# МАКС БОРН

# ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО • МИР •

# EINSTEIN'S

# THEORY OF RELATIVITY

by

MAX BORN

Revised edition prepared with the collaboration of

GÜNTER LEIBFRIED

AND

WALTER BIEM

Dover Publications, Inc

New York

1962

МАКС БОРН

# ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

2-е издание, исправленное

Перевод с английского
Н. В. МИЦКЕВИЧА

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МИР“

МОСКВА · 1972

УДК 530.1

Книга Макса Борна «Эйнштейновская теория относительности» в ее современном варианте выходит на русском языке вторым изданием. Первое издание (1964 г.) быстро разошлось. Объясняется это как заслуженной известностью имени ее автора, так и весьма удачной подачей им обширного, ценного в познавательном отношении и интересного материала. Книга сочетает популярность изложения с подробностью и деловитостью учебника, охватывая значительную часть основ современной физики.

Очень важно, что такую книгу написал ученый, лично принимавший деятельное участие в главных научных событиях первой половины нашего века. Макс Борн внес существенный вклад в современную физику, и его «Эйнштейновская теория относительности» всегда будет в числе книг, которыми дорожит как опытный физик-профессионал, так и готовящийся к научной карьере студент. Книгу с интересом прочтут и педагоги, философы, представители смежных профессий. Попробовать свои силы и заглянуть через строки Макса Борна в глубь современной физики будет полезно также и школьнику.

*Редакция литературы по физике*

**Инд. 2-3-2**
**42-72**

МАКС БОРН

ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Редактор *Г. В. Данилян* Художник *С. С. Грикуров*
Художественный редактор *П. Ф. Некундэ*
Технический редактор *Г. Б. Алюлина* Корректор *Н. И. Баранова*

Сдано в набор 24/VIII 1971 г. Подписано к печати 3/I 1972 г. Бумага № 3 $60\times90^1/_{16}=11,5$ бум. л. 23 печ. л. Уч.-изд. л. 22. Изд. № 2/6359. Цена 1 р. 72 к. Зак. 1219

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР. Измайловский проспект, 29

## ПРЕДИСЛОВИЕ ПЕРЕВОДЧИКА

Со времени выхода предыдущего русского издания этой книги («Мир», 1964 г.) в физике произошел ряд событий, в том числе тесно связанных с теорией относительности. Особенно яркими были, пожалуй, события в астрофизике — прошедшее десятилетие было исключительно богато ими. Открытие квазаров (еще в 1963 г.), реликтового космического теплового радиоизлучения (1965 г.), пульсаров (1968 г.) ознаменовало новый этап в понимании теории относительности и строения вещества и вместе с тем поставило ряд новых проблем перед учеными. Среди широких кругов читателей резко возрос интерес к основам физической науки, к фундаментальным законам природы — и вместе с тем к самым общим, всеохватывающим заключениям, вытекающим из этих законов. К тому же быстрый прогресс в освоении космоса все настойчивее стимулирует перестройку нашего сознания, учит адекватно понимать место человечества, его небольшой планеты в открывшемся для познания (а может быть, и для будущего освоения) мире. Не удивительно, что теория относительности, законы гравитации и космология вызывают неослабевающий интерес. Поэтому вполне обосновано переиздание классической книги Макса Борна, которая одновременно является и популярным описанием теории относительности и серьезным введением в эту область науки.

Автора книги уже нет среди нас. Он был одним из крупнейших физиков нашего века, одним из основателей квантовой механики, был в самой гуще событий эпохи. Эпоха платила ему не только добром: фашизм принудил его эмигрировать из родной страны, атомное чудовище, рожденное трудом ученых, вызвало у М. Борна решительный протест. Этот большой ученый, настоящий классик, был всегда истинным тружеником, создателем фундаментальных работ, проделавшим горы вычислений. Он действительно знал цену научного открытия, и тем более значительно для каждого из нас приобщение к науке через его труды.

Как один из зачинателей современной физики М. Борн смог лучше, чем кто-либо иной, передать в своей книге глубокое единство науки, неразрывность всех ее, внешне даже вовсе не схожих, сторон. Он никогда не теряет из вида истока научного познания — опыта, не замыкается в теоретической скорлупе, и, читая его книги, мы всегда ощущаем диалектическое единство разных сторон познания. Переиздаваемая книга будет полезна и интересна самым различным читателям, начиная от тех, кто еще только приобщается к науке, и кончая сложившимися физиками и философами. В этом отношении она едва ли нуждается в специальной рекомендации.

С другой стороны, хотелось бы перечислить некоторые книги (более или менее популярные), которые дополняют книгу М. Борна. Сам автор в своем предисловии четко ограничил цели, которые он ставил перед собой, и читателю должна быть ясна необходимость знакомства с широким спектром литературы по основам науки.

Ниже приведен примерный перечень книг (на полноту списка, разумеется, трудно и едва ли нужно претендовать), которые мы постарались расположить в порядке возрастания сложности и перехода от частной (специальной) теории относительности к космологии. Из этого списка ближе всего к серьезному учебнику, наряду с книгой М. Борна, которую Вы держите в руках, книга Э. Тейлора и Дж. Уилера, где можно найти и ссылки на более серьезную учебную литературу. Общий обзор и большой список литературы имеется также в книге У. И. Франкфурта.

*Н. Мицкевич*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров А. З.*, Пространство-время и материя (Элементарный очерк современной теории относительности), изд-во Казанского университета, Казань, 1961.
2. *Ландау Л. Д.*, *Румер Ю. Б.*, Что такое теория относительности?, изд-во «Советская Россия», М., 1963.
3. *Гарднер М.*, Теория относительности для миллионов, Атомиздат, М., 1967.
4. *Дьюрелл К.*, Азбука теории относительности, 2-е изд., изд-во «Мир», М., 1970.
5. *Бонди Г.*, Относительность и здравый смысл, изд-во «Мир», М., 1967.
6. *Шварц Дж.*, Как это произошло? (Иллюстрированный рассказ о том, как теория относительности устанавливает связи причин и следствий), изд-во «Мир», М., 1965.
7. *Курганов В.*, Введение в теорию относительности, изд-во «Мир», М., 1968.
8. *Соколовский Ю. И.*, Начала теории относительности с графическими доказательствами, 3-е изд., изд-во «Просвещение», М., 1970.
9. *Ыйглане Х. Х.*, В мире больших скоростей (Очерк о теории относительности), авторизованный перевод со 2-го эстонского издания, изд-во «Наука», М., 1967.
10. *Тейлор Э.*, *Уилер Дж.*, Физика пространства-времени, 2-е изд., изд-во «Мир», М., 1971.

11. *Неванлинна Р.*, Пространство, время и относительность, изд-во «Мир», М., 1966.
12. *Угаров В. А.*, Специальная теория относительности, изд-во «Наука», М., 1969.
13. *Бом Д.*, Специальная теория относительности, изд-во «Мир», М., 1967.
14. *Терлецкий Я. П.*, Парадоксы теории относительности, изд-во «Наука», М., 1966.
15. *Сиама Д.*, Физические принципы общей теории относительности, изд-во «Мир», М., 1971.
16. *Бергман П.*, Загадка гравитации, изд-во «Наука», М., 1969.
17. *Фридман А. А.*, Мир как пространство и время, 2-е изд., изд-во «Наука», М., 1965.
18. *Гинзбург В. Л.*, Современная астрофизика, изд-во «Наука», М., 1970.
19. *Дикке Р.*, Гравитация и Вселенная, изд-во «Мир», М., 1972.
20. *Франкфурт У. И.*, Специальная и общая теория относительности, изд-во «Наука», М., 1968.

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Первое немецкое издание этой книги вышло в 1920 г., английский перевод в 1924 г. Когда издательская фирма Довер обратилась ко мне с предложением переиздать книгу, я сначала не мог согласиться, так как большие разделы ее к этому времени совершенно устарели.

Однако книге были присущи определенные особенности, которые, как мне казалось, заслуживают сохранения или обновления. Ее текст первоначально представлял собой обработку цикла лекций, прочитанных мною во Франкфурте-на-Майне для широкой аудитории в то время, когда волна публичного интереса к теории относительности и к личности самого Эйнштейна захватила весь мир, вслед за первым подтверждением (полученным английской экспедицией по наблюдению солнечного затмения) предсказания Эйнштейна о том, что луч света должен искривляться под действием гравитационного поля Солнца. Хотя сенсационность была, вероятно, главной причиной этого интереса, существовало и большое действительное желание понять. Я задался целью удовлетворить это желание так полно, как это возможно. Основной помехой был низкий уровень знаний слушателей в физике и в математике. В лекциях я следовал квазиисторическому методу подачи материала и иллюстрировал каждый шаг простыми опытами и диаграммами. В печатном тексте опыты можно описать только с помощью рисунков. В математических выкладках я ограничился возможностями простейших алгебраических приемов, не пользуясь ничем, кроме линейных уравнений и квадратных корней (избегая даже квадратных уравнений и тригонометрических функций), — короче, основами программы самых младших классов средней школы. Предельных переходов невозможно было полностью избежать, однако они были представлены в форме, понятной с точки зрения здравого смысла.

С того времени появилось много книг по теории относительности — как научных, так и популярных. Последние, в том числе некоторые публикации, принадлежащие самому Эйнштейну, как правило, обходят все математические формулы и диаграммы, давая лишь описания фактов и идей на обычном языке или в философских терминах — способ, при котором, как я опасаюсь, можно получить лишь весьма поверхностное знакомство с теорией относительности. Но тем не менее в наше время наука, и в частности физика, стала фундаментальным элементом всей нашей цивилизации, а число людей, желающих понять суть научных теорий, неизмеримо возросло. Теперь, перечитывая свою книгу, я составил впечатление, что принятый в ней метод изложения должен показаться привлекательным большому числу людей, особенно тем, кто, не зная высшей математики и современной физики, помнит кое-что из приобретенного в школе и хотел бы немного поразмыслить. Я верю, что они смогут получить из этой книги больше, чем просто смутное ощущение великой, но темной и сложной тайны природы: они смогут приобрести действительное понимание путей современной научной мысли.

Исходя из этого, я взялся подготовить новое, тщательно пересмотренное и модернизированное издание, если удастся найти более юного помощника. Профессор Гюнтер Лейбфрид, работавший тогда в Гёттингене, а теперь в Аахене, принял мое предложение о сотрудничестве, и поскольку работа по просмотру литературы, формулированию новых параграфов, проверке текста и т. п. потребовала большего времени, чем он располагал, то он подобрал себе из числа своих сотрудников помощника в лице д-ра Вальтера Бима.

В качестве каркаса мы использовали английское издание 1924 г., но переработали весь текст, переписав заново многие параграфы и добавив несколько новых. Основные изменения касаются гл. VI (специальная теория относительности) и гл. VII (общая теория относительности). Например, вывод закона, связывающего массу и энергию, и формулы, описывающей зависимость этих величин от скорости, был существенно улучшен в результате применения законов сохранения энергии и импульса к случаю неупругого столкновения. Обзор эмпирических проверок теории относительности был приведен к современному уровню, а также были охарактеризованы дальнейшие перспективы. Параграф «микрокосм и макрокосм» старого издания был заменен параграфом «космология», дающим очень краткий очерк современной ситуации. Я хочу упомянуть две короткие, но впечатляющие работы, оказавшие большую помощь, — книгу О. Гекмана («О Земле и Вселенной», Штуттгарт) и статью В. Л. Гинзбурга в «Успехах физических наук» (**59**, 11, 1956). Несмотря на эти модернизации, текст во многих местах отражает ситуацию в физических знаниях, существовавшую сорок лет назад. Полное приведение к современным стандартам означало бы написание новой книги, а это не было нашей целью, Как и в первом издании, в тексте не приводится никаких ссылок. Злободневный вопрос о выборе единиц был решен в пользу классической гауссовой системы, использованной и в оригинальном издании. Я все же убежден, что это наиболее удовлетворительная система с точки зрения логики и эпистемологии — хотя, возможно, и не с точки зрения физика-практика или инженера, — и поэтому она же предпочтительна и в преподавании.

Я хочу поблагодарить моих помощников за их неутомимые усилия, а также д-ра Х. Лемана, перечертившего заново и улучшившего все рисунки, моего внука Дж. Прайса — за сверку английского языка, г-жу Ф. Людвиг — за техническую помощь и издательство Довер — за превосходную печать.

Я посвящаю эту книгу моей жене.

*Макс Борн*

Бад Пирмонт, 1962

# ВВЕДЕНИЕ

Развитие науки — непрерывный и устойчивый процесс. Тем не менее в нем можно выделить определенные периоды, отмеченные выдающимися эмпирическими открытиями или теоретическими идеями. Один из таких поворотных пунктов, датируемый примерно 1600 г., связан с именем Галилея, заложившего своими исследованиями в механике основы эмпирического метода и давшего убедительные доказательства в пользу коперниковой системы мироздания, которая родилась пятью — десятью годами раньше. Эти события знаменовали конец схоластической философии природы, базирующейся на учении Аристотеля, и зарождение современной науки.

Другой поворотный пункт наступил примерно в 1900 г. Он был вызван потоком экспериментальных открытий — рентгеновские лучи, радиоактивность, открытие электрона и т. д. — и построением двух фундаментальных теорий: квантовой механики и теории относительности. Рождение квантовой механики следует датировать 1900 г., когда Макс Планк впервые сформулировал свою революционную идею об «атомах энергии», или «квантах». Это событие оказалось столь глубоко значительным для дальнейшего развития науки, что его обычно считают рубежом, разделяющим *классическую физику* и *современную*, или *квантовую*, *физику*. Теорию относительности фактически не следовало бы связывать с каким-либо одним именем или одной датой. Она уже предчувствовалась в 1900 г., и некоторые крупнейшие математики и физики — Лармор, Фицджеральд, Лоренц, Пуанкаре, если упоминать лишь немногих, — знали многие из ее разделов. В 1905 г. Альберт Эйнштейн заложил основы этой теории на базе чрезвычайно общих принципов философского характера, а несколькими годами позже Герман Минковский придал этой теории окончательную логическую и математическую форму. Причина того, что с теорией относительности нередко связывают имя лишь одного Эйнштейна, заключается в том, что его работа 1905 г. послужила первым шагом к еще более фундаментальной «общей» теории относительности, которая включила новую теорию гравитации и открыла новые горизонты в нашем понимании строения Вселенной.

Родившуюся в 1905 г. специальную теорию относительности по справедливости можно считать завершающим моментом классического периода или началом новой эры в науке. Ибо, с одной стороны, она исходит из твердо установленных классических понятий о материи, распределенной непрерывно в пространстве и времени, и о каузальных, или, более точно, детерминистических, законах природы. Но, с другой стороны, она вносит революционные представления о пространстве и времени, решительно критикуя традиционные концепции, сформулированные Ньютоном. Таким образом, она открывает новые пути осмысливания естественных явлений. Это в наши дни и представляется наиболее выдающимся подвигом Эйнштейна, отличающим в корне его работу от работ его предшественников, а современную науку — от классической.

Еще до Эйнштейна изучение физического мира привело к преодолению пределов, ограничивающих доступное человеческим чувствам. Ученые знали о невидимом (ультрафиолетовом, инфракрасном) свете, о неслышимых звуках, управляли электромагнитными полями в пустом пространстве, неощутимыми для чувств и лишь косвенно доступными наблюдению через их воздействие на материю, и т. д. Такого рода обобщения стали возможными и необходимыми, когда была понята ограниченная ценность непосредственного чувственного восприятия. Простой пример: ощущение холодного и теплого недостаточно точно, чтобы на его основе построить теорию теплоты; поэтому его место заняли термометры, позволившие наблюдать разность температур в виде разности высот столбика ртути, или другие аналогичные устройства. Сейчас мы знаем бесчисленное множество случаев, когда одно из наших чувств заменяет или по крайней мере служит проверкой другого. По сути дела, вся наука — это сложный лабиринт такого рода взаимосвязей, составляющих чисто геометрические структуры, понятные зрению или прикосновению и, таким образом, предпочитаемые нами как заслуживающие наибольшего доверия. Этот процесс представляет собой самую суть *объективизации*, которая преследует цель сделать наблюдения настолько независимыми от индивидуальности наблюдателя, насколько это возможно. В этом смысле электромагнитные поля, неощутимые непосредственно ни для одного из человеческих чувств, могут быть введены посредством сведения их к механическим величинам, доступным для измерения в пространстве или во времени.

Другой общей чертой науки стал принцип *сведения к относительному*. Широко известным примером действия этого принципа послужило открытие сферичности земной поверхности. До тех пор пока Земля считалась плоским диском, направление «сверху вниз», или вертикальное, в любом месте Земли было чем-то абсолютным. Теперь под ним понимают направление к центру земного шара, и, таким образом, оно определено только относительно точки, где расположен наблюдатель. Общий вопрос, являются ли направление или точка в пространстве и момент в потоке времени чем-либо абсолютным, был разрешен для науки знаменитыми аксиомами Ньютона. Сами их формулировки не оставляют сомнения в том, что ответ Ньютона был утвердительным. Но его уравнения движения посвоему противоречат этому: имеются определенные эквивалентные системы отсчета, находящиеся в относительном движении, каждую из которых можно одинаково обоснованно считать пребывающей в абсолютном покое. Таким образом, ньютсновское пространство абсолютно лишь в ограниченном смысле. Дальнейшие исследования, в частности исследования по электромагнетизму и оптике, выявили другие, еще более серьезные трудности ньютоновской позиции.

Эйнштейн преодолел этот барьер, критически пересмотрев принятые тогда идеи пространства и времени. Он нашел их неудовлетворительными и заменил их на лучшие. Тем самым он следовал ведущим принципам научного познания: объективизации и сведению к относительному. Он, кроме того, использовал еще один принцип, несомненно известный и ранее, но использовавшийся главным образом в логическом анализе, а не в научных рассуждениях, например, Эрнстом Махом, физиком и философом, работы которого произвели большое впечатление на Эйнштейна. Этот принцип утверждает, что понятия и утверждения, недоступные эмпирической проверке, не должны иметь места в физической теории. Эйнштейн проанализировал одновременность двух событий, происходящих в различных точках пространства, и обнаружил, что это как раз такого рода недоступное проверке понятие. Это открытие привело его в 1905 г. к новой формулировке фундаментальных свойств пространства и времени. Десятью годами позже тот же самый принцип в применении к движению под действием сил тяготения послужил Эйнштейну путеводной нитью при установлении общей теории относительности.

Этот принцип, требующий исключения ненаблюдаемых, был объектом долгой философской дискуссии. Его называли позитивистским, и он действительно был близок к философии позитивизма, в которой Мах сыграл роль одного из основоположников. Позитивизм признает реальными только непосредственные чувственные восприятия, все остальное толкуется как плод ума; он ведет к скептической позиции по отношению к внешнему миру. Но ничто так не далеко от убеждений Эйнштейна: позднее он настойчиво провозглашал себя противником позитивизма.

Этот метод, с таким успехом использованный Эйнштейном, следует рассматривать как эвристический критерий, выявляющий слабые стороны традиционной теории, оказавшейся с эмпирической точки зрения несостоятельной. Он сыграл выдающуюся роль в фундаментальных исследованиях в современной физике, особенно в развитии квантовой теории; в свете этого факта эйнштейновский образ мышления знаменует не только высшую ступень классического периода, но и начало новой эры в физике.

# ГЛАВА I

# ГЕОМЕТРИЯ И КОСМОЛОГИЯ

## § 1. ПРОИСХОЖДЕНИЕ ИСКУССТВА ИЗМЕРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ

Физическая задача, которую ставит перед нами пространство и время, заключается в том, чтобы зафиксировать при помощи чисел место и момент времени, соответствующие каждому физическому событию. Это позволяет нам выделить событие, как оно есть, из хаоса сосуществования и последовательности явлений.

Первая проблема, вставшая перед человеком, состояла в том, чтобы научиться находить дорогу на земной поверхности. Так умение делать измерения на земной поверхности (геодезия) заложило начало науки о пространстве. Эта наука получила название «геометрия» от слова «гео», означавшего по-гречески «земля». Измерение же времени с самого начала исходило от регулярных смен дня и ночи, фаз Луны и времен года. Эти явления обращали на себя внимание человека и привлекали его взор к звездам, которые и стали истоком космологии — науки о Вселенной. Астрономическая методика применила к небесным областям принципы геометрии, проверенные на Земле, позволила определить расстояния до небесных тел и их орбиты. Она дала обитателям Земли звездные, «астрономические» меры времени, научившие нас отличать прошедшее от настоящего и будущего и сопоставлять каждому событию соответствующее положение во времени.

## § 2. ЕДИНИЦЫ ДЛИНЫ И ВРЕМЕНИ

Основой всякого измерения пространства и времени является задание единиц. Фраза «длина в столько-то и столько-то метров» означает отношение измеряемой длины к длине в 1 *м*. Фраза «столько-то секунд времени» означает отношение измеряемой длительности времени к длительности одной секунды. Таким образом, мы всегда имеем дело с отношениями, с числами, отнесенными к единицам; сами по себе единицы в высшей степени произвольны и выбраны из соображений легкости воспроизведения, легкости преобразования, надежности и т. д.

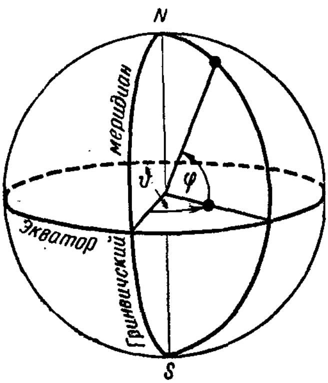
В физике мерой длины служит сантиметр (*см*) — одна сотая часть метрового стержня, хранящегося в Париже. Этот стержень с самого начала должен был олицетворять простое отношение к окружности Земли, именно быть одной десятимиллионной частью квадранта (четверти длины земного меридиана); однако при более поздних измерениях обнаружилось, что это получилось не совсем точно.

В качестве единицы времени в физике используется секунда (*сек*), которая отражает хорошо известную долю периода оборота Земли вокруг собственной оси.

Эти определения единиц, основанные на длине окружности и времени обращения Земли вокруг своей оси, оказались неудобными. Сегодня мы используем более четко воспроизводимые единицы, основанные на атомных свойствах материи. Так, метр определяют теперь, говоря, что он содержит определенное число длин волн точно определенного электромагнитного излучения, испускаемого атомом кадмия; секунду — как заданное кратное времени осцилляции определенных молекул.

## § 3. НАЧАЛО И СИСТЕМА КООРДИНАТ

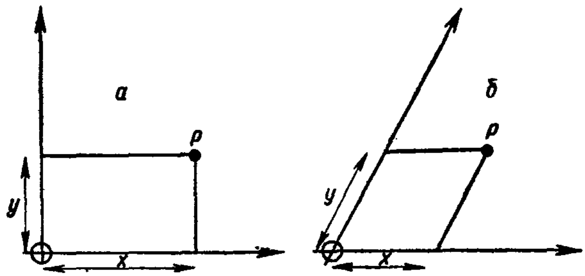
Если мы хотим определять не только длины и периоды времени, но и местоположения и моменты времени, необходимо сделать дальнейшие допущения. В случае времени, которое мы считаем одномерным представлением, достаточно конкретизировать *начальный момент*, или нулевую точку. Историки определяют даты, отсчитывая годы от «Рождества Христова». Астрономы выбирают другие начальные моменты, или нулевые точки, соответственно объектам их исследований; эти объекты они называют эпохами. Если единицы и начальный момент заданы, то каждое событие можно выделить, сопоставляя ему соответствующее число.




Фиг. 1. Географическая долгота $\theta$ и широта $\varphi$ точки $P$ на земной поверхности.

Долгота $\theta$ отсчитывается от Гринвичского меридиана, $\varphi$—от экватора. Точки $N$ и $S$ означают северный и южный полюсы.

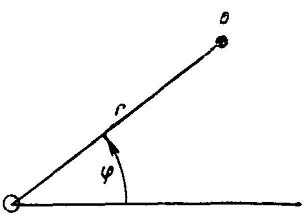
Геометрия в узком смысле требует для определения местоположения на Земле задания двух чисел, чтобы конкретизировать точку. Сказать «мой дом — на Бэйкер-стрит» недостаточно, чтобы найти его. Нужно знать еще номер дома. Во многих американских городах перенумерованы и сами улицы. Адрес «13-стрит, 25» состоит из двух чисел. Это именно то, что математики называют «определением через задание координат». Поверхность Земли покрывают сетью пересекающихся линий, которые либо перенумерованы, либо их положение определено числом, расстоянием или углом (отсчитанными относительно начальной, или нулевой, линии).




Фиг. 2. Положение точки $P$ на плоскости.

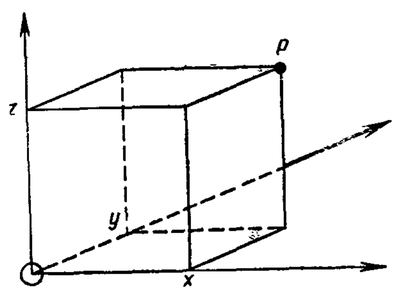
Оно определяется ее проекциями на оси $x$ и $y$ в прямоугольной ($a$) или косоугольной ($б$) системе координат.

Географы обычно используют географическую долготу (на восток или на запад от Гринвича) и широту (на север или на юг от экватора; фиг. 1). Эти определения фиксируют одновременно нулевые линии, от которых отсчитываются обе координаты: для географической долготы — Гринвичский меридиан и




Фиг. 3. Определение положения точки $P$ в полярной системе координат.

Задается расстояние $r$ от начала координат (точки $O$) и угол $\varphi$ между радиусом $r$ и осью, проходящей через начальную точку $O$.




Фиг. 4. Положение точки $P$ в пространстве.

Оно определяется тремя отрезками $x$, $y$ и $z$ на осях в прямоугольной системе координат.

для широты — экватор. При изучении геометрии на плоскости мы обычно используем *прямоугольные (декартовы) координаты xy* (фиг. 2, *а*); эти координаты означают расстояния от двух взаимно перпендикулярных *координатных осей*. Иногда также используются *косоугольные координаты* (фиг. 2, *б*), *полярные* *координаты* (фиг. 3) и другие. Как только система координат конкретизирована, положение каждой точки можно определить, приписывая ей два числа.

Точно таким же образом для задания точки в пространстве требуются три координаты. В этом случае простейший выбор вновь реализуется взаимно перпендикулярными (прямоугольными) координатами; мы обозначаем их как $xyz$ (фиг. 4).

## § 4. АКСИОМЫ ГЕОМЕТРИИ

Древняя геометрия как наука была в гораздо меньшей мере связана с вопросом определения положений на поверхности Земли, чем с определением размеров и форм площадей, объемов и фигур в пространстве, а также законов, которым подчиняются эти фигуры. Геометрия брала свое начало в искусствах геодезии и архитектуры. При этом она обходилась без понятия координат. Первое и основное: геометрические теоремы определяют свойства объектов, которые называются точками, прямыми линиями и плоскостями. В классическом каноне греческой геометрии — работе Евклида (300 г. до н. э.) — эти вещи не определяются специально, но лишь перечисляются и описываются. Таким образом, на помощь привлекается интуиция. Вы должны уже знать, что такое прямая линия, если хотите приступить к изучению геометрии. Представьте себе угол дома или натянутую струну, отвлекитесь от вопроса, из чего это сделано, и вы получите прямую линию. Затем устанавливаются законы, которые должны выполняться для конфигураций таких абстрактных вещей. Именно грекам принадлежит честь великого открытия, заключающегося в том, что необходимо предположить справедливость лишь небольшого числа таких законов для того, чтобы все остальные можно было вывести из них с логической неизбежностью. Такие утверждения, используемые как фундамент, называются *аксиомами*. Их достоверность не может быть доказана. Они вытекают не из логики, но из других источников знания. Что из себя представляют эти источники — предмет философских размышлений последующих веков. Сама геометрическая наука вплоть до конца XIX в. принимала эти аксиомы как априорно заданные и на их основе строила чисто дедуктивную систему теорем.

В дальнейшем нам придется обсуждать вопрос о смысле элементарных конфигураций, называемых точкой, прямой линией и т. д., и об источниках наших знаний геометрических аксиом. Здесь, однако, мы будем предполагать, что нам все ясно в этом вопросе, и, таким образом, будем оперировать указанными понятиями так, как научились в школе. Интуитивная правильность многочисленных геометрических теорем и применимость всей системы к представлениям привычного для нас окружающего мира будут на этой стадии достаточным оправданием их использования.

## § 5. СИСТЕМА ПТОЛЕМЕЯ

Глаз видит небо как более или менее плоскую поверхность, к которой «прикреплены» звезды. В течение суток весь небосвод поворачивается около оси, весьма близко расположенной к Полярной звезде. До тех пор пока эта внешняя видимость считалась истинной, применение геометрии к астрономическому пространству оставалось поверхностным и по сути дела неосуществленным. Здесь не существовало длин и расстояний, измеренных в земных единицах. Для того чтобы определить положение звезды, необходимо было знать только два угла, образованные направлением от наблюдателя на звезду с плоскостью горизонта и с другой подходящим образом выбранной плоскостью. На этой стадии развития знаний поверхность Земли считали покоящейся, и она служила вечной основой Вселенной. Слова «выше» и «ниже» имели абсолютный смысл, и когда поэтическое воображение или философская мысль брались за оценку высоты небес или глубины Тартара [1]), значение этих терминов не требовало объяснений. Научные понятия все еще извлекались из нагромождения субъективных впечатлений. Мировая система, называемая в честь ее создателя Птолемея (150 г. до н. э.) птолемеевой, представляет собой научную формулировку такого образа мыслей. Уже это учение отражало большое число фактов относительно движения Солнца, Луны и планет и обеспечивало теоретические методы его предсказания; но в его рамках сохранялось представление о том, что Земля пребывает в покое, а звезды вращаются вокруг нее на неизмеримых расстояниях. Их орбиты представлялись как окружности или эпициклы в соответствии с законами земной геометрии. Но астрономическое пространство, по сути дела, не рассматривалось как объект геометрического анализа, поскольку орбиты считались прикрепленными к хрустальным сферам, которые, вложенные одна в другую, и образовывали небо.

## § 6. СИСТЕМА КОПЕРНИКА

Известно, что уже греческие мыслители установили *сферичность* Земли и сделали первые шаги на пути отказа от геоцентрической системы мира (Аристарх, III в. до н. э.) в пользу более общих абстракций. Но лишь спустя долгое время после

[1]) Тартар — у древних греков — пропасть в «подземном мире», куда низвергались грешники. — *Прим. перев.*

того, как греческая цивилизация и культура отмерли, народы других стран приняли сферичность Земли как физическую реальность. Это было первым поистине великим отказом от очевидности, представляющейся нашим глазам, и в то же время первым действительно великим шагом к релятивизации. Века прошли со времени этого поворотного пункта, и то, что тогда было беспрецедентным открытием, теперь стало пустяком даже для школьников. Поэтому так трудно передать впечатление, которое произвело это открытие на людей тех времен, вдруг увидевших, что понятия «выше» и «ниже» потеряли свой абсолютный смысл, и вынужденных признать право антиподов называть на своей территории «выше» то, что мы называем «ниже». Но после того, как мореплаватели совершили первое кругосветное путешествие, все возражения смолкли. Таким образом, открытие сферической формы Земли не давало повода для конфликта между объективным и субъективным взглядами на мир, между научным исследованием и церковью. Конфликт вспыхнул лишь после того, как Коперник (1543 г.) лишил Землю ее центрального положения во Вселенной и создал *гелиоцентрическую систему мира.*

Важное значение этого открытия для развития человеческой мысли заключается в том, что Земля, человечество и индивидуальное эго оказались низвергнутыми с трона. Земля стала спутником Солнца, носящим в пространстве копошащихся на ней людей. Такие же, как она, планеты, играющие не менее важные роли, движутся вместе с нею, описывая орбиты вокруг Солнца. Человек уже не представлял никакой важности во Вселенной, кроме как для самого себя. Ни один из этих поразительных фактов не вытекал из обычного опыта (такого, как кругосветное путешествие вокруг земного шара), но лишь из наблюдений, которые были для того времени чрезвычайно тонкими и изощренными, и из точных вычислений планетных орбит. Во всяком случае, доказательства имели такой вид, что не были ни приемлемыми для всех, ни важными для повседневной жизни. Визуальная очевидность, интуитивное восприятие, христианские и языческие традиции — все говорило против новой доктрины. На место видимого солнечного диска новая доктрина ставила огненный шар, невообразимо огромный; на место дружелюбных небесных огней — такие же огненные шары, удаленные на немыслимые расстояния, или шары, подобные Земле, отражающие свет других светил; все непосредственно чувственные восприятия следовало рассматривать как обман, тогда как неизмеримые расстояния и невероятные скорости якобы отражали истинное положение дел. И все-таки этой новой доктрине было суждено победить, ибо она черпала свою силу из горячего желания мыслящих умов постигнуть все явления материального мира, какими бы маловажными они ни были для человеческого существования, с помощью простых, недвусмысленных, хотя и абстрактных, понятий. В этом процессе, составляющем основу научного познания, человеческий дух не колеблется и не боится подвергнуть сомнению наиболее самоочевидные факты визуального восприятия и объявить их иллюзорными, но предпочитает создавать самые крайние абстракции скорее, чем исключить из научного описания природы хотя бы один установленный факт, каким бы маловажным он ни мог показаться.

Великое релятивизирующее достижение Коперника стало зерном, из которого выросли многие сходные, но менее важные релятивизации расцветающего естествознания, пока наконец открытие Эйнштейна не встало в ряд со своим великим предшественником.

Но теперь мы должны обрисовать в нескольких словах космос, как его изобразил Коперник. Прежде всего заметим, что принципы и законы геометрии непосредственно применялись к астрономическому пространству. Место эпициклов птолемеевой Вселенной, которые считались прикрепленными к хрустальным сферам, заняли орбиты в пространстве, плоскости которых могли иметь различную ориентацию. Центром мироздания стало Солнце. Планеты описывают круги вокруг него, и одна из этих планет — Земля, которая при движении по своей орбите вращается вокруг собственной оси, тогда как Луна обращается около Земли по своей собственной орбите. Вне пределов солнечной системы на огромных расстояниях неподвижные звезды представляют собой подобные нашему солнца, покоящиеся в пространстве. Рациональная сторона открытия Коперника заключалась в том, что его система более простым образом объясняла явления, которые общепризнанная в те времена система мироздания была способна объяснить, лишь прибегая к запутанным искусственным гипотезам. Смены дня и ночи, времена года, фазы Луны, орбиты планет — все эти явления сразу стали понятными, объяснимыми, доступными для простых вычислений.

## § 7. РАЗВИТИЕ ИДЕЙ КОПЕРНИКА

Очень скоро, однако, представление о круговых коперниковских орбитах перестало удовлетворять результатам наблюдений. Истинные орбиты оказались существенно более сложными, чем предполагалось. Итак, важный вопрос нового мировоззрения заключался в следующем: были ли искусственные построения, подобные эпициклам Вселенной Птолемея, необходимыми или же усовершенствования расчетов орбит можно было осуществить, не вводя усложнений? Бессмертной заслугой Кеплера (1618 г.)

стало открытие простых и удивительных законов, которым подчиняются орбиты планет, и, таким образом, спасение системы Коперника в критический для нее период.

Орбиты оказались не окружностями, описанными вокруг Солнца, но кривыми, близко напоминающими окружности, а именно эллипсами, в одном из фокусов которых и расположено Солнце. Точно так же, как третий закон весьма простым образом описывает форму орбит, два других закона Кеплера определяют скорости, с которыми происходит движение по этим орбитам, и соотношения между размерами эллипсов и периодами обращения вдоль них. Современник Кеплера Галилей (1610 г.) направил только что изобретенный телескоп в небо и открыл луны Юпитера. В этой картине он усмотрел модель солнечной системы меньшего масштаба и, таким образом, продемонстрировал идеи Коперника как оптическую реальность. Однако великая заслуга Галилея заключалась в развитии принципов механики, которые позднее Ньютон (1687 г.) применил к планетным орбитам, сделав, таким образом, решающий шаг в завершении коперниковой системы мироздания.

Коперниковы окружности и кеплеровы эллипсы представляют собой то, что современная наука называет *кинематическим*, или *форономическим*, описанием орбит — математической формулировкой движений, не содержащей условий и причин, вызывающих эти движения. Каузальная (причинная) формулировка законов движения представляет собой содержание *динамики*, или *кинетики*, которую основал Галилей. Ньютон применил эти постулаты к движению небесных тел и путем весьма остроумной интерпретации законов Кеплера ввел в астрономию каузальную концепцию *механической силы*. Ньютоновский закон всемирного тяготения доказал свое превосходство над всеми более ранними теориями, объяснив все отклонения от законов Кеплера (так называемые возмущения орбит, которые были выявлены в результате дальнейших усовершенствований методов наблюдения).

Однако такая динамическая точка зрения на движения в астрономическом пространстве требовала в то же время более точной формулировки предположений, касающихся *пространства* и *времени*. Эти аксиомы появляются в работе Ньютона впервые как четкие определения. Таким образом, естественно рассматривать теорию, принятую до появления эйнштейновской, как выражение ньютоновской концепции пространства и времени. Для уяснения этих идей существенно иметь отчетливое представление о фундаментальных законах механики, причем под таким углом зрения, при котором в перспективе возникает вопрос об относительности — подход, которым обычно пренебрегают в элементарных учебниках. Итак, нам предстоит теперь обсудить простейшие факты, определения и законы механики.

ГЛАВА

# II

# ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

## § 1. РАВНОВЕСИЕ И ПОНЯТИЕ СИЛЫ

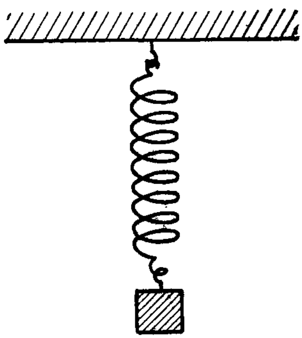
Исторически механика берет свое начало из *принципа равновесия*, или *статики*; построение ее из этого исходного пункта наиболее естественно также и с точки зрения логики.

Основное понятие статики — это понятие *силы*. Оно проистекает из субъективного чувства напряжения, которое мы испытываем, когда наше тело выполняет какую-либо работу. Мы говорим, что из двух людей сильнее тот, который может поднять более тяжелый камень или растянуть более тугой лук. Эта мера силы, с помощью которой Улисс (Одиссей) завоевал свое право среди соперников и которая, несомненно, играет большую роль в историях о древних героях, сама уже содержит зерно объективизации субъективного понятия усилия. Следующим шагом был выбор единицы силы и измерение всех сил в терминах их отношений к этой единице, т. е. релятивизация понятия силы. Вес, будучи наиболее очевидным проявлением силы и вынуждая все тела тяготеть вниз, представлял единицу силы в удобной форме: кусок металла, утвержденный как единица силы каким-либо указом государства или церкви. В наши дни единицы утверждает международный конгресс. Технически единица веса в наши дни — это вес определенного куска платины, хранящегося в Париже. Эта единица, называемая *килограммом* (*кГ*), и будет использоваться в наших рассуждениях, пока не будет особо оговорено иное. Инструмент, применяемый для сравнения весов различных тел, — *весы*.

Два тела имеют одинаковый вес, или одинаково тяжелы, если, будучи помещенными на две чаши весов, они не нарушают равновесия чаш. Если оба эти тела положить на одну чашу весов, а на другую такое тело, что равновесие вновь окажется ненарушенным, то это третье тело имеет вес, вдвое больший, чем каждое из двух первых тел. Продолжая в этом духе, мы получим набор грузов, с помощью которых можно без труда измерить вес любого тела.

Мы не ставим здесь задачу описать, как эти средства помогли человеку открыть и объяснить простые законы статики твердых тел, такие, как законы рычагов. Мы вводим лишь те понятия, которые, безусловно, необходимы для понимания теории относительности.

Кроме сил, которые человек находил в своем теле и у домашних животных, он знал и другие силы, прежде всего те, которые связаны с явлениями, называемыми в наши дни *упругими*. Сила, необходимая для того, чтобы растянуть лук или самострел, относится именно к этой категории. Далее, эти силы легко сравнивать с весом: если, например, мы хотим измерить силу, необходимую для того, чтобы растянуть пружину на определенную длину (фиг. 5), то мы при помощи проб определяем, какой вес необходимо подвесить на этой пружине, чтобы равновесие наступило в точности при таком растяжении пружины. Сила пружины тогда равна весу, если не считать того, что пружина совершает усилие, направленное вверх, а вес — направленное вниз. Принцип, который используется здесь, состоит в том, что при равновесии все силы взаимно уничтожаются; это и есть ньютоновский *принцип равенства действия и противодействия*.



Фиг. 5. Сравнение упругой силы с силой веса.

Если такое состояние равновесия нарушается в результате уменьшения или устранения одной из сил, возникает *движение*. Поднятый груз падает, когда рука перестает поддерживать его, т. е. когда исчезает противодействующая сила. Стрела летит вперед, когда стрелок отпускает тетиву растянутого лука. Пружина на фиг. 5 движется обратно, если от нее отцепить груз. Сила стремится создать движение. Это — исходный момент *динамики*: отсюда начинаются все попытки открыть законы такого рода процессов.

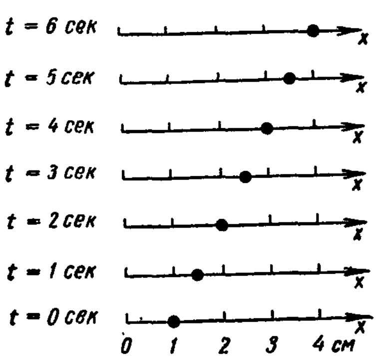
## § 2. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Прежде всего необходимо подвергнуть анализу само понятие движения. Точное математическое описание движения заключается в том, чтобы указать, в каком месте относительно заранее выбранной координатной системы находится точка во все последовательные моменты времени. Математики для этого используют формулы. Мы будем, насколько возможно, избегать этого не всем в достаточной мере знакомого метода представления законов и соотношений; вместо него мы будем использовать графическое представление движения.

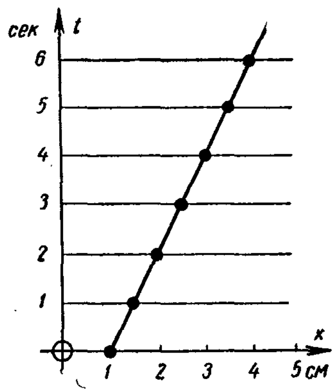
Проиллюстрируем сказанное простейшим примером. Рассмотрим движение точки вдоль прямой линии. Выберем в качестве единицы длины, как это обычно делается в физике, сантиметр, и пусть движущаяся точка будет на расстоянии $x = 1$ *см* от нулевой точки или начала координат в тот момент, когда мы начинаем наши наблюдения; этот момент времени мы будем называть $t = 0$. Предположим, что в течение 1 *сек* точка сдвинулась на расстояние $^1/_2$ *см* вправо, так что при $t = 1$ *сек* расстояние от начала координат возросло до 1,5 *см*. В течение следующей секунды точка сдвинется на такое же расстояние; тогда $x = 2$ *см* и т. д. Следующая таблица дает расстояние $x$ в зависимости от момента времени $t$:

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 *сек* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 *см* |

То же самое соотношение мы видим изображенным на ряде горизонтальных линий на фиг. 6, где движущаяся точка изображена в виде маленького кружка на оси расстояний. Далее,




Фиг. 6. Движение точки вдоль оси $x$ с постоянной скоростью $v = {}^1/_2$ *см/сек*.

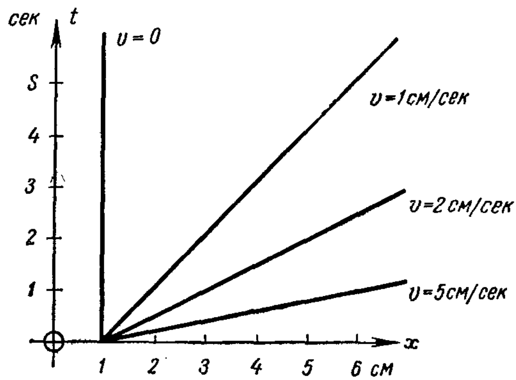



Фиг. 7. Представление движения точки, показанного на фиг. 6, в системе координат $x$, $t$.

вместо изображения ряда маленьких диаграмм одной над другой мы можем нарисовать один график, на котором $x$ и $t$ играют роль *координат* (фиг. 7). Этот способ имеет то преимущество, что позволяет указать положение точки не только в момент, когда начинается каждый период длительностью в 1 *сек*, но и во все промежуточные моменты времени. Требуется только соединить положения, отмеченные на фиг. 6, непрерывной кривой. В нашем случае, очевидно, это будет прямая линия, так как точка проходит одинаковые расстояния в одинаковые времена; координаты $x$ и $t$ поэтому изменяются в одном и том же отношении (т. е. пропорционально); очевидно, графиком, характеризующим этот закон, будет прямая линия. Такое движение называется *равномерным*. Понятие *скорость движения* $v$ означает отношение пройденного пути к необходимому для этого времени:

$$v = \frac{\text{Пройденный путь}}{\text{Затраченное время}}. \tag{1}$$

В нашем примере точка проходит $^1/_2$ *см* за 1 *сек*. Скорость все время остается одной и той же и составляет $^1/_2$ *см/сек*.

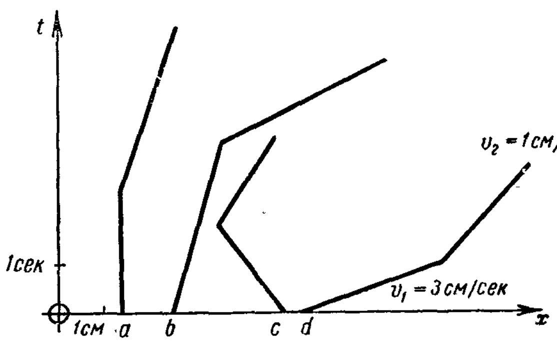



Фиг. 8. Равномерное движение с различными скоростями: $v = 0$, 1, 2,5 *см/сек*.

Единица скорости уже задана этим определением: это скорость, которую точка имела бы, если бы она проходила 1 *см* за 1 *сек*. О скорости говорят, что это *производная* единица; не вводя нового слова, мы обозначаем ее: сантиметр в секунду, или *см/сек*. Чтобы выразить тот факт, что измерение скоростей может быть сведено обратно к измерению длин и времен в соответствии с формулой (1), мы говорим также, что скорость имеет *размерность* длины, деленной на время, что записывается как $[v] = [l/t]$ или $[l \cdot t^{-1}]$. Точно таким же образом мы приписываем определенные размерности всем величинам, которые можно построить с помощью фундаментальных величин: длины $l$, времени $t$ и веса $G$. Если эти последние единицы известны, то всякую другую единицу можно непосредственно выразить с помощью единиц длины, времени и веса, скажем *см*, *сек* и *кГ*.

В случае больших скоростей путь, пройденный за 1 *сек*, оказывается очень большим, поэтому на графике линия лишь слегка наклонена к оси $x$: чем меньше скорость, тем круче оказывается график. Точка, которая находится в покое, имеет нулевую скорость и представляется на нашей диаграмме прямой линией, параллельной оси $t$, так как все точки этой прямой линии соответствуют одному и тому же значению $x$ во все моменты времени $t$ (фиг. 8).

Если точка, бывшая до этого в покое, вдруг мгновенно приобретает скорость и продолжает двигаться с этой скоростью, то график представляет собой ломаную линию, первая часть которой вертикальна, а вторая наклонена (фиг. 9, $a$). Аналогично ломаные линии характеризуют случаи, в которых точка, первоначально равномерно движущаяся вправо или влево, вдруг мгновенно меняет скорость (кривые $b$, $c$ и $d$ на фиг. 9).



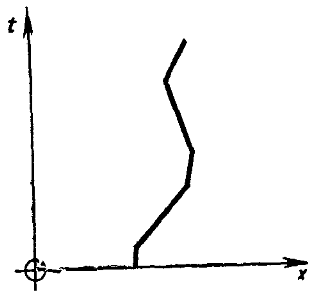

Фиг. 9. Равномерные движения с мгновенными изменениями скорости.

Если скорость до мгновенного ее изменения была равна $v_1$ (скажем, 3 *см/сек*), а после изменения стала равна $v_2$ (например, 5 *см/сек*), то увеличение скорости равно $v_2-v_1$ (т. е. $5-3=2$ *см/сек*). Если $v_2$ меньше, чем $v_1$ (например, $v_2 = 1$ *см/сек*), то величина $v_2 - v_1$ отрицательна (именно, $1-3 = -2$ *см/сек*); это, очевидно, означает, что движущаяся точка неожиданно затормозилась (кривая $d$ на фиг. 9).

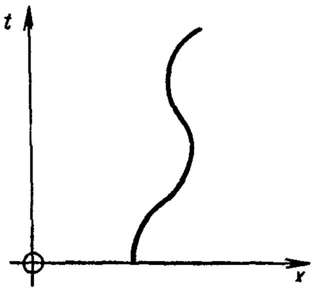
Если точка испытывает ряд мгновенных изменений скорости, то график ее движения будет представлять собой последовательность прямолинейных отрезков, соединенных концами (ломаную кривую), как показано на фиг. 10.

Если изменения скорости будут происходить все более и более часто и будут достаточно малыми, «ломаность» кривой перестанет отличаться от искривленности гладкой линии. Тогда кривая будет характеризовать движение, скорость которого изменяется непрерывно, т. е. такое движение, которое неравномерно, ускорено или замедлено (фиг. 11).

Точные величины скорости и быстроты ее изменения — ускорения — могут быть получены в этом случае только с помощью методов дифференциального исчисления. Для нас достаточно заменить непрерывную кривую ломаной, прямые отрезки которой характеризуют равномерные движения с постоянными ско-

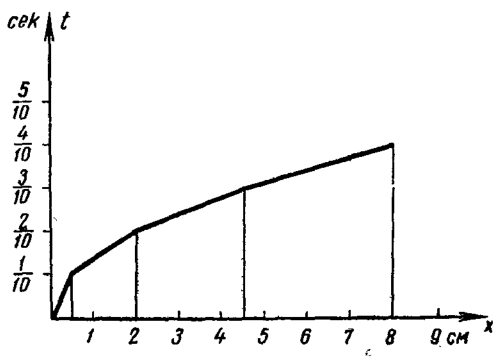



Фиг. 10. Движение точки, испытывающей ряд мгновенных измененийй скорости.




Фиг. 11. Движение с непрерывно изменяющейся скоростью.

ростями. Можно предполагать, что углы нашей ломаной (т. е. мгновенные изменения скорости) следуют друг за другом через равные интервалы времени, скажем через $\tau = 1/n$ *сек.*




Фиг. 12. Пример движения точки.

Движение начинается в момент времени $t=0$ из положения $x=0$ со скоростью 5 *см/сек*; скорость претерпевает изменение на 10 *см/сек* каждую одну десятую секунды.

Если, кроме того, эти изменения равны по величине, то движение называют равномерно ускоренным (равноускоренным). Пусть каждое изменение скорости равно $w$; тогда, если в течение 1 *сек* происходит $n$ изменений скорости, общее изменение скорости за секунду равно

$$\frac{nw}{сек} = \frac{w}{\tau} = b. \tag{2}$$

Например, на фиг. 12

$$\tau = \frac{1}{10}\ \textit{сек}, \quad n = 10,$$

$$w = 10\ \textit{см/сек},$$

$$v_0 = 5, \quad v_1 = 15, \quad v_2 = 25\ \textit{см/сек}\ \ldots,$$

$$b = \frac{w}{\tau} = 100\ \textit{см/сек}^2.$$

Эта величина $b$ представляет собой меру *ускорения*. Ее размерность, очевидно, равна $[b] = [v/t] = [l/t^2]$, а ее единица есть ускорение, при котором скорость изменяется на 1 единицу за единицу времени, т. е. в физической системе мер 1 $\textit{см/сек}^2$.

Когда мы хотим знать, насколько далеко переместилась за время $t$ точка, движущаяся равноускоренно, мы представляем себе, что период времени $t$ разделен на $n$ равных частей, и предполагаем, что точка приобретает мгновенное увеличение скорости $w$ в конце каждого малого интервала времени $t/n$. Это малое приращение связано с ускорением $b$ формулой (2), где нужно заменить интервал времени $\tau$ на $t/n$; так,

$$w = \frac{bt}{n}.$$

Если точка начинает движение с нулевой скоростью из положения $x = 0$ в момент времени $t = 0$, то скорость

после первого интервала времени: $v_1 = w$,

после второго интервала времени: $v_2 = v_1 + w = 2w$,

после третьего интервала времени: $v_3 = v_2 + w = 3w$,

и т. д.

Точка перемещается

после первого интервала времени в положение

$$x_1 = v_1 \frac{t}{n},$$

после второго интервала времени в положение

$$x_2 = x_1 + v_2 \frac{t}{n} = (v_1 + v_2) \frac{t}{n},$$

после третьего интервала времени в положение

$$x_3 = x_2 + v_3 \frac{t}{n} = (v_1 + v_2 + v_3) \frac{t}{n}$$

и т. д.

По прошествии $n$-го интервала времени, т. е. в конце периода $t$, точка будет находиться в положении

$$x=(v_1+v_2+\ \dots\ +v_n)\frac{t}{n}.$$

Но

$$v_1+v_2+\ \dots\ +v_n=1w+2w+3w+\ \dots\ +nw=$$
$$=(1+2+3+\ \dots\ +n)w.$$

Сумму чисел от 1 до $n$ можно легко подсчитать, сложив первое с последним, второе со вторым с конца и т. д. В каждом случае сумма двух чисел оказывается равной $n+1$, а всего у нас $n/2$ таких пар. Таким образом, мы получаем, что $1+$ $+2+\dots+n=(n/2)(n+1)$. Если, далее, заменить $w$ на $b(t/n)$, то получим

$$v_1+v_2+\ \dots\ +v_n=\frac{n}{2}(n+1)\frac{bt}{n}=\frac{bt}{2}(n+1)$$

и, таким образом,

$$x=\frac{bt}{2}(n+1)\frac{t}{n}=\frac{bt^2}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right).$$

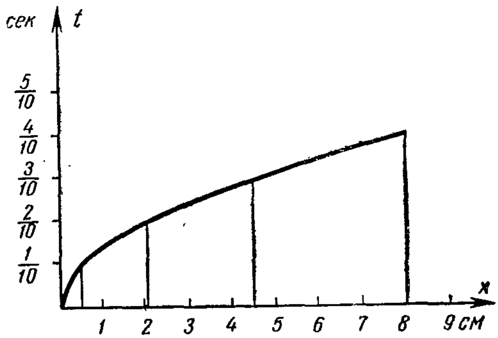
Здесь мы можем выбрать $n$ как угодно большим. Если положить $n$ произвольно большим, то $1/n$ становится как угодно малой, и мы получаем

$$x=\frac{1}{2}bt^2.$$

Эта формула означает, что проходимые пути пропорциональны квадратам отрезков времени. Если, например, ускорение $b=$ $=100$ *см/сек*$^2$, то через 1 *сек* точка переместится на 50 *см*, через 2 *сек* — на $50\times2^2=200$ *см*, через 3 *сек* — на $50\times3^2=$ $=450$ *см* и т. д. Если пользоваться меньшими отрезками, например в $^1/_{10}$ *сек*, мы увидим, что точка переместилась на $^1/_2\times100\times(^1/_{10})^2=\,^1/_2$ *см* в первую десятую долю секунды, на $^1/_2\times100\times(^2/_{10})^2=2$ *см* за вторую десятую долю секунды и т. д. Это соотношение можно изобразить в плоскости $xt$ кривой, которую называют «параболой» (фиг. 13). Сравнивая эту фигуру с фиг. 12, мы видим, как ломаная кривая приближенно представляет непрерывную кривую — параболу. Для обеих фигур мы выбрали одинаковое ускорение $b=100$ *см/сек*$^2$; этот выбор определяет внешний вид кривых.

Понятие ускорения можно применить и к неравномерно ускоренным движениям, используя вместо 1 *сек* настолько малые отрезки времени, в течение которых наблюдается движение, что это движение можно будет рассматривать как равномерно ускоренное. Ускорение тогда само превращается в непрерывную переменную.

Все эти определения становятся строгими и в то же время удобными в обращении при глубоком изучении процесса подразделения на малые интервалы, в течение которых рассматриваемая величина считается постоянной. Это приводит к понятию предельной величины, которое служит исходным понятием дифференциального исчисления. Исторически именно исследуя проблемы движения, Ньютон, по сути дела, пришел к изобретению дифференциального исчисления и обратного ему интегрального исчисления.

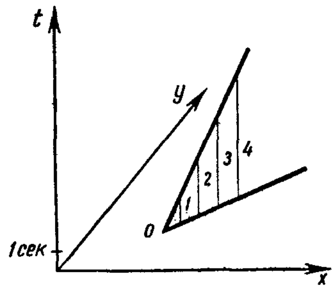



Фиг. 13. Пример движения точки. Движение начинается в момент времени $t=0$ из положения $x=0$ с ускорением 100 *см/сек*$^2$. Ср. с фиг. 12.

*Теория движения* (кинематика, форономия) послужила предвестником истинной механики сил, или динамики. Очевидно, эта теория представляет собой некоторого рода геометрию движения. По существу в нашем графическом представлении каждое движение изображается некоторой геометрической конфигурацией в плоскости координат $xt$. Здесь мы имеем дело с более чем просто аналогией. Действительно, именно принцип относительности придает фундаментальное значение пониманию времени как координаты в единстве с пространственными координатами.

## § 3. ДВИЖЕНИЕ В ПЛОСКОСТИ

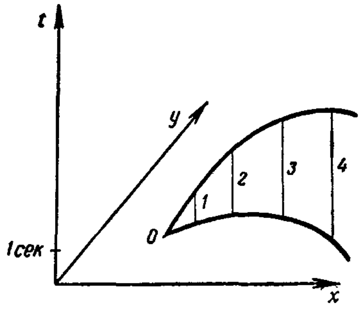
Обращаясь к изучению движения точки в плоскости, мы можем прямо распространить наш метод представления движений на этот случай. Зададимся в плоскости координатами $x$ и $y$ и восстановим ось $t$ перпендикулярно этой плоскости (фиг. 14). Тогда прямая линия в $xyt$-пространстве соответствует прямолинейному и равномерному движению в плоскости $xy$. Действительно, если спроектировать точки прямой линии, которые соответствуют моментам времени $t = 0, 1, 2, 3, \ldots$ *сек*, на плоскость $xy$, то будет ясно, что пространственное смещение происходит вдоль прямой линии и в равные интервалы времени точка проходит одинаковые пути.



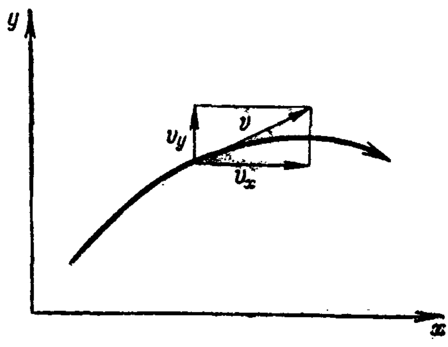

Фиг. 14. Равномерное движение в плоскости, как оно изображается в системе координат $x$, $y$, $t$.

Через 1, 2, 3, 4 ... *сек* точка, движущаяся в плоскости $xy$, достигает основания параллельной линии, помеченной номером 1, 2, 3, 4, ... соответственно.

Всякое непрямолинейное движение называют *ускоренным*, даже если оно происходит, например, *с постоянной* скоростью, но по *искривленной* траектории. Действительно, в этом случае изменяется *направление* скорости, хотя ее величина остается неизменной. Ускоренные движения представляются в плоскости $xyt$ (фиг. 15) различными кривыми. Проекцию такой кривой на плоскость $xy$ называют плоской траекторией. Скорость и ускорение также вычисляются с помощью предположения, что кривая заменяется ломаной, близко примыкающей к этой кривой. В каждом углу этой ломаной изменяется не только величина, но и направление скорости. Более точный анализ понятия ускорения завел бы нас слишком далеко; до-




Фиг. 15. Ускоренное движение в плоскости (см. подпись к фиг. 14).




Фиг. 16. Скорость $v$ движения в плоскости имеет компоненты $v_x$ и $v_y$.

статочно упомянуть, что лучший способ состоит в следующем: спроектировать график движущейся точки на оси координат $x$ и $y$ и проследить прямолинейное движение этих получившихся двух точек или, что то же самое, проследить, как изменяются координаты $x$ и $y$ в зависимости от времени. При этом понятия, введенные выше для прямолинейных движений, можно применять к этим спроектированным движениям. Таким образом, мы получаем две *компоненты скорости* $v_x$ и $v_y$ и две *компоненты ускорения* $b_x$ и $b_y$, которые вместе определяют скорость и ускорение движущейся точки в каждый данный момент времени.

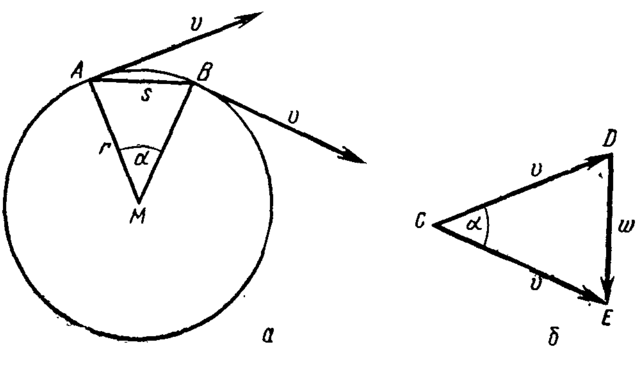
В случае плоского движения (а также движения, происходящего в пространстве) скорость и ускорение оказываются направленными величинами (векторами). Они имеют определенные величины и определенные направления. Величины их можно подсчитать, зная их компоненты. Например, величину и направление скорости можно вычислить как гипотенузу прямоугольного треугольника, катеты которого равны $v_x$ и $v_y$ (фиг. 16). Тогда по теореме Пифагора величина скорости равна

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \tag{3}$$

Соответствующий результат справедлив и для ускорения.

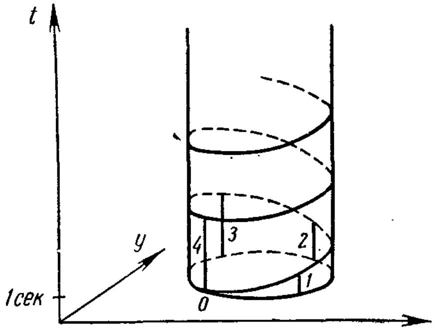
## § 4. КРУГОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Существует лишь один случай, который мы хотели бы рассмотреть более подробно, а именно движение точки по круговой




Фиг. 17. К объяснению центростремительного ускорения при круговом движении с постоянной скоростью $v$.

орбите (фиг. 17, *a*). В соответствии с уже сказанным это движение является ускоренным, так как направление скорости постоянно изменяется. Если бы движение было не ускоренным, то движущаяся точка перемещалась бы из положения $A$ по прямой линии с постоянной скоростью $v$. Но поскольку на самом деле точка должна оставаться на круговой орбите, она должна иметь дополнительную скорость или ускорение, направленное к центру — точке $M$. Это ускорение называют *центростремительным* *ускорением.* Именно оно заставляет скорость в близлежащем от начала движения положении $B$, в которое попадает движущаяся точка через малый интервал времени $\tau$, изменить направление, которое эта скорость имела в точке $A$. На отдельной диаграмме (фиг. 17, *б*) мы провели из точки $C$ в точки $D$ и $E$ векторы скорости в точках $A$ и $B$, принимая во внимание их величины и направления. Величины этих векторов одни и те же (именно равные $v$), поскольку точка движется по окружности с постоянной скоростью, но направления их различны. Если соединить конечные точки $D$ и $E$ двух векторов скорости, то линия, соединяющая их, очевидно, будет представлять собой дополнительную скорость $w$, которая превращает первое состояние скорости во второе. Итак, мы получили равнобедренный треугольник $CED$, который имеет основание $w$ и стороны $v$. Мы сразу видим, что угол $\alpha$ при вершине треугольника равен углу, образованному двумя радиусами окружности и стягиваемому дугой, по которой движется точка. Действительно, скорости в положениях $A$ и $B$ перпендикулярны радиусам $MA$ и $MB$, поэтому и те и другие заключают один и тот же угол. Таким образом, два равнобедренных треугольника $MAB$ и $CDE$ подобны, и справедлива пропорция




Фиг. 18. Представление кругового движения с постоянной скоростью.

Скорость $v$ и радиус окружности выбраны так, что каждые четыре секунды точка описывает одну полную окружность.

$$\frac{DE}{CD} = \frac{AB}{MA}.$$

Итак, $DE = w$, $CD = v$, и более того, $MA$ равно радиусу круга $r$, а $AB$ равно дуге $s$, если не считать малой ошибки, которую можно сделать как угодно ничтожной, делая интервал времени $\tau$ достаточно малым.

Таким образом,

$$\frac{w}{v} = \frac{s}{r}, \quad \text{или} \quad w = \frac{sv}{r}.$$

Можно разделить эту последнюю формулу на $\tau$ и заметить, что $s/\tau = v$, $w/\tau = b$. Отсюда

$$b = \frac{v^2}{r}, \tag{4}$$

т. е. центростремительное ускорение равно квадрату линейной скорости, деленной на радиус.

Эта теорема, как мы увидим, служит основой одного из первых и наиболее важных эмпирических доказательств ньютоновской теории гравитации.

Может быть, не лишне отчетливо представить себе, как выглядит такое равномерное вращательное движение в графическом изображении в $xyt$-пространстве. Очевидно, это можно осуществить, вообразив, что точка равномерно движется вверх параллельно оси времени $t$, одновременно совершая вращательное движение. Мы получаем спираль (винтовую линию), которая уже исчерпывающим образом представляет и траекторию точки, и развитие движения во времени. На фиг. 18 эта спираль изображена на поверхности цилиндра, основание которого лежит в плоскости $xy$.

## § 5. ДВИЖЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ

Наш графический метод представления движений оказывается непригодным для изображения движений в пространстве, так как в этом случае имеются три пространственные координаты $x$, $y$, $z$, к которым еще необходимо добавить время в качестве четвертой координаты. Возможности же нашего зрения, к сожалению, ограничены трехмерным пространством. Здесь на помощь должен прийти символический язык математики: ведь методы *аналитической геометрии* позволяют изучать свойства и соотношения пространственных конфигураций как объекты чисто математических вычислений, не требуя использования нашего дара визуализации и изображения фигур. Безусловно, эти методы гораздо более мощны, чем геометрические построения, а главное, они не ограничены пространством трех измерений, но непосредственно применимы к пространствам четырех и более измерений.

На языке математики понятие пространства более чем трех измерений отнюдь не содержит ничего мистического: оно просто служит сокращенным обозначением того факта, что мы имеем дело с величинами, для полного определения которых требуется более трех чисел. Так, например, положение точки в данный момент времени можно определить, только задав четыре числа: три пространственные координаты $x$, $y$, $z$ и время $t$. Научившись пользоваться $xyt$-пространством как способом изображения плоского движения, нетрудно оперировать с движением и в трехмерном пространстве с помощью кривых в $xyzt$-пространстве. Такое понимание кинематики как геометрии в четырехмерном $xyzt$-пространстве имеет то преимущество, что позволяет применять хорошо известные законы геометрии к изучению движения. Но оно имеет и еще более глубокое значение, которое станет ясным при обсуждении теории Эйнштейна. Мы покажем, что понятия пространства и времени, которые берут начало из совершенно различных видов человеческого опыта, невозможно четко разделить, когда мы имеем дело с объектами физических измерений. Если физика стремится оправдать свою максиму о признании реальным лишь того, что физически наблюдаемо, она должна объединить понятия пространства и времени в более общее понятие, а именно в представление о четырехмерном многообразии. Минковский назвал его *«миром»* или *«вселенной»* (1908 г.). Этим он стремился выразить тот факт, что элемент любой последовательности реальных явлений представляет собой не место или момент времени, а *«событие»*, или *«мировую точку»*, т. е. место в определенный момент времени. Он называл графическое изображение движущейся точки *«мировой линией»*; это выражение мы и будем использовать в дальнейшем. Равномерное прямолинейное движение, таким образом, соответствует прямой мировой линии, ускоренное — одной из кривых.

## § 6. ДИНАМИКА. ЗАКОН ИНЕРЦИИ

Теперь, вооружившись предварительными сведениями, обратимся к вопросу, с которого мы начали: как силы вызывают движение?

Простейшим является случай, когда силы вообще отсутствуют. При этом покоящееся тело, несомненно, не придет в движение. Уже древние установили этот факт; более того, они верили, что верно и обратное, т. е. что если существует движение, то должны существовать и силы, поддерживающие его. Эта точка зрения сразу приводит к трудностям, если задаться вопросом, почему брошенный камень или стрела продолжают двигаться после того, как они были выпущены из руки. Ясно, что именно рука привела их в состояние движения, но ее воздействие закончилось, как только движение началось. Древние мыслители испытали много затруднений, пытаясь уяснить, какие силы действительно поддерживают движение брошенного камня.

Галилей первым встал на правильную точку зрения. Он заметил ошибочность убеждения в том, что сила должна присутствовать везде, где существует движение. Наоборот, следовало задаться вопросом, какое количественное свойство движения находится в правильном соотношении с силой — будь это положение движущегося тела, его скорость, его ускорение, или какая-либо сложная величина, зависящая от всех этих параметров. Никакие умозрительные рассуждения не помогут нам извлечь ответ на этот вопрос из философии. Здесь нужно обратиться непосредственно к природе. Ответ, который дает природа, состоит в том, что влияние силы проявляется в *изменениях* скорости; для поддержания же движения, при котором величина и направление скорости остаются неизменными, не требуется присутствия сил. И наоборот, где отсутствуют силы, там величина и направление скорости остаются неизменными: покоящееся тело сохраняет состояние покоя, движущееся равномерно и прямолинейно — продолжает двигаться равномерно и прямолинейно.

Этот *закон инерции* (или неизменности), безусловно, не так очевиден, как могло бы показаться по его простой формулировке. Наш опыт не дает нам примеров тел, которые действительно отделены от среды постоянных внешних влияний; пытаясь представить себе, как они движутся с постоянной скоростью по своим уединенным прямолинейным траекториям в астрономическом пространстве, мы сразу сталкиваемся с вопросом о том, что такое абсолютно прямая траектория в абсолютно покоящемся пространстве — понятия, с которыми нам предстоит иметь дело несколько позднее. В настоящий же момент будем понимать закон инерции в том ограниченном смысле, какой имел в виду Галилей.

Представим себе гладкий, строго горизонтальный стол, на котором покоится гладкий шар. Он прижат к столу силой его собственного веса. Очевидно, не существует силы, действующей на него в горизонтальном направлении, иначе он не оставался бы в покое ни в одной точке стола.

Но если теперь придать шару скорость, он будет продолжать двигаться по прямой линии, лишь немного теряя скорость. Это замедление Галилей понял как вторичный эффект, который следует приписать трению о стол и воздух, даже если силы трения невозможно обнаружить теми статическими методами, с которых мы начали. Именно эта интуиция, которая правильно отделяет то, что существенно в явлении, от второстепенных эффектов, и характеризует великого ученого.

Закон инерции, безусловно, не ограничивается случаем движения на столе. Было установлено, что в отсутствие сил скорость остается постоянной по направлению и по величине.

Поэтому силы всегда ассоциируются с изменением скорости — ускорением. Каким образом они связаны с ускорением, может решить только эксперимент.

## § 7. ИМПУЛЬСЫ

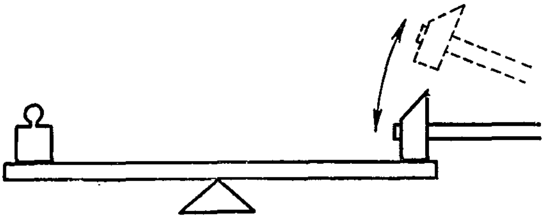
Мы определили ускорение неравномерного движения как предельный случай мгновенных изменений скорости кусочно-равномерного движения. Теперь мы прежде всего должны задуматься над вопросом, как отдельные мгновенные изменения скорости вызываются приложенной силой. Для такого изменения сила должна действовать очень короткое время: это мы будем называть мгновенной силой или импульсом силы. Результат действия такого импульса силы зависит не только от величины силы, но и от длительности ее воздействия, даже когда она очень мала. Поэтому мы определим новую величину, называемую *импульсом* силы $J$, посредством следующего рассуждения: $n$ импульсов силы $J$, каждый из которых составляется из силы $K$, действующей в течение времени $\tau = 1/n$ *сек*, произведут (если импульсы следуют один за другим без заметных перерывов) тот же эффект, что и сама сила $K$, действуя непрерывно в течение всей секунды. Таким образом,

$$\frac{nJ}{сек} = \frac{1}{\tau} J = K,$$

или

$$J = \tau K. \tag{5}$$

Представить себе это можно следующим образом: пусть на одном из концов рычага (балансира типа весов), имеющего одинаковые плечи, помещен некоторый вес и пусть по другому его концу часто и размеренно постукивает молоток (фиг. 19),



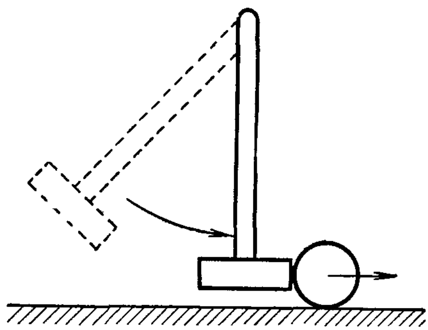
Фиг. 19. Уравновешивание веса с помощью ряда импульсов силы от молотка.

причем сила каждого удара достаточно велика, чтобы сохранялось равновесие, если не считать почти незаметных колебаний (флуктуаций). Ясно, что постольку, поскольку сила каждого удара $J$, умноженная на число ударов в секунду или разделенная на время, затрачиваемое на каждый удар, остается точно равной весу $K$, можно постукивать и слабее, но чаще или же сильнее, но реже. Эти «импульсные весы» позволяют измерять силу ударов, даже когда невозможно точно указать длительность воздействия силы в течение каждого отдельного удара. Необходимо измерить лишь силу $K$, которая позволяет сохранить равновесие при $n$ одинаковых ударах в секунду (в пренебрежении незаметным дрожанием плеч балансира); тогда величина каждого удара равна одной $n$-й части $K$.

Размерность импульса силы равна $[J]=[t \cdot G]$, где $G$ — вес.

## § 8. РЕЗУЛЬТАТ ДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСА СИЛЫ

Обратимся вновь к шару на столе и изучим воздействие импульсов силы на него. Для этого нам потребуется молоток, который может раскачиваться, скажем, вокруг горизонтальной оси. Прежде всего прокалибруем силу ударов нашего молотка для каждого падения с помощью «импульсных весов». Затем будем пускать его так, чтобы он ударял покоящийся на столе шар, и будем наблюдать скорости, которые приобретает шар в результате ударов, измеряя, сколько сантиметров проходит шар в 1 *сек* (фиг. 20). Результат очень прост. Чем сильнее удар, тем больше скорость; соотношение между ними таково, что вдвое более сильный удар придает шару вдвое большую скорость, втрое более сильный удар — втрое большую скорость и т. д., т. е. скорость и сила удара находятся в постоянном отношении друг к другу (пропорциональны). Если шар уже имел какую-то скорость до удара, то удар увеличит или уменьшит ее в соответствии с тем, приходится ли удар по направлению движения или против. Достаточно сильный удар может изменить направление движения на обратное.



Фиг. 20. Удар молотка по шару, лежащему на столе. Импульсы пропорциональны скоростям движения шара.

Таким образом, эффект воздействия импульса силы состоит в мгновенных изменениях скорости; эти изменения пропорциональны производящим их импульсам силы. Скорости здесь следует считать положительными или отрицательными в зависимости от их направления.

## § 9. МАССА И КОЛИЧЕСТВО ДВИЖЕНИЯ

Выше мы уже делали опыты с шаром. Повторим тот же самый импульсный эксперимент с шарами различных видов — скажем, разных размеров или из разных материалов. Пусть одни из них будут сплошными, другие — полыми внутри. Предположим, что все шары приводятся в движение строго одинаковыми ударами или импульсами силы при помощи очень тяжелого молотка. Опыт показывает, что шары приобретают совершенно различные скорости, и, разумеется, сразу можно заметить, что легкие шары начинают двигаться с большей скоростью, а тяжелые — лишь медленно откатываются в сторону (если только молоток всегда гораздо тяжелее всех шаров). Таким образом мы обнаружили зависимость от веса, которую мы будем изучать и далее, ибо она представляет собой одно из эмпирических оснований общей теории относительности. С абстрактной точки зрения следовало бы, однако, подчеркнуть следующее: тот факт, что разные шары приобретают различные скорости после одинаково сильных взаимодействий, не имеет ничего общего с весом. Сила веса направлена вниз и определяет давление шара на стол, но не порождает никакой горизонтальной силы.

Итак, мы узнали, что *один шар* оказывает большее сопротивление удару, чем *другой*, — это уже новый опытный факт, независимый от того, что первый шар в то же время и тяжелее, чем второй. Но этот факт, с нашей точки зрения, невозможно объяснить, исходя из понятия веса. Мы установили различие сопротивлений, которые оказывают шары при взаимодействии с молотком. Назовем это сопротивление *инерциальным сопротивлением* и определим его как отношение импульса силы $J$ к приобретенной скорости $v$, измеренной относительно первоначального состояния покоя. Для этого отношения, обозначаемого символом $m$, было выбрано слово *масса*. Итак,

$$m = \frac{J}{v}. \qquad (6)$$

Эта формула утверждает, что для одного и того же тела увеличение импульса силы $J$ ведет к соответственному увеличению скорости $v$ таким образом, что их отношение всегда остается неизменным и равным $m$. При таком определении массы ее единицу уже нельзя выбирать произвольно, так как единицы скорости и импульса силы уже заданы. Масса должна иметь размерность

$$[m] = \left[\frac{t^2 \cdot G}{l}\right];$$

ее единица в обычной системе мер есть *сек*$^2 \cdot$ *кГ/см*.

В бытовом смысле слово *масса* означает нечто вроде количества вещества или материи; эти понятия сами по себе не определяются далее. Понятие вещества считается самоочевидным. В физике, однако, — и мы должны подчеркнуть это самым решительным образом — слово *масса* не имеет иного смысла, кроме того, который ему придает формула (6). Масса есть мера сопротивления тела изменениям скорости.

Теперь можно записать закон импульсов в более общей форме:

$$mw = J. \tag{7}$$

Эта формула определяет *изменение* скорости $w$, которое испытывает движущееся тело в результате действия импульса $J$.

Произведение $mv$ массы на скорость называют *количеством движения*[1]) $p$. Величина $mw$, где $w$ — изменение скорости, представляет собой изменение количества движения, производимое импульсом силы $J$.

До сих пор мы считали молоток настолько тяжелым, что обратным воздействием на него со стороны шара можно было пренебречь, поэтому импульс силы и считался заданной величиной. На самом деле это не точно: обратное воздействие на молоток существует; оно становится существенным и его необходимо учитывать, когда молоток не слишком сильно отличается по весу, или, точнее, по массе, от шара. Тогда оба сталкивающихся тела оказываются равноправными — обстоятельство, которое становится более понятным, если молоток заменить вторым шаром.

Рассмотрим поэтому два тела, движущихся вдоль одной и той же прямой со скоростями $v_1$ и $v_2$. Сталкиваясь, они окажут друг на друга импульсное воздействие; импульс силы, переданный первым телом второму, будет равен $J_1$, а импульс силы, переданный вторым телом первому, $J_2$. Далее, согласно ньютоновскому принципу равенства действия и противодействия (см. стр. 24), силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны (и противоположно направлены); поскольку времена действия двух тел друг на друга также равны, импульсы силы $J_1$ и $J_2$ будут равны и противоположно направлены: $J_2 = -J_1$. Следовательно, их сумма равна нулю:

$$J_1 + J_2 = m_1 w_1 + m_2 w_2 = 0. \tag{8}$$

Отсюда следует, что

$$w_2 = -\frac{m_1}{m_2} w_1,$$

т. е. когда одно тело теряет скорость ($w_1$ отрицательно), скорость другого тела увеличивается ($w_2$ положительно), и наоборот.

Если ввести скорости двух тел до и после столкновения, именно $v_1$, $v_1'$ для первого тела и $v_2$, $v_2'$ для второго тела, то

[1]) В современной физике (особенно теоретической) широко употребляется слово «импульс», равнозначное термину «количество движения»; его не следует смешивать с понятием «импульса силы». — *Прим. перев.*

изменения скоростей будут равны

$$w_1 = v_1' - v_1, \quad w_2 = v_2' - v_2;$$

поэтому уравнение (8) можно записать следующим образом:

$$m_1(v_1' - v_1) + m_2(v_2' - v_2) = 0.$$

Если теперь перенести в левую часть уравнения все величины, относящиеся к движению до столкновения, а в правую часть — величины, относящиеся к движению после столкновения, то мы получим соотношение

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \qquad (9)$$

Слева мы имеем полное количество движения $p = m_1 v_1 + m_2 v_2$ двух тел до столкновения, а справа — полное количество движения $p' = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ после столкновения. Таким образом,

$$p = p'. \qquad (9a)$$

Это уравнение можно истолковать следующим образом:

Полное количество движения двух тел не изменяется в результате взаимодействия.

Это — закон *сохранения количества движения.*

## § 10. СИЛА И УСКОРЕНИЕ

Прежде чем приступить к обсуждению поразительной параллели между массой и весом, упомянутой в предыдущем параграфе, применим уже установленные нами законы к случаю сил, действующих непрерывно. Очевидно, все наши теоремы можно строго сформулировать опять-таки лишь с помощью методов дифференциального исчисления, однако нижеследующие соображения могут помочь составить приближенное представление о некоторых соотношениях.

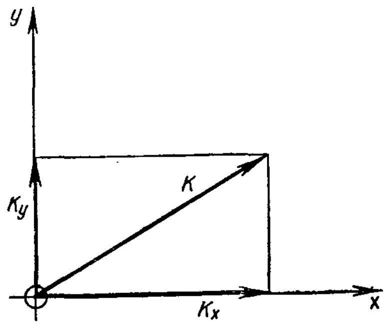
Непрерывно действующая сила вызывает движение, скорость которого непрерывно изменяется. Представим себе, что сила заменена быстрой последовательностью ударов, или импульсов силы. При каждом ударе скорость испытывает мгновенное изменение; в результате получится многократно изломанная мировая линия, как показано на фиг. 10; она будет аппроксимировать истинную непрерывно искривленную мировую линию, и ее можно использовать вместо последней при вычислениях. Далее, если силу $K$ заменить $n$ ударами в секунду, то, согласно уравнению (5), каждый из ударов (импульсов силы) будет равен $J = \tau K$, где $\tau$ — короткий интервал времени, в течение которого происходит каждый удар. При передаче каждого импульса силы имеет место изменение скорости, равное $w$, которое, согласно (7), определяется уравнением $mw = J = \tau K$. Но, согласно (2), $w/\tau = b$; следовательно,

$$mb = K. \qquad (10)$$

Эта формула представляет собой формулировку *закона движения* в динамике непрерывно действующих сил. Он утверждает, что *сила вызывает ускорение, пропорциональное величине этой силы; постоянное отношение $K:b$ есть масса.*

Этому закону можно придать иную форму, более целесообразную во многих отношениях, в частности более удобную для выполнения обобщений, которых требует динамика Эйнштейна (см. гл. VI, § 7, стр. 268). Когда скорость $v$ изменяется на величину $w$, количество движения $p = mv$, переносимое движущимся телом, изменяется на величину $mw$. Таким образом, мы получаем $mb = mw/\tau$ — изменение количества движения тела за время $\tau$, в течение которого происходит это изменение. Соответственно фундаментальный закон, выраженный формулой (10), можно высказать следующим образом.

*Если на тело действует сила $K$, то количество движения $p = mv$, переносимое телом, изменяется таким образом, что изменение его в единицу времени равно силе $K$.*

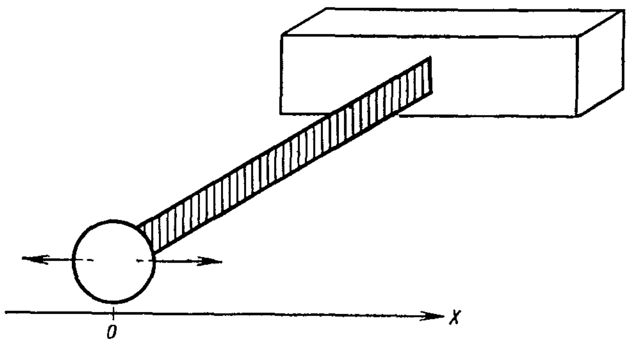



Фиг. 21. Компоненты $K_x$ и $K_y$ силы $K$ в плоскости с координатами $x$ и $y$.

В этой форме закон справедлив только для движений, происходящих вдоль прямой линии, и для сил, действующих вдоль той же прямой. Если ситуация не такова, т. е. если сила действует под углом к мгновенному направлению движения, то закон следует каким-то образом обобщить. Представим себе силу в виде стрелы (вектора) и спроектируем ее на три взаимно перпендикулярных направления, скажем, на координатные оси. На фиг. 21 изображена сила, действующая в плоскости $xy$, и ее проекции на оси $x$ и $y$. Представим себе, что движущаяся точка таким же образом спроектирована на эти оси. Тогда каждая проекция движется вдоль своей оси. Закон движения в этом случае утверждает, что ускорения, соответствующие этим спроектированным движениям, подчиняются соотношению $mb = K$, где $K$ — соответствующие проекции (компоненты) силы. Мы не будем углубляться далее в эти математические обобщения, не содержащие ничего принципиально нового.

## § 11. ПРИМЕР: УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ

В качестве примера зависимости между силой, массой и ускорением рассмотрим теперь тело, которое может испытывать колебания под действием упругих сил. Возьмем плоскую стальную пружину и закрепим один из ее концов так, что пружина покоится, лежа в горизонтальном направлении (и не свисает вниз). На другом конце пружины укрепим шар (фиг. 22). Шар, таким образом, может двигаться вперед — назад в горизонтальной плоскости. Сила тяжести (гравитация) не влияет на движение шара; оно зависит лишь от упругой силы пружины. Если



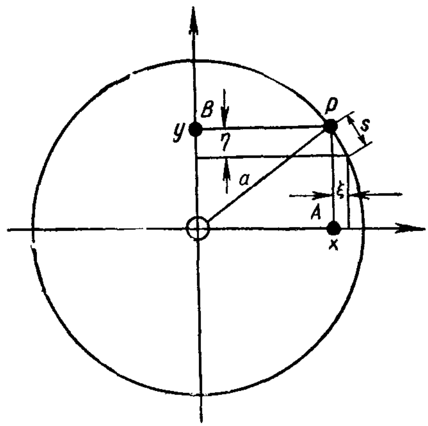

Фиг. 22. Шар, прикрепленный к горизонтальной плоской пружине, в своем положении равновесия (пружинный маятник).

смещения малы, то шар движется почти вдоль прямой линии. Пусть направление его движения будет осью $x$.

Если шар привести в движение, он будет выполнять периодические колебания, природу которых можно истолковать следующим образом: немного отклонив шар рукой от положения равновесия, мы почувствуем силу пружины, стремящуюся восстановить положение равновесия. Если шар отпустить, то эта сила придаст ему некоторое ускорение, благодаря которому шар начнет возвращаться к среднему положению с возрастающей скоростью. В этом процессе восстанавливающая сила и, следовательно, ускорение непрерывно уменьшаются и становятся равными нулю, когда шар проходит через среднее положение, так как в этой точке пружина находится в равновесии и на шар не действуют никакие ускоряющие силы. Таким образом, в точке, где скорость имеет максимальное значение, ускорение оказывается минимальным. Вследствие своей инерции шар быстро проскочит равновесное положение, и тогда сила пружины начнет замедлять его движение, служа своеобразным тормозом. Когда шар достигнет равного исходному отклонения по другую сторону от положения равновесия, скорость упадет до нуля, а восстанавливающая сила достигнет максимальной величины. В то же самое время ускорение в обратном к движению направлении достигнет максимальной величины. Начиная с этого момента и далее процесс будет повторяться в обратном направлении.

Заменив теперь этот шар другим, с другой массой, мы увидим, что характер движения остался тем же самым, но период колебаний изменился. Когда масса больше, движение оказывается более медленным, а ускорение уменьшается; уменьшение массы приводит к увеличению числа колебаний в секунду.

Во многих случаях восстанавливающую силу $K$ можно считать точно пропорциональной отклонению $x$. Тогда процесс движения можно представить геометрически следующим образом:




Фиг. 23. Представление движения пружинного маятника, изображенного на фиг. 22.

$A$ — проекция на ось $x$ точки $P$, движущейся по окружности с постоянной скоростью.

Рассмотрим точку $P$, движущуюся равномерно вдоль окружности радиуса $a$; пусть она делает полный оборот за время $T$. Число оборотов в секунду тогда равно $\nu = 1/T$. Точка $P$ движется вдоль окружности, длина которой равна $2\pi a$ (где $\pi = 3{,}14\ldots$), со скоростью $2\pi a/T = 2\pi a\nu$. Если точка $P$ проходит малое расстояние $s$ по кругу за время $\tau$, мы находим, что скорость равна $s/\tau = 2\pi a\nu$.

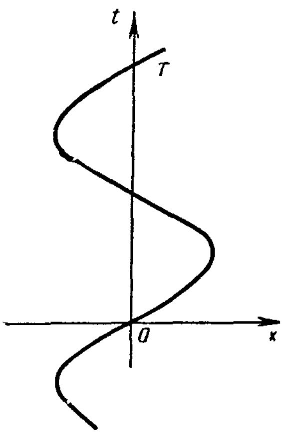
Примем теперь центр окружности $O$ за начало прямоугольной системы координат, в которой точка $P$ имеет координаты $x$, $y$. Тогда проекция $A$ точки $P$ на ось $x$ будет двигаться вперед и назад при движении точки $P$ точно так же, как масса, прикрепленная к пружине. *Эта точка $A$ может представлять колеблющуюся массу.* Когда $P$ сдвигается вперед на малое расстояние $s$, точка $A$ смещается вдоль оси $x$ на малое расстояние $\xi$ и скорость точки $A$ становится равной $v = \xi/\tau$. Из фиг. 23 видно, что смещения $\xi$ и $s$ представляют собой катет и гипотенузу малого прямоугольного треугольника, подобного большому прямоугольному треугольнику $OAP$, так как соответствующие катеты этих треугольников перпендикулярны друг другу. Отсюда мы получаем пропорцию

$$\frac{\xi}{s} = \frac{y}{a}, \quad \text{или} \quad \xi = \frac{sy}{a}.$$

Следовательно, скорость точки $A$ можно записать как

$$v = \frac{\xi}{\tau} = \frac{s}{\tau} \times \frac{y}{a} = 2\pi\nu y.$$

Далее, проекция $B$ точки $P$ выполняет точно такие же колебания типа маятника вдоль оси $y$. При малом смещении $s$ точки $P$ точка $B$ движется назад на расстояние $\eta$, и так же, как для $\xi$, мы получаем




Фиг. 24. Колебание пружинного маятника на $xt$-диаграмме.
$T$ – период колебания.

$$\frac{\eta}{s} = -\frac{x}{a}, \quad \text{или} \quad \eta = -s \times \frac{x}{a}.$$

Это изменение $\eta$ координаты $y$ соответствует изменению скорости $v = 2\pi\nu y$ точки $A$, которое дается равенством

$$w = 2\pi\nu\eta = -2\pi\nu s \frac{x}{a}.$$

Знак «минус» при $w$ означает, что скорость уменьшается. Ускорение равно

$$b = \frac{w}{\tau} = -2\pi\nu \frac{s}{\tau} \times \frac{x}{a} = -(2\pi\nu)^2 x$$

и тоже имеет отрицательный знак.

Итак, ускорение при таком колебательном движении точки $A$, по сути дела, в каждый момент времени пропорционально отклонению $x$. Для силы получаем

$$K = mb = -m(2\pi\nu)^2 x. \tag{11}$$

Отрицательный знак при $K$ означает, что сила во всех положениях стремится вернуть шар в положение равновесия $x = 0$.

Таким образом, измеряя силу, соответствующую отклонению $x$, и подсчитывая число колебаний в секунду, мы можем определить массу $m$ пружинного маятника.

Изображением мировой линии такого колебательного движения, очевидно, будет волнообразная кривая в плоскости $xt$, где $x$ — направление колебаний (фиг. 24). При построении фиг. 24 предполагалось, что в момент времени $t = 0$ шар проходит через среднее положение $x = 0$ при движении вправо. Можно видеть, что каждый раз, когда мировая линия шара пересекает ось $t$, т. е. при $x = 0$, кривая наиболее сильно наклонена к оси $x$; это означает, что в таких точках скорость максимальна. Следовательно, траектория в этих точках не искривлена и изменение скорости, а значит и ускорение равно нулю. Для точек, которые соответствуют максимальному отклонению, верно противоположное.

## § 12. ВЕС И МАССА

В начале этой главы, вводя понятие массы, мы заметили, что масса и вес обнаруживают замечательный параллелизм. Тяжелые тела оказывают более сильное противодействие ускоряющей силе, чем легкие. Строгий ли это закон? По сути дела — да. Чтобы разобраться в этих обстоятельствах, рассмотрим снова опыты по приведению в движение шаров на гладком горизонтальном столе при помощи ударов или импульсов силы. Возьмем два шара $A$ и $B$, причем $B$ вдвое тяжелее $A$, т. е. на весах $B$ уравновешивает два тела, точно совпадающие с $A$. Далее, пусть шары $A$ и $B$ испытывают совершенно одинаковые удары; будем наблюдать, какую скорость они приобретут. Мы обнаружим, что $A$ катится вдвое быстрее, чем $B$.

Итак, шар $B$, вдвое более тяжелый, чем шар $A$, оказывает сопротивление изменению скорости, вдвое более сильное, чем $A$. Это можно сформулировать и по-другому: тела, имеющие вдвое бóльшую массу, имеют вдвое больший вес, или, выражаясь более общим образом, массы находятся в некотором постоянном отношении к весам $G$. Отношение веса к массе — определенная величина. Ее обозначают через $g$, и мы можем записать

$$\frac{G}{m} = g, \quad \text{или} \quad G = mg. \tag{12}$$

Разумеется, опыт, который мы описали, чтобы проиллюстрировать этот закон, весьма груб[1]).

Но существует много других явлений, подтверждающих тот же самый закон: прежде всего наблюдаемый факт, что все тела падают одинаково быстро. Здесь, разумеется, предполагается, что никакие силы, кроме гравитационных, на движение не влияют. Это означает, что опыт необходимо проводить *в вакууме* с тем, чтобы исключить сопротивление воздуха. Для демонстрационных целей можно использовать наклонную плоскость (фиг. 25), по которой скатываются два шара, одинаковые по виду, но различного веса.

Вес здесь играет роль движущей силы, масса определяет сопротивление движению. Если они пропорциональны друг другу, то на тяжелое тело будет, конечно, действовать бóльшая

---

[1]) Мы пренебрегли, например, тем обстоятельством, что при приведении шара во вращательное движение необходимо также преодолеть некое противодействие, зависящее от характера распределения массы внутри шара (момента инерции).

движущая сила, однако это уравновешивается бо́льшим сопротивлением тяжелого шара движущей силе; в результате тяжелое и легкое тела скатываются или падают одинаково быстро. Это можно видеть и из нашей формулы. В самом деле, если в (10) заменить силу весом и предположить, что последний в соответствии с (12) пропорционален массе, то мы получаем

$$mb = G = mg,$$

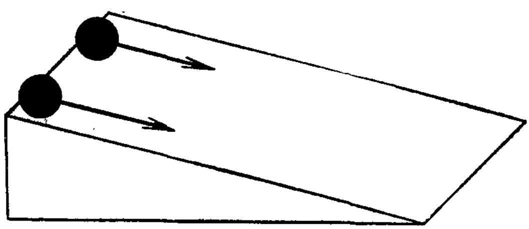
т. е.

$$b = g. \tag{13}$$

Итак, ускорения всех тел направлены вертикально вниз, если они движутся под действием только силы тяжести (гравитации), и одинаковы независимо от того, начинают ли они падение из состояния покоя или брошены вниз с некоторой начальной скоростью. Величина $g$ — ускорение, обусловленное гравитацией, — равна

$$g = 981\ см/сек^2.$$

Наиболее поучительные опыты по исследованию этого закона можно воспроизвести с помощью простого маятника — шара,



Фиг. 25. Два шара одинакового вида, но различного веса скатываются по наклонной плоскости одинаково быстро.

прикрепленного к тонкой нити. Ньютон еще в свое далекое время заметил, что периоды колебаний всегда одни и те же для маятников одинаковой длины, какова бы ни была масса «гири». Процесс колебаний в точности совпадает с описанным выше процессом колебаний упругого маятника, за исключением того, что теперь шар раскачивается силой тяжести, а не стальной пружиной. Нужно представить себе, что сила тяжести, действующая на шар, разложена на две компоненты, одна из которых действует в направлении нити, удерживая ее в растянутом состоянии, а другая — в направлении движения — играет роль движущей силы, приложенной к шару.

На фиг. 26 изображен шар, отклонившийся на расстояние $x$. Мы сразу видим два подобных прямоугольных треугольника, катеты которых пропорциональны:

$$\frac{-K}{x} = \frac{G}{l}.$$

Здесь отрицательный знак при $K$ вновь означает, что сила направлена в сторону положения равновесия $x = 0$. Соответственно для двух маятников, веса́ которых равны $G_1$ и $G_2$, формула (11) дает:

$$(2\pi\nu)^2 m_1 = \frac{G_1}{l}, \quad (2\pi\nu)^2 m_2 = \frac{G_2}{l};$$

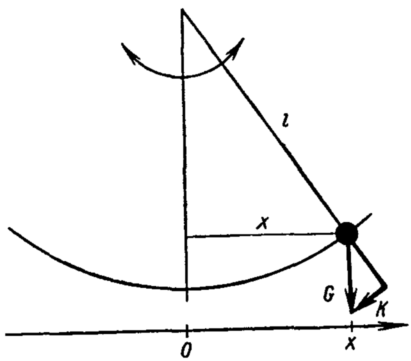
таким образом,

$$\frac{G_1}{m_1} = \frac{G_2}{m_2} = (2\pi\nu)^2 l,$$

т. е. отношение веса к массе одно и то же для обоих маятников. В формуле (12) мы обозначили это отношение через $g$. Отсюда мы получаем уравнение

$$g = (2\pi\nu)^2 l, \qquad (14)$$

из которого очевидно, что $g$ можно определить, измеряя длину $l$ маятника и частоту колебаний $\nu$.




Фиг. 26. Иллюстрация сил, действующих на маятник с нитью.

Закон пропорциональности веса и массы часто формулируют следующим образом:

*гравитационная и инертная массы равны друг другу.*

Здесь «гравитационная масса» означает попросту вес, деленный на $g$, а собственно массу отличают, присоединяя к ней слово «инертная».

Тот факт, что этот закон выполняется строго, был известен уже Ньютону. В наши дни он был подтвержден самыми тонкими измерениями, которые выполнил Этвеш (1890 г.). Таким образом, мы полностью оправдали использование весов для сравнения не только веса тел, но и их масс.

Можно было бы подумать, что этот закон надежно заложен в основе механики. Однако это отнюдь не так, что можно видеть и из нашего обзора, в котором мы следовали идеям классической механики. Этот закон скорее довольно независимо примыкает, как своеобразная странность, к канве других законов. Вероятно, он служил источником раздумья для многих, но никто не подозревал и не предполагал, что за ним может скрываться гораздо более глубокое соотношение. Ведь в природе существует так много видов сил, которые могут действовать на массу; почему бы среди них не быть какой-нибудь одной, точно пропорциональной массе? На вопрос, на который *не ждут* никакого ответа, и не появится никакого ответа.

Итак, ситуация оставалась неизменной в течение столетий. Это было возможно лишь благодаря неудержимому успеху механики Галилея — Ньютона. Она предопределяла движение не только земных тел, но и движение звезд. Она проявила себя как надежная основа всего здания точной науки. В середине XIX в., несомненно, считалось, что целью всякого исследования является интерпретация физических явлений в терминах ньютоновской механики. Так, в пылу строительства своего внушительного здания физики забыли проверить, достаточно ли надежен фундамент, чтобы выдержать целое. Эйнштейн первый усмотрел важность закона равенства инертной и гравитационной масс для обоснования физической науки.

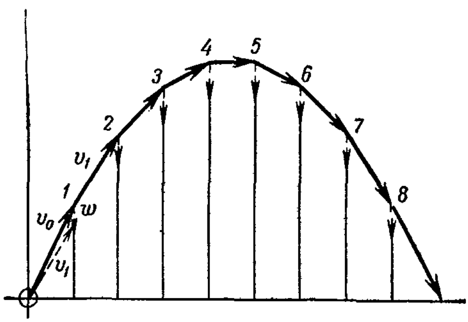
## § 13. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Задача аналитической механики состоит в том, чтобы, исходя из закона движения

$$mb = K,$$

описать движение, когда силы $K$ заданы. Сама по себе вышеприведенная формула дает только ускорение, т. е. изменение скорости. Проблема вычисления на основании этой формулы скорости, а затем изменяющегося положения точки требует применения интегрального исчисления и может быть очень сложной, если сила изменяется сложным образом в зависимости от координат в пространстве и от времени. В суть задачи можно вникнуть, исходя из приведенных нами рассуждений об изменении положения движущегося тела при равномерно ускоренном движении вдоль прямой линии (стр. 28—30). Когда движение происходит в плоскости и обусловлено действием постоянной силы, имеющей определенное направление, как, например, в случае падающего или брошенного тела, оно становится более сложным. В этом случае мы также можем заменить в качестве приближения траекторию истинного движения фиктивной ломаной кривой, состоящей из ряда равномерных движений, каждое из которых переходит в следующее за ним вследствие некоторого удара (импульса силы). Обратимся к нашему горизонтальному столу, по которому катится шар; будем сообщать шару импульсы постоянной величины и направления через короткие интервалы времени $\tau$ (фиг. 27). Если шар начинает движение из точки $O$ с произвольной начальной скоростью, то через время $\tau$ он достигает точки *1*, где и получает первый импульс. Начиная с этой точки, шар продолжает движение уже в другом направлении с отличной скоростью в течение времени $\tau$ до тех пор, пока в точке *2* он не получает второй импульс, который вновь отклоняет его движение от предыдущего, и т. д.

Каждое отдельное отклонение можно вычислить на основании закона импульса силы. В соответствии с этим законом мы можем изобразить всю картину движения; из этой картины видно, что начальное положение, начальное направление и начальная скорость полностью определяют всю последующую картину движения. Это «прыгающее» движение дает грубое представление о движении шара по гладкой плоскости. Полученная ломаная будет все более приближаться к истинной непрерывной траектории по мере того, как интервалы времени между последовательными ударами будут все короче.




Фиг. 27. Движение шара по столу.

В точках 1, 2, ..., 8 шар испытывает удары одной и той же силы, вызывающей изменение скорости $w$.

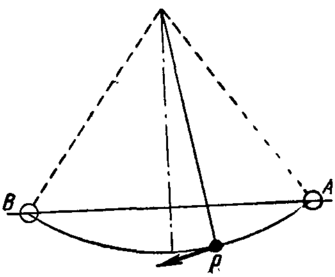
Наше приближенное построение можно в случае непрерывно действующих сил заменить строгим анализом на базе интегрального исчисления. В этом случае начальная точка, величина и направление начальной скорости остаются также совершенно произвольными. Но как только они заданы, вся дальнейшая картина движения оказывается однозначно определенной. Так сила, изменяющаяся по одному и тому же закону, может производить бесконечное множество движений в зависимости от выбора начальных условий; огромное количество движений падающих или брошенных тел зависит от силы, изменяющейся по одному и тому же закону (эта сила — сила гравитации, действующая по направлению вертикально вниз).

