineari per la propagazione del calore in fluidodinamica relativistica. Atti. Acad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. fis., mat. e natur., 1971 (1972), **51**, No. 6, 511—514.
389. Børs A. Note on the temperature of a gas moving at relativistic speed. Proc. Phys. Soc., 1965, **86**, 1141.
390. Boulanger Ph., Mayné G. Tenseur impulsion-énergie d'un continu soumis à des effets thérmiques et électro-magnétiques. Bull. cl. sci. Acad. roy Belg., 1971, **57**, No. 7, 872—890.
391. Boulanger P., Mayné G. Étude théorétique de l'interaction d'un champ électromagnétique et d'un continu non conducteur polarisable et magnétisable. C. r. Acad. Sci., 1972, **274**, No. 7, A591—A594.
392. Boyer R. H. Rotating fluid masses in general relativity. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1965, **61**, No. 2, 527—530.
393. Boyer R. H., Lindquist R. W. A variational principle for a rotating relativistic fluid. Phys. Lett., 1966, **20**, No. 5, 504—506.
394. Boyling J. B. An axiomatic approach to classical thermodynamics. Proc. Roy. Soc., 1972, **A329**, No. 1576, 35—70.
395. Bragg L. E. Relativistically dynamic elastic dielectrics. J. Math. Phys., 1970, **11**, No. 1, 318—338.
396. Brans C., Dicke R. H. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation. Phys. Rev., 1961, **124**, No. 3, 925—935.
397. Bray M. Congruence particulieres en magnètohydrodynamique. C. r. Acad. Sci., 1974, **278**, No. 9, A645—A647.
398. Bressan A. Cinematica dei sistemi continu in relativita generale. Ann. Mat. pure et appl., 1963, **62**, 99—148.
399. Bressan A. Termo-magneto-fluido-dinamica in relativita generale. Gas perfetti. Riv. Mat. Univ. Parma, 1963, **4**, 57—81.
400. Bressan A. Termodinamica e magneto-visco-elasticità con deformazioni finite in relatività generale. Rend. Seminar mat. Univ. Padova, 1964, **34**, No. 1, 1—73.
401. Bressan A. Una teoria di relatività generale includente, oltre all'electromagnetismo a alla termodinamica, le equazioni constitutive dei materiali ereditari. Sistemazione acciomatica. Rend. Seminar Mat. Univ. Padova, 1964, **34**, No. 1, 74—109.
402. Bressan A. On relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1967, **B48**, No. 2, 201—222.
403. Bressan A. Sui sistemi continui nel caso asimmetrico. Ann. mat. pura, appl., 1968, **64**.

404. Bressan A. De questioni direlatività generale. Ann. Mat. pura, appl., 1972, 94, 177—200, 201—216.
405. Bressan A. On the principles of material indifference and local equivalence. Meccanica, 1972, **7**, No. 1, 3—12.
406. Brevik I. Relativistic thermodynamics. Nat.-fys. medd. Kyl. danske vid. selskab., 1967, **36**, No. 3.
407. Brevik I. Some aspects of the relativistic statistical thermodynamics of non-interacting particles. Nuovo Cimento, 1969, **B63**, No 1, 150—164.
408. Brevik I. Electromagnetic energy-momentum tensor within material media. Phys. Lett., 1970, **A31**, No. 2, 50—51.
409. Brevik I., Suhonen E. Some aspects of the relativistic coherence theory of black-body radiation within transparent medium. Nuovo Cimento, 1969, **60B**, No. 1, 141.
410. De Broglie L. Sur la variance relativiste de la température. Cahiers de Physique, Janvier, 1948, 1.
411. De Broglie L. Sur la transformation relativiste de la quantique de chaleur et de la température et la thermodynamique cachée des particules. C. r. Acad. Sci., 1966, **AB262**, No. 19, B1235—B1238.
412. De Broglie L. Sur la formule $Q=Q_0\sqrt{1-\beta^2}$ et les bases de la mécanique ondulatoire. C. r. Acad. Sci., 1969, **263**, No. 25, B1351—B1354.
413. De Broglie L Sur la transformation relativiste de la quantaté de chaleur et de la température et la thermodynamique cachée des particules. Rev. roumaine Phys., 1966, **11**, No. 9—10, 773—776.
414. De Broglie L. Sur la dynamique du corps à masse propre variable et la formule de transformation relativiste de la chaleur. C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, No. 16, B1173—B1175.
415. De Broglie L. Sur l'équation $\Delta W=\Delta Q+\Delta E$ en thermodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1967, **265**, No. 8, B437—B439.
416. De Broglie L. Sur les discussions relatives à la formule $Q=Q_0\sqrt{1-\beta^2}$ et la définition de la pression en thermodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1967, **265**, No. 10, B589—B591.
417. De Broglie L. La thermodynamique relativiste et la thermodynamique cachée des particules. Internat. J. Theor. Phys., 1968, **1**, No. 1, 1—24.
418. De Broglie L. Sur les discussions relatives à la formule $Q=Q_0\sqrt{1-\beta^2}$ et la définition de pression en thermodynamique relativiste. Bull. Inst. Politech. Iasi, 1968, **14**, No. 1—2, 155.
419. De Broglie L. Thermodynamique relativiste et méchanique ondulatoire. Ann. Inst. H. Poincaré, 1968, **A9**, No. 2, 89—108.
420. Brotas A. Sur la transformation relativiste de l'énergie des corps étendus. C. r. Acad. Sci., 1967, **265**, No. 8, A244—A247.
421. Brotas A. Sur la transformation relativiste du travail et de la chaleur. C. r. Acad. Sci., 1967, **265**, No. 14, A401—A404.
422. Brotas A. Le transfert de la chaleur et la non-invariance relativiste des pressions. Le formalisme invariant de la mécanique non adiabatique des milien continus. Portug. Phys. , 1967—1968, **5**, No. 1—2, 3.
423. Brownell D. H., Jr., Callaway J. Ferromagnetic transi-

tion in superdense matter and neutron stars. Nuovo Cimento, 1969, **B60**, No. 1, 169—188.
424. Bruhat Y. Fluides relativiste de conductibilite infinie. Astronaut. acta, 1960, **6**, No. 6, 354—365.
425. Butler D. S., Gribben R. J. Relativistic formulation for non-linear waves in a non-uniform plasma. J. Plasma Phys., 1968, **2**, No. 2, 257—281.
426. Callen H., Horwitz G. Relativistic thermodynamics. Amer. J. Phys., 1971, **39**, No. 8, 938—947.
427. Cannon J. T., Jordan T. F. A. No-interaction theorem in classical relativistic Hamiltonian particle dynamics. J. Math. Phys., 1964, **5**, No. 3, 299—307.
428. Cantoni V. Some plane solutions of the relativistic Navier-Stokes equation. Mechanica, 1967, **6**, No. 2, 75—79.
429. Canuto V. Electrical conductivity and conductive opacity of relativistic electron gas. Astrophys. J., 1970, **159**, No. 2, 1, 641—652.
430. Canuto V., Chitre S. M. Solidification of neutron matter. Phys. Rev. Lett., 1973, **30**, No. 20, 999—1002.
431. Canuto V., Chitre S. M. Solid core in neutron stars. Nature, Phys. Sci., 1973, **243**, No. 126, 63—65.
432. Canuto V., Kumar S., Lee H. J. Origin of strong magnetis field. Nature, Phys. Sci., 1972, **235**, No. 53, 7.
433. Caricato G. Sur. le problème de Cauchy pour les équations de la relativité générale dans les schémas matérials fluide parfait et matérière pure. Ann. Inst. H. Poincaré, 1968, **A9**, No. **3**, 283—301.
434. Carini G. Dinamica relativistica di materia disgregate con apporto di calore. Rend. Inst. lombardo Acad. scie e lettere, 1968, **A102**, No. 2, 289—301.
435. Carini G. Sui fondamenti della fluidodinamica relativistica. Ann. mat. pura. ed appl., 1970, **84**, 245—261.
436. Carr W. J., Jr. Possibility of a relativistic explanation for stellar magnetic fields. Phys. Rev., 1965, **140**, No. 1B, 236—238.
437. Carrassi M. Heat and «fictitious» forces in variable rest mass relativistic dynamics. Meccanica, 1971, **6**, No. 2, 80—806.
438. Carrassi M., Morro A. A modified Navier-Stokes equation and its consequences on sound dispersion. Nuovo Cimento, 1972, **9B**, No. 2, 321—343.
439. Carstoiu J. Gravitation dans un milien cristalin. C. r. Acad. Sci., 1970, **270**, No. 14, A291—A294.
440. Carter B. Elastic perturbation theory in general relativity and variation principle for a rotating solid star. Commun. Math. Phys., 1973, **30**, No. 4, 261—286.
441. Carter B. Speed of sound in a high-pressure general-relativistic solid. Phys. Rev., 1973, **7D**, No. 6, 1590—1593.
442. Carter B., Quintana H. Foundations of general relativistic high-pressure elasticity theory. Proc. Roy. Soc., 1972, **A331**, No. 1584, 57—83.
443. Cattaneo C. Sur une forme de l'équation de la chaleur éliminaut le paradoxe d'une propagation instantance. C. r. Acad. Sci., 1958, **247**, No. 4, 431—433.
444. Cattaneo C. A conjecture on the energy momentum tensor of a nonviscous relativistic fluid. Atti Accad. naz. Lincei. Rend. cl. sci. fis., mat. e natur., 1969.
445. Cattaneo C. Sur une conjecture concernant le tenseur

d'énergie et impulsion d'un fluide relativiste non visqueux. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 213—220.
446. Cattaneo C. Essain d'une théorie relativiste de l'élasticité. C. r. Acad. Sci., 1971, **272,** No. 21, A1421—A1424.
447. Cattaneo C. Equations relativistes des petits mouvements adiabatiques d'un corps élastique. C. r. Acad. Sci., 1971, **273,** No. 12, A533—A536.
448. Cavalleri G., Salgacelli G. Revision of the relativistic dynamics with variables rest mass and application to relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1969, **42A,** 722—754.
449. Cissoko M. Ondes de détonation en magnétohydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1971, **273,** No. 1, A54—A57.
450. Cissoko M. Oudes de détonation en magnétohydrodynamique relativiste. Ann. Inst. H. Poincare, 1972, **A17,** No. 1, 43—57.
451. Cissoko M. Étude hydrodynamique of thermodynamique d'un fluide anisotrope relativiste. C. r. Acad. Sci., 1974, **278,** No. 6, A463—A466.
452. Cissoko M. Ondes et discontinuites in magnetohydrodynamique anisotrope relativiste. C. r. Acad. Sci., 1974, **278,** No. 9, A641—A644.
453. Ciubotariw C. D., Gottlieb J. The relativistic magnetohydrodynamics of a rotating plasma. Physica, 1973, **63,** No. 2, 393—403.
454. Chandrasekhar S. Dynamical instability of gaseous masses approaching the Schwarzschild limit in general relativity. Phys. Rev. Lett., 1964, **12,** No. 4, 114—116.
455. Chandrasekhar S. The dynamical instability of gaseous masses approaching the Schwarzschild limit in general relativity. Astrophys. J., 1964, **140,** No. 2, 417—433.
456. Chandrashar S. Post-Newtonian equations of hydrodynamiquecs and the stability of gaseous masses in general relativity. Phys. Rev. Lett., 1965, **14,** No. 8, 241—244.
457. Chandrasekhar S. The post-Newtonian equations of hydrodynamics in general relativity. Astrophys., J., 1965, **142,** No. 4, 1488—1512.
458. Chandrasekhar S. The post-Newtonian effects of general relativity on the equilibrium of uniformly rotating bodies. I. The Maclaurin spheroids and the virial theorem. Astrophys. J., 1965, **142,** No. 4, 1513—1518.
459. Chandrasekhar S. The stability of gaseous masses for radial and non-radial oscillations in the post-Newtonian approximation of general relativity. Astrophys. J., 1965, **142,** No. 4, 1519—1540.
460. Chandrasekhar S. Conservation laws in general relativity and in the post-Newtonian approximation. Astrophys. J., 1969, **158,** No. 1, 45—54.
461. Chandrasekhar S. The oscillations of a rotating gaseous mass in the post-Newtonian approximation in general relativity. Quanta, edit. by F. G. O. Freund, C. J. Goebel, Y. Nambu, Univ. Chicago. Press, Chicago—London, 1970, 182—195.
462. Chandrasekhar S. The post-Newtonian effects of general relativity on the equilibrium of uniformly rotating bodies. V. The deformed figures of the Maclaurin spheroides. Astrophys. J., 1971, **167,** No. 3, 447—453.

463. C h a n d r a s e k h a r S. The post-Newtonian effects of general relativity on the equilibrium of uniformly rotating bodies. VI. The deformed figures of the Jacobi ellipsoids. Astrophys. J., 1971, **167,** No. 3, 455—463.
464. C h a n d r a s e k h a r S., C o n t o p o u l o s G. On a post-Galilean transformation appropriate to the post-Newtonian theory of Einstein, Infeld and Hoffmann. Proc. Roy. Soc., 1967, **A298,** No. 1453, 123—141.
465. C h a n d r a s e k h a r S., E s p o s i t o F. The $2^1/_2$-post-Newtonian equations of hydrodynamics and radiation reaction in general relativity. Astrophys. J., 1970, **160,** No. 1, 153—179.
466. C h a n d r a s e k h a r S., F r i e d m a n J. L. On the stability of axisymmetric systems to axisymmetric perturbations in general relativity. I. Astrophys. J., 1972, **175,** No. 2, 375—405.
467. C h a n d r a s e k h a r S., F r i e d m a n J. L. On the stability of axisymmetric system to axisymmetric perturbations in general relativity. IV. Alowance for gravitational radiation in odd-parity mode. Astrophys. J., 1973, **181,** No. 3, 481—495.
468. C h a n d r a s e k h a r S., F r i e d m a n J. L. On a criterion for the occurence of a Dedeking-like point of bifurcation along a sequence at axisymmetric system. I. Relativistic theory of uniformly rotating configuration. Astrophys. J., 1973, **185,** No. 1, 1—18.
469. C h a n d r a s e k h a r S., N u t k u Y. The second post-Newtonian equations of hyrodynamics in general relativity. Astrophys. J., 1969, **158,** No. 1, 55—79.
470. C h e r n i k o v N. A. Derivation of the equation of relativistic hydrodynamics form the relativistic transport equations. Phys. Lett., 1963, **5,** No. 2, 115—117.
471. C h e r n i k o v N. A. The relativistic gas in the gravitational field. Acta Phys. polon., 1963, **23,** No. 5, 629—645.
472. C h e r n i k o v N. A. Equilibrium distribution of the relativistic gas. Acta Phys. Polon., 1964, **26,** No. 6, 1069—1092.
473. C h e r n i k o v N. A. Microscopic foundation of relativistic hydrodynamics. Acta Phys. Polon., 1965, **27,** No. 3, 465—489.
474. C h a n m u g a m G., O'C o n n e l l R. F., R a j a g o p a l A. K. Superfluidity in neutron stars. Phys. Lett., 1972, **A39,** No. 4, 285—286.
475. C h e o r g h i e v Ch., I g n a t M. Sui moti rigidi nei mezzi continui. Atti semin mat. e. fis. Univ. Modena., 1972, **21,** No. 1, 37—61.
476. C h e r n i n A. D. Turbulence in the hot Universe. Nature, 1970, **226,** No. 5244, 440—441.
477. C h i u H. H. Class of asymptotic solutions of relativistic gas. Phys. Fluids, 1970, **13,** No. 8, 1978—1983.
478. C h i u H. H. Fluid dynamics of relativistic gases. 9th Int. Symp. Space Technol. and Sci. Tokyo, 1971. Abstrs. pap. Tokyo, 1971, 34.
479. C h i u H. H. Relativistic gasdynamics. Phys. Fluids, 1973, **16,** No. 6, 825—830.
480. C h i u H o n g-Y e e, C a n u t o V. Properties of high-density matter in intense magnetic fields. Phys. Rev. Lett., 1968, **21,** No. 2, 110—113.
481. C h o q u e t-B r u h a t Y. Théorèmes d'existance en mécanique des fluides relativistes. Bull. Soc., Math. France, 1958, **86,** 155—175.
482. C h o q u e t-B r u h a t Y. Espace-temps einsteiniens géneraux, chocs gravitationnels. Ann. Inst. H. Poincaré. Sec A, 1968, **8,** No. 4.

