

В.Б. БРАГИНСКИЙ
А.Б. МАНУКИН



ИЗМЕРЕНИЕ
МАЛЫХ СИЛ
В ФИЗИЧЕСКИХ
ЭКСПЕРИМЕНТАХ

В. Б. БРАГИНСКИЙ, А. Б. МАНУКИН

ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ СИЛ В ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1974

Измерение малых сил в физических экспериментах. Б р а г и н с к и й В. Б., М а н у к и н А. Б., монография, Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1974.

В монографии рассматриваются вопросы, связанные с измерением малых сил и смещений при постановке тонких физических экспериментов с пробными телами, проводится анализ поведения макроскопического осциллятора при воздействии на него внешней регулярной силы, анализ динамического и флуктуационного влияния прибора, регистрирующего малые механические смещения пробного тела, сформулированы принципы оптимальной стратегии измерений с учетом квантовых флуктуаций прибора. Приводится описание некоторых экспериментов, где обнаружение эффекта сводится к измерению малых сил и моментов сил. Подробно описан фундаментальный эксперимент по проверке принципа эквивалентности. Рассматриваются условия, которым должен удовлетворять акселерометр для создания космического аппарата, движущегося только под действием гравитационных сил. Приводится обзор возможных астрофизических источников гравитационного излучения и обсуждаются перспективы повышения чувствительности гравитационных детекторов различного вида.

Рис. 36, табл. 6, библи. 95 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Предисловие	4
Глава I.	Флуктуационные ограничения при обнаружении малых сил	5
§ 1.	Обнаружение малой силы, действующей на классический механический осциллятор	5
§ 2.	Методы измерения малых механических колебаний	16
§ 3.	Динамическое влияние на осциллятор приборов, регистрирующих малые смещения	29
§ 4.	Квантовые свойства макроскопического осциллятора	51
§ 5.	Флуктуационное воздействие на осциллятор приборов, регистрирующих малые смещения; оптимальная стратегия измерений	55
Глава II.	Эксперименты, связанные с обнаружением малых сил	65
§ 6.	Проверка принципа эквивалентности	65
§ 7.	Спутник, свободный от сноса	91
Глава III.	Гравитационные антенны	107
§ 8.	Источники гравитационного излучения	107
§ 9.	Твердотельные гравитационные антенны	110
§ 10.	Антенны со свободными массами	127
§ 11.	Гетеродинный приемник гравитационных волн	133
§ 12.	Гравитационно-электромагнитный резонанс	141
	Заключение	145
	Литература	148

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эту книгу можно рассматривать как продолжение книги «Физические эксперименты с пробными телами» (изд-во «Наука», 1970 г.), написанной одним из авторов. Обе книги посвящены одной области исследований, в которой сейчас работает много экспериментаторов.

После выхода из печати первой книги в различных лабораториях было выполнено сравнительно большое число экспериментов, связанных с измерением малых сил, или моментов сил, и еще больше было высказано различных предложений о новых экспериментах. Кроме того, в печати появились описания некоторых новых программ экспериментов, которые будут завершены, по-видимому, в ближайшие несколько лет. Наиболее интересные, по мнению авторов, исследования, а также те, в которых они принимали непосредственное участие, некоторые проблемы теории измерений и анализ части опубликованных в печати программ измерений, посвященных фундаментальным физическим экспериментам, составляют содержание этой книги.

Для удобства чтения первая глава по структуре (но не по содержанию) повторяет первую главу книги «Физические эксперименты с пробными телами». Вторую главу можно рассматривать как иллюстрацию современного уровня экспериментальной техники в этой области. В нее также вошло описание физических ограничений, характерных для нового инструмента в космических исследованиях — спутника, свободного от сноса. В третьей главе изложено описание различных предложенных типов гравитационных антенн и анализ их предельной чувствительности.

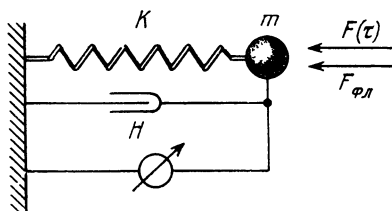
Авторы пользуются случаем выразить свою признательность своим коллегам В. Н. Руденко, В. И. Панову, Ю. И. Воронцову за ряд ценных критических замечаний и советов.

ГЛАВА I

ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ МАЛЫХ СИЛ

§ 1. Обнаружение малой силы, действующей на классический механический осциллятор

Рассмотрим простейшую схему эксперимента с классическим механическим осциллятором. Представим себе, что необходимо обнаружить воздействие конечной во времени силы $F(\tau)$ на массу m , которая связана



Р и с. 1.

с лабораторией жесткостью K , обладающей диссипацией, соответствующей коэффициенту трения H (рис. 1). Будем считать, что имеется предварительная информация о форме силы $F(\tau)$ (регулярное воздействие). Наиболее часто встречающиеся случаи: $F(\tau)$ имеет вид синусоидального цуга или $F(\tau)$ — однократный импульс. В дальнейшем нас будет интересовать лишь уровень достижимой чувствительности при обнаружении регулярных воздействий $F(\tau)$ на такой осциллятор, и мы не будем касаться квазистатических из-

мерений, в которых уровень чувствительности определяется дрейфовыми характеристиками (стабильностью температуры, стабильностью элемента жесткости и т. д.).

Предположим, что, кроме $F(\tau)$, на массу осциллятора воздействует стационарная флуктуационная сила $F_{\text{фл}}$. В частном случае тепловых флуктуаций спектральная плотность $F_{\text{фл}}$ равна $(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = 4\kappa TH$, где κ — постоянная Больцмана, а T — температура. От шумов нетеплового происхождения можно избавиться, используя ряд технических приемов (антисейсмические платформы, акустическая защита и т. п.). Тепловые же флуктуации механического осциллятора принципиально неустранимы. Это обстоятельство обычно и подчеркивается при определении предельной чувствительности гальванометров, электроскопов и т. п. Однако при этом уровень достижимой чувствительности связывается с довольно частным случаем измерений, когда время, затраченное на измерение, порядка времени затухания осциллятора (см., например, [1,2]). Если не ограничиться этим случаем, то, как это будет видно из дальнейшего, уровень достижимой чувствительности существенно выше и аналитические выражения, определяющие минимальную обнаружимую величину $F(\tau)$, иные.

Если бы удалось устранить нетепловые флуктуационные воздействия на массу m , то можно было бы сразу утверждать, что грубое условие обнаружения $F(\tau)$ имеет вид

$$F(\tau) \geq \sqrt{4\kappa TH \Delta f}, \quad (1.1)$$

где Δf — полоса частот, внутри которых лежит основная часть спектра $F(\tau)$. Из этого условия видно, что для повышения пороговой чувствительности нужно уменьшать T и H . Величина Δf определяется формой $F(\tau)$. Условие (1.1) является оценочным, так как не указан способ измерения отклика осциллятора на $F(\tau)$.

Предположим, что в нашем распоряжении имеется **идеальный прибор**, регистрирующий сколь угодно **малые механические перемещения** под воздействием

$F(\tau) + F_{\text{фл}}$ и не дающий вклада в $F_{\text{фл}}$. Такое допущение в рамках классической задачи возможно. Несколько дальше (§ 5) будет рассмотрено флуктуационное (классическое и квантовое) воздействие такого индикатора на осциллятор и будет рассмотрена оптимальная стратегия измерений.

Наиболее простой способ обнаружить отклик на воздействие $F(\tau)$ состоит в том, чтобы зарегистрировать изменение амплитуды колебаний осциллятора. Уменьшение H , необходимое для увеличения чувствительности, приводит к тому, что время релаксации $\tau_{\text{мех}}^* = 2m/H$ оказывается существенно большим, чем $\tau_{\text{изм}}$ — разумное время, которое может быть затрачено на измерение, и чем $\hat{\tau}$ — время воздействия $F(\tau)$. Таким образом, при $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^* \ll 1$ осциллятор будет вести себя как система, близкая к консервативной, и амплитуда его колебаний будет медленно меняющейся функцией (см., например, [3, 4]):

$$x(\tau) = A(\tau) \sin[\omega_0\tau + \varphi(\tau)], \quad \overline{A(\tau)} \gg \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau}. \quad (1.2)$$

Для того, чтобы утверждать с некоторой заранее определенной достоверностью, что, кроме стационарной флуктуационной силы $F_{\text{фл}}$ на массу m в течение интервала от момента 0 до $\hat{\tau}$ воздействовала и сила $F(\tau)$, нужно определить границы $|A(\hat{\tau}) - A(0)|_{1-\alpha}$, в пределах которых может изменяться амплитуда колебаний осциллятора под воздействием $F_{\text{фл}}$. Эти границы определяются лишь с заданной степенью вероятности $(1 - \alpha)$; величину α обычно называют статистической ошибкой первого рода. Таким образом, найдя эти границы (их иногда в математической статистике называют квантилями [5]), можно будет определить пороговую чувствительность для $F(\tau)$.

Выражение для плотности вероятности условного распределения амплитуды колебаний $A(\hat{\tau})$ в момент $\hat{\tau}$ имеет вид [4]

$$P[A(\hat{\tau}) | A(0)] = \frac{A(\hat{\tau})}{\sigma^2(1 - \varepsilon^2)} I_0 \left(\frac{\varepsilon A(0) A(\hat{\tau})}{\sigma^2(1 - \varepsilon^2)} \right) \exp \left[- \frac{A^2(\hat{\tau}) + \varepsilon A^2(0)}{2\sigma^2(1 - \varepsilon^2)} \right], \quad (1.3)$$

где для нашего случая

$$\varepsilon \simeq e^{-|\hat{\tau}|/\tau^*}, \quad \sigma^2 = \overline{[A(\tau)]^2}.$$

Величину $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, в соответствии с определением $P[A(\hat{\tau}) | A(0)]$, можно найти, решив уравнение

$$1 - \alpha = \int_{A(0)}^{[A(\hat{\tau})]} P[A(\hat{\tau}) | A(0)] dA(\hat{\tau}). \quad (1.4)$$

Рассмотрим два случая: $A(0) = 0$ и $A(0) \simeq \sigma$. В первом случае уравнение (1.4) имеет простой вид:

$$1 - \alpha = 1 - \exp\left[-\frac{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2}{2\hat{\mu}\sigma^2}\right], \quad (1.5)$$

где

$$\hat{\mu} = \frac{2\hat{\tau}}{\tau^*} \ll 1,$$

откуда

$$[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha} = \sigma \sqrt{\frac{2\hat{\tau}}{\tau_{\text{мех}}^*} \sqrt{2 \ln(1/\alpha)}}. \quad (1.6)$$

Величина $[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$ не сильно изменится для начальных значений $A(0) \lesssim \sigma \sqrt{\hat{\mu}}$, и с помощью соотношения (1.6) можно, задавая α , оценивать с достоверностью $(1 - \alpha)$ границы возможного изменения амплитуды колебаний $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ по истечении времени $\hat{\tau}$. Как видно из (1.6), для этого необходимо знать $\hat{\tau}$, $\tau_{\text{мех}}^*$ и σ . В случае тепловых флуктуаций

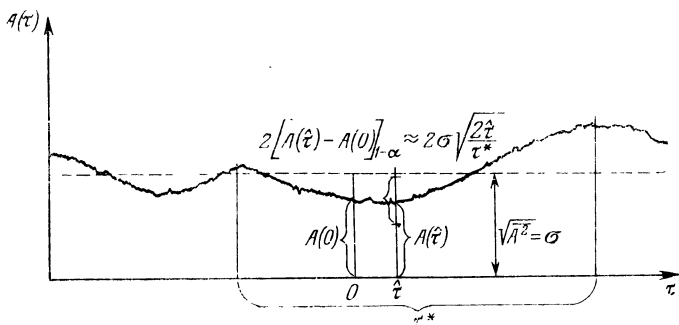
$$K\sigma^2 = \kappa T.$$

Таким образом, если осциллятор имеет малую начальную амплитуду ($A(0) = 0$ или $A(0) \lesssim \sigma \sqrt{\hat{\mu}}$) и по истечении времени $\hat{\tau}$ амплитуда его колебаний превзошла величину (1.6), то можно с достоверностью $(1 - \alpha)$ утверждать, что, кроме $F_{\text{фл}}$, на осциллятор действовала и некоторая добавочная сила $F(\tau)$ (рис. 2).

Как видно из изложенного, мы получили лишь пороговое соотношение, обычное для теории обнаруже-

ния. Иными словами, кроме «да» и «нет» о дополнительном воздействии $F(\tau)$ ничего сказать нельзя, если $A(\hat{\tau})$ незначительно превзошла или не превзошла границу $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Таким образом, величина $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ соответствует пороговой чувствительности при обнаружении малой величины $F(\tau)$. Ясно, что для того чтобы получить, например, относительную точность около 10%,



Р и с. 2.

необходимо, чтобы $F(\tau)$ в течение времени $\hat{\tau}$ сообщила осциллятору амплитуду колебаний $A(\hat{\tau})$ примерно в 10 раз бóльшую, чем $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Возвратимся к ситуации, когда $A(\hat{\tau})$ близка к граничному значению. Интерференция колебаний, вызванных $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, может привести к тому, что $A(\hat{\tau})$ не превзойдет $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ и тогда, применяя изложенный выше критерий, необходимо будет сделать неправильный вывод $F(\tau) = 0$. Для того чтобы оценить вероятность такого исхода, необходимо ввести статистическую ошибку второго рода β — вероятность того, что в предположении $F(\tau) \neq 0$ осуществится результат $A(\hat{\tau}) < [A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$.

Предположим, что сила $F(\tau)$ в отсутствие $F_{\text{фл}}$ может раскачать осциллятор за время $\hat{\tau}$ до амплитуды Γ . Зададимся некоторым значением $\xi = \Gamma/[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$ и вычислим величину β . Ограничимся при этом случаем $\xi \geq 1$ и будем считать сдвиг фаз между колебаниями,

вызванными $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, случайным. Кроме того, положим $A(0) = 0$. Нетрудно показать, учитывая интерференцию колебаний, вызванных $F(\tau)$ и $F_{\text{фл}}$, что

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} d\varphi \frac{-\Gamma \cos \varphi + \sqrt{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 - \Gamma^2 \sin^2 \varphi}}{-\Gamma \cos \varphi - \sqrt{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 - \Gamma^2 \sin^2 \varphi}} P[A(\tau) | 0] dA(\tau), \quad (1.7)$$

где

$$\sin \varphi_1 = 1/\zeta.$$

Произведя замену обозначений

$$[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha} = \frac{[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}}{\sigma}$$

и учитывая, что

$$\zeta = \Gamma/[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha},$$

получим

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} \left\{ \exp \left[-\frac{[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 (-\zeta \cos \varphi - \sqrt{1 - \zeta^2 \sin^2 \varphi})}{2\hat{\mu}} \right] - \exp \left[-\frac{[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}^2 (-\zeta \cos \varphi + \sqrt{1 - \zeta^2 \sin^2 \varphi})}{2\hat{\mu}} \right] \right\} d\varphi, \quad (1.8)$$

где, так же как и выше, $\hat{\mu} = 2\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$.

Величина $[a(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$ связана с величиной ошибки первого рода α соотношением (1.6). Используя его, можно выразить β как функцию α и ζ :

$$\beta = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi} \left\{ \alpha^{[-\zeta \cos \varphi - \sqrt{1 - \zeta^2 \sin^2 \varphi}]} - \alpha^{[-\zeta \cos \varphi + \sqrt{1 - \zeta^2 \sin^2 \varphi}]} \right\} d\varphi. \quad (1.9)$$

При $\alpha = 0,05$ и $\zeta = 1,4$ имеем $\beta = 0,117$; при $\alpha = 0,05$ и $\zeta = 2$ величина $\beta = 0,005$.

Таким образом, если использовать граничное значение (1.6), то вероятность не обнаружить воздействие

силы $F(\tau)$, которая в отсутствие $F_{\text{фл}}$ вызывает колебания амплитуды $\Gamma = 2[A(\hat{\tau})]_{1-\alpha}$, не превышает 0,5%. Величина β не существенно изменится, если $A(0) \neq 0$, но не превышает $\sigma\sqrt{\hat{\mu}}$.

Обратимся к случаю, когда $A(0)$ и $A(\hat{\tau})$ не малы по сравнению с σ величины. Определим граничные значения $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, когда $A(0) \simeq \sigma$ (см. рис. 2). Учитывая, что $[2\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*] \ll 1$, функцию I_0 в (1.3) можно заменить ее асимптотическим выражением для больших значений аргумента:

$$I_0(x) \simeq (2\pi x)^{-1/2} e^x.$$

При этом выражение для плотности вероятности условного распределения амплитуд (1.3) принимает простой вид:

$$P[a(\hat{\tau}) | a(0)] \simeq \sqrt{\frac{a(\hat{\tau})}{a(0)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\mu}}} \exp\left[-\frac{[a(\hat{\tau}) - a(0)]^2}{2\hat{\mu}}\right], \quad (1.10)$$

где

$$a(\hat{\tau}) = A(\hat{\tau})/\sigma; \quad a(0) = A(0)/\sigma.$$

Таким образом, при $A(0) \simeq \sigma$ и малых $\hat{\tau}$ нормированное изменение амплитуды $[a(\hat{\tau}) - a(0)]$ асимптотически подчиняется нормальному закону с дисперсией $\hat{\mu} = 2\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$.

Поэтому для того, чтобы найти граничное значение $[a(\hat{\tau}) - a(0)]_{1-\alpha}$, которое ограничит возможные изменения a по истечении времени $\hat{\tau}$ с некоторой вероятностью ошибки первого рода α , можно воспользоваться обычной процедурой для нормального распределения:

$$\alpha = [1 - \Phi(u_{1-\alpha})], \quad (1.11)$$

где

$$\Phi(u_{1-\alpha}) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{u_{1-\alpha}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi,$$

$$u_{1-\alpha} = \frac{[a(\hat{\tau}) - a(0)]_{1-\alpha}}{\sqrt{\hat{\mu}}}.$$

Задаваясь α и используя хорошо известные таблицы для $\Phi(u_{1-\alpha})$, можно получить граничные значения $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$. Например, при $\alpha = 0,05$, $u_{0,95} = 1,96$

$$[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{0,95} = \sigma \sqrt{\hat{\mu}} \cdot 1,96.$$

В общем случае

$$[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha} = \sigma \sqrt{\hat{\mu}} u_{1-\alpha}. \quad (1.12)$$

Интересно сравнить близкие функции $[2\ln(1/\alpha)]^{1/2}$ и $u_{1-\alpha}$. В табл. 1 приведены численные значения этих функций для нескольких значений α .

Таблица 1

α	$[2\ln(1/\alpha)]^{1/2}$	$u_{1-\alpha}$	α	$[2\ln(1/\alpha)]^{1/2}$	$u_{1-\alpha}$
0,05	2,45	1,96	0,001	3,72	3,29
0,01	3,04	2,58	0,0005	3,90	3,48
0,005	3,25	2,81	0,0001	4,29	3,88

Как видно из таблицы, численные значения этих двух функций при $0,05 > \alpha > 0,0001$ отличаются незначительно. Таким образом, граничная величина для изменения амплитуды не критична к начальному значению амплитуды колебаний.

Величина ошибки второго рода β для случая $A \simeq \sigma$ может быть рассчитана так, как это обычно делается в случае нормального распределения (см., например, [5]).

Как видно из соотношений (1.6) и (1.12), граничная величина $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, определяющая минимальное обнаружимое изменение амплитуды, вызванное внешним воздействием $F(\tau)$ в течение $\hat{\tau}$, равна произведению $\sigma \sqrt{2\hat{\tau}/\tau^*}$, помноженному на численный множитель порядка $2 \div 4$, зависящий от выбранных значений статистических ошибок первого и второго рода α и β . Иными словами, для определения $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, а следовательно, и для определения $[F(\tau)]_{\min}$ необхо-

димо знание σ , $\hat{\tau}$ и $\tau_{\text{мех}}^*$. Величины $\tau_{\text{мех}}^*$ даже для обычных крутильных маятников составляют десятки суток ($\tau_{\text{мех}}^* \sim 10^6 \text{ сек}$), а для определения величины σ необходимо время по крайней мере порядка $3\tau^*$. Однако если имеется возможность произвести несколько измерений воздействий одинаковых $F(\tau)$ с одинаковым временем воздействия $\hat{\tau}$ (повторение измерений) или если при $\tau_{\text{изм}} > \hat{\tau}$ имеется возможность несколько раз определить в течение интервалов времени, равных $\hat{\tau}$, изменения амплитуды колебаний, то потребность в предварительной информации о величинах σ и $\tau_{\text{мех}}^*$ отпадает. В этом случае вместо $\sigma\sqrt{\hat{\mu}} u_{1-\alpha}$ следует брать $s(N-1)^{-1/2} t_{1-\alpha}$, где s^2 — оценка дисперсии $\sigma^2 \hat{\mu}$ изменения амплитуды за время $\hat{\tau}$, взятая из опыта, N — число повторений*), а $t_{1-\alpha}$ — квантиль t -распределения Стьюдента [5]. Уже при $N = 10$ квантиль $t_{1-\alpha}(N) \simeq u_{1-\alpha}$, а s^2 может отклоняться от $\sigma^2 \hat{\mu}$ не более чем на 30—40%. Такая процедура, как это следует из изложенного, справедлива лишь для случая $A(0) \simeq \sigma$, т. е. когда отклонение амплитуды осциллятора близко к нормальному закону и не годится для $A(0) \ll \sigma\sqrt{\hat{\mu}}$. Однако нетрудно показать, что если $A(0) > \sigma$ (например, $A(0) \sim 3\sigma \div 5\sigma$) и измерение отклонений $A(\tau) - A(0)$ производится с поправкой на монотонное убывание (отсчет от линии регрессии), то асимптотическая нормальность случайных отклонений сохраняется.

Таким образом, при теоретических прогнозах экспериментов можно пользоваться соотношениями (1.6) и (1.12), а при непосредственных измерениях — изложенной процедурой. В § 6 будут приведены примеры, иллюстрирующие применение этих приемов при обнаружении малых воздействий на механические осцилляторы.

Отметим важное условие, необходимое для выполнения указанных приемов выделения сигнала из шума. Если σ и τ^* неизвестны, то экспериментатор должен

*) Число повторений N должно удовлетворять условию $N \geq 2$, так как величина $t_{1-\alpha}(N)$ определена при числе статистических степеней свободы $\hat{f} \geq 1$; величина $\hat{f} = 1$ соответствует двум независимым измерениям.

иметь возможность либо несколько раз повторить измерение, либо без воздействия $F(\tau)$ иметь возможность определить s^2 — оценку $\sigma^2 \hat{\mu}$, т. е. необходимо, чтобы время $\tau_{\text{изм}}$, затраченное на измерение, превышало бы $\hat{\tau}$.

Обсудим физические следствия из полученных выше соотношений (1.6) и (1.12). Как видно из этих соотношений, наименьшее значение изменения амплитуды колебаний осциллятора, которое еще можно обнаружить, существенно зависит от величин $\hat{\tau}$ и $\tau_{\text{мех}}^*$, а в случае тепловых флуктуаций, от трения в осцилляторе. Величина энергии ΔE , вкладываемой или извлекаемой из осциллятора регулярным внешним воздействием, которую можно различить в соответствии с (1.6) и (1.12), равна:

при $A(0) = 0$

$$\Delta E = K \{ \zeta, (\alpha, \beta) [A(\hat{\tau})]_{1-\alpha} \}^2 = 4 \ln(1/\alpha) \{ \zeta(\alpha, \beta) \}^2 \kappa T \frac{\hat{\tau}}{\tau_{\text{мех}}^*}, \quad (1.13)$$

и при $A(0) \simeq \sigma$

$$\begin{aligned} \Delta E &= 2K\sigma\zeta'(\alpha, \beta) [A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha} = \\ &= 2\sqrt{2}\zeta'(\alpha, \beta) u_{1-\alpha} \kappa T \sqrt{\frac{\hat{\tau}}{\tau_{\text{мех}}^*}}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

В (1.13) и (1.14) $K = m\omega_0^2$ — жесткость в осцилляторе.

Как видно из (1.13) и (1.14), различные порции энергии составляют доли равновесного значения κT . Эти доли тем меньше, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$. Этот результат не является удивительным, если учесть, что при $\tau_{\text{мех}}^* \gg \hat{\tau}$ мы имеем дело с неравновесным процессом. Осциллятор, находящийся в тепловом равновесии с лабораторией, имеет среднюю энергию κT . За время $\tau_{\text{мех}}^*$ энергия осциллятора изменится на величину порядка κT , а за время $\hat{\tau}$ на величину тем меньшую, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$. Множители, стоящие перед $\kappa T(\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*)$ и $\kappa T\sqrt{\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*}$ в (1.13) и (1.14), как это следует из изложенного выше, порядка нескольких единиц. Если нет необходимости учитывать статистиче-

скую ошибку второго рода, то в множителях остаются лишь $4 \ln(1/\alpha)$ и $2\sqrt{2}u_{1-\alpha}$ соответственно.

Найдем теперь минимальную, обнаружимую с помощью описанной процедуры, величину силового воздействия $F(\tau)$ на механический осциллятор. Рассмотрим простейший случай, когда $F(\tau) = F_0 \sin \omega \tau$ в течение интервала $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$ и $F(\tau) = 0$ вне этого интервала. Предположим также, что $\omega = \omega_0$. Если начальная фаза $F(\tau)$ выбрана в соответствии с мгновенным значением фазы колебаний осциллятора, то изменение амплитуды колебаний $\Gamma \cong F_0 \hat{\tau} (2m\omega_0)^{-1}$, так как $\hat{\tau} \ll \tau^*$, и вычисление Γ можно делать как для консервативной системы. Отсюда, требуя чтобы Γ было бы не меньше, чем $[A(\hat{\tau}) - A(0)]_{1-\alpha}$, получаем для случая тепловых флуктуаций

$$[F_0]_{\min} = \theta \sqrt{\frac{2\kappa TH}{\hat{\tau}}} = \theta \sqrt{\frac{4\kappa T m}{\hat{\tau} \tau_{\text{мех}}^*}}, \quad (1.15)$$

где θ равно $\zeta(\alpha, \beta) \sqrt{2 \ln(1/\alpha)}$ при $A(0) \leq \sigma \sqrt{\bar{\mu}}$ или $\zeta'(\alpha, \beta) u_{1-\alpha}$ при $A(0) \simeq \sigma$.

Выражение (1.15) для случая, когда $F(\tau)$ имеет вид цуга синусоидальных колебаний, дает точное значение пороговой амплитуды силы $[F_0]_{\min}$ при известных T , m , $\tau_{\text{мех}}^*$, $\hat{\tau}$, α и β и при выбранном способе измерений (измерение амплитуды колебаний). Оно может служить также и оценкой при теоретических прогнозах результатов эксперимента, так как при измерениях величина $\sigma \sqrt{\bar{\mu}} u_{1-\alpha}$ заменяется на близкую $s(N-1)^{-1/2} t_{1-\alpha}(N)$ (см. выше).

Как и следовало ожидать, точное соотношение (1.15) отличается числовым множителем от приближенного (1.1). Из (1.15) следует, что для увеличения пороговой чувствительности необходимо увеличивать как $\tau_{\text{мех}}^*$, так и $\hat{\tau}$. Так как F_0 убывает как $(\hat{\tau})^{-1/2}$, то увеличение длительности цуга и увеличение числа повторений измерений N одинаково уменьшают $[F_0]_{\min}$.

Справедливость соотношений (1.13), (1.14), (1.15) ограничена, во-первых, классическим подходом к задаче и, во-вторых, тем, что не было учтено флуктуацион-

ное влияние индикатора малых колебаний осциллятора. При достаточно больших τ^* (достаточно малых H) это влияние должно сказаться. Подробно связанные с таким влиянием эффекты рассмотрены в §§ 3—5.

Резюмируя изложенное, подчеркнем еще раз важные для последующего изложения результаты:

а) минимальная обнаружимая сила слабо зависит (при выбранной процедуре измерения) от начального значения амплитуды колебаний осциллятора (см. соотношения (1.6) и (1.12), а также табл. 1);

б) величина энергии, вкладываемой или извлекаемой из осциллятора обнаружимым детерминированным внешним воздействием, существенно зависит от начальной амплитуды колебаний осциллятора (соотношения (1.13) и (1.14)).