В задачах механики мы обычно имеем дело с движением не одного, а нескольких тел, которые действуют посредством сил друг на друга. Силы сами по себе заданы не априорно, а зависят в свою очередь от неизвестного движения. Ясно, что задача определения движений нескольких тел при помощи вычислений становится чрезвычайно сложной.

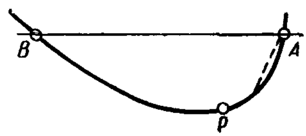
## § 14. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Однако существует закон, который сильно упрощает решение этих задач и дает общий принцип движения. Это — *закон сохранения энергии*, который сыграл исключительно важную роль в развитии физической науки. Мы лишь проиллюстрируем его смысл на нескольких простых примерах.

Груз маятника, освобожденный после того, как он был поднят до определенной точки, поднимается на противоположной относительно положения равновесия стороне на ту же высоту




Фиг. 28. Если груз маятника начинает движение в точке $A$, то он достигает положения $B$, имеющего ту же высоту.




Фиг. 29. Если шар начинает движение в точке $A$, то точка $B$, в которой направление движения изменится на противоположное, будет лежать на одном и том же уровне независимо от формы траектории.

Скорость в точке $P$ определяется только разностью высот точек $A$ и $P$.

(за исключением малого отклонения, вызванного трением и сопротивлением воздуха) (фиг. 28).

Если заменить круговую траекторию какой-либо другой, например, заставляя шар двигаться вдоль рельсов игрушечной «железной дороги» (фиг. 29), то оказывается справедливым тот же самый результат: шар всегда поднимается на ту же высоту, с которой начинал движение.

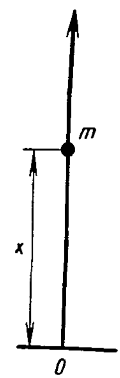
Отсюда, естественно, следует, что скорость шара в каждой точке $P$ его траектории зависит лишь от «глубины» этой точки относительно исходной точки $A$. Чтобы убедиться в этом, представим себе, что отрезок траектории $AP$ изменился, а остальная часть $PB$ осталась неизменной. Теперь, если бы шар приходил в точку $P$ из точки $A$ вдоль некоторой траектории со скоростью, отличной от той, с которой он попадает в эту точку вдоль другой траектории, то при дальнейшем движении от точки $P$ к $B$ шар в каждом случае не попадал бы точно в точку $B$. В самом деле, ведь для этого необходимо, очевидно, чтобы скорость в точке $P$ была определена единственным образом. Следовательно, скорость в точке $P$ не зависит от пройденной траектории и, поскольку $P$ произвольна, этот вывод справедлив в общем случае. Таким образом, скорость $v$ должна определяться только высотой падения $h$. Справедливость этого закона ограничена предположением, что путь («рельсы») не оказывает сопротивления движению шара (т. е. на шар не действует никакая сила в направлении движения), но лишь выдерживает оказываемое на него шаром вертикальное давление. Когда рельсы отсутствуют, мы получаем случай тела, свободно падающего или брошенного; здесь справедлив тот же результат: скорость в каждой точке зависит лишь от высоты падения.

Этот факт можно установить не только экспериментально, но и вывести из законов движения. Можно определить и закон, связывающий скорость с высотой, именно:

Пусть $x$ — высота над уровнем земли (фиг. 30), $v$ — скорость, $m$ — масса и $G$ — вес тела. Тогда величина

$$E = \frac{m}{2} v^2 + Gx \qquad (15)$$

остается постоянной в течение всего процесса движения.



Фиг. 30. Координата $x$ определяет высоту относительно земной поверхности ($x = 0$).

Для того чтобы доказать это, предположим сначала, что $E$ представляет собой произвольную величину, зависящую от движения и, следовательно, изменяющуюся от одного момента времени к другому. Пусть $E$ изменяется на величину $e$ в течение малого интервала времени $\tau$; будем называть отношение $e/\tau$ скоростью изменения $E$; точно так же, как и раньше, при определении орбитальной скорости $v$ и ускорения $b$, предположим, что интервалы времени $\tau$ можно сделать как угодно малыми. Если величина $E$ не изменяется с течением времени, то скорость ее изменения, разумеется, равна нулю, и наоборот. Изменение $e$ величины $E$ можно определить следующим образом: за время $\tau$ высота $x$ падающего тела уменьшается на $v\tau$, а скорость возрастает на $w = b\tau$. Следовательно, по прошествии времени $\tau$ величина $E$ становится равной

$$E' = \frac{m}{2}(v + w)^2 + G(x - v\tau).$$

Но

$$(v + w)^2 = v^2 + w^2 + 2vw.$$

Эта формула утверждает, что квадрат, составленный из $v$ и $w$, отложенных вдоль одной и той же прямой линии, можно разложить на квадрат со стороной $v$, квадрат со стороной $w$ и два прямоугольника, парные стороны которых равны $v$ и $w$ (фиг. 31). Отсюда следует, что

$$E' = \frac{m}{2} v^2 + \frac{m}{2} w^2 + mvw + Gx - Gv\tau.$$

Если отнять отсюда начальное значение $E$, то мы получаем

$$e = E' - E = \frac{m}{2} w^2 + mvw - Gv\tau,$$

или, поскольку $w = b\tau$,

$$e = \frac{m}{2} b^2\tau^2 + mvb\tau - Gv\tau.$$

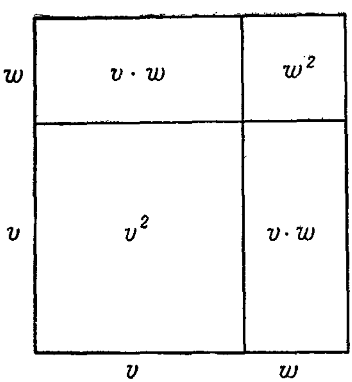
Следовательно, скорость изменения $E$ равна

$$\frac{e}{\tau} = \frac{m}{2} b^2\tau + mvb - Gv.$$

Членом, содержащим $\tau$, можно пренебречь, поскольку его можно сделать как угодно малым, бесконечно уменьшая интервал времени. Поэтому окончательно для скорости изменения $E$ мы получаем

$$\frac{e}{\tau} = v(mb - G).$$

Но, согласно законам механики, это выражение равно нулю, так как из (13) следует, что $mb = mg = G$. Таким образом, мы доказали, что величина $E$, определяемая формулой (15), остается неизменной с течением времени. Если начальное положение и начальная скорость движения заданы, т. е. заданы значения $x$ и $v$ в момент времени $t = 0$, то выражение $E$, согласно формуле (15), имеет определенное значение и сохраняет его в течение всего процесса движения.




Фиг. 31.
$(v + w)^2 = v^2 + 2vw + w^2$.

Отсюда следует, что если тело поднимается, т. е. если $x$ возрастает, то $v$ должно уменьшаться, и наоборот. Один из двух членов в выражении $E$ может возрастать лишь за счет уменьшения другого. Первый член представляет собой меру скорости тела, второй — высоту, которую тело преодолело против силы гравитации. Эти члены имеют специальные названия:

$T=\frac{m}{2}v^2$ называют *vis viva*[1]) или *кинетической энергией*.

$U=Gx$ называют *способностью совершать работу*, или *потенциальной энергией*.

Их сумму

$$T+U=E \tag{16}$$

называют просто *механической*, или *полной*, энергией тела; закон, который утверждает, что полная энергия остается неизменной при движении тела, называется *законом сохранения энергии*.

Размерность энергии равна $[E]=[G\cdot l]$. Ее единица — *кГ·см*.

Название *способность совершать работу* проистекает, конечно, из представления о работе, которую совершает человеческое тело, поднимая какой-либо вес. Согласно закону сохранения энергии, эта работа превращается в кинетическую энергию при падении. Если, с другой стороны, придать телу кинетическую энергию, бросая его вверх, то при подъеме эта энергия превращается в потенциальную энергию, или способность совершать работу.

Все, что было сказано относительно движения падающих тел, в точности справедливо и в более широком случае систем, состоящих из любого числа тел, постольку, поскольку выполняются два условия, а именно:

1. Не должно присутствовать внешних влияний, т. е. система должна быть замкнутой в себе — изолированной.

2. Не должны происходить явления, при которых механическая энергия превращается в тепловую, электрическую или химическую энергию и т. п.

Когда эти два условия выполняются, закон о том, что полная механическая энергия

$$E=T+U$$

всегда остается постоянной, справедлив, причем кинетическая энергия зависит от скоростей, а потенциальная — от положений движущихся тел.

В механике небесных тел превосходно реализуется этот идеальный случай. Здесь строго справедлива идеализированная динамика, принципы которой мы сформулировали. На Земле же дело обстоит отнюдь не так. Каждое движение сопряжено с трением, вследствие которого энергия движения превращается в тепло. Машины, с помощью которых мы создаем движение,

---

[1]) *Vis viva* — живая сила (*лат.*). — *Прим. перев.*

превращают тепловые, химические, электрические и магнитные силы в механические силы, поэтому закон сохранения энергии в его узкой, механической форме здесь неприменим. Но его всегда можно обобщить, придав ему такую форму, что он будет выполняться. Обозначим тепловую энергию через $Q$, химическую — через $C$, электромагнитную — через $W$ и т. д.; тогда будет справедлив закон, состоящий в том, что для замкнутых систем сумма

$$E = T + U + Q + C + W \tag{17}$$

всегда остается постоянной.

Попытка проследить путь открытия и логической эволюции этого факта, в чем большую роль сыграли Роберт Майер, Джоуль (1842 г.) и Гельмгольц (1847 г.), или рассмотреть, как определяются количественно немеханические формы энергии, завела бы нас слишком далеко. Однако мы будем в дальнейшем использовать общее понятие энергии, когда обратимся к вопросу о чрезвычайно тесной взаимосвязи между массой и энергией, установленной теорией относительности.

## § 15. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ СИЛЫ И МАССЫ

Наш метод вывода фундаментальных законов механики — опыты на столе или наклонной плоскости, опыты с маятником и другие простые примеры, — очевидно, ограничивает общность этих законов. Вводя наши понятия и законы, мы абстрагировались от условий эксперимента в лаборатории. Преимущество такого подхода состояло в том, что нам не приходилось беспокоиться относительно предположений о пространстве и времени. Прямолинейные движения, из которых мы получили закон инерции, можно отмерить на стене с помощью линейки. При измерении траекторий и движений предполагалось, что у нас есть компасы, линейки и часы.

Наша следующая задача состоит в том, чтобы выйти из узких пределов наших комнат в широкий мир астрономического пространства. Первым шагом будет «кругосветное путешествие»; имеется в виду не Вселенная, а земной шар. Зададимся вопросом: применимы ли законы механики в одинаковой мере в лабораториях Буэнос-Айреса или Кейптауна и в лабораториях Берлина или Нью-Йорка?

Да, применимы, с одной поправкой относительно величины гравитационного ускорения $g$. Мы видели, что это ускорение можно точно измерить в опытах с маятником. Было, однако, обнаружено, что один и тот же маятник раскачивается на экваторе медленнее, чем в районах к северу или югу от него. В течение дня, или в течение одного оборота Земли, маятник на экваторе совершает меньше колебаний. Отсюда следует, что $g$ имеет минимальное значение на экваторе и возрастает при движении на север или на юг. Это возрастание совершенно равномерно вплоть до полюсов, где $g$ имеет самое большое значение. Причины этого мы рассмотрим позднее. Здесь же мы просто не будем учитывать этого факта. Однако для систем, которыми мы до этого пользовались при измерениях сил и масс, этот факт чреват весьма опасными последствиями.

Пока веса различных тел сравниваются друг с другом лишь с помощью весов с коромыслом, трудностей не возникает. Но представим себе пружинные весы в какой-нибудь лаборатории, которые откалиброваны при помощи гирь. Если такие пружинные весы перенести в более южную или более северную страну, то окажется, что растяжения пружины весов при тех же самых гирях станут иными. Следовательно, если мы отождествим вес с силой, как сделали это раньше, то нам не останется ничего иного, как только признать, что сила пружины изменилась и что она зависит от географической широты. Но это, очевидно, неверно. Не сила пружины изменилась, а сила гравитации. Следовательно, неверно принимать вес одного и того же куска металла за единицу силы во всех точках земной поверхности. Можно выбрать в качестве единицы силы вес определенного тела в определенной точке Земли; эту единицу можно использовать в других местах, если ускорение $g$, обусловленное гравитацией, известно из опытов с маятниками в обеих точках Земли. В технике, конечно, именно так и поступают. Единицей силы в технике считают вес определенного стандартного тела в Париже; эту единицу называют килограммом. Выше мы использовали эту единицу, не учитывая ее изменяемость в зависимости от положения. При точных измерениях, однако, эту величину слудует приводить в соответствие с ее значением в стандартной точке Земли (в Париже).

Наука отказалась от системы мер, в которой отдается предпочтение какой-то одной точке Земли, и перешла к системе менее произвольной.

Сам по себе фундаментальный закон механики не дает удобного метода осуществления этого перехода. Вместо того чтобы относить массу к силе, мы принимаем массу за фундаментальную величину, приписываем ей независимую размерность $[m]$ и выбираем ее единицу произвольно. Единицу массы представляет конкретный кусок металла. Фактически тот же образец металла, который в технике служит единицей веса — парижский килограмм, — был выбран и для новой цели; одну тысячную долю его массы приняли за единицу массы, называемую граммом (*г*).

Начиная с этого момента мы будем пользоваться физической системой мер, в которой фундаментальными единицами являются сантиметр для длины, секунда для времени и грамм для массы.

Сила теперь оказывается производной величиной, размерность которой

$$[K] = [mb] = \left[\frac{ml}{t^2}\right];$$

ее единица в физической системе называется *диной* и имеет размерность *г·см/сек²*.

Вес определяется как $G = mg$; таким образом, единица массы имеет вес, равный $G = 1$ *г* $\times g$. Этот вес изменяется с географической широтой. На нашей широте $G$ имеет величину 981 *дин*. Это техническая единица силы. Сила пружинных весов, выраженная в динах, разумеется, постоянна, так как ее способность ускорять определенную массу не зависит от географической широты.

Далее, размерность импульса, или количества движения, равна

$$[J] = [tK] = \left[\frac{ml}{t}\right] = [mv] = [p],$$

а его единица 1 *г·см/сек*. Наконец, размерность энергии

$$[E] = [mv^2] = \left[\frac{ml^2}{t^2}\right]$$

и ее единица 1 *г·см²/сек²*.

Теперь, располагая системой мер, свободной от местных особенностей, мы можем перейти к звездной механике.

ГЛАВА

# III

# НЬЮТОНОВА СИСТЕМА МИРА

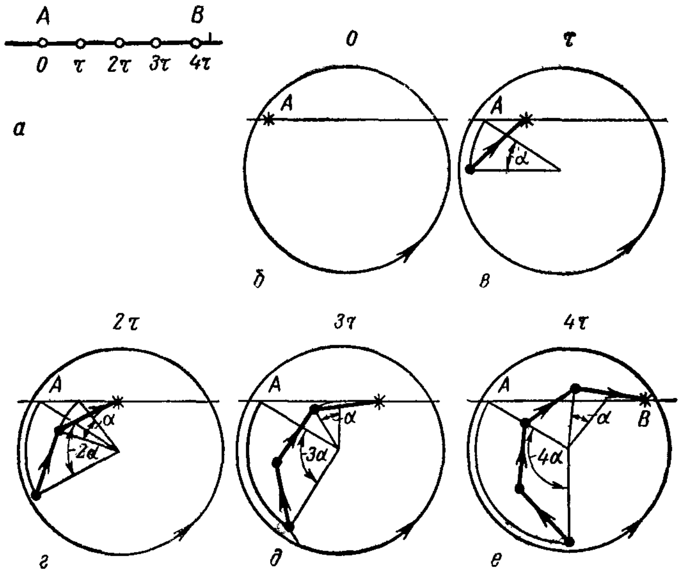
## § 1. АБСОЛЮТНОЕ ПРОСТРАНСТВО И АБСОЛЮТНОЕ ВРЕМЯ

Принципы механики, изложенные нами, отчасти были усмотрены Ньютоном в работах Галилея, а отчасти сформулированы им самим. Ньютону мы прежде всего обязаны определениями и законами в настолько общей форме, что они представляются независимыми от земных экспериментов и применимыми к событиям в астрономическом пространстве.

При выводе этих законов Ньютону приходилось предпочитать конкретные механические принципы, для чего были необходимы определенные представления о пространстве и времени. Без таких определений оказывается бессмысленным даже простейший закон механики — закон инерции. Согласно этому закону, тело, на которое не действуют никакие силы, движется равномерно и прямолинейно. Обратимся вновь к столу, на котором проводились опыты с катящимися шарами. Когда шар катится по столу вдоль прямой линии, наблюдатель, следящий за его траекторией с какой-либо другой планеты, вынужден утверждать, что путь шара, с его точки зрения, непрямолинеен, так как Земля сама вращается, и движение, которое представляется прямолинейным вращающемуся вместе с Землей наблюдателю только потому, что шар оставляет прямолинейный след на столе, должно казаться криволинейным другому наблюдателю, не участвующему во вращении Земли. Это можно проиллюстрировать следующим грубым примером.

Круглый диск белого картона укрепляется на оси так, что его можно вращать с помощью ручки. Над плоскостью диска укрепляется линейка. Будем теперь по возможности равномерно вращать диск и в то же время пытаться провести вдоль линейки карандаш с постоянной скоростью, так чтобы он вычерчивал свою траекторию на картоне. Траектория карандаша на картоне будет, разумеется, не прямой, а кривой линией, которая даже замкнется в петлю, если вращательное движение диска будет достаточно быстрым. Итак, то же самое движение, которое наблюдатель, связанный с линейкой, называет равномерным и прямолинейным, будет названо наблюдателем, связанным с диском, криволинейным (и неравномерным). Это движение можно построить точка за точкой, как изображено на фиг. 32.

Наш пример ясно показывает, что закон инерции, несомненно, имеет смысл только в тех случаях, когда пространство, или, точнее, система отсчета, в которой движение интерпретируется как прямолинейное и равномерное, точно задано.




**Фиг. 32.** Переход тела из точки $A$ в точку $B$ при равномерном движении в течение четырех интервалов времени $\tau$.

*а* — движение наблюдает покоящийся наблюдатель.
*б* — момент $t=0$; тело находится в точке $A$; наблюдатель помечает эту точку звездочкой. *в* — момент $t=\tau$; положение тела определяется точкой, которая также помечена звездочкой; диск, а вместе с ним и звездочка, помеченная на фиг. 32, *б*, повернулись на угол $\alpha$. *г* — *е* — наблюдатель продолжает помечать положение тела тем же способом, что и раньше. Ломаная, соединяющая звездочки, приближенно описывает траекторию тела по движущемуся диску.

Коперникова картина мироздания, разумеется, предполагает, что в качестве системы отсчета, для которой выполняется закон инерции, берется не Земля, а система, каким-то образом фиксированная в астрономическом пространстве. В проводимых на Земле опытах, например в опытах с шаром, движущимся по столу, траектория движущегося тела в действительности представляет собой не прямую, а слегка искривленную линию. Тот факт, что это ускользает от нашего внимания, объясняется лишь малостью пути, наблюдаемого в наших экспериментах, по сравнению с размерами Земли. Здесь, как это часто случается в науке, неточность наблюдения приводит к открытию важного факта. Если бы Галилей имел возможность выполнять наблюдения так же точно, как в последующие столетия, запутанная смесь различных явлений сделала бы открытие законов гораздо более сложным. Может быть, Кеплер никогда не объяснил бы движения планет, если бы их орбиты были известны ему так же точно, как они известны в наши дни. Ведь эллипсы Кеплера — лишь приближения, от которых истинные орбиты при наблюдении их в течение большого периода времени значительно отличаются. Аналогичный случай произошел в современной физике с закономерностями спектров: открытие простых соотношений оказалось гораздо более трудным и заметно задержалось вследствие избытка экспериментальных данных.

Итак, перед Ньютоном стояла задача найти систему отсчета, в которой выполнялись бы закон инерции и другие законы механики. Если бы он выбрал в качестве системы отсчета Солнце, вопрос не был бы решен, и решение его только задержалось бы, ибо могло оказаться, что Солнце тоже движется, как это и выяснилось на самом деле в свое время.

Вероятно, именно в силу таких причин Ньютон пришел к убеждению, что эмпирические системы отсчета, связанные с материальными телами, никогда не смогут послужить основой закона, опирающегося на понятие инерции. Однако закон сам по себе, в силу своей тесной связи с евклидовой идеей пространства, элементом которого является прямая линия, представляется естественным отправным моментом динамики астрономического пространства. Несомненно, именно в законе инерции евклидово пространство проявляет себя вне тесных пределов Земли. Сходные обстоятельства имеют место и в случае времени, поток которого получает свое выражение в равномерном движении, обусловленном инерцией. Если бы в качестве единицы времени был выбран, например, период одного оборота Земли, то закон инерции оказался бы не вполне справедливым, так как в движении Земли имеют место некоторые нерегулярности.

Следуя подобным рассуждениям, Ньютон пришел к заключению, что существуют абсолютное пространство и абсолютное время. Лучше всего передать суть дела словами самого Ньютона (цитаты даются по переводу оригинального латинского текста Ньютона)[1]). О времени Ньютон писал:

«Абсолютное истинное или математическое время само по себе и в силу своей внутренней природы течет одинаково, безотносительно к чему-либо

---

[1]) На английский язык этот перевод сделан его современником Эндрью Моттом (1729 г.). На русский язык труды Ньютона переводили С. И. Вавилов и А. Н. Крылов. — *Прим. перев.*

внешнему и иначе зовется длительностью; относительное, кажущееся или обычное время представляет собой некоторого рода чувственную, или внешнюю (каким бы оно ни было точным или несравнимым), меру длительности, определяемую с помощью движения, которое обычно используется вместо истинного времени; это — час, день, месяц, год...

Ибо дни в природе в действительности не равны друг другу, хотя обычно и считаются равными и используются в качестве меры времени: астрономы вносят поправки в эти меры, выполняя точный анализ небесных движений. Возможно, не существует такой вещи, как стандартное движение, посредством которого время можно точно измерить. Все движения могут быть ускоренными или замедленными, но истинный, или стандартный, процесс течения абсолютного времени не подвержен никаким изменениям. Длительность или возраст существования вещей остается одним и тем же независимо от того, быстры движения или медленны или их нет вообще...»

О пространстве Ньютон высказал аналогичное мнение. Он писал:

«Абсолютное пространство в силу своей природы, безотносительно к чему-либо внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным. Относительное пространство представляет собой некоторое подвижное измерение или меру абсолютных пространств; его мы определяем с помощью своих чувств через взаимное расположение тел, его вульгарно и истолковывают как неподвижное пространство...

Итак, вместо абсолютных положений и движений мы используем относительные, причем делаем это без каких-либо неудобств для своей практической деятельности. Но в философских изысканиях мы должны отвлечься от наших чувств и рассматривать вещи как таковые, независимо от всего, что представляет собой лишь чувственные меры этих явлений. Ибо, возможно, не существует тела, поистине покоящегося, относительно которого все положения и все движения других тел можно было бы отсчитать...»

Недвусмысленное утверждение как в случае определения абсолютного времени, так и в случае определения абсолютного пространства о том, что эти две категории существуют «безотносительно к какому бы то ни было внешнему объекту», кажется странным в устах человека типа Ньютона, ведь он сам часто подчеркивает, что он стремится изучать лишь то, что в действительности существует, то, что можно подтвердить наблюдением. «*Hypotheses non fingo*» — вот его короткое и определенное выражение[1]). Но ведь то, что существует «безотносительно к какому бы то ни было внешнему объекту», невозможно подтвердить наблюдением, и, следовательно, это не факт. Здесь мы сталкиваемся с явным случаем того, как подсознательные представления применяются незаметно к понятиям объективного мира. Позднее мы рассмотрим этот вопрос более подробно.

Наша теперешняя задача состоит в том, чтобы описать, как Ньютон истолковал законы космоса и как его идеи развились в современных представлениях.

---

[1]) «Гипотез не измышляю» (*лат.*). — *Прим. перев.*

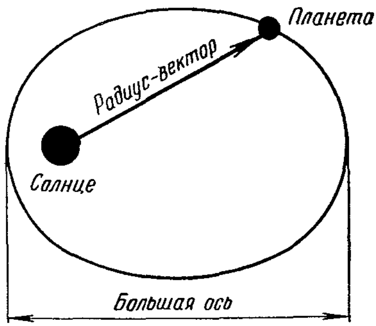
## § 2. НЬЮТОНОВСКИЙ ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ

Ньютон успешно построил динамическую теорию планетных орбит или, как мы теперь говорим, заложил основы *небесной механики*. Для осуществления этого необходимо было применить понятие силы Галилея к движению звезд. Но закон, по которому небесные тела действуют друг на друга, Ньютон открыл, не выдвигая какую-то смелую гипотезу, а следуя систематическому и строгому методу анализа всех известных фактов о движении планет. Эти факты были выражены тремя законами Кеплера, которые позволили уложить все наблюдения того времени в чрезвычайно последовательные формулировки. Теперь мы должны полностью сформулировать законы Кеплера. Эти законы следующие:

1. Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце (фиг. 33).

2. Радиус-вектор, проведенный от Солнца к планете, покрывает равные площади в равные промежутки времени.

3. Кубы больших полуосей эллипсов пропорциональны квадратам периодов обращения.




Фиг. 33. Траектория планеты вокруг Солнца представляет собой эллипс; Солнце расположено в одном из его фокусов.

Однако фундаментальный закон механики дает соотношение между ускорением $b$ любого движения и силой $K$, которая вызывает это движение. Ускорение $b$ полностью определяется параметрами движения, и если они известны, то $K$ можно вычислить. Ньютон установил, что орбиты, определенные согласно законам Кеплера, вполне достаточны для вычисления $b$. Тогда закон

$$K = mb$$

позволяет вычислить действующую на движущееся тело силу.

Математические возможности того времени не могли позволить Ньютону выполнить этот план. Однако он уже овладел математическим инструментом, необходимым для этой цели, — дифференциальным и интегральным исчислением, к которому почти одновременно с ним пришел Лейбниц (1684 г.). Этот аппарат и сегодня представляет собой основу современной математики. В своем фундаментальном труде *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*[1]) Ньютон, однако, отказался от этих

[1]) «Математические начала натуральной философии» (*лат.*) — *Прим. перев.*

новых методов и изложил вопрос на основе общепринятых классических геометрических приемов.

Мы будем следовать изложению Ньютона, но, чтобы проиллюстрировать его общие выводы, ограничимся лишь простым примером.

Орбиты планет представляют собой эллипсы с малым эксцентриситетом, т. е. почти окружности. Допустимо предположить, что планеты приближенно описывают окружности вокруг Солнца, как и полагал, собственно, Коперник. Поскольку окружность есть частный случай эллипса, это предположение, несомненно, удовлетворяет первому закону Кеплера.

Второй закон теперь означает, что каждая планета движется вдоль окружности с постоянной скоростью. Мы уже знаем (гл. II, § 4), каково ускорение в таком круговом движении. Оно направлено к центру, и, согласно формуле (4), его величина равна

$$b=\frac{v^2}{r},$$

где $v$ — скорость на орбите, а $r$ — радиус окружности.

Итак, если $T$ — период обращения, то скорость определяется как отношение длины окружности $2\pi r$ к периоду обращения $T$:

$$v=\frac{2\pi r}{T}, \tag{18}$$

так что

$$b=\frac{4\pi^2 r^2}{rT^2}=\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Рассмотрим теперь третий закон Кеплера, который в случае круговой орбиты, очевидно, означает, что отношение куба радиуса $r^3$ к квадрату времени обращения $T^2$ имеет одно и то же значение $C$ для всех планет:

$$\frac{r^3}{T^2}=C, \quad \text{или} \quad \frac{r}{T^2}=\frac{C}{r^2}. \tag{19}$$

Если подставить это выражение в формулу для $b$, то получим

$$b=\frac{4\pi^2 C}{r^2}. \tag{20}$$

Следовательно, величина центростремительного ускорения зависит только от расстояния между планетой и Солнцем, будучи обратно пропорциональной квадрату расстояния до Солнца. Но она совершенно не зависит от свойств планеты, таких, как масса, поскольку величина $C$, согласно третьему закону Кеплера, одна и та же для всех планет и поэтому может зависеть самое большее от природы Солнца, но не от свойств планет.

Замечательно, что этот же закон вытекает и из предположения, что орбиты имеют форму эллипсов (вычисления, правда, становятся гораздо сложнее). Ускорение остается всегда направленным к Солнцу, расположенному в одном из фокусов эллипса, и имеет значение, определяемое формулой (20), где $r$ — расстояние вдоль радиус-вектора (см. фиг. 33).

## § 3. ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ

Закон ускорения, установленный в предыдущем параграфе, имеет одно важное свойство, общее с силой гравитации на Земле (весом): он совершенно не зависит от природы движущегося тела. Вычислив силу по ускорению, мы обнаруживаем, что она также направлена в сторону Солнца. Таким образом, эта сила есть сила притяжения; ее величина равна

$$K = mb = m\,\frac{4\pi^2 C}{r^2}. \tag{21}$$

Она пропорциональна массе движущегося тела так же, как вес $G = mg$ тела на Земле.

Это навело Ньютона на мысль, что обе силы имеют одно и то же происхождение. В наши дни этот факт, дошедший к нам через столетия, стал таким трюизмом[1]), что мы с трудом можем представить себе всю смелость и широту ньютоновского новаторства. Какое могучее воображение необходимо было для того, чтобы представить себе движение планет вокруг Солнца или Луны вокруг Земли как процесс «падения», следующий тем же законам и происходящий под действием той же самой силы, что и падение камня, выроненного из руки! То, что планеты или Луна не падают на центральные, притягивающие их тела, обусловлено законом инерции, следствием которого является возникновение центробежной силы. Мы позднее вернемся еще к этому вопросу.

Сначала Ньютон проверил свою идею о *всемирном тяготении* на примере Луны, расстояние до которой от Земли было известно из прямых измерений. Эта проверка настолько важна, что мы повторим весь чрезвычайно простой расчет в качестве доказательства, что все научные идеи становятся верными и ценными, лишь когда вычисленные и измеренные значения согласуются между собой.

Роль центрального тела теперь выполняет Земля; Луна играет роль планеты. Символ $r$ обозначает радиус лунной орбиты, $T$ — период обращения Луны вокруг Земли. Пусть радиус Земли равен $a$. Если гравитационная сила на Земле действительно

---

[1]) Прописной истиной. — *Прим. перев.*

имеет то же происхождение, что и сила притяжения, действующая на Луну со стороны Земли, то ускорение $g$, обусловленное гравитацией, должно, согласно закону Ньютона (20), иметь вид

$$g = \frac{4\pi^2 C}{a^2},$$

где $C$ имеет то же значение для Луны, что и в формуле (19), именно

$$C = \frac{r^3}{T^2}.$$

Подставляя это значение в выражение для $g$, мы получаем

$$g = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 a^2}. \tag{22}$$

Далее, «сидерический» период обращения Луны вокруг Земли, т. е. отрезок времени между двумя положениями Луны, при которых линия, соединяющая ее с Землей, имеет одно и то же направление относительно звезд, равен $T = 27$ дней 7 часов 43 минуты 12 секунд $= 2\,360\,592$ *сек.*

В физике общепринято записывать числа, учитывая лишь столько знаков, сколько необходимо для дальнейших вычислений. Поэтому мы пишем

$$T = 2{,}36 \cdot 10^6 \text{ сек.}$$

Расстояние от Луны до центра Земли примерно в 60 раз больше радиуса Земли, или, более точно,

$$r = 60{,}1a.$$

Радиус Земли сам по себе легко запомнить, так как метрическая система связана с ним довольно просто. В самом деле, 1 *м* = = 100 *см* = одна десятимиллионная часть квадранта, т. е. одна сорокамиллионная (или $4 \cdot 10^7$) часть окружности Земли — $2\pi a$

$$100 \text{ см} = \frac{2\pi a}{4 \cdot 10^7} \quad \text{или} \quad a = 6{,}37 \cdot 10^8 \text{ см}. \tag{23}$$

Если подставить эти числа в (22), мы получим

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot 60{,}1^3 \cdot 6{,}37 \cdot 10^8}{2{,}36^2 \cdot 10^{12}} = 981 \text{ см/сек}^2. \tag{24}$$

Эта величина точно совпадает с полученной из опытов с маятниками на Земле (см. гл. II, § 12).

Огромное значение этого результата состоит в том, что он представляет *релятивизацию силы веса*. Для древних вес означал тяготение к абсолютному «вниз», которое испытывают все земные тела. Открытие сферической формы Земли принесло с собой релятивизацию направления силы веса: она стала означать тяготение к центру Земли.

Теперь доказана идентичность веса и силы притяжения, которая удерживает Луну на ее орбите. Поскольку не может быть никакого сомнения в том, что вес по природе аналогичен силе, удерживающей Землю и другие планеты на их орбитах вокруг Солнца, мы приходим к мысли, что тела не просто «тяжелы», но взаимно тяжелы, или *тяжелы относительно друг друга*. Земля как планета тяготеет к Солнцу, но она и сама притягивает Луну. Очевидно, это лишь приближенная картина истинного положения дел, так как Солнце, Луна и Земля все притягивают друг друга. Конечно, до тех пор, пока мы имеем дело с орбитой Земли вокруг Солнца, само Солнце можно с высокой точностью считать покоящимся, ибо его огромная масса препятствует возникновению заметных ускорений; наоборот, Луну можно не учитывать вследствие ее малой массы. Однако точная теория должна принимать во внимание эти влияния, называемые «возмущениями».

Прежде чем перейти к более глубокому изучению этого вопроса, составившего основной успех ньютоновской теории, придадим закону Ньютона его окончательную форму. Мы видели, что планета, удаленная от Солнца на расстояние $r$, испытывает притяжение, величина которого (21) равна

$$K = m\frac{4\pi^2 C}{r^2},$$

где $C$ — постоянная, зависящая только от свойств Солнца, но не от свойств планеты. Однако в соответствии с нашей новой точкой зрения о взаимности или относительности веса планета также должна притягивать Солнце. Если $M$ — масса Солнца, а $c$ — постоянная, зависящая лишь от природы планеты, то сила, с которой планета действует на Солнце, должна выражаться как

$$K' = M\frac{4\pi^2 c}{r^2}.$$

Выше, вводя понятие силы (гл. II, § 1, стр. 23), мы использовали принцип равенства действия противодействию, в котором заключается один из простейших и наиболее несомненных законов механики. Если его применить к рассматриваемому случаю, следует положить $K = K'$, или

$$m\frac{4\pi^2 C}{r^2} = M\frac{4\pi^2 c}{r^2}.$$

Отсюда следует, что

$$mC = Mc,$$

или

$$\frac{C}{M} = \frac{c}{m}.$$

Следовательно, это отношение имеет одно и то же значение для обоих тел (Солнца и планеты), а значит, и для любого тела вообще. Если назвать эту величину $k/4\pi^2$, то можно записать

$$4\pi^2 C = kM, \quad 4\pi^2 c = km. \tag{25}$$

Коэффициент пропорциональности $k$ называют *гравитационной постоянной.*

Ньютоновский закон всемирного тяготения теперь принимает симметричную форму

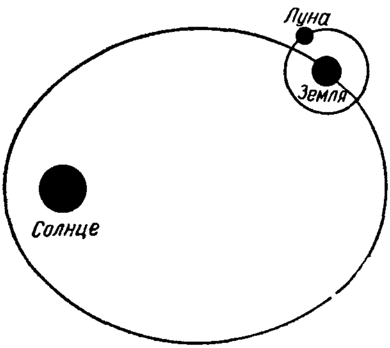
$$K = k\frac{mM}{r^2}. \tag{26}$$

Он утверждает, что:

*Два тела притягивают друг друга с силой, пропорциональной массе каждого тела и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.*

## § 4. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

Лишь в этой общей форме закон Ньютона свидетельствует о действительном прогрессе в описании планетарных орбит. В самом деле, в своей начальной форме он был выведен из законов Кеплера с помощью алгебраических преобразований, означая не более чем краткое и поразительное резюме этих законов.




Фиг. 34. Задача трех тел: Солнце, Земля и Луна.

Возможно доказать и обратный закон, т. е. доказать, что движение тела около центрального покоящегося тела, притягивающего первое, согласно закону Ньютона, представляет собой с необходимостью кеплеровский эллипс. (Это верно в случае замкнутых периодических орбит. Однако некоторые кометы имеют гиперболические орбиты. Такие орбиты не замкнуты.) Новые свойства возникают, только когда мы, во-первых, считаем оба тела движущимися и, во-вторых, включаем в задачу еще какие-то тела. Тогда мы приходим к *проблеме трех или многих тел*, которая точно отражает действительные условия, существующие в системе планет (фиг. 34). В самом деле, не только планеты притягиваются Солнцем, а луны — соответствующими планетами, но каждое тело, будь это любое солнце, планета, луна или комета, притягивает все другие тела. Соответственно кеплеровские эллипсы оказываются лишь приближениями, и то только потому, что Солнце благодаря своей большой массе далеко перекрывает взаимное воздействие друг на друга всех других тел системы планет. Однако за долгие периоды времени эти взаимные влияния должны обнаруживать себя в форме отклонений от законов Кеплера. Мы говорим, как упоминалось выше, о «возмущениях».

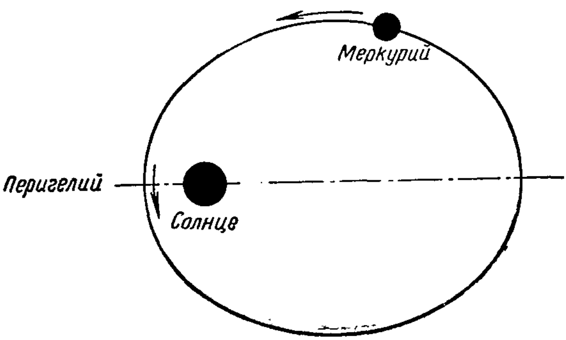
Эти возмущения были известны уже во времена Ньютона, а в последующие столетия усовершенствования в методике наблюдений позволили накопить огромное число данных, которые ньютоновской теории предстояло объяснить. В том, что она выполнила эту задачу, заключается один из величайших триумфов человеческой мысли.

Мы не ставим своей целью проследить развитие механики от Ньютона до нашего времени и описать математические методы, которые были разработаны для вычисления «возмущенных» орбит. Самые одаренные математики разных времен внесли вклад в «теорию возмущений», и хотя точного решения проблемы трех тел еще не найдено, возможно все же вычислить с огромной точностью движения на сотни, тысячи и даже миллионы лет вперед или назад. Итак, ньютоновская теория была испытана на бесчисленном множестве случаев новейших наблюдений и ни разу не потерпела поражения. За исключением одного случая, к которому мы сейчас и перейдем.

Теоретическая астрономия, основанная Ньютоном, в течение долгого времени считалась образцом точной науки. Она достигла того, что было мечтой человечества с самых незапамятных времен. Она приподняла завесу, скрывающую будущее, наделила своих учеников даром предвидения. Даже если прямой смысл астрономических предсказаний был не важен или безразличен для жизни человека, он стал символом освобождения человеческого духа от тесных земных пут. Мы, как и люди давних времен, с надеждой поднимаем свой взор к звездам, в которых скрыты законы, управляющие Вселенной.

Но законы Вселенной не терпят исключений. А между тем есть один случай, как мы уже упомянули, в котором ньютоновская теория потерпела провал. И хотя ошибка была мала, она была неопровержимой. Это случилось с планетой Меркурий, ближайшей к Солнцу планетой. Орбитальное движение каждой планеты можно рассматривать как кеплеровское эллиптическое движение, претерпевающее возмущения под влиянием других планет, именно: ориентация плоскости орбит, направление главных осей эллипса, его эксцентриситет, короче, все «элементы орбиты» подвержены постепенным изменениям. Расчет этих величин на основе ньютоновского закона тяготения дает числа, согласующиеся с наблюдаемыми данными для всех планет, кроме

Меркурия. В случае Меркурия смещение перигелия (фиг. 35) обнаруживает очень малое, но твердо установленное отклонение от величины, вычисленной по закону Ньютона; оно равно 43 дуговым секундам в каждые 100 лет. Астроном Леверье (1845 г.), тот, который предсказал существование планеты Нептун, исходя из анализа возмущений, первый вычислил это смещение; теперь оно полностью установлено. Но объяснить его ньютоновским притяжением известных нам небесных тел оказалось невозможно. Поэтому ученые обратились к гипотезе о существовании каких-то масс, притяжение которых должно было объяснить движение перигелия Меркурия. Так, например, с аномалиями




Фиг. 35. Перигелий — точка орбиты, ближайшая к Солнцу.
Перигелий Меркурия обнаруживает небольшое движение вокруг Солнца, которое механика Ньютона объяснить не в состоянии.

в движении Меркурия пытались связать зодиакальный свет, который, как предполагалось, излучают разреженные массы космической материи в области, близкой к Солнцу. Однако эта, как и многочисленные другие гипотезы, страдала тем недостатком, что была выдвинута *ad hoc*[1]) и не подтверждалась никакими другими наблюдениями.

Тот факт, что единственное точно установленное отклонение от ньютоновского закона имеет место в случае Меркурия — ближайшей к Солнцу планеты, указывает, что, возможно, в законе есть, в конце концов, некоторый принципиальный дефект. Действительно, если сделать обоснованное предположение, что отклонения от ньютоновского закона возрастают с той же или с большей скоростью, чем сама сила, то эти отклонения должны быть наибольшими вблизи Солнца. Были предложены различные изменения закона, но они строились совершенно произвольно и их нельзя было проверить на других данных; их правильность

[1]) *ad hoc* — положение, подтверждаемое лишь тем фактом, для объяснения которого оно и было выдвинуто (*лат.*). — *Прим. перев.*

не решается тем обстоятельством, что они объясняют смещение перигелия Меркурия. Если ньютоновская теория действительно нуждается в уточнениях, то мы должны требовать, чтобы они без введения произвольных констант вытекали из принципа, который выше существующей доктрины как по общности, так и по внутренней вероятности.

Эйнштейн первым успешно осуществил эту задачу. В последней главе мы вернемся к объяснению движения перигелия Меркурия.

## § 5. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Обсуждая великие проблемы космоса, мы почти забыли о нашем отправном пункте — Земле. Законы динамики, открытые в земных экспериментах, были перенесены на астрономическое пространство, в котором Земля несется по своей орбите вокруг Солнца с такой огромной скоростью! Как же тогда случилось, что мы столь мало замечаем это путешествие в пространстве? Как случилось, что Галилей на движущейся Земле преуспел в открытии законов, которые, согласно Ньютону, строго справедливы только в абсолютно покоящемся пространстве? Мы уже обратили внимание на этот вопрос, когда говорили о воззрениях Ньютона на пространство и время. Мы установили тогда, что внешне как будто бы прямая траектория шара, катящегося по столу, на самом деле должна слегка искривляться вследствие вращения Земли: ведь траектория должна быть прямой не относительно движущейся Земли, а относительно абсолютного пространства. Тот факт, что мы не замечаем этой кривизны, обусловлен малостью проходимого шаром пути и времени наблюдения, в течение которого Земля поворачивается лишь на очень малый угол. Признав это, мы все-таки не уясняем ничего во вращательном движении Земли вокруг Солнца, которое происходит с невероятной скоростью 30 *км/сек*. Почему мы этого абсолютно не замечаем?

Это движение при обращении вокруг Солнца, конечно, тоже представляет собой вращение и должно быть доступным наблюдению через земные движения так же, как вращение Земли вокруг ее собственной оси, лишь в гораздо меньшей мере, поскольку кривизна земной орбиты так мала. Но в нашем вопросе мы имели в виду не вращательное движение, а поступательное, которое, конечно, в течение одного дня остается равномерным и прямолинейным.

На самом деле все механические события на Земле происходят так, как если бы этого удивительного поступательного движения не существовало; этот закон выполняется в самом общем случае для всех систем тел, которые находятся в состоянии равномерного и прямолинейного движения в ньютоновском абсолютном пространстве. Этот закон называют *принципом относительности в классической механике*; его можно сформулировать различным образом. Сейчас мы будем формулировать его так:

*Законы механики в системе координат, движущейся равномерно и прямолинейно в пространстве, имеют тот же вид, что и в системе координат, покоящейся в пространстве.*

Чтобы убедиться в истинности этого закона, мы должны лишь отчетливо помнить фундаментальный закон механики — закон импульсов сил — и понятия, входящие в него. Мы знаем, что удар вызывает *изменение* скорости. Но это изменение совершенно не зависит от того, измеряются ли скорости $v_1$ и $v_2$ до и после удара в абсолютном пространстве или в системе координат, которая сама движется с постоянной скоростью $a$. Если до удара движущееся тело имело в пространстве скорость $v_1 = 5$ *см/сек*, то наблюдатель, движущийся со скоростью $a = 2$ *см/сек* в том же направлении, измерил бы только относительную скорость $v_1' = v_1 - a = 5 - 2 = 3$ *см/сек*. Когда тело испытывает удар в направлении движения, в результате которого его скорость возрастает до $v_2 = 7$ *см/сек*, движущийся наблюдатель измерил бы конечную скорость как $v_2' = v_2 - a = 7 - 2 = 5$ *см/сек*. Таким образом, изменение скорости, вызванное ударом, равно $w = v_2 - v_1 = 7 - 5 = 2$ *см/сек* в абсолютном пространстве. С другой стороны, движущийся наблюдатель находит, что изменение скорости равно

$$w' = v_2' - v_1' = (v_2 - a) - (v_1 - a) = v_2 - v_1 = w = 5 - 3 = 2 \text{ см/сек}.$$

Эти изменения равны. То же самое верно и для непрерывно действующих сил и вызываемых ими ускорений. Действительно, ускорение $b$ определялось как отношение изменения скорости $w$ к времени, необходимому на это изменение. Поэтому $w$ не зависит от того, в каком равномерном прямолинейном поступательном движении (движении переноса) находилась используемая при измерении система отсчета; то же самое верно для $b$.

Основой этого закона служит, очевидно, закон инерции, согласно которому движение переноса имеет место в отсутствие сил. Система тел, движущихся в пространстве с одной и той же постоянной скоростью, оказывается, таким образом, не только покоящейся в смысле взаимного расположения тел, но в ней также отсутствуют и силы, проявляющиеся на телах системы как следствие движения. Если же тела системы действуют друг на друга посредством сил, то движения, вызываемые этими силами, будут совершаться в точности так, как будто общего движения переноса не существует. Таким образом, для наблюдателя, движущегося вместе с системой, движение переноса было бы совершенно неотличимым от состояния покоя.

Опыт, каждодневно повторяемый тысячи раз и состоящий в том, что мы не обнаруживаем ничего, свидетельствующего о движении переноса Земли, являет собой убедительное доказательство этого закона. Но тот же факт можно видеть и в движениях на Земле. В самом деле, когда движение на Земле равномерно и прямолинейно относительно Земли, оно является таковым и относительно пространства, если не учитывать вращательного движения Земли. Каждый знает, что на корабле или в вагоне поезда, движущихся равномерно и прямолинейно, механические процессы протекают в точности так же, как на Земле (которая считается покоящейся). На движущемся корабле, например, камень падает вертикально: он падает вдоль вертикали, которая движется вместе с кораблем. Если бы корабль двигался совершенно равномерно и прямолинейно, без покачиваний и разнообразных толчков, то пассажиры не замечали бы движения до тех пор, пока не заметили бы видимого движения берегов.

## § 6. ОГРАНИЧЕННО АБСОЛЮТНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Закон относительности механических событий будет отправным моментом всех наших последующих рассуждений. Его важность определяется тем фактом, что он тесно связан с ньютоновскими воззрениями на абсолютное пространство и с самого начала существенно ограничивает физическую достоверность этого понятия.

Выдвинем в качестве оправдания того, что мы приняли идею абсолютного пространства и абсолютного времени, утверждение, что без них закон инерции оказался бы бессмысленным. Мы должны теперь рассмотреть вопрос, в какой мере эти понятия заслуживают названия «действительных» в том смысле, в каком они употребляются в физике. Понятие соответствует физической реальности только тогда, когда существует что-либо доступное подтверждению на основании соответствующих измерений в мире явлений. Здесь не место углубляться в обсуждение философского понятия реальности; несомненно, во всяком случае, что критерий реальности, данный выше, полностью соответствует тому применению, которое слово «реальность» находит в физических науках. Все понятия, которые не удовлетворяли ему, были постепенно исключены из структуры физики.

Мы сразу видим, что в этом смысле «фиксированное место» в ньютоновском абсолютном пространстве лишено (физической) реальности. Это следует из принципа относительности. Исходя из него, мы каким-то образом пришли к предположению, что существует определенная система отсчета, покоящаяся в пространстве; затем к выводу, что система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно первой, может с равным правом считаться покоящейся. Механические события в обеих системах происходят одним и тем же образом, и ни одна из этих систем не предпочтительнее другой. Определенное тело, которое кажется покоящимся в одной системе, совершает равномерное прямолинейное движение в другой системе, и если бы кто-то стал утверждать, что это тело фиксирует некоторое место в абсолютном пространстве, то другой мог бы с равным правом оспаривать это и утверждать, что тело движется.

На этом пути абсолютное пространство Ньютона теряет значительную часть своего таинственного существования. Пространство, в котором не существует ни одного места, которое могло бы быть фиксировано при помощи каких бы то ни было физических средств, представляется по крайней мере весьма смутной и абстрактной идеей, а не просто ящиком, наполненным материальными объектами.

Необходимо теперь изменить и термины, использованные нами в определении принципа относительности, так как в нем мы все еще говорим о системе координат, покоящейся в абсолютном пространстве, а это, очевидно, не имеет физического смысла. Чтобы получить определенную формулировку, мы вводим понятие *инерциальной системы*; оно призвано означать систему координат, в которой закон инерции выполняется в своей первоначальной форме. Существует не единственная покоящаяся система в ньютоновском абсолютном пространстве, но бесконечное число различных, одинаково правомерных систем, и поскольку нельзя вразумительно говорить о нескольких «пространствах», движущихся друг относительно друга, мы предпочитаем избегать слова «пространство» в той мере, в какой это возможно. Принцип относительности тогда приобретает следующую форму:

*Существует бесконечное число эквивалентных систем, называемых инерциальными и совершающих поступательное движение (равномерное и прямолинейное) относительно друг друга, в которых законы механики выполняются в своей простой классической форме.*

Здесь отчетливо видно, как тесно связана проблема пространства с механикой. Действительно, не пространство существует и отпечатывает свою форму на вещах, но вещи и физические законы, управляющие ими, определяют пространство. Позднее мы увидим, как эта точка зрения становится все более и более обоснованной, пока, наконец, не достигает максимальной обоснованности в общей теории относительности Эйнштейна.

## § 7. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ

Хотя законы механики остаются одними и теми же во всех инерциальных системах, из этого отнюдь не следует, что координаты и скорости тел относительно двух инерциальных систем, находящихся в относительном движении, равны между собой. Если, например, тело покоится в системе $S$, то в другой системе $S'$, движущейся относительно $S$, оно имеет постоянную скорость. Общие законы механики содержат только ускорения, а последние, как мы видели, одинаковы во всех инерциальных системах, чего нельзя сказать о координатах и скоростях.

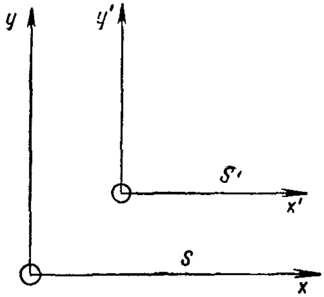
Отсюда возникает задача определить скорость и положение тела в инерциальной системе $S'$, если они заданы в другой инерциальной системе $S$.

Вопрос состоит в том, как перейти от одной системы координат к другой, движущейся относительно первой. На этом этапе необходимо сделать несколько замечаний относительно эквивалентных (одинаково приемлемых) систем координат вообще и относительно законов, называемых *уравнениями преобразования*, которые позволяют переходить от одной системы к другой с помощью вычислений.

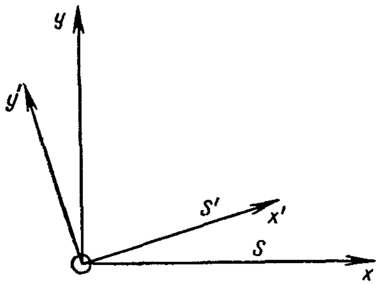
В геометрии системы координат представляют собой средство удобного определения относительных положений тел. Для этого мы предполагаем, что система координат жестко связана с одним из тел, и тогда координаты точек другого тела полностью определяют относительное положение двух взятых тел. Разумеется, несущественно, какова выбранная система координат — прямоугольная, косоугольная, полярная или еще более общего вида. Также несущественна и ее ориентация относительно первого тела; необходимо лишь указать, поддерживается ли эта ориентация неизменной или, если она меняется, необходимо определить, как изменяется положение системы координат относительно тела. Если, например, мы пользуемся прямоугольными координатами в плоскости, то вместо первоначально выбранной системы $S$ можно взять другую $S'$, которая смещена (фиг. 36) или повернута (фиг. 37) относительно $S$. Но необходимо точно задать величину смещения и поворота. Из этих данных можно затем подсчитать, каковы в новой системе $S'$ координаты точки $P$, имевшей координаты $x$, $y$ в старой системе $S$. Если новые координаты обозначить как $x'$, $y'$, то мы получим формулы, позволяющие вычислить их из $x$, $y$. Мы проделаем это в простейшем случае, именно в случае, когда система $S'$ получается из $S$ в результате параллельного смещения на величину $a$ в направлении оси $x$ (фиг. 38). В этом случае, очевидно, новая координата $x'$ точки $P$ будет равна старой координате $x$, уменьшенной на смещение $a$, тогда как координата $y$ остается неизменной. Итак, мы имеем

$$x' = x - a, \quad y' = y. \tag{27}$$

Сходные, но более сложные формулы преобразования имеют место и в других случаях. Позднее нам придется обсудить их

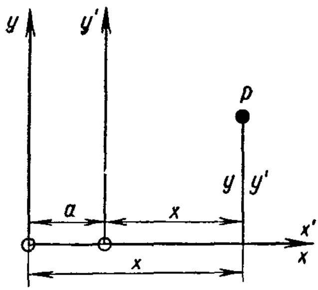



Фиг. 36. Две системы отсчета $S$ и $S'$, смещенные относительно друг друга.



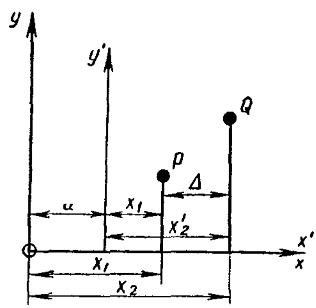

Фиг. 37. Две системы отсчета $S$ и $S'$, повернутые относительно друг друга.

более полно. Важно уяснить себе, что существуют величины, выражения которых в различных системах координат остаются




Фиг. 38. Система $S'$ смещена на расстояние $a$ вдоль оси $x$.

Точка $P$ имеет координаты $x$, $y$ в системе $S$ и координаты $x' = x - a$, $y' = y$ в системе $S'$.




Фиг. 39. Выражение для расстояния $\Delta$ между точками $P$ и $Q$, измеренного вдоль оси $x$, одинаково в обеих системах: $\Delta = x_2 - x_1 = x_2' - x_1'$.

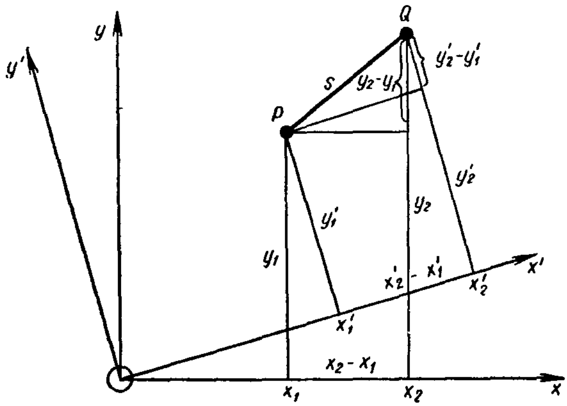
одними и теми же. О таких величинах говорят, что они *инвариантны* относительно преобразования координат, связывающего две системы координат. Рассмотрим в качестве примера преобразование (27), описанное выше и выражающее смещение координат вдоль оси $x$. Очевидно, что $\Delta$ — разность $x$-координат двух точек $P$ и $Q$ не изменяется. Действительно (фиг. 39),

$$\Delta = x_2' - x_1' = (x_2 - a) - (x_1 - a) = x_2 - x_1.$$

Если две системы координат $S$ и $S'$ наклонены одна относительно другой, то расстояние $s$ между двумя точками $P$ и $Q$ представляет собой инвариант (фиг. 40). Его выражение остается одним и тем же в обеих системах, так как, по теореме Пифагора,

$$s^2 = (x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2. \tag{28}$$

В более общем случае, когда система координат одновременно смещается и поворачивается, расстояние между точками $P$ и $Q$ также остается инвариантным. Инварианты особенно важны




Фиг. 40. Выражение для расстояния между точками $P$ и $Q$ оказывается одним и тем же в обеих системах: $s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$.

потому, что они представляют геометрические соотношения безотносительно к случайному выбору системы координат. Они и в дальнейшем будут играть важную роль.

Возвращаясь теперь от этого геометрического отступления к нашему исходному пункту, мы должны ответить на вопрос: каковы законы преобразования, позволяющие переходить от одной инерциальной системы к другой?

Мы определили инерциальную систему как систему, в которой справедлив закон инерции. В этой связи важно лишь состояние движения, именно имеет ли место ускорение относительно абсолютного пространства; природа же и положение системы координат несущественны. Если выбрать ее прямоугольной, как это обычно делается, то ее положение все еще остается произвольным. Можно взять смещенную или повернутую систему, но она должна иметь то же состояние движения. Мы уже пользовались термином *система отсчета* всегда, когда речь шла о состоянии движения (а не о природе и положении системы координат); это выражение мы будем систематически использовать и в дальнейшем.

Если некоторая инерциальная система $S'$ движется прямолинейно относительно системы $S$ со скоростью $v$, то в обеих системах отсчета можно выбрать прямоугольные координаты, такие, что направление движения совпадает с осями $x$ и $x'$ соответственно. Более того, можно предположить, что в момент времени $t = 0$ начала обеих систем совпадают. Тогда по прошествии времени $t$ начало системы $S'$ окажется смещенным на величину $a = vt$ в направлении $x$; таким образом, в этот момент наши системы окажутся точно в той ситуации, которую мы рассмотрели выше с чисто геометрической точки зрения. Следовательно, справедливо уравнение (27), где теперь нужно заменить $a$ на $vt$. Таким образом, мы получаем уравнения преобразования

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \tag{29}$$

Здесь мы добавили неизменившиеся $y$- и $z$-координаты. Соотношения (29) называют *преобразованием Галилея* в честь основателя механики.

Можно также перефразировать *принцип относительности* следующим образом:

*Законы механики инвариантны относительно преобразований Галилея.*

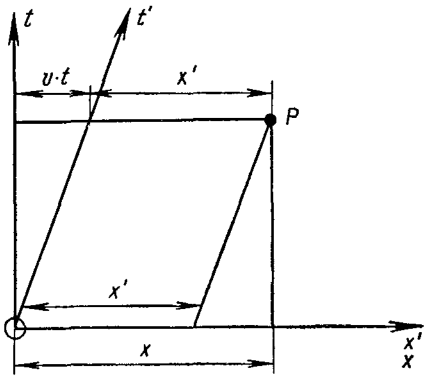
Это обусловлено тем фактом, что инвариантны ускорения, как мы уже видели, рассматривая изменения скорости движущегося тела относительно двух инерциальных систем.

Ранее мы показали, что теорию движения, или кинематику, можно интерпретировать как геометрию в четырехмерном $xyzt$-пространстве — «мире» Минковского. В этой связи небезынтересно выяснить, что представляют собой инерциальные системы и преобразование Галилея в такой четырехмерной геометрии. Это совсем нетрудно, так как $y$- и $z$-координаты не входят в преобразование вообще. Поэтому достаточно оперировать в плоскости $xt$.

Представим себе нашу инерциальную систему $S$ в виде прямоугольной $xt$-системы координат (фиг. 41). Вторая инерциальная система $S'$ тогда соответствует другой системе координат $x't'$, и вопрос состоит в следующем: что представляет собой вторая система и как она расположена относительно первой? Прежде всего мера времени во второй системе $S'$ в точности та же, что и в первой, именно это абсолютное время $t = t'$; таким образом, ось $x$, на которой $t = 0$, совпадает с осью $x'$, где $t' = 0$. Следовательно, система $S'$ может быть лишь косоугольной координатной системой. Ось $t'$ представляет собой мировую линию точки $x' = 0$, т. е. начала системы координат $S'$. Координата $x'$ этой точки (движущейся со скоростью $v$ относительно системы

$S$) равна $vt$ в системе $S$ в каждый момент времени $t$. Поэтому для любой мировой точки $P$ из чертежа следует формула преобразования Галилея $x' = x - vt$.

Любой другой инерциальной системе соответствует другая косоугольная система координат $xt$ с той же самой осью $x$, но иначе наклоненной осью $t$. Прямоугольная система координат, с которой мы начали, не обладает предпочтительным правом среди этих косоугольных систем. Единица времени на всех осях $t$ различных координатных систем представляется *той же самой* параллелью к оси $x$. Это в определенном смысле калибровочная кривая относительно времени в плоскости $xt$.




**Фиг. 41.** Диаграмма в плоскости $xt$, иллюстрирующая образование Галилея.

Суммируем этот результат в виде следующего утверждения:

*В плоскости $xt$ выбор направления оси $t$ совершенно произволен; в любой системе координат $xt$, имеющей ту же самую ось $x$, фундаментальные законы механики справедливы.*

С геометрической точки зрения это многообразие эквивалентных систем координат крайне уникально и необычно. Особенно замечательно фиксированное положение или инвариантность оси $x$. Когда мы обращаемся к косоугольным координатам в геометрии, это обычно не вызывает необходимости поддерживать положение одной из осей фиксированным. Однако ньютоновский постулат абсолютного времени требует этого. Все события, которые происходят одновременно, т. е. при одном и том же значении $t$, представляются параллелью к оси $x$, так как, согласно Ньютону, время течет «абсолютно и безотносительно к какому-либо объекту».

В дальнейшем мы увидим, что это несимметричное поведение мировых координат $x$ и $t$, упомянутое здесь лишь как дефект в математическом совершенстве, в действительности не существует. Эйнштейн исключил его посредством своей релятивизации понятия времени.

## § 8. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИЛЫ

Установив, что индивидуальные точки в ньютоновском абсолютном пространстве не являются физической реальностью, мы должны теперь задаться вопросом: что же остается в рамках этого понятия вообще? Остается следующее: сопротивление всех тел ускорению должно интерпретироваться в ньютоновском смысле как действие абсолютного пространства. Паровоз, который приводит в движение поезд, преодолевает сопротивление инерции. Снаряд, сносящий стену, черпает свою разрушающую силу в инерции. Действие инерции проявляется всякий раз, когда имеют место ускорения, а последние представляют собой не более чем изменения скорости в абсолютном пространстве (мы можем использовать последнее выражение, так как изменение скорости имеет одну и ту же величину во всех инерциальных системах). Таким образом, системы координат, которые сами по себе движутся с ускорением относительно инерциальных систем, *не эквивалентны* последним или друг другу. Можно, конечно, определять законы механики и в таких системах, но они будут приобретать более сложную форму. Даже траектория свободного тела оказывается уже не равномерной и не прямолинейной в ускоренной системе (см. гл. III, § 1, стр. 59). Последнее можно выразить в форме утверждения, что в ускоренной системе, кроме действительных сил, существуют *кажущиеся*, или *инерциальные*, силы. Тело, на которое не действуют действительные силы, все-таки подвержено действию этих инерциальных сил, поэтому его движение в общем случае оказывается неравномерным и непрямолинейным. Например, автомобиль, который начинает двигаться или тормозит, представляет собой такую ускоренную систему. Каждому знаком толчок трогающегося или останавливающегося поезда; это не что иное, как действие инерциальной силы, о которой мы говорим.

Рассмотрим это явление подробно на примере системы $S$, движущейся прямолинейно с ускорением $\varkappa$. Если измерять ускорение $b$ тела относительно такой движущейся системы $S$, то его ускорение относительно абсолютного пространства, очевидно, будет больше на $\varkappa$. Следовательно, фундаментальный закон механики в этом пространстве имеет вид

$$m(b+\varkappa)=K.$$

Если записать его в виде

$$mb=K-m\varkappa,$$

то можно сказать, что в ускоренной системе $S$ выполняется закон движения в ньютоновской форме, именно

$$mb=K',$$

за исключением того, что теперь в качестве силы нужно поставить $K'$, которая равна

$$K'=K-m\varkappa,$$

где $K$ — действительная сила, а $m\varkappa$ — кажущаяся сила, или сила инерции.

Далее, если истинных сил не существует, т. е. если $K = 0$, то суммарная сила становится равной силе инерции:

$$K' = -m\varkappa. \tag{30}$$

Итак, эта сила действует на свободное тело. Ее действие можно проиллюстрировать следующим рассуждением: мы знаем, что гравитация на Земле — сила тяжести — определяется формулой $G = mg$, где $g$ — постоянное ускорение, обусловленное гравитацией. Сила инерции $K' = -m\varkappa$ действует в этом случае подобно гравитации; знак минус означает, что сила инерции направлена противоположно ускорению системы отсчета $S$, которая используется как базис. Величина видимого гравитационного ускорения $\varkappa$ совпадает с ускорением системы отсчета $S$. Таким образом, движение свободного тела в системе $S$ есть просто движение того типа, который мы знаем как падение или движение брошенного тела.

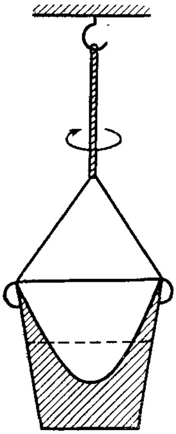
Эта взаимосвязь между инерциальными силами в ускоренных системах и силой гравитации здесь все еще кажется несколько искусственной. Фактически она оставалась незамеченной в течение двухсот лет. Однако уже на этой стадии мы должны указать, что она образует основу эйнштейновской общей теории относительности.

## § 9. ЦЕНТРОБЕЖНЫЕ СИЛЫ И АБСОЛЮТНОЕ ПРОСТРАНСТВО

По мнению Ньютона, существование инерциальных сил в ускоренных системах подтверждает существование абсолютного пространства или, скорее, избранный характер инерциальных систем. Инерциальные силы особенно отчетливо заметны во вращающихся системах отсчета в виде центробежных сил. Именно в них Ньютон видел главное подтверждение своего постулата абсолютного пространства. Изложим это его собственными словами:

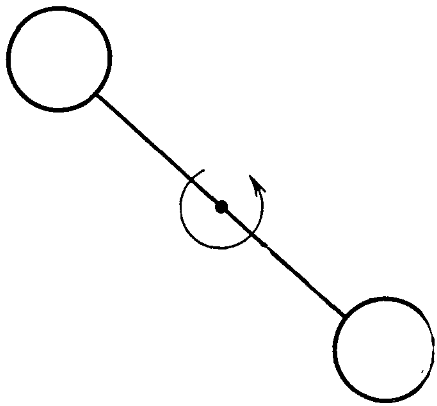
«Эффекты, которые отличают абсолютное движение от относительного, — это силы отрывания от оси при круговом движении. Ибо не существует таких сил в чисто относительном круговом движении, но лишь в истинном и абсолютном круговом движении; они больше или меньше в зависимости от количества движения. Если сосуд, подвешенный на длинной веревке, поворачивать многократно в одну сторону так, чтобы веревка оказалась сильно закрученной, наполнить водой и подержать его вместе с водой в покое, то в дальнейшем под действием другой силы он станет вращаться в противоположную сторону и будет пребывать в этом вращательном движении, пока не раскрутится веревка; поверхность воды сначала будет плоской, как и до момента, когда сосуд начал двигаться, но затем сосуд, постепенно передавая свое движение воде, заставит ее начать вращаться и отступать мало-помалу от середины, прижимаясь к стенкам сосуда и образуя на поверхности вогнутую фигуру (как я сам убедился)...

Сначала, когда относительное движение воды в сосуде было наиболее быстрым, оно не вызывало стремления удалиться от оси: вода не обнаруживала тенденции к вращению или перетеканию ближе к стенкам сосуда; ее поверхность оставалась плоской, и поэтому истинное круговое движение не начиналось. Но потом, когда относительное движение воды уменьшилось, отступание последней в сторону стенок сосуда обнаруживало ее стремление к удалению от оси; это стремление показывало, что истинное круговое движение воды стало возрастать до тех пор, пока не достигло наибольшей величины, когда вода уже покоилась относительно сосуда...



Фиг. 42. Опыт Ньютона с ведром.

Центробежные силы сгоняют воду к стенкам ведра.



Фиг. 43. Вращение двух масс, соединенных шнурком.

Натяжение шнурка позволяет обнаружить центробежные силы, или «вращение в абсолютном пространстве».

Открыто и эффективно отличить истинное движение конкретных тел от кажущегося — безусловно, вопрос большой трудности, ибо части неподвижного пространства, в которых осуществляется движение, ни в коей мере недоступны наблюдению наших чувств. Однако положение и не безнадежно, ибо мы располагаем некоторыми направляющими указаниями, в частности силами, которые являются причинами и эффектами истинных движений. Например, если два шара, удерживаемые на заданном расстоянии друг от друга с помощью связывающей их веревки, приводятся в движение относительно их общего центра тяжести, то мы можем, исходя из натяжения веревки, обнаружить стремление шаров к удалению от оси их движения, а отсюда можно вычислить величину их кругового движения... Итак, мы могли бы найти как величину, так и направление такого кругового движения, даже если бы это происходило в абсолютной пустоте, где нет ничего внешнего или ощутимого, с чем можно было бы сравнивать эти шары».

В этих словах наиболее ясно выражен смысл абсолютного пространства. К ним нужно добавить лишь несколько слов пояснения.

Во-первых, относительно количественных условий в случае центробежных сил: их описание можно сразу получить, вспомнив величину и направление ускорения в случае вращательного движения. Оно было направлено к центру и, согласно формуле (4), имело величину $b = v^2/r$, где $r$ означает радиус окружности, а $v$ — скорость.

Далее, если мы имеем вращающуюся систему отсчета $S$, которая делает один оборот за время $T$, то скорость точки, расположенной на расстоянии $r$ от оси [см. формулу (18)], равна

$$v = \frac{2\pi r}{T};$$

следовательно, ускорение относительно оси, которое мы обозначили как $\varkappa$, равно

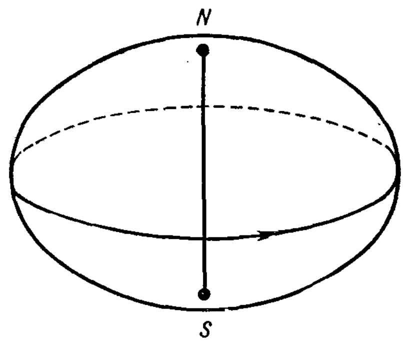
$$\varkappa = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Теперь, если тело имело ускорение $b$ относительно $S$, то его абсолютное ускорение есть $b + \varkappa$. Точно так же, как в случае прямолинейного ускоренного движения, описанного выше, мы получаем в результате кажущуюся силу с абсолютной величиной

$$m\varkappa = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}, \qquad (31)$$

которая направлена от оси. Это и есть *центробежная сила*.

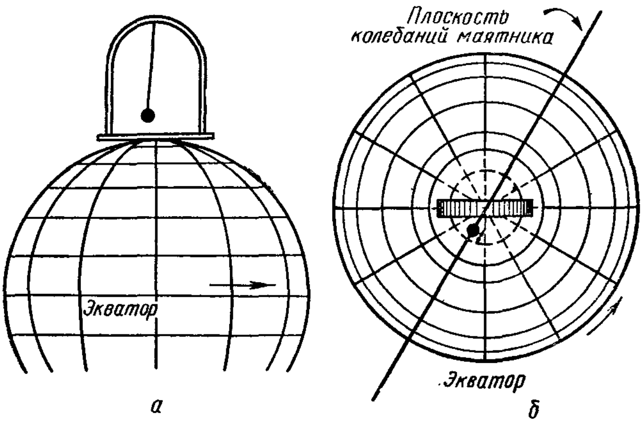
Хорошо известно, что центробежная сила играет также роль в доказательстве факта вращения Земли вокруг оси (фиг. 44). Вращение Земли отбрасывает массы от оси вращения и таким путем вызывает сплющивание Земли на полюсах, а также уменьшение силы тяжести по мере движения от полюсов к экватору. Мы познакомились с последним явлением (не входя в его причины) выше, когда рассматривали выбор единицы силы (гл. II, § 15, стр. 57). Согласно Ньютону, это доказывает вращение Земли. Центробежная сила, направленная наружу, действует против силы тяжести и приводит к уменьшению веса. Уменьшение ускорения $g$ имеет величину на экваторе $4\pi^2 a/T^2$, где $a$ — радиус Земли. Если подставить значение $a$, приведенное выше [гл. III, § 3, формула (23)], $a = 6{,}37 \cdot 10^8$ *см*, а в качестве времени одного оборота $T = 1$ день $= 24 \cdot 60 \cdot 60$ *сек* $= 86\,400$ *сек*, то мы получим для раз-




Фиг. 44. Схематическое изображение сплющивания Земли вследствие действия центробежных сил, обусловленных ее вращением.

ности гравитационных ускорений на полюсе и на экваторе значение 3,37 *см/сек*$^2$; эта величина довольно мала по сравнению с 981 *см/сек*$^2$; ее следует несколько увеличить вследствие сплющенности Земли.

Согласно ньютоновскому постулату абсолютного пространства, эти явления следует рассматривать не как результат движения относительно других масс, например неподвижных звезд, но как результат абсолютного вращения в пустом пространстве. Если бы Земля покоилась, а вместо этого вся звездная система



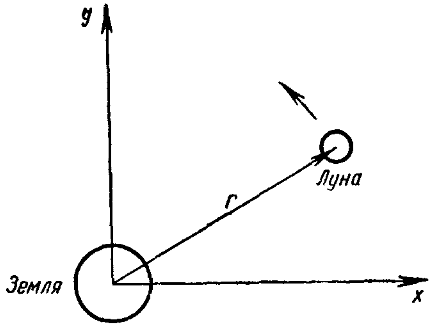

Фиг. 45. Маятник Фуко на Северном полюсе.
Плоскость колебаний остается неизменной в процессе вращения Земли.

вращалась бы в противоположном направлении, совершая один оборот вокруг земной оси за 24 *час*, то, согласно Ньютону, центробежных сил не существовало бы. Земля не была бы сплющенной, а сила тяготения была бы одинаковой на экваторе и на полюсе. Движение неба, видимое с Земли, было бы совершенно одинаковым в обоих случаях. И тем не менее между ними существовало бы различие, которое можно было бы наблюдать.

Ситуация выступает, пожалуй, еще более отчетливо в опыте с маятником Фуко (1850 г.). Согласно законам ньютоновской динамики, маятник, раскачивающийся в плоскости, должен неизменно сохранять плоскость колебаний в абсолютном пространстве, если отклоняющие силы отсутствуют. Если маятник подвешен на Северном полюсе, а Земля вращается под ним (фиг. 45, *а*, *б*), то при этом наблюдатель, находящийся на Земле, увидит вращение плоскости колебаний в направлении, противоположном вращению Земли. Если же Земля покоится, а вращается звездная система, то, согласно Ньютону, ориентация плоскости колебаний относительно Земли не должна изменяться. Тот факт, что она изменяется, вновь доказывает *абсолютное* вращение Земли.

Мы рассмотрим еще один пример — движение Луны вокруг Земли (фиг. 46). Согласно Ньютону, Луна упала бы на Землю, если бы она не находилась в абсолютном вращении относительно последней. Представим себе систему координат с началом в центре Земли и плоскостью $xy$, в которой лежит орбита Луны; пусть ось $x$ всегда направлена на Луну. Если бы эта система находилась в абсолютном покое, то на Луну действовала бы только гравитационная сила, направленная к центру Земли, которая, согласно формуле (26), имеет величину

$$K = k\frac{Mm}{r^2}.$$




Фиг. 46. Гравитационные силы, действующие на Луну со стороны Земли, точно компенсируются центробежными силами, обусловленными ее движением вокруг Земли.

Поэтому Луна упала бы на Землю прямо по оси $x$. Тот факт, что с Луной ничего подобного не происходит, очевидно, доказывает, что система координат $xy$ совершает абсолютное вращение, ибо это вращение порождает центробежную силу, которая находится в равновесии с силой $K$. Мы получаем

$$\frac{mv^2}{r} = k\frac{Mm}{r^2}.$$

Эта формула представляет собой, конечно, не что иное, как третий закон Кеплера. В самом деле, если разделить обе стороны равенства на массу Луны $m$ и выразить $v$ через период обращения $T$ как $v = 2\pi r/T$, то мы получим

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{kM}{r^2},$$

или, согласно (25),

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{kM}{4\pi^2} = C.$$

Соответствующий результат, разумеется, выполняется и для вращения планет вокруг Солнца.

Эти и многие другие примеры показывают, что ньютоновский постулат абсолютного пространства покоится на весьма твердо установленных фактах. Если снова просмотреть всю последовательность аргументов, то мы увидим следующее.

Пример с вращающимся ведром воды показывает, что относительнсе движение воды по отношению к ведру не вызывает центробежных сил. Возможно, что большие массы, расположенные поблизости, скажем вся Земля, служат причиной этого. Сплющивание Земли, уменьшение силы тяжести к экватору, опыт Фуко с маятником — все свидетельствует о том, что причину следует искать вне Земли. Однако орбиты всех лун и планет в одинаковой мере существуют лишь благодаря центробежным силам, которые удерживают их в равновесии с силой гравитации. Наконец, мы замечаем те же самые явления в случае удаленных двойных звезд, свету которых требуются тысячи лет, чтобы достичь Земли. Итак, существование центробежных сил представляется универсальным и не может быть обусловлено взаимодействиями. Следовательно, нам ничего не остается, как принять абсолютное пространство в качестве причины этих явлений.

Подобная последовательность рассуждений со времен Ньютона была общепринятой, считалась обоснованной, и ее оспаривали лишь немногие мыслители. Первым среди тех, кто поставил под сомнение обоснованность этих аргументов, был Эрнст Мах. В своем критическом обзоре механики он проанализировал ньютоновские понятия и разобрал их логическую основу. Он исходил из идеи, что механический опыт никогда не может дать сведений об абсолютном пространстве. Только относительные положения и относительные движения могут быть проверены, а следовательно, лишь они физически реальны. Ньютоновское доказательство существования абсолютного пространства, таким образом, должно быть мнимым. По сути дела, все зависит от того, признать или не признать, что если бы вокруг Земли вращалась вся звездная система, то ни сплющивания, ни уменьшения силы тяжести к экватору не могло бы существовать. Мах справедливо заметил, что такие утверждения далеко выходят за пределы возможного эксперимента. Он обвинил Ньютона в отступлении от принципа, согласно которому правомерными могут считаться лишь доступные проверке факты. Мах сам пытался освободить механику от этого дефекта. Он придерживался мнения, что инерциальные силы следовало бы рассматривать как действие общей массы Вселенной, и набросал контуры измененной системы динамики, в которой используются только относительные величины. Но его попытка не могла быть успешной. Прежде всего он упустил из виду важность родства между инерцией и гравитацией, которое проявляет себя в пропорциональности веса массе. Во-вторых, он был незнаком с релятивистской теорией оптических и электромагнитных явлений, которая позволила отбросить предубеждение относительно абсолютного времени. Знание обоих этих фактов необходимо для построения новой механики. Открытие их стало заслугой Эйнштейна.

ГЛАВА

# IV

# ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ ОПТИКИ

## § 1. МИРОВОЙ ЭФИР

И исторически, и логически механика является основой физики, но тем не менее она — лишь часть последней, и, несомненно, малая часть. До настоящего момента, пытаясь разобраться в проблеме пространства и времени, мы использовали только механические наблюдения и теории. Теперь мы должны выяснить, чем могут нам помочь в решении этой проблемы другие области физического исследования.

Прежде всего именно области оптики, электричества и магнетизма связаны с проблемой пространства; это объясняется тем, что свет, электрические и магнитные силы свободно путешествуют в пустом пространстве. Сосуды, из которых полностью откачан воздух, остаются прозрачными для света независимо от того, насколько высок достигнутый вакуум. Электрические и магнитные силы в вакууме ведут себя аналогично. Свет Солнца и звезд достигает нас, пройдя большой путь в пустом пространстве.

Тот факт, что ряд физических влияний распространяется в астрономическом пространстве, много лет назад привел к гипотезе, согласно которой это пространство не пусто, а наполнено чрезвычайно тонким невесомым веществом — эфиром, который и служит переносчиком этих влияний. В той мере, в какой это понятие используется в наши дни, оно не означает ничего, кроме определенных физических состояний, или «полей», в пустом пространстве. Если принять это абстрактное понятие с самого начала, то большая часть проблем, которые исторически связаны с представлением об эфире, останется неясной. Раньше эфир, конечно, считался реальным веществом, не только связанным с физическим состоянием, но и способным к движению.

Теперь мы опишем развитие, во-первых, принципов оптики и, во-вторых, принципов электродинамики. Это вынудит нас несколько отклониться от проблемы пространства и времени, но зато позволит позднее вновь вернуться к ней вооруженными новыми фактами и законами.

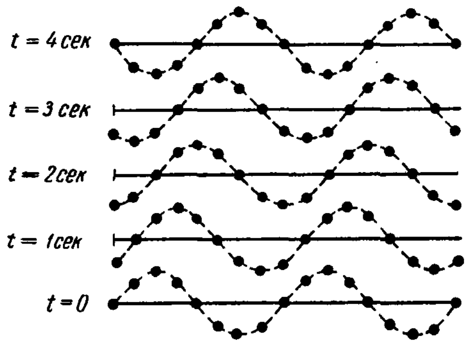
## § 2. КОРПУСКУЛЯРНАЯ И ВОЛНОВАЯ ТЕОРИИ

Ясно теперь для тебя, что с поверхности тел непрерывно
Тонкие ткани вещей и фигуры их тонкие льются...
Значит, подобным путем непременно и призраки могут
Неизмеримую даль пробегать во мгновение ока...
Призраки эти вещей, о каких говорю я, несутся
Всюду, и мчатся они, разлетаясь по всем направленьям.
Но оттого, что смотреть мы одними глазами способны,
И происходит, что там лишь, куда обращаем мы взоры,
Может по ним ударять и окраска и форма предметов.

— Вот что мы читаем в поэме Лукреция Кара «О природе вещей» (книга IV) — поэтическом назидании философам-эпикурейцам, написанном в I в. до н. э. Приведенные здесь строки содержат наметки корпускулярной теории света, порожденные мощным воображением поэта и в то же время изложенные в истинно научном духе. Но эти стихи можно назвать научным постулатом все-таки не в большей мере, чем другие древние предположения о природе света. Здесь нет и тени попытки определить явление количественно — главной черты объективного подхода. В самом деле, здесь чрезвычайно трудно отделить субъективное ощущение света от физического явления и усмотреть возможность измерения последнего.

Возникновение учения об оптике можно отнести к временам Декарта. Его книга «Диоптрики» (1638 г.) содержит фундаментальные законы распространения света, законы отражения и преломления. Первый из них был известен еще древним, а второй был установлен экспериментально Снеллом незадолго до появления книги Декарта (примерно в 1618 г.). Декарт выдвинул идею эфира как переносчика света; эта идея стала предшественницей *волновой теории*. Первые догадки о ней принадлежат Роберту Гуку (1667 г.), а первая отчетливая формулировка — Христиану Гюйгенсу (1678 г.). Их великий современник, Ньютон, который был несколько моложе их, считается автором противоположной доктрины — *корпускулярной теории*. Прежде чем описать борьбу между этими конкурирующими теориями, мы грубо очертим суть каждой из них.

*Корпускулярная теория* утверждает, что светящиеся тела излучают мельчайшие частицы, которые движутся в согласии с законами механики и вызывают ощущение света, попадая в глаз. *Волновая теория*, с другой стороны, устанавливает аналогию между распространением света и движением волн на поверхности воды или звуковых волн в воздухе. Для этого в ней предполагается существование упругой среды, которая заполняет все прозрачные тела; эта среда и есть *световой эфир*. Отдельные частицы этого вещества просто колеблются относительно своего равновесного положения. То, что движется в виде световой волны, представляет собой *состояние движения частиц*, а не движение частиц самих по себе. На фиг. 47 изображен этот процесс для ряда точек, которые колеблются вверх — вниз относительно среднего положения. Каждая горизонтальная линия на этой диаграмме соответствует некоторому моменту времени, скажем, $t = 0, 1, 2, 3, \ldots$ *сек*. Каждая отдельная точка колеблется в вертикальном направлении. Все вместе точки создают картину волны, которая перемещается вправо от одного момента времени к другому.

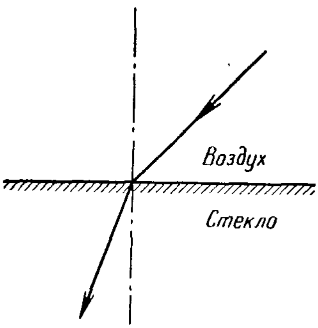



Фиг. 47. Волна, движущаяся вправо.

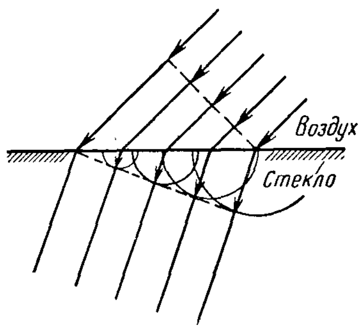
Против такой волновой теории существует одно важное возражение. Как известно, волны обтекают препятствия. Легко видеть, как это происходит с волнами на поверхности воды или со звуковыми волнами, когда они «поворачивают за угол». Однако луч света распространяется по прямой. Если на пути света поместить непрозрачное тело с резкой гранью, то его тень будет иметь резкую границу.

Именно этот факт склонил Ньютона к отказу от волновой теории. Он не отдал предпочтения какой-нибудь определенной гипотезе, но лишь просто указал, что свет представляет собой нечто, что распространяется от светящегося тела «подобно излучаемым частицам». Однако его последователи истолковали это мнение так, как будто Ньютон отдал предпочтение корпускулярной теории, а авторитет его имени завоевал признание для этой теории на целое столетие. Однако в это время Гримальди уже открыл (его результат был опубликован посмертно в 1665 г.), что свет может также и «огибать углы». На границах резких теней можно видеть слабые участки освещенности в форме перемежающихся светлых и темных полосок или ореолов; это явление было названо *дифракцией* света. Именно это открытие сделало Гюйгенса ревностным сторонником волновой теории. Первым и самым главным аргументом в пользу этой теории он считал тот факт, что два луча света, пересекаясь, пронизывают друг друга без каких-либо помех в точности, как два ряда волн на воде, тогда как между пучками излученных частиц с необходимостью возникали бы столкновения или по крайней мере какого-либо рода возмущения. На базе волновой теории Гюйгенс успешно объяснил отражение и преломление света. Он опирался на принцип, носящий теперь его имя и состоящий в том, что каждую точку, достигаемую световой волной, следует рассматривать как источник новой сферической световой волны. Отсюда вытекает фундаментальное различие между корпускулярной и волновой теориями — различие, которое в дальнейшем привело к окончательному экспериментальному решению в пользу последней.

Известно, что распространяющийся в воздухе луч света, падая на граничную поверхность более плотного тела, например стекла или воды, искривляется или преломляется так, что его направление приобретает более крутой наклон к граничной поверхности (фиг. 48). Корпускулярная теория объясняет этот




Фиг. 48. Изменение направления луча света при переходе из воздуха в стекло.

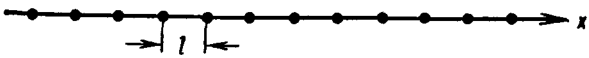



Фиг. 49. Преломление луча света при переходе из воздуха в стекло с точки зрения волновой теории.

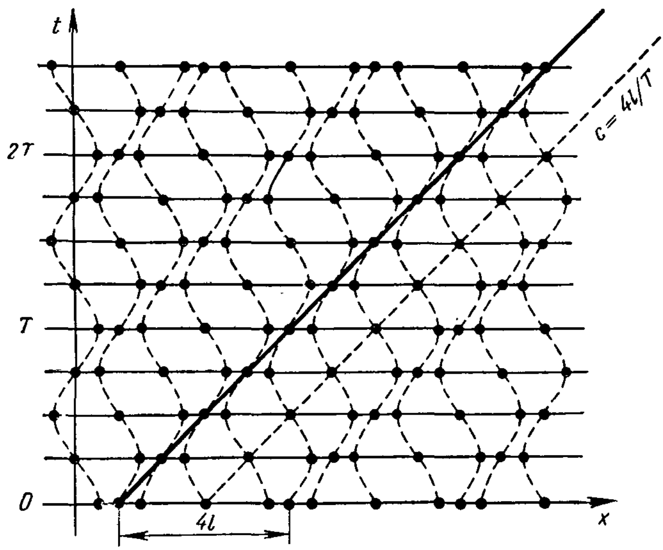
факт на основе предположения, что частицы света испытывают притяжение со стороны более плотной среды в тот момент, когда достигают ее границы. Таким путем они ускоряются, приобретая импульс в направлении, перпендикулярном к граничной поверхности, и, следовательно, оказываются отклоненными ближе к нормали. Отсюда вытекает, что в более плотной среде они должны двигаться быстрее, чем в менее плотной.

Рассуждения Гюйгенса на базе волновой теории строятся на совершенно противоположном предположении (фиг. 49). Когда световая волна падает на граничную поверхность, она возбуждает элементарные волны в каждой точке границы. Если в более плотной среде эти элементарные волны распространяются медленнее, то плоскость, касательная ко всем таким сферическим волнам и представляющая, согласно Гюйгенсу, преломленную волну, оказывается отклоненной в правильном направлении.

Гюйгенс также объяснил *двойное преломление* в исландском шпате, открытом Эразмом Бартолинусом в 1669 г. Он исходил из волновой теории и предположения, что свет может распространяться в кристалле с двумя различными скоростями таким образом, что одна элементарная волна представляет собой сферу, а другая — эллипсоид вращения[1]). Двойное преломление




Фиг. 50. Цепочка материальных точек. В состоянии равновесия расстояние между точками равно $l$.




Фиг. 51. Продольное волнообразное движение цепочки, изображенной на фиг. 50.

Каждая точка совершает периодическое движение вокруг своего положения равновесия с периодом $T$. Между колебаниями различных точек существует временной сдвиг. Состояние цепочки, например максимум (сплошная наклонная прямая) и минимум (пунктирная наклонная прямая) плотности, распространяется вправо со скоростью $c = 4l/T$.

означает, что луч света, падающий, например, на пластинку прозрачного шпата, расщепляется на два луча. Гюйгенс обнаружил, что эти два луча отличаются друг от друга и от естественного света. Это можно продемонстрировать с помощью другой пластинки из шпата. Если один луч выходит из первой пластинки и падает на вторую перпендикулярно, то из второй выходят

[1]) Эта фигура получается при вращении эллипса вокруг одной из осей. — *Прим. перев.*

два луча. Интенсивность этих последних меняется по мере того, как кристалл поворачивают вокруг оси, совпадающей с направлением падающего луча. В определенном положении интенсивность одного луча может стать даже нулевой (отсутствие двойного преломления). Итак, лучи, расщепленные при двойном преломлении, обнаруживают ориентационные свойства, не наблюдаемые у естественного света. Ньютон отмечал (1717 г.), что не все направления вокруг луча света эквивалентны. Он истолковывал это как аргумент против волновой теории, так как в его время были известны лишь волны сжатия и разрежения (подобные звуковым волнам), в которых частицы колеблются «продольно» — в направлении распространения волны (фиг. 50 и 51). В этом случае, очевидно, ни одна ориентация, перпендикулярная к направлению распространения, не может быть предпочтительной.

## § 3. СКОРОСТЬ СВЕТА

Определение самого главного свойства света, свойства, которое в дальнейшем послужит основой наших последующих рассуждений, именно *скорости света*, было сделано независимо от противоречий между двумя гипотезами о природе света. Тот факт, что скорость его чрезвычайно велика, был известен из всех наблюдений над распространением света. Галилей предпринял попытку (1607 г.) измерить эту скорость с помощью сигналов фонаря, но попытка оказалась безуспешной, так как свет преодолевает земные расстояния в чрезвычайно короткие промежутки времени. Поэтому такие измерения оказались успешными лишь тогда, когда стали использоваться огромные расстояния между небесными телами в астрономическом пространстве.

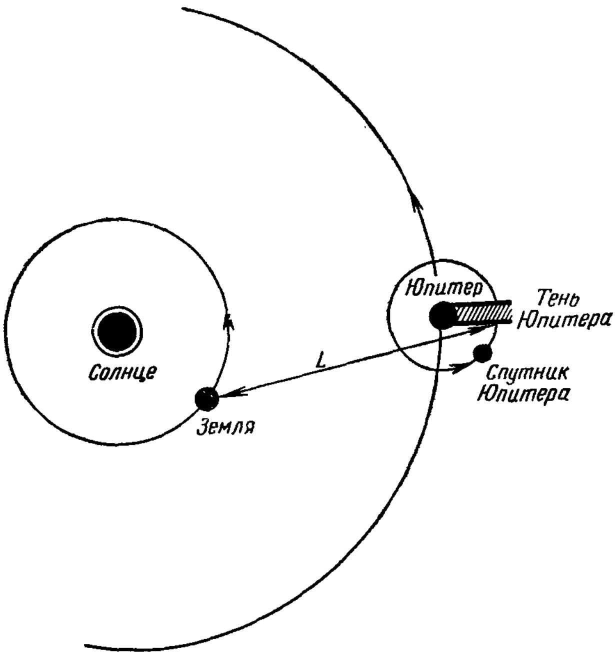
Олаф Рёмер (1676 г.) первый вычислил скорость света $c$ из астрономических наблюдений затмений спутников Юпитера. На фиг. 52 изображена ситуация, предшествующая затмению. Затмение имеет место каждый раз, когда спутник Юпитера входит в тень своей планеты. При наблюдении с Юпитера это случается через интервалы $\tau$, равные времени обращения спутника вокруг него. Если $L$ — расстояние от Юпитера до Земли, то эти сигналы должны достигать Земли за время $L/c$, и если $l$ — изменение $L$ в течение времени $\tau$ оборота спутника, то земной наблюдатель видит затмения через несколько изменяющийся интервал времени $\tau + l/c$.

Периоды обращения, наблюдаемые с Земли, оказываются поэтому длиннее или короче истинных (наблюдаемых с Юпитера) в зависимости от того, увеличивается расстояние $L$ или уменьшается.

Время, необходимое для $n$ оборотов, при наблюдении с Земли равно

$$t_n = n\tau + \frac{l_n}{c},$$

где $l_n$ — полное изменение $L$ в течение этого времени.




Фиг. 52. Исследование Рёмера.

Расстояние между Землей и точкой, где спутник Юпитера входит в тень, равно $L$. Так как свет распространяется со скоростью $c$, то при наблюдении с Земли затмение наступает на время $L/c$ позже, чем для наблюдателя на спутнике Юпитера.

Итак, две неизвестные величины $\tau$ и $c$ можно определить на основе двух правильно подобранных измерений. Во-первых, измеряется число $N$ затмений в интервале времени $t_n$, в течение которого расстояние $L$ между Юпитером и Землей стало снова тем же самым. Поскольку Юпитер движется сравнительно медленно, это время будет составлять примерно около года, т. е. время обращения Земли вокруг Солнца по своей орбите. Тогда $l_N = 0$ и $\tau = t_N/N$ (где $t_N$ — примерно один год). Отсюда можно найти $\tau$.

Далее подсчитывается число затмений $N'$ в течение полугода, начиная с положения, когда Юпитер наиболее близок к Земле.

Тогда $l_{N'}$ равно диаметру земной орбиты ($\sim 3 \cdot 10^8$ *км*) и мы имеем: $t_{N'} = N'\tau + l_{N'}/c$, или

$$c = \frac{l_{N'}}{t_{N'} - N'\tau}.$$

Время задержки $t_{N'} - N'\tau$, как было установлено, равно 17 *мин* $\sim 1000$ *сек*. Отсюда мы получаем $c = 3 \cdot 10^8$ *км*/$10^3$ *сек* = = 300 000 *км/сек*. Точная величина, к которой Рёмер близко подошел, равна

$$c = 299\,793 \text{ км/сек}. \tag{32}$$

Джеймс Брэдли[1]) открыл (1727 г.) другой эффект, обусловленный конечностью скорости света, — именно тот факт, что все неподвижные звезды совершают, как оказывается, общее ежегодное движение, представляющее собой, очевидно, одно из проявлений вращения Земли вокруг Солнца. С точки зрения корпускулярной теории очень легко понять происхождение этого эффекта. Мы изложим здесь это истолкование, но мы должны заметить, что именно это явление дает начало ряду трудностей волновой теории, о которой нам предстоит много говорить в дальнейшем.

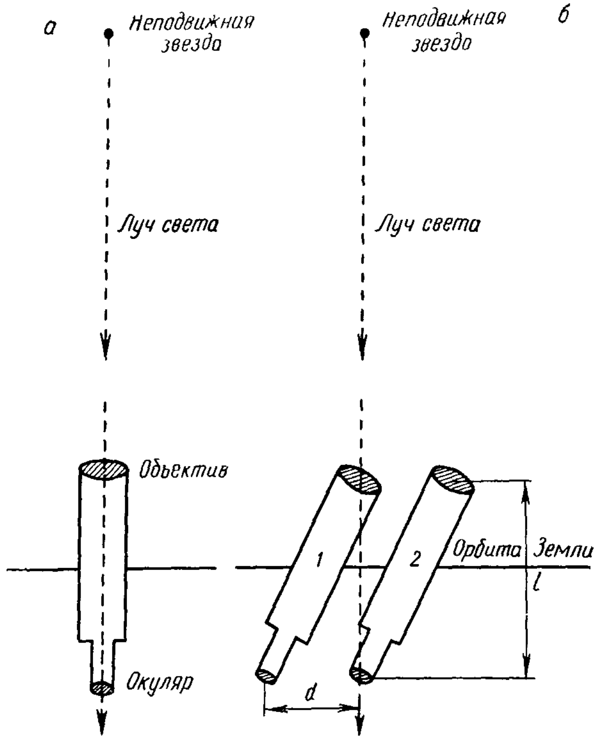
Мы знаем (гл. III, § 7), что движение, которое представляется равномерным и прямолинейным в нашей системе отсчета $S$, должно быть таким же в другой системе $S'$, если движение последней поступательно относительно $S$. Но величина и направление скорости этого движения в двух системах различны. Отсюда следует, что поток частиц света от неподвижной звезды, падающий на Землю, представляется земному наблюдателю идущим в несколько ином направлении. Мы рассмотрим это отклонение, или *аберрацию*, в частном случае, когда свет падает перпендикулярно направлению движения Земли (фиг. 53). Если Земля покоится, то телескоп должен быть направлен точно на звезду (фиг. 53, *а*). Но если Земля имеет, например, некоторую скорость $v$ в направлении вправо, то в положении, изображенном на фиг. 53, *а*, звезду невозможно увидеть в телескоп, так как частицы света, которые достигают объектива, будут падать на стенку трубы телескопа, а не в окуляр. Для того чтобы наблюдать звезду, телескоп необходимо повернуть (фиг. 53, *б*). Пусть телескоп, на объектив которого падает частица света, расположен в положении *1*. Теперь в течение того времени, пока свет проходит расстояние $l$ внутри телескопа за время $l/c$, Земля, а с нею и телескоп перемещаются на расстояние $v \cdot l/c$, достигая положения *2*. Частицы света будут попадать в окуляр,

[1]) По традиции его фамилию транскрибируют по-русски «Брадлей». — *Прим. перев.*

только когда $v \cdot l/c$ равно смещению телескопа $d$. Таким образом,

$$\frac{d}{l} = \frac{v}{c}.$$

Угол отклонения телескопа определяется отношением $v/c$, и направление оси телескопа совпадает не с истинным направлением




Фиг. 53. Явление аберрации.

*а* — наблюдение неподвижной звезды с покоящейся Земли. *б* — наблюдение неподвижной звезды с движущейся Земли; телескоп должен быть наклонен так, чтобы траектория светового луча, идущего от неподвижной звезды, проходила через объектив и окуляр телескопа.

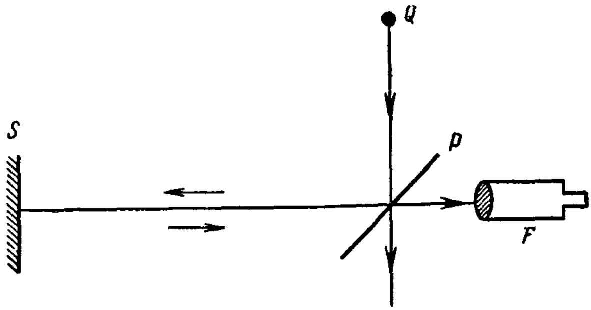
на звезду, а с направлением в точку неба, которая смещена в направлении скорости $v$.

Отношение $v/c$, называемое *константой аберрации*, мы будем обозначать $\beta$:

$$\beta = \frac{v}{c}. \tag{33}$$

Численная величина этой константы чрезвычайно мала, так как скорость Земли $v$ по орбите вокруг Солнца составляет около 30 *км/сек*, тогда как скорость света $c$, как уже указывалось, достигает 300 000 *км/сек*. Следовательно, $\beta$ имеет порядок 1 : 10 000.

Таким образом, кажущееся положение всех неподвижных звезд всегда несколько смещено в направлении движения Земли в этот момент, и поэтому звезды описывают небольшие эллиптические фигуры в течение годового вращения Земли вокруг Солнца. С помощью измерений этого эллипса можно найти величину




Фиг. 54. Установка для измерения скорости света.

Луч света, исходящий из точки $Q$, падает на полупрозрачное зеркало $P$. Часть луча проходит через него, а другая часть отражается в направлении к $S$. Зеркало $S$ отражает падающий на него луч, который при возвращении проходит через $P$ и наблюдается в телескопе $F$.

$\beta$, а поскольку орбитальная скорость Земли $v$ известна из астрономических наблюдений, можно вычислить и скорость света. Результат этого вычисления хорошо согласуется с измерениями Рёмера.

Восстановим теперь историческую последовательность событий и дадим краткий обзор земных измерений скорости света. Для определения скорости света требовалось техническое устройство, которое позволяло бы выполнять точные измерения в чрезвычайно короткие промежутки времени, которые затрачивает свет на прохождение расстояний в несколько километров или даже в несколько метров. Физо (1849 г.) и Фуко (1865 г.) выполнили такие измерения, используя два различных метода, и подтвердили численную величину $c$, полученную астрономическими методами. Мы не будем здесь детально обсуждать их опыты. Обратим только внимание на одно обстоятельство: в обоих экспериментах луч света идет от источника $Q$ к удаленному зеркалу $S$, отражаясь от которого он возвращается к начальной точке (фиг. 54). Свет дважды проходит один и тот же путь, поэтому можно измерить лишь его среднюю скорость за время движения туда и обратно. Из этого обстоятельства вытекает следующее замечание, которое сыграет важную роль в наших дальнейших рассуждениях: если предположить, что скорости света в прямом и в обратном направлениях неодинаковы вследствие собственного движения Земли (мы рассмотрим этот эффект позднее, в гл. IV, § 9, стр. 127), то его влияние будет нацело или частично исключено при движении света туда и обратно. Вследствие малости скорости Земли по сравнению со скоростью света при измерениях последней нет необходимости принимать во внимание движение Земли.

Эти измерения позднее были повторены на более совершенных приборах, и была достигнута еще бóльшая степень точности. В наше время их можно выполнять в небольшой комнате. Результаты совпадают с вышеприведенной величиной (32). Метод Фуко дал возможность измерить скорость света и в воде. Было обнаружено, что эта скорость *меньше*, чем в воздухе. Таким образом, наиболее важный пункт в споре между корпускулярной и волновой теориями был определенно решен в пользу последней. Но это случилось в то время, когда триумф волновой теории уже стал несомненным в силу доказательств, полученных на другой основе.