483. Choquet-Bruhat Y. Théorèmes d'existence pour les équations des fluides chargés relativistes. Colloq. internat. Centre nat. rech. sci. Paris, 1967, 1969, No. 170, 103—115.
484. Choquet-Bruhat Y. Existence and uniqueness for the Einstein-Maxwell-Liouville system. Гравитация. Киев, 1972, 23—39.
485. Choquet-Bruhat Y., Lamoureux-Brousse L. Sur les équations de l'élasticité relativiste. C. r. Acad. Sci., 1973, **276,** No. 19, A1317—A1320.
486. Clark G. L. The mechanics of continuous matter in the relativity theory. Proc. Roy. Soc. Edinburg, 1949, **A62,** 434.
487. Clark G. L. Note on the problem of a rotating mass of perfect fluid in relativity mechanics. Proc. Roy. Soc., 1950, **A201,** 510.
488. Clark J. M., Chao N.-C. The crystallization of neutronic matter. Nature Phys. Sci., 1972, **236,** No. 64, 37—39.
489. Clauser E. Moto disingolarita e bicaratte-ristiche in campi spazio-temporali. Rend. Inst. Lombardo Sci. e lettere. Sci. mat. fis., chim. e. geol., 1961, **A95,** No. 2, 390—397.
490. Clemmow P. C., Willson A. J. A relativistic form of Boltzmann's transport equation in the absence of collisions. Proc. Cambr. Phil. Soc., 1957, **53,** 222.
491. Coburn N. The method of characteristics for perfect compressible fluids in general relativity and non-steady Newtonian mechanics. J. Math. Mech., 1958, **7,** No. 4, 449—481.
492. Coburn N. Intrisic form of the characteristics relations for a perfect compressible fluid in general relativity and non steady Newtonian mechanics. J. Math. Mech., 1960, **9,** No. 3, 421—437.
493. Coburn N. Discontinuity relations for charged compressible, relativistic fluids. J. Math. and Mech., 1961, **10,** No. 3, 361—391.
494. Coburn N. The Cauchy problem and entropy in charged compressible relativistic self. inductive fluids. Fundamen. topics relativiste fluid. Mech. and magnetohydrodynam. New York, London, Acad. Press., 1963, 43—60.
495. Coburn N. Gravitational characteristic waves in relativistic equilibrium fluids. Colloq. internat. Centre nat. rech. sci. Paris, 1967, 1969, No. 170, 131—145.
496. Cocke W. J. A maximum entrophy principle in general relativity and the stability of fluid spheres. Ann. Inst. H. Poincaré, 1965, **2,** No. 4, sect. A, 283—306.
497. Cocke W. J. Gravitational collapse and relativistic magnetohydrodynamics. Phys. Rev., 1966, **145,** No. 4, 1000—1004.
498. Colgate S. A., Johnson M. A. Hydrodynamical origin of cosmic rays. Phys. Rev. Lett., 1960, **5,** No. 6, 235—238.
499. Colgate S. A., Mckee Ch. R., Blevins B. Relativistic shock propagation and search for electromagnetic pulses from supernovae. Astrophys. J., 1972, **173,** No. 2, L87—L91.
500. Colgate S. A., Chen Y. H. Shock waves on neutron star cores. Astrophys. and space Sci., 1972, 17, No. 2, 325—329.
501. Coll B. Fronts de combustion en hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1971, **273,** No. 16, A749.
502. Coll B. Vittesse et existence des fronts de combustion en magnétohydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1972, **273,** No. 23, A1671—A1674.

503. De Conder T., Dupont Y. Théorie relativiste de l'élasticité et de l'électromagnestriction. Acad. Roy. Belg. Bull. Cl. Sci., 1932, **18**, 680, 782; 1933, **19**, 370.
504. Cook J. L. Solutions of the relativistic two-body problem. I. Classical mechanics. Aust. J. Phys., 1972, **25**, 2, 117—139; II. Quantum mechanics, 141—165.
505. Cuibotariu C. D. Isometric motion in relativistic magnetohydrodynamics. Phys. Lett., 1972, **40A**, No. 5, 369—370.
506. Cuibotariu C. D., Gottlieb J. The relativistic magnetohydrodynamics of a rotating plasma. Physica, 1973, **63**, 393—403.
507. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic Hamiltonian particle mechanics. J. Math. Phys., 1963, **4**, No. 12, 1470—1488.
508. Curtis A. R. The velocity of sound in general relativity with a discussion of the problem of the fluid spheres with constant velocity of sound. Proc. Roy. Soc., 1950, **A200**, 248.
509. Van Dantzig D. On relativistic thermodynamics. Konig Ned. Acad. van Wetens., 1939, **42**, No. 6—10, 601—607.
510. Van Dantzig D. On relativistic gas theory. Nederl. Acad. Wetensch. Proc., Amsterdam, 1939, **42**, No. 6—10, 608—625.
511. Van Dantzig D. On the phemenological thermodynamics of moving media. Physica, 1939, **6**, No. 8, 673—703.
512. Van Dantzig D. Stress tensor and particle density in special relativity theory. Nature (Suppl.), 1939, **143**, No. 3628, 855—856.
513. Van Dantzig D. On the thermo-hydrodynamics of perfectly perfect fluid. Nederl. Acad. Wetesch., Proc., 1940, **43**, 387—402.
514. Dautcourt G. Matter and gravitational shock waves in general relativity. Arch. Ration Mech. and Analysis., 1963, **13**, No. 1, 55—58.
515. Defrise P. Mécanique des milieux continus et géometrics de space-temps. Bull. Soc. math. Belg., 1971, **23**, No. 4, 377—388.
516. Demchenko V. V., El-Siragy N. M. Hydrodynamic theory of the stability of a self-focussing relativistic beam. Plasma Physics, 1974, **16**, No. 3, 303—315.
517. Deutsch R. V., Bălan L. The propagation of the Alfvén waves in nonhomogeneous systems in the relativistic magnetohydrodynamics. Bull. Inst. politehn. Iasi, 1968, **14**, No. 1—2, 175—178.
518. Detweiler S. L., Ipser J. R. A variational principle and a stability criterion for the nonradial modes of pulsation of stellar models in general relativity. Astrophys. J., 1973, **185**, No. 2, 685—707.
519. Dicke R. H. Mach's principle and invariance under transformation of units. Phys. Rev., 1962, **125**, No. 6, 2163—2167.
520. Dirac P. A. M. The theory of gravitation in Hamiltonian form. Proc. Roy. Soc., 1958, **A246**, No. 1246, 333—343.
521. Dolan P. On Mark's variational principle. Acta Phys. Polon, 1966, **30**, No. 4, 617—628.
522. De Donder T. Extension de la gravifique einsteinienne à la thermodynamique. C. r. Acad. Sci., 1928, **186**, 1599.
523. De Donder T. La thermodynamique relativiste des systèmes électromagnétique en mouvement. C. r. Acad. Sci., 1928, **187**, 28.
524. Droz-Vincent P. Hamiltonian systems in relativistic dynamics Nuovo cimento, 1972, **12B**, No. 1, 1—10.
525. Dubley R. M. Lorentz-invariant Markov processes in relativistic phase space. Arkiv. mat., 1966, **6**, No. 3, 241—268.

526. D u b l e y R. M. Asymptotic of some relativistic Markov processes (four-velocities/galactis recession). Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1973, **70**, No. 12, 3551—3555.
527. D u r a n d E. Sur la dynamique relativiste des millieux continus. J. Math. pures et appliquees, 1946, **25**, No. 3, 179—185.
528. D y s o n F. J. Vulcano theory of palsars. Nature, 1969, **223**, No. 5205, 486—487.
529. E b e r l y J. H. Temperature transformations a «practical» choice. Nuovo Cimento, 1967, **B48**, No. 1, 167—170.
530. E b e r l y J. H., K u j a w a s k i A. Relativistic statistical mechanics and blackbody radiation. Phys. Rev., 1968, **155**, No. 1, 10.
531. E c k a r t C. The thermodynamics of irreversible processes. III. Relativistic theory of the simple fluid. Phys. Rev., 1940, **58**, No. 10, 919—924.
532. E d e l e n D. G. B. Relativistic surface dynamics of an isolated world tube of perfect fluid. Proc. Nat. Acad. Sci., 1963, **50**, 469.
533. E i n s t e i n A. Jahrb. Raiact. Electr., 1907, **4**, 411—462.
534. E h l e r s J. Strenge Lossungen der Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie. IV. Beiträge zur relativistischen Mechanik Kontinuierlicher Medien. Abhandl Math-naturwiss. Kl. Acad. Wiss. und Liter., 1961, No. 11.
535. E h l e r s J. Relativistic hydrodynamics and its relation to interior solutions of the gravitational field equations. Recent. developm. gen. relativity. Warszawa, PWN, Oxford—London—Paris Pergamon Press, 1962, 201—207.
536. E i s e n h a r t L. P. Space time continua of perfect fluids in general relativity. Trans. Am. Math. Soc., 1924, **26**, 205—220.
537. E l t g r o t h P. G. Similarity analysis for relativistic flow in one dimension. Phys. Fluids, 1971, **14**, No. 12, 2631—2635.
538. E l t g r o t h P. G. Nonplanar relativistic flow. Phys. Fluids, 1972, **15**, No. 12, 2140—2144.
539. E n g e l s E., S a r l e t W. General solution and invariants for a class of lagrangian equations governed by a velocity-dependent potential energy. J. Phys. A.: Math., Nucl., Gen., 1973, **6A**, No. 6.
540. E r i n g e n A. C., K a f a d a r C. B. Relativistic theory of microelectromagnetism. J. Math. Phys., 1970, **11**, No. 6, 1984—1991.
541. E s p o s i t o F. P. Absorption of gravitational energy by a viscous compressible fluid. Astrophys. J., 1971, **165**, No. 1, 165—170.
542. E s p o s i t o F. P. Interaction of gravitational radiation with an inviscid fluid in simple motion. Astrophys. J., 1971, **168**, No. 3, p. I.
543. E s p o s i t o F. P. Absorption of gravitational energy by a conducting fluid in the presence of magnetic fields. Astrophys. J., 1972, **173**, No. 2, 423—430.
544. F a c k e r e l l E. Relativistic stellar dynamics. Astrophys. J., 1968, **153**, No. 2, 643—660.
545. F a c k e r e l l E. Relativistic spherically symmetric star clusters. V. A relativistic version of Plummers model. Astrophys. J., 1971, **165**, No. 3, 489—493.
546. F a g u n d e s H., Z i m e r m a n A. H. The two-body problem in the Lorents-covariant theory of gravitation. Nuovo Cimento, 1971, **3B**, No. 1, 60—66.
547. F a r g u e D. Forme differentielle invariante dans un mouvement d'un fluide charge relativiste. C. r. Acad. Sci., 1971, **278**, No. 19, A873—A876.

548. F a u l k e s M. C. Non-state fluid spheres in general relativity. Progr. Theoret. Phys., 1969, **42**, No. 5, 1139—1142.
549. D e F e l i c e F. A relativistic effect in pulsating fluid spheres Nuovo Cimento, 1969, **63B**, No. 2, 649—660.
550. F i n l a y s o n B. A. Existence of variational principles for the Navier-Stokes equation. Phys. Fluids, 1972, **15**, No. 6, 963—967.
551. F o r e s t e r D. A. A note on neutral stability against convection in general relativity. Month. Notic Roy. Astron. Soc., 1971, **151**, No. 2, 157—159.
552. F o u r e s-B r u h a t Y. Théorème d'existence en mécanique des fluides relativistes. Bull. Soc. Math. France, 1958, **86**, No. 2, 155—175.
553. F o u r e s-B r u h a t Y. Conditions de continuité et équations de choc. C. r. Acad. Sci., 1959, **248**, No. 12, 1782—1784.
554. F o u r e s-B r u h a t Y. Fluides chargés de conductivité infinie. C. r. Acad. Sci., 1959, **248**, No. 18, 2558—2560.
555. F o u r e s-B r u h a t Y. Mécanique des fluides rélativistes. Cahiers phys., 1959, **13**, No. 111, 463—468.
556. F o u r e s-B r u h a t Y. Les fluides chargés en relativité générale. Colloq. internat. Centre nat. rech. scent., 1962, No. 91, 157—163.
557. F o u r e s-B r u h a t Y. Mécanique des fluides relativistes. Applications équations non linéaries. Phys. theor. Paris, 1962, 43—48.
558. F r e m l i n J. H. Does a moving body appear cool Nature, 1967, **213**, No. 5073, 277.
559. F r i e d r i c h s K. O. A limiting process leading to the equations of relativistic and nonrelativistic fluid dynamics. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 177—188.
560. F r i t s c h G. Relativistische Thermodynamik. Phys. unserer Zeit., 1972, **3**, No. 4, 97.
561. F r o n s d a l C. Relativistic Kepler problem. Phys. Rev., 1971, **3D**, No. 6, 1299—1302.
562. F u j i t a T., T s u n e t o T. The Ginsburg-Landau equation for $3p_2$ pairing. Superfluidity in neutron stars. Prog. Theor. Phys., 1972, **48**, No. 3, 766—782.
563. F u r u t s u K. Energy-momentum tensor of electromagnetic field in moving dispersive media and instability. Relativistic formulation. J. Radio Res. Labs., 1968, **15**, No. 80—81, 219—243.
564. G a l-O r B. Space dynamics and the foundations of classical and relativistic thermodynamics. Isr. J. Technol., 1969, **7**, No. 1-2, 61—72.
565. G a m b a A. Relativistic transformation of thermodynamical quantaties (Beware of Jacobians). Nuovo Cimento, 1965, **37**, No. 4, 1792—1794.
566. G a m b a A. Remarks to the preceding letter by Kibble. Nuovo Cimento, 1966, B41, No. 1, 79—80.
567. G a m b a A. Physical quantaties indifferent reference systems according to relativity. Am. J. Phys., 1967, **35**, No. 2, 83.
568. G a r r o d C. Covariant Hamiltonian dynamics with interactions. Phys. Rev., 1968, **167**, No. 5, 1143—1145.
569. G e o r g i o u A. A relativistic form of statistical thermodynamics. Int. J. Theor. Phys., 1970, **3**, No. 1, 41—45.
570. G e o r g i o u A. Special relativity and thermodynamics. Proc. Cambr. Philos. Soc., 1969, **66**, No. 2, 423—432.
571. G e r o c h R. P., H e g y i. Relativistic equations of state. Nature, 1967, **215**, 501.

572. G i e r e A. C. Relativistic hydrodynamical waves and group velocity. J. Math. Phys., 1966, **7**, No. 9, 1648—1656.
573. G i l a i n C h. Mécanique analytique des fluides relativistes. C. r. Acad. Sic., 1971, **274**, No. 11, A929—A932.
574. G i l b e r t C. Statistical systems of particle in the expanding universe. Quart. Journ. Math. Oxford Ser., 1952, **3**, 161.
575. G i l s o n J. G. Statistical relativistic particle. J. Appl. Probabil., 1967, **4**, No. 2, 389.
576. G l a s s E. N., W i n i c o u r J. Elastic general relativistic systems. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 12, 1934—1940.
577. G o l d L. Wave-mechanical approach to relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1964, **33**, No. 1, 178—183.
578. G o m e s R u y. A noca a de corpo rigido em relatividade restrita. Gaz. mat., 1954, **15**, No. 58, 9—11.
579. D e G o t t a l Ph. Kinetic equations for a non uniforme relativistic electron gas. Bull. cl. Sci. Acad. Roy Belg., 1966, **52**, No. 9, 1094—1117.
580. D e G o t t a l Ph., P r i g o n g i n e I. Relativistic effects in statistical hydrodynamics. Physica, 1965, **31**, 677—687.
581. G o t t l i e b J., K o c h A. Relativistic treatment of media with electromagnetic anisotropy. An. Sti. Univ. Iasi., 1972, sec. **18**, No. 2, 113—122.
582. G r a s s i n i R. Sull equazione bi evoluzione nella cinematica relativita dei sistemi continui in relativita generale. Ric. mat., 1971, **20**, No. 2, 241—252.
583. G r e c o A. On the exceptional waves in relativistic magnetohydrodynamics (MHDR). Atti. Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Math. e natur., 1972, **52**, No. 4, 507—512.
584. G r e e n b e r g P. J. Propagation equations for the set of natural geometrical invariants in relativistic hydrodynamics. J. Math. Anal. and Appl., 1970, **29**, No. 3, 647—667.
585. G r e e n b e r g P. J. The general theory of space-like congruences with an application to vorticity in relativistic hydrodynamics. J. Math. Anal. and Appl., 1970, **30**, No. 1, 128—143.
586. G r e e n b e r g P. J. The post-Newtonian equations of hydrodynamics for a thermally conducting, viscous compressible fluid in general relativity. Astrophys. J., 1971, **164**, No. 3, 569—587.
587. G r e e n b e r g P. J. The post-Newtonian equations of magnetohydrodynamics in general relativity. Astrophys. J., 1971, 164, No. 3, 589—601.
588. G r i o l i A. C. Sur una derivata interessante la theoria relativistica dei materiali non semplici. Rend. Semin. mat. Univ. Padova, 1971, **45**, 183—197.
589. G r ø n F. The asynohronous formulation of relativistic statics and thermodynamics. Nuovo Cimento, 1973, **17B**. No. 1, 141—165.
590. D e G r o o t S. R. Relativistic Boltzmann theory. Acta phys. austr., 1973, Suppl., No. 10, 529—561.
591. D e G r o o t S. R. Relativistische kinetische Theorie von Transporterscheinungen. Z. Phys., 1973, **262**, No. 4, 349—358.
592. D e G r o o t S. R., d e S u t t o r p L. G. The relativistic energy-momentum tensor in a dielectric. Phys. Lett., 1966, **21**, No. 3, 297—298.
593. D e G r o o t S. R., d e S u t t o r p L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. Phys. Lett., 1967, **A24**, No. 7, 385—387.