В заключение отметим одно существенное обстоятельство. Описанная выше процедура измерений для обнаружения детерминированной силы $F(\tau)$, действующей на механический осциллятор, весьма близка к оптимальной. Можно показать [6], что проигрыш в эффективности в рассмотренной выше процедуре по сравнению с оптимальной равен $\sqrt{2}$ в случае случайных фазовых соотношений между $F(\tau)$ и тепловыми колебаниями осциллятора.

§ 2. Методы измерения малых механических колебаний

В этом разделе мы рассмотрим две основные группы методов, позволяющих регистрировать относительно малые амплитуды механических колебаний: радиотехнические и оптические. Эти методы условно могут быть названы бесконтактными, в отличие от тензодатчиков и пьезопреобразователей, с помощью которых измеряется напряжение в локальных областях механических колебательных систем. Последние обладают меньшей потенциальной чувствительностью и, кроме того, оказывают большее динамическое влияние на исследуемую колебательную систему (существенно изменяют собственную частоту и добротность). Подробно на свойствах пьезодатчиков и тензодатчиков мы останавливаться

не будем. Наибольшие чувствительности при измерении малых колебаний с помощью пьезодатчиков были достигнуты, по-видимому, в работах [7, 8]. Эффект влияния электрической цепи, подсоединенной к пьезодатчику, на параметры механической колебательной системы подробно рассмотрен в [9].

Радиотехнические и оптические датчики иногда называют датчиками типа модулятор — демодулятор, так как в них механические колебания модулируют один из параметров источника электромагнитного излучения (мощность, амплитуду, частоту или фазу), а затем с помощью высокочастотного детектора эта модуляция выделяется. Ясно, что чувствительность таких методов определяется в основном флуктуационными процессами в источнике и резонансных электромагнитных системах, входящих в состав датчика. Ограничения чувствительности, связанные с этими флуктуациями, и будут в основном рассмотрены в этом параграфе. В заключение будут кратко описаны возможности при измерении малых квазистатических (не колебательных) смещений, достижения при измерении длин и вариаций длин на больших расстояниях, а также перспективы для некоторых других видов датчиков.

Прежде чем перейти к описанию собственно самих датчиков, кратко остановимся на вопросе о том, какие наименьшие амплитуды колебаний имеют физический смысл в классическом приближении.

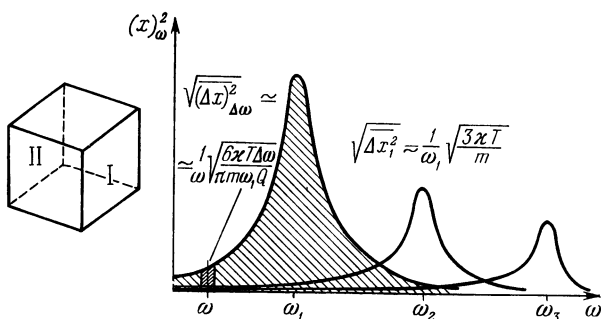
Сразу следует оговорить, что нас будут интересовать лишь фурье-компоненты механических колебаний в заданной полосе частот. Поэтому целесообразно рассмотреть и дать оценки для тепловых колебаний протяженных тел.

На рис. 3 изображено распределение тепловых колебаний между плоскостями I — II протяженного твердого тела массой m , имеющего форму куба со стороной l . Каждой моде собственных колебаний этого куба соответствует в среднем колебательная энергия χT . Очевидно, что спектральная плотность $(x)_{\omega}^2$ тепловых колебаний будет существенно зависеть от добротности колебаний каждой моды [см. рис. 3]. Нетрудно дать оценки для разных участков спектра. Среднеквадратичное

смещение $\sqrt{\Delta x_1^2}$ между плоскостями I и II, соответствующее первой моде колебаний, равно

$$\sqrt{\Delta x_1^2} \cong \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{3\kappa T}{m}}, \quad (2.1)$$

где $\omega_1 \cong \pi V_{\text{зв}}/l$, $V_{\text{зв}}$ — скорость распространения звука. Полагая $V_{\text{зв}} = 1 \cdot 10^6$ см/сек, $T = 3^\circ \text{К}$, $l = 1$ см, $m = 4$ г, получим $\sqrt{\Delta x_1^2} \cong 3,0 \cdot 10^{-15}$ см.



Р и с. 3.

Еще меньшие значения амплитуд колебаний соответствуют относительно узким спектральным интервалам $\Delta\omega$, если последние не захватывают резонансные максимумы. Так, например, среднеквадратичное колебание $\sqrt{(\Delta x^2)_{\Delta\omega}}$ в интервале частот $\Delta\omega$ вблизи частоты $\tilde{\omega} \ll \omega_1$ (см. рис. 3) равно:

$$\sqrt{(\Delta x^2)_{\Delta\omega}} \cong \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{6\kappa T \Delta\omega}{\pi m \omega_1 Q_1}}, \quad (2.2)$$

где Q_1 — добротность первой моды колебаний.

Параметр $\omega_1 Q_1$ может приблизительно характеризовать диссипативные свойства материала (более подробно это будет рассмотрено в гл. III). Для алюминия $\omega_1 Q_1 \cong \cong 2 \cdot 10^9$, для сапфира при $T \cong 3^\circ \text{К}$ $\omega_1 Q_1 \cong \cong 10^{16}$.

Полагая в формуле (2.2) $T = 3^\circ\text{K}$, $\Delta\omega = 2\pi \text{сек}^{-1}$, $V_{\text{зв}} = 1 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$, $\omega_1 Q_1 = 1 \cdot 10^{16}$, получим

$$\sqrt{(\Delta x)_{\Delta\omega}^2} \simeq 1,2 \cdot 10^{-23} \text{ см.}$$

В формулах (2.1) и (2.2) не учитывался вклад в моды колебаний ω_2 , ω_3 и т. д. Нетрудно показать, что при достаточно больших Q_1 , Q_2 , Q_3 , . . . этот вклад незначителен.

Резюмируя изложенное, отметим, что обе полученные оценки для фурье-компоненты механических колебаний существенно меньше размеров атомного ядра, и тем не менее имеют физический смысл и могут быть измерены. Однако к моменту написания этой книги разработанная методика позволяет измерять механические колебания лишь на уровне $\sim 1 \cdot 10^{-14} \text{ см}$ в полосе около 1 гц [10] и лишь планируется создание датчиков для регистрации колебаний $10^{-17} \div 10^{-18} \text{ см}$ [11, 12].

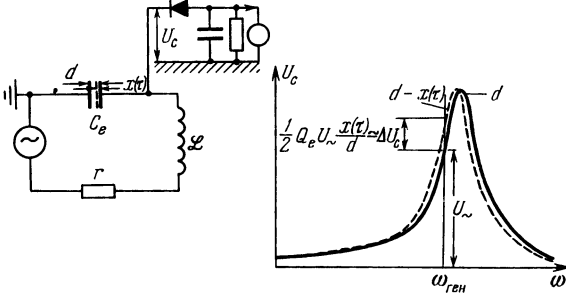
В приведенных выше оценках $\hbar\omega_1 \ll kT$. Квантовые ограничения для измерения малых механических колебаний с учетом больших Q будут рассмотрены в § 4.

Радиотехнические датчики малых колебаний. Наибольшей чувствительностью среди различных радиотехнических устройств, преобразующих механические перемещения в электрические сигналы, обладают так называемые емкостные датчики. Пластины электрического конденсатора C_e , изменение $x(\tau)$ расстояния d между которыми необходимо измерить, вместе с индуктивностью \mathcal{L} образуют электрический контур. Этот контур входит в состав радиочастотного генератора, либо в контуре возбуждаются колебания с помощью дополнительного автогенератора. В первом случае изменяется частота генератора, во втором — изменяется амплитуда и фаза колебаний в контуре. Несложные радиотехнические устройства регистрируют эти изменения. Обычно в емкостных датчиках частота генератора $\omega_{\text{ген}}$ и частота контура $\omega_{\text{конт}}$ много больше частот, внутри которых лежит основная часть спектра $x(\tau)$.

На рис. 4 изображено устройство емкостного датчика, в котором изменение d при фиксированной частоте

генератора $\omega_{\text{ген}}$ приводит к изменению амплитуды колебаний на емкости ΔU_c .

Чувствительность таких датчиков определяется флуктуациями частоты и амплитуды автогенератора, а также тепловыми флуктуациями в собственно электрическом контуре. Если контур входит в состав автогенератора, то обнаружимое изменение частоты $\delta\omega_{\text{ген}}$,



Р и с. 4.

вызванное изменением $x(\tau)$, должно быть больше, чем

$$\delta\omega_{\text{ген}} = \omega_{\text{ген}} \frac{x(\tau)}{2d} \geq \xi \sqrt{w(\omega) (\Delta\omega)_{x(\tau)}}, \quad (2.3)$$

где $w(\omega)$ — спектральная плотность девиации частоты автогенератора, $(\Delta\omega)_{x(\tau)}$ — полоса частот, внутри которой лежит основная часть спектра $x(\tau)$, ξ — множитель порядка $2 \div 4$, зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения. При этом предполагается, что $(\Delta\omega)_{x(\tau)}$ достаточно мала, так что $w(\omega)$ несущественно изменяется внутри $(\Delta\omega)_{x(\tau)}$.

Если ширина линии автогенератора определяется только дробовым эффектом, то формула (2.3) принимает вид

$$x(\tau) \geq \xi 2d \sqrt{\frac{ei_0 r \Delta\omega}{4\pi W}}, \quad (2.4)$$

где i_0 — амплитуда гармоники тока в лампе, e — заряд электрона, r — активное сопротивление в контуре автогенератора, W — мощность генератора.

Если ширина линии определяется только тепловыми флуктуациями в контуре и дробовой эффект отсутствует (как, например, в парамагнитном автогенераторе), то (2.3) можно записать так:

$$x(\tau) \geq \xi \frac{2d}{Q_e} \sqrt{\frac{2\kappa T \Delta \omega}{\pi W}}, \quad (2.5)$$

где Q_e — добротность электрического контура, входящего в генератор.

Соотношения (2.4) и (2.5) не учитывают дополнительного вклада в спектральную плотность девиации частоты так называемых избыточных шумов (имеющих спектральную зависимость типа $1/\omega$).

В принципе применение мостовых (балансных) схем позволяет скомпенсировать шумы автогенератора, если использовать один автогенератор и два возможно более одинаковых электрических контура, в одном из которых изменяется емкость. Тогда единственно неустраняемой помехой будут некоррелированные тепловые электрические шумы в каждом из таких контуров, и $x(\tau)$ должно вызывать такие изменения в амплитуде или фазе вынужденных электрических колебаний в контуре, которые в полосе частот $\Delta\omega$ превышают флуктуационные. Нетрудно показать, что в этом случае

$$x(\tau) \geq \xi \frac{2d}{U_{\sim}} \sqrt{\frac{2\kappa T \Delta \omega}{\pi \omega_e Q_e C_e}} = \xi \frac{2d}{U_{\sim}} \sqrt{\frac{2\kappa T r \Delta \omega}{\pi}}, \quad (2.6)$$

где U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения емкости C_e , ω_e — собственная частота контура.

Простые вычисления показывают, что соотношения (2.6) и (2.5) совпадают и, следовательно, если в автогенераторе нет дробовых шумов, и резонансный контур с изменяющейся емкостью одинаково удобно использовать и в автогенераторе и в качестве нагрузки к нему, то предельные чувствительности двух вариантов емкостного датчика одинаковы. Однако следует принимать во внимание, что отношение (2.5) не учитывает избыточных шумов, которые существенны для низкочастотных компонент $x(\tau)$ (менее 1 $\mu\text{Гц}$), и поэтому балансные

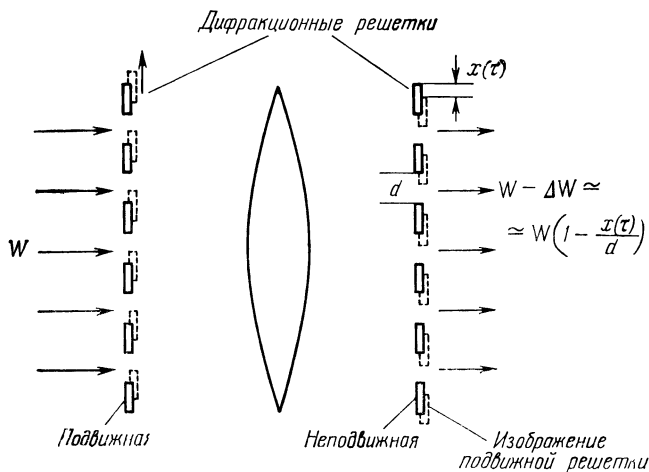
схемы с пассивными контурами и одним автогенератором предпочтительнее.

Оценим возможную чувствительность емкостного датчика, исходя из современного уровня достижений в области сверхпроводящих резонаторов (см., например, обзор [13]). Если подставить в (2.6) $T = 4^\circ\text{K}$, $\omega_e = 6 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$, $Q_e = 10^{11}$, $C_e = 1 \text{ нф}$, $d/U_{\sim} = 10^{-6} \text{ см/в}$, $\xi = 2$, то $x(\tau) \simeq 1 \cdot 10^{-21} \sqrt{\Delta\omega} \text{ см}$. Следует оговорить, что температура $T \sim 10^{-3}^\circ\text{K}$ является доступной во многих лабораториях, а величина Q_e , с устранением целого ряда специфических потерь (см. [13]), экспоненциально растет с понижением температуры. Поэтому приведенную оценку нужно рассматривать как условную, и не исключено, что в ближайшие годы бóльшая чувствительность будет достигнута.

Если не применять высокодобротных сверхпроводящих резонаторов, то при комнатной температуре достижимая чувствительность ниже. В качестве примера приведем параметры емкостного датчика с одним пассивным контуром (см. подробнее [10]), в котором была использована схема, изображенная на рис. 4. Параметры датчика были следующими: $d = 2 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, $U_{\sim} = 20 \text{ в}$, $\omega_e = 3,10^7 \text{ рад/сек}$, $C_e = 100 \text{ нф}$, $Q_e \simeq 600$. В полосе $\Delta\omega \simeq 3 \text{ рад/сек}$ этот датчик позволял регистрировать амплитуду механических колебаний $\sim 1 \cdot 10^{-14} \text{ см}$ вблизи механической частоты $\omega_{\text{мех}} \simeq 10^4 \text{ рад/сек}$. Эта величина примерно на порядок больше, чем значение, которое можно получить из (2.6). Отметим, что в датчике не была применена схема компенсации.

Оптические датчики малых колебаний. В разных модификациях известны два основных оптических метода индикации малых механических смещений или колебаний. В первом методе (его иногда называют методом «ножа и щели» или оптическим левером [14, 15]) оптическое изображение одной дифракционной решетки, получаемое с помощью объектива, совмещается со второй решеткой, обладающей таким же шагом. Смещение одной из этих решеток параллельно другой вызывает модуляцию светового потока, проходящего через обе решетки (рис. 5). Эта модуляция может быть заре-

гистрирована с помощью фотодетектора. Чем меньше шаг решеток, тем больше глубина модуляции при том же смещении. Если предположить, что шаг решетки порядка длины волны, флуктуации светового потока вызваны лишь независимостью излучения фотонов из источника, а квантовый выход фотодетектора близок



Р и с. 5.

к единице, то минимальное смещение $[x(\tau)]_{\text{мин}}$, которое может быть зарегистрировано таким устройством, определится из условия

$$\frac{[x(\tau)]_{\text{мин}}}{\lambda_0} \geq \sqrt{\frac{h\nu_0}{\pi W_0} \Delta\omega}$$

или

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} \simeq \xi \lambda_0 \sqrt{\frac{h\nu_0}{\pi W_0} \Delta\omega} = \xi \sqrt{\frac{hc\lambda_0}{\pi W_0} \Delta\omega}, \quad (2.7)$$

где h — постоянная Планка, W_0 — мощность светового потока после второй дифракционной решетки, $\Delta\omega$ — полоса частот, характерных для $x(\tau)$, λ_0 и ν_0 — соответственно длина волны и частота излучения, ξ — безразмерный множитель порядка нескольких единиц,

зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения. Если положить $\xi = 2$, $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $W_0 = 10^6$ эрг/сек, то $x(\tau) \simeq 1 \cdot 10^{-13} \sqrt{\Delta\omega}$ см. Наименьшее квазистатистическое смещение, которое удалось зарегистрировать Джонсу таким методом, составляет несколько единиц 10^{-12} см [14]. При этом вся механическая часть оптической системы была термостабилизирована до $\sim 1 \cdot 10^{-6}$ °С.

Вместо двух дифракционных решеток можно применить для получения глубокой модуляции светового потока оптический нож, перекрывающий световой поток вблизи фокального пятна оптического объектива. Если в объективе устранены aberrации, а источник света дает плоскую монохроматическую волну, то распределение интенсивности оптического излучения вблизи фокуса объектива определяется лишь дифракцией волны на апертуре объектива. Используя известные выражения для поля световой волны вблизи фокального пятна [16], нетрудно рассчитать минимальное смещение $x(\tau)$ оптического ножа, которое может быть обнаружено:

$$x(\tau) \simeq 0,2\xi \frac{L}{a} \lambda_0 \sqrt{\frac{h\nu_0}{\pi W_0} \Delta\omega} = 0,2\xi \frac{L}{a} \sqrt{\frac{hc\lambda_0}{\pi W_0} \Delta\omega}, \quad (2.8)$$

где L — фокусное расстояние объектива, a — диаметр входного отверстия объектива. Как видно из сравнения (2.7) и (2.8), основной характеристикой, определяющей минимальные разрешимые смещения, является спектральная плотность флуктуационной модуляции мощности светового потока M_ω^2 . При выводе соотношений (2.7) и (2.8) предполагалось, что излучение отдельных фотонов из источника происходит независимо, и следовательно,

$$M_\omega^2 = \frac{h\nu_0}{\pi W_0}. \quad (2.9)$$

Второй оптический метод измерения малых механических смещений состоит в регистрации с помощью фотодетектора изменений светового потока, проходящего

через интерферометр, при перемещении его зеркал. На интерферометре Майкельсона при использовании в качестве источника одномодового гелий-неонового лазера, Моссу, Миллеру и Форварду [17] удалось зарегистрировать колебания зеркал на звуковой частоте с амплитудой $\sim 10^{-12}$ см при полосе $\Delta\omega = 2\pi$ рад/сек. Достигнутая стабильность частоты гелий-неонового газового лазера, по мнению Джавана [15], позволяет регистрировать с помощью резонатора Фабри — Перо относительные смещения его зеркал порядка нескольких единиц на 10^{-13} см.

Рассмотрим на примере резонатора Фабри — Перо предельную чувствительность этого метода. Предположим, что излучение от оптического квантового генератора (ОКГ) мощностью W_0 и частотой ν_0 , работающего в одномодовом режиме, возбуждает оптические колебания в резонаторе Фабри — Перо на основной моде. Фотодетектор с квантовым выходом, близким к единице, регистрирует модуляцию светового потока от ОКГ, прошедшего через резонатор. Такие резонаторы, в зеркалах которых использованы многослойные диэлектрические покрытия, обладают весьма высокой добротностью

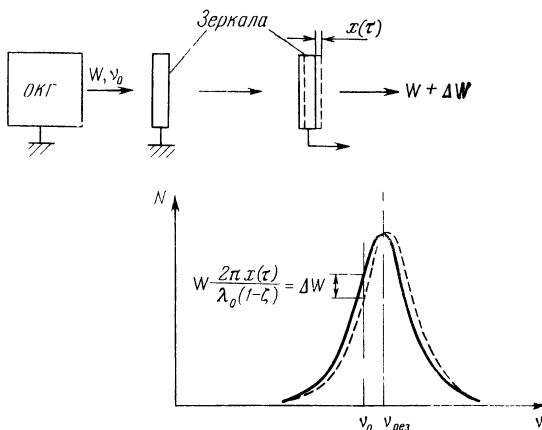
$$Q_{\text{опт}} = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{2\pi\nu_{\text{рез}}l}{c(1-\zeta)}, \quad (2.10)$$

где l — расстояние между зеркалами, c — скорость света, ζ — коэффициент отражения от зеркал. Современные многослойные покрытия позволяют получать $\zeta \simeq 0,998$, и поэтому величина $Q_{\text{опт}}$ достигает 10^{10} . Предположим, что резонатор настроен относительно частоты ОКГ на величину $\nu_{\text{рез}}/2Q_{\text{опт}}$. В этом случае достигается близкая к максимальной модуляция мощности светового потока, прошедшего через резонатор, при малом относительном смещении зеркал (рис. 6). Если воспользоваться известными выражениями для формы резонансной кривой такого резонатора (см., например, [18]), то можно вычислить относительное изменение мощности светового потока на выходе резонатора $M_{x(\tau)}$, вызванное смещением $x(\tau)$ одного зеркала

относительно другого *):

$$M_{x(\tau)} = \frac{2\pi x(\tau)}{(1-\xi)\lambda_0}. \quad (2.11)$$

Предположим, что частота ОКГ не флуктуирует, а флуктуации мощности ОКГ такие же, как у источника



Р и с. 6.

света, выход фотонов из которого независим. Тогда условие обнаружения $x(\tau)$ имеет простой вид:

$$M_{x(\tau)} = \xi \sqrt{M_{\omega}^2 \Delta \omega}.$$

Отсюда, используя (2.9), получаем

$$[x(\tau)]_{\min} = \xi \frac{(1-\xi)\lambda_0}{2\pi} \sqrt{\frac{h\nu_0}{\pi W_0} \Delta \omega}, \quad (2.12)$$

где, как и ранее, через ξ обозначен безразмерный множитель порядка нескольких единиц, зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения. Как вид-

*)Выражение (2.11) для $M_{x(\tau)}$, полученное в предположении, что резонатор расстроен относительно частоты ОКГ на $\nu_{\text{рез}}/2Q_{\text{опт}}$, дает величину, примерно на 20% меньшую, нежели $[M_{x(\tau)}]_{\max}$, которое получается при несколько иной расстройке.

но из сравнения (2.7), (2.8) с (2.12), выигрыш по разрешающей способности второго метода по сравнению с первым составляет примерно $(1 - \xi)$ раз.

Учтем теперь флуктуации частоты ОКГ, которые также приводят к флуктуационной модуляции амплитуды светового потока на выходе резонатора. Для этой цели воспользуемся приближенным выражением для спектральной плотности девиации частоты ОКГ [18]:

$$w(\omega) \cong \frac{4h\nu_0 (\Delta\nu_{\text{рез}})^2}{W_0}. \quad (2.13)$$

Модуляция собственной частоты резонатора Фабри — Перо, вызванная смещением зеркал $\Delta\nu_{\text{мод}}/\nu_{\text{рез}} = x(\tau)/l$, должна быть больше $\frac{1}{2\pi\nu_0} \sqrt{w(\omega) \Delta\omega}$. Поэтому

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = l \frac{\Delta\nu_{\text{мод}}}{\nu_{\text{рез}}} = \xi l \frac{\sqrt{w(\omega) \Delta\omega}}{2\pi\nu_0}. \quad (2.14)$$

Используя (2.14), а также условие $\nu_{\text{рез}} \simeq \nu_0$, получаем

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = \xi \frac{(1 - \xi) \lambda_0}{\pi} \sqrt{\frac{h\nu_0}{\pi W_0} \Delta\omega}. \quad (2.15)$$

Выражения (2.15) и (2.12) отличаются лишь численным множителем 2. Полагая $\xi = 2$, $\zeta = 0,995$, $W_0 = 10^6$ эрг/сек, $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, получим $[x(\tau)]_{0,95} \simeq 3 \cdot 10^{-16} \sqrt{\Delta\omega}$ см.

При выводе (2.15) и (2.12) были использованы приближенные выражения для $w(\omega)$ и M_ω^2 для источника с флуктуациями независимо излучающихся фотонов.

Если сравнить аналитические выражения (2.7), (2.12), (2.15) и (2.6), а также получаемые для них оценки, с учетом достижений электроники сверхпроводящих цепей, то видно, что емкостные датчики малых колебаний при малых расстояниях между массами перспективнее. Однако динамическое влияние емкостных датчиков на механическую колебательную систему больше (см. подробнее § 3). Иногда условия эксперимента требуют измерять квазистатические изменения расстояния.

Ясно, что в этом случае минимальное обнаружимое смещение Δx для емкостного датчика определяется из простого условия

$$\Delta x \geq 2d \frac{\Delta \omega_e}{\omega_e}, \quad (2.16)$$

где $\Delta \omega_e / \omega_e$ — уход частоты радиочастотного генератора за время измерения. Достигнутая стабильность при использовании сверхпроводящих резонаторов $\Delta \omega_e / \omega_e \simeq 10^{-14}$ за $\hat{\tau} \simeq 10$ сек [13]. Это значит, что при $d \simeq 10^{-3}$ см можно зарегистрировать квазистатические смещения Δx , превышающие $2 \cdot 10^{-17}$ см, за 10 сек.

Кратко укажем результаты разрешения при измерении расстояния с помощью СВЧ радиолокационных методов между спутником и Землей. В настоящее время достигнута метрологическая точность $\Delta L \simeq 10^2$ см при расстоянии $L \simeq 10^2$ млн. км; вариации расстояния $\delta(L) \simeq 0,4$ см можно регистрировать при времени усреднения $\hat{\tau} \simeq 60$ сек [19] (эта проблема будет более подробно рассмотрена в § 9 в связи с анализом чувствительности гравитационных антенн со свободными массами).

Следует отметить еще две физические возможности для реализации датчиков малых смещений в лабораторных условиях.

В современных электронных стробоскопических микроскопах уже достигли диаметра пятна пучка электронов $D \simeq 5 \cdot 10^{-8}$ см [20]. Эта величина близка к наименьшему диаметру, определяемому соотношением неопределенностей Гейзенберга. Если, аналогично оптическому левелю, поместить в пятно «нож», то можно, измеряя малые изменения δi тока электронов, попадающего на «нож», регистрировать малые смещения $x(\tau)$ «ножа» относительно центра пятна. Очевидно, что в такой схеме измерений, при условии, что единственным источником флуктуаций является дробовой шум электронов,

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} \simeq D \sqrt{\frac{e \Delta \omega}{\pi i}}, \quad (2.17)$$

где i — среднее значение тока, попадающего на «нож», e — заряд электрона, $\Delta \omega$ — полоса частот, характер-

ная для $x(\tau)$. Формула (2.17) справедлива, если предполагать, что эффект депрессии дробового шума равен единице. Подставляя в (2.17) $D = 5 \cdot 10^{-8}$ см, $i = 10^{-5}$ а, получим $[x(\tau)]_{\text{мин}} \simeq 4 \cdot 10^{-15} \sqrt{\Delta\omega}$ см.

Такого рода устройство для измерения малых колебаний еще не применялось. Не исключено, что в некоторых конкретных условиях датчик, использующий модуляцию тока электронов, окажется удобнее, чем оптический или радиотехнический. В § 5 будет рассмотрена схема опыта, в котором применяется подобное устройство для измерения малых СВЧ полей.

Фейрбанком и Гамильтоном [21] была предложена схема измерения малых механических колебаний твердых гравитационных антенн с использованием магнетометра на джозефсоновском переходе. В качестве одного из основных элементов в таком датчике применена катушка с постоянным током, создающая неоднородное магнитное поле, градиент которого $\partial B/\partial x \simeq \simeq 10^{+5}$ э/см. Если поместить в такое поле джозефсоновский магнетометр, разрешающий $\Delta B \simeq 10^{-12}$ э, то, следовательно, можно измерять механические колебания, величина которых $\Delta x \simeq 10^{-17}$ см.

Явным недостатком такого датчика является его чувствительность к магнитному полю, которое значительно труднее экранировать, чем электрическое.