## § 4. ЭЛЕМЕНТЫ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Величайшим достижением Ньютона в оптике было разложение белого света на цветные компоненты с помощью призмы и точное исследование спектра, которое привело его к убеждению, что отдельные спектральные цвета представляют собой неделимые компоненты света. Он стал основателем теории цветов, физическое содержание которой вполне полноценно и в наши дни, несмотря на нападки Гете. Мощь открытий Ньютона парализовала свободу мысли последующих поколений. Его отказ принять волновую теорию закрыл дорогу к ее признанию почти на целое столетие. Тем не менее она нашла отдельных защитников, таких, например, как великий математик восемнадцатого столетия Леонард Эйлер.

Реабилитация волновой теории обязана работам Томаса Юнга (1802 г.), который ввел принцип *интерференции* для объяснения цветных колец и ореолов, которые наблюдал еще Ньютон в тонких слоях прозрачных веществ. Рассмотрим теперь более подробно явление интерференции, так как оно играет решающую роль во всех тонких оптических измерениях, особенно в исследованиях, которые составляют основы теории относительности.

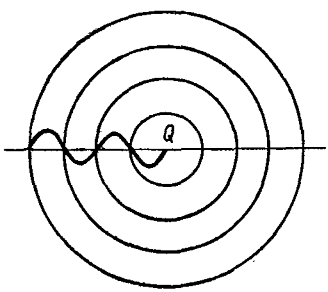
Выше мы объясняли природу волнового движения, говоря, что оно представляет собой результат колебаний отдельных

4 Зак. 1219

частиц вещества относительно своих равновесных положений; мгновенные положения, или фазы движения, различны для соседних частиц и перемещаются с постоянной скоростью. Время, необходимое для выполнения одного колебания определенной частицы, называют временем колебания, или *периодом колебаний*, и обозначают символом $T$. Число колебаний в секунду, или *частота*, обозначается через $\nu$. Поскольку время колебания, умноженное на число колебаний в 1 *сек*, должно точно давать 1, то $\nu T = 1$ и

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad \text{или} \quad T = \frac{1}{\nu}. \tag{34}$$

Вместо слов «число колебаний» или «частота» мы часто говорим «цвет», так как световая волна определенной частоты вызывает определенное цветовое ощущение в нашем глазу. Мы не будем углубляться в сложный вопрос о том, каким образом «физические цвета», как мы называем огромное многообразие физиологических ощущений цвета, создаются совместным действием простых периодических колебаний. Волны, излучаемые малым источником света, имеют форму сфер. С точки зрения физики это означает, что все частицы на сфере, в центре которой расположен источник, или на «волновой поверхности» находятся в одном и том же состоянии колебания (например, все на гребне или все во впадине): они имеют одну и ту же фазу (фиг. 55). Вследствие преломления или других влияний часть такой сферической волны может оказаться деформированной так, что волновые поверхности приобретут какую-либо иную форму. Простейшей волновой поверхностью является, очевидно, плоскость, и ясно, что достаточно малую часть любой волновой поверхности, в частности сферической, можно всегда рассматривать как приблизительно плоскую. Поэтому мы особо рассматриваем случай распространения плоских волн (фиг. 56). Направление, перпендикулярное к плоскости волн, т. е. нормаль к волнам, совпадает с направлением их распространения. Очевидно, достаточно рассмотреть состояние колебания вдоль прямой линии, параллельной этому направлению.




Фиг. 55. Фазы сферической волны, излучаемой из точки $Q$.

Максимумы, минимумы и — с более общей точки зрения — все точки одинаковой фазы лежат на сферах с центром в точке $Q$. Это явление можно наблюдать на поверхности воды, в которую упал камень.

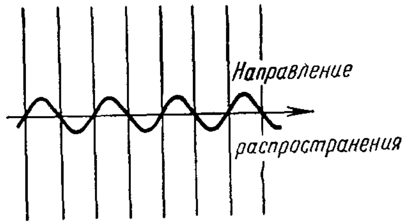
Вопрос о том, параллельно или перпендикулярно направлению распространения волны колебание индивидуальной частицы среды, т. е. продольно оно или поперечно, мы оставим на этой стадии открытым. На наших чертежах мы будем просто изображать волновые линии и называть максимальные смещения вверх и вниз гребнями и впадинами.

Расстояние от одного гребня до другого называют *длиной волны* и обозначают символом $\lambda$. Расстояние между двумя плоскостями одинаковой фазы, очевидно, имеет ту же величину $\lambda$.

В течение одного колебания определенной частицы вверх и вниз, длительность которого равна $T$, вся волна перемещается вперед точно на длину одной волны $\lambda$ (на фиг. 47 это перемещение показано для первой половины периода). Поскольку скорость всякого движения равна отношению пройденного пути к затраченному времени, скорость волны $c$ равна отношению длины волны к периоду колебания:

$$c = \frac{\lambda}{T}, \quad \text{или} \quad c = \lambda\nu \qquad (35)$$

(см., например, фиг. 51, где $\lambda = 4l$ и $c = 4l/T$).

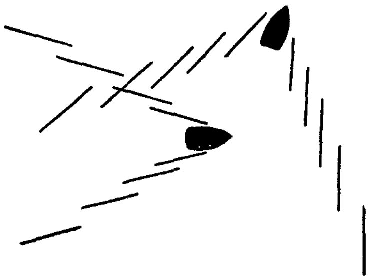



**Фиг. 56. Фаза плоской волны.**
Одинаковые фазы лежат в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

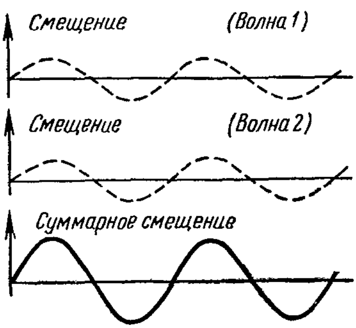
Когда волна переходит из одной среды в другую, скажем из воздуха в стекло, временной ритм колебаний переносится через граничную поверхность, т. е. $T$ (или $\nu$) остается тем же самым. С другой стороны, скорость $c$ и, следовательно, в соответствии с формулой (35) длина волны $\lambda$ изменяются. Таким образом, любой метод измерения $\lambda$ может служить для сравнения скорости света в различных веществах или в различных условиях. В дальнейшем мы используем этот факт.

Теперь мы уже в состоянии рассмотреть природу явления интерференции, открытие которого помогло победе волновой теории.

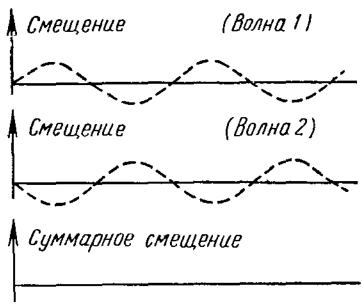
Суть интерференции можно описать с помощью парадоксального утверждения: свет, добавленный к свету, не обязательно дает более сильный свет, но может давать более слабый и даже темноту. Причина этого заключается в том, что, согласно волновой теории, свет представляет собой не поток материальных частиц, а состояние движения. Два импульса колебаний, появляющиеся одновременно, могут уничтожить движение точно так же, как два человека, которые хотят сделать противоположные вещи, препятствуя друг другу, не производят никакого действия. Представим себе две пересекающиеся цепочки волн. Это явление удобно наблюдать, глядя с возвышенности на озеро, когда встречаются волны, идущие от двух кораблей (фиг. 57). Такие две цепочки волн проникают одна сквозь другую, не мешая друг другу. В области, где они существуют совместно, появляется сложное движение, но как только одна волна переходит через другую, она продолжает двигаться так, как если бы с ней ничего не произошло. Если фиксировать внимание на одной колеблющейся частице, мы будем видеть, что она испытывает независимые импульсы со стороны обеих волн. Следовательно, ее смещение в любой точке представляет собой просто сумму двух смещений, которые вызвала бы каждая из волн. О таких двух волновых движениях говорят, что они накладываются одно на другое, не нарушая друг друга[1]). Отсюда следует, что в точках, где встречаются гребень с гребнем и впадина с впадиной, т. е. в точках, где встречаются две одинаковые фазы, отклонение частицы вдвое выше или вдвое ниже



Фиг. 57. Взаимное проникновение двух цепочек волн, вызванных движущимися по озеру кораблями.




Фиг. 58. Увеличение смещения при интерференции двух волн в одной и той же фазе.




Фиг. 59. Исчезновение смещения в результате интерференции двух волн, создающих одинаковое смещение, но в противоположных фазах.

(фиг. 58). Но в точках, где гребень встречается с впадиной, смещения уничтожают друг друга (фиг. 59).

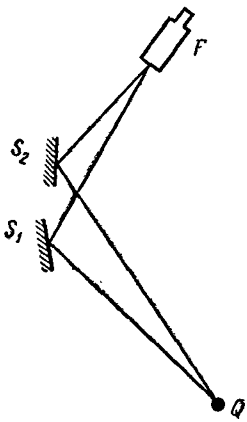
При наблюдении интерференции света не удается просто, взяв два источника света, предоставить двум цепочкам волн

[1]) Это явление называют суперпозицией волн (без возмущений). — *Прим. перев.*

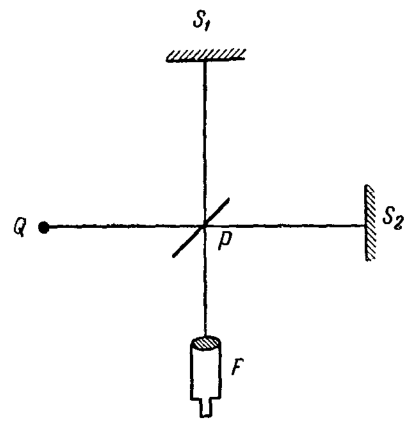
встречаться друг с другом. Поскольку действительные световые волны не абсолютно регулярны, здесь не удалось бы получить наблюдаемого явления интерференции; скорее, напротив, состояние колебаний должно после ряда регулярных колебаний мгновенно изменяться соответственно случайным явлениям, происходящим внутри источника в процессе излучения света. Эти нерегулярные изменения вызывают соответствующие флуктуации явления интерференции, слишком быстрые, чтобы глаз уследил за ними. Поэтому мы видим лишь однородно освещенное поле.

Для получения наблюдаемой интерференции необходимо разделить луч света искусственными методами — с помощью отражения или преломления — на два луча, а затем заставить их вновь сойтись. Тогда, очевидно, нерегулярности в колебаниях обоих лучей будут происходить точно в одном и том же временно́м ритме, откуда следует, что интерференция не будет флуктуировать в пространстве и останется фиксированной. Тогда в любой точке, где волны усиливают или погашают друг друга в какой-либо момент времени, они будут делать то же самое и в любой другой момент. Если рассматривать такую точку с помощью увеличительного стекла или телескопа, то мы будем видеть полосы или кольца освещенности всегда, когда используется свет одного цвета (монохроматический свет), например такой, какой излучает пламя бунзеновской горелки, окрашенное в желтый цвет с помощью простой пищевой соли. Для обычного света, состоящего из многих цветов, интерференционные полосы, соответствующие различным длинам волн, не точно совпадают. В одной точке усиливается, скажем, красный, а голубой погашается, в других точках усиливаются другие цвета; отсюда и возникает радужный ореол. Однако мы отклонились бы довольно далеко от нашего основного направления, продолжая рассмотрение этих интересных явлений.

Простейшие интерференционные устройства были изобретены Френелем (1822 г.), исследования которого заложили основу той теории света, которая остается выше критики и до настоящего времени. Его время — первые десятилетия XIX в., — должно быть, во многих отношениях напоминает наше. Точно так же, как сегодня благодаря развитию квантовой теории и ядерной физики наши знания о физических закономерностях природы претерпевают столь мощный процесс углубления и расширения, что он кажется полной революцией в области физических законов, так и сто лет назад тысячи отдельных наблюдений, теоретических рассуждений, физических или метафизических гипотез впервые слились в полную и единую теорию, в общий комплекс идей, использование которых открыло перспективу такого изобилия новых наблюдений и экспериментов, о котором раньше нельзя было и мечтать. В то время вышли в свет *Аналитическая механика* Лагранжа и *Небесная механика* Лапласа — две работы, ознаменовавшие завершающий этап ньютоновских идей. На их основе были построены, с одной стороны, механика деформируемых тел и теория жидкостей и упругих тел, созданные Навье, Пуассоном, Коши и Грином, а с другой стороны, была разработана теория света, основу которой составили работы Юнга, Френеля, Араго, Малюса и Брюстера. Это же время стало началом эры электромагнитных открытий, о которых мы будем говорить позднее.




**Фиг. 60.** К опыту Френеля с зеркалами.




**Фиг. 61.** Интерферометр Майкельсона.

Френель направлял луч света так, что он отражался от двух зеркал $S_1$ и $S_2$, слегка наклоненных одно относительно другого (фиг. 60). В точках, где встречаются два отраженных луча, можно с помощью увеличительного стекла наблюдать интерференционную картину. Было разработано очень много подобных приборов. Здесь мы рассмотрим проблему, которая важна для нашей общей цели, а именно экспериментальные методы измерения ничтожных изменений скорости света. Используемый для этого прибор называют *интерферометром*. Его конструкция основана на том факте, что длина волны изменяется пропорционально скорости света, а это изменение можно наблюдать по смещению интерференционной картины. Примером прибора такого типа может служить интерферометр Майкельсона. Его основу составляет (фиг. 61) стеклянная пластинка $P$, слегка посеребренная так, что половина падающего на нее от источника $Q$ света проходит сквозь нее, а вторая половина отражается.

Эти два луча падают на два зеркала $S_1$ и $S_2$, снова отражаются на полупрозрачную пластинку $P$, еще раз расщепляющую каждый из них на два так, что по половине каждого попадает в телескоп $F$, с помощью которого ведется наблюдение. Если два пути $PS_1$ и $PS_2$ в точности равны, то два полученных луча попадают в телескоп, будучи в одной и той же фазе колебаний, и, смешиваясь, образуют вновь простой луч, подобный исходному. Но если путь первого луча удлинить, смещая зеркало $S_1$, то гребни и впадины двух цепочек волн уже не совпадут при смешивании в телескопе $F$, а окажутся сдвинутыми относительно друг друга и усилят или ослабят друг друга в большей или меньшей мере. Если зеркало $S_1$ медленно перемещать, то в телескопе $F$ будут видны перемежающиеся пятна света и темноты. Отрезок между двумя положениями зеркала $S_1$ для двух соседних темных полей в точности равен длине волны света. Таким способом Майкельсон выполнил измерения длин волн, точность которых превзошла точность почти всех других физических измерений. Этого удалось добиться путем подсчета числа переходов от света к темноте для достаточно большого смещения зеркала $S_1$, составляющего многие тысячи длин волн. При этом ошибка измерения одной длины волны становится во столько же тысяч раз меньше.

В действительности то, что наблюдается в окуляре интерферометра, представляет собой не просто светлые и темные поля, а систему ярких и темных полос. Подобная картина объясняется тем, что два луча не точно параллельны друг другу, а волны не точно плоские. Вследствие этого каждая из отдельных частей обоих интерферирующих лучей проходит пути различной длины. Не будем углубляться в геометрические детали, но лишь упомянем об этом обстоятельстве, поскольку больше принято говорить об интерференционных полосах.

Здесь мы должны привести несколько численных данных. Вышеописанным методом было установлено, что длина волны желтого света, излучаемого бунзеновской горелкой, пламя которой окрашено с помощью обычной пищевой соли ($NaCl$) и источником которого являются атомы натрия, равна $\frac{6}{10\,000}$ *мм* $= 6 \cdot 10^{-5}$ *см в вакууме*. Весь видимый спектр ограничен малой областью длин волн, заключенной между $4 \cdot 10^{-5}$ *см* (фиолетовый) и $8 \times 10^{-5}$ *см* (красный). На языке акустики это составляет одну октаву, т. е. область между одной длиной волны и другой, которая вдвое больше первой. Согласно формуле (35), частота колебаний желтого света от натрия выражается огромным числом: $\nu = c/\lambda = \frac{3 \cdot 10^{10}}{6 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^{14}$, или 500 триллионов колебаний в секунду. Самые быстрые акустические колебания, еще слышимые человеческим ухом, составляют приблизительно 20 000 колебаний в 1 *сек.*

Поразительная точность оптических методов измерения обеспечивается тем, что на длине пути, проходимого лучом света в интерферометрическом приборе, укладывается большое число длин волн. Эта точность позволяет нам, например, достоверно установить, что скорость света в газе меняется при очень малых изменениях давления или температуры (обусловленных, скажем, прикосновением руки к прибору). Чтобы обнаружить это, газ пропускают в цилиндр, ограниченный с одной стороны стеклянной пластинкой $P$, а с другой — зеркалом $S_1$. Можно видеть, что даже при ничтожном повышении давления интерференционная картина изменяется: светлые полосы переходят в темные, и наоборот.

Мы еще встретимся с интерферометром Майкельсона, когда будем решать вопрос о том, влияет ли движение Земли на скорость света.

## § 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ПОПЕРЕЧНОСТЬ СВЕТОВЫХ ВОЛН

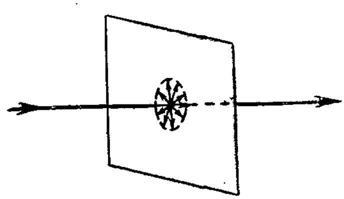
Хотя явление интерференции едва ли допускает какую-нибудь иную интерпретацию, кроме как на базе волновой теории, всеобщее признание этой теории встретилось с двумя трудностями, которые, как мы видели, Ньютон считал решающими аргументами против нее: во-первых, прямолинейное распространение света в общем случае и, во-вторых, природу *явления поляризации.* Первая трудность была преодолена в рамках самой волновой теории, когда она достигла достаточного уровня развития: было установлено, что волны «огибают углы», но лишь в областях порядка длины волны. Поскольку последние в случае света чрезвычайно малы, то невооруженному глазу представляется, что тени имеют резкие границы, а лучи ограничены прямыми линиями. Лишь очень точные наблюдения позволяют заметить интерференционные полосы дифрагирующего света, параллельные границам тени.

Честь создания теории дифракции принадлежит Френелю, позднее — Кирхгофу (1882 г.), а в дальнейшем — Зоммерфельду (1895 г.). Они математически проанализировали эти тонкие явления и определили пределы, в которых применимо понятие *луча света.*

Вторая трудность связана с явлениями, обусловленными поляризацией света. Выше, говоря о волнах, мы всегда имели в виду продольные волны, подобные известным звуковым волнам. Действительно, звуковая волна состоит из периодических уплотнений и разрежений, при которых отдельные частицы воздуха движутся взад-вперед в направлении распространения волны.

Поперечные волны, конечно, тоже были известны: примером могут служить волны на поверхности воды или колебания растянутой струны, в которых частицы колеблются под прямым углом к направлению распространения волны. Но в этих случаях мы имеем дело не с волнами внутри вещества, а либо с явлениями на поверхности (волны на воде), либо с движениями целых конфигураций (колебание струны). Ни наблюдения, ни теория распространения волн в упругих твердых телах еще не были тогда известны. Этим объясняется кажущийся нам странным факт, что признание оптических волн как поперечных колебаний потребовало столь долгого времени. В самом деле примечательно, что толчком к развитию механики твердых упругих тел послужили опыты и концепции, связанные с динамикой невесомого и неосязаемого эфира.

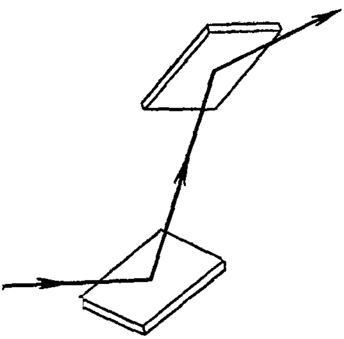
Выше (стр. 91) мы объяснили, в чем состоит природа поляризации. Два луча, исходящие из двоякопреломляющего кристалла исландского шпата, ведут себя при прохождении через второй такой кристалл не как лучи обыкновенного света; именно, вместо пары одинаково интенсивных лучей они дают два луча неравной интенсивности, один из которых при определенных условиях может даже полностью исчезать.



Фиг. 62. В луче естественного света ни одно направление, перпендикулярное плоскости распространения, не предпочтительнее другого.

В обычном, «естественном» свете различные направления в плоскости волны, т. е. в плоскости, перпендикулярной направлению луча, равноправны, или эквивалентны (фиг. 62). В луче же поляризованного света, например в одном из лучей, получающихся при двойном преломлении в кристалле исландского шпата, это уже не так. Малюс обнаружил (1808 г.), что поляризация — это особенность, присущая не только лучам света, претерпевшего двойное преломление в кристалле; это свойство можно получить и при простом отражении. Он смотрел сквозь пластинку из кристалла исландского шпата на отражающееся в окне заходящее солнце. Поворачивая свой кристалл, он заметил, что интенсивность двух изображений солнца меняется. Этого не происходит, если смотреть сквозь такой кристалл непосредственно на солнце. Брюстер (1815 г.) показал, что свет, отраженный от стеклянной пластинки под определенным углом, отражается от второй такой пластинки в различной мере, если последнюю поворачивать вокруг падающего луча (фиг. 63). Плоскость, перпендикулярная поверхности зеркала, в которой лежат падающие и отраженные лучи, называется *плоскостью падения.* Говоря, что отраженный луч поляризован в плоскости падения, имеют в виду не более чем тот факт, что такой луч ведет себя различным образом по отношению ко второму зеркалу в зависимости от того, в каком положении относительно друг друга находятся первая плоскость падения и вторая. Такие свойства корпускулярная теория не может объяснить, так как частицы света, падающие на стеклянную пластинку, должны либо проникать в пластинку, либо отражаться.

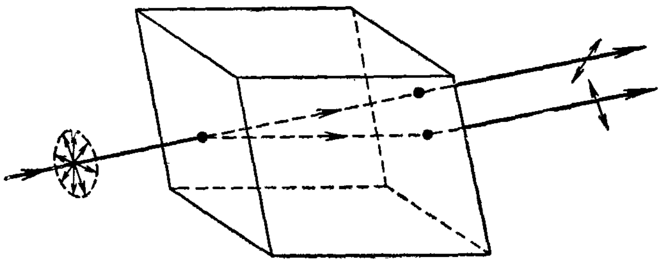
Два луча, исходящие из кристалла исландского шпата, поляризованы в перпендикулярных друг другу направлениях. Если направить их под соответствующим углом на зеркало, то один из них не будет отражаться совсем, тогда как другой будет отражаться полностью.



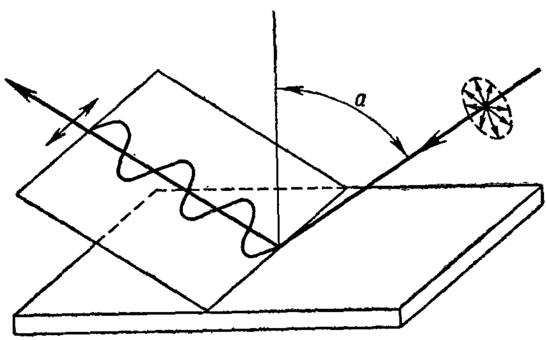
Фиг. 63. К опыту по поляризации. Если поворачивать первую или вторую пластинку вокруг падающего луча как оси, интенсивность отраженного луча меняется.

Френель и Араго выполнили решающий эксперимент (1816 г.), сделав попытку получить интерференционную картину от двух таких лучей, поляризованных перпендикулярно друг другу. Их попытка оказалась безуспешной. Отсюда Френель и Юнг (1817 г.) сделали окончательный вывод, что световые колебания должны быть поперечными.

По сути дела это заключение сразу делает понятным необычное поведение поляризованного света. Колебания частиц эфира осуществляются не в направлении распространения волны, а в плоскости, перпендикулярной этому направлению, — в плоскости волны (фиг. 62). Но всякое движение точки в плоскости можно рассматривать как состоящее из двух движений в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Рассматривая кинематику точки (см. гл. II, § 3), мы видели, что ее движение определяется единственным образом заданием ее прямоугольных координат, изменяющихся в зависимости от времени. Далее очевидно, что двоякопреломляющий кристалл обладает способностью пропускать световые колебания с двумя различными скоростями в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Отсюда, согласно принципу Гюйгенса, вытекает, что когда такие колебания проникают в кристалл, они испытывают различные отклонения или преломляются различным образом, т. е. разделяются в пространстве. Каждый выходящий из кристалла луч состоит, таким образом, лишь из колебаний в определенной плоскости, проходящей через направление луча, причем плоскости, соответствующие каждому из двух выходящих лучей, взаимно перпендикулярны (фиг. 64). Два таких колебания, очевидно, не могут воздействовать друг на друга — они не могут интерферировать. Теперь, если поляризованный луч вновь попадает во второй кристалл, он пропускается без ослабления только в том случае, когда направление его колебаний имеет правильную ориентацию



**Фиг. 64.** Два луча, полученные в результате двойного преломления, поляризованы перпендикулярно друг другу.




**Фиг. 65.** Отражение луча, падающего на поверхность под углом Брюстера.

При определенном угле падения $\alpha$ отраженный луч оказывается поляризованным. Он несет колебания, происходящие лишь в одном направлении.

относительно кристалла — такую, в которой это колебание может распространяться без помех. Во всех других положениях луч расщепляется на два, и интенсивность двух результирующих лучей изменяется в зависимости от ориентации второго кристалла.

Аналогичные условия имеют место и при отражении. Если отражение происходит под соответствующим углом, то из двух колебаний, одно из которых параллельно, а другое перпендикулярно к плоскости падения, отраженным оказывается лишь одно; другое проникает в зеркало, поглощаясь в случае металлического зеркала или проходя насквозь в случае стеклянной пластинки (фиг. 65). Какое из двух колебаний — перпендикулярное или параллельное плоскости падения — оказывается отраженным, конечно, невозможно установить. (На фиг. 65 предполагается, что осуществляется второй вариант.) Однако этот вопрос об ориентации колебаний относительно плоскости падения или о направлении поляризации, как мы сейчас увидим, дал начало ряду глубоких исследований, теорий и дискуссий.

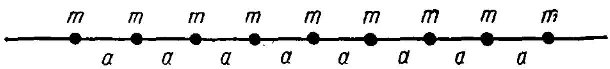
## § 6. ЭФИР КАК УПРУГОЕ ТВЕРДОЕ ТЕЛО

После того как поперечность световых волн была обнаружена и подтверждена многочисленными экспериментами, в уме Френеля родилась идея будущей *динамической теории света*, которая должна была быть построена в полном соответствии с принципами механики и характером оптических явлений на основе свойств эфира и свойств действующих на него сил. Эфир с необходимостью представлялся упругим твердым телом, поскольку лишь в таких веществах могут существовать поперечные механические волны. Но во времена Френеля математическая *теория упругости твердых тел* еще была неизвестна. Френель, возможно, с самого начала считал, что аналогию между эфиром и материальными веществами не удастся провести особенно далеко. Так или иначе, он предпочел исследовать законы распространения света экспериментально и истолковывать их на основе идеи поперечных волн. Прежде всего следовало ожидать, что оптические явления в кристаллах прольют свет на поведение эфира. Работу Френеля в этой области следует отнести к самым замечательным достижениям систематического физического исследования как в экспериментальном, так и в теоретическом смысле. Однако не будем слишком углубляться в детали; мы должны иметь в виду наш основной вопрос: что представляет собой эфир?

Результаты Френеля показали, что идея об аналогии между природой световых и упругих волн верна. Это дало мощный импульс исследованиям в теории упругости, начало которым уже положили Навье (1821 г.) и Коши (1822 г.). На этой области сосредоточил свое внимание и Пуассон (1828 г.). Затем Коши прямо применил законы упругих волн к оптике (1829 г.). Мы попробуем дать некоторое представление о содержании этой теории эфира.

Трудность здесь состоит в том, что правильные и адекватные средства описания изменений, происходящих в сплошных деформируемых телах, дает только теория дифференциальных уравнений. Поскольку мы не ожидаем знания этой теории, лучшее, что можно сделать, — это проиллюстрировать ее на простом примере, а затем указать, что в общем случае получается аналогичный результат, хотя и более сложного вида. При этом не знающий математики читатель, по-видимому, сможет получить приближенное представление об обсуждаемом вопросе. Это, конечно, не даст ему полного представления о мощности и эффективности физических моделей и математических методов. И хотя удовлетворить нематематика почти невозможно, мы не можем отказаться от попытки проиллюстрировать механику континуума, поскольку все последующие теории, не только теория упругого эфира, но и электродинамика во всех своих ответвлениях и, самое главное, теория гравитации Эйнштейна, основаны на этих концепциях.

Очень тонкая натянутая струна представляет собой одномерное упругое тело. Мы описываем ее, используя теорию упругости. Чтобы сохранить связь с обычной механикой, рассматривающей лишь отдельные твердые тела, мы будем предполагать,

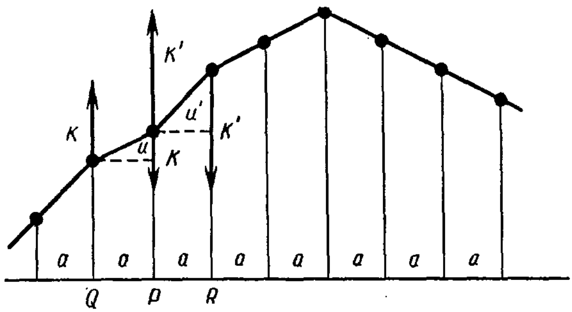



Фиг. 66. Цепочка частиц с массой $m$, разделенных одинаковыми расстояниями $a$.

что струна не непрерывна, а имеет атомную структуру, как это и есть в действительности. Пусть она состоит из ряда одинаковых малых тел (частиц), выстроившихся в линию на малых расстояниях друг от друга (фиг. 66). Частицы должны обладать инерциальной массой, и каждая должна создавать силы, действующие на двух ее соседей: эти силы должны быть такими, чтобы противодействовать как увеличению, так и уменьшению расстояния между соседними частицами. Чтобы представить себе реальную картину таких сил, нужно лишь предположить, что соседние частицы скреплены маленькими спиральными пружинами. Такие пружины противодействуют как сжатию, так и растяжению. Однако это представление не следует считать лишь удобным приемом. Силы такого рода действительно представляют собой одно из самых существенных явлений упругости.

Далее, если первая частица немного смещается в продольном или поперечном направлении, то она немедленно действует на вторую частицу, которая в свою очередь передает действие следующей, и т. д. Возмущение равновесия первой частицы, таким образом, передается вдоль всего ряда, подобно одиночной волне, и наконец достигает последней частицы. Однако это не происходит мгновенно. На каждой частице теряется небольшой промежуток времени, так как благодаря своей инерции частицы реагируют на импульс не мгновенно. В самом деле, сила вызывает не мгновенное смещение, а возникновение ускорения, т. е. изменение скорости в течение малого промежутка времени;

изменение же скорости в свою очередь требует некоторого времени для образования смещения. И лишь когда это смещение достигает своей полной величины, сила начинает в полной мере действовать на следующую частицу. Аналогичным образом процесс повторяется на каждой частице с потерей времени, зависящей от массы частиц. Если бы сила, вызванная смещением первой частицы, прямо действовала на последнюю частицу цепочки, то действие носило бы мгновенный характер. В ньютоновской теории гравитации действительно предполагается, что это имеет место при взаимном притяжении небесных тел. Сила,




Фиг. 67. Частицы $Q$ и $R$ действуют на частицу $P$ с силами $K$ и $K'$. Действие этих двух сил ускоряет точку $P$.

с которой одно из них действует на другое, всегда направлена в точку, занимаемую в данное мгновение этим вторым телом, и определяется расстоянием между точками расположения тел в этот момент времени. Ньютоновскую гравитацию называют *действием на расстоянии* (*дальнодействием*), так как она осуществляется между удаленными друг от друга точками, хотя и не существует среды, передающей это действие.

В противовес этому наша цепочка равноудаленных точек дает простейшую модель *близкодействия*, или *контактного взаимодействия*. Именно, воздействие первой точки на последнюю передается через разделяющие их массы и, следовательно, происходит не мгновенно, а с некоторой потерей времени. Силу, с которой частица действует на своих соседей, все еще представляют как действие на расстоянии, хотя и очень малом. Однако можно предположить, что эти расстояния между частицами становятся все меньше и меньше, а число частиц — все больше и больше; общая же масса при этом остается той же самой. При этом цепочка частиц переходит в то, что мы называем *континуумом*. Здесь силы действуют между бесконечно близкими частицами, а законы движения приобретают форму дифференциальных уравнений. Эти уравнения математически выражают физическое понятие близкодействия.

Проследим этот процесс предельного перехода законов движения более подробно в случае нашей цепочки частиц. Рассмотрим чисто поперечные смещения (фиг. 67). В теории упругости предполагается, что частица $P$ притягивается соседней с ней частицей $Q$ с силой, пропорциональной величине поперечного смещения $P$ относительно $Q$. Если обозначить через $u$ превышение поперечного смещения точки $P$ над смещением точки $Q$, а через $a$ — начальное расстояние между частицами, расположенными вдоль прямой линии, то возвращающая сила пропорциональна отношению $u/a = d$, которое называют *деформацией*. Положим

$$K = p\frac{u}{a} = pd,$$

где $p$ — постоянная, которая, очевидно, равна силе, если деформация $d$ равна 1. Величина, обозначаемая символом $p$, называется модулем упругости.

Далее, та же самая частица испытывает действие силы

$$K' = p\frac{u'}{a} = pd'$$

со стороны своего второго соседа $R$. За исключением того частного случая, когда отклонение частицы $P$ в точности максимально, частица $R$ будет смещена сильнее, чем $P$, и поэтому будет стремиться не возвратить последнюю к положению равновесия, а, наоборот, увеличить ее смещение. Таким образом, $K'$ будет действовать против $K$.

Результирующая сила, действующая на частицу $P$, равна, следовательно, разности этих сил:

$$K - K' = p(d - d').$$

Эта сила определяет движение частицы $P$ согласно фундаментальному закону динамики: масса, умноженная на ускорение, равна силе

$$mb = K - K' = p(d - d').$$

Предположим теперь, что число частиц все более и более возрастает, а их массы с той же скоростью уменьшаются так, что масса единицы длины цепочки сохраняет одно и то же значение. Пусть на единице длины укладывается $n$ частиц, так что $na = 1$, т. е. $n = 1/a$. Тогда масса единицы длины равна $mn = m/a$. Эту линейную величину называют *плотностью массы* и обозначают $\rho$. Разделив вышеприведенное уравнение на $a$, мы получаем

$$\frac{m}{a} b = \rho b = \frac{K - K'}{a} = p \frac{d - d'}{a}.$$

Таким образом, мы получили здесь выражения, совершенно аналогичные тем, которые входят в определение понятий скорости и ускорения. В самом деле, точно так же, как скорость была отношением длины пути $u$ к времени $\tau$, т. е. $v = u/\tau$, где время $\tau$ было чрезвычайно мало, так и здесь мы обнаруживаем, что деформация $d = u/a$ представляет собой отношение относительного смещения к начальному расстоянию, причем последнее считается предельно малым. Так же как ускорение раньше определялось отношением изменения скорости к времени

$$b = \frac{w}{\tau} = \frac{v - v'}{\tau},$$

так и здесь мы получаем отношение

$$f = \frac{d - d'}{a},$$

которое совершенно аналогичным образом дает меру изменения деформации от точки к точке.

В точности так же, как и скорость $v$ и ускорение $b$ сохраняли свой смысл и конечное значение для произвольно малых интервалов времени, так и величины $d$ и $f$ сохраняют смысл и конечные значения безотносительно к тому, насколько малыми становятся расстояния $a$. Все эти величины представляют собой *дифференциальные коэффициенты* ($v = u/\tau$ и $d = u/a$ — дифференциальные коэффициенты первого порядка,

$$b = \frac{v - v'}{\tau} \quad \text{и} \quad f = \frac{d - d'}{a}$$

— дифференциальные коэффициенты второго порядка).

Итак, уравнение движения имеет вид дифференциального уравнения второго порядка

$$\rho b = pf \tag{36}$$

относительно изменения времени, а также относительно изменения положения события. *Все* законы близкодействия в теоретической физике описываются уравнениями такого типа. Рассматривая, например, упругие тела, протяженные во всех направлениях, мы получаем в формулах два подобным же образом построенных члена для двух других пространственных измерений. Более того, совершенно аналогичный вид имеют законы теории электрических и магнитных явлений. Наконец, теория гравитации Эйнштейна также построена в этой форме.

Следует также заметить, что законы действия на расстоянии можно записать в форме, аналогичной формулам близкодействия. Например, если отбросить $\rho b$ в уравнении (36), т. е. если предположить, что плотность массы предельно мала, то смещение первой частицы в тот же момент вызовет силу, действующую на последнюю частицу, так как инерция промежуточных частиц окажется неучтенной. При этом мы действительно получаем передачу силы с бесконечно большой скоростью — в полном смысле слова действие на расстоянии. Тем не менее закон $pf = 0$ записан в форме дифференциального уравнения — как близкодействие. Подобные *законы псевдоблизкодействия* встречаются в теории электричества и магнетизма, где они, по сути дела, подготовили в свое время почву для истинных законов близкодействия. Основной характерной особенностью последних является инерциальный член, обусловливающий конечную скорость передачи возмущений равновесия, т. е. возникновение волн.

В формулу (36) входят две величины, определяющие физические свойства вещества: масса единицы объема, или плотность, $\rho$ и константа упругости $p$. Записав эту формулу в виде

$$b = \frac{p}{\rho} f,$$

мы видим, что для каждой данной деформации, т. е. для заданной $f$, ускорение увеличивается прямо пропорционально возрастанию $p$ и уменьшению $\rho$. Здесь $p$ играет роль меры упругой жесткости вещества, а $\rho$ — меры инерциального сопротивления. Отсюда ясно, что увеличение жесткости ускоряет движение, тогда как увеличение инерции замедляет его. Соответственно этому скорость волны $c$ зависит только от отношения $p/\rho$. Действительно, чем быстрее распространяется волна, тем больше становится ускорение отдельных частиц вещества. Точный закон этой взаимосвязи можно получить, рассуждая следующим образом.

Каждая отдельная точечная масса выполняет простое периодическое движение типа рассмотренного выше (гл. II, § 11, стр. 44). Тогда мы показали, что ускорение связано с отклонением $x$ формулой (11):

$$b = (2\pi\nu)^2 x,$$

где $\nu$ — число колебаний в 1 *сек*. Заменив $\nu$ периодом колебаний $T = 1/\nu$, согласно формуле (34), мы получим

$$b = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x.$$

Те же самые соображения, которые мы только что применили к времени, можно применить и к пространству; они должны вести к аналогичным соотношениям. Необходимо просто заменить ускорение $b$ (дифференциальный коэффициент второго порядка относительно времени) на величину $f$ (дифференциальный коэффициент второго порядка относительно пространства), а период колебаний $T$ («период времени») на длину волны $\lambda$ («пространственный период»). Таким образом мы приходим к формуле

$$f=\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 x.$$

Составляя теперь отношение $b$ к $f$ с помощью двух предыдущих выражений и сокращая на множитель $(2\pi)^2x$, мы получаем

$$\frac{b}{f}=\frac{\lambda^2}{T^2}.$$

Далее, с одной стороны, согласно формуле (35),

$$\frac{\lambda}{T}=c;$$

с другой стороны, согласно (36),

$$\frac{b}{f}=\frac{p}{\rho}.$$

Отсюда следует, что

$$c^2=\frac{p}{\rho}, \quad \text{или} \quad c=\sqrt{\frac{p}{\rho}}. \tag{37}$$

Это соотношение выполняется для всех тел независимо от того, в каком состоянии они находятся — газообразном, жидком или твердом. Различие состоит лишь в следующем.

В *жидкостях и газах* не существует упругого сопротивления поперечным смещениям частиц, но лишь изменению объема, т. е. сжатию или разрежению. Поэтому в таких веществах могут распространяться *только продольные волны*, причем их скорости определяются по формуле (37) в зависимости от модуля упругости $p$, который играет решающую роль в такого рода изменениях объема.

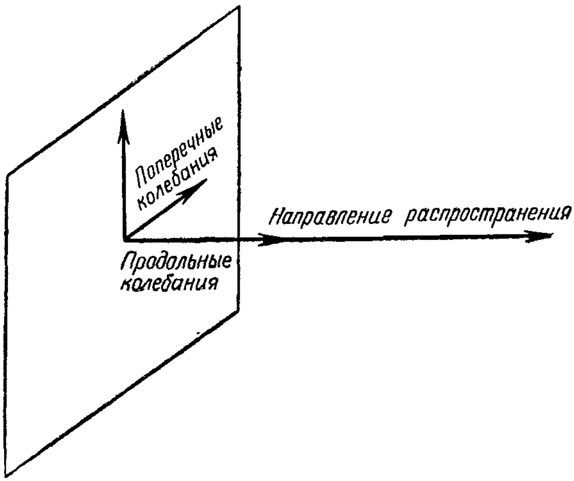
С другой стороны, *в твердых телах* благодаря упругой жесткости, которая противодействует продольным смещениям, в каждом направлении могут распространяться *три волны — одна продольная и две поперечные* — с различными скоростями. Это обусловлено тем фактом, что сжатия и разрежения в продольной волне зависят от модуля упругости $p$, а его величина не совпадает с величиной модуля, соответствующего поперечным смещениям одного слоя тела относительно другого при поперечных колебаниях.

Более того, в некристаллических телах направление колебаний для поперечных волн можно выбирать произвольно; все такие волны распространяются с одной и той же скоростью $c_t$; продольные — с другой скоростью $c_l$ (фиг. 68).

Все эти утверждения доказаны экспериментально в опытах с акустическими волнами в твердых телах.

Вернемся теперь к исходной точке наших рассуждений — к упругой теории света, суть которой заключается в том, что эфир — носитель световых колебаний — рассматривается как твердое упругое тело. Световые волны при этом представляют себе как звуковые волны в этой гипотетической среде.

Итак, какие свойства следует приписать этому упругому эфиру? Прежде всего невероятная скорость распространения




**Фиг. 68. Продольные и поперечные колебания.**

**В твердых телах атомы могут колебаться в направлении распространения волны и перпендикулярно к нему.**

$c$ требует, чтобы либо константа упругости $p$ была очень велика, либо плотность $\rho$ очень мала, либо эти два условия выполнялись одновременно. Но, поскольку скорость света в разных веществах различна, внутри материальных тел эфир либо должен быть более конденсированным, либо должна изменяться его упругость, либо опять-таки должно иметь место и то и другое. Мы видим, что можно идти двумя путями. Число различных возможностей еще более возрастает вследствие того факта, что, как мы видели раньше (гл. IV, § 5), эксперимент не дает ответа на вопрос, параллельны или перпендикулярны плоскости поляризации (плоскости падения на поляризующее зеркало) колебания поляризованного света.

Благодаря неопределенной природе задачи мы находим в истории большое число теорий упругого эфира. Мы уже упоминали имена основоположников этих теорий — Навье, Коши, Пуассона; добавим к ним имена Грина и Неймана.

Сейчас мы поражаемся колоссальности того труда и мысли, которые были затрачены на решение проблемы истолкования оптических явлений в терминах упругого эфира, имеющего те же свойства, которые характерны для материальных твердых упругих тел. Ведь мы с тех пор узнали, что природа твердых упругих тел отнюдь не проста; они не непрерывны, но имеют в действительности атомистическую структуру. Физика эфира оказалась гораздо проще и понятнее, чем физика материи.

Одно из очевидных возражений против гипотезы упругого эфира заключается в необходимости приписать ему огромную жесткость, для того чтобы объяснить высокую скорость распространения волн. Такое вещество с необходимостью оказывало бы сопротивление движению небесных тел, в частности движению планет. Астрономия никогда не обнаруживала никаких отклонений от ньютоновских законов движения, которые указывали бы на существование такого сопротивления. Стокс (1845 г.) пытался обойти это возражение, отмечая, что понятие твердости тела в известном смысле относительно. Кусок вара от удара молотком сразу рассыпается (воск и стекло ведут себя так же). Но если на него положить какой-нибудь груз, то он постепенно, хотя и очень медленно, тонет в варе, который в этом случае ведет себя как вязкая жидкость. Далее, силы, участвующие в световых колебаниях, изменяются во времени чрезвычайно быстро (600 миллиардов периодов в 1 *сек*) по сравнению с относительно медленными процессами, происходящими при планетарных движениях. Отношение скоростей соответствующих процессов в световой волне и при движении планет несравненно выше, чем такое отношение для удара молотка и статического давления груза. Таким образом, эфир мог бы вести себя в случае света как упругое твердое тело и все-таки свободно допускать движение планет.

Однако даже если бы нам удалось убедить себя принять идею о том, что астрономическое пространство наполнено некоторого сорта варом, серьезные затруднения возникли бы из самих законов распространения света. Прежде всего необходимо принять во внимание, что в упругих твердых телах продольная волна всегда сопровождается двумя поперечными волнами. В этом смысле, если рассматривать преломление волны на границе двух сред, предполагая, что волна в первой среде чисто поперечная, то во второй среде одновременно с поперечной волной должна возникнуть продольная. Все попытки увильнуть от этого вывода теории с помощью более или менее произвольных допущений были обречены на провал. Выдвигались удивительнейшие гипотезы: например, о том, что эфир оказывает сжатию бесконечно малое или, наоборот, бесконечно большое сопротивление по сравнению с его жесткостью относительно поперечных колебаний. В этом случае продольные волны распространялись бы бесконечно медленно или, наоборот, бесконечно быстро и, таким образом, не проявляли бы себя в форме света. Физик Мак-Кэллаг (1839 г.) дошел даже до изобретения эфира, который полностью отличался от моделей упругих тел. В упругих телах частицы оказывают сопротивление любому изменению расстояния от их соседей; эфир же Мак-Кэллага обладал свойством противодействовать вращательным движениям соседей вокруг центральной частицы. Мы не можем здесь излагать эту теорию, но какой бы странной она ни показалась, она тем не менее важна как предвестник электромагнитной теории света. Она приводит почти к тем же формулам, что и последняя, и, по сути дела, в состоянии дать объяснение оптическим явлениям, которое в известной мере верно. Но ее слабость состоит в том, что она не устанавливает никакой взаимосвязи между оптическими и другими физическими явлениями. Ясно, что с помощью произвольных конструкций можно найти модели эфира, которые позволяли бы описать определенную область явлений. Однако подобные изобретения имеют ценность лишь тогда, когда они устанавливают связь между ранее не связанными физическими явлениями. Максвелл, показав, что свет представляет собой электромагнитное явление (о чем нам предстоит говорить позднее), сделал огромный шаг вперед.

## § 7. ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ

Нам надлежит теперь рассмотреть теорию упругого эфира в связи с проблемой пространства — времени и относительности. Во всех наших предыдущих оптических рассуждениях мы не принимали во внимание положение или движение тел, излучающих, воспринимающих или передающих свет; теперь мы обратимся к этим вопросам.

Пространство в механике считается пустым постольку, поскольку в нем не присутствуют материальные тела. Пространство в оптике заполнено эфиром. Эфир рассматривают как некоторого рода материю, имеющую определенную массу, плотность и упругость. В соответствии с этим мы можем непосредственно применить ньютоновские представления о пространстве и времени к Вселенной, заполненной таким эфиром. Эта Вселенная, таким образом, уже не состоит из изолированных масс, разделенных пустыми пространствами, а целиком заполнена тонкой, но жесткой массой эфира, в которой плавают грубые массы материальных тел. Эфир и материя действуют друг на друга посредством механических сил и движутся в соответствии с законами Ньютона. В этом состоит логический путь применения ньютоновских воззрений к оптике. Вопрос состоит лишь в том, согласуются ли с этими воззрениями наблюдаемые факты.

На этот вопрос, однако, нельзя ответить просто с помощью прямых экспериментов, так как характер движения эфира внутри и вне материи неизвестен, и мы вольны выдвигать по этому поводу любые гипотезы. Таким образом, вопрос надо задавать в иной форме: возможно ли принять такие положения относительно взаимодействия движений эфира и материи, которые позволили бы объяснить все оптические явления?

Вспомним принцип относительности в классической механике. Согласно этому принципу, абсолютное пространство существует лишь в ограниченном смысле, так как все инерциальные системы, которые движутся прямолинейно и равномерно относительно друг друга, можно с одинаковым правом считать покоящимися в пространстве. Первая напрашивающаяся сама собой гипотеза относительно светоносного эфира состоит в следующем.

*Эфир в астрономическом пространстве в удалении от материальных тел покоится в некоторой инерциальной системе.*

Если бы это было не так, части эфира ускорялись бы. В нем возникали бы центробежные силы, которые вызывали бы изменение плотности и упругости; следовало ожидать, что свет, идущий от звезд, доносил бы до нас следы этих эффектов.

Формально наша гипотеза удовлетворяет классическому принципу относительности. Если эфир считать материальным телом, то поступательные движения тел относительно эфира оказываются в той же мере поступательными движениями, в какой движения любых двух тел относительно друг друга; общее же поступательное движение эфира и всей материи не должно быть доступно обнаружению ни механическими, ни оптическими методами.

Однако физика материальных тел *сама по себе*, без эфира, уже не нуждалась бы в том, чтобы ее явления подчинялись принципу относительности. Общее поступательное движение всей материи, в которой эфир не участвует (т. е. относительное движение по отношению к последнему), можно было бы легко обнаружить с помощью оптических экспериментов. Таким образом, эфир фактически определял бы систему отсчета, пребывающую в абсолютном покое. Вопрос, имеющий первостепенную важность для нашего обсуждения, состоит в следующем: зависят ли наблюдаемые оптические явления только от относительного движения материальных тел или можно обнаружить движение в море эфира?

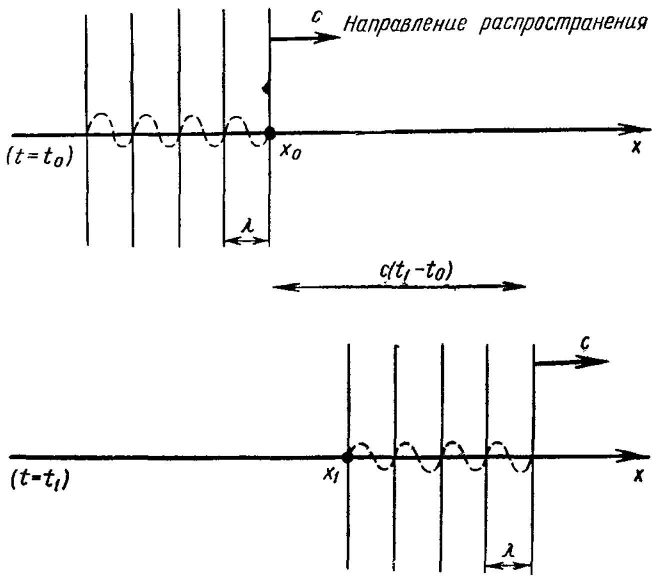
Световая волна имеет три характеристики:

1. Число колебаний, или частота, $\nu$.

2. Скорость $c$.
3. Направление распространения.

Длина волны $\lambda$, другая характерная величина, определяется как отношение скорости $c$ к частоте $\nu$ [см. формулу (35)].

Рассмотрим теперь систематически, как эти три характеристики изменяются друг относительно друга и относительно передающей среды (эфир в пространстве или прозрачное вещество) вследствие движения излучающих или принимающих свет тел.




Фиг. 69. Измерение числа волн, содержащихся в пакете.

Мы будем использовать метод, который выглядит несколько сложным, но в дальнейшем окажется очень полезным. Рассмотрим пакет волн, распространяющихся в направлении $x$ со скоростью $c$, состоящий точно из $n$ волн, имеющих длину $\lambda$. На фиг. 69 мы приняли $n=4$. Этот пакет достигает точки $x_0$ в момент времени $t_0$ и покидает точку $x_1$ в момент времени $t_1$. Из этих четырех величин мы можем вычислить число $n$. Из фиг. 69 видно, что

$$c(t_1-t_0)=x_1-x_0+n\lambda, \quad \text{т. е.}$$

$$n=\frac{c}{\lambda}\left(t_1-t_0-\frac{x_1-x_0}{c}\right)=\nu\left(t_1-t_0-\frac{x_1-x_0}{c}\right). \tag{38}$$

Здесь мы воспользовались тем, что, согласно формуле (35), $c=\nu\lambda$. В записанном нами соотношении содержатся два простых способа определить $n$. Если наблюдать, как пакет волн проходит мимо фиксированной точки ($x_1 = x_0$), то $n$ можно получить как частное от деления времени $t_1 - t_0$, необходимого для того, чтобы мимо этой точки прошел весь пакет, на время $T = 1/\nu$, необходимое для прохождения мимо этой точки одной длины волны. С другой стороны, если выполнять наблюдения в фиксированный момент времени ($t_1 = t_0$), то $x_1 - x_0$ равно длине всего пакета и $n$ равно $x_1 - x_0$, деленному на $\lambda$.

Далее, число волн в пакете представляет собой величину, совершенно не зависящую от выбора системы координат. В движущейся системе можно вычислять $n$ точно таким же образом, как в неподвижной; при этом мы должны получить ту же самую величину. Число волн не может быть равно для покоящегося наблюдателя четырем, а для движущегося пяти. Таким образом, выражение (38) представляет собой инвариант в том смысле, в каком мы выше определили это слово.

Это становится наиболее ясным, если пользоваться языком Минковского. По Минковскому, момент отправления первой волны из точки $x_0$ в момент времени $t_0$ представляет собой первое событие — первую мировую точку; прибытие последней волны в момент времени $t_1$ в точку $x_1$ представляет собой второе событие — вторую мировую точку. Мировые точки существуют безотносительно к способу конкретизации систем координат. Следовательно, число волн, определяемое двумя мировыми точками $x_0$, $t_0$ и $x_1$, $t_1$, не зависит от системы отсчета, т. е. представляет собой инвариант.

Отсюда можно вывести, либо опираясь на интуицию, либо используя преобразования Галилея, все теоремы, определяющие поведение трех основных характеристик волны — частоты, направления и скорости — при замене системы отсчета.

## § 8. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

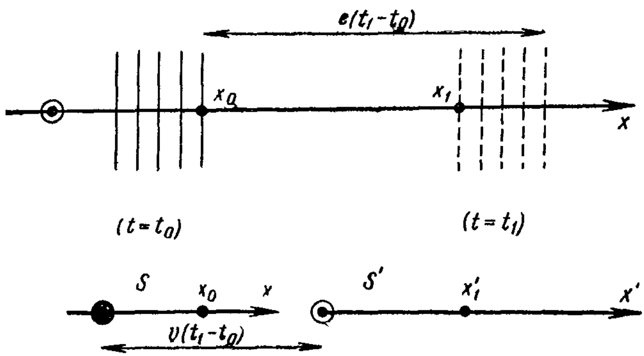
Тот факт, что наблюдаемая частота волн зависит как от движения источника света, так и от движения наблюдателя (каждого относительно промежуточной среды), был открыт Христианом Доплером (1842 г.). Это явление легко наблюдать в случае звуковых волн. Свисток паровоза кажется более высоким, когда поезд приближается к наблюдателю, и сразу становится ниже после момента, когда паровоз проходит мимо него. Быстро приближающийся источник звука переносит отдельные фазы волн вперед так, что гребни и впадины следуют друг за другом более часто. Движение наблюдателя к источнику приводит к аналогичному эффекту: он воспринимает волны в более быстрой последовательности.

Итак, то же самое явление должно иметь место в случае света. Частота света определяет его цвет; самые быстрые колебания соответствуют фиолетовой части спектра, самые медленные — красной. Поэтому, когда источник света приближается к наблюдателю или наблюдатель к источнику, цвет светового луча немного смещается в сторону фиолетового конца спектра; если один из них удаляется, цвет смещается в сторону красного конца спектра. Это явление в самом деле можно наблюдать.

Но свет, излучаемый светящимися газами, состоит не из всех возможных колебаний, а лишь из некоторого числа определенных частот. Спектр, даваемый призмой или спектральным прибором, основанным на интерференции, представляет собой не непрерывную полосу цветов, подобную радуге, а состоит из отдельных резко ограниченных цветных линий. Частоты этих отдельных спектральных линий характеризуют различные химические элементы, излучающие свет в пламени (спектральный анализ по Бунзену и Кирхгофу, 1859 г.). Звезды, в частности, имеют именно такие линейчатые спектры, и линии их спектров совпадают с линиями элементов, известных на Земле. Отсюда следует вывод, что материя в самых удаленных глубинах астрономического пространства состоит из тех же самых исходных компонент, что и на Земле. Однако линии в спектрах звезд не совпадают с соответствующими линиями на Земле точно, а обнаруживают небольшие отклонения в одну сторону в течение одной половины года и в другую — в течение второй. Эти изменения частоты представляют собой результат эффекта Доплера, возникающего при движении Земли вокруг Солнца. В течение одной половины года Земля движется в сторону определенной звезды, и поэтому частоты всех световых волн, приходящих на Землю от этой звезды, оказываются увеличенными, а спектральные линии звезды — смещенными в сторону более высоких частот (к фиолетовому концу спектра); во вторую половину года Земля удаляется от этой звезды, поэтому спектральные линии оказываются смещенными к противоположному концу спектра (красному).

Это удивительное отображение движения Земли в спектре звезд не предстает, конечно, в неискаженном виде. Действительно, ясно, что на это явление будет накладываться эффект Доплера, обусловленный тем, что свет излучается движущимся источником. Поэтому если звезды не покоятся в эфире, то их движение должно также оставить след в виде смещения спектральных линий. Это смещение добавляется к обусловленному движением Земли, но оно не подвержено ежегодным изменениям, поэтому его легко отличить и отделить от «земного». Для астрономии это явление еще более важно, так как оно дает информацию о скоростях даже самых далеких звезд, если только их движение влечет за собой приближение или удаление от Земли. Не будем, однако, слишком углубляться в эти исследования.

Основной интерес для нас представляет вопрос, что происходит, когда наблюдатель и источник света движутся в одном и том же направлении с одинаковыми скоростями. Исчезает ли при этом эффект Доплера, т. е. зависит ли он только от относительного движения материальных тел, или, может быть,




**Фиг. 70.** Наблюдение цепочки волн из двух систем отсчета. Система $S$ покоится, а система $S'$ движется со скоростью $v$ в направлении распространения волн.

он не исчезает и, таким образом, выдает движение тел в эфире? В первом случае принцип относительности будет оставаться справедливым для оптических явлений, происходящих между материальными телами.

Теория эфира дает следующий ответ на этот вопрос: эффект Доплера зависит не только от относительного движения источника и наблюдателя, но также, в небольшой мере, от движений их обоих относительно эфира. Это влияние, однако, оказывается настолько малым, что его не удается наблюдать; более того, в случае общего поступательного движения источника света и наблюдателя он точно равен нулю.

Последнее обстоятельство настолько самоочевидно, что вряд ли требует подчеркивания. Необходимо только сообразить, что волны проходят мимо двух любых точек, покоящихся друг относительно друга, в одном и том же ритме независимо от того, покоятся эти две точки в эфире или находятся в общем движении. Тем не менее принцип относительности не выполняется строго: он лишь приближенно справедлив для всех тел, излучающих и поглощающих свет. Докажем это.

С этой целью воспользуемся теоремой, сформулированной выше в связи с инвариантностью числа волн.

Наблюдатель, связанный с системой координат, покоящейся в эфире, наблюдает конечный пакет волн, который достигает точки $x_0$ в момент времени $t_0$ и покидает точку $x_1$ в момент времени $t_1$. В этом случае на основании соотношения (38) мы пришли к выводу, что число волн определяется как

$$n = \nu\left(t_1 - t_0 - \frac{x_1 - x_0}{c}\right).$$

Другой наблюдатель, движущийся в направлении $x$ со скоростью $v$, измеряет то же самое число $n$ аналогичным образом. Но он получает другую частоту $\nu'$ и скорость $c'$. В момент времени $t_0$ волны достигают точки $x'_0$, а в $t_1$ — покидают точку $x'_1$. Поэтому

$$n = \nu'\left(t_1 - t_0 - \frac{x'_1 - x'_0}{c}\right)$$

и

$$\nu\left(t_1 - t_0 - \frac{x_1 - x_0}{c}\right) = \nu'\left(t_1 - t_0 - \frac{x'_1 - x'_0}{c}\right). \tag{39}$$

Преобразование Галилея (29) связывает $x_1$ и $x_0$ с $x'_1$ и $x'_0$. В предположении, что начала $x = 0$ и $x' = 0$ двух координатных систем совпадают в момент времени $t = 0$, мы получаем, что $x'_1 = x_1 - vt_1$ и $x'_0 = x_0 - vt_0$.

С помощью формулы (39) можно вычислить соотношение между характеристиками волн в двух координатных системах. Во-первых, оба наблюдателя могут выполнять наблюдения в один и тот же момент времени $t_1 = t_0$; тогда $x_1 - x_0 = x'_1 - x'_0$ и формула (39) показывает, что

$$\frac{\nu}{c} = \frac{\nu'}{c'}. \tag{40}$$

Во-вторых, наблюдения могут выполняться в фиксированной точке пространства в движущейся системе: $x'_1 = x'_0$. Преобразование Галилея дает $x_1 - x_0 = x'_1 - x'_0 + v(t_1 - t_0)$. Таким образом, при $x'_1 = x'_0$ мы получаем $x_1 - x_0 = v(t_1 - t_0)$. Подставляя это выражение в формулу (39), приходим к следующему результату:

$$\nu\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \nu'. \tag{41}$$

Такая связь между частотами $\nu$ и $\nu'$ означает, что частота уменьшается, когда наблюдатель движется со скоростью $v$ в том же направлении, что и луч света.

Из (40) и (41) вытекает очевидный результат

$$c' = c - v. \tag{42}$$

Этого и еще одного самоочевидного факта — равенства длин волн в двух системах: $\lambda' = \lambda$ — было бы достаточно для того, чтобы сразу вывести формулу (41). Мы предпочли метод, в котором используется инвариантность числа волн потому, что этим методом можно будет пользоваться и в дальнейшем, в теории относительности. Там, как мы увидим, равенства $c' = c - v$ или $\lambda' = \lambda$ совсем не самоочевидны: в действительности их заменяют совершенно иными соотношениями.

Рассмотрим обратную ситуацию: пусть источник света, частота колебаний которого равна $\nu_0$, движется в направлении оси $x$ со скоростью $v_0$. Представим себе, что покоящийся в эфире наблюдатель измеряет частоту $\nu$. Этот случай непосредственно сводится к предыдущему. В самом деле, для наших рассуждений совершенно несущественно, движется ли источник света или наблюдатель; они зависят только от того, в каком ритме волны набегают на точку, в которой ведется наблюдение. В нашем случае движущейся точкой служит источник света. Поэтому формулу для нашего случая можно получить из формулы для предыдущего, заменив $v$ на $v_0$ и $\nu'$ на $\nu_0$:

$$\nu_0 = \nu\left(1 - \frac{v_0}{c}\right).$$

Но здесь $\nu_0$ — заданная частота источника света, а $\nu$ — наблюдаемая частота, т. е. то, что мы стремимся вычислить. Поэтому полученную формулу нужно разрешить относительно $\nu$:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v_0}{c}}. \tag{43}$$

Таким образом, наблюдаемая частота оказывается увеличенной, поскольку знаменатель меньше 1.

Итак, мы видим, что отнюдь не безразлично, движется ли наблюдатель в одном направлении или источник света в противоположном с той же скоростью. Действительно, если источник покоится, излучая свет с частотой $\nu_0$, то наблюдатель, движущийся вправо со скоростью $v$, видит частоту $\nu_B$ [полагая $\nu' = \nu_B$, $\nu = \nu_0$ в формуле (41)]:

$$\nu_B = \nu_0\left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Если же источник движется влево со скоростью $v$, а наблюдатель покоится, то в формулу (43) необходимо подставить $v_0 = -v$, и мы получаем

$$\nu_B = \nu_0 \frac{1}{1 + \frac{v}{c}}.$$

Эти частоты оказываются не равными между собой. Во всех практических случаях разница, конечно, очень мала. Выше мы видели (гл. IV, § 3, стр. 96), что отношение орбитальной скорости Земли к скорости света $\beta = v/c = 1 : 10\,000$; такие же малые величины $\beta$ характерны для всех космических движений. Поэтому в качестве очень близкого приближения можно записать

$$\frac{1}{1+\beta} \approx 1 - \beta;$$

в самом деле, если пренебречь $\beta^2 = 1/100\,000\,000 = 10^{-8}$ по сравнению с 1, то мы получаем $(1+\beta)(1-\beta) = 1-\beta^2 \approx 1$.

Это пренебрежение квадратом $\beta = v/c$ будет играть чрезвычайно важную роль в дальнейшем. Оно почти всегда допустимо, поскольку такие чрезвычайно малые величины, как $\beta^2 = 10^{-8}$, доступны наблюдениям лишь в очень немногих случаях. Естественно, что явления в оптике (и электродинамике) движущихся тел в наши дни классифицируют соответственно тому, какого они порядка: $\beta$ или $\beta^2$. О первых говорят, что это явления *первого порядка*, а о вторых — что это явления *второго порядка* по $\beta$. В этом смысле мы можем утверждать следующее:

Эффект Доплера зависит только от относительного движения источника света и наблюдателя, если пренебречь величинами второго порядка.

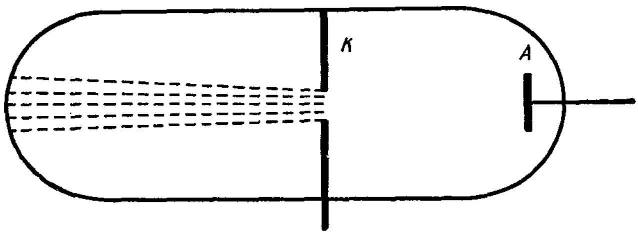
Предположив, что движутся и источник света (со скоростью $v_0$) и наблюдатель (со скоростью $v$), наблюдаемую частоту $\nu'$ можно получить, подставляя формулу (43) в формулу (41):

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{v}{c}\right) = \nu_0 \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v_0}{c}} \approx \nu_0\left(1 - \frac{v}{c}\right)\left(1 + \frac{v_0}{c}\right) \approx \nu_0\left(1 + \frac{v_0 - v}{c}\right).$$

Если источник света и наблюдатель имеют одну и ту же скорость $v_0 = v$, то в нашей формуле выражение в скобках становится равным точно 1 и мы получаем $\nu' = \nu_0$. Таким образом, наблюдатель не замечает никакого эффекта своего общего движения с источником относительно эфира. Но как только $v$ начинает отличаться от $v_0$, сразу появляется эффект Доплера. В первом порядке он зависит только от разности $v - v_0$; это неверно, если учитывать и члены второго порядка. Таким образом, движение относительно эфира можно было бы наблюдать, если бы разность не была величиной второго порядка и поэтому не была столь мала, что ее не удается измерить.

Итак, мы видим, что эффект Доплера не дает практического метода обнаружения движения относительно эфира в астрономическом пространстве.

Оптический эффект Доплера удалось обнаружить на земных источниках света. Для осуществления такого опыта необходимы источники света, движущиеся с необычайно большой скоростью, с тем чтобы отношение $\beta = v/c$ могло достигнуть заметной величины. С этой целью Штарк (1906 г.) использовал так называемые *каналовые лучи*. Если в откачанную до вакуума трубку, содержащую водород при очень малой плотности, впаять два электрода, один из которых перфорирован (имеет ряд малых отверстий в виде сетки), и если затем вызвать в этой трубке электрический разряд, сделав перфорированный электрод отрицательным (катодом), как показано на фиг. 71, то мы получим, во-первых, так называемые катодные




Фиг. 71. Вакуумная трубка с катодом $K$ и анодом $A$.
Заряженные атомы и молекулы проходят с большими скоростями сквозь отверстие в катоде по направлению влево.

лучи, идущие с катода, и, во-вторых, как обнаружил Гольдштейн в 1886 г., — красноватое свечение, проникающее сквозь отверстия в катоде и обусловленное положительно заряженными атомами или молекулами водорода, движущимися с большой скоростью. Скорость этих каналовых лучей $v$ имеет порядок $10^8$ *см/сек*, и, следовательно, $\beta$ имеет величину

$$\beta = \frac{10^8}{3 \cdot 10^{10}} = \frac{1}{300},$$

чрезвычайно высокую по сравнению с астрономическими значениями.

Штарк исследовал спектр каналовых лучей и обнаружил, что светлые линии водорода оказываются смещенными, как и следовало ожидать согласно эффекту Доплера. Это открытие сыграло огромную роль в атомной физике. Но не будем отклоняться от нашей основной темы.

В заключение мы должны еще упомянуть, что Белопольский (1895 г.) и Голицын (1907 г.) доказали существование своеобразного эффекта Доплера с помощью земных источников света и движущихся зеркал.

## § 9. УВЛЕЧЕНИЕ СВЕТА ВЕЩЕСТВОМ

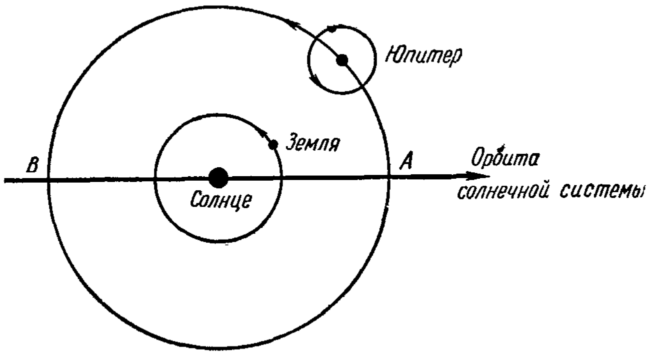
Теперь нам предстоит рассмотреть вторую характеристику пакета волн — его *скорость*. Согласно теории эфира, скорость света представляет собой величину, которая определяется как плотностью, так и упругостью эфира. Таким образом, в эфире в астрономическом пространстве она имеет фиксированное значение, но может оказаться иной в каждом материальном теле в зависимости от того, как данное тело влияет на заполняющий его эфир и как оно его переносит за собой в пространстве.

Из формулы (42) мы знаем скорость света в астрономическом пространстве. Для неподвижного наблюдателя эта скорость равна $c$; для наблюдателя, движущегося со скоростью $v$ в направлении распространения светового луча, она равна $c' = c - v$.

Это можно истолковать и иначе, представляя себе, что движущийся относительно эфира наблюдатель испытывает встречный эфирный ветер, сдувающий световые волны подобно тому, как воздух, увлекаемый движущимся автомобилем, уносит с собой звуковые волны.

Но эта картина дает нам средство обнаружить движение, скажем, Земли или солнечной системы относительно эфира. Мы располагаем двумя по существу различными методами измерения скорости света — астрономическим и земным. Первый из них — старый метод Рёмера — основан на использовании затмений спутников Юпитера; в этом методе измеряется скорость света, проходящего расстояние между Юпитером и Землей. Во втором методе источник света и наблюдатель — оба участвуют в движении Земли. Дают ли эти два метода в точности один и тот же результат или существуют какие-либо отклонения, позволяющие обнаружить движение относительно эфира?

Максвелл (1879 г.) обратил внимание на тот факт, что должна существовать возможность, наблюдая затмения спутников Юпитера, получить доказательства движения всей солнечной системы относительно эфира. Представим себе, что планета Юпитер расположена в точке $A$ своей орбиты (фиг. 72). Эта точка приближается к Солнцу по мере того, как последнее движется по своей траектории в показанном на чертеже направлении. (В нашем чертеже предполагается, что орбита Юпитера пересекается с траекторией центра системы в точке $A$.) В течение года Юпитер удаляется от точки $A$ лишь на небольшое расстояние, поскольку период его обращения по собственной орбите составляет около 12 лет. За один год Земля описывает полный цикл вокруг Солнца; наблюдая затмения (ср. с фиг. 52), можно определить время, необходимое для того, чтобы свет прошел расстояние, равное диаметру орбиты Земли, Далее, поскольку вся солнечная система движется вместе с Солнцем по направлению к точке $A$, свет, идущий от Юпитера к Земле, распространяется против этого движения и его скорость должна оказаться выше. Подождем теперь шесть лет, пока Юпитер окажется в противоположной точке своей орбиты — в точке $B$. Теперь свет движется в том же направлении, что и солнечная система, и, таким образом, для того чтобы пройти расстояние, равное диаметру орбиты Земли, ему понадобится большее время; его скорость окажется меньшей.




Фиг. 72. Движение солнечной системы в эфире.

Когда Юпитер расположен в точке $A$, затмение одного из его спутников в течение полугода (земного) должно запоздать на

$$t_1 = \frac{l}{c+v},$$

где $l$ — диаметр орбиты Земли. Когда же Юпитер расположен в точке $B$, задержка затмения составляет

$$t_2 = \frac{l}{c-v}.$$

Если бы солнечная система покоилась в эфире, то эти два периода времени должны были бы совпадать с $t_0 = l/c$. Истинная разность равна

$$t_2 - t_1 = l\left(\frac{1}{c-v} - \frac{1}{c+v}\right) = \frac{2lv}{c^2 - v^2} = \frac{2lv}{c^2(1-\beta^2)}.$$

Пренебрегая $\beta^2$ по сравнению с 1, мы можем записать ее как

$$t_2 - t_1 = \frac{2lv}{c^2} = 2t_0\beta.$$

Это позволяет определить $\beta$ и, таким образом, скорость $v = \beta c$ солнечной системы относительно эфира. Далее, свету требуется около 8 *мин*, чтобы преодолеть расстояние от Солнца до Земли; таким образом, $t_0 = 16$ *мин* $= 1000$ *сек* (округленно). Для разности $t_2 - t_1 = 1$ *сек* мы должны получить

$$\beta = \frac{1}{2000} \quad \text{или} \quad v = \beta c = \frac{300\,000}{2000} = 150 \text{ км/сек}.$$

Скорости звезд относительно солнечной системы, как можно установить, изучая эффект Доплера, составляют в большинстве случаев величины порядка 20 *км/сек*, но в некоторых скоплениях звезд и спиральных туманностях имеют место скорости до 300 *км/сек*. До сих пор астрономические измерения времени не достигали столь высокой точности, чтобы обнаружить задержку между двумя затмениями спутника Юпитера, составляющую около 1 *сек* или менее за период около полугода. Однако не исключено, что усовершенствование методов наблюдения еще позволит обнаружить такую задержку.

Расположившийся на Солнце наблюдатель, которому удалось бы установить величину скорости света в покоящемся эфире, был бы в состоянии доказать и движение солнечной системы в эфире, используя затмения спутников Юпитера. Для этого ему следовало бы измерить задержку между затмениями в течение полупериода обращения Юпитера по его орбите. В этом случае была бы справедлива та же формула $t_2 - t_1 = 2t_0\beta$, где $t_0$ теперь означает время, затрачиваемое светом на прохождение диаметра орбиты Юпитера. Это значение $t_0$ больше (примерно в 2,5 раза) величины, используемой в случае земной орбиты (она составляет 16 *мин*); задержка $t_2 - t_1$ становится пропорционально больше. Но время обращения Юпитера, в течение которого нужно последовательно наблюдать затмения, по той же причине гораздо больше (примерно в 12 раз), чем земной год, так что этот метод, осуществимый и с Земли, видимо, не имеет преимуществ.

Во всяком случае, тот факт, что достижимая в настоящее время точность не позволила обнаружить задержки хотя бы в несколько секунд, доказывает, что скорость солнечной системы относительно эфира наверняка немногим больше самых высоких из известных скоростей звезд относительно друг друга.

Сосредоточим теперь внимание на земных методах измерения скорости света. Нетрудно видеть, почему они не позволяют сделать каких-либо заключений относительно движения Земли в эфире. Мы уже отмечали основные причины этого, когда впервые упоминали об описанных сейчас методах (гл. IV, § 3, стр. 96): дело в том, что свет проходит один и тот же путь в обоих направлениях, вперед и назад. Мы измеряем лишь его среднюю скорость на этом пути. Но отклонение этой скорости от скорости света $c$ в эфире составляет величину второго порядка по $\beta$ и недоступно наблюдению. Действительно, если $l$ — длина проходимого пути, то время, затрачиваемое светом на это расстояние в направлении движения Земли, составляет $l/(c-v)$, а время, затрачиваемое на обратный путь, — $l/(c+v)$; полное время равно

$$l\left(\frac{1}{c+v}+\frac{1}{c-v}\right)=\frac{2lc}{(c+v)(c-v)}=\frac{2lc}{c^2-v^2}.$$

Средняя скорость равна $2l$, деленному на это время, т. е.

$$\frac{c^2-v^2}{c}=c\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right).$$

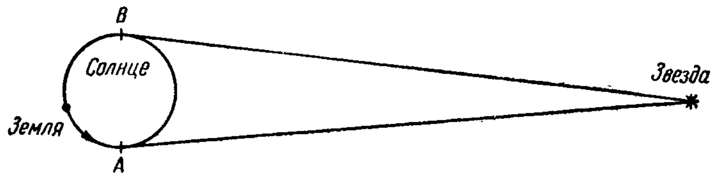
Таким образом, она отличается от $c$ на величину второго порядка малости.

Кроме прямых измерений скорости света, существуют многочисленные эксперименты, в которых скорость света играет важную роль. Все интерференционные и дифракционные явления мы получаем, заставляя световые волны проходить различные пути, затем встречаться в одной точке и накладываться друг на друга. Преломление света на границе двух сред происходит вследствие того, что его скорость различна в каждой из них; таким образом, скорость света играет роль во всех оптических приборах, содержащих призмы, линзы и другие подобные детали. Нельзя ли выдумать схему, в которой движение Земли и «эфирный ветер», вызываемый этим движением, каким-нибудь образом проявили бы себя?

Для того чтобы обнаружить это движение, были разработаны и выполнены многочисленные эксперименты. Общий результат опытов с земными источниками света доказал, что невозможно наблюдать даже самое ничтожное влияние ветра в эфире. Правда, в большинстве случаев мы имеем дело с экспериментальными устройствами, позволяющими измерять величины только первого порядка по $\beta$. Что такие измерения должны вести к отрицательному результату, легко следует из того факта, что истинная длительность движения света от одной точки до другой никогда не измеряется; измеряются только сумма и разность времен движения туда и обратно одного и того же луча света. Таким образом, ясно, что величины первого порядка всегда сокращаются, как мы объяснили выше.

Но можно было бы ожидать положительного результата, взяв небесный источник света вместо земного. Если направить телескоп на звезду, в сторону которой в данный момент движется со скоростью $v$ Земля (фиг. 73), то скорость света в линзах телескопа относительно вещества стекла будет на величину $v$ больше, чем если бы Земля покоилась; если посмотреть на эту звезду шестью месяцами позже через тот же телескоп, то скорость света в линзах окажется на ту же величину $v$ меньше. Далее, поскольку преломление в линзах зависит от скорости света, можно было бы ожидать, что точка, в которой фокусируются лучи, проходящие через линзу, в этих двух случаях будет лежать в различных плоскостях. Это будет эффект первого порядка, так как разность скоростей света в двух случаях составляет $2v$, а ее отношение к скорости света в покоящемся эфире равно $2v/c = 2\beta$.

Араго действительно выполнил этот эксперимент, но не обнаружил никакой разницы в положении фокуса. Как объяснить этот факт?




**Фиг. 73.** Наблюдение неподвижной звезды с Земли из двух различных ее положений на орбите.

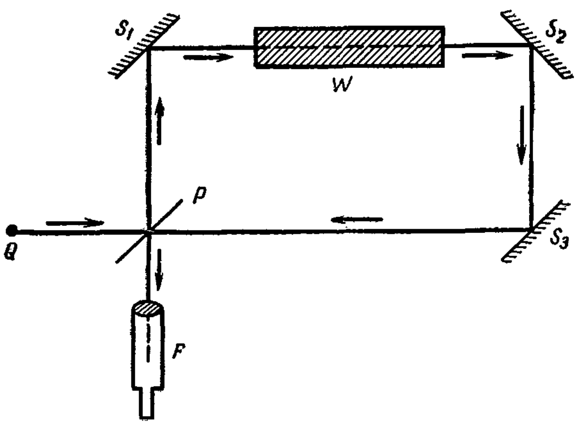
В точке $A$ Земля приближается к звезде, в точке $B$ — удаляется от нее.

Выше мы приняли предположение, что скорость света в теле, движущемся со скоростью $v$ навстречу лучу, больше на величину $v$, чем в случае, когда тело покоится в эфире. Другими словами, мы предположили, что материальные тела проникают сквозь эфир, не увлекая его за собой даже в самой малой степени, точно так же, как сеть протягивается сквозь воду вслед за рыбачьей лодкой.

Результаты эксперимента учат нас, что это, безусловно, не так. Скорее всего эфир все-таки должен участвовать в движении вещества. Вопрос только — в какой мере.

Френель доказал, что для объяснения опыта Араго и всех других эффектов первого порядка достаточно предположить, что эфир лишь частично увлекается веществом. Мы подробно рассмотрим эту теорию, которую эксперименты блестяще подтвердили.

В дальнейшем более радикальную позицию, состоящую в том, что эфир внутри тела полностью разделяет движение тела, занял прежде всего Стокс (1845 г.). Он полагал, что Земля полностью переносит вместе с собой содержащийся внутри нее эфир и что это движение эфира постепенно спадает по мере удаления от Земли до тех пор, пока эфир не приходит в состояние полного покоя во Вселенной. Ясно, что в этом случае все оптические явления на Земле должны происходить точно так, как если бы Земля покоилась. Но для того, чтобы свет, приходящий от звезд, не претерпевал отклонений и изменений скорости в переходной области между эфиром космического пространства и эфиром, увлекаемым Землей, необходимо принять специальные гипотезы относительно движений эфира. Стокс нашел гипотезу, которая удовлетворяет всем оптическим требованиям. Однако позднее было установлено, что она не согласуется с законами механики. Многочисленные попытки спасти теорию Стокса не привели к каким-либо результатам, и она погибла бы во внутренних противоречиях, даже если бы теория Френеля не подтвердилась опытом Физо (см. стр. 137).




Фиг. 74. Интерферометрический опыт Хука.

Френелевскую идею частичного увлечения невозможно без труда вывести из опыта Араго вследствие того, что преломление в линзах представляет собой сложный процесс, зависящий не только от скорости, но и от направления световых волн. Но существует эквивалентный эксперимент, выполненный позднее Хуком (1868 г.), который значительно легче проследить.

Принцип, положенный в основу такого прибора, — тот же, что и принцип интерферометра (фиг. 74). Свет от источника $Q$ направляется на полупрозрачное зеркало $P$, наклоненное под углом 45° к направлению луча. Это зеркало разделяет луч на две части. Отраженный луч (луч *1*) падает последовательно на зеркала $S_1$, $S_2$, $S_3$, образующие углы квадрата с зеркалом $P$; на обратном пути к точке $P$ луч частично отбрасывается на телескоп $F$. Преломленный же луч (луч *2*) повторяет тот же путь в противоположном направлении и интерферирует с лучом *1* в плоскости изображения. Затем между зеркалами $S_1$ и $S_2$ помещается прозрачное тело $W$ (скажем, трубка, наполненная водой), после чего весь прибор располагается так, что прямая, соединяющая $S_1$ и $S_2$, может либо совпадать с направлением движения Земли вокруг Солнца, либо, наоборот, быть направленной точно против него. Пусть скорость света в покоящейся воде будет $c_1$. Эта величина немного меньше скорости света *в вакууме*; отношение этих скоростей, $c/c_1 = n$, называется *показателем преломления* воды. Скорость света в воздухе отличается от $c$ чрезвычайно мало, поэтому показатель преломления воздуха почти точно равен 1. Далее, вода переносится при движении Земли по орбите. Если бы эфир в воде совершенно не участвовал в этом движении, то скорость света в воде относительно неподвижного эфира (эфира во внешнем пространстве) не изменилась бы, т. е. была бы равна $c_1$. Для луча, распространяющегося в направлении движения Земли, она была бы равна $c_1 + v$, а относительно Земли — равна $c_1$. Для начала мы не будем предполагать, что выполняется какое-либо из этих обстоятельств, и оставим величину увлечения неопределенной. Предположим, что скорость света в движущейся воде относительно абсолютного эфира немного больше, чем $c_1$, скажем $c_1 + \varphi$ (и, следовательно, относительно Земли она составляет $c_1 + \varphi - v$). Мы хотим определить неизвестный *коэффициент увлечения* $\varphi$ с помощью этого эксперимента. Если он равен нулю, то увлечение отсутствует; если он равен $v$, то увлечение полное. Его действительное значение должно лежать между двумя этими значениями. Сделаем, однако, одно предположение, именно что увлечением в воздухе можно пренебречь по сравнению с увлечением в воде.

Итак, пусть длина трубки с водой равна $l$. Тогда луч 1 затрачивает время

$$\frac{l}{c_1 + \varphi - v}$$

для того, чтобы пройти сквозь трубку, если Земля движется по направлению от $S_1$ к $S_2$. Для того чтобы пройти соответствующее расстояние в воздухе между $S_3$ и $P$, тому же лучу потребуется время

$$\frac{l}{c + v}.$$

Таким образом, полное время, которое затрачивает луч 1 на прохождение двух одинаковых путей в воде и в воздухе, составляет

$$\frac{l}{c_1 + \varphi - v} + \frac{l}{c + v}.$$

Луч 2 движется в противоположном направлении. Он сначала проходит расстояние в воздухе за время

$$\frac{l}{c-v},$$

а затем такое же расстояние в воде за время

$$\frac{l}{c_1-\varphi+v};$$

общее время, необходимое для того, чтобы пересечь тот же путь в воздухе и в воде, для этого луча составляет

$$\frac{l}{c_1-\varphi+v}+\frac{l}{c-v}.$$

Эксперимент показывает, что интерференционная картина не смещается даже в самой малой степени, когда весь прибор разворачивается в направлении, противоположном орбитальному движению Земли, или, разумеется, занимает любую другую ориентацию. Отсюда следует, что времена, затраченные лучами *1* и *2*, равны и не зависят от ориентации прибора относительно орбиты Земли, т. е.

$$\frac{l}{c_1+\varphi-v}+\frac{l}{c+v}=\frac{l}{c_1-\varphi+v}+\frac{l}{c-v}.$$

Из этого уравнения можно вычислить $\varphi$. Если пренебречь членами второго и более высоких порядков, то мы получаем [1])

$$\varphi=\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v. \tag{44}$$

Это знаменитая формула увлечения Френеля, который установил ее другим, более спорным способом. Прежде чем обсудить его предположение, выясним, что означает эта формула.

---

[1]) Вспоминая приближение, предложенное на стр. 125.

$$\frac{1}{1+\beta}=1-\beta$$

для малых $\beta$, можно приближенно записать

$$\frac{1}{c+v}=\frac{1}{c}\left(1-\frac{v}{c}\right),$$

$$\frac{1}{c_1+\varphi-v}=\frac{1}{c_1}\left(1-\frac{\varphi-v}{c_1}\right)$$

и т. д. Отсюда непосредственно следует, что

$$2\frac{\varphi-v}{c_1^2}+2\frac{v}{c^2}=0,\quad \text{или}\quad \varphi=\left(1-\frac{c_1^2}{c^2}\right)v=\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v.$$

Из нее вытекает, что увлечение тем больше, чем больше показатель преломления превышает величину 1, которую он имеет *в вакууме*. Для воздуха $c_1$ почти равна $c$, а $n$ почти равен 1; таким образом, $\varphi$ почти равен 0, как мы и предполагали выше. Чем больше преломление, тем полнее увлечение света. Скорость света в движущемся теле, измеренная относительно абсолютного эфира, равна

$$c_1+\varphi=c_1+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v,$$

а относительно движущегося тела она составляет

$$c_1+\varphi-v=c_1+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v-v=c_1-\frac{v}{n^2}.$$

Последняя формула поможет нам увязать вышеизложенное с интерпретацией Френеля. Он предположил, что плотность эфира в материальных телах отличается от плотности свободного эфира; пусть первая будет равна $\rho_1$, а вторая — $\rho$.

Представим себе движущееся тело, скажем, в виде бруска, расположенного вдоль направления движения; пусть площадь его сечения равна $F$. При движении бруска в эфире его передняя плоскость перемещается на расстояние $v\tau$ за время $\tau$ (фиг. 75) и, таким образом, вырезает объем $Fv\tau$ (площадь сечения, умноженную на пройденный путь). Количество эфира, содержащееся в этом объеме, равно $\rho Fv\tau$. Это количество входит в брусок через переднюю плоскость. Здесь это количество эфира приобретает другую плотность и, таким образом, будет двигаться с иной скоростью $v_1$ относительно тела, так как, по вышеизложенным причинам, его масса должна быть теперь равна $\rho_1 Fv_1\tau$; мы получаем:

$$\rho_1 Fv_1\tau=\rho Fv\tau, \quad \text{или} \quad v_1=\frac{\rho}{\rho_1}v.$$

Это характеризует в известном смысле силу эфирного ветра в бруске, движущемся со скоростью $v$. Свет, который распространяется в бруске со скоростью $c_1$ относительно уплотнившегося эфира, движется относительно тела со скоростью

$$c_1-v_1=c_1-\frac{\rho}{\rho_1}v.$$

Но мы видели, что, согласно результату опыта Хука, скорость света относительно движущегося тела равна

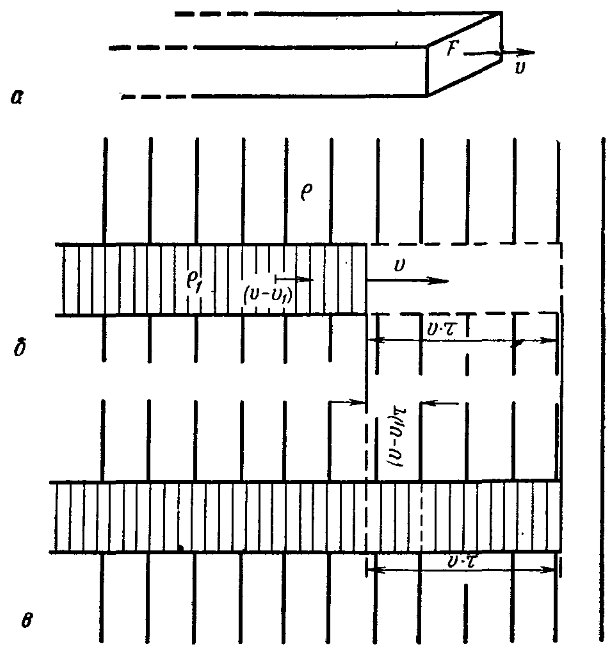
$$c_1-\frac{1}{n^2}v.$$

Следовательно, должны иметь место следующие соотношения:

$$\frac{\rho}{\rho_1}=\frac{1}{n^2}=\frac{c_1^2}{c^2}.$$

Таким образом, уплотнение $\rho_1/\rho$ равно квадрату коэффициента преломления.

Более того, отсюда можно сделать вывод, что упругость эфира должна быть одной и той же во всех телах. В самом




Фиг. 75. Движение тела в эфире.

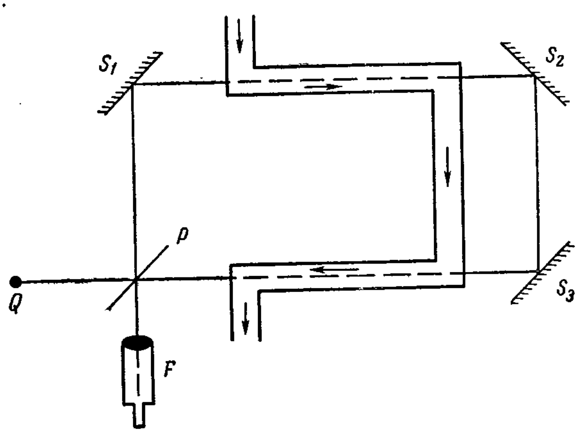
*а* — брусок с поперечным сечением $F$, движущийся со скоростью $v$ в эфире.

*б* — плотность эфира $\rho$ вне бруска меньше, чем плотность $\rho_1$ внутри него. Это показано с помощью различной штриховки; $v_1$ — скорость тела относительно эфира плотности $\rho_1$, содержащегося внутри него и, таким образом, движущегося со скоростью $v - v_1$ относительно эфира снаружи.

*в* — за время $\tau$ внутренний эфир перемещается на расстояние $(v - v_1)\,\tau$ в сторону пунктирной линии. За это время содержащееся в заштрихованной части объема, показанного на фиг. 75, *б*, количество эфира, равное $\rho v \tau F$, проникает в брусок, где приобретает плотность $\rho_1$ и скорость $v_1$. Таким образом, поток эфира из бруска, равный $\rho v \tau F$, должен точно соответствовать добавившемуся количеству эфира внутри мелко заштрихованного объема, равному $\rho_1 v_1 \tau F$.

деле, формула (37) показывает, что в любой упругой среде $c^2 = p/\rho$. Таким образом, в эфире $p = c^2\rho$, а в веществе $p_1 = c_1^2\rho_1$. Однако в соответствии с вышеприведенным результатом, касающимся уплотнения эфира в веществе, эти два выражения должны совпадать.

Эта механическая интерпретация коэффициента увлечения, разработанная Френелем, оказала огромное влияние на развитие упругой теории света. Но не следует забывать, что против нее существуют убедительные возражения. Лучи света различных цветов (частот), как хорошо известно, имеют различные показатели преломления $n$, т. е. различные скорости. Отсюда следует, что коэффициент увлечения должен иметь разные значения для различных цветов. Но это несовместимо с интерпретацией Френеля, ибо в этом случае эфир должен был бы двигаться в теле с различными скоростями в зависимости от цвета луча. Поэтому должно было бы существовать столько же различных эфиров, сколько различных цветов, что, безусловно, невозможно.




Фиг. 76. Опыт Физо по определению коэффициента увлечения.

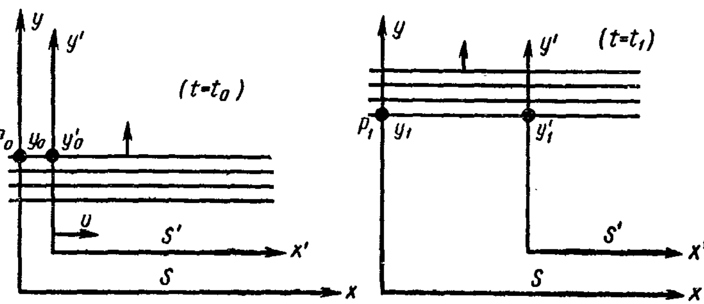
Формула увлечения (44), однако, основана на результатах эксперимента безотносительно к каким-либо механическим истолкованиям. В дальнейшем мы увидим, что ее можно вывести из электромагнитной теории света, исходя из идей, связанных с атомистической структурой вещества и электричества.

Формулу Френеля чрезвычайно трудно проверить с помощью земных экспериментов, поскольку она требует, чтобы прозрачные вещества двигались с крайне большими скоростями. Физо удалось успешно провести такой эксперимент (1851 г.) с помощью чувствительного интерферометрического прибора.

Использованный им прибор аналогичен прибору Хука, за тем исключением, что оба оптических пути $S_1S_2$ и $S_3P$ в приборе Физо проходят через трубки, в которых может циркулировать вода; трубки расположены так, что луч *1* распространяется в направлении движения воды, а луч *2* — против него. Физо определял, увлекает ли за собой движущаяся вода свет, наблюдая, смещаются ли интерференционные кольца в момент, когда вода приводится в быстрое движение. Такое смещение действительно имело место, но в гораздо меньшей степени, чем это соответствовало бы полному увлечению. Точные измерения позволили обнаружить идеальное согласие с формулой увлечения Френеля (44).

## § 10. АБЕРРАЦИЯ

Мы рассмотрим теперь влияние движения тел на направление свётовых лучей, в частности вопрос, можно ли установить движение Земли в эфире, наблюдая какие-либо явления, сопровождаемые изменением направления светового луча. Здесь также следует различать два случая, когда мы имеем дело с астрономическими источниками света и с земными.




Фиг. 77. Наблюдение пакета волн, распространяющихся вдоль оси $y$, в двух системах отсчета $S$ и $S'$, находящихся в относительном движении в направлении оси $x$.

Видимое отклонение света, идущего к Земле от звезд, представляет собой аберрацию, которую мы уже рассмотрели с точки зрения корпускулярной теории (гл. IV, § 3, стр. 95). Объяснение, которое мы дали, чрезвычайно просто; с точки зрения волновой теории оно выглядит гораздо сложнее, ибо, как нетрудно видеть, отклонение плоскости волны вообще отсутствует. Это наиболее ясно в случае, когда лучи распространяются в направлении, перпендикулярном движению наблюдателя, так как в этом случае плоскости волны параллельны движению и именно такими их видит наблюдатель (фиг. 77). О том же самом свидетельствуют и вычисления. Рассмотрим неподвижную систему координат $S$ и систему $S'$, движущуюся так, что оси $x$ и $x'$ совпадают между собой и с направлением движения системы $S'$. Будем наблюдать волны, которые распространяются в направлении оси $y$, из двух точек $P_0$ и $P_1$. В этом случае, как мы знаем из формулы (38), число волн $n$ представляет собой инвариант. Это число мы записываем как

$$n = \nu\left(t_1 - t_0 - \frac{y_1 - y_0}{c}\right) = \nu'\left(t_1 - t_0 - \frac{y_1' - y_0'}{c'}\right),$$

где мы взяли $y_1$, $y_0$, $y_1'$, $y_0'$ вместо $x_1$, $x_0$, $x_1'$, $x_0'$, так как волны движутся параллельно оси $y$. Преобразование Галилея, связывающее системы $S$ и $S'$, записывается теперь как $x' = x - vt$, $y' = y$ в соответствии с (29). Вычислим характеристики волн, как и в § 8 этой главы. Сначала измерим $n$ в фиксированной точке, т. е. положим $P_0 = P_1$ и $y_1 - y_0 = y_1' - y_0' = 0$. Мы получим $\nu = \nu'$. Затем произведем наблюдение в один и тот же момент времени $t_1 = t_0$; получим

$$\nu \frac{y_1 - y_0}{c} = \nu' \frac{y_1' - y_0'}{c}.$$

Преобразование Галилея утверждает, что $y_1 - y_0 = y_1' - y_0'$; следовательно, $\nu/c = \nu'/c'$. При $\nu = \nu'$ это дает $c = c'$.

Таким образом, движущийся наблюдатель видит волны, имеющие в точности ту же частоту, скорость и направление. Если бы эти характеристики изменялись, то число волн в системе $S'$, кроме зависимости от $y'$, должно было бы зависеть и от $x'$.

Итак, волновая теория как будто бы неспособна объяснить простое явление аберрации, известное около 200 лет.

Однако положение не так скверно, как это могло бы показаться. Ошибка вышеизложенного рассуждения состоит в том, что оптические приборы, при помощи которых выполняются наблюдения и которые связаны с невооруженным глазом, дают возможность установить не положение прибывающей волны, но делают нечто совершенно иное.

Функция глаза или телескопа состоит в формировании того, что мы называем оптическим изображением; они комбинируют лучи, испускаемые светящимся объектом, в изображение. При этом процессе часть колебательной энергии частиц объекта передается посредством световых волн к соответствующим точкам изображения. Пути, по которым происходит эта передача энергии, и есть, по сути дела, физические лучи. Но энергия — это величина, которую, согласно закону сохранения, можно переносить или видоизменять так же, как вещество, однако создавать или уничтожать ее невозможно. Поэтому представляется резонным применить законы корпускулярной теории к движению энергии. На самом деле, простой вывод формулы аберрации, приведенный выше, совершенно правилен, если определить световые лучи как энергетические траектории, по которым распространяются световые волны, и применить к ним законы относительного движения, как если бы эти волны были потоками излучаемых частиц.

Но эту формулу аберрации можно получить и без использования концепции лучей как энергетических путей, рассматривая преломление каждой отдельной волны в линзах или призмах оптического прибора. Для этого необходимо использовать определенную теорию увлечения. Теория увлечения, предложенная Стоксом, способна объяснить аберрацию только с помощью едва ли приемлемых предположений относительно движения эфира. Мы уже обращали внимание на эти трудности. Теория Френеля дает закон отражения световых волн от поверхностей движущихся тел, из которого точно следует формула аберрации. Свойства вещества, образующего тело, сквозь которое проходит свет, не влияют на результат, хотя величины коэффициента увлечения различны для каждого вещества. Для прямой проверки этого обстоятельства Эйри (1871 г.) наполнил трубку телескопа водой и обнаружил, что аберрация сохраняет свою нормальную величину. Аберрация, разумеется, перестает быть эффектом первого порядка, если световая волна и наблюдатель не находятся в движении относительно друг друга. Из этого также следует, что при всех оптических экспериментах с земными источниками света отсутствует какое-либо отклонение светового луча, обусловленное эфирным ветром. Теория Френеля дает объяснение этим фактам, согласующееся с экспериментом. Здесь необходимо войти в некоторые детали.

## § 11. ПОВТОРЕНИЕ И ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ

Мы рассматривали светоносный эфир как вещество, подчиняющееся законам механики. Поэтому для него справедлив закон инерции, и, следовательно, везде, где отсутствует вещество, как в астрономическом пространстве, эфир должен покоиться в соответствующим образом выбранной инерциальной системе. Если же описывать все явления в другой инерциальной системе, то для всех движений тел и эфира, а также для распространения света должны выполняться в точности те же законы, но, разумеется, только постольку, поскольку эти явления связаны лишь с ускорениями и эффектами, обусловленными взаимными силами. Мы знаем, что скорость и направление движения в различных системах координат представляются совершенно различными, так как любое тело, движущееся по прямой линии с постоянной скоростью, можно принять за покоящееся, просто выбирая подходящую систему отсчета — именно систему, которая движется вместе с телом. Таким образом, в этом почти тривиальном смысле классический принцип относительности должен быть справедливым для эфира, рассматриваемого как механическое вещество.

Отсюда следует, однако, что скорость и направление светового луча должны представляться различными в каждой инерциальной системе. Поэтому следовало бы ожидать, что окажется возможным обнаружить скорость Земли или солнечной системы с помощью наблюдений тех оптических явлений на поверхности Земли, которые определяются скоростью и направлением распространения света. Но все эксперименты, поставленные ради этой конечной цели, привели к отрицательному результату. Таким образом, скорость и направление световых лучей оказались совершенно независимыми от движения небесного тела, на котором выполняются измерения. Другими словами, оптические явления зависят только от относительного движения материальных тел.

Это — принцип относительности, который, на первый взгляд, кажется аналогичным классическому принципу в механике. Однако он имеет совершенно иной смысл. В самом деле, он относится к скоростям и направлениям движения, в механике же эти величины не независимы от движения системы отсчета.

Здесь возможны две точки зрения. Первая из них исходит из предположения, что оптические наблюдения на самом деле вносят нечто фундаментально новое, именно что свет ведет себя совершенно иным образом, чем материальные тела, в смысле направления и скорости. Если оптические наблюдения считать убедительным доказательством, то мы должны принять эту точку зрения (постольку, поскольку можно отвлечься от всяких соображений относительно *природы* света). Как мы увидим, Эйнштейн в конце концов пошел именно по этому пути. Однако тут нужна свобода от условностей традиционной теории, достигаемая лишь тогда, когда гордиев узел конструкций и гипотез так запутывается, что единственное возможное решение — рассечь его.

Но во всех предыдущих рассуждениях мы все еще мыслили в терминах того периода, когда теория механического эфира находилась в состоянии своего наиболее пышного цветения. Эта теория была вынуждена рассматривать оптический принцип относительности как вторичное, в известном смысле полуслучайное явление, обусловленное эффектом взаимной компенсации причин, действующих в противоположных направлениях. Тот факт, что на этом пути оказалось возможным обходить аномалии в оптических явлениях, обусловлен в известной мере тем обстоятельством, что эта теория еще не исключала возможностей принимать соответствующие гипотезы относительно того, как происходит движение эфира и как на него влияют движущиеся тела. Так, достоинство гипотезы увлечения, выдвинутой

Френелем, состоит в том, что она учитывает оптический принцип относительности постольку, поскольку это относится к величинам первого порядка.