594. De Groot S. R., de Suttorp L. G. On the uniqueness of the relativistic energy-momentum tensor in polarized media. Phys. Lett., 1967, **A25,** No. 2, 103—104.
595. De Groot S. R., de Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. I. The atomic energy-momentum conservation laws. Physica, 1967, **37,** No. 2, 284—296.
596. De Groot S. R., de Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. II. The angular momentum laws and the symmetry of the energy-momentum tensor. Physica, 1967, **37,** No. 2, 297—308.
597. De Groot S. R., Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. III. Statistical theory of the energy-momentum laws. Physica, 1968, **39,** No. 1, 28—40.
598. De Groot S. R., Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. IV. The macroscopic material energy-momentum tensor. Physica, 1968, **39,** No. 1, 41—60.
599. De Groot S. R., Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. V. Statistical thermodynamics of electromagnetic phenomena. Physica, 1968, **39,** No. 1, 61—76.
600. De Groot S. R., Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. VI. The difference between the energy-momentum tensor in the presence and in the absence of external fields. Physica, 1968, **39,** No. 1, 77—83.
601. De Groot S. R., Suttorp L. G. The relativistic energy-momentum tensor in polarized media. VII. Discussion of the results in connexion with previous work. Physica, 1968, **39,** No. 1, 84—93.
602. De Groot S. R., Weert van C. G., Hermens W. Th., Leeuwen van W. A. Relativistic Onsager relations in kinetic gas theory. Phys. Lett., 1968, **26A,** No. 8, 345.
603. De Groot S. R., Weert van C. G., Hermens W. Th., Leeuwen van W. A. Relativistic entropy law for a gas mixture outside equilibrium. Phys. Lett., 1968, **26A,** No. 9, 439
604. De Groot S. R., van Weert C. G., Hermens W. Th., van Leeuwen W. A. On relativistic kinetic gas theory. I. The second low for a gas mixture outside equilibrium. Physica, 1968, **40,** No. 2, 257—276.
605. De Groot S. R., van Weert C. G., Hermens W. Th. and van Leeuwen W. A. On relativistic kinetic gas theory. II. Reciprocal relations between transport phenomena. Physica, 1969, **40,** No. 4, 581—593.
606. De Groot S. R., van Weert C. G., Hermens W. Th., van Leeuwen W. A. On relativistic kinetic gas theory. III. The non-relativistic limits and its range of validity. Physica, 1969, **42,** 309.
607. Grosjean P. V. Théorie symplectique du fluide parfait relativiste. Bull. Soc. roy. sci. Liège. 1972, **41,** No. 1-2, 31—39.
608. Grot R. A. Relativistic theory of the propagation of wave fronts in nonlinear elastic materials. Internat. J. Engng. Sci., 1968, **6,** No. 5, 295—307.
609. Grot R. A. Relativistic continuum theory for the interaction at electromagnetic fields with deformable bodies. J. Math. Phys., 1970, **11,** No. 1, 109—113.
610. Grot R. A., Eringen A. C. Relativistic continuum mecha-

nics. Part II. Electromagnetic interactions with matter. Intern. J. Engng. Sci., 1966, **4**, No. 6, 639—670.
611. Grot R. A., Eringen A. C. Relativistic continuum mechanics. Part I. Mechanics and thermodynamics. Intern. J. Engng. Sci., 1966, **4**, No. 6, 611—638.
612. Guerra F., Ruggiero P. New interpretation of the Euclidean—Markov field in the framework of physical Minkowski Space-time. Phys. Rev. Lett., 1973, **31**, No. 16, 1022—1025.
613. Guessous A. Sur la fonction de distribution relativiste d'un gaz parfait en équilibre et la définition cinétique de la température. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 26, 6811—6814.
614. Guessous A. Sur la transformation relativiste de la température. C. r. Acad. Sci., 1965, **261**, 1182.
615. Guessous A. Recherches sur la thermodynamique relativiste. Thise Doct. sci. phys. Fac. sci. Univ. Paris, 1967 (1968), 99p.
616. Guichelaar J., van Leeuwen W. A., de Groot S. R. On relativistic kinetic gas theory. VII. The propagation and absorption of sound. Physica, 1972, **59**, 97.
617. Guichelaar J. Van Leeuwen W. A., de Groot S. R. Sound dispersion and absorption derived from relativistic kinetic theory. Phys. Lett., 1973, **A43**, No. 4, 323—324.
618. Haar D., Wergeland H. Thermodynamics and statistical mechanics in the special theory of relativity. Physics Reports. A review Section of Physic Letters (Sec. C), 1971, **1C**, No. 2.
619. Habeger C. C. The second law of thermodynamics and special relativity. Ann. of Phys. (USA), 1972, **72**, No. 1, 1—28.
620. Hakim R. Quelques méthodes en mécanique statistique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 11, 2997—3000.
621. Hakim R. Sur les équations de Vlasov d'un plasma relativiste. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 14, 3861.
622. Hakim R. Remarks on relativistic statistical mechanics. I. J. Math. Phys., 1967, **8**, No. 6, 1315—1344.
623. Hakim R. Remarks on relativistic statistical mechanics. II. Hierarchies for the reduced densities. J. Math. Phys., 1967, **8**, No. 7, 1379—1400.
624. Hakim R. Relativistic perfect gas in an external force field. Phys. Rev., 1967, **162**, No. 1, 128.
625. Hakim R. Sur la mécanique statistique relativiste. Ann. Inst. Henri Poincaré. 1967, sect. A, **6**, No. 3, 225—244.
626. Hakim R. Relativistic scalar plasma. Phys. Rev., 1968, **106**, 75—81.
627. Hakim R. Relativistic stochastic processes. J. Math. Phys., 1968, **9**, No. 11, 1805—1818.
628. Hakim R., Mangeney A. Relativistic kinetic equations including radiation effects. I. Vlasov approximation. J. Math. Phys., 1968, **9**, No. 1, 116—130.
629. Hakim R., Mangeney A. Remarks on relativistic thermodynamics. Lettere Nuovo Cimento, 1969, **1**, No. 9, 429—435.
630. Hakim R., Vilain C. The applications of relativistic kinetic theory to cosmological models-some observational consequences. Astron. and Astrophys., 1973, **25**, No. 2, 211—217.
631. Halbwachs F. Modèle de fluide relativiste décrivant les ondes du corpuscule de spin $^1/_2$. J. Phys. et radium, 1956, **17**, No. 12, 867—868.

632. H a l b w a c h s F., H i l l i o n P., V i g i e r J. P. Quadratic lagrangians in relativistic hydrodynamics. Nuovo Cimento, 1959, IX, **6**, 882—883.
633. H a l b w a c h s F., L o c h a k G., V i g i e r J. Décomposition en fonction de variables dynamique du tenseur d'énergie-impulsion de fluides relativistes dotes de moment cinétique interne. C. r. Acad. Sci., 1955, **241**, No. 11, 692—695.
634. H a l b w a c h s F., V i g i e r J. P. Lagrangien d'une masse fluide relativiste libre. C. r. Acad. Sci., 1959, **248**, 1124—1126.
635. H ä m e e n-A n t t i l a K. A., S u h o n e n E. Radiative viscosity in relativistic medium. Ann. Acad. Sci. Fennicae, 1971, Ser. A., VI Physica, No. 359, 16 pp.
636. H a m i t y V. H. Relativistic thermodynamics. Phys. Rev., 1969, **187**, No. 5, 1745—1753.
637. O'H a n l o n J., T a m K.-K. Scalar hydrodynamics and gravitation. Canad. J. Phys., 1969, **47**, No. 8, 853—858.
638. H a r r i s E. G. Relativistic magnetohydrodynamics. Phys. Rev., 1957, **108**, No. 6, 1357—1360.
639. H a r r i s o n E. R. Origin of magnetic field in the early universe. Phys. Rev. Lett., 1973, **30**, No. 5, 188—190.
640. H a r t l e J. B., S h a r p D. H. Variational principle for the hydrostatic equilibrium of a relativistic rotating fluid. Phys. Rev. Lett., 1965, **15**, No. 24, 909—911.
641. H a v a s P. The connection between conservation laws and laws of motion in affine spaces. J. Math. Phys., 1964, **5**, No. 3, 373—378.
642. H a z l e h u r s t J., S a r g e n t W. L. W. Hydrodynamics in a radiation field — a covariant treatment. Astrophys. J., 1959, **130**, No. 1, 276—285.
643. H e i n Z. C. Das d'Alembertische Prinzip in der Kontinuumsmechanik. Acta Mechanica, 1970, **10**, No. 1-2, 111—129.
644. H e i n t z m a n n H., G r e w i n g M. Neutron star magnetism. Z. Physik, 1972, **250**, No. 3, 254—262.
645. H e i n t z m a n n H., H i l l e b r a n d t W., K r o t s c h e c k E., K u n d t W. Neutron star corequakes and crustquakes. Ann. of Phys., 1973, 81, No. 2, 625—641.
646. H e n i n F. Liouville equation for a relativistic charged particle. Bull. cl. sci. Acad. roy. Belg., 1963, **49**, No. 4, 395—410.
647. H e n i n F. Liouville equation for a relativistic charged particle. Physica, 1963, **29**, No. 12, 1233—1265.
648. H e n r i k s e n R. N., R a y b u r n D. R. Relativistic stellar wind theory: near zone solutions. Month. Notic. Roy. Astron. Soc., 1971, **152**, No. 3, 323—333.
649. H e n r y J., P o l o m b o N. Lorentz transform of the work done by a uniforme pressure. Nuovo Cimento, 1973, **B13**, No. 1, 101—113.
650. H e n r i G. R., F e d u n i a k R. B., S i l v e r J. E., P e t e r s o n M. A. Distribution of blackbody radiation in a moving frame of reference. Phys. Rev., 1968, **176**, No. 5, 1451.
651. H e r g l o t z G. Über die Mechanik des deformierbaren Körpers von Standpunkte der Relativitätstheorie. Ann. der Physik, 1911, **36**, 493—533.
652. H e r m e n s W. Th. Relativistic kinetic theory of chemical reactions and other transport phenomena, part I. General discussion. Proc. Kon. ned. akad. Wetensch, 1971, B74, No. 4, 376—397.

653. H e r m e n s W. Th. Relativistic kinetic theory of chemical reactions and other transport phenomena, part II, III. Proc. Kon. ned. akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 5, 461—481.
654. H e r m e n s W. Th., v a n L e e u w e n W. A., v a n W e e r t C. G., d e G r o o t S. R. On relativistic kinetic gas theory. VIII. Reciprocal relations for a reactive mixture. Physica, 1972, **60**, No. 2, 472—487.
655. H i l l R. N. Canonical formulation of relativistic mechanics. J. Math. Phys., 1967, **8**, No. 9, 1756—1773.
656. H i l l i o n P. Transformation relativiste des grandeurs thermodynamiques. C. r. Acad. Sci., 1966, **263**, No. 25, B1358—B1361.
657. H o r w a t h J. I. Die geometrische Struktur des relativistischen Phasenraumes. «Wiss. Z. Friedrich-Schiller-Univ. Jena. Math.-naturwiss. Reihe», 1966, **15**, No. 1, 149—160.
658. H o r w a t h J. I. Zero-point kinetic energy of relativistic fermion gases. Acta Phys. et chem. Szeged, 1967, **13**, No. 1-2, 3—19.
659. H o r w á t h J. I. On the hyper-geometrization of relativistic phase-space formalism. I. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1968, **24**, No. 2-3, 205—223.
660. H o r w á t h J. I. On the hyper-geometrization of relativistic phase-space formalism. II. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1968, **24**, No. 4, 347—371.
661. H o r w á t h J. I. On the hyper-geometrization of relativistic phase-space formalism. III. Acta Phys. Acad. Scient. Hung., 1968, **25**, No. 1, 1—15.
662. H o r w i t z G. Discussion on the paper: «Rest trames in relativistic thermodynamics» by V. H. Hamity-Author's reply. Phys. Rev., 1971, **4D**, No. 12, 3812—3813.
663. H o r w i t z G., K a t z J. Thermodynamics of relativistic rotating perfect fluids. Ann. Phys., 1973, **76**, No. 2, 301—332.
664. I p s e r J. R., T h o r n e K. S. Relativistic spherically symmetric star clusteurs. 1. Stability theory for radial perturbations. Astrophys. J., 1968, **154**, No. 1, 251—270.
665. I.-S h i n L i n. On the entropy supplying classical and a relativistic fluid. Archive for Rational Mechanics and Analysis., 1973, **50**, No. 2, 111—117.
666. I s r a e l W. Relativistic theory of shock waves. Proc. Roy. Soc., 1960, **A259**, No. 1296, 129—143.
667. I s r a e l W. Relativistic kinetic theory of a simple gas. J. Math. Phys., 1963, **4**, No. 9, 1163—1181.
668. I s r a e l W., V a r d a l a s I. N. Transport coefficients of a relativistic quantum gas. Lett. Nuovo Cim., 1970, **4**, No. 19, 887—892.
669. I t ô H. Variational principle in hydrodynamics. Prog. Theor. Phys., 1953, **9**, No. 2, 117—131.
670. I t ô H. Remarks on variational principle for an inviscid, perfect, magnetized plasma. Prog. Theor. Phys., 1972, **48**, No. 5, 1442—1450.
671. I v a n o v A. A., I s t o m i n I. N., K o z o r o v i t s k y L. L., R u s a n o v V. D. Collisionless heat wave. (The wave of replacement). Phys. Lett., 1970, **33A**, No. 8, 509—510.
672. J a c k s o n J. C. Relativistic hydrodynamics and gravitational instability. Proc. Roy. Soc., 1972, **A328**, No. 1575, 561—565.
673. J a c k s o n J. C. The oscillations of relativistic fluid masses. Lett. Nuovo Cim., 1972, **4**, No. 11, 494—496.

674. J a n k e w i c z C. Das Variationsprinzip der relativistische Hydrodynamik. Acta Physik. Polon., 1959, **18**, No. 1, 7—13.
675. J a n k i e w i c z G. Вариационный принцип для идеальной жидкости с электромагнитным и гравитационным взаимодействием частиц. Zesz. nauk. Univ. wroctawski, 1959, **13**, No. 3, 105—109.
676. J a n k i e w i c z G. Вывод уравнений движения и непрерывности из уравнений поля идеальной жидкости, частицы которой взаимодействуют электромагнитными и гравитационными силами. Zesz. nauk Univ., wrocławski, 1959, **13**, No. 3, 111—117.
677. J a u n z e m i s W. Differential geometry and continuum mechanics. Tensor, 1972, **25**, 188.
678. J e n k i n s J. T. A theory of magnetic fluids. Archive for rational mechanics and analysis., 1972, **46**, No. 1, 42.
679. J o h n s o n M. H., M c K e e Ch. F. Relativistic hydrodynamics in one dimensions. Phys. Rev., 1971, **3D**, No. 4, 858—863.
680. Relativity, heat and «fictitious forces». Nuovo Cimento., 1968, **57B**, No. 2, 307.
681. J o r d a n P. Zum gegenwärtigen Stand der Diracschen kosmologischen Hypothesen. Zeitsch. Phys., 1959, **157**, No. 1, 112—121.
682. J o r d a n T. F. Hamiltonians in relativistic classical particle mechanics. Phys. Rev., 1968, **166**, No. 5, 1308—1316.
683. D e J o u v e n e l F., Q u e m a d a D. Interaction matière-rayonement: description statistique semi-relativiste. Equations fondamentales. C. r. Acad. Sci., 1967, **264**, No. 11, B833—B835.
684. J ü t t n e r F. Das Maxwellsche Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung in der Relativitätstheorie. Ann. der Phys., 1911, **34**, 856—882.
685. J ü t t n e r F. Die Dinamik eines bewegten Gases in der Relativitätstheorie. Ann. der Phys., 1911, **35**, 145.
686. K a f a d a r C. B. The dynamical problem for a rigid body in special relativity. Ann der Physik, 1973, **29**, No. 4, 325—340.
687. K a f a d a r C. B., E r i n g e n A. C. Micropolar media. I. The classical theory. Int. J. Engng. Sci., 1971, **9**, No. 3, 271—305.
688. K a f a d a r C. B., E r i n g e n A. C. Micropolar media. II. The relativistic theory. Inst. J. Eng. Sci., 1971, **9**, No. 3, 307—329.
689. K a l m a n G. Liouville-equation in relativistic dynamics. Nuovo Cimento, 1962, **23**, No. 5, 908—909.
690. V a n K a m p e n N. G. Relativistic thermodynamics of moving systems. Phys. Rev., 1968, **173**, No. 1, 295—301.
691. V a n K a m p e n N. G. Lorentz invariance of the distribution in phase space. Physica, 1969, **43**, No. 2, 244—262.
692. V a n K a m p e n N. G. Relativistic thermodynamics. J. Phys. Soc. Japan, 1969, **26**, Suppl. 316—321.
693. V a n K a m p e n N. G. A model for relativistic heat conduction. Physica, 1970, **46**, 315.
694. K a p l a n S. A., T s y t o v i c h V. N. Relativistic plasma and pulsar emission mechanism. Nature, Phys. Sci., 1973, **241**, No. 111, 122—124.
695. K a r K. C. Relativity in the acoustical world. Indian J. Theor. Phys., 1970, **18**, No. 1, 1—11.
696. K e l l y D o n C. Diffusion: a relativistic appraisal. Amer. J. Phys., 1968, **36**, No. 7, 585—591.
697. K e l l y D o n C. Electrical and thermal conductivities of a relativistic degenerate plasma. Astrophys. J., 1973, **179**, No. 2, 599—606.