В настоящее время трудно отдать предпочтение такому типу датчиков малых смещений по сравнению с радиотехническими или оптическими, которые описаны выше. Изготовление и опробование датчиков разных типов покажет, в каких из них легче достигнуть рекордного разрешения.

§ 3. Динамическое влияние на осциллятор приборов, регистрирующих малые смещения

В предыдущем параграфе были рассмотрены методы измерения предельно малого воздействия на механический осциллятор. При этом предполагалось, что прибор идеальный в том смысле, что он не оказывает никакого влияния на механический осциллятор.

В этом параграфе будут проанализированы динамические эффекты, связанные с различными индикаторами малых смещений. Конкретно нас будет интересовать знак и величина воздействия регистрирующего прибора на собственную частоту и затухание механического осциллятора. При стремлении достичь предельно высокой чувствительности эти эффекты необходимо принимать во внимание, а в некоторых случаях, как это будет видно из дальнейшего, их необходимо тщательно компенсировать.

Радиотехнический датчик. Рассмотрим влияние емкостного датчика на механический осциллятор. Схема емкостного датчика — одного из наиболее чувствительных устройств, применяемых для регистрации малых механических колебаний, — подробно рассмотрена в § 2 (см. рис. 4).

Качественно можно представить механизм влияния емкостного датчика на динамические характеристики механического осциллятора следующим образом. Пластины конденсатора притягиваются с силой

$$F(\tau, d) = \frac{SU^2(\tau, d)}{8\pi d^2(\tau)}, \quad (3.1)$$

где S — площадь пластин конденсатора, а U — разность потенциалов.

Так как частота генератора $\omega_{\text{ген}}$ существенно больше механической частоты $\omega_{\text{мех}}$ (обычно на 6—7 порядков), то для механического осциллятора существенны лишь медленные фурье-компоненты $\overline{F}(\tau, d)$. Отметим, что чем больше чувствительность датчика, тем больше U/d и, следовательно, больше среднее значение силы притяжения. Величина $\overline{F}(\tau, d)$ сильно зависит от мгновенного положения массы m , так как смещения массы приводят к перестройке контура и изменению $U(\tau, d)$. Это означает, что к механическому осциллятору добавляется за счет силы $F(\tau, d)$ добавочная дифференциальная жесткость $\Delta K = \partial \overline{F}(\tau, d) / \partial d$, которая изменяет собственную частоту малых колебаний осциллятора $\omega_{\text{мех}}$ [22]. Эта жесткость вносится с запаздыванием, равным примерно времени установления электри-

ческих колебаний в контуре. Запаздывание для реактивного элемента, как известно, приводит к регенерации или дегенерации в колебательной системе. Таким образом, емкостный датчик может изменить и время релаксации осциллятора.

Количественные оценки для этих двух эффектов получить несложно. Амплитуда электрического напряжения U_{\sim} на контуре датчика равна

$$U_{\sim} = U_0 \left[(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q_e^2} \right]^{-1/2}, \quad (3.2)$$

где U_0 — амплитуда колебаний генератора, $\gamma(d) = \omega_{\text{ген}}/\omega_e$.

Пусть настройка такова, что $\gamma_0 = 1 + z/2Q_e$, z порядка единицы. При $z = \pm 1$ и большом Q_e амплитуда $U_{\sim} = Q_e U_0 (2)^{-1/2}$ и чувствительность датчика близка к максимальной. Величине $F(d)$ при небольших отклонениях x от d_0 , соответствующего γ_0 , равна

$$\overline{F(x)} = \frac{U_0^2 Q_e^2 S}{16\pi d_0^2} \left[1 \pm \left(\frac{2|z|}{1+z^2} Q_e \frac{x}{d_0} \right) + \dots \right]. \quad (3.3)$$

В (3.3) опущены члены $(Q_e x/d_0)^2$, $(Q_e x/d_0)^3$ и т. д. Положительный знак в (3.3) соответствует правому склону резонансной кривой, отрицательный — левому (знаки такие же, как и у z).

Из (3.3) получим величину дифференциальной механической жесткости

$$[\Delta K]_{\text{макс}} = \left[\frac{d\overline{F(x)}}{dx} \right]_{\text{макс}} = \pm \frac{U_0^2 Q_e^3 S}{16\pi d_0^3}. \quad (3.4)$$

Таким образом, на левом склоне резонансной кривой датчик вносит отрицательную дифференциальную жесткость в механическую колебательную систему, т. е. увеличивает период колебаний; на правом — положительную.

Если учесть, что величина ΔK вносится с запаздыванием $\tau_e^* \simeq 2Q_e/\omega_e$, то уравнение малых колебаний

осциллятора принимает следующий вид:

$$m\ddot{x} + H_{\text{мех}}\dot{x} + (K \pm \Delta K_{\tau_e^*})x = 0, \quad (3.5)$$

где $H_{\text{мех}}$ — коэффициент трения в осцилляторе. Знак плюс соответствует правому склону, знак минус — левому склону резонансной кривой электрического контура, на который настраивается частота $\omega_{\text{ген}}$. Нетрудно видеть, что запаздывание в положительной жесткости приводит к регенерации, запаздывание в отрицательной жесткости — к дегенерации. Условие самовозбуждения для правого склона имеет очень простой вид:

$$H_{\text{мех}} \cong \Delta K \cdot \tau_e^*. \quad (3.6)$$

Отсюда можно вычислить, подставляя в (3.6) выражение для τ_e^* , минимальное напряжение на контуре U_{\sim}^* , при котором в осцилляторе возникает колебательная неустойчивость [22],

$$U_{\sim}^* = \sqrt{\frac{8\pi\omega_{\text{мех}} m d_0^3}{Q_{\text{мех}} S \tau_e^* Q_e}}, \quad (3.7)$$

где $Q_{\text{мех}}$ — добротность осциллятора при $U_{\sim}^* \rightarrow 0$. Как видно из (3.7), чем больше постоянная времени механической системы $\tau_{\text{мех}}^*$ и $Q_{\text{мех}}$, тем при меньших величинах U_{\sim}^* возникает колебательная неустойчивость.

В приведенных выше рассуждениях есть одно неочевидное предположение: дифференциальная жесткость вносится в механическую систему с запаздыванием, равным постоянной времени (времени релаксации) электрического контура $\tau_e^* = 2Q_e/\omega_e$. Чтобы проверить это предположение, необходимо решить задачу о контуре с переменной емкостью в более общем виде [23].

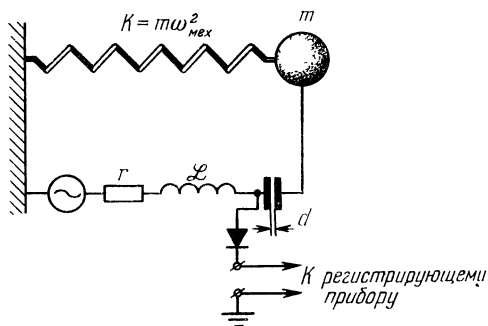
Процессы в электромеханической системе, изображенной на рис. 7, описываются системой уравнений:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + H_{\text{мех}}\dot{x} + Kx &= F_{\text{эл}}, \\ \mathcal{L}\ddot{q} + r\dot{q} + \frac{4\pi}{S}[d - x(\tau)]q &= U \cos(\omega_{\text{ген}}\tau). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь q — заряд на переменной емкости, $\omega_{\text{ген}}$ — частота колебаний генератора, а

$$F_{\text{эл}} = \frac{2\pi}{S} q^2.$$

Эту систему уравнения нетрудно решить методом разложений по малому параметру. Форму движения



Р и с. 7.

механической системы можно записать в виде

$$x = x_0 e^{-\delta\tau} \cos \omega_{\text{мех}}\tau, \quad (3.9)$$

где

$$\delta = \frac{H_{\text{мех}} + H_e}{2m}, \quad \omega_{\text{мех}} = \sqrt{\frac{K + \Delta K}{m}}.$$

Величины δ и $\omega_{\text{мех}}$ подлежат определению.

Подставляя (3.9) во второе уравнение системы (3.8), получим

$$\ddot{q} + 2\delta_e \dot{q} + \omega_e^2 (1 - \varepsilon e^{-\delta\tau} \cos \omega_{\text{мех}}\tau) q = u \cos \omega_{\text{ген}}\tau, \quad (3.10)$$

где

$$\delta_e = \frac{r}{2\mathcal{L}}; \quad \omega_e^2 = \frac{1}{\mathcal{L}C_e}, \quad \varepsilon = \frac{x_0}{d_0}, \quad u = \frac{U_0}{\mathcal{L}}.$$

Величина $\varepsilon \ll 1$ есть параметр разложения:

$$q = q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \dots$$

Продлав далее вычисление по стандартной схеме, получим решение уравнения (3.10). Подставляя его и предполагаемый вид колебаний механической системы (3.9) в первое уравнение системы (3.8), получим систему уравнений для определения δ и $\omega_{\text{мех}}$. Решение этой системы дает следующие выражения для $[\Delta K]_{\text{макс}}$ и $[H_{\text{ол}}]_{\text{макс}}$:

$$[\Delta K]_{\text{макс}} = \pm \frac{U_0^2 Q_e^2 S}{16\pi d_0^3},$$

$$[H_{\text{ол}}]_{\text{макс}} = \mp \frac{U_0^2 Q_e^3 S}{16\pi d_0^3} \frac{2Q_e}{\omega_e}.$$

Эти выражения полностью совпадают с полученными ранее формулами (3.4) и (3.6).

Ниже в качестве иллюстрации приведены результаты измерений динамических параметров крутильного маятника, малые колебания которого регистрировались емкостным датчиком (более подробно см. [22]). Маятник имел следующие данные: $Q_{\text{мех}} \simeq 4 \cdot 10^3$, $m = 4 \text{ г}$, $d_0 = 0,1 \text{ см}$, $S = 4 \text{ см}^2$, $\omega_{\text{мех}} \simeq 2\pi \cdot 0,1 \text{ сек}^{-1}$. Контур емкостного датчика имел $\omega_e = 2\pi \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$, $Q_e = 50$.

Таблица 2

Левый склон				
$U, \text{ в}$	1	3	5	7
$\tau_0, \text{ сек}$	11,0	11,4	12,2	13,0
δ	$+2,4 \cdot 10^{-3}$	$+4,2 \cdot 10^{-3}$	$+1,0 \cdot 10^{-2}$	$+2,4 \cdot 10^{-2}$
Правый склон				
$U, \text{ в}$	1	3	5	7
$\tau_0, \text{ сек}$	11,0	10,9	10,8	10,6
δ	$+1 \cdot 10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$-2,1 \cdot 10^{-2}$

В табл. 2 приведены величины периода колебаний τ_0 и декремента (инкремента) δ амплитуд колебаний маятника для разных значений амплитуд электрического напряжения на контуре U_{\sim} при настройке генератора на левый и правый склоны резонансной кривой.

Изменение периода τ_0 хорошо согласуется с соотношением (3.4).

Как видно из таблицы, колебательная неустойчивость у крутильного маятника возникла при $U_{\sim}^* \simeq 3 \text{ в.}$ Это несколько меньше, чем следует из оценки, которая может быть сделана с помощью (3.7). Возможная причина такого несогласия состоит в том, что автогенератор, использованный в опыте, был достаточно сильно нагружен контуром датчика и «откликнулся» на изменение его параметров с некоторым дополнительным $\tilde{\tau}$ (см. подробнее [22]).

Как видно из изложенного, две колебательные системы — механический осциллятор и электрический контур, имеющие существенно различные частоты собственных колебаний (в описанном примере $\omega_e/\omega_{\text{мех}} \simeq \simeq 6 \cdot 10^7$), оказываются связанными за счет кулоновского взаимодействия так, что при достаточно малом трении в механическом осцилляторе возможно возникновение колебательной неустойчивости. Такая связь проявляется не только в тонких экспериментах с пробными телами, где в качестве датчиков используются относительно маломощные автогенераторы. Этот эффект оказался существенным и в мощных ускорителях, где наблюдалась колебательная механическая неустойчивость диафрагм, входивших в состав электрических резонаторов [24].

В экспериментах с пробными телами для увеличения чувствительности, как указывалось в § 1, желательно уменьшение $H_{\text{мех}}$, связывающего подобную массу m с лабораторией. С другой стороны, при изменении малых колебаний с помощью радиотехнических датчиков необходимо увеличивать U_{\sim} и уменьшать d_0 , что приводит к появлению добавочного $H = \Delta K \tilde{\tau}$, которое либо увеличивает диссипацию либо приводит к колебательной неустойчивости.

Таким образом, эти два требования являются противоречивыми. Поэтому применение радиотехнических датчиков малых смещений, по-видимому, целесообразно лишь в опытах с относительно большими массами (и соответственно большими $H_{\text{мех}}$).

Если имеется возможность использовать два симметрично расположенных на пробной массе датчика, то рассмотренные эффекты можно существенно скомпенсировать. Другая очевидная рекомендация состоит в том, чтобы уменьшать величину τ_e^* , т. е. увеличивать ω_e .

Оптические индикаторы. Оптические индикаторы малых смещений, о которых говорилось в § 2, также оказывают динамическое влияние на механический осциллятор.

Предварительно оценим диссипацию, вносимую однородным световым потоком в механический осциллятор, масса которого совершает гармонические колебания в направлении светового потока. Величину «электромагнитного трения» можно получить из простых энергетических соображений.

Подсчитаем мощность, отражающуюся от зеркала, которое колеблется по закону

$$x = x_0 \sin \omega \tau,$$

усредненную за период механических колебаний. Мгновенное значение мощности запишется в следующем виде:

$$W_1 = W_0 \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^2,$$

где

$$\beta = \frac{v_0 \cos \omega \tau}{c}, \quad (3.11)$$

v_0 — амплитуда скорости колеблющегося зеркала, c — скорость света, W_0 — падающая мощность.

Разложив (3.11) в ряд по β , будем иметь

$$W_1 = W_0 (1 - 4\beta + 4\beta^2).$$

Усреднение по периоду механических колебаний

$\tau = 2\pi/\omega_{\text{мех}}$ дает величину

$$W_1 = \frac{2\pi}{\omega} \int_0^{2\pi/\omega_{\text{мех}}} W_1(\tau) d\tau = W_0 + \frac{2W_0}{c^2} v_0^2. \quad (3.12)$$

Величина добавочной мощности $2W_0 v_0^2/c^2$, которая должна вкладываться сторонним источником, совершающим механическое перемещение зеркала, может быть представлена как работа в единицу времени, совершаемая против сил трения:

$$\Delta E = \frac{H_{\text{эм}} v_0^2}{2}.$$

Приравнивая добавочную отраженную мощность и ΔW , находим, что

$$H_{\text{эм}} = \frac{4W_0}{c^2}. \quad (3.13)$$

В общем случае, если коэффициент отражения $\zeta \neq 1$, то

$$H_{\text{эм}} = \frac{2(1 + \zeta)W_0}{c^2}. \quad (3.14)$$

Величина $H_{\text{эм}}$ невелика даже для относительно мощных потоков. Для сравнения укажем, что трение, вызванное разреженным газом $H_{\text{газ}}$, имеет тот же порядок, что и $H_{\text{эм}}$, лишь при высоком вакууме. Для шара радиуса a ,

$$H_{\text{газ}} \simeq 4a^2 \mu^{1/2} (\kappa T)^{1/2} \hat{k},$$

где \hat{k} — концентрация молекул газа, масса которых μ и температура T . В атмосфере водорода при $p = 10^{-11}$ торр, $T = 100$ °К, $a = 1$ см, коэффициент $H_{\text{газ}} \simeq 3 \cdot 10^{-13}$ эрг/сек. Если положить $W_0 = 10^8$ эрг/сек, то $H_{\text{эм}} = 2 \cdot 10^{-13}$ эрг/сек при $\zeta = 0$.

Если пробное тело перемещается в направлении, перпендикулярном к световому потоку (как это имеет место в случае оптического левера), то поток также

будет вносить небольшое добавочное трение, вызванное эффектом Робертсона — Пойнтинга [25, 26]

$$H_{\text{эм}} = (1 - \zeta) \frac{W_0}{c}, \quad (3.15)$$

где ζ — коэффициент отражения, W_0 — часть мощности светового потока, падающего на тело *).

Таким образом, использование любых видов модуляторов световых потоков в экспериментах с пробными телами приводит к появлению относительно небольшого трения $H_{\text{эм}} \sim W_0/c^2$, сравнимого лишь с трением в сильно разреженных для земных условий газах. Постоянная времени $\tau^* \simeq mc^2/W_0$, соответствующая коэффициенту трения $H_{\text{эм}}$, оказывается весьма большой. Например, если $W_0 = 10^3$ эрг/сек, $m = 10$ г, то $\tau^* \simeq 10^{18}$ сек (!). Это указывает, если учесть соотношения, полученные в § 1 (например, соотношение (1.15)), на наличие огромного резерва чувствительности в экспериментах с пробными телами. В лабораторных условиях достигнуты к настоящему времени лишь величины $\tau^* \simeq 10^{+9}$ сек, и для получения максимальной чувствительности такие постоянные времени не использовались. Отметим, что применять в соотношениях для минимально обнаружимых сил постоянную времени $\tau^* \simeq mc^2/W_0$ при произвольных значениях W_0 нельзя. Более подробный анализ достижимой разрешающей способности в экспериментах с пробными телами для случая, когда единственным источником флуктуаций является измерительный прибор, будет приведен в § 5.

Световой поток, в котором находится пробное тело, кроме относительно малого трения, вносит и сравнительно большую дифференциальную жесткость:

$$K_{\text{св}} \simeq \frac{1}{c} \frac{\partial W(R)}{\partial R}$$

(ее можно условно называть «световой жесткостью»).

*) Эффект Робертсона — Пойнтинга, так же как и эффект светового трения при колебательном движении отражающего свет осциллятора, до настоящего времени экспериментально не обнаружен.

Для крутильного осциллятора можно получить «световую жесткость» и в однородном потоке ($\partial W(R)/\partial R = 0$), как это видно из рис. 8. Если осциллятор представляет собой симметричную гантель с пластинами на концах, то световые потоки в направлениях aa' создают отрицательную «световую жесткость», а в направлениях bb' — положительную, равную

$$K_{\text{св}} \simeq \pm 2 \frac{I}{c} (1 + \zeta) S l \sin 2\alpha_0, \quad (3.16)$$

где I — плотность светового потока, S — площадь пластин, ζ — коэффициент отражения, α_0 — угол между направлением светового потока и гантелью. Знак жесткости зависит от направления световых потоков. При $\alpha_0 = \pi/4$, $l = 10$ см, $S = 1$ см², $\zeta = 1$, $I = 10^7$ эрг/(сек·см²) «световая жесткость» $K_{\text{св}} \simeq 1,3 \cdot 10^{-2}$ дин/см.

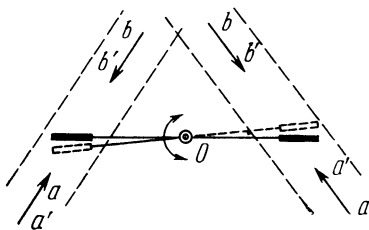


Рис. 8.

В качестве иллюстрации приведем параметры крутильного маятника, период собственных колебаний которого перестраивался за счет дополнительной световой жесткости. Крутильный осциллятор представлял собой легкую гантель из кварцевого стекла (длиной 12 см и диаметром 40 мкм); на концах гантели были укреплены две лопатки (1 × 1 см) из алюминиевой фольги. Такая гантель была подвешена горизонтально в вакуированном объеме на вольфрамовой нити диаметром 6 мкм и длиной 30 см. Давление в колбе p могло варьироваться от $\sim 2 \cdot 10^{-4}$ торр до $1 \cdot 10^{-7}$ торр. Таким образом, была возможность измерять зависимость периода колебаний не только от мощности падающих потоков, но и от величины давления остаточных газов в колбе. Это позволило исследовать также влияние радиометрических сил, величина которых сильно зависит от степени разрежения в объеме [27].

На рис. 9 представлена зависимость периода собственных колебаний маятника τ_0 от давления при разных плотностях световых потоков. Направление потоков соответствовало индексам bb' (рис. 8), т. е. в систему приносилась положительная «световая жесткость». Кривой 1 соответствует плотность потоков, равная 0; кривым 2, 3, 4, 5 соответственно 0,2; 0,5; 1,3; 1,7 $вт/см$.

Как видно из рис. 9, без световых потоков период собственных колебаний не зависит от давления вплоть

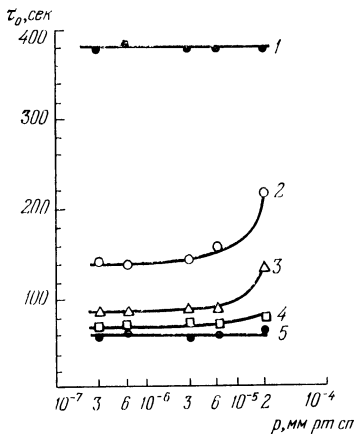


Рис. 9.

(см. рис. 9) и существенны радиометрические силы. К более подробному анализу полученных результатов мы еще вернемся в разделе «радиометрическая колебательная неустойчивость».

Использование резонаторов Фабри — Перо (или других интерферометров) в принципе позволяет достигать большей чувствительности при регистрации малых смещений, чем использование оптических леверов (см. § 2). Однако повышение чувствительности влечет за собой увеличение динамического влияния такого индикатора на механический осциллятор. Оценим эти эффекты в схеме опыта, изображенной на рис. 6. Пусть одно из зеркал резонатора Фабри — Перо укреплено

до $p = 2 \cdot 10^{-4}$ торр и составляет около 380 сек.

С ростом мощности потока период сокращается до $(\tau_0)_{св} \approx 60$ сек при плотности потока 1,7 $вт/см^2$. Это означает, в частности, что наибольшая «световая жесткость» в этих условиях превосходила крутильную жесткость нити в $[\tau_0/(\tau_0)_{св}]^2 = 40$ раз. Период собственных колебаний маятника практически не зависит от давления, за исключением области, где разрежение хуже, чем 10^{-5} торр

неподвижно, а второе смещается вместе с массой m осциллятора в направлении оси резонатора. Для получения наибольшего изменения тока фотодетектора при смещении массы необходимо настроить резонатор так, чтобы частота оптического источника приходилась на середину склона резонансной кривой. При этом будет достигнута максимальная чувствительность, но одновременно световое давление на зеркало будет сильно изменяться при смещении. Возникающая таким образом «световая жесткость» будет относительно большой. Ее максимальное значение $[K_{св}]_{\max}$ оказывается равным

$$[K_{св}]_{\max} \simeq \pm \frac{W_0}{c} \frac{4\pi}{\lambda_0(1-\zeta)^2}, \quad (3.17)$$

где W_0 — мощность источника, λ_0 — резонансная длина волны и ζ — коэффициент отражения зеркала. Знак $K_{св}$ зависит от того, на какой из склонов резонансной кривой настроен источник. Рассчитать величину $K_{св}$ в общем случае несложно. Для этого можно воспользоваться известными уравнениями для резонатора Фабри — Перо [28] и вычислить силу светового давления на зеркала как функцию расстояния между ними. Если в (3.17) положить $W_0 = 300 \text{ мвт}$, $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, $(1 - \zeta) = 1 \cdot 10^{-2}$, то $[K_{св}]_{\max} \simeq \pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ дин/см}$.

Так же как и в емкостном датчике, жесткость $K_{св}$ в резонаторе Фабри — Перо вносится не мгновенно, а с запаздыванием $\tilde{\tau} = l/c \cdot (1 - \zeta)$. Поэтому, кроме жесткости, в осциллятор с резонатором Фабри — Перо вносятся и трение, знак которого определяется знаком жесткости

$$[H_{эм}]_{\max} \simeq \pm \frac{W_0 4\pi l}{c^2 \lambda (1 - \zeta)^3}. \quad (3.18)$$

В соотношении (3.18) использовано максимальное значение $K_{св}$. Таким образом, резонатор Фабри — Перо вносит добавочное трение, в $4\pi l/\lambda_0 \cdot (1 - R)^3$ раз большее, чем трение, вносимое в осциллятор «свободными» световыми потоками (ср. соотношения (3.18), (3.13) и (3.15)).

Если $|-H_{эм}| > H_{\text{мех}}$, то колебания осциллятора станут нарастающими до тех пор, пока амплитуда

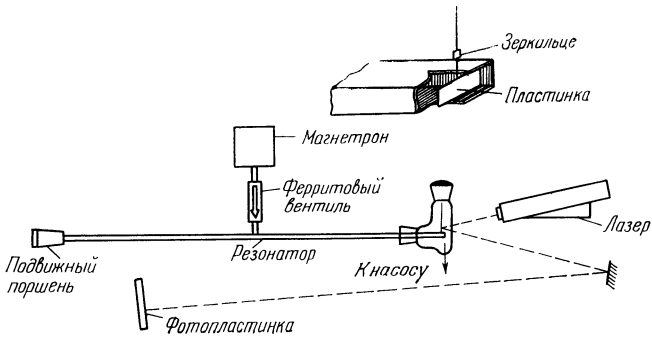
колебаний из-за нелинейной зависимости $K_{\text{св}}(l)$ не станет стационарной. Этот эффект аналогичен описанному выше взаимодействию двух колебательных систем (радиочастотной и механической) в случае емкостного датчика. В емкостном датчике взаимодействие, обусловленное кулоновским притяжением пластин, нелинейно, в резонаторе Фабри — Перо световое давление также квадратично зависит от амплитуды поля. Так же как и в случае емкостного датчика, вносимые резонатором Фабри — Перо $K_{\text{св}}$ и $H_{\text{эм}}$ можно скомпенсировать.

Приведем численную оценку. Если $l = 10^2$ см, $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-5}$ см, $(1 - \zeta) = 1 \cdot 10^{-2}$, $W_0 = 300$ мвт, то $[H_{\text{эм}}]_{\text{макс}} = \pm 6 \cdot 10^{-2}$ г/сек. При $m = 10$ г, $\omega_{\text{мех}} = 2\pi \cdot 10^2$ сек $^{-1}$ и $Q_{\text{мех}} = 10^5$ величина $[H_{\text{эм}}]_{\text{макс}} = H_{\text{мех}}$.

Экспериментальная реализация этого эффекта в световом диапазоне наталкивается на целый ряд трудностей, в основном технического характера, останавливаться на которых мы здесь не будем. Более удачным решением проблемы явился переход в область СВЧ колебаний. Приведем краткое описание и результаты этого эксперимента [29].

Аналогом интерферометра Фабри — Перо служил отрезок прямоугольного трехсантиметрового волновода длиной 10 м. В качестве генератора использовался СВЧ источник непрерывного действия. В одном из концов волновода был установлен четвертьволновый настроенный поршень. На другом конце волновода торцом резонатора служила металлическая пластина, подвешенная на тонкой кварцевой нити (рис. 10). Частота собственных маятниковых колебаний этого осциллятора составляла 3 гц. Пластина была изготовлена из алюминиевой фольги толщиной 1 мкм (глубина скин-слоя в алюминии при длине волны 3 см составляет $\sim 0,7$ мкм). Фольга наклеивалась на относительно жесткую рамку из кварцевой нити толщиной 40 мкм. Кварцевая нить, на которой подвешивалась пластинка, диаметром 7 мкм с утолщениями на концах, приваривалась к рамке. Масса такого осциллятора составляла единицы миллиграмм. Это дало возможность существенно уменьшить постоянную времени механического осцил-

лятора $\tau^* = 2m/H_{\text{мех}}$, не увеличивая $H_{\text{мех}}$ (на фоне которого проводится измерение $H_{\text{эм}}$), сократив тем самым время измерений. Измерения проводились при



Р и с. 10.

давлении остаточных газов в откаченном объеме $p \simeq \simeq 7 \cdot 10^{-6}$ торр. Постоянная времени при этом равнялась ~ 80 мин.

