

*СОВРЕМЕННЫЕ
ПРОБЛЕМЫ
ФИЗИКИ*

В. Б. БРАГИНСКИЙ

ФИЗИЧЕСКИЕ
ЭКСПЕРИМЕНТЫ
С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ



СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ

*Серия выпускается под общим руководством
редакционной коллегии журнала
«Успехи физических наук»*

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1970

В. Б. БРАГИНСКИЙ

ФИЗИЧЕСКИЕ
ЭКСПЕРИМЕНТЫ
С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1970

530.1

Б 87

УДК 530.10

Физические эксперименты с пробными телами. В. Б. Брагинский. Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1970, 136 стр.

В книге рассматриваются физические эксперименты, в которых обнаружение эффекта сводится к обнаружению малой силы или момента сил, действующих на макроскопическое тело (эксперименты с пробными телами); анализируется пороговая чувствительность механического осциллятора к воздействию регулярной внешней силы. Рассмотрены эффекты светового трения и радиометрической колебательной неустойчивости. Описана оптимальная стратегия измерений малой регулярной силы, воздействующей на механический осциллятор. Приведены оценки наименьших обнаружимых напряженностей магнитного поля, электрического заряда, ускорения и т. п. Описаны эксперименты по проверке принципа эквивалентности, по поиску элементарных частиц с дробным электрическим зарядом, по обнаружению квантовых макроскопических эффектов. Оценены перспективы поисков гравитационного излучения и перспективы реализации релятивистских гравитационных экспериментов в неволновой зоне. Рассмотрены предельно достижимые чувствительности в экспериментах с пробными телами, при поисках реликтовых кварков с целым электрическим зарядом и электрических дипольных моментов элементарных частиц. Описаны методы измерения малых механических смещений и механические флуктуации в космической лаборатории.

Рисунков — 25, таблиц — 4, библиография — 100 назв.

Владимир Борисович Брагинский

Физические эксперименты с пробными телами

(Серия: «Современные проблемы физики»)

М., 1970 г., 136 стр. с илл.

Редактор *А. И. Костиенко*

Техн. редактор *В. С. Никифорова*

Корректор *Г. С. Смоликова*

Сдано в набор 26/XI-1969 г. Подписано к печати 5/VI 1970 г. Бумага 84×108/32

Физ. печ. л. 4,25.

Условн. печ. л. 7,14.

Уч.-изд. л. 6,85.

Тираж 5900 экз.

Т-09728.

Цена книги 43 коп.

Заказ № 112.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы

Москва В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательство «Наука»,

Москва, Шубинский пер., 10.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Введение	9

Глава I

ОБНАРУЖЕНИЕ МАЛЫХ СИЛ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА МЕХАНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

§ 1. Колебательная система с большой постоянной времени, испытывающая воздействие флуктуирующей силы. Методы обнаружения малого регулярного воздействия	15
§ 2. Динамическое влияние прибора, регистрирующего малые колебания, на механический осциллятор . . .	29
§ 3. Классическое и квантовое флуктуационное воздействие измерительного прибора на механический осциллятор	42
§ 4. Оптимальная стратегия измерений в экспериментах с пробными телами; резервы разрешающей способности	57

Глава II

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ

§ 5. Проверка принципа эквивалентности	62
§ 6. Квантовые макроскопические эффекты	72
§ 7. Поиски элементарных частиц с дробным электрическим зарядом	76

Глава III

ПЕРСПЕКТИВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И ЯДЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ

§ 8. Проблема обнаружения гравитационного излучения . .	86
§ 9. Гравитационные релятивистские эффекты в невоодной зоне	109

§ 10. Эксперименты с пробными телами и поиски новых свойств элементарных частиц	112
---	-----

ПРИЛОЖЕНИЕ

§ 11. Методы измерения малых механических колебаний	117
§ 12. Механические флуктуации в космической лаборатории	128
Литература	133

ПРЕДИСЛОВИЕ

Тема этой книги — физические эксперименты, в которых обнаружение эффекта можно свести к регистрации силы или момента сил. Несмотря на то, что классическая физика начиналась именно с таких экспериментов, они выполняются и в настоящее время. Причем поводы для постановки экспериментов носят весьма фундаментальный «характер» (например, проблема обнаружения гравитационного излучения, поиски кварков и т. п.).

В реализуемых в наши дни или выполненных в последние годы экспериментах такого рода достигнутая чувствительность весьма высока и может поразить воображение физика-экспериментатора, не работавшего в этой области. С другой стороны, из года в год чувствительность в этих экспериментах растет. Около 50 лет тому назад Милликен обнаруживал единичный «лишний» электрон (или отсутствие его) в капле, где кроме избыточного электрона «присутствовало» 10^{13} нуклонов, сейчас то же самое умеют делать «на фоне» 10^{18} нуклонов. П. Н. Лебедев примерно в то же время измерял давление светового потока мощностью около 1 вт , сейчас умеют измерять световое давление от потоков в десятки микроватт. Дике в 1959—1963 гг. при повторении опытов Этвеша по проверке принципа эквивалентности удалось повысить чувствительность на 3 порядка. В будущем можно ожидать, по-видимому, дальнейшего роста чувствительности. Автор поставил себе задачу описать условия (методические и принципиальные), необходимые для повышения чувствительности, а также указать пределы разрешения, которых можно в принципе достигнуть. Оказалось, что эти пределы сходны в некотором отношении с открытыми недавно макроскопическими квантовыми эффектами.

В книгу включены также описания некоторых недавно выполненных интересных экспериментов, связанных с разрешением фундаментальных физических вопросов, и оценки предельного разрешения в отдельных обсуждаемых в литературе экспериментах. Подбор материала во второй части книги обусловлен только важностью физических вопросов, которые могут быть разрешены в экспериментах. Естественно, что этот подбор определялся субъективной точкой зрения автора. Поэтому примеры и иллюстрации во второй половине книги не исчерпывают всех возможных экспериментов, в которых важно обнаруживать малые механические силы или моменты сил.

Автор пользуется случаем выразить свою признательность за ценные замечания, высказанные при чтении рукописи, Ю. Л. Климонтовичу, В. Н. Руденко и Р. В. Хохлову.

«До тех пор, пока мы не узнаем, почему элементарный электрический заряд одинаков во всех процессах, интерес к фундаментальным вопросам физики ослабеть не может».

В. Вайскопф

«Ведь того, о чем никто не знает, почти что и вовсе не существует».

*Апулей, «Метаморфозы»,
книга десятая*

ВВЕДЕНИЕ

Большое количество экспериментов, в которых обнаружение физического эффекта сводилось к регистрации малой силы или момента сил, действующих на макроскопическое тело, дало фундаментальную физическую информацию. К таким экспериментам относятся, например, эксперименты Эйнштейна и де Гааз, Милликена, Этвеша — Дике (проверка принципа эквивалентности), Шубникова и Лазарева (парамагнетизм ядер), а также целый ряд предложенных и частично реализуемых в настоящее время экспериментов: механические эксперименты по обнаружению несохранения четности, по поискам редких частиц с дробным электрическим зарядом, по обнаружению гравитационного излучения и т. д. Относительно недавно был открыт эффект квантования магнитного потока в сверхпроводящих полостях (квантовый макроскопический эффект). Обнаружение этого эффекта свелось к обнаружению малого механического момента силы.

При повторении таких экспериментов или реализации новых (их удобно называть экспериментами с пробными телами) наиболее существенный вопрос состоит в том, какова предельная величина достижимой разрешающей способности. Развитие современной экспериментальной техники привело к тому, что в настоящее время удается существенно (на несколько порядков по сравнению с уже выполненными экспериментами) уменьшить трение,

связывающее пробное тело с лабораторией, а следовательно, уменьшить и флуктуационные силы, действующие на пробное тело. По-видимому, качественный скачок в уменьшении такого флуктуационного воздействия следует ожидать при постановке экспериментов с пробными телами в космосе (при наличии невесомости, глубокого вакуума и в отсутствие сейсмических помех). Рассмотрению предельной разрешающей способности в экспериментах с пробными телами и посвящена значительная часть этой монографии. При этом основное внимание уделено принципиально неустранимым флуктуационным воздействиям.

В известных классических работах приложенная к механическому осциллятору минимальная сила, обнаружимая на фоне тепловых флуктуаций, обычно вычислялась в случае, когда период колебаний τ_0 был примерно равен времени релаксации τ^* (критическое демпфирование). Хорошо известные соотношения, полученные при этом условии, были четко проверены в классических опытах Изинга, Цернике и других. Эти соотношения вошли в учебники в виде иллюстративного примера предельной чувствительности гальванометров, электрометров и т. п. Из условия $\tau_0 \simeq \tau^*$ следует, что для повышения чувствительности в экспериментах с пробными телами единственными способами являются увеличение τ_0 и τ^* и повторение числа измерений. С другой стороны, увеличение τ^* означает уменьшение величины коэффициента трения H , являющегося источником флуктуационной силы, а величина периода τ_0 , вообще говоря, с источниками флуктуационных сил не связана.

Таким образом, из таких простых качественных соображений ясно, что повышения чувствительности можно добиться, увеличивая лишь величину τ^* . Тем самым экспериментатор будет иметь дело с квазиконсервативной системой, и если пробное тело связано жесткостью с лабораторией, то у такого осциллятора $\tau_0/\tau^* \ll 1$.

Во всех перечисленных выше экспериментах, а также в большинстве обсуждаемых в литературе обычно предполагается, что силу $F(\tau)$, воздействие которой на пробное тело необходимо обнаружить, можно кодировать. Это означает, что при постановке экспериментов нет необходимости ограничиваться квазистатическими измерениями, для кото-

рых, как известно, и рекомендуется выбирать $\tau_0 \simeq \tau^*$. Предварительная информация о форме $F(\tau)$ требует решения вопроса об оптимальных способах обнаружения отклика механической системы на воздействие $F(\tau)$. Так как уменьшение теплового флуктуационного воздействия требует увеличения величины τ^* , то при достаточно высокой культуре эксперимента время, затраченное на измерение $\tau_{\text{изм}}$, и τ — время воздействия $F(\tau)$, должны оказаться существенно меньше времени релаксации τ^* . Иными словами, оптимальное обнаружение отклика на $F(\tau)$ должно производиться в целом в неравновесной системе.

Бурное развитие теории выделения сигнала из шумов в 40-х и 50-х годах было в основном связано с оптимизацией операций, производимых в приемнике над суммой (сигнал плюс шум) со статистически эффективным использованием предварительной информации о сигнале. Эта теория была разработана в связи с потребностями развития дальней связи и радиолокации, и поэтому время релаксации в приемнике, преобразующем сумму (сигнал плюс шум), считалось малым, так что происходящие в нем процессы можно было считать близкими к равновесным. Подробный анализ оптимального обнаружения для случаев $\tau_{\text{изм}}/\tau^* \ll 1$ и $\hat{\tau}/\tau^* \ll 1$, по-видимому, не проводился.

В литературе известно относительно большое количество рассмотрений возможности наблюдения физических эффектов, сводящихся к обнаружению силы $F(\tau)$ (или момента силы), действующей на механический осциллятор. Часто при таком рассмотрении пороговое значение обнаружимой величины $[F(\tau)]_{\text{мин}}$ определялось из равновесного значения энергии осциллятора $[F(\tau)]_{\text{мин}} \simeq \sqrt{\kappa T m \omega_0^2}$.

Очевидно, что такая оценка неправомерна, так как исключен такой важный параметр, как соотношение между временами $\tau_{\text{изм}}$ (или $\hat{\tau}$) и временем релаксации τ^* .

Подводя предварительный итог изложенным качественным соображениям, можно заключить, что увеличение величины τ^* , зависящее по существу лишь от «культуры» эксперимента, должно, в случае тепловых флуктуаций, повлечь за собой понижение порога обнаружимых воздействий $F(\tau)$ на пробное тело, если эти воздействия ограничены во времени. Не вызывает сомнений, что

строгое рассмотрение задачи обнаружения слабого воздействия на механический осциллятор или свободное тело при большом τ^* не представляет трудностей по крайней мере в классическом приближении. Эта задача может быть решена, например, если воспользоваться известными соотношениями, полученными Чандрасекаром для уравнения Ланжевена [1]. Однако в работах Чандрасекара случай $\hat{\tau}/\tau^* \ll 1$ подробно не анализировался.

Уменьшение величины $\hat{\tau}/\tau^*$ должно привести к тому, что вкладываемые или извлекаемые из пробного тела силой $F(\tau)$ обнаружимые порции энергии ΔW должны становиться существенно меньшими, чем равновесное значение энергии kT (для выбранной степени свободы). Это означает, что существует предел применимости классического решения этой задачи для некоторых достаточно малых $\hat{\tau}/\tau^*$. Кроме того, при классическом рассмотрении обычно не учитывается флуктуационное влияние устройства, регистрирующего малые смещения пробного тела. При достаточно малом $\hat{\tau}/\tau^*$ это влияние оказывается определяющим. В земных лабораторных условиях крутильные весы на тонких кварцевых нитях позволяют получать $\tau^* \simeq 10^6$ сек. В центрифугах на магнитных подвесах со слежением, а также в гироскопах на электростатических следящих подвесах при вакууме порядка 10^{-8} тор величина τ^* достигает $\simeq 10^9$ сек (Бимс, Нордрик). Таким образом, даже в земных условиях можно получить достаточно малое отношение τ/τ^* .

Рассмотрению группы вопросов, связанных с обнаружением малой силы, действующей на пробное тело, посвящена первая глава. В нее вошло классическое рассмотрение обнаружения малой регулярной (ограниченной во времени и известной формы) силы, действующей на механический осциллятор (§ 1). В этом параграфе также рассмотрены методы выделения отклика на воздействие силы при $\hat{\tau}/\tau^* \ll 1$ на фоне флуктуаций и приведены иллюстративные примеры.

Анализ динамического воздействия радиотехнических и оптических индикаторов на механический осциллятор изложен в § 2. В нем рассмотрено влияние на период τ_0 и время τ^* , регистрирующего малые смещения устройства, указано на возникновение колебательной неустой-

чивости, характерной для определенного типа индикаторов, и проанализировано диссипативное влияние оптического излучения на механическое движение, которое оказывается сравнимым с трением, вносимым разреженным газом при высоком вакууме.

В § 3 рассмотрена наиболее важная с точки зрения предельной чувствительности ситуация, когда величина τ^* настолько велика, что предельную достижимую чувствительность определяет флуктуационное воздействие на пробное тело индикатора малых смещений. Анализ этого случая показывает, что существует оптимальный способ выбора параметров индикатора, при котором минимальная обнаружимая сила (или момент силы) не зависит от свойств индикатора. Полученные при этом аналитические соотношения позволяют производить сравнение значимости для предельной чувствительности классических тепловых флуктуаций (с учетом малости τ/τ^*) и квантовых флуктуаций в индикаторе.

Обсуждению оптимальной стратегии в экспериментах с пробными телами, сравнению известных классических соотношений и полученных аналитических соотношений для оптимальных индикаторов посвящен § 4. В нем также приведены численные оценки для достижимой чувствительности (электрометры, акселерометры, магнитометры и т. п.).

Во второй главе описана методика, применявшаяся в выполненных в последние годы экспериментах, имеющих фундаментальное значение для основных физических представлений.

В § 5 описан эксперимент по проверке принципа эквивалентности (Дике), в § 6 — эксперимент, в котором было обнаружено квантование магнитного потока в сверхпроводниках (Фэйрбанк, Долл, Нёбауэр и Дивер), в § 7 — эксперименты по поискам редких частиц с дробным электрическим зарядом (кварков). В каждом из перечисленных параграфов производится сравнение полученного разрешения с принципиально достижимой чувствительностью на основе оптимальной стратегии, изложенной в первой главе.

Третья глава посвящена перспективам обнаружения гравитационного излучения (§ 8) и анализу перспектив

реализации некоторых релятивистских гравитационных экспериментов в неволновой зоне (§ 9). В § 8 также дан краткий обзор современных представлений об источниках гравитационного излучения внеземного происхождения. В § 10 рассмотрены эксперименты, в которых можно обнаружить новые свойства элементарных частиц.

Приложение содержит краткий обзор методов индикации малых механических смещений (§ 11), а также ряд сведений, основанных на измерениях, проведенных в последнее время, об уровне квазисейсмических флуктуаций, которые будут иметь место в орбитальных космических лабораториях (§ 12).

ГЛАВА I

ОБНАРУЖЕНИЕ МАЛЫХ СИЛ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА МЕХАНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

§ 1. Колебательная система с большой постоянной времени, испытывающая воздействие флуктуирующей силы. Методы обнаружения малого регулярного воздействия

Рассмотрим простейшую схему эксперимента с пробным телом. Представим себе, что необходимо обнаружить воздействие силы $F(\tau)$ на массу m , которая связана с лабораторией жесткостью K , обладающей диссипацией, соответствующей коэффициенту трения H . Будем считать, что имеется предварительная информация о форме силы $F(\tau)$ (регулярное воздействие). Наиболее часто встречающиеся случаи: $F(\tau)$ имеет вид синусоидального цуга или $F(\tau)$ — однократный импульс. В дальнейшем нас будет интересовать лишь уровень достижимой чувствительности при обнаружении регулярных воздействий $F(\tau)$ на такой осциллятор, и мы не будем касаться квазистатических измерений, в которых уровень чувствительности определяется дрейфовыми характеристиками (стабильностью температуры, стабильностью элемента жесткости и т. д.).

Предположим, что кроме $F(\tau)$ на массу осциллятора воздействует стационарная флуктуационная сила $F_{\text{фл}}$. В частном случае тепловых флуктуаций спектральная плотность $F_{\text{фл}}$ равна $(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = 4\kappa TH$, где κ — постоянная Больцмана, а T — температура. От шумов нетеплового

происхождения можно избавиться, используя ряд технических приемов (антисейсмические платформы, акустическая защита и т. п.). Тепловые же флуктуации механического осциллятора принципиально неустранимы. Это обстоятельство обычно и подчеркивается при определении предельной чувствительности гальванометров, электроscopes и т. п. Однако при этом уровень достижимой чувствительности связывается с довольно частным случаем измерений, когда время, затраченное на измерение, порядка времени затухания осциллятора (см., например, [2, 3]). Если не ограничиваться этим случаем, то, как это будет видно из дальнейшего, уровень достижимой чувствительности существенно выше и аналитические выражения, определяющие минимальную обнаружимую величину $F(\tau)$, иные.

Если бы удалось устранить нетепловые флуктуационные воздействия на массу m , то можно было бы сразу утверждать, что грубое условие обнаружения $F(\tau)$ имеет вид

$$F(\tau) \geq \sqrt{4\kappa T H \Delta f}, \quad (1.1)$$

где Δf — полоса частот, внутри которых лежит основная часть спектра $F(\tau)$. Из этого условия видно, что для повышения пороговой чувствительности нужно уменьшать T и H . Величина Δf определяется формой $F(\tau)$. Условие (1.1) является оценочным, так как не указан способ измерения отклика осциллятора на $F(\tau)$.

Предположим, что в нашем распоряжении имеется идеальный прибор, регистрирующий сколь угодно малые механические перемещения под воздействием $F(\tau) + F_{\text{фл}}$ и не дающий вклада в $F_{\text{фл}}$. Такое допущение в рамках классической задачи возможно. Несколько дальше (§ 3) будет рассмотрено флуктуационное (классическое и квантовое) воздействие такого индикатора на осциллятор и будет рассмотрена оптимальная стратегия измерений.

Наиболее простой способ обнаружить отклик на воздействие $F(\tau)$ состоит в том, чтобы зарегистрировать изменение амплитуды колебаний осциллятора. Как уже отмечалось во Введении, уменьшение H , необходимое для увеличения чувствительности, приводит к тому, что время релаксации $\tau^* = 2m/H$ оказывается существенно большим,

чем $\tau_{\text{изм}}$ — разумное время, которое может быть затрачено на измерение, и чем τ — время воздействия $F(\tau)$. Таким образом, при $\tau/\tau^* \ll 1$ и $\tau_{\text{изм}}/\tau^* \ll 1$ осциллятор будет вести себя как система, близкая к консервативной, и амплитуда его колебаний будет медленно меняющейся функцией (см., например, [4, 5]):

$$x(\tau) = A(\tau) \sin[\omega_0 \tau + \varphi(\tau)], \quad \overline{A(\tau)} \gg \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau}. \quad (1.2)$$

Для того чтобы утверждать с некоторой заранее определенной достоверностью, что кроме стационарной флуктуационной силы $F_{\text{фл}}$ на массу m в течение интервала $\hat{\tau}$ воздействовала и сила $F(\tau)$, нужно определить границы, в пределах которых может изменяться амплитуда колебаний осциллятора под воздействием $F_{\text{фл}}$: $[A(\tau) - A(0)]_{1-\alpha}$. Эти границы определяются лишь с заданной степенью вероятности $(1-\alpha)$; величину α обычно называют статистической ошибкой первого рода. Таким образом, найдя эти границы (их иногда в математической статистике называют квантилями [6]), можно будет определить пороговую чувствительность для $F(\tau)$.

Выражение для плотности вероятности условного распределения амплитуды колебаний $A(\tau)$ в момент $\hat{\tau}$ имеет вид [5]

$$p[A(\hat{\tau}) | A(0)] = \frac{A(\hat{\tau})}{\sigma^2(1-G^2)} I_0 \left(\frac{GA(0)A(\hat{\tau})}{\sigma^2(1-G^2)} \right) \exp \left[-\frac{A^2(\hat{\tau}) + GA^2(0)}{2\sigma^2(1-G^2)} \right], \quad (1.3)$$

где для нашего случая

$$G \simeq e^{-\hat{\tau}/\tau^*}, \quad \sigma^2 = \overline{A^2(\tau)}.$$

Величину $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ в соответствии с определением $p[A(\tau) | A(0)]$ можно найти, решив уравнение

$$1 - \alpha = \int_{A(0)}^{[A(\hat{\tau})]} p[A(\hat{\tau}) | A(0)] dA(\hat{\tau}). \quad (1.4)$$

Рассмотрим два случая: $A(0) = 0$ и $A(0) \simeq \sigma$. В первом случае уравнение (1.4) имеет простой вид:

$$1 - \alpha = 1 - \exp \left[- \frac{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2}{2c\sigma^2} \right], \quad c = \frac{2\hat{\tau}}{\tau^*} \ll 1, \quad (1.5)$$

откуда

$$[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha} = \sigma \sqrt{\frac{2\hat{\tau}}{\tau^*}} \cdot \sqrt{2 \ln(1/\alpha)}. \quad (1.6)$$

Величина $[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$ не сильно изменится для начальных значений $A(0) \leq \sigma\sqrt{c}$, и с помощью соотношения (1.6)

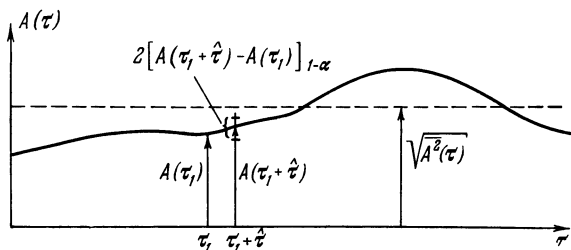


Рис. 1.

можно, задавая α , оценивать с достоверностью $(1 - \alpha)$ границы возможного изменения амплитуды колебаний $[A(\tau) - A(0)]_{1-\alpha}$ по истечении времени $\hat{\tau}$. Как видно из (1.6), для этого необходимо знать $\hat{\tau}$, τ^* и σ . В случае тепловых флуктуаций

$$K\sigma^2 = \kappa T.$$

Таким образом, если осциллятор имел малую начальную амплитуду ($A(0) = 0$ или $A(0) \leq \sigma\sqrt{c}$) и по истечении времени $\hat{\tau}$ амплитуда его колебаний превзошла величину (1.6), то можно с достоверностью $(1 - \alpha)$ утверждать, что кроме $F_{\text{фл}}$ на осциллятор воздействовала и некоторая добавочная сила $F(\tau)$ (рис. 1).

Как видно из изложенного, мы получили лишь пороговое соотношение, обычное для теории обнаружения. Иными словами, кроме «да» или «нет» о дополнительном воз-

действии $F(\tau)$ ничего сказать нельзя, если $A(\hat{\tau})$ незначительно превзошла или не превзошла границу $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Таким образом, величина $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ соответствует пороговой чувствительности при обнаружении малой величины $F(\tau)$. Ясно, что для того чтобы получить, например, относительную точность около 10%, необходимо, чтобы $F(\tau)$ в течение времени $\hat{\tau}$ сообщила осциллятору амплитуду колебаний $A(\hat{\tau})$ примерно в 10 раз большую, чем $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Возвратимся к ситуации, когда $A(\hat{\tau})$ близко к граничному значению. Интерференция колебаний, вызванных $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, может привести к тому, что $A(\hat{\tau})$ не превзойдет $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, и, применяя изложенный выше критерий, необходимо будет сделать неправильный вывод $F(\tau) = 0$. Для того чтобы оценить вероятность такого исхода, необходимо ввести статистическую ошибку второго рода β — вероятность того, что в предположении $F(\tau) \neq 0$ осуществится результат $A(\tau) < [A(\tau) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Предположим, что сила $F(\tau)$ в отсутствие $F_{\text{фл}}$ может раскачать осциллятор за время $\hat{\tau}$ до амплитуды B . Зададимся некоторым значением $\zeta = B / [A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ и вычислим величину β . Ограничимся при этом случаем $\zeta \geq 1$ и будем считать сдвиг фаз между колебаниями, вызванными $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, случайным. Кроме того, положим $A(0) = 0$. Нетрудно показать, учитывая интерференцию колебаний, вызванных $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, что

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} d\varphi \int_{-B \cos \varphi}^{\sqrt{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 - B^2 \sin^2 \varphi}} p[A(\tau) | 0] dA(\tau), \quad (1.7)$$

где $\sin \varphi_1 = 1/\zeta$.

Произведя замену обозначений

$$[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha} = \frac{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}}{\sigma}$$

и учитывая, что $\xi = B/[A(\tau)]_{1-\alpha}$, получим

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} \left\{ \exp \left[-\frac{[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 (-\xi \cos \varphi - \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi})}{2c} \right] - \exp \left[-\frac{[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 (-\xi \cos \varphi + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi})}{2c} \right] \right\} d\varphi, \quad (1.8)$$

где так же, как и выше, $c = 2\hat{\tau}/\tau^*$.

Величина $[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$ связана с величиной ошибки первого рода α соотношением (1.6). Используя его, можно выразить β как функцию α и ξ :

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} \{ \alpha[-\xi \cos \varphi - \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi}] - \alpha[-\xi \cos \varphi + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi}] \} d\varphi. \quad (1.9)$$

При $\alpha = 0,05$ и $\xi = 1,4$ имеем $\beta = 0,117$; при $\alpha = 0,05$ и $\xi = 2$ величина $\beta = 0,005$.

Таким образом, если использовать граничное значение (1.6), то вероятность не обнаружить воздействие силы $F(\tau)$, которая в отсутствие $F_{\text{фл}}$ вызывает амплитуду $B = 2[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$, не превышает 0,5%. Величина β не существенно изменится, если $A(0) \neq 0$, но не превышает $\sigma \sqrt{c}$.

Обратимся к случаю, когда $A(0)$ и $A(\hat{\tau})$ не малы по сравнению с σ величины. Определим граничные значения $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, когда $A(0) \simeq \sigma$. Учитывая, что $c = 2\hat{\tau}/\tau^* \ll 1$, функцию $I_0(x)$ в (1.3) можно заменить ее асимптотическим выражением для больших значений аргумента

$$I_0(x) \simeq (2\pi x)^{-1/2} e^x.$$

При этом выражение для плотности вероятности условного распределения амплитуд (1.3) принимает простой вид:

$$p[a(\hat{\tau})|a(0)] \simeq \sqrt{\frac{a(\hat{\tau})}{a(0)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi c}} \exp \left[-\frac{[a(\hat{\tau}) - a(0)]^2}{2c} \right], \quad (1.10)$$

где $a(\hat{\tau}) = A(\hat{\tau})/\sigma$, $a(0) = A(0)/\sigma$.

Таким образом, при $A(0) \simeq \sigma$ и малых $\hat{\tau}$ нормированное изменение амплитуды $[a(\tau) - a(0)]$ асимптотически подчиняется нормальному закону с дисперсией $c = 2\hat{\tau}/\tau^*$.

Поэтому, для того чтобы найти граничное значение $[a(\tau) - a(0)]_{1-\alpha}$, которое ограничит возможные изменения a по истечении времени $\hat{\tau}$ с некоторой вероятностью ошибки первого рода α , можно воспользоваться обычной процедурой для нормального распределения

$$\alpha = [1 - \Phi(u_{1-\alpha})], \tag{1.11}$$

где

$$\Phi(u_{1-\alpha}) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{u_{1-\alpha}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi;$$

$$u_{1-\alpha} = \frac{[a(\hat{\tau}) - a(0)]_{1-\alpha}}{\sqrt{c}}.$$

Задаваясь α и используя хорошо известные таблицы для $\Phi(u_{1-\alpha})$, можно получать граничные значения $[A(\tau) - A(0)]_{1-\alpha}$. Например, при $\alpha = 0,05$, $u_{0,95} = 1,96$

$$[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{0,95} = \sigma \sqrt{c} \cdot 1,96;$$

в общем случае

$$[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha} = \sigma \sqrt{c} u_{1-\alpha}. \tag{1.12}$$

Интересно сравнить близкие функции $[2 \ln(1/\alpha)]^{1/2}$ и $u_{1-\alpha}$. В таблице 1 приведены численные значения этих функций для нескольких значений α .

Т а б л и ц а 1

α	$[2 \ln(1/\alpha)]^{1/2}$	$u_{1-\alpha}$
0,05	2,45	1,96
0,01	3,04	2,58
0,005	3,25	2,81
0,001	3,72	3,29
0,0005	3,90	3,48
0,0001	4,29	3,88

Как видно из таблицы, численные значения этих двух функций при $0,05 < \alpha < 0,0001$ отличаются незначительно. Таким образом, граничная величина для изменения амплитуды не критична к начальному значению амплитуды колебаний.

Величина ошибки второго рода β для случая $A \simeq \sigma$ может быть рассчитана так, как это обычно делается в случае нормального распределения (см., например, [6]).

Как видно из соотношений (1.6) и (1.12), граничная величина $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, определяющая минимальное обнаружимое изменение амплитуды, вызванное внешним воздействием $F(\tau)$ в течение $\hat{\tau}$, равна произведению $\sigma \sqrt{2\tau/\tau^*}$, помноженному на численный множитель порядка $2 \div 4$, зависящий от выбранных значений статистических ошибок первого и второго рода α и β . Иными словами, для определения $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, а, следовательно, и для определения $[F(\tau)]_{\text{миг}}$ необходимо знание величин σ , τ и τ^* . Как указывалось во Введении, величина τ^* даже для обычных крутильных маятников составляет десятки суток ($\tau^* \sim 10^6$ сек), а для определения величины σ необходимо время по крайней мере порядка $3\tau^*$. Однако если имеется возможность произвести несколько измерений воздействий одинаковых $F(\tau)$ с одинаковым временем воздействия τ (повторение измерений) или если при $\tau_{\text{изм}} > \hat{\tau}$ имеется возможность несколько раз определить в течение интервалов времени, равных $\hat{\tau}$, изменение амплитуды колебаний, то потребность в предварительной информации о величинах σ и τ^* отпадает. В этом случае вместо $\sigma \sqrt{s}$ $u_{1-\alpha}$ следует брать $s(n-1)^{-1/2} t_{1-\alpha}$, где s^2 — оценка дисперсии $\sigma^2 s$ изменения амплитуды за время $\hat{\tau}$, взятое из опыта, n — число повторений, а $t_{1-\alpha}$ — квантиль t -распределения Стьюдента [6]. Уже при $n = 10$ квантиль $t_{1-\alpha}(n) \simeq u_{1-\alpha}$, а s^2 может отклоняться от $\sigma^2 s$ не более чем на 30—40%. Такая процедура, как это следует из изложенного, справедлива лишь для случая $A(0) \simeq \sigma$, т. е. когда отклонение амплитуды осциллятора близко к нормальному закону, и не годится для $A(0) \leq \sigma \sqrt{s}$. Однако нетрудно показать, что если $A(0) > \sigma$ (например, $A(0) \sim 3\sigma \div 5\sigma$) и измерение отклонений $A(\tau) - A(0)$ производится с поправкой на монотонное убывание (от-

счет от линии регрессии), то асимптотическая нормальность случайных отклонений сохраняется.

Таким образом, при теоретических прогнозах экспериментов можно пользоваться соотношениями (1.6) и (1.12), а при непосредственных измерениях изложенной процедурой. В конце параграфа будут приведены примеры, иллюстрирующие применение этих приемов при обнаружении малых воздействий на механические осцилляторы.

Отметим важное условие, необходимое для выполнения указанных приемов выделения сигнала из шума. Если σ и τ^* неизвестны, то экспериментатор должен иметь возможность либо несколько раз повторить измерение *), либо без воздействия $F(\tau)$ иметь возможность определить s^2 — оценку $\sigma^2 c$, т. е. необходимо, чтобы время $\tau_{\text{изм}}$, затраченное на измерение, превышало бы $\hat{\tau}$.

Обсудим физические следствия из полученных выше соотношений (1.6) и (1.12). Как видно из этих соотношений, наименьшее значение изменения амплитуды колебаний осциллятора, которое еще можно обнаружить, существенно зависит от величин $\hat{\tau}$ и τ^* , а в случае тепловых флуктуаций, от трения в осцилляторе. Величина энергии, вкладываемой или извлекаемой из осциллятора регулярным внешним воздействием, которую можно различить в соответствии с (1.6) и (1.22), равна:

при $A(0) = 0$

$$\begin{aligned} \Delta W &= K \{ \zeta(\alpha, \beta) [A(\hat{\tau})]_{1-\alpha} \}^2 = \\ &= 4 \ln(1/\alpha) \{ \zeta(\alpha, \beta) \}^2 \kappa T \frac{\hat{\tau}}{\tau^*}; \quad (1.13) \end{aligned}$$

при $A(0) \simeq \sigma$

$$\begin{aligned} \Delta W &= 2K\sigma \zeta'(\alpha, \beta) [A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha} = \\ &= 2\sqrt{2}\zeta'(\alpha, \beta) u_{1-\alpha} \kappa T \sqrt{\frac{\hat{\tau}}{\tau^*}}. \quad (1.14) \end{aligned}$$

В (1.13) и (1.14) $K = m\omega_0^2$ — жесткость в осцилляторе.