До тех пор пока точность оптических измерений не достигла большого улучшения, необходимого для измерения величин второго порядка, эта теория удовлетворяла всем требованиям эксперимента с одним лишь возможным исключением, которому, как ни странно, было уделено чрезвычайно мало внимания. Если бы, однако, возросшая точность астрономических измерений позволила получить подтверждение того, что, наблюдая затмения спутников Юпитера старым методом Рёмера (см. стр. 92), невозможно обнаружить никакого влияния движения солнечной системы на скорость света, то теория эфира, несомненно, столкнулась бы с проблемой, которая оказалась бы неразрешимой. В самом деле, ясно, что с этим эффектом первого порядка не удалось бы справиться при помощи какой бы то ни было гипотезы относительно увлечения эфира.

Таким образом, мы видим важность экспериментальной задачи измерения зависимости оптических событий от движения Земли с точностью до величин второго порядка. Только решение этой проблемы позволяет установить, выполняется ли оптический принцип относительности строго или только приближенно. В первом случае френелевская теория эфира потерпела бы провал; при этом мы имели бы перед собой новую ситуацию.

Исторически это произошло через 100 лет после Френеля. За этот период теория эфира развивалась в других направлениях. Первоначально предполагалось существование не одного эфира, а целого ряда: оптического, термического, электрического и магнитного эфиров, а возможно, и нескольких еще. Для каждого явления, происходящего в пространстве, изобретался в качестве носителя специальный эфир. Сначала все эти эфиры не имели между собой ничего общего и существовали рядом друг с другом совершенно независимо в одном и том же пространстве. Это положение вещей, разумеется, не могло продолжаться долго. Вскоре были установлены соотношения между явлениями, относящимися к различным областям физики, ранее никак не связанным. Так, наконец, возник эфир как переносчик всех физических явлений, происходящих в пространстве, свободном от вещества. В частности, свет, как было установлено, представляет собой электромагнитный колебательный процесс, а его переносчик (эфир) идентичен со средой, в которой передаются электрические и магнитные силы. Эти открытия дали сильную поддержку теории эфира. Эфир приближался к отождествлению с ньютоновским пространством. Его мыслили находящимся в абсолютном покое и переносящим не только электромагнитные эффекты, но также косвенно порождающим ньютоновские инерциальные и центробежные силы.

Мы переходим к описанию развития этой теории. Процесс в некоторых чертах напоминает разбирательство дела в суде. Эфир играет роль универсального виновника всего; вещественные доказательства накапливаются, катастрофически нарастая, до тех пор, пока в конце концов неопровержимое доказательство алиби — именно опыт Майкельсона и Морли по измерению величин второго порядка и его истолкование Эйнштейном — кладет решительный конец всему делу.

# ГЛАВА V

# ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

## § 1. ЭЛЕКТРО- И МАГНИТОСТАТИКА

Тот факт, что некоторые виды руды — магнетиты — притягивают железо и что натертый янтарь (по гречески — *электрон*) притягивает и удерживает легкие тела, был известен еще древним. Но наука о магнетизме и электричестве представляет собой продукт более поздней эпохи, уже воспитанной Галилеем и Ньютоном в духе умения задавать природе рациональные вопросы с помощью эксперимента.

Основные факты об электрических явлениях, которые нам предстоит кратко охарактеризовать, были установлены около 1600 г. В то время трение было единственным способом вызывать электрические эффекты. Грэй обнаружил (1729 г.), что металлы, если их привести в контакт с телом, предварительно наэлектризованным трением, сами приобретают аналогичные свойства. Он показал, что металлы могут проводить электричество. Это привело к классификации веществ на *проводники* и *непроводники* (*изоляторы*). Как обнаружил Дюфе (1730 г.), действие электричества не всегда оказывается *притяжением* — оно может быть и *отталкиванием*. Чтобы объяснить этот факт, он предположил существование двух сред (теперь мы называем их *положительным* и *отрицательным электричеством*) и установил, что одинаково заряженные тела отталкивают друг друга, а противоположно заряженные — притягивают.

Мы определим понятие *электрического заряда* количественно. В процессе формирования этого определения мы не будем следовать той нередко идущей далекими кружными путями цепочке аргументов, которая исторически привела к законченной формулировке понятий и законов: предпочтительнее выбрать ряд определений и экспериментов, которые позволят наиболее отчетливо выделить логическую структуру.

Представим себе тело $M$, которое как-то наэлектризовано трением. Оно при этом действует на другие наэлектризованные тела, притягивая или отталкивая их. Для изучения этого взаимодействия мы возьмем несколько маленьких пробных тел, скажем шариков, диаметры которых очень малы по сравнению с расстоянием их наименьшего удаления от тела $M$. Когда мы подносим к телу $M$ пробное тело $P$, оно испытывает действие статической силы, имеющей определенную величину и направление. Эту силу можно измерить методами механики, например уравновешивая ее каким-нибудь весом с помощью рычагов или системой нитей на блоках. Таким путем можно сразу установить количественно, что *сила уменьшается с увеличением расстояния PM*.

Возьмем теперь два таких пробных тела $P_1$ и $P_2$, поднесем их по очереди к одной и той же точке в окрестности тела $M$ и измерим в каждом случае силы $K_1$ и $K_2$ по величине и направлению. Исходя из этого опыта, мы примем *соглашение*, что *противоположные силы* следует понимать как силы, направленные вдоль одной и той же прямой и имеющие *противоположные знаки*. Эксперимент показывает, что две такие силы действуют вдоль одного и того же направления, но их величины могут быть различными и иметь различные знаки.

Поместим теперь два наших пробных тела в другую точку вблизи тела $M$ и измерим вновь величины и направления сил $K_1'$ и $K_2'$. Эти силы опять действуют вдоль одного и того же направления, но в общем случае имеют различные величины и различные знаки.

Возьмем теперь отношение $K_1 : K_2$ сил, действующих на пробные тела в первой точке, и отношение $K_1' : K_2'$ сил, действующих во второй точке; оказывается, оба отношения имеют одно и то же значение, которое может быть положительным или отрицательным:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{K_1'}{K_2'}.$$

Из этого результата мы можем сделать следующие выводы:

1. Направление силы, действующей со стороны наэлектризованного тела $M$ на малое пробное тело $P$, не зависит вообще от природы и степени электризации пробного тела; оно зависит лишь от свойств тела $M$.

2. Отношение сил, действующих на два пробных тела, помещаемых по очереди в одну и ту же точку, совершенно не зависит от выбора точки, т. е. от положения, природы и электризации тела $M$. Оно зависит только от свойств пробных тел.

Теперь мы выберем определенное пробное тело, наэлектризованное определенным образом, и примем его заряд в качестве единицы заряда или количества электричества $q$. С помощью этого пробного тела измерим силу, вызываемую телом $M$ в различных точках. Обозначим эту силу через $K_q$. Тогда определяется также направление силы $K$, действующей на любое другое пробное тело $P$. Отношение $K : K_q$ зависит лишь от пробного тела $P$ и определяет отношение $e$ электрического заряда тела $P$ к единице заряда $q$. Последний может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, имеют ли силы $K$ и $K_q$ одно и то же направление или противоположное. Таким образом, для любого расположения пробного тела мы имеем

$$\frac{K}{e}=\frac{K_q}{q}.$$

Отсюда мы приходим к выводу, что $K/e$ зависит только от электрической природы тела $M$. Поэтому отношение

$$\frac{K}{e}=\frac{K_q}{q}$$

стали называть *напряженностью электрического поля* $E$. Эта величина $E$ определяет электрическое взаимодействие тела $M$ с телами в окружающем пространстве, или, как мы обычно говорим, его *электрическое поле*. Из равенства $K/e=E$ следует, что

$$K=eE. \tag{45}$$

Что касается выбора единицы заряда, то ее почти невозможно задать удобным для практики способом с помощью какого-либо рецепта электризации определенного пробного тела; предпочтительнее механическое определение. К такому определению можно прийти следующим путем.

Прежде всего сообщим двум телам одинаковые заряды. Критерий одинаковости зарядов состоит в том, что на эти заряды действует одинаковая сила со стороны третьего тела $M$, когда заряженные тела помещаются в одну и ту же точку в окрестности тела $M$. Такие два тела будут отталкивать друг друга с одной и той же силой. Теперь мы можем условиться, что заряд каждого из этих тел составляет единицу заряда $q$, если тела отталкивают друг друга с единичной силой, будучи удаленными друг от друга на расстояние, равное единице длины. Здесь не делается каких-либо предположений относительно характера зависимости силы от расстояния.

Благодаря этому определению количество электричества или электрический заряд становится измеримой величиной, аналогично тому, как измеримы длина, масса и сила.

Наиболее важный закон о количествах электричества, установленный независимо в 1747 г. Уотсоном и Франклином, состоит в том, что при каждом электрическом процессе всегда образуется эквивалентное количество положительного и отрицательного электричества. Например, если натереть стеклянную палочку кусочком шелка, то она приобретает положительный заряд; точно такой же, но отрицательный заряд приобретает при этом и шелк.

Этот эмпирический факт можно истолковать, предположив, что два вида электризации *не создаются* трением, но *лишь разделяются*. Их можно представить себе как две *жидкости*, которые присутствуют в каждом теле в одинаковых количествах. В ненаэлектризованных, «нейтральных» телах эти жидкости распределены повсюду равномерно, так что их внешние эффекты взаимно уравновешиваются. В наэлектризованных же телах они оказываются разделенными — скажем, некоторая часть положительного электричества перетекает из одного тела в другое; в обратную сторону перетекает эквивалентная часть отрицательного электричества.

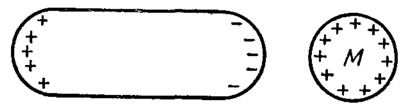
Однако ясно, что достаточно предположить существование *единственной* жидкости, которая могла бы перемещаться независимо от вещества. В этом случае мы должны были бы приписать веществу, свободному от этой жидкости, определенный заряд, скажем положительный, а самой жидкости — противоположный, т. е. отрицательный заряд. Тогда электризация состоит в перетекании отрицательно заряженной жидкости из одного тела в другое. Первое тело при этом становится положительным, поскольку положительный заряд вещества больше уже ничем не компенсируется; другое тело становится отрицательно заряженным, так как оно несет избыток отрицательно заряженной жидкости.

Борьба между сторонниками двух гипотез — одножидкостной и двухжидкостной — продолжалась довольно долгое время и, конечно, велась впустую, оставаясь бесцельной до тех пор, пока судьбу этих теорий не решило открытие новых экспериментальных фактов. Мы не будем углубляться дальше в эти споры и укажем лишь кратко, что в конце концов в поведении двух видов электричества были обнаружены характерные различия; они указывали, что положительная электризация на самом деле всегда неразрывно связана с веществом, тогда как отрицательная электризация передается от тела к телу более или менее свободно. Это представление остается общепринятым и в наши дни. Мы еще вернемся к этому обстоятельству позднее, обсуждая теорию электронов.

Другим спорным пунктом оказался вопрос о том, как электрические силы притяжения и отталкивания передаются в пространстве. Первые десятилетия электрических исследований относятся еще к времени, предшествующему разработке ньютоновской теории тяготения. Тогда действие на расстоянии казалось немыслимым. Считалось обязательным выполнение метафизических теорем (например, о том, что материя может действовать только в тех точках, где она присутствует), а для объяснения электрических сил выдвигались противоречивые гипотезы, например что из заряженных тел истекают некоторые эманации, которые оказывают давление, всасываясь в другие тела, и ряд других подобных предположений. Но после установления ньютоновской теории гравитации идея силы, действующей прямо на расстоянии, постепенно перешла в привычную манеру мышления. Ибо, вне всякого сомнения, лишь укоренившейся привычкой можно объяснить тот факт, что иногда глубоко овладевшая умами идея начинает восприниматься как непререкаемый принцип, предопределяющий всякое объяснение. Именно поэтому метафизические суждения, нередко облачившись в тогу философского критицизма, с такой легкостью начинают выдавать какой-либо правильный или просто принятый принцип объяснения за абсолютную логическую необходимость, отрицая саму возможность того, что можно представить себе и нечто противоположное этому принципу. К счастью, прогрессивная эмпирическая наука, как правило, не принимает этого слишком серьезно и, когда того требуют новые факты, нередко возвращается к идеям, ранее уже отвергнутым. Развитие представлений об электрических и магнитных силах дает пример подобного круговорота теорий. Первой родилась теория близкодействия, базировавшаяся на метафизической основе, затем — теория действия на расстоянии, исходившая из ньютоновской модели. Наконец, последняя вновь превратилась благодаря открытию новых фактов в общую теорию близкодействия. Эти колебания — не свидетельство слабости, ибо самое существенное содержание теорий составляют не сопоставляемые этим теориям картины, а эмпирические факты и связывающие их концепционные соотношения. И если проследить за последними, то мы увидим не колебания, а лишь непрерывное развитие, полное внутренней логической последовательности. Мы можем с полным правом пропустить первые теоретические попытки доньютоновских времен, так как тогда фактические сведения были слишком неполными для того, чтобы образовать действительно плодотворную исходную базу. Но возникновение теории действия на расстоянии в ньютоновской механике уже вполне надежно основано на фактах наблюдений. Исследования, располагавшие лишь экспериментальными средствами XVIII в., с необходимостью должны были приводить к выводу, что электрические и магнитные силы действуют на расстоянии подобно гравитации. Даже в наши дни с точки зрения глубоко разработанных теорий близкодействия Фарадея и Максвелла допустимо представлять электро- и магнитостатические силы в форме действия на расстоянии; при правильном использовании эти представления приводят к правильным результатам.

Идея о том, что электрические силы действуют подобно гравитации на расстоянии, была впервые высказана Эпинусом

(1759 г.). Его попытка установить правильный закон зависимости электрического действия от расстояния не была успешной, однако ему удалось качественно объяснить явление электростатической индукции. Это явление состоит в том, что заряженное тело притягивает не только другие заряженные тела, но и незаряженные, в том числе и проводящие тела: заряженное тело $M$ наводит на ближайшей к нему стороне нейтрального проводящего тела заряд противоположного знака, а на удаленной стороне собирается одновременно заряд того же знака, что и у тела $M$ (фиг. 78). При этом притяжение перевешивает отталкивание, поскольку силы уменьшаются с увеличением расстояния между зарядами.




Фиг. 78. Электростатическая индукция.

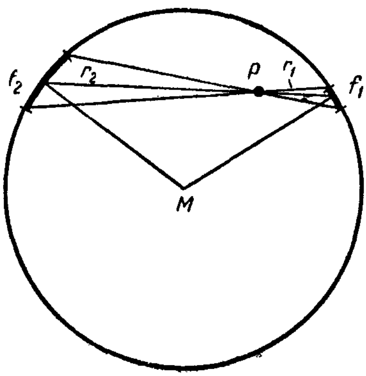
Заряженное тело $M$ наводит заряды на ранее нейтральном теле.

Точный закон уменьшения силы с расстоянием был предположительно впервые установлен Пристли (он открыл и кислород в 1767 г.). Пристли установил этот закон оригинальным косвенным путем, который, однако, оказался более плодотворным, чем прямое измерение. Независимо от него тот же закон вывел из аналогичных соображений Кавендиш (1771 г.). Однако этот закон был назван по имени физика, первым доказавшего его непосредственно с помощью прямых измерений сил, — Кулона (1785 г.).

Пристли и Кавендиш рассуждали примерно следующим образом: если проводнику сообщить электрический заряд, то этот заряд не может оставаться в равновесии внутри проводящего вещества, так как электрические частицы одного и того же знака отталкивают друг друга. Гораздо вероятнее, что эти частицы разбегутся к внешней поверхности проводника, на которой и распределятся определенным образом так, чтобы достичь равновесного состояния. Но эксперимент со всей определенностью показывает, что внутри пространства, ограниченного со всех сторон металлическими стенками, не существует электрического поля, как бы сильно ни была заряжена ограничивающая это пространство поверхность. Заряды на внешней поверхности, ограничивающей пустое пространство, должны поэтому распределяться так, чтобы сила, действующая в каждой точке внутри, была равна нулю. Так, в частности, если пустое пространство имеет форму сферы, то заряд из соображений симметрии может распределиться только равномерно по всей поверхности. Если $\rho$ — заряд на единицу поверхности (плотность заряда), то количество электричества на двух частях поверхности $f_1$ и $f_2$ составляет соответственно $\rho f_1$ и $\rho f_2$. Сила, с которой участок поверхности $f_1$ действует на пробное тело $P$, помещенное внутри сферы и несущее заряд $e$, равна тогда

$$K_1 = \frac{e\rho f_1}{q^2} R_1,$$

где $R_1$ — сила, возникающая между двумя единичными зарядами $q$, помещенными в точках $P$ и $f_1$, и каким-то образом зависящая от расстояния $r_1$ между точками $P$ и $f_1$. Далее, соответственно каждому участку $f_1$ существует противоположный ему участок $f_2$, который можно построить, соединяя все точки, ограничивающие участок $f_1$, с точкой $P$ и продолжая эти отрезки через $P$ далее до пересечения с противоположной частью сферы. Две площади $f_1$ и $f_2$ вырезаются, таким образом, на поверхности сферы одним и тем же двойным конусом с вершиной в точке $P$ (фиг. 79) так, что углы между ними и осью двойного конуса равны между собой. Следовательно, площади $f_1$ и $f_2$ относятся друг к другу как квадраты их расстояний от точки $P$



Фиг. 79. Вывод закона Кулона.

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Заряд $\rho f_2$, находящийся на участке $f_2$, действует на точку $P$ с силой

$$K_2 = \frac{e\rho f_2}{q^2} R_2,$$

где $R_2$ зависит от $r_2$ определенным образом; $K_2$, разумеется, направлена противоположно $K_1$. Невольно напрашивается мысль, что все силы, действующие на точку $P$, могут в точности нейтрализовать друг друга только в том случае, когда силы, обусловленные двумя противоположными частями поверхности сферы, в точности уравновешивают друг друга, т. е. когда $K_1 = K_2$. Это вполне возможно обосновать, что, однако, увело бы нас слишком далеко. Если принять это на веру, то отсюда сразу следует, что $f_1 R_1 = f_2 R_2$, или

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Следовательно,

$$R_1 r_1^2 = R_2 r_2^2 = C,$$

где $C$ — величина, не зависящая от расстояния $r$. Тем самым определяются $R_1$ и $R_2$, именно:

$$R_1 = \frac{C}{r_1^2}, \qquad R_2 = \frac{C}{r_2^2}.$$

Итак, в общем случае сила $R$, действующая между двумя единичными зарядами, разделенными расстоянием $r$, должна составлять $R = C/r^2$, а сила $K$ между двумя зарядами $e_1$ и $e_2$ на том же расстоянии $r$ составляет величину

$$K = \frac{C}{r^2}\frac{e_1 e_2}{q^2}.$$

В соответствии с условием, принятым выше относительно единицы электрического заряда, мы должны положить

$$C = 1 \times \text{единица силы} \times (\text{единица длины})^2;$$

тогда размерность заряда определяется из соотношения $C = g^2$. Но если, как мы условились, сила, действующая между двумя единичными зарядами, расположенными друг от друга на единичном расстоянии, должна быть равна единице силы, то сила, с которой действуют друг на друга два тела, несущие заряды $e_1$ и $e_2$ и разделенные расстоянием $r$, будет равна

$$K = \frac{e_1 e_2}{r^2}. \qquad (46)$$

В этом состоит *закон Кулона*. Формулируя его, мы предполагаем, разумеется, что даже самые большие диаметры заряженных тел значительно меньше расстояний, разделяющих такие тела. Смысл этого ограничения состоит в том, что мы должны оперировать, как и в случае гравитации, с идеализированным элементарным законом. Для того чтобы вычислить действие друг на друга тел конечной протяженности, нужно рассмотреть разделение электричества, присутствующего в таких телах, на малые части, затем подсчитать действие всех частиц одного тела на все частицы другого тела попарно, а затем просуммировать все эти действия.

Формула (46) определяет размерность количества электричества, так как в случае отталкивания одинаковых зарядов $e^2/r^2 = K$, т. е. $e = r\sqrt{K}$, откуда

$$[e] = [l\sqrt{K}] = \left[l\sqrt{\frac{ml}{t^2}}\right] = \left[\frac{l}{t}\sqrt{ml}\right].$$

Это одновременно задает и единицу заряда в системе CGS; ее следует записывать как

$$см\sqrt{г \cdot см}/сек.$$

Электрическая напряженность поля $E$, определяемая соотношением (45), $K = eE$, имеет размерность

$$[E] = \left[\frac{K}{e}\right] = \left[\frac{K}{l\sqrt{K}}\right] = \left[\frac{\sqrt{K}}{l}\right] = \left[\frac{\sqrt{ml}}{lt}\right] = \left[\frac{1}{t}\sqrt{\frac{m}{l}}\right],$$

а ее единица равна

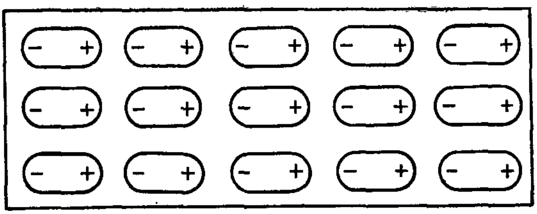
$$\frac{1}{сек}\sqrt{\frac{г}{см}}.$$

С установлением закона Кулона электростатика стала математической наукой. Наиболее важная задача этой науки состоит в следующем: по данному полному количеству электричества на проводящих телах вычислить распределение зарядов на этих телах, образующееся под влиянием взаимных действий зарядов, а также силы, обусловленные этими зарядами. Разработка этой математической проблемы интересна в том смысле, что ее исходная формулировка, основанная на действии на расстоянии, очень скоро изменилась и перешла в теорию псевдоблизкодействия: именно вместо суммирования кулоновских сил вскоре были получены дифференциальные уравнения, в которых напряженность поля $E$ или связанная с ней величина, называемая потенциалом, играла роль неизвестного. Мы, однако, не можем обсуждать эти чисто математические вопросы более детально; упомянем лишь имена Лапласа (1782 г.), Пуассона (1813 г.), Грина (1828 г.) и Гаусса (1840 г.), сыгравших выдающуюся роль в решении этой проблемы. Подчеркнем только одно обстоятельство. При этом подходе к электростатике, называемом обычно теорией потенциала, мы имеем дело не с истинной теорией близкодействия в том смысле, в каком мы употребляли это выражение выше (гл. IV, § 6, стр. 108), ибо дифференциальные уравнения описывают только изменение поля от точки к точке и не содержат членов, описывающих изменения во времени. Поэтому они не позволяют проследить передачу электрической силы с конечной скоростью, но, несмотря на свою дифференциальную форму, представляют мгновенное действие на расстоянии.

Теория магнетизма развивалась тем же путем, что и электростатика. Поэтому мы можем сказать о ней совсем кратко.

Ромбовидное намагниченное тело — *магнитная игла* — имеет два *полюса*, т. е. две точки, из которых магнитная сила как бы начинает свое действие. Имеет место закон, согласно которому одинаковые полюсы отталкивают, а противоположные — притягивают друг друга. Если магнит разломить пополам, то две части не несут противоположных магнитных зарядов, но каждая обнаруживает новый полюс вблизи образовавшейся поверхности и вновь оказывается полным магнитом с двумя одинаковыми и противоположно заряженными полюсами. Это верно независимо от того, на сколько частей разламывается магнит.

Отсюда был сделан вывод, что существует, вне всякого сомнения, два вида магнетизма, как и в случае электричества, с той лишь разницей, что они не могут свободно перемещаться и присутствуют в минимальных количествах вещества — молекулах— в равных долях. Таким образом, каждая молекула сама по себе является маленьким магнитом с северным и южным полюсами (фиг. 80). В ненамагниченном теле все элементарные магниты пребывают в полном хаосе. Намагничивание заключается в том, чтобы придать им одно и то же направление. При этом влияние всех северных (+) и южных (—) полюсов взаимно уравновешивается везде, кроме двух крайних границ тела,



Фиг. 80. Намагниченное тело, состоящее из элементарных магнитов.

которые благодаря этому и представляются нам источниками магнитных эффектов.

Взяв очень длинную, тонкую намагниченную иглу, можно быть уверенным, что в окрестности одного из полюсов сила действия противоположного полюса становится пренебрежимо малой. Таким образом, в случае магнетизма мы также можем оперировать пробными телами, именно полюсами очень длинных, тонких намагниченных стержней. Они позволяют осуществлять те же измерения, которые мы уже обсудили в случае электричества. На этом пути мы успешно определяем количество магнетизма, или *силу полюса* $p$, *и магнитную напряженность поля* $H$. Магнитная сила, с которой на полюс $p$ действует поле $H$, равна

$$K = pH.$$

Единицу, в которой измеряется сила полюса, выбирают так, что два единичных полюса на единичном расстоянии друг от друга действуют друг на друга с единичной силой. Закон изменения силы, действующей между двумя полюсами $p_1$ и $p_2$, в зависимости от расстояния также был установлен Кулоном посредством прямых измерений. Как и ньютоновский закон тяготения, он имеет вид

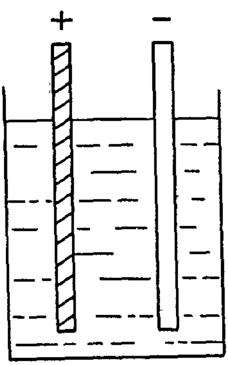
$$K = \frac{p_1 p_2}{r^2}. \qquad (46a)$$

Очевидно, размерности магнитных величин совпадают с размерностями соответствующих электрических, и их единицы в системе CGS имеют те же обозначения.

Математическая теория магнетизма строится почти параллельно теории электричества. Наиболее важное различие между ними состоит в том, что магнетизм всегда связан с молекулами и что измеримые накопления, обусловливающие образование полюсов в случае конечных магнитов, возникают лишь благодаря суммированию по молекулам, ориентированным в одном и том же направлении. Разделить два вида магнетизма и сделать тело, имеющее, например, только северный полюс, невозможно.

## § 2. ВОЛЬТАИЧЕСКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И ЭЛЕКТРОЛИЗ

Открытие так называемого контактного электричества, принадлежащее Гальвани (1780 г.) и Вольта (1792 г.), настолько хорошо известно, что мы можем здесь не останавливаться на нем. Как ни интересны опыты Гальвани с лапками лягушек и последующая дискуссия о происхождении электрических зарядов, в этой книге мы более заинтересованы в формулировании понятий и законов. Поэтому мы лишь перескажем факты.




Фиг. 81. Гальванический элемент.

Если две пластинки из различных металлов погрузить в раствор (фиг. 81) (например, медную и цинковую пластинки в раствор серной кислоты), металл обнаруживает электрические заряды, которые имеют в точности те же свойства, что и заряды, полученные трением. Согласно фундаментальному закону электричества, заряды обоих знаков возникают в металлах (полюсах) в одинаковых количествах. Система, состоящая из раствора и металлических пластинок и называемая *гальваническим элементом*, или элементом Вольта, обладает свойством разделять два вида электричества. Но замечательно то, что эта способность, очевидно, неисчерпаема, ибо если полюса соединить проводником так, чтобы заряды, перемещаясь по нему, могли нейтрализовать друг друга, то на полюсах вновь появятся заряды сразу, как только проводник будет устранен. Такой элемент сохраняет свою способность служить источником электричества все время, пока проволочное соединение остается замкнутым. Таким образом, в этом случае должен иметь место постоянный поток электричества. Как построить детальную картину этого процесса, зависит от того, какая из двух (одножидкостная или двухжидкостная) теорий берется за основу. В первом случае существует один ток, во втором — два противоположно направленных тока, каждый из которых состоит из жидкости одного рода.

Далее, *электрический ток* проявляет свое существование в форме весьма определенных эффектов. Прежде всего он нагревает соединяющую проволоку. Каждый из нас знает это по металлическим нитям в электрических лампах. Итак, электрический ток непрерывно создает тепловую энергию. Откуда гальванический элемент черпает свою способность непрерывно создавать электричество и тем самым косвенно создавать тепло? Согласно закону сохранения энергии, где бы ни выделялась энергия одного вида в течение какого-либо процесса, энергия другого вида должна поглощаться в соответствующем количестве.

Источником энергии служит химический процесс, происходящий в элементе. При протекании тока один из металлических электродов непрерывно растворяется; в то же время один из компонентов раствора выделяется на другом электроде. В самом растворе могут происходить сложные химические процессы. Нам незачем останавливаться на них; удовлетворимся фактом, что гальванические элементы позволяют создавать электричество в неограниченных количествах и производить большие электрические токи.

Мы должны, однако, рассмотреть теперь обратный процесс, при котором электрический ток вызывает химическое разложение. Например, если при помощи двух не поддающихся химическому разрушению проволок (*электродов*), сделанных, скажем, из платины, пропускать электрический ток через слегка подкисленную воду, то последняя разделяется на составляющие ее элементы: водород и кислород, причем водород выделяется на отрицательном электроде (*катоде*), а кислород — на положительном электроде (*аноде*). Количественные законы этого процесса — «*электролиза*», — открытого Никольсоном и Карлейлем (1800 г.), были установлены Фарадеем (1832 г.). Далеко идущие последствия изысканий Фарадея для наших знаний о строении вещества хорошо известны. Однако обсудить его исследования нас вынуждают не эти последствия сами по себе, а тот факт, что законы Фарадея дали средство для точных измерений электрического тока и, таким образом, позволили завершить построение электромагнитной теории.

Описанный нами сейчас эксперимент по электролитической диссоциации можно осуществить не только с помощью тока, полученного от гальванического элемента, но с тем же успехом с помощью тока, происходящего при разряде, имеющем место, когда два противоположно заряженных металлических тела соединяются проводником. Необходимо позаботиться, чтобы количества электричества, используемого при разрядах, были достаточно велики. Имеются устройства для накапливания электричества — так называемые *конденсаторы*, — действие которых основано на принципе индукции. Они позволяют получать столь мощные разряды, что в электролитическом элементе образуются измеримые количества разложенных веществ. Количество заряда, протекающего через элемент, можно измерить электростатическими методами, описанными выше. Фарадей установил закон, согласно которому вдвое больший заряд производит вдвое больше продуктов диссоциации, втрое больший заряд — втрое большее количество их, короче — закон, согласно которому количество $m$ диссоциировавшего вещества (или одного из продуктов диссоциации) пропорционально количеству электричества $e$, прошедшего через элемент:

$$Cm = e.$$

Постоянная $C$ зависит от природы веществ и характера химической реакции. Эта зависимость определяется вторым законом Фарадея. Известно, что при образовании сложных веществ химические элементы соединяются в совершенно точных пропорциях. Количество элемента, которое соединяется с 1 *г* самого легкого элемента — водорода, называют *эквивалентным весом*. Например, в воде ($H_2O$) 8 *г* кислорода (O) соединены с 1 *г* водорода (H); следовательно, эквивалентный вес кислорода составляет 8 *г*. Так вот, закон Фарадея утверждает, что то же самое количество электричества, которое позволяет выделить 1 *г* водорода, выделяет эквивалентный вес и любого другого элемента, например 8 *г* кислорода.

Поэтому постоянную $C$ необходимо знать только для водорода, а ее значение для любого другого вещества мы получаем делением ее на эквивалентный вес вещества. Для водорода, эквивалентный вес которого $\mu_0 = 1$ *г*, имеем

$$C_0\mu_0 = e,$$

для любого другого вещества с эквивалентным весом $\mu$ —

$$C\mu = e.$$

Деля эти уравнения одно на другое, мы получаем

$$\frac{C\mu}{C_0\mu_0}=1, \quad \text{т. е.} \quad C=C_0\frac{\mu_0}{\mu}.$$

Таким образом, $C_0\mu_0 = C_0 \times 1$ *г* составляет точное количество электричества, позволяющее выделить 1 *г* водорода. Численное значение постоянной $C_0$ было установлено точными измерениями; в системе CGS оно составляет

$$C_0 = 2{,}90 \cdot 10^{14} \text{ ед. заряда/г}. \tag{47}$$

Теперь мы можем скомбинировать два закона Фарадея в одной формуле

$$e = C_0\frac{\mu_0}{\mu}m. \tag{48}$$

Итак, электролитическая диссоциация предоставляет нам чрезвычайно удобный способ измерения количества электричества $e$, прошедшего через элемент при разряде. Нужно лишь определить массу $m$ продукта разложения, имеющего эквивалентный вес $\mu$, и мы сразу получаем искомое количество электричества из формулы (48). При этом, разумеется, никакой роли не играет вопрос, получено ли это электричество от разряда заряженных проводников (конденсаторов) или от гальванического элемента. В последнем случае электрический ток течет непрерывно с постоянной силой; это значит, что за время $t$ через любое сечение проводящей цепи и, следовательно, через элемент, в котором происходит разложение, протекает заряд $e = J \times t$. Входящая в это выражение величина

$$J = \frac{e}{t} = C_0\frac{\mu_0}{\mu}\frac{m}{t} \tag{49}$$

называется интенсивностью тока, или *силой тока*, ибо она определяет меру того, сколько электрического заряда протекает через поперечное сечение проводника в единицу времени. Ее размерность

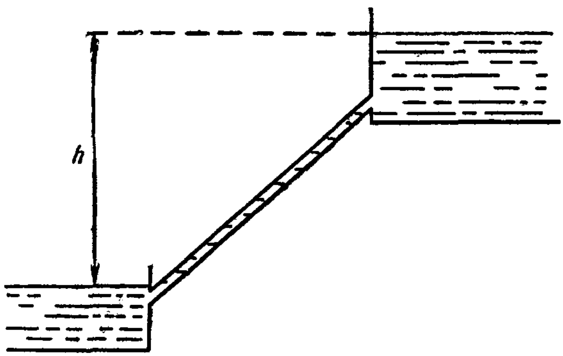
$$[J]=\left[\frac{e}{t}\right]=\left[\frac{l}{t}\sqrt{K}\right]=\left[\frac{l}{t^2}\sqrt{ml}\right],$$

а ее единица —

$$\frac{\text{см}\sqrt{\text{г}\cdot\text{см}}}{\text{сек}^2}.$$

## § 3. СОПРОТИВЛЕНИЕ И ТЕПЛОВОЙ ЭФФЕКТ ТОКА

Следующим мы должны рассмотреть сам процесс электрической проводимости. Стало традиционным сравнивать электрический ток с потоком воды в трубке и применять используемые для потока жидкости понятия к электрическому процессу. Для того чтобы в трубке текла вода, на нее должна действовать какая-то движущая сила. Когда вода перетекает из выше расположенного сосуда через наклонную трубку в сосуд, расположенный ниже, этой движущей силой служит гравитация (фиг. 82). Такой поток тем сильнее, чем выше верхний уровень воды по сравнению с нижним. Но скорость потока воды, или его сила тока, зависит не только от сил, создаваемых гравитацией, но и от сопротивления течению, которое испытывает вода в проводящей трубке. Если эта трубка длинная и узкая, то




Фиг. 82. Сила тока воды пропорциональна разности потенциалов $V$ и, следовательно, разности высот $h$ двух уровней.

количество воды, протекающее через нее в единицу времени, меньше, чем когда трубка широкая и короткая. Сила тока $J$, таким образом, пропорциональна разности $V$ потенциальных энергий, движущей воду (пропорциональна разности уровней $h$; см. стр. 53). Кроме того, сила тока обратно пропорциональна *сопротивлению* $W$. Положим,

$$J = \frac{V}{W}, \quad \text{или} \quad JW = V, \tag{50}$$

где единица сопротивления выбрана так, что одна единица тока протекает через трубку при разности уровней, равной одной единице высоты.

Ом (1826 г.) применил аналогичные идеи к электрическому току. Разность уровней, вызывающая поток воды, соответствует электрической силе. Мы определяем знак тока как положительный, если он течет от положительного к отрицательному полюсу. Для конкретного куска проволоки длиной $l$ мы должны положить $V = El$, где $E$ — напряженность поля, которая считается постоянной по всей длине проволоки. В самом деле, если постоянное электрическое поле существует на более длинном отрезке проволоки, то общий импульс, который оно передает протекающему электрическому току, должен быть больше. Силу $V$ называют также *электродвижущей силой*, или *разностью потенциалов* (уровней). Более того, это понятие эквивалентно понятию электрического потенциала, о котором мы упоминали выше (стр. 152).

Поскольку сила тока $J$ и напряженность электрического поля $E$, а следовательно, и разность потенциалов, или электродвижущая сила $V = El$, представляют собой измеримые величины, то пропорциональность между $J$ и $V$, выраженная в законе Ома, доступна экспериментальной проверке.

Сопротивление $W$ зависит от материала и формы проводящей проволоки: чем длиннее и тоньше она, тем больше $W$. Если длина проволоки равна $l$, а величина ее поперечного сечения равна $f$, то $W$ прямо пропорционально $l$ и обратно пропорционально $f$. Положим,

$$\sigma W = \frac{l}{f}, \quad \text{или} \quad W = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{f}, \tag{51}$$

где коэффициент пропорциональности $\sigma$ зависит только от материала, из которого сделана проволока, и называется *проводимостью*.

Если в формулу (50) подставить $W$ из (51) и $V = El$, то мы получим

$$JW = J\frac{l}{f\sigma} = V = El.$$

Сокращая $l$, имеем

$$\frac{J}{f\sigma} = E, \quad \text{или} \quad \frac{J}{f} = \sigma E.$$

Но $J/f$ — это сила тока через единичное поперечное сечение. Поэтому ее называют *плотностью тока* и обозначают через $j$. Таким образом,

$$j = \sigma E. \tag{52}$$

В этой форме закон Ома содержит только одну постоянную, величина которой зависит от свойств проводящего материала, именно от его проводимости. Но теперь он ни в какой мере не зависит от формы или размеров проводящего тела (проволоки).

В случае изоляторов $\sigma = 0$. Но идеальных изоляторов не существует. Всегда присутствуют хотя бы очень малые следы проводимости (за исключением случая абсолютного вакуума). Существует непрерывная последовательность, от плохих проводников (таких, как фарфор или янтарь) до металлов, имеющих чрезвычайно высокую проводимость.

Мы уже указывали, что ток нагревает проводящую проволоку. Количественный закон этого явления был установлен Джоулем (1841 г.). Этот закон, очевидно, представляет собой частный случай закона сохранения энергии: в этом случае электрическая энергия превращается в тепло. Закон Джоуля утверждает, что тепло, выделяемое в единицу времени током $J$, протекающим между разностью потенциалов $V$, составляет

$$Q = JV, \tag{53}$$

где $Q$ измеряется не в калориях, а в механических единицах работы. В дальнейшем мы не будем использовать эту формулу: здесь она приведена лишь ради полноты.

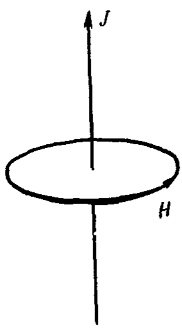
## § 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Вплоть до начала XIX в. на электричество и магнетизм смотрели как на две области явлений, в некоторых отношениях сходные, но совершенно отдельные и независимые. Поиски моста, соединяющего эти две области, велись очень напряженно, однако в течение долгого времени были безуспешными. Наконец Эрстед (1820 г.) обнаружил, что магнитная игла отклоняется электрическими токами. В том же году Био и Савар открыли количественный закон этого явления, а Лаплас сформулировал его в терминах действия на расстоянии. Этот закон чрезвычайно важен для нас по той причине, что в него входит константа, несколько таинственная для электромагнетизма и имеющая природу скорости, которая в дальнейшем оказалась идентичной скорости света.

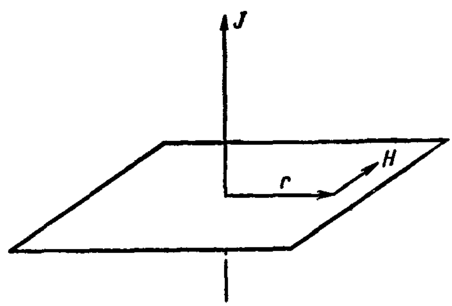
Био и Савар установили, что ток, протекающий по прямому проводу, не притягивает и не отталкивает магнитный полюс, но стремится поворачивать его по окружности вокруг проволоки (фиг. 83) так, чтобы положительный полюс двигался вместе с буравчиком, имеющим правую резьбу и ввинчиваемым снизу (против часовой стрелки) по направлению (положительному) тока. Количественный закон этого явления можно получить в простейшей форме, предположив, что проводящая проволока разделена на ряд коротких отрезков длиной $l$, и записывая эффект каждого из этих элементов тока. Общий эффект полного тока получается отсюда с помощью суммирования. Мы сформулируем закон для элемента тока только в частном случае, когда магнитный полюс лежит в плоскости, проходящей через среднюю часть элемента и перпендикулярной направлению тока (фиг. 84). В этом случае сила, действующая на магнитный полюс единичной величины, т. е. магнитная напряженность поля $H$ во взятой нами плоскости, перпендикулярна к линии, соединяющей полюс с осью элемента тока, пропорциональна силе тока $J$ и длине элемента $l$ и обратно пропорциональна квадрату расстояния $r$:

$$cH = \frac{Jl}{r^2}. \qquad (54)$$

Внешне эта формула опять-таки обнаруживает сходство с ньютоновским законом тяготения или кулоновским законом электро- и магнитостатики; тем не менее электромагнитная сила имеет совершенно иной характер, ибо действует не в направлении линии, соединяющей полюс с элементом тока, а перпендикулярно к ней. Три направления $J$, $r$, $H$ попарно перпендикулярны друг другу. Отсюда видно, что электродинамические




Фиг. 83. Магнитное поле $H$, окружающее ток $J$.




Фиг. 84. Направление $H$ перпендикулярно направлениям тока $J$ и радиус-вектора $r$.

эффекты коренным образом связаны со структурой евклидова пространства; в определенном смысле они предоставляют нам естественную прямоугольную систему координат.

Коэффициент пропорциональности $c$, входящий в формулу (54), полностью определен, так как расстояние $r$, сила тока $J$ и магнитное поле $H$ — измеримые величины. Эта постоянная, очевидно, представляет собой силу такого тока, который, протекая через отрезок проводника единичной длины, создает единичное магнитное поле на единичном расстоянии от проводника. Стало общепринятым и часто более удобным вместо единицы тока, введенной нами (именно количества статического электричества, протекающего через поперечное сечение в единицу времени и называемого электростатической единицей), применять в качестве единицы этот ток силой $c$ (в электростатических мерах); по этой причине его называют электромагнитной единицей тока. Использование этой единицы имеет то преимущество, что формула (54) принимает простой вид

$H = Jl/r^2$, или $J = Hr^2/l$, так что измерение силы тока сводится к измерению двух длин и магнитного поля. Большинство практических приборов для измерения токов основано на отклонении магнитов токами, или наоборот, поэтому дают силу тока в электромагнитных единицах. Для того чтобы выразить ее в электростатических единицах тока, которые были введены первыми, нужно знать константу $c$; но для этого нужно всего одно измерение.

Прежде чем говорить об экспериментальном определении величины $c$, проделаем небольшой экскурс в ее природу с помощью простого анализа размерностей. Согласно формуле (54), величина $c$ определяется как $c = Jl/Hr^2$. Далее для размерностей выполняются следующие соотношения:

$$[J] = \left[\frac{e}{t}\right], \quad [H] = \left[\frac{p}{l^2}\right];$$

таким образом, размерность $c$ приобретает вид

$$[c] = \left[\frac{el}{pt}\right].$$

Но мы знаем, что электрический заряд $e$ и сила магнитного полюса $p$ имеют одну и ту же размерность благодаря тому, что закон Кулона для электрической и магнитной сил один и тот же. Отсюда получаем

$$[c] = \left[\frac{l}{t}\right],$$

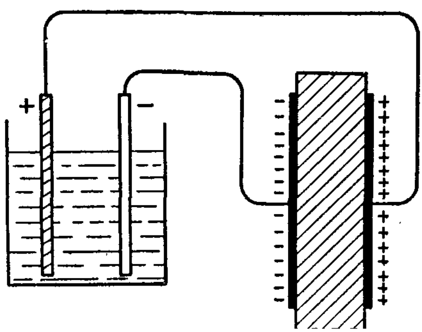
т. е. $c$ имеет размерность скорости.

Первые точные измерения $c$ были осуществлены Вебером и Кольраушем (1856 г.). Их опыты принадлежат к числу наиболее памятных достижений точного физического измерения, и не только ввиду их трудности, но также ввиду далеко идущих последствий, которые вызвал полученный ими результат. *Ибо значение, полученное для $c$, составляет* $3 \cdot 10^{10}$ *см/сек, что в точности совпадает со скоростью света.*

Это совпадение не может быть случайным. Большое число мыслителей, в том числе сам Вебер и многие другие математики и физики, сознавали тесную взаимосвязь, которую число $c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек* установило между двумя великими царствами науки, и искали путь к открытию моста, который соединил бы электромагнетизм и оптику. Эти поиски завершил Максвелл после того, как разработанные Фарадеем замечательные и простые методы эксперимента пролили свет на новые факты и породили новые воззрения. Мы продолжим рассмотрение этих достижений.

## § 5. ФАРАДЕЕВЫ СИЛОВЫЕ ЛИНИИ

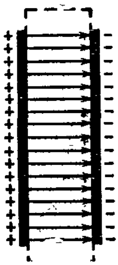
Фарадей вышел не из какой-либо ученой академии: его ум не отягчали традиционные идеи и теории. Головокружительный взлет Фарадея от подмастерья переплетной мастерской до всемирно известного ученого, ведущего физические исследования в Королевском институте в Лондоне, общеизвестен. Мир его идей, сложившийся прямо и исключительно на базе его собственного богатейшего экспериментального опыта, был так же свободен от общепринятых рамок, как и сама его жизнь. Мы уже обсудили исследования Фарадея по электролитической диссоциации. Его стиль — испробовать все вообразимое в экспериментальных условиях — привел его в 1837 г. к мысли поместить между двумя металлическими пластинами (электродами) электролитического элемента не проводящие ток вещества, вроде керосина и скипидара, вместо электропроводных жидкостей (кислот или растворов солей). Оказалось, что эти непроводящие вещества не диссоциируют, но тем не менее оказывают влияние на электрический процесс: заряжаясь от батареи элементов до определенной разности потенциалов, две металлические пластины приобретают различные заряды в зависимости от того, какое вещество находится между ними (фиг. 85). Таким образом, непроводящее вещество влияет на способность накапливать электричество, или *емкость*, системы проводников, состоящей из двух пластин и называемой *конденсатором*.



Фиг. 85. Конденсатор, заряжаемый гальваническим элементом.

Это открытие произвело на Фарадея такое впечатление, что, начиная с этого момента, он отказался от идеи обоснования электростатики, исходя из прямого взаимодействия электрических зарядов на расстоянии, и построил новую оригинальную интерпретацию электрических и магнитных явлений — теорию близкодействия. Из описанного нами опыта Фарадей почерпнул убеждение в том, что заряды на двух металлических пластинах не просто действуют друг на друга через разделяющее их пространство, но что природа последнего играет существенную роль в механизме взаимодействия. Отсюда он сделал вывод, что действие в этой среде распространяется от точки к точке и, следовательно, представляет собой контактное взаимодействие или близкодействие.

Мы знакомы с близкодействием упругих сил в деформируемых жестких телах. Фарадей, всегда ставивший во главу угла эмпирические факты, разумеется, сопоставил электрическое близкодействие в изоляторах с упругими натяжениями, но он предусмотрительно не стал применять законы последних к электрическим явлениям. Он пользовался графическим представлением «силовых линий», идущих в направлении электрического поля от положительных зарядов сквозь изолятор к отрицательным зарядам. В случае плоского конденсатора силовые линии представляют собой прямые, перпендикулярные плоскостям пластин (фиг. 86). Фарадей рассматривал силовые линии как истинную основу электрических явлений: они для Фарадея были действительными материальными конфигурациями, которые двигаются, деформируются и тем самым производят электрические эффекты. Заряды же, по Фарадею, играют подчиненную роль как места, в которых силовые линии начинаются или заканчиваются. В этом мнении утвердили его и эксперименты, доказавшие, что в проводниках весь электрический заряд распределяется на поверхности, тогда как внутренняя часть остается свободной от зарядов. В качестве драматического доказательства этой точки зрения он построил большую клетку, обитую металлом со всех сторон. Он влез в нее с чувствительными электрическими приборами. Затем на клетку был наведен большой электрический заряд; Фарадей доказал, что внутри нельзя обнаружить даже самого слабого влияния заряда. Мы использовали этот факт раньше (гл. V, § 1) при выводе кулоновского закона дальнодействия. Фарадей же сделал отсюда вывод о том, что заряд не является первичным элементом электрических явлений и его нельзя представлять себе как жидкость, обладающую способностью вызывать силы на расстоянии. Наоборот, первичным элементом является состояние напряженности электрического поля в изоляторах, описываемое картиной силовых линий. Проводники представляют собой в определенном смысле дыры в электрическом поле, а заряды на них — лишь фикции, созданные для того, чтобы объяснить давление и напряжение, возникающие вследствие натяжений поля как действий на расстоянии. В число непроводников, или диэлектрических веществ, входит и *вакуум* — *эфир,* который мы встречаем здесь уже в новой форме.



Фиг. 86. Силовые линии в конденсаторе.

Это странное воззрение Фарадея вначале не получило признания среди физиков и математиков его времени. Представление о дальнодействии не поколебалось: дальнодействие оказалось возможным даже при учете «диэлектрического» взаимодействия непроводников, открытого Фарадеем. Закон Кулона необходимо было лишь слегка изменить: каждому непроводнику была приписана особая величина $\varepsilon$ — его *диэлектрическая постоянная*, определяемая тем фактом, что сила, действующая между двумя зарядами $e_1$ и $e_2$, помещенными в непроводник, в отношении $1:\varepsilon$ меньше, чем сила, действующая между ними *в вакууме*:

$$K = \frac{1}{\varepsilon} \frac{e_1 e_2}{r^2}. \tag{55}$$

Для вакуума $\varepsilon = 1$, для всякого другого вещества $\varepsilon > 1$.

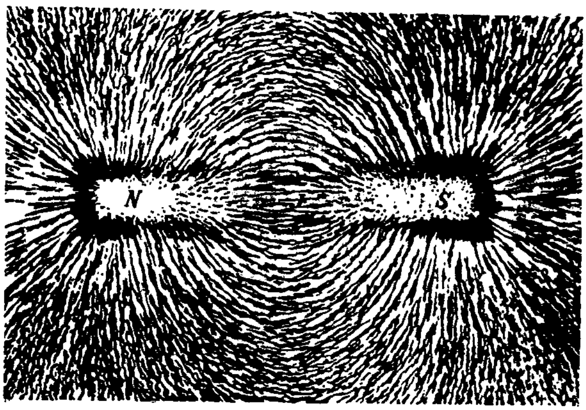
С таким добавлением оказалось возможным объяснить все явления электростатики, включая даже диэлектрические свойства непроводников. Мы уже упоминали, что электростатика еще раньше перешла в теорию псевдоблизкодействия — так называемую теорию потенциала. Эта теория также легко и успешно освоила диэлектрическую постоянную $\varepsilon$. Сегодня мы знаем, что она полностью эквивалентна математической формулировке фарадеева понятия силовых линий. Но поскольку метод потенциалов в те времена рассматривался лишь как искусственный математический прием, противопоставление классической теории дальнодействия фарадеевой теории близкодействия оставалось непреодоленным.

Аналогичные идеи Фарадей развивал и в магнетизме. Он установил, что силовые линии между магнитными полюсами подобным же образом зависят от разделяющей полюса среды. Это вновь привело его к представлению о том, что магнитные силы точно так же, как электрические, производятся особым состоянием натяжения в разделяющей среде. Силовые линии служат изображением этих натяжений. Их можно, как оказалось, сделать видимыми, посыпая лист бумаги железными опилками и поднося его к магниту (фиг. 87).

Теория дальнодействия приводит к формальному введению константы, характеризующей вещество, — *магнитной проницаемости* $\mu$ и дает закон Кулона в измененной форме:

$$K = \frac{1}{\mu} \frac{p_1 p_2}{r^2}. \tag{55a}$$

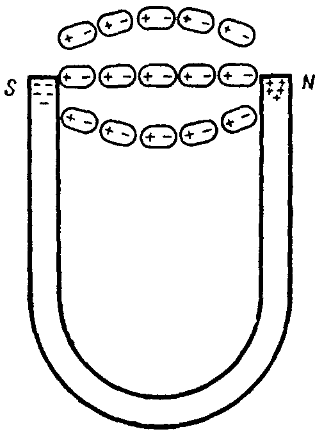
Физики, однако, не удовлетворились этой формальной процедурой, но построили молекулярный механизм, позволяющий истолковать магнитные и электрические свойства поляризации. Выше мы уже видели, что свойства магнитов приводят к представлению их молекул в виде маленьких элементарных магнитов. Процесс поляризации состоит в том, чтобы ориентировать их в одном и том же направлении. Предполагается, что они сохраняют эту ориентацию сами по себе, скажем, благодаря сопротивлению трения. Далее можно предположить, что у большинства тел, которым не присущи свойства постоянных магнитов, это трение недостаточно. Параллельную ориентацию тогда можно, разумеется, вызвать с помощью внешнего магнитного поля, но она мгновенно исчезает, как только пропадает поле. Следовательно, такое вещество будет оставаться магнитом до тех пор, пока действует внешнее магнитное поле. При этом нет необходимости предполагать даже, что молекулы представляют



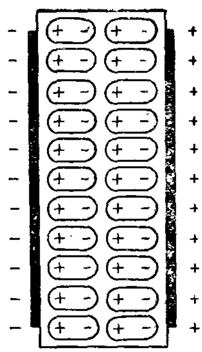

Фиг. 87. Магнитное поле намагниченного бруска становится видимым при помощи железных опилок, которыми посыпан лист бумаги, помещенный над бруском.

собой постоянные магниты, которые поле принуждает выстраиваться параллельно друг другу. Если каждая молекула содержит две магнитные жидкости, то эти жидкости будут разделяться под действием поля, а молекула — становиться магнитом сама собой. Но этот наведенный магнетизм должен производить в точности тот эффект, который формальная теория описывает, вводя магнитную проницаемость. Между двумя магнитными полюсами ($N$, $S$) в такой среде формируются цепочки молекулярных магнитов, называемых молекулярными диполями, противоположные полюса которых компенсируют друг друга везде внутри вещества, кроме двух крайних полюсов $N$ и $S$; таким образом, действие полюсов $N$ и $S$ в случае наведенного магнетизма оказывается ослабленным (фиг. 88). (Существует также противоположный эффект усиливания, но мы не будем входить в его описание.)

Точно такую же картину, как мы сейчас изобразили для случая магнетизма, можно представить себе и в случае электричества. Диэлектрик с этой точки зрения состоит из молекул, которые либо сами по себе представляют электрические диполи и принимают параллельную ориентацию во внешнем поле, либо становятся диполями вследствие разделения положительного и отрицательного электричества под действием поля. Между двумя пластинами конденсатора (фиг. 89) также формируются цепочки молекул, заряды которых взаимно компенсируют друг друга везде внутри промежутка между пластинами, но не на самих пластинах. Вследствие этого часть собственного заряда пластин




Фиг. 88. Молекулярные магнитные диполи между полюсами магнита.

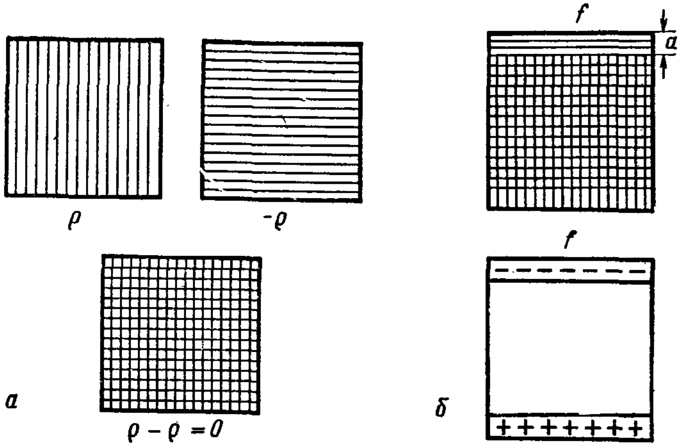


Фиг. 89. Электрические диполи в промежутке между пластинами конденсатора направлены вдоль силовых линий.

оказывается нейтрализованной, и для того, чтобы довести пластины до определенного напряжения или разности потенциалов, необходимо сообщить им дополнительный заряд. Это объясняет, как способный поляризоваться диэлектрик увеличивает емкость конденсатора.

Согласно теории действия на расстоянии, диэлектрический эффект имеет косвенный характер. Поле в вакууме представляет собой лишь абстракцию. Оно олицетворяет геометрическое распределение силы, действующей на электрическое пробное тело, несущее единичный заряд. Но поле в диэлектрике представляет собой реальное физическое изменение вещества, заключающееся в молекулярном смещении двух видов электричества.

Фарадеевой теории близкодействия не свойственно подобное различие между полем в эфире и полем в материальном изоляторе. И тот и другой — диэлектрики. Для эфира диэлектрическая постоянная $\varepsilon = 1$, для других изоляторов $\varepsilon$ отличается от 1. Если графическая картина электрического смещения верна для материи, она должна быть верна и для эфира. Эта идея играет огромную роль в теории Максвелла, представляющей собой, по сути дела, перевод фарадеевой идеи силовых линий на точный язык математики. Максвелл предполагает, что в эфире создание электрического или магнитного поля также сопровождается «смещениями» жидкостей. Для этого нет нужды предполагать,



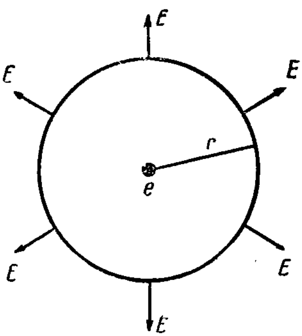

Фиг. 90. Механизм электростатической индукции.

*а* — два одинаково распределенных, но противоположных заряда в кубическом объеме и их нейтрализация при наложении.

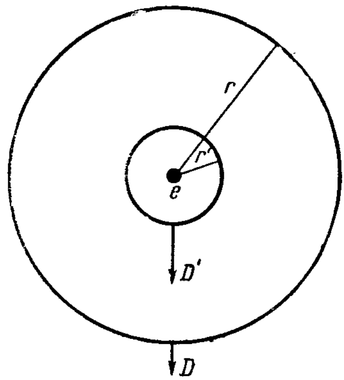
*б* — смещение двух одинаковых распределений противоположных зарядов на малое расстояние *a*, создающее два тонких противоположно заряженных слоя на соответствующих поверхностях куба *f*.

что эфир имеет атомистическую структуру, но все же идея Максвелла вырисовывается наиболее отчетливо, если вообразить молекулы эфира, которые в поле становятся диполями точно так же, как молекулы вещества. Однако не поле является причиной поляризации, а, наоборот, смещение есть суть того состояния напряженности, которое мы называем электрическим полем. Цепочки молекул эфира образуют силовые линии, и заряды на поверхности проводников представляют собой не более чем конечные заряды этих цепочек. Если, кроме частиц эфира, в пространстве между проводниками присутствуют молекулы вещества, то поляризация усиливается и заряды на концах становятся больше.

Обсудим эти идеи более подробно. Мы только что объяснили, как намагничивание и электризацию можно иллюстрировать с помощью цепочек дипольных молекул (фиг. 88, 89). Однако идея о молекулах эфира не имеет эмпирического обоснования. Поэтому предпочтительно представлять ситуацию с помощью континуальной модели. Представим себе прямоугольный брусок пространства, заполненный непрерывным положительным зарядом с плотностью $\rho$, а затем ту же самую часть пространства, заполненную отрицательным зарядом с плотностью $-\rho$. Если в пространстве присутствуют оба вида зарядов, то оно окажется незаряженным (фиг. 90, *а*). Возникновение электрического поля $E$ представляет собой, согласно Фарадею и




Фиг. 91. Точечный заряд $e$ создает поле $E$, направленное по радиусу и имеющее одно и то же значение во всех точках на каждой концентрической сфере.




Фиг. 92. Смещение (индукция) на двух сферах с зарядом $e$ в центре:

$$4\pi r^2\rho a = 4\pi r'^2\rho a' = e$$

или

$$r^2 D = r'^2 D' = e.$$

Максвеллу, не более чем смещение этих двух брусков заряда относительно друг друга (фиг. 90, *б*) на малое расстояние $a$. Вся внутренняя часть остается незаряженной, хотя в каждой точке существует некоторый сдвиг зарядов, и лишь на двух противоположных торцах появляются противоположные и равновеликие заряды, ибо если $f$ — площадь торца, то мы имеем два прямоугольных листа объемом $fa$, каждый из которых содержит заряд лишь одного вида. Поскольку $a$ мало, можно говорить о поверхностных зарядах $\rho fa$ и $-\rho fa$. Поверхностный заряд, возникающий на единичной поверхности вследствие сдвига $a$, равен $\rho a$; он характеризует меру электрического смещения $D$. Однако нельзя просто приравнять эти две величины: необходимо добавить некоторый численный множитель по следующей причине.

Рассмотрим точечный заряд $e$ в диэлектрике (фиг. 91). Закон силы (55) требует, чтобы поле $E$, создаваемое этим зарядом, было равно

$$E = \frac{e}{\varepsilon r^2}. \tag{56}$$

Для того чтобы описать эту ситуацию на языке Фарадея, необходимо предположить, что существует смещение, постоянное на сферах, центры которых лежат в точке $e$, и уменьшающееся с расстоянием $r$ (фиг. 92). Если представить себе, что полный шар, внешний радиус которого равен $r$, а внутренний — $r'$, заполнен взаимно уничтожающимися зарядами с плотностью $\rho$ и $-\rho$, и предположить, что эти заряды смещены в радиальном направлении на расстояние $a$, то на внутренней сфере должен будет возникнуть заряд $-f'a\rho$, а на внешней — заряд $fa\rho$. Оба эти заряда должны быть равны заданному центральному точечному заряду, так как если внутренний радиус уменьшать до 0, то соответствующий внутренней поверхности заряд должен как раз уравновешиваться с центральным зарядом $e$. Поэтому $e = fa\rho$. Но полная площадь сферы радиуса $r$ составляет $f = 4\pi r^2$, следовательно, $e = 4\pi r^2 a\rho$. Подставляя эту величину в выражение для $E$, мы получаем

$$E = \frac{e}{\varepsilon r^2} = \frac{4\pi a\rho}{\varepsilon}.$$

Таким образом, поле $E$ и смещение $a\rho$ прямо пропорциональны. Для того чтобы не писать множитель $4\pi$ в окончательной формуле, принято определять $D = 4\pi a\rho$; тогда $E = D/\varepsilon$ и

$$D = \varepsilon E. \tag{57}$$

Итак, мы можем говорить, что смещение $D$ расходится от центрального заряда $e$ во всех направлениях.

Это выражение используется также и в общем случае, когда истинный заряд не сконцентрирован в одной точке, а непрерывно распределен с плотностью $\rho$ (ее не следует смешивать с фиктивной плотностью, которую мы обозначили той же буквой, иллюстрируя максвелловское понятие смещения). Символически мы пишем [1])

$$\operatorname{div} D = 4\pi\rho. \tag{58}$$

Но это обозначение — более чем мнемоническое правило. Максвелл сумел придать символу div определенное математическое значение дифференциальной операции, выполняемой над компонентами вектора $D$. Таким образом, для математика формула (58) представляется дифференциальным уравнением — законом близкодействия.

---

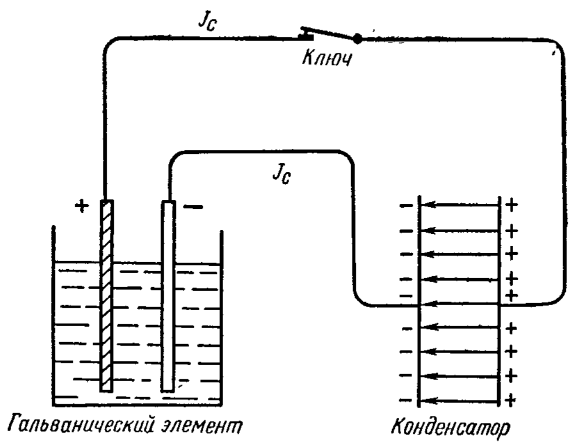
[1]) Обозначение div происходит от английского divergence, что означает расходимость. — *Прим. перев.*

Но что соответствует истине, идеи Максвелла и Фарадея или представления теории действия на расстоянии?

До тех пор пока мы ограничиваемся электро- и магнистостатическими явлениями, обе точки зрения эквивалентны. Действительно, математическая формулировка идеи Фарадея представляет собой то, что мы называем теорией псевдоблизкодействия, ибо, с одной стороны, она, разумеется, оперирует дифференциальными уравнениями, но, с другой стороны, в ней не находит отражения конечность скорости распространения натяжений. Фарадей и Максвелл, однако, сами обнаружили явления, которые в форме, аналогичной инерциальным эффектам механики, вызывают эффект задержки в передаче электромагнитных состояний от точки к точке и, таким образом, обусловливают конечную скорость распространения их. Эти явления — ток смещения и магнитная индукция.

## § 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК СМЕЩЕНИЯ

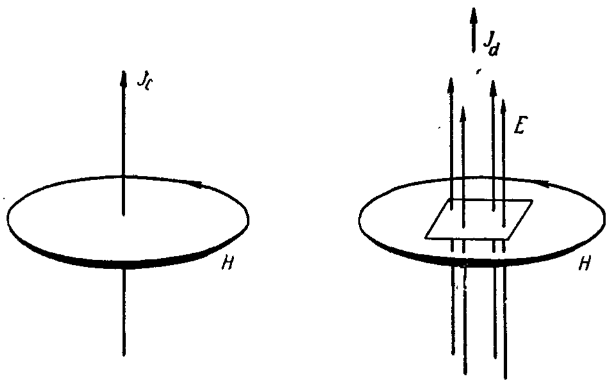
Представим себе, что полюса гальванического элемента соединены с пластинами конденсатора с помощью двух проводов, один из которых имеет кнопочный выключатель (фиг. 93). Когда




Фиг. 93. Когда конденсатор заряжается от тока переноса $J_c$, электрическое поле между пластинами изменяется и наводит ток смещения, равный по величине току $J_c$.

кнопка нажата, по проводам начинает течь ток, заряжающий пластины конденсатора. Тем самым между пластинами наводится электрическое поле $E$. До Максвелла эту схему считали «разомкнутой цепью». Максвелл, однако, понял, что в течение процесса возрастания поля $E$ между пластинами конденсатора течет *ток смещения*; таким образом, цепь становится замкнутой. Как только пластины конденсатора полностью заряжаются, оба тока — ток проводимости и ток смещения — исчезают.

Так вот, самое главное здесь — убеждение Максвелла в том, что ток смещения совершенно так же, как ток проводимости, создает магнитное поле в согласии с законом Био и Савара. Правильность этого взгляда доказал не только успех максвелловской теории в предсказании многочисленных явлений, но позднее подтвердили прямые эксперименты.




Фиг. 94. И ток переноса $J_c$, и ток смещения $J_d$ создают вокруг себя магнитное поле.

Величину тока смещения нетрудно вычислить. Мы знаем, что

$$\rho a f = \frac{D}{4\pi} f$$

есть смещение заряда на малой поверхности $f$, перпендикулярной направлению поля. Если $\mathbf{D}$ представляет собой изменение $D$ в течение малого интервала времени $\tau$, то

$$\frac{\mathbf{D}}{4\pi} \frac{f}{\tau}$$

есть заряд, протекающий за время $\tau$ через площадку $f$. Следовательно,

$$\frac{\mathbf{D}}{4\pi} \frac{f}{\tau}$$

представляет ток через площадку $f$, а

$$j_d = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{D}}{\tau}$$

— плотность *тока смещения*. Если $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ и, следовательно, $D = \varepsilon E$, то мы можем записать

$$j_d = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\mathbf{E}}{\tau}.$$

Отсюда полная плотность тока равна, по Максвеллу, сумме $j = j_c + j_d$, где $j_c$ — плотность тока свободных подвижных зарядов и $j_d$ — плотность тока смещения. Оба тока окружены обычным образом магнитными полями (фиг. 94).

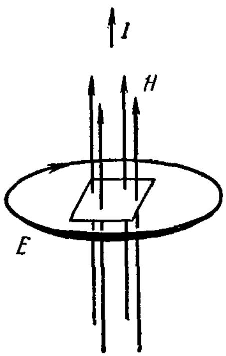
## § 7. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

После того как Эрстед обнаружил, что ток проводимости создает магнитное поле, а Био и Савар сформулировали это открытие в терминах действия на расстоянии, Ампер открыл (1820 г.), что два электрических тока взаимодействуют друг с другом посредством сил. Ампер успешно сформулировал закон, описывающий это явление, снова в терминах действия на расстоянии. Это открытие имело далеко идущие последствия, ибо благодаря ему появилась возможность рассматривать магнетизм как эффект движения электрических зарядов. Согласно Амперу, в молекулах намагниченных тел существуют малые замкнутые токи. Он показал, что такие токи ведут себя так же, как элементарные магниты. Эта идея выдержала самые тщательные проверки; начиная со времени Ампера и навсегда магнитные жидкости стали бесполезным излишеством. Осталось только электричество, которое в состоянии покоя создает электростатические поля, а в состоянии движения — еще и магнитные поля. Открытие Ампера можно изложить следующим образом: согласно Эрстеду, проволока, в которой течет ток $J_1$, создает вокруг себя магнитное поле; вторая проволока с током $J_2$ испытывает тогда действие силы, обусловленной этим магнитным полем. Другими словами, поле, создаваемое одним током, стремится отклонить или ускорить другие потоки электричества.

Отсюда сам собой напрашивается следующий вопрос: может ли магнитное поле приводить в состояние движения также и покоящееся электричество? Может ли оно производить или «наводить» («индуцировать») ток во втором проводнике, в котором сначала ток отсутствовал?

На этот вопрос ответил Фарадей (1831 г.). Он установил, что статическое магнитное поле неспособно вызывать электрический ток, но поле, изменяющееся во времени, может это делать. Например, когда он быстро подносил магнит к проволочному витку из проводящего материала, в витке протекал электрический ток в течение всего времени, пока магнит находился в движении. В частности, когда Фарадей создавал магнитное поле с помощью другого электрического тока, в исследуемом проводе возникал короткий импульс тока каждый раз, когда Фарадей включал или выключал ток.

Отсюда ясно, что индуцированная электродвижущая сила зависит от скорости изменения магнитного поля во времени. Фарадей успешно сформулировал количественный закон этого явления с помощью своего понятия силовых линий. Мы, опираясь на идеи Максвелла, придадим этому закону такую форму, что его аналогия с законом Био и Савара выступит особенно отчетливо.




Фиг. 95. Изменение магнитного поля, которое мы представляем как магнитный ток $I$, создает окружающее электрическое поле.

Представим себе пучок параллельных магнитных силовых линий, составляющих магнитное поле $H$. Пусть вокруг этого «чехла» расположен круговой проводящий виток (фиг. 95). Если напряженность магнитного поля $H$ изменяется в течение малого интервала времени $\tau$ на величину $\mathsf{H}$, то $\mathsf{H}/\tau$ мы называем скоростью изменения поля во времени или изменением числа силовых линий. По аналогии с электрическим смещением мы представляем силовые линии как цепочки магнитных диполей (что, однако, согласно Амперу, в действительности неверно); тогда при изменении $H$ произойдет смещение магнитных величин в каждой молекуле эфира, или, другими словами, возникнет «магнитный поток смещения», сила которого на единицу поверхности, или плотность потока, равна $i = \mathsf{H}/4\pi\tau$. Если наше поле $H$ находится не в эфире, а в веществе с магнитной проницаемостью $\mu$, то плотность магнитного потока смещения составляет

$$i = \frac{\mu}{4\pi}\frac{\mathsf{H}}{\tau}.$$

Таким образом, через поперечное сечение $f$, т. е. через поверхность круга, ограниченного проводящим витком, протекает магнитный поток

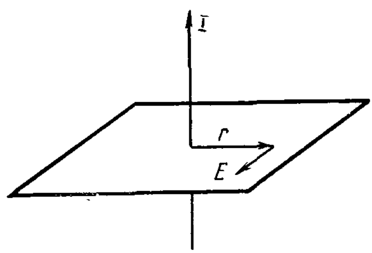
$$I = fi = f\frac{\mu}{4\pi}\frac{\mathsf{H}}{\tau}.$$

Далее, согласно Фарадею, этот магнитный поток создает повсюду вокруг себя электрическое поле $E$, которое окружает магнитный поток в точности так же, как магнитное поле $H$ окружает электрический поток в опыте Эрстеда, но имеет противоположное направление. Вот это электрическое поле $E$ и движет индуцированный ток в проводящем витке; оно существует и тогда, когда отсутствует проводник, в котором мог бы образоваться ток.

Мы видим, что магнитная индукция Фарадея представляет идеальную аналогию электромагнитному эффекту Эрстеда. Совпадают и описывающие эти явления количественные законы. По Био и Савару, магнитное поле $H$, создаваемое элементом тока длиной $l$ и силой тока $J$ (ср. фиг. 84) в плоскости, перпендикулярной элементу тока и проходящей через его середину, перпендикулярно соединяющему направлению $r$ и направлению тока, а его величина равна $H = Jl/cr^2$ [формула (54)].

То же самое верно, когда электрические и магнитные величины меняются местами, а направление обхода силовых линий меняется на противоположное (фиг. 96). Напряженность индуцированного электрического поля в центральной плоскости задается как $E = Il/cr^2$.

В это выражение входит та же самая константа $c$ — отношение электромагнитной к электростатической единице тока. Как установили Вебер и Кольрауш, эта константа равна скорости света. Что это должно быть так, можно легко усмотреть из энергетических соображений.




Фиг. 96. Направление электрического поля $E$, наведенного магнитным током $I$ (ср. с фиг. 84).

Огромное число физических и технических приложений электричества и магнетизма базируется на законе индукции. Трансформатор, индукционная катушка, динамо-машина и другие бесчисленные приборы и машины дают примеры использования электрических токов, индуцированных с помощью изменяющихся магнитных полей. Но как бы ни были интересны все эти вещи, они лежат несколько в стороне от основного направления наших размышлений, конечная цель которых состоит в анализе взаимосвязей между эфиром и проблемой пространства. Поэтому мы перенесем свое внимание сразу на теорию Максвелла, цель которой состояла в том, чтобы объединить все известные электромагнитные явления в единую теорию близкодействия.

## § 8. МАКСВЕЛЛОВСКАЯ ТЕОРИЯ БЛИЗКОДЕЙСТВИЯ

Мы уже знаем, что вскоре после того, как был установлен закон Кулона, электростатика и магнитостатика были сформулированы в форме теории псевдоблизкодействия. Максвелл взялся за задачу слить эту теорию воедино с идеями Фарадея, разработав ее так, чтобы она включала и вновь открытые явления диэлектрической и магнитной поляризации, электромагнетизма и магнитной индукции.

В качестве исходного пункта своей теории Максвелл взял уже упоминавшуюся выше идею о том, что электрическое поле $E$ всегда сопровождается электрическим смещением $D = \varepsilon E$ не только в веществе, где $\varepsilon$ отличается от 1, но и в эфире, для которого $\varepsilon = 1$. Мы рассказали, как можно представить себе смещение в виде разделения и перетекания электрических жидкостей в молекулах. Установили мы и дифференциальный закон, связывающий плотность заряда $\rho$ в каждой точке пространства с дивиргенцией $D$, равной $\varepsilon E$:

$$\operatorname{div} \varepsilon E = 4\pi\rho. \tag{58'}$$

Точно те же соображения применимы к магнетизму с одним важным отличием: согласно Амперу, не существует реальных магнитов и магнитных величин, существуют лишь электромагниты. Магнитное поле всегда должно вызываться электрическими токами, будь это токи проводимости в проволоках или молекулярные токи в молекулах. Отсюда следует, что магнитные силовые линии нигде не оканчиваются, т. е. они либо замкнуты, либо уходят в бесконечность. Это так в случае электромагнита — катушки, через которую протекает ток (фиг. 97, *а*, *б*): магнитные силовые линии внутри катушки прямые, а снаружи они частично замкнуты, а частично уходят в пространство, в бесконечность. Если рассмотреть виток катушки, лежащий между двумя плоскостями $A$ и $B$, то можно видеть, что точно столько «магнитного смещения» $\mu H$ входит через плоскость $A$, сколько выходит через плоскость $B$. Поэтому мы должны записать

$$\operatorname{div} \mu H = 0. \tag{59}$$

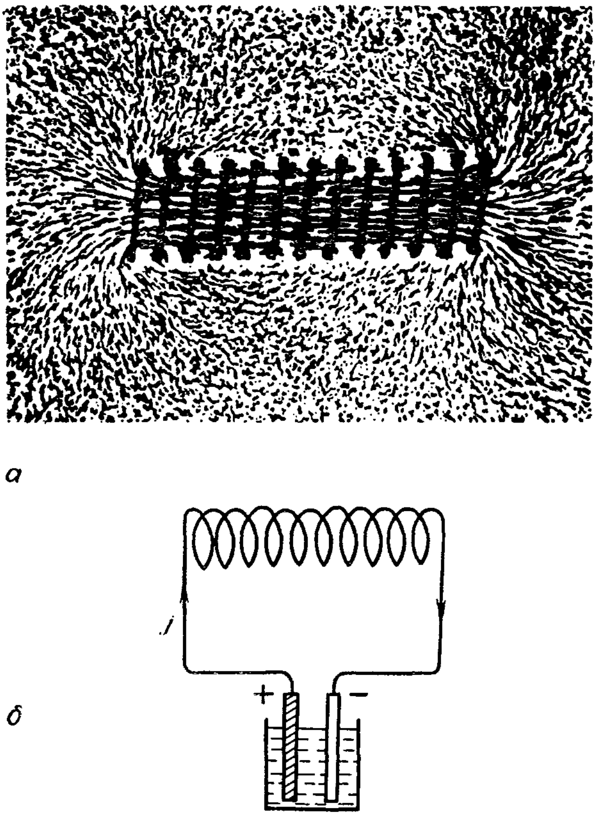
Это и есть максвелловская формула близкодействия для магнетизма. Заметим, что вместо понятия «смещение» используется выражение *магнитная индукция*.

Перейдем теперь к электромагнитному закону Био и Савара. Для того чтобы превратить его в закон близкодействия, предположим, что электрический ток протекает не в тонкой проволоке, а равномерно распределен с плотностью $j = J/f$ по круговому поперечному сечению $f$. Выясним вопрос, как велика напряженность магнитного поля $H$ на границе поперечного сечения. По закону Био и Савара, это магнитное поле лежит в направлении, перпендикулярном плоскости окружности, и, согласно формуле (54), имеет величину $H = Jl/cr^2$, где $r$ — радиус окружности, а $l$ — длина элемента тока. Но площадь поперечного сечения в нашем случае — круг и равна $f = \pi r^2$; следовательно, формулу

(54) можно записать как

$$\frac{cH}{\pi l}=\frac{J}{\pi r^2}=\frac{J}{f}=j,$$

причем это справедливо для любого как угодно малого поперечного сечения и любой как угодно малой длины. Итак, слева мы




Фиг. 97. Магнитное поле катушки (соленоида).

*а* — силовые линии в катушке становятся видимыми при помощи железных опилок, *б* — ток *J*, текущий сквозь катушку.

имеем определенную дифференциальную величину, характеризующую магнитное поле, а записанный нами закон утверждает, что эта величина пропорциональна плотности тока. Здесь мы не сможем провести математический анализ того, как образуется эта дифференциальная величина. Она должна учитывать не только напряженность, но и направление магнитного поля, поэтому она обвивается или «завихряется» вокруг направления тока, т. е. зависит от дифференциальной операции, называемой «вихрем», или «ротором», поля $H$ (записывается как $\operatorname{rot} H$). Соответственно мы можем записать символически

$$c \operatorname{rot} H = 4\pi j, \tag{60}$$

опять-таки рассматривая эту формулу лишь как мнемоническую запись соотношения между напряженностью и направлением магнитного поля $H$, с одной стороны, и плотностью тока $j$ — с другой. Для математика, однако, эта формула представляет собой дифференциальное уравнение того же вида, что и закон (58).

Далее, точно такая же формула справедлива и для магнитной индукции, но здесь мы поставим справа противоположный знак, чтобы отметить противоположное направление «вихря»:

$$c \operatorname{rot} E = -4\pi i. \tag{61}$$

Четыре символические формулы (58)—(61) обнаруживают чудесную симметрию. Формальное сходство такого рода — ни в коем случае не малозначительное обстоятельство. В нем находит свое проявление фундаментальная простота явлений природы, скрытая от прямого взгляда из-за ограниченности человеческих чувств и открывающаяся лишь перед нашими аналитическими способностями.

В общем случае ток проводимости и ток смещения существуют одновременно. Для первого из них верен закон Ома (52), $j_c = \sigma E$ (стр. 159); для второго — закон Максвелла

$$j_d = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,\frac{\mathsf{E}}{\tau}.$$

Когда одновременно имеют место оба тока, мы получаем

$$j = \frac{\varepsilon}{4\pi}\,\frac{\mathsf{E}}{\tau} + \sigma E.$$

В случае магнетизма тока проводимости не существует, поэтому

$$i = \frac{\mu}{4\pi}\,\frac{\mathsf{H}}{\tau}.$$

Если подставить эти выражения в наши символические уравнения (58)—(61), то мы получаем

$$\begin{aligned} &\text{а)}\ \operatorname{div} \varepsilon E = 4\pi\rho, \\ &\text{б)}\ \operatorname{div} \mu H = 0, \\ &\text{в)}\ c \operatorname{rot} H = \varepsilon\,\frac{\mathsf{E}}{\tau} + 4\pi\sigma E, \\ &\text{г)}\ c \operatorname{rot} E = -\frac{\mathsf{H}}{\tau}. \end{aligned} \tag{62}$$

Это и есть уравнения Максвелла — законы, которые остаются основой электромагнитных и оптических теорий и в наше время. Математик видит в них строгие математические уравнения. Для нас же они просто мнемонические формулировки, утверждающие следующее:

а) Везде, где присутствует электрический заряд, возникает электрическое поле такого вида, что в каждом объеме заряд точно компенсируется смещением.

б) Из каждой замкнутой поверхности выходит в точности столько магнитного смещения, сколько в нее входит (не существует свободных магнитных зарядов).

в) Всякий электрический ток, будь это ток проводимости или ток смещения, всегда окружен магнитным полем.

г) Магнитный ток смещения всегда окружен электрическим полем.

Максвелловские уравнения поля, как их называют, представляют собой истинную теорию близкодействия, или контактного взаимодействия, ибо, как мы сейчас увидим, из них вытекает конечная скорость распространения электромагнитных сил.

Однако в те времена, когда они были впервые установлены, вера в прямое действие на расстоянии, согласно модели ньютоновского тяготения, настолько укоренилась в умах, что прошло довольно много времени, прежде чем уравнения Максвелла были приняты — ведь теория дальнодействия не менее успешно справилась с описанием явления индукции при помощи формул. В теории дальнодействия это осуществлялось с помощью предположения, что движущиеся заряды вызывают, в дополнение к кулоновскому притяжению, определенные действия на расстоянии, зависящие от величины и направления скорости зарядов. Первые гипотезы такого рода были выдвинуты Нейманом (1845 г.). Другой знаменитый закон был сформулирован Вильгельмом Вебером (1846 г.); аналогичные формулы предложили Риман (1858 г.) и Клаузиус (1877 г.). Общей для этих теорий была идея о том, что все электрические и магнитные взаимодействия следует объяснять с помощью сил, действующих между элементарными электрическими зарядами, или, как мы сейчас говорим, «электронами». Эти теории, таким образом, предшествовали современной теории электронов, но с одним существенным упущением: они не учитывали конечность скорости распространения сил. Такие электродинамические теории, основанные на дальнодействии, давали полное объяснение электродвижущих сил и токов индукции, возникающих в случае замкнутых токов проводимости. Но в случае «открытых» цепей, именно заряда и разряда конденсаторов, они были обречены на неудачу, ибо в этом явлении начинают играть роль токи смещения, о которых теории дальнодействия ничего не могли сказать. Тем, что у нас есть сейчас полностью удовлетворительные экспериментальные приборы, позволяющие сделать выбор между теорией дальнодействия и теорией близкодействия, мы обязаны Гельмгольцу. Именно он добился определенного успеха в осуществлении соответствующих экспериментов и он же стал одним из наиболее ревностных первых последователей теории Максвелла. Но закрепил победу максвелловской теории ученик Гельмгольца — Герц, открывший электромагнитные волны.

## § 9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА

Мы уже говорили (гл. V, § 4, стр. 162) о том, какое впечатление произвел на физиков тех времен обнаруженный Вебером и Кольраушем факт совпадения электромагнитной константы $c$ со скоростью света. Были обнаружены и дальнейшие свидетельства того, что между светом и электромагнитными явлениями существует глубокая взаимосвязь. Наиболее поразительным доказательством этого послужило открытие Фарадея (1834 г.): он обнаружил, что поляризованный луч света, проходя через намагниченное прозрачное вещество, испытывает воздействие этого вещества. Когда луч параллелен магнитным силовым линиям, плоскость его поляризации оказывается повернутой. Сам Фарадей отсюда сделал вывод, что светоносный эфир и носитель электромагнитных силовых линий должны быть одно и то же. Хотя математические возможности Фарадея были недостаточны для того, чтобы он смог сформулировать свои взгляды в виде количественных законов и формул, его идеи носили самый общий характер и оставляли далеко позади примитивное воззрение, принимавшее за известное то, что привычно. Эфир Фарадея представлял собой не упругую среду. Он выводил его свойства не из аналогии с понятными по видимости явлениями материального мира, а из точных экспериментов и систематических выводов из них. Талант Максвелла был родственным таланту Фарадея, но Максвелл, кроме того, еще и мастерски владел математическими средствами своего времени.

Мы покажем теперь, как распространение электромагнитных сил с конечной скоростью вытекает из максвелловских уравнений поля (62). При этом мы ограничимся событиями, происходящими *в вакууме* или в эфире. Последний не имеет проводимости ($\sigma = 0$) и не несет действительных зарядов ($\rho = 0$); его диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость равны 1: $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$. Первые два уравнения поля (62), таким образом, означают, что

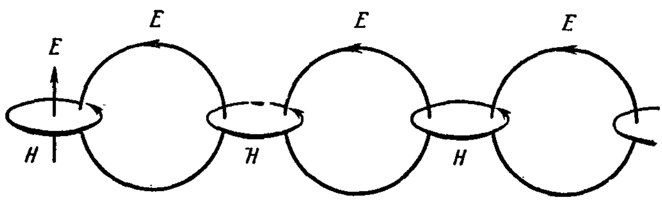
$$\operatorname{div} E = 0, \quad \operatorname{div} H = 0, \tag{63}$$

т. е. что все силовые линии либо замкнуты, либо уходят в бесконечность. Для того чтобы получить грубую картину процесса распространения сил, мы представим себе отдельные замкнутые силовые линии.

Два других уравнения поля имеют в нашем случае вид

$$\text{а) } \frac{\mathsf{E}}{\tau} = c \operatorname{rot} H, \quad \text{б) } \frac{\mathsf{H}}{\tau} = -c \operatorname{rot} E. \tag{64}$$

Предположим теперь, что где-то в ограниченной части пространства существует электрическое поле $E$, которое изменяется за малый интервал времени $\tau$ на величину $\mathsf{E}$; тогда $\mathsf{E}/\tau$ — скорость его изменения. Согласно первому из уравнений (64), вокруг электрического поля сразу начинает обвиваться магнитное поле, а его напряженность пропорциональна $\mathsf{E}/\tau$. Магнитное поле также будет изменяться во времени, скажем, на величину $\mathsf{H}$ в течение каждого последующего малого интервала времени $\tau$. Но




Фиг. 98. Индукционная связь электрического и магнитного полей.

в согласии со вторым уравнением (64) скорость изменения этого поля $\mathsf{H}/\tau$ тут же вновь индуцирует переплетающееся с магнитным электрическое поле. В следующий интервал времени это последнее индуцирует окружающее его магнитное поле согласно первому уравнению, и, таким образом, этот квазицепной процесс продолжается с конечной скоростью (фиг. 98).

Разумеется, это лишь грубое описание процесса, который в действительности идет во всех направлениях одновременно. Позднее мы изобразим лучшую картину.

Особенно интересным для нас является здесь следующее: из механики мы знаем, что конечная скорость распространения упругих волн объясняется задержками, возникающими в результате инерции, начинающей играть роль, когда силы передаются в теле от точки к точке. Мы сформулировали это положение в уравнении (36) $\rho b = pf$; при учете (37) имеем $c^2 = p/\rho$, откуда находим, что

$$b = c^2 f. \tag{36а}$$

Здесь $c^2$ означает квадрат скорости распространения упругих волн, $b$ — ускорение частиц массы в упругом теле (т. е. дифференциальный коэффициент второго порядка относительно времени), а $f$ — дифференциальный коэффициент второго порядка относительно пространства.

Но в случае электромагнитного поля картина почти аналогична. Единственное отличие состоит в том, что вместо зависимости смещения от пространственных и временны́х координат, как это было в случае упругих волн, мы имеем теперь две величины $E$ и $H$, зависящие от пространства и времени. Скорость изменения электрического поля $\mathsf{E}/\tau$ сначала определяет магнитное поле $H$, а затем скорость изменения $\mathsf{H}/\tau$ этого магнитного поля определяет электрическое поле $E$ в следующей точке. Уравнения (64) содержат дифференциальные величины только первого порядка, например $\mathsf{E}/\tau$ — дифференциальный коэффициент первого порядка относительно времени и $\mathrm{rot}H$ — дифференциальный коэффициент первого порядка относительно пространства. Уравнение, аналогичное (36), можно получить следующим образом: сначала нужно построить дифференциальный коэффициент первого порядка по времени от уравнения (64а). Тогда слева мы получим дифференциальный коэффициент второго порядка от $E$ относительно времени, который аналогичен $b$ в уравнении (36а); мы назовем его $b_{\mathsf{E}}$. Справа мы получим смешанный дифференциальный коэффициент второго порядка (составленный сначала из разности в пространстве и потом во времени, или наоборот). Тот же самый смешанный коэффициент можно получить из уравнения (64б), строя дифференциальный коэффициент первого порядка относительно пространства. Таким образом, мы видим, что смешанный коэффициент равен произведению $c$ на пространственный дифференциальный коэффициент второго порядка от $E$, который аналогичен $f$ в уравнении (36а), поэтому мы можем назвать его $f_{\mathsf{E}}$. Теперь можно сократить смешанный коэффициент в уравнениях, и мы получаем

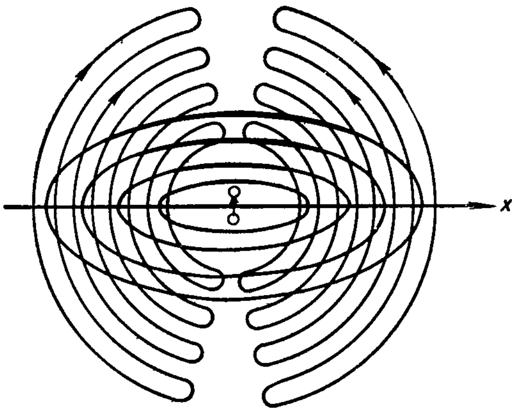
$$b_{\mathsf{E}} = c^2 f_{\mathsf{E}}. \tag{65}$$

Это уравнение полностью аналогично (36а) и свидетельствует о существовании электрических волн, имеющих скорость $c$. Тем же самым методом можно вывести соответствующее уравнение для магнитного поля $H$

$$b_{\mathsf{H}} = c^2 f_{\mathsf{H}}.$$

Если бы один из этих взаимодополняющих эффектов происходил без потери времени, не могло бы осуществляться распространение электрических сил в форме волн. Это помогает нам уяснить себе важность максвелловского тока смещения, ибо именно этот ток определяет скорость изменения электрического поля $\mathsf{E}/\tau$.

Дадим теперь описание распространения электромагнитной волны, несколько более близкое к истинной картине. Пусть два металлических шара несут большие противоположные и равные по величине заряды $+e$ и $-e$, так что между шарами существует сильное электрическое поле. Пусть теперь между шарами возникает электрический разряд. При этом заряды нейтрализуют друг друга; поле падает с большой скоростью изменения $\mathsf{E}/\tau$. На фиг. 99 показано, как магнитные и электрические силовые линии при этом попеременно переплетают друг друга. На нашем рисунке магнитные силовые линии изображены только в средней плоскости между шарами, а электрические силовые линии —




Фиг. 99. Электромагнитное поле, окружающее искровой разряд между двумя шарами.

Поле распространяется со скоростью света $c$ во всех направлениях.

только в плоскости чертежа, перпендикулярной к плоскости между шарами. Каждая следующая петля силовых линий слабее своего ближайшего предшественника, так как она лежит дальше от центра и имеет более длинный периметр. Соответственно внутренняя часть петли электрической силовой линии не полностью уравновешивает внешнюю часть предшествующей ей петли, особенно ввиду того, что она вступает в действие чуть-чуть позднее.

Если прослеживать процесс вдоль прямой, перпендикулярной к линии, соединяющей центры шаров, скажем вдоль оси $x$, то можно видеть, что электрические и магнитные силы везде перпендикулярны этой оси; более того, они перпендикулярны и друг другу. Это верно для любого направления распространения. Таким образом, электромагнитная волна строго поперечна. Более того, она поляризована, но мы все еще вправе выбирать, что принимать за определяющий фактор колебания — электрическую или магнитную напряженность поля, Провести здесь доказательство того, что скорость распространения строго равна входящей в формулу постоянной $c$, выше наших возможностей, однако само по себе это вероятно, ибо мы знаем, что $c$ имеет размерность скорости. Далее, ввиду того, что, по Веберу и Кольраушу, значение $c$ равно величине скорости света $c$, Максвелл смог заключить, что *световые волны представляют собой не что иное, как электромагнитные волны.*

Один из выводов Максвелла был вскоре в известной мере подтвержден экспериментально: он вычислил скорость света $c_1$ для случая изолятора ($\sigma = 0$) в отсутствие свободных зарядов ($\rho = 0$). Уравнения Максвелла (62в, г) показывают, что при этом получаются уравнения, почти точно совпадающие с (64), но с другими значениями $c$. В уравнении (64а) $c$ следует заменить на $c/\varepsilon$, а в уравнении (64б) — на $c/\mu$. Те же соображения, которые привели нас к уравнению (65), показывают, что теперь квадрат скорости электромагнитных волн $c_1^2$ должен быть равен произведению $c/\varepsilon$ на $c/\mu$, т. е. $c_1^2 = c^2/\varepsilon\mu$. Множество материалов не намагничивается в заметной степени, поэтому мы можем положить $\mu = 1$; это означает, что скорость света в изоляторе с диэлектрической постоянной $\varepsilon$ дается как $c_1 = c/\sqrt{\varepsilon}$. Отсюда для показателя преломления следует величина $n = c/c_1 = \sqrt{\varepsilon}$.

Таким образом, должно быть возможно определить свойства преломления света по диэлектрической постоянной, полученной из чисто электрических измерений. Для некоторых газов, например для водорода, двуокиси углерода, воздуха, — это действительно верно, как показал Л. Больцман. Для других веществ максвелловское соотношение $n = \sqrt{\varepsilon}$ неточно, однако во всех этих случаях показатель преломления не постоянен, а зависит от цвета (частоты) светового луча. Это свидетельствует о том, что дисперсия света вносит эффект возмущения. Мы вернемся к этому факту позднее и рассмотрим его с точки зрения электронной теории. Во всяком случае, ясно, что чем медленнее колебания, или чем длиннее волны светового луча, тем более близко определенное статическими методами значение диэлектрической постоянной совпадает с квадратом показателя преломления. Волны бесконечного периода колебаний, разумеется, идентичны стационарному состоянию. Исследования в области длинных волн (длины волн порядка сантиметра) полностью подтвердили формулу Максвелла.

Объясняя «более геометрические» законы оптики — отражение, преломление, двойное преломление, поляризацию световых волн в кристаллах и т. д., — электромагнитная теория света разрешает все затруднения, которые были совершенно непреодолимыми для теорий упругого эфира. Для последних самым большим препятствием было существование продольных волн, которые вытекали каждый раз, когда рассматривалось прохождение света через границу двух сред, и которые можно было исключить, *лишь* принимая совершенно невероятные гипотезы относительно строения эфира. Электромагнитные волны всегда строго поперечны. Таким образом, эта трудность исчезает. Максвелловская теория формально почти идентична теории эфира, построенной Мак-Кэллагом, как мы уже упоминали (гл. IV, § 6, стр. 117); не повторяя вычислений, мы можем оставить в силе большинство его выводов.

Мы не можем здесь углубляться более в дальнейшее развитие электродинамики. Связь между светом и электромагнетизмом становилась все более тесной. Непрерывно открывались новые явления, свидетельствующие о том, что электрические и магнитные поля оказывают влияние на свет. Все согласовывалось с законами Максвелла, уверенность в правильности которых продолжала расти.

Но самое поразительное доказательство единства оптики и электродинамики дал Генрих Герц (1888 г.), показав, что скорость распространения электромагнитных сил конечна, и практически создав электромагнитные волны. Он вызывал искровые разряды в промежутке между двумя заряженными шарами и с помощью этих разрядов генерировал волны, подобные изображенным на нашей диаграмме (фиг. 99). Когда эти волны падали на круговой проволочный виток, имевший маленький разрыв, они создавали в проволоке токи, о появлении которых свидетельствовали искры, проскакавшие через разрыв. Герц успешно произвел отражение этих волн и их интерференцию. Это позволило ему измерить длины волн. Он знал частоту колебаний и, таким образом, мог подсчитать скорость распространения волн, которая оказалась равной $c$ — скорости света. Это прямо подтвердило гипотезу Максвелла. В наши дни волны Герца, излучаемые радиостанциями, без устали путешествуют по всей Земле, воздавая дань памяти двум великим ученым — Максвеллу и Герцу, один из которых предсказал существование электромагнитных волн, а второй практически осуществил их.

## § 10. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ЭФИР

Начиная с этого момента остался только один эфир — носитель всех электрических, магнитных и оптических явлений. Мы знаем его законы — максвелловские уравнения поля, но мы очень мало знаем о его строении. Из чего на самом деле состоят электромагнитные поля и что именно осуществляет колебания в световых волнах?

Вспомним, что Максвелл в основу своих рассуждений положил понятие смещения. В наглядной интерпретации, которую мы дали выше, это понятие означало, что в мельчайших частицах или молекулах эфира так же, как в молекулах вещества, имеет место действительное смещение и разделение электрических (или магнитных) жидкостей. Постольку, поскольку это представление относится к электрической поляризации вещества, оно весьма хорошо обосновано. Принято оно и в современной модификации максвелловской теории — теории электронов, ибо многочисленные эксперименты бесспорно доказали, что вещество имеет молекулярную структуру и что каждая молекула несет заряды, смещение которых возможно. Но это ни в коей мере не относится к свободному эфиру: здесь максвелловская идея смещения оказывается чисто гипотетической, и единственная ее ценность состоит в том, что она позволяет построить понятную для нашего воображения картину, отражающую абстрактные законы поля.

Эти законы утверждают, что каждому изменению смещения во времени отвечает свое электромагнитное поле сил. Можно ли построить механическую картину этой взаимосвязи?

Сам Максвелл изобрел несколько механических моделей строения эфира и с известным успехом применял их. В этом направлении особенно изобретательным был лорд Кельвин, неустанно делавший попытки истолковать электромагнитные явления как действие скрытых механизмов и сил.

Вихревой характер соотношения между электрическими токами и магнитными полями и свойства его симметрии наводят на мысль рассматривать электрическое состояние эфира как линейное смещение, а магнитное состояние — как вращение вокруг некоторой оси, либо наоборот. По этому пути мы приходим к идеям, близким к теории эфира, предложенной Мак-Кэллагом. Согласно последней, эфир должен был не создавать упругие сопротивления, действующие против возмущений в обычном смысле слова, а оказывать сопротивление абсолютному вращению элементов его объема. Мы отклонились бы слишком далеко, если бы взялись перечислять все многочисленные и иногда довольно фантастические гипотезы, которые выдвигались относительно внутреннего строения эфира. Если принимать их все буквально, то эфир оказался бы чудовищным механизмом невидимых шестерен, гироскопов и зубчатых передач, сцепившихся самым запутанным образом, и из всего этого нагромождения не вытекало бы ничего доступного наблюдению, кроме немногих относительно простых свойств, которые проявляются в форме электромагнитного поля.

Существуют, кроме того, менее неуклюжие, иногда даже остроумные теории, согласно которым эфир представляет собой жидкость, скорость потока которой определяет, скажем, электрическое поле, а вихри — магнитное. Бьеркнес набросал схему теории, в которой электрические заряды представляются как пульсирующие сферы в массе эфира; он показал, что такие сферы должны действовать друг на друга посредством сил, имеющих довольно много общего с электромагнитными силами.

Анализируя смысл и ценность таких теорий, мы должны отдать им должное в том отношении, что они наводили экспериментаторов (хотя и довольно редко) на идеи новых экспериментов и тем самым стимулировали открытия новых явлений. Однако более часто искусные и трудоемкие экспериментальные исследования проводились лишь для того, чтобы решить вопрос о выборе между двумя теориями эфира, одинаково невероятными и фантастическими. На этом пути было бесплодно затрачено много усилий. Даже в наши дни встречаются люди, считающие механическое истолкование эфира необходимым с точки зрения здравого смысла. Подобные теории продолжают произрастать и, естественно, становятся более и более смутными по мере того, как изобилие требующих объяснения фактов увеличивается, а трудность задачи поэтому неумолимо возрастает.

Генрих Герц сознательно отказался от всяких механистических спекуляций. Изложим суть его собственными словами: «Внутреннее состояние всех тел, в том числе свободного эфира, которому первоначально присущ покой, может испытывать некие возмущения, которые мы называем электрическими, и другие, которые мы называем магнитными. Мы не знаем природы этих изменений состояния, но лишь явления, к которым приводит их существование». Это окончательное отречение от механического толкования играет чрезвычайно важную роль с методической точки зрения. Оно открывает путь к великим достижениям, которых добился своими исследованиями Эйнштейн. Механические свойства твердых и жидких тел известны нам по опыту, однако этот опыт связан лишь с их поведением в грубом смысле. Современные молекулярные исследования показали, что эти видимые грубые свойства представляют собой своеобразную видимость, некую иллюзию, обязанную нашим неуклюжим методам наблюдения, тогда как истинное поведение мельчайших элементов структуры этих тел, поведение атомов, молекул и электронов следует совершенно иным законам. Поэтому наивно предполагать, что каждая континуальная среда, подобная эфиру, должна вести себя по внешней видимости как континуальная жидкость или твердое тело из грубого мира, доступного нашим неуклюжим чувствам. Нет, свойства эфира следует установить, изучая явления, происходящие в нем, независимо от всяких иных данных опыта.

Результат подобных исследований можно выразить следующим образом: состояние эфира можно описать посредством двух направленных (векторных) величин, названия которым — *напря-*

*женность электрического поля $E$ и напряженность магнитного поля $H$* и изменения которых в пространстве и времени взаимно связаны уравнениями Максвелла. При определенных условиях эти свойственные эфиру явления вызывают механические, термические и химические действия на вещество, которые доступны наблюдению.

Все, что выходит за рамки этих достоверных утверждений, представляет собой надуманную гипотезу или плод воображения. Можно возразить, что такая абстрактная позиция подрывает творческий дар исследователя, вдохновляемый видимыми картинами и аналогиями, однако пример самого Герца опровергает это мнение, ибо редко какой-нибудь физик достигал столь замечательной изобретательности в эксперименте, хотя Герц-теоретик, как мы видели, признал в качестве достоверной лишь чистую абстракцию.