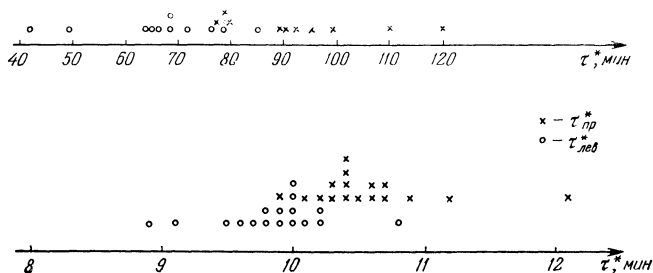
Измерение $H_{\text{эм}}$ сводилось к измерению постоянной времени механического осциллятора τ^* , которая должна меняться в зависимости от выбранного склона (правого или левого) резонансной кривой волноводного резонатора ($\tau_{\text{лев}}^*$ и $\tau_{\text{пр}}^*$ соответственно). При этом

$$H_{\text{эм}} = \frac{m(\tau_{\text{пр}}^* - \tau_{\text{лев}}^*)}{\tau_{\text{пр}}^* \tau_{\text{лев}}^*}.$$

Внесение в механическую систему дополнительной жесткости $K_{\text{эм}}$ регистрировалось по изменению собственной частоты осциллятора $\omega_{\text{мех}}$. Формулы для $[K_{\text{эм}}]_{\text{макс}}$ и $[H_{\text{эм}}]_{\text{макс}}$ в данном случае отличаются от (3.17) и (3.18) численным коэффициентом, так как одна из стенок резонатора «глухая», с коэффициентом отражения ζ , близким к 1. Измеренная добротность резонатора составляла $17000 \div 20000$, что соответствует $(1 - \zeta) = 0,135 \div 0,15$. При $W \simeq 0,6 \div 1,0$ вт, $\lambda = 4$ см, ожидаемое $H_{\text{эм}} = (2 \div 4,1) \cdot 10^{-7}$ г/сек. Постоянная времени механического осциллятора, опре-

деляемая только электромагнитным трением, при массе осциллятора $m = 4 \cdot 10^{-3}$ г составляла бы $\tau_{эм}^* \simeq \simeq 6 \cdot 10^4$ сек (около 16 часов).

Для измерения $\tau_{лев}^*$ и $\tau_{пр}^*$ была применена система фоторегистрации амплитуды колебаний маятника. Начальная амплитуда маятника составляла обычно 120—150 мкн, а измеренный уровень сейсмических помех



Р и с. 11.

для амплитуды колебаний маятника 20—30 мкн. Таким образом, разброс результатов измерений определялся в основном сейсмическими помехами.

Для уменьшения связи генератора с объемным резонатором (чтобы исключить влияние эффектов «затягивания») мощность от источника подавалась через два последовательно соединенных ферритовых вентиля. Две типичные серии измерений представлены на рис. 11. Кружками отмечены значения постоянной времени механического осциллятора $\tau_{лев}^*$ (частота генератора приходится на левый склон резонансной кривой); крестиками — $\tau_{пр}^*$. Статистические оценки расхождения между средними значениями $\tau_{лев}^*$ и $\tau_{пр}^*$ позволили установить, что $\overline{\tau_{лев}^*}$ и $\overline{\tau_{пр}^*}$ значимо различаются с уровнем достоверности 0,999. Среднее значение $H_{эм}$, полученное из экспериментальных данных, составляло

$$(H_{эм})_{эксп} = \pm (2,9 \pm 1,4) |_{0,95} \cdot 10^{-7} \text{ г/сек},$$

что согласуется с предварительными оценками величины электромагнитного трения, вносимого в механическую систему.

Радиометрическая колебательная неустойчивость. Радиометрический эффект, так же как и световое давление, может создавать дополнительную дифференциальную жесткость. При вакууме порядка 10^{-4} *торр* величина радиометрического давления уже на порядок меньше светового и соответственно на порядок меньше «радиометрическая жесткость». Однако тепловая инерция массы механического осциллятора может быть сравнительно большой (порядка единиц секунд и больше). Это значит, что радиометрическая жесткость вносится с запаздыванием. Таким образом, даже малая по величине радиометрическая жесткость может внести в механическую колебательную систему положительное или отрицательное (в зависимости от знака жесткости) трение. Экспериментально это явление было исследовано для крутильного осциллятора, на котором проверялось существование световой жесткости (см. рис. 8).

Уравнение крутильных колебаний маятника с дополнительной запаздывающей жесткостью имеет вид

$$\ddot{\varphi}(t) + 2\delta_0 \dot{\varphi}(\tau) + \omega_0^2 \varphi(\tau) + \theta^2 \varphi(\tau - \tau_T) = 0. \quad (3.19)$$

Здесь $\varphi(\tau)$ — угол поворота коромысла, δ_0 — показатель собственного затухания крутильной системы; ω_0 — собственная частота, определяемая, как показано выше, световой жесткостью. Последний член в уравнении (3.19) описывает действие запаздывающей радиометрической жесткости: $\theta^2 \sim p$ — давление в объеме; τ_T — величина запаздывания. Решение этого уравнения при условиях $\delta_0^2 \ll \omega_0^2$; $\theta^2 \ll \omega_0^2$; $\delta_{\tau_T} \ll 1$, достаточно хорошо отвечающих условиям эксперимента, приводит к системе уравнений [27]:

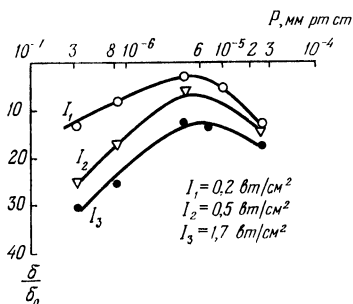
$$\begin{cases} \frac{\delta}{\delta_0} \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2\omega_0\delta_0} \sin \omega_0 \tau_T, \\ \omega^2 \simeq \omega_0^2. \end{cases} \quad (3.20)$$

Для зоны, граничной с давлением $5 \cdot 10^{-4}$ *торр*, $\theta^2 \lesssim \omega_0^2$, и следует учесть поправку к частоте во втором уравнении системы (3.20):

$$\omega^2 \simeq \omega_0^2 + \theta^2 \cos \omega_0 \tau_T, \quad (3.21)$$

где ω и δ — новые значения собственной частоты и показателя затухания крутильной системы соответственно в присутствии радиометрического эффекта.

Как видно из (3.20) и (3.21), поправки к частоте и к показателю затухания могут иметь любой знак в зависимости от соотношения между периодом собственных колебаний и величиной запаздывания. Как уже отмечалось,



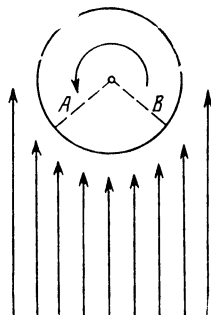
Р и с. 12.

поправка к частоте ω_0 мала и при достаточно высоком вакууме практически исчезает. Поправка же к показателю затухания тем более существенна, чем меньше собственное затухание δ_0 . Качественно зависимость $\delta/\delta_0 = f(p)$ при постоянной интенсивности освещения должна описываться прямыми, сходящимися к 1 при давлении $p \rightarrow 0$, причем угол наклона к оси p определяется величиной запаздывания τ_T .

На рис. 12 представлены кривые зависимости δ/δ_0 от степени разряжения для трех различных интенсивностей световых потоков: 0,2; 0,5; 1,7 вт/см². Всюду в рассматриваемой области величина $\delta < 0$, т. е. радиометрические силы переводят маятник в инкрементный режим. Экстремальный характер кривых (вместо ожидаемой линейной зависимости) связан с уменьшением собственного затухания δ_0 при увеличении степени разряжения в объеме. Зафиксировать δ_0 на одном уровне удалось с помощью постоянных магнитов, расположенных вблизи лопастей маятника. Затухание за счет потерь на вихревые токи в лопастях сохранялось на уровне $\delta_0 \simeq 10^{-3}$ сек⁻¹. В этих условиях была получена линейная зависимость $\delta/\delta_0 = f(p)$ в соответствии с (3.20). Эффект радиационной неустойчивости проявляется в той или иной степени всегда, когда механические колебания пробного тела приводят к модуляции мощности электромагнитных потоков, падающих на него.

Ротационная пондеромоторная неустойчивость. При некоторых условиях неустойчивость может возникнуть и при движении тела в однородных световых (электромагнитных) потоках [30]. Предположим, что в однородном световом потоке находится сферически-симметричное тело, имеющее свободную ось вращения, перпендикулярную к направлению потока. Покажем, что и в этом случае пондеромоторное воздействие электромагнитного потока может привести к существенному изменению параметров движения тела.

Пусть коэффициент поглощения поверхностью тела света ϑ зависит от температуры так, что $\partial\vartheta/\partial T > 0$. Нетрудно видеть, что это тело будет ротационно неустойчивым относительно любой оси, перпендикулярной к направлению светового потока (рис. 13). Действительно, если сообщить этому телу начальный момент количества движения относительно оси, перпендикулярной к направлению потока,



Р и с. 13.

то симметрично расположенные относительно потока участки поверхности сферы будут иметь разную температуру (при выбранном на рис. 13 направлении вращения $T_B > T_A$) из-за конечного времени прогревания поверхности: части тела, находящиеся в «тени», успевают остыть. Так как, по предположению, $\partial\vartheta/\partial T > 0$, то в окрестности B коэффициент поглощения больше, чем в окрестности A и, следовательно, относительно оси O телу сообщается дополнительный механический момент, совпадающий по направлению с начальным. Таким образом, угловая скорость тела ω будет расти. Для большинства металлов и многих диэлектриков $\partial\vartheta/\partial T > 0$ — в широком диапазоне температур и длин волн. Отметим, что в рассматриваемом эффекте «выбор» начальной оси вращения аналогичен «выбору» начальной фазы колебаний для томсоновского генератора: начальная ось вращения и фаза определяются первичным толчком.

Решение задачи о ротационной пондеромоторной неустойчивости можно получить для случая полого цилиндрического тела методом конечных интегральных преобразований. Нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для угловой скорости вращения цилиндра имеет вид

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m e^{-\hat{\kappa}\lambda^2 m^2 \tau} \int_0^{\tau} \sin[\omega(\tau')\tau'] e^{\hat{\kappa}\lambda^2 m^2 \tau'} d\tau', \quad (3.22)$$

где

$$a_m = \frac{1}{3} \frac{I_0 \vartheta R^3 \alpha \hat{\kappa} L}{cJ} \frac{\tilde{k}_1^2(\lambda_{1m} r)}{C_{1m}}.$$

Здесь I_0 — плотность потока подающего излучение, ϑ — среднее значение коэффициента поглощения $\alpha = \partial\vartheta/\partial T$ (в малом интервале температур зависимость $\vartheta(T)$ — линейная); R — радиус цилиндра, $\hat{\kappa}$ — коэффициент теплопроводности, L — высота цилиндра, J — момент инерции, c — скорость света, $\tilde{k}_1(\lambda_m R)$ — собственные функции для полого цилиндра, C_{1m} — норма собственной функции.

Для оценок изменения угловой скорости за время $\hat{\tau}$ в первом приближении получены следующие соотношения:

$$\frac{d\omega}{d\tau} \simeq \frac{a^* \omega^2}{(\lambda_{11}^2 \kappa)^2 + \omega^2} \quad (3.23)$$

или

$$\Delta\omega \simeq \frac{\omega_0^2 a^*}{(\lambda_{11}^2 \kappa)^2} \hat{\tau};$$

здесь

$$a^* = \frac{a_1}{2\pi\kappa\lambda_{11}^2},$$

где ω_0 — начальная угловая скорость вращения цилиндра.

Следует отметить, что в этом эффекте имеет место жесткий режим возбуждения, т. е. при наличии механического трения раскручивание тела может начаться

лишь с некоторого порогового значения угловой скорости $\omega_{\text{пор}}$.

Для пояснения этого на рис. 14 приведены зависимости момента сил трения и момента сил светового давления от угловой скорости ω : момент сил трения $(\text{Мом})_{\text{тр}}$ пропорционален угловой скорости тела, тогда как момент светового давления $(\text{Мом})_{\text{св}}$ пропорционален квадрату угловой скорости. При угловых скоростях $\omega < \omega_{\text{пор}}$ выполняется неравенство:

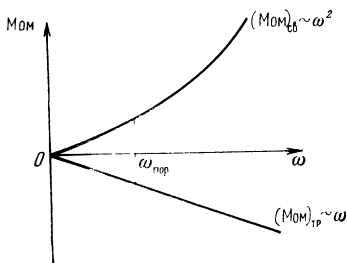
$$(\text{Мом})_{\text{тр}} > (\text{Мом})_{\text{св}}$$

Рассматриваемый эффект относительно легко можно наблюдать в лабораторных условиях. Ниже приведено краткое описание экспериментальной установки, на которой этот эффект был обнаружен.

Цилиндр высотой 1,5 см и радиусом 1 см из оловянной фольги толщиной 15 мкм установлен на магнитном подвесе [30] в откачанном объеме (давление $p = (2 \div 4) \cdot 10^{-6}$ торр).

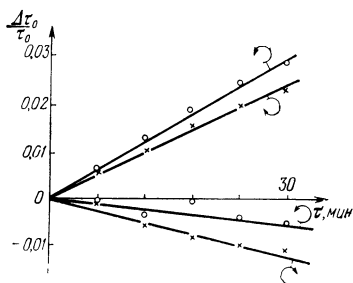
На этом подвесе цилиндр мог свободно вращаться относительно вертикальной оси с временем затухания порядка суток. На боковую поверхность падал световой поток с плотностью мощности $I \simeq 5 \cdot 10^6$ эрг/(сек·см²).

Начальный период вращения, который сообщался цилиндру, составлял $3 \div 3,5$ сек. Время тепловой релаксации цилиндра $\sim 1 \div 2$ сек. Измерения сводились к наблюдению изменения периода вращения цилиндра со временем при включенном источнике освещения и без него. Чтобы исключить влияние несимметрии светового потока относительно цилиндра, измерения проводились при вращении цилиндра по и против часовой стрелки. (Более интенсивное освещение одной стороны цилиндра также приводит к появлению механического момента относительно оси цилиндра.)



Р и с. 14.

Результаты одной серии измерений приведены на рис. 15. По оси ординат отложено относительное изменение периода вращения цилиндра $\Delta\tau_0/\tau_0$, по оси абсцисс — время. Стрелками показано направление вращения цилиндра. Как видно из рисунка, угловая скорость вращения цилиндра при включенном источнике растет (нижняя полуплоскость) вне зависимости от направления вращения. Некоторое расхождение для случаев, когда цилиндр вращается по и против часовой стрелки, объясняется изменением давления в объеме



Р и с. 15.

(при этом меняется время затухания вращения цилиндра, определяемое газовым трением) и несимметрией светового потока. Наблюдаемое изменение угловой скорости за счет рассматриваемого эффекта составляло $\Delta\omega_{\text{экс}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад/сек}$ за $\hat{\tau} = 1800 \text{ сек}$. Оценочная формула (3.23) для этого случая дает значение

$\Delta\omega \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ рад/сек}$. Таким образом, при проведении тонких физических экспериментов с пробными телами необходимо учитывать эффект пондеромоторной ротационной неустойчивости. В случае, когда тело не свободно и представляет собой крутильный маятник в однородном электромагнитном потоке, наличие зависимости коэффициента поглощения от температуры приведет к тому, что в механическую систему будут добавляться дополнительная жесткость и трение, знак и величина которых зависят от тепловых инерционных свойств тела. Эффект пондеромоторной ротационной неустойчивости имеет наибольшую величину для тел больших размеров с малыми моментами инерции. В первую очередь это относится к искусственным космическим объектам. Например, спутник радиусом 3 м и массой 300 кг за 1 год увеличил бы свою угловую скорость от начальной на $\Delta\omega \approx 0,1 \text{ рад/сек}$ при условии, что $\partial\theta/\partial T \approx 10^{-4} \text{ 1/град}$.

§ 4. Квантовые свойства макроскопического осциллятора

В § 1 было показано, что в тепловом равновесии с термостатом вероятное изменение энергии осциллятора $\Delta \mathcal{E}$ за время $\hat{\tau}$ тем меньше, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$, где $\tau_{\text{мех}}^* = 2m/H_{\text{мех}}$ (см. формулы (1.13) и (1.14)).

Таким образом, для классического осциллятора оказывается возможным измерять вложение (или извлечение) внешней силой энергии, много меньшей равновесного значения κT , причем тем меньшей, чем меньше отношение $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$. Существенно также, что в таком неравновесном случае экспериментатор имеет возможность искусственно (внешними толчками) за время, существенно меньшее $\tau_{\text{мех}}^*$, довести амплитуду колебаний осциллятора до значений, близких к нулю. Минимальная энергия осциллятора, которой можно достичь за время измерения амплитуды колебаний $\hat{\tau}$, составляет $\Delta \mathcal{E} \simeq \kappa T \hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$.

Однако при стремлении энергии осциллятора к нулю может существенно сказаться наличие дискретных разрешенных уровней энергии

$$\mathcal{E}_n = \hbar \omega_{\text{мех}} (1/2 + n),$$

если время жизни осциллятора на этих уровнях станет больше времени наблюдения $\hat{\tau}$. В этом случае энергия осциллятора в течение времени наблюдения будет оставаться неизменной (в отличие от классического осциллятора), несмотря на то, что на него действует случайная сила — удары молекул газа в термостате [31].

Предположим, что одномерный осциллятор (m , $\omega_{\text{мех}}$) находится в термостате (газ с концентрацией \hat{k} при температуре T). Определим, при каком соотношении между m , $\omega_{\text{мех}}$ \hat{k} и T осциллятор в течение заданного времени $\hat{\tau}$ с достоверностью, близкой к единице, останется на начальном энергетическом уровне (нулевом или n -м)? Если на осциллятор в течение времени $\hat{\tau}$ действует детерминированная сила $f(\tau)$, то вероятности перехода осциллятора с нулевого уровня на n -й или с m -го на

n -й равны [32]:

$$P_{0n} = \frac{e^{-y} y^n}{n!},$$

$$P_{mn} = \frac{e^{-y} y^{m+n}}{m!n!} \left| \sum_{k=0}^{\min(m,n)} \frac{m!n!}{k!(m-k)!(n-k)!} (-y)^{-k} \right|^2, \quad (4.1)$$

где

$$y = \frac{1}{2m\hbar\omega_{\text{мех}}} \left| \int_0^{\hat{\tau}} f(\tau) e^{i\omega_{\text{м}}\tau} d\tau \right|^2.$$

В нашей задаче сила $f(\tau)$ может быть задана в виде случайной последовательности δ -образных импульсов:

$$f(\tau) = \sum_{i=1}^Z \mathcal{P}_i \delta(\tau - \tau_i).$$

Здесь Z — случайное число соударений молекул газа с массой осциллятора за время $\hat{\tau}$, распределенное по закону Пуассона; $\mathcal{P}_i = 2\mu v_{xi}$ — случайная величина, распределенная по закону Максвелла; τ_i — момент прихода i -го импульса, μ — масса молекулы, v_{xi} — скорость молекулы.

Искомое условие не взаимодействия осциллятора с термостатом, очевидно, таково:

$$P_{00} \geq 1 - \alpha, \quad P_{nn} \geq 1 - \alpha,$$

где $(1 - \alpha)$ — выбранный уровень вероятности. Можно показать, что с достоверностью $1 - \gamma$ эти неравенства эквивалентны следующим:

$$\kappa T \frac{\hat{\tau}}{\tau_{\text{мех}}^*} \leq \frac{\alpha}{\ln(1/\gamma)} \hbar\omega_{\text{мех}} \quad \text{для } n = 0,$$

$$n\kappa T \frac{\hat{\tau}}{\tau_{\text{мех}}^*} \leq \frac{\alpha}{\ln(1/\gamma)} \hbar\omega_{\text{мех}} \quad (\text{для } n \simeq 1 \text{ или } n \gg 1), \quad (4.2)$$

где $T = \overline{\mu v_{xi}^2}$ — температура термостата, $\tau_{\text{мех}}^* = = m [2\sqrt{2} \sqrt{\pi} S \mu^{1/2} (\kappa T)^{1/2} \hat{k}]^{-1}$ — время релаксации осциллятора. При $m = 1 \text{ г}$; $\omega_{\text{мех}} = 2\pi \text{ сек}^{-1}$ $S = 1 \text{ см}^2$

$T = 4^\circ\text{K}$, $p = 0,5 \cdot 10^{-12}$ *торр* (газ в термостате — гелий) время жизни осциллятора на нулевом или близком к нулевому уровню будет порядка 100 *сек* с достоверностью $(1 - \alpha)(1 - \gamma) = 0,9$.

Ясно, что о наличии у осциллятора дискретных уровней энергии можно говорить лишь тогда, когда время жизни на этих уровнях во всяком случае не меньше, чем период собственных колебаний τ_0 . Следовательно, соотношение

$$n\kappa T \frac{\tau_0}{\tau_{\text{мех}}^*} \leq \frac{\alpha}{\ln(1/\gamma)} \hbar \omega_{\text{мех}} \quad (4.3)$$

можно рассматривать как разграничение между классическим и квантовым поведением осциллятора. Если условия эксперимента таковы, что соотношения (4.2) не выполняются ни при каких n , то осциллятор можно считать классическим при любых достижимых значениях его энергии.

Резюмируя изложенное, можно сделать вывод, что макроскопический механический осциллятор с достаточно большим $\tau_{\text{мех}}^*$ можно поставить в условия, при которых его поведение будет существенно квантовым. Процесс релаксации такого осциллятора будет описываться соотношениями, полученными в работе [33].

При определении максимальной чувствительности в экспериментах с пробными телами влияние трения H (тепловых флуктуаций) и флуктуационное воздействие системы индикации обычно рассматриваются порознь. В реальном эксперименте оба эти фактора присутствуют одновременно. Это приведет к тому, что колебательная степень свободы осциллятора «нагреется», т. е. в равновесном состоянии энергия его колебаний станет больше κT . Действительно, в случае светового индикатора стационарная случайная сила, действующая на осциллятор, есть сумма флуктуаций светового давления и тепловых флуктуаций с дисперсиями, соответственно равными

$$\overline{F_1^2} = 8Wh\nu c^{-2} \Delta f, \quad \overline{F_2^2} = 4\kappa T H_{\text{мех}} \Delta f,$$

где W — поток светового излучения, падающий на

массу осциллятора. Сравнивая сумму дисперсий $F_2^2 + F_1^2$ с общим выражением для дисперсии случайной силы (теорема Найквиста), легко видеть, что увеличение равновесной температуры равно

$$\Delta T = \frac{2Wh\nu}{\kappa c^2 H_{\text{мех}}} \quad \left(\text{при } H_{\text{мех}} \gg \frac{2W}{c^2} \right). \quad (4.4)$$

При $m = 1 \text{ г}$; $S = 1 \text{ см}^2$; $W = 10^7 \text{ эрг/сек}$; $\tau_{\text{м}}^* = 2m/H_{\text{мех}} = 10^{10} \text{ сек}$ (осциллятор находится в гелии при $T = 4,2 \text{ }^\circ\text{К}$, $p = 10^{-8} \text{ торр}$) увеличение температуры $\Delta T = 2 \text{ }^\circ\text{К}$.

Механический осциллятор, помещенный в световой поток мощностью W , испытывает в этом потоке трение $H_{\text{эм}} = 2W/c^2$ (см. § 3). Отсюда, зная спектральную плотность энергии черного излучения и его пространственное распределение, можно найти то трение и ту добротность, которыми обладает макроскопический механический осциллятор, помещенный в идеально эвакуированный термостат, имеющий температуру T :

$$H_{\text{эм}} = \frac{2\sigma_{\text{СБ}} T^4 S}{c^2} = \frac{4\pi^5 \kappa^4 T^4 S}{15c^4 h^3}. \quad (4.5)$$

Здесь T — температура излучения (и осциллятора), $\sigma_{\text{СБ}}$ — постоянная Стефана—Больцмана, S — площадь. При $S = 1 \text{ см}^2$, $T = 4,2 \text{ }^\circ\text{К}$, $m = 1 \text{ г}$, $\omega_0 = 2\pi \text{ сек}^{-1}$ постоянная времени осциллятора равна $1 \cdot 10^{21} \text{ сек}$, а его добротность $Q_{\text{мех}} \simeq 10^{21}$. Соотношение (4.5) определяет, таким образом, теоретический предел добротности макроскопического механического осциллятора.

В заключение отметим, что соотношения (4.2), очевидно, справедливы и для моды колебаний электромагнитного резонатора. Для $\omega_e = 2 \cdot 10^{10} \text{ рад/сек}$ уже достигнута величина $Q_e = 5 \cdot 10^{11}$ [13]. Этому значению соответствует $\tau_e^* = 50 \text{ сек}$. С помощью соотношений (4.2) нетрудно оценить, что при $T = 2 \text{ }^\circ\text{К}$ вероятное время пребывания на основном уровне ($n = 0$) такой моды около 3 сек, а на «наиболее» вероятном уровне $n_T = \kappa T / \hbar \omega_e = 15$ это время около 0,2 сек.

§ 5. Флуктуационное воздействие на осциллятор приборов, регистрирующих малые смещения; оптимальная стратегия измерений

В начале этой главы была рассмотрена в классическом приближении схема измерения малой силы $F(\tau)$, воздействующей на механический осциллятор. Иными словами, силовое действие прибора, регистрирующего малые колебания $x(\tau)$ массы m , предполагалось пренебрежимо малым. Если предположить, что применением компенсационных методов удалось исключить динамические эффекты влияния регистратора, то остается нескомпенсированным флуктуационное воздействие. В § 2 было показано, что для емкостного датчика

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} \sim U_{\sim}^{-1},$$

а для оптического

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} \sim W^{-1/2}$$

(см. формулы (2.6), (2.7) и (2.12)). Так как

$$[F(\tau)]_{\text{мин}} \sim [x(\tau)]_{\text{мин}},$$

то для того, чтобы обнаружить меньшие величины $[F(\tau)]_{\text{мин}}$, необходимо увеличивать U_{\sim} или W . С другой стороны, кулоновская сила и давление света являются квадратичными по амплитуде, поэтому увеличение U_{\sim} или W приведет к увеличению флуктуационной силы со стороны датчика на массу m . Очевидно, что существуют оптимальные U_{\sim} и W (оптимальная стратегия измерений), которым соответствует истинное наименьшее $[F(\tau)]_{\text{мин}}$. Рассмотрим оптимальную стратегию измерений для конкретного случая емкостного датчика (см. рис. 7). В § 2 было показано (см. формулу (2.6)), что наименьшее смещение $[x(\tau)]_{\text{мин}}$ с характерной полосой спектра $\Delta\omega_{\text{мех}}$, которое может быть обнаружено, равно

$$[x(\tau)]_{\text{мин}} = \xi \frac{2d_0}{U_{\sim}} \sqrt{\frac{2kT_e r \Delta\omega_{\text{мех}}}{\pi}},$$

где U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения между пластинами емкости, среднее расстояние между которыми d_0 ; T_e — температура контура, r — активное сопротивление контура. Как отмечалось в § 2, обсуждаемая формула справедлива в предположении, что флуктуации частоты и амплитуды автогенератора полностью скомпенсированы. Из этой формулы следует, что для уменьшения величины $[x(\tau)]_{\text{мин}}$ необходимо уменьшить T_e и r , так как величина d_0/U_{\sim} ограничена значением порядка 10^{-6} см/в. Формула (2.6) справедлива и в том случае, если

$$\Delta\omega_{\text{мех}} > \frac{\omega_e}{Q_e} = \omega_e^2 C_e r,$$

где ω_e — собственная частота колебаний электрического контура, добротность которого Q_e , а средняя емкость равна C_e . Этот случай и представляет наибольший интерес, если иметь в виду возможность использовать резонаторы с очень малыми r , применяя сверхпроводящие СВЧ резонаторы, величина Q_e которых может превышать $5 \cdot 10^{11}$.