*) Число повторений n должно удовлетворять условию $n \geq 2$, так как величина $t_{1-\alpha}(n)$ определена при числе статистических степеней свободы $f \geq 1$; $f = 1$ соответствует двум независимым измерениям.

Как видно из (1.13) и (1.14), различные порции энергии составляют доли равновесного значения κT . Эти доли тем меньше, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau^*$. Этот результат не является удивительным, если учесть, что при $\tau^* \gg \hat{\tau}$ мы имеем дело с неравновесным процессом. Осциллятор, находящийся в тепловом равновесии с лабораторией, имеет среднюю энергию κT . За время τ^* энергия осциллятора изменится на величину порядка κT , а за время $\hat{\tau}$ на величину тем меньшую, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau^*$. Множители, стоящие перед κT ($\hat{\tau}/\tau^*$) и $\kappa T \sqrt{\hat{\tau}/\tau^*}$ в (1.13) и (1.14), как это следует из изложенного выше, порядка нескольких единиц. Если нет необходимости учитывать статистическую ошибку второго рода, то в множителях остаются лишь $4 \ln(1/\alpha)$ и $2\sqrt{2}u_{1-\alpha}$ соответственно.

Найдем теперь минимальную обнаружимую с помощью описанной процедуры величину силового воздействия $F(\tau)$ на механический осциллятор. Рассмотрим простейший случай, когда $F(\tau) = F_0 \sin \omega \tau$ в течение интервала $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$ и $F(\tau) = 0$ вне этого интервала. Предположим также, что $\omega = \omega_0$. Если начальная фаза $F(\tau)$ выбрана в соответствии с мгновенным значением фазы колебаний осциллятора, то изменение амплитуды колебаний $B \cong F_0 \hat{\tau} (2m\omega_0)^{-1}$, так как $\hat{\tau} \ll \tau^*$, и вычисление B можно делать, как для консервативной системы. Отсюда, требуя чтобы B было бы не меньше, чем $[A(\hat{\tau})] - A(0)_{1-\alpha}$, получаем для случая тепловых флуктуаций

$$[F_0]_{\min} = \theta \sqrt{\frac{2\kappa T H}{\hat{\tau}}} = \theta \sqrt{\frac{4\kappa T m}{\hat{\tau} \tau^*}}, \quad (1.15)$$

где θ равно $\zeta(\alpha, \beta) \sqrt{2 \ln(1/\alpha)}$ при $A(0) \leq \sigma \sqrt{c}$, или $\zeta'(\alpha, \beta) u_{1-\alpha}$ при $A(0) \simeq \sigma$.

Выражение (1.15) для случая, когда $F(\tau)$ имеет вид цуга синусоидальных колебаний, дает точное значение пороговой амплитуды силы $[F_0]_{\min}$ при известных $T, m, \tau^*, \hat{\tau}, \alpha$ и β и при выбранном способе измерений (измерение изменения амплитуды колебаний). Оно может служить также и оценкой при теоретических прогнозах результатов эксперимента, так как при измерениях величина $\sigma \sqrt{c} u_{1-\alpha}$ заменяется на близкую $s(n-1)^{-1/2} t_{1-\alpha}(n)$ (см. выше).

Как и следовало ожидать, точное соотношение (1.15) отличается лишь числовым множителем от приближенного (1.1). Из (1.15) следует, что для увеличения пороговой чувствительности необходимо увеличивать как τ^* , так и $\hat{\tau}$. Так как F_0 убывает как $(\hat{\tau})^{-1/2}$, то увеличение длительности цуга и увеличение числа повторений измерений n одинаково уменьшают $[F_0]_{\text{мин}}$.

Справедливость соотношений (1.13), (1.14), (1.15) ограничена, во-первых, классическим подходом к задаче и, во-вторых, тем, что не было учтено флуктуационное влияние индикатора малых колебаний осциллятора. При достаточно больших τ^* (достаточно малых H) это влияние должно сказаться. Подробно связанные с таким влиянием эффекты рассмотрены в §§ 2 и 3.

В заключение этого параграфа остановимся на примерах, иллюстрирующих рассмотренную процедуру обнаружения слабого воздействия на механический осциллятор с большим τ^* .

На рис. 2 дана запись амплитуд колебаний горизонтального крутильного маятника с периодом $\tau_0 = 230$ сек и постоянной времени $\tau^* \geq 10^5$ сек. Маятник представлял собой гантель с массами $m = 25$ г на концах, подвешенную на вольфрамовой нити диаметром 100 мкм. Весь маятник был помещен в вакуумный кожух (см. подробнее [7]). В интервале времени от 0 до a маятник принудительно успокаивался. Это легко было сделать с помощью нескольких импульсов силы (например, электростатической или гравитационной), приложенных в нужной фазе колебаний к гантели, так как при $\hat{\tau} \ll \tau^*$ фаза колебаний маятника медленно изменяется со временем. Интервал времени

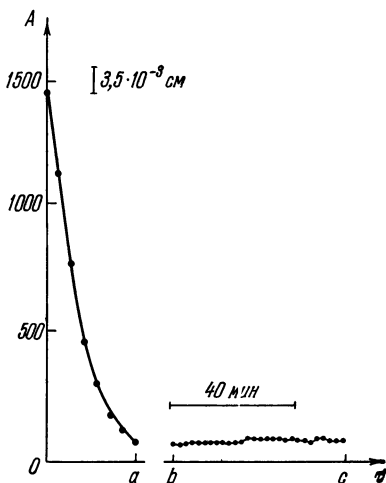


Рис. 2.

от a до b равен 1,5 часа. В качестве индикатора малых смещений был использован высокочувствительный емкостный датчик.

На рис. 3 приведена запись колебаний того же маятника при большем усилении. В верхней части рисунка приведена запись изменения амплитуды колебаний маятника

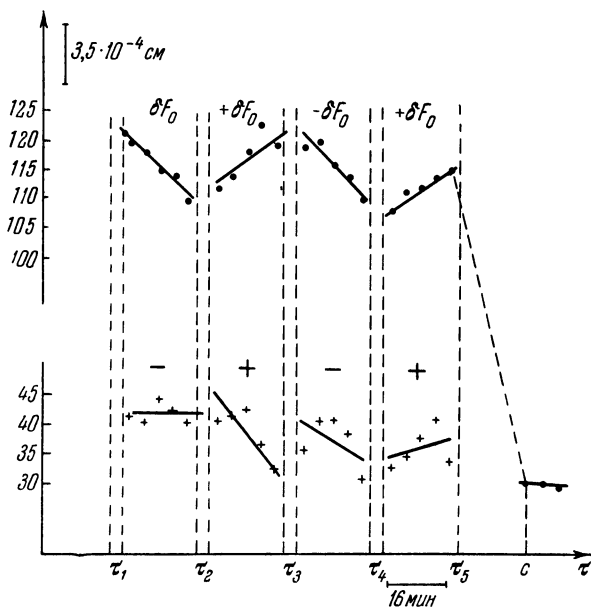


Рис. 3.

под воздействием флуктуаций и синусоидальных цугов с амплитудой $F_0 \simeq 5 \cdot 10^{-7} \text{ дин}$ и продолжительностью в 5 периодов колебаний маятника. Фаза колебаний этих цугов была подобрана так, что в интервалах $\tau_1 \div \tau_2$ и $\tau_3 \div \tau_4$ сила успокаивала маятник, а в интервалах $\tau_2 \div \tau_3$ и $\tau_4 \div \tau_5$ — раскачивала. Четко видна разница в наклонах линий регрессий, проведенных по точкам, соответствующим максимальным значениям смещения гантели. В нижней части рисунка приведена запись амплитуд колебаний маятника при отсутствии регулярного воздействия. Удобнее

оказалось сравнивать не различие между амплитудами в начале и в конце выбранных интервалов времени, а разницу в углах наклона линий регрессии, так как это позволяло уменьшить вклад флуктуаций, создаваемых емкостным датчиком. Статистическое сравнение двух групп углов наклонов линий регрессии (с силой, раскачивающей

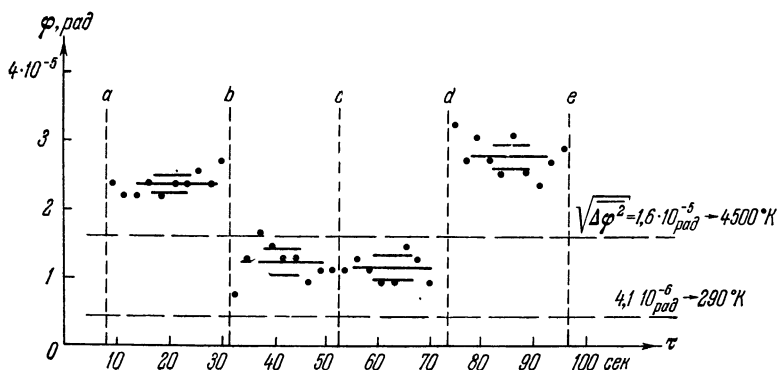


Рис. 4.

и успокаивающей маятники) можно проводить с помощью t -критерия Стьюдента, что соответствует рекомендациям, приведенным выше. При $\hat{\tau} = 1500 \text{ сек}$ и $\tau_{\text{изм}} = 4 \text{ часа}$ оказалось возможным разрешить с достоверностью 0,95 амплитуду силы $[F_0]_{0,95} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ дин}$. Отметим, что в этих измерениях не была использована антисейсмическая защита, и поэтому уровень разрешения определялся нетепловыми шумами. Более подробно методика в этом эксперименте описана в [7].

На рис. 4 приведена запись амплитуд колебаний легко крутильного маятника, который использовался как пьезомоторный измеритель мощности светового излучения (см. подробнее [8], [9]). Маятник представлял собой стеклянную пластину с размерами $1 \times 0,3 \times 0,01 \text{ см}$, подвешенную на вольфрамовой нити диаметром 6 мк и длиной 4 см . Пластина была покрыта слоем серебра толщиной около 10 мк . Маятник, укрепленный в отпаянной колбе, имел период крутильных колебаний $\tau_0 = 2,3 \text{ сек}$

и время релаксации $\tau^* = 40$ мин. Крутильная жесткость нити $K_\phi = 2,4 \cdot 10^{-3}$ дин·см. Для регистрации малых крутильных колебаний был использован фотоэлектрический усилитель, позволивший регистрировать малые крутильные колебания с пороговой чувствительностью $8 \cdot 10^{-7}$ рад за одно колебание. Маятник не был помещен на антисейсмическую платформу и поэтому среднеквадратичное значение угла отклонения оказалось большим: $\sqrt{\Delta\phi^2} = 1,6 \cdot 10^{-5}$ рад. Этой величине соответствует относительно высокая эквивалентная шумовая температура $T_{\text{экр}} = K_\phi \Delta\phi^2 / \kappa = 4500$ °К. Но даже при такой относительно большой величине $T_{\text{экр}}$ за время $\hat{\tau} = 23$ сек (десять периодов) оказалось возможным разрешить малые изменения энергии маятника. Наименьшие дозы энергии оказались порядка $\Delta W = \kappa 60^\circ \text{К} = 7,8 \cdot 10^{-15}$ эрг. На рис. 4 приведено 38 значений угловых амплитуд колебаний маятника, записанных подряд. В моменты времени b и d маятник успокаивался и раскачивался давлением короткого светового импульса энергией $0,9 \cdot 10^3$ эрг (это соответствует моменту импульса силы $3 \cdot 10^{-8}$ дин·см·сек). На рисунке горизонтальными чертами указаны средние значения угловых амплитуд колебаний и доверительные границы для них (при уровне достоверности 0,95) в интервалах времени $a \div b$; $b \div c$; $c \div d$ и $d \div e$. В интервалах $b \div c$ и $c \div d$ средние значения амплитуд статистически неразличимы. Различие могло бы быть признано значимым, если бы средние отличались больше, чем на полуширину доверительного интервала $\Delta\phi_{\text{дов}}$.

В нашем случае $\Delta\phi_{\text{дов}} \cong 1,8 \cdot 10^{-6}$ рад. Это означает, что, раскачивая маятник в течение времени $\hat{\tau} = 23$ сек (или меньшего) от малых значений амплитуд до $\Delta\phi = 1,8 \times 10^{-6}$ рад, можно зарегистрировать вложение энергии $\Delta W = K_\phi (\Delta\phi_{\text{дов}})^2 = 7,8 \cdot 10^{-15}$ эрг $\cong \kappa 60^\circ \text{К}$. Это значение удовлетворительно согласуется с оценкой минимальной обнаружимой порции энергии, если исходить из $T_{\text{экр}} = 4500$ °К:

$$\Delta W \simeq \kappa T_{\text{экр}} (\hat{\tau} / \tau^*)$$

(см. соотношение (1.13)). Подставляя сюда $\tau^* = 2400$ сек и $\hat{\tau} = 23$ сек, получаем $\Delta W = \kappa 46^\circ \text{К} = 6,5 \cdot 10^{-15}$ эрг. Отметим, что поскольку в оценках мы пользовались полу-

шириной доверительного интервала $\Delta\varphi_{\text{дов}}$, то и в (1.13) был опущен численный множитель. Таким образом, полученным оценкам величины ΔW соответствует невысокий уровень достоверности (около 0,7).

Приведем еще две цифры, характеризующие описанное устройство. Величине $\Delta\varphi_{\text{дов}} = 1,8 \cdot 10^{-6}$ рад соответствует пороговое значение амплитуды синусоидального резонансного дуга длительностью $\hat{t} = 23$ сек, равное $F_0 = 1 \cdot 10^{-9}$ дин (если сила приложена к краю маятника). Такую силу может создать давление светового потока мощностью $N \simeq 20$ эрг/сек.

§ 2. Динамическое влияние прибора, регистрирующего малые колебания, на механический осциллятор

В предыдущем параграфе рассматривался случай обнаружения предельно малого воздействия на механический осциллятор с большой постоянной времени. Прибор, регистрировавший смещение осциллятора, считался идеальным, т. е. предполагалось, что никакого влияния на осциллятор он не оказывает.

В этом параграфе будут проанализированы динамические эффекты, вызванные различными индикаторами малых смещений. Иными словами — влияние индикатора на собственную частоту и затухание механического осциллятора. При стремлении достичь предельно малой чувствительности эти эффекты необходимо принимать во внимание и, как это будет видно из дальнейшего, в некоторых случаях их необходимо тщательно компенсировать.

Радиотехнический индикатор малых смещений. Рассмотрим влияние емкостного датчика на механический осциллятор. Емкостный датчик представляет собой один из наиболее чувствительных радиотехнических устройств, применяемых для регистрации малых механических смещений. Обычно емкостный датчик представляет собой электрический контур с воздушным конденсатором, одна из пластин которого подвижная (рис. 5). Смещение массы осциллятора приводит к изменению зазора конденсатора d и, следовательно, к перестройке собственной частоты электрического контура. Если частота электрического

генератора $\Omega_{\text{ген}}$ сдвинута примерно на полуширину полосы электрического контура (рис. 6), то изменение Δd зазора конденсатора приводит к наибольшему изменению ΔU амплитуды электрического напряжения $U(\tau, d)$, которое

может быть зарегистрировано амплитудным вольтметром. Величина ΔU равна

$$\Delta U \approx 0,5 U_0 Q_{\text{эл}} \frac{\Delta d}{d}, \quad (2.1)$$

где $Q_{\text{эл}}$ — добротность электрического контура, U_0 — амплитуда электрического напряжения на конденсаторе. Обычно $\Omega_{\text{ген}}$ и резонансная частота контура $\Omega_{\text{онт}}$ существенно больше $\omega_{\text{мех}}$.

Емкостными датчиками удается разрешать амплитуды механических смещений до 10^{-12} см и квазистатические смещения до 10^{-9} см (см. подробнее Приложение).

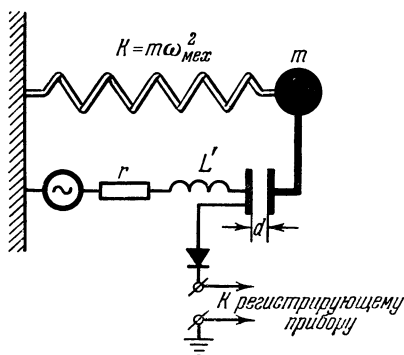


Рис. 5.

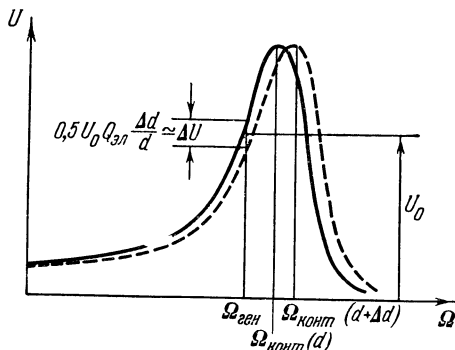


Рис. 6.

Качественно можно представить механизм влияния емкостного датчика на динамические характеристики механического осциллятора следующим образом. Пластины

конденсатора притягиваются с силой

$$F(\tau, d) = \frac{SU^2(\tau, d)}{8\pi d^2(\tau)}, \quad (2.2)$$

где S — площадь пластин конденсатора, а U — разность потенциалов.

Так как $\Omega_{\text{ген}} \gg \omega_{\text{мех}}$ (обычно на 6—7 порядков), то для механического осциллятора существенны лишь медленные Фурье-компоненты $\overline{F}(\tau, \overline{d})$. Отметим, что чем больше чувствительность датчика, тем больше U/d и, следовательно, больше среднее значение силы притяжения. Величина $\overline{F}(\tau, \overline{d})$ сильно зависит от мгновенного положения массы m , так как смещения массы приводят к перестройке контура и изменению $U(\tau, d)$. Это означает, что к механическому осциллятору добавляется за счет силы $F(\tau, d)$ добавочная дифференциальная жесткость $\Delta K = \partial F(\tau, \overline{d})/\partial d$, которая изменяет собственную частоту малых колебаний осциллятора $\omega_{\text{мех}}$ [11]. Эта жесткость вносится с запаздыванием, равным примерно времени установления электрических колебаний в контуре. Запаздывание для реактивного элемента, как известно, приводит к регенерации или дегенерации в колебательной системе. Таким образом, емкостный датчик может изменить и время релаксации осциллятора.

Количественные оценки для этих двух эффектов получить несложно. Амплитуда электрического напряжения U_{\sim} на контуре датчика равна

$$U_{\sim} = U_0 \left[(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q_{\text{эл}}^2} \right]^{-1/2}, \quad (2.3)$$

где U_0 — амплитуда колебаний генератора, $\gamma(d) = \Omega_{\text{ген}}/\Omega_{\text{конт}}$.

Пусть настройка такова, что $\gamma_0 = 1 + \beta/2Q_{\text{эл}}$, β порядка единицы. При $\beta = \pm 1$ и большом $Q_{\text{эл}}$ амплитуда $\overline{U} \simeq Q_{\text{эл}} U_0 (2)^{-1/2}$, и чувствительность датчика близка к максимальной. Величина $\overline{F}(\overline{d})$ при небольших отклонениях x от d_0 , соответствующего γ_0 , равна

$$\overline{F}(x) = \frac{U_0^2 Q_{\text{эл}}^2 S}{16\pi d_0^2} \left[1 \pm \left(\frac{2|\beta|}{1 + \beta^2} Q_{\text{эл}} \frac{x}{d_0} \right) + \dots \right]. \quad (2.4)$$

В (2.4) опущены члены $\left(Q_{\text{эл}} \frac{x}{d_0}\right)^2$, $\left(Q_{\text{эл}} \frac{x}{d_0}\right)^3$ и т. д. Положительный знак в (2.4) соответствует правому склону резонансной кривой, отрицательный — левому (знаки такие же, как и у β).

Из (2.4) получим величину дифференциальной механической жесткости ΔK :

$$[\Delta K]_{\text{макс}} = \left[\frac{\partial F(x)}{\partial x} \right]_{\text{макс}} = \pm \frac{U_0^2 Q_{\text{эл}}^3 \bar{S}}{4 \pi d_0^3}. \quad (2.5)$$

Таким образом, на левом склоне резонансной кривой датчик вносит отрицательную дифференциальную жесткость в механическую колебательную систему, т. е. увеличивает период колебаний; на правом — положительную.

Если учесть, что величина ΔK вносится с запаздыванием $\tilde{\tau} \simeq Q_{\text{эл}}/\Omega_{\text{конт}}$, то уравнение малых колебаний осциллятора принимает следующий вид:

$$m\ddot{x} + H_{\text{мех}}\dot{x} + (K \pm \Delta K_{\tilde{\tau}})x = 0, \quad (2.6)$$

где $H_{\text{мех}}$ — коэффициент трения в осцилляторе. Знак плюс соответствует правому склону, знак минус — левому склону резонансной кривой электрического контура, на который настраивается частота $\Omega_{\text{ген}}$. Нетрудно видеть, что запаздывание в положительной жесткости приводит к регенерации, запаздывание в отрицательной жесткости — к дегенерации. Условие самовозбуждения для правого склона имеет очень простой вид:

$$H_{\text{мех}} \cong \Delta K \tilde{\tau}. \quad (2.7)$$

Отсюда можно вычислить, подставляя (2.5) и выражение для $\tilde{\tau}$, минимальное напряжение на контуре U_{\sim}^* , при котором в осцилляторе возникнет колебательная неустойчивость [11]

$$U_{\sim}^* = \sqrt{\frac{8\pi\omega_{\text{мех}} m d_0^3}{Q_{\text{мех}} \tilde{S} \tau Q_{\text{эл}}}}, \quad (2.8)$$

где $Q_{\text{мех}}$ — добротность осциллятора при $U_{\sim}^* \rightarrow 0$. Как видно из (2.8), чем больше постоянная времени τ^* и $Q_{\text{мех}}$, тем при меньших величинах U_{\sim}^* возникает колебательная неустойчивость.

Ниже в качестве иллюстрации приведены результаты измерений динамических параметров крутильного маятника, малые колебания которого регистрировались емкостным датчиком (более подробно см. [11]). Маятник имел следующие данные: $Q_{\text{мех}} \simeq 4 \cdot 10^3$, $m = 4$ г, $d_0 = 0,1$ см, $S = 4$ см², $\omega_{\text{мех}} \simeq 2\pi \cdot 0,1$ сек⁻¹. Контур емкостного датчика имел $\Omega_{\text{конт}} = 2\pi \cdot 6 \cdot 10^6$ сек⁻¹, $Q_{\text{эл}} = 50$.

В таблице 2 приведены величины периода колебаний τ_0 и декремента (инкремента) ϑ амплитуд колебаний маятника для разных значений амплитуды электрического напряжения на контуре U_{\sim} при настройке генератора на левый и правый склоны резонансной кривой.

Таблица 2

Левый склон				
$U, \text{ в}$	1	3	5	7
$\tau_0, \text{ сек}$	11,0	11,4	12,2	13,0
ϑ	$+2,4 \cdot 10^{-3}$	$+4,2 \cdot 10^{-3}$	$+1,0 \cdot 10^{-2}$	$+2,4 \cdot 10^{-2}$
Правый склон				
$U, \text{ в}$	1	3	5	7
$\tau_0, \text{ сек}$	11,0	10,9	10,8	10,6
ϑ	$+1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$-2,1 \cdot 10^{-2}$

Изменение периода τ_0 хорошо согласуется с соотношением (2.5).

Как видно из таблицы, колебательная неустойчивость у крутильного маятника возникала при $U_{\sim}^* \simeq 3$ в. Это несколько меньше, чем следует из оценки, которая может быть сделана с помощью (2.8). Возможная причина такого несогласия состоит в том, что автогенератор, использо-

ванный в опыте, был достаточно сильно нагружен контуром датчика и «откликнулся» на изменение его параметров с некоторым дополнительным $\tilde{\tau}$ (см. подробнее [11]).

Как видно из изложенного, две колебательные системы — механический осциллятор и электрический контур, имеющие существенно различные частоты собственных колебаний (в описанном примере $\Omega_{\text{конт}}/\omega_{\text{мех}} \simeq 6 \cdot 10^7$), оказываются связанными за счет кулоновского взаимодействия так, что при достаточно малом трении в механическом осцилляторе возможно возникновение колебательной неустойчивости. Такая связь проявляется не только в тонких экспериментах с пробными телами, где в качестве датчиков используются относительно маломощные автогенераторы. Этот эффект оказался существенным и в мощных ускорителях, где наблюдалась колебательная механическая неустойчивость диафрагм, входивших в состав электрических резонаторов [12].

В экспериментах с пробными телами для увеличения чувствительности, как указывалось в § 1, желательно уменьшение $H_{\text{мех}}$, связывающего пробную массу m с лабораторией. С другой стороны, при измерении малых колебаний с помощью радиотехнических датчиков необходимо увеличивать U_{\sim} и уменьшать d_0 (см. формулу (2.1)), что приводит к появлению добавочного $H \simeq \Delta K \tilde{\tau}$, которое либо увеличивает диссипацию, либо приводит к колебательной неустойчивости.

Таким образом, эти два требования являются противоречивыми. Поэтому применение радиотехнических датчиков малых смещений, по-видимому, целесообразно лишь в опытах с относительно большими массами (и соответственно большими $H_{\text{мех}}$).

Если имеется возможность использовать два симметрично расположенных на пробной массе датчика, то рассмотренные эффекты можно существенно скомпенсировать. Другая очевидная рекомендация состоит в том, чтобы уменьшать величину $\tilde{\tau}$, т. е. увеличивать $\Omega_{\text{конт}}$. Однако, как это будет показано несколько дальше, оптические системы индикации малых колебаний также влияют на динамические параметры механических осцилляторов и так же, как и радиотехнические датчики, могут привести к возникновению колебательной неустойчивости.

Оптические индикаторы малых смещений. В разных модификациях известны два основных оптических метода индикации малых механических смещений (см. подробнее Приложение). В первом методе (его иногда называют методом «ножа и щели» или оптическим левнером [13]) оптическое изображение одной дифракционной решетки, получаемое с помощью объектива, совмещается со второй решеткой, обладающей обычно тем же шагом. Смещение

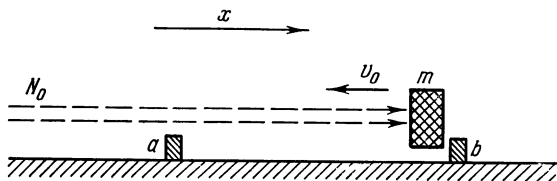


Рис. 7.

одной из этих решеток параллельно другой вызывает модуляцию светового потока. Таким способом удается регистрировать квазистатические смещения порядка 10^{-12} см [14].

Второй оптический метод измерения малых смещений аналогичен емкостному датчику, рассмотренному в предшествующем разделе этого параграфа. Зеркала резонатора Фабри — Перо настраиваются так, что частота монохроматического источника приходится на склон резонансной кривой основного типа колебаний резонатора. Малые смещения зеркал в направлении оси резонатора приводят к глубокой модуляции светового потока, проходящего через него. Этим способом удалось регистрировать квазистатические смещения порядка 10^{-13} см [15].

Рассмотрим динамическое воздействие таких оптических индикаторов на механический осциллятор. Предварительно оценим диссипацию, вносимую однородным световым потоком в механический ангармонический осциллятор, масса которого совершает поступательные движения вдоль оси x (рис. 7) [16].

Ангармонический осциллятор состоит из массы, совершающей колебательное движение в направлении x между двумя абсолютно упругими упорами a и b . Таким образом,

при отсутствии диссипации скорость в течение одного полу-периода постоянна и равна $+v_0$, а в течение другого равна $-v_0$. Предположим, что вдоль x направлен световой поток N_0 , полностью поглощаемый массой m . Ясно, что при движении от b до a масса m должна получить больший импульс поля, чем при движении от a до b . Несложный расчет показывает, что уменьшение скорости Δv массы m за полный период равно

$$\Delta v \simeq \frac{N_0 \tau_0}{cm} \cdot \frac{2v_0}{c}, \quad (2.9)$$

где τ_0 — полный период колебаний. Такому уменьшению скорости соответствует коэффициент трения

$$H_{\text{эм}} = \frac{2N_0}{c^2}. \quad (2.10)$$

Здесь $H_{\text{эм}}$ — коэффициент трения электромагнитного происхождения. Очевидно, что для гармонического осциллятора $H_{\text{эм}}$ отличается от (2.10) множителем порядка единицы.

Величина $H_{\text{эм}}$ невелика даже для относительно мощных потоков. Для сравнения укажем, что трение, вызванное разреженным газом $H_{\text{газ}}$, имеет тот же порядок, что и $H_{\text{эм}}$, лишь при высоком вакууме. Для шара радиуса a

$$H_{\text{газ}} \simeq 4a^2 \mu^{1/2} (\kappa T)^{1/2} \tilde{f}, \quad (2.11)$$

где \tilde{f} — концентрация молекул газа, масса которых μ и температура T . В атмосфере водорода при $p = 10^{-11}$ тор, $T = 100$ °К, $a = 1$ см коэффициент $H_{\text{газ}} \simeq 3 \cdot 10^{-13}$ г/сек. Если положить $N_0 = 10^8$ эрг/сек, то $H_{\text{эм}} = 2 \cdot 10^{-13}$ г/сек.

В том случае, когда масса m в рассмотренном выше примере (рис. 7) хорошо отражает излучение, эффект сохранится и будет вдвое больше: $H_{\text{эм}} = 4N_0/c^2$.

Если пробное тело перемещается в направлении, перпендикулярном световому потоку (как это имеет место в случае оптического левера), то поток также будет вносить небольшое добавочное трение, вызванное эффектом Робертсона — Пойнтинга [17, 18]:

$$H_{\text{эм}} = (1 - R) \frac{N_0}{c^2}, \quad (2.12)$$

где R — коэффициент отражения, N_0 — часть мощности светового потока, падающего на тело *).

Таким образом, использование любых видов модуляторов световых потоков в экспериментах с пробными телами приводит к появлению относительно небольшого трения $H_{\text{эм}} \sim N_0/c^2$, сравнимого лишь с трением в сильно разреженных для земных условий газах. Постоянная времени $\tau^* \simeq mc^2/N_0$, соответствующая коэффициенту трения $H_{\text{эм}}$, оказывается весьма большой. Например, если $N_0 = 10^3$ эрг/сек, $m = 10$ г, то $\tau^* \simeq 10^{18}$ сек (!). Это указывает, если учесть соотношения, полученные в предыдущем параграфе (например, соотношение (1.15)), на наличие огромного резерва чувствительности в экспериментах с пробными телами. В лабораторных условиях достигнуты к настоящему времени лишь величины $\tau^* \simeq 10^{+9}$ сек, и для получения максимальной чувствительности такие постоянные времени не использовались. Отметим, что применять в соотношениях для минимально обнаружимых сил постоянную времени $\tau^* \simeq mc^2/N_0$ при произвольных значениях N_0 нельзя. Более подробный анализ достижимой разрешающей способности в экспериментах с пробными телами для случая, когда единственным источником флуктуаций является измерительный прибор, будет приведен в § 3.

Световой поток, в котором находится пробное тело, кроме относительно малого трения вносит и сравнительно большую дифференциальную жесткость

$$K_{\text{св}} \simeq \frac{1}{c} \frac{\partial N(r)}{\partial r}$$

(ее можно условно называть «световой жесткостью»). Для крутильного осциллятора можно получить «световую жесткость» и в однородном потоке ($\partial N(r)/\partial r = 0$), как это видно из рис. 8. Если осциллятор представляет собой симметричную гантель с пластинами на концах, то световые потоки в направлениях aa' создают отрицательную «световую жесткость», а в направлениях bb' — положительную,

*) Эффект Робертсона-Пойнтинга, так же как и эффект светового трения при колебательном движении отражающего свет осциллятора, до настоящего времени не обнаружен экспериментально.

равную

$$K_{\text{св}} \simeq \pm 2 \frac{\Phi}{c} (1 + R) S l \sin 2\alpha_0, \quad (2.13)$$

где Φ — плотность светового потока, S — площадь пластин, R — коэффициент отражения, α_0 — угол между

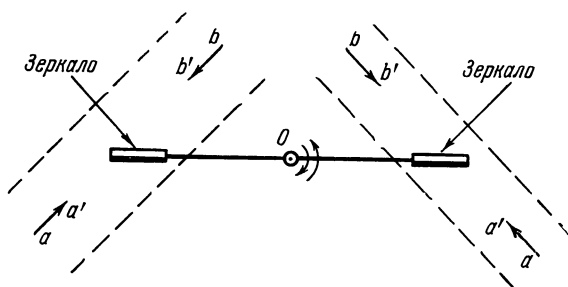


Рис. 8.

направлением светового потока и гантелью. Знак жесткости зависит от направления световых потоков. При $\alpha_0 = \pi/4$, $l = 10$ см, $R \cong 1$, $S = 1$ см², $\Phi = 10^7$ эрг/сек·см² «световая жесткость» $K_{\text{св}} \simeq 1,3 \cdot 10^{-2}$ дин·см.

В качестве иллюстрации приведем параметры крутильного маятника, период собственных колебаний которого перестраивался за счет «световой жесткости». Маятник представлял собой гантель длиной 14 см с легкими алюминиевыми лепестками на концах. Момент инерции гантели равнялся 0,2 г·см². Гантель была подвешена горизонтально в вакуированной колбе на вольфрамовой нити диаметром 8 мкм и длиной 20 см. Вне световых потоков период собственных колебаний гантели был равен 15,8 сек. Если направлять световые потоки так, как это показано на рис. 8, то при плотности потока $\Phi \simeq 2 \cdot 10^6$ эрг/сек·см² период колебаний изменялся от 13,9 сек (направление потоков aa') до 19,7 сек (направление потоков bb'). Изменяя плавно плотность потока или угол падения потока на пластины, можно плавно перестраивать период собственных колебаний маятника.

Использование резонаторов Фабри — Перо (или других интерферометров) в принципе позволяет достигать большей чувствительности при регистрации малых смещений, чем использование оптических леверов (см. Приложение). Однако повышение чувствительности влечет за собой увеличение динамического влияния такого индикатора на

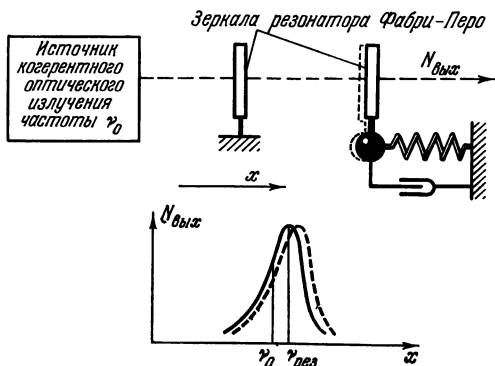


Рис. 9.