698. K e r n e r E. H. Remarks on the nature of relativistic particle orbits. J. Math. Phys., 1968, **9**, No. 2, 222—232.
699. K i b b l e T. W. B. Relativistic transformation laws for thermodynamic variables. Nuovo Cimento, 1966, **B41**, No. 1, 72—78.
700. K i b b l e T. W. B. Comment of the remarks of Gamba. Nuovo Cimento, 1966, **B41**, No. 1, 83.
701. K i b b l e T. W. B. Remarks on the comments of Dr. Arzelies. Nuovo Cimento, 1966, **B41**, No. 1, 84—85.
702. K i h a r a T., S a k a i K. Fluid dynamics for cosmology. Publs. Astron. Soc. Jap., 1970, **22**, No. 1, 1—12.
703. K l e i n O. On the thermodynamical equilibrium of fluids in gravitational fluids. Rev. Mod. Phys., 1949, 21, 531.
704. K l e m m o w P. C., W i l l s o n A. J. A relativistic form of Boltzmann's transport equation in the absence of collisons. Proc. Cambridge Philos. Soc., 1957, **53**, No. 1, 222—225.
705. K l i m e k Z. O pewnej metodzie usuwania osobliwoski w modelach kosmologicznych Friedmanna. Postepy Astronomie, 1971, **19**, No. 2, 165—171.
706. K l u i t e n b e r g G. A., d e G r o o t S. R., M a z u r P. Relativistic thermodynamics of irreversible processes I (Heat conduction, diffusion, viscous flow and chemical reactions; formal part). Physica, 1953, **19**, No. 8, 689—704.
707. K l u i t e n b e r g G. A., d e G r o o t S. R., M a z u r P. Relativistic thermodynamics of irreversible processes II (Heat conduction and diffusion; physical part). Physica, 1953, **19**, No. 11, 1079—1091.
708. K l u i t e n b e r g G. A., d e G r o o t S. R., M a z u r P. Relativistic thermodynamics of irreversible processes III. (System without polarization and magnetization in an electromagnetic field). Physica, 1954, **20**, No. 4, 199—209.
709. K l u i t e n b e r g G. A., d e G r o o t S. R. Relativistic thermodynamics of irreversible processes IV (Systems with polarization and magnetization in an electromagnetic fields). Physica, 1955, **21**, No. 3, 148—168.
710. K l u i t e n b e r g G. A., d e G r o o t S. R. Relativistic thermodynamics of irreversible processes V (The energy-momentum tensor of the macroscopic eletcromagnetic field, the macroscopic forces acting on the matter and the first and second laws of thermodynamics). Physica, 1955, **21**, No. 3, 169—192.
711. K o b a Z. Variation principle in relativistic hydrodynamics. Prog. Theor. Phys., 1955, **14**, No. 5, 488—490.
712. K o c h P. A. Relativistic shock structure. Phys. Rev., 1965, **140**, No. 4A, 1161—1165.
713. K o c h A., G o t t l i e b J. Observations sur le traitement relativiste des milieux anisotropes. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 21, B777—B779.
714. K o l p a s h c h i k o v V. L., B a r a n o v A. A. To geometrized theory of hyperbolic heat conduction equation. Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1972, **15**, No. 6, 1283—1284.
715. K o n d o M., S o f u e Y., U n n o W. Thermal instability in the expanding universe. Prog. Theor. Phys. Suppl., 1971, No. 49, 120—147.
716. K r a n y š M. Relativistic hydrodynamics with irreversible thermodynamics without the paradox of infinite velocity heat conduction. Nuovo Cimento, 1966, **B42**, No. 1, 51—70.
717. K r a n y š M. General-relativistic thermodynamics with finite

transport velocity of interaction in matter. Nuovo Cimento, 1967, **B50**, No. 1, 48—64.

718. K r a n y š M. Non-truncated relativistic Chernicov-Grad 13-moment equations as an approach to nonstationary thermodynamics. Phys. Lett., 1970, **33A**, No. 2, 77—78.

719. K r a n y š M. Kinetic derivation of nonstationary general relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1972, **B8**, No. 2, 417—441.

720. K r a n y š M. Phase and signal velocities of waves in dissipative media. Special relativistic theory. Arch. Ration Mech. and Anal., 1972, **48**, No. 4, 274—301.

721. K r e f e t z E. A variational principle governing the equilibrium of a uniformly rotating configuration in the past-Newtonian approximation. Astrophys. J., 1966, **143**, No. 3, 1004—1007.

722. K r i z a n J. E. Relativistic corrections in statistical mechanics for a system of charged particles. Doct. dis. Lehigh Univ., 1962, 77 pp. Ref. «Dissert. Abstrs.», 1963, **23**, No. 9, 3427.

723. K r i z a n J. E., H a v a s P. Relativistic corrections in the statistical mechanics of interacting particles. Phys. Rev., 1962, **128**, No. 1, 2916—2924.

724. K r o n e k e r E., S e e g e r A. Das Einstein Tensor in der Kontinuumsmechanik, Phys. Verhandl, 1959, No. 1—3, 10—11.

725. K r o t s c h e c k E. Syperfluidity in neutron matter. Z. Phys., 1972, **251**, No. 2, 135—140.

726. K r z y w o b l o c k i M. Z. v. Relativistic fluid dynamics in a non-vacuum regime. Int. J. Theor. Phys., 1969, **2**, No. 2, 161—187.

727. K r z y w o b i o c k i M. Z. v. Lorentz invariants in relativistic fluid dynamics and thermodynamics in non-vacuo. Astrophys. and Space. Sci., 1970, **9**, No. 2, 298—303.

728. K u c h a r K. Transformation of heat in relativistic thermodynamics. Acta Phys. Polon., 1969, **35**, No. 3, 331—357.

729. K u c h o w i c z B. General relativistic fluid spheres. III. A simultaneous solving of two equations. Acta Phys. Pol., 1970, **B1**, No. 4, 437—446.

730. K u c h o w i c z B. Radial pulsations and dynamical instability of relativistic spheres. Lett. Nuov. Cim., 1973, **7**, No. 9, 341—344.

731. K u l h a n e k J. On the hamiltonian formalism in spacetime. Nuov. Cimento, 1960, **16**, No. 6, 1092—1097.

732. K u r l a n d z k i J., R o g u l a D. Relativistic invariance and causality in the theory of continues media. Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Techn., 1971, **19**, No. 2, 91—99.

733. K u r s u n o g l u B. Relativistic plasma. Nucl. Fusion, 1961, **1**, 213.

734. L a m b e r m o n t J., L e b o n G. On a generalization of the Gibbs equation for heat conduction. Phys. Lett., 1973, **42A**, No. 7, 499—500.

735. L a m l a E. Über die Hydrodynamik des Relativitätsprinzip. Dissertation, Berlin, 1911.

736. L a m l a E. Über die Hydrodynamik des Relativitätsprinzip. Ann. der Physik, 1912, **37**, 772—796.

737. L a m o u r e u x-B r o u s s e L. Solides élastiques dans un espace-temps statique de la relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1969, **268**, No. 11, A625—A628.

738. L a m o u r e u x-B r o u s s e L. Mouvement perturbé oscillatoire

d'un solide relativiste. Ondes matérielles. C. r. Acad. Sci., 1971, 272, No. 21, A1425—A1428.

739. Landsberg P. T. Does a moving body appear cool? Nature, 1966, **212**, No. 5062, 571—572.

740. Landsberg. P. T. Special relativistic thermodynamics. Proc. Phys. Soc., 1966, **89**, No. **4**, 1007—1016.

741. Landsberg P. T. Does a moving body appear cool? Nature, 1967, **214**, No. 5091, 903—904.

742. Landsberg P. T. Thermodynamics inequalities in special relativity. Ann. Phys. (USA), 1972, **70**, No. 1, 1—9.

743. Landsberg P. T., Dunning-Davies J. Ideal relativistic Bose condensation. Phys. Rev., 1965, **138**, No. 4A, 1049—1052.

744. Landsberg P. T., Johns K. A. A relativistic generalization of thermodynamics. Nuovo Cimento, 1967, **B52**, No. 1, 28—44.

745. Landsberg P. T., Johns K. A. Energy flux from the 3 °K radiation. Nature, 1968, **220**, No. **5172**, 1120.

746. Landsberg P. T., Johns K. A. The problem of moving thermometers. Proc. Roy. Soc., 1968, **A306**, **No. 1487**, **477—486**.

747. Landsberg P. T., Johns K. A. Work and heat in special relativity. J. Phys. Soc. Japan, 1969, **26**, Suppl. 310—312. Discuss. 312.

748. Landsberg P. T., Johns K. A. Ensemble versus time average probabilities in relativistic statistical mechanics. Pure and Appl. Chem., 1970, **22**, No. 3-4, 487—492.

749. Landsberg P. T., Saslaw W. C., Haggett A. J. On the adiabatic expansion of a relativistic gas. Month. Notic. Roy. Astron. Soc., 1971, **154**, No. 3, P7—**P8**.

750. Lanlignel A. Théorie quantique relativiste des gaz parfaits de Fermi et de Bose. Acta Phys. Polon., 1968, **34**, No. 5, 895—912.

751. Laue M. V. Le Chatelier-Braunsches Prinzip und Relativitätstheorie. Z. Phys., 1954, **137**, No. 1, 113—116.

752. Leaf B. The continuum in special relativity. I. Phys. Rev., 1951, **84**, No. 2, 345—350.

753. Leaf B. The continuum in special relativity. II. Phys. Rev., 1953, **90**, No. 6, 1090—1101.

754. Lee E. P. Dynamical friction in the post-newtonian approximation of general relativity. Astrophys. J., 1969, 155, No. 2, part 1, 687—695.

755. Van Leeuwen W. A. On the relativistic kinetic theory of transport processes. I. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 2, 122—133.

756. Van Leeuwen W. A. On the relativistic kinetic theory of transport phenomena. IIa. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 2, 134—149.

757. Van Leeuwen W. A. On the relativistic kinetic theory of transport phenomena. IIb. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 2, 150—155.

758. Van Leeuwen W. A. On relativistic kinetic theory of transport phenomena. III. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 3, 269—275.

759. Van Leeuwen W. A. On the relativistic kinetic theory of transport phenomena. IV. Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 1971, **B74**, No. 3, 276—293.

760. Van Leeuwen W. A., de Groot S. R. On relativistic kinetic gas theory. IV. The linearized transport equation and its solu-

tion for a mixture of relativistic maxwellian molecules. Physica, 1971, **51**, No. 1, 1—15.

761. V a n L e e u w e n W. A., d e G r o o t S. R. On relativistic kinetic gas theory. V. The coefficient of heat conductivity and thermal diffusion for a binary mixture of relativistic maxwellian molecules. Physica, 1971, **51**, No. 1, 16—31.

762. V a n L e e u w e n W. A., d e G r o o t S. R. On relativistic gas theory. VI. The viscosity for a gas of maxwellian molecules. Physica, 1971, **51**, No. 1, 32.

763. V a n L e e u w e n W. A., d e G r o o t S. R. Transport coefficients of a neutrino gas. Lett. Nuovo. Cim., 1973, **6**, No. 12, 470—472.

764. V a n L e e u w e n W. A., K o x A. J., d e G r o o t S. R. Kinetic theory of transport coefficients of a relativistic binary mixture. Phys. Lett., 1974, **47A**, No. 1, 31—33.

765. V a n L e e u w e n W. A., P o l a k P. H., d e G r o o t S. R. Transport coefficients calculated by means of a relativistic extension of Enskog's method. Phys. Lett., 1971, **37A**, No. 4, 323—324.

766. V a n L e e u w e n W. A., P o l a k P. H., d e G r o o t S. R. On the relativistic kinetic gas theory. IX. Transport coefficients for systems of particles with arbitrary interaction. Physica, 1973, **63**, No. 1, 65—94.

767. L e r c h e I. Quasilinear theory of resonant diffusion in a magnetoactive, relativistic plasma. Phys. Fluids, 1968, **11**, No. 8, 1720—1727.

768. L e v y-L e b l o n d J. M. Relativistic system of particles in gravitational interaction. Phys. Rev., 1970, **1D**, No. 6, 1837—1840.

769. L i a n g E. P. T. Velocity-dominated singulirities in irrotational hydrodynamic cosmological models. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 3, 386—393.

770. L i a n i s G. The formulation of constitutive equations in continuum relativistic physics. Nuovo Cimento, 1970, **B66**, No. 2, 239—259.

771. L i a n i s G. The general form of constitutive equations in relativistic physics. Nuovo Cimento, 1973, **B14**, No. 1, 57—103.

772. L i a n i s G. Formulation and application of relativistic constitutive equations for deformable electromagnetic materials. Nuovo Cimento, 1973, **B16**, No. 1, 1—43.

773. L i a n i s G., B l a t z P. J. On the relativistic simple shear of a slab of neo-kookean material. Intern. J. Eng. Sci., 1969, **7**, 539—554.

774. L i a n i s G., R i v l i n R. S. Relativistic equations of balance in continuum mechanics. Arch. Ration. Mech. and Anal., 1972, **48**, No. 1, 64—82.

775. L i c h n e r o w i c z A. Sur un théorème d'hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1940, **211**, 117—119.

776. L i c h n e r o w i c z A. Sur l'invariant integral de l'hydrodynamique relativiste. Ann. Sci. École. Norm. Suppl. 3, 1941, **58**, No. 4, 285—304.

777. L i c h n e r o w i c z A. Sur les équations de l'hydrodynamique des fluides visqueux et la notion de fluide incompressible en relativité généralisée. C. r. Acad. Sci., 1944, **219**, 270—272.

778. L i c h n e r o w i c z A. Théorèmes d'existence et d'unicité pour un fluide thermodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 12, 3291—3295.

779. L i c h n e r o w i c z A. Étude mathématique des équation de la magnétohydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, 4449—4453.

780. L i c h n e r o w i c z A. Étude mathématique des fluides thermo-

dynamiques relativistes. Communs. Math. Phys., 1966, **1**, No. 5, 328—373.
781. L i c h n e r o w i c z A. Sur les ondes de choc en magnétohydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1966, **262**, 153—154.
782. L i c h n e r o w i c z A. Ondes de choc et hypotèses de compressibilité en magnétohydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1968, **266**, No. 17, A888—A893.
783. L i c h n e r o w i c z A. Ondes de choc et ondes en magnétohydrodynamique relativistes. «Colloq. internat. CNRS, Paris, 1967», 1969, No. 170, 25—41.
784. L i c h n e r o w i c z A. Magnétohydrodynamique relativiste et ondes de choc. «Actes Congr. int. mathématiciens, 1970, t. 3». Paris, 1971, 47—56.
785. L i c h n e r o w i c z A. Ondes de choc en magnétohydrodynamique relativistes. «Colloq. intern. CNRS», 1970, No. 184, 61—71.
786. L i c h n e r o w i c z A. Sur les ondes de choc gravitationnelles. C. r. Acad. Sci., 1971, **273**, No. 12, A528—A532.
787. L i c h n e r o w i c z A. Shock waves in relativistic magnetohydrodynamics. Гравитация. Киев, 1972, 147—156.
788. L i c h n e r o w i c z A. Ondes de choc gravitationnelles et électromagnétiques. C. r. Acad. Sci., 1973, **276**, No. 20, A1385—A1389.
789. L i c h n e r o w i c z A., M a r r o t R. Propriétés statistiques des ensembls de particules en relativite restreinte. C. r. Acad. Sci., 1940, **210**, p. 759—761.
790. L i n d h a r d J. Temperature in special relativity. Physica, 1968, **38**, No. 4, 635—640.
791. L i n d q u i s t R. W. Relativistic transport theory. Ann. Phys. (USA), 1966, **37**, No. 3, 487—518.
792. L o p u s z a n s k i J. Relativisierung der Theorie der stochastischen Prozesse. Acta Phys. Polon., 1953, 12, No. 2, 87—99.
793. D e L o r i n g h o v e n L. Équations de base d'un théorie de l'élasticité dans l'espace de Riemann et leur liaison avec les équations d'Einstein. C. r. Acad. Sci., 1966, **AB262**, No. 5, A219—A222.
794. D e L o r i n g h o v e n L. Les tenseurs de déformation et d'influence d'une théorie de l'élasticité dans l'espace de Riemann et les equation fondamentales d'une théorie généralisée des structures élastiques. C. r. Acad. Sci., 1968, **266**, No. 19, A1021—A1023.
795. L o z u p o n e V. Una forma dell'equazione del transporto di Boltzmann per particelle relativistiche. Ricerca scient., 1964, Parte 1964, **7**, No. 3, 683—694.
796. L u c q u i a n d J. C. Sur le hypothèses de compressibilité d'un fluide relativiste. C. r. Acad. Sci., 1970, **217**, No. 21, A1089—A1092.
797. L u i k o v A. V. Application of irreversible thermodynamical methods to investigations of heat and mass transfer. Int. J. Heat Mass Transfer., 1966, **8**, No. 2, 139—152.
798. L u k a č e v i č I. Sur le mouvement irrotationnel des fluides parfaits chargés en relativite générale. Publs. Inst. math., 1957, **7**, 51—54.
799. L u k a č e v i č I. Ondes d'Alfen et perturbations des tenseurs de courbure en relativité générale. «Матем. весн.», 1969, **6**, No. 4, 365—372.
800. L u k a č e v i č I. Chocs et ondes rotatoires de la magnétohydrodynamique relativieste. Ann. Inst. M. Poincaré, 1971, **A14**, No. 3, 219—248.