Предположим, что частота электрического генератора ω_p , собственная частота электрического контура ω_e и собственная частота механического осциллятора $\omega_{\text{мех}}$ связаны соотношением (рис. 16)

$$\omega_{\text{мех}} + \omega_p = \omega_e. \quad (5.1)$$

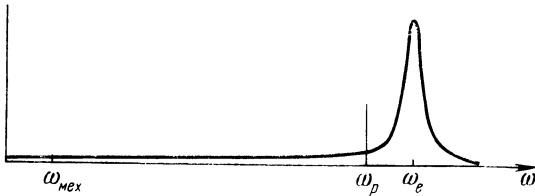
Модуляция емкости с частотой $\omega_{\text{мех}}$ вызывает появление в резонаторе э.д.с. комбинационной частоты $\omega_{\text{мех}} + \omega_p$. Амплитуда этой э.д.с. равна

$$U_{\omega_p + \omega_{\text{мех}}} = \frac{1}{4} U_{\omega_p} \frac{\omega_e}{\omega_{\text{мех}}} \frac{x_0}{d_0}, \quad (5.2)$$

где U_{ω_p} — амплитуда э.д.с. генератора накачки, d_0 — среднее расстояние между пластинами емкости, x_0 — амплитуда механических колебаний. При выводе (5.2) принято

$$\tau_e^* = \frac{2L}{r} \gg \frac{1}{\omega_{\text{мех}}}, \quad U_{\omega_p + \omega_{\text{мех}}} \ll U_{\omega_p}.$$

Рассмотрим случай, когда $F(\tau) = F_0 \sin \omega \tau$ в течение интервала времени $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$. Тогда при случайном соотношении фазы $F(\tau)$ и начальных колебаний механического осциллятора вероятное значение изменения



Р и с. 16.

амплитуды колебаний осциллятора $\delta(x_0)$ при воздействии $F_0 \sin \omega_{\text{мех}} \tau$ равно

$$\delta(x_0) \simeq \frac{F_0 \hat{\tau}}{2\sqrt{2}m\omega_{\text{мех}}} . \quad (5.3)$$

Изменение $\delta(U_{\omega_p + \omega_{\text{мех}}})$, вызванное δx_0 , должно быть больше, чем шумы Найквиста в резонаторе, т. е.

$$\delta(U_{\omega_p + \omega_{\text{мех}}}) = \frac{1}{8\sqrt{2}} U_{\omega_p} \frac{\omega_e}{\omega_{\text{мех}}^2} \frac{F_0 \hat{\tau}}{m d_0} \gtrsim \sqrt{\frac{2\kappa T r}{\hat{\tau}}} . \quad (5.4)$$

Условие (5.4) является первым условием обнаружения амплитуды силы F_0 с помощью такого способа регистрации. Оценим теперь флуктуационное силовое воздействие емкостного датчика на механический осциллятор. Спектральная составляющая кулоновской силы вблизи частоты $\omega_{\text{мех}}$ возникает, как комбинационная, от напряжения накачки и собственных колебаний резонатора. Амплитуда этой составляющей равна

$$F_i = U_{\omega_p} U_{\omega_e} \frac{\omega_e}{\omega_{\text{мех}}} \frac{C_e}{4d_0} . \quad (5.5)$$

Ясно, что важны лишь вариации $\delta(F_i)$, вызванные тепловыми колебаниями в резонаторе:

$$\delta(U_{\omega_e}) \simeq \sqrt{\frac{\kappa T}{C_e}} \sqrt{\frac{2\hat{\tau}}{\tau_e^*}} , \quad (5.6)$$

Если теперь потребовать, чтобы

$$\delta(F_i) \lesssim F_0$$

(это второе условие обнаружения), то, комбинируя формулы (5.4) — (5.6) и учитывая (5.1), получим

$$[F_0]_{\min} = \xi \frac{4}{\hat{\tau}} \sqrt{\frac{m\kappa T_e \omega_{\text{мех}}}{\omega_e} \frac{\hat{\tau}}{\tau_e^*}} = \xi \sqrt{\frac{8m\kappa T_e \omega_{\text{мех}}}{Q_e \hat{\tau}}}, \quad (5.7)$$

при

$$[U_{\omega_p}]_{\text{optim}} = \frac{8\omega_{\text{мех}} d_0}{\hat{\tau} \omega_e} \sqrt{2m\omega_{\text{мех}} \omega_e L}. \quad (5.8)$$

Ради простоты доказательства при выводе (5.7) и (5.8) было использовано довольно грубое приближение, однако точный расчет подтверждает полученный результат. Процесс установления колебаний в системе, при детальном анализе, как оказывается, сопровождается биениями, и для обнаружения силы порядка $[F_0]_{\min}$ необходимо знать либо предысторию системы, либо период биений. При выводе (5.7) предполагалось, что $H_{\text{мех}} = 0$. Очевидно, что при

$$Q_{\text{мех}}/T_{\text{мех}} = Q_e/T_e$$

величина амплитуды силы $[F_0]_{\min}$ совпадает с формулой (1.1), т. е. шум электрической части системы при этом играет такую же роль, что и шум механической части. Однако, учитывая, что в сверхпроводящих резонаторах Q_e достигает величин порядка $5 \cdot 10^{11}$, становится очевидным, сколь велик резерв чувствительности, определяемый датчиком даже в «идеально» консервативных механических системах.

Как было показано в [34], в случае $\Delta\omega_{\text{мех}} \ll \omega_e/Q_e$, применяя емкостный датчик или лазерный интерферометр, можно получить с помощью таких же рассуждений формулы, которые аналогичны (5.7) и (5.8). Из них мы приведем только одну — для емкостного датчика:

$$[F_0]_{\min} \simeq \xi \frac{4}{\hat{\tau}} \sqrt{\pi \sqrt{2} \frac{m\kappa T_e \omega_{\text{мех}}}{\omega_e}}. \quad (5.9)$$

При сравнении (5.9) и (5.7) видно, что при $\hat{\tau} \ll \tau_e^*$ (что эквивалентно $\Delta\omega_{\text{мех}} \gg \omega_e/Q_e$) величина силы $[F_0]_{\text{мин}}$ по порядку величины в $\sqrt{\hat{\tau}/\tau_e^*}$ раз меньше, чем в случае $\hat{\tau} \gg \tau_e^*$.

Соотношения типа (5.7) и (5.9) базируются на выборе оптимальных условий измерений типа условия (5.8), которые требуют знания формы силового воздействия (детерминированный сигнал). Поэтому термин «оптимальная стратегия измерений» нам представляется оправданным. Вычисления, аналогичные произведенным, нетрудно проделать для любой формы $F(\tau)$.

Формулы (5.7) и (5.9), как отмечалось выше, выведены в предположении $H_{\text{мех}} = 0$. Таким образом, (5.7) и (5.9) можно рассматривать как предельные соотношения, ограничивающие применимость классической формулы Найквиста (см. (1.1)).

Рассмотрим теперь квантовые ограничения для обнаружимой силы $F(\tau)$, действующей на механический осциллятор. В [34] было показано, что если $F(\tau) = F_0 \sin \omega_{\text{мех}}\tau$ в течение интервала $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$, то при амплитуде F_0 , равной

$$[F_0]_{\text{кв}} \simeq \xi \frac{2}{\hat{\tau}} \sqrt{\frac{\hbar m \omega_{\text{мех}}}{n_{\text{мех}}}}, \quad (5.10)$$

с вероятностью, близкой к единице, квантовый механический осциллятор перейдет с начального уровня $n_{\text{мех}}$ на один из ближайших уровней. Сравнив формально (5.10) с (5.7) и (5.9), можно заключить, что $[F_0]_{\text{кв}}$ может быть больше $[F_0]_{\text{мин}}$ из (5.7), и никогда не может превысить $[F_0]_{\text{мин}}$ из (5.9), так как в этих формулах по условиям вывода $\kappa T_e > \hbar \omega_e$. Иными словами, используя рассмотренный выше метод измерений, приводящий к формулам (5.7) и (5.8), можно в принципе достигнуть при $\hat{\tau} \ll \tau_e^*$ чувствительности, определяемой дискретностью энергетических уровней механического осциллятора.

Для более подробного анализа вернемся к выводу формул (5.7) и (5.8). Вывод может считаться корректным, если наименьшее значение $\delta(U_{\omega_e})$ (см. (5.6)) соответствует изменению энергии электромагнитного

осциллятора δE , равному одному кванту:

$$\delta E = C_e U_{\omega_e} \delta(U_{\omega_e}) = \hbar \omega_e. \quad (5.11)$$

Так как $U_{\omega_e} = \sqrt{2\kappa T/C_e}$ и $\omega_e = \omega_p + \omega_{\text{мех}}$, то (5.11) можно переписать в виде

$$n_e^T \sqrt{\frac{2\kappa}{\tau_e^*}} = 1, \quad (5.12)$$

где

$$n_e^T = \frac{\kappa T_e}{\hbar \omega_e}.$$

Подставляя (5.12) в (5.7), получим

$$[F_0]_{\text{мин}} = \xi \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{8m\hbar\omega_{\text{мех}}}{n_e^T}}. \quad (5.13)$$

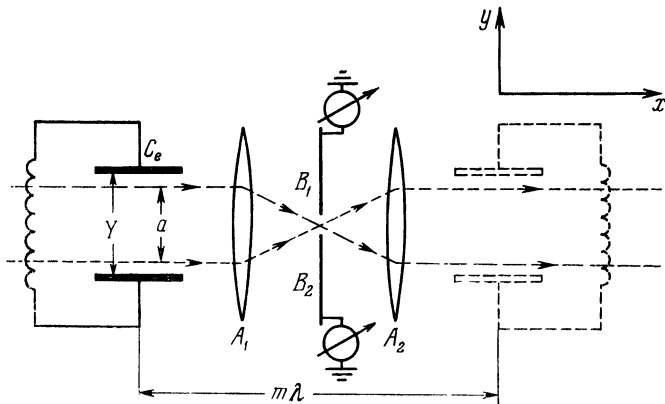
Таким образом, на фоне квантовых флуктуаций в электромагнитном резонаторе можно в принципе достигнуть чувствительности, соответствующей формуле (5.10), при условии

$$n_e^T > 2n_{\text{мех}}. \quad (5.14)$$

Нетрудно показать (на этих выкладках мы здесь не останавливаемся), что для достижения чувствительности в соответствии с формулой (5.10) не обязательно увеличивать равновесную температуру T_e и с ней величину n_e^T ; достаточно увеличить начальную амплитуду колебаний в электромагнитном резонаторе (см. подробнее [35]) так, чтобы выполнялось неравенство $n_e > 2n_{\text{мех}}$.

Как видно из изложенного, для того чтобы достигнуть чувствительности, соответствующей формулам (5.10) и (5.13), необходимо иметь возможность регистрировать изменение квантового состояния на единицу у избранной моды колебаний электромагнитного резонатора. В § 4 было показано, что при $Q_e \simeq 5 \cdot 10^{11}$, $\omega_e = 2 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$, $T_e = 2^\circ \text{К}$ время пребывания в основном состоянии порядка 3 сек, а при $n_e^T = 15$ около

0,2 сек. Таким образом, при достигнутых величинах Q_e и не слишком низких температурах интервал $\hat{\tau}$ в формулах (5.7) и (5.13) может быть порядка единиц секунд и меньше. Неопределенность в определении энергии в моде резонатора поэтому может быть порядка $\hbar/\hat{\tau} \simeq 10^{-27} \div 10^{-26}$ эрг, в то время как величина $\hbar\omega_e \simeq 2 \cdot 10^{-17}$ эрг. Таким образом, боровское соотношение неопределенностей, по крайней мере при $\hat{\tau} \simeq 1 \div 0,1$ сек, не ставит ограничения для создания устройства,



Р и с. 17.

определяющего, на каком квантовом уровне находится электромагнитный осциллятор, не возмущая его. Такого рода устройства еще не разрабатывались. Поэтому целесообразно кратко остановиться на одном примере, который поясняет, с одной стороны, возможность создания такого устройства, а с другой, иллюстрирует трудности при реализации.

Принципиальная схема обсуждаемого устройства изображена на рис. 17. Пучок электронов, имеющих горизонтальную скорость v_x , проходит между пластинами емкости C_e резонатора клистронного типа так, что переменное электрическое поле отклоняет пролетающие электроны в направлении y . Электроны проходят затем через две одинаковые линзы, A_1 и A_2 ,

которые осуществляют зеркальное отображение траекторий электронов относительно плоскости симметрии конденсатора (расстояние между линзами равно удвоенному фокусному). После этого электроны попадают снова в емкость исследуемого резонатора. Резонатор в этом случае должен иметь две пространственно разнесенные емкости. Если конструкция резонатора такова, что он имеет только одну емкость, то изображенную на рис. 17 схему нужно дополнить системой зеркал.

Вторичный пролет через конденсатор электронов, не попавших на шторки B_1 и B_2 , используется для компенсации того воздействия на резонатор, которое они оказывают, пролетая через резонатор первый раз. Чтобы такая компенсация имела место, время между первым и вторым пролетом должно соответствовать изменению фазы колебаний на $2\pi m$, где m — целое число. Это условие предполагает достаточно точное знание частоты ω_e и хорошую монокинетичность электронов в пучке.

Приемные электроды, выполненные в виде двух шторок (B_1, B_2), располагаются перпендикулярно к оси x вблизи фокуса линз симметрично относительно их оптической оси. Под действием переменного поля в левом конденсаторе фокальное пятно будет колебаться в плоскости шторок. В результате, если края шторок расположены несколько ближе к оптической оси, чем первый дифракционный минимум, среднее число попадающих на шторки электронов будет увеличиваться с ростом амплитуды колебаний в резонаторе. Расширение фокального пятна будет обнаружимо, когда приращение $\overline{\delta N_B}$ среднего числа попадающих на шторки электронов превысит флуктуацию ΔN_B числа электронов, попадающих на шторки при отсутствии поля в конденсаторе. Так как $\overline{\delta N_B} \sim N_e$, а $\Delta N_B \sim \sqrt{N_e}$ (N_e — полное число прошедших через конденсатор электронов), то обнаружимое колебание фокального пятна будет тем меньше, чем больше N_e . Однако при увеличении числа пролетающих через резонатор электронов увеличивается вероятность изменения состояния осциллятора.

Если до измерения осциллятор находился в основном состоянии ($n_e = 0$), то после пролета одного элект-

рона только через левый конденсатор вероятность обнаружить его в этом же состоянии будет равна

$$P_0 = e^{-Z},$$

где в нашем случае

$$Z = \frac{e^2 (\omega_e \tau_{\Pi})^2}{2C_e \hbar \omega_e} \left[\frac{\overline{y^2}}{Y^2} + \frac{v_y^2 \tau_{\Pi}^2}{4Y^2} \right]; \quad (5.15)$$

здесь $\overline{y^2}$ — среднеквадратичное значение координаты электрона относительно плоскости симметрии конденсатора, Y — расстояние между пластинами конденсатора, e — заряд электрона, τ_{Π} — время пролета электрона через конденсатор, v_y — неопределенность скорости электронов вдоль оси y .

Выражение (5.15) справедливо при $\omega_e \tau_{\Pi} \ll 1$. Второе слагаемое в (5.15), соответствующее расходимости пучка за время пролета, в практических интересных для нас случаях много меньше, чем $\overline{y^2}/Y^2$. Если плотность вероятности координаты y почти во всем сечении a пучка не зависит от y , то $\overline{y^2} = a^2/12$. Тогда, например, при $\omega_e \tau_{\Pi} = 1$, $C_e = 0,3$ см, $\omega_e = 2 \cdot 10^{10}$ сек⁻¹, $a/Y \simeq 1$ получим $Z \simeq 1,5 \cdot 10^{-3}$, т. е. один электрон мало возмущает основное состояние осциллятора. Однако, если из N_e пропущенных через систему электронов αN_e электронов попадут на шторки, то величина Z увеличится в αN_e раз.

Необходимое число N_e электронов зависит от амплитуды колебаний фокального пятна y_0 . Она в общем случае равна

$$y_0 = \frac{eU_0 \tau_{\Pi} L}{\mu_e Y v_x},$$

где U_0 — амплитуда колебаний напряжения на емкости, μ_e — масса электрона, L — длина фокусного расстояния линзы. Если $n_e = 0$, то $U_0 = \sqrt{\hbar \omega_e / C_e} = 2,5 \cdot 10^{-6}$ в при $\omega_e = 2 \cdot 10^{10}$ сек⁻¹ и $C_e = 0,3$ см. Тогда при $v_x = 10^{10}$ см/сек, $Y = 0,2$ см, $L = 10^2$ см, $\tau_{\Pi} = 5 \cdot 10^{-11}$ сек, величина $y_0 = 10^{-8}$ см. Отметим, что современные электронные микроскопы имеют диаметр пятна около $5 \cdot 10^{-8}$ см [20]. Как показывает простой анализ, такое колебание пятна можно обнаружить, если $N_e \simeq 10^3$. При этом на шторки попадает в среднем 10^2 элек-

тронов, т. е. $\alpha \simeq 0,1$. Следовательно, описываемая схема эксперимента позволяет определить основное состояние осциллятора, вероятность обнаружить осциллятор в этом состоянии после измерения будет равна $P_0 \simeq \simeq 0,85$. Эти оценки относятся к случаю, когда все электроны, летящие вне основного дифракционного максимума, задерживаются шторками. Однако шторки можно сделать в виде очень узких полосок с угловой шириной меньше ширины дифракционного максимума.

Для регистрации электронов достаточно отбирать у них энергию всего в несколько электронвольт, а так как энергия электронов порядка $3 \cdot 10^4$ эв, то шторки можно делать почти прозрачными для электронов.

Следовательно, коэффициент некомпенсации α может быть снижен по крайней мере еще в 10 раз. Тогда вероятность обнаружить осциллятор после измерений на исходном уровне будет равна $P_0 = 0,98 \div 0,99$.

Минимальное значение α определяется не только шириной и прозрачностью шторок, но и дифракционным возмущением электронов, пролетающих рядом со шторками. Оценки показывают, что этот эффект играет меньшую роль, чем поглощение электронов шторками.

Отметим, что в описанной схеме существенную роль играют механические степени свободы резонатора. Изменение импульса электронов сопровождается изменением механического импульса резонатора. Но так как масса последнего велика, то его положение остается хорошо определенным.

Заканчивая этот раздел, мы не останавливаемся здесь на вопросах о том, как близко в конкретных экспериментах можно приблизиться к чувствительности, определяемой формулами (5.7), (5.9) и (5.10). Одна из подобных ситуаций будет подробно рассмотрена в гл. III. Вопросы о роли внутренних степеней свободы массы m подробно изложены в [34].

Материал, изложенный в этом параграфе, следует рассматривать как описание предельных соотношений и описание условий, необходимых для того, чтобы достигнуть предельную чувствительность при измерении малой силы, действующей на механический осциллятор.

ГЛАВА II

ЭКСПЕРИМЕНТЫ, СВЯЗАННЫЕ С ОБНАРУЖЕНИЕМ МАЛЫХ СИЛ

Подбор материала в этой и последующей главе определяется областью интересов авторов, так как количество экспериментов, в которых измерялись малые силы или моменты сил, весьма значительно. Даже краткий обзор таких экспериментов, выполненных за последние несколько лет, занял бы относительно много места. Из наиболее интересных, завершенных в последние годы, следует отметить опыты Уиттеборна и Фэйрбенка [36] по измерению ускорения свободного падения электрона в поле тяжести Земли. По мнению авторов, несомненно, заслуживает внимания экспериментаторов программа по измерению прецессии релятивистского гироскопа [37]. Эти исследования, а также включенный в гл. II материал могут дать представление читателю о современном «уровне искусства» в этой области эксперимента.

В § 6 приведено описание эксперимента по проверке принципа эквивалентности, кроме того, в него включены три проекта, в которых можно в принципе достигнуть более высокого разрешения. Следующий параграф (§ 7) представляет собой краткий обзор областей применения и особенностей нового вида космических лабораторий, — так называемых спутников, свободных от сноса.

§ 6. Проверка принципа эквивалентности

Ускорение свободного падения в однородном гравитационном поле одинаково для различных пробных масс. Этот фундаментальный экспериментальный результат неоднократно подвергался опытной проверке,

и во всех проверках с точностью до ошибок измерений подтверждался. Под названием принцип эквивалентности инертной и гравитационной масс он вошел, в качестве постулата, в основание общей теории относительности. По-видимому, нельзя сформулировать точных границ (или границы), для которых достигнутая в эксперименте по проверке принципа эквивалентности точность является критической. Однако приближенные соотношения существуют (см., например, вводную статью в сборнике [38] или работы Нордвекта [39]). Вопрос о принципе эквивалентности или об уровне малости, на котором он нарушается, это, по существу, вопрос о том, является ли гравитационное взаимодействие универсальным. Поэтому можно предвидеть, что в будущем будут осуществляться новые проверки принципа эквивалентности, по-видимому, до тех пор пока не будет обнаружено на опыте его нарушение.

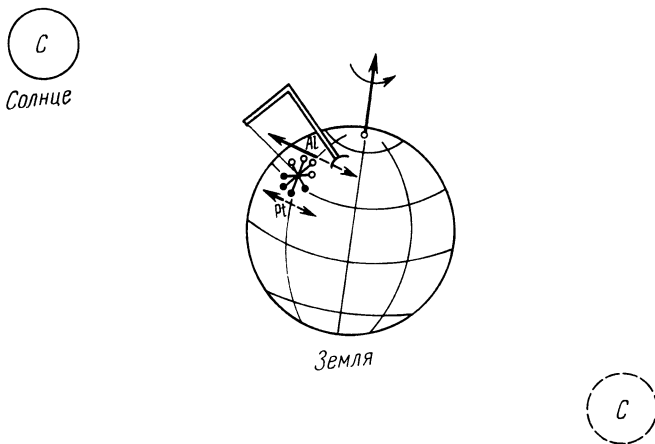
Ниже приведено описание эксперимента, выполненного В. И. Пановым и одним из авторов этой книги [40] в 1969—1971 гг.

Конструкция установки и методика измерений. В эксперименте была сохранена схема опыта Дики, Ролла и Кроткова [41]. На крутильный маятник, падающий вместе с Землей в поле тяжести Солнца, должен действовать крутильный механический момент, пропорциональный разности ускорений веществ, из которых состоит маятник (если нарушается принцип эквивалентности). Из-за вращения Земли величина амплитуды этого момента

$$\text{Мом}\{F\} = \frac{DJ_0 g_{\odot} \tilde{\Delta}(A, B)}{R} \quad (6.1)$$

должна меняться по синусоидальному закону с периодом $\tau_0 = 24$ часа (рис. 18). В формуле (6.1) D — постоянная, зависящая от геометрии маятника, J_0 — момент инерции коромысла маятника, R — его радиус, g_{\odot} — ускорение свободного падения на Солнце, $\tilde{\Delta}(A, B) = = (M/m)_A - (M/m)_B$ разность отношений гравитационной и инертной масс испытываемых тел. Например, для того чтобы зарегистрировать нарушение принципа экви-

валентности на уровне $\tilde{\Delta} = 1 \cdot 10^{-12}$ (при параметрах $D = 0,3$, $J_0 = 4 \cdot 10^2 \text{ г} \cdot \text{см}^2$, $R = 10 \text{ см}$), необходимо измерять момент сил $\simeq 8 \cdot 10^{-12} \text{ дин} \cdot \text{см}$. В опыте [41] справедливость принципа эквивалентности была установлена с точностью $3 \cdot 10^{-11}$ (при времени выделения сигнала $\simeq 8 \cdot 10^6 \text{ сек}$). Регистрация величины $\text{Мом}\{F\} = 8 \cdot 10^{-12} \text{ дин} \cdot \text{см}$ представляется довольно сложной



Р и с. 18.

задачей, но ее можно решить, используя свойства колебательных систем с большой постоянной времени.

В главе I было показано, что если для регистрации периодического ускорения использовать механический осциллятор с большим временем релаксации, то в классическом приближении минимальное ускорение пробной массы m , которое можно обнаружить на фоне тепловых флуктуаций, будет равно

$$[\Delta a]_{\text{мин}} \simeq \xi \sqrt{\frac{8\kappa T}{m\tau^*\hat{\tau}}}. \quad (6.2)$$

Здесь $\hat{\tau}$ — время измерения, τ^* — время релаксации, ξ — коэффициент, характеризующий уровень достоверности обнаружимого ускорения. Из этой формулы

видно, что увеличения чувствительности эксперимента при том же времени измерения можно достигнуть, увеличивая время релаксации τ^* осциллятора. Если $\tau^* = 6 \cdot 10^7$ сек (что заведомо было реализовано в опыте), $\hat{\tau} = 6 \cdot 10^5$ сек, $m = 4$ г (общая масса грузов используемого в опыте осциллятора), то на уровне тепловых флуктуаций можно различить ускорение $\Delta a \simeq \simeq 1 \cdot 10^{-13}$ см/сек².

Для облегчения индикации такой малой величины необходимо, чтобы период собственных колебаний крутильного маятника был возможно ближе к 24 часам. Величине $\Delta a = 1 \cdot 10^{-13}$ см/сек², при $m = 4$ г, $R = 10$ см соответствует Момент $\{F\} = 4 \cdot 10^{-12}$ дин · см.

Время релаксации τ^* для крутильного маятника в лабораторных условиях определяется величиной давления остаточного газа вблизи маятника

$$\tau_{\text{газ}}^* \simeq \frac{m}{4} S^{-1} \mu^{-1/2} (\kappa T)^{-1/2} \hat{k}^{-1/2} \quad (6.3)$$

и трением в нити подвеса

$$\tau_{\text{н}}^* \simeq E \tau_0^2 \eta^{-1} \pi^{-2}, \quad (6.4)$$

где m — масса осциллятора, S — его полная поверхность, μ — масса молекулы остаточного газа, \hat{k} — число частиц в единице объема, η — коэффициент вязкости материала нити, E — его модуль сдвига. Если в (6.3) и (6.4) подставить параметры, которые имели место в опыте: $m = 4$ г, $S = 2$ см², $\mu = 5,5 \cdot 10^{-23}$ г, $\hat{k} \gtrsim 3 \cdot 10^8$ 1/см³ (давление в вакуумной камере $p \gtrsim 1 \cdot 10^{-8}$ торр), $E = 1,5 \cdot 10^{12}$ дн · см² (вольфрам), $\eta = 1 \cdot 10^{10}$ пуаз, то для этих значений

$$\tau_{\text{газ}}^* \gtrsim 3 \cdot 10^9 \text{ сек}, \quad \tau_{\text{нить}}^* \simeq 8 \cdot 10^9 \text{ сек}.$$

Кроме этого, существенное затухание может быть вызвано токами Фуко, возникающими при взаимодействии движущихся металлических частей крутильного маятника с магнитным полем Земли. Величину $\tau_{\text{магн}}^*$ можно оценить по формуле

$$\tau_{\text{магн}}^* \simeq \frac{2\mathcal{E}\tau_0}{\Delta\mathcal{E}\tau_0} \quad (6.5)$$

(здесь \mathcal{E} — энергия, запасенная в осцилляторе, τ_0 — период его колебаний, $\Delta\mathcal{E}_{\tau_0}$ — энергия, теряемая осциллятором за период). Так как при движении коромысла в магнитном поле на концах металлических грузов возникает разность потенциалов $U_0 \sin \omega_0 \tau$, то

$$\Delta\mathcal{E}_{\tau_0} = \frac{U_0^2}{2r} \tau_0,$$

где r — омическое сопротивление грузов), и формула (6.5) может быть записана в виде

$$\tau_{\text{магн}}^* \simeq 10^9 \frac{mr}{2h^2 B_0^2} \text{ сек.} \quad (6.5a)$$

Здесь h — толщина цилиндрического груза в сантиметрах, B_0 — напряженность магнитного поля вблизи коромысла в эрстедах. В лабораторных условиях величину $\tau_{\text{магн}}^*$ можно существенно увеличить, поместив движущиеся металлические части прибора в магнитный экран (что и было сделано в эксперименте). Подставляя в (6.5a) параметры $r = 6 \cdot 10^{-6}$ см, $h = 0,2$ см, $B_0 \lesssim 3 \cdot 10^{-2}$ э (напряженность поля внутри пермаллового экрана), получим для времени релаксации маятника, движущегося в магнитном поле,

$$\tau_{\text{магн}}^* \lesssim 3 \cdot 10^8 \text{ сек.}$$

В условиях опыта амплитуда колебаний маятника изменялась за трое суток не более чем на $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ от начальной величины, откуда следует неравенство $\tau^* > > 6 \cdot 10^7$ сек. Более точно величину τ^* определить не удалось.