## § 11. ТЕОРИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ ПО ГЕРЦУ

Гораздо более важным вопросом, чем псевдопроблема механической интерпретации эфира, является вопрос, касающийся влияния движений тел (среди которых следует учитывать не только все материальные тела, но и эфир) на электромагнитные явления. Этот вопрос заставляет нас вернуться к рассмотрению, но с более общих позиций, уже знакомых нам ранее (гл. IV, § 7) проблем оптики движущихся тел. Теперь мы понимаем оптику как часть электродинамики, а светоносный эфир отождествляем с электромагнитным эфиром. Все выводы, которые мы сделали раньше, исходя из оптических наблюдений, относительно поведения светоносного эфира, должны сохранить свою справедливость, поскольку они, очевидно, совершенно не зависят от механизма световых колебаний: ведь наше рассмотрение касалось лишь геометрических характеристик световой волны, именно частоты (доплер-эффект), скорости (увлечение) и направления распространения (аберрация).

Мы знаем, что вплоть до времени, когда была построена электромагнитная теория света, для измерения были доступны только величины первого порядка по $\beta = v/c$. Результат этих наблюдений можно было бы коротко выразить как «оптический принцип относительности»: оптические события зависят только от относительных движений участвующих в процессе материальных тел, которые излучают, передают или принимают свет. В системе отсчета, движущейся с постоянной скоростью относительно эфира, все внутренние оптические явления происходят точно так же, как если бы система покоилась.

Для объяснения этого факта были предложены две теории. В теории Стокса предполагалось, что эфир внутри вещества полностью увлекается последним; в теории Френеля предполагалось лишь частичное увлечение, величину которого можно было установить из экспериментов. Как мы видели, теория Стокса, если довести ее до конечных логических выводов, запутывалась во внутренних затруднениях; теория же Френеля описывала явления сравнительно удовлетворительно.

В электромагнитной теории возможны те же две альтернативы: либо полное увлечение, за которое ратовал Стокс, либо частичное увлечение по Френелю. Проблема в следующем: позволяют ли чисто электромагнитные наблюдения сделать выбор между этими двумя гипотезами?

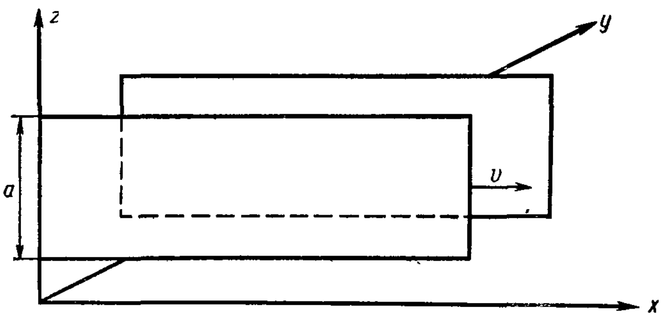
Впервые гипотезу полного увлечения применил к максвелловским уравнениям поля Герц. Приступая к этой работе, он полностью отдавал себе отчет в том, что такая попытка может быть лишь пробной, ибо применение самой гипотезы к оптическим явлениям привело бы к тем же трудностям, которые сразили теорию Стокса. Но простота теории, в которой не требуется делать различий между движением эфира и движением материи, сделала для него привлекательной попытку построить и рассмотреть такую теорию достаточно детально. А это в свою очередь пролило новый свет на тот факт, что явления индукции в движущихся *проводниках*, гораздо более важные для экспериментальной физики и для техники, правильно описываются теорией Герца. Расхождения с результатами экспериментов можно обнаружить лишь при помощи гораздо более тонких опытов, в которых начинают играть роль смещения в *непроводниках*. Рассмотрим последовательно все возможности:

1. Движущиеся проводники: а) в электрическом поле,
   б) в магнитном поле.
2. Движущиеся изоляторы: а) в электрическом поле,
   б) в магнитном поле.

1а. В электрическом поле проводник приобретает поверхностный заряд. Двигаясь, он перемещает вместе с собой и этот заряд. Но движущийся заряд должен быть эквивалентен току и, следовательно, должен создавать окружающее его магнитное поле согласно закону Био и Савара. Для того чтобы изобразить картину этого процесса, представим себе плоский конденсатор, пластины которого параллельны плоскости $xz$ (фиг. 100). Пусть они несут противоположные заряды, поверхностная плотность которых равна $\sigma$. Это означает, что на площади $f$ пластины количество электричества составляет $e = \sigma f$. Итак, пусть одна пластина перемещается относительно другой в направлении оси $x$ со скоростью $v$. При этом возникает *ток конвекции*. Движущаяся пластина смещается со скоростью $v$, т. е. на расстояние $v\tau$ за время $\tau$. Если ее ширина в направлении $z$ равна $a$, то за время

$\tau$ через плоскость, параллельную плоскости $yz$, проходит количество электричества $e = \sigma av\tau$; следовательно, через эту плоскость протекает ток $J = e/\tau = \sigma av$. Этот ток должен вызывать в точности такой же магнитный эффект, как равный ему по величине ток проводимости $J$, протекающий через покоящуюся пластину.

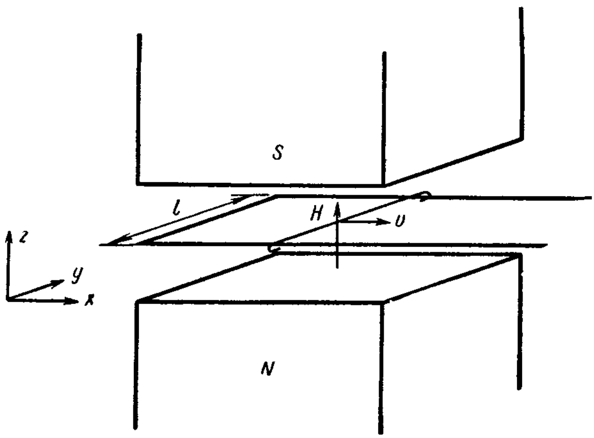
Это было подтверждено экспериментально Роулэндом (1875 г.), работавшим в лаборатории Гельмгольца, а позднее более точно Эйхенвальдом. В их опытах вместо пластины, движущейся прямолинейно, использовался вращающийся металлический диск.




Фиг. 100. Заряженная пластиина конденсатора, движущаяся со скоростью $v$ перпендикулярно направлению электрического поля.

16. Когда проводники движутся в магнитном поле, в них возникает электрическое поле, вызывающее в свою очередь электрический ток. Это явление представляет собой эффект индукции вследствие движения, уже открытый Фарадеем и изученный им количественно. В простейшем случае явление выглядит так: пусть магнитное поле $H$, создаваемое подковообразным магнитом, параллельно оси $z$ (фиг. 101). Возьмем прямолинейную проволочную спицу длиной $l$ и расположим ее параллельно оси $y$. Будем перемещать ее со скоростью $v$ в направлении оси $x$. Если спицу включить в замкнутую цепь, вынуждая ее скользить по двум противоположным ветвям U-образной проволочной вилки таким образом, чтобы сама U-образная вилка не участвовала в движении (фиг. 101), то в спице будет протекать ток $J$. Этот ток проще всего определить, формулируя закон индукции Фарадея следующим образом: ток, индуцированный в проводе, образующем часть замкнутой цепи, пропорционален изменению числа силовых линий, пересекающих площадь, ограниченную проволочной петлей, в единицу времени. Это число

измеряется как магнитное смещение на единицу поверхности $\mu H$, умноженное на площадь $f$, ограниченную петлей; оно равно $f\mu H$. В параграфе, посвященном магнитной индукции (стр. 173), изменение этой величины мы объясняли изменением $H$ на величину $\mathrm{H}$ в течение короткого интервала времени $\tau$. Здесь же оно обусловлено изменением площади $f$ в результате перемещения провода. Если длина провода равна $l$, а его скорость перпендикулярна его ориентации и равна $v$, то наша спица пересекает площадь $lv$ в течение каждой секунды — это и есть изменение




Фиг. 101. Движение проволочной спицы длиной $l$, образующей часть замкнутого контура, в магнитном поле между полюсами большого подковообразного магнита.

площади $f$. Следовательно, изменение числа силовых линий за 1 *сек* составляет $vl\mu H$. Согласно закону индукции Фарадея, в спице возбуждается электрический ток $J$. Вместо того чтобы рассматривать ток $J$, удобнее выразить этот эффект в терминах разности потенциалов $V$, возникающей между концами нашей спицы. Эксперимент показывает, что $V$ пропорциональна только что рассмотренной величине $vl\mu H$. При изучении коэффициента пропорциональности был обнаружен замечательный закон симметрии. Оказалось, что если измерять все величины в используемых нами единицах, то этот коэффициент получается равным $1/c$, так что мы получаем уравнение

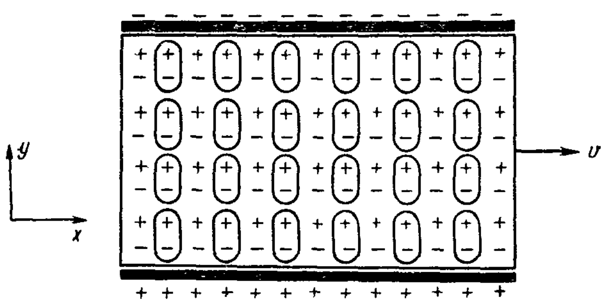
$$V = \frac{1}{c} vl\mu H.$$

Для спицы это соответствует электрическому полю

$$E = \frac{V}{l} = \frac{v}{c} \mu H.$$

Если тот же самый отрезок проволоки двигался бы, не будучи элементом замкнутой цепи, то на его концах возникали бы заряды, соответствующие такому полю и сохраняющиеся в течение всего времени, пока проволока движется.

На этом законе основано действие всех физических и электротехнических машин и приборов, в которых энергия движения превращается с помощью индукции в электромагнитную энергию. В их число входят, например, телефон и динамо-машины всех видов. Таким образом, этот закон можно считать подтвердившимся на бесчисленных экспериментах.




Фиг. 102. Заряженный конденсатор с изолирующим круглым диском между пластинами.

Электростатическая индукция (смещение) приводит к появлению зарядов на противоположных поверхностях диска. Смещения частично действуют в эфире (диполи без рамок), а частично — в изоляторе (диполи в рамках). Если изолирующий диск вращать, то в движении участвуют только диполи изолятора.

2а. Предположим, что движение непроводника в некотором электрическом поле реализуется следующим образом: движущийся диск из непроводящего вещества располагается между двумя пластинами конденсатора, изображенного на фиг. 100 (фиг. 102). Диск будет заполнять пространство между пластинами конденсатора так, что расстояние $a$, отмеченное на фиг. 100, служит также мерой ширины диска. Если теперь конденсатор зарядить, то в диске возникнет электрическое поле $E$; оно вызовет смещение $\varepsilon E$, перпендикулярное плоскости пластин, т. е. параллельное направлению $y$. Вследствие этого на двух граничных поверхностях непроводящего диска возникнут равные заряды, знаки которых будут противоположны зарядам обращенных к ним металлических пластин. Поверхностный заряд будет иметь плотность $\sigma$, пропорциональную смещению $D$ в изоляторе: $4\pi\sigma = D = \varepsilon E$. Здесь $D$ состоит из двух частей: $D_e = E$ — смещение эфира и $D_m = D - D_e$ — смещение самого вещества.

Если изолирующий слой начнет теперь двигаться в направлении оси $x$ со скоростью $v$, то, согласно Герцу, эфир в нем будет полностью увлекаться. Следовательно, поле $E$ и заряды плотностью

$$\sigma = \frac{\varepsilon E}{4\pi},$$

создаваемые этим полем на ограничивающих поверхностях, также будут переноситься.

Следовательно, движущийся заряд на поверхностях диска снова будет образовывать ток

$$\frac{\varepsilon E}{4\pi} av$$

и будет создавать, по Био и Савару, магнитное поле.

Рентген экспериментально доказал (1885 г.), что дело действительно обстоит таким образом, за тем исключением, что отклонение магнитной стрелки, которое должно было наблюдаться, оказалось гораздо меньше, чем следовало из теории Герца. Опыты Рентгена показали, что в движении вещества участвует лишь избыточная по сравнению со смещением самого эфира плотность заряда [т. е. величина $D - D_e = E(\varepsilon - 1) = D_m$, равная смещению в самом изоляторе]. Позднее мы истолкуем этот результат весьма простым образом. Здесь же просто укажем, что, как и следовало ожидать в свете хорошо известных фактов оптики, теория полного увлечения, разработанная Герцем, также потерпела неудачу при попытке объяснить чисто электромагнитные явления.

Эйхенвальд (1903 г.) подтвердил результаты Рентгена с помощью весьма убедительного опыта, в котором заряженные металлические пластины принимали участие в движении. Для таких пластин ток конвекции должен составлять величину

$$\sigma av = \frac{\varepsilon E}{4\pi} av;$$

согласно Герцу, такой изолирующий слой должен, ввиду того что заряды равны и противоположны, точно компенсировать этот ток. Но Эйхенвальд обнаружил, что это не так. Наоборот, он получил ток, совершенно не зависящий от материала изолятора. Именно этого следовало ожидать с точки зрения описанных выше выводов Рентгена. В самом деле, ток, обусловленный изолятором, равен

$$\left(\frac{\varepsilon E}{4\pi} - \frac{E}{4\pi}\right) av,$$

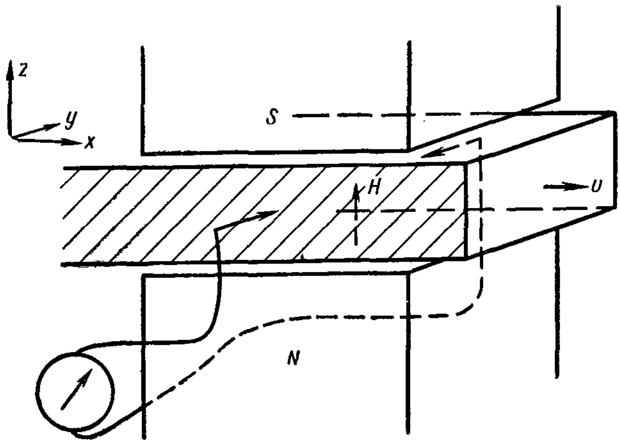
где первый член компенсируется конвекционным током пластин, и, таким образом, у нас остается ток

$$\frac{E}{4\pi} av,$$

который не зависит от диэлектрической постоянной $\varepsilon$.

7 Зак. 1219

2б. Предположим, что магнитное поле, параллельное оси $z$, создается, скажем, подковообразным магнитом, а диск из непроводящего материала движется в этом поле в направлении оси $x$ (фиг. 103). Пусть изолятор не способен намагничиваться ($\mu = 1$). Пусть две граничные поверхности диска, перпендикулярные оси $y$, облицованы металлом и слои металла связаны с электрометром посредством скользящих контактов таким образом, что возникающие на них заряды можно измерять.




Фиг. 103. *Пластину из изолирующего материала двигают в магнитном поле, чтобы измерить возникающие вследствие смещения заряды на его поверхности.*

Этот опыт точно соответствует индукционному опыту (1б), рассмотренному выше, с тем исключением, что движущийся проводник теперь заменяется движущимся диэлектриком. Закон индукции применим к обоим случаям в одной и той же форме. Он требует, чтобы существовало электрическое поле

$$E = H\frac{v}{c},$$

действующее в направлении магнитного поля по оси $y$ на движущийся изолятор. Согласно теории Герца, следовательно, два поверхностных слоя должны приобретать противоположные заряды с поверхностной плотностью

$$\frac{\varepsilon E}{4\pi} = \frac{\varepsilon H}{4\pi}\frac{v}{c},$$

которые и заставляют отклоняться наш электрометр. Этот опыт был осуществлен Вильсоном в 1905 г. Вильсон использовал вращающийся диэлектрик и, конечно, получил подтверждение существования наведенного заряда, однако вновь меньшего, чем ожидалось: заряд соответствовал поверхностной плотности

$$(\varepsilon - 1) \frac{H}{4\pi} \frac{v}{c}.$$

Это означает, что существует только эффект движения вещества, а эффект движения эфира полностью отсутствует. Таким образом, и в этом пункте теория Герца потерпела неудачу.

Во всех четырех указанных выше типичных явлениях, очевидно, играет роль только относительное движение создающих поля тел относительно исследуемого проводника или изолятора. Вместо того чтобы придавать им движение в $x$-направлении, как мы предлагали, можно было бы оставлять их в состоянии покоя, а перемещать остальную часть прибора в противоположном направлении вдоль оси $x$. Результат был бы тем же самым, ибо теория Герца признает лишь относительные движения тел, причем эфир тоже понимается как тело. В системе, движущейся с постоянной скоростью, все происходит, согласно Герцу, точно так же, как если бы она покоилась. Это значит, что в теории Герца справедлив классический принцип относительности.

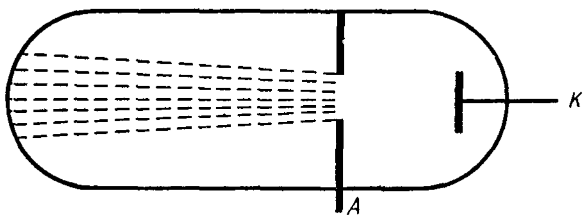
Однако теория Герца не соответствует фактам, и поэтому она вскоре должна была уступить место другой теории, основанной на совершенно противоположных представлениях об относительности.

## § 12. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ЛОРЕНЦА

Теория Лоренца (выдвинутая им в 1892 г.) знаменует вершину и последний шаг в физике материального эфира. Это одножидкостная теория электричества, построенная на теории атомистических воззрений, причем именно последнее обстоятельство, как мы увидим, предопределяет роль, отведенную в ней для эфира.

На тот факт, что электрические заряды имеют атомистическую структуру, т. е. существуют в природе в виде очень малых, но далее уже неделимых количеств, впервые указал Гельмгольц (в 1881 г.) при попытке объяснить законы электролиза Фарадея (стр. 155). По сути дела, достаточно было предположить, что каждый атом в электролитическом растворе находится в своеобразной химической связи с одним «атомом электричества», или электроном, чтобы тот факт, что определенное количество электричества всегда вызывает выделение эквивалентных количеств определенных веществ, приобрел разумное объяснение.

Атомистическая структура электричества оказалась особенно ценной при объяснении явления, которое наблюдается при прохождении электрического тока через разреженные газы. В этой области впервые было выяснено, что положительное и отрицательное электричества ведут себя совершенно различным образом. Если два металлических электрода ввести в стеклянную трубку и пропускать между ними ток (фиг. 104), то до тех пор, пока газ еще присутствует в трубке в заметных количествах (имеет заметное давление), в трубке происходят весьма сложные явления. Но по мере того как газ все больше и больше откачивается, явления становятся все проще. Когда достигается очень сильный вакуум, отрицательный электрод — катод $K$ — начинает испускать лучи, проходящие через отверстия в положительном электроде — аноде $A$ — и наблюдаемые за $A$ в форме флуоресценции, производимой ими на экране (что мы




Фиг. 104. Трубка для получения катодных лучей. $K$ – катод; $A$ – анод.

наблюдаем на экране каждого телевизора). Эти лучи называют *катодными лучами*. Было показано, что их можно отклонять с помощью магнита так же, как поток отрицательного электричества. Величайший вклад в изучение катодных лучей был внесен Томсоном (лордом Кельвином) и Ленардом. Отрицательный заряд лучей также можно непосредственно продемонстрировать, собирая его на полом проводнике. Более того, эти лучи отклоняются и в электрическом поле, действующем перпендикулярно направлению их движения; это отклонение противоположно направлению поля, что вновь доказывает отрицательность переносимого ими заряда.

Убеждение в том, что природа катодных лучей корпускулярна, стало уверенностью, когда физики успешно вывели количественное заключение относительно их скорости и заряда.

Если представить себе катодные лучи как поток малых частиц массой $m_{el}$, то, очевидно, эти лучи будут тем меньше отклоняться в определенном электрическом или магнитном поле, чем больше скорость частиц, — аналогично траектория ружейной пули тем ближе к прямой, чем больше ее скорость. Но возможно создавать катодные лучи, которые могут сильно отклоняться, т. е. медленные катодные лучи: нужно использовать малую разность потенциалов между катодом и анодом. Выбирая большую разность потенциалов между двумя электродами, мы получаем лучи, сильно ускоренные полем между $K$ и $A$. Скорость катодных лучей за отверстием в аноде $A$ зависит только от ускорения, приобретенного ими на пути от $K$ до $A$, которое можно подсчитать, исходя из фундаментального уравнения механики

$$m_{el} b = K = eE,$$

где $e$ — заряд и $E$ — напряженность поля. Мы здесь имеем дело, очевидно, со случаем, аналогичным случаю «падения» тел, в котором ускорение равно не ускорению силы тяжести $g$, а величине

$$\frac{e}{m_{el}} E.$$

Если бы мы знали отношение $e/m_{el}$, то скорость $v$ можно было бы найти из закона падения тел. Но здесь два неизвестных, $e/m_{el}$ и $v$, следовательно, необходимо еще одно измерение, если мы хотим определить эти величины. Это измерение можно осуществить с помощью поперечного магнитного поля. Рассматривая теорию Герца (гл. V, § 11, п. 1б, стр. 190), мы видели, что магнитное поле $H$ возбуждает в теле, движущемся перпендикулярно направлению $H$, электрическое поле

$$E = \frac{v}{c} H,$$

перпендикулярное как к $H$, так и к $v$. Следовательно, отклоняющая сила

$$eE = e\frac{v}{c} H$$

будет действовать на каждую частицу катодных лучей так, что эти частицы будут приобретать ускорение

$$b = \frac{e}{m_{el}} \frac{v}{c} H,$$

перпендикулярное к направлению их движения. Это ускорение можно найти, измеряя поперечное смещение луча. Таким образом, мы получаем второе уравнение для определения двух наших неизвестных $e/m_{el}$ и $v$.

Определения, выполненные таким или аналогичным методом, дали следующий результат: для не особенно больших скоростей отношение $e/m_{el}$ имеет определенную постоянную величину, равную

$$\frac{e}{m_{el}} = 5{,}31 \cdot 10^{17} \text{ электростат. ед./г.} \tag{66}$$

С другой стороны, рассматривая электролиз [гл. V, § 2, формула (48), стр. 157], мы указали, что водород несет количество электричества $C_0 = 2{,}90 \cdot 10^{14}$ электростатических единиц/грамм. Если принять теперь напрашивающееся предположение о том, что заряд частицы в каждом случае один и тот же, именно равный «атому электричества», или одному электрону, то мы должны сделать вывод, что масса частицы катодных лучей $m_{el}$ должна находиться в следующем отношении к массе атома водорода $m_{\mathrm{H}}$:

$$\frac{m_{el}}{m_{\mathrm{H}}} = \frac{e}{m_{\mathrm{H}}} : \frac{e^{*}}{m_{el}} = \frac{2{,}90 \cdot 10^{14}}{5{,}31 \cdot 10^{17}} = \frac{1}{1830}.$$

Таким образом, частицы катодных лучей примерно в две тысячи раз легче, чем атомы водорода — самые легкие атомы из всех химических веществ. Этот результат приводит нас к заключению о том, что катодные лучи представляют собой поток чистых «атомов электричества».

Это мнение выдержало проверку бесчисленных исследований. Отрицательное электричество состоит из свободно движущихся электронов; положительное же электричество связано с веществом и никогда не существует вне вещества. Таким образом, последующие экспериментальные исследования подтвердили и дали точную форму прежним гипотезам одножидкостной теории. Величина заряда $e$ каждого электрона также была успешно определена. Первые опыты этого типа осуществил Томсон (1898 г.). Основная идея его опытов состояла в следующем: мельчайшие капли масла или воды или крошечные металлические шарики микроскопических или субмикроскопических размеров создавались с помощью конденсации пара или разбрызгивания жидкости в воздухе. Они падают с постоянной скоростью, поскольку трение воздуха противодействует ускорению силы тяжести. Измеряя скорость падения, можно определить размер частиц, а отсюда их массу $M$, умножая их размер на плотность вещества. Вес таких частиц, следовательно, равен $Mg$, где $g = 981$ *см/сек*$^2$ — ускорение силы тяжести. Далее, таким частицам можно придать электрический заряд, подвергая воздух воздействию рентгеновских лучей или радиоактивных веществ. Если возбудить электрическое поле $E$, направленное вертикально вверх, то на шарик, несущий положительный заряд $e$, должна действовать сила, стремящаяся двигать его вверх. Если электрическая сила $eE$ равна весу $Mg$, то шарик окажется неподвижно взвешенным в воздухе. Тогда заряд $e$ можно вычислить из уравнения $eE = Mg$. Милликен (1910 г.), выполнивший самые точные опыты такого рода, обнаружил, что заряд малых капель всегда составляет целое кратное определенного минимального заряда. Поэтому мы будем называть этот минимальный заряд *элементарным электрическим зарядом*. Его величина составляет

$$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ электростат. ед.} \tag{67}$$

Абсолютная величина элементарного заряда не играет существенной роли в электронной теории Лоренца. Опишем теперь физический мир, как его представлял себе Лоренц.

Атомы вещества являются носителями положительного электричества, которое нераздельно связано с ними. Кроме того, они содержат также некоторое число отрицательных электронов, так что относительно окружающих тел они оказываются электрически нейтральными. В изоляторах электроны накрепко связаны с атомами; они могут лишь слегка смещаться относительно своих равновесных положений так, что атом становится диполем. В электролитах и проводящих газах может случиться, что какой-нибудь атом имеет один или больше электронов в избытке или в недостатке по сравнению с нормальным количеством. Тогда его называют *ионом*, или *носителем*. Он движется в электрическом поле, перенося одновременно и вещество и электричество. Внутри металлов электроны движутся свободно и испытывают сопротивление своему движению, лишь сталкиваясь с атомами вещества. Магнетизм возникает, когда электроны в определенных атомах движутся по замкнутым орбитам и, следовательно, представляют собой молекулярные токи Ампера.

Электроны и положительные атомные заряды плавают в море эфира, в котором присутствуют электромагнитные поля, подчиняющиеся уравнениям Максвелла. Но в этих уравнениях надо положить $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$, а на место тока проводимости следует поставить конвекционный ток электронов $\rho v$. Таким образом, уравнения приобретают вид

$$\begin{aligned} &\operatorname{div} E = 4\pi\rho, \quad && \operatorname{rot} H - \frac{1}{c}\frac{\mathsf{E}}{\tau} = 4\pi\rho\frac{v}{c}, \\ &\operatorname{div} H = 0, && \operatorname{rot} E + \frac{1}{c}\frac{\mathsf{H}}{\tau} = 0. \end{aligned} \tag{68}$$

В них обычным образом входят законы Кулона, Био и Савара и Фарадея.

Таким образом, *все* электромагнитные явления состоят в основе своей из движения электронов и полей, сопровождающих эти движения. Свойства вещества зависят от различных возможностей движения электронов относительно атомов, причем зависимость эта носит вышеописанный характер. Основная задача электронной теории состоит в том, чтобы вывести обычные уравнения Максвелла из фундаментальных законов (68) для отдельных невидимых электронов и атомов, т. е.

показать, что все материальные тела действительно должны иметь соответственно их природе определенную проводимость $\sigma$, диэлектрическую постоянную $\varepsilon$ и магнитную проницаемость $\mu$.

Лоренц решил эту задачу и показал, что электронная теория не только приводит к уравнениям Максвелла в простейшем случае, но, более того, объясняет многочисленные факты, непостижимые для описательной теории или объяснимые в ней лишь с помощью искусственных гипотез. Эти факты, что очень важно, охватывают и более тонкие явления оптики, цветовой дисперсии, магнитного вращения плоскости поляризации (стр. 180), открытого Фарадеем, и другие подобные взаимодействия между световыми волнами и электрическими или магнитными полями. Мы не будем далее углубляться в эту обширную и математически сложную теорию, но ограничимся вопросом, имеющим для нас фундаментальный интерес: какую роль играет эфир в этом понимании материи?

Лоренц выдвинул чрезвычайно смелый лозунг, который до тех пор никогда еще не высказывался с такой решительностью:

*Эфир покоится в абсолютном пространстве!*

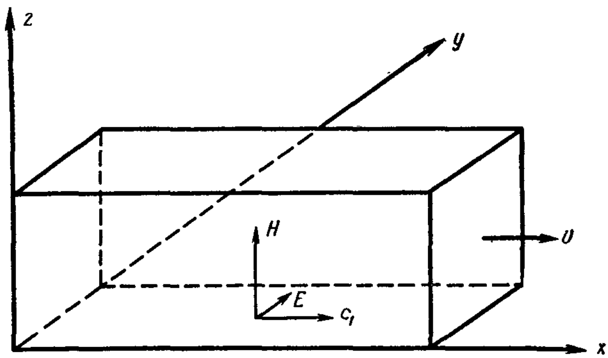
В принципе это — отождествление эфира с абсолютным пространством. Абсолютное пространство оказывается не вакуумом, но чем-то имеющим определенные свойства. Его состояние можно описать с помощью двух направленных величин — электрического поля $E$ и магнитного поля $H$; как таковое это нечто и называется эфиром.

Это предположение заходит гораздо дальше, чем теория Френеля. В последней эфир в астрономическом пространстве покоился в специальной инерциальной системе, которую мы могли рассматривать как пребывающую в абсолютном покое. Но эфир внутри материальных тел частично переносился этими телами.

Лоренц отбросил даже это частичное увлечение и пришел практически к тому же самому результату. Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим явление, происходящее в диэлектрике, помещенном между пластинами конденсатора. Когда конденсатор заряжается, в нем возникает поле, перпендикулярное плоскости пластин (фиг. 89); оно смещает электроны в атомах диэлектрического вещества и превращает их в диполи, как мы уже объяснили выше (стр. 192—193). Диэлектрическое смещение в смысле Максвелла равно $\varepsilon E$, но лишь часть его обусловлена смещением электронов. Вакуум имеет диэлектрическую постоянную $\varepsilon = 1$ и, следовательно, смещение $E$; таким образом, истинная величина электронного смещения составляет $\varepsilon E - E = (\varepsilon - 1)E$. Но мы видели, что опыты Рентгена и Вильсона по изучению явлений в движущихся изоляторах подтверждают тот факт, что в действительности лишь эта часть смещения играет роль в движении. Таким образом, теория Лоренца дает правильное описание электромагнитных явлений, не обращаясь к гипотезам относительно того, как эфир переносится веществом.

Тот факт, что увлечение эфира происходит в точном согласии с формулой Френеля (44), становится понятным в свете следующих соображений.

Как и в опыте Вильсона, рассмотрим диэлектрическое тело, движущееся со скоростью $v$ вдоль оси $x$. Пусть в нем распространяется световой луч в том же направлении (фиг. 105). Пусть этот луч состоит из электрических колебаний $E$, параллельных оси $y$, и магнитных колебаний, параллельных оси $z$. Из опыта




Фиг. 105. Луч света и происходящие в нем электрические ($E$) и магнитные ($H$) колебания распространяются в изоляторе со скоростью $c_1$.

Вильсона мы знаем, что такое магнитное поле в движущемся теле создает смещение, равное

$$(\varepsilon - 1)\frac{v}{c}H,$$

в направлении оси $y$. Отсюда, разделив на $\varepsilon$, можно получить налагающееся электрическое поле. Таким образом, полное электрическое поле составляет

$$E + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\frac{v}{c}H.$$

Если бы увлечение было полным, как предполагается в теории Герца, мы получили бы коэффициент $\varepsilon$ вместо $\varepsilon - 1$, и поэтому полное поле было бы равно

$$E + \frac{v}{c}H.$$

Мы видим, что в полученной нами формуле $v$ заменяется на

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} v.$$

Следовательно, эта величина должна соответствовать абсолютной скорости эфира в веществе в согласии с теорией Френеля, т. е. коэффициенту увлечения, который в оптике обозначают через $\varphi$ [ср. с формулой (44)]. Именно так и обстоит дело, ибо, согласно электромагнитной теории Максвелла (стр. 184), диэлектрическая постоянная равна квадрату коэффициента преломления $n$, т. е. $\varepsilon = n^2$. Если подставить эту величину в нашу формулу, то окажется, что

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} v = \frac{n^2 - 1}{n^2} v = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) v = \varphi$$

в согласии с формулой (44).

Вспомним, что теория Френеля столкнулась с большими трудностями при попытке объяснить цветовую дисперсию; в самом деле, если коэффициент преломления $n$ зависит от частоты (цвета светового луча), то и коэффициент увлечения $\varphi$ также будет зависеть от нее. Но эфир может переноситься в веществе лишь одним определенным образом, а не различными для каждого цвета. Эта трудность исчезает в электронной теории, поскольку эфир остается покоящимся, а именно электроны, присутствующие в веществе, переносятся; цветовая дисперсия обусловлена тем, что свет заставляет колебаться эти электроны, а они в свою очередь оказывают обратное влияние на скорость света.

Мы не можем углубляться дальше в подробности этой теории и в ее многочисленные ответвления. Резюмируем наши результаты следующим образом: теория Лоренца предполагает существование некоторого эфира, находящегося в абсолютном покое. Затем Лоренц доказывает, что, несмотря на это, все электромагнитные и оптические явления зависят только от относительного движения переноса материальных тел (постольку, поскольку учитываются члены первого порядка по $\beta$). Таким образом, теория Лоренца объясняет все известные явления и прежде всего тот факт, что абсолютное движение Земли в эфире невозможно обнаружить с помощью земных экспериментов, в которых играют роль только величины первого порядка (в этом состоит оптический или, точнее, электромагнитный принцип относительности).

Существует, однако, один эксперимент первого порядка, относительно которого теория Лоренца может сказать не больше, чем любая из рассмотренных выше теорий: таким экспериментом было бы установление того факта, что метод Рёмера не позволяет обнаружить абсолютное движение всей солнечной системы (см. стр. 92 и 127).

Решающий для теории Лоренца момент связан с вопросом, выдержит ли она проверку экспериментами, позволяющими измерять величины второго порядка по $\beta$. В самом деле, ведь такие опыты должны сделать возможным измерение абсолютного движения Земли в эфире. Прежде чем мы обратимся к этому вопросу, нам предстоит обсудить достижение лоренцовой теории электронов, благодаря которому область ее применения чрезвычайно расширилась, именно электродинамическую интерпретацию инерции.

## § 13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ МАССА

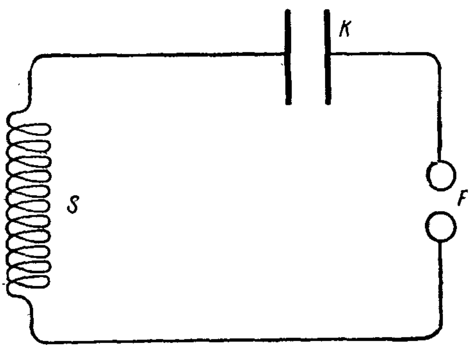
Читатель заметит, что с того момента, как мы оставили упругий эфир и сосредоточили свое внимание на электродинамическом эфире, мы совсем перестали говорить о механике. Механические и электродинамические явления образуют каждые свое собственное царство. Первые происходят в абсолютном ньютоновском пространстве, определяемом законом инерции и обнаруживающем свое существование через центробежные силы; вторые представляют собой состояния эфира, покоящегося в абсолютном пространстве. Рациональная теория, какою претендует быть теория Лоренца, не может позволить этим двум царствам существовать рядом друг с другом вне всякой взаимосвязи.

Как мы знаем, физикам, несмотря на огромные усилия и изобретательность, не удалось свести электродинамику к понятиям механики. Невольно напрашивается обратное: нельзя ли механику свести к понятиям электродинамики?

Если бы это удалось успешно осуществить, то абстрактное абсолютное пространство Ньютона превратилось бы в конкретный эфир. Инерциальное сопротивление и центробежные силы можно было бы представлять себе как физические эффекты эфира, скажем, как особую форму электромагнитных полей, но принцип относительности в механике потерял бы свою строгую достоверность и был бы справедлив, как и в электродинамике, лишь приближенно для величин первого порядка по $\beta = v/c$.

Наука, не колеблясь, предприняла эту попытку, полностью переворачивающую вверх ногами всю иерархическую лестницу понятий. И хотя позднее доктрину абсолютно покоящегося эфира пришлось низложить, эта революция, свергнувшая механику с ее трона и возвысившая электродинамику до верховной силы физики, не была напрасной. Ее завоевания сохранили свою ценность в несколько видоизмененной форме.

Мы уже видели (стр. 181), что распространение электромагнитных волн происходит посредством взаимного воздействия друг на друга электрических и магнитных полей, вызывающего некоторый эффект, аналогичный эффекту механической инерции. Электромагнитное поле обладает свойством никогда не исчезать, совершенно аналогично материи. Для того чтобы создать поле, необходимо выполнить работу, а когда оно исчезает, эта работа вновь появляется. Это можно наблюдать во всех явлениях, связанных с электромагнитными колебаниями, — примером могут служить различные виды радиопередатчиков. Старый радиопередатчик типа Маркони[1]) состоит из электрического осциллятора, основу конструкции которого (фиг. 106) составляет искровая щель $F$, катушка $S$ и конденсатор $K$ (две металлические пластины, расположенные на некотором расстоянии друг от друга); эти элементы соединены проводами и образуют «открытую» цепь. Конденсатор заряжается до тех пор, пока через щель $F$ не проскакивает искра. При этом конденсатор разряжается и количество электричества, накопленное в нем, стекает с его пластин. Заряды пластин не просто нейтрализуют друг друга, но «перескакивают» через состояние равновесия и собираются снова на пластинах конденсатора, но уже с противоположными знаками, точно так же, как маятник проскакивает равновесное положение и отклоняется в противоположную сторону. Когда конденсатор таким путем заряжается снова, электричество опять стекает с пластин, вызывая следующую искру в щели; таким образом в системе осуществляются колебания до тех пор, пока энергия колебаний не растрачивается на нагревание соединяющих проводов или не передается другим частям прибора, например излучающей антенне. Итак, электрические колебания доказывают, что поле имеет инерциальные свойства, в точности аналогичные инерциальным свойствам массы, сосредоточенной



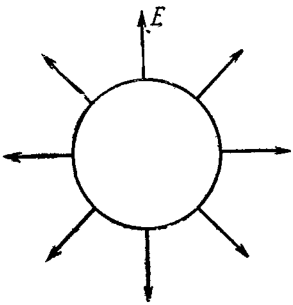

Фиг. 106. Цепь из конденсатора $K$, соленоида $S$ и разрядной щели $F$, используемая для демонстрации электрических колебаний.

---

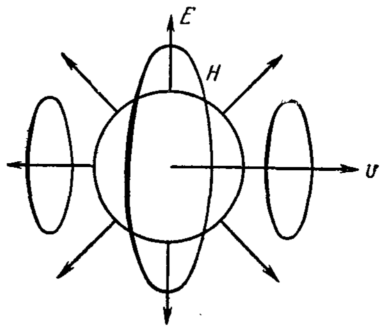
[1]) Так автор называет радиопередатчик, изобретенный русским ученым А. С. Поповым и построенный вскоре после Попова итальянцем Маркони, который наладил их выпуск в Европе. — *Прим. перев.*

в грузе маятника. Теория Максвелла описывает этот факт верно во всех деталях. Все свойства электромагнитных колебаний, происходящих в каком-либо определенном приборе, можно предсказать с помощью вычислений, основанных на уравнениях поля.

Это привело Томсона к мысли о том, что инерция тела должна увеличиваться, если телу сообщить электрический заряд. Рассмотрим заряженный шар, который сначала покоится, а потом начинает двигаться со скоростью $v$. Неподвижный шар создает электростатическое поле, силовые линии которого направлены по радиусу наружу (фиг. 107); движущийся же шар создает в дополнение к электрическому магнитное поле, силовые




Фиг. 107. Электрическое поле вокруг покоящегося заряда.




Фиг. 108. Возникновение магнитного поля при движении заряда вместе с его электрическим полем.

линии которого окружают траекторию шара (фиг. 108), поскольку движущийся заряд представляет собой ток конвекции (в сочетании с током смещения) и, согласно закону Био и Савара, создает электромагнитное поле. Обоим состояниям шара присущи описанные выше инерциальные свойства. Одно можно перевести в другое, лишь проделывая некоторую работу. Сила, необходимая для того, чтобы привести неподвижный шар в состояние движения, таким образом, оказывается в случае заряженного шара больше, чем в случае незаряженного. Если еще больше ускорить движение заряженного шара, магнитное поле $H$, очевидно, возрастает. Таким образом, силу снова необходимо увеличить.

Как мы помним, сила $K$, действующая в течение короткого интервала времени $\tau$, представляет собой импульс силы $J = K\tau$; этот импульс силы вызывает равное $w$ изменение скорости движения массы $m$ в соответствии с формулой (7) (гл. II, § 9, стр. 41)

$$mw = J.$$

Если масса несет заряд, то тот же импульс $J$ вызовет меньшее изменение скорости, поскольку некоторая часть его, $J'$, будет затрачена на изменение магнитного поля. Таким образом,

$$mw = J - J'.$$

Вычисления приводят к, пожалуй, очевидному выводу, что импульс $J'$, необходимый для увеличения магнитного поля, тем больше, чем больше изменение скорости $w$, и, разумеется, приближенно пропорционален этому изменению скорости. Таким образом, можно положить $J' = m'w$, где $m'$ — коэффициент пропорциональности, который, кроме того, может зависеть от состояния, т. е. от скорости $v$, которую имело тело до момента, когда скорость начала изменяться. Мы имеем

$$mw = J - m'w,$$

или

$$(m + m')\, w = J.$$

Следовательно, все происходит так, как если бы масса $m$ увеличивалась на величину $m'$, которую следует вычислять, опираясь на уравнения электромагнитного поля, и которая может зависеть от скорости $v$. Точное значение $m'$ для любой скорости $v$ можно вычислить только при условии, что относительно характера распределения электрического заряда в движущемся теле приняты определенные предположения. Но предельное значение $m'$ для скоростей, которые еще можно считать малыми по сравнению со скоростью света $c$ (т. е. соответствующие малым значениям $\beta$), определяется независимо от такого рода предположений; оно равно

$$m_{el} = \frac{4}{3}\,\frac{S}{c^2}, \tag{69}$$

где $S$ — электростатическая энергия заряда тела.

Мы видели, что масса электрона примерно в 2000 раз меньше, чем масса атома водорода. Возникает мысль, что электрон, может быть, вообще не имеет «обычной» массы и представляет собой не более чем «атом электричества», а его масса имеет чисто электромагнитное происхождение. Совместимо ли подобное предположение с тем, что мы знаем о размерах, заряде и массе электрона?

Поскольку электроны должны быть структурными элементами атома, они должны быть, во всяком случае, малы по сравнению с размерами атомов. Но мы знаем из атомной физики, что радиус атома составляет величину порядка $10^{-8}$ *см*. Следовательно, радиус электрона должен быть меньше, чем $10^{-8}$ *см*. Если представлять себе электрон как шар радиусом $a$, несущий заряд $e$, распределенный по его поверхности, то, как можно подсчитать из закона Кулона, электростатическая энергия его будет равна $S = {}^1/_2(e^2/a)$. Следовательно, по формуле (69), электромагнитная масса электрона должна быть равна

$$m_{el} = \frac{4}{3}\frac{S}{c^2} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{ac^2}.$$

Отсюда можно подсчитать радиус электрона $a$:

$$a = \frac{2}{3}\frac{e}{c^2}\frac{e}{m_{el}}.$$

Справа в нашей формуле стоят известные нам величины: $e/m_{el}$ — из опыта с отклонением катодных лучей [формула (66), стр. 197], $e$ — из измерений Милликена [формула (67), стр. 199] и $c$ — скорость света. Если подставить в нашу формулу эти величины, мы получим

$$a = 1{,}88 \cdot 10^{-13}\ см.$$

Эта длина примерно в 100 000 раз меньше, чем радиус атома.

Таким образом, гипотеза о том, что масса электрона — электромагнитная по происхождению, не противоречит известным фактам. Но это еще не доказывает самой гипотезы.

На этой стадии теория нашла мощную поддержку со стороны весьма совершенных наблюдений катодных лучей и β-лучей радиоактивных веществ, представляющих собой также излученные электроны. Выше мы объяснили, как электрические и магнитные эффекты, присущие этим лучам, позволили определить отношение заряда к массе $e/m_{el}$ и скорость лучей $v$, а также как сначала было получено определенное значение для $e/m_{el}$, не зависящее от $v$. Однако в опытах со все более высокими скоростями было обнаружено уменьшение $e/m_{el}$. Этот эффект оказался особенно отчетливым и легко измеримым количественно в случае β-лучей радия, скорость которых лишь немного меньше скорости света. Предположение о том, что электрический заряд должен зависеть от скорости, несовместимо с идеями электронной теории. Но того, что масса должна зависеть от скорости, безусловно, следовало ожидать, коль скоро принято, что масса имеет электромагнитное происхождение. Правда, для разработки количественной теории оказалось необходимым принять определенное предположение относительно формы электрона и распределения электрического заряда в нем. Абрагам (1903 г.) рассмотрел две модели шарообразного электрона: в первой заряд распределен равномерно по всему объему его, во второй — равномерно по поверхности; он показал, что обе модели приводят к одной и той же зависимости электромагнитной массы от скорости, именно к увеличению массы с увеличением скорости. Чем быстрее движется электрон, тем большее сопротивление оказывает электромагнитное поле дальнейшему увеличению скорости. Увеличение $m_{el}$ сразу объясняет наблюдаемое уменьшение отношения $e/m_{el}$, и теория Абрагама очень хорошо согласуется количественно с результатами измерений Кауфмана (1901 г.), если предположить, что в его опытах «обычной» массы не присутствовало.

Таким образом, инерцию электрона удалось свести к эффекту электромагнитного поля в эфире. В то же время прояснились дальнейшие перспективы. Поскольку атомы являются переносчиками положительного электричества, а также содержат многочисленные электроны, их масса, может быть, тоже имеет электромагнитное происхождение? В этом случае масса как мера инерциального сопротивления уже не представляла бы собой первичного явления, как в элементарной механике, но стала бы вторичным следствием свойств структуры эфира. Следовательно, ньютоновское абсолютное пространство, определяемое лишь механическим законом инерции, стало бы излишним: его роль взял бы на себя эфир, электромагнитные свойства которого хорошо известны.

Мы увидим (гл. V, § 15, стр. 216), что новые факты противоречат этому взгляду. Но соотношение между массой и электромагнитной энергией, которое впервые было установлено именно на этом пути, составляет фундаментальное открытие, глубокое значение которого было полностью оценено лишь после того, как Эйнштейн создал свою теорию относительности.

Надо еще добавить, что, кроме предложенной Абрагамом теории жесткого электрона, были выдвинуты и изучены математически другие гипотезы. Важнейшая из них — гипотеза Лоренца (1904 г.) — тесно связана с теорией относительности. Лоренц предположил, что всякий движущийся электрон сжимается в направлении движения так, что из шара он превращается в сплющенный сфероид вращения, причем величина сплющивания определенным образом зависит от скорости. Эта гипотеза на первый взгляд кажется странной. Бесспорно, из этой гипотезы вытекает более простая формула зависимости электромагнитной массы от скорости, чем из теории Абрагама, но само по себе это еще не оправдывает гипотезу. Действительное подтверждение ее было получено на пути, по которому пошла лоренцова электронная теория, когда перед нею встала задача анализа величин второго порядка.

С этой задачей теория Лоренца встретилась при рассмотрении экспериментальных исследований, на которые мы сейчас и перенесем свое внимание. Как при этом выяснилось, формула Лоренца имеет универсальное значение в теории относительности. Об экспериментальном решении вопроса выбора между этой теорией и теорией Абрагама мы расскажем позднее (гл. VI, § 7, стр. 270).

В начале нового столетия, после того как электронная теория достигла описанной выше стадии, возможность формирования единой физической картины мира казалась уже близкой. Эта картина свела бы все формы энергии, в том числе и механическую инерцию, к единой первопричине — электромагнитному полю в эфире. И только одна форма энергии — гравитация — казалась все еще вне этой системы; однако можно было надеяться, что и гравитация позволит, наконец, истолковать себя как эффект, свойственный эфиру.

## § 14. ОПЫТ МАЙКЕЛЬСОНА И МОРЛИ

За двадцать лет до начала этого периода, однако, фундамент всего построения уже дал трещину, и, хотя наверху строительство продолжалось, основы уже нуждались в ремонте и укреплении.

Мы уже несколько раз подчеркивали, что всякий решающий эксперимент, ставящий целью подтверждение теории неподвижного эфира, должен быть достаточно точным, чтобы учесть величины второго порядка по $\beta$. Лишь в этом случае можно достичь уверенности в вопросе о том, действительно ли всякое быстро движущееся тело встречает некий эфирный ветер, сдувающий с него световые волны, как требует того теория.

Майкельсон и Морли (1881 г.) впервые успешно осуществили важнейший эксперимент такого рода. Они пользовались интерферометром Майкельсона (гл. IV, § 4, стр. 102), который им удалось усовершенствовать до состояния точного прибора колоссальных возможностей.

При исследовании влияния движения Земли на скорость света (гл. IV, § 9, стр. 129) было обнаружено, что время, необходимое световому лучу для прохождения расстояния $l$ параллельно движению Земли туда и обратно, отличается лишь на величину второго порядка от значения, которое это время имело бы, если бы Земля покоилась. Мы установили раньше, что это время составляет

$$t_1 = l\left(\frac{1}{c+v} + \frac{1}{c-v}\right) = \frac{2lc}{c^2 - v^2};$$

его можно записать и иначе:

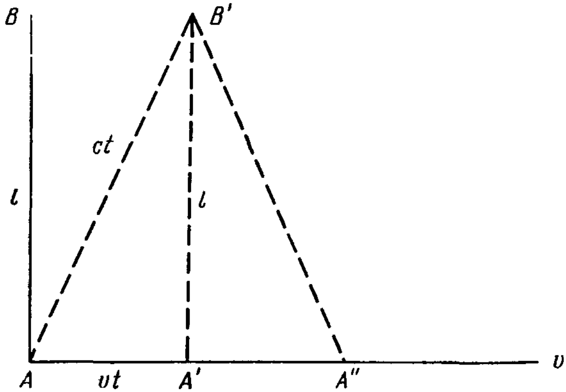
$$t_1 = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{1-\beta^2}.$$

Если бы его можно было настолько точно измерить, что долю

$$\frac{1}{1-\beta^2}$$

удалось бы отличить от 1, несмотря на чрезвычайно малое значение величины $\beta^2$, то мы получили бы средство обнаружения эфирного ветра.

Однако, вне всякого сомнения, невозможно измерить короткий интервал времени, который затрачивает свет для того, чтобы пересечь определенное расстояние. Интерферометрические методы дают просто разности времен, затрачиваемых светом на прохождение различных, не равных друг другу расстояний между двумя заданными точками. Но зато эти разности они дают с поразительной точностью.




Фиг. 109. Путь луча света в опыте Майкельсона.

Поэтому Майкельсон и Морли заставляли второй луч проходить расстояние $AB$, равное одной и той же величине $l$, вперед и назад, но в обоих случаях по перпендикуляру к направлению движения Земли по орбите (фиг. 109). Когда свет движется от $A$ до $B$, Земля проходит короткое расстояние вперед, так что точка $B$ перемещается в точку $B'$ в эфире. Таким образом, истинное расстояние, пройденное светом в эфире, равно $AB'$; если свету потребовалось время $t$ для того, чтобы покрыть это расстояние, то $AB' = ct$. За то же время точка $A$ перемещается в положение $A'$ со скоростью $v$; следовательно, $AA' = vt$. Применяя теперь теорему Пифагора к прямоугольному треугольнику $AA'B$, мы получаем

$$c^2t^2 = l^2 + v^2t^2,$$

или

$$t^2(c^2 - v^2) = l^2, \quad t^2 = \frac{l^2}{c^2 - v^2} = \frac{l^2}{c^2}\frac{1}{1-\beta^2},$$

$$t = \frac{l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

На обратный путь свету требуется то же время, поскольку Земля смещается на аналогичный отрезок так, что исходная точка светового луча $A$ перемещается из положения $A'$ в $A''$.

Таким образом, на путь туда и обратно свет затрачивает время

$$t_2 = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Разность времен, затрачиваемых светом на прохождение параллельного и перпендикулярного направлению движения Земли расстояний, составляет

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{c}\left(\frac{1}{1-\beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right).$$

Далее, пренебрегая членами более высокого порядка по $\beta$ (аналогично тому, как это было сделано на стр. 125), мы можем аппроксимировать[1]) полученное выражение, заменяя

$$\frac{1}{1-\beta^2} \quad \text{на} \quad 1+\beta^2,$$

а

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ на выражение } 1+\frac{\beta^2}{2}.$$

Следовательно, с достаточной степенью точности можно записать

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{c}\left[(1+\beta^2) - \left(1+\frac{\beta^2}{2}\right)\right] = \frac{2l}{c}\frac{\beta^2}{2} = \frac{l}{c}\beta^2.$$

Итак, запаздывание одной световой волны по сравнению с другой представляет собой величину второго порядка.

Это запаздывание можно измерить с помощью интерферометра Майкельсона (фиг. 110). В этом приборе свет, идущий от

---

[1]) Чтобы доказать, что равенство

$$\frac{1}{1-\beta^2} = 1+\beta^2$$

приближенно справедливо, запишем его в следующем виде:

$$1 = (1-\beta^2)(1+\beta^2) = 1-\beta^4,$$

т. е. равенство верно, если пренебречь $\beta^4$. Точно так же, возводя в квадрат

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1+\frac{\beta^2}{2},$$

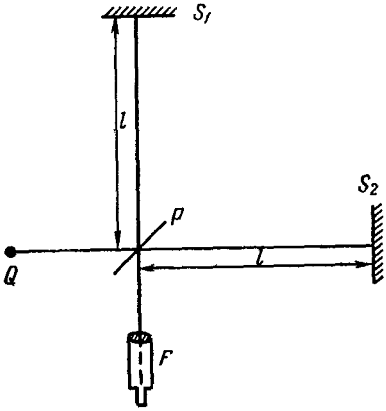
мы получим

$$\frac{1}{1-\beta^2} = 1+\beta^2+\frac{\beta^4}{4};$$

пренебрегая последним членом, получим формулу, приведенную выше.

источника $Q$, разделяется полупрозрачным зеркалом $P$ на два луча, которые движутся по перпендикулярным друг другу направлениям к зеркалам $S_1$ и $S_2$, отражаясь от которых они направляются обратно к зеркалу $P$. От полупрозрачного зеркала $P$ лучи идут параллельно к окуляру $F$, где наблюдается их интерференция. Если расстояния $S_1P$ и $S_2P$ равны и если одно плечо прибора расположить в направлении движения Земли, то мы как раз получаем модель рассмотренного выше случая. Таким образом, два луча в интерферометре Майкельсона достигают плоскости зрения с разностью времен

$$\frac{l}{c}\beta^2.$$




Фиг. 110. Интерферометр Майкельсона.

Поэтому интерференционные полосы расположены не точно так, как они были бы расположены, если бы Земля покоилась. Однако если теперь повернуть весь прибор на 90° и совместить с направлением движения Земли второе плечо прибора, то интерференционные полосы должны сместиться на равную величину в противоположном направлении. Следовательно, наблюдая положение интерференционных полос при двух разных положениях прибора, можно измерить смещение, соответствующее удвоенному времени запаздывания

$$2\frac{l}{v}\beta^2.$$

Если $T$ — период колебаний используемой световой волны, то отношение времени запаздывания к периоду колебаний равно

$$\frac{2l}{cT}\beta^2,$$

откуда, используя формулу (35), согласно которой длина волны $\lambda = cT$, наше искомое соотношение можно записать как

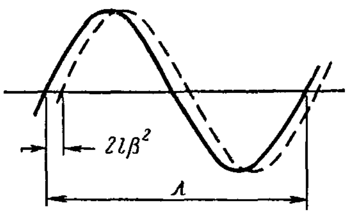
$$2\frac{l}{\lambda}\beta^2.$$

Итак, при поворачивании прибора два интерферирующих пакета волн испытывают относительное смещение, отношение которого к длине волны равно $2l\beta^2/\lambda$ (фиг. 111). Интерференционные полосы сами по себе возникают вследствие того, что лучи, покидающие источник в различных направлениях, должны пройти пути различной длины. Расстояние между двумя интерференционными полосами соответствует разности путей в одну длину волны, поэтому наблюдаемое смещение полос составляет долю расстояния между двумя полосами, равную $2l\beta^2/\lambda$.

Далее, Майкельсон, повторяя свой опыт с Морли (1887 г.) в более широком масштабе, увеличил длину пути, проходимого светом, до 11 *м* $= 1{,}1 \cdot 10^3$ *см* с помощью нескольких последовательных отражений. Длина волны используемого света была равна примерно $\lambda = 5{,}9 \cdot 10^{-5}$ *см*. Как мы знаем, $\beta$ приближенно равно $10^{-4}$ и, следовательно, $\beta^2 = 10^{-8}$. Поэтому мы получаем

$$\frac{2l\beta^2}{\lambda} = \frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}}{5{,}9 \cdot 10^{-5}} = 0{,}37,$$

т. е. при повороте прибора на 90° интерференционные полосы должны смещаться более чем на $^1/_3$ расстояния между ними. Майкельсон был уверен, что его прибор позволяет измерить даже 1/100 этого смещения.




Фиг. 111. Две волны с одинаковой длиной волны $\lambda$, смещенные одна относительно другой на $2l\beta^2$.

Однако, когда опыт был осуществлен, выяснилось, что невозможно обнаружить даже ничтожного следа ожидаемого смещения, а последующие повторения этого опыта с помощью более тонких средств наблюдения не дали ничего нового. Отсюда мы должны заключить, что эфирный ветер *не существует. Скорость света не испытывает влияния движения Земли даже во втором порядке по* $\beta$.

## § 15. ГИПОТЕЗА СОКРАЩЕНИЯ

Майкельсон и Морли из своего опыта сделали вывод, что эфир полностью увлекается движущейся Землей, как утверждали теория Стокса и электромагнитная теория Герца. Но это заключение противоречит многочисленным экспериментам, доказывающим гипотезу частичного увлечения. Поэтому Майкельсон исследовал вопрос, возможно ли установить разность скоростей света на различных высотах над земной поверхностью; никаких положительных результатов он не получил. Отсюда он пришел к выводу, что движение эфира, переносимого вместе с Землей, должно осуществляться вплоть до очень больших высот над земной поверхностью, но отсюда следовало бы, что эфир должен испытывать влияние движущегося тела даже на больших расстояниях от его траектории.

Но и это фактически неверно, ибо Оливер Лодж показал (1892 г.), что скорость света в окрестности быстро движущихся тел не испытывает ни малейшего влияния этих тел, причем даже когда свет распространяется в сильных электрических или магнитных полях, переносимых телом. Однако все эти усилия представляются излишними, поскольку если бы даже они дали какое-нибудь бесспорное объяснение опыта Майкельсона, вся остальная часть электродинамики и оптики движущихся тел, свидетельствующая в пользу частичного увлечения, осталась бы необъяснимой.

Итак, мы видим, что опыт Майкельсона и Морли поставил теорию Лоренца в чрезвычайно трудное положение. Постулат стационарного эфира, по-видимому, требует, чтобы на Земле существовал эфирный ветер, и, следовательно, противоречит результату опыта Майкельсона и Морли. Тот факт, что она не сразу уступила напору этого опыта, свидетельствует о ее внутренней силе — силе, которая черпается во внутренней согласованности и полноте физической картины мира, предлагаемой теорией. Наконец, она преодолела в известной мере и эту трудность, хотя для этого потребовалась довольно странная гипотеза, выдвинутая Фицджеральдом (1892 г.) и сразу поддержанная и развитая Лоренцом.

Вспомним соображения, на которых основан опыт Майкельсона и Морли. Как мы выяснили, времена, затрачиваемые световым лучом на прохождение расстояния $l$ вперед и назад, различаются в зависимости от того, распространяется свет параллельно или перпендикулярно направлению движения Земли. В первом случае

$$t_1 = \frac{2l}{c} \frac{1}{1-\beta^2},$$

во втором

$$t_2 = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Если теперь предположить, что плечо интерферометра, направленное параллельно движению Земли, укорочено в отношении $\sqrt{1-\beta^2}:1$, то время $t_1$ окажется уменьшенным в том же отношении, именно

$$t_1 = \frac{2l\sqrt{1-\beta^2}}{c(1-\beta^2)} = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

При этом мы получили бы $t_1 = t_2$.

Отсюда вытекает следующая общая гипотеза (необоснованность и смелость которой поистине поражают): *каждое тело, имеющее скорость $v$ относительно эфира, сокращается в направлении движения на долю*

$$\sqrt{1-\beta^2} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Опыт Майкельсона и Морли должен, в самом деле, давать отрицательный результат, поскольку в таком случае всегда $t_1 = t_2$. Более того — и это самое важное обстоятельство, — подобное сокращение невозможно установить никакими земными наблюдениями, ибо всякая земная линейка сокращается в той же самой пропорции. Наблюдатель, покоящийся в эфире вне Земли, конечно, мог бы наблюдать это сокращение. Вся Земля оказалась бы сплющенной в направлении движения точно так же, как все предметы на ней.

Гипотеза сокращения кажется настолько поразительной — спору нет, почти абсурдной — потому, что сокращение не есть следствие каких-либо сил и играет роль некоторого сопровождающего движение обстоятельства. Однако это возражение не удержало Лоренца от включения новой гипотезы в его теорию, особенно когда *новые* эксперименты подтвердили, что невозможно обнаружить никаких эффектов второго порядка, обусловленных тем, что Земля движется в эфире.

Мы не можем описать все эти эксперименты или даже дать их краткий обзор. Некоторую часть из них составляют оптические опыты по изучению явлений, связанных с отражением, преломлением, двойным преломлением, вращением плоскости поляризации и т. д.; отчасти же эти опыты — электромагнитные, связанные с явлением индукции, распределением тока в проводах и т. п. Усовершенствованная физическая техника позволяет нам сейчас со всей определенностью обнаруживать существование или отсутствие эффектов второго порядка в таких явлениях. Особенно замечателен опыт, выполненный Траутоном и Ноблом (1903 г.). Он был поставлен с целью обнаружить момент кручения, возникающий в подвешенном плоском конденсаторе вследствие влияния эфирного ветра.

Все эти опыты без исключения дали отрицательный результат. Не осталось более никакого сомнения в том, что поступательное движение в эфире не сможет обнаружить никакой наблюдатель, участвующий в этом движении. Таким образом, принцип относительности, справедливый в механике, оказался также справедливым для всех электромагнитных явлений.

Лоренц предпринял попытку привести этот факт в соответствие со своей теорией эфира. Для осуществления этого, казалось, не было иного пути, кроме как принять гипотезу сокращения, привести в согласие с нею все законы электронной теории и, таким образом, построить согласованное целое, свободное от внутренних противоречий. Прежде всего Лоренц заметил, что система электрических зарядов, остающаяся в равновесии под действием лишь электростатических сил между зарядами, сжимается, как только ее приводят в движение, или, более точно, электромагнитные силы, возникающие в системе при движении единым образом изменяют конфигурацию равновесного положения так, что каждая длина сокращается в направлении движения на величину $\sqrt{1-\beta^2}$.

Далее, если предположить, что все физические силы имеют в конечном счете чисто электрическое происхождение или, по крайней мере, что они подчиняются одним и тем же законам равновесия во всех равномерно движущихся системах, то высказанная нами выше математическая теорема ведет к объяснению фицджеральдовского сжатия. Трудности рассмотрения всех сил как электрических обусловлены тем обстоятельством, что такой подход приводит в согласии со старыми и хорошо известными теоремами Гаусса и Грина к выводу, что все заряды находятся в равновесии, но никогда — в *устойчивом* равновесии. Поэтому силы, связывающие атомы так, что из них образуются молекулы, а последние так, что из них образуются твердые тела, не могут быть просто электрическими. Необходимость допущения о существовании неэлектрических сил выявляется наиболее отчетливо при анализе динамического строения индивидуального электрона. Электрон, как предполагается, представляет собой скопление отрицательного заряда, размеры которого мы должны предполагать конечными, ибо, как мы видели (стр. 255), энергия заряда, распределенного по сфере радиуса $a$, равна

$$\frac{1}{2}\frac{e^2}{a},$$

и при стремлении радиуса $a$ к нулю она становится бесконечно большой. Но отдельные части электрона должны стремиться отделиться друг от друга, поскольку одинаковые заряды отталкиваются. Следовательно, должна существовать какая-то другая сила, удерживающая их вместе. В теории электрона, предложенной Абрагамом, предполагается, что электрон представляет собой жесткий шар, т. е. что неэлектрические силы настолько велики, что не допускают никакой деформации. Но возможны, разумеется, и другие предположения.

У Лоренца, естественно, возникла мысль, что электрон также испытывает сокращение $\sqrt{1-\beta^2}$. Мы уже указывали (стр. 206), что для массы электрона в этом случае получается более простая формула, чем вытекающая из теории Абрагама. Но в добавление к электромагнитной энергии электроны Лоренца обладают также энергией деформации, имеющей иное происхождение, чего не было в жестком электроне Абрагама.

Следующим Лоренц рассмотрел вопрос о том, достаточно ли принять гипотезу сокращения для того, чтобы вывести принцип относительности. После трудоемких вычислений он установил, что это не так; но он в то же время выяснил (1899 г.), какое предположение необходимо добавить к этой гипотезе, чтобы все электромагнитные явления в движущихся системах происходили так же, как в покоящемся эфире. Его результат столь же удивителен, как сама гипотеза сокращения. Он состоит в следующем:

*в системе, движущейся равномерно, необходима новая мера времени.*

Он назвал это время, изменяющееся при переходе от системы к системе, «локальным временем». Гипотезу сокращения можно четко сформулировать в следующих словах: мера длины в движущихся системах отличается от меры длины в эфире.

Обе гипотезы совместно утверждают, что пространство и время следует измерять различным образом в движущихся системах и в покоящемся эфире. Лоренц открыл законы, согласно которым измеряемые величины в различных системах преобразуются друг в друга при переходе от системы к системе, и доказал, что эти преобразования оставляют уравнения поля в электронной теории неизменными. В этом состоит математическое содержание его открытия. Лармор (1900 г.) и Пуанкаре (1905 г.) пришли к аналогичным результатам примерно в то же самое время[1]). Эти формулы преобразования мы рассмотрим с той позиции, с какой их представлял Эйнштейн, поэтому сейчас мы не будем заниматься этим вопросом. Но мы рассмотрим, к каким последствиям привел новый поворот теории Лоренца в вопросе об эфире.

В новой теории Лоренца принцип относительности в согласии с результатами эксперимента справедлив для всех электромагнитных явлений. Таким образом, наблюдатель обнаруживает одни и те же явления в своей системе отсчета независимо от того, покоится ли она в эфире или движется в нем равномерно и прямолинейно. Он не располагает никакими средствами различения одной системы от другой, ибо даже движение всех остальных тел во Вселенной, перемещающихся независимо от нашего наблюдателя, всегда дает ему лишь информацию о его движении относительно этих тел, но не об абсолютном движении его относительно эфира. Таким образом, наблюдатель всегда может утверждать, что именно он покоится в эфире, и никто не может ничего ему возразить. Верно, что второй наблюдатель на другом теле, движущемся относительно первого, может утверждать то же самое с равным правом. Не существует ни эмпирических, ни теоретических средств, позволяющих решить, прав ли первый из них или второй.

[1]) Весьма интересно, что исторически формулы преобразования к движущейся системе, которые мы теперь называем формулами Лоренца [см. гл. VI, § 2, формулы (70)], были установлены Фохтом еще в 1877 г., причем Фохт в своем исследовании исходил из упругой теории света.

Следовательно, мы становимся в ту же позицию по отношению к эфиру, в какую нас ставил принцип относительности в классической механике по отношению к абсолютному пространству Ньютона (гл. III, § 6, стр. 74). В случае ньютоновского принципа мы должны были признать, что бессмысленно рассматривать какое-либо конкретное место в абсолютном пространстве как нечто действительное в смысле физики, ибо не существовало физических средств конкретизировать положение в абсолютном пространстве или пытаться воспроизвести это положение повторно. В точности таким же образом мы должны теперь признать, что конкретное положение в эфире не представляет ничего действительного в физическом смысле; ввиду этого эфир сам по себе полностью теряет свойства реального вещества. В самом деле, мы можем сказать: если каждый из двух наблюдателей, движущихся относительно друг друга, может с равным правом утверждать, что именно он покоится в эфире, то эфира не должно существовать.

Итак, завершающий этап развития теории эфира привел к развенчанию роли эфира как фундаментального понятия. Однако потребовались большие усилия, чтобы признать провал идеи эфира. Даже Лоренц, гениальные предположения и напряженные усилия которого сыграли столь большую роль в приближении этого кризиса теории эфира, долгое время колебался, прежде чем сделать этот шаг. Эфир был порожден для того, чтобы служить переносчиком световых колебаний или, с более общей точки зрения, переносчиком электромагнитных сил в пустом пространстве. Колебания без какого-то «нечто», которое колеблется, кажутся немыслимыми. С другой стороны, утверждение о том, что в пустом пространстве существуют наблюдаемые колебания, выходит за рамки всякого возможного опыта. Свет или электромагнитные силы не могут быть наблюдаемыми никогда иначе, как в связи с другими телами. Пустое пространство, свободное от всякой материи, не представляет собой объекта наблюдения вообще. Все, что можно утверждать, это то, что действие вызывается одним материальным телом и достигает другого материального тела по прошествии некоторого периода времени. Все, что происходит в промежутке между этими двумя событиями, является чисто гипотетическим, или, более точно, вопросом подходящих предположений. Теоретики могут пользоваться своими суждениями, приписывая определенные свойства вакууму, но лишь при одном ограничении: эти свойства должны согласоваться с действительными изменениями материальных объектов.

Это воззрение представляет собой шаг в направлении к более высокой абстракции, освобождающей нас от идей, которые ранее считались необходимыми составляющими нашего мировоззрения. В то же самое время этот шаг приближает нас к идеальному положению, когда лишь то, что непосредственно следует из опыта, признается как правомерное в качестве составляющего элемента физической картины мира, а все поверхностные картины и аналогии, вытекающие из более примитивных и несовершенных следствий опыта, исключаются из общей картины.

Начиная с этого момента и навсегда эфир как вещество исчезает из теории. На его место становится электромагнитное поле как математическая категория, позволяющая удобно описывать процессы, происходящие в веществе, и соотношения между их характеристиками[1]). Остается задача — построить описание физического мира заново на этой новой, более абстрактной, но эмпирически обоснованной базе. Как мы уже упоминали, Лоренц и Пуанкаре успешно осуществили это путем тщательного анализа свойств уравнений Максвелла. Разумеется, они располагали широкими средствами математической теории. Лоренц, однако, был настолько привержен к своему предположению об абсолютно покоящемся эфире, что не смог осознать физической значимости доказанного им самим принципа эквивалентности бесконечного множества систем отсчета. Он продолжал верить в то, что одна из них может быть связана с покоящимся эфиром. Пуанкаре сделал дальнейший шаг. Для него было ясно, что точка зрения Лоренца была недостаточно надежной и что математическая эквивалентность систем отсчета является отражением справедливости принципа относительности. Он имел также полную ясность относительно следствий этой теории. Упустил он лишь очень простой физический — или, вернее сказать, философский — момент, который позволяет освободить теорию относительности от следствий из уравнений Максвелла, хотя бы это потребовало очень утомительных вычислений.

Этот важный шаг был сделан Эйнштейном. Он заметил, что для преодоления трудностей, с которыми сталкиваются релятивистские рассуждения, необходимо вернуться к исходным понятиям пространства и времени. Эйнштейн обнаружил, что общепринятые понятия неявно базируются на предположениях, не основанных на фактах, и успешно перестроил теорию, исключив эти необоснованные понятия.

---

[1]) В последние годы Эйнштейн предложил называть пустое пространство, заполненное гравитационным и электромагнитным полями, «эфиром»; в этом случае, однако, слово «эфир» отнюдь не обозначает вещество, имеющее традиционные свойства. Таким образом, в «эфире» не должно быть идентифицируемых точек и говорить о движении относительно «эфира» бессмысленно. Такое использование слова «эфир», конечно, допустимо и — коль скоро подобное значение его признано, — возможно, вполне удобно.

ГЛАВА

# VI

# ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СПЕЦИАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

## § 1. ПОНЯТИЕ ОДНОВРЕМЕННОСТИ

Трудность, которую предстояло преодолеть путем применения принципа относительности к электродинамическим явлениям, заключалась в том, что необходимо было согласовать два следующих, по всей видимости противоречащих друг другу утверждения:

1) Согласно классической механике, скорость любого движения для двух движущихся друг относительно друга наблюдателей имеет различные значения.

2) Согласно опыту, скорость света не зависит от состояния движения наблюдателя и имеет всегда одно и то же значение $c$.

Прежняя теория эфира пыталась избежать противоречия между этими двумя законами, разделяя скорость света на две компоненты: а) скорость светоносного эфира и б) скорость света относительно эфира. Первую из этих двух компонент (а) можно приемлемым образом описать с помощью коэффициентов увлечения. Однако эта теория успешно преодолела противоречие только по отношению к величинам первого порядка. Для того чтобы не нарушить закон постоянства скорости света, теория Лоренца была вынуждена ввести для каждой движущейся системы отсчета свои специальные меры длины и времени. Совместность утверждений 1) и 2) при этом достигается как результат своеобразной «физической иллюзии».

В 1905 г. Эйнштейн установил, что лоренцово сокращение и его локальное время — не математический прием и физическая иллюзия, но явления, связанные с самими понятиями пространства и времени.

Первое из двух утверждений 1) и 2) носит чисто теоретический и концепционный характер, тогда как второе основано на факте.

Но поскольку второе из двух утверждений — постоянство скорости света — следует считать с достоверностью установленным экспериментально, нам не остается ничего, кроме как отказаться от первого из них и тем самым — от тех представлений о пространстве и времени, которые были ранее приняты. Итак, в этих представлениях должна быть ошибка или по крайней мере заблуждение, обусловленное тем, что требования логической согласованности были перепутаны с привычками, выработавшимися у мышления, — тенденция, которую мы все признаем препятствием прогрессу.

Так вот, *понятие одновременности* и представляет собой заблуждение подобного рода. Считается самоочевидной разумность такого утверждения: некое событие $A$, случившееся, скажем, на Земле, и событие $B$, — например, на Солнце, произошли одновременно. Предполагается, что понятия типа «момент времени», «одновременность», «раньше», «позже» и т. д. имеют сами по себе априорный смысл, правомерный для всей Вселенной. Этой точки зрения придерживался и Ньютон, постулируя существование своего абсолютного времени, или длительности времени (гл. III, § 1, стр. 61), которое течет «всегда одинаково, безотносительно к чему-либо внешнему».

Но для физика, исходящего из количественных категорий, никакого подобного времени, безусловно, не существует. Он не видит смысла в утверждении, что событие $A$ и событие $B$ произошли одновременно, коль скоро не существует средств, позволяющих доказать верность или ошибочность этого утверждения. Чтобы решить, одновременно ли произошли в различных точках два события, необходимо в каждой из точек иметь хронометры, относительно которых можно быть уверенным, что они идут с одинаковой скоростью, или «тикают синхронно». Таким образом вопрос сводится к следующему: можно ли указать средство, позволяющее доказать, что двое часов, расположенных в различных точках пространства, идут с одинаковой скоростью?

Представим себе двое часов, помещенных в точках $A$ и $B$ на расстоянии $l$ друг от друга и покоящихся в некоторой системе отсчета $S$. Существуют два способа отрегулировать эти часы так, чтобы они шли синхронно:

1. Можно перенести их в одну и ту же точку, отрегулировать их в ней так, чтобы они тикали в унисон, и затем снова разнести их в точки $A$ и $B$ соответственно.

2. Можно использовать сигналы времени, позволяющие сравнивать показания часов.

На практике используются оба способа. На корабле в море обычно есть хронометр, который идет очень точно и отрегулирован по контрольным часам, находящимся в порту отправления; кроме того, на корабле можно принимать сигналы проверки времени по радио.

Сам факт, что эти сигналы считаются необходимыми, уже доказывает, что мы не особенно уверены в подобном «транспортируемом времени». Практическая ненадежность способа «перевозимых часов» объясняется тем, что даже самая маленькая ошибка хода часов непрерывно возрастает. Но даже если предположить, что существуют идеальные, свободные от ошибок часы (подобные тем, которыми, по убеждению физиков, могут служить атомные колебания, вызывающие излучение света), логически недопустимо брать их за основу определения времени в системах, движущихся относительно друг друга: ведь синхронность хода двух часов, как бы хороши они ни были, невозможно проверить прямо, т. е. без посредства сигналов, если эти часы не находятся рядом и не покоятся друг относительно друга. Невозможно установить без помощи сигналов, продолжают ли они идти с той же самой скоростью, находясь в относительном движении. Противное носило бы характер чистой гипотезы, чего следует избегать, если мы хотим придерживаться принципов физического исследования. Таким образом, для определения времени в системах, движущихся друг относительно друга, мы вынуждены принять способ сигналов времени. Если это позволит найти свободный от противоречий метод измерения времени, то наша следующая задача будет состоять в изучении вопроса, как следует построить идеальные часы для того, чтобы они всегда показывали «правильное» время в системах, движущихся произвольно (см. гл. VI, § 5, стр. 249).

Представим себе длинный караван лодок $B$, $C$, $D$, буксируемый катером $A$ в море. Предположим, что ветра нет, а туман настолько густ, что каждая из лодок невидима с остальных. Если бы понадобилось в такой ситуации сверить часы на всех лодках и на буксире, нужно было бы прибегнуть к звуковым сигналам. В 12 часов на буксире $A$ раздается выстрел, и, когда звук его достигает лодки, боцман ставит свои часы на 12. Однако ясно, что при этом все боцманы допускают небольшую ошибку, поскольку звуку требуется некоторое краткое время, чтобы пройти расстояние от $A$ до точек $B$, $C$; $D$. Если скорость звука $c$ известна, то эту ошибку можно исключить. Величина $c$ составляет примерно 340 *м/сек.* Если лодка $B$ находится на расстоянии $l = 170$ *м* за буксиром $A$, то звуку понадобится время

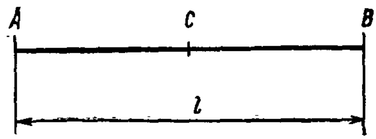
$$t = \frac{l}{c} = \frac{170}{340} = \frac{1}{2} \text{ сек}$$

для того, чтобы достигнуть лодки $B$; поэтому часы на лодке $B$ в тот момент, когда звук достигает ее, следует поставить на 12 *час* 0,5 *сек.* Но и эта поправка тоже верна лишь в том случае, когда буксир и лодки неподвижны (покоятся). Как только они начнут двигаться, звуку, очевидно, потребуется меньше времени на преодоление расстояния от $A$ и $B$, поскольку лодка $B$ сама идет навстречу звуковой волне. Чтобы теперь ввести точную поправку, мы должны были бы знать абсолютную скорость лодки относительно воздуха. Если эта скорость неизвестна, то сравнивать времена абсолютно точно с помощью звуковых сигналов невозможно. В ясную погоду можно вместо звука воспользоваться светом. Поскольку скорость света невероятно велика, ошибка будет во всяком случае гораздо меньше, но ведь с точки зрения принципа дело не в абсолютной величине ошибки. Если на месте буксира и лодок представить себе небесное тело в море эфира, а световые сигналы на месте звуковых, то в наших рассуждениях ничего не изменится и они останутся справедливыми. Не существует во Вселенной более скорого посла, чем свет. Итак, теория абсолютно покоящегося эфира ведет к заключению, что абсолютное сравнение времен в движущихся системах осуществимо лишь в том случае, когда известны скорости движения относительно эфира.

Но общий результат экспериментальных исследований сводится к тому, что обнаружить движение относительно эфира с помощью физических средств невозможно. Отсюда следует, что абсолютная одновременность также не может быть удостоверена никаким способом.

Парадокс, заключенный в этом утверждении, исчезает, если мы вспомним, что для сравнения времен с помощью световых сигналов необходимо знать точное значение скорости света, тогда как измерения ее опять-таки связаны с необходимостью определения длительности времени. Таким образом, мы, очевидно, движемся в заколдованном круге.

Но даже если нельзя достичь абсолютной одновременности, тем не менее возможно, как показал Эйнштейн, определить *относительную одновременность* для всех часов, находящихся в состоянии относительного покоя по отношению друг к другу, даже не зная скорости распространения сигналов.



Фиг. 112. К определению одновременности.

Покажем это сначала для случая буксира и лодок (фиг. 112). Когда лодки покоятся, часы $A$ и $B$ можно заставить идти с одинаковой скоростью, прибегнув к следующему приему: расположим лодку $C$ в точности посредине между $A$ и $B$, и пусть выстрел делается с лодки $C$. Тогда на $A$ и $B$ его услышат одновременно.

Далее, когда караван лодок, который мы будем называть $S$, находится в движении, мы, очевидно, можем применить тот же самый метод. Если боцманы не знают, что лодки движутся относительно воздуха, то они будут вполне уверены в том, что часы $A$ и $B$ идут синхронно.

Предположим, что боцманы второго каравана лодок $S'$, в котором лодки $A'$, $B'$, $C'$ находятся друг от друга на тех же расстояниях, что и соответствующие лодки первого каравана $S$, решили сверить свои часы тем же самым способом. Если теперь один караван нагоняет другой, все равно, покоится этот второй караван или движется, то все лодки будут проходить друг мимо друга; в какой-то момент времени буксир $A$ окажется рядом с буксиром $A'$, лодка $B$ — с лодкой $B'$, и боцманы смогут сверить показания своих часов. Конечно, они обнаружат, что часы расходятся. Даже если случайно окажется, что часы на $A$ и $A'$ идут синхронно, то часы на $B$ и $B'$ не будут идти так же .

Это сразу проливает свет на ошибку. Когда лодки находятся в движении, сигналу из средней точки $C$, очевидно, требуется, чтобы достичь предыдущей лодки $A$, большее время и, чтобы достичь лодки $B$, — меньшее, чем в том случае, когда все лодки покоятся, поскольку $A$ удаляется от источника звука, а $B$ идет навстречу звуку; эта разница изменяется в зависимости от скоростей двух караванов лодок.

Итак, в случае звука *одна* система имеет правильное время, именно та, которая покоится относительно воздуха. В применении к свету, однако, подобного утверждения сделать невозможно, поскольку абсолютное движение относительно светоносного эфира является представлением, которое, согласно всему нашему опыту, не имеет физически реальной основы. Метод сравнения часов, только что проиллюстрированный на случае звука, приемлем, разумеется, и в случае света. Часы в точках $A$ и $B$ устанавливаются так, что каждый световой сигнал, посылаемый из точки $C$ — середины расстояния $AB$, — достигает часов $A$ и $B$ как раз в тот момент, когда их стрелки показывают одно и то же время. Таким способом каждая система может проверить синхронизм своих часов. Однако, когда две такие системы встретятся, даже если часы $A$ и $A'$ показывают одно и то же время, положения стрелок часов $B$ и $B'$ окажутся различными. Каждая из систем с равным правом может претендовать на то, что время, показываемое именно ее часами, правильное, ибо каждая может утверждать, что именно она покоится, поскольку все физические законы проявляются в обеих системах в одной и той же форме. Но когда двое утверждают нечто такое, что по самому своему смыслу может принадлежать лишь одному, мы должны заключить, что бессмысленно само утверждение.

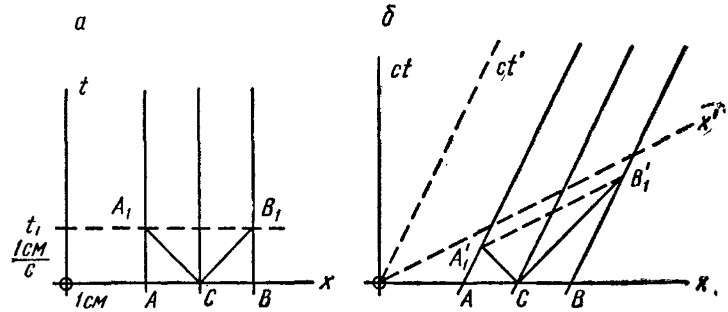
*Не существует такой вещи, как абсолютная одновременность.*

Тому, кто однажды уяснил себе это, трудно понять, почему выяснение столь простого факта потребовало многих лет точных исследований. Это своеобразное повторение старой истории куриного яйца, которое Колумб поставил на острый конец[1]).

---

[1]) После доклада Колумба об открытии Америки в Королевском совете нашлись знатные завистники, заявившие, что в его открытии нет никакой за-

Следующий вопрос состоит в том, ведет ли только что предположенный нами метод сравнения часов к внутренне согласованному понятию относительного времени. Именно так и обстоит дело. Чтобы убедиться в этом, мы будем использовать введенное Минковским представление событий или мировых точек в плоскости $xt$: ограничимся движениями в направлении $x$ и будем отбрасывать те движения, которые происходят в $y$- и $z$-направлениях (фиг. 113, $a$).




Фиг. 113. Непротиворечивость релятивистского понятия времени.

$a$ — мировые линии точек $A$, $B$ и $C$, покоящихся на оси $x$, параллельны оси $ct$. Мировые линии сигнала, направленного из точки $C$ в момент $t=0$, достигают $A$ и $B$ в мировых точках $A_1$ и $B_1$ в момент $t_1$ одновременно.

$б$ — точки $A$, $B$ и $C$ движутся со скоростью $v$. В системе $x'$, $ct'$ они покоятся. Точки $A_1'$ и $B_1'$ — мировые точки, в которых сигнал из точки $C$ достигает $A$ и $B$. Уравнения оси $ct'$ имеют вид

$$x' = 0, \quad x = \frac{c^2}{v}\, t = \frac{c}{v}\, ct,$$

а уравнения оси $x'$ —

$$ct' = 0, \quad x = vt = \frac{v}{c}\, ct.$$

Точки $A$, $B$ и $C$, покоящиеся на оси $x$, представляются в системе координат $xt$ тремя линиями, параллельными оси $t$. Пусть точка $C$ лежит посередине между $A$ и $B$. В момент времени $t = 0$ из нее посылается световой сигнал в обоих направлениях.

Предположим, что система $S$ «покоится»: это значит, что скорость света в обоих направлениях одна и та же. Тогда световые сигналы, движущиеся вправо и влево, можно представить в виде прямых линий, одинаково наклоненных к оси $x$; мы будем называть их *«световыми линиями»*. У нас их наклон равен 45°; это, очевидно, эквивалентно утверждению, что тот же самый отрезок, который представляет в нашей системе коор-

слуги: ведь Америку мог открыть всякий, кому вздумалось бы поплыть далеко на запад. Колумб предложил членам совета попробовать поставить на острый конец вареное яйцо. Когда это никому не удалось, Колумб, сказав, что это так же просто, как открытие Америки, резко опустил яйцо на стол, острый конец его надкололся, и оно осталось стоять вертикально. — *Прим. перев.*

динат единицу длины в 1 *см* по оси $x$, характеризует и очень краткий интервал времени (1 *см*)/$c$ по оси $t$, за который свет покрывает расстояние в 1 *см*. Ради простоты удобнее в качестве меры времени использовать $ct$ вместо $t$. Это означает, что на «оси времени» время измеряется в расстояниях, проходимых светом, т. е. отрезок на оси $t$ равен длине пути $ct$, пройденного светом за время $t$.

Значения $t$, соответствующие точкам пересечения $A_1$ и $B_1$ световых линий с мировыми линиями точек $A$ и $B$, дают моменты времени, соответствующие прибытию световых сигналов в точки $A$ и $B$. Мы видим, что $A_1$ и $B_1$ лежат на параллели к оси $x$ и соответствуют одному и тому же значению $t$, т. е. что события $A_1$ и $B_1$ происходят одновременно.

Далее, пусть три точки $A$, $B$ и $C$ движутся равномерно и прямолинейно с одной и той же скоростью. Их мировые линии также параллельны, но наклонены к оси $x$ (фиг. 113, *б*). Световые сигналы вновь можно представить с помощью тех же самых световых линий, идущих от точки $C$, как и раньше, но точки их пересечений $A'$ и $B'$ с мировыми линиями $A$ и $B$ уже *не будут* лежать на параллели к оси $x$; таким образом, события $A_1'$ и $B_1'$ уже *не будут* одновременными в системе координат $xt$: событие $B_1'$ происходит позже, чем событие $A_1'$. С другой стороны, наблюдатель, движущийся вместе с системой, может с одинаковым правом утверждать, что $A_1'$ и $B_1'$ представляют собой одновременные события (мировые точки). Он будет использовать другую систему координат $S'$ с осями $x'$ и $ct'$, в которой точки $A_1'$ А $B_1'$ лежат на одной и той же параллели к оси $x'$. Мировые линии точек $A$, $B$ и $C$, разумеется, параллельны оси $ct'$, поскольку $A$, $B$ и $C$ покоятся в системе $S'$ и, следовательно, их $x'$-координаты — одни и те же во все моменты времени.

Отсюда следует, что движущаяся система $S'$ представляется в плоскости $x$, $ct$ косоугольной системой координат $x'$, $ct'$, в которой *обе оси* наклонены к осям исходной системы координат.

Вспомним теперь, что в обычной механике инерциальные системы в плоскости $x$, $ct$ также представляются косоугольными координатами, оси $ct$ которых имеют произвольное направление, тогда как ось $x$ всегда остается одной и той же (гл. III, § 7, стр. 76). Мы уже указывали, что с точки зрения математики этот изъян можно исключить в теории относительности. Теперь мы ясно видим, как это осуществляется с помощью нового определения одновременности. В то же время взгляд на чертеж убеждает нас в том, что это определение должно быть внутренне согласованным, ибо оно означает не более чем использование косоугольных координат вместо прямоугольных.

Пока наше представление еще не определяет единиц длины и времени в косоугольной системе, так как мы исходили лишь из факта, что в системе $S$ свет распространяется с одинаковой скоростью во всех направлениях, а не из закона о том, что скорость света имеет одно и то же значение $c$ во всех инерциальных системах. Приняв и это последнее утверждение, мы приходим к полной кинематике Эйнштейна.

## § 2. КИНЕМАТИКА ЭЙНШТЕЙНА И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

Повторим еще раз гипотезы кинематики Эйнштейна:

1. *Принцип относительности.* Существует бесконечное число систем отсчета (инерциальных систем), движущихся равномерно и прямолинейно относительно друг друга, в которых все физические законы имеют простейший вид (первоначально выведенный на основе понятия абсолютного пространства или неподвижного эфира).

2. *Принцип постоянства скорости света.* Во всех инерциальных системах скорость света имеет одно и то же значение, если ее измерять при помощи линеек и часов одного и того же типа.

Наша задача состоит в том, чтобы вывести соотношение между длинами и временами в различных инерциальных системах. При этом мы вновь ограничимся движениями, параллельными определенному направлению в пространстве — направлению оси $x$.

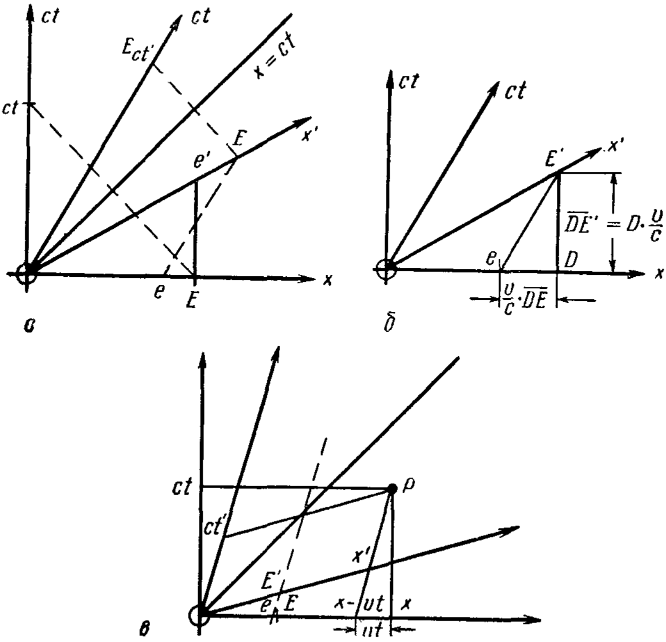
Мы будем пользоваться двумя способами. В первом способе начинают с диаграмм, рассмотренных в конце предыдущего параграфа; второй способ потребует несколько больше алгебраических выводов соотношений между двумя системами $S$ и $S'$, движущимися с относительной скоростью $v$.

Чтобы установить количественную связь между системами $S$ и $S'$, нужно знать единицы этих систем и связывающие их соотношения. Для этого в свою очередь необходимо на осях $x'$ и $ct'$ системы $S'$, показанной на фиг. 113, *б*, построить изображение единиц, которые представляли бы в системе $S'$ те же отрезки длины и интервалы времени, которые мы выбрали в качестве единиц в системе $S$. Предположим, что расстояние $\overline{OE}$ от точки $O$ до точки $E$ (фиг. 114, *а*) представляет линейку единичной длины, покоящуюся в системе $S$. Мировые линии концов этой линейки образуются осью $ct$ и параллельной ей линией, проходящей через точку $E$. Эта линия пересекает ось $x'$ в точке $e'$.

Мировые линии концов той же самой линейки, покоящейся в системе $S'$, образовывались бы осью $ct'$ и параллельной ей линией, проходящей через точку $E'$ оси $x'$. Отрезок $\overline{OE'}$ представляет собой единицу длины в системе $S'$. Мировая линия, проходящая через точку $E'$, пересекает ось $x$ в точке $e$.

Для краткости мы будем обозначать отрезки $\overline{OE}$, $\overline{Oe}$ и т. д. символами $E$, $e$ и т. д., продолжая использовать эти символы и для обозначения концов этих отрезков.

Смысл символа $e'$ состоит в следующем: покоящийся в системе $S'$ наблюдатель, который хочет измерить длину единич-




Фиг. 114. К выводу преобразований Лоренца.

*а* — единицы пространства и времени в системе $S$ $(E,\ E_{ct})$ н в системе $S'$ $(E',\ E'_{ct'})$. Отрезок $\overline{Oe}$ служнт представлением в системе $S$ еднничной линейки, покоящейся в системе $S'$, тогда как отрезок $\overline{Oe'}$ представляет в снстеме $S'$ единичную линейку, покоящуюся в системе $S$.

*б* — к вычислению отношения $E'/e$.

*в* — лоренцово преобразование коордннат мировой точки $P$.

ной линейки, покоящейся в системе $S$, получит в результате одновременного наблюдения в качестве концов линейки точки $O$ и $e'$. Одновременность наблюдения в системе $S'$ играет существенную роль потому, что единица, определенная в системе $S$, движется относительно наблюдателя, связанного с системой $S'$. Поскольку единица системы $S'$ определяется отрезком $E'$, результат измерения единицы в системе $S$ будет равен $e'/E'$-й доле единицы системы $S'$. Если $E$ соответствует 1 *см*, то наблюдатель, связанный с системой $S'$, получит величину, равную $e'/E'$ *см*.

То же самое справедливо и для $e$: здесь $e/E$ представляет собой коэффициент, связывающий результаты двух измерений.

Но, согласно принципу относительности, две наши системы эквивалентны, т. е. относительные изменения $e'/E'$ и $e/E$ должны быть равны:

$$\frac{e'}{E'} = \frac{e}{E}, \quad \text{или} \quad Ee' = E'e. \tag{a}$$

Это соотношение позволяет определить положение точки $E'$.

Единицу времени в системе $S'$, равную $E_{ct'}$, можно построить соответствующим образом из $E_{ct}$ ($E_{ct}$ определяет единицу времени в системе $S$).

Из фиг. 114, *а* следуют два соотношения[1]):

$$e'^2 = E^2\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right), \tag{б}$$

$$e^2 = E^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \tag{в}$$

Теперь мы умеем преобразовывать координаты $x$ и $t$ любой мировой точки $P$ в системе $S$ в координаты $x'$ и $t'$ этой точки $P$ в системе $S'$.

---

[1]) Первое соотношение (б) представляет собой формулировку теоремы Пифагора для треугольника $OEe'$ $\left(\overline{Ee'} = E\frac{v}{c}\right)$, а второе соотношение можно доказать с помощью фиг. 114, *б*. По теореме Пифагора,

$$E'^2 = D^2\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right),$$

но

$$e = D - \overline{De} = D\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right),$$

следовательно,

$$E'^2 = e^2\frac{1 + \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^2}.$$

Беря квадратные корни из этого выражения и из выражения (б):

$$E' = e\frac{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad e' = E\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}},$$

подставляя их в уравнение (а): $Ee' = E'e$ и сокращая $\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}$, получаем окончательное соотношение (в).

На фиг. 114, *в* изображены две системы $S$ и $S'$ с единицами длины $E$ и $E'$ и отрезок $e$, смысл которого мы уже знаем из фиг. 114, *а*. Точка $P$ с координатами $x$, $ct$ в системе $S$ имеет координаты $x'$, $ct'$ в системе $S'$. Можно измерять длины на нашем чертеже в единицах $U$ (например, в сантиметрах), но координаты определяются в единицах $E$ в системе $S$ или единицах $E'$ в системе $S'$; это значит, что

$$x' = \frac{\overline{Ox'}}{E'},$$

где $\overline{Ox'}$ — длина, измеренная в единицах $U$, а $x'$ — координата, и что

$$x = \frac{\overline{Ox}}{E} \quad \text{или} \quad (x - vt) = \frac{\overline{O(x-vt)}}{E}$$

соответственно. Отсюда и из фиг. 114, *в* следуют пропорции

$$\frac{x'}{x - vt} = \frac{\overline{Ox'}}{\overline{O(x-vt)}} \frac{E}{E'}$$

и

$$\frac{\overline{Ox'}}{\overline{O(x-vt)}} = \frac{E'}{e}.$$

Подставляя вторую из них в первую и пользуясь соотношением (в), мы получаем в результате

$$\frac{x'}{x - vt} = \frac{E}{e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Соответствующее соотношение между временны́ми координатами имеет вид

$$\frac{ct'}{\left(ct - \frac{v}{c} x\right)} = \frac{E}{e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Две последние формулы, дополненные равенствами $y' = y$ и $z' = z$ (ибо $y$ и $z$ перпендикулярны направлению движения и поэтому не изменяются), образуют так называемое *преобразование Лоренца*, позволяющее вычислять координаты мировой точки в системе $S'$ по заданным координатам ее в системе $S$. Запишем это преобразование в общепринятой форме

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (70а)$$

Эти соотношения и представляют собой формулы, полученные Лоренцом при анализе максвелловских уравнений поля (см. гл. V, § 15, стр. 214).

Рассмотрим теперь алгебраический метод вывода тех же самых формул преобразования. Мировая точка $P$ (ее координаты равны $x$, $t$ в системе $S$ и $x'$, $t'$ — в системе $S'$) может принадлежать мировой линии, определяемой уравнением $x' = C'$, которая представляет точку, покоящуюся в системе $S'$ в положении $C'$. В системе $S$ эта же мировая линия определяется уравнением $x - vt = C$ (фиг. 114, *в*). Оба приведенных уравнения, таким образом, описывают одну и ту же мировую линию. Деля второе на первое, получаем

$$\frac{x - vt}{x'} = \frac{C}{C'} = \alpha,$$

где $\alpha$ так же, как $C$ и $C'$, постоянна вдоль мировой линии. Следовательно,

$$\alpha x' = x - vt. \tag{г}$$

Но, согласно принципу относительности, обе системы эквивалентны. Поэтому можно с одинаковым правом применить те же самые соображения к мировой линии точки, покоящейся в системе $S$, с той поправкой, что теперь относительная скорость $v$ будет иметь обратный знак. Следовательно, $x' + vt'$ должно быть пропорционально $x$ и ввиду эквивалентности систем коэффициент пропорциональности $\alpha$ должен оказаться тем же самым в обоих случаях:

$$\alpha x = x' + vt'. \tag{д}$$

Из этого и предыдущего уравнений можно выразить $t'$ через $x$ и $t$. Мы получаем

$$vt' = \alpha x - x' = \alpha x - \frac{x - vt}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\left[(\alpha^2 - 1)x + vt\right],$$

так что

$$\alpha t' = \frac{\alpha^2 - 1}{v}x + t.$$

Отсюда и из уравнения (г) можно вычислить $x'$ и $t'$ по известным $x$ и $t$. Коэффициент пропорциональности $\alpha$ пока еще остается неизвестным, но его можно выбрать так, чтобы он согласовался с принципом постоянства скорости света.

Чтобы применить этот принцип, предположим, что световой сигнал излучается из начала координат обеих систем. Согласно принципу постоянства скорости света, мировая линия светового сигнала должна определяться уравнениями $x = ct$ и $x' = ct'$ в каждой из систем. Подставляя эти уравнения в уравнения (г) и (д), получаем

$$\alpha ct' = ct - vt = (c - v)\,t,$$
$$\alpha ct = ct' + vt' = (c + v)\,t'.$$

Перемножая их, имеем

$$\alpha^2 c^2 t' t = (c - v)(c + v)\,t' t$$

или

$$\alpha^2 = \frac{c^2 - v^2}{c^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Теперь формулы преобразования приобретают вид

$$\alpha x' = x - vt, \quad \alpha t' = -\frac{v}{c^2}\,x + t.$$

Это тот же самый результат, который мы вывели выше геометрическим методом.

Для того чтобы выразить $x$, $y$, $z$, $t$ через $x'$, $y'$, $z'$, $t'$, необходимо разрешить уравнения (70а) относительно $x$, $y$, $z$, $t$. Но из эквивалентности обеих систем $S$ и $S'$ следует без всяких вычислений, что формулы, которые получились бы в результате такого пересчета, должны иметь точно тот же самый вид (с тем исключением, что $v$ изменится на $-v$). Итак,

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}\,x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \tag{70б}$$

что можно проверить и прямым вычислением.

Особенный интерес представляет предельный случай, когда скорость $v$ одной из двух систем становится очень малой по сравнению со скоростью света. Тогда мы приходим прямо к преобразованию Галилея [формула (29), стр. 78]. Действительно, если величиной $v/c$ можно пренебречь по сравнению с 1, то из (70) получаем

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Теперь понятно, что благодаря малости величины $v/c$ в большинстве практических случаев механика Галилея и Ньютона удовлетворяла всем требованиям в течение ряда столетий.

## § 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МЕХАНИКИ ЭЙНШТЕЙНА

Прежде чем обратиться к обсуждению содержания полученных формул, мы должны интерпретировать взаимную связь между двумя инерциальными системами, описываемую этими формулами, с помощью геометрического подхода к описанию четырехмерного «мира» $x$, $y$, $z$, $t$ (или $x$, $y$, $z$, $ct$) по Минковскому. При этом можно не обращать внимания на координаты $y$ и $z$, остающиеся неизменными, и ограничиться рассмотрением плоскости $x$, $ct$. Все кинематические законы при этом будут иметь форму геометрических соотношений в плоскости $x$, $ct$. Однако мы настоятельно рекомендуем читателю попрактиковаться в переводе соотношений, которые мы получим в геометрической форме, на язык обычной кинематики. Так, мировую линию следует понимать как изображение движения точки, пересечение двух мировых линий — как столкновение двух движущихся точек и т. д. Для того чтобы зрительно представить себе процессы, изображенные на наших чертежах, нужно взять линейку и двигать ее вдоль оси $t$ параллельно оси $x$ с постоянной скоростью, сосредоточив внимание на пересечениях ребра линейки с мировыми линиями. Эти точки пересечения будут двигаться вперед и назад по ребру линейки и, таким образом, могут дать представление о движении в пространстве.

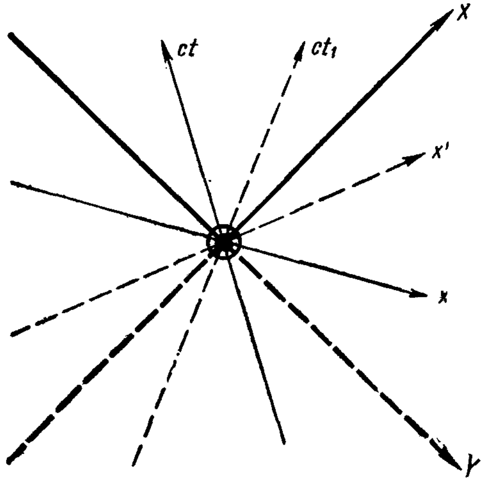
Как мы видели, всякая инерциальная система $S$ (гл. VI, § 1, стр. 226) может быть представлена косоугольной системой координатных осей в плоскости $x$, $ct$. Тот факт, что одна из них — прямоугольная, следует истолковывать как случайное обстоятельство, не играющее особой роли в наших рассуждениях, как явственно следует из второго приведенного нами доказательства преобразования Лоренца.