801. L u k e S. K., S z a m o s i G. On the general relativistic Boltzmann equation. Nuovo Cimento, 1970, **B70**, No. 1, 100—120.
802. M a d o r e J. The absorption of gravitational radiation by a dissipative fluid. Communs. Math. Phys., 1973, **30**, No. 4, 335—340.
803. M a h j o u b B. Étude des rayons associés aux ondes de compression d'un fluide relativiste conductuer de la chaleur d'apres le schèmes de Landau et Lifchitz. C. r. Acad. Sci., 1968, **267**, No. 18, A668—A671.
804. M a h j o u b B. Étude mathématique du systeme d'equations régissant l'évolution d'un fluide relativiste conducteur de chaleur. C. r. Acad. Sci., 1969, **268**, No. 23, A1440—A1442.
805. M a h j o u b B. Système d'évolution d'un fluide relativiste conducteur de chaleur. Ann. Inst. H. Poincaré, 1971, **A14**, No. 2, 113—137.
806. M a h j o u b B. Propriété des rayons associés aux ondes hydrodynamiques d'un fluide relativiste conducteur de chaleur. Ann. Inst. H. Poincaré, 1971, **A14**, No. 3, 205—218.
807. M a h j o u b B. Système d'évolution d'un fluide relativiste conducteur de chaleur d'apres le schéma d'Eckart. Ann. Inst. H. Poincaré, 1971, **15**, No. 12, 153—168.
808. M a n a s s a h J. T. Pion condensation and the Meisner effect in superdense neutron stars. Physic Letters., 1973, **45A**, No. 5, 375—376.
809. M a n n A., W e i n e r R. M. Superfluidity of hadromic Matter. Nuovo Cimento, 1972, **10A**, No. 4, 625—640.
810. M a r i e C. Sur l'éstablissement des équations de l'hydrodynamique des fluides relativistes dissipatifs. I. L'équation de Boltzmann relativiste. II. Méthodes de résolution approchée de l'équation de Boltzmann relativiste. Ann. Inst. H. Poincaré, 1969, **10A**, No. 1.
811. M a r c h a l R. Formules de transformation relativistes en thérmodynamique. Entropie, 1966, No. 10, 11—14.
812. M a r c h a l R. L'équation d'état des gaz parfaits et la formule de Mayer en rélativité restreinte. C. r. Acad. Sci., 1966, 263, No. 15, A529—A532.
813. M a r c h a l R. Sur les formules de transformation de la chaleur et de la température en relativité restreinte. C. r. Acad. Sci., 1966, **AB262**, No. 17, 982—984.
814. M a r c h a l R. Formules de transformation relativistes en thermodynamique. Entropie, 1967, No. 15, 9—12.
815. M a r l e Ch. Expression du tenseur d'impulsion-énergie d'un gaz visqueux conducteur de la chaleur en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 24, 6300—6302.
816. M a r l e Ch. Modèle cinétique pour l'établissement des lois de la conduction de la chaleur et de la viscosité en théorie de la relativité. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 25, 6539—6541.
817. M a r l e Ch. Modèle cinétique pour un gaz relativiste a deux constituants. C. r. Acad. Sci., 1966, **262**, No. 1, A100—A103.
818. M a r l e Ch. Relations entre deux descriptions macroscopiques d'un gaz relativiste visqueux conducteur de la chaleur. C. r. Acad. Sci., 1966, **262**, No. 25, A1431—A1433.
819. M a r l e Ch. Sur l'établissement des équations de l'hydrodynamique relativiste. Ann. Inst. H. Poincaré, 1969, **10**, 67—194.
820. M a s o n D. P. Infinite conductivity in general relativistic magnétohydrodynamics. J. Phys. A. Gen. Phys., 1972, **5A**, No. 10, L91—L92.

821. M a t h e w s W. G. The hydromagnetic free expansion of a relativistic gas. Astrophys. J., 1971, **165**, No. 1, part I, 147—164.
822. M a t z n e r R. A., M i s n e r C. W. Dissipative effects in the expansion of the Universe. I. Astrophys. J., 1972, 171, No. 3, 415—432.
823. M a t z n e r R. A. Dissipative effects in the expansion of the Universe. II. Component model for neutrino dissipation of anisotropy in the early universe. Astrophys. J., 1972, **171**, No. 3, 433—448.
824. M a u g i n G. Un modèle viscoélastique en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1971, **272**, No. 22, A1482—A1484.
825. M a u g i n G. Étude des deformations d'un milieu continu magnétiquement sature, employant la notion d'espace de Finsler. C. r. Acad. Sci., 1971, **273**, No. 11, A474—A476.
826. M a u g i n G. L'inégalité de Clausius-Duhem pour des milieux continus relativistes. C. r. Acad. Sci., 1971, **273**, No. 21, A1010—A1012.
827. M a u g i n G. Magnetized deformable media in general relativity. Ann. int. H. Poincaré, 1971, **A15**, No. 4, 275—302.
828. M a u g i n G. Sur la transformation de Clebsch et l'hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1972, **274**, No. 2, A218—A220.
829. M a u g i n G. Sur la transformation de Clebsch et la magnéto hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1972, **274**, No. 7, A602—A604.
830. M a u g i n G. Sur une possible définition du principle d'indifférence matérielle en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 4, A319—A322.
831. M a u g i n G. Sur quelques applications du principle d'indifférence matérielle en relativité. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 5, A349—A352.
832. M a u g i n G. Sur l'axiome du voisinage et la dépendence fonctionnelle des lois de comportement en mécanique relativiste des millieux continus. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 7, A405—A408.
833. M a u g i n G. Relativistic theory of magnetoelastic interactions. I. J. Phys. A: Gen. Phys., 1972, **5A**, No. 6, 786—802.
834. M a u g i n G. Relativistic theory of magnetoelastic interactions. II. Constitutive theory. J. Phys. A: Math., Nucl., and Gen. Phys., 1973, **6A**, No. 3, 306—321.
835. M a u g i n G. Harmonic oscillations of elastic continua and detection of gravitational waves. Gen. Relat. and Gravit., 1973, **4**, No. 3, 241—272.
836. M a u g i n G. Sur les notions de fluide visqueux, de solide élastique et de conduction de chaleur en relativité. C. r. Acad. Sci., 1973, **276**, No. 14, A1027—A1030.
837. M a u g i n G. Constitutive equations for heat conduction in general relativity. J. Phys. A: Math., Nucl. and Gen. Phys., 1974, **7**, No. 4, 465—484.
838. M a u g i n G. Sur le gradient relativiste de température. C. r. Acad. Sci., 1974, **278**, No. 3, A185—A188.
839. M a u g i n G., E r i n g e n A. C. Deformable magnetically saturated media. I. Field equations. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 2, 143—155.
840. M a u g i n G., E r i n g e n A. C. Deformable magnetically saturated media. II: Constitutive theory. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 9, 1334—1347.
841. M a u g i n G., E r i n g e n A. C. Polarized elastic materials

with electronic spin — a relativistic approach. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 11, 1777—1788.
842. Maugin G., Eringen A. C. Relativistic continua with directors. J. Math. Phys., 1972, **13**, No. 11, 1788—1797.
843. Marx G. Relativistikus hidrodinamika. Maguar fiz. folyóirat., 1957, 5, No. 2, 91—104.
844. McIntosh C. B. G. Cosmological models with n-fluids. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, **4**, No. 1, 141—142.
845. McKee C. R., Colgate S. A. Relativistic shock hydrodynamics. Astrophys. J., 1973, **181**, No. 3, 903—938.
846. Merches I. Equations of conservation in relativistic magnetohydrodynamics. Ann. Sti. Univ. Iasi., 1971, sec. 1b, **17**, No. 1, 1—6.
847. Merches I. Maxwell's equations in relativistic magnetohydrodynamics. Phys. Letters, 1971, **A34**, No. 2, 132.
848. Mulkutat E. Zur Instabilitäts des Universums: Eine Bemerkung zur Boltzmann-Statistik un expandierenden sphärischen Weltmodel. Astron. Machr., 1938, **266**, 41.
849. Misner Ch. W. Neutrino viscosity and the isotropy of primordial blackbody radiation. Phys. Rev. Lett., 1967, **19**, No. 9, 533—535.
850. Misner Ch. W. Transport processes in the primordial fireball. Nature, 1967, **214**, No. 5083, 40—41.
851. Misner Ch. W. Relativistic fluids in cosmology. «Colloq. internat. CNRS. Paris, 1967», 1969, No. **170**, 155—157.
852. Misra P., Roy K. C. Dielectric function of generate plasma at relativistic temperature. Indian J. Phys., 1970, **44**, No. 7, 399—404.
853. Møller C. Relativistic thermodynamics (A strange incident in the hystory of physics). Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. Selskab., 1967, **36**, No. 1.
854. Møller C. Gibbs statistical mechanics in the theory of relativity. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. Selskab, 1968, **36**, No. 16.
855. Møller C. Thermodynamics in the theory of relativity. Wiss. Z. F.-Schiller Univ. Jena. Math.-naturwiss. Reihe, 1968, **17**, No. 2, 191—193.
856. Møller C. The thermodynamical potentiales in the theory of relativity and their statistical interpretation. Mat.-fys. medd. Kgl. danske Vid. selskab, 1969, **37**, No. 4.
857. Møller C. Force and work in the theory of relativity. Phys. norv., 1971, 5, No. 3-4, 297—302.
858. Müller I. Toward relativistic thermodynamics. Arch. Ration. Mech. and Analysis, 1960, **34**, No. 4, 259—282.
859. Müller I. A new systematic approach to non-equilibrium thermodynamics. Pure and Appl. Chem., 1970, **22**, No. 3-4, 335—342.
860. Munn M. W. A variational principle for magnetoelastic rotating stars in general relativity. Astrophys. J., 1973, **181**, No. 3, 957—976.
861. Nakajima S. On relativistic statistical thermodynamics. Techn. Rept. ISSR, 1968, **A**, No. 333.
862. Nariai H. Hydrodynamical equations for a collapsing object with spherical symmetry in terms of the scalar-tensor theory of gravity. Prog. Theor. Phys., 1972, **47**, No. 3, 832—844.
863. Nariboli G. A. Alfven wave in relativistic gas. Tensor, 1969, No. 2, 161—166.
864. Navez J. Note sur les oscillations radiales du modèle com-

pressible homogène relativiste. Bull. Soc. Roy., Sci. Liège, 1966, **35**, No. 11-12, 711—726.

865. Newburgh R. G. Remarks on the comments of Prof. Arzeliés. Nuovo Cimento, 1969, **61B**, No. 2, 208.

866. Neugebauer G. Für relativistischen Thermodynamik irreversibler Prozesse in ponderablen Stoffen. Wiss. Z. Friedrich-Schiller-Univ., Jena. Math.-naturwiss Reihe, 1964, **13**, No. 2, 209—212.

867. Neugebauer G. Zu den Grundbeziehungen der allgemeinrelativistischen Thermodynamik. Wiss Z. Friedrich-Schiller-Univ.-Jena. Math.-naturwiss, Reihe, 1966, **15**, No. 1, 161—165.

868. Neugebauer G., Strobel H. Der Einfluβ isotroper irreversibler Prozesse auf das Friedmansche kosmologische Modell. Wiss Z. Friedrich-Schiller-Univ.-Jena, Math.-naturwiss, Reihe 1969, **18**, No. 1, 175—180.

869. Ni Wei-Tou. Theoretical frame works for testing relativistic gravity. IV. A compendium of metric theories of gravity and their post-Newtonian limits. Astrophys. J., 1972, **176**, No. 3, 769—796.

870. Ni Wei-Tou. Relativistic stellar stability: an emperical approach. Astrophys. J., 1973, **181**, No. 3, 939—956.

871. Nightingale J. D. Independent investigations concerning bulk viscosity in relativistic homogeneous isotropic cosmologies. Astrophys. J., 1973, **185**, No. 1, 105—114.

872. Nitsch J. First and zero sound in neutron matter. Z. Physik, 1972, **251**, No. 2, 141—151.

873. Noerdlinger P. D. A moving body must «appear» cool. Nature, 1967, **213**, No. 5081, 1117—1118.

874. Nordtvedt K., Jr. Post-Newtonian metric for a general class of scalar-tensor gravitational theories and observational consequences. Astrophys. J., 1970, **161**, No. 3, 1059—1067.

875. Nutku Y. The post-Newtonian equations of hydrodynamics in the Brans-Dicke theory. Astrophys. J., 1969, **155**, No. 3, part I, 999—1007.

876. Occhionero F. Normal radial vibrations in dead-cold, fully generate stars and the general-relativistic dynamical instability. Atti Accad. naz. Lincei. Mem. Cl. Sci. Fis., Mat e hatur., 1968 (1969), ser. 1, **9**, No. 4, 105—131.

877. Occhionero F., Demianski M. Electric fields in rotating magnetic relativistic stars. Phys. Rev. Lett., 1969, **23**, No. 19, 1128—1130.

878. Ogura K. Extension d'un théoreme de Liouville an champ de gravitation. C. r. Acad. Sci., 1921, **173**, 766.

879. Oldroyd J. G. Equations of state of continuous matter in general relativity. Proc. Roy. Soc., 1970, **A316**, No. 1524, 1—28.

880. Olson D. W., Sachs R. K. The production of vorticity an expanding, self-gravitating fluid. Astrophys. J., 1973, **185**, No. 1, 91—104.

881. Østgaard. Neutron star matter superfluidity and superconductivity. Z. Physik, 1971, **243**, No. 1, 79—91.

882. Ott H. Lorentz-Transformation der Wärme und der Temperatur. Z. Physik, 1963, **175**, No. 1, 70—104.

883. Pachner J., Teshima R. A method for numerical integration of time-dependent Einstein equations. Canad. J. Phys., 1973, **51**, No. 7, 743—750.

884. P a c h n e r J. Rotating incoherent matter in general relativity. Canad. J. Phys., 1973, **51**, No. 4, 477—490.

885. P a l m e r R. G., T o s a t t i E., A n d e r s o n P. W. Are neutron star cores pion condensates or quantum crystals? Nature Phys. Sci., 1973, **245**, No. 147, 119—120.

886. P a r i z e t J. Étude géométrique des discontinuités en relativité générale. Application au schéma fluid parfait. C. r. Acad. Sci., 1963, **256**, No. 25, 5287—5290.

887. P a r i z e t J. Contribution à l'étude des ondes et ondes de choc en relativité générale. Ann. Scient. Univ. Besancon. Mec. et phys. theor., 1965, No. 5, 3—63.

888. P a r i z e t J. Contribution à l'étude des ondes et des ondes de choc en relativité générale. Thèse Doct. Sci. math. Fac. Sci. Univ. Paris, 1965.

889. P a p a p e t r o u A. Ondes de choc et symétric sphérique en relativité générale. C. r. Scad. Sci., 1963, **257**, No. 18, 2616—2619.

890. P a p a p e t r o u A., T r e d e r H. Shock waves in general relativity. Recent developm. gen. relativity. Warszawa, 1967, 351—360.

891. P a p i n i G. Superconducting and normal matels in a time-dependent gravitational field. Lett. Nuovo Cimento, 1970, **4**, No. 14, 663—666.

892. P a p i n i G., M i k e t i n a c M. J. On a fully covariant theory of charged superfluids. Lett. Nuovo Cimento, 1972, **5**, No. 15, 981—984.

893. P a s q u a M. Alcune soluzioni a simmetria cilindrica della equazione relativistica di Navier-Stokes. Atti. Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. fis., mat. e natur., 1972 (1973), **53**, No. 1-2, 127—132.

894. P a t h r i a R. K. A note on the (relativistic) statistical mechanics of an assembly in mass-motion. Proc. Nat. Inst. Sci., India, 1955, **A21**, No. 5, 331—337.

895. P a t h r i a R. K. On the (relativistic) statistical thermodynamics of an assembly in mass-motion. Proc. Nat. Inst. Sci., India, 1957, **A23**, No. 3, 168—177.