Выше упоминалось, что для облегчения индикации ожидаемого эффекта желательно иметь крутильный маятник, у которого период собственных колебаний был бы возможно ближе к 24 часам. С этой целью в эксперименте коромысло маятника моментом инерции $J_0 = 4 \cdot 10^2$ г·см² подвешивалось на тонкой вольфрамовой нити. Период такого маятника вычисляется по формуле

$$\tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{32 J_0 l}{E \pi d_0^4}}, \quad (6.6)$$

где l — длина нити, d_0 — ее диаметр, E — модуль сдвига материала нити. Из (6.6) видно, что увеличить период колебаний крутильного маятника можно, используя нити более тонкого диаметра, так как прочность нити при уменьшении ее толщины падает пропорционально квадрату диаметра, а жесткость пропорционально d_0^4 . В опыте использовался крутильный маятник, подвешенный на нити длиной $l = 280$ см и диаметром $d_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ см. Для вольфрама $E = 1,5 \cdot 10^{12}$ дн·см², следовательно, период крутильных колебаний в соответствии с (6.6) должен равняться $2,1 \cdot 10^4$ сек (величина τ_0 , полученная из результатов опыта $1,91 \cdot 10^4$ сек).

С целью уменьшения влияния местных переменных градиентов гравитационного поля, коромысло крутильного маятника было изготовлено в виде восьмиконечной звезды (рис. 19) с равными массами на концах, четыре из которых были изготовлены из алюминия, четыре из платины. В этом случае коэффициент D в формуле (6.1) равен $(3,07)^{-1}$.

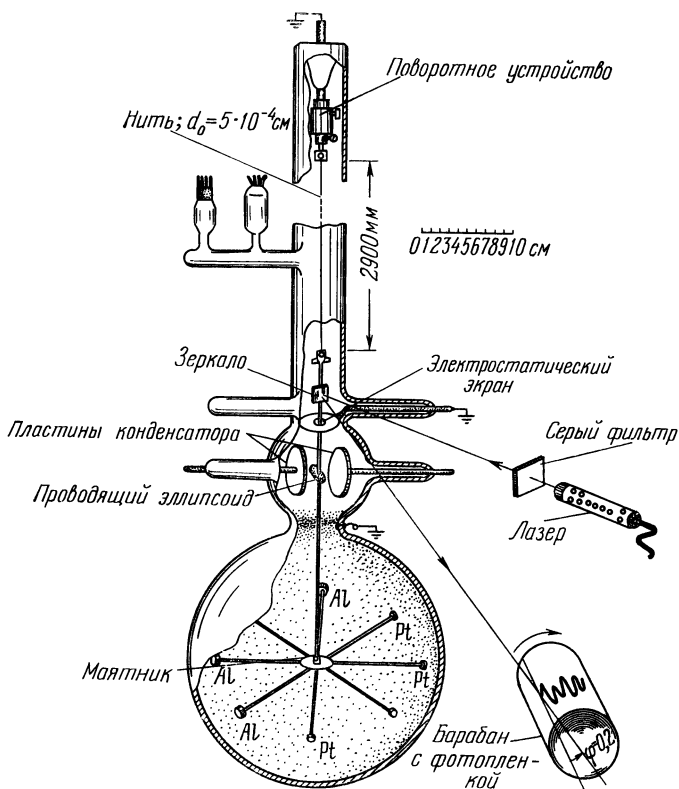
Если принцип эквивалентности не выполняется и, соответственно, величина $\tilde{\Delta}$ не равна нулю, то амплитуда угловых колебаний маятника может быть определена с помощью (6.1):

$$\Delta\varphi = \frac{g_{\odot} \tilde{\Delta} (Al, Pt)}{3,07 \cdot R \omega_0^2}. \quad (6.7)$$

Здесь $g_{\odot} = 0,62$ см/сек² — ускорение свободного падения на Солнце, R — радиус коромысла крутильного маятника, ω_0 — собственная частота колебаний маятника, $\tilde{\Delta} = (M/m)_{Al} - (M/m)_{Pt}$, где m и M соответственно инертная и гравитационная массы тел (соотношение (6.7) справедливо, если $\tau_0 \ll 24$ часов). Для $\tilde{\Delta} = 1 \cdot 10^{-12}$, $\tau_0 = 1,92 \cdot 10^4$ сек, $R = 10$ см, величина $\Delta\varphi$ равна $1,8 \cdot 10^{-7}$ рад.

Относительно сложной оказалась процедура изготовления вольфрамовой нити с малым остаточным крутящим моментом. Нить предварительно отжигалась в высоком вакууме под нагрузкой. Перед отжигом вольфрамовая нить в течение нескольких суток висе-

ла под грузом, величина которого была близка к разрывной нагрузке нити. Затем нить подвешивалась в вакуумной камере и в течение 5—10 часов подвергалась



Р и с. 19.

отжигу бесконтактным способом. Для этого использовался высокочастотный генератор с выходной мощностью 4 вт. Отжиг проводился на частоте 10 Мгц. При такой операции нить прогревалась равномерно по всей длине до температуры $\sim 800^\circ\text{C}$ (что соответствует светло-малиновому цвету нагреваемой нити). Отжиг начинался при давлении не ниже 10^{-4} торр. После пред-

варительного отжига через нить пропускался ток силой $5 \cdot 10^{-2}$ а в течение $\sim 10^{-1}$ сек (пропускание такого тока раскаляло нить до желтого цвета). На этом этапе отжига нить находилась в том же положении, в котором она оставалась после предварительной обработки. Через месяц после того как маятник был подвешен в камере основной установки, монотонный дрейф положения равновесия маятника оказался равным $4 \cdot 10^{-6}$ рад/сутки. Следует отметить, что в высоком вакууме, даже при давлениях 10^{-7} торр, монотонный дрейф положения равновесия маятника может быть вызван незначительным изменением давления в вакуумной камере. Этот эффект может возникнуть из-за локального загрязнения коромысла, а также вследствие способности различных материалов по-разному сорбировать или десорбировать молекулы газа.

Коромысло маятника (см. рис. 19) было изготовлено из восьми тонких стержней сечением $0,5 \times 0,5$ мм². К концам стержней крепились грузы одинаковой массы из особо чистых алюминия и платины (чистоты 0,9999). Общая масса грузов 3,9 г. Относительная точность изготовления грузов и стержней $\sim 4 \cdot 10^{-4}$. Коромысло прикреплялось к нити с помощью тонкого стержня, на котором жестко крепились зеркало и проводящий эллипсоид (общая масса коромысла с грузами составляла 4,7 г). Эллипсоид размещался между пластинами плоского конденсатора. Подавая импульсы электрического напряжения на пластины конденсатора, можно было изменять амплитуду крутильных колебаний (останавливать или раскачивать). Это было необходимо, так как время затухания крутильных колебаний составляло по крайней мере 2 года. Такой способ позволял уменьшать амплитуду крутильных колебаний от нескольких радиан до $\varphi \simeq 1 \cdot 10^{-5}$ рад.

Крутильный маятник помещался в стеклянную вакуумную камеру. Камера длиной 3,5 м была полностью выполнена из молибденового стекла, что дало возможность получить в объеме давление $p \lesssim 1 \cdot 10^{-8}$ торр. Часть камеры, где размещалась нить, была изготовлена из цилиндрической трубы диаметром 6 см. К нижней части трубы приваривался стеклянный шар диаметром

35 см. Шар был предварительно посеребрен изнутри. Внутренняя металлизированная поверхность шара заземлялась с помощью контакта, выведенного через стекло. Перед тем как шар приваривался к цилиндру, в него через узкое отверстие (~ 6 см) помещалось коромысло с эллипсоидом и зеркалом. Для того чтобы упростить эту операцию, коромысло было изготовлено из дюралевых стержней длиной 8 см, шарнирно прикрепленных к основанию. Вес коромысла без грузов составлял 0,8 г. В нижней части трубы был сделан оптический вывод для системы регистрации и вварены два молибденовых стержня, на которых крепились пластины конденсатора. С целью уменьшить влияние электрического поля на металлические детали маятника, над пластинами конденсатора размещался электростатический экран. К верхней части стеклянной трубы с помощью молибденового стержня крепился поворотный механизм, изготовленный из нержавеющей стали и мягкого железа. Такое устройство позволяло с помощью магнита смещать положение равновесия маятника, находящегося внутри вакуумной камеры. К поворотному механизму нить прикреплялась с помощью титанового зажима, изготовленного из двух шлифованных пластин, между которыми зажималась пятимикронная нить. Зажим из титана обладал достаточной твердостью, чтобы тонкая вольфрамовая нить не выскальзывала из него, но не деформировал нить (любая неупругая деформация могла значительно уменьшить ее прочность). Пятимикронная вольфрамовая нить после обработки разрывалась при нагрузке 6—6,5 г. Нить помещалась в вакуумную камеру через отверстие в верхней части трубы и жестко крепилась к поворотному устройству. К нижнему концу нити прикреплялся призматический зажим, на который подвешивалось коромысло маятника. Эта операция при сборке установки занимала основную часть времени, так как нить могла оборваться при незначительной динамической нагрузке.

Нижняя часть вакуумной камеры была защищена магнитным пермаллоевым экраном с коэффициентом экранирования $\sim 4 \cdot 10^{-2}$. Вся установка была помещена в пассивный пенопластовый термостат (коэффициент

стабилизации $\sim 1,5 \cdot 10^{-2}$) с оптическим выводом для систем регистрации. На рис. 20 представлена гистограмма изменения температуры внутри термостата в зависимости от времени при изменении температуры ΔT окружающего воздуха на 3°C . Из рисунка видно, что за время ~ 8 часов температура внутри термостата менялась не больше, чем на $5 \cdot 10^{-2}^\circ\text{C}$. Помещение, в котором находилась установка, тщательно термоизолировалось (вариации температуры в течение суток в

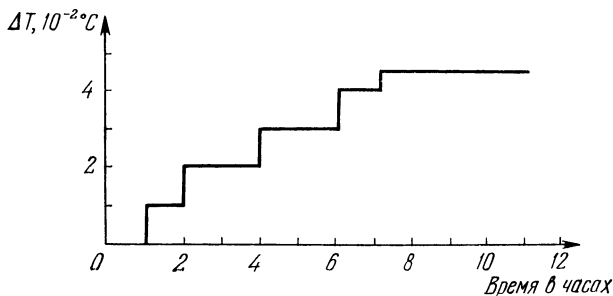
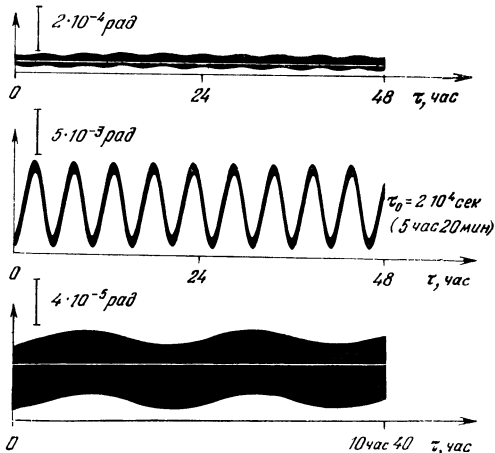


Рис. 20.

помещении не превышали $\sim 3 \cdot 10^{-2}^\circ\text{C}$). Колебания маятника регистрировались по движению оптического пятна на фотопленке. В качестве источника света был использован гелий-неоновый лазер. На выходе лазера ставился нейтральный фильтр, снижавший интенсивность пучка и, следовательно, уменьшавший влияние системы регистрации на маятник. Луч лазера, сфокусированный длиннофокусной линзой, после отражения от зеркала маятника попадал на барабан с фотопленкой. Барабан делал полный оборот за семь суток. Ось барабана была наклонена по отношению к лучу под углом $0,2 \text{ рад}$ (см. рис. 19), что увеличивало эффективную длину оптического плеча L . Барабан помещался на расстоянии 5 м от зеркала маятника (т. е. длина оптического плеча $L = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$). Следовательно, для того чтобы зарегистрировать изменение амплитуды колебаний маятника на величину $\Delta\varphi = 1 \cdot 10^{-7} \text{ рад}$, необходимо было разрешать на пленке $5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, что не пред-

ставляет особых сложностей. Примененная система регистрации позволяла усреднить на фотопленке незначительные маятниковые и высокочастотные сейсмические колебания. Вызванное этими колебаниями уширение пятна на пленке легко устранялось в процессе обработки результатов. Коромысло маятника ориентировалось так, чтобы алюминиевые грузы были направлены на север, а платиновые на юг (см. рис. 18). Такое



Р и с. 21.

расположение коромысла позволяло получить максимальную чувствительность к ожидаемому эффекту. Установка была размещена в подвальном помещении физического факультета МГУ.

Процедура собственно измерений сводилась к следующим операциям: перед проведением измерений оператор уменьшал амплитуду крутильных колебаний маятника до величины $\varphi \simeq 2 \cdot 10^{-5} \div 1 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$, что соответствовало смещению лазерного пятна на фотопленке $\simeq 1 \div 5 \text{ мм}$. После того как амплитуда была уменьшена, оператор покидал помещение. Смена фотопленки производилась один раз за 2 \div 4 суток. Измерения проводились с 1.2.1971 года по 21.2.1971 г. За

это время было получено восемь пленок с записью колебаний маятника. На рис. 21, в верхней части, приведены фотокопии двух записей колебаний маятника, сделанных на этой установке. Хорошо видно, что система была практически консервативна для времени измерения в несколько суток. В увеличенном масштабе в нижней части рисунка также показан участок записи продолжительностью ≈ 10 часов. На фотографии хорошо виден след репера — тонкой проволоки, укрепленной на щели барабана. От репера и производился отсчет отклонений лазерного пятна.

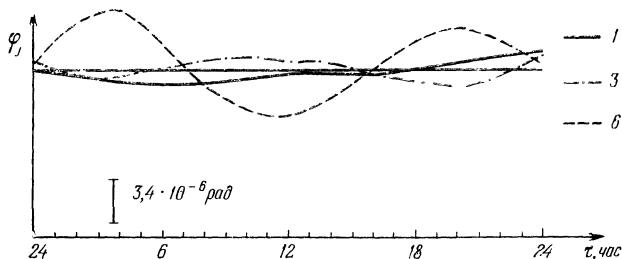
Полученные результаты сравнивались с графиком сейсмической активности. Из записей был отброшен один результат, полученный по измерениям 7.2.1971 г., так как в этот интервал времени сейсмической станцией «Москва» было зарегистрировано относительно интенсивное землетрясение (амплитудой ~ 170 мкм). Все остальные интервалы времени регистрации не совпадали с относительно большими сейсмическими толчками. Следует отметить, что отброшенное значение не должно было бы учитываться и по статическому критерию Фишера.

Обработка полученных результатов сводилась к выделению из записи колебаний гармоника с известной фазой и периодом $\tau_0 = 24$ часа. Для этого было необходимо численно найти значение амплитуды 24-часовой гармоника ожидаемого сигнала:

$$\Delta\varphi_j = \frac{2}{\tau} \int_0^{\hat{\tau}} \varphi(\tau) \sin(\omega_0\tau + \theta) d\tau, \quad (6.8)$$

где $\varphi(\tau)$ соответствует записи колебаний маятника, θ — выбирается из условия равенства нулю момента сил ожидаемого воздействия в соответствующие моменты времени (12 часов и 24 часа). Кроме ожидаемого сигнала, $\Delta\varphi_j$ содержит вклад от флуктуационных и имитационных эффектов, которые даже в отсутствие сигнала могут привести к отличному от нуля значению $\tilde{\Delta}$. При обработке пленок сначала находились последовательные значения амплитуд собственных колебаний маятника.

По этим точкам строилась линия средних значений каждого полупериода, тем самым исключалась ошибка, вызываемая изменением ширины пятна лазера на фотопленке. Затем численно проводился гармонический



Р и с. 22.

анализ и выделялась гармоника с периодом 24 часа. При обработке вычитался монотонный дрейф $4 \cdot 10^{-6}$ рад/сутки (дрейф измерялся в течение месяца). На рис. 22 представлены численные значения φ_j после обработки трех пленок (№ 1, № 3, № 6; см. табл. 3). Пленки

Таблица 3

№.№ пленок	Дни месяца измерений	$\Delta\varphi_j, 10^{-7}$ рад				$\Delta\varphi_j$
		I оператор	II оператор	III оператор	фотометр	
1	1—4	+2,9	+1,8			+2,35
2	8—10	-0,25	-0,55			-0,40
3	10—14	-2,2	-1,3	-1,5	-1,4	-1,70
4	12—15	+0,37	+0,91	+1,0		+0,76
5		-2,5	-2,9	-3,5		-2,96
6	15—17	+0,44	-0,32	-0,35		-0,08
7	19—21	-1,8	-1,8	-1,7		-1,77

обрабатывались вручную тремя независимыми операторами; каждый оператор определял по 11 значениям φ (τ) визуально после увеличения пленки в 100 раз с помощью проектора. Кроме этого, одна из пленок, по рекомендации Дики, была обработана на фотометре, который позволил разрешать смещения на уровне $1 \cdot 10^{-4}$ см, т. е. примерно в 5 раз точнее, чем это мог сделать визуально оператор.

В табл. 3 представлены сводные результаты измерений. В первом столбце указан номер пленки, во втором — время записи (измерения были выполнены в феврале 1971 г.). В 3—5 столбцах приведены амплитуды гармоник $\Delta\varphi_j$ (в радианах) крутильных колебаний маятника с периодом, соответствующим 24 часам, измеренные разными операторами. В 6-м столбце дано среднее значение амплитуды гармоник по каждой пленке. Среднее значение по всем пленкам $\overline{\Delta\varphi_j} = -0,55 \cdot 10^{-7}$ рад. Доверительный интервал, полученный статистической обработкой этих результатов по критерию Стьюдента, на уровне достоверности 0,95 равен $\pm 1,65 \cdot 10^{-7}$ рад. Учитывая, что величине $\tilde{\Delta} = 1 \cdot 10^{-12}$ соответствует $\Delta\varphi_j = 1,8 \cdot 10^{-7}$ рад, получаем

$$\tilde{\Delta} = (-0,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-12}$$

с достоверностью 0.95. Вклад, который дают ошибки операторов в величину доверительного интервала, соответствует $\tilde{\Delta} \simeq 1 \cdot 10^{-13}$. Нетрудно подсчитать, что при $\tau^* = 6 \cdot 10^7$ сек и времени измерения $\hat{\tau} = 6 \cdot 10^5$ сек (7 суток) можно добиться разрешения $\tilde{\Delta} = 5 \cdot 10^{-13}$ при том же уровне достоверности. В эксперименте использовался маятник с $\tau^* > 6 \cdot 10^7$ сек, следовательно, достигнутый в опыте уровень разрешения величины Δ не определялся тепловыми флуктуациями.

Оценим теперь основные эффекты, которые ограничивали чувствительность и могли в условиях опыта имитировать отличное от нуля значение $\tilde{\Delta}$.

А. Радиометрическое давление [42] при наличии градиента температуры на противоположных стенках вакуумной камеры приводит к появлению нескомпен-

сированного механического момента сил, действующего на маятник. Отклонение маятника под действием этого момента можно оценить, если предположить, что молекулярный поток от более нагретого участка поверхности вакуумной камеры равномерно распределен во всех направлениях.

Так как разница геометрического сечения масс ΔS из алюминия и платины отлична от нуля, момент сил радиометрического давления сместит маятник на угол

$$\Delta\varphi_{\text{радиом}} \simeq \frac{\Delta S p R}{4J_0 \omega_0^2} \left(\frac{\Delta \tilde{T}}{T} \right), \quad (6.9)$$

где p — давление в вакуумной камере, R — радиус коромысла маятника, J_0 — момент инерции маятника, ω_0 — собственная частота крутильных колебаний маятника, $(\Delta \tilde{T}/T)$ — относительная вариация температуры на противоположных стенках камеры ($\Delta S \simeq 0,3 \text{ см}^2$, $p \lesssim 1 \cdot 10^{-8} \text{ торр}$, $R = 10 \text{ см}$, $J_0 = 4 \cdot 10^2 \text{ г см}^2$). Изменение температуры в термостате за сутки не превышало $\Delta T \lesssim 5 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$. Различие температуры на противоположных частях камеры по крайней мере на порядок меньше. Следовательно, $\Delta\varphi_{\text{радиом}} \simeq 5 \cdot 10^{-8} \text{ рад}$, что соответствует мажорирующей оценке $\tilde{\Delta} \simeq 3 \cdot 10^{-13}$.

Б. Вариации температуры вызывают десорбцию газов, поглощенных стенками вакуумной камеры. Наличие градиента температуры увеличивает концентрацию молекул вблизи нагретой части поверхности и создает молекулярный поток, аналогичный радиометрическому. Под действием такого потока положение равновесия крутильного маятника смещается на величину

$$\Delta\varphi_{\text{дес}} \simeq \frac{\Delta S \kappa T R \Delta \hat{k} \Delta \tilde{T}}{3J_0 \omega_0^2}. \quad (6.10)$$

Здесь T — средняя температура стенок вакуумной камеры, $\Delta \tilde{T}$ — вариация температуры на одной из сторон вакуумной камеры, $\Delta \hat{k}$ — изменение концентрации молекул из-за нагревания стенок на $1 \text{ }^\circ\text{C}$. Так как изменение температуры на $1 \text{ }^\circ\text{C}$ приводит к изменению концентрации молекул в единице объема вблизи нагрет-

той части камеры (при вакууме $p = 1 \cdot 10^{-6}$ торр) на $\Delta k \simeq 1 \cdot 10^6$ см⁻³ [43], то $\Delta\varphi_{\text{дес}} \simeq 5 \cdot 10^{-8}$ рад. Эта величина соответствует имитации $\tilde{\Delta}_{\text{дес}} \simeq 3 \cdot 10^{-13}$.

В. В соответствии с законом Стефана — Больцмана вариация температуры $\tilde{\Delta T}$ на одной из стенок вакуумной камеры вызывает изменение интенсивности излучения от нее. Изменение интенсивности приводит к появлению нескомпенсированного момента сил электромагнитного излучения, который можно оценить по формуле:

$$\text{Мом} \{F_{\text{эм}}\} \simeq 2 \frac{\partial I}{\partial T} \frac{RS_0 \tilde{\Delta T}}{c},$$

и, следовательно,

$$\Delta\varphi_{\text{эм}} \simeq \frac{2 \frac{\partial I}{\partial T} RS_0 \tilde{\Delta T}}{cJ_0\omega_0^2}. \quad (6.11)$$

Здесь S_0 — эффективная поверхность грузов, взаимодействующая с излучением, c — скорость света.

Величина $I = \alpha [T/100]^\beta$ [44], где α и β определяются условиями опыта (в нашем случае $\alpha \simeq 3 \cdot 10^{-3}$ ккал/м²·час, $\beta \simeq 4,9$). Подставляя в (6.11) $S_0 = 1$ см², $R = 10$ см и учитывая, что в условиях опыта $\tilde{\Delta T} \simeq 5 \cdot 10^{-5}$ °С, получим $\Delta\varphi_{\text{эм}} \simeq 0,7 \cdot 10^{-8}$ рад и $\tilde{\Delta}_{\text{эм}} = 4 \cdot 10^{-14}$.

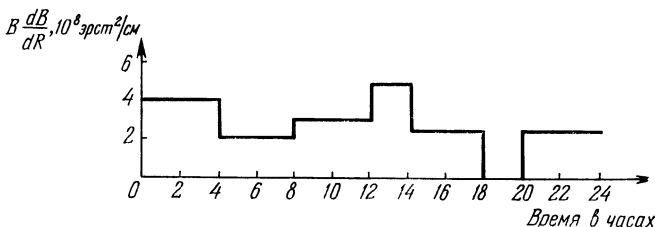
Полученная оценка указывает на то, что этот эффект в данном варианте опыта не играл существенной роли, однако в последующих экспериментах его следует учитывать, так как величина $\Delta\varphi_{\text{эм}}$ может широко варьироваться в зависимости от конструктивных особенностей установки.

Г. Суточные вариации градиента магнитного поля в лаборатории в комбинации с магнитной восприимчивостью грузов приводят к появлению периодического момента, действующего на коромысло крутильного маятника. Этот момент вызывает отклонение маятника с амплитудой

$$\Delta\varphi_{\text{магн}} \simeq R\chi V \left(B \frac{\partial B}{\partial R} \right) J_0^{-1} \omega_0^{-2}, \quad (6.12)$$

где $\chi \simeq 1 \cdot 10^{-6}$ — магнитная восприимчивость материалов грузов, $V \simeq 1 \text{ см}^3$ — объем масс, $(\widetilde{B}d\widetilde{B}/dR)$ — амплитуда суточного изменения величины (BdB/dR) , B — напряженность магнитного поля в лаборатории.

На рис. 23 представлена гистограмма контрольных измерений (BdB/dR) за сутки. Из этих измерений следует, что $(\widetilde{B}d\widetilde{B}/dR)$ не превышала $6 \cdot 10^{-8} \text{ э}^2/\text{см}$ и, следовательно, $\Delta\varphi_{\text{магн}}$ было не более $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ рад}$, что соответствует имитации величины $\widetilde{\Delta}_{\text{магн}} \simeq 1 \cdot 10^{-13}$.



Р и с. 23.

Следует учесть, что измерение величины (BdB/dR) производилось вне пермаллового экрана, уменьшавшего абсолютную величину магнитного поля вокруг маятника. Поэтому истинное значение $\Delta\varphi_{\text{магн}}$ существенно меньше, нежели приведенная оценка.

Д. Присутствие магнитных примесей в материалах грузов может вызвать значительный периодический крутильный момент под действием вариаций магнитного поля в лаборатории. Предположим, что на одном из грузов находится кусочек железа объемом $\Delta V \simeq \simeq 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3$ и намагниченностью

$$\mu_0 = 3 \frac{(\mu^* - 1)}{4\pi(\mu^* + 2)} B.$$

В этом случае вариации магнитного поля в лаборатории вызовут механический момент, под действием которого коромысло маятника повернется на угол

$$\Delta\varphi_{\text{Fe}} \simeq \frac{9\Delta V (\mu^* - 1) B \widetilde{B}}{4\pi (\mu^* + 2) J_0 \omega_0^2}. \quad (6.13)$$

Здесь μ^* — магнитная проницаемость примеси, $\widetilde{\Delta B}$ — вариация магнитного поля (величине $\mu^* = 4$ соответствует максимальное значение μ_0 ; $B \simeq 0,5$ эрстед)

Контрольными измерениями было установлено, что величина ΔB за сутки не превышала $1 \cdot 10^{-3}$ эрст, следовательно $\Delta\varphi_{\text{Fe}} \lesssim 4 \cdot 10^{-8}$ рад, а имитация $\widetilde{\Delta}_{\text{Fe}} \lesssim 2,5 \cdot 10^{-13}$. С целью уменьшения этого эффекта в качестве материалов грузов использовались особо чистые алюминий и платина, а остальные детали маятника подвергались термической и химической обработке.

Е. Местные возмущения градиентов гравитационного поля вызванные, например, приближением оператора к помещению, в котором находилась установка, могли изменить амплитуду колебаний маятника на величину

$$\Delta\varphi_{\text{гр}} \simeq \frac{GM\tau'R^2\Delta\psi}{L^3J_0\omega_0^2}, \quad (6.14)$$

где L — расстояние между «поднесенной» массой и маятником, τ' — время, на которое масса «подносилась», $\Delta\psi$ — наибольшая возможная неточность в угловом расстоянии между массами коромысла. Полагая $M = 10^5$ г, $\Delta\psi = 2 \cdot 10^{-3}$, $L \geq 4 \cdot 10^2$ см (наименьшее расстояние, на которое можно было приблизиться к маятнику), $\tau' = 1 \cdot 10^3$ сек, получаем $\Delta\varphi_{\text{гр}} \lesssim 7,5 \cdot 10^{-8}$ рад, что соответствует $\widetilde{\Delta}_{\text{гр}} \lesssim 4 \cdot 10^{-13}$. Эту оценку следует рассматривать как мажорирующую, так как в (6.14) подставлялись неблагоприятные значения параметров.