Каждую точку в пространстве можно представлять себе в виде источника световых волн, распространяющихся сферически с постоянной скоростью во всех направлениях. Из этих сферических волн лишь два световых сигнала, движущихся вдоль направления $x$, изображены на наших фигурах. Один из них движется влево, другой — вправо. Таким образом, они соответствуют в плоскости $x$, $ct$ двум пересекающимся прямым линиям, которые, разумеется, совершенно не зависят от выбора системы отсчета, поскольку они соединяют друг с другом события (мировые точки), а именно те точки в плоскости $x$, $ct$, в которые последовательно попадает световой сигнал.

Изобразим эти *световые линии* для мировой точки $O$, которую мы принимаем за начало всех рассматриваемых систем координат $x$, $ct$; эти световые линии мы изобразим в виде взаимно перпендикулярных прямых. Выберем их в качестве осей некоторой системы координат $XY$ (фиг. 115).

Мы приближаемся к самым корням теории Эйнштейна. Система $XY$ единственным образом определена и фиксирована в «мире»; ее оси представляют собой не линии в пространстве, а образуются мировыми точками, именно теми точками пространства, которых в данный момент времени достигает световой сигнал, излучаемый из начала системы. Эта инвариантная или «абсолютная» система координат является, таким образом, чрезвычайно абстрактным представлением. Мы должны освоиться с тем, что подобные абстракции в современной теории заменяют конкретное понятие эфира. Их сила заключена в том, что они не содержат ничего выходящего за рамки понятий, необходимых для истолкования результатов опыта.

*Калибровочные кривые*, отсекающие единицы длины и времени на осях произвольных инерциальных систем $x$, $ct$, должны быть жестко связаны с построенной нами абсолютной системой




Фиг. 115. Инвариантные линии $X$, $Y$, соответствующие световым сигналам, проходящим через $O$.

Сплошные жирные линии представляют сигналы, исходящие из $O$; пунктирные жирные линии — сигналы, сходящиеся к $O$.

отсчета $X$, $Y$. Эти калибровочные кривые должны описываться инвариантным законом; наша задача состоит в том, чтобы установить его.

Сами по себе световые линии инвариантны. Ось $X$ $(Y = 0)$ описывается в системе отсчета $S$ уравнением $x = ct$, а в другой системе отсчета $S'$ — уравнением $x' = ct'$, поскольку именно эти формулы выражают тот факт, что скорость света имеет в обеих системах одно и то же значение. Выразим теперь разность $x' - ct'$, которая равна нулю для всех точек оси $Y$, через координаты $x$, $X$ с помощью преобразования Лоренца (70). Имеем

$$x' - ct' = \frac{1}{\alpha}\left[(x - vt) - c\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)\right] =$$
$$= \frac{1}{\alpha}\left[x\left(1 + \frac{v}{c}\right) - ct\left(1 + \frac{v}{c}\right)\right] = \frac{1+\beta}{\alpha}(x - ct).$$

Здесь мы ввели обычное сокращенное обозначение

$$\beta = \frac{v}{c}. \tag{71}$$

Отсюда видно, что когда $x - ct = 0$, то и $x' - ct' = 0$.

Ось $Y$ ($X = 0$) определяется уравнением $x = -ct$ или $x' = -ct'$. Выполняя соответствующее преобразование обратно от $x'$ и $ct'$ к $x$ и $ct$, мы должны лишь заменить $c$ на $-c$, а $\beta$ на $-\beta$ (причем $\alpha = \sqrt{1-\beta^2}$ остается неизменным); мы получаем

$$x' + ct' = \frac{1-\beta}{\alpha}(x + ct).$$

Из этих формул без труда выводится инвариантное выражение: действительно, $(1+\beta)(1-\beta) = (1-\beta^2) = \alpha^2$; следовательно, если перемножить два уравнения, постоянный множитель оказывается равным 1, и мы получим

$$(x' - ct')(x' + ct') = (x - ct)(x + ct)$$

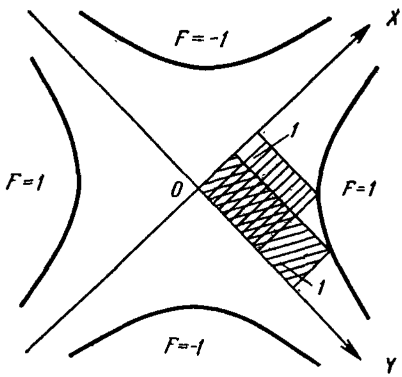
или

$$x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2;$$

это означает, что *выражение*

$$F = x^2 - c^2t^2 \tag{72}$$

*представляет собой инвариант*. Ввиду его важности мы назовем его *фундаментальным инвариантом*. Видно, что $F$ имеет размерность $[l^2]$.




Фиг. 116. Калибровочные кривые $F = 1$ и $F = -1$.

Прежде всего он служит для определения единиц длины и времени в произвольной системе отсчета $S$. Эти единицы в других системах $S$ отложены на линейках и часах идентичной физической величины и конструкции. Хотя они имеют размерности длины и времени, в дальнейшем мы будем использовать просто символ 1 для длин и площадей, поскольку фактический выбор физических единиц не играет принципиальной роли.

Что представляют собой мировые точки, в которых $F$ имеет значение $+1$ или $-1$? Мы имеем $F = 1$ в мировой точке $x = 1$, $ct = 0$ (фиг. 116). Но это конечная точка отрезка единичной длины, другой конец которого совпадает с началом координат в момент времени $t = 0$. Поскольку это одинаково верно для всех систем отсчета $S$, нетрудно догадаться, что мировые точки, в которых $F = 1$, определяют единицу длины, покоящуюся в произвольной системе отсчета, что мы сейчас и докажем самым подробным образом.

Аналогично, $F = -1$ для мировых точек, в которых $x = 0$, $ct = 1$; здесь $t$ — малый интервал времени, затрачиваемый светом на прохождение единичного расстояния. Следовательно, эта мировая точка соответственно связана с единицей времени часов, которые покоятся в системе $S$.

Далее, нетрудно построить точки $F = +1$ или $F = -1$ геометрически, исходя из инвариантной системы координат $XY$. Ось $X$ образуется точками, для которых $Y = 0$. С другой стороны, те же самые мировые точки характеризуются в произвольной инерциальной системе $S$ уравнением $x = ct$. Следовательно, $Y$ должно быть пропорционально $x - ct$. Выбирая единицу $Y$ подходящим образом, можно положить

$$Y = x - ct.$$

Рассматривая аналогичным образом ось $X$, мы находим, что можно положить

$$X = x + ct.$$

Следовательно,

$$XY = (x - ct)(x + ct) = x^2 - c^2t^2 = F. \tag{73}$$

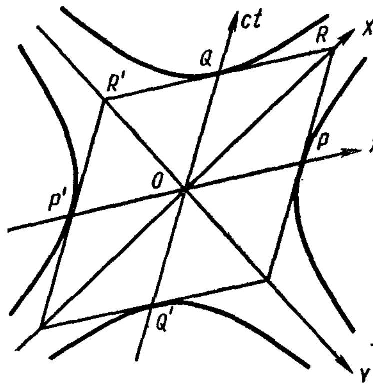
Итак, $F = XY$ представляет собой площадь прямоугольника со сторонами $X$ и $Y$. Мировые точки, для которых $F = XY = 1$, есть свободные углы прямоугольников единичной площади, образованных координатами $X$, $Y$. Эти прямоугольники изображены на нашей диаграмме (фиг. 116). Среди них — квадрат с единичной стороной; остальные прямоугольники выше — пропорционально тому, насколько они у́же, или ниже — пропорционально тому, насколько они шире, в соответствии с условием $Y = 1/X$ (фиг. 116). Точки с координатами $X$, $Y$, для которых $XY = 1$, очевидно, образуют кривую, ветви которой все ближе и ближе подходят к осям $x$ и $y$. Эту кривую называют *равносторонней гиперболой*. Когда $X$ и $Y$ оба отрицательны, произведение $XY$ положительно. Следовательно, построение дает нам вторую ветвь — зеркальное отображение первой — в противоположном квадранте нашей системы координат.

При $F = -1$ справедливо аналогичное построение в остающихся двух квадрантах, где координаты $X$ и $Y$ имеют противоположные знаки.

Четыре построенные нами гиперболы дают теперь калибровочные кривые, с помощью которых можно установить единицы длины и времени во всех системах отсчета.

Пусть ось $x$ пересекает ветви гиперболы $F = +1$ в точках $P$ и $P'$, а ось $t$ пересекает ветви гиперболы $F = -1$ в точках $Q$ и $Q'$ (фиг. 117).

Проведем линию, параллельную оси $ct$, через точку $P$. Мы утверждаем, что она не пересекает правую ветвь калибровочной кривой $F = +1$ ни в какой другой точке и лишь касается ее в точке $P$. Другими словами, мы утверждаем, что ни одна точка этой ветви калибровочной кривой не лежит левее нашей прямой, но вся ветвь оказывается справа от нее, так что все ее точки имеют координаты $x$, превышающие расстояние $\overline{OP}$.




Фиг. 117. Построение оси $x$ по известной оси $ct$, или наоборот.

Это действительно так, ибо для каждой точки калибровочной кривой $F = x^2 - c^2t^2 = 1$ имеем $x^2 = 1 + c^2t^2$. Таким образом, для точки $P$ калибровочной кривой $x^2 = 1$, причем эта точка лежит в то же самое время на оси $x (ct = 0)$. Для любой другой точки на калибровочной кривой $x^2$ больше 1 на положительную величину $c^2t^2$. Соответственно $\overline{OP} = 1$, и для любой точки правой ветви калибровочной кривой $x$ больше 1.

Точно так же мы находим, что параллель к оси $ct$, проходящая через точку $P'$, касается левой ветви гиперболы $F = 1$ в точке $P'$ и что параллели к оси $x$, проведенные через точки $Q$ и $Q'$, касаются ветвей гиперболы $F = -1$ в точках $Q$ и $Q'$. Отсюда очевидно, что расстояние $\overline{OQ} = 1$. Действительно, точка $Q$ лежит на калибровочной кривой $F = x^2 - c^2t^2 = -1$, а $x = 0$ определяет положение оси $t$, следовательно, $c^2t^2 = 1$; таким образом, $ct = 1$ представляет величину отрезка $\overline{OQ}$.

Две параллели к оси $ct$, проходящие через точки $P$ и $P'$, пересекаются со световыми линиями $X$ и $Y$ в точках $R$ и $R'$. Но параллели к оси $x$, проходящие через точки $Q$ и $Q'$, также проходят через эти точки, ибо для точки $R$, например, мы имеем $x = ct$, так как она лежит на оси $X$, и $x = 1$, потому что она лежит на проходящей через точку $P$ параллели к оси $ct$. Отсюда следует, что $ct = 1$, т. е. что $R$ лежит на параллели к оси $x$, проходящей через точку $Q$.

Итак, ясно, что наше построение оси $x$ согласуется с приведенным выше (стр. 225) при определении одновременных мировых точек. В самом деле, отрезок $\overline{OQ}$ на оси $ct$ и две параллели к этой оси, $\overline{PR}$ и $\overline{P'R'}$, представляют собой мировые линии трех точек, одна из которых $O$ лежит посредине между двумя другими $P$ и $P'$. Но если из точки $O$ отправить в обоих направлениях световой сигнал, то его траектория будет представляться световыми линиями $\overline{OX}$ и $\overline{OY}$, которые пересекают две параллельные мировые линии в точках $R$ и $R'$. Следовательно, эти мировые точки одновременны, а линия, связывающая их, параллельна оси $x$ в точности так, как показывает наше новое построение.

Сведем результат наших рассуждений в следующем коротком утверждении.

*Оси $x$ и $ct$ системы отсчета $S$ расположены по отношению друг к другу таким образом, что каждая из них параллельна прямой линии, которая касается калибровочной кривой в точке пересечения с другими осями.*

Единица длины дается расстоянием $\overline{OP}$. Единица времени определяется расстоянием $\overline{OQ}$, которое, по сути дела, также представляет собой отрезок длины на нашей шкале $ct$.

Каждая прямая мировая линия, проходящая через начало координат и пересекающаяся с ветвью калибровочной гиперболы $F=1$, может быть принята за ось $x$. Ось $t$ тогда задается как параллель к прямой, касательной к этой гиперболе в точке $P$. Аналогичным образом за ось $ct$ можно выбрать произвольную мировую линию, пересекающую ветви $F=-1$ калибровочных кривых. Соответствующая ось $x$ тогда определяется единственным образом с помощью построения, аналогичного проделанному выше.

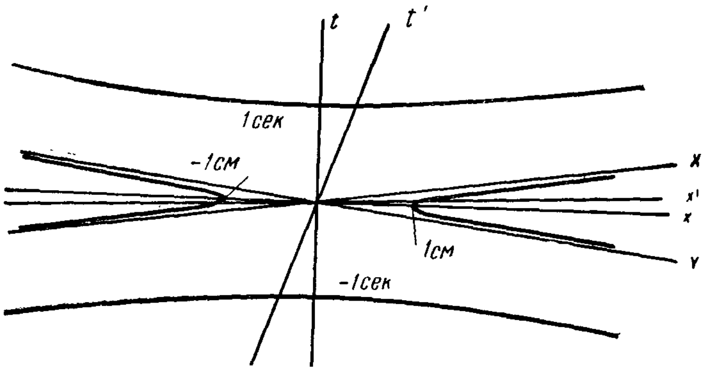
Эти правила занимают место законов классической кинематики. В классических законах ось $x$ была одной и той же для всех инерциальных систем, а единица длины была фиксирована на ней; единица времени была равна отрезку, отсекаемому определенной прямой линией, параллельной оси $x$, на оси $ct$, которая в общем случае была наклонной к оси $x$ (см. фиг. 41, стр. 79).

Но как случается, что два построения, по всей видимости столь различные, оказываются едва ли вообще различимыми на практике?

Это объясняется колоссально большой величиной скорости света $c$ по сравнению с обычными скоростями материальных тел во Вселенной. На наших рисунках единица, скажем 1 *см*, в шкале $ct$ соответствует

$$\frac{1\ \textit{см}}{c}=\frac{1}{3}\cdot 10^{-10}\ \textit{сек}.$$

Если бы мы захотели представить 1 *сек* и 1 *см* на чертеже в виде отрезков одной и той же длины, потребовалось бы, очевидно, сжать диаграмму в направлении $t$ так, чтобы все расстояния, параллельные оси $t$, сократились в отношении $1 \frac{см}{сек} / c$. Будь $c$ равно лишь 10 *см/сек*, такой чертеж выглядел бы как-то вроде изображенного на фиг. 118. Две световые линии образовывали бы очень малый угол, ограничивающий пределы, в которых изменяются направления осей $x$, и, с другой стороны, угловое пространство для осей $t$ стало бы очень широким, а калибровочная кривая для $t$ — очень плоской. Таким образом, для систем, относительные скорости $v$ которых существенно малы по сравнению




Фиг. 118. Калибровочные кривые в системе координат $x$, $t$ в предположении, что скорость $c$ равна 10 *см/сек*.

Единица времени $t$ (1 *сек*) и единица длины $x$ (1 *см*) представляются равными по величине отрезками.

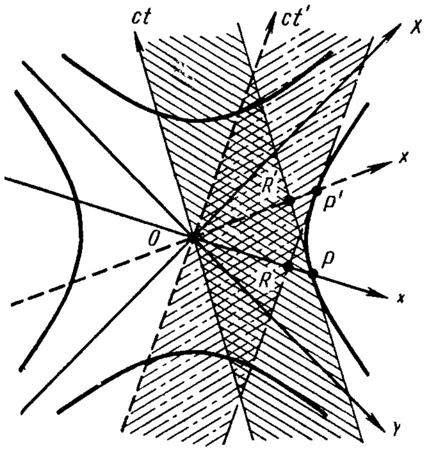
со скоростью света $c$, единицы времени отличаются друг от друга почти неощутимо. Чем больше величина $c$, тем более заметным становится количественное различие между областями свободного изменения направлений осей $x$ и $t$. Для действительно существующей в природе величины $c$ ($c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек*) рисунок вообще не удалось бы изобразить на бумаге: обе световые линии практически совпали бы и направление $x$, которое всегда заключено между ними, оказалось бы, таким образом, неизменно закрепленным. Именно это и предполагает обычная кинематика. Мы приходим снова к фиг. 41 (стр. 79).

Таким образом, мы видим, что кинематика Галилея представляет собой частный случай или, скорее, предельный случай кинематики Эйнштейна, именно тот, когда скорость света становится бесконечно большой.

## § 4. ДВИЖУЩИЕСЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЛИНЕЙКИ И ЧАСЫ

Нам предстоит теперь ответить на простейшие вопросы кинематики, связанные с измерениями длин одной и той же измерительной линейки[1]) и длительностей одного и того же отрезка времени в различных системах отсчета.

Пусть линейка единичной длины расположена в начале системы отсчета $S$ вдоль оси $x$. Зададимся вопросом, какова ее длина в системе $S'$. Сразу ясно, что эта длина будет отличаться от единичной. Ведь наблюдатели, движущиеся с системой $S'$, будут, конечно, измерять положения концов линейки одновременно, т. е. одновременно в системе отсчета $S'$. Но это не значит *одновременно* в системе отсчета $S$. Таким образом, даже если положение одного конца линейки определили одновременно наблюдатели и системы $S$ и системы $S'$, то отсчет другого ее конца, одновременный по $S$-часам, наблюдатель системы $S$ и наблюдатель системы $S'$ не смогут выполнить. В тот момент, когда это делается, система $S'$ уже сдвинута вперед и результат, полученный наблюдателем системы $S'$, отражает смещенное положение второго конца линейки.




Фиг. 119. Лоренцово сокращение.

На первый взгляд этот вопрос кажется безнадежно запутанным. Есть противники принципа относительности, простые умы, кто, познакомившись с этим осложнением в определении длины линейки, с благородным возмущением восклицает: «Разумеется, можно вывести все что угодно, если пользоваться неверными часами. Вот вам пример того, до какого абсурда может довести слепая вера в магическую силу математических формул», — и единым ударом сражают теорию относительности. Наш читатель, как мы надеемся, уже догадался, что формулы — ни в коей мере не самое главное обстоятельство: ведь мы имеем дело с чисто принципиальными соотношениями, которые можно с успехом понять и не обращаясь обязательно к математике. В самом деле, ведь мы могли не только обойтись без формул, но

[1]) В научной литературе часто употребляют термин «измерительный стержень»; по смыслу это то же самое. — *Прим. перев.*

и без геометрических фигур и изложить всю проблему обычными словами, хотя в этом случае наша книга оказалась бы настолько громоздкой и настолько трудной для восприятия, что никто не взялся бы за ее публикацию и никто не стал бы ее читать.

Обратимся сначала к чертежу в плоскости $x$, $ct$ и разберемся в вопросе определения длины линейки в двух системах отсчета $S$ и $S'$ (фиг. 119). Предполагается, что линейка покоится в системе $S$ $(x, ct)$. Соответственно мировая линия ее первого конца совпадает с осью $ct$, а мировая линия второго конца представляет собой прямую, параллельную оси $ct$ и удаленную от нее на расстояние 1; эта параллельная линия касается калибровочной кривой в точке $P$. Таким образом, наша линейка представляется во все моменты времени в виде полоски, заключенной между двумя прямыми.

Итак, мы должны определить длину линейки в системе $S'$ $(x', ct')$, движущейся относительно $S$. Ось $ct'$ при этом наклонена к оси $ct$. Соответствующую ось $x'$ мы находим, проводя касательную к точке пересечения $Q'$ оси $ct'$ с калибровочной кривой и затем проводя к ней через точку $O$ параллель $\overline{OP'}$. Расстояние $\overline{OP'}$ представляет собой единицу длины по оси $x'$. Однако длина единичной линейки, покоящейся в системе $S$, при измерении в системе $S'$ составляет расстояние $\overline{OR'}$, которое параллельная полоска, олицетворяющая линейку, вырезает на оси $x'$. Это расстояние, очевидно, короче, чем $\overline{OP'}$, и, следовательно, $\overline{OR'}$ меньше 1; таким образом, линейка оказывается сжатой в движущейся системе $S'$.

Это сжатие в точности совпадает с сокращением, предложенным Фицджеральдом и Лоренцом для объяснения опыта Майкельсона и Морли. Здесь оно появляется как естественное следствие кинематики Эйнштейна.

Наоборот, при измерении в системе $S$ линейки, покоящейся в системе $S'$, она оказывается также сжатой, а не вытянутой. В самом деле, линейка представляется полоской, ограниченной осью $ct'$ и параллельной ей мировой линией, проходящей через точку $P'$. Но эта мировая линия отсекает единичное расстояние $\overline{OP}$ в системе $S$ во внутренней точке $R$, так что $\overline{OR}$ снова меньше 1.

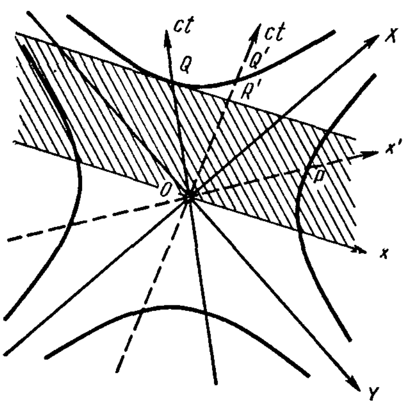
Итак, сокращение оказывается взаимным, а именно этого и требует теория относительности. Его величину удобнее всего находить с помощью преобразования Лоренца (70).

Пусть $l_0$ — длина линейки в системе отсчета $S'$, в которой линейка покоится: $l_0$ называют *собственной длиной* линейки (длиной в покое). Два конца линейки имеют координаты, скажем, $x'_1$ и $x'_2$, так что $x'_2 - x'_1 = l_0$.

При наблюдении этой линейки из системы $S$ мы по первой из формул (70а) имеем:

$$x'_1 = \frac{x_1 - ct_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - ct_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где $x_1$, $t_1$ и $x_2$, $t_2$ представляют собой координаты точек $x'_1$ и $x'_2$ в системе $S$. Пусть теперь мы хотим измерить длину линейки в системе $S$; это значит, что нужно определить координаты $x_1$ и $x_2$ одновременно относительно часов системы $S$ — мы должны положить $t_1 = t_2$. Выполняя это и вычитая первое из выписанных нами уравнений из второго, мы получаем




Фиг. 120. Замедление времени.

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Полагая $x_2 - x_1 = l$, мы можем записать

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (74)$$

Эта формула утверждает, что длина линейки в системе $S$ оказывается уменьшенной в отношении $\sqrt{1-\beta^2} : 1$ в точном согласии с гипотезой сокращения, предложенной Фицджеральдом и Лоренцом (гл. V, § 15).

Те же самые соображения применимы и к определению интервала времени в двух различных системах отсчета $S$ и $S'$.

Предположим, что в каждой пространственной точке системы $S$ помещены часы, идущие с одной и той же скоростью. В каждый определенный момент времени стрелки этих часов относительно системы $S$ имеют определенное положение. Положение стрелок, соответствующее $ct_1 = 0$, представляется мировыми точками, лежащими на оси $x$, а положение $ct_2 = 1$ — мировыми точками, лежащими на прямой, проходящей через точку $Q$ и параллельной оси $x$ (фиг. 120).

Предположим, что в начале системы $S'$ помещены часы, стрелки которых показывают $t' = 0$ в тот самый момент, когда $t = 0$. Выясним вопрос, каково положение стрелок часов системы $S$, расположенных в той точке, где покоящиеся в системе $S'$ часы показывают время точно $ct'_2 = 1$. Искомое значение $ct$, очевидно, определяется точкой пересечения $Q'$ оси $ct'$ с калибровочной кривой $F = -1$. С другой стороны, положение $t_2$ стрелок часов, покоящихся в системе $S$, представляется точками прямой линии, проведенной через точку $Q$ параллельно оси $x$. Эта прямая пересекает ось $ct'$ в точке $R'$ и, как видно из фигуры, $Q'$ лежит вне расстояния $\overline{QR'}$. Но это означает, что единица времени системы $S'$ представляется в системе $S$ удлиненной.

Для того чтобы вычислить величину удлинения, рассмотрим начавшийся в момент времени $t'_1$ и закончившийся в момент $t'_2$ период времени $T_0$, который отсчитали часы, покоящиеся в системе $S'$; очевидно, $t'_2 - t'_1 = T_0$. Из второй формулы (70а) мы получаем

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Весь период времени $T_0$ мы измеряем в пространственной точке $x'_1 = x'_2$, где расположены часы системы $S'$. Из первой формулы (70а) следует, что $x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1)$, так как наши часы имеют скорость $v$ относительно системы $S$. Отнимем $t'_1$ от $t'_2$:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v^2}{c^2}(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = (t_2 - t_1)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Таким образом, период времени $T = t_2 - t_1$, протекший в системе $S$, связан с периодом времени $T_0$ в системе $S'$ соотношением

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{75}$$

Это удлинение (замедление) времени противоположно по характеру сокращению длины. Разумеется, с обратной точки зрения единица времени по часам, покоящимся в системе $S$, оказывается увеличенной в системе $S'$.

Другими словами, с точки зрения любой выбранной системы все часы систем, движущихся относительно выбранной, кажутся запаздывающими. Течение событий во времени во всех системах, находящихся в относительном движении, замедлено, так что все события в движущейся системе запаздывают по отношению к соответствующим событиям в той системе, которую мы считаем покоящейся. К последствиям, вытекающим из этого факта и часто воспринимаемым как парадоксальные, мы вернемся позже.

Время, которое показывают часы, покоящиеся в выбранной системе отсчета, называется *собственным временем* системы. Оно идентично «локальному времени» Лоренца. Шаг вперед, сделанный теорией Эйнштейна, заключается не в формулировании законов, а скорее в принципиальном изменении точки зрения на эти законы. Лоренц ввел локальное время как вспомогательную математическую величину в противоположность истинному абсолютному времени. Эйнштейн доказал, что не существует средств, позволяющих определить это абсолютное время или отличить его от бесконечного числа эквивалентных локальных времен в различных системах отсчета, находящихся в относительном движении. Но это значит, что абсолютное время не имеет реального физического смысла. Временные данные имеют смысл только относительно определенных систем отсчета. В этом заключается завершение релятивизации понятия времени.

## § 5. ВИДИМОСТЬ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТЬ

Теперь, когда мы познакомились с законами кинематики Эйнштейна в двоякой форме, в виде чертежей и в виде формул, обсудим ее с точки зрения теории познания.

Можно было бы вообразить, что теория Эйнштейна не добавляет ничего нового к нашим знаниям о предметах физического мира и касается лишь определений и условностей, которые вытекают из фактов и согласуются с ними, но которые можно было бы с равным успехом заменить какими-то другими. К подобной интерпретации мы приходим, если вспомнить об исходной точке наших рассуждений о примере с караваном лодок, в котором наше внимание было сосредоточено на условной и на произвольной сторонах природы эйнштейновского определения одновременности. По сути дела, если для регулировки часов пользоваться звуковым сигналом, то эйнштейновская кинематика оказывается применимой к случаю лодок, движущихся при неподвижном воздухе, во всей своей полноте. Символ $c$ обозначал бы в этом случае скорость звука во всех полученных нами формулах. Каждая движущаяся лодка имела бы свои собственные единицу длины и единицу времени соответственно своей скорости, а преобразования Лоренца имели бы место между системами измерений, связанными с различными лодками. Мы получили бы полностью внутренне согласованный мир Эйнштейна в малом масштабе.

Но этот мир был бы внутренне непротиворечив лишь до тех пор, пока мы признаем, что единицы длины и времени не ограничены никакими постулатами, кроме двух принципов относительности и постулатом постоянства скорости звука или света. В этом ли смысл теории Эйнштейна?

Безусловно, нет. Наоборот, предполагается как самоочевидный тот факт, что измерительная линейка, применяемая сначала в системе отсчета $S$, а потом в другой системе $S'$, при одних и тех же физических условиях должна представлять одну и ту же длину в обеих системах (коль скоро она ни в одной из этих систем не подвержена воздействию каких-либо внешних сил). Фиксированная линейка, покоящаяся в системе $S$ и имеющая в ней длину 1 *см*, будет, разумеется, иметь длину в 1 *см* и в том случае, когда она покоится в системе $S'$, коль скоро все остальные физические условия (гравитация, положение, температура, электрические и магнитные поля и т. д.) в системе $S'$ те же, что были в системе $S$. Точно то же самое должно было быть постулировано и относительно часов.

Это молчаливое допущение, принятое в теории Эйнштейна, мы могли бы назвать «принципом физической равноценности единиц измерения».

Сразу, как только мы отдадим себе отчет в существовании этого принципа, становится ясно, что применение кинематики Эйнштейна к случаю лодок и сравнение часов с помощью звуковых сигналов несовместимо с этим принципом. Действительно, если единицы длины и времени определены по эйнштейновским правилам через скорость звука, они будут, вне всякого сомнения, не равными единицам длины и времени, измеряемым с помощью физически идентичных линеек и часов: ведь линейки различаются не только на каждой движущейся лодке соответственно ее скорости, но сама единица длины в направлении движения отличается от единицы длины в направлении, перпендикулярном (или наискосок) к направлению движения. Таким образом, кинематика Эйнштейна была бы возможным способом определения, но в данном случае ее нельзя было бы считать даже полезной. Обычные приемы обращения с линейками и часами были бы, вне всякого сомнения, гораздо предпочтительнее.

Вот по этой-то причине едва ли вообще возможно проиллюстрировать кинематику Эйнштейна с помощью простых моделей. Такие модели, безусловно, дают соотношения между длинами и временами в различных системах отсчета правильно, но они несовместны с принципом идентичности единиц измерения; в таких моделях нет никакого иного выхода, кроме как выбрать различные шкалы длин в двух системах $S$ и $S'$, движущихся одна относительно другой.

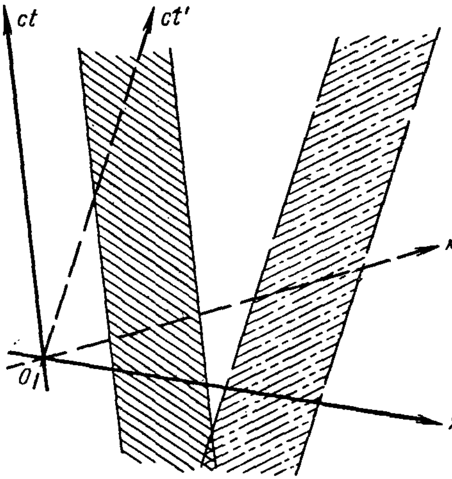
Положение дел в реальном мире, согласно Эйнштейну, совершенно иное. В нем новая кинематика должна быть справедливой именно тогда, когда *одна и та же* линейка и *одни и те же* часы используются для задания единиц длины и времени сначала в системе $S$, а потом в системе $S'$. В этом и заключается особенность теории Эйнштейна, благодаря которой она поднимается выше уровня простой условности и оказывается способной отражать определенные свойства реальных тел. Именно эта особенность придает эйнштейновской теории фундаментально важную роль в физических воззрениях на природу.

Проиллюстрируем сказанное на примере рёмеровского метода определения скорости света с помощью затмения спутников Юпитера. Солнечная система в целом движется относительно неподвижных звезд. Представим себе систему отсчета $S$, жестко связанную с неподвижными звездами, и пусть Солнце и планеты связаны с другой системой $S'$. Юпитер и его спутники образуют (идеально совершенные) часы. Юпитер движется вокруг Солнца по кругу, так что в какой-то момент времени направление его движения совпадает с направлением движения системы $S'$ относительно системы $S$, а в другой момент времени оно противоположно последнему. Мы никакими средствами не смогли бы произвольно отрегулировать скорость хода наших часов — Юпитера в этих двух положениях так, чтобы время, затрачиваемое лучом света на прохождение диаметра орбиты Земли, было одинаковым во всех направлениях; нет, скорее все *уже* обстоит таким образом *совершенно само по себе*, благодаря самой конструкции наших часов с Юпитером. В самом деле, эти часы показывают лишь собственное время солнечной системы $S'$, а не какое-то абсолютное время или чуждое время системы $S$, связанное с фиксированными звездами. Другими словами, периоды оборота спутников Юпитера постоянны относительно солнечной системы (скорость самого Юпитера относительно солнечной системы мы здесь не учитываем).

Находятся сторонники утверждения, что такая точка зрения означает *нарушение закона причинности*. Ведь если одна и та же измерительная линейка, с точки зрения системы $S$, имеет различную длину соответственно тому, покоится она в системе $S$ или движется относительно нее, то, говорят они, должна существовать причина этого изменения. Эйнштейновская же теория не приводит никакой причины; наоборот, она утверждает, что сокращение длин появляется само по себе как обстоятельство, присущее самому факту движения.

В действительности это рассуждение совершенно необоснованно. Оно объясняется слишком ограниченным взглядом на понятие «измерение». Само по себе это понятие не имеет смысла. Оно не означает ничего абсолютного, так же как числа, обозначающие расстояние или время, не имеют абсолютного значения. В самом деле, мы же не беремся утверждать, что тело, движущееся равномерно по прямой линии относительно некоторой инерциальной системы $S$, «претерпевает изменения», хотя в действительности оно *изменяет свое положение* относительно системы $S$. Отнюдь не существует априорной ясности в вопросе, какие именно «изменения» физика обязана считать эффектами, которым нужно сопоставлять причину; скорее это должны решать сами экспериментальные исследования.

Позиция теории Эйнштейна по отношению к происхождению сокращения следующая: материальная линейка представляет собой физически не пространственную вещь, а пространственно-временну́ю конфигурацию. Каждая точка линейки существует в этот, следующий, следующий за ним и т. д. моменты времени — в каждый момент времени. Исчерпывающее представление рассматриваемой линейки (одномерной в пространственном измерении), таким образом, представляет собой не отрезок оси $x$, а скорее полоску в плоскости $x$, $ct$ (фиг. 121). Та же самая линейка, покоясь в различных движущихся системах $S$ и $S'$, представляется различными полосками. *Не существует* априорного правила, определяющего, как следует строить эти двумерные конфигурации в плоскости $x$, $ct$, чтобы они могли правильно представлять физическое поведение одной и той же линейки при различных скоростях движения. Для этого необходимо сначала задать калибровочную кривую в плоскости $x$, $ct$. В классической кинематике эта кривая строится не так, как в кинематике Эйнштейна. Интуитивные средства не могут дать доказательства того, какое из двух представлений верно. В классической теории обе полоски имеют одну и ту же ширину, если ширина измеряется в направлении, параллельном неподвижному направлению оси $x$. В теории Эйнштейна эти полоски имеют одинаковую ширину, если она измеряется для каждой линейки в направлении оси $x$ в той системе отсчета, в которой линейка покоится. «Сокращение» вообще не влияет на ширину полоски; от него зависит лишь участок, отсекаемый от оси $x$. Но ведь именно сама полоска как многообразие мировых точек (событий) есть физическая реальность, а не ее поперечное




Фиг. 121. Мировые линии двух линеек движущихся относительно друг друга.

Каждая линейка представляется в виде полоски мировых линий, параллельных соответствующей им оси $t$ или $t'$. Линии штриховки изображают каждую линейку в той системе отсчета, в которой она покоится, в различные моменты времени.

сечение. Таким образом, сокращение представляет собой лишь следствие нашего способа рассматривать материальные объекты, а не какое-то изменение физической действительности. Следовательно, оно не имеет отношения к сфере действия понятий причины и следствия.

Точка зрения, изложенная в предыдущем параграфе, устраняет знаменитое противоречие, связанное с вопросом, является ли сокращение «реальностью» или лишь «видимостью». Когда мы нарезаем огурец, кусочки имеют тем большую площадь, чем более косо идут срезы. Бессмысленно называть размеры различных косо нарезанных кусков «видимыми», а относительно самого маленького из кусков, полученного нарезанием перпендикулярно оси, говорить, что он имеет «действительный» размер.

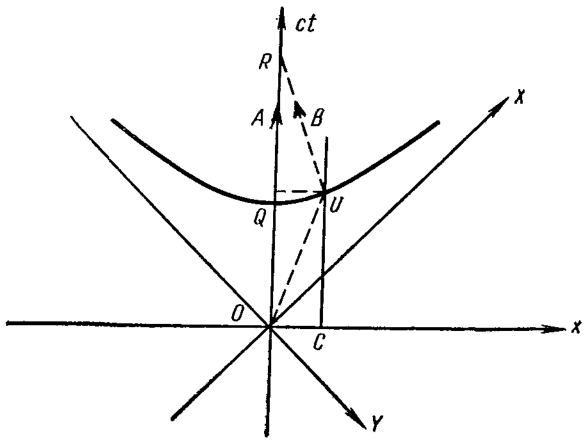
Совершенно аналогичным образом линейка в теории Эйнштейна имеет различные длины соответственно «точке зрения» наблюдателя. Одна из этих длин — статическая, или собственная, длина — больше всех остальных, но это не делает ее более реальной, чем все другие. Использовать различия между «видимым» и «действительным» в этом наивном смысле не более разумно, чем спрашивать, какова действительная координата $x$ точки $x$, $y$, когда не известно точно, какая именно система координат $xy$ имеется в виду.

Все высказанные нами замечания применимы и к относительности времени. Идеальные часы всегда идут с одной и той же скоростью в той системе отсчета, в которой они покоятся. Они показывают «собственное время» системы отсчета. С точки зрения всякой другой системы, однако, они идут медленнее. В такой системе определенный интервал собственного времени, даваемого нашими часами, будет казаться более длинным. Здесь тоже бессмысленно вопрошать, какова «истинная» длительность какого-то события.

При правильном понимании кинематика Эйнштейна свободна от неясностей и противоречий. Однако многие из результатов кажутся противоречащими нашим обычным формам мышления и доктринам классической физики. Когда подобные противопоставления проявляются в особенно заметной форме, они нередко кажутся парадоксальными, даже нетерпимыми. Ниже мы получим многочисленные выводы из теории Эйнштейна, которые сначала встретили бурное сопротивление, пока физики не добились успеха в их экспериментальном подтверждении. Один из самых поразительных примеров этого — так называемый «парадокс часов». Хотя Эйнштейн дал ему исчерпывающее объяснение еще полвека назад, сейчас этот «парадокс» все еще вызывает горячие споры.

Рассмотрим наблюдателя $A$, покоящегося в начале координат $O$ инерциальной системы $S$. Пусть второй наблюдатель $B$ сначала покоится в той же точке $O$, а затем начинает удаляться с постоянной скоростью вдоль прямой линии, скажем оси $x$, пока не достигнет точки $C$, где он делает разворот и возвращается в точку $O$ с той же скоростью вдоль оси $x$.

Пусть оба наблюдателя имеют идеальные часы, показывающие их собственное время. Время, затрачиваемое на разгон, разворот и замедление по возвращении в точку $O$, можно сделать как угодно малым по сравнению с периодом времени, в течение которого наблюдатель $B$ движется равномерно в прямом и обратном направлениях, просто делая период равномерного движения достаточно долгим. Так, если на скорость часов




**Фиг. 122.** Иллюстрация парадокса часов.

будут влиять, скажем, ускорения, то этот эффект будет сравнительно мал при условии, что длительность путешествия достаточно велика, чтобы этим эффектом можно было пренебречь. Но при этом часы наблюдателя $B$ по его возвращении в точку $O$ должны отстать по сравнению с часами покоившегося наблюдателя $A$. Ведь, как мы знаем (гл. VI, § 4, стр. 242), в течение периодов равномерного движения (а они являются решающими для окончательного результата факторами) собственное время движущегося наблюдателя отстает по сравнению с собственным временем любой другой инерциальной системы. Это проявляется особенно ярко в геометрической картине в плоскости $x$, $ct$ (фиг. 122). На этом чертеже ради удобства мы изобразили оси системы координат $x$, $ct$ перпендикулярными друг другу. Мировая линия точки $A$ совпадает с осью $ct$. Мировая линия точки $B$ представляет собой ломаную кривую $\overline{OUR}$ (на чертеже изображенную пунктиром), причем вершина излома $U$ лежит на параллельной оси $ct$ мировой линии точки $C$, в которой наблюдатель $B$ сделал поворот обратно.

Через точку $U$ мы проводим гиперболу $F = x^2 - c^2t^2 = -c^2t_U^2$, где $t_U$ — собственное время наблюдателя $B$ в точке $U$. Пусть эта гипербола пересекается с осью $ct$ в точке $Q$. Тогда, очевидно, отрезок $\overline{OQ}$ собственного времени наблюдателя $A$ точно равен отрезку $\overline{OU}$ собственного времени наблюдателя $B$, так как точки $Q$ и $U$ лежат на одной и той же калибровочной кривой. Но для наблюдателя $A$ период собственного времени, протекшего до момента $R$, когда возвращается наблюдатель $B$, как видно из фигуры, более чем вдвое превышает период времени $\overline{OQ}$; в то же время период времени для наблюдателя $B$, протекший до момента его возвращения $R$, ровно вдвое больше $\overline{OU}$. Таким образом, к моменту возвращения наблюдателя $B$ часы наблюдателя $A$ уходят вперед по сравнению с часами наблюдателя $B$. Величину этой разности нетрудно подсчитать по формуле (75), в которой $T_0$ — собственное время наблюдателя $A$, а $T$ — собственное время системы, движущейся вместе с наблюдателем $B$. Формула

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

справедлива для любого момента движения, поскольку путешествие как в прямом направлении, так и в обратном происходит с одной и той же скоростью. Следовательно, эта формула, в частности, справедлива и для момента возвращения; при этом $T_0$ в ней означает период времени, затраченный на путешествие, по собственному времени наблюдателя $A$, а $T$ — период времени, затраченный на путешествие, по собственному времени наблюдателя $B$. Для случая $v \ll c$ формулу (75) можно приближенно записать как

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Следовательно, запаздывание часов наблюдателя $B$ по сравнению с часами наблюдателя $A$ составляет

$$T - T_0 = \frac{v^2}{2c^2}T_0. \tag{76}$$

Парадоксальность этого результата заключается в том обстоятельстве, что *всякий* внутренний процесс в системе $B$ должен происходить медленнее, чем тот же процесс в системе $A$. Все атомные процессы — даже, разумеется, и сама жизнь — должны вести себя точно так же, как часы. Таким образом, если $A$ и $B$ были близнецами, то $B$ должен оказаться моложе $A$ по возвращении из путешествия. Это и в самом деле странный вывод, но его, однако, невозможно избежать никакими ухищрениями логики. Перед этим приходится сдаться так же, как несколько столетий назад пришлось признать, что подобные нам существа в стране антиподов стоят вверх ногами. Как показывает формула (76), мы имеем дело с эффектом второго порядка. Для того чтобы проверить его, необходимы очень высокие скорости. Вплоть до настоящего времени скорости, достижимые ракетами и другими подобными приборами, еще слишком малы. Но мы покажем ниже, что этот эффект действительно можно наблюдать, изучая субатомные частицы, движущиеся со скоростями, близкими к $c$.

Проиллюстрируем, тем не менее, формулу (75) на примере вымышленного путешествия к звездам. На фиг. 122 ось $ct$ можно принять за мировую линию Земли, а кривую $\overline{CUR}$ — за мировую линию звезды. Тогда $\overline{OC}$ представляет собой расстояние $l$ от звезды до Земли (при измерении с Земли). Общее расстояние $2l$, пройденное за путешествие, равно $vT$. Запишем формулу (75), связывающую времена, в виде

$$T_0 = \frac{2l}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 2\,\frac{l}{c}\,\frac{c}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,.$$

Здесь $T_0$ — время, проведенное путешественником в космическом корабле, а

$$\frac{l}{c} = T_l$$

— расстояние до звезды, измеренное в виде времени, затрачиваемого лучом света на прохождение расстояния $l$. Хорошо известно, что даже ближайшие неподвижные звезды очень далеки от Земли — расстояние до них составляет несколько световых лет. Это значит, что свет затрачивает на путешествие от звезды до Земли несколько лет.

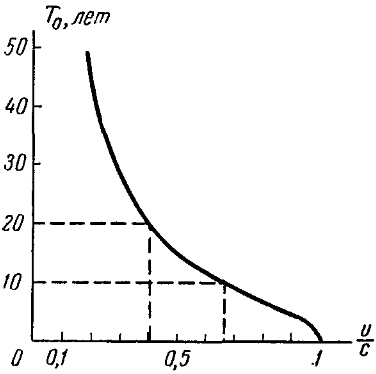
Итак, если кто-нибудь предпримет путешествие к далекой звезде на ракете, движущейся со скоростью $v$, то собственное время, проведенное путешественником в ракете при полете к звезде и обратно, составит

$$T_0 = 2T_l\frac{c}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,, \tag{75а}$$

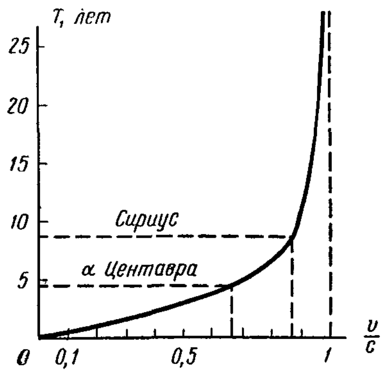
тогда как по земному времени на это путешествие понадобится

$$T = 2T_l\,\frac{c}{v}\,. \tag{75б}$$

Одна из сравнительно больших неподвижных звезд южного полушария — $\alpha$ Центавра. Расстояние до нее равно 4,5 световых лет. Одна из самых ярких звезд северного полушария — Сириус, расстояние до которого — 9 световых лет. В качестве иллюстрации формулы (75а) представим себе путешествие на $\alpha$ Центавра, для которой $2T_l = 9$ годам. На фиг. 123 величина $T_0$ изображена в зависимости от $v/c$ для значения $2T_l = 9$ годам. Можно видеть, что при скорости $v = c \cdot 0{,}67$ затрата времени $T_0$ для пассажира космического корабля составит 10 лет (для $v = c \cdot 0{,}41$ — 20 лет и т. д.). Период времени, прошедший на




Фиг. 123. Зависимость интервала собственного времени путешественника от отношения $v/c$ для полета на звезду $\alpha$ Центавра (расстояние 4,5 световых лет).




Фиг. 124. Зависимость пройденного расстояния $T_l$ в световых годах, измеренного с Земли, для полета в течение $T_0 = 10$ лет по собственному времени путешественника, от $v/c$.

Земле, согласно формуле (75б), составит 13,5 лет для 10-летнего путешествия (22 года для 20-летнего путешествия).

На фиг. 124 мы изобразили $T_l$ в зависимости от $v/c$ для $T_0 = 10$ годам. Эта кривая дает расстояние $T_l$, проходимое за период в 10 лет со скоростью $v$. Например, мы видим, что при $v = c \cdot 0{,}9$ можно достичь звезды, удаленной на 10 световых лет, или, наоборот, минимальная скорость, необходимая для того, чтобы затратить 10 лет на путешествие к $\alpha$ Центавра, равна $0{,}67c$.

Следует заметить, что поразительный факт, отраженный в формуле (75), можно установить совершенно иным способом, с помощью формулы лоренцова сокращения расстояния $l$, измеряемого пассажиром космического корабля. Согласно формуле (74), это расстояние составит

$$l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Скорость звезды относительно ракеты равна $v$. Следовательно, время, необходимое на прохождение этого расстояния, равно

$$\frac{T_0}{2}=\frac{l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{v},$$

что в точности совпадает с результатом формулы (75а).

Как мы уже говорили, подобные опыты в пространстве в настоящее время еще нельзя осуществить. Однако известны явления, связанные с малыми космическими частицами, которые можно наблюдать и использовать для получения совершенно убедительного подтверждения эффекта замедления времени и эффекта, связанного с парадоксом часов. Существование космических лучей известно уже более пятидесяти лет. Они приходят на Землю из внешнего, космического пространства и состоят из чрезвычайно малых, очень быстро движущихся частиц — преимущественно протонов (т. е. ядер атомов водорода), но, кроме того, из ядер других атомов. Эти частицы проникают в земную атмосферу со всех сторон и сталкиваются с частицами воздуха. При столкновении космической частицы с ядром атмосферного атома (азота или кислорода) возникают новые частицы, называемые *мезонами*; их масса имеет промежуточное значение между массами протона и электрона. Эти первичные мезоны, называемые $\pi$-мезонами, нестабильны и распадаются с коротким временем жизни на другие, более легкие типы мезонов, а также электроны и прочие частицы. Можно получать $\pi$-мезоны и искусственными методами с помощью больших современных ускорителей (циклотронов и т. д.); такие искусственные мезоны движутся сравнительно медленно, и время их жизни практически близко к времени жизни покоящихся мезонов. Опыты такого рода позволяют узнать собственное время жизни $\pi$-мезонов: $T_0 = 10^{-8}$ *сек.*

Итак, если скорость космических мезонов настолько велика, что приближается к скорости света, то расстояния, которые они могут проходить, будут составлять примерно $cT_0 = 3\cdot10^{10}\cdot10^{-8} = 300$ *см*. Но $\pi$-мезоны очень высоких энергий удавалось наблюдать даже на уровне моря. Как же случается, что они проникают сквозь атмосферу, проходя в ней расстояния порядка $h = 30$ *км* $= 3\cdot10^6$ *см* за короткие периоды их времени жизни? Этот парадокс легко разгадать, принимая во внимание замедление времени; время жизни $T$ при наблюдении на Земле оказывается гораздо больше $T_0$. В самом деле, мы имеем

$$T=T_0\Big/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}};$$

для того, чтобы $\pi$-мезоны достигали поверхности Земли, это время должно быть больше, чем высота слоя атмосферы, деленная на скорость мезонов $v$; минимальная скорость, следовательно, должна удовлетворять условию

$$\frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{h}{v},$$

или

$$\frac{v/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{h}{T_0 c}=\frac{3\cdot 10^6\ \text{см}}{10^{-8}\cdot 3\cdot 10^{10}\ \text{см}}=10^4.$$

Отсюда можно подсчитать отношение $v/c$:

$$v=c\left(1-\frac{1}{2}10^{-8}\right)=0{,}999999995c.$$

Столь невероятно огромные значения скоростей нередко можно наблюдать в космических лучах.

Таким образом, мезоны иллюстрируют парадокс часов: каждый мезон несет свои собственные часы, по которым и определяется его собственное время распада $T_0$. Но время жизни $T$ по часам земного наблюдателя оказывается гораздо более длительным. Как мы уже упоминали выше, этот факт можно выразить иным образом: движущийся мезон «видит» земные длины как бы сжатыми и поэтому способен проходить значительные расстояния соответственно своей скорости.

Если мы испытываем беспокойство, устанавливая этот результат, и называем его парадоксальным, то мы просто имеем в виду, что он необычен или «странен»; время позволит нам победить это чувство.

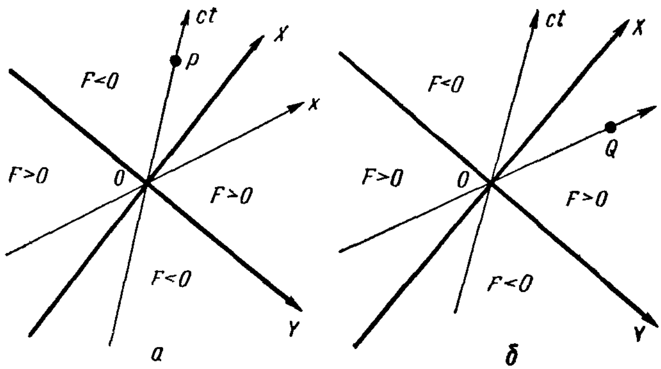
Но существуют и такие противники теории относительности, которые стремятся из этих выводов извлечь возражения против внутренней логической согласованности самой теории. Они рассуждают примерно следующим образом: согласно теории относительности, две системы, находящиеся в относительном движении, эквивалентны. Следовательно, можно рассматривать и систему $B$ как покоящуюся. Система $A$ при этом будет осуществлять движение точно такое же, как раньше осуществляла система $B$, но в противоположном направлении. Отсюда мы должны заключить, что когда $A$ возвращается, часы $B$ должны уйти вперед по сравнению с часами $A$. Но раньше мы пришли к совершенно противоположному выводу. Итак, поскольку часы $A$ не могут уходить вперед по сравнению с часами $B$ в тот же самый момент, когда часы $B$ уходят вперед по сравнению с часами $A$, наши рассуждения выявляют внутреннее противоречие в самой теории.

Эти возражения выдвигаются вновь и вновь. Однако рассуждения эти искусственны и ошибка совершенно очевидна; принцип относительности касается *лишь таких систем*, которые движутся равномерно и прямолинейно по отношению друг к другу. В том виде, в каком он до сих пор нами формулировался, он *неприменим* к ускоренным системам. Но система $B$ *есть ускоренная* система, и, следовательно, она *не эквивалентна* системе $A$. Система $A$ — инерциальная, тогда как система $B$ — нет. Ниже, правда, мы увидим, что общая теория относительности Эйнштейна рассматривает и системы, движущиеся ускоренно относительно друг друга, как эквивалентные, но в данном случае понятие эквивалентности используется в смысле, который потребует дальнейшего изучения. Рассматривая теорию с этой более общей точки зрения, мы еще вернемся к парадоксу часов и покажем, что при строгом анализе не существует затруднений с его объяснением. Действительно, в только что изложенных рассуждениях мы исходим из предположения, что для достаточно долгих путешествий короткие периоды ускоренного движения не оказывают существенного влияния на скорость хода часов. Но это справедливо *только* тогда, когда процесс рассматривается в инерциальной системе $A$, и *неверно* для измерения времени в ускоренной системе $B$. В таких ускоренных системах, согласно принципам общей теории относительности, существуют гравитационные поля, которые влияют на скорость хода часов. Как можно установить, при учете этого влияния часы системы $B$ при всех обстоятельствах уходят вперед по сравнению с часами $A$; таким образом, кажущееся противоречие разъясняется (см. гл. VII, § 11, стр. 344).

Релятивизация понятий длины и периода времени кажется многим очень трудной, но, вероятно, лишь ввиду своей внешней странности. Релятивизация понятий «выше» и «ниже», которую повлекло за собой открытие сферической формы земной поверхности, вероятно, принесла людям того времени не меньше затруднений. В том случае также результат наблюдений противоречил представлениям, источником которых был прямой опыт. Аналогично и эйнштейновская релятивизация времени кажется несовместной с тем опытом, который имеет индивидуум относительно времени. В самом деле, *ощущение* «сейчас» беспредельно охватывает весь мир, связывая все сущее с человеческим «я». Тот факт, что моменты, которые одно «я» воспринимает как «одновременные», другое «я» называет «следующими друг за другом», невозможно в действительности сопоставить с реальным *ощущением времени.* Но точная наука имеет *другие* критерии истинности. Поскольку понятие абсолютной «одновременности» невозможно удостоверить, наука должна исключить это понятие из системы своих представлений.

## § 6. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

Теперь мы рассмотрим более глубоко законы эйнштейновской кинематики. При этом мы преимущественно будем ограничиваться плоскостью $x$, $ct$. Получаемые при этом выводы совсем нетрудно обобщить на случай четырехмерного $xyzt$-пространства, поэтому мы будем лишь упоминать о нем по ходу дела.




Фиг. 125. Четырехмерные отрезки.

*а* — временно-подобное расстояние $\overline{OP}$; *б* — пространственно-подобное расстояние $\overline{OQ}$.

Световые линии, определяемые уравнением $F = x^2 - c^2t^2 = 0$, делят плоскость $x$, $ct$ на четыре квадранта (фиг. 116). Очевидно, $F$ сохраняет один и тот же знак в каждом квадранте, причем $F > 0$ в двух противоположных квадрантах, содержащих ветви гиперболы $F = +1$, а $F < 0$ в двух противоположных квадрантах, которые содержат ветви $F = -1$. Прямую мировую линию, проходящую через начало координат $O$, можно взять в качестве оси $x$ или оси $ct$ соответственно тому, лежит ли она в квадранте $F > 0$ или в квадранте $F < 0$. Соответственно этому мы подразделяем мировые линии на «пространственно-подобные» и на «временно-подобные» (фиг. 125, *а*).

Во всякой инерциальной системе ось $x$ отделяет мировые точки «прошлого» ($t < 0$) от мировых точек «будущего» ($t > 0$). Но это подразделение различно в каждой инерциальной системе, поскольку при ином положении оси $x$ мировые точки, которые раньше лежали выше нее, т. е. в будущем, могут оказаться ниже оси $x$, т. е. в прошлом, и наоборот. Лишь те события, которые представляются мировыми точками, лежащими в квадрантах $F < 0$, единственным образом принадлежат либо к «прошлому», либо к «будущему» в любой инерциальной системе. Для такой мировой точки $P$ (фиг. 125, $a$) мы имеем $c^2t^2 > x^2$, т. е. в любой допустимой системе отсчета два события $O$ и $P$ разделены интервалом времени, бо́льшим того времени, за которое свет покрывает путь от одной из этих точек до другой. Следовательно, мы всегда можем выбрать инерциальную систему $S$ так, что ее ось $ct$ проходит через точку $P$, т. е. такую систему, в которой $P$ представляет событие, происходящее в пространственном начале отсчета. С точки зрения другой инерциальной системы наша инерциальная система $S$ будет двигаться равномерно и прямолинейно таким образом, что ее начало точно совпадает с событиями $O$ и $P$. Тогда, очевидно, мы должны для события $P$ в системе $S$ положить $x = 0$, т. е.

$$F = -c^2t^2 < 0.$$

Во всякой инерциальной системе ось $ct$ представляет геометрическое место мировых точек, соответствующих событиям, происходящим в пространственном начале координат на оси $x$ (т. е. в точке $x = 0$), и разделяет (на двумерной фигуре) точки, лежащие слева от начала, и точки, лежащие справа от него. Но в другой инерциальной системе с иной осью $ct$ это разграничение будет иным. Оно определено единственным образом только для мировых точек, лежащих в квадрантах $F > 0$ независимо от того, лежат ли они «до» или «после» пространственного начала координат. Для такой точки $Q$ (фиг. 125, $б$) $c^2t^2 < x^2$, т. е. в любой допустимой системе отсчета временно́й интервал между событиями $O$ и $Q$ меньше того времени, которое затрачивает свет на прохождение расстояния от точки $O$ до точки $Q$. Таким образом, можно ввести подходящим образом выбранную движущуюся инерциальную систему $S$ с осью $x$, проходящей через $Q$, в которой оба события, $O$ и $Q$, оказываются одновременными. В этой системе для события $Q$, очевидно, $t = 0$, и, следовательно, $F = x^2 > 0$.

Отсюда следует, что инвариант $F$ для любой мировой точки $P$ представляет собой измеримую величину, имеющую легко интерпретируемый наглядный смысл. Вводя подходящую систему отсчета $S$, мировую точку $P$ можно либо перевести «в то же самое место», в котором произошло событие $O$, и тогда $F = -c^2t^2$ (где $t$ — разность времен между событиями $P$ и $O$, происходящими в одной и той же пространственной точке в системе $S$); либо $P$ можно перевести «в тот же момент времени», в который произошло событие $O$, и тогда $F = x^2$ (где $x$ — пространственное расстояние между двумя событиями в системе $S$).

Во всякой системе координат световые линии $F=0$ представляют движения, происходящие со скоростью света. В соответствии с этим каждая временно-подобная мировая линия представляет движение со скоростью, меньшей скорости света $c$. Или, подходя к вопросу с другой стороны, всякое движение, происходящее со скоростью, меньшей скорости света, можно «перевести в состояние покоя», поскольку существует временно-подобная мировая линия, соответствующая этому движению.

А как насчет движений, происходящих со скоростью, большей скорости света? В свете высказанных выше суждений казалось бы очевидным, что теория относительности Эйнштейна должна объявить такие движения невозможными. В самом деле, новая кинематика потеряла бы весь свой смысл, если бы существовали сигналы, позволяющие нам контролировать одновременность хода часов с помощью средств, включающих скорости, превышающие скорость света. По-видимому, здесь какая-то трудность.

Пусть система $S'$ движется со скоростью $v$ относительно другой системы $S$, и пусть тело $K$ движется относительно системы $S'$ со скоростью $u'$. Согласно обычной кинематике, относительная скорость тела $K$ в системе $S$ равна

$$u=v+u'.$$

Теперь, если $v$ и $u'$ каждая превышает половину скорости света, то $u=v+u'$ больше скорости света $c$, а это должно быть невозможным, согласно теории относительности.

Этот софизм, конечно, связан с тем обстоятельством, что скорости в релятивистской кинематике невозможно просто суммировать, ибо каждая система отсчета имеет собственные единицы длины и времени.

Необходимость учета этого обстоятельства с очевидностью вытекает из того факта, что в любых двух системах, движущихся одна относительно другой, скорость света предполагается всегда одинаковой,— факта, уже использованного ранее при выводе преобразования Лоренца (гл. VI, § 2, стр. 230). Истинный закон сложения скоростей можно вывести из этого преобразования [формулы (70)]. Рассмотрим движущееся тело в системе $S'$. Его движение может происходить в плоскости $x'$, $y'$, и, таким образом, его скорость будет иметь две компоненты $u_{x'}$ и $u_{y'}$, и движение может начаться в момент времени $t'=0$ из начала координат. Мировая линия тела задается тогда уравнениями

$$x'=u_{x'}t', \tag{а}$$

$$y'=u_{y'}t'. \tag{б}$$

Можно предвидеть, что движение окажется прямолинейным и в системе $S$, причем скорость будет иметь две постоянные компоненты $u_x$, $u_y$. Мировая линия движущегося тела в системе $S$ будет задаваться уравнениями

$$x = u_x t, \tag{в}$$

$$y = u_y t. \tag{г}$$

Для того чтобы получить соотношение между скоростями тела в системах $S$ и $S'$, введем выражения для $x$, $y$, $t$ в уравнения (а) и (б) с помощью формул преобразования Лоренца (70а). Вместо первого уравнения (а) мы получаем

$$(x - vt) = u_{x'}\left(t - \frac{v}{c^2}\,x\right) \quad \text{или} \quad \left(1 + \frac{u_{x'}v}{c^2}\right)x = (u_{x'} + v)\,t.$$

Сравнивая этот результат с уравнением (в), получаем

$$u_x = \frac{u_{x'} + v}{1 + \dfrac{u_{x'}v}{c^2}}. \tag{77а}$$

Аналогичным образом из (б) имеем

$$u_y = \frac{u_{y'}\left(1 - \dfrac{v}{c^2}\,u_x\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}},$$

а с помощью (77а)

$$u_y = u_{y'}\,\frac{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{u_{x'}v}{c^2}}. \tag{77б}$$

Уравнения (77а) и (77б) выражают эйнштейновскую *теорему сложения скоростей*. Они занимают место простых формул обычной кинематики:

$$u_x = u_{x'} + v, \quad u_y = u_{y'}.$$

Выражая $u_{x'}$ через $u_x$ и $u_{y'}$ через $u_y$, мы получаем формулы точно такой же структуры; единственная разница состоит в том, что $v$ заменяется на $-v$. Это следует из эквивалентности всех систем отсчета и может быть проверено прямыми выкладками.

Если, в частности, мы имеем дело с лучом света, распространяющимся в направлении движения системы $S'$ относительно системы $S$, то $u_{x'} = c$, $u_{y'} = 0$. Тогда формулы (77) дают, естественно, ожидаемый результат:

$$u_x = \frac{v + c}{1 + \dfrac{v}{c}} = c, \quad u_y = 0,$$

который и выражает теорему о постоянстве скорости света. Более того, мы видим, что для любого тела, движущегося вдоль пространственной оси, $u_x < c$ до тех пор, пока $u_{x'} < c$ и $v < c$. В самом деле, деля формулу (77а) на $c$, мы можем преобразовать результат к виду

$$\frac{u_x}{c} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{u_{x'}}{c}\right)\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 + \frac{u_{x'}v}{c^2}}.$$

Из этой формулы прямо следует наше утверждение, так как при указанных выше условиях второй член справа всегда меньше 1 (знаменатель больше 1, а каждый множитель в числителе меньше 1). Аналогичный вывод справедлив, конечно, и для движений, происходящих поперек пространственной оси, и для движений в любом направлении.

Итак, скорость света кинематически есть предельная скорость, которую невозможно превысить. Этот постулат теории Эйнштейна встретил упорную оппозицию. Он казался неоправданным ограничением планов исследователей, которые ждали в будущем открытий скоростей, превышающих скорость света.

Мы знаем, что β-лучи радиоактивных веществ представляют собой электроны, движущиеся со скоростями, близкими к скорости света. Почему же невозможно ускорить их так, чтобы они двигались со скоростями бóльше скорости света?

Теория Эйнштейна, однако, утверждает, что это невозможно в принципе, поскольку инерциальное сопротивление, или масса тела, возрастает по мере того, как его скорость приближается к скорости света. Таким образом, мы приходим к новой динамике, базирующейся на кинематике Эйнштейна.

## § 7. ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ ДИНАМИКА

Механика Галилея и Ньютона неразрывно связана со старой кинематикой. В частности, сам классический принцип относительности базируется на том факте, что изменение скорости — ускорение — инвариантно относительно преобразования Галилея.

Но не можем же мы пользоваться одной кинематикой для одной группы физических явлений, а другой — для другой группы, требуя инвариантности относительно преобразования Галилея для механики и инвариантности относительно преобразования Лоренца для электродинамики.

Мы знаем, однако, что первое преобразование представляет собой предельный случай второго, именно случай, в котором постоянная $c$ бесконечно велика. Соответственно, следуя Эйнштейну, мы будем предполагать, что классическая механика не строго справедлива, но, вернее, требует некоторой модификации. Законы новой механики должны оказаться инвариантными относительно преобразований Лоренца.

Чтобы установить эти законы, мы должны выяснить, какие фундаментальные законы классической механики следует сохранить, а какие отбросить или модифицировать. Фундаментальный закон динамики, с которого мы начинали, — *закон импульсов*, выражаемый формулой (7) (гл. II, § 9, стр. 41):

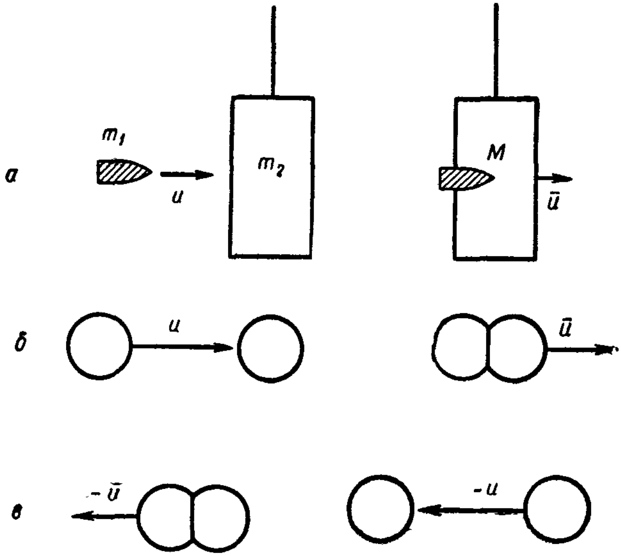
$$p = mw.$$

Очевидно, этот закон нельзя просто оставить в той же форме. В самом деле, в классической механике изменение скорости $w$ имеет одно и то же значение во всех инерциальных системах (см. гл. III, § 5, стр. 72), что в нашем случае неверно вследствие эйнштейновской теоремы сложения скоростей (77). Итак, формула (7) не имеет смысла до тех пор, пока не указаны конкретные правила преобразования импульса при переходе от одной системы отсчета к другой; поэтому едва ли было бы рационально начинать с формулы (7) и выводить новый фундаментальный закон путем обобщения ее.

Однако мы, бесспорно, можем начать с *закона сохранения импульса* [гл. II, § 9, стр. 42, формула (9)]. Этот закон относится к полному импульсу, *переносимому* двумя телами, и утверждает, что, когда два тела сталкиваются, их полный импульс (количество движения) остается неизменным независимо от того, как перераспределяются их скорости в процессе столкновения. Тем самым формулировка закона связана только с двумя действующими друг на друга телами, испытывающими *взаимное* столкновение без каких-либо внешних влияний; поэтому она не зависит ни от каких обстоятельств, связанных с каким-нибудь третьим телом или системой координат. В соответствии с этими соображениями мы будем утверждать, что закон сохранения импульса остается справедливым и в новой динамике.

Последнее, разумеется, невозможно, как мы сейчас увидим, если сохранить права за аксиомой классической механики о том, что масса есть постоянная величина, присущая каждому телу. Поэтому мы с самого начала будем предполагать, что *масса одного и того же тела есть относительная величина*. Она должна иметь различные значения в зависимости от выбора системы отсчета, в которой проводится ее измерение, или — при измерении в одной и той же системе отсчета — в зависимости от скорости движущегося тела. Ясно, что масса относительно определенной системы отсчета может зависеть только от величины скорости движущегося тела относительно этой системы, но не от направления скорости.

Чтобы вывести неизвестную зависимость $m(u)$ массы тела $m$ от его скорости $u$, мы обратимся к весьма специальному примеру: «неупругому» столкновению двух движущихся тел. «Не-




Фиг. 126. Неупругие соударения.

*а* — деревянный брусок (с массой $m_2$) висит в своем равновесном положении на длинной нити, подобно маятнику. Револьверная пуля (с массой $m_1$), движущаяся после выстрела с высокой скоростью $u$, попадает в брусок и застревает в нем. Брусок и пуля вместе приобретают скорость $\bar{u}$, которая гораздо меньше $u$, если $m_2$ гораздо больше $m_1$, и поэтому может быть легко измерена по наблюдениям колебаний маятника.

*б* — столкновение двух одинаковых шариков, слипающихся после соприкосновения. Левый шарик до столкновения движется со скоростью $u$; общая скорость после столкновения равна $\bar{u}$.

*в* — то же столкновение, что и на фиг. 126,*б*, но при наблюдении в системе $S'$, двужущейся с той же скоростью $u$, что и левый шарик на фиг. 126,*б*. В этой системе покоится левый шарик, а правый движется со скоростью $-u$; общая скорость после столкновения равна $-\bar{u}$.

упругий» означает, что два тела «слипаются» после столкновения. Примером такого столкновения может служить револьверная пуля $m_1$, попадающая в деревянный брусок $m_2$; после столкновения пуля и брусок приобретают одну и ту же скорость и в дальнейшем движутся с этой скоростью (фиг. 126, *а*).

Рассмотрим задачу сначала с точки зрения ньютоновской механики, исходя из закона сохранения импульса. До столкновения скорость пули $m_1$ можно считать равной $u$, а скорость бруска $m_2$ — равной нулю; пусть общая скорость двух тел после столкновения равна $\bar{u}$. Тогда полные импульсы до и после столкновения равны

$$\text{до столкновения } m_1 u,$$
$$\text{после столкновения } M\bar{u} = (m_1 + m_2)\,\bar{u}.$$

Закон сохранения импульса требует, чтобы эти две величины были равны:

$$m_1 u = M\bar{u}.$$

Это уравнение позволяет вычислить скорость пули $u$ по скорости $\bar{u}$ после столкновения. Такой способ в самом деле использовался для определения скоростей пуль (до изобретения высокоскоростной фотографии и других современных методов): ведь скорость $\bar{u}$ значительно меньше, чем $u$, когда $m_2$ гораздо больше $m_1$, и ее сравнительно нетрудно измерить.

Ради простоты будем теперь считать, что оба тела совершенно одинаковы, $m_1 = m_2 = m$ (например, два восковых шарика). Тогда $\bar{u} = u/2$. Мы можем упомянуть, что механическая энергия не сохраняется в этом случае. Кинетическая энергия равна

$$\text{до столкновения } \frac{m}{2}u^2,$$

$$\text{после столкновения } \frac{2m}{2}\bar{u}^2 = \frac{m}{4}u^2.$$

Разность этих двух энергий

$$\frac{m}{2}u^2 - \frac{m}{4}u^2 = \frac{m}{4}u^2$$

при столкновении превращается в тепло. Это анализ с точки зрения классической механики.

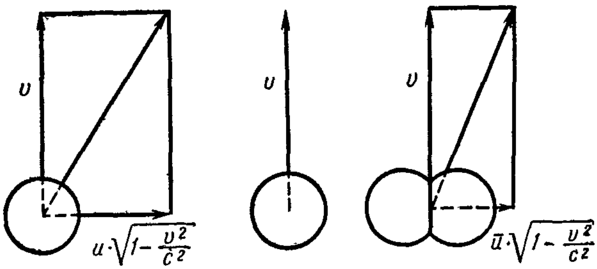
Рассмотрим теперь два одинаковых шара согласно релятивистской механике, в которой учитывается возможная зависимость массы от скорости. Это обстоятельство мы будем отмечать, записывая $m(u)$. Для того же самого опыта (изображенного на фиг. 126, *б*) закон сохранения импульса теперь можно записать как

$$m(u)\,u = M(\bar{u})\,\bar{u}. \qquad \text{(a)}$$

В уравнении (а) мы использовали более общее представление: $M(\bar{u})$ — для массы после столкновения, поскольку тот факт, что $M(\bar{u})$ точно вдвое больше $m(\bar{u})$, совсем не самоочевиден. На самом деле, мы увидим ниже, что $M(\bar{u})$ *не равно* $2m(\bar{u})$.

Выведем теперь соотношение между $u$ и $\bar{u}$. Записанное выше уравнение сформулировано в системе $S$ (фиг. 126, *б*), в которой левый шар движется со скоростью $u$, а правый — покоится.

Рассмотрим тот же процесс столкновения в другой системе $S'$, движущейся относительно системы $S$ со скоростью $+u$. В нашей новой системе $S'$ покоится уже левый шар, а правый движется со скоростью $-u$. Это легко видеть из уравнения (77а): скорость $u$ становится равной 0, а скорость, равная 0, становится равной $-u$. Как можно заметить из фиг. 126, *в*, картина столкновения в системе $S$ совершенно симметрична по виду с картиной столкновения в системе $S'$. Отсюда можно заключить, что общая скорость после столкновения должна




Фиг. 127. Столкновение двух шаров (фиг. 126, *б*) при наблюдении в системе отсчета, в которой оба шара имеют одинаковую добавочную компоненту скорости $v$, перпендикулярную скоростям $u$ и $\bar{u}$.

быть равна $-\bar{u}$. Но мы можем выразить эту скорость с помощью формулы (77а), положив $v=+u$, $u_x=\bar{u}$, $u'_x=-\bar{u}$. Тогда

$$\bar{u}=\frac{-\bar{u}+u}{1-\frac{\bar{u}u}{c^2}}$$

или, разрешая это уравнение относительно $u$,

$$u=\frac{2\bar{u}}{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}. \qquad (б)$$

Уравнение (б) показывает, что в классической механике [т. е. в классическом пределе $(\bar{u}/c)\to 0$], как мы и утверждали выше, $\bar{u}=u/2$.

Теперь запишем еще одно соотношение

$$m(u)+m(0)=M(\bar{u}), \qquad (в)$$

которое можно назвать законом сохранения массы. Его нетрудно доказать, добавив к $u$ или к $\bar{u}$ малую перпендикулярную составляющую скорости $v$ и применяя закон сохранения импульса к $y$-компоненте $v$ (фиг. 127). Для этого введем систему отсчета $S'$, которая движется в направлении оси $y$ относительно исходной системы $S$ со скоростью $v$. Мы можем применить в этом случае формулы (77а) и (77б) с тем изменением, что направления $x$ и $y$ меняются ролями:

$$u'_x = u_x \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+\frac{u_y v}{c^2}}, \qquad u'_y = \frac{u_y + v}{1+\frac{u_y v}{c^2}}.$$

Поскольку в системе $S$ скорости сталкивающихся шаров и скорость образуемого ими тела направлены вдоль оси $x$, в обоих этих случаях $u_y = 0$, поэтому последнее уравнение сводится просто к

$$u'_x = u_x \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \qquad u'_y = v.$$

Когда компоненты скорости имеют величины в системе $S$:

| | Левый шар | Правый шар | Составное тело |
|---|---|---|---|
| $u_x$ | $u$ | $0$ | $\bar{u}$ |
| $u_y$ | $0$ | $0$ | $0$ |

эти величины в системе $S'$ равны соответственно:

| | Левый шар | Правый шар | Составное тело |
|---|---|---|---|
| $u'_x$ | $u\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ | $0$ | $\bar{u}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ |
| $u'_y$ | $v$ | $v$ | $v$ |

Но массы зависят только от абсолютных величин скоростей, т. е. от $\sqrt{u^2_{x'} + u^2_{y'}}$. Следовательно, в проекции на ось $y$ закон сохранения импульса в системе $S'$ имеет вид

$$m\left(\sqrt{u^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2}\right)v + m(v)\,v = M\left(\sqrt{\bar{u}^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2}\right)v;$$

разделив на $v$, получим

$$m\left(\sqrt{u^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2}\right) + m(v) = M\left(\sqrt{\bar{u}^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+v^2}\right). \qquad \text{(г)}$$

Это уравнение должно быть справедливо при любых значениях $v$. В частности, при $v=0$ мы получаем уравнение (в). Уравнение (г) представляет собой общий вид закона сохранения массы в случае произвольных скоростей, тогда как уравнение (в) — частный случай, который мы сейчас и используем при выводе зависимости массы от скорости.

Заменяя $M(\bar{u})$ в уравнении (а) на $m(u)+m(0)$, согласно уравнению (в), находим

$$m(u)\,u=[m(u)+m(0)]\,\bar{u}$$

или

$$m(u)=m(0)\,\frac{\bar{u}}{u-\bar{u}}.$$

С помощью (б) получаем [1]) окончательно

$$m(u)=\frac{m(0)}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}. \tag{78}$$

Таким образом, мы выяснили, как масса зависит от скорости. Массу $m(0)=m_0$ называют *массой покоя* тела, т. е. массой, измеренной в системе, где тело находится в состоянии покоя. В классической механике представление о массе ограничивается лишь этим предельным случаем.

Импульс тела, движущегося со скоростью $v$, равен

$$p=mv=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,v \tag{79}$$

и представляет собой функцию скорости тела, где $m$ обозначает массу.

---

[1]) Выкладки проводятся следующим образом: подставляя $u$ из (б), получаем

$$\frac{\bar{u}}{u-\bar{u}}=\frac{\bar{u}}{\frac{2\bar{u}}{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}-\bar{u}}=\frac{1}{\frac{2}{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}-1}=\frac{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}{2-\left(1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}\right)}=\frac{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}{1-\frac{\bar{u}^2}{c^2}}.$$

С другой стороны,

$$\left(1-\frac{\bar{u}^2}{c^2}\right)^2=\left(1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}\right)^2-4\frac{\bar{u}^2}{c^2},$$

откуда, снова используя (б), находим, что

$$\left(\frac{1-\frac{\bar{u}^2}{c^2}}{1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}}\right)^2=1-\frac{4\frac{\bar{u}^2}{c^2}}{\left(1+\frac{\bar{u}^2}{c^2}\right)^2}=1-\frac{u^2}{c^2};$$

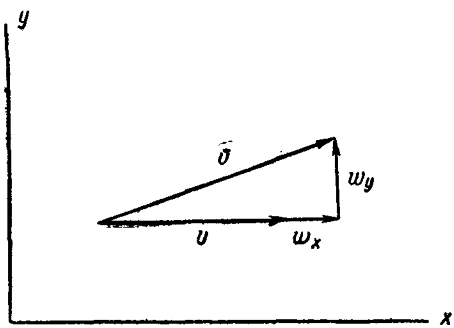
наконец, комбинируя оба результата, получаем

$$\frac{\bar{u}}{u-\bar{u}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$

Теперь мы можем перейти к законам движения в случае сил, действующих непрерывно. При этом мы должны использовать формулировки классической механики (гл. II, § 10, стр. 43), которые базируются на представлении об импульсах, переносимых движущимися телами. Эти формулировки можно непосредственно перенести в новую динамику, но законы для продольной и поперечной компонент скорости следует формулировать раздельно.

*Сила $K$ вызывает изменение импульса, такое, что изменение продольной (или равносильно поперечной) компоненты импульса в единицу времени равно соответствующей компоненте силы.*

Теперь уже без труда можно составить уравнение движения. Импульсу тела $p$ в момент времени $t = 0$ можно приписать




Фиг. 128. Добавление к скорости $v$, первоначально направленной вдоль оси $x$, малых составляющих $w_x$ и $w_y$. Результирующая скорость равна $\bar{v}$

компоненты $p_x(0)$ и $p_y(0)$; его скорость в направлении $x$ в момент времени $t = 0$ считать равной $v$. Далее, пусть сила, компоненты которой равны $K_x$ и $K_y$, действует в течение короткого времени $\tau$: под ее действием компоненты импульса изменятся и станут равными $p_x(\tau)$ и $p_y(\tau)$. Математическое выражение этого обстоятельства имеет следующий вид:

$$p_x(\tau) - p_x(0) = K_x\tau,$$
$$p_y(\tau) - p_y(0) = K_y\tau.$$

Сила вызывает малые приращения $w_x$ и $w_y$ у компонент скорости (фиг. 128); результирующая скорость равна $\bar{v}$. Таким образом, мы имеем в

$$x\text{-направлении: } m(\bar{v})(v + w_x) - m(v)\,v = K_x\tau,$$
$$y\text{-направлении: } m(\bar{v})\,w_y = K_y\tau.$$

Поскольку $w_x$ и $w_y$ малы, можно аппроксимировать $\bar{v}$, пренебрегая квадратами этих малых величин:

$$\bar{v} = \sqrt{(v + w_x)^2 + w_y^2} \approx v\sqrt{1 + \frac{2w_x}{v}} \approx v\left(1 + \frac{w_x}{v}\right) = v + w_x$$

(мы использовали приближенное равенство $\sqrt{1+2x} \approx 1 + x$, что верно при малых $x$). Таким образом, находим

$$m(\bar{v}) = m(v + w_x) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{(v + w_x)^2}{c^2}}}.$$

Квадратный корень в знаменателе можно записать как

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\left(1 + \frac{w_x}{v}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\left(1 + \frac{2w_x}{v} + \frac{w_x^2}{v^2}\right)},$$

а если пренебречь величиной $w_x^2/c^2$ и ввести сокращенную запись

$$\alpha^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2},$$

то это выражение переходит в следующее:

$$\sqrt{\alpha^2 - \frac{2vw_x}{c^2}} = \alpha\sqrt{1 - \frac{2vw_x}{c^2\alpha^2}} = \alpha\left(1 - \frac{vw_x}{\alpha^2 c^2}\right)$$

в соответствии с приближенной формулой, использованной выше. Учитывая, что в том же приближении

$$\frac{1}{(1 - x)} \approx 1 + x,$$

получаем

$$m(\bar{v}) = \frac{m_0}{\alpha\left(1 - \frac{vw_x}{\alpha^2c^2}\right)} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left(1 + \frac{vw_x}{\alpha^2c^2}\right) = m(v)\left(1 + \frac{vm_x}{\alpha^2c^2}\right). \quad (д)$$

Это выражение нужно подставить в формулы закона сохранения компонент импульса. Левая часть этого закона в проекции на ось $x$ теперь (в принятом приближении) имеет вид

$$m(v)\left(1 + \frac{vw_x}{\alpha^2c^2}\right)(v + w_x) - m(v)\,v \approx m(v)\,w_x\left(\frac{v^2}{\alpha^2c^2} - 1\right) =$$

$$= \frac{m(v)}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,w_x;$$

соответственно в проекции на ось $y$ —

$$m(v)\left(1 + \frac{vw_x}{\alpha^2c^2}\right)w_y \approx m(v)\,w_y,$$

где мы пренебрегли членами $w_x^2$ и $w_x w_y$ как малыми. Таким образом, мы приходим к результату

$$\frac{m(v)}{1-\frac{v^2}{c^2}} w_x = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^3} w_x = K_x \tau,$$

$$m(v) w_y = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} w_y = K_y \tau.$$

Введя теперь компоненты ускорения

$$b_x = \frac{w_x}{\tau} \quad \text{и} \quad b_y = \frac{w_y}{\tau},$$

получаем для компонент силы выражения

$$K_x = \frac{m_0 b_x}{\left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^3}, \qquad K_y = \frac{m_0 b_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{80}$$

Соотношение между силой и ускорением, вызываемым этой силой, оказывается, таким образом, различным в зависимости от того, действует ли сила в направлении уже существующей скорости или в направлении, перпендикулярном к нему.

В первые годы теории относительности было общепринятым придавать этим формулам вид, в котором они напоминали бы фундаментальный закон классической механики [гл. II, § 10, стр. 43, формула (10)] в той мере, в какой это возможно. С этой целью вводятся обозначения

$$m_x = \frac{m_0}{\left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^3}, \qquad m_y = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \tag{81}$$

эти величины называют *продольной* и *поперечной массами*. Последняя идентична величине $m$, которую называют просто *релятивистской массой* в формуле (78).

В этих обозначениях вместо формулы (80) мы можем записать

$$K_x = m_x b_x, \quad K_y = m_y b_y, \tag{82}$$

что согласуется по форме с фундаментальным классическим законом.

Во избежание недоразумений мы будем пользоваться в тексте только релятивистской массой

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Тем не менее мы видим, насколько необходимо с самого начала определить понятие массы исключительно в терминах инерциального сопротивления. В противном случае было бы невозможно использовать это понятие в релятивистской механике, поскольку в случаях продольной и поперечной сил в выражение для полного переносимого импульса входят различные выражения «массы»; более того, эти массы не являются характеристическими константами тела, но зависят от его скорости.

Таким образом, понятие массы в эйнштейновской динамике резко отличается от привычного нам представления, согласно которому масса в известной мере представляет собой количество материи. В определенном смысле масса покоя $m_0$ представляет собой меру эйнштейновской массы, но опять-таки в отличие от массы в обычной механике масса покоя в произвольной системе отсчета не равна отношению импульса к скорости или силы к ускорению.

Взглянув на формулу (78), мы сразу замечаем, что величина релятивистской массы $m$ становится все больше по мере того, как скорость движущегося тела приближается к скорости света. Для $v = c$ масса становится бесконечно большой.

Отсюда следует, что с помощью сил невозможно заставить двигаться тело со скоростью, превышающей скорость света: его инерциальное сопротивление растет до бесконечности и, таким образом, не позволяет его скорости приближаться к скорости света.

Здесь мы начинаем видеть, как теория Эйнштейна замыкается в гармоничное целое. Казалось, почти парадоксальное предположение о том, что существует предельная скорость, которую невозможно превысить, оказывается необходимым требованием, вытекающим из физических законов в их новом виде.

Формула (78), определяющая зависимость массы от скорости, совпадает с той, которую уже установил Лоренц из электродинамических расчетов для своего сплющивающегося электрона. В его формулах $m_0$ выражалась через электростатическую энергию $S$ стационарного электрона точно так же, как в теории Абрагама [гл. V, § 13, стр. 206, формула (69)], именно

$$m_0 = \frac{4}{3}\frac{S}{c^2}.$$

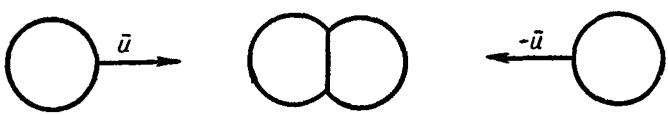
Теперь ясно, что формула Лоренца для зависимости массы от скорости имеет гораздо более общий смысл, чем это казалось поначалу. Она должна выполняться для любого вида массы безотносительно к тому, какого происхождения эта масса — электродинамическая или какая-либо иная.

Опыты Кауфмана (1901 г.) и других по отклонению катодных лучей в электрических и магнитных полях с высокой точностью доказали, что масса электронов возрастает со скоростью в соответствии с формулой Лоренца (78). С другой стороны, эти измерения уже нельзя рассматривать как подтверждение предположения, что все массы — электромагнитного происхождения. Действительно, теория относительности Эйнштейна доказывает, что масса как таковая, безотносительно к ее происхождению, должна зависеть от скорости и эта зависимость должна иметь определяемый формулой Лоренца вид.

Другим подтверждением формулы (78) послужили спектрографические эксперименты. Атом состоит из тяжелого, положительно заряженного ядра, окруженного группой электронов так, что в целом атом оказывается электрически нейтральным. Спектроскопия изучает взаимодействия таких электронов со светом. Движение электронов определяется законами классической механики. Поскольку спектроскопические измерения чрезвычайно точны, нетрудно обнаружить отклонения от классической динамики, изучая движение электронов. Результаты этого изучения полностью подтвердили справедливость динамики Эйнштейна.

## § 8. ИНЕРЦИЯ ЭНЕРГИИ

Существует один момент, связанный с неупругим столкновением, которого мы не касались в предыдущем параграфе: мы не обсудили соотношение между массами $m$ шаров и массой $M$




Фиг. 129. Столкновение двух шаров (фиг. 126, *б*) при наблюдении в системе $S''$, в которой общая скорость после столкновения равна нулю. Скорости шаров до столкновения были равны $\bar{u}$ и $-\bar{u}$.

двух соединившихся шаров после столкновения. Этот вопрос можно выяснить с помощью уравнения (в)

$$m(u) + m(0) = M(\bar{u}),$$

Сначала рассмотрим массу покоя $M(0) = M_0$ соединившихся шаров. Мы получаем ее, переходя к системе $S''$, в которой скорость массы $M$ равна нулю (фиг. 129). Очевидно, система $S''$ движется со скоростью $\bar{u}$ относительно системы $S$. Поскольку два шара одинаковы, из соображений симметрии вытекает, что до столкновения они имеют противоположно направленные скорости $\pm u$ в системе $S''$. (При преобразовании $\bar{u}$ переходит в 0, $u$ переходит в $\bar{u}$ и 0 переходит в $-\bar{u}$.)

Тогда закон сохранения массы записывается как

$$m(\bar{u}) + m(-\bar{u}) = 2m(\bar{u}) = M(0) = M_0 \tag{а}$$

или

$$M_0 = 2\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\bar{u}^2}{c^2}}}. \tag{а'}$$

В случае, когда скорости малы, $\bar{u} \ll c$, имеем

$$M_0 = 2m_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\bar{u}^2}{c^2}\right) = 2m_0 + 2\frac{1}{c^2}\frac{1}{2}m_0\bar{u}^2. \tag{б}$$

Масса покоя $M_0$ не равна $2m_0$ — сумме масс двух сталкивающихся шаров, как можно было думать. Существует вклад второго порядка; член, определяющий кинетическую энергию двух шаров до столкновения, деленную на $c^2$. Кинетическая энергия одного шарика равна

$$T = \frac{m_0}{2}\bar{u}^2.$$

Когда два шара переходят в состояние покоя при столкновении, их кинетическая энергия $2T$ превращается в тепловую энергию, количество которой $Q = 2T$. Мы видим, что в нашем случае

$$M_0 = 2m_0 + \frac{Q}{c^2}. \tag{в}$$

Это можно истолковать, предположив, что добавление тепловой энергии $Q$ приводит к увеличению массы на $Q/c^2$.

Другим примером того, как изменяется масса, может служить добавление кинетической энергии. Рассмотрим нормальную зависимость массы $m(v)$ от скорости $v$ для скоростей $v \ll c$:

$$m(v) = m_0 + \frac{1}{c^2}\frac{1}{2}m_0v^2 = m_0 + \frac{T}{c^2}. \tag{г}$$

Вновь масса возросла на количество энергии, деленное на $c^2$, где энергия, о которой идет речь, теперь есть кинетическая энергия $T$ движущегося тела.

Можно обобщить эти результаты, сказав, что добавление дополнительной энергии $e$ вызывает изменение массы тела на величину $e/c^2$. Мы доказали это только в случаях кинетической энергии и тепловой, однако мы ожидаем, что такое утверждение будет справедливым и для всех других видов энергии (электрической энергии, химической и т. д.)

Если умножить уравнение (б) на $c^2$ и использовать (в), то получается соотношение

$$2m_0c^2 + 2T = M_0c^2 = 2m_0c^2 + Q \tag{б'}$$

или
$$2T = Q. \tag{б''}$$

Но это — закон сохранения энергии: *энергия до столкновения (кинетическая энергия $2T$) равна энергии после столкновения (тепловая энергия $Q$)*. Очевидно, формула (б'') представляет тот частный случай уравнения (17), когда в процессе играют роль только кинетическая и тепловая энергии.

Итак, мы видим, что с релятивистской точки зрения закон сохранения массы представляет собой не более чем закон сохранения энергии. Таким образом, оказывается правомерным утверждение о том, что количество энергии тела $E$ равно массе тела, умноженной на $c^2$,
$$E = mc^2. \tag{83}$$

В общем случае кинетическая энергия $T$ определяется как разность между энергией $E = m(v)c^2$ движущегося тела и энергией $E_0 = m_0c^2$ того же тела в состоянии покоя. Таким образом, общее определение $T$ есть
$$T = (m(v) - m_0)c^2. \tag{84}$$

Оно сводится к классическому определению
$$T = \frac{m_0}{2} v^2$$

при малых величинах $v$. При новом определении $T$ уравнения (б') и (б'') справедливы для скоростей, которые уже не малы по сравнению с $c$.

Здесь проливается свет на существенное различие между классической и релятивистской механиками. В классической механике мы должны были различать процессы, при которых механическая энергия сохраняется, и процессы, при которых она не сохраняется, а переходит в тепловую или другие формы энергии. Обращаясь, например, к нашему неупругому столкновению, мы видим, что половина кинетической энергии (в системе $S$) переходит в теплоту. Таким образом, механическая энергия не сохраняется.

В релятивистской же механике мы имеем закон сохранения энергии [см. уравнение (в), стр. 264], который учитывает все виды энергии:
$$m(u)c^2 + m_0c^2 = M(\bar{u})c^2.$$

Это уравнение сводится в классическом (предельном) случае к обычному уравнению для этой задачи: получаем
$$m_0c^2 + \frac{m_0}{2}u^2 + m_0c^2 = M_0c^2 + \frac{1}{2}M_0\bar{u}^2.$$

Но, как мы знаем,

$$M_0 = 2m_0 + \frac{Q}{c^2},$$

где

$$Q = 2 \cdot \frac{1}{2} m_0 \bar{u}^2.$$

Отсюда заключаем, что

$$\frac{m_0}{2} u^2 = Q + \frac{1}{2} \cdot 2m_0 \bar{u}^2 + \frac{1}{2} \frac{Q}{c^2} \bar{u}^2.$$

Последним членом следует пренебречь в классическом приближении ($\bar{u} \ll c$), так как он представляет релятивистскую поправку к кинетической энергии; он меньше двух других членов на множитель $\bar{u}^2/c^2$, и им можно пренебречь при малых скоростях $u$ и $\bar{u}$. Следовательно, иаше уравнение сводится к

$$\frac{m_0}{2} u^2 = Q + \frac{1}{2} (2m_0) \bar{u}^2. \tag{85}$$

Слева мы имеем кинетическую энергию $T_1$ системы до столкновения. Справа $Q$ характеризует ту часть энергии $T_1$, которая перешла в тепло в результате столкновения. Второй член представляет оставшуюся кинетическую энергию $T_2$, которой и обладают два соединившихся шара. Поскольку, как мы знаем, в классической механике $\bar{u} = u/2$, ясно, что

$$T_2 = \frac{m_0}{4} u^2 = \frac{T_1}{2}$$

и

$$Q = \frac{T_1}{2}.$$

Это — классические формулы.

Выведем теперь изменение $T$ или $E$ под действием импульса силы, длящегося короткое время $\tau$. Пусть величины $v$, $T(0)$ и $E(0)$ характеризуют соответственно скорость в направлении оси $x$, кинетическую энергию и полную энергию рассматриваемого тела до того, как начала действовать сила; пусть $\bar{v}$, $T(\tau)$ и $E(\tau)$ представляют соответственно скорость, кинетическую и полную энергии того же тела после действия импульса силы. Тогда с помощью (84) мы имеем

$$E(\tau) - E(0) = T(\tau) - T(0) = [m(\bar{v}) - m(v)]\, c^2.$$

Из предыдущего параграфа [см. уравнение (д)] мы знаем, что

$$m(\bar{v}) = m(v) \left[1 + \frac{v w_x}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}\right],$$

где $w_x$ — малая добавочная скорость в направлении оси $x$, возникающая в результате действия силы (фиг. 128). Итак,

$$E(\tau)-E(0)=\frac{w_x v}{1-\frac{v^2}{c^2}}\,m(v)=K_x v\tau.$$

Последнее из этих равенств следует из формулы (80). Далее, величина

$$\frac{E(\tau)-E(0)}{\tau}=\frac{T(\tau)-T(0)}{\tau}$$

представляет собой скорость изменения энергии; вводя компоненту ускорения

$$b_x=\frac{w_x}{\tau},$$

мы имеем

$$\frac{T(\tau)-T(0)}{\tau}=\frac{m(v)}{1-\frac{v^2}{c^2}}\,b_x v=K_x v. \qquad (86)$$

Соответствующая формула в классической механике имела бы вид

$$\frac{T(\tau)-T(0)}{\tau}=m_0 b_x v=K_x v.$$

Величина, стоящая справа в формуле (86), представляет собой взятое с отрицательным знаком изменение потенциальной энергии $U$. Действительно, в течение достаточно малого интервала времени $\tau$ силу можно считать приблизительно постоянной и оперировать с нею, как если бы мы имели дело с гравитационной силой. Мы показали [гл. II, § 14, стр. 53, формула (15)], что соответствующая потенциальная энергия была бы равна $Gx$; здесь, однако, мы считаем направление $x$ противоположным выбранному в случае гравитации, так что $G=-K_x$. Если $x(0)$ и $x(\tau)$ — положения тела до и после действия силы, то изменение потенциальной энергии во времени приобретает вид[1])

$$\frac{U(\tau)-U(0)}{\tau}=G\,\frac{x(\tau)-x(0)}{\tau}=Gv=-K_x v.$$

Учитывая эти соотношения и уравнение (86), мы получаем в результате

$$T(\tau)+U(\tau)=T(0)+U(0),$$

[1]) Здесь использован тот факт, что

$$\frac{x(\tau)-x(0)}{\tau}=v$$

по определению скорости.

т. е. $T+U$ оказывается постоянной во времени, как и в классической механике.

Уравнение Эйнштейна (83)

$$E = mc^2,$$

утверждающее, что *энергия пропорциональна инертной массе*, и часто называемое *законом инерции энергии*, представляет собой, возможно, самый важный результат теории относительности. Мы приведем другое простое доказательство его, принадлежащее самому Эйнштейну, — доказательство, не требующее использования математического формализма теории относительности.

Оно опирается на тот факт, что световое излучение оказывает давление. Из максвелловских уравнений поля, дополненных теоремой Пойнтинга (1884 г.), следует, что световая волна, падающая на поглощающую поверхность, оказывает на эту поверхность давление. Установлено, что импульс, передаваемый короткой вспышкой света поглощающему телу, равен $E/c$, где $E$ — энергия световой вспышки. Этот факт — доказательство его нам предстоит проделать в следующем параграфе (§ 9) — был подтвержден экспериментально Лебедевым (1890 г.) и позднее, с более высокой точностью, Никольсом и Холлом (1901 г.) и другими. Точно такое же давление испытывает тело, излучающее свет, подобно тому как ружье испытывает отдачу при выстреле.

Итак, представим себе длинную трубку, на концах которой расположены два тела $A$ и $B$, совершенно одинаковые и сделаннные из одного и того же материала, т. е. два тела, которые, согласно обычным представлениям, имеют одну и ту же массу (фиг. 130). Но пусть тело $A$ имеет избыток энергии $E$ по сравнению с телом $B$, скажем в форме теплоты, и пусть существует некое устройство (скажем, вогнутое зеркало или что-нибудь в этом духе), с помощью которого энергию $E$ можно направить в форме излучения к телу $B$. Пусть пространственная протяженность такой световой вспышки будет мала по сравнению с длиной трубки $l$ (фиг. 130).

Тогда тело $A$ испытывает отдачу, равную $E/c$. Тем самым и вся трубка, общую массу которой мы будем считать равной $M$, приобретает скорость $v$, направленную в противоположную от световой вспышки сторону и определяемую соотношением между импульсами

$$Mv = \frac{E}{c}.$$

Движение трубки продолжается до того момента, когда вспышка достигает тела $B$, которое поглощает ее. При этом $B$

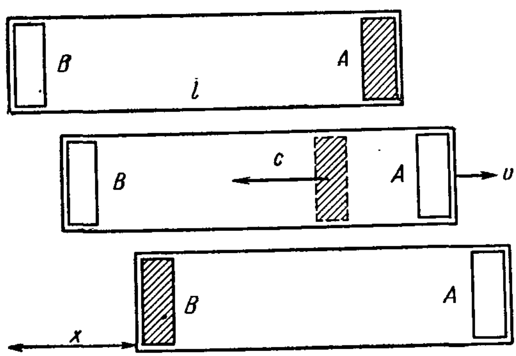
испытывает эквивалентный толчок по направлению вперед и тем самым затормаживает всю систему до состояния покоя. Смещение, которое претерпевает система в течение периода времени $t$, пока свет проходит расстояние между телами $A$ и $B$, равно $x = vt$, где $v$ нужно взять из предыдущего уравнения; итак,

$$x = \frac{Et}{Mc}.$$

Но время путешествия определяется (за исключением малой ошибки высшего порядка) равенством $l = ct$. Отсюда смещение равно

$$x = \frac{El}{Mc^2}.$$

Теперь тела $A$ и $B$ можно поменять местами (это можно осуществить без внешних воздействий). Предположим, что




**Фиг. 130.** Трубка с двумя одинаковыми телами $A$ и $B$ на концах.

Тело $A$ несет энергию $E$. Эта энергия посылается в виде световой вспышки со скоростью $c$ к телу $B$; отдача вызывает движение трубки со скоростью $v$. Когда энергия $E$ поглощается телом $B$, трубка снова приходит в состояние покоя, но уже в смещенном на расстояние $x$ положении.

в трубке находятся два человека, которые переставляют тела $A$ и $B$, а затем возвращаются на свои прежние места. Согласно обычной механике, трубка как целое не должна претерпевать смещения, так как изменение ее положения может быть осуществлено только с помощью внешних сил.

После такого обмена внутри трубки все оставалось бы так же, как в начале опыта: энергия $E$ оставалась бы в том месте, где она была раньше, и распределение массы оставалось бы в точности прежним. Но трубка как целое сместилась на расстояние $x$ относительно ее исходного положения в результате действия светового импульса. Это, конечно, противоречит всем фундаментальным канонам механики. Повторяя процесс, мы могли бы произвести любое произвольное изменение положения системы, не прилагая внешних сил. Но это — невозможная вещь. Единственный выход из создавшегося затруднения — принять предположение, что когда тела $A$ и $B$ меняются местами, они механически не эквивалентны, именно масса тела $B$ превышает массу тела $A$ на величину $m$ благодаря наличию избыточной энергии $E$. В этом случае при обмене симметрия не сохраняется и масса $m$ перемещается слева направо на расстояние $l$. В то же время трубка как целое смещается на расстояние $x$ в противоположном направлении. Это расстояние определяется тем обстоятельством, что процесс происходит без вмешательства внешних воздействий, вследствие чего полный импульс, состоящий из импульса трубки

$$M\frac{x}{t}$$

и импульса переносимой массы

$$-m\frac{l}{t},$$

равен нулю. Тогда

$$Mx - ml = 0,$$

откуда следует, что

$$x = \frac{ml}{M},$$

Но это смещение должно точно уравновешивать смещение, вызываемое световым импульсом; следовательно, должно выполняться равенство

$$x = \frac{ml}{M} = \frac{El}{Mc^2}.$$

Оно позволяет вычислить $m$; получаем

$$m = \frac{E}{c^2}.$$

Это и есть величина инерциальной массы, которую следует приписать энергии $E$ для того, чтобы оставался справедливым принцип механики, утверждающий, что без вмешательства внешних сил невозможно изменение положения системы.