896. P a t h r i a R. K. Lorentz transformation of thermodynamic quantaties. Proc. Phys. Soc., 1966, **88**, No. 4, 791—799.

897. P a t h r i a R. K. Lorentz transformation of thermodynamic quantaties. II. Proc. Phys. Soc., 1967, **91**, No. 1, 1—17.

898. P e a r s o n J. M., S a u n i e r G. Nuclean ferromagnetism in neutron stars calculated with relativistic forces. Phys. Rev. Lett., 1970, **24**, No. 7, 325—327.

899. P e c k C. C., M e e c h a m W. C. Relativistic isotropic turbulence. Bull. Am. Phys. Soc., 1958 (2), **3**, No. 28, 361.

900. P e g o r a r o F. On the SO(3)×SO(3) symmetry in hydrodynamical problems. Atti della Accad. Naz. de Lincei Rendiconti, 1971, **70**, No. 1, 73—79.

901. P e n n S. Comment on «Thermodynamics and classical relativity». Am. J. Phys., 1967, 35, No. 8, 780.

902. P e n n e y R. Note on relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1966, **A43**, No. 4, 911—918.

903. P e r r i n H. Sur une classe de solutions des équations de l'hydrodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1968, **266**, No. 17, A894—A896.

904. P e r r i n H. Ondes simples en magnétohydrodynamiques relativistes. C. r. Acad. Sci., 1968, **267**, No. 1, A53—A56.

905. P e t i t J.-P. Une méthode de résolution de l'équation de Vlasov. Application à une théorie globale, non-linéaire, de la rotation

galactique et de la structure spirale galactique. C. r. Acad. Sci., 1972, **275**, No. 20, B755—B758.

906. Pfarr J. Magnetic properties of neutron matter. Z. Physik, 1972, 251, No. 2, 152—158.

907. Pham Mau Quan. Thermodynamique d'un fluide relativiste. Sémin théor. phys. (Semin L. de Broglie). Fac. sci. Paris, 1954/1955, **24**, No. 3, 1—19.

908. Pham Mau Quan. Thermodynamique d'un fluide relativiste. C. r. Acad. Sci., 1953, **236**, No. 24, 2299—2301.

909. Pham Mau Quan. Le problème de Cauchy pour un fluide parfait thermodynamique. C. r. Acad. Sci., 1953, **237**, No. 1, 22—24.

910. Pham Mau Quan. Mouvements permanents d'un fluide parfait thermodynamique. C. r. Acad. Sci., 1954, **238**, No. 3, 324—327.

911. Pham Mau Quan. Les équations du champ pour un schéma fluidechamp électromagnétique. C. r. Acad. Sci., 1955, **240**, No. 6, 598—600.

912. Pham Mau Quan. Le problème de Cauchy relatif à un schéma fluide-champ électromagnétique. C. r. Acad. Sci., 1955, **240**, No. 7, 733—735.

913. Pham Mau Quan. Sur une théorie relativiste de fluides thermodynamique. Ann. mat. pura ed appl., 1955, **38**, 121—204.

914. Pham Mau Quan. Étude électromagnétique et thermodynamique d'un fluide relativiste chargé. J. Rational mech. and analysis., 1956, **5**, No. 3, 473—538.

915. Pham Mau Quan. Inductions électromagnétiques en relativité générale. Arch. Rat. Mech. Anal., 1957, **1**, 54—79.

916. Pham Mau Quan. Thermodynamique d'un fluide relativiste. Atti sesto congr. unione mat. ital., Tenuto Napoli, 11-16 sett., 1959. Roma, Cremonese, 1960, 445—447.

917. Pham Mau Quan. Thermodynamique d'un fluide relativiste. Boll. Unione mat. ital., 1960, **15**, No. 2, 105—118.

918. Pham Mau Quan. Magnétohydrodynamique relativiste. Ann. Inst. H. Poincaré, 1965, **2**, 151—165.

919. Pham Mau Quan. Thermodynamique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1965, **261**, No. 16, 3049—3052.

920. Pham Mau Quan. Aspect géométrique de l'équation de Boltzmann relativiste. C. r. Acad. Sci., 1966, **263**, No. 2, A106—A109.

921. Pham Mau Quan. Fluides chargés de conductivité finie. Colloq. intern CNRS, 1967. Paris, 1969, No. 170, 117—129.

922. Pham Mau Quan. Sur les équations des fluides chargés inductifs en relativité générale. Rend. mat., 1969, **2**, No. 1-2, 197—233.

923. Pham Mau Quan. Ondes et discontinuites en magnétohydrodynamique relativiste. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 45—59.

924. Pichon G. Les variétés caractéristiques des fluides visqueux en relativité générale. C. r. Acad. Sci., 1963, **256**, 1675—1677.

925. Pichon G. Étude relativiste des fluides visqueux et chargés. Ann. Inst. H. Poincaré, 1965, **7**, 21—85.

926. Pichon G. Les ondes élastiques dans les milieux chargés. C. r. Acad. Sci., 1965, **260**, No. 12, 3299—3302.

927. Pichon G. Théorèmes d'existence pour les équations de milieux élastique isotropes. C. r. Acad. Sci., 1965, **261**, No. 23, 4999—5002.

928. Pichon G. Théorèmes d'existence pour les équations de milieux élastiques. J. Math. pures et appl., 1966, **45**, No. 4, 395—409.

929. Pichon G. Sur l'opérateur intégral de l'équation de Boltz-

mann relativiste linéarisée. C. r. Acad. Sci., 1969, **269,** No. 25, A1233—A1235.
930. Pichon G. Problème de Cauchy pour l'équation de Boltzmann relativiste linéarisée. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 135—144.
931. Pichon G. Problèmes mathématiques de l'équation Boltzmann relativiste. Communs. Math. Phys., 1970, **19,** No. 3, 189—203.
932. Piña E., Balescu R. Some aspects of relativistic statistical mechanics. Acta phys. austriaca., 1968, **28,** No. 3-4, 309—319.
933. Planck M. Zur Dynamik bewegter systeme. Ann. der Phys., 1908, **26,** 1.
934. Pines D., Shaham J. Microquakes and macroquakes on neutron stars. Nature Phys. Sci., 1972, **235,** No. 55, 43—49.
935. Polak P. H., van Leeuwen W. A., de Groot S. R. On relativistic kinetic gas theory. X. Transport coefficients in the intermediate relativistic regime. Values for special models. Physica, 1973, **66,** No. 3, 455—473.
936. Power E. A., Wheeler J. A. Thermal Geons. Rev. Mod. Phys., 1957, **29,** 480.
937. Prentice A. J. R. Dispersion relations in relativistic Vlasov plasmes. Phys. Fluides, 1968, **11,** No. 5, 1036—1044.
938. Racine Ch. Le problème relativiste d'une masse en rotation. C. r. Acad. Sci., 1963, **257,** No. 15, 2081—2082.
939. Ramirez G. A. A relativistic theory for viscoelastic solids. Doc. diss. Purdue Univ., 1966, 180 pp. Diss. Abstr., 1967, **B27,** No. 7, 2387.
940. Ramirez G. A., Lianis G. Relativistic kinematics of deformable continua. Acta mech., 1968, **6,** No. 4, 326—343.
941. Ramirez G. A., Lianis G. Relativistic kinematics of deformable continua. II. Acta mech., 1969, **7,** No. 1, 58—71.
942. Ray J. R. A note on the Lagrangian density for fluid systems in general relativity. Acta Phys. Polon., 1966, **30,** No. 3, 481—484.
943. Ray J. R. Lagrangian density for perfect fluids in general relativity. J. Math. Phys., 1972, **13,** No. 10, 1451—1453.
944. Ray J. R. A note on the Lagrangian density for fluid systems in general relativity. Acta Phys. Polon., 1973, **B4,** No. 1, 151—152.
945. Rayner C. B. Elasticity in general relativity. Proc. Roy. Soc., 1963, **A272,** No. 1348, 44—53.
946. Redding J. L. Temperature of a moving body. Nature, 1967, **215,** No. 5106, 1160—1161.
947. Revzen M. Gauge-invariant statistical physics. Phys. Rev. Lett., 1969, 22, N.o 23, 1239—1240.
948. Richardson R. W. Ginsburg-Landau theory of anisotropic superfluid neutron-star matter. Phys. Rev., 1972, **5D,** No. 8, 1883—1896.
949. Robertson H. P. The geometries of the thermal and gravitational fields. Amer. Math. Mounthly, 1950, **57,** No. 4, 232—245.
950. Robinson D. C., Winicour J. Energy of gravitational shock waves. J. Math. Phys., 1972, **13,** No. 9, 1435—1441.
951. Rogula D. Variational principle for material coordinates as dependent variables. Applications in relativistic continuum mechanics. Bull. Acad. pol. sci., Ser. sci. techn., 1970, **18,** No. 10, 781—785.
952. Röhrlich F. True and apparent transformations classical electrons and relativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1966, **B45,** No. 1, 76—83.

953. R o m a n o A. Sul gradiente relativito di deformazione in relatività generale. Rend. Accad. Sci. fis. e mat. Soc. naz. sci. lett. ed arti Napoli, 1969 (1970), 336—347.
954. R o t h R. Sur les fluides parfaits thermodynamiques en relativité générale. C. R. Acad. Sci., 1970, **270,** No. 19, A1297—A1300.
955. R o t h e n F. Application de la théorie relativiste des phénomènes irrersibles à la phénoménologie de la superconductivité. Helv. Phys. Acta, 1968, **41,** No. 5, 591—606.
956. R o y D. A. A special solution in viscous fluid motion. The minuteo of proceedings. Royal Irech. Acad., 9 May, 1960.
957. R o y S. R., S i n g h P. N. A non-static elastic fluid distribution conformal to flat-space time. J. Phys. A: Math, Nucl. and Genen., 1974, 7A, No. 4, 452—454.
958. R u d e r m a n M. A. Crystalization and torsional oscillations of superdense stars. Nature, 1968, **218,** No. 5147, 1128—1129.
959. R u d e r m a n M. A. Neutron starquakes and pulsar periods. Nature, 1969, **223,** No. 5206, 597—598.
960. R u d e r m a n M. A. Superdense matter in stars. J. Phys., 1969, **30,** No. 11-12, Suppl., 152—160.
961. R u d e r m a n M. A., S u t h e r l a n d P. G. Possible origin of magnetic fields in neutron stars and magnetic white dwarfs. Nature Phys. Sci., 1973, **246,** No. 154, 93.
962. S a i n i G. L. Method of characteristic for self-gravitating anisentropic relativistics compressible fluides. J. Math. and Mech., 1961, **10,** No. 2, 223—231.
963. S a k a i K. On the increase in entrophy in an expanding unverse. Prog. Theor. Phys., 1971, **46,** No. 4, 1292—12293.
964. D e S a l e s L. A. C. L'invariance relativiste de l'entropie et la loi de transformation de la chaleur. Port. Phys., 1973, **8,** No. 3-4, 191—197.
965. S a l i é N. Bestimmung des relativistischen Energie-impulstensors eines Cosseratkontinuums durch Mitteilung über ein System sich starr bewegen der Teilchen. Wiss Z. F.-Schitler Univ. Jena. Math. natur. R., 1972, **21,** No. 1, 77—84.
966. S a l p e t e r E. E. Solid state astrophysics. Methods and problems of theoretical physics, Amsterdam, 1970, 75—82.
967. S a l t D. Action principles for elastic solid and the perfect liquid in general relativity. T. Phys. A. Gen. Phys., 1971, **4A,** No. 4, 501—507.
968. S a l z m a n G., T a u b A. H. Born-type rigid motion in relativity. Phys. Rev., 1954, **95,** No. 6, 1659—1669.
969. S a r m a S i p r a S e n. The propagation of relativistic thermomagnetoelastic waves. Pure and Appl. Geophys., 1971, **86,** No. 3, 28—35.
970. S a s l a w W. C. Gravithermodynamics. III. Phenomenological non-equilibrium theory and finite-time fluctuations. Mon. Not. R. astr. Soc., 1970, **147,** No. 3, 253—278 [I, II, 1968, **141,** 1; 1969, **143,** 437].
971. S a u t e r F. Zur Lorentz-Invarianten Formulierung der Kanonischen Beweguns gleichungen in der Punctmechanik. Z. Phys., 1959, **156,** 275—286.
972. S c a r g l e J. D. On relativistic magnetohydrodynamics. Astrophys. J., **151,** No. 2, 791—795.
973. S c h e i d e g g e r A. E., K r o t k o v R. V. Relativistic statistical thermodynamics. Phys. Rev., 1953, **89,** No. 5, 1096—1100.

974. S c h e u r e r P. B. Structure relativiste et quantique de la thermodynamique. C. r. Séances Soc. Phys. et hist natur. Génève, 1972 (1973), **7**, No. 2-3, 89—96.
975. S c h e y H. M. Expanding wave-fronts in special relativity: a computer-generated film. Am. J. Phys., 1969, **37**, 514—519.
976. S c h i f f D. Crystallization density of cold dense neutron matter. Nature Phys. Sci., 1973, **243**, No. 130, 130—133.
977. S c h l o m k a T. Zur relativistischen Energetik und Thermodynamik. Physik Verhandl., 1952, 44.
978. S c h l o m k a T. Zur Lorentzinvariant der Wärme und der absoluten Temperatur. Physik Verhandl., 1953, No. 4, 161.
979. S c h l o m k a T. Zur Lorentzinvariant jeder nicht-kinetischen vollstandigen Energieart. Phys. Verhandl., 1954, 55.
980. S c h m i d L. A. Relativistic isentropic flow of electron gas. Bull. Am. Phys. Soc., 1965, **10**.
981. S c h m i d L. A. Scalar formulation of ideal charged gas flow. Phys. Fluids, 1966, **9**, No. 1, 102.
982. S c h m i d L. A. Heat transfer in relativistic charged fluid flow. Nuovo Cimento, 1967, **47B**, No. 1, 1.
983. S c h m i d L. A. Larmor and Helmholtz theorems of relativistic charged fluid flow. Nuovo Cimento, 1967, **B52**, No. 2, 288—312.
984. S c h m i d L. A. Hamilton-Jacobi equation for relativistic charged fluid flow. Nuovo Cimento, 1967, **52B**, 313—337.
985. S c h m i d L. A. Variational formulation of relativistic fluid thermodynamics. Pure and Appl. Chem., 1970, **22**, No. 3-4, 493—500.
986. S c h m u t z e r E. Zu den Grundlagen der allgemein relativistischen Kontinuumsmechanik und Termodynamik. Ann. Phys. (DDR), 1964, **14**, No. 1-2, 56—70.
987. S c h m u t z e r E. Schéma der relativistischen Termodynamik. Wiss. Z. Univ. Rostock. Math.-naturwiss. Reihe, 1965, **14**, No. 3-4, 325—328.
988. S c h m u t z e r E. Zur Mechanik zweier Punktladungen bei Berücksichtigung der Retardierung. Z. Naturforschung, 1965, **20a**, No. 5, 647—649.
989. S c h m u t z e r E. Über einige Grundbegriffe der allgemein-relativistischen Kontinuumsmechanik und ihre Bedeutung für grundsätzliche Deutungsfragen der Allgemeinen Relativitätstheorie. Wiss. Z. F.-Schiller. Univ. Jena Math.-natur.Reihe, 1968, **17**, No. 2, 199—203.
990. S c h ö p f H. G. Das Haupsachsenproblem des Energie-Impulstensor und seine Physucalische Bedeutung. Wiss. Z. E. M. Arndt-Univ. Greifwald, 1956—1957, **6**, No. 3-4, 217—222.
991. S c h ö p f H. G. Zur Relativitätstheorie der Dielektrika. Ann. Phys., 1962, **9**, No. 5-6, 301—312.
992. S c h ö p f H. G. Variationsprinzipien für konservative Systeme in der relativischen Kontinuumsmechanik. Ann. Univ. Scient. Budapest, sec. geol., 1963 (1964), **7**, 47—51.
993. S c h ö p f H. G. Algemein relativistischen Prinzipien der Kontinuumsmechanik. Ann. der Phys., 1964, **12**, No. 7-8, 377—395.
994. S c h ö p f H. G. Bewegte anisotrope Dielektrika in relativistische Sicht. Ann. Phys. (DDR), 1964, **13**, No. 1-2, 41—52.
995. S c h ö p f H. G. Beitrage zur allgemeinen Relativitätstheorie der phänamenologischen Materie. Ann. Phys. (DDR), 1964, **13**, No. 1-2, 95—96.