Ж. Вариации светового давления лазерного луча на зеркало маятника могли привести к суточному изменению амплитуды колебаний коромысла на величину

$$\Delta\varphi_{\text{свет}} \simeq \frac{2W\Delta x}{cJ_0\omega_0^2} \left(\frac{\widetilde{\Delta W}}{W} \right), \quad (6.15)$$

где W — мощность светового потока, падающего на зеркало, Δx — смещение центра пятна лазера относительно оси вращения зеркала, $(\widetilde{\Delta W}/W)$ — относительная суточная вариация интенсивности, c — скорость света. В условиях опыта $(\widetilde{\Delta W}/W)$ не превышала

$1 \cdot 10^{-4}$, $W \simeq 0,3$ мвт, а $\Delta x \lesssim 0,1$ см. Подставляя эти значения в (6.15), получим для $\Delta\varphi_{\text{свет}} \lesssim 5 \cdot 10^{-8}$ рад и, следовательно, $\tilde{\Delta}_{\text{свет}} \lesssim 2,5 \cdot 10^{-13}$.

Следует отметить, что применение нестабилизированного лазера в предварительной серии измерений привело к имитации нарушения принципа эквивалентности на уровне $\tilde{\Delta}_{\text{свет}} \simeq 6 \cdot 10^{-12}$.

3. Сейсмические возмущения не могут быть оценены с помощью аналитического соотношения из-за их нестохастичности. Вклад сейсмических толчков в ошибку измерения величины $\tilde{\Delta}$ определялся, по-видимому, изменением амплитуды маятниковых колебаний маятника, что в комбинации со световым давлением (см. п. «ж») давало наибольшую ошибку в величину $\tilde{\Delta}$. Однако сейсмические помехи не являются в обычном смысле шумом, так как они полностью детерминированы и могут быть исключены из рассмотрения. Как указывалось выше, влияние сильных сейсмических толчков учитывалось в процессе обработки результатов измерений. Из всех результатов было отброшено одно значение: $\Delta\varphi_j \simeq 1 \cdot 10^{-5}$ рад, полученное 7.2.1971 г.

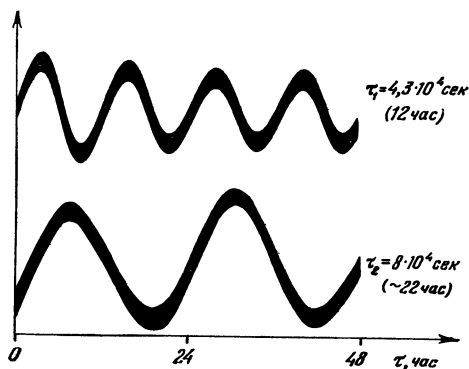
Обсуждение результатов, перспективы повышения разрешения. Полученный в описанном выше эксперименте результат $\tilde{\Delta} = (-0,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-12}$ примерно на полтора порядка превышает по разрешению достигнутый в опытах Дики, Ролла и Кроткова [41]. Этот результат показывает, что отношения инертной и гравитационной масс для платины и алюминия одинаковы с относительной точностью $0,9 \cdot 10^{-12}$ с достоверностью 0,95. Отметим, что как и в эксперименте [41], здесь не был достигнут порог разрешения, определяющийся тепловыми шумами. Улучшение чувствительности в описанном эксперименте, возможно, было вызвано тем, что период собственных колебаний τ_0 был существенно больше, чем в [41] и, поэтому оказалось возможным использовать очень простую систему регистрации малых угловых отклонений. Эта система может быть рекомендована и в других экспериментах, когда необходимо измерять малые медленные угловые перемещения. При обработке записей операторы независимо определяли

величину $\Delta\varphi_j$, отсчитывая визуально отклонения центра пятна луча лазера на увеличенной фотопленке. Как отмечалось выше, вероятная погрешность отклонения $\Delta\varphi_j$ от $\overline{\Delta\varphi_i}$ для одной из записей составляла $0,3 \cdot 10^{-7}$ рад. Однако обработка отдельных пленок дала большие величины разницы $\Delta\varphi_i$. Например, пленки № 1 и № 5 дали наибольшую разницу: соответственно, $1,1 \cdot 10^{-7}$ рад и $1,0 \cdot 10^{-7}$ рад (см. табл. 3). Напомним, что величине $\Delta\varphi = 1,8 \cdot 10^{-7}$ рад соответствует $\tilde{\Lambda} = 1 \cdot 10^{-12}$. Разброс в ошибках при обработке пленки в первую очередь определяется качеством фокусировки лазерного пятна на фотопленке. Перед каждой серией измерений производилась подстройка оптического тракта, однако качество ее могло быть проверено только после проявления пленки. Отметим, что в качестве разрешения можно было бы использовать результат, полученный на «самых тихих» пленках № 2 и № 6, для которых вероятное отклонение $0,4 \cdot 10^{-7}$ рад дало бы погрешность для границ величины $\tilde{\Lambda}$, равной $2,5 \cdot 10^{-13}$. Однако авторы [40] предпочли не использовать пристрастную выборку, а объединить все результаты, которые по стандартному критерию Стьюдента дают для величины $\tilde{\Lambda}$ доверительную границу $0,9 \cdot 10^{-12}$ с достоверностью 0,95.

Полученный результат можно сравнить с безразмерным отношением (см. [38]) констант сильного и слабого взаимодействия $\hat{g}m_0^2c(\hbar)^{-3}$, где \hat{g} — константа Ферми. В зависимости от того, что полагать под величиной m_0 — массу протона или пиона, это отношение может быть равно $1 \cdot 10^{-10}$ или $3 \cdot 10^{-14}$. Верхняя граница величины $\tilde{\Lambda}$, полученная в результате этих измерений, $0,9 \cdot 10^{-12}$, таким образом, лежит между крайними величинами $1 \cdot 10^{-10}$ и $3 \cdot 10^{-14}$. Поэтому проведенные измерения не позволяют однозначно определить, подчиняется ли точно масса, связанная со слабым взаимодействием, принципу эквивалентности. В последующих экспериментах, по-видимому, удастся достичь разрешения лучшего чем $3 \cdot 10^{-14}$.

В установке, описанной выше, проводящий эллипсоид мог быть использован не только для успокоения

маятника. Если приложить постоянное электрическое поле к пластинам конденсатора в том равновесном положении эллипсоида, когда его длинная ось параллельна пластинам, то, благодаря пондеромоторным силам, возникает отрицательная крутильная жесткость (см., например, [45]). Изменяя величину постоянного напряжения, можно, таким образом, изменять период собственных колебаний маятника, внося при



Р и с. 24.

этом весьма малое крутильное трение. На рис. 24 приведены записи колебаний маятника с периодами $\tau_1 = 4,3 \cdot 10^4 \text{ сек}$ ($\tau_1 = 12 \text{ часов}$) и $\tau_2 = 8 \cdot 10^4 \text{ сек}$ ($\tau_0 \simeq 22 \text{ часа}$). Однако попытка использовать такие долгопериодные колебания для увеличения разрешения величины $\tilde{\Delta}$ не увенчались успехом, так как записи колебаний были значительно более «шумными», нежели в условиях, когда отрицательная электростатическая жесткость не вводилась. Это обстоятельство, по-видимому, связано с тем, что наличие постоянного электрического поля в конденсаторе связывает компоненты низкочастотных маятниковых колебаний, вызванных микросейсмикой, с крутильными колебаниями [46].

Отметим еще одно интересное в методическом отношении обстоятельство. Как отмечалось выше, прикладывая импульсы электрического поля к пластинам конденсатора и, следовательно, импульс момента сил

к проводящему эллипсоиду, нетрудно было уменьшить амплитуду колебаний маятника до $\Delta\varphi = 1 \cdot 10^{-5}$ рад, и эта величина из-за большого времени релаксации τ^* не изменялась в течение многих суток. Среднеквадратичное значение $\sqrt{\Delta\varphi_{\text{Бр}}^2}$ броуновских колебаний с периодом $\tau_0 = 1,94 \cdot 10^{-4}$ сек равно $\sqrt{\Delta\varphi_{\text{Бр}}^2} \simeq 3 \cdot 10^{-5}$ рад, а случайные вариации амплитуды угловых колебаний (даже если не учитывать монотонный дрейф положения равновесия) составляли $\delta\varphi \simeq 3 \cdot 10^{-6}$ рад. Таким образом, величина колебательной энергии маятника и ее вариации в течение интервала короче τ^* были существенно меньше равновесного значения $\kappa T = 4 \cdot 10^{-14}$ эрг. Это хорошо иллюстрирует описание поведения осциллятора при $\hat{\tau}/\tau_1^* \ll 1$, приведенное в § 1.

Рассмотрим теперь перспективы повышения чувствительности при проверке принципа эквивалентности. Если такие эксперименты выполнять, сравнивая ускорение свободного падения двух различных масс не в гравитационном поле Солнца, а в поле Земли, то наименьшая величина $[\tilde{\Delta}]_{\text{мин}}$, которая может быть зарегистрирована, равна

$$[\tilde{\Delta}]_{\text{мин}} = \frac{[\Delta a]_{\text{мин}}}{g_{\delta}}, \quad (6.16)$$

где $[\Delta a]_{\text{мин}}$ — наименьшее разрешимое ускорение. Подставляя в формулу (6.16) вместо $[\Delta a]_{\text{мин}}$ величину $[F_0]_{\text{мин}}/m$, определенную в оптимальной стратегии измерений (см. § 5), получим

$$[\tilde{\Delta}]_{\text{мин}} \simeq \frac{4}{g_{\delta}} \hat{\tau} \sqrt{\frac{\kappa T \omega_{\text{мех}}}{m \omega_e}}, \quad (6.17)$$

где $\omega_{\text{мех}}$ — частота осциллятора, в который входят две пробные массы, ω_e — частота электрического контура, входящего в датчик-модулятор, $\hat{\tau}$ — время, затраченное на измерение.

Полагая в формуле (6.17) $g_{\delta} = 0,9 \cdot 10^3$ см/сек², $\tau = 10^7$ сек, $m = 10^3$ г, $\omega_{\text{мех}} = 2\pi \cdot 10^{-5}$ рад/сек (порядка частоты, соответствующей земному периоду),

$\omega_e = 6 \cdot 10^{10}$ рад/сек, получим при $T = 300$ °К, что величина $[\tilde{\Delta}]_{\text{мин}} \simeq 10^{-25}$. Таким образом, существует огромный резерв чувствительности, и повышение разрешения определяется лишь тем, на сколько экспериментаторам удастся создать достаточно чувствительную систему индикации и избавиться от флуктуационных помех нетеплового происхождения.

К настоящему времени предложены три варианта экспериментов для проверки принципа эквивалентности, которые должны выполняться в спутниках, выведенных на околоземные орбиты.

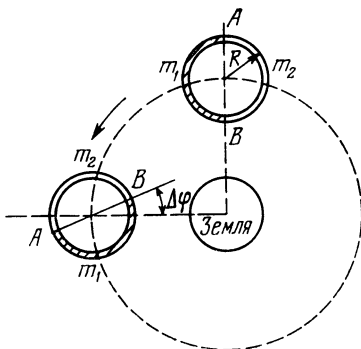
Предположим, что в нашем распоряжении имеется спутник Земли на орбите, близкой к круговой (рис. 25).

Пусть спутник имеет форму тонкого тороида с радиусом R , две половины которого, m_1 и m_2 , изготовлены из различных веществ (аналогично выбору в опыте

Дики). Предположим также, что $m_1 \simeq m_2$. Если плоскость тороида совпадает с плоскостью орбиты, а период вращения равен периоду обращения спутника вокруг Земли, то при условии, что принцип эквивалентности выполняется точно, продолжение линии AB у спутника должно быть всегда направлено к центру Земли. Если же он выполняется лишь приближенно и имеется небольшая разница Δa в ускорениях m_1 и m_2 , то за время $\hat{\tau}$ спутник развернется на угол $\Delta\varphi$, равный

$$\Delta\varphi \simeq \frac{\Delta a (\hat{\tau})^2}{2\pi R}. \quad (6.18)$$

Полагая $\Delta a = 3 \cdot 10^{-12}$ см/сек², $\hat{\tau} = 2 \cdot 10^5$ сек (около 2,3 суток), $R = 5$ см, получим $\Delta\varphi = 4 \cdot 10^{-3}$ рад = $0,24^\circ$ — легко измеримая величина. Соотношение (6.18) справедливо лишь для малых $\Delta\varphi$. Если орбита



Р и с. 25.

спутника расположена от поверхности Земли относительно невысоко (около 1000 км), то гравитационное ускорение $g_{\delta} = 7 \cdot 10^2 \text{ см/сек}^2$, и в соответствии с приведенной оценкой можно было бы проверить принцип эквивалентности с точностью до $\Delta a/g_{\delta} \simeq 5 \cdot 10^{-15}$.

Перечислим кратко основные требования, выполнение которых необходимо для достижения такой точности. Чтобы выполнялось соотношение (6.18) (при $\Delta a \neq 0$) и $\Delta \varphi$ квадратично росло со временем, необходимо выполнение неравенства $\hat{\tau} \ll \tau_0$, где τ_0 — период собственных колебаний спутника в неоднородном гравитационном поле Земли. Период колебаний будет конечным, если только будет отличен от нуля квадрупольный момент масс тороида. Полагая неравномерность распределения массы по тороиду равной $\Delta m/m$, легко получить

$$\tau_0 \simeq 2\pi \sqrt{\frac{m R_0^3}{\Delta m 2GM_{\delta}}}, \quad (6.19)$$

где R_0 — расстояние от спутника до центра Земли, G — гравитационная постоянная, M_{δ} — масса Земли. Если $\Delta m/m = 1 \cdot 10^{-5}$, $R_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ см}$, то $\tau_0 = 1,3 \cdot 10^6 \text{ сек}$, что не противоречит условию $\hat{\tau} \ll \tau_0$ для приведенной выше оценки.

Геометрическая неточность в изготовлении тороида может привести к тому, что световое давление солнечного излучения будет сообщать ему ускорение, которое может имитировать нарушение принципа эквивалентности. Если считать, что полная масса тороида $\simeq 10^4 \text{ г}$, коэффициент отражения его поверхности 0,9, то при неточности изготовления его поверхности $\Delta S/S = 10^{-5}$ тангенциальное ускорение тороида, вызванное солнечным давлением, будет около $1 \cdot 10^{-13} \text{ см/сек}^2$, т. е. меньше чем на порядок приведенной выше оценки.

Эверитт предложил другой вариант такого эксперимента [47]. Предположим, что на борту спутника имеются два соосных цилиндра, один внутри другого, изготовленных из двух различных материалов. Внешний цилиндр изнутри и внутренний снаружи покрыты слоем сверхпроводящего материала и помещены в вакуумную камеру, стенки которой имеют температуру

жидкого гелия. Если добавить к внешнему цилиндру несколько вспомогательных сверхпроводящих катушек, то можно добиться того, чтобы внутренний цилиндр имел большой период собственных колебаний относительно внешнего (малая пондеромоторная жесткость, создаваемая за счет эффекта Мейснера). Если ускорение свободного падения внешнего цилиндра в гравитационном поле Земли g_z отличается на величину Δa от ускорения свободного падения внутреннего, то относительное смещение Δx одного цилиндра по отношению к другому будет равно

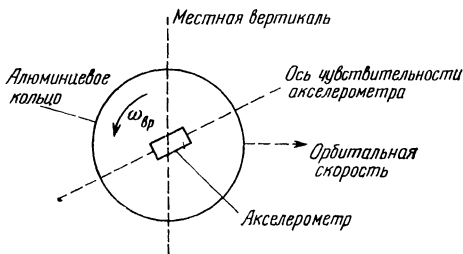
$$\Delta x = \frac{\Delta a}{\omega_{\text{мех}}} = \frac{g_z \tilde{\Delta}}{\omega_{\text{мех}}^2}. \quad (6.20)$$

В формуле (6.20) $\omega_{\text{мех}}$ — частота собственных механических колебаний одного цилиндра относительно другого. Формула (6.20) верна, если время, затраченное на измерение, $\tilde{\tau} \gg \pi/\omega_{\text{мех}}$. Полагая $\omega_{\text{мех}} = 1,6 \cdot 10^{-3}$ рад/сек (т. е. период собственных колебаний τ_0 равен 1 часу) и $\tilde{\Delta} = 5 \cdot 10^{-15}$, получим $\Delta x = 2 \cdot 10^{-6}$ см. Ясно, что измерение таких смещений не представляет особых трудностей (см. примеры из § 2).

Важно, что если в первом из описанных выше экспериментов «кодирующим эффектом» является квадратичная зависимость $\Delta\varphi$ от $(\tilde{\tau})^2$, то во втором эксперименте «кодирующим эффектом» является зависимость величины Δx от угла между общей осью двух цилиндров и вектором вертикали для центра спутника. Общим преимуществом этих предложений является использование гравитационного поля Земли вместо поля Солнца, как в опытах Дики, Ролла и Кроткова [41] и в опыте, описанном в этом параграфе. Во втором предложении сам спутник должен быть свободным от сноса. Идея и особенности такого типа спутников подробно описаны в следующем параграфе.

Чапмену и Хэнсону [48] принадлежит еще один спутниковый вариант опыта по проверке принципа эквивалентности. Схема опыта изображена на рис. 26. Алюминиевое кольцо вращается с угловой скоростью $\omega_{\text{вр}}$, перпендикулярной к плоскости орбиты спутника.

Чувствительный акселерометр устанавливается радиально в плоскости кольца. Он состоит, так же как и в варианте Эверитта, из двух различных (например, платиновых и бериллиевых) соосных коаксиальных масс, но (в отличие от Эверитта) независимо поддерживаемых электростатическими следящими подвесами. Обнаружение эффекта сводится к измерению амплитуды



Р и с. 26.

x_0 относительных колебаний двух масс. Расчеты показывают, что если выполнено условие резонанса между собственной частотой относительных колебаний и частотой вращения кольца с учетом частоты обращения спутника, то

$$x_0 = \frac{\tilde{\Delta} g_{\delta} Q_{\text{мех}}}{(\omega_{\text{вр}} - \Omega)^2}, \quad (6.21)$$

где Ω — угловая скорость движения спутника по орбите, $Q_{\text{мех}}$ — добротность механической колебательной системы, g_{δ} — ускорение свободного падения на высоте орбиты. Для $\tilde{\Delta} = 5 \cdot 10^{-15}$, $g_{\delta} = 0,9 \cdot 10^3 \text{ см/сек}^2$, $Q_{\text{м}} = 10^5$ и $\omega_{\text{вр}} = 100 \text{ рад/сек}$ величина $x_0 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}$, что также нетрудно измерить.

Во всех трех рассмотренных примерах мы не оценивали роль тепловых флуктуаций. Очевидно, что использование величины g_{δ} вместо g_{\odot} дает выигрыш примерно в три порядка, поэтому для $\tilde{\Delta} = 5 \cdot 10^{-15}$ требования к величине τ^* при $T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$ будут примерно те же, что и в опыте, подробно описанном в этом пара-

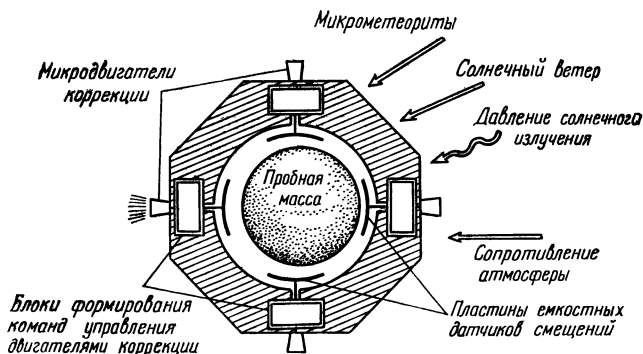
графе, где было достигнуто разрешение величины $\tilde{\Delta} \simeq 10^{-12}$.

В заключение этого параграфа отметим, что постановка спутников на «орбитальный якорь» около планет Солнечной системы также обещает новый вид проверки принципа эквивалентности. Дэвис [49] сообщил, что по движению «Маринера-9» по орбите вокруг Марса положение массы Марса определялось с точностью до 10^8 см. Для расстояния от Солнца порядка астрономической единицы сравнение эфемерид движения двух планет с поставленными на якорь спутниками позволяет, таким образом, уже сейчас определять так называемую астрономическую гравитационную постоянную с точностью до 10^{-11} . Это, по существу, и означает определение границы для величины $\tilde{\Delta}$ на уровне 10^{-11} в таком опыте, где в качестве пробных масс использованы две планеты. Улучшение чувствительности в дальномерных измерениях в перспективе позволяет надеяться и на увеличение разрешения в таком варианте опыта. Наиболее важным обстоятельством в такого рода схеме измерений является то, что вклад гравитационного взаимодействия в полную массу планеты значительно больше, чем в лабораторных экспериментах, и следовательно, можно было бы проверить принцип эквивалентности вплоть до уровня отношения гравитационного взаимодействия к сильному (для Земли, Марса, Венеры это отношение порядка 10^{-9}).

§ 7. Спутник, свободный от сноса

В 1969 и 1970 гг. группой американских экспериментаторов [50] из Лаборатории Реактивного движения проводились измерения времени задержки электромагнитных сигналов между спутниками «Маринер-6», «Маринер-7» и Землей. В положении дальнего соединения, т. е. когда спутник, Солнце и Земля находятся примерно на одной прямой, гравитационное поле Солнца привносит значительную дополнительную задержку (эффект общей теории относительности [51]), достигающую $\simeq 200$ мксек для линии Земля — Спутник, касающейся края Солнца. Результат эксперимен-

та совпал (так же как и в случае аналогичного эксперимента с радиолокацией планет [51]) с величиной, следующей из теории тяготения Эйнштейна. Относительная ошибка измерения величины задержки составила около 4%. Детальный анализ погрешностей измерения показал, что из этих четырех процентов ошибки три процента связаны с тем, что спутники двигались не точно по геодезическим траекториям, т. е. ускорение



Р и с. 27.

спутников определялось не только гравитационным полем Солнца и планет. Добавочное негравитационное ускорение составило примерно 10^{-7} см/сек². Оно связано в первую очередь с силами, действующими на поверхность спутника: давлением солнечной радиации и солнечным ветром. Для геоцентрических спутников к этим силам добавляется и сила трения в верхних слоях атмосферы. В этом случае ускорение негравитационного происхождения может достигать 10^{-4} см/сек² и больше.

Основная идея спутника, свободного от сноса, т. е. спутника, в котором существенно ослаблены возмущения его движения, вызванные силами негравитационного происхождения, была высказана рядом авторов в 1959—1961 годах. Первый детальный анализ такого спутника принадлежит Лэнжу [52]. На рис. 27 представлена схема такого спутника. Внутри спутника

в вакуумированной полости находится пробная масса сферической формы. Бесконтактные датчики, емкостные или оптические, следящие за положением пробной массы, вырабатывают сигналы, управляющие мало-мощными двигателями коррекции. На пробную массу не действуют поверхностные силы; давление излучения Солнца, солнечный ветер, микрометеориты, сопротивление атмосферы. Корпус спутника экранирует массу от переменных магнитных полей, масса изготовлена из материала с малой магнитной восприимчивостью. Таким образом, траектория движения пробной массы должна быть весьма близка к геодезической, а наличие датчиков и системы управления приведет к тому, что корпус собственно спутника «подстроится» к движению пробной массы. По существу, пробная масса и датчики представляют собой высокочувствительный акселерометр. Анализ требований к такому акселерометру, а также к устройству спутника, и составляет содержание этого параграфа. Предварительно укажем несколько наиболее интересных областей применения спутников, свободных от сноса.

А. Исследования релятивистских гравитационных эффектов при движении спутников вокруг Солнца.

Такие исследования могут позволить установить, какие из современных релятивистских гравитационных теорий (в неволновой зоне) наиболее точно описывают гравитационное поле. Свободный от сноса спутник «Гелиос» (программа «Сорель» [53]) должен позволить измерить такие эффекты, как, например, задержку электромагнитных импульсов в гравитационное поле Солнца с относительной точностью $\simeq 10^{-4}$, т. е. на два порядка лучше, чем достигнуто в настоящее время. Мы отсылаем читателя, интересующегося этой областью исследований, к работе Торна и Уилла (см. в монографии [54]), в которой проанализированы все возможные модификации эйнштейновской гравитационной теории, требующие экспериментальной проверки. Эксперименты по программе «Сорель» должны быть, по мнению авторов, завершены в 1977—1978 годах.

Б. Предложенный Шиффом эксперимент по измерению эффекта релятивистской прецессии гироскопа,

установленного на борту спутника, также должен быть выполнен на платформе с определенной компенсацией негравитационных ускорений.

В. Дирак высказал предположение о переменности гравитационной «постоянной» G [55]. Согласно оценке величина $\Delta G/G \simeq 3 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$. Этот эффект может быть измерен по дрейфу периода обращения геоцентрического спутника, свободного от сноса, при условии, что уровень компенсации его негравитационного ускорения будет не меньше чем $1 \cdot 10^{-8} \text{ см/сек}^2$. Как будет ясно из дальнейшего, это не слишком высокий уровень компенсации.

Г. Спутники, свободные от сноса, могут быть использованы в качестве пробных масс, входящих в состав гравитационных антенн, предназначенных для обнаружения гравитационных волн низких частот (см. подробнее § 10 и 12). Кроме того, спутники, свободные от сноса, могут служить почти идеальными (в смысле отсутствия микросеймики) лабораториями для размещения в них высокочастотных гравитационных антенн (см. подробнее § 10 и 11).

Д. Низколетящие спутники, свободные от сноса, позволят определить (по изменению их орбит) неоднородности в распределении массы Земли и других планет, обладающих заметной атмосферой, так же как это было сделано для Луны.

Е. Спутники, свободные от сноса, также могут быть использованы в аэронавигации — для определения локальных (по отдельным участкам орбиты) плотностей верхних слоев атмосферы. В этом случае сигнал, управляющий двигателем коррекции, дает информацию о силе торможения атмосферы. В настоящее время оценки плотности верхних слоев атмосферы производятся по измерению изменения орбит спутников по нескольким виткам, т. е. существенно усредняется величина плотности по орбите.

Ж. Для создания стабильных средневысотных орбит спутников в навигационных целях также необходима система компенсации сноса. Первый такой навигационный спутник «Триад» уже выведен на орбиту [56].