механический осциллятор. Оценим эти эффекты в схеме опыта, изображенной на рис. 9. Пусть одно из зеркал резонатора Фабри — Перо укреплено неподвижно, а второе смещается вместе с массой m осциллятора в направлении оси резонатора. Для получения наибольшего изменения тока фотодетектора при смещении массы необходимо настроить резонатор так, чтобы частота оптического источника приходилась на середину склона резонансной кривой. При этом будет достигнута максимальная чувствительность, но и одновременно световое давление на зеркало будет сильно изменяться при смещении. Возникающая таким образом «световая жесткость» будет относительно большой. Ее максимальное значение $[K_{св}]_{\max}$ оказывается равным

$$[K_{св}]_{\max} \simeq \pm \frac{N_0}{c} \frac{4\pi}{\lambda_0 (1-R)^2}, \quad (2.14)$$

где N_0 — мощность источника, λ_0 — резонансная длина волны и R — коэффициент отражения зеркала. Знак $K_{св}$

зависит от того, на какой из склонов резонансной кривой настроен источник. Рассчитать величину $K_{св}$ в общем случае несложно. Для этого можно воспользоваться известными уравнениями для резонатора Фабри — Перо [19] и вычислить силу светового давления на зеркала как функцию расстояния между ними.

Если в (2.14) положить $N_0 = 300 \text{ Мвт}$, $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, $(1 - R) = 1 \cdot 10^{-2}$, то $[K_{св}]_{\text{макс}} \cong \pm 2 \cdot 10^{+5} \text{ дин/см}$.

Так же как и в емкостном датчике, жесткость $K_{св}$ в резонаторе Фабри — Перо вносится не мгновенно, а с запаздыванием $\tilde{\tau} \cong l/c (1 - R)$. Поэтому кроме жесткости в осциллятор с резонатором Фабри — Перо вносится и трение, знак которого определяется знаком жесткости

$$[H_{эм}]_{\text{макс}} \cong \pm \frac{N_0^4 \pi l}{c^2 \lambda_0 (1 - R)^3} \cdot \quad (2.15)$$

В соотношении (2.15) использовано максимальное значение $K_{св}$. Таким образом, в резонаторе Фабри — Перо имеется добавочное трение, в $4\pi l/\lambda_0(1 - R)^3$ раз большее, чем трение, вносимое в осциллятор «свободными» световыми потоками (ср. соотношения (2.15), (2.10) и (2.12)).

Если $|-H_{эм}| > H_{\text{мех}}$, то колебания осциллятора станут нарастающими до тех пор, пока амплитуда колебаний из-за нелинейной зависимости $K_{св}(l)$ не станет стационарной. Этот эффект аналогичен описанному выше взаимодействию двух колебательных систем (радиочастотной и механической) в случае емкостного датчика. В емкостном датчике взаимодействие, обусловленное кулоновским притяжением пластин, нелинейно, в резонаторе Фабри — Перо световое давление также квадратично зависит от амплитуды поля. Так же как и в случае емкостного датчика, вносимые резонатором Фабри — Перо $K_{св}$ и $H_{эм}$ можно скомпенсировать.

В заключение этого параграфа приведем численную оценку. Если $l = 10^2 \text{ см}$, $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, $(1 - R) = 1 \cdot 10^{-2}$, $N_0 = 300 \text{ мвт}$, то $[H_{эм}]_{\text{макс}} = \pm 6 \cdot 10^{-2} \text{ г/сек}$. При $m = 10 \text{ г}$, $\omega_{\text{мех}} = 2\pi \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}$ и $Q_{\text{мех}} = 10^5$ величина $[H_{эм}]_{\text{макс}} = H_{\text{мех}}$.

Радиометрическая колебательная неустойчивость. Радиометрический эффект, так же как и световое давление, может создавать дополнительную дифференциальную же-

сткость. При вакууме порядка 10^{-4} тор величина радиометрического давления уже на порядок меньше светового и соответственно на порядок меньше «радиометрическая жесткость». Однако тепловая инерция массы механического осциллятора может быть сравнительно большой (порядка единиц секунд и больше). Это значит, что радиометрическая жесткость вносится с запаздыванием. Таким образом, даже малая по величине радиометрическая жесткость может внести в механическую колебательную систему положительное или отрицательное (в зависимости от знака жесткости) трение. Знак «радиометрической жесткости» такой же, как и у «световой» (этот эффект был обнаружен автором совместно с В. Н. Руденко).

В таблице 3 приведены данные для времени релаксации τ^* механических крутильных осцилляторов, на которых проверялось существование «световой жесткости» (см. рис. 8). Величина τ_0^* — время релаксации без световых потоков; τ_-^* — время релаксации маятника при направлении световых потоков по aa' , τ_+^* — потоки направлены по bb' (см. рис. 8). В левой колонке указано давление в колбе, в которой были помещены маятники.

Т а б л и ц а 3

p , тор	τ_0^* , мин	τ_-^* , мин	τ_+^* , мин
$5 \cdot 10^{-7}$	16,0	10,0	26,0
$2 \cdot 10^{-8}$	17,5	15,0	18,5

Как видно из таблицы, различие $|\tau_0^* - \tau_-^*|$ и $|\tau_0^* - \tau_+^*|$ растет с ухудшением вакуума. При больших давлениях для этого маятника возникает колебательная неустойчивость.

Резюмируя рассмотренные эффекты динамического воздействия радиотехнических и оптических приборов на механические осцилляторы, необходимо еще раз подчеркнуть принципиальную возможность компенсации такого динамического воздействия, которая, однако, не изменит флуктуационного влияния этих приборов на осцилляторы.

§ 3. Классическое и квантовое флуктуационное воздействие измерительного прибора на механический осциллятор

В § 1 этой главы рассматривались методы обнаружения слабых регулярных воздействий на механический осциллятор, обладающий большой постоянной времени τ^* . При этом предполагалось, что прибор, регистрирующий изменение движения массы m осциллятора, вызванное регулярным воздействием, идеальный. Иными словами, было сделано предположение, что прибор не оказывает ни динамического, ни флуктуационного воздействия на механический осциллятор. В § 2 рассмотрено динамическое влияние на осциллятор различных видов индикаторов, которое можно скомпенсировать.

Увеличение постоянной времени τ^* осциллятора, или, что то же самое, уменьшение коэффициента трения H , являющегося источником флуктуирующей силы, приводит к повышению разрешающей способности при обнаружении воздействия регулярных $F(\tau)$ на осциллятор. Ясно, что при достаточно малом H (достаточно большом τ^*) начнет сказываться флуктуационное воздействие со стороны индикатора малых смещений. Причем существенно, что эти флуктуации (нетехнического происхождения) скомпенсировать нельзя.

При дальнейшем увеличении τ^* (уменьшении H) наименьшие обнаружимые $F(\tau)$ будут определяться лишь флуктуационным воздействием со стороны индикатора. Иными словами, в макроскопических опытах с пробными телами при достаточно больших τ^* ситуация аналогична ситуации в квантовой механике: нельзя исключать из рассмотрения измерительный прибор.

Рассмотрим флуктуационное воздействие двух типов приборов, регистрирующих малые колебания макроскопических механических осцилляторов. Остановимся сначала на радиотехническом индикаторе малых смещений.

На рис. 10 изображена схема опыта, в котором в качестве индикатора малых смещений использован емкостный датчик. Частота генератора $\Omega_{\text{ген}}$ немного (примерно на половину ширины резонансной кривой электрического контура) смещена относительно резонансной частоты кон-

тура $\Omega_{\text{конт}}$. При этом малые колебания массы m (а следовательно, и емкости C) приводят к большим изменениям амплитуды электрического напряжения на контуре, которые регистрируются после детектирования измерительным прибором.

Предположим, что удалось полностью скомпенсировать симметричным размещением двух (или большего числа) пластин конденсатора динамическое воздействие такого датчика на механический осциллятор (см. § 2).

Предположим также, что устранены или сильно скомпенсированы флуктуации частоты и амплитуды автогенератора, входящего в состав датчика (см. Приложение), и что величиной H и соответственно механическими флуктуациями, вызванными H , можно пренебречь (см. формулу (1.15)). Тогда тепловые флуктуации электрического напряжения на сопротивлении r в электрическом

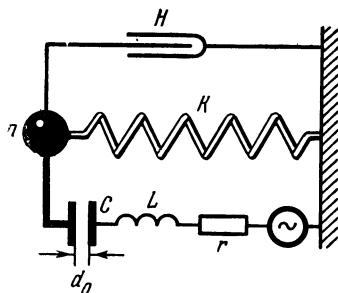


Рис. 10.

контуре приведут к флуктуациям на емкости. Кулоновское взаимодействие пластины конденсатора, заряд которых флуктуирует, будет единственной силой $F_{\text{фл}}^*$, на фоне которой необходимо обнаружить регулярное воздействие $F(\tau)$.

Так как кулоновское притяжение пластин конденсатора зависит от квадрата напряжения между ними, то $F_{\text{фл}}^*$ будет также зависеть от амплитуды электрического напряжения U_{\sim} , вызванного автогенератором. Несложный расчет дает следующее выражение для спектральной плотности величины $F_{\text{фл}}^*$ при условии, что $\omega_{\text{мех}} \ll \Omega_{\text{конт}}$ и $\Omega_{\text{ген}} = \Omega_{\text{конт}}$ ($1 \pm 1/2Q_{\text{эл}}$):

$$(F_{\text{фл}}^*)_{\omega}^2 \simeq \frac{S^2 U_{\sim}^2 Q_{\text{эл}}^2 \kappa T r}{2\pi^2 d_0^4}, \quad (3.1)$$

где S — площадь пластин конденсатора, U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения на контуре, $Q_{\text{эл}}$ — его

добротность, r — активное сопротивление контура, температура которого T , d_0 — среднее расстояние между пластинами.

Для обнаружения $F(\tau)$ необходимо, чтобы

$$[F(\tau)]_{\min} \geq \xi \sqrt{(F_{\text{фл}}^*)^2 \Delta f}, \quad (3.2)$$

где Δf — полоса частот, внутри которых лежит основная часть спектра $F(\tau)$, а ξ — множитель, имеющий порядок нескольких единиц и зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения (если задавать только статистическую ошибку первого рода, то ξ совпадает с $t_{1-\alpha}$ -квантилью t -распределения Стьюдента).

Как видно из (3.1) и (3.2), для уменьшения минимальной обнаружимой величины $[F(\tau)]_{\min}$ необходимо уменьшать амплитуду электрических колебаний в контуре U_{\sim} , уменьшать S , $Q_{\text{эл}}$ и увеличивать зазор d_0 . Но это требование приводит к уменьшению чувствительности по измерению малых смещений, и следовательно, увеличению пороговой величины $[F(\tau)]_{\min}$. Если $\omega_{\text{мех}} \ll \Omega_{\text{конт}}$ и $\Omega_{\text{ген}} = \Omega_{\text{конт}} (1 \pm 1/2Q_{\text{эл}})$, то минимально обнаружимое смещение $[x(\tau)]_{\min}$ с помощью емкостного датчика равно

$$[x(\tau)]_{\min} = \xi \frac{d_0}{U_{\sim}} \sqrt{\kappa T r \Delta f}. \quad (3.3)$$

Таким образом, $[F(\tau)]_{\min}$ должна вызвать смещение большее, чем $[x(\tau)]_{\min}$, и следовательно, U_{\sim}/d_0 должно быть достаточно большим; с другой стороны, должно удовлетворяться условие (3.2), из которого следует, что U_{\sim}/d_0 не должно быть больше некоторого значения. Наличие двух таких противоположных требований свидетельствует о существовании оптимальной стратегии: величина $[F(\tau)]_{\min}$ должна одновременно удовлетворять условию (3.2) и вызывать смещение, большее (3.3). Это означает, что существует оптимальное значение $[U_{\sim}]_{\text{оптим}}$, которое можно вычислить, лишь имея предварительную информацию о форме $F(\tau)$. Этому $[U_{\sim}]_{\text{оптим}}$ соответствует действительно минимальная обнаружимая сила $[F(\tau)]_{\min}$.

Найдем $[F(\tau)]_{\min}$ для случая $F(\tau) = F_0 \sin \omega_{\text{мех}} \tau$ в течение интервала $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$ и $F(\tau) = 0$ вне этого

интервала. Тогда

$$\Delta x = F_0 \hat{\tau} (2m\omega_{\text{мех}})^{-1}. \quad (3.4)$$

Подставляя в (3.4) выражение для $[x(\tau)]_{\text{мин}}$, в котором $\Delta f = 1/\hat{\tau}$, и решая это уравнение совместно с (3.2) относительно F_0 и U_{\sim} , получаем

$$[F_0]_{\text{мин}} = \zeta \frac{4}{\hat{\tau}} \sqrt{\pi \sqrt{2} \frac{\kappa T m \omega_{\text{мех}}}{\Omega_{\text{конт}}}}, \quad (3.5)$$

$$[U_{\sim}]_{\text{оптим}}^2 = \frac{8\pi^2 \sqrt{2} \omega_{\text{мех}} m d_0^3}{\hat{\tau} S Q_{\text{эл}}}. \quad (3.6)$$

Выражения для $[\hat{F}]_{\text{мин}}$ и $[U_{\sim}]_{\text{оптим}}$ в случае $F(\tau) = \hat{F}$ в течение $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$, если $\hat{\tau} \ll 1/\omega_{\text{мех}}$, будут отличаться от (3.5) и (3.6) только коэффициентом 2, так как для короткого импульса $\Delta x = \hat{F} \hat{\tau} (m\omega_{\text{мех}})^{-1}$.

Проделанные простые вычисления показывают, что при достаточно малом трении в механическом осцилляторе равновесные тепловые флуктуации в радиотехническом приборе, регистрирующем малые колебания, определяют наименьшую обнаружимую регулярную силу $[\hat{F}(\tau)]_{\text{мин}}$, если при этом индикатор настроен наилучшим образом, с учетом предварительной информации о форме $F(\tau)$. Как видно из (3.5), в выражение для $[F_0]_{\text{мин}}$ входит лишь температура T и собственная частота колебаний контура $\Omega_{\text{конт}}$, а другие параметры радиотехнического устройства определяют лишь $[U_{\sim}]_{\text{оптим}}$. Весьма существенно также, что при оптимальной настройке $[F_0]_{\text{мин}}$ убывает как $(\hat{\tau})^{-1}$. Если же определяющими являются флуктуации, вызванные H , то величина $[F_0]_{\text{мин}}$ убывает как $(\hat{\tau})^{-1/2}$ (см. формулу (1.15)).

Из (3.5) следует, что для понижения порога $[F_0]_{\text{мин}}$ выгодно уменьшать отношение $\omega_{\text{мех}}/\Omega_{\text{конт}}$. Так как при выводе (3.5) и (3.6) мы воспользовались классической теоремой Найквиста, а не соотношениями Каллена — Вельтона (см., например, [20]), то формулы (3.5) и (3.6) теряют силу при $\kappa T/\Omega_{\text{конт}} \simeq \hbar$. Роль квантовых флуктуаций удобнее рассмотреть в случае оптического индикатора

Приведенный выше расчет $[F(\tau)]_{\text{мин}}$ для двух конкретных случаев формы $F(\tau)$ нетрудно повторить и для любой другой формы $F(\tau)$.

Положим в (3.5) $\kappa T/\Omega_{\text{конт}} = 10\hbar$, $\omega_{\text{мех}} = 1 \text{ сек}^{-1}$, $m = 1 \text{ г}$, $\hat{\tau} = 10^3 \text{ сек}$, $\zeta = 2$. Тогда $[F_0]_{\text{мин}} \simeq 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ дин}$. Такая величина $[F_0]_{\text{мин}}$ на 7–8 порядков при тех же $\omega_{\text{мех}}$, m и $\hat{\tau}$ меньше, чем удалось разрешать в современных лабораторных экспериментах. Более подробно сравнение достигнутой чувствительности в экспериментах с пробными телами и принципиально достижимой будет приведено в следующей главе (§§ 5, 6, 7).

Рассмотрим теперь флуктуационное воздействие оптического индикатора на макроскопический осциллятор. Такое воздействие вызвано флуктуациями светового давления и при устранении технических нестабильностей источников света оно имеет квантовую природу. Прежде чем приступить к анализу этой задачи, остановимся на двух (неклассических) результатах для механического осциллятора. Известно точное решение [21] (И. И. Гольдман, В. Д. Кривченков) для вероятности p_{0n} перехода квантового осциллятора из основного состояния в n -е после конечного во времени воздействия классической силы $F(\tau)$:

$$p_{0,n} = e^{-y} \frac{y^n}{n!}, \quad (3.7)$$

$$y = \frac{1}{2\hbar\omega_{\text{мех}}m} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) e^{-i\omega_{\text{мех}}\tau} d\tau \right|^2, \quad (3.8)$$

где m — масса осциллятора, $\omega_{\text{мех}}$ — его собственная частота. Если $F(\tau)$ имеет вид цуга синусоидальных колебаний с амплитудой F_0 , частотой, совпадающей с $\omega_{\text{мех}}$, и длительностью $\hat{\tau}$, то

$$y = F_0^2 \hat{\tau}^2 (2\hbar\omega_{\text{мех}}m)^{-1}. \quad (3.9)$$

Можно считать обнаруженной силу с амплитудой F_0 , если $\sum_{i=1}^{\infty} p_{0i} = (1 - \alpha)$ достаточно близка к 1. Величина α , так же как и в § 1, имеет смысл статистической ошибки

первого рода. Соотношение (3.9) можно переписать так:

$$(F_0)_{1-\alpha} = \frac{V\bar{y}}{\hat{\tau}} \sqrt{2\hbar\omega_{\text{мех}}m}. \quad (3.10)$$

Здесь $\hat{\tau}$ — время воздействия силы $F(\tau)$, но не время, затраченное на измерение $\tau_{\text{изм}}$. При $y = 2; 3; 4$ величина $(1 - \alpha)$ соответственно равна 0,86; 0,95; 0,98.

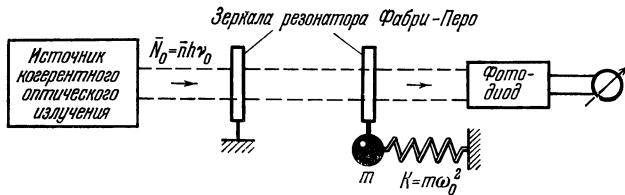


Рис. 11.

Выражение (3.10), сходное с (3.5) (если в последнем заменить $\kappa T / \Omega_{\text{конт}}$ на \hbar), не содержит, однако, ответа на вопрос о минимальной обнаружимой величине амплитуды силы $[F_0]_{\text{мин}}$ при данном времени $\tau_{\text{изм}}$. «Узнать» о том, откликнулся ли осциллятор на воздействие $F(\tau)$, т. е. «поглостил» ли он один или несколько квантов, можно, лишь дождавшись спонтанного излучения, время которого не всегда легко определить*). Таким образом, необходимо добавить к осциллятору прибор, в котором также есть квантовые флуктуации, и учесть его обратное влияние на осциллятор.

Прежде чем перейти к рассмотрению такой задачи, отметим, что вероятность перехода осциллятора под действием одной и той же силы из n -го состояния в ближайшее тем больше, чем больше n . Из известных выражений, полученных методами теории возмущений для p_{nm} [33], нетрудно получить, что если $F(\tau)$ имеет вид пуга длительностью $\hat{\tau}$, амплитудой F_0 и частотой, совпадающей с $\omega_{\text{мех}}$,

*) Например, если жесткость в осцилляторе создана градиентом гравитационного поля (как это было, например, в некоторых экспериментах Этвеша [22]), то для определения времени спонтанного излучения необходимо квантовать гравитационное взаимодействие.

то вероятность перехода из n -го в $(n + 1)$ -е состояние близка к единице, если *)

$$F_0 \simeq \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_{\text{мех}}m}{n}}. \quad (3.11)$$

Таким образом, чем больше n , тем меньшая сила может быть обнаружена (с теми же оговорками о времени наблюдения, что и для соотношения (3.10)). Выражение (3.11) показывает, что чем больше начальная амплитуда колебаний осциллятора, тем меньшую роль играет дискретность его энергетических уровней и тем важнее окажутся флуктуации в приборе, регистрирующем эти колебания. Поэтому в рассмотренной ниже приближенной задаче будем считать осциллятор классическим и учитывать только квантовые флуктуации в оптическом приборе.

Предположим, что в качестве прибора, регистрирующего малые колебания классического осциллятора, использован резонатор Фабри — Перо (рис. 11). К массе осциллятора прикреплено одно из зеркал резонатора, источник когерентного оптического излучения мощностью N_0 и частотой ν_0 возбуждает в резонаторе колебания на основном типе колебаний. Движение зеркала, закрепленного на массе m , приводит к модуляции выходящего из резонатора светового потока, который регистрируется квантовым счетчиком.

Для получения наибольшей чувствительности такой резонатор должен быть немного (на $\Delta\nu = \nu_0/2Q_{\text{рез}}$, где $Q_{\text{рез}}$ — добротность резонатора) расстроен относительно частоты ν_0 . При такой настройке, так же как и в случае ем-

*) Вероятность

$$P_{nm} = \frac{e^{-y} y^n m [Q_m^{n-m}(y)]^2}{n!m!},$$

где

$$Q_s^l(y) = \sum_{\mu=0}^s \frac{(-1)^{s-\mu} y^{s-\mu} s! (s+l)!}{(s-\mu)! (s+l-\mu)! \mu!},$$

а y совпадает с соотношением (3.8). Полагая y малым (чтобы лишь P_{nm+1} было близко к 1), полагая также $F_0(\tau) = F_0 \sin \omega_{\text{мех}} \tau$ в течение τ , получаем приближенное выражение (3.11).

костного датчика, механические колебания зеркал дадут наибольшую глубину модуляции светового потока (см. Приложение).

Будем считать, что применением компенсационной схемы измерений удалось устранить в таком опыте вносимые оптическим индикатором жесткость ΔK и трение $H_{\text{эм}}$, связанные с высокой добротностью резонатора. В отношении источника света допустим, что технические нестабильности интенсивности и частоты скомпенсированы, а спектральная плотность девиации частоты источника $w(\nu)$ и спектральная плотность модуляции светового потока M_{ω}^2 равны соответственно

$$w(\nu) = A \frac{8\pi h\nu_0 (\Delta\nu_{\text{рез}})^2}{N_0}, \quad (3.12)$$

$$M_{\omega}^2 = A' \frac{2h\nu_0}{N_0}, \quad (3.13)$$

где ν_0 — средняя частота излучения источника, N_0 — средняя мощность на входе резонатора, $\Delta\nu_{\text{рез}}$ — ширина полосы частот резонатора, A и A' — безразмерные множители. Если фотоны излучаются независимо и частота ν_0 достаточно велика, так что нет характерных бозе-флуктуаций, то $A' \simeq 1$. У современных газовых лазеров для низких частот модуляции $A' \simeq 10^2$ и при увеличении частоты модуляции $A' \simeq 1$ (см., например, [24]). Примерно такое же положение и для множителя A (см. [25]). В дальнейших вычислениях будем считать $A = A'$.

Если флуктуационные характеристики источника описываются соотношениями (3.12) и (3.13), то наименьшее обнаружимое классическое смещение $[x(\tau)]_{\text{мин}}$, которое вызовет модуляцию большую, чем флуктуационное, равно

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = \xi \frac{(1-R)c}{\pi} \sqrt{\frac{h}{2\nu_0 N_0} A \Delta f}. \quad (3.14)$$

В (3.14) R — коэффициент отражения от зеркал, Δf — полоса частот, характерная для $x(\tau)$, ξ — безразмерный множитель такой же, как и в формуле (3.3), c — скорость распространения света. Формула (3.14) выведена в предположениях, что поток достаточно мощный $N_0/h\nu_0 \Delta f \gg 1$

(при этом условии имеет смысл выражение (3.13)), также что квантовый выход фотодетектора близок к единице.

Сила $F(\tau)$ должна вызывать смещение большее $[x(\tau)]_{\text{мин}}$. Так, например, если $F(\tau) = F_0 \sin \omega_{\text{мех}} \tau$ в течение интервала $\hat{\tau}$, то необходимо, чтобы

$$\frac{F_0(\hat{\tau})}{2m\omega_{\text{мех}}} \geq [x(\tau)]_{\text{мин}} = \zeta \frac{(1-R)c}{\pi} \sqrt{\frac{h}{2N_0\nu_0\hat{\tau}}} A. \quad (3.15)$$

С другой стороны, флуктуации светового давления на стенки оптического резонатора должны быть не больше, чем $F(\tau)$. Для случая $F(\tau)$, имеющей вид синусоидального цуга,

$$F_0 \geq \zeta \frac{\sqrt{\Delta N^2}}{(1-R)c} = \zeta \frac{1}{(1-R)c} \sqrt{\frac{2h\nu_0 N_0 A}{\hat{\tau}}}. \quad (3.16)$$

При сравнении (3.15) и (3.16) видно, что требования к мощности источника противоположны: чем больше средняя мощность N_0 , тем меньшие силы можно различать (см. (3.15)); с другой стороны, рост N_0 приводит к увеличению абсолютной величины флуктуаций давления на зеркала и, следовательно, увеличивает порог обнаружимой силы (см. (3.16)). Это означает, что, так же как и в случае радиотехнического устройства, существует оптимальная средняя мощность $[N_0]_{\text{оптим}}$, для которой величины F_0 , вычисленные с помощью (3.15) и (3.16), совпадают. Эта амплитуда силы и будет наименьшей обнаружимой.

Решая совместно (3.15) и (3.16) относительно F_0 и N_0 , получим

$$[F_0]_{\text{мин}} = \zeta \frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\hbar \omega_{\text{мех}} m A}, \quad (3.17)$$

$$[N_0]_{\text{оптим}} = \frac{m\omega_{\text{мех}}(1-R)^2 \lambda_0 c}{\pi \hat{\tau}}. \quad (3.18)$$

В отличие от формул (3.10) и (3.11) в формуле (3.17) величина $\hat{\tau}$ есть одновременно и время воздействия и время, затраченное на измерение. Как видно из сравнения (3.10) и (3.17), при $A = 1$ они совпадают с точностью до численного множителя, порядка единицы. Весьма существенно,

что в формулу для минимальной обнаружимой силы не вошли (кроме множителя A , характеризующего статистику источника) параметры оптического резонатора.

Сопоставляя формулы (3.17), (3.10) и (3.11), можно сделать вывод, что пренебрежение дискретностью уровней энергии осциллятора во всяком случае оправдано при $A \geq 1$ и $n \gtrsim 10^2$. Эти условия необходимы для того, чтобы пользоваться оценочной формулой (3.17) при вычислении наименьших обнаружимых амплитуд сил при заданном времени измерения. Отметим сходство формул (3.17) и (3.5): в обоих случаях — как для оптического, так и для радиотехнического датчиков — предварительная информация о длительности сигнала $\hat{\tau}$ позволяет получить закон убывания минимальной обнаружимой силы: $(\hat{\tau})^{-1}$.

При выводе (3.17) и (3.18) рассматривалась идеализированная схема эксперимента с пробным телом, и поэтому область применимости этих формул ограничена. Однако, как это будет ясно из приведенных ниже оценок, эта область относительно широка особенно для малых $\omega_{\text{мех}}$ и больших $\hat{\tau}$.

Выше уже отмечалось, что выражение (3.13) имеет смысл только для относительно мощных световых потоков, когда выполняется условие $N_0/h\nu_0\Delta f \gg 1$. Полагая в этом неравенстве $\Delta f = 1/\hat{\tau}$ и подставляя в него $[N_0]_{\text{оптим}}$, получим нижнюю границу для величин масс в экспериментах с пробными телами, для которых справедлива приближенная формула (3.17)

$$m \gg \frac{\pi\hbar}{\omega_{\text{мех}}(1-R)^2\lambda_0^2}. \quad (3.19)$$

Если положить в (3.19) $\omega_{\text{мех}} = 1 \text{ сек}^{-1}$, $R = 0,99$, $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, то необходимо, чтобы $m \gg 1 \cdot 10^{-13} \text{ г}$. Таким образом, нижняя граница для масс осцилляторов, для которых справедливы (3.17) и (3.18), достаточно мала.

Для того чтобы можно было бы пользоваться формулой (3.16), из которой получены (3.17) и (3.18), необходимо, чтобы механический осциллятор классически взаимодействовал с флуктуациями давления светового потока. Это означает, что осциллятор должен иметь начальную амплитуду механических колебаний $x_{\text{нач}}$, достаточно большую

для того, чтобы флуктуации светового давления за время $\bar{\tau}$ или извлекали из него, или сообщали бы ему энергию существенно большую, чем $\hbar\omega_{\text{мех}}$. Полагая $A \simeq 1$, нетрудно показать, что

$$x_{\text{нач}} \gg c(1-R) \sqrt{\frac{\hbar}{N_0 v_0 \bar{\tau}}}. \quad (3.20)$$

По физическому смыслу величина $x_{\text{нач}}$ аналогична характерной амплитуде колебаний ядер в решетке кристалла (характерной температуре) в эффекте Мёссбауэра. Соотношение (3.20) указывает на то, что величину $[x(\tau)]_{\text{мин}}$ в (3.14) и (3.15) следует рассматривать как приращение смещения массы осциллятора к $x_{\text{нач}}$.

Подставляя в (3.20) вместо N_0 величину $[N_0]_{\text{оптим}}$ из (3.18), получим

$$x_{\text{нач}} \gg \sqrt{\frac{\pi \hbar}{m \omega_{\text{мех}}}}. \quad (3.21)$$

Как нетрудно видеть, это условие совпадает с отмеченным выше требованием $n \gtrsim 10^2$.

Полученные выше формулы (3.17) и (3.18), а также ограничения для области их применимости (3.19) и (3.21) имеют смысл для рассматриваемой модели эксперимента с пробным телом, в которой сделано одно весьма существенное упрощение: световой поток представляет собой единственный источник механического флуктуационного воздействия, а масса m осциллятора вместе с зеркалом резонатора Фабри — Перо рассматривается как абсолютно твердое тело. Вместе с тем реальная масса и реальное зеркало имеют конечную температуру и спектр собственных механических частот. Если считать массу и зеркало идеально теплоизолированными от лаборатории, то и в этом случае в пассивном термостате «масса — зеркало» флуктуационный обмен энергиями между внутренними механическими степенями свободы может привести к раскачиванию осциллятора как целого. Рассмотрим этот механизм флуктуационного воздействия на осциллятор на упрощенной модели.

Предположим, что жесткость осциллятора K_1 несимметрично связывает его массу m с лабораторией. Будем полагать, что K_1 не вносит механического трения в ос-

циллятор ($H_1 = 0$), и следовательно, если считать массу m абсолютно твердым телом, то для осциллятора применимы предельные формулы (3.17) и (3.18). Собственные тепловые колебания массы m за счет несимметричной связи жесткости K_1 с лабораторией приведут к раскачиванию центра массы относительно лаборатории. Ясно, что основной вклад в такой процесс должны внести низкочастотные типы колебаний массы m . Ограничимся учетом самого низкочастотного типа, имеющего частоту ω_2 . Для этого представим массу m в виде квадрупольного осциллятора с сосредоточенными массами $m/2$, жесткостью $K_2 = m\omega_2^2/4$ и трением $H_2 = \omega_2 m/2Q_2$ (рис. 12). Флуктуационная сила $F_{\text{фл}}$, спектральная плотность которой

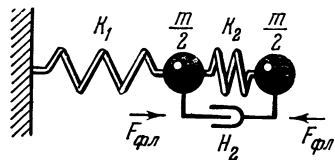


Рис. 12.

($F_{\text{фл}}\omega$) $^2 = 4\kappa TH_2$, вызывает относительные смещения масс, составляющих квадрупольный осциллятор. Так как левая масса квадрупольного осциллятора соединена с лабораторией жесткостью K_1 , а правая — «свободна», то центр масс квадрупольного осциллятора будет смещаться относительно лабораторной системы координат. Сила $F_{\text{фл}}$ имеет непрерывный спектр частот, начинающийся от нуля, поэтому центр масс будет возбужден и на частоте $\omega_1 = \sqrt{K_1/m}$.

Таким образом, формулы (3.17) и (3.18) будут иметь смысл, если флуктуационные приращения амплитуды колебаний центра массы m , вызванные флуктуациями давления $[N_0]_{\text{оптим}}$, превысят смещения, вызванные флуктуационной силой $F_{\text{фл}}$, связанной с H_2 . В случае синусоидального дуга необходимо, чтобы

$$\frac{2}{\tau} \sqrt{\hbar\omega_1 m} \gg \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \sqrt{\frac{2\kappa T m \omega_2}{Q \cdot \tau}} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \sqrt{\frac{4\kappa T H_2}{\tau}}. \quad (3.22)$$

При выводе условия (3.22) учитывалось, что $\omega_1 \ll \omega_2$.

Более строгое рассмотрение этой задачи с учетом всех возможных типов колебаний в массе m , которые могут привести к смещению центра массы m , приводят к следующему

условию:

$$\frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\hbar \omega_1 m} \gg \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\omega_1^2}{\omega_i^2} \sqrt{\frac{4\pi T \theta L}{\hat{\tau}}}, \quad (3.23)$$

где θ — распределенное трение вдоль m , L — линейный размер массы в направлении колебаний. Как видно из сравнения (3.22) и (3.23), можно вполне ограничиваться первым членом ряда, ввиду его быстрой сходимости.

Из приведенного рассуждения следует, что можно пользоваться формулами (3.17) и (3.18) и нет необходимости иметь в качестве пробного абсолютно твердое тело. Достаточно, чтобы при конечных $\hat{\tau}$ было бы мало отношение основной частоты осциллятора к частоте самого низкого типа колебаний пробного тела (или пробного тела вместе с зеркалом).

Приведем оценки для конкретных величин, входящих в условие (3.22). Если $m = 10$ г, $\omega_1 = 6 \cdot 10^{-1}$ сек⁻¹, $\hat{\tau} = 10^3$ сек, то для левой части (6.22) получим $1,6 \cdot 10^{-16}$ дин. Если масса $m_1 = 10$ г имеет форму шара, изготовленного из обычных материалов (сталь, кварц, алюминий), то $\omega_2 \simeq 2 \cdot 10^6$ сек⁻¹ и $Q_2 \simeq 10^4$. Полагая $T = 300$ °К, получим для правой части (3.22) $3,6 \cdot 10^{-20}$ дин. Таким образом, для указанных выше параметров условие (3.22) выполняется. Иными словами, даже при комнатной температуре флуктуации квантового происхождения в оптическом индикаторе определяют наименьшую обнаружимую силу.