996. S c h ö p f H. G. Die Lagrangeschen Koordinaten als Feldvariable in der allgemeinen relativistischen Kontinuumsmechanik. Ann der Phys., 1964, **14,** 121—124.
997. S c h ö p f H. G. Clebsch-Transformation in der allgemeinen Relativitätstheorie. Acta phys. Acad. Scient. Hung., 1964, **17,** No. 1-2, 41—55.
998. S c h ö p f H. G. Вариационный принцип для консервативных систем в релятивистской механике континуумов (венгр.). Fiz. Szemle, 1964, **14,** No. 1, 26—27.
999. S c h ö p f H. G. Elastische Stosswellen im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie. Ann. der Physik., 1965, **15,** 348—356.
1000. S c h ö p f H. G. Grundbergriffe der allgemein relativistischen Magnetohydrodynamik für ideale Leiter. Ann. Phys. (DDR), 1965, **16,** No. 3-4, 114—121.
1001. S c h ö p f H. G. Four-dimensional covariant kinematics of continuous matter. Sitz. Ber. D. A. W. Berlin, Kl. Math. u. Techn., 1967, Heft 3.
1002. S c h u c k i n g E. L., S p i e g e l F. A. Thermodynamics and cosmology. Comment Astrophys. and Space Phys., 1970, **2,** No. 3, 121—125.
1003. S c h u t z B. F., J r. Perfect fluid in general relativity: velocity potentials and a variational principle. Phys. Rev., 1970, **2D,** No. 12, 2762—2773.
1004. S c h u t z B. F. Hamiltonian theory of a relativistic perfect fluid. Phys. Rev., 1971, **4D,** No. 12, 3559—3566.
1005. S c h w a b l F. Hydrodynamische Anregungen des Ferromagnete. Acta phys. austr., 1970, **32,** No. 1, 11—34.
1006. S e d r a k i a n D. M. Battery effects in neutron stars. Nature, 1970, **228,** No. 5276, 1074—1076.
1007. S e g u n F. H. A post-Newtonian study of differentially rotating polytropes. Astrophys. J., 1973, **179,** No. 1, 289—308.
1008. S e l i g e r R. L., W h i t h a m G. B. Variational principles in continuum mechanics. Proc. Roy. Soc., 1968, **A305,** No. 1480, 1—25.
1009. S h i k i n I. S. Relativistic effects for magnetohydrodynamics waves. Ann. Inst. H. Poincaré, 1969, **A11,** No. 4, 343—372.
1010. S h i k i n I. S. Relativistic effects for magnetohydrodynamics waves. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 93—122.
1011. S i g n o r e M. Sur les condition supplémentaires en théorie cinétique relativiste. C. r. Acad. Sci., 1972, **274,** No. 14, A1131—1134.
1012. S i m o n s S. On the differential equation for heat conduction. Transp. Theory and statist. Phys., 1972, **2,** No. 2, 117—128.
1013. S ö d e r h o l m L. The transformation properties of momentum and energy of the heat supplied to an elastic system in a process according to special rellativistic thermodynamics. Nuovo Cimento, 1968, **B57,** No. 1, 173—182.
1014. S ö d e r h o l m L. A principle of objectivity for relativistic continuum mechanics. Archive Rat. Mech. Analysis, 1970, **39,** No. 2, 89—107.
1015. S ö d e r h o l m L. Some remarks on relativistic thermodynamics. Phys. Scr., 1970, **2,** No. 45, 139—144.
1016. S ö d e r h o l m L. On relativistic motions isometric with respect to a particle. Phys. scr., 1971, **4,** No. 1-2, 7—10.
1017. S o u r i a u J.-M. Definition covariante des équilibres thermodynamiques. Nuovo Cimento Suppl., 1960, **4,** No. 1, 203—216.

1018. Spyrou N., Dionysiou D. Post-Newtonian integrals of motion. Astrophys. J., 1973, **183**, No. 1, 265—274.
1019. Staruszkiewicz A. Relativistic transformation laws for thermodynamical variables with application to the classical electron theory. Nuovo Cimento, 1966, **A45**, No. 3, 684—688.
1020. Staruszkiewicz A. Relativistic transformation of thermodynamical quantaties. Acta Phys. Polon., 1966, **29**, No. 2, 249—251.
1021. Stewart J. M., Ellis G. F. R. Solution of Einstein's equations for a fluid which exibit local rotational symmetry. J. Math. Phys., 1968, **9**, No. 7, 1072—1082.
1022. Ströbel H. Innere Kugelsymmetrische Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen mit Wärmestrom. Wiss. Zeitschr. F. Schiller Univ. Jena. Mat.-natur. Reihe, 1968, **17**, No. 2, 195—198.
1023. Ströbel H. Phänomenologischen Anzätze der allgemein relativistischen Thermodynamik mit Berücksichtigung von Relaxationserschenungen. Wiss. Z. Friedricr Schiller-Univ. Jena. Math.-natur. Reihe, 1969, **18**, No. 1, 205—208.
1024. Stueckelberg E. C. G. Thermodynamique dans un continu, riemannien par domines et théorème sur le nombre de dimensions ($d \leqslant 3$) de l'espace. Helv. Phys. Acta, 1953, **26**, No. 3-4, 417—420.
1025. Stueckelberg E. C. G. Thermodynamics, relativity and sound velocity. Helv. Phys. Acta, 1962, **35**, 324—326.
1026. Stueckelberg E. C. G. Relativistic thermodynamics. III. Velocity of elastic waves and related problems. Helv. phys. acta. 1962, **35**, No. 7-8, 568—591.
1027. Stueckelberg E. C. G., Wanders G. Thermodinamique en relativité générale. Helv. phys. acta, 1953, **26**, No. 3-4, 307—316.
1028. Stuetzer O. M. Magnetohydrodynamics and electrohydrodynamics. Physics of Fluids, 1962, **5**, No. 5, 534—544.
1029. Sudbury A. W. A necessary and sufficient condition for the collisionless stability of a stellar system in the post-Newtonian approximation. Month. Notic. Roy. Astron. Soc., 1970, **147**, No. 2, 187—199.
1030. Suhonen E. On the energy transfer by material particles and radiation in a general relativistic gas. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab., 1968, **36**, No. 13, 22.
1031. Suhonen E. Conductive transfer in relativistic medium. Ann. Acad. Sci. Fennicae, 1971, A, v. VI, No. 356.
1032. Suryanarayan E. R. On the geometry of the vorticity tensor and the vorticity vector in the relativistic hydrodynamics. Am. Math. Soc., 1961, **8**, No. 5, 424.
1033. Suryanarayan E. R. The geometry of fluid flow in relativity. Diss. Abstr., 1962, **22**, No. 7, 2409.
1034. Sutcliffe W. G. Lorentz transformations of thermodynamique quantaties. Nuovo Cimento, 1965, **39**, No. 2, 683.
1035. Synge J. L. The energy tensor of a continuous medium. Trans. Roy. Soc. Canada, 1934, III, **28**, 127—171.
1036. Synge J. L. Relativistic hydrodynamics. Proc. London Math. Soc., 1937, **43**, 376—416.
1037. Synge J. L. Relativistically rigid surfaces. Studies Math. and Mech. New York, Acad. Press, Inc., 1954, 217—226.
1038. Synge J. L. A theory of elasticity in general relativity. Math. Zts., 1959, **72**, 82—87.

1039. S y n g e J. L. A theory of elasticity in general relativity. Phys. Abstr., 1960, **63,** No. 748, 349.
1040. S y n g e J. L. The escape of photons from gravitationally intense stars. Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 1966, **131**, No. 4, 463—466.
1041. S y n g e J. L. Riemannian metric in Gibbsian phase-space. Proc. Roy. Soc., 1970, **A319,** No. 1538, 307—317.
1042. S z a m o s i G. Variational principle in thermodynamics. Found. Phys., 1973, **3,** No. 2, 241—246.
1043. T a b e n s k y R., T a u b A. H. Plane symmetric self-gravitating fluids with pressure equal to energy density. Comm. math. Phys., 1973, **29,** No. 1, 61—77.
1044. T a f f L. G. A relativistic transformation for temperature. Phys. Lett., 1968, **A27,** No. 9, 605—606.
1045. T a k a b a y a s i T. Relativistic hydrodynamics equivalent to the Dirac equation. Prog. Theor. Phys., 1955, **13,** No. 2, 222—224.
1046. T a k a b a y a s i T. Relativistic hydrodynamics of the Dirac matter. I. General theory. Suppl. Progr. Theoret. Phys., 1957, No. **4,** 80.
1047. T a k a b a y a s i T. On general theory of relativistic hydrodynamics with intrinsic angular momentum. Сорюсирон КЭНКЮ, 1957, **14,** No. 3, 304—319.
1048. T a k a t s u k a T. Superfluid state in neutron star matter. III. Tensor coupling effect in $3P_2$ energy gap. Prog. Theor. Phys., 1972, **47,** No. 3, 1062—1064.
1049. T a k a t s u k a T. Energy gap in neutron star matter. Prog. Theor. Phys., 1972, **48,** No. 5, 1517—1533.
1050. T a m K.-K. Relativistic scalar hydrodynamics. Canad. J. Phys., 1967, **45,** No. 3, 1415—1417.
1051. T a m K.-K. On the thermodynamics of a relativistic scalar fluid. Canad. J. Phys., 1968, **46,** No. 19, 2226—2228.
1052. T a m K.-K. The relativistic Boltzman equation and the moment equations for a classical scalar fluid. Prog. Theor. Phys., 1969, **42,** No. 4, 775—780.
1053. T a m K.-K., O'H a n l o n J. Relativistic magnetohydrodynamics of a gravitating fluid. Nuovo Cimento, 1969, **B62,** No. 2, 351—359.
1054. T a m K.-K., O'H a n l o n J., K u e n-T a n K. Radiation damping of relativistic plasma oscillation. Nuovo Cimento, 1969, **43B,** 241—249.
1055. T a m a g a k i R. Superfluid state in neutron star matter. I Generalized Bogoliubov transformation and existence of $3P_2$ gap at high density. Prog. Theor. Phys., 1970, **44,** No. 4.
1056. T a u b A. H. Relativistic Rankine-Hugoniot equations. Bull. Am. J. Phys., 1948, **23,** 34.
1057. T a u b A. H. Relativistic Rankine-Hugoniot equations. Phys. Rev., 1948, **74,** No. 3, 328—334.
1058. T a u b A. H. General relativistic variational principle for perfect fluids. Phys. Rev., 1954, **94,** No. 6, 1468—1470.
1059. T a u b A. H. Isentropic hydrodynamics in plane symmetric space-times. Phys. Rev., 1956, **103,** No. 2, 454—467.
1060. T a u b A. H. Approximate solutions of the Einstein equations for isentropic motion of plane symmetric distributions of perfect fluids. Phys. Rev., 1957, **107,** No. 3, 884—900.
1061. T a u b A. H. Singular hypersurfaces in general relativity. Illinois Journ. Math., 1957, **1,** No. 3, 370—388.

1062. Taub A. H. On circulation in relativistic hydrodynamics. Arch. Ration Mech. Analysis, 1959, **3**, No. 4, 312—324.
1063. Taub A. H. On spherically symmetric distributions of incompressible fluids. Recent development gen. relativity. Warszawa, 1962.
1064. Taub A. H. Hydrodynamics and general relativity. Fundam. Topics Relativist. Fluid. Mech. and Magnetohydrodynam. N. Y., 1963.
1065. Taub A. H. Stability of fluid motions and variational principles. Colloq. internat. CNRS, Paris, 1967; 1969, No. 170, 57—70.
1066. Taub A. H. Variational principles and relativistic magnetohydrodynamics. Colloq. int. CNRS, 1970, No. 184, 189—200.
1067. Taub A. H. General relativistic shock waves in fluids for which pressure equals energy density. Commun. Math. Phys., 1973, 29, No. 1, 79—88.
1068. Tauber G. E., Weinberg J. W. Internal state of a gravitating gas. Phys. Rev., 1961, **122**, No. 4, 1342—1365.
1069. Taylor N. W. A simplified form of the relativistic electromagnetic equations. Australian J. Sci., Res., 1952, **A5**, 423.
1070. Thomas L. H. General relativity and particle dynamics. Phys. Rev., 1958, **112**, No. 6, 2129—2134.
1071. Thomas P. Variational principles of a basis for approximation method in general relativistic hydrodynamics. Bull. of Amer. Phys. Soc., 1970, **15**, No. 7, 882.
1072. Thomas T. Y. The perfect relativistic gas. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1964, **51**, No. 3, 363—367.
1073. Thorne K. S. The general-relativistic theory of stellar structure and dynamics. Proc. Internat. School. Phys. E. Fermi. vol. 35, 1965. New York, 1966, 166—280.
1074. Thorne K. S. Relativistic shock: the Taub adiabat. Astrophys. J., 1973, **179**, No. 3, 897—907.
1075. Thorne K. S., Will C. M. Theoretical frameworks for testing relativistic gravity. I. Foundations. Astrophys. J., 1971, **163**, No. 3.
1076. Todeschini B. Condizionidi incomprimibilita per fluidi relativistici thermodynamici ideali. Rend. Inst. lombardo Accad. sci. lettere., 1969, **A103**, No. 3, 554—556.
1077. Todeschini B. Small-perturbation theory of steady plane relativistic flows. Meccanica, 1970, **5**, No. 1, 17—21.
1078. Tolman R. C. On the extension of thermodynamics to general relativity. Proc. Nat. Acad. USA, 1928, **14**, 268.
1079. Tolman R. C. Further remarks on the second law of thermodynamics in general relativity. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1928, **14**.
1080. Tolman R. C. On the use of the energy-momentum principle in general relativity. Phys. Rev., 1930, **35**, 875.
1081. Tolman R. C. On the use of the entropy principle in general relativity. Phys. Rev., 1930, **35**, 896.
1082. Tolman R. C. On the weight of heat and thermal equilibrium in general relativity. Phys. Rev., 1930, **35**, 904.
1083. Tolman R. C. On the problem of the entropy of the universe as a whole. Phys. Rev., 1931, **37**, 1639.
1084. Tolman R. C. Possibilities in relativistic thermodynamics for irreversible processes without exhaustion of free energy. Phys. Rev., 1932, **39**, 320.
1085. Tolman R. C. Thermodynamics and relativity. Bull. Amer. Math. Soc., 1933, **39**, 49.

1086. Tolman R. C. Thermal equilibrium in a gravitational field. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1935, **21**, 321.
1087. Tolman R. C., Robertson H. P. On the interpretation of heat in relativistic thermodynamics. Phys. Rev., 1933, **43**, 564—568.
1088. Tooper R. F. General relativistic polytropic fluid spheres. Astrophys. J., 1964, **140**, No. 2, 434—459.
1089. Tooper R. F. Stability of massive stars in general relativity. Astrophys. J., 1964, **140**, No. 2, 811—814.
1090. Touschek B. Covariant thermodynamics. Lab. naz. Frascati (Rept.), 1967, No. 60.
1091. Touschek B. Covariant statistical mechanics. Nuovo Cimento, 1968, **B58**, No. 1, 295—307.
1092. Touschek B. Covariant statistical mechanics. Lab. naz. Frascati (Rept.), 1968, No. 31.
1093. Treciokas R., Ellis G. F. R. Isotropic solutions of the Einstein-Boltzmann equations. Commun. Math. Phys., 1971, **23**, No. 1.
1094. Treder H. J. Die relativistische Thermodynamik des Universums und die 3 °Kelvin Strahlung. Forsch. und Fortschr., 1967, **41**, No. 5, 132—134.
1095. Treder H. J. Die allgemein-kovariante, relativistische Verallgemeinerung des Helmholtzschen Wirbelsatzez. Gerlands. Beitr. Geophys., 1969, **78**, No. 6, 436—442.
1096. Treder H. J. Zur allgemein-relativistischen und kovarianten Integralform der Helmholtzschen Wirbetheoreme. Gerlands. Beitr. Geophys., 1970, **79**, No. 1, 1—4.
1097. Tribus M. Generalizing the meaning of «Heat». Int. J. Heat Mass Transfer, 1968, **11**, No. 1, 9—14.
1098. Truitt R. W. Compressible relativistic flow. Phys. Fluids, 1968, **11**, No. 10, 2089—2094.
1099. Trusdell C. La crise actuelle dans la théorie cinétique des gaz. J. Math. pures et appl., 1958, **37**, No. 2, 103—118.
1100. Tyabji S. F. B. Equations of motion for continuous matter of special relativity in the Lagrange variables. Nature, 1953, **172**, No. 4390, 1147—1148.
1101. Tykodi R. J. Thermodynamics and classical relativity. Am. J. Phys., 1967, **35**, No. **3**, 250.
1102. Venini C. Sul moto relativistico dei fluidi viscosi. Inst. lombardo R. C., 1968, **A102**, No. 1, 26—36.
1103. Venini C. Proprieta' dei fluidi viscosi in relativita' generale. Rend. Inst. lombardo. Accad. Sci. e lettere, 1968, **A102**, No. 3.
1104. Venini C. Sui fluidi viscosi relativistici non barotropici. Rend. Inst. lombardo Accad. sci. e lettere, 1968, **A102**, No. 5, 875—884.
1105. Venini C. Sul moto irrotazionale dei fluidi perfetti in relativita. Rend. Inst. lombardo Accad. sci e lettere, 1969, **A103**, No. 4.
1106. Vernotte P. Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur. C. r. Acad. Sci., 1958, **246**, No. 22, 3154—3155.
1107. Vignon B. L'équation de Boltzmann en relativité. C. r. Acad. Sci., 1966, **AB262**, No. 13, A759—A798.
1108. Vignon B. Une méthode de résolution approchée de l'équation de Boltzmann relativiste. Ann. Inst. Poincaré, 1969, Sect. A, **10**, No. 1, 31—66.
1109. Vignon B. Sur l'utilasation d'un principe varotionnel dans l'étude de l'équation de Boltzmann relativiste. C. r. Acad. Sci., 1971, **273**, No. 25, A1331—A1334.