Поскольку любую форму энергии в конце концов возможно превратить в излучение посредством того или иного процесса, этот закон должен быть универсально справедлив. Таким образом, мы достигли огромного единения наших знаний о материальном мире: *материя в наиболее широком смысле этого слова* (в том числе свет и другие формы чистой энергии на языке классической физики) *имеет два фундаментальных качества: инерцию, измеряемую ее массой, и способность совершать* *работу, измеряемую ее энергией.* Эти два качества строго пропорциональны друг другу. В каком бы месте электрическое и магнитное поля или другие явления ни вызывали интенсивного накопления энергии, эти накопления сопровождаются инерцией. Электроны и атомы являют собой пример гигантских скоплений энергии.

Мы можем коснуться лишь немногих из многочисленных важных следствий этой теоремы.

Относительно массы электронов формула (69) (стр. 206) утверждает, что в случае массы покоя

$$m_0 = \frac{4}{3}\frac{S}{c^2}$$

электростатическая энергия $S$ не может быть полной энергией $E$ покоящегося электрона. Должна существовать еще некоторая энергия $V$, а $E = S + V$, так что

$$m_0 = \frac{4}{3}\frac{S}{c^2} = \frac{E}{c^2} = \frac{S+V}{c^2}.$$

Отсюда

$$V = \frac{4}{3}S - S = \frac{1}{3}S = \frac{1}{4}E.$$

Таким образом, полная энергия — на три четверти электростатическая и на одну четверть — энергия другого вида. Эта часть энергии должна быть обусловлена сжимающими силами, которые связывают электрон воедино, уравновешивая электростатическое отталкивание; существование таких связывающих сил необходимо предположить ввиду устойчивости электрона.

Обратимся теперь к другим примерам, взятым из новейших исследований. Эти исследования показали, что существуют три вида $\pi$-мезонов (см. стр. 253): мезоны первого вида заряжены положительно, мезоны второго — отрицательно (причем те и другие несут такое же количество заряда, как и электрон), а мезоны третьего вида электрически нейтральны ($\pi^+$-, $\pi^-$- и $\pi^0$-мезоны). Точные измерения масс этих частиц обнаружили, что массы $\pi^+$- и $\pi^-$-мезонов равны и составляют 273 массы электрона, тогда как масса $\pi^0$-мезонов лишь в 264 раза превышает массу электрона. Как и в случае электрона, мы можем истолковать эту разность масс присутствием электрического заряда. Заряд создает электрическое поле, несущее определенную энергию $S$; это происходит в случае и положительно и отрицательно заряженных мезонов. Следовательно, заряженные частицы $\pi^\pm$ должны быть на величину

$$\frac{S}{c^2}$$

тяжелее, чем нейтральные частицы $\pi^\circ$. Разность масс $m_{\pi^\pm} - m_{\pi^\circ} = 9m_{el}$ (где $m_{el}$ — масса электрона) свидетельствует о том, что в заряженном мезоне сконцентрировано гораздо больше энергии, чем в электроне. В гл. V, § 13 («Электромагнитная масса») мы установили формулу, определяющую запас энергии $S$ заряда $e$, распределенного на поверхности сферы радиуса $a$, именно

$$S = \frac{1}{2}\frac{e^2}{a}.$$

Если применить эту же модель к заряженному мезону, то

$$c^2(m_{\pi^\pm} - m_{\pi^\circ}) = \frac{1}{2}\frac{e^2}{a},$$

где $a$ — «радиус» зарядового распределения мезона. Таким образом, этот радиус можно подсчитать: находим $a = 1{,}5\cdot 10^{-14}$ *см*. Величина эта гораздо меньше радиуса электрона, особенно если учесть бóльшую разность масс.

Как мы уже сказали выше, атом состоит из малого положительно заряженного ядра (диаметр порядка $10^{-13}$ *см*) и окружающего облака электронов, которое в точности нейтрализует заряд ядра. Ядро состоит из протонов и нейтронов. Протоны несут положительный заряд той же величины, что и заряд электрона, а их масса превышает массу электрона примерно в 2000 раз. Протон — это ядро самого легкого атома (атома водорода). Водородный атом состоит из одного протона, окружение которого составляет один электрон. Нейтрон имеет массу, примерно такую же, как протон, но, как видно из самого названия, не имеет заряда. Атом можно охарактеризовать двумя величинами: его массой, которая в основном совпадает с массой ядра (вкладом электронов можно пренебречь), и зарядом, который определяется числом протонов (или окружающих электронов). Химическое поведение атома определяется окружающим облаком электронов, протяженность которого от ядра составляет примерно $10^{-8}$ *см*. Поэтому химические свойства атома определяются только числом протонов или электронов. Существуют ядра, в которых количества протонов одинаковы, а количества нейтронов — различны. Соответствующие атомы проявляют одни и те же химические свойства, но имеют различные массы. Такие атомы называются *изотопами*. Природные химические элементы представляют собой обычно смесь нескольких изотопов.

Простейшим примером этого может служить водород. Он имеет изотоп, называемый тяжелым водородом, или дейтерием, ядро которого — дейтрон — состоит из протона и нейтрона. Сложив их массы:

$$\text{масса протона } m_P = 1{,}6724 \cdot 10^{-24} \text{ г},$$

$$\text{масса нейтрона } m_N = 1{,}6747 \cdot 10^{-24} \text{ г},$$

мы получаем

$$m_P + m_N = 3{,}3471 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$

Но измеряемая в лабораториях масса дейтрона составляет только

$$m_D = 3{,}3433 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$

Согласно формуле (84), разность масс

$$m_P + m_N - m_D = 0{,}0038 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

(составляющая около четырех электронных масс) характеризует количество энергии, которое необходимо сообщить дейтрону для того, чтобы расчленить его на протон и нейтрон. Эксперимент точно подтверждает этот вывод. Такое же количество энергии высвобождается, когда нейтрон и протон соединяются, превращаясь в дейтрон (синтез ядер).

Следующий пример такого рода — явление огромной технической важности, используемое в атомных реакторах. В реакторах теплота создается следующим процессом: ядро изотопа урана $U^{235}$ (это ядро состоит из 235 частиц — 92 протонов и 143 нейтронов) захватывает нейтрон, становясь неустойчивым, и затем расщепляется на два меньших ядра и несколько нейтронов. Нейтроны захватываются другими ядрами урана, что также вызывает их расщепление. Таким путем возникает и продолжается ядерная реакция. Продукты распада каждого ядра разлетаются с большими кинетическими энергиями и затормаживаются в окружающем материале, нагревая его. Сложив массы продуктов распада, мы обнаружим, что их сумма меньше массы ядра $U^{235}$. Разность масс составляет примерно 400 электронных масс. Энергия этой разности масс и представляет собой кинетическую энергию осколков ядра урана. Эта энергия превращается в тепловую.

Для того чтобы проиллюстрировать силу этого эффекта, можно сравнить теплоту, создаваемую распадом $U^{235}$, с теплотой, получаемой при сжигании угля. Деление одного грамма $U^{235}$ дает столько же энергии, сколько 20 *т* угля.

Эти два примера показывают, что теплоту можно получать с помощью двух процессов: посредством деления больших ядер и посредством образования легких ядер из составляющих их частиц (синтез ядер). Второй из этих процессов и служит источником тепла в звездах.

Хорошо известно, что процесс деления используется в атомной бомбе, а синтез ядер — в водородной бомбе. Но мы не будем здесь рассматривать мрачные аспекты технического прогресса, связанные с эйнштейновской формулой.

## § 9. ЭНЕРГИЯ И ИМПУЛЬС

В § 7 этой главы мы вывели закон сохранения массы или энергии [формула (в) на стр. 264] с помощью закона сохранения импульса. В этом законе обнаруживается тесная взаимосвязь между импульсом и энергией — новое характеристическое соотношение в теории относительности, аналогичное соотношению, связывающему пространство и время.

Ранее, в § 3, мы вывели из преобразования Лоренца инвариант $F = x^2 - c^2t^2$, где $x$ и $t$ — координаты некоторой мировой точки $P$. Вспомним, что означает инвариантность $F$: если в двух системах $S$ и $S'$, имеющих одно и то же начало, координаты точки $P$ есть $x$, $t$ и $x'$, $t'$, то величина

$$x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2 = F$$

не зависит от выбора системы отсчета.

Из импульса $p = m(u)u$ и энергии $E = m(u)c^2$ мы образуем квадратичную форму, которая после упрощения с помощью (78) приобретает вид

$$p^2 - \frac{E^2}{c^2} = m^2(u)\left(u^2 - c^2\right) = m_0^2\frac{u^2 - c^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = -m_0^2c^2. \tag{87}$$

Итак, выражение слева представляет собой инвариант, т. е. не зависит от конкретной системы, в которой измеряются импульс и энергия. Отсюда напрашивается следующий вывод: *импульс $p$ и энергия $E$, деленная на $c^2$ (или, другими словами, импульс $p$ и масса $m$), при переходе от системы $S$ к другой системе $S'$ преобразуются так же, как $x$ и $t$, именно — согласно преобразованию Лоренца.*

Мы можем без труда доказать это. Система $S'$ может иметь скорость $v$ относительно системы $S$. Тогда (для простоты предполагаем, что все скорости направлены вдоль $v$) мы получаем следующую таблицу:

в системе $S$: импульс $p = m(u)u'$, энергия $E = m(u)c^2$,
в системе $S'$: импульс $p' = m(u')u'$, энергия $E' = m(u')c^2$,

где скорости $u$, $u'$ связаны теоремой сложения скоростей (77а):

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$

Таким образом, мы получаем

$$p = m(u)\,u = m_0 \frac{u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = m_0 \frac{u'+v}{\sqrt{\left(1+\frac{u'v}{c^2}\right)^2 - \frac{(u'+v)^2}{c^2}}},$$

или

$$p = m_0 \frac{u'+v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{p' + v\frac{E'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{88а}$$

и

$$\frac{E}{c^2} = m(u) = m_0 \frac{1+\frac{v}{c^2}u'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{\frac{E'}{c^2} + \frac{v}{c^2}p'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{88б}$$

Эти формулы преобразования совершенно аналогичны первой и четвертой формулам (70б).

Если импульс направлен не параллельно оси $x$, а имеет компоненты $p_x$, $p_y$, $p_z$ в системе $S$ и $p'_x$, $p'_y$, $p'_z$ в системе $S'$, то $p$ нужно заменить на $p_x$, $p'$ — на $p'_x$ в формулах (88а), (88б) и дополнить их уравнениями $p_y = p'_y$ и $p_z = p'_z$.

Обращая эти формулы, получаем

$$p'_x = \frac{p_x - v\frac{E}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad p'_y = p_y, \quad p'_z = p_z, \quad \frac{E'}{c^2} = \frac{\frac{E}{c^2} - \frac{v}{c^2}p_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{88в}$$

в соответствии с (70а).

Формула (87) играет весьма важную роль. Она позволяет вычислить $p$, когда известно $E$, и наоборот:

$$p = \sqrt{\frac{E^2}{c^2} - m_0^2c^2} = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}, \tag{87а}$$

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}. \tag{87б}$$

В эйнштейновском доказательстве фундаментального закона инерции энергии было использовано соотношение между импульсом и энергией вспышки света:

$$p = \frac{E}{c}.$$

Но свет представляет собой поток энергии со скоростью $c$. Поэтому, согласно теории относительности, его масса покоя должна быть равна нулю: $m_0 = 0$, ибо в этом случае формула

(87а) приобретает вид

$$p = \frac{E}{c},$$

как и следовало быть.

Интересное приложение формулы преобразования импульса $p$ и энергии $E$ нашли в квантовой теории, о которой мы скажем очень коротко. Это теория, объясняющая атомные явления; начала ее заложил Планк (1900 г.). Одним из основных результатов этой теории является «квантование» энергии светового луча; это выражение означает, что энергия луча света с частотой $\nu$ не может иметь произвольного значения, но должна быть составлена из квантов конечной величины

$$\varepsilon = h\nu, \tag{89}$$

где

$$h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}\ г \cdot см^2/сек$$

— постоянная Планка, фундаментальная величина, характеризующая все внутриатомные процессы. Из формулы (89) следует, что масса и импульс кванта света:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}, \quad p = \frac{\varepsilon}{c} = h\frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \tag{90}$$

[$\lambda = c/\nu$ — длина волны светового луча; см. определение (35) стр. 99].

Таким образом, световую волну можно интерпретировать как пучок частиц с нулевыми массами покоя, импульсами $p = \varepsilon/c$ и энергиями $\varepsilon = h\nu$.

Эти «световые кванты», или «фотоны», могут превращаться в другие частицы, коль скоро выполняются законы сохранения импульса и энергии. Мы рассмотрим специальный случай, в котором необходимо учитывать другой закон сохранения, именно сохранения заряда. В соответствии с этим законом полный заряд сталкивающихся и взаимодействующих частиц должен быть одним и тем же до и после столкновения. Как нашел Андерсон (1932 г.), кванты света, сталкиваясь с другими частицами (атомными ядрами), превращаются в пары частиц, одна из которых — электрон, а другая, называемая позитроном, — его положительный эквивалент. Позитрон имеет в точности те же свойства, что и электрон, за исключением заряда: его заряд — такой же по величине, но противоположного знака. Условие сохранения заряда выполняется благодаря тому, что создаются пары частиц. Закон сохранения энергии требует, чтобы энергия кванта света $\varepsilon$ была больше, чем $2m_{el}c^2$ — масса покоя пары. Но этого недостаточно. Необходимо постулировать также сохранение импульса.

Однако нетрудно видеть, что, когда пара порождается квантом света в свободном пространстве, оба закона сохранения не могут выполняться одновременно. Не углубляясь в детали, мы можем рассуждать так: если бы подобное превращение было возможным, то его можно было бы описать в любой системе отсчета. Но для наблюдателя в системе $S'$, движущейся со скоростью $v$ в направлении распространения кванта света, энергия этого кванта $\varepsilon'$, согласно формуле (88б), равна (нужно положить $E' = \varepsilon' = p'c$, $E = \varepsilon$ и разрешить уравнение относительно $\varepsilon'$):

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+\frac{v}{c}} = \varepsilon \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}\,. \tag{91}$$

Следовательно, выбирая скорость системы отсчета $v$ достаточно большой, можно сделать $\varepsilon'$ произвольно малой. Отсюда непосредственно видно, что в системе $S'$ энергия не может сохраняться, ибо, как мы только что убедились, она должна быть больше чем $2m_{el}c^2$ в любой системе. (В предельном случае $v = c$ энергия кванта света должна переходить в нуль: квант перестает существовать.)

Для того чтобы процесс рождения пары мог происходить, должна присутствовать еще одна частица, уносящая некоторую долю энергии и импульса таким способом, чтобы выполнялись законы сохранения. Следовательно, это превращение можно наблюдать только тогда, когда присутствует атомное ядро. Ядро не изменяется в течение процесса, оно лишь «заботится» об условиях сохранения. В этом случае наш аргумент о том, что в быстро движущейся системе $S'$ энергия фотона чрезвычайно мала (так, что условие $\varepsilon' > 2m_{el}c^2$ не может удовлетворяться), уже неприменим более, ибо атомное ядро в системе $S'$ имеет очень большую энергию и может скомпенсировать разность.

Существует соотношение между током и зарядом, аналогичное соотношению между пространственной и временно́й координатами или соотношению между импульсом и энергией, которое мы только что обсудили. Мы рассмотрим сейчас это соотношение и сделаем небольшой экскурс в релятивистскую теорию электричества.

Предположим, что в кубе с ребром $l_0$ находится $N$ электронов и, следовательно, заряд $N \cdot e$. Тогда плотность заряда $\rho_0$ в этом объеме равна

$$\rho_0 = \frac{Ne}{l_0^3}\,.$$

Если все заряды покоятся, то плотность тока $j_0$ равна нулю.

Наблюдатель, относительно которого заряды движутся со скоростью $v$ в направлении одного из ребер куба, будет видеть сократившийся объем

$$l_0^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

так как ребро куба, параллельное направлению скорости, сжимается в отношении

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Число электронов, однако, не может изменяться в зависимости от системы отсчета. Поэтому наблюдатель, измеряя плотность заряда, получит величину

$$\rho=\frac{Ne}{l_0^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\rho_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (92)$$

Движущиеся заряды представляют собой ток, плотность которого $j$ внутри куба определяется, очевидно, равенством

$$j=\frac{Nev}{l_0^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\rho_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\rho v. \qquad (93)$$

С помощью (92) и (93) мы можем вывести инвариант, образованный из $j$ и $\rho$ точно так же, как мы раньше строили инварианты из $x$ и $t$ или из $p$ и $m$:

$$j^2-c^2\rho^2=\rho^2\left(v^2-c^2\right)=-\rho_0^2c^2. \qquad (94)$$

Уравнения (92) и (93) можно записать также в виде

$$\rho=\frac{\rho_0}{m_0}m, \quad j=\frac{\rho_0}{m_0}p.$$

Следовательно, величины $j$ и $\rho$ подчиняются тому же закону преобразования, что и $p$ и $m$, — преобразованию Лоренца. Именно,

$$j'=\frac{j-v\rho}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \rho'=\frac{\rho-\frac{v}{c^2}j}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

или, после обращения,

$$j=\frac{j'+v\rho'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \rho=\frac{\rho'+\frac{v}{c^2}j'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

в согласии с (70а), (70б) и (88а), (88б), (88в).

Таким образом, мы приходим к замечательному эффекту. Рассмотрим длинную прямую проволоку, находящуюся в состоянии покоя и несущую некоторый ток. Проволока электрически нейтральна, так как в ней присутствует столько же положительных ионов в состоянии покоя, сколько в ней движется отрицательных электронов ($n$ частиц на единицу объема). Электроны могут иметь скорость $u$. Теперь плотности заряда и тока можно записать таким образом:

электроны $\rho_- = -ne, \ j_- = -neu = \rho_- u$

ионы $\rho_+ = +ne, \ j_+ = 0;$

$$\rho_+ + \rho_- = 0.$$

Но наблюдатель, движущийся со скоростью $v$ вдоль проволоки, должен обнаружить, что проволока заряжена: ведь плотности зарядов, соответствующих электронам и ионам, которые он измерит, определяются трансформированными выражениями

$$\rho'_- = \frac{\rho_- - \frac{v}{c^2} j_-}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\rho_-}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(1 - \frac{vu}{c^2}\right),$$

$$\rho'_+ = \frac{\rho_+}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};$$

складывая эти две величины, найдем полную плотность

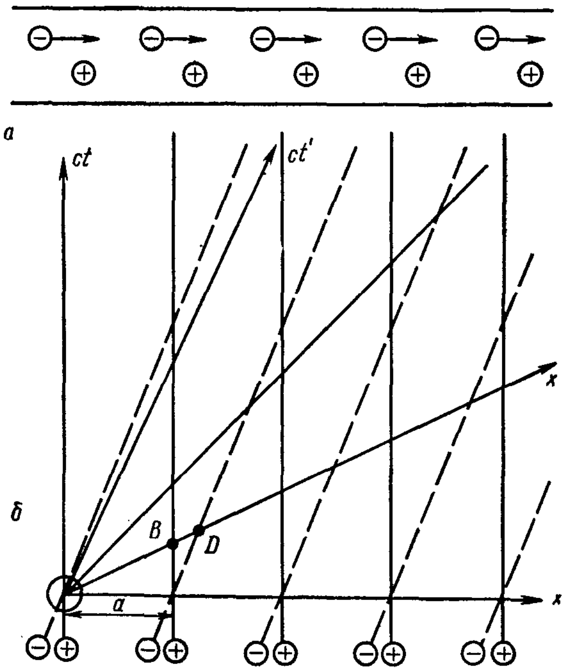
$$\rho'_+ + \rho'_- = -\rho_- \frac{\frac{vu}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{nevu}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Мы видим, что в результате получается положительный заряд.

Это явление можно проиллюстрировать диаграммой в плоскости $x$, $ct$ (фиг. 131, *б*). Для простоты мы будем рассматривать одномерную модель проволоки и предполагать, что положительные ионы и отрицательные электроны следуют друг за другом на одинаковом расстоянии $a$ вдоль проволоки (фиг. 131, *а*). В момент времени $t = 0$ электроны и ионы могут располагаться в одних и тех же точках проволоки; мировые линии покоящихся ионов представляют собой прямые, параллельные оси $ct$, а мировые линии электронов также параллельны друг другу, но наклонены в соответствии с их скоростью $u$. В системе $x'$, $ct'$, движущейся относительно системы $x$, $ct$ со скоростью $v$, расстояние $\overline{BO}$ между ионами вдоль оси $x'$ должно отличаться от расстояния $\overline{DO}$ между электронами. На фиг. 131, *б* расстояние $\overline{BO}$

меньше, чем $\overline{DO}$. Следовательно, плотность ионов превышает плотность электронов, и проволока поэтому оказывается заряженной положительно.

Рассмотрим поля, создаваемые током и зарядом в двух системах отсчета. Мы знаем, что электрически нейтральная проволока, несущая ток в системе $x$, $ct$, окружена только магнитным




Фиг. 131. Релятивистская кинематика электрического тока в нейтральном проводнике.

*а* — покоящиеся ионы (+) и движущиеся электроны (−) в проволоке.
*б* — мировые линии ионов параллельны друг другу и оси $ct$, мировые линии электронов параллельны между собой, но наклонены к оси, причем расстояния между соседними ионами и соседними электронами одинаковы и равны $a$. При наблюдении в системе $x'$, $ct'$, движущейся относительно системы $x$, $ct$ со скоростью $v$, расстояния между ионами $\overline{OB}$ не равны расстояниям между электронами $\overline{OD}$.

полем $H$, тогда как положительно заряженная проволока в системе $x'$, $ct'$ создает вокруг себя, кроме того, электрическое поле $E$. Следовательно, в теории относительности понятия электрического и магнитного полей не имеют независимого смысла; их следует объединить в единое понятие электромагнитного поля ($E$ и $H$), компоненты которого зависят от системы отсчета. Это означает, например, что если в одной системе отсчета $S$ существует только магнитное поле, то наблюдатель в системе $S'$ должен обнаружить и электрическое поле, и наоборот. Таким образом, мы приходим к чрезвычайно простому качественному объяснению электромагнитных явлений в движущейся материи, рассмотренных выше (гл. V, § 11): на фиг. 103 и 105 элемент материи движется в магнитном поле, поэтому наблюдатель, движущийся с этим элементом, наблюдает электрическое поле. Это электрическое поле в проводнике возбуждает электрический ток, а в изоляторе наводит электрические заряды на поверхности.

Следующий вопрос, который нам предстоит обсудить, — это оптические явления в движущейся материи.

## § 10. ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ

Теперь, когда мы уже установили наиболее важные выводы, вытекающие из измененной механики, пришло время вернуться к тем проблемам, которые послужили основным истоком эйнштейновской теории относительности, именно к оптике движущихся тел. Фундаментальные законы этих явлений сконцентрированы в максвелловских уравнениях поля. Уже Лоренц установил, что в пустом пространстве ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, $\sigma = 0$) эти уравнения инвариантны относительно лоренц-преобразования. Точные инвариантные уравнения поля для движущихся тел были сформулированы Минковским (1907 г.). Они отличаются от формул Лоренца из его теории электрона лишь малыми членами, недоступными наблюдению, но так же, как формулы Лоренца, описывают частичный перенос диэлектрической поляризации и, таким образом, удовлетворительно объясняют все электромагнитные и оптические явления, связанные с движущимися телами. Напомним, в частности, опыты Рентгена, Эйхенвальда и Вильсона (см. гл. V, § 11, стр. 190—195) (хотя мы и не будем рассматривать их более подробно, так как это потребовало бы трудоемких математических вычислений). Но оптику движущихся тел можно рассмотреть совершенно элементарным способом, поэтому мы опишем ее здесь, поскольку она представляет собой одно из наиболее наглядных приложений теории Эйнштейна.

Согласно теории относительности, эфира не существует; существует лишь движение тел относительно друг друга. Отсюда самоочевидно, что оптические явления, происходящие так, что источник света, среда, в которой распространяется излучение, и наблюдатель покоятся в одной из инерциальных систем, остаются неизменными во всех других инерциальных системах. Тем самым объясняется и опыт Майкельсона — Морли. Вопрос теперь заключается в следующем: описывает ли теория правильно такие явления, при которых источник света, среда,

10 Зак. 1219

в которой распространяется излучение, и наблюдатель находятся в относительном движении.

Представим себе световую волну в материальном теле, покоящемся по отношению к системе отсчета $S$. Пусть скорость световой волны равна $c_1 = c/n$ (где $n$ — показатель преломления), ее волновое число равно $\nu$, а направление относительно системы $S$ совпадает с осью $x$. Выясним, каковы эти характеристики волны с точки зрения наблюдателя, покоящегося в системе отсчета $S'$, которая движется со скоростью $v$ параллельно оси $x$ системы $S$.

Отвечая на этот вопрос, мы будем пользоваться тем же методом, который применяли раньше (гл. V, § 7, стр. 119), с тем исключением, что теперь за основу своих рассуждений мы возьмем не преобразование Галилея, а преобразование Лоренца. Раньше мы показали, что число волн

$$\nu\left(t_1 - t_0 - \frac{x_1 - x_0}{c}\right)$$

представляет собой инвариант, ибо оно означает число волн, которые достигли точки $x_0$ до момента времени $t_0$ и покинули точку $x_1$ после момента времени $t_1$ (фиг. 69, стр. 119). Эта инвариантность сохраняется, конечно, и в случае преобразования Лоренца. Мы имеем

$$\nu\left(t_1 - t_0 - \frac{x_1 - x_0}{c_1}\right) = \nu'\left(t_1' - t_0' - \frac{x_1' - x_0'}{c_1'}\right),$$

где $\nu$, $\nu'$ и $c_1$, $c_1'$ — частоты и скорости световой волны относительно систем $S$ и $S'$. Если справа подставить выражения для $x'$ и $t'$ согласно преобразованию Лоренца (70а) (стр. 230), то мы получим

$$\nu\left(t_1 - t_0 - \frac{x_1 - x_0}{c_1}\right) = \frac{\nu'}{\alpha}\left[t_1 - t_0 - \frac{v}{c^2}(x_1 - x_0) - \frac{x_1 - x_0 - v(t_1 - t_0)}{c_1'}\right],$$

где

$$\alpha = \sqrt{1-\beta^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Рассмотрим теперь весь пакет волн в один и тот же момент времени, т. е. положим $t_1 - t_0 = 0$. Разделив на $(x_1 - x_0)$, имеем

$$\frac{\nu}{c_1} = \frac{\nu'}{\alpha}\left(\frac{v}{c^2} + \frac{1}{c_1'}\right). \qquad (95а)$$

Во-вторых, рассмотрим волны, проходящие через одну и ту же пространственную точку $x_1 = x_0$. Сократив на $(t_1 - t_0)$, получим

$$\nu = \frac{\nu'}{\alpha}\left(1 + \frac{v}{c_1'}\right). \tag{95б}$$

Разделив теперь второе равенство на первое, найдем

$$c_1 = \frac{1 + \frac{v}{c_1'}}{\frac{v}{c^2} + \frac{1}{c_1'}} = \frac{c_1' + v}{1 + \frac{vc_1'}{c^2}}.$$

Это выражение точно согласуется с эйнштейновской теоремой сложения скоростей для продольного движения [формула (77а), стр. 259], если в ней заменить $u_x$ на $c_1$, а $u_x'$ на $c_1'$. То же правило, которое выполняется для вычисления скоростей материальных тел относительно различных систем отсчета, применимо и к скорости света.

Если, наоборот, разрешить наше соотношение относительно $c_1'$, то мы получим *формулу увлечения*

$$c_1' = \frac{c_1 - v}{1 - \frac{vc_1}{c^2}}.$$

Если пренебречь членами более высокого порядка по $\beta = v/c$, чем второй, то эта формула совпадает с формулой увлечения Френеля [44] (стр. 134). Действительно, в этом приближении можно записать

$$\frac{1}{1 - \frac{vc_1}{c^2}} = \frac{1}{1 - \frac{\beta}{n}} = 1 + \frac{\beta}{n} = 1 + \frac{v}{nc}.$$

Таким образом,

$$c_1' = (c_1 - v)\left(1 - \frac{v}{nc}\right) = c_1 - v + \frac{vc_1}{nc} - \frac{v^2}{nc} =$$
$$= c_1\left(1 - \frac{v}{c_1} + \frac{v}{nc} - \frac{c}{nc_1}\frac{v^2}{c^2}\right);$$

отбрасывая последний член второго порядка и полагая

$$\frac{c_1}{c} = \frac{1}{n},$$

получаем

$$c_1' = c_1 - v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Это как раз и есть *формула увлечения Френеля*.

Формула (95б) представляет собой формулировку принципа Доплера. Обычно ее применяют к вакууму, так что $c_1 = c$; тогда, как мы знаем, из теоремы сложения скоростей (стр. 259) вытекает, что $c_1' = c$. При этом формула (95б) дает

$$\nu' = \nu \frac{\alpha}{1+\frac{v}{c}} = \nu \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}. \tag{95в}$$

Но $1 - \beta^2 = (1 - \beta)(1 + \beta)$; следовательно, можно записать

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}}{1+\beta} = \nu \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}.$$

Таким образом, *строгая формула доплер-эффекта* приобретает симметричный вид

$$\nu' \sqrt{1+\frac{v}{c}} = \nu \sqrt{1-\frac{v}{c}}, \tag{96}$$

иллюстрирующий эквивалентность систем отсчета $S$ и $S'$.

В случае малых $\beta = v/c$ мы получаем обычную формулу (41) для доплер-эффекта, пренебрегая $\beta^2$ в формуле (95в):

$$\nu' \approx \frac{\nu}{1+\beta} \approx \nu(1-\beta).$$

Формулу (96) можно получить и исходя из представлений о квантах света с энергией

$$\varepsilon = h\nu$$

и импульсом

$$p = \frac{\varepsilon}{c}.$$

При подстановке $\varepsilon = h\nu$ и $\varepsilon' = h\nu'$ в формулу (91) результат получается идентичным формуле (96).

Для больших скоростей релятивистская формула (96) отличается от классической (41). Это отличие выступает еще более отчетливо в случае, когда направления распространения световой волны и относительной скорости $v$ двух систем отсчета не совпадают, в частности, когда они перпендикулярны друг другу. Согласно классической теории, в этом случае эффекта Доплера не должно существовать вообще, тогда как в релятивистской теории он существует. Поэтому можно говорить о новом релятивистском эффекте, который часто называют *поперечным доплер-эффектом.* Его можно толковать таким же образом, как и обычный продольный эффект.

Предположим, как и раньше, что относительная скорость систем $S$ и $S'$ направлена параллельно совпадающим осям $x$ и $x'$, но направление распространения световой волны уже перпендикулярно этим осям, скажем параллельно оси $y'$. Однако считать, что нормаль к фронту световой волны в системе $S$ параллельна оси $y$, уже недопустимо.

Расстояние от начала пакета световых волн в момент $t'_0$ до его конца в момент $t'_1$ при наблюдении в системе $S'$ равно $y'_1 - y'_0$; в системе $S$ оно будет равно не просто $y_1 - y_0$, но будет также зависеть от $x_1 - x_0$, скажем, будет равно $a(x_1 - x_0) + b(y_1 - y_0)$. Инвариантность фазы при этом задается как

$$\nu\left(t_1 - t_0 - \frac{a(x_1 - x_0) + b(y_1 - y_0)}{c_1}\right) = \nu'\left(t'_1 - t'_0 - \frac{y'_1 - y'_0}{c'_1}\right).$$

Теперь нужно применить преобразование Лоренца (70а) или (70б). Если воспользоваться формулой (70б) и положить в ней $x'_1 = x'_0$, $y'_1 = y'_0$, выражая тот факт, что опыт выполняется в фиксированной точке в системе $S'$, то вычисления усложняются, так как при этом необходимо знать величину $a$. Но если пользоваться формулой (70а), полагая в ней $x_1 = x_0$, $y_1 = y_0$, то мы без труда получаем

$$\nu = \frac{\nu'}{a}.$$

Наблюдатель, движущийся относительно системы $S$ со скоростью $v$, рассматривая источник света с частотой $\nu$ в системе $S$, измерит измененную частоту

$$\nu' = \alpha\nu = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\nu,$$

которая меньше $\nu$. Это и есть поперечный доплер-эффект. Как следует из самого его вывода, поперечный доплер-эффект тесно связан с замедлением времени

$$t'_1 - t'_0 = \frac{1}{\alpha}(t_1 - t_0);$$

он означает попросту, что число тиканий часов одинаково для всех наблюдателей.

Поперечный доплер-эффект удалось наблюдать в лаборатории с помощью каналовых лучей (гл. IV, § 8, стр. 126), скорость и направление которых были очень точно известны (Ивс и Стилвелл, 1938 г.; Оттинг, 1939 г.). Сложность этих измерений состоит в том, что если направление наблюдения несколько отклоняется от перпендикуляра к направлению распространения каналовых лучей, то в результате замера будет давать вклад и обычный продольный доплер-эффект. Эту трудность удалось преодолеть, заметив, что смещения, соответствующие продольному доплер-эффекту, для двух световых лучей, излучаемых каналовыми лучами в противоположные стороны, противоположны и равны по величине; если наблюдать оба луча света одновременно и брать среднее из двух результатов, то продольный эффект оказывается исключенным. Так было подтверждено существование поперечного доплер-эффекта, а тем самым получено довольно прямое доказательство замедления времени.

Перейдем теперь к аберрации света. Мы можем применить только что использованный метод: выяснить влияние преобразования Лоренца на направление светового луча (т. е. на значения определенных выше коэффициентов $a$ и $b$). Однако этот метод приводит к несколько усложненным вычислениям, и мы предпочтем другой, именно применим к световым квантам теорему сложения скоростей.

Луч света распространяется в направлении оси $y$ системы $S'$, так что $u'_x = 0$, $u'_y = c$. Формулы преобразования (70а) и (70б) дают для скоростей в системе $S$:

$$u_x = v \quad \text{и} \quad u_y = c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,.$$

Таким образом, в системе $S$ направление светового луча не перпендикулярно оси $x$, а наклонно к ней. Убедимся сначала, что скорость светового луча в системе $S$ также равна $c$: действительно, имеем

$$\sqrt{u_x^2+u_y^2} = c.$$

Отношение компонент скорости $u_x/u_y$ соответствует элементарному определению константы аберрации $d/l$ (фиг. 132). Здесь $l$ — длина телескопа и $d$ — смещение телескопа за промежуток времени, затраченный светом на путь в трубе телескопа (гл. V, § 3). Итак, имеем

$$\frac{d}{l} = \frac{u_x}{u_y} = \frac{v/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,.$$

Другой способ вывода формулы аберрации состоит в том, чтобы, исходя из представления о световом кванте, применить формулы преобразования (88а) и (88б) к компонентам импульса и энергии. Запишем эти формулы с обычным сокращением $\alpha = \sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$:

$$\alpha p_x = p'_x + \beta\frac{E'}{c}, \quad p_y = p'_y, \quad \alpha E = E' + v p'_x.$$

В предположении, что квант света движется в направлении оси $y$ системы $S'$, компоненты его импульса в системе $S'$ равны

$$p'_x = 0, \quad p'_y = p' = \frac{E'}{c};$$

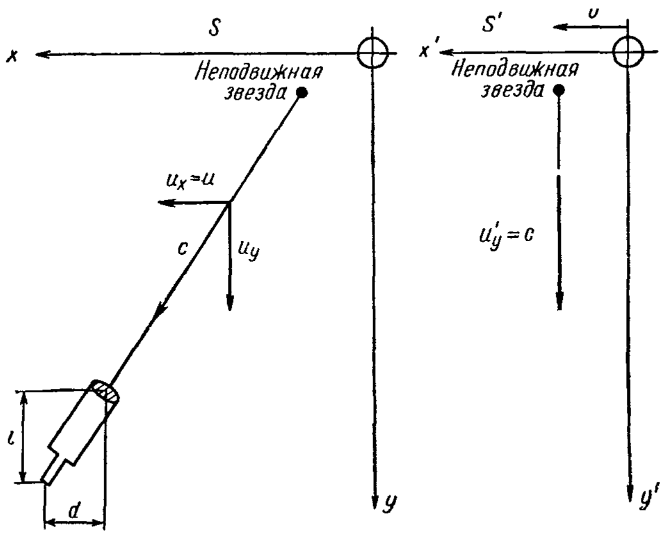
следовательно, в системе $S$

$$\alpha p_x = \beta \frac{E'}{c} = \beta p'_y = \beta p_y \quad \text{и} \quad \alpha E = E'.$$

Таким образом,

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{\beta}{\alpha},$$

что согласуется с выражением для $d/l$, приведенным выше. По Планку энергия кванта света равна $E = h\nu$ в системе $S$ и $E' = h\nu'$ в системе $S'$. Если $S'$ принять за систему $S_0$, в которой




Фиг. 132. Аберрация в теории относительности.

Чтобы компоненты скорости ($u_x$, $u_y$ и т. д.) были положительны, мы взяли перевернутую систему координат. С точки зрения системы $S'$, которая движется со скоростью $v$ относительно Земли и в которой неподвижная звезда находится в состоянии покоя, свет распространяется в направлении $y$. В системе $S$, в которой Земля покоится, мы получаем две компоненты скорости $u_x$ и $u_y$.

излучающие свет атомы покоятся, то $\nu' = \nu_0$ и соотношение $\alpha E = E'$ эквивалентно соотношению $\alpha\nu = \nu_0$. Тем самым мы получили другой вывод поперечного доплер-эффекта.

Элементарная формула аберрации вытекает из точной формулы, если пренебречь $\beta^2$:

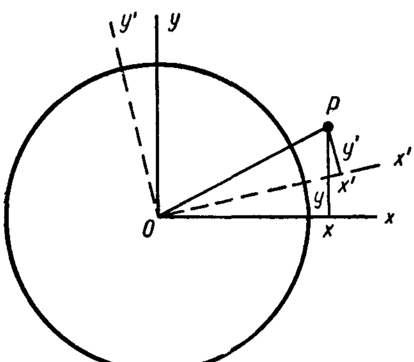
$$\frac{d}{l} = \beta = \frac{v}{c}.$$

Этот результат особенно замечателен в свете того факта, что все теории, опирающиеся на представление об эфире, испытывали серьезные трудности при попытках объяснить аберрацию. Из преобразования Галилея вообще не следует отклонений фронта и направления распространения волны (гл. IV, § 10, стр. 139); для объяснения аберрации приходится ввести понятие «луча», который в случае движущихся систем не обязательно должен совпадать с направлением распространения луча. В теории Эйнштейна эта трудность исчезает. В любой инерциальной системе $S$ направление луча (т. е. направление, вдоль которого передается энергия) совпадает с нормалью к фронту волны, и аберрация следует так же, как доплер-эффект и коэффициент увлечения Френеля, из понятия волны в результате применения преобразования Лоренца.

Этот способ вывода фундаментальных законов оптики движущихся тел ярко иллюстрирует превосходство теории Эйнштейна над всеми другими теориями.

## § 11. АБСОЛЮТНЫЙ МИР МИНКОВСКОГО

Суть новой кинематики состоит в нераздельности пространства и времени. Мир представляет собой четырехмерное многообразие, его элементом является мировая точка. Пространство и время составляют форму размещения мировых точек, причем это размещение до известной степени произвольно. Минковский выразил эту идею следующим образом: «Отныне и навсегда пространство и время превращаются лишь в тени и только некий род единства того и другого сохраняет независимое существование». Он обосновал это положение, разработав кинематику в форме четырехмерной геометрии. Мы повсюду пользовались его методом описания, лишь ради простоты отвлекаясь от осей $y$ и $z$ и работая в плоскости $xt$. Присмотревшись к геометрии в плоскости $xt$ с математической точки зрения, можно заметить, что мы имеем дело не с обычной евклидовой геометрией. Действительно, в евклидовой геометрии все прямые линии, исходящие из начала координат, эквивалентны, а единица длины на них — одна и та же; таким образом, калибровочная кривая представляет собой окружность (фиг. 133). В нашей же геометрии в плоскости $xt$ пространственно-подобные и временно-по-




**Фиг. 133.** Фундаментальный инвариант евклидовой геометрии.

добные прямые не эквивалентны. Каждой из них свойственны различные единицы длины, а калибровочная кривая состоит из двух гипербол

$$F = x^2 - c^2t^2 = \pm 1.$$

В евклидовой геометрии можно построить бесчисленное множество прямоугольных систем координат с одним и тем же началом $O$, причем каждую из них можно трансформировать в другую с помощью поворота. В плоскости $xt$ также существует бесконечное число эквивалентных систем координат, одну из осей которых можно произвольно выбирать в пределах определенной области углов.

В евклидовой геометрии расстояние $s$ точки $P$ с координатами $x$, $y$ от начала координат представляет собой инвариант относительно поворота системы координат [см. гл. III, § 7, формула (28), стр. 77]: в системе $xy$ по теореме Пифагора

$$s^2 = x^2 + y^2;$$

в любой другой системе $x'y'$ точно так же $s^2 = x'^2 + y'^2$. Калибровочная кривая — окружность единичного радиуса — характеризуется равенством $s = 1$. Следовательно, $s$ (или $s^2$) можно считать фундаментальным инвариантом евклидовой геометрии.

В плоскости $xt$ фундаментальный инвариант имеет вид

$$F = x^2 - c^2t^2,$$

а калибровочная кривая определяется условием

$$F = \pm 1.$$

Минковский заметил здесь параллель, проливающую свет на математическую структуру четырехмерного мира (или, в нашем случае, на структуру плоскости $xt$). Действительно, положив $-c^2t^2 = u^2$, мы получим

$$F = x^2 + u^2 = s^2;$$

эту величину можно рассматривать как фундаментальный инвариант $s^2$ евклидовой геометрии в прямоугольных координатах $x$, $y$. Правда, в области обычных чисел невозможно вычислить квадратный корень из отрицательной величины $-c^2t^2$, поэтому $u$ не имеет элементарного смысла. Но математики давно привыкли преодолевать такие трудности. «Мнимая» единица $\sqrt{-1} \equiv i$ надежно утвердилась в математике со времен Гаусса. Мы не можем здесь углубляться в вопрос, как законы мнимых чисел можно строго обосновать. По сути дела, эти числа не более «мнимы», чем дробь, скажем, $^2/_3$: ведь числа, с помощью которых мы исчисляем вещи и считаем, ограничиваются лишь натуральными (целыми) числами 1, 2, 3, 4, ... Число 2 не делится на 3, так что $^2/_3$ представляют операцию, не в большей мере осуществимую, чем операция $\sqrt{-1}$. Дроби вида $^2/_3$ — это расширение естественного представления о числах; однако благодаря образованию и привычке они всем знакомы и не вызывают ощущения странности. Введение мнимых чисел представляет собой подобное же расширение: все формулы, содержащие мнимые числа, имеют такой же определенный смысл, как и формулы с обычными, «реальными» числами; выводы, следующие из этих формул, не менее убедительны.

Пользуясь символом $\sqrt{-1} \equiv i$, мы можем записать

$$u = ict.$$

Неевклидова геометрия плоскости $xt$ оказывается, таким образом, формально идентичной евклидовой геометрии в плоскости $xu$, если мнимые значения $u$ сопоставить реальным временам $t$.

Эта теорема имеет большую ценность для математического аппарата теории относительности, так как предмет многочисленных операций и вычислений может не иметь ничего общего с реальностью рассматриваемых величин и сводиться лишь к алгебраическим соотношениям, существующим между ними, — а эти соотношения так же хорошо выполняются для мнимых чисел, как и для действительных. Благодаря этому мы можем применять законы, известные из евклидовой геометрии, к четырехмерному миру. Минковский заменяет $x$, $y$, $z$, $ict$ на $x$, $y$, $z$, $u$ и затем оперирует с этими четырьмя координатами полностью симметричным образом. Фундаментальный инвариант при этом, очевидно, приобретает вид

$$F = s^2 = x^2 + y^2 + z^2 + u^2.$$

Таким путем особенность временно́й переменной (заключающаяся в том, что ее квадрат входит в $F$ с отрицательным знаком) исчезает из всех формул, что в заметной мере упрощает вычисления и позволяет без труда рассматривать эти формулы как целое. В окончательном результате мы вновь заменяем $u$ на $ict$ и сохраняем физический смысл только за теми формулами, которые содержат исключительно действительные числа.

В плоскости $xt$ время $t$, очевидно, невозможно поменять местами с $x$. Световые линии $X$ и $Y$ образуют непреодолимые барьеры между временно-подобными и пространственно-подобными мировыми линиями. Таким образом, преобразование Минковского $u = ict$ представляет ценность лишь как искусственный математический прием, проливающий свет на определенные формальные аналогии между пространственными и временно́й координатами, не обеспечивая, однако, их взаимозаменяемости. Мы можем назвать

$$s = \sqrt{F} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + u^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2} \qquad (97)$$

«четырехмерным расстоянием», но при этом следует помнить, что это выражение используется лишь символически. Отправляясь от нашего предыдущего обсуждения инварианта $F$, реальный смысл величины $s$ нетрудно истолковать. Ограничимся плоскостью $xt$ (или $xu$); тогда

$$s = \sqrt{F} = \sqrt{x^2 + u^2} = \sqrt{x^2 - c^2t^2}.$$

Далее, для всякой пространственно-подобной мировой линии $F$ положителен, следовательно, $s$, как квадратный корень из положительного числа, есть действительная величина. Тогда можно сделать мировую точку (событие) $x$, $t$ одновременной с началом путем соответствующего выбора системы отсчета $S$. При $t = 0$ мы имеем $s = \sqrt{x^2} = x$ в роли пространственного расстояния от мировой точки до начала отсчета.

Для всякой временно-подобной мировой линии $F$ отрицателен и, значит, $s$ мнимо. Тогда существует система координат, в которой $x = 0$ и, следовательно, $s = \sqrt{-c^2t^2} = ict$. Таким образом, в том и в другом случае $s$ имеет простой смысл и является измеримой величиной.

Наш обзор специальной теории относительности Эйнштейна можно суммировать в виде следующих утверждений.

*Не только законы механики, но и законы всех физических событий, в частности и электромагнитных явлений, совершенно одинаковы в бесконечном множестве систем отсчета, движущихся с постоянными скоростями относительно друг друга и называемых инерциальными системами. В любой из этих систем длины и времена, измеренные с помощью одной и той же физической линейки и одних и тех же часов, кажутся иными из всякой другой системы, но результаты измерений всегда связаны друг с другом посредством преобразования Лоренца.*

Системы отсчета, движущиеся относительно друг друга ускоренно, идентичны инерциальным системам не в большей мере, чем в обычной механике. Запись физических законов в разных ускоренных системах оказывается различной. В механике эти законы начинают содержать центробежные силы, в электродинамике тоже существуют аналогичные эффекты; однако их изучение увело бы нас слишком далеко. Итак, специальная теория относительности Эйнштейна не порывает окончательно с ньютоновским абсолютным пространством в том ограниченном смысле, в каком мы использовали это понятие (гл. III, § 6, стр. 73). В известном смысле эта теория приводит всю физику, в том числе и электродинамику, в то состояние, в котором находилась механика со времен Ньютона. Фундаментальные вопросы абсолютного пространства, которые тревожили нас, еще не разрешены.

Теперь мы расскажем, как Эйнштейн преодолел эти трудности.

Г Л А В А

# VII

# ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ЭЙНШТЕЙНА

## § 1. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ В СЛУЧАЕ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Рассматривая классическую механику, мы подробно обсудили причины, которые привели Ньютона к представлениям об абсолютном пространстве и абсолютном времени. В то же время мы подчеркнули возражения, которые можно выдвинуть против этих абстракций с точки зрения теории познания.

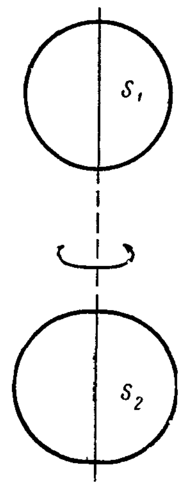
Ньютон основывал свое представление об абсолютном времени на существовании инерциального сопротивления и центробежных сил. Ясно, что эти явления не могут зависеть от взаимодействия между телами, поскольку они происходят совершенно аналогичным образом независимо от локального распределения масс во всей доступной наблюдению Вселенной. Отсюда Ньютон сделал вывод, что они зависят от абсолютных ускорений. Таким путем абсолютное пространство и вводится как фиктивная причина физических явлений.

Неудовлетворительные стороны этой теории можно выявить, рассмотрев следующий пример.

Представим себе два тела $S_1$ и $S_2$, сделанных из одного и того же деформируемого (жидкого) материала и одного и того же размера; пусть они расположены в астрономическом пространстве на таком расстоянии друг от друга, что обычное гравитационное воздействие их друг на друга пренебрежимо мало (фиг. 134). Каждое из этих тел должно находиться в равновесии под действием гравитационных взаимодействий своих отдельных частей и всех остальных физических сил, так что какие-либо относительные движения их частей относительно друг друга отсутствуют. Но пусть, однако, эти два тела находятся в относительном вращении с постоянной скоростью вокруг линии, соединяющей их центры. Это означает, что наблюдатель, который расположен на теле $S_1$, замечает в своей системе отсчета равномерное вращение тела $S_2$, и наоборот. Предположим теперь, что каждый наблюдатель определяет форму тела, на котором он стоит, и что в результате этих определений выяснилось, что тело $S_1$ — шар, а тело $S_2$ — сплющенный эллипсоид вращения.

Ньютоновская механика, исходя из различий в форме тел, сделала бы вывод, что $S_1$ покоится в абсолютном пространстве, а $S_2$ находится в абсолютном вращении. При этом сплющивание $S_2$ можно объяснить центробежными силами.

Этот пример очень ясно показывает, как абсолютное пространство вводится в качестве (фиктивной) причины. Ведь тело $S_1$ не может быть причиной сплющивания тела $S_2$, поскольку оба они находятся в совершенно одинаковом положении по отношению друг к другу и, следовательно, не могут деформировать друг друга различным образом.




**Фиг. 134.** Два первоначально сферических жидких тела $S_1$ и $S_2$ в относительном вращении вокруг общей оси.

Принятие пространства в качестве причины не удовлетворяет требованиям логики с точки зрения представления о причинности. Ведь поскольку мы не располагаем никакими другими указаниями на его существование, кроме центробежных сил, в поддержку гипотезы абсолютного пространства можно привести лишь тот единственный факт, для объяснения которого она и была выдвинута. Трезвый критический подход с позиций общей теории познания отказывается принимать такие «подогнанные» гипотезы. Они слишком надуманны и не в ладу с основной целью научного исследования — выработать критерии, позволяющие отличать научные выводы от плодов воображения. Если листок бумаги, на котором я только что написал последнюю фразу, вдруг неожиданно взлетит со стола, то никто мне не запретит выдвинуть гипотезу о том, что привидение — скажем, призрак Ньютона — возносит мой листок под облака. Однако здравый смысл наводит меня вместо этого на мысль о сквозняке, поднявшемся из открытого окна из-за того, что кто-то, входя, открыл дверь. И даже если я сам не чувствую сквозняка, то эта гипотеза все же разумна потому, что ставит подлежащие объяснению явления в связь с другими, доступными наблюдениям событиями. Критический выбор приемлемых причин и отличает опирающееся на разум отношение к миру, которое служит образцом для физического исследования, от мистицизма, спиритуализма и других подобных проявлений необузданной фантазии.

В самом деле, понятие абсолютного пространства по характеру почти спиритуалистично. На вопрос: «Что есть причина центробежных сил?» — следует ответ: «Абсолютное пространство». Если же спросить, что представляет собой абсолютное пространство и какими другими путями оно проявляет свое существование, никто не сможет ответить ничего, кроме как снова сказать, что абсолютное пространство есть причина центробежных сил и не имеет никаких дальнейших свойств. Эта дискуссия показывает, что пространство как причина физических событий должно быть исключено из картины мира.

Возможно, не излишне упомянуть, что это мнение об абсолютном пространстве никоим образом не изменяется и в свете существования электромагнитных явлений. Во вращающихся системах координат наблюдаются эффекты, аналогичные действию центробежных сил в механике. Но это, конечно, не дает нового и независимого доказательства существования абсолютного пространства, ибо, как мы знаем, теорема об инерции энергии связывает механику и электродинамику в единое целое. Нам здесь попросту более удобно оперировать только понятиями механики.

Вернемся еще раз к нашим телам $S_1$ и $S_2$. Если отвергнуть пространство как причину различия их форм, то мы должны искать другие, более убедительные причины.

Пусть предполагается, что вне тел $S_1$ и $S_2$ другие материальные тела отсутствуют. Тогда различная форма тел $S_1$ и $S_2$ оказалась бы действительно необъяснимой. Но является ли это различие форм в конце концов эмпирическим фактом? Вне всякого сомнения — *нет.* Мы никогда еще не имели возможности наблюдать два тела, пользующиеся во Вселенной полным одиночеством. Предположение о том, что два реальных тела $S_1$ и $S_2$ вели бы себя в подобных обстоятельствах различным образом, не опирается *ни на какие доказательства* вообще. От удовлетворительной механики скорее следует потребовать, чтобы она исключила это предположение. Когда же различие в поведении, подобное описанному выше, наблюдается в случае двух реальных тел $S_1$ и $S_2$ (мы знаем, что планеты бывают сплющены в большей или меньшей мере), в качестве причины этого явления можно принять лишь *удаленные массы.* В реальном мире такие массы действительно существуют, именно бесчисленные легионы звезд. Какое бы небесное тело мы ни выбрали, оно всегда окружено неисчислимым множеством других, удаленных от него на колоссальные расстояния и движущихся относительно друг друга столь медленно, что в целом эффект их воздействия эквивалентен воздействию сплошной массы, имеющей внутреннюю полость, в которой и заключено рассматриваемое тело.

Идея о том, что причиной центробежных сил должна быть общая система удаленных масс, была впервые высказана философом и физиком Эрнстом Махом, работы которого оказали глубокое влияние на Эйнштейна. Не существует опытов, противоречащих этой идее, поскольку используемая в астрономии система отсчета, относительно которой определяются вращения небесных тел, выбрана так, что она покоится относительно системы звезд в целом, или, более точно, так, что видимые движения неподвижных звезд относительно системы отсчета совершенно нерегулярны и не имеют предпочтительных направлений. Сплющивание планеты тем больше, чем больше скорость ее вращения относительно этой системы отсчета, связанной с удаленными массами.

Соответственно мы будем требовать, чтобы законы механики — и, разумеется, физики в целом — содержали лишь относительные положения и движения тел. Никакой системе отсчета не может быть отдано заведомого предпочтения — так же, как ни одной инерциальной системе в ньютоновской механике и в специальной теории относительности Эйнштейна, — иначе в физические законы вошли бы абсолютные ускорения относительно этих предпочтительных систем отсчета, а не только относительные движения тел.

Итак, мы приходим к постулату о том, что истинные законы физики должны выполняться совершенно одинаковым образом в системах отсчета, совершающих произвольные движения. Этот шаг знаменует существенное расширение принципа относительности.

## § 2. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Осуществление этого постулата требует совершенно новой формулировки закона инерции, так как именно он закрепил за инерциальными системами их предпочтительные права. Теперь инерцию тела следует рассматривать не как эффект абсолютного пространства, а скорее как эффект, обусловленный другими телами.

Но мы знаем лишь один вид взаимодействия между всеми материальными телами, именно гравитацию. Далее, мы знаем, что эксперимент обнаружил замечательное соотношение между гравитацией и инерцией, которое выражается законом эквивалентности гравитационной и инертной масс (гл. II, § 12, стр. 48—49). Тем самым два явления — инерция и притяжение, — столь различные в ньютоновской формулировке, должны иметь общее происхождение.

Это — великое открытие Эйнштейна, превратившее общий принцип относительности из базирующегося на теории познания постулата в закон точной науки.

Предмет нашего последующего изложения можно охарактеризовать следующим образом.

В обычной механике движение тяжелого тела (не испытывающего действия электромагнитных или каких-либо других сил) определяется двумя причинами: 1) его инерцией, стремящейся препятствовать ускорениям относительно абсолютного пространства; 2) гравитационным влиянием окружающих масс. Теперь перед нами стоит задача: найти формулировку закона движения, в котором инерция и гравитация слились бы в представление более высокого порядка так, чтобы движение определялось лишь распределением всех остальных тел во Вселенной. Однако, прежде чем будет установлен новый закон, мы должны пройти довольно длинный путь преодоления определенных концепционных затруднений.

Выше мы подробно рассмотрели закон эквивалентности гравитационной и инертной масс. В применении к событиям, происходящим на Земле, этот закон утверждает, что все тела падают одинаково быстро; относительно движений небесных тел он говорит, что ускорение не зависит от массы движущегося тела. Мы уже упоминали, что, согласно измерениям Этвеша, этот закон справедлив до фантастической степени точности и что, несмотря на это, его не относят к числу фундаментальных законов классической механики, но скорее принимают, если можно так выразиться, как случайный дар природы.

Именно это положение должно теперь измениться. Этот закон играет фундаментальную роль не только в механике, но, конечно, и во всей физике. Поэтому мы должны проиллюстрировать его так, чтобы его основное содержание стало совершенно прозрачным. Рекомендуем читателю проделать следующий простой эксперимент: нужно взять два легких предмета различного веса, скажем монету и кусочек пластилина, и положить их на ладонь. При этом экспериментатор ощущает веса обоих тел в форме давлений, оказываемых ими на кожу руки; эти давления различны. Теперь, резко опуская руку вниз, можно ощутить уменьшение давления, производимого обоими предметами. Если это движение выполнять все более и более быстро, то в конце концов наступит момент, когда предметы отделятся от ладони и отстанут от нее в своем движении. Это, очевидно, произойдет, как только рука станет опускаться быстрее, чем движутся тела при свободном падении. Но поскольку оба предмета, несмотря на различие в весе, падают одинаково быстро, они всегда будут оставаться рядом, на одинаковой высоте, даже после того, как отделятся от руки.

Вообразим, если вы не возражаете, крошечного бесенка, живущего на поверхности руки и ничего не знающего о внешнем мире. Что подумает он обо всем процессе? Нетрудно представить себя в положении такого маленького наблюдателя, движущегося вместе с рукой, пока мы проделываем свой эксперимент и сосредоточиваем внимание на изменении давлений и движений предметов относительно своей руки. Когда рука покоится, бесенок устанавливает, что два тела имеют различные веса.

Затем, когда рука начинает опускаться, бесенок заметит уменьшение веса тел. Он начнет искать причину и обнаружит, что его наблюдательный пункт — рука — опускается относительно окружающих предметов — стен комнаты. Но бесенка можно заключить вместе с двумя пробными телами в закрытый ящик и опускать этот ящик вниз вместе с рукой. Тогда наблюдатель в ящике не сможет видеть ничего, что позволило бы ему обнаружить движение ящика. Он сможет просто установить тот факт, что веса обоих тел в ящике уменьшаются одинаково быстро. Если теперь рука начнет двигаться столь быстро, что наши предметы уже не смогут следовать за нею и станут свободно падать, то наблюдатель в ящике заметит, к своему удивлению, как все предметы, которые только что были довольно тяжелыми, вдруг взлетели вверх. Тела приобрели отрицательный вес или, что более вероятно, гравитация стала действовать уже не вниз, а вверх. Более того, несмотря на различие в весе, оба тела падают вверх с одинаковым ускорением. Люди в ящике могут объяснить свои наблюдения двумя способами: либо они будут думать, что гравитационное поле продолжает действовать на оба тела неизменно, но ящик ускоряется в направлении поля, либо предположат, что массы, которые до этого создавали под ящиком притягивающую силу, вдруг исчезли, а на смену им появились другие массы, уже над ящиком, присутствие которых и вызвало изменение направления гравитационной силы. Итак, существуют ли какие-нибудь средства, позволяющие экспериментально различить внутри ящика эти две возможности?

Мы вынуждены ответить, что физика *не знает* таких средств. Фактически эффект гравитации никак невозможно отличить от эффекта ускорения[1]); оба они полностью эквивалентны друг другу. Причина этого заключается именно в том обстоятельстве, что все тела падают одинаково быстро. Если бы это было не так, мы смогли бы сразу же различить, вызвано ли ускоренное движение тел различного веса притяжением со стороны внешних масс или это иллюзия, вызванная ускорением точки, на которую опирается наблюдатель. В первом случае тела́ различного веса движутся с различными скоростями, тогда как во втором относительное ускорение всех свободно движущихся тел по отношению к наблюдателю имеет одинаковую величину, и они падают одинаково быстро, несмотря на различные веса́.

Этот *принцип эквивалентности* Эйнштейна являет пример как раз того рода теорем, на который мы в этой книге делали особый упор, — теорем, утверждающих, что определенные фи-

[1]) Ниже читатель узнает, что истинные гравитационные поля нельзя *сразу везде* свести к эффектам ускорения. — *Прим. перев.*

зические положения не могут быть доказаны или что два понятия невозможно различить. Физика отказывается принимать такие понятия и положения и заменяет их другими. Лишь доказуемые факты физически реальны.

Классическая механика делает различие между движением тела, предоставленного самому себе и не испытывающего действия сил (инерциальное движение), и движением тела под действием гравитационного поля. Первое из этих движений равномерно и прямолинейно в инерциальной системе; второе происходит по криволинейным траекториям и неравномерно. Согласно принципу эквивалентности, это различие теряет силу, ибо просто переходя к некоторой ускоренной системе отсчета, мы можем превращать равномерное прямолинейное движение, обусловленное инерцией, в криволинейное ускоренное движение, которое уже невозможно отличить от движения, обусловленного гравитационным полем. Обратное также справедливо, по крайней мере для ограниченных отрезков движения, как мы более подробно поясним ниже. Начиная с этого момента, мы будем называть инерциальным движением любое движение тела, не испытывающего действия никаких сил электрического, магнитного или любого другого происхождения и находящегося лишь под влиянием масс, создающих гравитационное поле.

Таким образом, понятие инерциального движения приобретает теперь более общий, чем ранее, смысл. Теореме о том, что инерциальные движения относительно инерциальных систем отсчета равномерны и прямолинейны, — обычному закону инерции — приходит конец. Наша задача состоит теперь в том, чтобы сформулировать закон инерциального движения в новом, обобщенном смысле.

Решение этой проблемы освобождает нас от абсолютного пространства и в то же время дает *теорию гравитации*, связь которой с принципами механики оказывается гораздо более фундаментальной, чем в теории Ньютона.

Мы дополним эти замечания несколькими расчетами. Выше было показано (гл. III, § 8, стр. 80), что механические уравнения движения, записанные в системе $S$, имеющей постоянное ускорение $k$ относительно инерциальных систем, можно представить в форме $mb = K'$, где $K'$ означает сумму истинной силы $K$ и инерциальной силы $-mk$, т. е.

$$K' = K - mk.$$

Далее, если $K$ — сила гравитации, то $K = mg$, таким образом,

$$K' = m(g - k).$$

Выбирая ускорение $k$ системы отсчета $S$ соответствующим образом, можно сделать разность $g - k$ произвольной положительной или отрицательной величиной или нулем. Если по аналогии с электродинамикой назвать силу, действующую на единичную массу, *«напряженностью поля»* гравитации, а пространство, в котором она действует, — *гравитационным полем*, то мы можем говорить, что с помощью соответствующего выбора ускоренной системы отсчета можно создавать постоянное гравитационное поле или уменьшать заданное поле, уничтожать его, усиливать или менять на противоположное.

Ясно, что в пределах достаточно малого элемента пространства и в течение малого интервала времени любое произвольное гравитационное поле можно рассматривать как приблизительно постоянное. Следовательно, всегда можно найти ускоренную систему отсчета, относительно которой в ограниченной пространственно-временной области гравитационное поле отсутствует.

Но тогда: возможно ли исключить все гравитационные поля в полной мере во все моменты времени просто выбором соответствующей системы отсчета? Другими словами, можно ли рассматривать гравитацию как «видимость»? Ясно, что это не так. Поле Земли, например, невозможно полностью исключить. В самом деле, оно направлено к центру Земли, и ускорение также должно быть направлено к центру. Но это, очевидно, возможно лишь в течение ограниченного интервала времени, даже если бы мы признали (а нам придется это сделать), что система отсчета не остается жесткой, а сжимается со все возрастающей скоростью, причем ускорение этого процесса зависит от расстояния до центра гравитационного поля. Вращая систему отсчета относительно одной из осей, можно создать инерциальную силу, направленную от этой оси [гл. III, § 9, стр. 83, формула (31)], именно центробежную силу

$$mk = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Эта сила компенсирует гравитационное поле Земли при заданном значении периода вращения системы $T$ лишь на определенном расстоянии $r$, например на радиусе лунной орбиты (которая предполагается круговой), если $T$ совпадает с периодом обращения Луны.

Итак, существуют «истинные» гравитационные поля, однако смысл этого понятия в общей теории относительности отличается от принятого в классической механике: ведь произвольно малый элемент поля всегда можно свести до нуля посредством выбора системы отсчета. Понятие гравитационного поля мы определим более точно.

Существуют, конечно, определенные гравитационные поля, которые можно полностью исключить подходящим выбором системы отсчета. Для того чтобы установить этот класс полей, нужно лишь начать с системы отсчета, в которой некоторая часть пространства свободна от поля, и затем ввести систему отсчета, каким-то образом ускоряющуюся. Тогда в ускоряющейся системе будет существовать гравитационное поле, исчезающее, как только мы возвращаемся к исходной системе. Центробежное поле

$$k = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

относится к полям именно этого вида. На вопрос о том, каковы условия, позволяющие уничтожить гравитационное поле целиком, может ответить, конечно, лишь законченная теория.

## § 3. КРАХ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

Однако, прежде чем мы продолжим наши размышления, необходимо преодолеть трудность, которая потребует значительных усилий.

Мы уже научились представлять движение в мире Минковского в виде мировых линий. Основу аппарата этой четырехмерной геометрии составляют мировые линии световых лучей или траектории инертных масс, движущихся в отсутствие сил. В старой теории такие мировые линии были прямыми во всех инерциальных системах. Но с позиций общей теории относительности все ускоренные системы эквивалентны, а в них мировые линии, которые раньше были прямыми, оказываются искривленными (гл. III, § 1, стр. 60, фиг. 32, *а*—*е*). Вместо них прямыми становятся другие. Более того, это изменение относится и к траекториям в пространстве. Понятия «прямой» и «искривленный» становятся относительными постольку, поскольку они относятся к траекториям световых лучей и свободно движущихся тел.

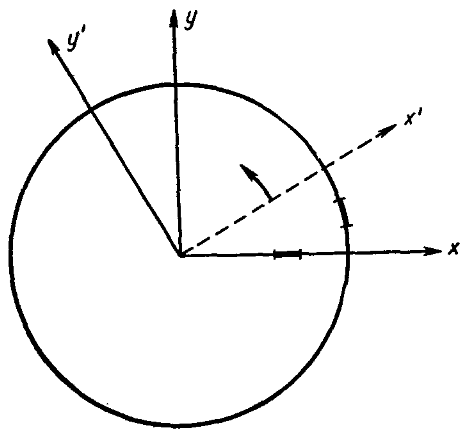
В результате этого начинает шататься все здание евклидовой геометрии, ибо его фундамент, по сути дела, составляет (см. гл. III, стр. 59) классический закон инерции, определяющий представление о прямой линии.

Можно было бы подумать, что эту трудность удастся преодолеть, пользуясь исключительно жесткими измерительными линейками для определения таких геометрических элементов, как прямая линия, плоскость и т. д. Но даже и это невозможно, как доказывает Эйнштейн следующим образом.

Возьмем в качестве отправной точки пространственно-временную область, в которой в течение некоторого интервала времени относительно подходящим образом подобранной системы отсчета $S$ всякие гравитационные поля отсутствуют. Рассмотрим теперь в этой области тело, вращающееся с постоянной скоростью, скажем, плоский круговой диск (фиг. 135), вращающийся вокруг оси, составляющей прямой угол с его плоскостью. Введем систему отсчета $S'$, жестко связанную с этим диском. Тогда в системе $S'$ существует гравитационное поле, направленное наружу от центра диска; его величина определяется центробежным ускорением

$$k = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Пусть теперь наблюдатель в системе $S'$ пытается обмерить диск. При этом в качестве единицы он пользуется линейкой определенной длины, которая в соответствии с его целью должна покоиться относительно системы $S'$. Пусть наблюдатель в системе $S$ пользуется той же линейкой в качестве своей единицы длины; при этом линейка в процессе измерения должна, разумеется, покоиться относительно системы $S$.




Фиг. 135. Вращающаяся система отсчета. Круговой диск вращается относительно системы $S(x, y)$; с диском связана система $S'(x', y')$. Показаны малые измерительные линейки, одна — вдоль радиуса, другая — вдоль границы.

Теперь нам придется предположить, что следствия специального принципа относительности остаются справедливыми до тех пор, пока мы ограничиваемся лишь областями пространства и времени, в которых движение можно считать равномерным. Чтобы это было возможно, положим, что единичная линейка мала по сравнению с радиусом диска.

Когда наблюдатель в системе $S'$ оперирует линейкой в направлении радиуса диска, наблюдатель в системе $S$ находит, что длина движущейся линейки относительно системы $S$ остается неизменной и равной, скажем, 1 *см*. Это понятно, поскольку направление движения линейки перпендикулярно ее ориентации. Но если наблюдатель в системе $S'$ приложит линейку вдоль края диска, то, согласно специальной теории относительности, наблюдателю в системе $S$ линейка покажется укороченной. Если положить, что на длине диаметра диска укладывается 100 длин малой измерительной линейки, то наблюдателю в системе $S$ понадобится $\pi = 3{,}14 \ldots \times 100$, или около 314 линеек, покоящихся в системе $S$, чтобы измерить окружность диска; наблюдателю же в системе $S'$ этого числа линеек окажется недостаточно. Ведь линейки, которые покоятся в системе $S'$, кажутся из системы $S$ укороченными, и необходимо более чем 314 этих укороченных линеек для того, чтобы полностью покрыть длину окружности, ограничивающей диск.

В соответствии с результатами своих измерений наблюдатель в системе $S'$ будет утверждать, что отношение длины окружности к ее диаметру равно не 3,14 ..., а больше этого числа. Это отношение возрастает с увеличением радиуса $r$, так как гравитационное поле пропорционально $r$. Итак, наш вывод противоречит евклидовой геометрии.

Соответствующий результат справедлив и для измерений времени. Представим себе пару синхронизированных часов, одни из которых покоятся в системе $S$, а другие, такой же конструкции, связаны с радиусом вращающегося диска, неподвижного относительно системы $S'$. При сравнении показаний часов, связанных с диском, и часов, покоящихся в системе $S$, окажется, что часы диска идут медленнее, чем часы системы $S$, причем разность хода возрастает по мере удаления вращающихся часов от оси вращения (от центра). Только часы, расположенные в центре вращающегося диска, идут синхронно с часами системы $S$, поскольку эти часы имеют нулевую скорость относительно системы $S$.

Далее мы обнаруживаем, что невозможно синхронизировать между собой даже несколько часов, расположенных на самом диске, поскольку они будут идти тем медленнее по сравнению с часами системы $S$, чем больше они удалены от центра диска. Таким образом, невозможно прийти к разумному определению времени с помощью часов, которые покоятся относительно данной системы отсчета, если эта система находится во вращательном движении, т. е. имеет ускорение, или — что согласно принципу эквивалентности одно и то же — если в ней существует гравитационное поле. В гравитационном поле линейка оказывается длиннее или короче, а часы идут быстрее или медленнее в зависимости от расположения измерительного прибора.

Это означает крушение той основы пространственно-временной Вселенной, на которой строились все наши предыдущие рассуждения. Мы вновь вынуждены обобщить понятия пространства и времени, но теперь уже гораздо более решительным образом, оставляющим далеко позади все, что мы пытались сделать до сих пор.

Очевидно, что совершенно бессмысленно определять координаты и время $x$, $y$, $z$, $t$ обычным способом, так как при этом все фундаментальные геометрические понятия — прямая линия, плоскость, круг и т. д. — воспринимаются как непосредственно заданные, а применимость евклидовой геометрии в пространстве или в обобщенном по Минковскому пространстве-времени автоматически подразумевается.

В связи с этим перед нами встает проблема описать четырехмерный мир и его законы на базе априорных представлений, не опираясь на какую-либо конкретную геометрию.

Может показаться, что почва уходит из-под наших ног. Все шатается, прямое оказывается искривленным, кривое выпрямляется. Однако трудность этого предприятия не смутила Эйнштейна. Математики к тому времени уже проделали важную предварительную работу. Гаусс (1827 г.) уже дал набросок теории искривленных поверхностей в форме обобщенной двумерной геометрии, а Риман (1854 г.) обобщил эти представления на дифференцируемые многообразия любого числа измерений. Важный вклад в теорию внесли среди других Кристоффель, Риччи и Леви-Чивита. Мы не можем здесь показать, как используются эти математические методы, хотя достаточно глубокое понимание общего принципа относительности невозможно без их помощи.

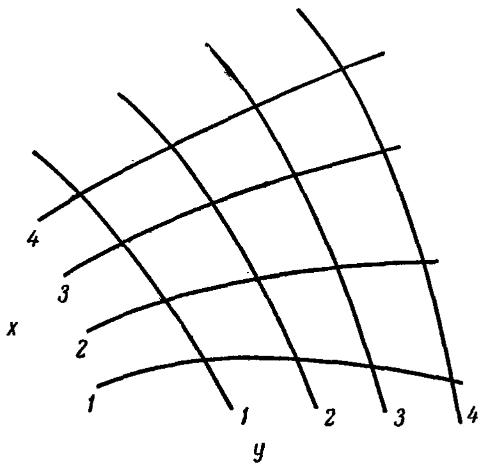
Поэтому читатель не должен ждать от последующего изложения исчерпывающих объяснений идей Эйнштейна. Он найдет здесь лишь картины и аналогии, которые всегда оказываются отнюдь не лучшей заменой точных представлений.

Но если эти наметки привлекут читателя к дальнейшему изучению, их цель будет достигнута.

## § 4. ГЕОМЕТРИЯ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Задача построения геометрии без наперед заданного аппарата прямых линий и соответствующей им евклидовой системы аксиом и теорем отнюдь не так невероятна, как может показаться на первый взгляд. Представим себе землемера, который должен обмерить холмистый участок земли, покрытый густым лесом, и затем сделать карту участка. Из каждой точки он может видеть лишь небольшую часть окружающего. Теодолиты для нашего землемера бесполезны; по сути дела, ему приходится рассчитывать только на измерительную рулетку. Она позволяет измерять небольшие треугольники или четырехугольники, вершины которых можно отмечать колышками, вбитыми в почву; соединяя такие *непосредственно* измеримые фигуры друг с другом, землемер может постепенно продвигаться вперед к более удаленным участкам леса, которые сразу он рассмотреть не мог бы.

Говоря абстрактно, землемер может пользоваться методами обычной евклидовой геометрии в небольших областях. Но эти методы оказываются неприменимыми ко всему земельному участку как целому. Такой участок можно геометрически изучить лишь шаг за шагом, переходя от одного элемента к другому. Более того, евклидова геометрия, строго говоря, неприменима на холмистых участках: на такой поверхности *не существует* прямых линий вообще. Короткую ленту линейки можно считать прямой, но не существует прямой линии, соединяющей все точки поверхности от долины до долины или от холма до холма. Евклидова геометрия, таким образом, в определенном смысле верна лишь для малых, или инфинитезимальных, областей, тогда как в более обширных областях действует более общее представление о пространстве, или, вернее, о поверхности.




Фиг. 136. Два пересекающихся семейства кривых, служащие координатами на поверхности.

Если землемер решил действовать систематически, он сначала покроет лесистую поверхность сетью линий, помечая их колышками или «привязывая» к определенным деревьям. Ему понадобится два пересекающихся семейства линий (фиг. 136). Линии будут выбраны по возможности гладкими и непрерывно искривленными, а в рамках каждого семейства будут последовательно перенумерованными. Возьмем $x$ в качестве символического обозначения любого члена одного семейства, а $y$ — любого члена другого семейства.

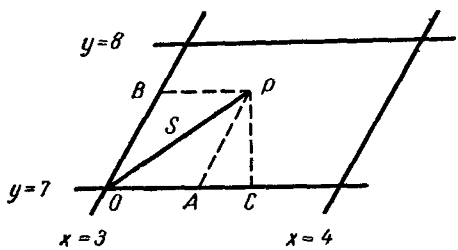
Каждую точку пересечения тогда будут характеризовать два числа $x$ и $y$, скажем $x = 3$ и $y = 5$. Все промежуточные точки можно характеризовать дробными значениями $x$ и $y$. Этот способ определения точек искривленной поверхности впервые использовал Гаусс, поэтому $x$ и $y$ называют *гауссовыми координатами*.

Самая характерная черта гауссова метода состоит в том, что $x$ и $y$ не означают ни длин, ни углов, ни каких-либо других измеримых геометрических величин, а являются просто числами, как в американском способе обозначения улиц и домов.

Задача определения единичной меры в этом исчислении точек на участке полностью ложится на землемера. Длина его рулетки определяет область, соответствующую одной ячейке в сетке гауссовых координат.

Теперь землемер может обмерять ячейку за ячейкой. Каждую из этих ячеек можно рассматривать как малый параллелограмм; она полностью определена, как только две прилегающие стороны и угол между ними известны. Землемер должен обмерить каждую из этих ячеек и затем нанести ее на свою карту. Проделав эту процедуру для всей координатной сетки, он, очевидно, получит исчерпывающие сведения о геометрии участка на своей карте.

Вместо трех чисел для каждой ячейки (две стороны и угол) общепринято пользоваться другим методом определения мер, преимущество которого состоит в том, что он более симметричен.




Фиг. 137. Обобщенная теорема Пифагора.

Рассмотрим одну из ячеек — параллелограмм, стороны которого соответствуют двум следующим друг за другом номерам (скажем, $x = 3$, $x = 4$ и $y = 7$, $y = 8$; см. фиг. 137). Пусть $P$ — некоторая точка внутри этой ячейки, а $S$ — ее расстояние от точки $O$, лежащей в вершине угла, образованного координатными линиями с меньшими номерами. Это расстояние определяется с помощью измерительной рулетки. Мы проводим через точку $P$ параллели к двум координатным линиям: эти параллели пересекают координатные линии в точках $A$ и $B$. Далее, пусть $C$ — основание перпендикуляра, опущенного из точки $P$ на координату $x$.

Точкам $A$ и $B$ при этом также соответствуют числа, или гауссовы координаты в рамках нашей координатной сетки. Точку $A$ можно определить, скажем, измерив сторону параллелограмма, на которой лежит точка $A$, расстояние $AO$ и взяв отношение этих двух длин в качестве приращения координаты $x$, соответствующего смещению от $O$ до $A$. Само это приращение мы будем обозначать через $\xi$, выбрав $O$ за начало гауссовых координат. Аналогичным образом определим гауссову координату $\eta$ точки $B$ как отношение, в котором $B$ делит соответствующую сторону параллелограмма. Тогда, очевидно, $\xi$ и $\eta$ представляют собой гауссовы координаты точки $P$ относительно $O$. Если $x$ и $y$ — номера ячейки, соответствующей угловой точке $O$, или ее гауссовы координаты относительно произвольно заданного начала, то $\xi$ и $\eta$ представляют собой малые приращения $x$ и $y$.

Истинное расстояние $\overline{OA}$ равно, конечно, не $\xi$, а, скажем, $a\xi$, где $a$ — определенная величина, которую нужно найти посредством измерения. Точно так же истинная длина $\overline{OB}$ равна не $\eta$, а некоторому $b\eta$. Если передвигать точку $P$, то ее гауссовы координаты будут меняться; числа же $a$ и $b$, определяющие отношения гауссовых координат к истинным длинам, остаются неизменными.

Найдем теперь выражение для расстояния $\overline{OP} = s$ из прямоугольного треугольника $OPC$ с помощью теоремы Пифагора. Имеем

$$s^2 = \overline{OP}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CP}^2$$

Но $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC}$, значит

$$s^2 = \overline{OA}^2 + 2\overline{OA} \cdot \overline{AC} + \overline{AC}^2 + \overline{CP}^2.$$

С другой стороны, в прямоугольном треугольнике $APC$

$$\overline{AP}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CP}^2.$$

Следовательно,

$$s^2 = \overline{OA}^2 + 2\overline{OA} \cdot \overline{AC} + \overline{AP}^2.$$

Здесь $\overline{OA} = a\xi$, $\overline{AP} = \overline{OB} = b\eta$. Далее, $\overline{AC}$ представляет собой проекцию отрезка $\overline{AP} = b\eta$ на сторону ячейки, и, следовательно, находится в определенном отношении к нему, скажем $\overline{AC} = c\eta$. Итак, получаем

$$s^2 = a^2\xi^2 + 2ac\xi\eta + b^2\eta^2.$$

Здесь $a$, $b$, $c$ — фиксированные дробные числа. Общепринято обозначать три множителя этого уравнения несколько иным способом, именно

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + 2g_{12}\xi\eta + g_{22}\eta^2. \qquad (97)$$

Эту формулу можно назвать *обобщенной теоремой Пифагора* в гауссовых координатах.

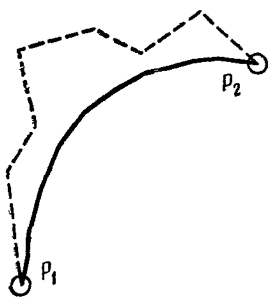
Три величины $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ могут служить так же, как две стороны и угол для определения расстояний и положений точек в пределах параллелограмма. Поэтому мы называем их *метрическими коэффициентами* и используем выражение *метрика поверхности* для величины $s^2$, определяемой формулой (97). Значения метрических коэффициентов изменяются от ячейки к ячейке, что следует либо отметить на карте, либо дать в форме математической функции от $x$, $y$ — гауссовых координат точки $O$. Если они известны для каждой ячейки, то с помощью формулы (97) можно вычислить истинное расстояние от начала координат до любой точки $P$, лежащей в любой ячейке, коль скоро гауссовы координаты $x$, $y$ точки $O$ известны.

Таким образом, метрические коэффициенты определяют всю геометрию поверхности.

Нам возразят, что это утверждение не может быть верным. Ведь сетка гауссовых координат была выбрана совершенно произвольно, и, таким образом, произвольность распространяется и на величины $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$. Это верно. Можно выбрать другую координатную сетку; мы получили бы расстояние между теми же точками $O$ и $P$ в виде выражения, структура которого аналогична формуле (97), но с другими множителями $g'_{11}$, $g'_{12}$, $g'_{22}$. Однако, вне всякого сомнения, существуют правила, позволяющие установить формулы преобразования, связывающие $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ с $g'_{11}$, $g'_{12}$, $g'_{22}$, похожие на те, с которыми мы уже познакомились выше.

Всякий действительный геометрический элемент на поверхности, очевидно, должен выражаться формулами, не изменяющимися при заменах гауссовых координат (т. е. инвариантными). Это превращает геометрию поверхности в теорию инвариантов весьма общего вида. Единственное требование к координатной сетке состоит в том, что она должна искривляться только плавно и покрывать всю поверхность без щелей, причем ни одна точка не должна оказаться покрытой дважды.

Итак, каковы же геометрические задачи, которые предстоит решить нашему землемеру после того, как он нашел метрику?



Фиг. 138. Сравнение геодезической линии с другой (произвольной) кривой.

На кривой поверхности существуют не прямые линии, а *наиболее прямые*; они же образуют и кратчайшие соединения между парами точек. Их математическое название — «геодезические линии»; математически они характеризуются следующим образом: делим произвольную линию на поверхности на малые измеримые отрезки длиной $s_1$, $s_2$, $s_3$, ...; тогда сумма

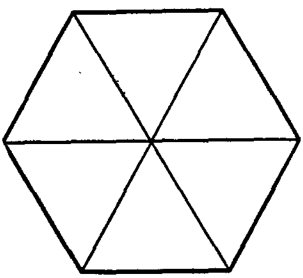
$$s_1 + s_2 + s_3 + \dots$$

вдоль геодезической, соединяющей точки $P_1$ и $P_2$, короче, чем вдоль любой другой линии, проходящей через эти точки (фиг. 138). Отрезки $s_1$, $s_2$,.. можно определить по обобщенной теореме Пифагора (97), если $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ известны.

На сферической поверхности, как известно, «наибольшие» окружности, лежащие на сфере, образуют кратчайшие расстояния. Эти окружности вырезаются плоскостями, проходящими через центр. На других поверхностях кратчайшие линии нередко представляют собой весьма сложные кривые; тем не менее в рамках этой поверхности они оказываются простейшими кривыми и образуют каркас геометрии этой поверхности точно так же, как прямые линии образуют каркас евклидовой геометрии на плоскости.

Геодезические определяются, конечно, инвариантными формулами. Они представляют действительные геометрические свойства поверхности. Все остальные инварианты можно вывести из этих основных инвариантов. Однако этот вопрос выходит за рамки нашего изложения.

Другое фундаментальное свойство поверхности — ее *кривизна*. Ее обычно определяют с помощью третьего пространственного измерения. Кривизна сферы, например, измеряется через ее радиус, именно как расстояние от точки на поверхности до центра сферы, который, разумеется, лежит вне самой сферической поверхности. Землемер в лесистой области, конечно, не смог бы использовать это определение кривизны. Он не может перемещаться в точки, лежащие вне поверхности, поэтому должен попытаться определить кривизну с помощью только своей измерительной рулетки. Гаусс доказал, что это действительно возможно. Идея его рассуждений состоит, попросту говоря, в следующем.



Фиг. 139. Шестиугольник для определения внутренней кривизны поверхности.

Землемер берет 12 проволочных спиц одинаковой длины и делает из них правильный шестиугольник, соединяя углы радиусами, как показано на фиг. 139. Согласно хорошо известной теореме элементарной геометрии, возможно собрать такую фигуру из 12 одинаковых спиц в одной плоскости так, что все они будут одновременно полностью растянуты. Это, пожалуй, весьма замечательное свойство: ведь когда 5 из 6 равносторонних треугольников уже соединены и растянуты, то последняя спица должна точно войти в оставшийся промежуток, и никакая подгонка ненужна. Мы еще в школе узнали, что спица подходит точно, но над тем, что заучено в школе, обычно мало задумываются в дальнейшем. Итак, совершенно поразительно, что в промежуток входит проволока в точности той же длины, что и другие стороны шестиугольника.

На самом деле этот прием «срабатывает» только на плоскости. Если попробовать проделать ту же самую операцию на искривленной поверхности, причем так, чтобы и центр, и все шесть вершин шестиугольника были на этой поверхности, то выяснится, что шестиугольник не смыкается. На вершинах холмов и в серединах долин спица оказывается слишком длинной, в переходных областях, идущих от одной низины к другой между двумя холмами (где поверхность имеет форму сёдла), — она слишком коротка. Читатель может сам убедиться в этом, взяв 12 проволочных спиц и несколько подушек.

Однако этот опыт наводит нас на идею о критерии, позволяющем определять кривизну, не покидая самой поверхности: в самом деле, если шестигранник полный, то поверхность плоская, если нет, то она искривлена. Мы не будем выводить меру кривизны. Сказанного достаточно, чтобы убедиться, что эту меру можно определить самым строгим образом. Она, очевидно, зависит от того, как изменяются от точки к точке метрические коэффициенты. Гаусс доказал, что *мера кривизны* может быть выражена с помощью величин $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ и является инвариантом поверхности, не зависящим от выбора гауссовой сетки.

Гауссова теория поверхностей представляет собой метод построения геометрии, к которому можно применить выражение *теория близкодействия* — термин, заимствованный из физики. Исходным моментом такого подхода служат не законы поверхности в большом масштабе, но дифференциальные свойства поверхности (свойства в малом): метрические коэффициенты и инварианты, образованные из них, и прежде всего мера кривизны. Форму поверхности и ее геометрические свойства в целом можно определить в этом случае последовательными вычислениями, механизм которых весьма сходен с процедурой решения дифференциальных уравнений в физике. Евклидова геометрия в отличие от гауссовой являет собой типичную теорию действия на расстоянии. Именно поэтому новая физика, построенная исключительно на понятиях близкодействия, на представлении о поле, нашла евклидову схему недостаточной и вынуждена была выбрать новые пути в духе Гаусса.

## § 5. ДВУМЕРНЫЙ КОНТИНУУМ

Пусть наш землемер пытается с помощью проволочного шестиугольника определить кривизну участка. Пусть он при этом не обращает внимания на тот факт, что в лесу имеется прогалина как раз в том месте, где расположен центр его шестиугольника, так что концы встречающихся в этом месте спиц освещает солнце. Эти спицы немного удлинятся из-за нагревания. Поэтому шесть радиальных спиц окажутся длиннее, чем шесть боковых, и, таким образом, длина последней боковой спицы окажется недостаточной. Если на самом деле участок плоский, то землемер со своей точки зрения решит, что он находится на вершине холма или на дне долины. Если же он сообразит, в чем дело, то повторит измерение с проволоками из другого материала. Под действием солнечных лучей эти спицы будут вытягиваться немного больше или немного меньше, чем предыдущие. Это и поможет землемеру заметить ошибку, а затем выправить ее.

Но предположим теперь, что удлинение, вызванное нагреванием, одинаково у всех материалов, из которых можно изготовить спицы. Тогда ошибку не удастся обнаружить вообще. Степи будут считаться горами, а некоторые из гор станут степями. Или представим себе, что на длины всех линеек и спиц действуют какие-то неизвестные нам силы, причем всегда в одной и той же степени. В этом случае геометрия, которую установил бы землемер с помощью своей измерительной рулетки и проволочных шестиугольников, оказалась бы совершенно отличной от истинной геометрии поверхности. Однако, до тех пор пока землемер располагал бы только своими измерениями на поверхности и не имел бы возможности пользоваться третьим измерением, он был бы твердо убежден, что определяет правильную геометрию поверхности.

Эти рассуждения убеждают нас в том, что понятие «геометрия на поверхности», или, говоря словами Гаусса, «geometria intrinsica» [1]), не имеет ничего общего с той формой этой поверхности, какой ее видит наблюдатель, располагающий возможностью пользоваться третьим измерением в пространстве. Как только с помощью измерительной рулетки задана единица длины и определены гауссова сетка и метрика, геометрия на поверхности оказывается полностью заданной *относительно* этой системы независимо от того, какие перемены происходят фактически с мерами в течение процесса измерения. Перемены как бы не существуют для существа, ограниченного самой поверхностью, до тех пор, пока их действие на все вещества носит совершенно одинаковый характер. Следовательно, такое существо будет обнаруживать кривизну там, где в действительности никакой кривизны нет, и наоборот. Но это самое «в действительности» становится бессмысленным, когда речь идет только о «поверхностных» существах; ведь они не могут иметь представления о третьем измерении, подобно тому как мы — люди — не можем представить четвертое измерение в пространстве. Поэтому, с точки зрения таких существ, бессмысленно описывать их мир как «поверхность, лежащую в трехмерном

---

[1]) Внутренняя геометрия (*лат.*) — *Прим. перев.*

пространстве»; они живут скорее в «двумерном континууме». Этот континуум имеет определенную геометрию, определенные кратчайшие, или геодезические, линии, а также определенную «меру кривизны» в каждой точке. Но поверхностные существа ни в коем случае не станут ассоциировать это представление с предыдущей фразой, как мы понимаем ее с позиций нашего интуитивного представления о кривизне поверхности; они будут понимать ее только как свидетельство того, что проволочный шестиугольник остается более или менее несомкнувшимся или перекрывшимся, и только.

Если читателю удастся представить себе чувства такого поверхностного существа и представить себе мир с его точки зрения, то следующий этап абстрагирования не составит для него затруднений.

Итак, в точности то же самое, что происходит с поверхностным существом, может случиться с нами, человеческими существами, в нашем трехмерном мире. Вполне возможно, что этот мир лежит в четырехмерном пространстве совершенно так же, как поверхность лежит в нашем трехмерном пространстве; неизвестные нам силы могут изменять все длины в определенных областях пространства так, что мы никогда не сможем наблюдать эти изменения непосредственно. Но тогда могло бы случиться, что пространственный многогранник, построенный по принципам шестиугольника и обязанный, согласно обычной геометрии, смыкаться, обнаружил бы небольшую щель.

Наблюдали ли мы когда-нибудь что-либо подобное? С самых древних времен евклидова геометрия всегда считалась точной наукой. Ее теоремы были объявлены критической философией Канта (1781 г.) первично истинными и тем самым — вечными истинами. Однако величайшие из математиков и физиков, и прежде всего Гаусс, Риман и Гельмгольц, никогда не разделяли этого общего убеждения. Гаусс однажды даже предпринял весьма обширную геодезическую экспедицию с целью проверки теорем евклидовой геометрии, именно проверки того, что сумма углов треугольника равна двум прямым (180°). Он обмерил треугольник между тремя горами — Брокеном, Высоким Хагеном и Инзельбергом. В результате оказалось, что сумма углов имеет правильную величину в пределах ошибок измерения.

За это предприятие Гаусс подвергся атакам философов. Утверждалось прежде всего, что даже если бы он обнаружил какие-либо отклонения, то это означало бы самое большее, что световые лучи между телескопами оказались отклоненными вследствие каких-то, возможно неизвестных, физических причин, но никоим образом не опровергало евклидову геометрию.

Но Эйнштейн утверждает, как мы уже упоминали (стр. 309), что геометрия реальной Вселенной в действительности неевклидова, и подтверждает это конкретными примерами. Чтобы уяснить себе соотношение между этой доктриной и предыдущими исследованиями, посвященными основам геометрии, мы должны кратко рассмотреть некоторые фундаментальные проблемы, лежащие на границе между наукой и философией.

## § 6. МАТЕМАТИКА И РЕАЛЬНОСТЬ

Вопрос состоит в следующем: что вообще является объектом геометрических представлений? Геометрия, бесспорно, берет свое начало в искусстве землемера измерять площади, т. е. в чисто эмпирической доктрине. Древние обнаружили, что геометрические теоремы можно доказывать дедуктивным методом, принимая на веру лишь небольшое количество принципов и аксиом, а затем выводя из них чисто логическим путем всю систему остающихся теорем. Это открытие произвело мощный эффект. Геометрия стала образцом для всякой дедуктивной науки, а одной из целей требовательных мыслителей стало умение доказать что-нибудь *«более геометрически»*. Итак, что представляют собой объекты, с которыми имеет дело наука «геометрия»? Философы и математики обсуждали этот вопрос со всех точек зрения и дали довольно большое число ответов. Достоверность и неопровержимая точность геометрических теорем были признаны полностью. Оставалась единственная нерешенная проблема: как приходить к таким абсолютно достоверным теоремам и что представляют собой те вещи, о которых говорят эти теоремы.

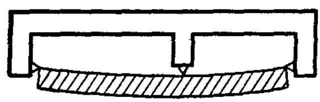
Вне всякого сомнения верно, что если кто-то признает геометрические аксиомы правильными, то он вынужден также признать и правильность всех остальных теорем геометрии, ибо цепь доказательств оказывается исчерпывающе полной для каждого, кто в принципе мыслит логически. Благодаря этому проблема сужается до вопроса о происхождении аксиом. Аксиомы представляют собой небольшое число утверждений относительно точек, прямых линий, плоскостей и других подобных понятий; эти утверждения обязаны строго выполняться. По этой причине, в отличие от большинства положений науки и обычной жизни, они не могут брать начало в опыте; ведь опыт всегда дает лишь приближенно верные или более или менее вероятные результаты. Таким образом, мы должны искать другие источники знаний, которые позволили бы гарантировать абсолютную достоверность этих теорем. Согласно Канту (1781 г.), время и пространство — это формы интуиции, данные нам априорно, предшествующие всякому опыту и, безусловно, предопределяющие возможность самого опыта. Согласно этой точке зрения, объекты геометрии должны представлять собой заранее разработанные формы *чистой* интуиции, составляющие базу суждений, которые мы выводим относительно реальных объектов с помощью *эмпирической* интуиции (прямого восприятия). Так, утверждение «край этой линейки прямой» вытекает из сравнения непосредственно наблюдаемого края с рожденным чистой интуицией представлением о прямой линии, причем этот процесс, конечно, не осознается. Таким образом, объектом геометрической науки должна была бы оказаться прямая линия, заданная чистой интуицией, т. е. не логическое понятие, не физический объект, но некий третий вид представления, природу которого можно вызвать к жизни, лишь сосредоточив внимание на опыте, связанном с интуитивным представлением о «прямом».

Мы не собираемся выносить приговор этой доктрине или другим подобным философским теориям. Они занимаются прежде всего субъективным ощущением пространства, а это лежит далеко за рамками нашей книги. Мы здесь имеем дело с пространством и временем физики, т. е. науки, которая сознательно и все более явственно отказывается от интуиции как источника знаний и требует более точных критериев.

Итак, мы должны воспринимать как факт, что физик никогда не высказал бы утверждения «край этой линейки прямой», исходя лишь из чистой интуиции. Ему совершенно безразлично, существует ли вообще такая вещь, как чистая форма интуитивного представления о прямой линии, с которой можно было бы сравнивать край линейки. Скорее наоборот, он проделал бы определенные *эксперименты* по проверке этой прямизны точно так же, как он подверг бы проверке опытом всякое другое утверждение относительно объектов. Например, он посмотрел бы вдоль края линейки, т. е. проверил бы, действительно ли луч света, который касается начальной и конечной точек края, касается и всех остальных его точек (фиг. 140). Или стал бы поворачивать линейку относительно конечных точек края, подставив карандаш так, чтобы его острие касалось какой-нибудь произвольной промежуточной точки края. Если этот контакт не нарушился бы в результате вращения, то край можно было бы считать прямым (фиг. 141).

Но если эти операции, первичные по отношению к интуиции постольку, поскольку они объективны (т. е. могут быть проверены кем угодно), подвергнуть критическому анализу, то мы увидим, что и они не позволяют особенно продвинуться в вопросе об абсолютной прямизне. В первом способе, очевидно, заведомо предполагается, что луч света распространяется по прямой. А как доказать, что это верно? Во втором способе предполагается, что точки, относительно которых поворачивается линейка, и точка, фиксированная острием карандаша, связаны между собой жестко и линейка тоже жесткая. Пусть, например, мы хотим проверить прямизну стержня с круглым сечением, который лежит в горизонтальном положении и слегка изгибается под собственной тяжестью; этот изгиб остался бы неизменным при повороте и, таким образом, метод контакта с острием карандаша обнаружил бы прямизну там, где в действительности имеется искривление. Бесполезно возражать, что эти источники ошибок существуют в каждом физическом измерении и опытный экспериментатор умеет их избегать. Сейчас наша цель — доказать, что прямизну или всякое другое геометрическое свойство невозможно подтвердить прямыми эмпирическими методами, и они имеют смысл лишь относительно определенных геометрических свойств прибора, используемого при


Фиг. 140. Проверка прямизны ребра линейки с помощью светового луча.



Фиг. 141. Проверка прямизны ребра линейки путем вращения.

измерении (прямизны луча света, жесткости частей прибора). Если ограничиться лишь действительно выполняемыми операциями, отбросив все дополнительные привнесения мысли, памяти или заведомых знаний, то не останется ничего, кроме обнаружения того факта, что если луч света касается двух крайних точек линейки, то он касается и той или иной другой точки края, или что если две точки линейки совпадают с двумя точками тела, то совпадение имеется в той или иной третьей точке. Таким образом, действительно доказываются лишь совпадения в пространстве или, скорее, в пространстве-времени — совпадение двух заранее выбранных материальных точек в один и тот же момент времени в одной и той же точке пространства. Все остальное — домысел, даже такое простое утверждение, что прямизна линейки может быть определена подобного рода опытами по совпадению.

Критический анализ точной науки учит нас, что все наши наблюдения сводятся, в конце концов, к таким совпадениям. Каждое измерение утверждает, что указатель, или выделенная точка, совпадает с тем или иным делением линейки одновременно с совпадением стрелок часов с какими-то делениями их циферблата. Независимо от того, касается ли измерение длин, времен, сил, масс, электрических токов, химического сродства или чего бы то ни было еще, фактическое содержание наблюдений состоит лишь из пространственно-временных совпадений. На языке Минковского, это — мировые точки, выделенные в пространственно-временном многообразии пересечением в них мировых линий материи. Физика представляет собой доктрину о взаимосвязи между такими выделенными мировыми точками.

Математическая теория представляет собой логическое оформление этих соотношений. Какой бы сложной она ни была, ее конечной целью всегда остается представление действительно наблюдаемых совпадений как логических следствий определенных фундаментальных предположений и принципов. Некоторые из утверждений относительно совпадений приобрели форму геометрических теорем. Геометрия как доктрина, применимая к реальному миру, не может занимать никакого преимущественного положения над другими областями физической науки. Геометрические понятия точно таким же образом зависят от действительного поведения естественных объектов, как и понятия других областей физики. Мы не можем поставить геометрию в особое положение.

Тот факт, что евклидова геометрия до какого-то времени ставилась выше физики, был вызван лишь тем обстоятельством, что существуют световые лучи, ведущие себя с высокой степенью точности как прямые линии принципиальной схемы евклидовой геометрии, и что существуют приближенно жесткие тела, удовлетворяющие с большой точностью евклидовым аксиомам конгруентности. Утверждение о том, что геометрия точно справедлива, не может претендовать на какой-либо смысл с физической точки зрения.

Таким образом, объекты геометрии, фактически применяемые к миру вещей, есть сами эти вещи, рассматриваемые с определенной точки зрения. Прямая линия, по определению, есть луч света или инерциальная траектория, или общее множество точек тела, рассматриваемого как жесткое, которые не смещаются при повороте тела относительно двух фиксированных точек, или какое-либо другое физическое нечто. Имеет или не имеет определенная таким образом прямая линия те свойства, которые ей приписывает геометрия Евклида, можно установить лишь из опыта. Примером такого свойства евклидовой геометрии может служить теорема о сумме углов треугольника, эмпирическую проверку которой осуществил Гаусс. Мы должны признать, что такие эксперименты глубоко оправданы. Другое характерное свойство двумерной геометрии было дано нами как автоматическое смыкание проволочного шестиугольника (стр. 317). Только опыт может убедить нас, действительно ли располагают требуемыми свойствами конкретные физические объекты, выбранные в качестве образцов прямой линии, единицы длины и т. д., или нет. В первом случае евклидова геометрия применима на базе этих определений, во втором — нет.

Так вот, Эйнштейн утверждает, что все предыдущие определения фундаментальных свойств пространственно-временно́го континуума с помощью жестких измерительных линеек, часов, лучей света или инерциальных траекторий, несомненно, подчиняются законам евклидовой геометрии или соответственно законам мира Минковского в малых ограниченных областях, но не в больших. Это не было обнаружено раньше лишь вследствие малости отклонений. Возникает вопрос, как вести себя в новой ситуации. Очевидно, существуют два пути: либо отказаться определять прямую линию с помощью луча света, длину с помощью жесткой линейки и т. д. и искать другие реализации фундаментальных понятий евклидовой геометрии, чтобы сохранить евклидову систему, выражающую логические соотношения между этими понятиями, либо отказаться от самой евклидовой геометрии и направить усилия на установление более общей доктрины пространства.

Всякому не чуждому науке человеку ясно, что первый путь едва ли заслуживает серьезного размышления. Тем не менее нельзя доказать, что такой план невозможно осуществить. В таких вопросах решает не логика, а научный опыт и такт. Не существует логического пути от факта к теории. Здесь источником творческих достижений, как и везде, являются одновременно и сила воображения, и интуиция, и фантазия, а критерием правильности служит способность предсказывать явления, которые еще не исследованы или не открыты. Пусть читатель всерьез попробует представить себе, что луч света в пустом космическом пространстве не «самая прямая» из существующих линий, и затем выведет все следствия этой гипотезы. Тогда он поймет, почему Эйнштейн выбрал другой путь.