В заключение анализа формул (3.17) и (3.18) отметим, что использование оптимальной стратегии (которая позволяет уменьшать $[F_0]_{\text{мин}}$ как $(\hat{\tau})^{-1}$ ограничено: в правую часть условия (3.22) $\hat{\tau}$ входит как $(\hat{\tau})^{-1/2}$, а в левую — как $\hat{\tau}^{-1}$. Это означает, что при достаточно большом $\hat{\tau}$ и при неизменных остальных параметрах условие (3.22) будет нарушено и применение оптимальной стратегии измерений будет невозможно.

Кратко остановимся еще на одном ограничении для формул (3.17) и (3.18) со стороны высоких частот собственных колебаний механического осциллятора.

Импульс света с энергией ΔW (импульс может быть и флуктуационного происхождения) при падении на ос-

циллятор вызывает, кроме механического импульса $\Delta W (1 + R) c^{-1}$, также частичный разогрев массы m и, следовательно, нестационарное температурное поле. Это поле приводит к возникновению в массе m акустических волн, которые также могут раскачать осциллятор как целое. Возникновение термоупругих волн под действием мощных световых импульсов уже наблюдалось экспериментально (26—28). Можно показать, что отношение амплитуд колебаний осциллятора, вызванных световым давлением $a_{св}$ и термоупругим эффектом $a_{ту}$, приближенно подчиняется следующему соотношению:

$$\frac{a_{св}}{a_{ту}} \simeq \frac{(1 + R) \chi}{(1 - R) L \hat{\alpha} c \omega_{мех}}. \quad (3.24)$$

Здесь R — коэффициент отражения, χ — теплоемкость материала массы, $\hat{\alpha}$ — коэффициент термического расширения, L порядка линейных размеров массы m (см. подробнее [29]).

Из соотношения (3.24) следует, что при достаточно высоких $\omega_{мех}$ (порядка нескольких килогерц для стали, кварца, алюминия) колебания механического осциллятора, вызванные флуктуациями светового давления потока, падающего на осциллятор, окажутся сравнимыми с колебаниями, вызванными термоупругим эффектом. Таким образом, соотношения (3.24) ограничивает применимость (3.17) и (3.18) для механических осцилляторов с относительно большой величиной $\omega_{мех}$.

Проделанные выше вычисления для резонатора Фабри — Перо, используемого в качестве индикатора малых колебаний, привели к формуле (3.17) для минимальной обнаружимой силы, в которую вошел лишь множитель A , зависящий от статистических характеристик оптического источника. Другие параметры оптического индикатора в выражении для $[F_0]_{мин}$ не вошли. Это важное обстоятельство справедливо не только для резонатора Фабри — Перо. Приведем без вывода результаты аналогичного расчета для другого варианта оптического индикатора. Предположим, что вместо линейного механического осциллятора применен крутильный с моментом инерции I и собственной частотой $\omega_{мех}$ (рис. 13). В качестве индикатора использо-

ван так называемый метод «ножа и щели» (оптический левер). Малые колебания зеркала, укрепленного на механическом осцилляторе, приводят к смещению фокального пятна оптического луча, проходящего через линзу O . Наличие неподвижно закрепленного оптического ножа вблизи фокальной плоскости приводит к глубокой модуляции светового потока при малых угловых колебаниях осциллятора, которая регистрируется фотодиодом.

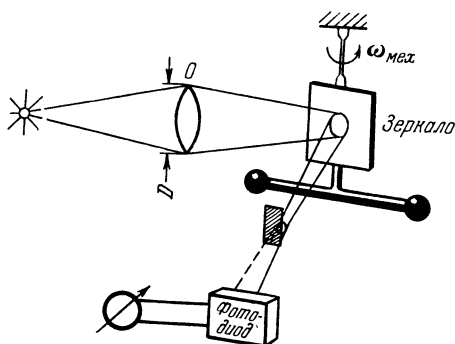


Рис. 13.

Если предположить, так же как и при выводе (3.17), что единственным источником флуктуационного воздействия на такой осциллятор являются флуктуации светового давления на зеркало, то, выполнив вычисления, аналогичные проделанным для (3.17), можно получить выражения для минимального обнаружимого момента $[Mом F(\tau)]_{мин}$ при оптимальной мощности $[N_0]_{оптим}$ светового потока. Если момент силы имеет вид синусоидального тока, то

$$[Mом F_0]_{мин} \simeq \zeta \frac{2}{\tau} \sqrt{\hbar \omega_{мех} I A'}, \quad (3.25)$$

$$[N_0]_{оптим} = \frac{I \omega_{мех} \lambda_0 c}{\hat{\tau} a^2}, \quad (3.26)$$

где $a = Db/2f$, D — апертура линзы, f — ее фокусное расстояние, b — расстояние от зеркала до фокусного пятна. Коэффициент A' совпадает с коэффициентом в формуле (3.13).

Существенно, что требования к стабильности частоты источника в такой схеме существенно ниже, чем в схеме с резонатором Фабри — Перо.

Таким образом, формулы (3.25) и (3.17) совпадают при замене массы на момент инерции и силы на момент силы. Формулы (3.25) и (3.26) для минимального обнаружимого момента и оптимальной мощности имеют те же ограничения, что и (3.17) и (3.18).

§ 4. Оптимальная стратегия измерений в экспериментах с пробными телами; резервы разрешающей способности

Проведем сравнение различных флуктуационных ограничений при обнаружении малого силового воздействия на макроскопический механический осциллятор.

Как было показано в §§ 1 и 3, можно получить три различных пороговых формулы для минимальных обнаружимых сил. Сопоставим формулы для амплитуд минимальных обнаружимых сил (сила имеет вид резонансного синусоидального цуга) для этих трех пороговых случаев

$$[F_0]_{\text{мин}} = \zeta \sqrt{\frac{4\kappa T m}{\hat{\tau} \tau^*}}, \quad (1.15)$$

$$[F_0]_{\text{мин}} = \zeta \frac{4}{\hat{\tau}} \sqrt{\pi \sqrt{2} \frac{\kappa T m \omega_{\text{мех}}}{\Omega_{\text{конт}}}}, \quad (3.5)$$

$$[F_0]_{\text{мин}} = \zeta \frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\hbar m \omega_{\text{мех}} A}. \quad (3.17)$$

Формула (1.15) определяет нижний предел для обнаружимой амплитуды F_0 в случае классических тепловых шумов, если флуктуационное воздействие со стороны измерительного прибора существенно меньше, чем воздействие диссипативного элемента, связывающего пробную массу с лабораторией. Формулы (3.5) и (3.17) позволяют оценить минимальную обнаружимую амплитуду классической силы F_0 , если оптимальным образом настроены радиотехнический (формула (3.5)) или оптический (формула (3.17)) датчики, которые являются единственными источниками флуктуационного воздействия на m . Экстремальные фор-

мулы (3.5) и (3.17) справедливы лишь для не слишком высоких $\omega_{\text{мех}}$ и достаточно больших m (см. подробнее § 3). Оптимальный способ настройки, который приводит к формулам (3.5) и (3.17), как это подчеркивалось в предшествующем параграфе, не является единственно возможным. Отсутствие в явном виде параметров индикатора в формулах для $[F_0]_{\text{мин}}$, по-видимому, является общим для любых видов оптимально настроенных индикаторов.

Сравнение (3.5) и (3.17) показывает, что оптические индикаторы малых смещений в принципе позволяют получать (при оптимальной настройке) меньшие пороговые значения обнаружимой силы.

Отметим еще одно существенное обстоятельство для случаев, когда применимы формулы (3.5) и (3.17). В отличие от (1.15), в формулах (3.5) и (3.17) дисперсия для однократного измерения убывает как $(\hat{\tau})^{-2}$. Так как не всегда заранее известны величины A и T , то необходимо повторение измерений с тем, чтобы вместо дисперсии использовать ее оценку из малой выборки (аналогичное рассмотрение для формулы (1.15) приведено в § 1 для неизвестных τ^* и T). Если не интересоваться статистическими погрешностями второго рода, то $\zeta = t_{1-\alpha}(n)$ и величина $[F_0]_{\text{мин}}$ пропорциональна

$$t_{1-\alpha}(n) [\hat{\tau} \sqrt{\bar{n}}]^{-1} = \sqrt{\bar{n}} t_{1-\alpha}(n) \tau_{\text{изм}}^{-1},$$

где полное затраченное на измерение время $\tau_{\text{изм}} = n\hat{\tau}$, n — число повторений измерения, $t_{1-\alpha}(n)$ — квантиль распределения Стьюдента. Произведение $\sqrt{\bar{n}} t_{1-\alpha}(n)$ имеет минимум, зависящий от выбранной величины статистической ошибки первого рода α . Этот минимум нетрудно определить, воспользовавшись известными таблицами $t_{1-\alpha}(n)$. Для $\alpha = 0,01$, например, $\min [\sqrt{\bar{n}} t_{1-\alpha}(n)] = 9,8$ при $n = 6$. Таким образом, задаваясь величиной α , можно выбирать оптимальное n для имеющегося времени измерения $\tau_{\text{изм}}$. Этому n будет соответствовать наименьшее $[F_0]_{\text{мин}}$ при неизвестных статистических характеристиках источника (T или A). Ясно, что оптимальная стратегия при выборе n возможна и при учете статистических ошибок второго рода.

Приведенные соотношения для $[F_0]_{\text{мин}}$ для конкретного случая, когда сила имеет вид резонансного синусоидального пуга длительностью $\hat{\tau}$, как нетрудно видеть, сохраняют силу и в случае, когда $F(\tau)$ имеет вид короткого импульса $\hat{\tau} \ll 1/\omega_{\text{мех}}$. При этом немного изменятся лишь численные множители в правых частях (1.15), (3.5) и (3.17). Нетрудно повторить выкладки, приведшие к формулам (3.5) и (3.17), для конечной во времени силы $F(\tau)$ произвольной формы.

Отдать предпочтение при обсуждении конкретных условий эксперимента формуле (1.15) или (3.5) и (3.17) можно, лишь имея данные для T , τ^* , $\Omega_{\text{конт}}$, $\omega_{\text{мех}}$ и A . Очевидно, что при достаточно больших τ^* предел чувствительности будет определяться флуктуационным воздействием прибора (формулы (3.5) или (3.17)).

Как уже отмечалось в § 3, формулы (3.5) и (3.17) совпадают с точностью до численного множителя $2\sqrt{\pi\sqrt{2}A}$, если заменить $\kappa T/\Omega_{\text{конт}}$ на постоянную Планка \hbar . Однако (3.5) справедливо лишь при $\kappa T/\Omega_{\text{конт}} \gg \hbar$. Для дальнейших численных оценок положим в (3.5) $\kappa T/\Omega_{\text{конт}} = 10\hbar$ (это будет соответствовать $A \simeq 10^2$ в формуле (3.17)).

Приведем примеры достижимой чувствительности в различного рода приборах. В предшествующем параграфе в численном примере для (3.5) при $\kappa T/\Omega_{\text{конт}} = 10\hbar$ мы положили $m = 1$ г, $\omega_{\text{мех}} = 1$ сек⁻¹, $\hat{\tau} = 1 \cdot 10^3$ сек, $\zeta = 2$ (это соответствует достоверности около 0,95) и получили $[F_0]_{\text{мин}} = 1,6 \cdot 10^{-15}$ дин. Это, в частности, означает, что минимальное периодическое ускорение, которое может быть зарегистрировано у массы $m = 1$ г за время $\hat{\tau} = 10^3$ сек и периоде изменения ускорения $\tau_0 \simeq 6$ сек, составляет $1,6 \cdot 10^{-15}$ см/сек², что существенно меньше разрешаемого в настоящее время.

Если предположить, что сила F_0 вызвана наличием электрического заряда q в теле с массой m и действием электростатического поля напряженностью $E(\tau) = E_0 \sin \omega_{\text{мех}}\tau$, то минимальный электрический заряд $[q]_{\text{мин}}$, который может быть обнаружен в теле с массой 1 г при приведенных выше $\hat{\tau}$, $\omega_{\text{мех}}$, составляет $1,6 \times 10^{-17}$ CGSE, если положить $E_0 = 10^2$ CGSE (т. е. 30 кв/см). Напомним, что заряд электрона составляет $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE.

Аналогичным образом оценивая обнаружимые напряженность магнитного поля и силу электрического тока (для этого удобно воспользоваться формулой (3.25) применительно к магнитометру и гальванометру), нетрудно видеть, что и для этих величин — так же как и для сил, зарядов, ускорений — существует огромный резерв разрешающей способности: $7 \div 10$ порядков по сравнению с достигнутой. Принципиально обнаружимые величины сил, ускорений и т. п. весьма существенно учитывать при обсуждении возможностей реализации тонких физических экспериментов. Более подробно такое обсуждение будет проведено в главах 2 и 3.

В дополнение к приведенному выше численному примеру оценим условия, при которых можно пользоваться формулами (3.5) и (3.17). Подставляя в левую часть (1.15) $[F_0]_{\min} = 1,6 \cdot 10^{-15}$ дин, а в правую $\tau = 10^3$ сек, $m = 1$ г, получаем $\tau^* \simeq 2,5 \cdot 10^{16}$ сек. Таким образом, приведенные выше оценки справедливы, если время релаксации τ^* превышает $2,5 \cdot 10^{16}$ сек. Для шарика с радиусом 1 см и массой 1 г при $T = 300$ °К это возможно в атмосфере кислорода лишь при концентрации молекул, меньшей чем $\bar{f} \simeq 20$ см⁻³. Напомним, что полученные до настоящего времени в земных лабораторных условиях величины τ^* для более массивных тел не превышали 10^9 сек. Таким образом, для реализации чувствительности, соответствующей формулам (3.5) и (3.17), необходимо либо иметь возможность резко увеличить τ^* в земных условиях, либо ставить эксперименты на орбитальных станциях.

Остановимся теперь на более далеких перспективах повышения чувствительности в экспериментах с пробными телами. Как ясно из вывода формулы (3.17), она является для механического осциллятора по существу классической (хотя и следует из существования флуктуаций квантового происхождения в оптическом источнике). Соотношению неопределенностей соответствует формула (3.11), из которой следует, что для повышения чувствительности желательнее увеличение начальной амплитуды колебаний. Сравнивая (3.11) и (3.17), можно сделать вывод, что единственным способом достигнуть порога, определяемого соотношением неопределенностей для механического осциллятора, является уменьшение величины A .

Принципиально такая возможность имеется в оптических квантовых генераторах с достаточно жестким предельным циклом. Если проанализировать известные выражения для спектральной плотности флуктуаций амплитуды M_j^2 (см., например, [25]), то видно, что при достаточно большой жесткости предельного цикла можно достигнуть величин M_j^2 , меньших $2h\nu/N_0$. Однако до настоящего времени у современных ОКГ $A > 1$. Развитие нелинейной оптики (по аналогии с классическими демферами флуктуаций) даст, по-видимому, возможность уменьшить величину A .

Укажем кратко еще на одну область возможного применения в физических исследованиях экспериментов с пробными телами. Для этого вернемся к числовому примеру, рассмотренному выше. Импульс силы $\hat{F}\tau = 1 \cdot 10^{-13}$ дин·сек может быть зарегистрирован в соответствии с формулой (3.17), если положить $m = 1$ г, $\omega_{\text{мех}} = 1$ сек⁻¹, $A = 10$, $\xi = 2$. Таким импульсом обладает электрон, имеющий энергию 100 Мэв. Это означает, что по крайней мере в принципе механические осцилляторы с малым трением могут служить детекторами, регистрирующими элементарные частицы с высокой энергией. Интересно отметить, что такой детектор не представляет собой «почти неустойчивой системы» (Д. И. Блохинцев [30]), каковыми являются многие из известных детекторов.

Резюмируя изложенные в этой главе примеры и расчеты, следует еще раз подчеркнуть весьма большой запас не реализованной чувствительности в экспериментах с пробными телами. Более подробно возможность реализации этого резерва чувствительности в разных направлениях экспериментальных исследований будет обсуждена в последующих параграфах.

Г Л А В А II

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ

При выборе материала, вошедшего в эту главу, автором было отдано предпочтение экспериментам, которые были выполнены в последние годы и которые играют существенную роль для ряда фундаментальных физических представлений. С другой стороны, эти эксперименты позволяют судить об уровне современной техники в этой области физических измерений. При их выполнении были использованы некоторые интересные приемы, которые могут быть полезны экспериментаторам.

В каждом из трех параграфов, составляющих эту главу, проведен анализ возможностей увеличения разрешающей способности в соответствии с теоретическими представлениями о пороговой чувствительности, изложенными в главе 2.

§ 5. Проверка принципа эквивалентности

Принцип эквивалентности. А. Эйнштейн отмечал (см. обзор [31]), что, по его мнению, дальнейшее экспериментальное уточнение принципа эквивалентности (слабого принципа эквивалентности) более важно, нежели новые проверки совпадения с расчетными наблюдаемых вековых смещений перигелия Меркурия и отклонения светового луча в поле тяжести Солнца. Слабый принцип эквивалентности (постоянство отношения массы инертной к массе гравитационной для разных тел) проверялся неоднократно. Первая проверка этого фундаментального принципа, впоследствии положенного в основу общей

теории относительности, была проделана Ньютоном. Впоследствии справедливость слабого принципа эквивалентности несколько раз уточнялась (Бессель, Этвеш, Зеeman, Саузернс). Наиболее точная проверка его была произведена в 1959—1963 гг. Дике совместно с группой сотрудников. Ими было установлено, что относительное различие ускорений свободного падения в поле тяжести Солнца

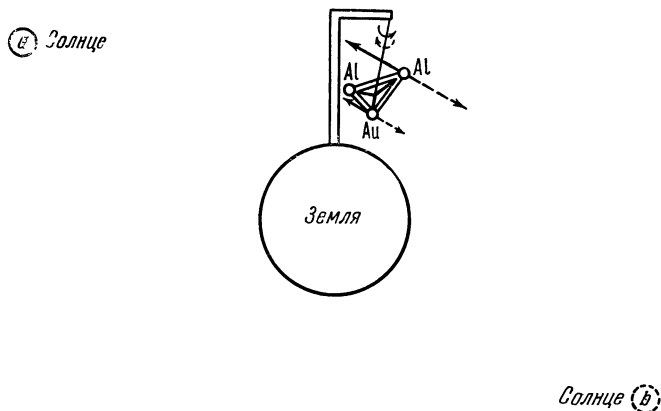


Рис. 14.

двух масс, изготовленных из алюминия и золота, не превышает $\sim 1 \cdot 10^{-11}$. Это означает, что относительная разница в отношении $m_{ин}/m_{грав}$ для алюминия и золота также не больше $1 \cdot 10^{-11}$ [32].

Остановимся более подробно на методике, примененной в этом эксперименте, который, как будет ясно из изложенного ниже, несомненно является одним из наиболее тонких и изящных из выполненных за последние годы. На рис. 14 изображена принципиальная схема установки. На тонкой кварцевой нити подвешена треугольная платформа из плавленного кварца. К концам прикреплены примерно равной массы грузы, два из алюминия и один из золота. Земля вместе с установкой находится в состоянии свободного падения в гравитационном поле Солнца ($\sim 0,6 \text{ см/см}^2$). Суточное вращение Земли приведет к тому, что возможная разница ускорений алюминия и золота (если

слабый принцип эквивалентности не выполняется точно) создаст периодический момент сил, приложенный к платформе. Период изменения этого момента будет равен земным суткам. Если Солнце по отношению к Земле находится в положении a и если ускорение алюминия больше, чем у золота, то момент сил будет направлен против часовой стрелки. Если же Солнце находится в положении b , то — по часовой стрелке. Таким образом, этой группе экспериментаторов (в отличие от Этвеша) *) необходимо было обнаруживать малый, меняющийся во времени по синусоидальному закону момент сил, приложенный к платформе.

Золото и алюминий далеко отстоят в периодической таблице элементов. Отношение числа нейтронов к числу протонов у алюминия 1,08, а у золота 1,5. Практически все электроны в атоме алюминия нерелятивистские, а у золота масса близких к ядру электронов примерно на 15% больше, чем у нерелятивистских электронов. Относительный дефект массы ядра золота существенно отличается от дефекта массы ядра алюминия.

Для того чтобы достигнуть разрешения в ускорениях масс порядка $6 \cdot 10^{-12}$ см/сек², необходимо было создать чувствительную систему индикации малых углов поворота кварцевой платформы. Принципиальная схема ее изображена на рис. 15. Одна из граней кварцевой платформы играла роль зеркала. Слабый пучок света от узкой щели оптического коллиматора отражался от зеркала и освещал небольшую колеблющуюся проволочку. Линза перед зеркалом позволяла совмещать действительное изображение нити с проволочкой, колебания которой происходили в плоскости, перпендикулярной направлению светового потока. Промодулированный таким образом световой поток попадал на фотоумножитель. Переменные составляющие тока фотоумножителя усиливались. Проволочка раскачивалась электрическим напряжением от мостового генератора на частоте 3 кГц. Если изображение щели было симметрично относительно колеблющейся проволочки, то на выходе фотоумножителя могли наблюдаться только гармоники частоты 3 кГц. Небольшие повороты

*) Методика, применявшаяся Этвешом в эксперименте, поставленном около 50 лет назад, подробно описана в [22].

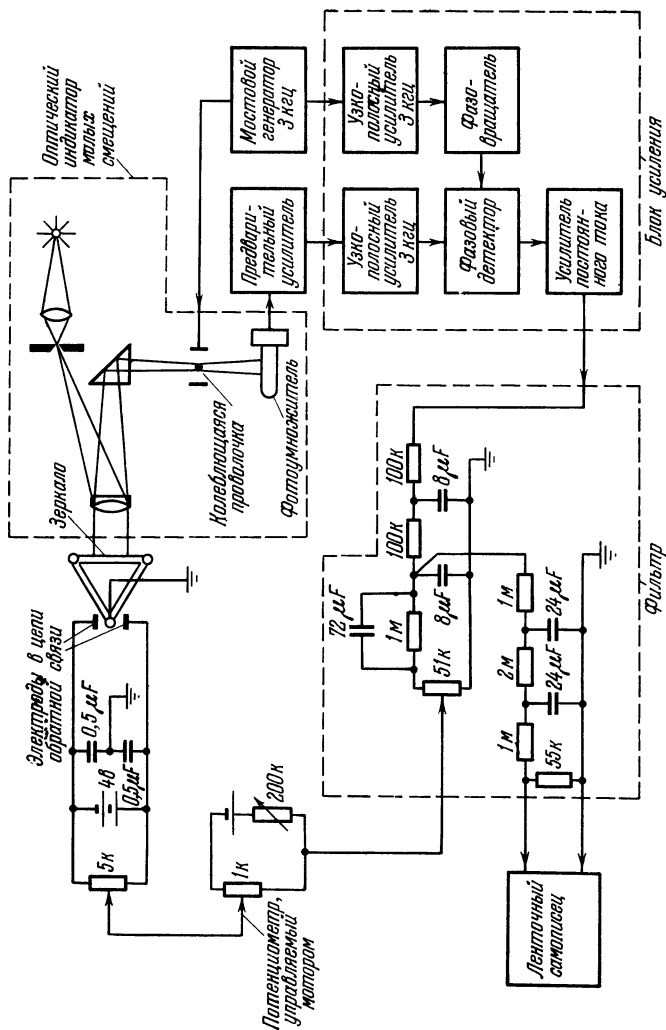


Рис. 15.

платформы приводили к смещению изображения щели относительно проволочки и к появлению на выходе фотоумножителя переменного тока с частотой, равной частоте колебаний проволочки, и с амплитудой, пропорциональной смещению изображения, а следовательно, и углу поворота платформы. Фаза этого электрического напряжения зависела от направления поворота. Пройдя узкополосный усилитель, настроенный также на 3 *кГц*, электрический сигнал от фотоумножителя поступал на один из входов фазового детектора. К другому его входу, после усиления и коррекции фазы, подавалось электрическое напряжение от мостового генератора. Таким образом, величина постоянного напряжения на выходе фазового детектора была пропорциональна углу поворота платформы, а знак определялся направлением поворота. Далее, после фильтрации, электрическое напряжение поступало на ленточный самописец. Такое устройство позволяло измерять амплитуду угловых смещений платформы $\sim 1 \cdot 10^{-9}$ рад при частоте, соответствующей периоду обращения Земли. Отметим, что достигнутое при столь низкой частоте разрешение примерно соответствует рекордному разрешению, полученному Джонсом на специальном оптическом левере (см. подробнее Приложение). Для периода собственных колебаний платформы маятника около 400 сек такое угловое разрешение соответствует амплитуде ускорения концов платформы, примерно равной $6 \cdot 10^{-12}$ см/сек², или, что то же самое, измерению относительной разности ускорений концов платформы $1 \cdot 10^{-11}$ по отношению к ускорению в гравитационном поле Солнца (0,6 см/сек²).

Электрический сигнал с выхода фазового детектора поступал не только на самописец, но и в цепь обратной связи, которая вносила затухание в крутильные колебания платформы и немного уменьшала период собственных колебаний (см. рис. 15). Сила, вносящая затухание в движение платформы, создавалась кулоновским притяжением одной из масс, закрепленных на платформе, к двум электродам, подключенным через фильтр к выходу фазового детектора. Величина вносимого затухания могла регулироваться дистанционно потенциометром, управлявшимся мотором. Применение этого приема было вызвано следующим важным обстоятельством. Если система инди-

кации малых поворотов платформы строго линейно воспроизводит их на самописце, то необходимости вводить затухание нет. Если же каким-то образом возбуждены нормальные механические моды колебаний крутильного маятника, то наличие нелинейности в системе регистрации приведет к кажущемуся появлению низкочастотного сигнала, период которого будет порядка времени затухания этих мод. Время же затухания основной крутильной моды, по мнению Дике, могло достигать двух лет. Поэтому любая локализованная во времени сейсмическая помеха, при наличии нелинейности в системе индикации, могла восприниматься как появление момента сил, вызванных разницей ускорений масс из алюминия и золота.

Перечислим еще ряд приемов, примененных авторами этого эксперимента:

1. Для того чтобы ослабить возможные влияния гравитационного возмущения, вносимого массой наблюдателя, были использованы 3 пробные массы, что существенно уменьшило квадрупольный момент масс. В опытах Этвеша было только две массы, и, по мнению Дике, наблюдатель должен был вносить гравитационное возмущение на уровне достигнутой чувствительности.

2. Для той же цели все измерения производились дистанционно.

3. Устранение влияния конвекции вблизи пробных масс и платформы достигнуто тем, что вся установка была помещена в эвакуированном кожухе (вакуум $\sim 10^{-8}$ тор).

4. Для уменьшения температурных флуктуаций вся установка была помещена в шахте глубиной 3,6 м, которая закрывалась тепловой «пробкой» высотой 1,2 м. Измерения производились без открывания «пробки» в течение месяцев. Одновременно производились дистанционное измерение и непрерывная запись изменения температуры в разных точках кожуха.

5. Маятник был изготовлен из немагнитных материалов с тем, чтобы устранить силовое воздействие суточных вариаций магнитного поля Земли.

6. В качестве нити подвеса был использован плавленный кварц, покрытый тонким слоем алюминия; тем самым была получена возможность заземлять платформу и грузы. Кроме того, ступенчатый дрейф кварцевой нити

значительно меньше, чем в нитях из вольфрама, применявшихся в первой серии экспериментов Дике [32].

7. Запись поворотов крутильного маятника производилась автоматически и непрерывно, и выделение сигнала с суточным периодом производилось с помощью электронно-счетного устройства.

Подведем итоги изложенному. В качестве основного результата эксперимента следует, по-видимому, считать то, что авторам удалось отодвинуть границу, до которой выполняется слабый принцип эквивалентности, от $5 \cdot 10^{-9}$ (достигнутое Этвешом разрешение) до $1 \cdot 10^{-11}$; иными словами, точность была повышена в 500 раз. Однако, по-видимому, в основном из-за наличия существенной нелинейности в системе регистрации, не удалось достигнуть разрешения, соответствующего броуновским флуктуациям.

Если учесть величину периода колебаний маятника (400 сек), время, затраченное на измерение (несколько месяцев), а также массы пробных тел (единицы граммов), то нетрудно подсчитать уровень разрешения, которого можно добиться в такого рода опыте в земных условиях, считая единственным источником флуктуаций тепловые. Полагая время релаксации примерно равным периоду колебаний τ_0 , легко получить (см. § 1), что при $\tau_{\text{изм}} \simeq \simeq 10^7$ сек можно было бы обнаружить разницу в ускорениях пробных масс порядка $1 \cdot 10^{-13}$ см/сек², т. е., сохраняя методику Дике, уточнить (или опровергнуть) слабый принцип эквивалентности на уровне $\sim 1 \cdot 10^{-13}$. Если же использовать большие величины τ^* (см. соотношение (1.15)), которые можно получать на тонких кварцевых нитях в вакууме, то в земных лабораторных условиях можно было бы сдвинуть границу еще на порядок.

Отметим еще одно важное обстоятельство. Сейсмические помехи, которые существенно мешали в описанном выше эксперименте, не являются в обычном смысле шумом, так как они полностью детерминированы (они могут быть одновременно и независимо измерены) и, следовательно, при достаточно высоком качестве индикаторов, полностью исключены из рассмотрения.

Оценим теперь достижимый в принципе уровень разрешения при проверке слабого принципа эквивалентности в экспериментах с пробными телами. Воспользуемся

для этого формулой (3.17). Разделив правую и левую часть на величину массы пробного тела m , получим выражение для минимальной амплитуды обнаружимого ускорения $[a_0]_{\text{мин}}$:

$$[a_0]_{\text{мин}} = \zeta \frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\text{мех}} A}{m}}. \quad (5.1)$$

Напомним, что $\omega_{\text{мех}}$ — собственная частота механического осциллятора, A — безразмерный множитель, характеризующий статистические флуктуации в источнике, ζ — множитель порядка нескольких единиц, зависящий от уровня достоверности обнаружения, $\hat{\tau}$ — длительность воздействия, имеющего вид синусоидального цуга с частотой, равной $\omega_{\text{мех}}$. Формула (5.1), так же как и (3.17), справедлива лишь при оптимальной настройке оптического индикатора, являющегося единственным источником флуктуационного воздействия на пробную массу. Полагая в (5.1) $\omega_{\text{мех}} = 2\pi \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$ (порядка частоты, соответствующей земному периоду), $m = 10^3 \text{ г}$, $\hat{\tau} = 10^7 \text{ сек}$ (т. е. примерно такое же, как и в опытах Дике), $A = 10$, $\zeta = 2$, получим $[a_0]_{\text{мин}} = 1 \cdot 10^{-23} \text{ см/сек}^2$. Если эксперимент ставить в соответствии с методикой Дике и сравнивать ускорения двух масс в гравитационном поле Солнца ($a \simeq 0,6 \text{ см/сек}^2$), то можно было бы проверить принцип эквивалентности до относительной точности $\sim 1 \cdot 10^{-23}$. Интересно отметить, что таким образом можно достигнуть разрешения по крайней мере на уровне безразмерной константы слабой связи:

$$\left(\frac{\gamma m_{\pi}^2 c}{\hbar^3} \right)^2 = 3 \cdot 10^{-14}, \quad (5.2)$$

где m_{π} — масса Пиона, γ — гравитационная постоянная.

Существенно отметить, что в настоящее время нет теоретических предпосылок, из которых следовало бы существование некоторого порогового уровня, ниже которого слабый принцип эквивалентности мог бы перестать выполняться.

В заключение этого раздела остановимся на варианте эксперимента по проверке слабого принципа эквивалентности в космических условиях на низколетающем спутнике

Земли. Предположим, что в нашем распоряжении имеется спутник Земли на орбите, близкой к круговой (рис. 16). Пусть спутник имеет форму тонкого тороида с радиусом r , две половины которого m_1 и m_2 изготовлены из различных веществ (аналогично выбору в опыте Дике). Предположим также, что $m_1 \simeq m_2$. Если плоскость тороида совпадает с плоскостью орбиты, а период вращения равен периоду обращения спутника вокруг Земли, то при

условии, что слабый принцип эквивалентности выполняется точно, продолжение линии ab у спутника должно быть всегда направлено к центру Земли. Если же он выполняется лишь приближенно и имеется небольшая разница Δa в ускорениях m_1 и m_2 , то за время τ спутник развернется на угол $\Delta\varphi$, равный

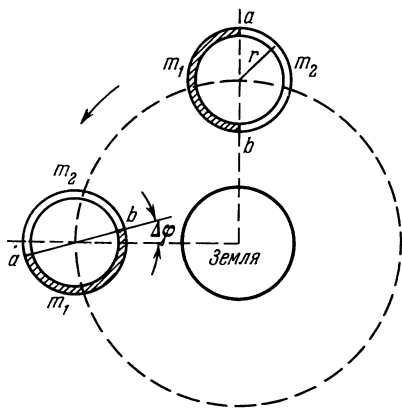


Рис. 16.

$$\Delta\varphi \simeq \frac{\Delta a \tau^2}{2\pi r}. \quad (5.3)$$

Полагая $\Delta a = 3 \cdot 10^{-12}$ см/сек², $\hat{\tau} = 2 \cdot 10^5$ сек

(около 2,3 суток), $r = 5$ см, получим $\Delta\varphi = 4 \cdot 10^{-3}$ рад = $0,24^\circ$ — легко измеримая величина. Соотношение (5.3) справедливо лишь для малых $\Delta\varphi$. Если орбита спутника расположена от поверхности Земли относительно невысоко (около 1000 км), то гравитационное ускорение $g_\delta = 7 \cdot 10^2$ см/сек² и, в соответствии с приведенной оценкой, можно было бы проверить принцип эквивалентности с точностью до $\Delta a/g_\delta \simeq 5 \cdot 10^{-15}$.