1110. V l i e g e r J., E m i d S. On the relativistic dynamics of polarized systems. II. Simplification of Møller equation of motion and the energy-momentum tensor. Physica, 1969, **41**, No. 2, 368—378.
1111. V l i e g e r J., E m i d S. On the relativistic dynamics of polarized systems. III. The case of atoms and molecules with electric and magnetic dipole moments and electric quadropole moments. Physica, 1969, **42**, No. 1, 12—30.
1112. W a g n e r G. Zur relativistischen Kontinuumsmechanik. Wiss Z. Friedriech-Schiller-Univ. Jeana. Math.-naturwiss. Reihe, 1964, **13**, No. 2, 241—243.
1113. W a l k e r A. G. The Boltzmann equation in general relativity. Proc. Edinburgh Math. Soc., 1936, **4**, 238.
1114. W a t s o n K. M., B l u d m a n S. A., R o s e n b l u t h M. N. Statistical mechanics of relativistic stream. Phys. Fluids, 1960, **3**, No. 5, 741.
1115. V a n W e e r t C. G. On the relativistic kinetic theory of particles with a magnetic dipole moment in an external electromagnetic field. I. The relativistic transfer equation for a simple gas of magnetic dipole particles. Proc. Kon. ned. akad. Wetensch., 1970, **B73**, No. **4**.
1116. V a n W e e r t C. G. On the relativistic kinetic theory of particles with a magnetic dipole moment in an external electromagnetic field. II. Conservation laws and equilibrium properties for a gas mixture of magnetic. Proc. Kon. ned. akad. Wetensch., 1970, **B73**, No. 4.
1117. V a n W e e r t C. G., d e J a g h e r P. C., d e G r o o t S. P. On relativistic kinetic gas theory. XI. Volume viscosity in a model consisting of particles with excited states. Physica, 1973, **66**, No. 3.
1118. W e i-C h a u-C h i n. Relativistic hydrodynamics for a charged viscous fluid. Phys. Rev., 1959, **113**, No. 6, 1414.
1119. W e i-C h a u-C h i n. Relativistic hydrodynamics for a charged no viscous fluid. Phys. Fluids, 1960, **3**, 323. I bid 4, 666 (Errata).
1120. W e i b e l E. S. L'équation de Vlasov dans la théorie spéciale de la relativité. Plasma Physics, 1967, **9**, 665.
1121. W e i n b e r g S. Entropy generation and survival of protogalaxies in an expanding universe. Astrophys. J., 1971, **168**, No. 2.
1122. W e r g e l a n d H. On the recent discussions about a relativistic formulation on thermodynamics and statistical mechanics. Arkiv. fys. semin. Trondheim, 1969, No. 4.
1123. W e r g e l a n d H. Relativistic statistical mechanics. Phys. Norveg., 1969, **3**, No. 3, 211.
1124. W e r l e J. A simple representation for relativistic many-particle systems. Nucl. Phys., 1963, **44**, No. 4, 579—587.
1125. W e y m a n n H. D. Finite speed of propagation in heat conduction, diffusion and viscous shear motion. Amer. J. Phys., 1967, **35**, No. 6, 488—496.
1126. W e y s s e n h o f f J., R a a b e A. Relativistic dynamics of spin-fluids and spin-particles. Acta Phys. Polon., 1947, 1948, **9**, 19—25.
1127. W i l l C. M. Theoretical frameworks for testing relativistic gravity. II. Parametrized post-Newtonian hydrodynamics and the Nordtvedt effect. Astrophys. J., 1971, **163**, No. 3, 611—628.
1128. W i l l C. M. Theoretical frameworks for testing relativistic gravity. III. Conservation laws. Lorentz invariance and values of the PPN parameters. Astrophys. J., 1971, **169**, No. 1, 125—140.
1129. W i l l C. M., N o r d t v e d t K., J r. Conservation laws and pre-

ferred frames in relativistic gravity. I. Preferred-frame theories and an extended PPN formalism. Astrophys. J., 1972, **177,** No. 3, 757—774.
1130. W i l l i a m s I. P. Temperature of a moving body. Nature, 1967, **213,** No. 5081, 1118.
1131. W i l l i a m s I. P. Does a moving body appear cooler? Nature, 1967, **214,** No. 5093, 1105—1106.
1132. W i l s o n S. J. An iterative scheme of solution for the problem of relativistic incompressible fluid sphere. Publs. Astron. Soc. Japan, 1969, **21,** No. 1, 21—24.
1133. D e W i t t B. S. Superconductors and gravitational drag. Phys. Rev. Lett., 1966, **16,** No. 24, 1092—1093.
1134. W o l t e r H. Zum Begriff der Wärme in der Relativitätstheorie. Physik Verhandl, 1954, 54.
1135. W o o d c o c k H. W., H a v a s P. Approximately relativistic Lagrangians for classical interacting point particles. Phys. Rev., 1972, **6D,** No. 12, 3422—3444.
1136. W u n d h e i l e r A. W. Irreversible systems, entropy and Riemann spaces. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1954, **40,** No. 9, 844—848.
1137. Y a d a v a l l i S. A note on the relativistic Boltzmann equation and some applications. J. Franklin Inst., 1961, **271,** 368.
1138. Y o d z i s P. On the kinetic approach to many-body problems in general relativity. Int. J. Theor. Phys., 1970, **3,** No. 4, 331—336.
1139. Y o d z i s P. Some general relations in relativistic magnetohydrodynamics. Phys. Rev., 1971, **3D,** No. 12, 2941—2945.
1140. Y u e n C. K. Comment on the «Relativistic thermodynamics» by H. Callen and G. Horwitz. Amer. J. Phys., 1972, **40,** No. **8,** 1184.
1141. Z e u l i T. Sul movimento di fluidi veloci. Atti. Semin. mat. fis. Univ. Modena, 1951—1952, VI, 3—15.
1142. Z u m i n o B. Some questions of relativistic hydrodynamics. Phys. Rev., 1957, **108,** No. 5, 1116—1121.

* * *

1143. А х и е з е р И. А., Ч у д н о в с к и й Е. М. Флуктуации в неравновесной релятивистской плазме. Укр. физ. журн., 1972, **17,** № 4.
1144. Б е р к о в с к и й Б. М., Б а р а н о в А. А. Естественная конвекция в сильных гравитационных полях. ИФЖ, 1971, **21,** № 1.
1145. Б о р т н и к о в П. Б., Р у б а ш е в Ю. С. Электрогазодинамика. М., 1972.
1146. Г о г о с о в В. В., Ш и к и н И. С. Некоторые вопросы релятивистской магнитной гидродинамики. В сб. «Вопросы магнитной гидродинамики», вып. 4. Рига, 1964, 5—13.
1147. Д е Г р о о т С., М а з у р П. Неравновесная термодинамика. М., 1964.
1148. Г р э д Г. О кинетической теории разреженных газов. В сб. «Механика». М., 1952, № 4, 71—97; № 5, 61—96.
1149. Д а в ы д о в Б. И. Об уравнении диффузии с точки зрения молекулярных скоростей. ДАН СССР, 1935, **2,** № 7, 474—475.
1150. З у б а р е в Д. Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М., 1971.
1151. К л и м о н т о в и ч Ю. Л. Релятивистские кинетические уравнения для плазмы. I. ЖЭТФ, 1959, **37,** № 9, 735.
1152. К о л е с н и к о в С. М., С т а н ю к о в и ч К. П. Нестационарные адиабатические центрально-симметрические движения материи в ОТО. ПММ, 1965, **29,** № 4, 716—723.

1153. Кучина Т. М. Тензор массы упругой среды в ОТО. Автореферат канд. дисс. Алма-Ата, 1972.
1154. Лыков А. В. Теплопроводность и диффузия. М.—Л., 1941.
1155. Маслова Н. Б. Релятивистские интегральные кинетические уравнения. «Вестник ЛГУ», 1963, № 7.
1156. Монин А. С. О диффузии с конечной скоростью. «Изв. АН СССР, геофиз. сер.», 1958, № 2, 234—248.
1157. Петров А. З. Новые методы в теории относительности. М., 1966.
1158. Подосенов С. А. Релятивистская механика деформируемой среды в тетрадной формулировке. Автореферат канд. дисс. М., 1971.
1159. Подосенов С. А. Тетрадная формулировка движения упругой среды в СТО. «Изв. вузов. Физика», 1970, № 4, 45—51.
1160. Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. М., 1964.
1161. Станюкович К. П. Цилиндрические и плоские магнитогидродинамические волны. ЖЭТФ, 1959, **36**, № 6, 1782—1787.
1162. Тхоа В. Н., Воронцов В. И., Левашев А. Е. К Y-ковариантной формулировке релятивистской электродинамики материальных сред. В сб. «Гравитация и теория относительности». Под ред. А. З. Петрова. Казань, 1971, № 8, 126—131.
1163. Тхоа Н. В., Левашев А. Е. К локальным Y-преобразованиям в электродинамике неоднородных и ускоренных сред. В сб. «Гравитация и теория относительности», вып. 8. Под ред. А. З. Петрова. Казань, 1971, 136—141.
1164. Фок В. А. Решение проблемы теории диффузии. В сб. «Труды ГОИ», т. 4, вып. 34. Л., 1926, 1—31.
1165. Франкль Ф. И. Избранные труды. М., 1973.
1166. Цицейка Ш., Чиули. Статистические коллективы в общей теории относительности. Rev. Phys. Acad. RPR, 1957, **2**, № 1, 5—10.
1167. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., 1960.
1168. Шикин И. С. Римановские волны в релятивистской магнитной гидродинамике. ДАН СССР, 1964, **159**, № 6, 1240—1242.
1169. Bragg L. E. Relativistically dynamic elastic dielectrics. J. Math. Phys., 1970, **11**, № 1, 318—338.
1170. Ebert R., Gröbel R. Carnot cycles in general relativity. Gen. Relat. and Gravit., 1973, **4**, No. 5, 375—386.
1171. Kluitenberg G. A. Relativistic thermadynamics of irreversible processes. Leiden, 1954.
1172. Lameau Y. Solutions fondamentales des équations de Maxwelle dans l'espace-temps de Schwarzschild et dans les modèles cosmologiques isotropes. C. R. Acad. Sci., 1966, **262**, No. 1, A106—A109.
1173. Hakim R. Contribution à l'étude de la méchanique statistique relativiste et de quelques applications. Thèse Doct. Sci., Phys. Paris, 1966.
1174. La magnétohydrodynamique classique et relativiste. Paris, CNRS, No. 184, 1970.
1175. Maugin G. A. Relativistic theory of magnetoelastic interactions. III. Isotropic media. J. Phys. A: Math., Nucl. and Gen., 1973, **6A**, No. 11, 1647—1666.
1176. Pichon G. Étude relativiste de fluides visqueux et chargés. Thèse Doct. Sc. Paris, 1964, Gathier-Villas, 1965.

1177. Proceedings of the international conference on thermodynamics. Editor P. T. Landsberg, Pure and Applied Chemistry, 1970, **22,** No. 3-4.
1178. Robertson H. P., Noonan T. W. Relativity and Cosmology. Philadelphian, 1968.
1179. Shara M. M., Anand S. P. S. On rotating isothermal configurations in the post-Newtonian approximation of general relativity. Astrophys. and Space Sci., 1973, **24,** No. 1, 117—126.
1180. Yang C. H., Clark J. W. Thermodynamics critical field at superconducting neutron star. Lett. Nuovo Cimento, 1972, **4,** No. 14, 1969, 972.
1181. Hoffmann F., Teller E. Phys. Rev., 1950, **76,** 692—703.
1182. Брежнев В. С. Контактная теория тяготения точечных масс. Проблемы теории гравитации. В сб. «Труды ВНИИОФИ». М., 1972.
1183. Скрипкин В. А. Алгебраические интегралы для автомодельных движений идеальной среды в релятивистском случае. ДАН СССР, 1959, **127,** № 2, 287—289.
1184. Янкевич Ч. Доказательство единственности гидродинамического тензора масс во внешнем поле тяготения. Bull. Acad. polon. sci. Ser. sci. math. astron. et phys., 1962, **10,** № 5, 299—304.
1185. Левашев А. Е., Иваницкая О. С. Величины, не приведенные к нормальной системе отсчета и значение работ Н. А. Умова по теории относительности. В сб. «Труды Физ.-техн. ин-та АН УзССР», т. III, 1950, 20—31.
1186. Cartan E. L'enseign. Math., 1924—1925, **24,** 5.
1187. Маликов М. Ф. Основы метрологии. М., 1949.
1188. Левашев А. Е. К теории измерений в тетрадной формулировке общей теории относительности. В сб. «Методологические проблемы теории измерений». Киев, 1966, 70—93.
1189. Левашев А. Е., Иваницкая О. С. Acta Phys. Polon., 1963, **23,** 647.
1190. Иваницкая О. С. Обобщенные преобразования Лоренца и их применения. Минск, 1969.
1191. Левашев А. С. Картанова проблема и векторы связности в теории относительности. Гравитация. Киев, 1972, 129—146.
1192. Левашев А. Е., Ушаков Е. А. Эквивалентный силовой функционал в расслоенном пространстве теории относительности. «Весці АН БССР», сер. фіз.-мат. навук, 1973, № 5, 85—91.
1193. Картан Э. Геометрия римановых пространств. М.—Л., 1936.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Глава I. Общие схемы вывода релятивистских уравнений механики сплошных сред 5

1. Аксиоматические методы построения определяющих уравнений релятивистской термомеханики сплошных сред (5). 2. Вариационные методы в релятивистской гидродинамике с учетом диссипативных процессов (13). 3. Кинетические методы вывода уравнений релятивистской гидродинамики (19).

Глава II. Математические модели релятивистской термомеханики сплошных сред 25

1. Идеальная жидкость (25). 2. Вязкая теплопроводная жидкость в схеме Ландау—Лифшица (28). 3. Вязкая теплопроводная жидкость в схеме Эккарта (31). 4. Релятивистские уравнения турбулентного движения (34). 5. О конечной скорости распространения тепла и релятивистских преобразованиях термодинамических величин (35). 6. Релятивистское уравнение диффузии (40). 7. Магнитная газодинамика и электрогидродинамика (43). 8. Диэлектрики и поляризованные среды (46). 9. Релятивистская теория сверхтекучести и сверхпроводимости (49). 10. Теория упругости и реологические среды (51).

Глава III. Пост-ньютоновская гидродинамика 54

1. Пост-ньютоновская гидродинамика идеальной жидкости (55). 2. Вязкая теплопроводная жидкость в пост-ньютоновской гидродинамике (59). 3. Пост-ньютоновская магнитная гидродинамика (63). 4. Пост-ньютоновская гидродинамика скалярно-тензорной теории гравитации (66). 5. Слаборелятивистская гидродинамика (68). 6. Некоторые приложения пост-ньютоновской гидродинамики (73).

Глава IV. Точные решения уравнений релятивистской гидродинамики 75

1. Одномерные решения (75). 2. Ударные волны (78). 3. Другие решения (81). 4. Космологическая модель вязкой жидкости (87).

Приложение. Проблема измерений в релятивистской термомеханике 89

Литература 95

Баранов А. А., Колпащиков В. Л.

Б24 Релятивистская термомеханика сплошных сред. Под ред. А. В. Лыкова. Мн., «Наука и техника», 1974.

152 с.

Поведение вещества в сильных электромагнитных и гравитационных полях требует последовательного рассмотрения магнитной гидродинамики, релятивистской электрогидродинамики и пост-ньютоновской гидродинамики общей теории относительности. В книге изложены проблемы релятивистской механики сплошных сред, приведены решения ряда частных, но важных задач. Список лит.: 95—150 (1193 назв.).

Б $\frac{0243-118}{М316-74}$ 231—74 536

Артур Александрович Баранов, Виктор Леонидович Колпащиков. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕРМОМЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД. Редактор Г. В. Малахова. Обложка Б. А. Сусленкова. Художественный редактор Л. И. Усачев. Технический редактор Г. И. Якубовская. Корректор И. Б. Ткачук. Печатается по постановлению РИСО АН БССР. АТ 03330. Сдано в набор 18.VII-74 г. Подписано в печать 12.XI-74 г. Бумага тип. № 1. Формат $84 \times 108^1/_{32}$. Печ. л. 4,75. Усл. печ. л. 7,98. Уч.-изд. л. 8,1. Изд. зак. 112. Тип. зак. 895. Тираж 1000 экз. Цена 82 коп. Издательство «Наука и техника». Минск, Ленинский проспект, 68. Типография имени Франциска (Георгия) Скорины издательства «Наука и техника» АН БССР и Госкомитета СМ БССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Минск, Ленинский проспект, 68.