Поскольку евклидова геометрия потерпела провал, Эйнштейн мог обратиться к какой-нибудь другой, конкретной неевклидовой геометрии. Известны системы такого рода, разработанные Лобачевским (1829 г.), Больяи (1832 г.), Риманом (1854 г.), Гельмгольцем (1866 г.) и др.; эти системы были построены главным образом с целью выяснить, являются ли определенные аксиомы Евклида логически необходимыми следствиями других аксиом и не возникнет ли логических противоречий, если их заменить другими. Если бы мы выбрали какую-нибудь одну неевклидову геометрию такого рода для описания физического мира, это попросту была бы замена одной беды на другую. Эйнштейн вернулся к самим физическим явлениям, именно к понятиям пространственно-временно́го совпадения или события, определяемого мировой точкой.

## § 7. МЕТРИКА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННО́ГО КОНТИНУУМА

Полное множество выделенных мировых точек есть то, что действительно доступно достоверному подтверждению. Сам по себе четырехмерный пространственно-временно́й континуум лишен структуры. Определенная геометрия с конкретной метрикой на пространственно-временно́м континууме задается взаимным расположением мировых точек, установленным с помощью эксперимента. Таким образом, в реальном мире мы сталкиваемся с тем же положением, с которым встретились, рассматривая геометрию на поверхности. Поэтому и математический подход следует тем же самым приемам.

Прежде всего зададимся в четырехмерном мире гауссовыми координатами — сеткой как-то заданных мировых точек. Пространство рассматривается как заполненное материей, находящейся в произвольном движении; она может деформироваться любым образом, но должна сохранять свою непрерывную связность. Как выразился Эйнштейн, она напоминает своеобразный «моллюск». В этом пространстве мы проводим три семейства пересекающихся линий, перенумеровав их, и помечаем эти семейства символами $x$, $y$, $z$. В углах ячеек получающейся пространственной сетки мы помещаем часы, идущие с произвольной скоростью, но размещенные так, что разность показаний $t$ двух соседних часов мала. Таким образом, целое представляет собой нежесткую систему отсчета —«моллюск отсчета». В четырехмерном мире мы получаем, следовательно, систему гауссовых координат, состоящую из сетки четырех перенумерованных семейств поверхностей $x$, $y$, $z$, $t$.

Все движущиеся жесткие системы отсчета представляют собой, конечно, частные формы этих общих, способных деформироваться систем. Но с нашей принципиальной точки зрения бессмысленно вводить жесткость как нечто заведомо данное. Разделение пространства и времени также произвольно. Действительно, поскольку скорости часов можно считать произвольными, но непрерывно меняющимися, пространство и полное множество всех «одновременных» мировых точек не есть физическая реальность. Если гауссовы координаты выбрать иным способом, одновременными станут другие мировые точки.

Но то, что не меняется при переходе от одной системы гауссовых координат к другой, — это точки пересечения реальных мировых линий, меченые мировые точки, пространственно-временны́е совпадения. Все действительно доказуемые факты физики представляют собой качественные соотношения между положениями этих мировых точек и, таким образом, остаются неизменными при заменах гауссовых координат.

Такого рода преобразования гауссовых координат пространственно-временно́го континуума состоят в переходе от одной системы отсчета к другой, которая также произвольно деформирована и находится в движении. Постулат о том, что мы пользуемся лишь действительно доказуемыми законами природы, имеет следствием, что эти законы инвариантны относительно *произвольных преобразований гауссовых координат от* $x, y, z, t$ к $x', y', z', t'$. Этот постулат, очевидно, содержит в себе общий принцип относительности, ибо в число преобразований $x$, $y$, $z$, $t$ входят и все те, которые определяют переход от одной системы отсчета к другой, движущейся произвольно. Формально, однако, он шире принципа относительности, поскольку включает также произвольные деформации пространственных и временны́х единиц отсчета.

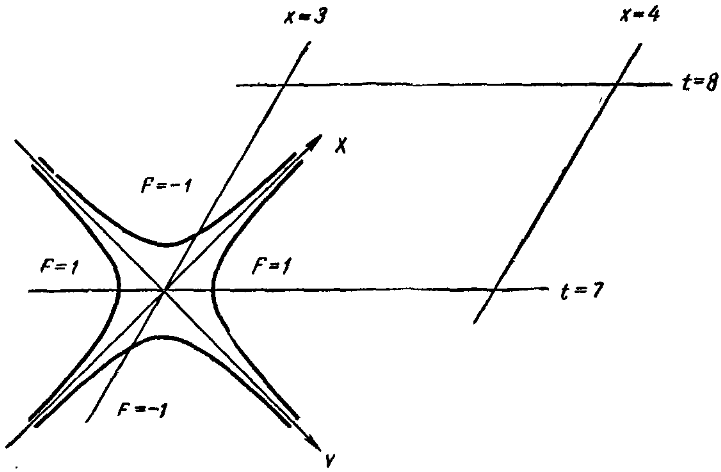
На этом пути мы достигаем надежного обоснования общего подхода к пространственно-временно́му континууму с релятивистских позиций. Следующим шагом должно быть установление взаимосвязи этого математического метода со сделанными ранее физическими заключениями, кульминационным моментом которых было установление принципа эквивалентности.

Мы теперь находимся в том же положении по отношению к четырехмерному миру, в котором был землемер в лесу после того, как разметил свою координатную сетку, но еще не начал обмерять ее с помощью измерительной рулетки. Наша задача — выбрать четырехмерную измерительную рулетку.

Такой выбор предоставляет нам *принцип эквивалентности.* Мы уже знаем, что с помощью соответствующего выбора системы отсчета можно с уверенностью обеспечить отсутствие гравитационного поля в любой достаточно малой области мира. Существует бесконечное число таких систем отсчета. Они движутся прямолинейно и равномерно относительно друг друга, и в них справедливы законы специальной теории относительности. Поведение линеек и часов определяется преобразованиями Лоренца; прямые мировые линии олицетворяются световыми лучами и траекториями инерциального движения (см. стр. 230 и 233). В пределах этой малой области мира величина

$$F = s^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - c^2\tau^2$$

— инвариант, имеющий прямой физический смысл. Действительно, если линия, соединяющая начало $O$ (оно, как предполагается, находится внутри малой области) с мировой точкой $P$ $(\xi, \eta, \zeta, \tau)$, есть пространственно-подобная мировая линия, то $s$ представляет собой расстояние $\overline{OP}$ в той системе отсчета, в которой точки $O$ и $P$ одновременны. Но если мировая линия $\overline{OP}$ временно-подобная, то $s = ic\tau$, где $\tau$ — интервал времени, прошедший между событиями $O$ и $P$ в той системе координат, в которой эти события произошли в одной и той же точке пространства. Раньше мы назвали $s$ четырехмерным расстоянием (гл. VI, § 10, стр. 299). Оно доступно прямому измерению с помощью измерительных линеек и часов, и, таким образом, если ввести мнимую координату $\varphi = ic\tau$, это расстояние формально




Фиг. 142. Метрика в окрестности мировой точки $x = 3$, $t = 7$.

носит тот же характер, что и евклидово расстояние в четырехмерном пространстве:

$$s = \sqrt{F} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 + \varphi^2}.$$

Тот факт, что специальная теория относительности применима в малых областях пространства-времени, точно соответствует факту применимости евклидовой геометрии в достаточно малых областях искривленной поверхности. Но ни теоремы евклидовой геометрии, ни законы специальной теории относительности *не обязаны* выполняться в больших областях. Здесь не обязаны существовать прямые линии вообще, но лишь самые прямые или геодезические линии.

Дальнейшее рассмотрение четырехмерного мира идет параллельно теории поверхностей. Сначала следует обмерить ячейки любой сетки гауссовых координат с помощью четырехмерного расстояния $s$. Мы изобразили этот процесс в двумерной $xt$-плоскости (фиг. 142). Пусть ячейка координатной сетки ограничена линиями $x = 3$, $x = 4$ и $t = 7$, $t = 8$ (ср. с фиг. 137, стр. 314). Лучи света, распространяющиеся из узла $x = 3$, $t = 7$, соответствуют двум пересекающимся мировым линиям, которые в пределах малой области можно представить как прямые. Гиперболические калибровочные кривые $F = \pm 1$ заключены между этими световыми линиями. Они соответствуют окружности, которая в обычной геометрии проходит через все точки, удаленные от начала на одно и то же расстояние, равное 1.

Использование формулы (97) из теории поверхностей приводит к выражению

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + 2g_{12}\xi\varphi + g_{22}\varphi^2$$

для инварианта $s$, где $\xi$ и $\varphi = ic\tau$ — гауссовы координаты произвольной точки $P$, лежащей внутри рассматриваемой ячейки. Подставляя сюда $\varphi = ic\tau$, мы находим

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + 2icg_{12}\xi\tau - c^2g_{22}\tau^2,$$

или, если изменить обозначения (записывая $g_{12}$ вместо $icg_{12}$ и $g_{22}$ вместо $-c^2g_{22}$):

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + 2g_{12}\xi\tau + g_{22}\tau^2.$$

Величины $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$ называются метрическими коэффициентами и имеют прямую физическую интерпретацию. Так, например, при $\tau = 0$ $s = \sqrt{g_{11}}\,\xi$, т. е. $\sqrt{g_{11}}$ определяет истинную длину пространственного ребра ячейки в той системе отсчета, в которой ячейка покоится.

В четырехмерном мире инвариантное расстояние $s$ между двумя соседними точками, относительные гауссовы координаты которых есть $\xi$, $\eta$, $\zeta$, $\tau$, определяется выражением вида

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + g_{22}\eta^2 + g_{33}\zeta^2 + g_{44}\tau^2 + \\ + 2g_{12}\xi\eta + 2g_{13}\xi\zeta + 2g_{14}\xi\tau + 2g_{23}\eta\zeta + 2g_{24}\eta\tau + 2g_{34}\zeta\tau. \quad (98)$$

Эту формулу можно назвать *обобщенной теоремой Пифагора в четырехмерном мире.*

Метрические коэффициенты $g_{11}, \ldots, g_{34}$ будут иметь различные значения от ячейки к ячейке координатной сетки; это означает, что они зависят от координат и от момента времени $x$, $y$, $z$, $t$, определяющих точку $O$. Более того, они будут иметь другие значения и при другом выборе гауссовых координат, причем новые значения будут связаны со старыми посредством определенных формул преобразования.

## § 8. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ НОВОЙ МЕХАНИКИ

Согласно общему принципу относительности, законы природы описываются выражениями, инвариантными относительно произвольных преобразований гауссовых координат точно так же, как геометрические свойства поверхности инвариантны относительно произвольных преобразований криволинейных координат. Каркасом теории поверхностей служили геодезические линии. Совершенно аналогично в четырехмерном мире строятся геодезические линии (т. е. линии, вдоль которых расстояние между двумя мировыми точками оказывается наикратчайшим); в этом процессе расстояние между двумя соседними точками определяется инвариантом $s$.

Но что представляют собой геодезические линии? В тех областях, которые свободны от гравитационных полей, и при подходящем выборе системы отсчета они, очевидно, являются прямыми линиями относительно этой системы. Но мировые линии бывают либо пространственно-подобными ($s^2 > 0$), либо временно-подобными ($s^2 < 0$), либо световыми линиями ($s = 0$). Если ввести другую систему гауссовых координат, те же самые мировые линии окажутся искривленными, оставаясь при этом, разумеется, геодезическими.

Отсюда следует, что геодезические линии должны точно соответствовать тем физическим явлениям, которые в обычной геометрии и механике представляются прямыми линиями, именно лучам света и движениям под действием инерции. Таким образом, мы нашли искомую формулировку *обобщенного закона инерции*, в котором явления инерции и гравитации объединяются в одном выражении.

Если метрические коэффициенты $g_{11}, \ldots, g_{34}$ относительно произвольной гауссовой системы координат известны для каждой точки сетки, то геодезические линии можно получить просто с помощью вычислений. А если относительно рассматриваемой системы координат в некоторой области отсутствует гравитационное поле, то

$$\begin{gathered} g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1, \quad g_{44} = -c^2, \\ g_{12} = g_{13} = g_{14} = g_{23} = g_{24} = g_{34} = 0, \end{gathered} \tag{99}$$

так как в этом случае общее выражение для расстояния (98) должно сводиться к $s^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - c^2\tau^2$. Отклонение величин $g$ от значений (99) определяет, следовательно, то состояние, которое в обычной механике мы называем гравитационным полем; когда такие отклонения имеют место, инерциальные движения становятся неравномерными и непрямолинейными — механика Ньютона считала причиной этого ньютонову силу тяготения. Десять величин $g$, таким образом, осуществляют двойную функцию: 1) они определяют метрику, единицы длины и времени; 2) они представляют гравитационное поле обычной механики. *Метрическое поле* и *гравитационное поле* — различные аспекты одной и той же сути; оба представляются десятью величинами $g$.

Итак, теория Эйнштейна представляет собой воссоединение геометрии и ифизичи, синтез законов Пифагора и Ньютона. Она достигла этого путем критического разбора понятий пространства и времени в сопоставлении со старым и надежно установленным экспериментами выводом о том, что гравитационное ускорение не зависит от массы движущегося тела.

Но новая формулировка закона инерции — это лишь первый шаг теории. Мы усмотрели в величинах $g$ средство, позволяющее математически описать геометро-механическое состояние мира относительно произвольной системы гауссовых координат. Это проливает свет на основную проблему теории. Она заключается в следующем.

Необходимо установить законы, согласно которым метрическое поле (величины $g$) может быть определено в любой точке пространственно-временно́го континуума относительно произвольной системы гауссовых координат.

Об этих законах нам известно пока следующее:

1. Они должны быть инвариантны относительно произвольных изменений гауссовых координат.

2. Они должны полностью определяться распределением материальных тел.

К этому следует добавить формальное условие, перешедшее к Эйнштейну из обычной ньютоновой теории гравитации. Когда мы представляем ньютонову механику в форме теории близкодействия с помощью дифференциальных уравнений, они подобно всем законам поля в физике оказываются уравнениями второго порядка. Отсюда напрашивается постулат, что новые законы гравитации, представляющие собой дифференциальные уравнения относительно величин $g$, также должны быть не выше второго порядка.

Из этих постулатов Эйнштейн успешно вывел уравнения для метрики, или для гравитационного поля. Гильберт, Клейн, Вейль, Эддингтон и другие математики объединили свои усилия в тщательном исследовании и освещении формальной структуры эйнштейновских формул. Мы не можем привести здесь эти законы и выводы, на которых они основываются, ибо это невозможно без применения высшей математики. Удовлетворимся лишь некоторыми указаниями.

Из теории поверхностей известно, что кривизна есть инвариант относительно произвольной замены гауссовых координат и что ее можно определить с помощью измерений на поверхности (способ проволочного шестиугольника). Более того, кривизна описывается дифференциальным выражением второго порядка.

Совершенно аналогичным способом можно установить инварианты четырехмерного мира, оказывающиеся прямым обобщением инварианта кривизны из теории поверхностей. Эту операцию можно представить себе следующим образом: рассмотрим все геодезические мировые линии, которые в точке $P$ касаются двумерной поверхности, лежащей в четырехмерном мире. Эти геодезические линии сами по себе образуют каркас другой поверхности, которую можно назвать геодезической поверхностью. Так вот, если на этой поверхности построить шестиугольник так, чтобы его стороны и радиусы были одной и той же четырехмерной длины, то он в общем случае не сомкнется; тогда геодезическую поверхность нужно считать искривленной. Если взять другую геодезическую поверхность, касающуюся точки $P$, иначе ориентированную в четырехмерном пространстве (касающуюся другой поверхности), кривизна окажется иной. Общее множество всех кривизн геодезических поверхностей, проходящих через данную точку, образует ряд независимых инвариантов. Если они равны нулю, то геодезические поверхности таковы, что в правильно выбранной системе гауссовых координат они будут плоскими. Тогда четырехмерное пространство евклидово. Отклонения инвариантов от нулевого значения, таким образом, определяют гравитационные поля и должны зависеть от распределения материальных тел. Но, согласно специальной теории относительности [гл. VI, § 8, формула (83), стр. 273], масса тела равна энергии, деленной на квадрат скорости света. Распределение материи, следовательно, определяется какими-то инвариантами, зависящими от энергии и импульса. Инварианты кривизны и полагаются пропорциональными этим инвариантам. Коэффициент пропорциональности соответствует гравитационной постоянной (гл. III, § 3, стр. 68) теории Ньютона. Определенные таким образом формулы представляют собой уравнения метрического поля. Когда пространственно-временные распределения энергии и импульса заданы, можно вычислить величины $g$; они же в свою очередь определяют движение материальных тел и распределение энергии этих тел. Вместе это образует чрезвычайно сложную систему дифференциальных уравнений. Но математическая сложность с лихвой окупается колоссальными идейными преимуществами, заключающимися в общей инвариантности системы, ибо эта инвариантность олицетворяет полную относительность всех событий. Абсолютное пространство, наконец, оказывается изгнанным из законов физики.

В терминологии теории существует одна черточка, которая чрезвычайно беспокоит нематематиков. Мы привыкли называть все инварианты трехмерного пространства, аналогичные поверхностной кривизне (или даже инварианты четырехмерного пространства), *мерами кривизны*. О пространственно-временных областях, в которых они отличаются от нуля, мы говорим, что они «искривлены». Человека, неискушенного в математическом языке, обычно это возмущает. Он говорит, что можно понять, как искривляется *что-то в пространстве*, но представить себе искривленным *само пространство* — чистая бессмыслица. Но ведь никто и не требует, чтобы это можно было представлять; можно представить себе невидимый свет и неслышимые звуки? Если уже признать, что наши чувства подводят нас в таких вещах и что методы физики позволяют идти дальше, то мы должны решиться предоставить это право и учению о пространстве и времени. Ведь интуиция может охватить лишь то, что возникает в результате мыслительного процесса как объединенное действие физических, физиологических и психологических явлений и, таким образом, фактически определяется этим процессом. Физика, конечно, не отрицает, что фактическое восприятие можно интерпретировать с довольно высокой точностью, опираясь на классические законы Евклида. Отклонения, предсказываемые теорией Эйнштейна, столь малы, что лишь исключительная точность измерений, достигнутая современной физикой и астрономией, позволяет их обнаружить. Так или иначе, они перед нами, и если сумма опытных данных ведет к выводу, что пространственно-временно́й континуум — неевклидов, или «искривлен», то интуиция должна уступить суждению, опирающемуся на единый вывод из всех наших знаний.

## § 9. МЕХАНИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ И ИХ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ

Первая задача новой физики — показать, что классическая механика и физика верны с весьма высокой степенью точности: ведь в противном случае было бы невозможно понять, как случилось, что в течение двух столетий неустанных и тщательных исследований все удовлетворялись классическими представлениями. Тогда следующая задача — обнаружить те предсказываемые новой теорией отклонения, которые допускают экспериментальную проверку.

Как случилось, что классическая механика вполне удовлетворяет потребностям описания всех земных явлений и почти всех явлений, сопровождающих движение в космосе? Например, какие представления должны стать на место понятий абсолютного пространства и абсолютного времени, без которых, согласно ньютоновским принципам, даже простейшие факты, вроде поведения маятника Фуко и инерциальных и центробежных сил, невозможно объяснить?

В принципе мы уже ответили на эти вопросы в начале нашего обсуждения общей теории относительности. Там (гл. VII, § 1, стр. 301) мы согласились принять за основу релятивистской динамики напрашивающееся первым предположение, что удаленные массы как реальная причина должны заменить то, что раньше играло роль фиктивной причины физических явлений — абсолютное пространство. Космос как целое, полный множества звезд, создает в каждой точке в каждый момент времени определенную метрику, или гравитационное поле. Как происходит этот процесс в большом масштабе, можно выяснить, исходя лишь из соображений космологического типа, подобных тем, что мы кратко обсудим несколько позже (гл. VII, § 12, стр. 351). Однако в малом масштабе метрическое поле должно быть «евклидовым», если система отсчета выбрана соответствующим образом; это означает, что инерциальные траектории и траектории лучей света должны быть прямыми мировыми линиями. Но по сравнению с космосом даже размеры нашей солнечной системы малы, следовательно, при соответствующем выборе системы координат в ней должны быть справедливы ньютоновские законы, если не считать местных отклонений, вызываемых Солнцем и массами планет. Эти отклонения соответствуют притяжениям ньютоновской теории.

Астрономия учит нас, что такая система отсчета, в которой действие масс всех неподвижных звезд в пределах нашей солнечной системы ведет к евклидовой метрике, находится в состоянии покоя (или в состоянии равномерного прямолинейного инерциального движения) относительно полного множества космических масс и что неподвижные звезды создают лишь чрезвычайно малые и нерегулярные силы, которые в среднем взаимно компенсируют друг друга. *Объяснение* этого астрономического факта можно дать, лишь применяя принципы новой динамики ко всему космосу, о чем мы несколько полнее скажем в заключительном параграфе. Сейчас же мы займемся механикой и физикой в области, ограниченной одной планетной системой. В пределах такой области все результаты ньютоновской механики остаются почти неизменными. Однако мы не должны забывать, что плоскость колебаний маятника Фуко остается неподвижной не относительно абсолютного пространства, но относительно системы удаленных масс, т. е. что центробежные силы обусловлены не абсолютными вращениями, а вращениями относительно удаленных масс.

Далее, мы имеем полное право относить все законы физики не к обычной системе координат, в которой метрическое поле евклидово, а гравитационное поле в обычном смысле не существует (за исключением локальных полей Солнца и планет), но к системе, движущейся и деформирующейся любым произвольным образом; лишь в этом случае сразу возникают гравитационные поля, а геометрия теряет евклидов характер. Общий вид физических законов остается одним и тем же, за исключением значений $g_{11}$, $g_{22}$, $\ldots$, $g_{34}$, которые определяют метрическое поле или гравитационное поле и различны в каждой системе отсчета. Лишь эта инвариантность законов заключает в себе различия между новой и старой динамикой; в последней мы также могли пользоваться системами отсчета, движущимися произвольно (или деформирующимися), но при этом физические законы не сохраняли своего вида. В ней существовали скорее «простейшие» формы физических законов, именно ньютоновы законы, которые относились к определенным системам координат, покоящимся в абсолютном пространстве. В общей теории относительности не существует таких простейших, или «нормальных», форм законов; самое большее — численные значения величин $g_{11}, \ldots, g_{34}$, входящих во все физические законы, могли бы быть особенно простыми в пределах ограниченных областей пространства или лишь немного отличаться от таких простейших значений.

Таким образом, обычные геометрические или механические формулы справедливы в системе отсчета, которая оказалась бы евклидовой в пределах малой области пространства, занимаемой системой планет, если бы в ней отсутствовали Солнце и планеты; в этой системе величины $g_{11}, \ldots, g_{34}$ имели бы простые значения (99). Однако в действительности величины $g_{11}, \ldots, g_{34}$ имеют не в точности эти значения, но отличаются от них в окрестности планетных масс; ниже мы поясним этот момент. Любую другую (скажем, вращающуюся) систему отсчета, в которой $g_{11}, \ldots, g_{34}$ имеют не простейшие значения (99) (при условии, что массы планет как источники метрического поля не принимаются во внимание), можно, таким образом, считать в принципе полностью эквивалентной предыдущей. Итак, мы можем вернуться к птолемееву представлению о «неподвижной Земле». Это означало бы, что мы пользуемся системой отсчета, жестко связанной с Землей; в этой системе все звезды совершают вращательные движения с одной и той же угловой скоростью относительно земной оси. Обычную метрику (99) недостаточно просто преобразовать к такой вращающейся системе: необходимо доказать, что преобразованную метрику можно считать обусловленной, согласно эйнштейновским уравнениям поля, вращением удаленных масс. Эту задачу решил Тирринг. Он вычислил поле, создаваемое вращающейся полой толстостенной сферой, и доказал, что внутри полости поле ведет себя так, как если бы в полости существовали центробежные и другие инерциальные силы, обычно относимые на счет абсолютного пространства.

Итак, с точки зрения Эйнштейна, Птолемей и Коперник в одинаковой мере правы. Чье мнение предпочесть — вопрос удобства. Для механики планетной системы, безусловно, удобнее представление Коперника. Но бессмысленно называть гравитационные поля, возникающие при выборе другой системы отсчета, «фиктивными» в противовес «реальным» полям, создаваемым окружающими массами, — так же бессмысленно, как ставить вопрос о «действительной» длине линейки (гл. VI, § 5) в специальной теории относительности. Само по себе гравитационное поле ни «реально», ни «фиктивно». Вне выбора координат оно не имеет смысла так же, как и длина линейки. И никакого различия не существует между полями, которые прямо создаются окружающими массами, и полями, присутствующими независимо от этих масс; в первом случае эффект обусловлен, в частности, окружающими массами, во втором — удаленными массами в космосе.

Против этой доктрины были выдвинуты аргументы, апеллирующие к «здравому смыслу»; среди них следующий: если железнодорожный поезд сталкивается с препятствием и терпит крушение, это событие можно описать двумя способами. Во-первых, можно выбрать Землю (которая при этом рассматривается как покоящаяся относительно космических масс) в качестве системы отсчета и отнести вину за счет (отрицательного) ускорения поезда. Или, во-вторых, можно выбрать систему координат, жестко связанную с поездом: в этом случае в момент столкновения вся Вселенная испытает сотрясение относительно системы координат, повсюду возникнет очень сильное гравитационное поле, параллельное начальному движению, и это поле вызовет разрушение поезда. Почему же при этом часовня в соседней деревне не развалилась? Почему — в свете утверждения, что эквивалентны два вывода: 1) мир покоится, а поезд неожиданно затормаживается, и 2) поезд покоится, а мир неожиданно затормаживается, — почему последствия сотрясения и связанного с ним гравитационного поля проявляют себя столь односторонне через разрушение поезда? Ответ состоит в следующем: часовня не развалилась потому, что в момент резкого торможения ее положение относительно удаленных космических масс не изменилось вообще. Сотрясение, которое, если смотреть из поезда, испытал весь мир, подействовало на все тела, от самых удаленных звезд до часовни, совершенно одинаково. Все эти тела свободно падают в гравитационном поле, возникшем в момент торможения, за исключением самого поезда, свободному падению которого препятствует тормозящая сила. Но по отношению к внутренним событиям (таким, как равновесие часовни) свободно падающие тела ведут себя точно так же, как тела, которые свободно парят и ограждены от всех воздействий. Поэтому не возникает никаких возмущений равновесия, и часовня не разваливается. Поезду же помешали падать свободно. Это вызвало силы и напряжения, которые и привели в результате к его разрушению.

Апеллировать к «здравому смыслу» в таких трудных вопросах тоже ненадежная вещь. Есть сторонники теории материального эфира, которые отрицают теорию относительности потому, что она слишком абстрактна и слишком далеко выходит за пределы доступного нашей интуиции. Некоторые из них пришли, наконец, к признанию специального принципа относительности, когда эксперименты дали бесспорные свидетельства в его пользу, но они все еще борются против принципов общей теории относительности, потому что она противна здравому смыслу. Эйнштейн в их адрес заметил следующее: согласно специальной теории относительности, поезд, находящийся в равномерном движении, безусловно, представляет собой систему отсчета, эквивалентную Земле. Приемлемо ли это для здравого смысла машиниста? Машинист возразит, что ему приходится обеспечивать топливом и смазкой не «окружающее», а паровоз, поэтому результаты его работы следует оценивать по движению паровоза, а не Земли. На этот аргумент можно ответить примером электровоза, который, столкнувшись с препятствием, потерпит аварию, как и паровоз, хотя водитель электровоза, если не говорить о смазке, не принимает участия в создании энергии, она поступает от электростанции, неподвижно связанной с Землей. Здравый смысл нередко обнаруживает тенденцию уводить нас в сторону.

Вернемся теперь к нашему рассмотрению небесной механики с позиций Эйнштейна, сосредоточив внимание на локальных гравитационных полях, налагающихся на космическое поле в результате присутствия планетных масс.

Мы можем дать лишь очень краткий обзор этих исследований, поскольку они существенно опираются на математические следствия уравнений поля.

Простейшая задача состоит в том, чтобы определить движение планеты относительно Солнца. Здесь лучше всего начать с описанной выше гауссовой системы координат, в которой гравитационное поле евклидово и в которой никаких гравитационных полей в обычном смысле не присутствовало бы в пределах солнечной системы, если бы Солнце и планеты не существовали. Эта система характеризуется величинами $g_{11}, \ldots, g_{34}$, совпадающими с (99) (стр. 330), если пренебречь влиянием Солнца. Задача сводится попросту к вопросу об определении отклонений от этих значений, обусловленных влиянием массы Солнца. Скорректированное поле должно быть независимым от времени и сферически симметричным относительно центра Солнца. Эйнштейн сам дал приближенное решение уравнений поля; позднее Шварцшильд обнаружил, что в этом случае существует точное решение, приводящее к довольно простым выражениям для $g_{11}, \ldots, g_{34}$.

Из этих выражений можно вычислить орбиты планет, трактуя их как геодезические линии. Кривизна траектории, которая в ньютоновской теории считается обусловленной силами тяготения, представляется теперь следствием кривизны пространственно-временно́го мира, в котором геодезические — наиболее прямые линии.

Орбиты планет, определенные таким способом, с высокой степенью точности аппроксимируют траектории, даваемые теорией Ньютона. Этот результат далеко не тривиален, если не упускать из виду, что две теории исходят из совершенно различных предпосылок. В ньютоновской теории мы отправляемся от представления об абсолютном пространстве (которое философски неудовлетворительно) и отклоняющей силе, которая выдумана *ad hoc* и имеет довольно странное и необъяснимое свойство — быть пропорциональной инертной массе. В эйнштейновской теории мы исходим из общего принципа, философски удовлетворительного, и развиваем теорию как простейшее возможное представление этой идеи. Даже если бы эйнштейновская теория не добилась ничего более, кроме как выражения результатов ньютоновой механики в форме, совместимой с общим принципом относительности, все, кто ищет в законах природы простейшую гармоничность, предпочли бы теорию Эйнштейна.

Люди этого типа, однако, довольно редки, и если бы теория Эйнштейна не пошла гораздо дальше, она была бы оценена лишь немногими физиками-теоретиками и астрономами. Массовый интерес к теории всегда зависит от ее способности объяснить вещи, ранее необъяснимые, или предсказать явления, еще не наблюдавшиеся. Общая теория относительности добилась большого успеха в обоих этих направлениях.

## § 10. ПРЕДСКАЗАНИЯ НОВОЙ МЕХАНИКИ И ИХ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ

Мы сказали, что движение планеты вокруг Солнца, рассматриваемое согласно Эйнштейну и Шварцшильду как геодезическая линия в четырехмерном пространстве-времени, оказывается весьма близким к тому, которое предсказывает теория Ньютона. Точность ньютоновского приближения весьма высока, и все-таки строгий расчет обнаруживает едва заметные отклонения, причем расхождение между двумя результатами возрастает по мере того, как возрастает гравитационное поле. Следовательно, оптимальную возможность обнаружить эти отклонения предоставляет планета, расположенная ближе всех к Солнцу. Разбирая ньютоновскую небесную механику (гл. III, § 4, стр. 69), мы уже заметили, что единственный достоверный случай, когда она допустила погрешность, — это случай именно ближайшей к Солнцу планеты — Меркурия. *Смещение перигелия Меркурия*, равное 43 угловым секундам в столетие, ньютоновская механика оставила необъясненным. Но это как раз и есть величина, предсказываемая теорией Эйнштейна. Подтверждение этого результата эйнштейновской механики фактически уже было предвосхищено расчетом Леверье. Этот результат играет чрезвычайно важную роль, так как формула Эйнштейна уже не содержит никаких новых произвольных констант, и «аномалия» поведения Меркурия представляет собой столь же необходимое следствие теории, как тот вывод, что законы Кеплера должны быть справедливы для планет, более удаленных от Солнца.

Для других планет смещения перигелия, обусловленные релятивистскими эффектами, столь малы, что даже наиболее тщательные наблюдения и расчеты не позволяют выделить их из остальных возмущений (вызванных другими планетами). В приведенной таблице указаны смещения перигелия для трех ближайших к Солнцу планет, как их предсказывает теория Эйнштейна и дают результаты наблюдений.

Эта таблица иллюстрирует точность, с которой наблюдения над Меркурием подтверждают теорию. Для Земли мы имеем более грубое подтверждение в пределах точности измерений. В случае Венеры наблюдения не дали надежного результата.

СМЕЩЕНИЕ ПЕРИГЕЛИЯ В ДУГОВЫХ СЕКУНДАХ ЗА СТОЛЕТИЕ

| | Теоретическое | Наблюдаемое |
|---|---|---|
| Меркурий | $43{,}03 \pm 0{,}03$ | $42{,}56 \pm 0{,}94$ |
| Венера | 8,63 | — |
| Земля | 3,8 | $4{,}6 \pm 2{,}7$ |

Пока что аномалия в движении перигелия Меркурия остается единственным подтверждением общей теории относительности в области механики.

Эйнштейн и его последователи искали, конечно, другие эффекты, которые можно было бы наблюдать. В § 9 гл. III и в § 1 этой главы мы обсудили центробежные силы. Согласно Ньютону, они отражают движение в абсолютном пространстве. Согласно Маху и Эйнштейну, они отражают движение относительно удаленных звездных масс. Если верно второе из этих утверждений, то сила, действующая на тело со стороны окружающих его больших масс, должна быть различной в зависимости от того, находится тело в состоянии покоя или вращается. В применении к нашей системе планет эта сила должна вызывать возмущения движений планет вследствие вращения

Солнца вокруг его оси (1 оборот в 21 день). Это возмущение, как оказывается, тоже проявляется в форме движения перигелия. К несчастью, оценки величины этого эффекта показывают, что для всех планет оно слишком мало, чтобы быть доступным наблюдению. Фактически, ка́к мы указывали выше, необъясненных отклонений в планетарных движениях не существует. Со спутниками планет положение то же самое: влияние вращения планет слишком мало, для того чтобы вызвать наблюдаемый эффект.

Но теперь возникла новая возможность подтвердить особенности движения перигелия — и обусловленные различием между ньютоновским и эйнштейновским законами силы, и обусловленные вращением центрального тела — именно с помощью искусственного спутника Земли.

Дадим таблицу обоих эффектов.

РАДИУС ЗЕМЛИ = 6367 *км*

| Среднее расстояние до спутника, *км* | | Отношение малой к большой полуоси эллиптической орбиты | Вращение перигелия (в дуговых секундах за столетие) | |
|---|---|---|---|---|
| от центра Земли | от поверхности Земли | | вследствие отклонения от ньютоновского закона силы | вследствие вращения Земли |
| 6 700 | 400 | 0,99995 | 1450 | −43 |
| 10 000 | 3 650 | 0,969 | 586,6 | |

Задаваемые орбиты очень близки к окружностям, поэтому отношение полуосей близко к 1. Отрицательный знак величины, соответствующей вращению Земли, означает, что этот малый поворот имеет противоположное направление по отношению к большему эффекту и его, следовательно, нужно вычитать из последнего.

Мы видим, что для искусственных спутников оба эффекта могут стать наблюдаемыми. Однако трудности велики. Спутники вблизи земной поверхности испытывают трение верхних слоев атмосферы, вследствие чего они постепенно замедляются и через определенный интервал времени падают. Более того, они испытывают возмущения, не только обусловленные Солнцем, Луной и планетами, но также отклонением земной поверхности от сферической формы, а этот эффект невозможно вычислить с большой точностью.

До сих пор мы рассматривали только движение одного тела вокруг другого, пренебрегая движением последнего. Это предположение обосновано, если центральное тело гораздо тяжелее вращающегося вокруг него (как в случае пар Солнце — планета или планета — Луна). Но от этого ограничения нетрудно избавиться; задачу двух тел можно решить в рамках ньютоновской механики, и результат состоит в том, что оба тела совершают кеплеровские движения относительно общего центра тяжести.

Для более чем двух тел не существует простых точных решений ньютоновских уравнений движения и приходится использовать теорию возмущений (см. гл. III, § 4, стр. 68). Итак, возникает вопрос, нельзя ли получить в качестве первого приближения из эйнштейновской теории по крайней мере ньютоновские уравнения движения для системы многих тел и каких отклонений следует ожидать. При этом необходимо показать, что, согласно уравнениям Эйнштейна, общее поле, обусловленное движущимися телами, представляет собой в первом приближении не что иное, как налагающиеся друг на друга ньютоновские поля, соответствующие отдельным массам, и что закон геодезических линий сводится к ньютоновским уравнениям движения в этом поле. Доказательство, довольно простое, было дано самим Эйнштейном. Но Эйнштейн не удовлетворился этим результатом.

Теория все еще содержит два фундаментальных предположения: 1) идею общей относительности, которая приводит (совместно с постулатом простоты) к уравнениям поля и через решение последних — к метрическо-гравитационному полю; 2) гипотезу о том, что свободные движения частиц представляются геодезическими линиями, соответствующими найденной метрике. Постулат 1 грубо соответствует ньютоновскому закону силы (обратная пропорциональность квадрату расстояния); постулат 2 — ньютоновским уравнениям движения (ускорение пропорционально силе). В последние годы Эйнштейн считал эту двойственность неудовлетворительным свойством теории и пытался избавиться от нее. Хотя интерпретация орбитальных движений как геодезических линий неевклидовой геометрии (предположение 2) служила Эйнштейну отправной точкой при построении общей теории относительности, он пришел к убеждению, что это предположение излишне и, по сути дела, уже содержится в уравнениях поля (предположении 1).

Идея состоит в том, что поле, создаваемое телом, в свою очередь действует на тело и тем самым определяет его мировую линию. Математически это весьма сложная задача, природу которой мы не можем даже пояснить. Эйнштейн взялся за эту задачу вместе со своими сотрудниками Инфельдом и Гофманом; их первые исследования были столь обширными, что публиковать возможно было только краткие выводы. Позднее Инфельд добился существенного упрощения расчетов. Другой метод был развит советским физиком Фоком. Благодаря этому мы имеем сейчас весьма удовлетворительную релятивистскую механику, состоящую просто из общеинвариантных уравнений поля, которые описывают все известные в настоящее время факты относительно движения небесных тел и предсказывают многочисленные явления, которые в ближайшем будущем станут, возможно, вполне доступными для наблюдения.

## § 11. ОПТИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ И ИХ ПОДТВЕРЖДЕНИЯ

До сих пор было обнаружено, кроме механических следствий, лишь несколько оптических явлений, которые не ускользают от наблюдения несмотря на малость соответствующих эффектов.

Одно из них — *красное смещение спектральных линий* в свете, приходящем от звезд большой массы. На поверхности таких звезд существует сильное гравитационное поле. Оно действует на метрику и заставляет часы идти медленнее, чем идут часы на Земле, где гравитационное поле слабее. Мы располагаем подобными часами в виде атомов и молекул светящихся газов. Механизм колебаний в таких часах, несомненно, один и тот же, где бы ни находилась молекула, и, таким образом, время колебания должно быть одним и тем же во всех системах отсчета, в которых гравитационные поля одинаковы, скажем равны нулю.

Если период колебаний в свободной от поля области пространства равен $T$, то величина $s = icT$ представляет инвариантное расстояние между двумя мировыми точками, соответствующими двум последовательным крайним положениям колеблющегося атома относительно той системы отсчета, в которой он покоится. В относительно ускоренной системе отсчета, в которой гравитационное поле существует, то же расстояние $s = icT$ дается формулой (98), где $\xi$, $\eta$ и $\zeta$ характеризуют разности пространственных координат атома в два момента времени: когда мы начинаем наблюдать колебание и когда заканчиваем, а $\tau$ есть соответствующий интервал времени, причем все эти величины измеряются в выбранной системе отсчета. Если за начало пространственных координат взять центр атома, то мы можем положить $\xi = \eta = \zeta = 0$; тогда

$$s^2 = -c^2T^2 = g_{44}\tau^2.$$

Таким образом,

$$\tau = T\frac{c}{\sqrt{-g_{44}}}.$$

Но мы знаем, что только в свободных от полей областях пространства $g_{44} = -c^2$ [см. формулу (99), стр. 329], то-есть когда $\tau = T$. В гравитационном же поле $g_{44}$ отличается от $-c^2$, скажем, $g_{44} = -c^2(1-\gamma)$. Поэтому период колебаний изменяется:

$$\tau = T\frac{1}{\sqrt{1-\gamma}},$$

или, если отклонение $\gamma$ мало, то приближенно (см. примечание к стр. 211)

$$\tau = T\left(1+\frac{\gamma}{2}\right). \qquad (100)$$

Это и есть разность хода двух часов, находящихся в двух различных точках пространства, в которых различие гравитационного поля, определяемого величиной $g_{44}$, характеризуется относительным значением $\gamma$.

Положителен коэффициент $\gamma$ или отрицателен — можно установить, рассматривая простой случай, в котором ответ на этот вопрос удается получить, просто исходя из принципа эквивалентности. Это случай постоянного гравитационного поля, такого, как имеет место, например, в непосредственной близости от поверхности небесного тела. Действие такого поля $g$ можно эквивалентно заменить ускорением наблюдателя той же величины $g$, направленным противоположно силе тяготения. Если $l$ — расстояние от наблюдателя до поверхности звезды, то световая волна должна затратить время $t = l/c$, чтобы достигнуть наблюдателя, и измерять наблюдатель будет все величины точно так же, как если бы он удалялся от поверхности с ускорением $g$. Когда световая волна настигнет его, он приобретет скорость

$$v = gt = g\left(\frac{l}{c}\right)$$

в направлении распространения света; следовательно, согласно принципу Доплера [формула (41), стр. 123], он будет наблюдать уменьшенную частоту

$$\nu' = \nu\left(1-\frac{v}{c}\right) = \nu\left(1-\frac{gl}{c^2}\right). \qquad (101)$$

Эту формулу можно вывести прямо из принципа эквивалентности (гл. VII, § 2), опираясь на идею световых квантов, о которой мы говорили выше.

Согласно квантовой теории, свет частоты $\nu$ можно рассматривать как поток квантов с энергией $\varepsilon = h\nu$. Эти кванты имеют инертную массу

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2},$$

которая, согласно принципу эквивалентности, равна их гравитационной массе. Когда кванты света $h\nu$ проходят расстояние

$l$ против гравитационного поля $g$, их энергия уменьшается на $glm$. Таким образом, в конце пути энергия кванта $\varepsilon' = h\nu'$ составляет лишь

$$h\nu' = h\nu - gl\frac{h\nu}{c^2} = h\nu\left(1 - \frac{gl}{c^2}\right).$$

Если константу $h$ сократить в обеих частях, мы снова получаем формулу (101). Период колебаний $\tau = 1/\nu'$, наблюдаемый в гравитационном поле, связан с периодом колебаний $T = 1/\nu$, определенным в свободном от полей пространстве соотношением

$$\tau = T\frac{1}{1 - \frac{gl}{c^2}},$$

или, приближенно,

$$\tau = T\left(1 + \frac{gl}{c^2}\right). \tag{101a}$$

Физический смысл этой формулы состоит в следующем: даны двое одинаково сконструированных синхронных часов, первоначально покоящихся относительно друг друга; если одни из них подвергаются в течение определенного интервала времени действию гравитационного поля, то часы станут идти уже не синхронно, но те из них, которые испытали действие поля, будут отставать.

Сравнивая формулы (101а) и (100), мы видим, что в рассмотренном случае постоянного поля

$$\gamma = \frac{2gl}{c^2}.$$

Но, согласно формуле (15) (гл. II, § 14, стр. 53), величина $Gx$ есть потенциальная энергия тела в постоянном гравитационном поле $g$, когда тело поднимается в поле на расстояние $x$; здесь, согласно (13) (гл. II, § 12, стр. 48), $G = mg$, где $m$ — масса. Следовательно, разность потенциальных энергий на единицу массы для двух тел, разделенных расстоянием $l$, составляет $lg$. Обозначив эту величину через $\varphi$, мы имеем

$$\gamma = \frac{2\varphi}{c^2}.$$

Ньютоново представление потенциальной энергии согласуется с теорией Эйнштейна, и поскольку ньютонова механика представляет собой приближение к эйнштейновской, можно принять эту величину $\varphi$ и затем показать, что формула

$$\gamma = \frac{2\varphi}{c^2}$$

выполняется для любого гравитационного поля и что величина $\gamma$ положительна, если свет распространяется в направлении, противоположном полю.

Эту формулу можно применить к лучу света, идущему от Солнца или от звезды. Там ему приходится преодолеть сильное притягивающее поле, тогда как, падая на Землю, он испытывает действие лишь очень слабого ускоряющего поля. Следовательно, все спектральные линии звезд должны быть немного смещены в сторону красного конца спектра. Хотя предсказываемая величина эффекта чрезвычайно мала, его существование было подтверждено наблюдениями, по крайней мере качественно. Совершенное количественное согласие не было еще достигнуто вследствие того, что ни массы, ни радиусы неподвижных звезд, подходящих для такого рода измерений, не известны с достаточной точностью. Однако в той мере, в какой результаты удалось установить, они вполне согласуются с формулой Эйнштейна.

Красное смещение в случае Солнца трудно наблюдать ввиду того, что оно довольно мало и на него накладываются искажения, обусловленные другими, сходными по характеру результатов эффектами. Красное смещение было измерено для различных точек солнечной поверхности рядом астрономов; оказалось, что для внутренней части солнечного диска оно гораздо меньше, чем величина, предсказываемая теорией, но возрастает по направлению к краю, где и достигает теоретического значения. Это явление нетрудно понять, приняв во внимание характер физического состояния газообразных веществ, образующих внешний слой Солнца. Эти слои находятся не в статическом равновесии, а в состоянии турбулентного движения; раскаленные светящиеся массы газа с большой силой вырываются из внутренних частей, тогда как охлажденные и более темные массы опускаются внутрь. Таким образом, эффект Доплера (гл IV, § 8) вызывает дополнительный фиолетовый сдвиг, уменьшающий величину красного смещения, предсказанного Эйнштейном для центра солнечного диска.

Теперь мы можем заполнить пропуск, оставленный раньше (гл. VI, § 5, стр. 255), а именно дать полное объяснение «парадокса часов». Рассмотрим снова двух наблюдателей $A$ и $B$, из которых один — $A$ — покоится в некоторой инерциальной системе (специальной теории относительности), а второй — $B$ — отправляется в путешествие. При возвращении $B$ часы $A$, согласно формуле (76) (стр. 250), уходят вперед по сравнению с часами $B$ на величину

$$\frac{1}{2}\beta^2 t_0,$$

где $t_0$ — полное время путешествия, измеренное в системе наблюдателя $A$. Эта формула выполняется, конечно, только приближенно, но она вполне удовлетворительна для нашей цели до тех пор, пока мы пользуемся соответствующими приближениями во всех своих расчетах.

Но можно считать покоящимся и наблюдателя $B$. Наблюдатель $A$ тогда проделывает путешествие в противоположном направлении. Однако мы, конечно, не можем просто заключить, что часы наблюдателя $B$ теперь должны уходить вперед по сравнению с часами $A$ на ту же величину, так как $B$ не покоится в инерциальной системе, но испытывает ускорение.

С точки зрения общей теории относительности мы должны сразу принять во внимание, что, изменяя систему отсчета, необходимо ввести определенные гравитационные поля на все периоды времени, в течение которых имеют место ускорения. В первом из рассматриваемых случаев наблюдатель $A$ покоится в области пространства, в которой метрика евклидова, а гравитационные поля отсутствуют. Во втором случае $B$ покоится в системе отсчета, в которой в течение трех коротких интервалов времени — периодов отправления, поворота и возвращения в точку $A$ — возникают гравитационные поля. Наблюдатель $A$ в этих полях падает свободно, а $B$ испытывает действие удерживающих его в неподвижном состоянии внешних сил. Из этих трех гравитационных полей первое и последнее не влияют на относительные скорости хода часов наблюдателей $A$ и $B$, поскольку эти поля возникают в одной и той же точке пространства в моменты отправления и прибытия и поскольку разность скоростей хода часов возникает в гравитационном поле, согласно формуле (101), лишь тогда, когда часы разделены некоторым расстоянием $l$. Но разность хода часов возникает и тогда, когда $A$ меняет направление движения. Если $t$ — время, затраченное на поворот, в течение которого возникает гравитационное поле ($B$ при этом предполагается покоящимся), то часы наблюдателя $A$, удаленные на расстояние $l$ и находящиеся в гравитационном поле $g$, уходят вперед по сравнению с часами $B$. Эта разность времен с достаточной степенью точности определяется формулой (101а) (стр. 343), именно величиной

$$\frac{gl}{c^2}t.$$

В течение же тех интервалов времени, когда наблюдатель $A$ движется равномерно и к нему следует применять специальный принцип относительности, часы наблюдателя $A$, наоборот, должны отставать от часов $B$ на величину

$$\frac{\beta^2}{2}t_0.$$

Таким образом, в общем результате часы $A$ уйдут вперед по сравнению с часами $B$ на величину, составляющую

$$\frac{gl}{c^2}t - \frac{\beta^2}{2}t_0$$

к моменту возвращения наблюдателя $A$.

Можно показать, что эта величина точно согласуется с результатом для случая, когда покоится наблюдатель $A$, именно: часы $A$ уходят вперед по отношению к часам $B$ на величину

$$\frac{1}{2}\beta^2 t_0.$$

В самом деле, поскольку движущийся наблюдатель после изменения скорости $v$ приобретает скорость $-v$, полное изменение его скорости составляет $2v$. Его ускорение мы получаем, деля эту величину на $t$ — время, затраченное на это изменение. В качестве ускорения это дает величину

$$g = \frac{2v}{2}.$$

С другой стороны, в момент поворота половина времени путешествия $t_0$ уже прошла. Расстояние между наблюдателями тогда составляет

$$l = v\frac{t_0}{t}.$$

Отсюда следует, что

$$gl = v^2\frac{t_0}{t}$$

и

$$\frac{gl}{c^2}t - \frac{\beta^2}{2}t_0 = \frac{v^2}{c^2}t_0 - \frac{\beta^2}{2}t_0 = \frac{\beta^2}{2}t_0,$$

чем и завершается доказательство.

Итак, парадокс часов есть результат ошибочного применения специальной теории относительности, именно ее применения к случаю, когда следует использовать общую теорию.

Аналогичную ошибку содержит и следующее возражение, выдвигаемое вновь и вновь, хотя его объяснение чрезвычайно просто.

Согласно общей теории относительности, система координат, вращающаяся относительно неподвижных звезд (т. е. жестко связанная с Землей), полностью эквивалентна системе, покоящейся относительно неподвижных звезд. В такой системе, однако, сами по себе неподвижные звезды приобретают колоссальные скорости. Если $r$ — расстояние до звезды, то ее скорость составляет

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

где $T$ обозначает длительность одного дня. При

$$r = \frac{cT}{2\pi}$$

эта величина становится равной скорости света $c$. Если $r$ измеряется в астрономических единицах длины — в световых годах[1]), то эту величину следует поделить на $c \cdot 365$, а $T$ приравнять к одному дню. Как только расстояние превышает

$$\frac{1}{2}\pi \cdot 365 \text{ световых лет,}$$

скорость становится больше скорости света $c$. Но даже ближайшие звезды удалены от Солнца на несколько световых лет. С другой стороны, теория относительности (гл. VI, § 6, стр. 260) утверждает, что скорость материальных тел всегда должна быть меньше, чем скорость света. Здесь, по-видимому, возникает вопиющее противоречие.

Но это противоречие, однако, возникает лишь потому, что применение закона $v < c$ полностью ограничено пределами специальной теории относительности. В общей теории относительности этот закон следует формулировать в следующем более корректном виде. Как мы знаем, всегда возможно найти систему отсчета, в которой для непосредственной окрестности произвольной точки справедлива геометрия мира Минковского, т. е. выбрать систему отсчета так, чтобы геометрия была евклидовой, гравитационные поля отсутствовали, а величины $g_{11}, \ldots, g_{34}$ имели значения, соответствующие формуле (99) на стр. 329. Относительно этой системы и относительно малого элемента пространства скорость света $c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек* представляет собой верхний предел возможных скоростей.

Как только эти условия оказываются невыполненными — присутствуют гравитационные поля, — скорости либо материальных тел, либо света могут принимать любые численные значения. Ведь световые линии во Вселенной определяются равенством $F = s^2 = 0$, или, если ограничиться плоскостью $xt$, равенством

$$s^2 = g_{11}\xi^2 + 2g_{14}\xi\tau + g_{44}\tau^2 = 0.$$

Из этого квадратичного уравнения можно подсчитать величину $\xi/\tau$, определяющую скорость света. Например, если $g_{14} = 0$, мы

[1]) Световой год есть расстояние, проходимое светом со скоростью 300 000 *км/сек* в течение 1 года (365 дней).

получаем из $g_{11}\xi^2 + g_{44}\tau^2 = 0$ величину

$$\frac{\xi}{\tau} = \sqrt{-\frac{g_{11}}{g_{44}}}$$

в качестве скорости света, а эта величина зависит просто от того, насколько велики или малы $g_{11}$ и $g_{44}$. Скорость материального тела при этом должна быть лишь меньше, чем

$$\sqrt{-\frac{g_{11}}{g_{44}}}$$

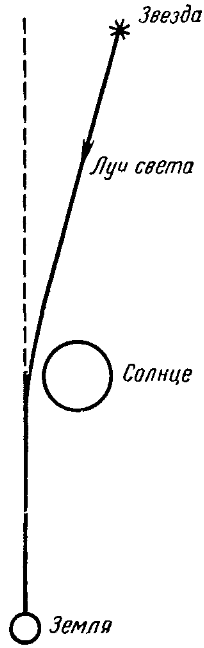
Взяв в качестве системы отсчета Землю, мы получаем центробежное поле (гл. III, § 9, стр. 83), равное

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

которое достигает огромных значений на больших расстояниях. Поэтому величины $g$ имеют значения, колоссально отличающиеся от евклидовых значений (99). Таким образом, скорость света для определенных направлений светового луча оказывается гораздо больше, чем обычное значение $c$, и соответственно все другие тела могут достигать больших скоростей.

Во всякой произвольной гауссовой системе координат меняется не только скорость света, но сами световые лучи перестают быть прямыми. Второй оптический способ проверки общей теории относительности и опирается на это искривление световых лучей. Мировые линии световых лучей представляют собой геодезические точно так же, как инерциальные траектории материальных тел, и, следовательно, аналогично последним в общем случае должны быть криволинейными. Но благодаря огромной скорости света отклонение лучей оказывается гораздо меньшим, чем искривление траекторий небесных тел. Исходя из принципа эквивалентности, мы можем усмотреть происхождение этого отклонения. Ведь в ускоренной системе отсчета всякое прямолинейное и равномерное движение представляется криволинейным и неравномерным, причем то же самое должно случаться и в произвольном гравитационном поле.

Луч света, идущий от неподвижной звезды и проходящий вблизи Солнца, должен поэтому притягиваться последним и его траектория должна оказаться несколько вогнутой относительно Солнца (фиг. 143). Земной наблюдатель припишет звезде положение, соответствующее видимому глазом направлению светового луча, и, таким образом, звезда будет казаться смещенной на некоторое малое расстояние от Солнца. Это отклонение можно вычислить, исходя из ньютоновской теории тяготения, в которой луч света можно понимать, скажем, как комету, приближающуюся к Солнцу со скоростью света; поскольку гиперболическая траектория кометы, подобно эллиптической орбите планеты, не зависит от ее массы (вследствие равенства инерциальной и гравитационной масс), совершенно неважно, какая масса приписывается «частицам света». Исторически очень интересно, что эта идея была осуществлена еще в 1801 г. немецким математиком и топографом Зольднером. При этом получается формула, очень сходная с формулой Эйнштейна, но дающая результат, равный половине истинного отклонения. Это связано с тем обстоятельством, что по теории Эйнштейна гравитационное поле в окрестности Солнца гораздо сильнее, чем дает ньютонова теория. Это крошечное отклонение (ускользнувшее от внимания Эйнштейна, когда он предпринимал свою первую предварительную публикацию теории) и составляет особенно отчетливый критерий правильности общей теории относительности.




Фиг. 143. Искривление траектории светового луча от звезды в поле Солнца.

Отклонения видимых положений неподвижных звезд, расположенных поблизости от Солнца, можно наблюдать только во время полных солнечных затмений, поскольку все остальное время ярко светящееся Солнце не позволяет видеть звезды вблизи его диска.

Первая проверка эйнштейновских предсказаний была осуществлена главным образом благодаря инициативе английского астронома Эддингтона 29 мая 1919 г. Две английские экспедиции были направлены для наблюдения полного солнечного затмения — одна на западное побережье Африки, другая — в северную часть Бразилии. Обе вернулись с рядом фотографий звезд, окружающих Солнце. Результаты изучения полученных фотографий были объявлены 6 ноября 1919 г.; они провозгласили триумф теории Эйнштейна. Предсказанное Эйнштейном смещение, которое должно было составлять величину 1,75 дуговых секунд, было полностью подтверждено.

С тех пор измерения отклонений лучей света Солнцем были повторены при целом ряде солнечных затмений. Хотя такие измерения весьма трудны, не существует никаких сомнений относительно того, что эффект, очень близкий по величине к предсказываемым значениям, действительно существует; во всяком случае, величины, даваемые ньютоновской механикой (впервые полученные Зольднером, а затем Эйнштейном в предварительной публикации его теории) и составляющие лишь половину релятивистского значения, вне всякого сомнения, не верны. Однако точное согласие между теорией и результатами измерений еще не достигнуто. Некоторые новейшие наблюдения дали отклонения, на 10% превышающие теоретически предсказанную величину. Обусловлено ли это отклонение ошибками измерения или оно свидетельствует о внутренней неполноте теории Эйнштейна — этот вопрос остается до будущих исследований. Одно несомненно: теория Эйнштейна гораздо ближе к истине, чем классическая или любая другая из до сих пор предложенных.

Теперь возникает вопрос, не позволит ли усовершенствование современных методов измерений наблюдать оптические релятивистские эффекты в гравитационном поле Земли. Этого недавно удалось добиться в случае смещения частоты спектральных линий благодаря поразительному открытию немецкого физика Мёссбауэра. Предел точности наблюдения положения спектральных линий, очевидно, определяется тем, что линии имеют определенную ширину, обусловленную эффектом Доплера, возникающим вследствие движения излучающих атомов. Но $\gamma$-лучи, испускаемые радиоактивными атомами, представляют собой электромагнитные или световые волны с короткими длинами волн; они излучаются из центров атомных ядер. В твердых телах атомы скреплены в кристаллическую решетку и их ядра сильно связаны с соседними ядрами. Благодаря этому отдача при испускании $\gamma$-кванта действует в основном на кристалл как целое, а не на отдельное ядро, вызывая, таким образом, пренебрежимо малую скорость и, следовательно, очень слабый доплер-эффект. Поэтому можно ожидать, что спектральные линии $\gamma$-лучей окажутся очень резкими. Это действительно было обнаружено в эксперименте.

Атом, испустивший $\gamma$-квант, может поглотить другой $\gamma$-квант, если последний имеет точно ту же частоту. Таким образом, если радиоактивные атомы использовать в качестве источника $\gamma$-лучей заданной частоты и направить эти лучи на атомы точно того же вида, уже испустившие перед этим аналогичные кванты и благодаря этому способные действовать как приемник квантов именно такой и никакой более частоты, то мы можем воспользоваться этим процессом для попытки обнаружить малые изменения частоты: ведь если частота изменилась, то кванты будут поглощаться меньше или совсем не будут поглощаться. Точность этого метода поразительно велика. Он позволяет наблюдать изменение частот, обусловленное доплер-эффектом, при чрезвычайно малых относительных скоростях источника и приемника. Даже для относительной скорости 1/1000 *мм/сек* эффект можно заметить.

Таким способом было измерено смещение спектральных линий, обусловленное гравитационным полем Земли (Паунд и Ребка в Гарварде, 1960 г.; Крэншоу, Шиффер и Уайтхед в Харуэлле, 1960 г.). Отношение силы тяжести на Земле к соответствующей величине, создаваемой Солнцем, составляет 1 : 3000. Излучатель помещался на верхней площадке башни высотой в 22 *м*, а приемник — у ее основания. При этом используется лишь малая часть, составляющая $1 : 3 \cdot 10^5$. Измерения проводились с $\gamma$-линией железа ($Fe^{57}$), относительная ширина которой равна $5 \cdot 10^{-13}$. Необходимо было измерить долю, составляющую примерно 1/100 этой величины. Результат измерения дал

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 5{,}1 \cdot 10^{-15}$$

с точностью около 10%, что находится в хорошем согласии с теоретическим значением, составляющим $4{,}9 \cdot 10^{-15}$.

До того как были осуществлены эти опыты, много дискутировались другие методы; предлагалось использовать не видимый свет и не ультракороткие $\gamma$-лучи, а, наоборот, гораздо более длинные волны, именно электромагнитные волны в области 1 *см* (радиолокационный диапазон). Техника здесь за последние годы сделала огромный прогресс; в настоящее время возможно поддерживать частоту передатчика радиолокатора в высокой степени постоянной и измерять ее или ее отклонения с самой большой точностью. Один из таких методов сводился бы к установке излучателя и приемника у подножия и на вершине высокой горы, но это потребовало бы точности измерений, до сих пор еще не достигавшейся. Другой метод состоял бы в том, что излучатель нужно было бы поместить на искусственном спутнике Земли, а приемник — на ее поверхности. Благодаря большой разности высот необходимая точность в этом случае оказывается гораздо меньше и лежит уже не так далеко от достижимых в настоящее время точностей.

## § 12. КОСМОЛОГИЯ

Впервые высказанная Эрнстом Махом идея о том, что инерциальные силы обусловлены действием полной системы неподвижных звезд, наводит на мысль о применении общей теории относительности ко всей Вселенной. Этот шаг действительно был предпринят Эйнштейном в 1917 г., и с этого момента начинается период современного развития космологии и космогонии — наук о строении и происхождении Вселенной. Это развитие продолжается в полную силу и в наши дни, обогащаясь важнейшими результатами, хотя мы еще далеки от окончательных заключений. Описание этого колоссального поля исследований и предположений потребовало бы еще одной книги такого же объема, как наша. Но поскольку космологические исследования многие считают самой важной частью работы Эйнштейна, эти исследования нельзя обойти. Поэтому мы кратко обрисуем современную ситуацию в этой области.

Размышления о Вселенной занимают человека с незапамятных времен. Древние полагали, что звезды прикреплены к хрустальной сфере; вопрос о том, что за нею, тогда не поднимался. С другой стороны, Аристотель рассматривал время как бесконечное. В средние века Фома Аквинский учил, что это мнение Аристотеля нельзя ни подтвердить, ни опровергнуть. Сотворение космоса и времени может базироваться только на вере. Начало мира в определенный момент времени и его конечная протяженность были твердо установившейся доктриной схоластики. Идея о том, что космос можно рассматривать как бесконечный, была выражена средневековым мыслителем Николаем Кузанским (1401—1464 гг.). Ньютон включил бесконечность пространства и времени в свои фундаментальные принципы (см. стр. 62) и размышлял над вопросом, конечно ли число звезд и заполняют ли они конечную часть бесконечного пространства. Он пришел к заключению, что число звезд должно быть бесконечным и они должны распределяться в пространстве довольно равномерно, так как конечное число звезд рухнуло бы друг на друга под действием сил взаимного притяжения. Позднее выяснилось, что этот аргумент ведет к столь серьезным математическим трудностям, что стали даже задумываться о видоизменении ньютоновского закона тяготения на больших расстояниях.

Против предположения о конечном числе звезд существует еще одно возражение, прямо противоположное выдвинутому Ньютоном, — именно, что такая система стала бы расползаться и, таким образом, исчезла бы, растворившись в бесконечном пространстве. Звезды имеют довольно большие скорости, причем скорости, распределенные хаотически во всех направлениях. В этом смысле система напоминает молекулы газа, а ведь ясно, что газ, не ограниченный жесткими стенками, станет расширяться и постепенно улетучится в результате диффузии. Как учит нас кинетическая теория, для того чтобы избежать этой диффузии, недостаточно заменить стенки взаимными притягивающими силами, обратно пропорциональными квадрату расстояния, соответственно закону Ньютона. В свете этих соображений кажется весьма трудным объяснить, почему звездная система до сих пор существует, несмотря на такую тенденцию к расширению. Однако этот аргумент тоже потерял свою силу, поскольку современные исследования недавно обнаружили действительное существование подобного рода расширения Вселенной, о чем мы сейчас расскажем.

Существуют и другие критерии, которыми можно воспользоваться, подходя к проблеме о том, конечен или бесконечен звездный мир. Во втором случае, как утверждалось, все небо светилось бы ярким светом, ибо интенсивность света, посылаемого на Землю звездами, должна в последовательных сферических слоях одинаковой толщины возрастать, а яркость каждой отдельной звезды, наоборот, убывать, как квадрат расстояния до Земли, т. е. с одной и той же скоростью. Следовательно, если бы такие сферические оболочки простирались до бесконечности, а плотность звезд оставалась при этом приблизительно постоянной, то глаз видел бы яркую освещенность во всех направлениях. Одно время думали, что этот аргумент существенно ослабляется замечанием, что пространство не вполне пусто: в нем присутствуют атомы и частички пыли повсеместно, преимущественно с малой плотностью, но иногда в форме концентрированных облаков. Последние поглощают и рассеивают проходящие через них световые лучи, тем самым затуманивая и затемняя звезды. Но это возражение было бы справедливым лишь в том случае, если бы имело место начало мира в какой-то конкретный момент времени. В противном случае во Вселенной существовало бы тепловое равновесие и пылевые облака должны были бы становиться такими же горячими и яркими, как сами звезды. Эта позиция приводит к проблеме «тепловой смерти Вселенной», к представлению о необратимом выравнивании разностей температур, как тому учит термодинамика. Но не будем углубляться в обсуждение этого вопроса.

Все эти рассуждения не дают определенного ответа. Поэтому Эйнштейн, взявшись за исследование проблемы с точки зрения своей теории, сделал весьма решительный шаг. Он попытался прежде всего дать ответ на традиционный вопрос: как может материя быть однородно распределенной в пространстве, не переходя в состояние движения в направлении наружу от центра распределения и, таким образом, не растворяясь в бесконечном пространстве? Но здесь он был разочарован, так как столкнулся с теми же самыми трудностями, которые в свое время остановили предыдущих исследователей, подходивших к этой проблеме с классической позиции. Как мы уже сказали выше, эти трудности оказались столь велики, что ученые были вынуждены искать довольно радикальный выход, обратившись к попытке изменить ньютоновский закон силы на больших расстояниях. Аналогичным образом Эйнштейн предложил модификацию своего закона тяготения, сохранив, конечно, принцип общей инвариантности, но изменив уравнения поля так, что эти изменения оказались неуловимыми для планетных систем и проявлялись лишь на космологических расстояниях. Он воспользовался фактом, что его пространство неевклидово и ис-

12 Зак. 1219

кривлено. Кривизна определяется десятью величинами

$$R_{11},\ R_{22},\ R_{33},\ R_{44},\ R_{23},\ R_{31},\ R_{12},\ R_{14},\ R_{24},\ R_{34},$$

которые имеют ту же геометрическую природу, что и 10 метрических коэффициентов $g_{11}$, $g_{12}$, ..., $g_{23}$, ..., $g_{34}$; Эйнштейн заменил $R_{11}$, ..., $R_{34}$ величинами $R_{11}+\lambda g_{11}$, ..., $R_{34}+\lambda g_{34}$, где $\lambda$ — универсальная константа, и предположил, что эти комбинации определяются распределением масс, как раньше им определялись величины $R$. Его ожидания оправдались: существует статическое решение (т. е. решение, не зависящее от времени) новых уравнений поля, соответствующее однородной плотности масс (звезд) в пространстве, обладающем замечательными свойствами: оно неевклидово, конечно, но неограничено.

Мы должны дать несколько пояснений относительно этого странного утверждения о том, что пространство может быть конечным, но все-таки не иметь границ или пределов. Рассмотрим двумерный случай: нетрудно представить себе конечную, но неограниченную поверхность, например сферу. Эйнштейн утверждает, что трехмерное пространство ведет себя аналогичным образом, в частности, для однородного распределения массы оно представляет собой трехмерный аналог сферической поверхности. Геодезические линии на сфере есть окружности наибольшего диаметра и, следовательно, замкнутые кривые. То же самое должно иметь место и для геодезических в нашем мире, которые представляются лучами света или траекториями свободно падающих частиц (невозмущенными локальными массами). Следовательно, световой сигнал или тело, посланные в одном направлении, должны вернуться с противоположной стороны, разумеется, после очень большого промежутка времени. Но существуют и другие следствия этой гипотезы, не выходящие полностью из пределов фактического опыта. В европейской обсерватории можно сфотографировать определенную звезду; в «стране антиподов» — скажем, в Сиднее в Австралии — можно сфотографировать звезду, направление на которую точно противоположно первому. Представляется вполне резонным, что в сферической Вселенной оба наблюдателя фактически должны видеть одну и ту же звезду точно так же, как на поверхности Земли радиосигнал антиподов может прийти к нам из двух противоположных направлений. Можно было бы даже предполагать, что тождественность двух изображений звезд возможно установить с помощью каких-нибудь особенностей их спектра. Даже если обычный свет окажется неудачным посыльным для столь больших путешествий, мы располагаем современными методами радиоастрономии, позволяющими заглянуть в гораздо более далекие области пространства. И хотя это только размышления о будущих возможностях, они показывают, что замкнутое, конечное и неограниченное пространство представляет собой вариант, доступный эмпирическим исследованиям.

В связи с эйнштейновской статической моделью выяснилось, что радиус кривизны трехмерной сферической поверхности связан с величиной константы $\lambda$ и обе эти величины зависят от полного количества материи во Вселенной. Чем больше полная масса, тем меньше радиус кривизны, и чем более разрежена материя, тем меньше кривизна.

Эта, скорее простая, модель Вселенной оказалась в то же время вполне удовлетворительной, поскольку она согласовывалась со всеми известными фактами. В самом деле, наблюдения обнаруживают лишь малые и нерегулярные движения звезд и их сравнительно равномерное распределение. Но новые идеи, выдвинутые Эйнштейном, стимулировали дальнейшие исследования, и вскоре весь подход к проблеме решительно изменился.

В том же самом 1917 г., в котором Эйнштейн опубликовал свою статическую модель космоса (с $\lambda$-членом), голландский астроном де Ситтер предложил другую модель, представляющую собой также решение эйнштейновских уравнений поля (с $\lambda$-членом). Это решение имело то свойство, что оно существовало определенным образом даже в случае «пустой» Вселенной, свободной от материи, а если в такой Вселенной появлялись массы, то решение переставало быть статическим: возникало некоторого рода космическое отталкивание между массами, стремящееся удалить массы друг от друга и растворить всю систему. Тенденция к расширению, согласно де Ситтеру, становилась, разумеется, заметной лишь на очень больших расстояниях. Де Ситтер обратился к поискам данных о движениях весьма удаленных объектов. В литературе он нашел лишь немногие не особенно надежные сообщения, касающиеся движения так называемых спиральных туманностей[1]. Эти туманности, по сути дела, представляют собой гигантские скопления звезд, подобные галактической системе, к которой принадлежит наше Солнце, но столь далекие, что большинство из них представляется лишь туманными пятнами, хотя некоторые отчасти удается разделить на отдельные звезды. Теперь их часто называют галактиками. В те времена знания об этих объектах были весьма убогими. Но во всех случаях, в которых изучение доплер-эффекта (см. стр. 120) позволило определить радиальные скорости, величина красного смещения оказалась замечательно высокой по сравнению со значениями для более близких объектов — звезд

[1]) К 1922 г., когда этот эффект разбегания галактик еще не был выяснен, ленинградский математик А. А. Фридман уже дал модель расширяющейся Вселенной без $\lambda$-члена. — *Прим. перев.*

нашей собственной Галактики. Эти находки дали толчок дальнейшим теоретическим исследованиям и новым улучшенным измерениям расстояний и скоростей спиральных туманностей.

Примерно в 1929 г. американский астроном Хаббл обнаружил существование странной согласованности между расстоянием и скоростью туманности: все галактики движутся от нас, причем со скоростью, которая возрастает пропорционально расстоянию; другими словами, система спиральных туманностей расширяется — как раз так, как предполагали ранние мыслители, опираясь на примитивное сравнение этой системы с газом. Но если считать, что это расширение происходило в прошлом точно так же, как оно происходит сейчас, то мы приходим к идее, что вся система должна иметь начало — момент, когда вся материя была сосредоточена в малом «сверхядре», и, следовательно, можно рассчитать период времени, прошедший с этого «сотворения мира» до настоящего момента. Результат, полученный из данных Хаббла, — от 2 до 3 миллиардов лет.

Тем временем релятивистская космология, начало которой заложили Эйнштейн и де Ситтер, стала переходить в руки Фридмана, Леметра, Толмана, Робертсона и др. Был обнаружен ряд новых возможных моделей Вселенной, соответствующих решениям, заключенным между крайними случаями, указанными Эйнштейном и де Ситтером, и возник вопрос, какая из этих моделей лучше соответствует эмпирическим данным, в частности фактам, установленным Хабблом. Сегодня существует множество ответвлений и усовершенствований теорий, а поток результатов наблюдений столь велик, что даже трудно судить о практической ситуации. Ранние идеи, считавшиеся когда-то наиболее плодотворными, оказались слишком ограниченными или даже ошибочными. Существуют нестатические решения эйнштейновских уравнений, которым присущи свойства, характерные для его статической модели 1917 г., — замкнутость и конечность; в двумерном представлении они соответствуют поверхности равномерно расширяющейся сферы, подобной надуваемому резиновому шару. Но эта-то конечность и замкнутость Вселенной, которая при первом своем появлении так будоражила умы, оказалась не такой уж привлекательной идеей, поскольку выяснилось, что существуют другие нестатические решения, согласно которым Вселенная бесконечна и «плоска». Можно даже утверждать, что классической модели расширяющегося газа, частицы которого подчиняются закону Ньютона в обычном евклидовом пространстве, вполне достаточно для объяснения всех основных особенностей наблюдений. Такую теорию можно было применить к расширяющейся Вселенной еще 100 или 150 лет назад. Однако идея о неустойчивой системе звезд слишком чужда тем временам, и в литературе едва ли встречается хотя бы одно упоминание о ней; лишь Больцман — один из основателей кинетической теории газов и статистической теории материи вообще — намекнул в 1895 г. на возможность существования расширяющихся систем звезд, но не занялся этим вопросом серьезно. На самом деле подобный классический подход следует модифицировать именно для весьма удаленных и, следовательно, очень быстрых объектов. Здесь ньютоновская механика теряет почву и должна быть заменена механическими законами специальной теории относительности. Английский астроном Милн, исходя из этой точки зрения, построил теорию расширяющейся Вселенной на базе лишь специальной теории относительности и принципа однородности, утверждающего, что общая картина Вселенной совершенно одинакова, где бы ни был расположен наблюдатель. Милн был так убежден в силе своих принципов, что считал их даже логически неотразимыми. Он, как и Эддингтон до него, верил, что все строение Вселенной можно вывести из априорных принципов, не обращаясь к опыту, — и между тем, оба ратовали за совершенно различные и противоречащие друг другу «априорные» основания своих систем. Ни одна из этих систем не оказалась плодотворной для дальнейшего развития науки.

Судьба $\lambda$-члена, который Эйнштейн ввел в 1917 г. и который послужил стимулом для всех космологических исследований, оказалась довольно бурной. Вейль и Эддингтон интерпретировали его как универсальную космическую длину и выдвинули на базе этой идеи теорию, весьма обильную философскими рассуждениями. Позднее, когда выяснились возможности широкого выбора допустимых теорий, занимающих промежуточное положение между моделями Эйнштейна и де Ситтера, $\lambda$-член стал, пожалуй, излишним и сам Эйнштейн рекомендовал отбросить его. Но и он, и другие специалисты по космологии, по-видимому, упустили тот факт, что $\lambda$-член совершенно необходим при оценке возраста Вселенной, вычисляемого путем экстраполяции в прошлое данных Хаббла с учетом максимального возраста отдельных метеоритов, звезд и звездных систем, получаемого из совершенно иных и независимых наблюдений (например, определение возраста метеоритов, найденных на Земле, производится путем анализа содержания радиоактивных элементов и продуктов их распада; при этом известные периоды полураспада служат как бы атомными часами, применяемыми в космической шкале времени). И возраст Вселенной как целого, и возраст отдельных объектов имеют, как оказалось, один и тот же порядок величины — несколько миллиардов лет. Однако $\lambda$-член при этом необходим для того, чтобы возраст Вселенной как целого оказался больше, чем возраст любого из упомянутых частных объектов в ней. Ситуация вновь изменилась, когда новые тщательные исследования, выполненные после 1952 г., показали, что космические расстояния фактически больше, чем величины, принятые Хabблом. Теперь снова оказалось возможным опустить $\lambda$-член, не создавая затруднений, связанных с возрастом Вселенной, вычисленным по формулам Хаббла и на основе радиоактивных измерений возраста метеоритов и других небесных тел. Согласно современным измерениям, возраст Вселенной составляет около 5 миллиардов лет.

Идея об определенном моменте «начала мира» казалась столь странной, что были предприняты попытки обойти этот вопрос, заменяя явление возникновения Вселенной некоторым устойчивым состоянием. Это, очевидно, невозможно без принятия предположения, что материя постоянно создается из ничего, ибо как могут звезды двигаться, постоянно удаляясь друг от друга, и не оставлять позади себя все более и более разреженной области? А между тем ситуация совершенно не такова: имеются веские доказательства в пользу довольно однородного среднего распределения звезд во всей области пространства, доступной самым сильным телескопам.

Поэтому были выдвинуты теории, исходящие из предположения, что Вселенная находится в устойчивом состоянии благодаря постоянному сотворению материи. Что существуют так называемые «новые» и «сверхновые» звезды — это опытный факт. Его обычно объясняют как взрыв существующих звезд низкой светимости. Но Йордан предположил, что эти звезды могут быть в самом деле новыми, что гравитационная энергия может превращаться в реальную материю. Его теория представляет собой обобщение теории Эйнштейна: следуя предложению, выдвинутому Дираком, он допустил, что гравитационная константа общей теории (обобщение ньютоновской константы гравитации, см. стр. 330) на самом деле не константа, а переменная, истолковал ее как одиннадцатую компоненту поля и добавил ее к десяти компонентам метрического поля. Но несмотря на большие усилия, этот путь не дал никакого вразумительного результата. То же самое относится к теориям, предложенным Хойлом, Бонди и Голдом, которые предполагали, что во всем пространстве происходит порождение отдельных атомов водорода из ничего, и соответственно модифицировали эйнштейновские уравнения поля. К счастью — для создателей этой теории — число порождаемых при этом атомов столь мало (порядка 1 атома в кубе с ребром 100 *м* в течение столетия), что оно гораздо ниже величин, доступных наблюдению.

У читателя может сложиться впечатление, что современная космология ушла с твердой эмпирической почвы в такие дебри, где утверждения могут выдвигаться без всяких опасений, что их удается подвергнуть проверке наблюдениями. Это в самом деле можно сказать о только что обрисованных теориях, особенно потому, что смешанное чувство восхищения и легкой неприязни, которое они вызывают, резко усиливается почти фанатической уверенностью, с которой эти теории пропагандируются своими авторами. К несчастью, но довольно естественно, такое положение вещей было использовано различными идеологиями для того, чтобы объявить какие-то из этих теорий подтверждением своих догм и предать анафеме другие. Есть теологи, которые приветствуют космологию, когда она вводит начало мира, потому что этот процесс можно интерпретировать как акт божественного промысла.

Как нас уже убедили геология и палеонтология, временно́й масштаб Библии необходимо умножить на большой коэффициент; остается лишь еще увеличить этот коэффициент, чтобы истолковать библейскую сказку о сотворении мира как символическое представление того, чему учит наука. С другой стороны, материалисты и атеисты предпочитают находящуюся в устойчивом состоянии Вселенную типа предложенной Хойлом, что позволяет обойти акт сотворения и щекотливый вопрос: что было до этого акта? БСЭ занимает довольно нечеткую позицию, считая расширение явлением ограниченных масштабов во Вселенной, во всех остальных отношениях стационарной[1]).

Все точки зрения, если их принимать догматически, чужды духу науки, и каждую из них можно опровергнуть, показав, что она не принимает во внимание все стороны вопроса. Те, кто приветствует идею о «начале», забывают, что с уверенностью можно утверждать лишь существование состояния высокой плотности материи, совершенно отличного от известного нам распределения отдельных звезд; можно усомниться, что в таком состоянии применимы представления о пространстве и времени, поскольку эти представления самым тесным образом связаны с характером разреженной системы звезд. Поэтому «начало» относится лишь к нашей способности описывать положение вещей с помощью аппарата привычных нам понятий. Вопрос, имело ли место сотворение из ничего — не научная задача, а вопрос веры, лежащий вне возможностей опыта, о чем знали уже старые философы и теологи, вроде Фомы Аквинского. Атеистам, которым не нравится «начало», потому что его можно истолковать как сотворение, следует сказать, что начало Вселен-

---

[1]) Это утверждение автора, по-видимому, является следствием недоразумения. Во всех тех статьях БСЭ, где рассматриваются вопросы космологии, идея стационарности Вселенной оценивается отрицательно. При этом в указанных статьях чрезмерно упрощенной теории однородной изотропной Вселенной противопоставляется не упоминаемая М. Борном релятивистская теория неоднородой анизотропной Вселенной, в которой наблюдаемое расширение Метагалактики истолковывается как своего рода локальное проявление нестационарности Вселенной. — *Прим. перев.*

ной в том виде, как она нам известна, может быть концом другой формы развития материи, хотя практически было бы совершенно невозможно узнать что-нибудь относительно этого периода, поскольку все следы были стерты в хаосе разрушения и перестройки.

Однако эксцентричности и фантазии не должны затенять того факта, что идеи Эйнштейна открыли новый путь изучения Вселенной и дали новый стимул старой астрономической науке, сравнимый по силе лишь с тем, который дал ей Коперник.

## § 13. ЕДИНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Мы уже говорили выше, что эйнштейновский закон связи между энергией и массой $E = mc^2$ (стр. 273), берущий свое начало в специальной теории относительности, нашел наиболее важные применения в области физики элементарных частиц, ядер и электронов. Массы этих частиц представляют колоссальные концентрации энергии в очень малых областях пространства.

Поэтому следует предполагать, что эти частицы должны создавать большие местные искривления пространства и соответствующие гравитационные поля. Могут ли эти поля объяснить связывающие силы, удерживающие эти частицы в форме единого целого против действий отталкивания тех электрических зарядов, которые несут эти частицы?

Оценка двух противодействующих сил — электрического отталкивания и гравитационного притяжения — оказывается разочаровывающей. Рассмотрим два электрона, расположенных на расстоянии $r$; обе силы подчиняются закону

$$\frac{\mathrm{const}}{r^2},$$

причем величина константы равна $e^2$ для электрической силы [формула (46), стр. 151] и $km^2$ для гравитационной [формула (26), стр. 68], где $k$ — гравитационная постоянная. Их отношение

$$\frac{(e/m)^2}{k},$$

и поскольку $e/m \sim 5 \cdot 10^{17}$ *эл.-стат. ед./г* $= 5 \cdot 10^{14}$ $см^{3/2}/сек \cdot г^{1/2}$ (мы используем размерность заряда, указанную на стр. 151), а $k \sim 7 \cdot 10^{-8}$ $см^3/сек^2 \cdot г$, мы получаем огромное число $\sim 3 \cdot 10^{42}$. Это, казалось бы, означает, что гравитация слишком слаба, чтобы объяснить устойчивость электрона.

Несмотря на это, Эйнштейн спустя немного времени после завершения общей теории относительности приступил к работе над единой теорией поля, которая должна была объединить законы электромагнетизма и гравитации в единую систему формул. Он постоянно надеялся, что таким путем удастся добиться не только формального объединения теорий, но и объяснить существование элементарных частиц и их странное поведение, обычно описываемое с помощью квантовой теории.

В рамках этой книги невозможно дать представление о квантовой теории (см. стр. 284). Мы должны удовлетворяться сообщением, что эта теория, заложенная Максом Планком в 1900 г., многими своими фундаментальными достижениями обязана самому Эйнштейну. Фактически тот же самый том (1905 г.) немецкого журнала «Annalen der Physik», в котором была опубликована первая и основная статья Эйнштейна по теории относительности, содержал и его наиболее важную статью по квантовой теории, превращающую эту теорию из странной гипотезы в утверждение, доступное экспериментальной проверке. Квантовая теория представляет собой обобщение классической механики в несколько ином направлении, чем теория относительности: тогда как последняя видоизменяет наши представления о пространстве и времени, квантовая теория меняет наше отношение к понятию причинности.

Классическая теория использует дифференциальные уравнения, носящие детерминистический характер, поскольку они позволяют предсказывать будущее, исходя из настоящих наблюдений, однозначным образом. Законы квантовой теории носят статистический характер и позволяют нам предсказывать лишь вероятности будущих событий. Эйнштейн сам сделал наиболее важные шаги в этом направлении. Но когда позднее эти идеи были систематизированы в форме так называемой *квантовой механики*, он не принял этого пути. Он считал, что законы квантовой механики дают лишь неполное описание природы и должны быть сведены к законам детерминистического типа.

Это убеждение послужило движущей силой его неустанных попыток разработать единую теорию, в которой он предполагал дать объяснение не только существованию протона и электрона, но также всем результатам, обычно описываемым квантовой механикой. Он опубликовал бо́льшой ряд единых теорий, опирающихся на обобщение его теории метрического поля. В том же направлении работали и другие выдающиеся ученые — Вейль, Эддингтон, Шредингер. Но в день смерти Эйнштейна (1956 г.) поставленная им цель казалась такой же далекой, как и раньше.

Большинство физиков относилось к этой работе скептически. Их основной аргумент вытекал из того факта, что были обнаружены новые элементарные частицы (например, нейтрон, различные мезоны, гипероны и т. д.), которые оказались нестабильными и подобно радиоактивным атомам распадались на другие частицы. Квантовая теория поля сопоставила каждой из этих частиц определенный тип поля (поля материальных волн по де Бройлю), и единая теория, как ее предвидел Эйнштейн, должна была бы охватить все эти виды полей. Таким образом, центр тяжести проблемы сместился, и решение ее следует теперь искать в свете гораздо более общих представлений. Но все-таки именно Эйнштейну принадлежит честь осознания важности этой проблемы — проблемы установления всеобщих законов, объединяющих в одно целое весь физический мир.

Современная наука следует Эйнштейну на пути к этому объединению, хотя и не солидарна с его убеждением, что единые законы должны носить классический детерминистический характер. Исследования ведутся в двух направлениях. Одно направление опирается на специальную теорию относительности и пытается построить универсальные законы, исходя из фактов наблюдения, в частности из самых общих свойств симметрии, присущих обнаруживаемым на эксперименте взаимодействиям различных элементарных частиц. Основное свойство новых законов заключается в их «нелинейности»: это означает, что различные члены уравнений — функции, содержащие различные степени неизвестных величин. (В качестве иллюстрации этого момента напомним, что в классической физике все законы распространения волн — например, уравнение Максвелла — линейны; это утверждение означает, что волны могут проходить друг сквозь друга без взаимодействия. Нелинейности существуют, например, в гидродинамике, описывающей движение жидкостей и газов: в ней два потока не могут налагаться друг на друга, не вызывая взаимных возмущений.) При этом в критерий правильности законов включается требование их простоты. Таков, например, подход, избранный Гейзенбергом.

Другое направление стремится установить законы, которые были бы инвариантны относительно общих преобразований, следуя, таким образом, методам эйнштейновской общей теории относительности. Поскольку эйнштейновские законы гравитации нелинейны, этот путь введения нелинейности (испытанный, например, Грином) представяется наиболее естественным.

Приведет ли какой-либо из этих или других методов к желанному «мировому закону» — решать будущим исследователям.

## § 14. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Очерк современной физики и ее астрономических приложений, данный в заключительных параграфах, показывает, что идеи Эйнштейна с момента их первого осознания более полувека назад ничуть не утратили своей силы. Они дали физической науке импульс, который освободил ее от устаревших философских доктрин и превратил физику в одну из решающих сил современного мира людей.

# ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ


**А**беррация 94, 138, 294
—, константа 95
Абсолютное вращение 81, 86, 300, 301
— время 61
— пространство 62, 81, 208, 218, 300
Аналитическая геометрия 35

**Б**ио и Савара закон 160, 172, 176
Близкодействие 110, 113, 170

**В**ес 23, 47, 57
Возмущения 67, 69
*Волновая теория* 88, 97
— — света 88
Волновой пакет 100, 123
Волны 89
— продольные и поперечные 114
— световые 184
Время локальное 217, 244
— собственное 244, 248
Всемирное тяготение *см.* Гравитация

**Г**алилея преобразование 78, 120, 123, 232, 260
*Гальванический элемент* 154
Гауссовы координаты 312, 328
Геодезические линии 315
Герца теория движения проводников 188
Гравитационная постоянная 68
Гравитационное поле 308, 329
Гравитация 65, 304

**Д**альнодействие 110, 113
Двойное лучепреломление 90
Действие на расстоянии *см.* Дальнодействие
Деформация 111
Джоуля закон 160
Дина 58
Дифракция 89, 130
Дифференциальное уравнение 108, 112, 170, 178
Дифференциальный коэффициент 112, 181, 182
Диэлектрическая постоянная 165, 167, 168
Длина волны 99, 119
— статическая (собственная) 241
Доплера эффект 120, 292, 344
— — поперечный 292

**Е**диная теория поля 360
Единицы времени 15
— длины 15
Емкость 163

**З**акон сохранения импульса 261
— — количества движения 42
— — энергии 52, 273
— тяготения Ньютона 63, 65, 68

Замедление времени 243
Заряд электрический *см.* Электрический заряд

**И**зотоп 280
Импульс 41, 261, 266, 282
— силы 38, 39
Импульсные весы 38
Инвариант 76, 120, 235, 327
*Индукция магнитная* 173, 178
— электрическая 190
Инерциальная система 74, 78, 140, 299
Инерциальное сопротивление 40, 80, 303
Инерция 36, 60, 205, 271, 278, 303, 329
— энергии 276
Интерференция 97, 130
Интерферометр 102, 212
Ион 199
Искривленное пространство-время 331
Искривленная траектория 32

**К**алибровочные кривые 79, 236, 239
Каналовые лучи 126, 293
Катодные лучи 196
Квантовая теория 11, 284, 361
Кеплера законы 63
Кинетическая теория 352
— энергия 55
Количество движения *см.* Импульс
Компоненты вектора 33
Конденсатор 156, 163 167, 171, 189
Контактное взаимодействие *см.* Близкодействие
Континуум 110, 317
— двумерный 318
— пространственно-временной 325
Корпускулярная теория света 88
Космология 15, 351
Красное смещение 341
Кривая поверхность 311
Кривизна 317, 331
Кулона закон 151

**Л**оренца преобразование 230, 234, 260, 290, 299

**М**агнетизм 152, 173
Магнитная проницаемость 165
*Майкельсона — Морли эксперимент* 102, 209
Масса 40, 47, 57, 203, 205, 261, 266, 279
— гравитационная 49
— инертная 49, 276
— покоя 266, 270
— продольная и поперечная 269
— релятивистская 266, 269
— электромагнитная 203
Маятник Фуко
Мезон 253, 279
Меркурия перигелий, движение 70, 338
Метрика пространственно-временного континуума 325

Метрические коэффициенты 314, 328
Метрическое поле 329, 333
Мировые линии 36, 42
— — пространственно- и временно-подобные 256
— точки 36, 233, 323
Мнимые величины 297
Модуль упругости 111

Неевклидова геометрия 324
Нейтрон 280

Одновременность 220

Парабола 30
Период колебаний 98
Пифагора теорема 33, 77, 297, 314, 328
Плоскость падения 105
Плотность массы 111
Позитрон 284
Поляризация 104
Потенциал 152
Потенциальная энергия 55
Преломление 131, 133
Принцип относительности 227
— — в классической механике 72
— постоянства скорости света 227
— эквивалентности 303, 326, 348
Причинности закон 246
Проводимость 159
Производные единицы 26
Протон 280

Радиолокация 351
Размерность 26, 39, 55, 58, 151, 154, 157, 162
Расщепление (деление) ядра 281
Реальность 73
Релятивизация силы веса 66
Роулэнда эффект 190

Свет «естественный» 105
Света луч 104
— скорость 92, 104, 209, 220, 227, 347
Световое давление 276
Световой год 348
Световые линии 225, 233
Сила 23, 42, 267
— инерциальная 80
— центробежная 81, 83, 301, 307
Силовые линии 163
Синтез (слияние) ядер 281
Синхронность 221
Скорость 26
— света *см.* Света скорость
Сложение скоростей (по Эйнштейну) 259
Событие 36
Сокращения гипотеза 213, 247
Солнечное затмение 349
Сопротивление инерции *см.* Инерциальное сопротивление
Спектральный анализ 121
Спектроскопия 271

Ток смещения 171

Увлечение света 127, 133, 134, 137, 188, 200, 291
Упругий эфир 108
Упругость 24, 108, 109
Ускорение 28, 29, 37, 42, 63
— центростремительное 34

Фаза 98
Фарадея закон индукции 174
Форономическое (кинематическое) описание 22
Фундаментальный инвариант 235, 326

Цвет 98, 121, 137

Частота 98
Четырехмерное расстояние 299

Эквивалентности принцип *см.* Принцип эквивалентности
Эквивалентный вес 156
Электрическая жидкость 147
Электрический заряд 144, 286
— —, плотность 149, 169, 170, 176, 286
— ток 155, 286
— —, плотность 159, 173, 178, 286
— —, сила 157, 286
Электрическое поле 146
— сопротивление 158
Электродвижущая сила 159
Электролиз 154
Электромагнитная единица 161
— масса *см.* Масса электромагнитная
— теория света 180
Электромагнитное поле 183, 288
Электрон 179, 195, 216, 270, 280
Электронная теория Лоренца 195
Эфирный ветер 127, 130, 140, 213

Юпитера спутника 92, 127, 246

# ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ


Абрагам 207—209, 216, 270
Ампер 173, 174, 176
Андерсон 284
Араго 102, 106, 131

Белопольский 126
Био 160, 173, 175, 193
Больцман 184
Больяи 324
Бонди 358
Бройль, де 361
Брэдли 94
Брюстер 102, 105
Бунзен 121
Бьёркнес 186

Вебер 162, 175, 179, 180, 184
Вейль 330, 361
Вильсон 194, 200, 201, 289
Вольта 154

Галилей 11, 22, 37, 59, 61, 92
Гальвани 154
Гаусс 152, 297, 311—319, 323
Гейзенберг 362
Гельмгольц 56, 180, 190, 195, 319, 324
Герц 180, 185, 187—189, 193, 195
Гете 97
Гильберт 331
Голд 358
Голицын 126
Гольдштейн 126
Гофман 340
Гримальди 89
Грин 102, 115, 152, 362
Грэй 144
Гук 88
Гюйгенс 88—91

Декарт 88
Джоуль 56, 160
Дирак 358
Доплер 120
Дюфе 144

Евклид 18

Зольднер 349, 350
Зоммерфельд 104

Ивс 293
Инфельд 340

Йордан 358

Кавендиш 149
Кант 319, 320
Карлейль 155
Кауфман 208, 270
Кельвин 196
Кеплер 22, 61
Кирхгоф 104, 121
Клаузиус 179
Клейн 330
Кольрауш 162, 175, 180, 184
Коперник 20—22, 334
Коши 102, 108, 115
Кристоффель 351
Крэншоу 351
Кулон 149, 153

Лагранж 102
Лаплас 102, 152, 160
Лармор 11, 217
Лебедев 276
Леверье 70, 338
Леви-Чивита 311
Лейбниц 63
Леметр 356
Ленард 196
Лобачевский 324
Лодж 213
Лоренц 11, 195, 200—203, 208, 214—219, 241, 244, 289

Майер 56
Майкельсон 209—214
Мак-Кэллаг 117, 185, 186
Максвелл 117, 127, 162, 169—172, 175—180, 184—186, 200
Малюс 102, 105
Маркони 204
Мах 13, 86, 303, 338, 351
Мёссбауэр 350
Милликен 198, 207
Милн 357
Минковский 11, 36, 78, 225, 233, 289, 296
Морли 209—214

Навье 102, 108, 115
Нейман 115, 179
Никольс 276
Никольсон 155
Нобл 215
Ньютон 13, 22, 59, 61—65, 69, 81, 84, 85, 89, 92, 97, 104, 352

Оттинг 293

Паунд 351
Планк 11, 284, 361

Пойнтинг 276
Попов 204
Пристли 149
Птолемей 19, 334
Пуанкаре 11, 217, 219
Пуассон 102, 108, 115, 152

Ребка 351
Рентген 193, 200, 289
Рёмер 92, 94, 127, 142, 202
Риман 179, 311, 319, 324
Риччи 311
Робертсон 357
Роулэнд 190

Савар 160, 173, 175, 193
Ситтер, де 355—358
Стилуэлл 293
Стокс 116, 131, 188, 189

Тирринг 334
Толман 356
Томсон 196, 198
Траутон 215

Уайтхед 351
Уотсон 146

Фарадей 155, 156, 163—175, 180—184, 200
Физо 96, 137
Фицджеральд 11, 214, 241
Фок 340
Фохт 217
Франклин 146
Френель 101, 102, 104, 106, 108, 142, 189, 201
Фридман 355, 356
Фуко 84, 86, 96, 97

Хаббл 356, 357
Хойл 358
Холл 276
Хук 132, 135, 137

Шварцшильд 336, 337
Шиффер 351
Шредингер 361
Штарк 126

Эддингтон 330, 357, 361
Эйлер 97
Эйнштейн 8, 11—14, 71, 86, 219, 220, 244, 248, 276, 302, 325, 334, 336—340, 360—363
Эйри 140
Эйхенвальд 190, 193, 289
Эпинус 148
Эрстед 160, 173
Этвеш 49

Юнг 97, 102, 106

## ОГЛАВЛЕНИЕ


Предисловие переводчика . . . . . . . . . . . . . . . 5
Предисловие автора . . . . . . . . . . . . . . . . 8
Введение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 11

*Глава I.* **Геометрия и космология**

§ 1. Происхождение искусства измерения пространства и времени 15
§ 2. Единицы длины и времени . . . . . . . . . . . . . 15
§ 3. Начало и система координат . . . . . . . . . . . 16
§ 4. Аксиомы геометрии . . . . . . . . . . . . . . . 18
§ 5. Система Птолемея . . . . . . . . . . . . . . . 19
§ 6. Система Коперника . . . . . . . . . . . . . . . 19
§ 7. Развитие идей Коперника . . . . . . . . . . . . 21

*Глава II.* **Фундаментальные законы классической механики**

§ 1. Равновесие и понятие силы . . . . . . . . . . . 23
§ 2. Изучение движения. Прямолинейное движение . . . . . . 24
§ 3. Движение в плоскости . . . . . . . . . . . . . 31
§ 4. Круговое движение . . . . . . . . . . . . . . 33
§ 5. Движение в пространстве . . . . . . . . . . . . 35
§ 6. Динамика. Закон инерции . . . . . . . . . . . . 36
§ 7. Импульсы . . . . . . . . . . . . . . . . . . 37
§ 8. Результат действия импульса силы . . . . . . . . 39
§ 9. Масса и количество движения . . . . . . . . . . 39
§ 10. Сила и ускорение . . . . . . . . . . . . . . . 42
§ 11. Пример: упругие колебания . . . . . . . . . . . 44
§ 12. Вес и масса . . . . . . . . . . . . . . . . . 47
§ 13. Аналитическая механика . . . . . . . . . . . . 50
§ 14. Закон сохранения энергии . . . . . . . . . . . 52
§ 15. Динамические единицы силы и массы . . . . . . . . 56

*Глава III.* **Ньютонова система мира**

§ 1. Абсолютное пространство и абсолютное время . . . . . . 59
§ 2. Ньютоновский закон тяготения . . . . . . . . . . 63
§ 3. Всемирное тяготение . . . . . . . . . . . . . . 65
§ 4. Небесная механика . . . . . . . . . . . . . . . 68
§ 5. Принцип относительности в классической механике . . . . 71
§ 6. Ограниченно абсолютное пространство . . . . . . . . 73
§ 7. Преобразования Галилея . . . . . . . . . . . . . 75
§ 8. Инерциальные силы . . . . . . . . . . . . . . . 79
§ 9. Центробежные силы и абсолютное пространство . . . . . 81

*Глава IV.* **Фундаментальные законы оптики**

§ 1. Мировой эфир . . . . . . . . . . . . . . . . . 87
§ 2. Корпускулярная и волновая теории. . . . . . . . . . 88

§ 3. Скорость света . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 92
§ 4. Элементы волновой теории. Интерференция . . . . . . . 97
§ 5. Поляризация и поперечность световых волн . . . . . . . 104
§ 6. Эфир как упругое твердое тело . . . . . . . . . . . . 108
§ 7. Оптика движущихся тел . . . . . . . . . . . . . . . . 117
§ 8. Эффект Доплера . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 120
§ 9. Увлечение света веществом . . . . . . . . . . . . . . 127
§ 10. Аберрация . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 138
§ 11. Повторение и дальнейшее развитие . . . . . . . . . . 140

*Глава V.* **Фундаментальные законы электродинамики**

§ 1. Электро- и магнитостатика . . . . . . . . . . . . . . 144
§ 2. Вольтаическое электричество и электролиз . . . . . . 154
§ 3. Сопротивление и тепловой эффект тока . . . . . . . . 157
§ 4. Электромагнетизм . . . . . . . . . . . . . . . . . . 160
§ 5. Фарадеевы силовые линии . . . . . . . . . . . . . . . 163
§ 6. Электрический ток смещения . . . . . . . . . . . . . 171
§ 7. Магнитная индукция . . . . . . . . . . . . . . . . . 173
§ 8. Максвелловская теория близкодействия . . . . . . . . 175
§ 9. Электромагнитная теория света . . . . . . . . . . . . 180
§ 10. Электромагнитный эфир . . . . . . . . . . . . . . . 185
§ 11. Теория движущихся тел по Герцу . . . . . . . . . . . 188
§ 12. Электронная теория Лоренца . . . . . . . . . . . . . 195
§ 13. Электромагнитная масса . . . . . . . . . . . . . . . 203
§ 14. Опыт Майкельсона и Морли . . . . . . . . . . . . . . 209
§ 15. Гипотеза сокращения . . . . . . . . . . . . . . . . . 213

*Глава VI.* **Эйнштейновский специальный принцип относительности**

§ 1. Понятие одновременности . . . . . . . . . . . . . . . 220
§ 2. Кинематика Эйнштейна и преобразования Лоренца . . . . 227
§ 3. Геометрическое представление механики Эйнштейна . . . 232
§ 4. Движущиеся измерительные линейки и часы . . . . . . . 240
§ 5. Видимость и действительность . . . . . . . . . . . . 244
§ 6. Сложение скоростей . . . . . . . . . . . . . . . . . . 256
§ 7. Эйнштейновская динамика . . . . . . . . . . . . . . . 260
§ 8. Инерция энергии . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 271
§ 9. Энергия и импульс . . . . . . . . . . . . . . . . . . 282
§ 10. Оптика движущихся тел . . . . . . . . . . . . . . . . 289
§ 11. Абсолютный мир Минковского . . . . . . . . . . . . . 296

*Глава VII.* **Общая теория относительности Эйнштейна**

§ 1. Относительность в случае произвольных движений . . . . 300
§ 2. Принцип эквивалентности . . . . . . . . . . . . . . . 303
§ 3. Крах евклидовой геометрии . . . . . . . . . . . . . . 308
§ 4. Геометрия кривых поверхностей . . . . . . . . . . . . 311
§ 5. Двумерный континуум . . . . . . . . . . . . . . . . . 317
§ 6. Математика и реальность . . . . . . . . . . . . . . . 320
§ 7. Метрика пространственно-временного континуума . . . . 325
§ 8. Фундаментальные законы новой механики . . . . . . . . 329
§ 9. Механические следствия и их подтверждения . . . . . . 332
§ 10. Предсказания новой механики и их подтверждения . . . 337
§ 11. Оптические следствия и их подтверждения . . . . . . . 341
§ 12. Космология . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 351
§ 13. Единая теория поля . . . . . . . . . . . . . . . . . 360
§ 14. Заключение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 362
Предметный указатель . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 363
Именной указатель . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 365