Перечислим кратко основные требования, выполнение которых необходимо для достижения такой точности. Чтобы выполнялось соотношение (5.3) (при $\Delta a \neq 0$) и $\Delta\varphi$ квадратично росло со временем, необходимо выполнение неравенства $\hat{\tau} \ll \tau_0$, где τ_0 — период собственных колебаний спутника в неоднородном гравитационном поле

Земли. Период колебаний будет конечным, если только будет отличен от нуля квадрупольный момент масс тороида. Полагая неравномерность распределения массы по тороиду, равной $\Delta m/m$, легко получить

$$\tau_0 \simeq 2\pi \sqrt{\frac{m}{\Delta m} \cdot \frac{R^3}{2\gamma M_\delta}}, \quad (5.4)$$

где R — расстояние от спутника до центра Земли, γ — гравитационная постоянная, M_δ — масса Земли. Если $\Delta m/m = 1 \cdot 10^{-5}$, $R = 7 \cdot 10^8$ см, то $\tau_0 = 1,3 \cdot 10^6$ сек, что не противоречит условию $\hat{t} \ll \tau_0$ для приведенной выше оценки.

Геометрическая неточность в изготовлении тороида может привести к тому, что световое давление солнечного излучения будет сообщать ему ускорение, которое может имитировать нарушение слабого принципа эквивалентности. Если считать, что полная масса тороида $\sim 10^4$ г, коэффициент отражения его поверхности $\sim 0,9$, то при неточности изготовления его поверхности $\Delta s/s \sim 10^{-5}$ линейное ускорение тороида, вызванное солнечным давлением, будет около $1 \cdot 10^{-13}$ см/сек², т. е. меньше чем на порядок приведенной выше оценки.

Сильный принцип эквивалентности. Независимость законов физики от наличия или отсутствия однородного гравитационного поля обычно называют сильным принципом эквивалентности. Этот принцип серьезной опытной проверке не подвергался. Даббсом совместно с группой сотрудников [33] был проведен эксперимент по измерению ускорения свободного падения g_δ пучка нейтронов, направленных в начале горизонтально в поле тяжести Земли. В этом опыте было установлено, что различие в величинах Δg для разных ориентаций спинов нейтронов, если оно существует, не превышает относительной величины $\Delta g/g_\delta \simeq 1 \cdot 10^{-2}$.

Морган и Перес [34] показали, что отсутствие влияния ориентации спинов ядер на уровне дефекта массы в опытах типа Этвеша — Дике должно послужить подтверждением сильного принципа эквивалентности. Так как в настоящее время успешно разработаны динамические методы ориентации ядер, позволяющие иметь 60÷70% ориентированных в выбранном направлении ядер [35],

то, по-видимому, точность в проверке сильного принципа эквивалентности может быть, если следовать предложению Моргана и Переса, такой же как и для слабого принципа эквивалентности.

Л. И. Слабким, В. К. Мартыновым и автором [36] была предпринята попытка установить верхнюю границу возможного влияния ориентации спинов ядер на вес пробного тела. Было установлено отсутствие такого влияния по крайней мере на уровне $6 \cdot 10^{-10}$ (см. подробнее [36]). В опыте использовалась методика выделения сигнала из шума, описанная в § 1. Относительно невысокое полученное разрешение целиком определялось степенью однородности магнитного поля, использованного для ориентации ядер.

§ 6. Квантовые макроскопические эффекты

Относительно недавно были предсказаны и обнаружены так называемые квантовые макроскопические эффекты: образование вихревых нитей в сверхтекучем гелии (Вайнен [37]) и квантование магнитного потока в полых сверхпроводящих цилиндрах (Дивер, Фейрбенк [38], Долл и Нёбауэр [39], см. также обзор [40]).

Остановимся на методике, примененной Доллом и Нёбауэром для исследования возможной величины магнитного потока в небольшом сверхпроводящем цилиндре. Сущность явления заключается в том, что квантуется магнитный поток, создаваемый током поля через внутреннюю полость цилиндра:

$$\Phi = \pi R^2 B = \Phi_0 n = \frac{\pi \hbar c}{e} n, \quad (6.1)$$

где Φ — магнитный поток, B — поле внутри цилиндра, внутренний радиус которого R , e — заряд электрона, c — скорость света. Величина n принимает лишь целочисленные значения: $n = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$. Численное значение «кванта магнитного потока» равно $\Phi_0 = 2,06 \cdot 10^{-7} \text{ гс} \cdot \text{см}^2$. Для того чтобы величина поля B была сравнима с полем Земли и тем самым можно было бы избавиться от локальных флуктуаций магнитного поля вблизи установки, Долл и Нёбауэр использовали цилиндр с малым внутренним сечением.

На рис. 17 изображена схема опыта. На кварцевой палочке диаметром 10 мкм был напылен свинцовый цилиндр длиной $l = 6 \cdot 10^{-2}$ см. Палочка была подвешена горизонтально на крутильном подвесе так, что ее ось была направлена перпендикулярно магнитному полю, создаваемому катушкой D_1 . Чувствительный оптический индикатор позволял регистрировать малые крутильные колебания маятника.

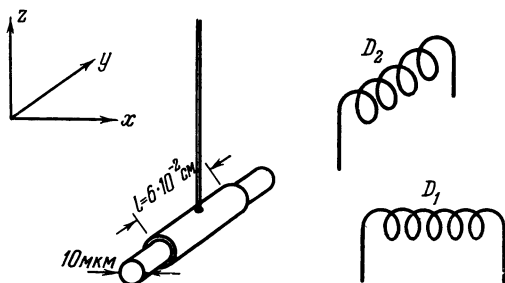


Рис. 17.

Если внутри цилиндра поток равен Φ_y , а поле катушки D_1 равно B_x , то момент сил, приложенный к цилиндру, равен

$$M \text{ и } F = \frac{\Phi_y B_x l}{4\pi}. \quad (6.2)$$

В опыте магнитное поле B_x равнялось 10 ое. При $\Phi_y = 2,06 \cdot 10^{-7}$ гс·см² и $l = 6 \cdot 10^{-2}$ см приходилось, таким образом, измерять момент сил около $1 \cdot 10^{-8}$ дин·см. Последовательность измерений была такой:

а) Свинцовый цилиндр прогревался до температуры выше критической для свинца, после чего включалась катушка D_2 , создававшая постоянное магнитное поле B_y вдоль оси цилиндра.

б) Температура понижалась ниже критической, затем катушка D_2 отключалась. Таким образом, в свинцовом цилиндре оказывался «вмороженным» некоторый магнитный поток Φ ,

в) Для измерения величины этого потока включалась катушка D_1 , создававшая в окрестности маятника магнитное поле $B_x = 10$ ое, что приводило к появлению крутильного момента (6.2), приложенного к маятнику. Поле в катушке D_1 переключалось на противоположное автоматически в такт с колебаниями. Таким образом, частота

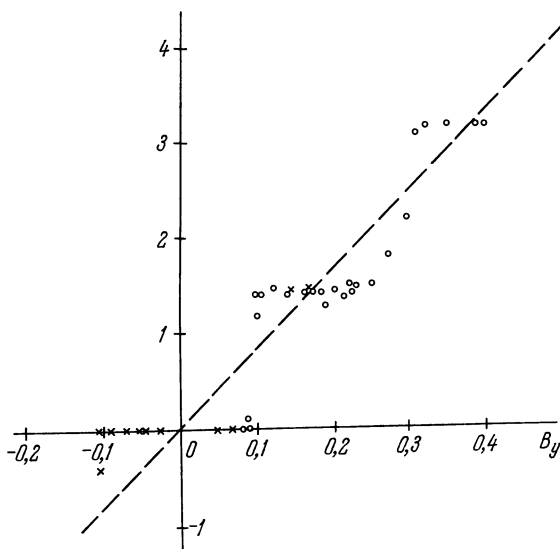


Рис. 18.

переменного момента оказывалась в точности равной резонансной *). По установившейся амплитуде колебаний определялась величина в замороженном в свинцовом цилиндре магнитного потока. Затем маятник нагревался до температуры выше критической и описанная выше процедура повторялась снова, но при другом поле V_y .

В результате измерений оказалось, что при поле V_y меньше 0,1 ое магнитный поток внутри цилиндра равен

*) Интересно отметить, что такая же методика автоматической подстройки частоты была применена в классической работе Эйнштейна и де Гааза [41].

нулю, при поле B_y от 0,1 ое до $\sim 0,2$ ое — сохраняется постоянным, а затем опять скачкообразно увеличивается (рис. 18). Величина ступеньки для потока поля хорошо согласовалась с (6.1) (относительная ошибка около 20%). Как видно из изложенного, эксперимент Долла и Нёбауэра следует отнести к группе экспериментов с пробными телами.

Оценим теперь величину минимального вмороженного потока $[\Phi]_{\text{мин}}$ или приращения потока, который может быть обнаружен в таком опыте, если использовать оптимальные условия. Будем считать, что единственным источником флуктуационного воздействия является оптимально настроенный оптический индикатор. Приравнивая выражение для минимального обнаружимого момента (3.25) моменту сил в опыте Долла и Нёбауэра (2.6), получим

$$[\Phi_y]_{\text{мин}} = \zeta \frac{8\pi}{\tau B_x l} \sqrt{\hbar \omega_{\text{мех}} I A}, \quad (6.3)$$

где $\hat{\tau}$ — длительность синусоидального цуга, раскачивающего в резонанс сверхпроводящий цилиндр с моментом инерции I и собственной частотой $\omega_{\text{мех}}$. Если в (6.3) положить $B_x = 10$ ое, $l = 6 \cdot 10^{-2}$ см, $I = 5 \cdot 10^{-11}$ г·см² (данные из опыта Долла и Нёбауэра), $\hat{\tau} = 10^3$ сек, $\omega_{\text{мех}} = 1$ сек⁻¹, $A = 10^2$, $\zeta = 2$, то $[\Phi_y]_{\text{мин}} = 5 \cdot 10^{-20}$ гс·см², т. е. почти на 13 порядков меньше $\Phi_0 = 2,06 \cdot 10^{-7}$ гс·см². Таким образом, возможна более детальная проверка обнаруженного квантового макроскопического эффекта при сохранении в основных чертах схемы описанного выше опыта.

В заключение следует отметить, что, по-видимому, квантовые макроскопические эффекты не ограничиваются двумя отмеченными выше. В известном смысле формулы (3.17) и (3.25) следует также рассматривать как квантовые ограничения в макроскопических экспериментах. Можно указать на существование и других квантовых микроскопических эффектов, в частности связанных с опытами с пробными телами. Например, нетрудно видеть, что макроскопический механический осциллятор не будет по крайней мере в течение времени $\hat{\tau}$ взаимодействовать с оптическим индикатором, если начальная

амплитуда его колебаний $x_{\text{нач}}$ меньше, чем

$$x_0 \simeq c \sqrt{\frac{\hbar}{N_0 \nu_0 \tau}}, \quad (6.4)$$

где N_0 — мощность падающего на него потока, ν_0 — средняя частота оптического излучения, c — скорость распространения света. При $x_{\text{нач}} < x_0$ флуктуации светового давления должны были бы сообщить осциллятору энергию, меньшую $\hbar \omega_{\text{мех}}$. Полагая $N_0 = 1 \text{ эрг/сек}$, $\nu_0 = 5 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$, $\tau = 10^3 \text{ сек}$, получим $x_0 \simeq 1 \cdot 10^{-12} \text{ см}$.

§ 7. Поиски элементарных частиц с дробным электрическим зарядом

Как известно, единица электрического заряда $e = 4,80298 \cdot 10^{-10} \text{ CG SE}$. Заряд любого тела может изменяться лишь дискретно на эту величину. Это фундаментальное обстоятельство, ставшее известным после классических опытов Милликена, измерившего заряд электрона, неоднократно проверялось. Было, в частности, подвергнуто проверке равенство по абсолютной величине заряда электрона и протона [42]. Результат этого эксперимента с высокой точностью подтвердил равенство зарядов.

Отметим, что дискретность и эквидистантность электрических зарядов, а также отсутствие более «мелкой зарядовой подструктуры» является эмпирическим законом, который не является обязательным с точки зрения закона сохранения заряда

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div } j = 0 \right).$$

Вспышка интереса к этому фундаментальному обстоятельству возникла в связи с гипотезой Гелл-Манна и Цвейга [43, 44] о существовании сверхэлементарных частиц — так называемых кварков, которые должны обладать дробным по отношению к e электрическим зарядом (у разных сортов кварков величина заряда должна быть $\pm \frac{1}{3} e$ и $\pm \frac{2}{3} e$).

Гипотеза Гелл-Манна и Цвейга нашла косвенное подтверждение в открытии Ω^- -частицы. В соответствии с этой гипотезой по крайней мере один из «сортов» кварков должен быть устойчивым. Из теории Горячей Вселенной оказалось возможным (Я. Б. Зельдович [45]) получить оценку средней, в настоящее время, распространенности реликтовых кварков. Уровень распространенности должен быть порядка $10^{-10} \div 10^{-11}$ кварков на нуклон. Однако эта оценка — средняя по Вселенной, и не исключена возможность накопления реликтовых кварков в отдельных областях Вселенной или в веществах с определенным составом. Таким образом, возникла настоятельная потребность повторения опытов Милликена или сходных с ними с целью обнаружения редких устойчивых частиц с зарядом, составляющим $\frac{1}{3}e$ или $\frac{2}{3}e$. Такие опыты были поставлены Бекки, Галинaro и Морпурго [46] в Университете г. Генуя, а также в Московском университете (Я. Б. Зельдович, Л. С. Корниенко, В. К. Мартынов, В. В. Мигулин, С. С. Полосков и В. Б. Брагинский [47—49]).

Ниже приведено описание экспериментов, выполненных в Московском университете, которые представляют интерес, с одной стороны, в связи с отмеченным выше фундаментальным вопросом (а не в связи с фундаментальностью полученного результата), с другой стороны, эти эксперименты можно рассматривать как иллюстрацию разработки чувствительного электрометра.

Для поиска устойчивых реликтовых кварков в твердых телах можно использовать модификацию метода Милликена. Желательно было определять минимальный заряд (меньший заряда электрона) у пробного тела, масса которого на несколько порядков больше массы капель в экспериментах Милликена, так как в последних число нуклонов в капле составляло $10^{12} \div 10^{13}$. Но увеличение массы пробного тела на несколько порядков не позволяет сохранить в чистом виде методику Милликена, так как для удержания капли в поле тяжести Земли ему уже нужна была напряженность электрического поля порядка 5 кв/см . Поэтому необходимо было подвесить пробное тело либо с использованием следящей системы (ферромагнитное тело), либо с помощью подвеса Браунбека [50] (силь-

ный диаманетик), который предложили использовать для поиска кварков Бекки, Галинано и Морпурго. Пробное тело, помещенное в магнитную потенциальную яму, будет смещаться относительно положения равновесия, если потенциальная яма находится в электрическом поле и если тело заряжено. Это смещение, пропорциональное

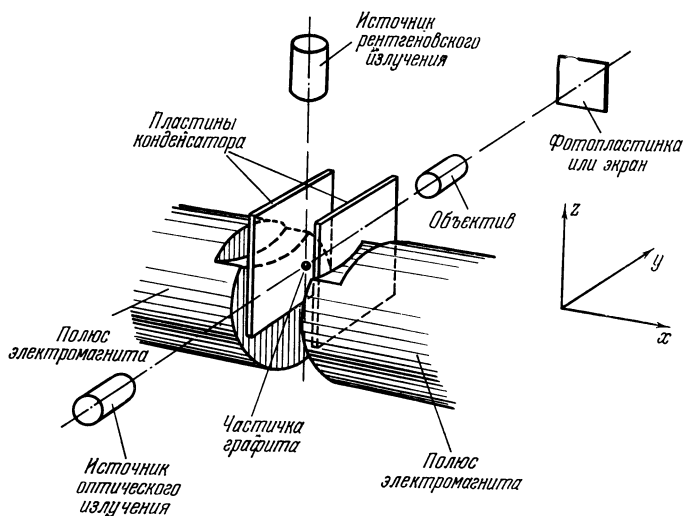


Рис. 19.

заряду при малой его абсолютной величине, дискретно изменяется при изменении заряда на один или несколько зарядов электрона. Присутствие в теле кварка должно было привести к тому, что вместо возможных зарядов $(\dots, -2, -1, +1, +2, \dots)e$ должны были бы наблюдаться заряды $(\dots, -2^{1/3}, -1^{1/3}, -1/3, +2/3, +1^{2/3}, \dots)e$, или $(\dots, -1^{2/3}, -2^{2/3}, +1/3, +1^{1/3}, \dots)e$.

Таким образом, вместо измерения времени движения капель в поле электрического конденсатора, как это делал Милликен, необходимо было исследовать функцию распределения смещений пробного тела относительно положения равновесия в потенциальной яме. При этом необходимо было иметь достаточно малые смещения так, чтобы они линейно зависели от величины заряда.

На рис. 19 изображена принципиальная схема центральной части установки, на которой производились измерения [47, 48]. Пробное тело — частичка графита (диаманетика) — находится около среза между плоскими полюсами электромагнита. Вблизи среза резко убывающее в направлении z поле создает направленную вверх для диамагнетика — графита — силу

$$F_z = V(1 - \mu)(8\pi)^{-1} \frac{\partial H^2}{\partial z},$$

уравновешивающую вес частички. Напряженность магнитного поля вблизи среза варьировалась от $1,8 \cdot 10^4$ до $1,2 \cdot 10^4$ *оет* для разных частичек. Зазор между полюсами составлял около 5 мм. В верхней части полюсов электромагнита сделана выемка, что обеспечивает устойчивость частички в направлении y . Частичка освещается стабилизированным источником оптического излучения. Объектив позволяет получить на экране действительное изображение частички (90-кратное линейное увеличение).

В зазор между полюсами электромагнита вставлены две хорошо изолированные параллельные пластины электрического конденсатора. Таким образом, направление электрического поля в окрестности частички совпадает с направлением магнитного поля. Равновесное положение частички при совместном действии обоих полей и небольших зарядах частички линейно зависит от величины заряда q при одной и той же величине напряженности электрического поля E .

В первой серии измерений [47, 48] объем вокруг частички не эвакуировался и на пластины подавалось постоянное электрическое напряжение. Вместо экрана помещалась фотопленка и фиксировались разности смещений частички при смене полярности напряжения. При этом исключалось возможное действие квадратично изменяющейся с полем E силы $V \frac{\partial E^2}{\partial x}$ (взаимодействие наведенного дипольного момента с неоднородным электрическим полем). Заряд частичек q изменялся с помощью слабого тока ионов в воздухе, получавшегося при включении электрического поля и слабого рентгеновского излучения (этот же прием применял Милликен).

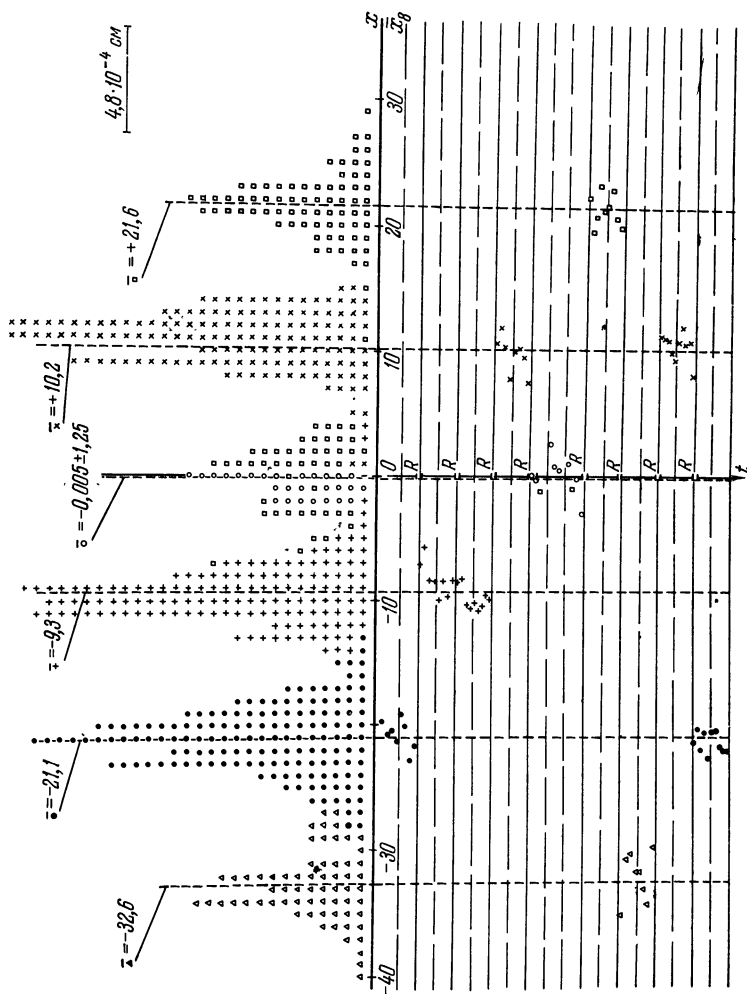


Рис. 20.

На рис. 20 (в верхней части) приведена функция распределения квазистатических смещений x частицы, обладавшей массой $9 \cdot 10^{-9}$ г, в электрическом поле $E = 1,5$ кв/см. Четко видны 6 эквидистантных максимумов, расстояние между которыми (около $5 \cdot 10^{-4}$ см) соответствует изменению заряда частицы на e . Среднее значение заряда в нулевом максимуме статистически неотлично от нуля: $q = 0,00 \pm 0,11 e$ с достоверностью 0,99. (Статистическая обработка этих измерений подробно описана в [47].) Как видно из рис. 20, заряд частицы изменялся от $+2 e$ до $-3 e$. Разброс смещений частицы вызван броуновским движением. Поэтому точки, соответствующие разным зарядам, на рисунке обозначены различными значками (крестами, кружками и т. п.). В нижней части рис. 20 приведена запись усредненных по 8 смещений \bar{x}_8 той же частицы во времени (ось времени направлена сверху вниз). Для \bar{x}_8 броуновские флуктуации называются меньше и отклонения смещений от средних не перекрываются. Четко видно дискретное изменение положения равновесия частицы, а также повторение во времени одних и тех же зарядов ($+1 e$ и $-2 e$). Буквой R обозначены моменты включения источника рентгеновского излучения. Для получения такой функции распределения необходимо $\tau_{\text{изм}} \simeq 10^4$ сек.

Возможным источником систематической ошибки в такой методике является наличие у частицы статического дипольного момента D , взаимодействующего с неоднородностью электрического поля ($\partial E_x / \partial x \neq 0$). Это может привести к имитации дробного заряда. Оказалось, что некоторые частицы чистого графита и с добавочными примесями обладают дипольным моментом $D_x \sim 5 \cdot 10^{-9}$ CGSE (это соответствует разности потенциалов порядка 1 в на поверхности частицы). Для устранения такого паразитного эффекта пластины электрического конденсатора были тщательно выставлены параллельно друг другу (параллельность не хуже $7 \div 8$ мк на расстоянии 10 см); кроме того, были приняты меры, исключаяющие попадание графитовой пыли на пластины конденсатора вблизи положения равновесия частицы (см. подробнее [47]).

В первой серии измерений (с учетом суммы масс всех частичек) было показано отсутствие кварков на уровне

распространенности $1 \cdot 10^{-17}$ кварков на нуклон. К графиту добавлялся раствор каменного метеорита, а также сухой осадок от медленного выпаривания большого количества воды (при этом возможно «обогащение» кварками и соответственно оценочная граница для распространенности кварков в воде оказывалась порядка 10^{-22} кварков на нуклон).

В описанной установке, как указывалось выше, время измерения с одной частичкой составляло $\tau_{\text{изм}} \simeq \simeq 1 \cdot 10^4 \text{ сек}$, а время релаксации из-за наличия воздуха $\tau^* \simeq 1 \text{ сек}$. Таким образом, условия для измерения силы $F_x = -\frac{e}{3} E$, действие которой на частичку предполагалось

обнаружить, были весьма далеки от оптимальных. Во второй серии измерений [49] были произведены изменения в установке. Объем вблизи частички был эвакуирован (вакуум $\sim 1 \cdot 10^{-2} \text{ тор}$). В результате добротность частички для колебаний в направлении электрических силовых линий достигала $Q \simeq 10^2$. При форвакууме оказалось возможным изменять заряд частички с помощью слабого тлеющего разряда. Вместо фотопленки в плоскости экрана был поставлен фотоэлектрический преобразователь, сигнал на выходе которого пропорционален смещению частички. Из-за относительно высокой добротности колебаний частички оказалось удобным вместо квазистатического электрического напряжения подавать на пластины конденсатора переменное электрическое напряжение с частотой, равной частоте собственных колебаний частицы в направлении x ($\omega_x \simeq 2\pi \cdot 7 \text{ сек}^{-1}$). Колебания частицы записывались на ленте шлейфового осциллографа, а затем запись подвергалась статистической обработке, аналогичной операции синхронного детектирования. Это позволило сохранить отношение сигнал/шум таким же, как и в первой серии (доверительный интервал $\simeq 0,1 e$), увеличив массу частицы в среднем в 7 раз и сократив время измерения с одной частицей до 10^2 сек . К некоторым из 30 частиц (средняя масса $\simeq 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ г}$), подвергнутым измерениям, были добавлены соли раствора морских конкреций в плавиновой кислоте или осадок от выпаривания большого количества воды — аналогично первой серии. Ни в одной из частиц не было обнаружено присутствия дробных за-

рядов. Наименьший по абсолютной величине заряд не отличался статистически от нуля, а среднее значение доверительного интервала при измерении заряда составило $0,093 e$ (на уровне достоверности $0,99$).

Таким образом, вторая серия измерений позволила понизить верхнюю границу возможной распространенности реликтовых кварков в твердых телах до 10^{-18} на нуклон (с учетом возможного обогащения при выпаривании воды — до 10^{-23} на нуклон).

В эксперименте Бекки, Галинаро и Морпурго [46] также был получен негативный результат. Методика в этом эксперименте была сходной с описанной выше. Однако пластины конденсатора были расположены (см. рис. 19) так, что электрическое поле E было направлено вдоль оси y . Это позволило существенно увеличить смещения частичек при изменении q на один электрон, так как жесткость в потенциальной яме в направлении y меньше, чем в направлении x . Однако меньший размер пластин конденсатора из-за такой ориентации существенно увеличивает возможную величину $\partial E_y / \partial y$ и, следовательно, из-за отмеченного выше паразитного эффекта ставит более жесткий предел для величины массы частички. В этом эксперименте масса частичек была на два порядка меньше, чем во второй серии наших измерений.

Оба описанных эксперимента носили целевой характер — делалась попытка обнаружить существование редких реликтовых кварков в твердом теле. Поэтому желательно было, сохраняя разрешающую способность около $0,1 e$ (доверительный интервал), иметь возможно большую массу пробного тела. Ясно, что возможна реализация и других экспериментов. Можно, например, попытаться искать редкие устойчивые частицы с зарядом, например, $1 \cdot 10^{-3} e$ на аналогичной установке. При этом пришлось бы уменьшить массу пробных тел примерно на три порядка. Однако никаких теоретических предпосылок, аналогичных гипотезе Гелл-Манна и Цвейга, для такого поиска в настоящее время нет.

В § 4 мы приводили оценку минимального заряда $[q]_{\text{мин}}$, который может быть обнаружен в теле массой m по действию на него силы qE в оптимальных условиях. Для $E = 10^2 \text{ CGSE}(30 \text{ кВ/см})$, $m = 1 \text{ г}$, $\hat{\tau} = 1 \cdot 10^3 \text{ сек}$ и

$\omega_{\text{max}} = 1 \text{ сек}^{-1}$ было получено $[q]_{\text{мин}} = 1,6 \cdot 10^{17} \text{ CGSE} = 3 \cdot 10^{-8} e$. Таким образом, и в этих экспериментах с пробными телами существует большой резерв чувствительности.

В заключение отметим, что к более низкому пределу возможной распространенности кварков, полученному в работе [51], следует, по-видимому, относиться с известной осторожностью, так как авторы [51] использовали «метод обогащения», который при некоторых предположениях о свойствах кварков мог привести к обеднению подвергнутых исследованию веществ.

ГЛАВА III

ПЕРСПЕКТИВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ И ЯДЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ПРОБНЫМИ ТЕЛАМИ

Релятивистские гравитационные эксперименты занимают особое место в экспериментальной физике. Необычайная трудность их реализации, связанная с малостью гравитационной постоянной, с одной стороны, и настоятельная потребность для теории в их проведении привлекают внимание многих экспериментаторов, что во всяком случае нашли отражение в многочисленных предложениях постановки опытов. Относительно бурное развитие релятивистской гравитационной теории, особенно в последнее десятилетие, привело к аномальному, по сравнению с другими областями физики, положению: экспериментаторы не могут «справиться» с эффектами, предсказанными по существу более 40 лет назад. Известное оправдание этого положения состоит в том, что для тех масс, которыми экспериментатор может располагать в лаборатории, предсказанные общей теорией относительности (ОТО) эффекты необычайно малы и, как это будет видно из дальнейшего, многие из них могут быть обнаружены лишь вблизи порога предельной чувствительности, от которого экспериментаторов отделяют сегодня 7—10 порядков. Другая причина, возможно, состоит в том, что на первый взгляд эффекты ОТО не имеют практического применения, так как они приводят лишь к малым добавкам к нерелятивистскому ньютоновскому описанию движения искусственных космических объектов, а фотонные ракеты по крайней мере наполовину являются объектом

исследования писателей-фантастов. Появившиеся в последнее время исследования, связывающие структуру элементарных частиц со сколлапсировавшими до планковской элементарной длины массами (планкеоны-максимоны [52]), вообще говоря, не исключают возможности существования больших энергий гравитационного происхождения в элементарных частицах.

В настоящее время известны результаты трех основных экспериментов, являющихся подтверждением ОТО. Это вращение перигелия Меркурия, красно-голубое смещение частоты электромагнитного излучения в гравитационном поле Земли и отклонение оптического излучения звезд в гравитационном поле Солнца. Следует отметить, что в неоднократных повторениях третьего эксперимента не удалось получить высокой точности измерений и соответственно не удалось получить хорошего соответствия полученных результатов с предсказаниями, следующими из ОТО (см. обзор [53]).

В главе 3 обсуждаются возможности обнаружения некоторых новых релятивистских гравитационных эффектов, сводящихся к экспериментам с пробными телами (§§ 8 и 9). В эту главу включено также краткое обсуждение двух ядерных экспериментов, сводящихся к обнаружению малых сил и моментов сил, приложенных к макроскопическим телам.

§ 8. Проблема обнаружения гравитационного излучения

Более сорока лет известно, что для слабого гравитационного поля уравнения Эйнштейна сходны с волновыми уравнениями для электромагнитного поля [54]

$$\square \Phi_{\mu}^{\nu} = -\frac{16\pi\gamma}{c^4} T_{\mu}^{\nu} \quad (8.1)$$

при дополнительном условии $\Phi_{\mu,\nu}^{\nu} = 0$. В уравнениях (8.1)

$$\Phi_{\mu}^{\nu} = h_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu}^{\nu} h_{\alpha}^{\alpha},$$

где h_{μ}^{ν} — малая величина первого порядка, характеризующая искривление метрики пространства $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$,

T_{μ}^{ν} — тензор энергии — импульса, γ — гравитационная постоянная; c — скорость света. Эти уравнения, также как и уравнения Максвелла, имеют решение в виде волн, распространяющихся с той же скоростью, что и электромагнитные волны. Однако лишь в последние годы в литературе стал обсуждаться вопрос о возможности обнаружения гравитационного излучения. Трудность обнаружения гравитационных волн связана, во-первых, с малостью гравитационной постоянной γ и, во-вторых, с тем, что отношение гравитационной массы (гравитационного заряда) к массе инертной является для любых тел постоянной величиной (см. § 5). Второе обстоятельство приводит к тому, что переменное движение масс может привести лишь к квадрупольному излучению гравитационных волн. Так, например, потеря энергии на гравитационное излучение некоторой системой масс при $v/c \ll 1$ равна [54]

$$\frac{d\mathcal{G}}{d\tau} = -\frac{\gamma}{45c^5} (\ddot{D}_{\alpha\beta})^2, \quad (8.2)$$

где $D_{\alpha\beta}$ — компонента тензора квадрупольного момента масс

$$D_{\alpha\beta} = \int_V \mu (3x^\alpha x^\beta - \delta_{\alpha\beta} x_\gamma^2) dV. \quad (8.3)$$

Здесь μ — плотность, V — объем. Выражение (8.2) для мощности гравитационного излучения с точностью до численного множителя совпадает с аналогичным выражением в электродинамике для мощности квадрупольного электромагнитного излучения

$$\frac{d\mathcal{G}}{d\tau} = \frac{1}{180c^5} (\ddot{D}_{\alpha\beta})^2, \quad (8.4)$$

если заменить в нем $\sqrt{\gamma} \mu$ на плотность электрических зарядов ρ .

Таким образом, при попытке поставить опыты по обнаружению гравитационного излучения дело обстоит примерно так же, как в электродинамике, но в распоряжении экспериментатора будут только гравитационные заряды (гравитационные массы) одного знака с одним и

тем же отношением гравитационного заряда (гравитационной массы) к массе инертной. Поэтому и возможные излучатели и приемники могут быть только квадрупольного типа и, следовательно, весьма малоэффективными. Кроме того, удельный гравитационный заряд весьма невелик (для электрона $\sqrt{\gamma}m_{\text{грав}}/m_{\text{ин}} = \sqrt{\gamma}$ меньше, чем $e/m_{\text{ин}}$ в $\sim 10^{21}$). Гравитационное излучение представляет собой оторвавшееся от неравномерно движущихся масс поле, которое убывает с расстоянием от источника, как r^{-1} , если расстояние r много больше длины волны. Иными словами, также как и в случае электромагнитного излучения, здесь можно различить волновую зону, где изменение метрики пространства распространяется со скоростью, равной скорости света, и убывает по закону r^{-1} , и неволновую зону, где поле может быть приближенно вычислено по закону Ньютона.

Объективным основанием появившегося интереса к постановке опытов по обнаружению гравитационного излучения, кроме непрерывного роста экспериментальной техники, по-видимому, следует считать разработанные относительно недавно статистические методы выделения слабого сигнала из шума при оптимальном использовании предварительной информации о сигнале. В этом параграфе приведены данные о различных возможных источниках гравитационного излучения, обсуждена достижимая чувствительность приемников на основе соотношений, полученных в главе 2, и приведены предварительные результаты некоторых экспериментов, позволяющие оценить верхний предел уровня гравитационного излучения внеземного происхождения.

Источники гравитационного излучения

Двойные звезды. Наиболее надежными источниками гравитационного излучения внеземного происхождения являются двойные звезды с малым периодом обращения. Такие источники являются практически постоянными для земного наблюдателя и поэтому при попытке обнаружить их излучение можно осуществлять длительное выделение сигнала из шумов при корреляционном приеме, используя то обстоятельство, что излучение строго синхронно с

обращением компонент двойной звезды, которое можно наблюдать оптическими методами. Для системы из двух звезд, движущихся по круговым орбитам с массами m_1 и m_2 и частотой обращения ω , мощность гравитационного излучения можно рассчитать с помощью формулы (8.2), которая для этого случая принимает вид

$$\frac{d\mathcal{G}}{d\tau} = -\frac{32}{5} \frac{\gamma^{7/2} m_1^2 m_2^2 \omega^{10/3}}{(m_1 + m_2)^{2/3}}. \quad (8.5)$$

Как видно из (8.5), в качестве интенсивных источников гравитационной радиации интерес представляют двойные звезды с большой массой, малым периодом обращения и расположенные в относительной близости от земного наблюдателя. В таблице 4 приведены данные для

Таблица 4

Звезда	$\tau_{\text{обр.}} / \text{сутки}$	m_1	m_2	$L, \text{ см}$	$d\mathcal{G}/d\tau, \text{ эрг/сек}$	$A \cdot t, \text{ эрг/сек} \cdot \text{см}$	$\frac{\Delta\omega}{\omega} \Big _{\tau=3 \cdot 10^8 \text{ сек}}$
UV Leo	0,60	1,36	1,25	$2,1 \cdot 10^0$	$1,8 \cdot 10^{31}$	$3,5 \cdot 10^{-12}$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
V Pup	1,45	1,66	0,8	$1,2 \cdot 10^{21}$	$4 \cdot 10^{31}$	$2,3 \cdot 10^{-12}$	$1,4 \cdot 10^{-10}$
i Boo	0,268	1,5	0,68	$3,8 \cdot 10^{19}$	$1,1 \cdot 10^{30}$	$1,1 \cdot 10^{-10}$	$1,9 \cdot 10^{-9}$
YY Eri	0,321	0,76	0,50	$1,3 \cdot 10^0$	$2,6 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$5,1 \cdot 10^{-10}$
SW Lac	0,321	0,97	0,8	$2,3 \cdot 10^{20}$	$1,1 \cdot 10^{30}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$9,5 \cdot 10^{-10}$
WZ Sge	81 мин	0,6	0,0	$3 \cdot 10^0$	$3,5 \cdot 10^{29}$	$3 \cdot 10^{-13}$	$4 \cdot 10^{-9}$

мощности гравитационного излучения шести двойных звезд, расположенных в относительной близости от солнечной системы. В этой же таблице указаны период обращения $\tau_{\text{обр}}$, массы m_1 и m_2 в единицах массы Солнца, расстояние до этих звезд от Земли L и плотность потока мощности гравитационного излучения t вблизи Земли. Множитель A может варьироваться от 0 до нескольких единиц в зависимости от ориентации плоскости вращения звезд по отношению к Земле. Первые пять звезд в таблице — затменные (см. каталог Копала [55]), последняя звезда WZ созвездия «Стрелы» обладает уникально малым периодом обращения (81 минута). Интегральный поток мощности гравитационного излучения от этой звезды

возможно превосходит мощность оптического излучения [56].

Согласно оценкам, полученным В. Н. Мироновским [57], двойные звезды типа WU Ma должны дать основную часть плотности потока мощности гравитационного излучения неземного происхождения; эта величина должна быть примерно равна 10^{-9} эрг/сек·см². Наиболее вероятный период обращения этих звезд составляет ~ 4 часа. Таким образом, если создавать в земных условиях приемник гравитационного излучения, рассчитанный на прием излучения от известных двойных звезд, то необходимо, чтобы он мог регистрировать по крайней мере потоки мощности $t \simeq 10^{-9} \div 10^{-10}$ эрг/сек·см². Такой поток мощности, если бы это было электромагнитное излучение, можно было бы обнаружить без труда. Однако, как будет показано дальше, квадрупольный характер приемника делает эту задачу очень трудной.

Излучение гравитационных волн приводит к потере энергии двойной звезды, которая, как известно [54], равна

$$\mathcal{E} \simeq -\gamma m_1 m_2 (2R)^{-1}$$

(без релятивистских поправок). В результате компоненты двойной звезды должны сближаться, а частота обращения увеличиваться. За время $\hat{\tau}$ частота обращения ω должна измениться на величину $\Delta\omega$:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \simeq \frac{96\gamma^{5/3} m_1 m_2 \omega^{8/3} \hat{\tau}}{5(m_1 + m_2)^{1/3}}. \quad (8.6)$$

В таблице 4 приведена вычисленная по (8.6) величина относительного изменения частоты обращения $\Delta\omega/\omega$ для тех же двойных звезд за время $\hat{\tau} = 3 \cdot 10^8$ сек (около 10 лет). Как видно из таблицы, у всех шести звезд изменение частоты обращения, которое может быть вызвано гравитационным излучением, больше относительной нестабильности частоты современных атомных и молекулярных стандартов частоты (для водородного мазера около $2 \cdot 10^{-12}$). Интересно отметить, что для большинства звезд частота обращения известна с точностью до 3-го знака, а влияние гравитационной радиации сказывается, как это

видно из таблицы, уже в 9 ÷ 10-м знаке. Таким образом, возможный косвенный эксперимент, который мог бы подтвердить существование гравитационной радиации, состоит в длительном наблюдении за изменением периода обращения «подходящих» двойных звезд.

На изменении периода обращения могут сказаться и другие явления (например, выбросы большой массы

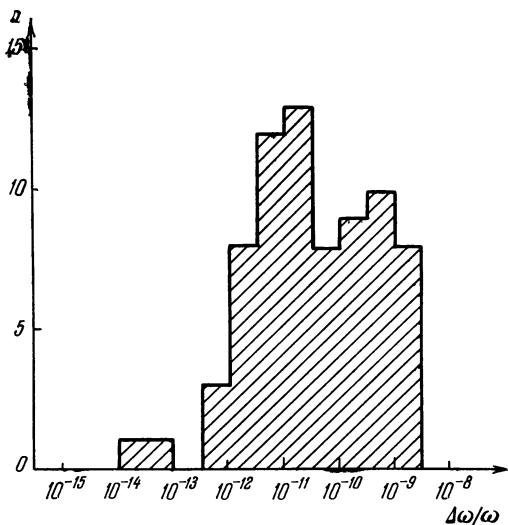


Рис. 21.

вещества из одной из компонент двойной звезды), что затрудняет возможность наблюдения эффекта в чистом виде.

Число двойных звезд, в которых изменение периода обращения за счет излучения гравитационных волн в принципе может быть обнаружено с помощью современных стандартов частоты, довольно велико. На рис. 21 приведено распределение числа известных затменных двойных звезд в зависимости от предполагаемого изменения частоты обращения $\Delta\omega/\omega$ за $\tau = 3 \cdot 10^8$ сек. При составлении этого распределения были использованы данные для m_1 , m_2

и $\tau_{\text{обр}}$ из каталога Копала [56]. Как видно из гистограммы, 8 затменных звезд должны изменить частоту обращения больше чем на $1 \cdot 10^{-9}$, а 48 — больше чем на $1 \cdot 10^{-11}$.

Отметим одно интересное обстоятельство: при составлении таблицы 4 подбирались двойные звезды с относительно большими m и малыми $\tau_{\text{обр}}$. При этом оказалось, что среди известных двойных звезд нет таких, компоненты которых обладали бы массами в несколько солнечных, а период обращения был бы равен или был меньше периода WZ «Стрелы» (81 минута). Если бы такие двойные звезды существовали, то за счет потерь энергии на гравитационное излучение время их жизни как двойных было бы относительно непродолжительным. Для «уникальной» двойной звезды WZ «Стрелы» время жизни предположительно может быть порядка 100 миллионов лет. Таким образом, отсутствие среди известных двойных звезд с большим $\Delta\omega/\omega$ можно рассматривать как некоторое косвенное подтверждение существования гравитационного излучения.

Гипотетические источники гравитационного излучения. Процессы, происходящие при несимметричном коллапсе звезд, могут привести к мощному гравитационному излучению. Как показали Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков [58], при падении тела массы m на сферически симметрично сжимающуюся звезду массы M , радиус которой близок к гравитационному радиусу $r_g = 2\gamma M/c^2$, несколько процентов от энергии mc^2 превращается во вспышку гравитационного излучения, если $m \sim M$. Гравитационная волна при движении по радиусу звезды M имеет вид одиночного всплеска длительностью $\Delta\tau \sim r_g/c$, а при финитном движении по орбите с радиусом, сравнимым с r_g , имеет вид дуга таких всплесков. В каждом всплеске заключена энергия $\sim \alpha m^2 c^2 / M$, где $\alpha \simeq 0,01 \div 0,1$. Интересно, что при финитном движении массы m в окрестности звезды M полная величина излученной энергии в виде гравитационных волн не зависит от отношения m/M . Если такой источник расположен от солнечной системы на расстоянии $L = 500$ мегапарсек, то при $m = m_\odot$ и $M = 10^2 m_\odot$ можно ожидать вблизи Земли поток мощности

$$t \simeq \beta \frac{mc^3}{4\pi L^2 r_g} \simeq 0,7 \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}, \quad (8.7)$$

если положить $\beta = 10^{-2}$. При этом основная часть спектра излучения должна лежать вблизи частоты $f \simeq c/r_g = 10^3$ *гц*. Однако неизвестно, сколь часто происходят такие процессы, и поэтому, если создавать приемник, рассчитанный на прием излучения от таких источников, необходимо предусмотреть проведение наблюдений в течение длительного времени.

При несимметричном коллапсе звезды возможно интенсивное гравитационное излучение, вызванное другими механизмами (вращением звезды, ее колебаниями). Согласно оценкам И. С. Шкловского и Н. С. Кардашева [59], исходящим из некоторых модельных представлений о несимметричном коллапсе звезды, можно ожидать, что при массе $M = 10^{41}$ *г* мощность гравитационного излучения достигнет $10^{54} \div 10^{58}$ *эрг/сек*. Если такой источник расположен от Земли на расстоянии 500 мегапарсек, то от него можно ожидать потока мощности гравитационного излучения $t \simeq 10^{-1} \div 10^{+3}$ *эрг/сек·см²* вблизи частоты $f \simeq 10^{-4}$ *гц*.

По мнению Я. Б. Зельдовича [60], не исключена возможность того, что пульсары также являются источниками гравитационного излучения, синхронного с частотой пульсации.

Если существуют так называемые нейтронные звезды [61], которые должны иметь относительно большие массы ($m \sim 0,5m_{\odot}$) и малые размеры ($R \sim 16$ км), то двойные нейтронные звезды также должны быть источниками мощного гравитационного излучения. Согласно оценкам Дайсона [61] двойная нейтронная звезда за 2 *сек* перед слиянием ее двух компонент излучает $\sim 10^{52}$ *эрг/сек* с частотой около 10^3 *гц*. Если такой источник расположен на расстоянии 300 килопарсек от Земли, то поток мощности, на который можно рассчитывать, составит 10^3 *эрг/сек·см²*.

Гравитационная радиация от перечисленных выше излучателей обусловлена диссипацией энергии, а не передачей ее от одной части взаимодействующих масс другой [54]. Отметим, что эти гипотетические источники гравитационного излучения являются непостоянными, и хотя они должны дать значительно большие плотности потока гравитационного излучения в течение короткого времени, чем известные двойные звезды, желательно при постановке

соответствующего опыта оценить, как часто такие источники могут действовать. Такие оценки еще не проводились.

Гравитационное излучение неземного происхождения высокой частоты. Возможным источником гравитационного излучения высокой частоты может быть тепловое движение вещества. Согласно оценке В. Н. Мироновского [57] мощность гравитационного излучения Солнца вызвана в основном тормозным излучением (гравитационным) при кулоновском рассеянии электронов и составляет величину порядка 10^{12} эрг/сек. Этой величине потока соответствуют несколько гравитонов (с частотой, соответствующей примерно оптическому диапазону), падающих на квадратный метр земной поверхности в секунду. Если следовать гипотезе о возможных взаимных превращениях обычной материи и гравитационного поля (Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов [62]), то можно оценить эффективное сечение реакций, при которых происходят гравитационные трансмутации фермионов [63, 64, 65]. Однако величина сечения таких реакций весьма мала: согласно оценке Г. М. Гандельмана и В. С. Пинаева гравитационное излучение при кулоновском рассеянии электронов на 10 порядков меньше, чем излучение нейтрино [66]. Поэтому, по-видимому, реальные эксперименты с такого рода превращениями пока не обсуждались.

Отметим еще один возможный механизм, в результате которого может возникнуть гравитационное излучение высокой частоты. При распространении электромагнитного излучения в постоянном электрическом или магнитном поле изменяющиеся во времени с частотой электромагнитного излучения компоненты тензора энергии — импульса в соответствии с уравнением (8.1) должны дать гравитационное излучение той же частоты [67]. Причем поскольку скорости распространения обеих волн одинаковы, то должен иметь место волновой резонанс гравитационных и электромагнитных волн. При отсутствии постоянного поля излучения гравитационных волн нет. Эффективность преобразования можно характеризовать отношением амплитуд гравитационной волны $a(x)$ и электромагнитной волны $b(x)$. Предполагая, что плоские волны распространяются в направлении x и взаимодействуют

в течение времени τ , можно видеть [67], что

$$\left| \frac{a(x)}{b(0)} \right|^2 \simeq \frac{\gamma}{\pi c^3} (P^0)^2 \tau^2, \quad (8.8)$$

где P^0 — величина напряженности постоянного магнитного поля. Если положить $P^0 = 10^{-5}$ ое, $\tau = 3 \cdot 10^8$ сек и считать, что полное время движения электромагнитного излучения от отдаленного космического источника составляет 10^7 лет, то $\left| a(x)/b(0) \right|^2 \simeq 10^{-17}$. Существенно, что при этом мы имеем дело не с «покраснением» всех фотонів, входящих в электромагнитную волну, а с превращением фотона в гравитон.

Возможные земные источники гравитационного излучения. В земных условиях, по-видимому, трудно создать источник гравитационного излучения, который бы мог дать поток мощности, сравнимый с потоками мощности от вземных относительно низкочастотных источников (нестационарные процессы при коллапсе звезд и излучение двойных звезд). Так, например, если вращать стержень массой $m \sim 10^4$ г с такой скоростью, что центробежное напряжение в нем будет близко к временному сопротивлению лучших сортов сталей, то наибольший поток мощности гравитационного излучения, который можно получить при соответствующей форме стержня, составит 10^{-30} эрг/сек (около 10 гравитонов в год).

Механические колебания в твердых телах также приводят к гравитационному излучению (Вебер [68]). Если возбудить в стержне продольные колебания на самой низкой из его собственных частот, то мощность гравитационного излучения можно подсчитать с помощью формулы

$$\frac{d\mathcal{G}}{d\tau} = - \frac{16}{15} \frac{\gamma \mu^2 S^2 \xi^2 v^6}{c^5}, \quad (8.9)$$

которую после несложных преобразований можно получить из (8.2) (см. [68]). В формуле (8.9) μ — плотность материала стержня, S — его поперечное сечение, ξ — амплитуда относительного удлинения, v — скорость распространения продольных волн в стержне. Согласно оценкам Вебера при наилучших условиях для μ , S , ξ и v можно

рассчитывать на поток мощности 10^{-13} эрг/сек; однако при этом на возбуждение механических колебаний придется затратить мощность $\sim 10^8$ вт.

При взрывах также можно рассчитывать наблюдать вспышку гравитационного излучения. Шюкинг (см. таблицу в книге Уилера [69]) оценил, что при взрыве урановой бомбы (17 килотонн) мощность излучения составляет 10^{-4} эрг/сек в течение $\sim 10^{-8}$ сек.

Резюмируя приведенные оценки для разных возможных видов источников гравитационного излучения, следует, по-видимому, при постановке соответствующих экспериментов отдать предпочтение неземным источникам.

Следует упомянуть еще о предложениях У. Х. Копвиллема и др. [70] использовать для излучения гравитационных волн (с частотой, соответствующей оптическому диапазону) коллективные колебания молекул с большим массовым квадрупольным моментом, возбужденных синхронным электромагнитным излучением от мощного лазера. В качестве приемника предлагается использовать фоновые счетчики на тех же молекулах. Предварительные расчеты У. Х. Копвиллема и др. показывают, что и на этом пути трудности в реализации эксперимента весьма значительны. В связи с тем, что эти предложения по своей физической сущности выходят за рамки тематики книги, мы не останавливаемся на них подробно и отсылаем читателя к литературе.

Квадрупольный приемник гравитационного излучения

Как уже отмечалось выше, приемник гравитационного излучения, так же как и излучатель, должен быть квадрупольного типа. Иными словами, при постановке опыта по приему гравитационного излучения необходимы по крайней мере две пробные массы. В связи с тем, что их удельные гравитационные заряды одинаковы (одинаково отношение гравитационной массы к инертной), относительное движение пробных масс будет вызвано только градиентом волны. Если расстояние между массами l^2 мало по сравнению с длиной волны, а их скорости не слишком велики ($v/c \ll 1$), то разность сил, действующих на две пробные массы в поле гравитационной волны, равна

согласно Веберу [68]

$$F_{\text{гр}}^{\mu} \simeq -mc^2 R_{0\alpha_0}^{\mu} l^{\alpha}. \quad (8.10)$$

В формуле (8.10) m — величина каждой из пробных масс, а $R_{\alpha_0}^{\mu}$ — компоненты тензора кривизны Римана. В электродинамике разность сил, действующих на два одинаковых электрических заряда q , разнесенных на расстояние l , равна

$$F_{\text{эл}} \simeq q \frac{\partial E}{\partial l} l. \quad (8.11)$$

Выражения (8.10) и (8.11) аналогичны; величина $R_{0\alpha_0}^{\mu}$ эквивалентна градиенту напряженности поля.

Если регистрацию синусоидальной электромагнитной волны

$$E = E_0 \sin(\omega_0 \tau - Kx)$$

осуществлять с помощью двух одинаковых электрических зарядов (с одинаковым отношением $q/m_{\text{ин}}$) по разности сил $F_{\text{эл}}$, действующих на эти заряды, то, зная частоту ω_0 , величину заряда q и расстояние между ними l , нетрудно вычислить и поток мощности электромагнитного излучения, проходящего вблизи этих зарядов. Для этого нужно в выражение для вектора Пойнтинга $S = c(4\pi)^{-1} \times \times [E \mathbf{H}]$ подставить $F_{\text{эл}}$ из (8.11) и использовать $E = E_0 \sin(\omega_0 \tau - kx)$. Тогда для потока мощности синусоидальной электромагнитной волны получим

$$|S| \simeq \frac{c^3 F_{\text{эл}}^2}{4\pi q^2 \omega_0^2 l^2}. \quad (8.12)$$

Формула (8.12) справедлива, если $l \ll \lambda$ и скорости движения зарядов малы.

Если выполнить аналогичные выкладки для потока мощности гравитационного излучения t , то можно прийти к аналогичному выражению

$$|t| \simeq \frac{c^3 (F_{\text{гр}}^{\mu})^2}{8\pi \gamma m^2 l^2 \omega_0^2}. \quad (8.13)$$

Формула (8.13), так же как и (8.12), получена для синусоидальной волны. Как видно из сравнения формул (8.12) и (8.13), они, так же как и формулы для мощности излучения, совпадают (с точностью до численного множителя), если заменить (8.13) $m\sqrt{\gamma}$ на q .

Таким образом, «принимать» гравитационное излучение может любая пара пробных масс, если имеется некоторое устройство, позволяющее фиксировать малую разность сил, действующих на эти пробные массы, находящиеся в поле гравитационной волны. В качестве пары таких масс можно выбрать пары: Земля — спутник, Земля — звезда, две планеты, две пробные массы в лаборатории и протяженное твердое тело, в котором гравитационная волна возбуждает механические колебания. Такой приемник, так же как и электрический квадруполь, имеет свою диаграмму направленности [68].

Постановку опыта по приему гравитационного излучения, по-видимому, следует обсуждать с двух точек зрения. Во-первых, необходимо определить условия, в которые следует поместить пробные массы, если опыт ставится в лабораторных условиях. Во-вторых, необходимо выбрать метод измерения малых относительных смещений между пробными массами, вызванных $F_p^{\mu\nu}$ («инструментальные» ограничения).

Остановимся на определении условий постановки опыта. Если имеется осциллятор, состоящий из двух одинаковых точечных масс m , которые связаны друг с другом элементом жесткости K и элементом с трением $H_{\text{мех}}$, то уравнение относительного движения этих масс под воздействием гравитационного излучения будет иметь вид

$$m \frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} + H_{\text{мех}} \frac{d\xi^\mu}{d\tau} + K \xi^\mu = F_{\text{гр}}^\mu + F_{\text{фл}}^\mu, \quad (8.14)$$

где $F_{\text{фл}}^\mu$ — сумма всех флуктуационных сил, действующих на пробные массы в направлении μ .

В том случае, если на пробные массы воздействуют только флуктуации индикатора, настроенного оптимальным образом в соответствии с критериями, изложенными в § 4, то можно получить аналитические выражения для значений $[R_{\alpha\beta 0}^\mu]_{\text{мин}}$ и $[t]_{\text{мин}}$. В случае оптического инди-

катора абсолютное значение наименьшей обнаружимой компоненты тензора кривизны Римана равно

$$|[R]_{\min}| \simeq \xi \frac{2}{\hat{\tau} c^2 l} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\text{мех}} A}{m}}, \quad (8.15)$$

где l — расстояние между массами, ξ — множитель порядка нескольких единиц, зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения, $\omega_{\text{мех}}^2 = K/m$, A — множитель, характеризующий статистику флуктуаций в индикаторе (для независимо излучающихся фотонов $A = 1$). Выражение (8.15) справедливо для синусоидально изменяющегося во времени гравитационного поля (R — амплитуда изменения одной из компонент) с частотой $\omega_{\text{мех}}$ и длительностью пути $\hat{\tau}$; при этом $\hat{\tau} \gg 1/\omega_{\text{мех}}$. Выражение (8.15) следует непосредственно из (3.17), если в (3.17) заменить $[F_0]_{\min}$ на (8.10). В соответствии с выводом (3.17) (см. §§ 3 и 4) правая часть (8.15) будет вдвое больше, если гравитационное поле изменяется импульсно, а длительность импульса $\hat{\tau}$ подчиняется условию $\hat{\tau} \ll 1/\omega_{\text{мех}}$.

Переходя от компонент тензора кривизны к плотности потока гравитационного излучения [57], получим выражение для $[t]_{\min}$:

$$[t]_{\min} \simeq \frac{c^3 \hbar}{2\pi \gamma \omega_{\text{мех}}} \cdot \frac{\xi^2}{\hat{\tau}^2 m l^2}. \quad (8.16)$$

Выражение (8.16) справедливо для синусоидальной волны. Если гравитационная волна имеет форму короткого импульса ($\hat{\tau} \ll 1/\omega_{\text{мех}}$), то правая часть (8.16) в четыре раза больше. Таким образом, (8.16) позволяет оценить масштабы эксперимента, необходимого для достижения нужной чувствительности.

Подставляя в (8.16) $\hat{\tau} = 10^6$ сек, $m = 2 \cdot 10^5$ г, $l = 10^4$ см, $\omega_{\text{мех}} = 10^{-3}$ сек (что примерно соответствует периоду обращения интенсивно излучающих двойных звезд, см. выше), $\xi = 2$, получим $[t]_{0,95} \simeq 1,5 \cdot 10^{-11}$ эрг/сек·см². Это значение примерно на порядок меньше, чем мощность излучения «лучшей» по интенсивности двойной звезды i Bootes (см. таблицу 4).

Таким образом, можно сделать предположительный вывод о том, что с точки зрения принципиально достижимой

чувствительности квадрупольного приемника, состоящего из пары пробных масс и оптимального индикатора, гравитационное излучение близких двойных звезд может быть обнаружено. Однако приведенные численные оценки показывают, насколько близка предельная чувствительность к необходимому уровню даже при относительно больших масштабах эксперимента и, следовательно, насколько труден такой эксперимент. По-видимому, в земных лабораторных условиях из-за высокого уровня дополнительных флуктуационных воздействий он невозможен. Ясно, что пытаться обнаружить более интенсивное излучение на более высоких частотах от гипотетических источников, перечисленных выше, легче, если только вспышки от них достаточно часты.

Если использовать в качестве пробных тел два сильно удаленных спутника, то принципиально возможная чувствительность будет много выше (см. выражение (8.16)), а достижимая чувствительность будет определяться лишь современным уровнем экспериментальной техники измерения малых относительных перемещений на больших расстояниях.

Рассмотрим для иллюстрации экспериментальных возможностей еще один вариант аналогичного эксперимента. Представим, что в качестве пробных масс использованы две гелиоцентрические космические станции, расстояние между которыми $l = 100$ млн. км, и что гравитационная волна периодически изменяет расстояние между ними.

В соответствии с изложенным выше ясно, что при массе станций порядка $m \simeq 10^5$ г, $\omega = 10^{-3}$ сек $^{-1}$ и $\tau = 10^6$ сек пороговая чувствительность у такого приемника будет существенно ниже: $t = 1 \cdot 10^{-10}$ эрг/сек/см 2 (плотность потока в окрестностях солнечной системы от звезды ι Bootes, см. таблицу 4). Поэтому нас будет интересовать лишь возможность измерения малых периодических скоростей на таких больших расстояниях, а также флуктуационные воздействия на космические станции.

Амплитуда периодической компоненты относительной скорости Δv двух станций, вызванная гравитационной волной, равна

$$\Delta v = l \sqrt{\frac{8\pi\gamma}{c^3} t}. \quad (3.17)$$

Это простое выражение следует из (8.14), если станции рассматривать как свободные массы. Последнее справедливо, когда частота гравитационного излучения много больше частоты обращения по орбите.

Для двух гелиоцентрических станций, находящихся на расстоянии 100 млн. км, гравитационное излучение звезды ι Bootes создает в соответствии с (8.17) амплитуду периодического изменения относительной скорости $\Delta v \simeq \simeq 2,5 \cdot 10^{-11}$ см/сек. В лабораторных условиях для двух близко расположенных тел измерить такие относительные скорости нетрудно. Существенно более сложная задача — измерение периодических компонент относительных скоростей далеко разнесенных тел.

Отметим, что уже имеющаяся методика измерения скоростей спутников на таких расстояниях позволяет измерять относительные скорости с метрологической (абсолютной) точностью порядка 0,1 см/сек (см., например, данные о «Маринер-IV» [71]). Так как точность измерения относительной амплитуды узкополосного сигнала (каким, например, является гравитационное излучение двойных звезд) обычно на 6—7 порядков больше, чем точность абсолютных измерений той же величины, то уже сейчас при достигнутой разрешающей способности можно было бы измерять потоки гравитационного излучения на уровне $t \simeq 10^{-2} \div 10^{-4}$ эрг/сек·см². По-видимому, нет оснований считать достигнутую точность относительных измерений скоростей предельной.

Резюмируя приведенные оценки, можно сделать предположительный вывод о том, что в космических условиях реально надеяться на получение достаточной чувствительности квадрупольных приемников для обнаружения гравитационного излучения от внеземных источников. Вопрос о том, как велико флуктуационное воздействие солнечного ветра и магнитного поля в солнечной системе на пробные тела, требует дополнительных экспериментальных исследований. Однако, используя уже имеющуюся информацию о физических свойствах межпланетной плазмы, можно сделать некоторые предварительные оценки. Амплитуда относительного ускорения двух гелиоцентрических станций в волновом гравитационном поле звезды в соответствии с приведенными расчетами составляет

$2,5 \cdot 10^{-14}$ см/сек². Если использовать данные о солнечном ветре, приведенные в обзоре, то можно рассчитать ускорение, сообщаемое станции потоком солнечной плазмы на расстояниях порядка 200 млн. км от Солнца. Если площадь «сечения» станции порядка 10^4 см², а масса $3 \cdot 10^5$ г, то ускорение лежит в пределах $10^{-12} \div 10^{-13}$ см/сек². К сожалению, данных о спектральной плотности флуктуаций солнечного ветра вблизи частоты $\omega \simeq 10^{-3}$ ссек⁻¹ в настоящее время еще нет.

В заключение отметим, что массивные спутники планет также могут создавать переменные ускорения (в неволновой зоне) гелиоцентрических станций с периодом, равным периоду обращения спутника вокруг планеты. Если спутники Марса обладают массой порядка $10^9 \div 10^{10}$ г, то на расстоянии 100 млн. км от Марса гелиоцентрическая станция будет испытывать примерно одинаковые по амплитуде ускорения, вызванные спутниками и излучением *i* Bootes. Однако с точки зрения обнаружения гравитационного излучения это обстоятельство не является существенным, так как помеха детерминирована по фазе и частоте.

Поиски гравитационного излучения внеземного происхождения

Одной из немногочисленных экспериментальных групп, работающих над проблемой обнаружения гравитационного излучения, является группа проф. Дж. Вебера (США, Мерилендский университет). В 1959—1961 гг. проф. Вебером [68] (см. также обзор [72]) была подробно проанализирована возможность реализации в земных лабораторных условиях схемы передатчик — приемник гравитационного излучения с использованием механических колебаний протяженных масс. Прделанные расчеты показали, что использование механических колебаний протяженных масс приводит к слишком большим масштабам эксперимента (большие массы передатчика и приемника, большие мощности, необходимые для возбуждения колебаний в передатчике, весьма длительное время выделения сигнала из шума). В настоящее время этой группой проводятся интенсивные попытки обнаружить гравитационное излу-

чение внеземного происхождения от некоторых возможных гипотетических источников, которые могут в принципе дать вблизи Земли значительно бóльшую плотность потока гравитационного излучения, чем лабораторный излучатель, имеющий разумные размеры.

В первом варианте детектора [73], разработанного группой проф. Вебера, в качестве протяженного тела использован алюминиевый цилиндр длиной ~ 150 см, диаметром

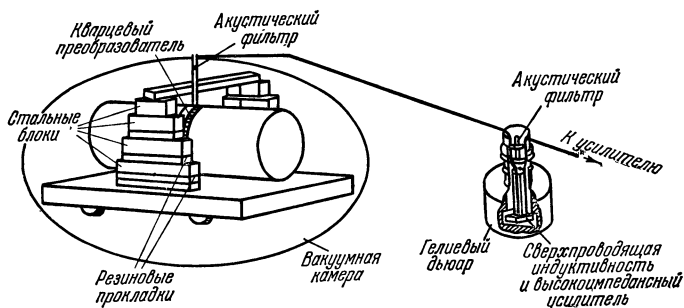


Рис. 22.

~ 60 см и массой $\sim 1,5$ т. Этот цилиндр (рис. 22) подвешен на тонких нитях к раме, состоящей из стальных блоков, проложенных резиновыми прокладками (антисейсмический фильтр). Цилиндр и рама помещены в вакуумную камеру, а вся установка размещена вне пределов города, вдали от промышленных помех. Для обнаружения гравитационного излучения используется лишь самый низкочастотный квадрупольный тип колебаний цилиндра. Его частота $\omega_0 \simeq 10^4$ рад/сек, а добротность $Q \simeq 10^5$, поэтому из всего возможного спектра гравитационных волн «вырезается» лишь относительно узкая полоса частот $\Delta\omega \simeq 0,1$ рад/сек вблизи $\omega_0 \simeq 10^4$ рад/сек, если время выделения порядка времени релаксации этого типа колебаний (около 30 сек).

Кварцевые пьезодатчики, наклеенные на поверхности цилиндра, позволяют преобразовать механические колебания цилиндра в электрический сигнал. При съеме электрического сигнала с датчиков возникает проблема

согласования, которая оказалась довольно сложной: импеданс кварцевых пьезодатчиков, приклеенных к цилиндру, относительно высок (около 10^9 ом). Для того чтобы решить проблему согласования, оказалось необходимым в резонансном преусилителе использовать сверхпроводящую индуктивность. В результате чувствительность гравитационного детектора была ограничена лишь броуновскими колебаниями алюминиевого цилиндра. Это означает, например, что минимальная обнаружимая амплитуда колебаний торцов цилиндра (за время порядка времени релаксации) может быть оценена из условия

$$m\omega_0^2\bar{\delta}^2 \gtrsim \kappa T. \quad (8.18)$$

Для комнатной температуры $\sqrt{\bar{\delta}^2} \gtrsim 2 \cdot 10^{-14}$ см, что соответствует при длине цилиндра 150 см относительным изменениям длины (натяжениям) порядка 10^{-16} . Отметим, что такое устройство является в принципе измерителем механических напряжений, а не смещений.

Калибровка гравитационного детектора производилась как с использованием стандартного шумового источника, так и непосредственно с помощью динамического гравитационного поля. Последний вариант калибровки, проведенной Синским и Вебером [74], по существу представляет собой высокочастотный вариант опыта Кавендиша. Динамическое гравитационное поле создавалось колебаниями второго алюминиевого цилиндра несколько меньших размеров, находящегося на расстоянии ~ 2 м от основного цилиндра. Выходная мощность детектора примерно соответствовала расчетной, однако точность такой калибровки была невысока.

Оба способа калибровки показали, что чувствительность, соответствующая минимальным обнаружимым натяжениям, вычисленным по (8.18), была достигнута. Эквивалентная «гравитационная» чувствительность может быть определена с помощью соотношений, приводимых Вебером [73], которые связывают возникающие в упругом теле напряжения с компонентой тензора Римана $R_{i_0j_0}$, вызывающей ускорение различных частей пробного тела друг относительно друга. В том случае, когда гравитационное поле изменяется во времени синусоидально

с частотой, совпадающей с частотой самого низкочастотного типа колебаний цилиндра, а цилиндр ориентирован наилучшим образом по отношению к R_{i0j0} , относительное изменение длины цилиндра

$$\varepsilon \simeq \frac{2c^2 Q}{\omega_0^2 \pi} R_{i0j0}, \quad (8.19)$$

где c — скорость распространения света, Q — добротность типа колебаний. Подставляя в (8.19) $\varepsilon = 10^{-16}$, $\omega_0 = 10^4$ рад/сек, $Q = 10^5$, получим $R_{i0j0} \simeq 2 \cdot 10^{-34}$ см². Этой

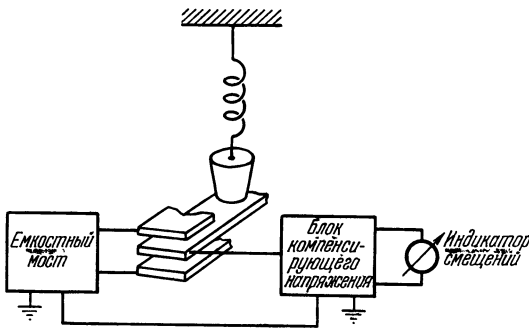


Рис. 23.

величине соответствует плотность потока гравитационного излучения $t \simeq 2 \cdot 10^4$ эрг/сек · см².

Второй вариант гравитационного детектора, разработанного группой проф. Дж. Вебера, основан на идее использования в качестве протяженного тела Земли. С одной стороны, это кажется весьма эффективным, так как сечение поглощения излучения пропорционально массе детектора, но, с другой стороны, такой вариант исключает в земных условиях возможность применения схемы совпадений. Самый низкочастотный квадрупольный тип колебаний Земли имеет период ~ 54 мин и добротность ~ 400 . На этой частоте был создан высокочувствительный гравиметр [75] (рис. 23), который позволял регистрировать вариации ускорения силы тяжести g , превышающие уровень $\Delta g/g \simeq 10^{-11}$. Результаты исследования шумового фона Земли в течение наиболее спокойного периода (в сей-

смическом отношении) для спектральной плотности ускорений вблизи частоты $\omega \simeq 10^{-3}$ рад/сек дали $[\Delta g(\omega)]^2 \simeq \simeq 6,9 \cdot 10^{-14}$ гал²·сек/рад [75]. Сопоставление этой величины с расчетным соотношением [75], связывающим $[\Delta g(\omega)]^2$ со спектральной плотностью тензора Римана, позволило Веберу несколько понизить оценку для верхней границы космического фона гравитационного излучения (в области частот $\omega \simeq 10^{-3}$ рад/сек): $[\overline{R(\omega)}]^2 < 6 \cdot 10^{-79}$ см⁻⁴·рад⁻¹·сек; прежняя оценка [68] была на 3—4 порядка выше. Ценность этой оценки относительна, так как соответствующая ей плотность энергии вблизи рассматриваемой частоты должна быть $t \simeq 10$ эрг/сек·см², в то время как двойные звезды в этом же диапазоне частот создают плотность потока гравитационного излучения $t \simeq \simeq 10^{-9} \div 10^{-11}$ эрг/сек·см² (см. выше).

Несомненно, что этот вариант детектора гравиметрического типа станет более перспективным, если удастся использовать его в схеме совпадений, имея, например, по одному детектору на Земле и Луне, как это планирует на ближайшие годы Мэрилендская группа [75]. В настоящее время эксперимент по схеме совпадений проводится Вебером с детекторами первого типа.

Идея схемы совпадений [76] заключается в одновременном использовании двух разнесенных на некоторое расстояние детекторов. Такой способ позволяет выделить «гравитационные всплески» на фоне внутренних флуктуаций. Действительно, гравитационное излучение приведет в этой схеме к коррелированным отсчетам на выходах обеих систем (вследствие большого c длина волны тоже велика), в то время как внутренние тепловые флуктуации такой корреляции иметь не могут.

В эксперименте были использованы детекторы первого типа, размещенные в бетонированных камерах на расстоянии 10^3 км друг от друга [76]. Один детектор обладал параметрами, описанными выше, другой был меньших размеров (длина та же, а диаметр ~ 20 см) и снабжался несколько отличной электроникой — более широкополосной, с перестраиваемой центральной частотой. Кроме того, на платформах детекторов были установлены приборы, контролирующие силовое воздействие негравитационной при-

роды: сейсмографы, магнитометры, акустические датчики, тильтометры. Блок-схема экспериментальной установки дана на рис. 24. Напряжения с пьезодатчиков поступают на пороговые детекторы, которые срабатывают для сигналов, превышающих некоторый уровень, устанавливаемый экспериментатором. Полученные импульсы поступают на схему совпадений; последняя вырабатывает сигнал

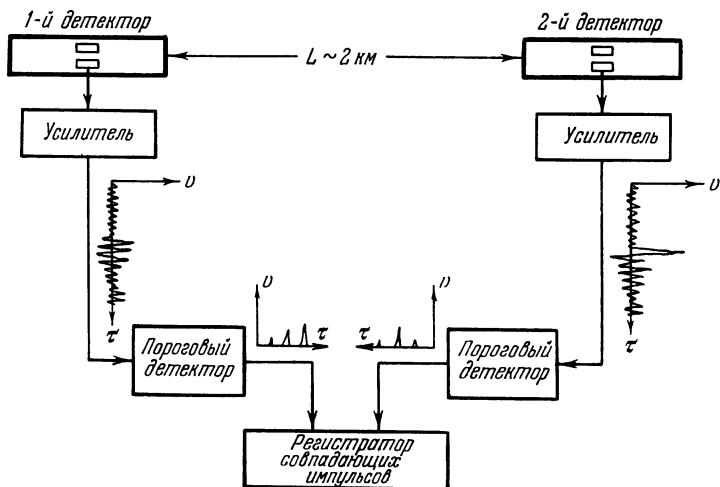


Рис. 24.

в том случае, если импульсы, пришедшие из обоих каналов, совпали по времени. Временное разрешение $\tau_{\text{разр}}$ в первых опытах было невысоким $\sim 30 \text{ сек}$, но затем было доведено до $\sim 0,2 \text{ сек}$, т. е. импульсы воспринимались схемой как совпадающие, если их передние фронты были сдвинуты во времени не более чем на $\tau_{\text{разр}} \simeq 0,2 \text{ сек}$.

Измерения по схеме совпадений производились в течение нескольких месяцев. Было зарегистрировано несколько случаев совпадений импульсов, превышающих пороговый уровень (примерно одно в месяц). При этом пороговый уровень был настолько выше средней шумовой мощности, что вероятность случайных совпадений для некоторых случаев была ничтожно малой (меньше 0,0001). Очень существенно, что случаи совпадений, по свидетель-

ству автора, не сопровождались коррелированными всплесками на других контрольных приборах. Основываясь на чрезвычайно малой вероятности случайных совпадений, Вебер отбрасывает чисто статистические причины и считает, что зарегистрировано некоторое редкое синхронное воздействие на детекторы, которое, вообще говоря, может быть вызвано и гравитационным излучением (!).

Для того чтобы лучше оценить полученные результаты, обратимся еще раз к чувствительности гравитационного приемника Вебера. При этом будем рассматривать упрощенную модель гравитационного квадруполь в виде двух разнесенных масс, связанных пружиной. Соотношения между R_{ij0} , F^{ν} , t и т. д. совпадают по порядку величины с аналогичными в случае протяженной массы, отличаясь несущественными множителями.

Чувствительность приемника Вебера ограничена тепловыми флуктуациями, которые описываются теоремой Найквиста:

$$\bar{F}_{\text{фл}}^2 = 4\kappa T H \Delta f,$$

где $\bar{F}_{\text{фл}}^2$ — средний квадрат флуктуационной силы, Δf — полоса частот приемного устройства, H — коэффициент трения, связанный с добротностью и массами, входящими в детектор: $H = m\omega_0 Q^{-1}$. Подставляя в (8.13) вместо $F_{\text{гр}}$ флуктуационную силу, получим выражение для минимального обнаружимого в этих условиях потока $t_{\text{мин}}$:

$$t_{\text{мин}} \simeq \frac{c^3}{2\pi\gamma} \cdot \frac{\kappa T}{Q m_{\text{эКВ}} \omega_0 l_{\text{эКВ}}^2} \Delta f. \quad (8.20)$$

Учитывая параметры установки: $\omega_0 \simeq 10^4$ рад/сек, $Q \simeq 10^5$, $T = 300$ °К, эквивалентную массу $m_{\text{эКВ}} \simeq 5 \cdot 10^5$ г и длину $l_{\text{эКВ}} \simeq 10^2$ см, для $t_{\text{мин}}$ получаем

$$t_{\text{мин}} \simeq 6 \cdot 10^5 \Delta f \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}. \quad (8.21)$$

Полоса приемного устройства в описанном опыте целиком определялась схемой совпадений: разностные импульсы короче 0,2 сек схема не отслеживала — эквивалентная полоса, таким образом, составляла ~ 5 гу. Отсюда абсолютная чувствительность была на уровне $t \simeq$

$\cong 3 \cdot 10^6$ эрг/сек·см². Учитывая, что коррелированные всплески наблюдались, когда пороговый уровень был в среднем примерно в 10 раз выше шумового, следует полагать, что всплески соответствовали потоку $t \cong \cong 3 \cdot 10^7$ эрг/сек·см² (Вебер дает $t \cong 2 \cdot 10^4$ эрг/сек·см² [73], что соответствует пороговой чувствительности детектора при полосе $\Delta\omega \cong 0,1$ рад/сек, которая в данной экспериментальной схеме не является определяющей). Плотность потока $t \cong 3 \cdot 10^7$ эрг/сек·см² является весьма большей величиной. Подобную плотность потока гравитационного излучения на поверхности Земли могли бы дать лишь весьма экзотические источники — такие, как двойная нейтронная звезда или несимметрично коллапсирующая звезда [58, 61], расположенные на расстоянии, не превышающем 1000 световых лет от Земли. Как видно из приведенных оценок, чувствительность в описанных гравитационных приемниках существенно меньше той, которая может быть достигнута.

§ 9. Гравитационные релятивистские эффекты в неволновой зоне

Желательность реализации релятивистских гравитационных экспериментов в неволновой зоне не вызывает сомнения. Однако в смысле получения новой физической информации эти эксперименты, по-видимому, менее интересны, чем попытки обнаружить гравитационное излучение внеземного происхождения, которые, кроме обнаружения факта излучения, сулят дать новый источник астрофизической информации.

Несколько схематично можно разделить релятивистские гравитационные эффекты в неволновой зоне на три группы: эффекты взаимодействия электромагнитного излучения с гравитационным полем, нелинейное взаимодействие гравитационных масс и эффекты, вызванные относительным движением гравитационных масс. Осуществление экспериментов, относящихся к первой группе эффектов, связано с методикой, лежащей вне рамок этой монографии. Более подробно с предложенными и реализуемыми экспериментами первой группы эффектов можно ознакомиться в обзоре [77]. Обнаружение эффектов из

двух других групп можно свести к обнаружению малых сил или моментов сил, действующих на пробные тела. Ниже приведены оценки величин этих эффектов и обсуждена возможность их наблюдения с точки зрения предельных соотношений в оптимальной стратегии измерений, изложенных в главе 2.

Нелинейные взаимодействия гравитационных масс. Характерным свойством уравнений Эйнштейна является их нелинейность. Даже в приближении слабого поля в функции Лагранжа для n гравитирующих масс [54] есть член, описывающий нелинейное взаимодействие

$$\Delta L_{\text{нелин}} \simeq \sum_a \sum_b' \sum_c' \frac{\gamma^2 m_a m_b m_c}{2c^2 |\mathbf{r}_{ab}| |\mathbf{r}_{ac}|}, \quad (9.1)$$

где γ — гравитационная постоянная, c — скорость распространения света.

Воспользовавшись этим выражением, нетрудно оценить, как изменится притяжение массы m_1 к массе Земли M , если на расстоянии r_{12} от m_1 имеется еще одна масса m_2 :

$$\Delta F_{\text{нелин}} \simeq \frac{\gamma^2 m_1 m M}{2c^2 r_1 R^2} = \frac{\gamma m_1 m g}{2c^2 r_{12}}. \quad (9.2)$$

В формуле (9.2) g — ускорение свободного падения (в линейном приближении) на расстоянии R от центра Земли. Если положить $m_1 = m_2 = 10^4$ г, $r_{12} = 10$ см, то $\Delta F_{\text{нелин}} \simeq 3,5 \cdot 10^{-19}$ дин. Используя предельную формулу для минимальной обнаружимой силы (3.17) при оптимальной стратегии измерений для $m_1 = 10^4$ г и полагая в (3.17) частоту осциллятора, в который входит m_1 , равной $\omega_{\text{мех}} = 10^{-3}$ сек $^{-1}$, получим, что необходимое время \hat{t} для обнаружения $\Delta F_{\text{нелин}}$ составляет $\hat{t} \simeq 3 \cdot 10^5$ сек. Отметим, что отношение силы $\Delta F_{\text{нелин}}$ к силе ньютоновского притяжения в этих условиях оказывается весьма малой величиной

$$\frac{\Delta F_{\text{нелин}}}{F_{\text{ньют}}} \simeq \frac{g r_{12}}{2c^2} \simeq 1 \cdot 10^{-17}.$$

Это означает, что при реализации эксперимента, в котором будет сделана попытка обнаружить $\Delta F_{\text{нелин}}$, уровень компенсации паразитных эффектов (по отношению

к $\Delta F_{\text{нелин}}$) должен быть весьма высок. Если сравнить эту оценку с приведенной в § 8 для оптимального приемника, рассчитанного на прием излучения от близких двойных звезд, то можно сделать вывод, что при небольших масштабах эксперимента обнаружить нелинейное взаимодействие трех масс примерно также трудно, как и гравитационное излучение.

Релятивистское гравитационное взаимодействие движущихся масс. Релятивистское гравитационное взаимодействие движущихся масс сходно с взаимодействием движущихся электрических зарядов (взаимодействием токов). Это взаимодействие иногда называют проротационным. Добавок $\Delta F_{\text{проротац}}$ к ньютоновскому притяжению между двумя дисками с массами m_1 и m_2 , вызванный их вращением, составляет

$$\Delta F_{\text{проротац}} \simeq \frac{\gamma m_1 m_2 \cdot r^2 \omega^2}{c^2 r_{12}^2}. \quad (9.3)$$

Отношение

$$\frac{\Delta F_{\text{проротац}}}{F_{\text{ньют}}} \simeq \frac{r^2 \omega^2}{c^2} \simeq \frac{v^2}{c^2}$$

при $v = 3 \cdot 10^4$ см/сек по порядку величины равно $1 \cdot 10^{-12}$, т. е. существенно больше, чем $\Delta F_{\text{нелин}}/F_{\text{ньют}}$. Поэтому обнаружить этот эффект значительно проще, чем нелинейное взаимодействие гравитационных масс. Шиффом, Эверитом и Фэйрбенком в настоящее время осуществляется эксперимент [78, 79], в котором наблюдение обсуждаемого эффекта сводится к наблюдению прецессии гироскопа, установленного на спутнике Земли. Если орбита спутника удалена от поверхности Земли на 800 км и является полярной, то из-за орбитального движения спутника его ось будет смещаться на 7 угловых секунд за год, а из-за вращения Земли еще на 0,05 угловых секунд за год. Трудности в реализации этого эксперимента связаны в основном с созданием достаточно стабильного индикатора поворота оси гироскопа, который позволял бы проводить дистанционные измерения с точностью порядка 0,01 угловых секунд за год (или 0,001 угловых секунд за месяц).

Интересно отметить, что этот эффект (после его обнаружения и «освоения») необходимо будет учитывать при создании высокоточных космических навигационных устройств.

§ 10. Эксперименты с пробными телами и поиски новых свойств элементарных частиц

Большинство детекторов единичных ядерных реакций и детекторов элементарных частиц больших энергий представляет собой, по выражению Д. И. Блохинцева [30], «почти неустойчивые системы».

В § 4 мы уже отмечали, что макроскопические осцилляторы с малым коэффициентом трения также могут быть применены для регистрации элементарных частиц высоких энергий. В этом параграфе мы коротко остановимся на оценке принципиально достижимой чувствительности в двух предложенных недавно макроскопических экспериментах: эксперименте по обнаружению электрического дипольного момента электронов и эксперименте по обнаружению редких реликтовых кварков с целочисленными электрическими зарядами.

Макроскопический эксперимент для определения дипольного момента электрона. В последнее время приобрел актуальность вопрос о наличии электрических дипольных моментов (ЭДМ) у элементарных частиц в связи с открытием видимого нарушения T -инвариантности в некоторых процессах распада нейтральных K -мезонов (см. обзор [80]).

Из различных теоретических предпосылок следует, что ЭДМ электрона d_e лежит в пределах $d_e \simeq 10^{-23} \div 10^{-25} e \cdot \text{см}$ (где e — заряд электрона). В. К. Игнатовичем [81] (см. также обзор [80]) был предложен макроскопический эксперимент для обнаружения электрического дипольного момента атомов. Электрические дипольные моменты атомов в нерелятивистском приближении (Шифф [82]) при наличии ЭДМ у электронов равны нулю. Однако релятивистские эффекты должны привести к усилению электрических дипольных моментов (Сандарс [83]). Так, у щелочных атомов в нижней части менделеевской таблицы элементов эффективный дипольный момент атома $d_{\text{эфф}}$

должен на 2 порядка превышать дипольный момент электрона d_e . По предложению В. К. Игнатовича для определения $d_{эфф}$ следует намагнитить до насыщения непроводящий ферромагнетик с числом атомов в единице объема n . Атомные спины при этом будут полностью ориентированы, если у электронов атомов есть ЭДМ, возникнет поляризация электрического образца $P = nd_{эфф}$. Этой поляризации соответствует напряженность электрического поля $E = 4\pi P\epsilon^{-1}$, где ϵ — диэлектрическая постоянная среды. Измерив напряженность этого поля E , можно определить $d_{эфф}$. При $d_{эфф} = 10^{-21}$ е.см, $n = 10^{22}$ см $^{-3}$, $\epsilon = 2$ возникающая из-за такого ЭДМ напряженность электрического поля $E_d \sim 10^{-5}$ в.см.

Оценим принципиально достижимую чувствительность в такого рода эксперименте с точки зрения изложенных в главе 2 ограничений. Предположим, что образец ферромагнетика имеет форму шара с плотностью ρ и радиусом R . Если шар подвесить на тонкой нити так, чтобы направление магнитного поля было перпендикулярно нити, и, кроме магнитного поля, наложить электрическое поле E_0 , перпендикулярное магнитному полю и нити, то на шар будет действовать момент сил $\text{Мом } F$, который может раскачивать такой крутильный осциллятор. Момент сил можно изменять в такт колебаниям осциллятора, изменяя либо электрическое E , либо магнитное поле. Амплитуда момента сил

$$[\text{Мом } F] \simeq \frac{4}{3} \pi R^3 n d_{эфф} E_0,$$

где E_0 — амплитуда наложенного внешнего электрического поля. Если предположить, что нам удалось снизить трение в нити (в подвесе) до такой величины, при которой минимальный крутильный момент определяется флуктуационным воздействием оптического индикатора малых угловых поворотов, то

$$\frac{4\pi}{3} R^3 n d_{эфф} E_0 \simeq \zeta \frac{2}{\tau} \sqrt{\hbar \omega_{\text{мех}} I A'}. \quad (10.1)$$

Соотношение (10.1) следует из формулы (3.25), в которую вместо минимального обнаружимого момента сил подставлено значение $[\text{Мом } F]$. В правой части (10.1) ζ — числен-

ный множитель порядка нескольких единиц, определяемый выбранным уровнем достоверности обнаружения, $\hat{\tau}$ — длительность синусоидального пуга, в течение которого раскачивается осциллятор, \hbar — постоянная Планка, $\omega_{\text{мех}}$ — частота крутильных колебаний, I — момент инерции подвешенного образца, A' — численный множитель, характеризующий статистику флуктуаций в оптическом источнике, входящем в индикатор крутильных колебаний (для независимо излучающих фотонов $A' = 1$). Соотношение (10.1), также как и (3.25), справедливо при оптимальной стратегии измерений.

Если подставить в (10.1) $R = 1$ см, $n = 10^{22}$ см⁻³, $E_0 = 10^2$ CGSE, $\xi = 2$, $\hat{\tau} = 10^4$ сек, $\omega_{\text{мех}} = 10^{-2}$ сек⁻¹, $A' = 10$ и $I = 8$ г·см² (это соответствует $\rho \simeq 5$ г·см⁻³), то получим

$$[d_{\text{эфф}}]_{\text{мин}} \simeq 2,2 \cdot 10^{-32} e \cdot \text{см} \simeq 1,2 \cdot 10^{-41} \text{ CGSE}. \quad (10.2)$$

Если учесть, что реальная достигнутая чувствительность в экспериментах с пробными телами примерно на 7 порядков хуже, то вполне достижимая при современной экспериментальной технике величина $d_{\text{эфф}} \simeq 2 \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см}$. Это примерно на 2 порядка лучше достигнутой в настоящее время другими методами (см. обзор [80]).

Макроскопический эксперимент по поискам редких реликтовых кварков с целочисленными электрическими зарядами. После гипотезы Гелл-Мана и Цвейга [43, 44] о существовании кварков, электрический заряд которых должен был быть равен $\pm 1/3$ и $\pm 2/3$ заряда электрона, появилось несколько конкурирующих гипотез, в которых кварки должны иметь целочисленный (по отношению к электрону) электрический заряд.

По одной из таких гипотез (А. Д. Сахаров [84]) реликтовые кварки накапливаются в центре массивных звезд и планет, испытывая лишь упругое рассеяние на ядрах; при этом их температура соответствует температуре окружающей среды (должна происходить термализация кварков). Их тепловое распределение по плотности от центра звезд и планет к периферии должно привести к тому, что вблизи поверхности должна быть отличная от нуля концентрация кварков $n_{\text{кв}}$. Вблизи земной поверх-

ности $n_{\text{кв}}$ может лежать в пределах от 1 см^{-3} до 10^6 см^{-3} , сечение упругого рассеяния таких кварков на ядрах должно быть порядка 10^{-25} см^2 , масса около 13 масс протона [84].

А. Д. Сахаровым был предложен макроскопический эксперимент для поиска таких реликтовых кварков в земных лабораторных условиях. Существо этого эксперимента сводится к следующему: массивный крутильный маятник с аксиальной симметрией на торсионном подвесе окружен соосно толстостенным цилиндром, который может приводиться во вращение. Размеры маятника и толщина цилиндра таковы, что кварки, падающие на маятник, проходя через цилиндр и маятник, испытывают хотя бы одно соударение. Таким образом, вращение цилиндра промодулирует тепловые скорости кварков и сообщит маятнику крутящий момент. Раскручивая цилиндр то в одном, то в другом направлении, можно в такт раскачивать маятник. Нетрудно оценить величину амплитуды крутящего момента [Мом F], который можно получить в таком эксперименте:

$$[\text{Мом } F] \simeq v_0 2\pi R^3 n_{\text{кв}} \sqrt{13\kappa T m_p}. \quad (10.3)$$

Здесь в (10.3) v_0 — амплитуда скорости вращения цилиндра, R — радиус маятника, равный его высоте, κ — постоянная Больцмана, m_p — масса протона (масса кварка $m_{\text{кв}} \simeq 13 m_p$). Величина R должна быть достаточно большой, чтобы происходило в среднем одно столкновение кварка с ядрами маятника. Избавиться от увлечения маятника газом при вращении цилиндра можно, если разделить их неподвижной, достаточно тонкой, прозрачной для теплового потока кварков перегородкой.

Приравнявая (10.3) амплитуде минимального обнаружимого момента сил (3.25) при оптимальной стратегии измерений, можно оценить пороговое значение $n_{\text{кв}}$, которое в принципе может быть обнаружено в таком эксперименте. Полагая в (10.3) $R = 30 \text{ см}$, $v_0 = 3 \cdot 10^3 \text{ см/сек}$, $T = 300^\circ \text{К}$ и в (3.25) $\omega_{\text{мех}} = 10^{-2} \text{ сек}^{-1}$, $\hat{t} = 10^4 \text{ сек}$, $\zeta = 2$, $A' = 10$, получим $n_{\text{кв}} \simeq 2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-3}$, если считать плотность материала маятника $\rho \simeq 5 \text{ г/см}^3$. Так как реальная чувствительность в экспериментах с пробными телами примерно на 7 порядков хуже, то в современных

лабораторных условиях можно было бы рассчитывать на чувствительность в таком эксперименте соответствующей концентрации $n_{\text{КВ}} \simeq 10^3 \text{ см}^{-3}$.

Как и в случае с ЭДМ электронов, мы не будем останавливаться на детальном требовании к установкам в этих экспериментах, а также к необходимым контрольным опытам, так как это выходит за рамки книги.

Резюмируя рассмотренные в главе 4 вопросы, можно сделать вывод о том, что эксперименты с пробными телами несомненно обладают существенными преимуществами в целом ряде исследований. Автор не пытался охватить все возможные области применений опытов, в которых обнаружение физического эффекта сводится к обнаружению малой силы или момента сил. Приведенные в главе 4 примеры следует скорее рассматривать как иллюстрации и оценки достижимой чувствительности в тех экспериментах, где могут быть разрешены фундаментальные физические вопросы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

§ 11. Методы измерения малых механических колебаний

Радиотехнические методы. Радиотехнические методы, позволяющие измерять малые механические смещения и механические колебания, весьма доступны в обычных лабораторных условиях и дают возможность получить высокую чувствительность. При измерении малых квазистатических смещений емкостными датчиками удастся регистрировать величины смещений $\Delta x \simeq 10^{-9}$ см [85], измерение малых механических колебаний звуковых частот также емкостными датчиками позволяет достоверно различать амплитуды колебаний $x_0 \simeq 6 \cdot 10^{-13}$ см при времени выделения сигнала из шума ~ 200 сек. Ясно, что предельная чувствительность при измерении квазистатических смещений определяется, в основном, тем, насколько удастся в течение опыта термостабилизировать аппаратуру и особенно механические объекты, смещение между которыми нас интересует. Более интересным, с точки зрения применения этих методов в экспериментах с пробными телами, представляется измерение переменных механических смещений.

Наибольшей чувствительностью среди различных радиотехнических устройств, преобразующих механические перемещения в электрические сигналы, обладают так называемые емкостные датчики. Пластины электрического конденсатора, изменение расстояния d между которыми желательно измерить, вместе с индуктивностью образуют электрический контур. Этот контур либо входит в состав радиочастотного генератора, либо в контуре возбуждаются электрические колебания с помощью дополнительно автогенератора. При изменении d в первом случае

изменяется частота генератора, во втором — изменяется амплитуда колебаний в контуре (в этом случае обычно частота автогенератора настраивается на «склон» резонансной кривой). Несложные радиотехнические устройства регистрируют эти изменения.

Возможности метода ограничены прежде всего частотными и амплитудными флуктуациями автогенератора. Амплитудные флуктуации можно существенно ослабить (см., например, [86]). Для регистрации изменения расстояния между пластинами $x(\tau)$ необходимо, чтобы вызванное этим смещением изменение собственной частоты контура δf было больше флуктуационного ухода частоты генератора *):

$$\delta f = \alpha f_0 \frac{x(\tau)}{d} \geq \xi \sqrt{W(f) \Delta f}. \quad (11.1)$$

В этом выражении $\alpha \leq 0,5$ (для реальных контуров, обладающих паразитной емкостью, $\alpha \simeq 0,3 \div 0,4$), $W(f)$ — спектральная плотность девиации частоты автогенератора, Δf — полоса частот, характерных для $x(\tau)$, и ξ — величина порядка нескольких единиц, определяемая выбранным уровнем достоверности обнаружения. Если предположить, что ширину линии автогенератора определяет только дробовой эффект, то воспользовавшись известными выражениями для $W(f)$ (см., например, [87]), можно получить оценку для минимальной обнаружимой величины $x(\tau)$:

$$x(\tau) = \xi d \alpha^{-1} [e I_0 r \Delta f (2N)^{-1}]^{1/2}, \quad (11.2)$$

где I_0 — постоянная составляющая анодного тока в лампе, e — заряд электрона, r — активное сопротивление в контуре генератора, N — мощность генератора.

Оценим минимально различимое смещение $x(\tau)$ для некоторых конкретных значений параметров, входящих в (11.2). Пусть $\xi = 2$ (для уровня достоверности $\sim 0,95$), $r \simeq 10^{-3}$ ом (для «сверхпроводящих» сплавов при температуре жидкого гелия $T = 4^\circ \text{K}$ и частоте $f_0 = 10^6$ гц [88]), $d = 10^{-2}$ см, $I_0 = 10^{-4}$ а, $N = 10^{-4}$ вт, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ к.

*) При этом мы предполагаем, что полоса Δf достаточно мала, так что $W(f)$ несущественно изменяется внутри Δf .

Тогда

$$[x(\tau)]_{0,95} \simeq 3,6 \cdot 10^{-13} \sqrt{\Delta f} \text{ см.}$$

Приведенную оценку для $[x(\tau)]_{0,95}$, по-видимому, не следует считать предельной. Если имеется возможность с помощью одного генератора возбуждать колебания в двух контурах, а расстояние между пластинами изменяется только в одном из них, то, используя обычный компенсационный метод, можно снизить величину $[x(\tau)]_{0,95}$ в $10^3 \div 10^4$ раз (это обычная цифра для схем с компенсацией). При этом компенсироваться будут не только частотные, но и амплитудные флуктуации. В такого рода устройствах на уровне обнаружимых $x(\tau)$ могут сказаться некогерентные тепловые колебания в контурах. К вопросу о возможности существенного сужения естественной ширины линии источника радиочастотных колебаний и роли некогерентных тепловых флуктуаций в контурах мы вернемся в конце этого параграфа.

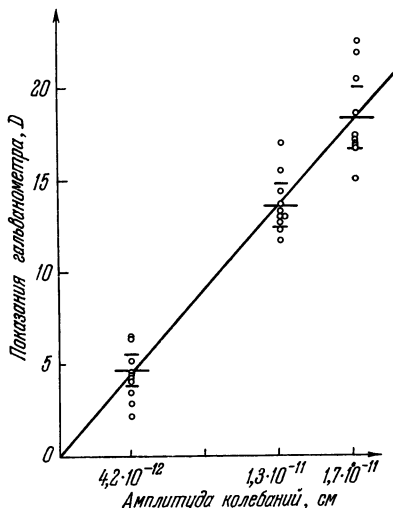


Рис. 25.

Отметим, что в обсуждаемом методе играют существенную роль шумы аппаратуры, которые определяют нижний предел измеряемых флуктуаций девиации частоты и соответственно малых механических смещений. Однако уровень шумов аппаратуры зависит от «культуры» эксперимента (от того, насколько удалось снизить фликкер-эффект, микрофонные шумы, уровень шумов смесителей и т. п.), в то время как флуктуации частоты генератора, вызванные дробовым эффектом, принципиально не устранимы. Влияние амплитудных флуктуаций меньше, нежели частотных, в чем нетрудно убедиться, используя известные

выражения для флуктуаций амплитуды автогенератора.

На рис. 25 приведены результаты измерения малых амплитуд колебаний камертона на частоте 15 *гц*, производившихся с помощью емкостного датчика [89]. В датчике была использована схема компенсации с коэффициентом компенсации $\beta = 1 \cdot 10^{-2}$. Каждая точка на графике соответствует времени выделения ~ 20 *сек*. По оси абсцисс отложена величина амплитуды колебаний, по оси ординат показания гальванометра на выходе датчика. Величина амплитуды колебаний определялась (калибровалась) по известным механическим параметрам камертона и известной силе, приложенной к камертону (см. подробнее [89]).

Остановимся теперь кратко на возможностях повышения разрешающей способности этого метода. Заметим, что реальное время, в течение которого необходим автогенератор для емкостного датчика, в обычных физических экспериментах не превышает $10^6 \div 10^5$ *сек*. Это означает, что стандартный генератор в принципе могла бы заменить линейная электрическая колебательная система с постоянной времени $\tau^* \gtrsim 10^7$ *сек*.

У такого источника колебаний ширина линий определялась бы только тепловыми флуктуациями. Однако в лучших современных кварцевых резонаторах в диапазоне радиочастот постоянная затухания составляет несколько секунд [90]. В качестве линейной системы с большим τ^* может быть использован массивный вращающийся ротор, подвешенный в вакууме при помощи так называемого магнитного подвеса. В таких условиях вращение ротора замедляется из-за слабого трения, вызванного разреженным газом, окружающим ротор. Так, например, в ультрацентрифуге Бимса [91] подвешенный в магнитном поле в вакууме ($T = 300$ °К, $p = 10^{-6}$ *мм рт. ст.*) стальной ротор ($m = 13$ *кг*) замедлялся, теряя в частоте вращения около 10 *об/мин* за сутки (т. е. за $\tau^* \simeq 10^5$ *сек*), если ему была сообщена частота вращения порядка 2×10^4 *об/мин*. Такой ротор вместе с датчиком частоты вращения (например, оптическим или емкостным) можно использовать в качестве источника радиочастотных или звуковых сигналов. Наибольшая частота вращения ротора определяется временным сопротивлением на разрыв

материала, из которого изготовлен ротор, и может достигать $f_0 \simeq 10^6$ гц [91]. Слабый дрейф частоты такого устройства нетрудно скомпенсировать небольшой подкачкой энергии (например, при помощи светового давления); при этом с помощью хорошо известных методов автоподстройки возможна стабилизация средней частоты вращения ротора по стабильному автогенератору.

Нетрудно подсчитать спектральную плотность девиации частоты вращения ротора, которая вызвана флуктуациями давления молекул газа на ротор. Полагая, что ротор имеет вид цилиндра с высотой и радиусом, равными a , и массой m , получим для спектральной плотности девиации частоты вращения (без учета дрейфа частоты)

$$W_{\text{рот}}(\Omega) \simeq \frac{D(\Omega)}{I^2\Omega^2 + H_\omega^2} = \frac{32\mu^{1/2}(\kappa T)^{3/2}n}{\pi \sqrt{2\pi} [(9/4)m^2\Omega^2 + 123\pi\mu\kappa Tn^2a^4]} \quad (11.3)$$

Здесь $D(\Omega)$ — спектральная плотность флуктуаций момента давления на ротор, I — момент инерции ротора, H_ω — коэффициент трения ротора для вращательного движения, μ — масса молекулы газа, n — концентрация молекул газа, κ — постоянная Больцмана; Ω отсчитывается в рад/сек от частоты вращения ротора $2\pi f_0$. Выражение (11.3) получено в предположениях: а) $2\pi a f_0 \ll (\kappa T/\mu)^{1/2}$, где f_0 — средняя частота вращения; б) Ω меньше самой низкой собственной частоты механических колебаний ротора; в) $\Omega \hat{\tau} \gg 1$. Так как $\hat{\tau} \ll \tau^* = I/H_\omega$ и нас интересуют такие частоты, что $\Omega \hat{\tau} \gg 1$, то в рассматриваемом примере мы имеем дело со случайным процессом со стационарным приращением [92]. Поэтому выражение (11.3); строго говоря, является фурье-образом структурной функции, который, как известно, совпадает с обычной спектральной плотностью стационарного процесса, если $\Omega \hat{\tau} \gg 1$.

Выражение для $W_{\text{рот}}(\Omega)$ отличается по структуре от выражения для спектральной плотности девиации частоты лампового генератора. Чем больше Ω и m , меньше T и лучше вакуум (т. е. меньше n), тем меньше $W_{\text{рот}}(\Omega)$. Таким образом, уровень экспериментальной техники будет определять величину ширины линии этого источника

сигналов. Если подставить в (11.3) $\mu = 2,7 \cdot 10^{-23}$ г, $T = 300$ °К, $a = 3$ см, $n = 2,7 \cdot 10^{10}$ см⁻³ (т. е. при $p = 10^{-6}$ мм рт. ст.), $\Omega = 60$ рад/сек, $m = 6 \cdot 10^2$ г, то $W_{\text{рот}}(\Omega) = 1,5 \cdot 10^{-28}$ рад/сек. Для лампового генератора при $f_0 = 10^4$ гц (т. е. примерно при такой же частоте, что и для ротора в предыдущей оценке), $I_0 = 10^{-3}$ а, $r = 1$ ом и $N_0 = 10^{-2}$ вт получим $W_{\text{л.г}}(\Omega) = 1,3 \cdot 10^{-10}$ рад/сек. Таким образом, по крайней мере в описанных условиях различие между $W_{\text{рот}}(\Omega)$ и $W_{\text{л.г}}(\Omega)$ составляет 18 порядков. В этой оценке для $W_{\text{рот}}(\Omega)$ не использовались меньшие значения n и T в связи с тем, что величину $W_{\text{рот}}(\Omega)$ могут увеличить флуктуации, вызванные вязким магнитным трением в подвесе. Несложный расчет на основании данных [91] показывает, что по крайней мере при $p = 10^{-6}$ мм рт. ст. и $T = 300$ °К магнитный подвес не вносит в крутильное движение существенное добавочное затухание по сравнению с трением, обусловленным остаточным давлением газа. Поэтому, основываясь на обобщенной теореме Найквиста, можно сделать вывод, что приведенная выше оценка для $W_{\text{рот}}(\Omega)$ правильная. Существует еще один механизм увеличения флуктуационной девиации частоты вращения ротора, обусловленный его собственными механическими тепловыми колебаниями. Несложный расчет, который мы здесь не приводим, показывает, что вклад тепловых колебаний в величину $W_{\text{рот}}(\Omega)$, оцененную при помощи выражения (11.3), незначителен.

Резюмируя приведенные соображения, можно, по-видимому, утверждать, что существенного ослабления влияния флуктуаций частоты источника на разрешающую способность можно достичь, либо заменяя радиочастотный автогенератор на устройство, подобное описанному выше, либо увеличивая степень компенсации. Если предположить, что с помощью таких приемов удалось полностью устранить влияние флуктуаций частоты источника на разрешающую способность, то последняя будет определяться лишь наличием не когерентных тепловых электрических колебаний в контурах. Минимальные колебания, которые при этом можно разрешить, определяться простым соотношением

$$[x^*(\tau)]_{\text{мин}} = \zeta \frac{d}{\alpha U} \sqrt{4\kappa T r \Delta f}, \quad (11.4)$$

где, так же как и в (11.2), $\alpha \lesssim 0,5$, ζ — безразмерный множитель порядка нескольких единиц, r — сопротивление контура, в который входит емкость датчика, κ — постоянная Больцмана, T — температура контура, U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения в контуре, Δf — полосу частот, характерных для $x(\tau)$. Полагая $U_{\sim}/d = 10^5$ в/см, (что допустимо, если между пластинами конденсатора датчика достаточно высокий вакуум), $T = 4$ °К, $r = 10^{-3}$ ом, $\zeta = 2$, $\alpha = 0,5$, получим $[x(\tau)]_{0,95} \simeq 1,8 \cdot 10^{-17} \sqrt{\Delta f}$ см. Отметим, что если имеется возможность производить длительные измерения и $\Delta f \ll f_{\text{средн}}$, то в выражениях (11.3) и (11.4) следует заменить Δf на $\sqrt{\Delta f / \hat{\tau}}$, где $\hat{\tau}$ — затраченное на выделение сигнала время. При этом также несколько изменится безразмерный множитель ζ (см., например, [101]). Последнюю оценку для $[x(\tau)]_{0,95}$, по-видимому, следует рассматривать как предельную для радиотехнических методов измерения малых механических колебаний.

Оптические методы. В разных модификациях известны два основных оптических метода индикации малых механических смещений или колебаний. В первом методе (его иногда называют методом «ножа и щели» или оптическим левером [13, 14]) оптическое изображение одной дифракционной решетки, получаемое с помощью объектива, совмещается со второй решеткой, обладающей таким же шагом. Смещение одной из этих решеток параллельно другой вызывает модуляцию светового потока, проходящего через обе решетки. Эта модуляция может быть зарегистрирована с помощью фотодетектора. Чем меньше шаг решеток, тем больше глубина модуляции при том же смещении. Если предположить, что шаг решетки порядка длины волны, флуктуации светового потока вызваны лишь независимостью излучения фотонов из источника, а квантовый выход фотодетектора близок к единице, то минимальное смещение $[x(\tau)]_{\text{мин}}$, которое может быть зарегистрировано таким устройством, определится из условия

$$\frac{[x(\tau)]_{\text{мин}}}{\lambda_0} \gtrsim \sqrt{\frac{2h\nu_0}{N_0} \Delta f},$$

или

$$[x(\tau)]_{\min} \simeq \zeta \lambda_0 \sqrt{\frac{2h\nu_0}{N_0} \Delta f} = \zeta \sqrt{\frac{2hc\lambda_0}{N_0} \Delta f}, \quad (11.5)$$

где h — постоянная Планка, N_0 — мощность светового потока после второй дифракционной решетки, Δf — полоса частот, характерных для $x(\tau)$, λ_0 и ν_0 — соответственно длина волны и частота излучения, ζ — безразмерный множитель порядка нескольких единиц, зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения. Если положить $\zeta = 2$, $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $N_0 = 10^6$ эрг/сек, то $x(\tau) \simeq 1,7 \cdot 10^{-13} \sqrt{\Delta f}$ см. Наименьшие квазистатистические смещения, которые удалось зарегистрировать Джонсу таким методом, составляют несколько единиц 10^{-12} см [14]. При этом вся механическая часть оптической системы была термостабилизирована до $\sim 1 \cdot 10^{-6}$ °С.

Вместо двух дифракционных решеток можно применить для получения глубокой модуляции светового потока оптический нож, перекрывающий световой поток вблизи фокального пятна оптического объектива. Если в объективе устранены аберрации, а источник света дает плоскую монохроматическую волну, то распределение интенсивности оптического излучения вблизи фокуса объектива определяется лишь дифракцией волны на апертуре объектива. Используя известные выражения для поля световой волны вблизи фокального пятна [93], нетрудно рассчитать минимальное смещение $x(\tau)$ оптического ножа, которое может быть обнаружено:

$$x(\tau) \simeq 0,2 \zeta \frac{L}{a} \lambda_0 \sqrt{\frac{2h\nu_0}{N_0} \Delta f} = 0,2 \zeta \frac{L}{a} \sqrt{\frac{2hc\lambda_0}{N_0} \Delta f}, \quad (11.6)$$

где L — фокусное расстояние объектива, a — диаметр входного отверстия объектива. Как видно из сравнения (11.5) и (11.6), основной характеристикой, определяющей минимальные разрешимые смещения, является спектральная плотность флуктуационной модуляции мощности светового потока M_f^2 . При выводе соотношений (11.5) и (11.6) предполагалось, что излучение отдельных фотонов из источника происходит независимо и,

следовательно,

$$M_j^2 = \frac{2h\nu_0}{N_0}. \quad (11.7)$$

По-видимому, до сих пор еще не удалось создать источник оптического излучения с величиной M_j^2 меньшей, чем (11.7). Однако не существует принципиальных ограничений для уменьшения величины M_j^2 при той же мощности потока N_0 . Используя нелинейные оптические системы*), по-видимому, можно получить существенное уменьшение величины M_j^2 и, следовательно, уменьшить величину минимально разрешимых смещений с помощью этого метода. К возможностям уменьшения M_j^2 мы еще вернемся ниже в этом разделе.

Второй оптический метод измерения малых механических смещений состоит в регистрации с помощью фотодетектора изменений светового потока, проходящего через интерферометр, при перемещении его зеркал. На интерферометре Майкельсона при использовании в качестве источника одной из линий спектра ртутной лампы И. Л. Берштейну [94] удалось зарегистрировать колебания зеркал на звуковой частоте с амплитудой $\sim 10^{-11}$ см. Достигнутая стабильность частоты гелий-неоновых газовых лазеров, по мнению Джавана [15], позволяет регистрировать с помощью резонатора Фабри-Перо относительные смещения его зеркал порядка нескольких единиц на 10^{-13} см.

Рассмотрим на примере резонатора Фабри-Перо предельную чувствительность этого метода. Предположим, что излучение от оптического квантового генератора (ОКГ) мощностью N_0 и частотой ν_0 , работающего в одномодовом режиме, возбуждает оптические колебания в резонаторе Фабри-Перо на основной моде. Фотодетектор с квантовым выходом, близким к единице, регистрирует модуляцию светового потока от ОКГ, прошедшего через резонатор. Такие резонаторы, в зеркалах которых использованы многослойные диэлектрические покрытия, обладают

*) Например, системы, аналогичные параметрическим демпферам в радиочастотном диапазоне [86].

весьма высокой добротностью

$$Q_{\text{опт}} = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{2\pi\nu_{\text{рез}}l}{c(1-R)}, \quad (11.8)$$

где l — расстояние между зеркалами, c — скорость света, R — коэффициент отражения от зеркала. Современные многослойные покрытия позволяют получать $R \simeq 0,995$, и поэтому величина $Q_{\text{опт}}$ достигает 10^{10} . Предположим, что резонатор расстроен относительно частоты ОКГ на величину $\nu_{\text{рез}}/2Q_{\text{опт}}$. В этом случае достигается близкая к максимальной модуляция мощности светового потока, прошедшего через резонатор, при малом относительном смещении зеркал. Если воспользоваться известными выражениями для формы резонансной кривой такого резонатора (см., например, [95]), то можно вычислить относительное изменение мощности светового потока на выходе резонатора $M_{x(\tau)}$, вызванное смещением $x(\tau)$ одного зеркала относительно другого*):

$$M_{x(\tau)} = \frac{2\pi x(\tau)}{(1-R)\lambda_0}. \quad (11.9)$$

Предположим, что частота ОКГ не флуктуирует, а флуктуации мощности ОКГ такие же, как у источника света, выход фотонов из которого независим. Тогда условие обнаружения $x(\tau)$ имеет простой вид:

$$M_{x(\tau)} = \zeta \sqrt{M_f^2 \Delta f}.$$

Отсюда, используя (11.7), получаем

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = \zeta \frac{(1-R)\lambda_0}{2\pi} \sqrt{\frac{2h\nu_0}{N_0} \Delta f}, \quad (11.10)$$

где, как и ранее, через ζ обозначен безразмерный множитель порядка нескольких единиц, зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения. Как видно из сравнения (11.5), (11.6) с (11.10), выигрыш по разрешаю-

*) Выражение (11.9) для $M_{x(\tau)}$, полученное в предположении, что резонатор расстроен относительно частоты ОКГ на $\nu_{\text{рез}}/2Q_{\text{опт}}$, дает величину, примерно на 20% меньшую, нежели $[M_{x(\tau)}]_{\text{макс}}$, которое получается при несколько иной расстройке.

щей способности второго метода по сравнению с первым составляет примерно $(1 - R)^{-1}$ раз.

Учтем теперь флуктуации частоты ОКГ, которые также приводят к флуктуационной модуляции амплитуды светового потока на выходе резонатора. Для этой цели воспользуемся приближенным выражением для спектральной плотности девиации частоты ОКГ [95]*):

$$W(f) \cong \frac{8\pi h\nu_0 (\Delta\nu_{\text{резонат}})^2}{N_0}. \quad (11.11)$$

Модуляция собственной частоты резонатора Фабри-Перо, вызванная смещением зеркал $\Delta\nu_{\text{мод}}/\nu_{\text{резонат}} = x(\tau)/l$, должна быть больше $\sqrt{W(f)\Delta f/\nu_0}$. Поэтому

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = l \frac{\Delta\nu_{\text{мод}}}{\nu_{\text{резонат}}} = \zeta l \frac{\sqrt{W(f)\Delta f}}{\nu_0}. \quad (11.12)$$

Используя (11.11), а также условие $\nu_{\text{резонат}} \cong \nu_0$, получаем

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = \zeta(1 - R)\lambda_0 \sqrt{\frac{2h\nu_0}{\pi N_0} \Delta f}. \quad (11.13)$$

Выражения (11.13) и (11.10) отличаются лишь множителем $\sqrt{2\pi}$. Полагая $\zeta = 2$, $R = 0,995$, $N_0 = 10^6$ *эрг/сек*, $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ *см*, получим $[x(\tau)]_{0,95} \cong 7 \cdot 10^{-16} \sqrt{\Delta f}$ *см*.

При выводе (11.13) и (11.10) были использованы приближенные выражения для $W(f)$ и M_j^2 для источника с флуктуациями независимо излучающихся фотонов.

И. Л. Берштейн, И. А. Андропова и Ю. А. Зайцев показали [25], что при выводе выражения M_j^2 для ОКГ следует учитывать жесткость предельного цикла, а также нелинейные и дисперсионные свойства активной среды в ОКГ. С учетом жесткости предельного цикла

*) Формула (11.11) является приближенным выражением для естественной ширины линии $\Delta\nu_{\text{естеств}}$ оптического автогенератора. В. С. Троицкий показал [96], что естественная ширина линии автогенератора $\Delta\nu_{\text{естеств}} = W(0)$. Поэтому (11.11) справедливо лишь для низких частот.

выражение M_f^2 для ОКГ имеет следующий вид [25]:

$$M_f^2(f) \simeq \frac{2h\nu_0}{N_0} \frac{(\Delta\nu_{\text{резонант}})^2}{(p^2 + f)}, \quad (11.14)$$

где p^2 — жесткость предельного цикла, f — частота, отсчитываемая от ν_0 . В современных оптических генераторах $\Delta\nu_{\text{резонант}} \simeq 10^6$ гц, а $p = 10^5$ гц. Поэтому экспериментально наблюдаемые значения M_f^2 на низких частотах примерно на два порядка выше, чем для источника с независимыми флуктуациями [24]. Это означает, что минимальные различимые механические смещения будут несколько больше, чем оценки, которые можно получить с помощью (11.13) и (11.10).

Из выражения (11.14) видно, что если удастся создать резонатор с $\Delta\nu_{\text{резонант}} < p$, то можно будет располагать источником, флуктуации мощности которого меньше, чем у источника с независимым излучением фотонов. Аналогична принципиальная возможность и в отношении величины $W(f)$ (см. подробнее [25]).

Как видно из изложенного, оптические методы измерения малых механических смещений обладают высокой разрешающей способностью, которая существенно зависит от свойств источников излучения. По-видимому, нельзя утверждать, так же как и в отношении радиотехнических методов измерения малых смещений, что в уже реализованных экспериментах достигнут реальный предел разрешающей способности этих методов.

§ 12. Механические флуктуации в космической лаборатории

На основе имеющегося достаточно большого экспериментального материала, полученного с помощью уже запущенных космических станций, можно получить приближенные оценки, позволяющие судить о том, в какой мере при постановке экспериментов с пробными телами можно приблизиться к принципиально достижимой чувствительности в оптимальной стратегии измерений (см. главу 1). Вакуум в космической лаборатории, при достаточном удалении от Земли, много лучше того, который обычно

достигается в земной лаборатории. Соответствующий этому вакууму коэффициент трения $N_{\text{газ}}$ даже для небольших пробных тел достаточно мал, и при реализации эксперимента с пробным телом в таких условиях уже можно требовать применения индикатора малых смещений (оптического или радиотехнического), который настроен оптимальным образом. Поэтому в этом параграфе нас будут интересовать лишь флуктуации центра масс космической лаборатории, эквивалентные сейсмическим колебаниям земной лаборатории. Такие флуктуации могут быть вызваны флуктуациями давления солнечного ветра, флуктуациями магнитного поля, микрометеоритами, перемещениями другой космической лаборатории. Удобно производить сравнение ускорения центра массы космической лаборатории, вызванного различными флуктуационными причинами, с принципиально измеримым периодическим ускорением в условиях оптимальной стратегии. Это сравнение будет приведено ниже для конкретных параметров в гипотетическом эксперименте с пробным телом.

Флуктуации давления солнечного ветра. Полной информации о спектре флуктуаций солнечного ветра в настоящее время нет. Относительно суточных и часовых вариаций интенсивности солнечного ветра имеются довольно подробные сведения (см. обзор [97]), однако для более высоких частот вариаций измерения не производились. Ниже мы приведем три оценки, которые позволяют сравнить ускорения, сообщаемые солнечным ветром космической станции и обнаружимые при использовании оптимальной стратегии периодические ускорения механического осциллятора.

Давление солнечного ветра θ на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца (в «спокойную погоду») составляет около $4 \cdot 10^{-9}$ *дин/см²* [98]. Это означает, что космическая станция массой $M = 10^7$ г и сечением $S = 10^5$ *см²* ускоряется солнечным ветром со средним ускорением $\ddot{r} = \theta S/M \simeq 4 \cdot 10^{-11}$ *см/сек⁻²*.

Предположим, что на борту космической станции ставится опыт по обнаружению периодического ускорения массы m механического осциллятора, имеющего частоту ω_0 . Из формулы (3.17) следует, что наименьшая обнаружимая

амплитуда ускорения с частотой ω_0 в течение времени $\hat{\tau}$ равна

$$\left[\frac{F}{m} \right]_{\text{мин}} \simeq \frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\frac{\hbar \omega_0 A}{m}}. \quad (12.1)$$

Если $A = 10$, $\hat{\tau} = 10^3$ сек, $\omega_0 = 1$ сек⁻¹, $m = 10^2$ г, то $[F/m]_{\text{мин}} \simeq 2 \cdot 10^{-17}$ см·сек⁻². Эту величину следует сравнивать со среднеквадратичным флуктуационным ускорением $\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f}$, вызванным солнечным давлением в полосе частот $\Delta f \simeq 1/\hat{\tau}$:

$$\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f} = \sqrt{\frac{2\theta S m_p v \Delta f}{M^2}}, \quad (12.2)$$

где v — скорость частиц в солнечном ветре, m_p — масса протона.

Выражение (12.2) справедливо, если считать удары протонов о корпус космической станции некоррелированными. Полагая в (12.2) $v = 3 \cdot 10^7$ см·сек⁻¹ и $\Delta f = 10^{-3}$ сек⁻¹, получим $\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f} \simeq 6 \cdot 10^{-19}$ см·сек⁻², т. е. на полтора порядка меньше, чем $[F/m]_{\text{мин}}$ в приведенной выше оценке. С ростом $\hat{\tau}$ оценки, получаемые из (12.1) и (12.2), сравниваются, так как в (12.1) $[F/m]_{\text{мин}}$ убывает, как $\hat{\tau}^{-1}$, а в (12.2) $\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f}$ убывает, как $(\hat{\tau})^{-1/2}$.

Таким образом, можно сделать предположительный вывод, что при не слишком больших длительностях $\hat{\tau}$ возможно достижение наивысшей чувствительности в экспериментах с пробными телами без использования каких-либо специальных экранов, уменьшающих флуктуации давления солнечного ветра на космическую станцию.

Магнитное поле в околосолнечном пространстве. Измерения, проведенные на гелиоцентрических станциях, показали, что вдали от Земли на расстоянии от Солнца порядка одной астрономической единицы магнитное поле составляет $10^{-4} \div 10^{-5}$ ое и вариации его примерно той же амплитуды имеют характерные периоды порядка 1 часа (т. е. $\text{grad } B \simeq 10^{-14} \div 10^{-15}$ ое/см) [98]. Немагнитная космическая станция в неоднородном магнитном поле

имеет ускорение

$$\left[\frac{F}{m} \right]_{\text{магн}} \simeq \frac{\chi}{\rho} B \frac{\partial B}{\partial r}, \quad (12.3)$$

где χ — средняя магнитная проницаемость, ρ — средняя плотность станции. Величина ускорения $[F/m]_{\text{магн}} \simeq \simeq 3 \cdot 10^{-24} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-2}$, если $\chi \simeq 10^{-5}$, $\rho = 3 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Как видно из сравнения этой оценки $[F/m]_{\text{магн}}$ и приведенной выше величины $[F/m]_{\text{мин}} \simeq 2 \cdot 10^{-17} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-2}$ в некотором гипотетическом эксперименте с пробным телом, для немагнитной станции возможными ускорениями, вызываемыми флуктуациями магнитного поля в космическом пространстве, можно пренебречь. Однако наличие ферромагнитных деталей на станции может резко увеличить $[F/m]_{\text{магн}}$.

Флуктуации ускорения космической станции, вызванные микрометеоритами. Для того чтобы воспользоваться выражением, аналогичным (12.2), при вычислении среднеквадратичного ускорения $\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f}$ центра массы космической станции, вызванного множественными ударами микрометеоритов, необходимо из всего спектра микрометеоритов учитывать лишь те, которые за время $\hat{\tau}$ ударят станцию достаточно большое число раз. Микрометеориты с массой $\hat{m} \simeq 10^{-11} \text{ г}$ столкнутся со станцией площадью $S = 10 \text{ м}^2$ за $\hat{\tau} = 10^3 \text{ сек}$ в среднем 5 раз, с массой $\hat{m} \simeq \simeq 10^{-12} \text{ г}$ -около 50 раз, а с массой $\hat{m} \simeq 10^{-10} \text{ г}$ вероятность такого столкновения около 0,5.

Выражение для дробовых флуктуаций ускорения центра массы космической станции, аналогичное (12.2), имеет вид

$$\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f} \simeq \sqrt{\frac{2v\Delta f \sum_i \bar{F}_i \hat{m}_i}{M^2}}, \quad (12.4)$$

где M — масса станции, $\bar{F}_i = \hat{m}_i \Phi_i S$ — среднее давление, оказываемое с одной стороны на станцию микрометеоритами, имеющими массу \hat{m}_i и сечение соударения Φ_i . В (12.4) суммирование по массам метеоритов должно быть ограничено условием $S\Phi_i^{\tau} \gg 1$. Более редкие удары более массивных метеоритов, естественно, также вносят вклад в флуктуационное ускорение центра массы космической станции. Однако редкие сильные всплески ускоре-

ния можно зафиксировать отдельно, используя для этого приборы, предназначенные для регистрации микрометеоритов, и затем учесть их влияние на движение пробного тела. Вклад в ускорение частых ударов мелких метеоритов, по-видимому, учитывать значительно сложнее. Если использовать сводные данные по Φ_i и \hat{m}_i , приведенные в [99, 100], то для $\hat{\tau}_i = 10^3$ сек и $S = 10$ м² оказывается, что наибольшее значение \hat{m}_i , при котором можно использовать (12.4), порядка $1 \cdot 10^{-11}$ г. Полагая в (12.4) $M = 10^7$ г, $v = 30$ км/сек и используя данные по Φ_i и \hat{m}_i из [100], получим при $\Delta f = 10^{-3}$ сек⁻¹ величину $\sqrt{(\ddot{r})_{\omega}^2 \Delta f} \simeq \simeq 4 \cdot 10^{-15}$ см/сек². Это более чем на два порядка превышает величину $[F/m]_{\text{мин}} \simeq 2 \cdot 10^{-17}$ см/сек², полученную в условиях, описанных выше. Таким образом, флуктуации микрометеоритного давления затрудняют достижение наивысшей чувствительности, если ставить эксперименты с пробными телами на космической станции.

Возможный выход из этого положения состоит в использовании антиметеоритного экрана, окружающего станцию. В этом случае воздействие микрометеоритов на пробное тело будет осуществляться только через переменное гравитационное поле, появляющееся в результате колебаний экрана под ударами метеоритов. Такой экран можно рассчитать аналогично антисейсмическим фильтрам, применяемым в земных лабораторных условиях.

В заключение приведем еще одну численную оценку, характеризующую условия, необходимые для достижения чувствительности, соответствующей приведенной выше оценки для $[F/m]_{\text{мин}}$. Если информация об ускорении пробного тела в одной космической станции передается на другую космическую станцию, то следует учитывать ускорение, испытываемое первой станцией в гравитационном поле второй. Предположим, что вторая станция также имеет массу $M \simeq 10^7$ г, а пробное тело m_0 смещено относительно центра массы первой станции на 1 м. Тогда постоянное ускорение, испытываемое пробным телом по отношению к центру массы первой космической станции (это ускорение и будет регистрироваться индикатором малых колебаний), будет порядка $1 \cdot 10^{-17}$ см·сек⁻², если станции удалены на расстояние 10 км.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Чандрасекар, Стохастические проблемы в физике и астрономии, ИЛ, 1947.
2. В. Л. Грановский, УФН 13, 805, 1933.
3. М. А. Леонтович, Статистическая физика, Гостехиздат, 1944.
4. В. И. Бунимович, Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Гостехиздат, 1950.
5. Р. Л. Стратонович, Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике, «Сов. радио», 1961.
6. А. Халльд, Математическая статистика с техническими приложениями, ИЛ, 1956.
7. В. Б. Брагинский, В. К. Мартынов, ВМУ, сер. III, № 2, 60, 1966.
8. В. Б. Брагинский, ЖЭТФ 53, 1436, 1967.
9. В. Б. Брагинский, И. И. Минакова, П. М. Степунин, ПТЭ, № 3, 183, 1965.
10. В. Б. Брагинский, ВМУ, серия III, № 2, 65, 1965.
11. В. Б. Брагинский, И. И. Минакова, ВМУ, серия III, № 1, 69, 1964.
12. М. М. Карлинер, В. Е. Шапиро, И. А. Шехтман, ЖТФ 36, 2017, 1966.
13. Л. А. Васильев, О. М. Синеглазов, Оптика и спектроскопия 18, 1065, 1965.
14. R. V. Jones, J. C. Richards, J. Sci. Instr. 36, 90, 1959.
15. A. Javan, Lasers and Applications, «Columbus», N. Y., 1963.
16. В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, ЖЭТФ 52, 988, 1967.
17. H. Robertson, Monthly Notices 97, 423, 1937.
18. В. В. Радзиевский, ДАН 74, 197, 1950.
19. V. N. Smiley, Pros. IEEE, № 1, 158, 1963.
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, «Наука», 1964.
21. И. И. Гольдман, В. Д. Кривченков, Сборник задач по квантовой механике, Гостехиздат, 1957.
22. R. V. Eötvös, D. Peкар, E. Fekete, Ann. d. Phys. 68, 11, 1922.
23. А. А. Соколов, И. М. Тернов, ЖЭТФ 25, 698, 1953.

24. Ю. И. Зайцев, ЖЭТФ 50, 527, 1966.
25. И. Л. Берштейн, И. А. Андреева, Ю. И. Зайцев, Изв. вузов, «Радиофизика» X, 59, 1967.
26. R. White, J. Appl. Phys. 34, 2123, 1963.
27. E. Sarone, Appl. Phys. Lett. 4, 95, 1964.
28. A. J. de Maria, PIEEE 52, 73, 1964.
29. В. Б. Брагинский, В. Н. Руденко, ВМУ, сер. III, № 3, 128, 1966.
30. Д. И. Блохинцев, УФН 95, 75, 1968.
31. V. L. Ginzburg, Astronautica Acta 12, № 2, 136, 1966.
32. R. H. Dicke, Sci. Amer. 205, 84, 1961; P. G. Roll, R. Krotkov, R. H. Dicke, Ann. Phys. 26, 442, 1964.
33. J. W. Dabbs, J. A. Narvaу, D. Рауа, Н. Horstman, Phys. Rev. ser. 139, № 3, В, 756, 1965.
34. T. Morgan, A. Peres, Phys. Rev. Lett. 9, 79, 1962.
35. А. Джефрис, Динамическая ориентация ядер, «Мир», 1966.
36. В. Б. Брагинский, Л. И. Слабкий, В. К. Мартынов, ВМУ, сер. III, 122, 1967.
37. A. Winen, Phys. Rev. Lett. 1, 37, 1959.
38. B. C. Deaver, W. M. Fairbank, Phys. Rev. Lett. 7, 43, 1961.
39. R. Doll, M. Nöbauer, Phys. Rev. Lett. 7, 51, 1961.
40. Л. П. Питаевский, УФН 90, 623, 1966.
41. A. Einstein, W. de Haas, Verhandl. deut. physik. Ges. 17, 152, 1915.
42. J. G. King, Phys. Rev. Lett. 5, 562, 1960.
43. Gell-Mann, Phys. Rev. Lett. 8, 214, 1964.
44. G. Zweig, preprint, CERN, 1964.
45. Я. Б. Зельдович, УФН 89, 647, 1966.
46. G. Gallinaro, G. Morgurgo, preprint of 52 Conference of Italian Phys. Soc., Oct. 1966.
47. В. Б. Брагинский, Я. Б. Зельдович, В. К. Мартынов, В. В. Мигулин, ЖЭТФ 52, 29, 1967.
48. В. Б. Брагинский, Я. Б. Зельдович, В. К. Мартынов, В. В. Мигулин, ЖЭТФ, 54, 91, 1968.
49. В. Б. Брагинский, Л. С. Корниенко, С. С. Полосков, ВМУ, сер. III, 113, 1968.
50. W. Braunbeck, Zs. Phys., 112, 764, 1939.
51. W. Churka, J. Shiffer, C. Stevens, Phys. Rev. Lett. 17, 60, 1966.
52. К. П. Станюкович, Гравитационное поле и элементарные частицы, «Наука», 1965.
53. А. А. Михайлов, УФН 59, 51, 1956.
54. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, 1960.
55. Z. Kopal, M. Shapley, Catalogue of the Elements of Eclipsing Binary Systems, Jodrell Bank Annals 1, 141, fasc. 4, 1956.

56. R. Kraft, J. Mathews, Y. Greenstein, *Astrophys. J.* **136**, 312, 1962; R. Kraft, *Astrophys. J.*, **139**, 457, 1964.
57. В. Н. Мионовский, *ЖЭТФ*, **48**, 358, 1965.
58. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *ДАН*, **155**, 1033, 1964.
59. И. С. Шкловский, Н. С. Кардашев, *ДАН*, **155**, 1039, 1964.
60. Я. Б. Зельдович, препринт ИМП АН СССР, 1967.
61. F. Dyson, *Gravity Foundation Prize Essay*, 1962.
62. Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов, *ВМУ*, сер. III, № 8, 103, 1947.
63. J. A. Wheeler, D. Brill, *Rev. Mod. Phys.*, **29**, 465, 1957.
64. Ю. С. Владимиров, *ЖЭТФ*, **45**, 251, 1963.
65. V. de Sabbata, Труды 5-й конференции по теории относительности и гравитации, Изд-во Тбилисского Ун-та, 1969.
66. Г. М. Гандельман, В. С. Пинаев, *ЖЭТФ*, **37**, 1073, 1953.
67. М. Е. Герценштейн, *ЖЭТФ* **41**, 1904, 1962.
68. Дж. Вебер, *Общая теория относительности и гравитационные волны*, ИЛ, 1962.
69. Дж. Уиллер, *Гравитация нейтрино и Вселенная*, ИЛ, 1962.
70. У. Х. Копвиллем, Труды 5-й конференции по теории относительности и гравитации, Изд-во Тбилисского ун-та, 1969.
71. AIAA, reports III meeting, January 1966.
72. В. Б. Брагинский, *УФН* **83**, 433, 1965.
73. J. Weber, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1228, 1966.
74. J. Sinsky, J. Weber, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 795, 1967.
75. J. Weber, *Phys. Today* **21**, 34, 1968.
76. J. Weber, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1307, 1968.
77. В. Б. Брагинский, В. Н. Руденко, *УФН* **100**, 395, 1970.
78. Л. Шифф, Труды 5-й конференции по теории относительности и гравитации, Изд-во Тбилисского ун-та, 1969.
79. C. W. F. Everitt, W. M. Fairbank, *Application of low temperature techniques to a satellite test of General Relativity*, Stanford University preprint, 1968.
80. Л. Ф. Шапиро, *УФН* **95**, 145, 1968.
81. В. К. Игнатович, Препринт ОИЯИ, 1968.
82. L. Schiff, *Phys. Rev.* **132**, 2194, 1963.
83. P. G. H. Sanders, *Phys. Lett.* **14**, 194, 1965; **22**, 290, 1966.
84. А. Д. Сахаров, Препринт ОИЯИ, 1969.
85. J. C. North, R. C. Buscher, *Rev. Sci. Instr.* **37**, 325, 1966.
86. J. T. Ho, A. E. Siegman, *Transaction IRE*, MTT-9, 459, 1961.
87. И. Л. Берштейн, *Изв. АН СССР, сер. физика*, **24**, 145 1950.

88. Дж. Б р е н е р, Сверхпроводящие устройства, «Мир», 1964.
89. В. Б. Б р а г и н с к и й, В. И. П а н о в, ПТЭ, № 5, 136, 1969.
90. И. Г. В а с и н, П. Г. П о з д н я к о в, М. И. Я р о с л а в с к и й ДАН, 119, 481, 1958.
91. J. W. В e a m s, R. D. B o u l e, P. E. Н e x n e r, Rev. Sci. Instr. 32, 645, 1961.
92. В. И. Т а т а р с к и й, Теория флуктуационных явлений при распространении радиоволн в турбулентной атмосфере, Изд-во АН СССР, 1959.
93. М. В о г н, А. W o l f, Principles of Optics, N. Y., 1959.
94. И. Л. Б е р ш т е й н, ДАН 101, 1734, 1954.
95. Р. В e n n e t t, «Gaseous Optical masers», 1961.
96. В. С. Т р о и ц к и й, Радиотехника и электроника 1, 818, 1956.
97. УФН 92, 168, 1967.
98. Сборник статей под ред. Д. Ле Гелли и А. Розана «Космическая физика», «Мир», 1966.
99. Б. П. К о н с т а н т и н о в, М. М. Б р е д о в, Е. П. М а з е ц, ДАН 174, № 3, 580, 1967.
100. Б. П. К о н с т а н т и н о в, М. М. Б р е д о в, Е. П. М а з е ц, В. Н. П а н о в, Р. Л. А п т е к а р ь, С. В. Г о л е н и ц к и й, Ю. А. Г у р ь я н, В. Н. И л ь и н с к и й, Микрометеорные исследования на спутнике «Космос-135», препринт ФТИ АН СССР, 1968.