Оценим теперь более подробно величины негравитационных ускорений, вызываемых различными причинами:

1. Торможение спутника в верхних слоях атмосферы может быть описано следующим соотношением:

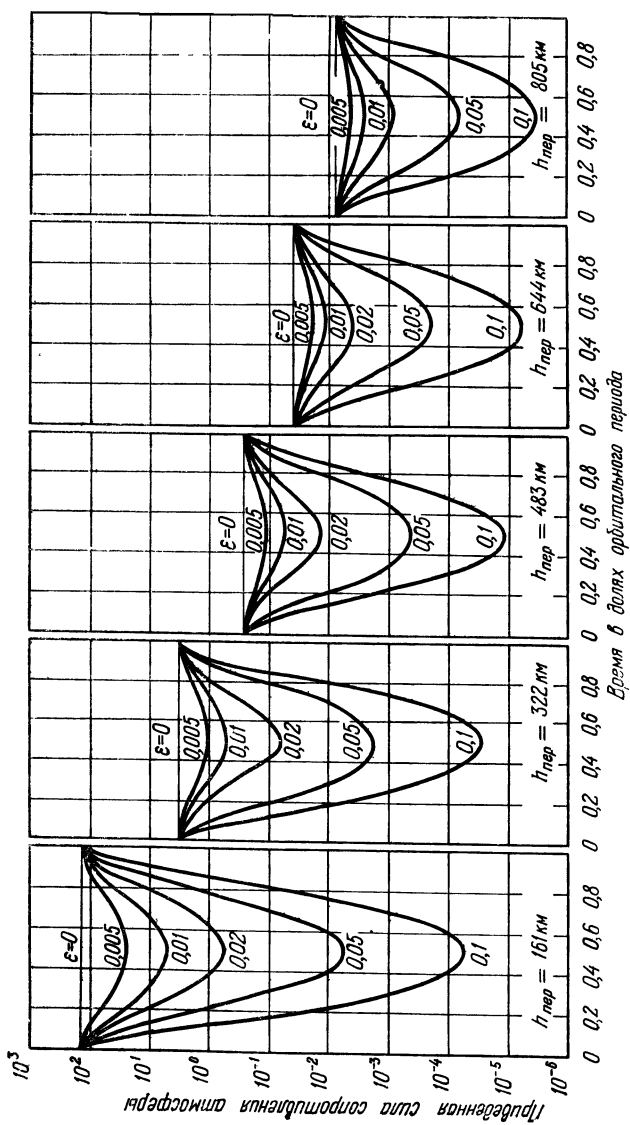
$$a_{\text{атм}} \simeq \frac{\rho_{\text{атм}} v_{\text{сп}}^2 C_D S}{2M}, \quad (7.1)$$

где $\rho_{\text{атм}}$ — плотность атмосферы на орбите спутника, $v_{\text{сп}}$ — его скорость, M — масса, S — площадь проекции спутника на плоскость, перпендикулярную к скорости, C_D — безразмерный коэффициент лобового сопротивления. В работе Лэнджа, на основе модели с линейным изменением высоты однородной атмосферы [52], дана графическая зависимость приведенной силы сопротивления от высоты перигея орбиты $h_{\text{пер}}$ и ее эксцентриситета (рис. 28). Если у спутника $C_D = 2$, $S = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^2$, $M = 2 \cdot 10^5 \text{ г}$ и высота круговой орбиты 400 км , то величина $a_{\text{атм}} \simeq 3 \cdot 10^{-4} \text{ см/сек}^2$. Используя эту цифру как опорную, и графические зависимости, приведенные на рис. 28, можно определить величины $a_{\text{атм}}$ на других орбитах с различными эксцентриситетами. Отметим, что даже небольшой эксцентриситет приводит к значительным изменениям $a_{\text{атм}}$ вдоль орбиты.

2. Давление солнечного излучения на спутник вызывает ускорение $a_{\text{с.и}}$, равное:

$$a_{\text{с.и}} \simeq \frac{(1 + \zeta) S I_c}{cM}. \quad (7.2)$$

В формуле (7.2) ζ — средний коэффициент отражения поверхности спутника, c — скорость света, I_c — плотность потока мощности солнечного излучения. Для $S = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^2$, $M = 2 \cdot 10^5 \text{ г}$ и расстоянии от спутника до Солнца равном одной астрономической единице ($I_c \simeq 6 \cdot 10^5 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек}$) величина $a_{\text{с.и}} \simeq 3 \cdot 10^{-6} \text{ см/сек}^2$. Интересно отметить, что для высот орбит геоцентрических спутников порядка 500 км величины $a_{\text{с.и}}$ и $a_{\text{атм}}$ примерно равны. Для более удаленных от Земли орбит $a_{\text{с.и}} > a_{\text{атм}}$.



Р и с. 28.

3. Солнечный ветер вызывает ускорение спутника $a_{с.в}$ меньшее, чем

$$a_{с.в} \simeq \frac{\hat{k}\mu S v_{с.в}^2}{M}, \quad (7.3)$$

где \hat{k} — объемная концентрация частиц в солнечном ветре, масса которых μ и скорость $v_{с.в}$. Полагая $\hat{k} = 10 \text{ см}^3$, $v_{с.в} = 10^8 \text{ см/сек}$, $S = 2 \cdot 10^4 \text{ см}^2$, $M = 2 \cdot 10^5 \text{ г}$, $\mu = 1,6 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, получим оценку $a_{с.в} \simeq 2 \cdot 10^{-8} \text{ см/сек}^2$. Отметим, что относительные вариации величины $a_{с.в}$ много больше, чем $a_{с.и}$.

4. Магнитное поле воздействует непосредственно на пробную массу и на корпус спутника. Величина ускорения пробной массы в неоднородном магнитном поле B равна

$$a_{м.п} \simeq \frac{\chi}{\rho} B \frac{\partial B}{\partial R}, \quad (7.4)$$

где χ — средняя магнитная проницаемость материала, из которого изготовлена масса, ρ — ее плотность, B — напряженность магнитного поля. Для близких к Земле орбит $B \simeq 0,5 \text{ эрст}$, $\partial B/\partial R \simeq 10^{-9} \text{ э/см}$. Если, комбинируя диа- и парамагнитные компоненты, добиться $\chi \simeq 10^{-8}$, то при $\rho = 20 \text{ г/см}^3$ величина $a_{м.п}$ будет порядка $2,5 \cdot 10^{-19} \text{ см/сек}^2$. Для гелиоцентрических орбит $B = (10^{-4} \div 10^{-5}) \text{ эрст}$ и $\partial B/\partial R \simeq 10^{14} \div 10^{15} \text{ э/см}$. Этим величинам соответствует $a_{м.п} \simeq 5 \cdot 10^{-28} \div 10^{-30} \text{ см/сек}^2$ при тех же χ и ρ . Более существенно воздействие магнитного поля на корпус самого спутника, который может иметь собственный электрический потенциал $U_0 \sim 10 \text{ в}$ (заряд возникает, в частности, из-за разности скоростей электронов и ионов в верхних слоях атмосферы [57]). В этом случае

$$a_{м.к} \simeq \frac{U_0 \sqrt{S} v_{сп} B}{cM}. \quad (7.5)$$

В формуле (7.5) $v_{сп}$ — скорость спутника. Подставляя в (7.5) для низких геоцентрических орбит $B = 0,5 \text{ э}$, $v_{сп} = 10^8 \text{ см/сек}$, $U_0 = 0,03 \text{ CGSE}$, $S = 2 \cdot 10^4 \text{ см}$, $M = 2 \cdot 10^5 \text{ г}$, получим $a_{м.к.} \simeq 2 \cdot 10^{-10} \text{ см/сек}$.

5. Удары микрометеоритов, как показали непосредственные измерения Константинова и др. [58], относительно редки. Так, например, с метеоритом массой 10^{-12} г спутник с площадью $S = 2 \cdot 10^4$ см² будет сталкиваться в среднем один раз за 10^2 сек. При скорости микрометеоритов $3 \cdot 10^6$ см/сек и массе спутника $M = 2 \cdot 10^5$ г вариации скорости спутника порядка $1 \cdot 10^{-11}$ см/сек и усредненные вариации ускорения $\simeq 1 \cdot 10^{-13}$ см/сек².

Резюмируя этот перечень оценок различных причин, вызывающих негравитационные ускорения спутника, можно сделать вывод, что наиболее существенными являются сила торможения в верхних слоях атмосферы, сила давления солнечного излучения и солнечного ветра, а воздействием магнитного поля на пробную массу даже при условии компенсации порядка 10^{-2} можно пренебречь.

Рассмотрим теперь детально условия компенсации негравитационных ускорений в спутнике, свободном от сноса.

1. **Предельные оценки остаточных возмущающих ускорений.** Предположим, что датчик и система управления двигателями коррекции идеальна, иными словами, что они не вносят никаких погрешностей в электромеханические преобразователи, управляющие реактивными струями двигателей. В этом случае среднее значение силы тяги $\langle F_T \rangle$ равно произведению Ma_0 , где a_0 — компенсируемое ускорение, а M — масса спутника (для простоты рассматривается компенсация вдоль одной из осей спутника). Если рабочим телом, используемым в двигателе, является газ при температуре T , то

$$\langle F_T \rangle = Ma_0 = \langle k \rangle \mu v_T, \quad (7.6)$$

где μ — масса молекул газа, $v_T^2 = 2kT/\mu$, $\langle k \rangle$ — среднее число молекул, вылетающих в единицу времени. Флуктуации независимо вылетающих молекул (эффект депрессии не учитывается) приводят к флуктуациям F_T , спектральная плотность которых равна

$$\langle F_{\text{фл}}^2 \rangle_f = 4kT \langle k \rangle \mu. \quad (7.7)$$

Если масса спутника M , то, пользуясь формулами (7.6) и (7.7), легко получить выражение для спектральной плотности остаточного флуктуационного ускорения

$$\langle a_{\text{фл}}^2 \rangle_f = \frac{\langle F_{\text{фл}}^2 \rangle_f}{M^2} = \frac{2\sqrt{2}a_0}{M} \sqrt{\kappa T \mu}. \quad (7.8)$$

Следует подчеркнуть, что такого рода флуктуационное ускорение принципиально неустранимо, но его можно уменьшить, выбирая газ с малым молекулярным весом и увеличивая массу спутника. Для $M = 2 \cdot 10^5$ г, площади спутника $S = 2 \cdot 10^4$ см² и высоты орбиты над поверхностью Земли около 500 км, как было указано выше, величина $a_0 \simeq 3 \cdot 10^{-6}$ см/сек². Полагая $T = 300$ °К, $\mu = 6 \cdot 10^{-23}$ г (средний молекулярный вес воздуха) и полосу частот $\Delta f = 1$ гц, получим из выражения (7.8) $\sqrt{\langle a_{\text{фл}}^2 \rangle} \simeq 1 \cdot 10^{-14}$ см/сек². Если же использовать вместо обычного газового двигателя ионный с водородом в качестве рабочего газа и ускоряющим напряжением 30 кВ, то $\sqrt{\langle a_{\text{фл}}^2 \rangle} \simeq 1 \cdot 10^{-13}$ см/сек² в полосе $\Delta f = 1$ гц. Полученные оценки величины $\sqrt{\langle a_{\text{фл}}^2 \rangle}$ не слишком малы, если сравнить их, например, с ожидаемым уровнем компенсации в проектируемом спутнике «Гелиос» — $1 \cdot 10^{-10}$ см/сек² [53].

Снижение флуктуационных ускорений вплоть до уровня, определяемого формулой (7.8), возможно только в том случае, если флуктуационное ускорение самого пробного тела с массой m не будет превосходить этого уровня, т. е. если

$$\frac{\langle F_{\text{фл}}^2 \rangle_m}{m} < \frac{\langle F_{\text{фл}}^2 \rangle_M}{M}. \quad (7.9)$$

Предположим, что единственным источником флуктуационных сил, действующих на пробную массу, является тепловое движение остаточного газа. Тогда в полосе частот Δf

$$\langle F_{\text{фл}}^2 \rangle_m = 4\kappa T N_{\text{газ}} \Delta f, \quad (7.10)$$

где

$$N_{\text{газ}} \simeq 4R^2 \mu^{1/2} (\kappa T_{\text{газ}})^{1/2} \hat{k}. \quad (7.11)$$

В формуле (7.11) R — радиус пробной массы, \hat{k} — концентрация молекул газа в единице объема, μ — их масса, $T_{\text{газ}}$ — температура газа. Если подставить вместо правой части неравенства (7.9) полученную выше оценку $1 \cdot 10^{-14}$ см/сек² в полосе $\Delta f = 1$ гу, то неравенство будет выполняться для остаточного газа — воздуха при комнатной температуре, массе $m = 10^3$ г и $R = 3$ см — только при $p \leq 5 \cdot 10^{-10}$ торр.

Как отмечалось в § 5, рассмотренный подход не является достаточным. Необходимо сравнить флуктуационную силу Найквиста с минимальной обнаружимой при оптимальной стратегии измерений. Нетрудно повторить выкладки для свободной массы, аналогичные приведенным минимальным $[F_0]_{\text{мин}}$ для механического осциллятора (см. формулу (5.9)). Полагая $T_e = 300$ °К, $\omega_e = 6 \cdot 10^{10}$ рад/сек, $m = 10^3$ г, время измерения $\hat{\tau} = 1$ сек (что соответствует $\Delta f \cong 1$ гу), получим $[a_0]_{\text{мин}} \cong 1 \cdot 10^{-14}$ см/сек². Иными словами, при указанных выше условиях флуктуационное воздействие оптимального датчика на пробную массу примерно равно найквистовской флуктуационной силе. Таким образом, если снизить величину $\langle a_{\text{фл}}^2 \rangle$ в рассмотренном примере и достигнуть этого увеличением массы спутника, то необходимо уменьшить давление остаточного газа, его температуру $T_{\text{газ}}$ и независимо уменьшить T_e в датчике.

Рассмотренные предельные оценки, по-видимому, представляют ценность, если обсуждать использование спутников, свободных от сноса, для создания «идеальных» лабораторных условий (без микросейсмики) или для интересны кратковременные воздействия на спутник ($\Delta f \gg 1$ гу), например, короткие всплески солнечного ветра. Для компенсации ускорения с большим временем усреднения (это важно, например, для экспериментов по исследованию общерелятивистских эффектов и для измерения возможных вариаций G) более существенны квазистатические требования к спутнику, пробной массе и датчикам.

II. Квазистатические ограничения в компенсации негравитационных ускорений. Можно несколько условно разграничить различные физические эффекты, ко-

торые приводят к добавочным ускорениям пробной массы относительно корпуса корабля и, следовательно, к неустранимой погрешности в уровне компенсации. Анализ этих эффектов, носящих в основном квазистатический или просто статический характер, приводит к довольно длинному перечню требований к акселерометру и собственно спутнику. Ниже приведены основные эффекты, простые аналитические соотношения для них и оценки для параметров спутников и акселерометра. Этот перечень в основном базируется на исследованиях, выполненных де Брэем [56] и Жюилера [59]. Для удобства оценок требований к параметрам акселерометра все численные значения определены для относительно высокого уровня точности компенсации негравитационного ускорения: $\Delta a_0 = 10^{-10}$ см/сек²; в случаях, когда это существенно, оговорено выбранное время компенсации $\hat{\tau} = 1$ сек.

а) Гравитационное взаимодействие пробной массы с локальным полем в спутнике. Несимметричное распределение массы спутника относительно положения пробного шара, в котором датчики не дают сигнала двигателям («нулевого» положения), вызывает ускорение $(a_{гр})_1$, которое, естественно, не компенсируется. Можно характеризовать требования к степени симметрии в распределении массы спутника следующим образом. Предположим, что на расстоянии L_1 от центра пробного шара в конструкции спутника имеется масса ΔM , некомпенсированная другой такой же, расположенной симметрично. Тогда

$$(a_{гр})_1 = \frac{G\Delta M}{L_1^2}. \quad (7.12)$$

Полагая $(a_{гр})_1 \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек² и $L_1 = 50$ см, получим $\Delta M \leq 4$ г. Как видно из этой оценки, требования к симметрии спутника при $(a_{гр})_1 \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек² довольно жесткие. При полной начальной гравитационной симметрии спутника относительно «нулевого» положения пробного шара неравномерное изменение температуры по всей массе спутника также создает

дополнительное ускорение $(a_{гр})_2$

$$(a_{гр})_2 \simeq \frac{GM}{L_2^2} \alpha_T \Delta T, \quad (7.13)$$

где M — масса всего спутника, L_2 — линейный размер порядка линейных размеров спутника, α_T — средний коэффициент линейного расширения спутника, ΔT — порядка средней разницы в температуре у двух половин спутника. Если $M = 2 \cdot 10^5$, $L_2 = 50$ см, $\alpha_T = = 1 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$, $(a_{гр})_2 \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек 2 , то $\Delta T \leq 2^\circ$.

Симметричное распределение массы спутника относительно «нулевого» положения пробной массы не является достаточным. Действительно, для того чтобы работали двигатели коррекции при воздействии на спутник постоянных поверхностных сил, необходимо, чтобы некоторому постоянному компенсируемому ускорению соответствовало некоторое постоянное смещение Δx пробного шара относительно «нулевого» положения. Это смещение Δx , преобразованное датчиками, и вырабатывает сигнал, управляющий двигателями. Если спутник сферически не симметричен, то вблизи нулевого положения есть градиент гравитационного поля и смещение вызовет ускорение $(a_{гр})_3$, равное

$$(a_{гр})_3 \simeq \frac{GM}{L_2^3} \Delta x. \quad (7.14)$$

Потребовав, как и раньше $(a_{гр})_3 \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек 2 при $M = 2 \cdot 10^5$, $L_2 = 50$ см, получим $\Delta x \leq 10^{-3}$ см. Эта оценка одновременно показывает, насколько точно должно быть определено «нулевое» положение пробного шара.

б) Радиационный и радиометрический эффект. Различие в температуре ΔT у стенок полости, где помещена пробная масса (см. рис. 27), вызовет разницу сил давления теплового излучения на пробную массу, которой соответствует ускорение, равное

$$a_{радиация} \simeq \frac{3\sigma_{с-в} T^3 \Delta T}{R\rho c}. \quad (7.15)$$

В формуле (7.15) $\sigma_{С-В}$ — постоянная в законе Стефана — Больцмана, R — радиус пробного шара, ρ — его плотность, c — скорость распространения света. Если $a_{\text{радиацион}} \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек², то при $T = 300$ °К, $R = 3$ см, $\rho = 20$ г/см³ должно выполняться неравенство $\Delta T \leq 0,01$ °К.

Остаточные газы в камере с пробной массой должны быть достаточно разрежены, так как кроме давления теплового излучения стенок камеры с разницей в температуре ΔT , может сказаться эффект радиометрического давления. Этому эффекту соответствует ускорение $a_{\text{радиом}}$, величина которого может быть оценена с помощью простого соотношения

$$a_{\text{радиом}} \simeq \frac{\hat{k} \kappa \Delta T}{R \rho}, \quad (7.16)$$

где κ — постоянная Больцмана, \hat{k} — объемная концентрация молекул остаточного газа. При выводе формулы (7.16) предположено, что коэффициент аккомодации равен единице, поэтому оценки из (7.16) — мажорирующие. Полагая в (7.16) $a_{\text{радиом}} \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек², $\rho = 20$ г/см³, $R = 3$ см и, так же как и в случае радиационного давления, $\Delta T = 0,01$ °К, получим $\hat{k} \leq 4 \cdot 10^9$ см⁻³, что соответствует давлению остаточного газа $p \leq 1 \cdot 10^{-7}$ торр.

в) Воздействие емкостного датчика на пробную массу. В § 3 первой главы было проанализировано достаточно подробно влияние емкостного датчика на пробное тело. Датчик вносит динамическую дифференциальную жесткость и трение (положительное или отрицательное), которые могут быть скомпенсированы в балансной схеме измерений. Эти эффекты нетрудно оценить с помощью соотношений, приведенных в § 3. Здесь мы остановимся только на чисто статическом силовом воздействии емкостного датчика, предполагая, что более тонкие эффекты (внешняя жесткость и трение) скомпенсированы.

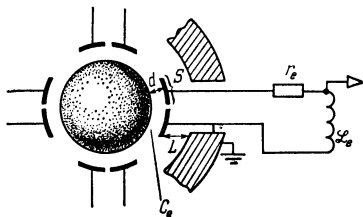
Ускорение $a_{\text{е.д.}}$, сообщаемое емкостным датчиком (рис. 29), равно

$$a_{\text{е.д.}} = \frac{SU^2}{8\pi d^2 m} \delta_0. \quad (7.17)$$

В (7.17) U_{\sim} — среднеквадратичное значение напряжения, S — площадь пластин, d — среднее расстояние между поверхностью пластин емкости и поверхностью пробного шара (масса которого m), δ_0 — безразмерный коэффициент компенсации:

$$\delta_0 \simeq \max \left(\frac{\Delta d}{d}; \frac{\Delta S}{S}; \frac{\Delta U_{\sim}}{U_{\sim}} \right),$$

где Δd , ΔS и ΔU_{\sim} — соответственно разница между d , S и U_{\sim} у двух датчиков, расположенных симметрично по обе стороны пробного шара.



Р и с. 29.

Амплитуда U не может быть слишком маленькой, так как датчик должен позволить обнаружить за заранее выбранное время $\hat{\tau}$ смещение Δx , вызванное ускорением a_0 корпуса по отношению к пробной

массе. Наименьшее значение $[\Delta x]_{\text{мин}}$, которое может быть обнаружено емкостным датчиком, при условии, что шумы накачки скомпенсированы, равно

$$[\Delta x]_{\text{мин}} \simeq \xi \frac{4d}{U_{\sim}} \sqrt{\frac{\kappa T_e}{\omega_e Q_e C_e}}. \quad (7.18)$$

В (7.18) Q_e — добротность электрического контура, собственная частота которого $\omega_e = (\mathcal{L}_e C_e)^{-1/2}$ и температура T_e . Формула (7.18) соответствует формуле (2.6), в которой подставлено $\Delta f \simeq (\hat{\tau})^{-1}$. Сравнение (7.17) и (7.18) показывает, что требования к величине U_{\sim} противоположны. С одной стороны, для того чтобы выполнялось неравенство $a_{e,д} \leq \Delta a_0$, необходимо уменьшить U_{\sim} . С другой стороны, так как $\Delta x \simeq 0,5 \Delta a_0 (\hat{\tau})^2$, то величину U_{\sim} следует увеличить. Эти два уравнения можно разрешить так же, как это было сделано в оптимальной стратегии измерений (см. § 5), относительно $[U_{\sim}]_{\text{опт}}$ и $[a_{e,д}]_{\text{мин}}$. Опуская здесь эти простые выкладки, ограничимся лишь перечислением численных значений величин, входящих в (7.17)

и (7.18), которым удовлетворяют одновременно оба эти условия.

При $U_{\sim} = 1$ в, $m = 10^3$ г, $S = 10$ см², $d = 0,1$ см величина $a_{e.d} \leq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек², если коэффициент компенсации $\delta_0 \leq 2 \cdot 10^{-4}$. Одновременно, при $\hat{t} = 1$ сек и $\Delta a_0 = 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек², величину $\Delta x = 5 \cdot 10^{-11}$ см можно разрешить при $U = 1$ в, $T = 300$ °К, $\omega_e = 10^8$ рад/сек, $C_e = 10$ см, $\xi = 2$ и $Q_e \geq 10^3$. Таким образом, уровень компенсации ускорения $\Delta a_0 \simeq 1 \times 10^{-10}$ см/сек² при $\hat{t} = 1$ сек может быть достигнут при не слишком жестких требованиях к емкостному датчику.

Очевидно, что неравномерность нагрева отдельных частей спутника, так же как и в случае гравитационного взаимодействия, может сказаться на величине $a_{e.d}$. Этот эффект легко оценить, предположив, что длина одного из стержней L , на котором крепятся пластины датчика (см. рис. 29), изменится на $\Delta L = L\alpha_T \Delta T$ из-за разницы в температуре ΔT . Тогда изменится коэффициент компенсации δ_0 на величину $L\alpha_T \Delta T (d)^{-1}$. Если $L = 10$ см, $\alpha_T = 10^{-5}$ град⁻¹, $d = 0,1$ см и $\Delta T = 0,1^\circ$, то изменение $\delta_0 = 1 \cdot 10^{-4}$, что в соответствии с приведенными выше оценками допустимо.

Присутствие избыточного заряда $q = U_0 C_{\text{шар}}$ на пробном шаре также сообщит добавочное ускорение пробной массе. Ясно, что величину этого ускорения можно оценить по той же формуле (7.17), заменив в ней U_{\sim} на U_0 (эта оценка справедлива, если $4C_e \gg R$). Поэтому, используя приведенный выше численный пример, можно заключить, что избыточный потенциал пробного шара порядка 1 в является допустимым. Здесь следует отметить, что процедура уменьшения такого постоянного избыточного заряда строго до нуля, правда, для шаров размером порядка $3 \cdot 10^{-2}$ см, уже хорошо была апробирована в опытах по поиску кварков (см., например, [95]). По-видимому, не существует каких-либо ограничений по контролю и, соответственно, уменьшению этого заряда с помощью маломощного источника ионов.

Мы здесь не останавливаемся подробно на тонких эффектах радиометрической и ротационной неустой-

чивости (см. § 3), которые также следует учитывать, если вместо емкостного датчика использовать оптический. Величина магнитных возмущений, как это было отмечено выше, не является значимой для пробной массы, изготовленной из материала с малой величиной χ .

Приведенные выше оценки к требованиям, предъявляемым к акселерометру и спутнику, можно рассматривать как иллюстрацию к уровню возможностей современной экспериментальной техники. В заключение отметим, что создатели спутника «Гелиос» предполагают возможным достигнуть величины уровня компенсации негравитационных ускорений $\Delta a_0 \simeq 1 \cdot 10^{-10}$ см/сек², но при $\hat{t} > 1$ сек.

ГЛАВА III

ГРАВИТАЦИОННЫЕ АНТЕННЫ

§ 8. Источники гравитационного излучения

Проблема обнаружения гравитационного излучения привлекает в настоящее время довольно большое количество экспериментаторов. С одной стороны, обнаружить гравитационное излучение от лабораторного источника или источника внеземного происхождения, — это значит проверить одно из важнейших следствий общей теории относительности и одновременно решить одну из труднейших экспериментальных задач. С другой стороны, и это, по-видимому, является наиболее интересным, обнаружение гравитационного излучения от внеземных источников означает появление новой области астрофизики — гравитационно-волновой астрономии.

К настоящему времени опубликовано более 200 статей о различных видах источников гравитационного излучения (лабораторных и космического происхождения). Подробное описание таких источников можно найти в обзорах [60—62], а также в фундаментальной монографии Мизнера, Торна и Уиллера [54], где также содержится подробное изложение основ современной теории гравитации. В этом параграфе приведены лишь краткие характеристики нескольких основных видов источников гравитационного излучения внеземного происхождения с тем, чтобы в последующих частях этой главы сформулировать требования к чувствительности гравитационных антенн разных типов.

В табл. 4 содержатся сводные данные по четырем видам источников гравитационного излучения. Из этих

Таблица 4

Вид источника	Средняя частота, $гц$	Плотность потока мощности (энергии) на Земле	Характер излучения
А. Близкие двойные звезды	$\sim 10^{-4}$	$10^{-10} \text{ эрг}/(\text{сек} \times \text{см}^2)$	Монохроматическое непрерывное
Б. Близкий пролет сверхплотных звезд в кластерах	$0,1 \div 10$	$0,01 \div 1 \text{ эрг}/\text{см}^2$	Отдельные всплески
В. Излучение пульсара Крабовидной туманности	60	$10^{-7} \div 10^{-12} \text{ эрг}/(\text{сек} \cdot \text{см}^2)$	Монохроматическое непрерывное
Г. Столкновения сверхплотных звезд в удаленных галактиках; несимметричный коллапс	$10^3 \div 10^4$	$10^{+1} \div 10^{-3} \text{ эрг}/\text{см}^2$	Отдельные всплески

видов источников лишь первый (А) является достоверно существующим и для него составлены каталоги наиболее подходящих звездных пар вблизи Солнечной системы, излучающих относительно мощный поток гравитационной радиации. Однако, создать антенну, рассчитанную на прием гравитационного излучения от близких двойных звезд, как это будет видно из дальнейшего, очень трудно.

Основное внимание экспериментаторов привлекают источники типа Б, В и Г, являющиеся гипотетическими. Всплески излучения с средней частотой $0,1 \div 10 \text{ гц}$, согласно Я. Б. Зельдовичу и Полнареву [63], можно ожидать из центра нашей Галактики (около 20 событий в месяц), если в нем существуют скопления сверхплотных звезд. Мощность излучения пульсара в Крабовидной туманности сильно зависит от предположений о строении пульсара. Поэтому в таблице указаны предельные (оптимистические и пессимистические) оценки разных авторов.

Катастрофическое событие типа столкновения двух сколлапсировавших звезд ($M \simeq 10M_{\odot}$) или нейтронных звезд и несимметричный коллапс одной звезды

($M \simeq 10M_{\odot}$) дает всплеск гравитационного излучения с энергией $\mathcal{E}_{\text{гр}} \simeq 10^{52} \div 10^{54}$ эрг, длительностью $\tau_{\text{гр}} = 10^{-3} \div 10^{-4}$ сек и средней частотой $\omega_{\text{гр}} \simeq 10^{+4} \div 10^{+5}$ рад/сек (источник Г в таблице). Этот вид источника и явился основанием для создания целой серии близких по конструкции антенн, начатой опытами Дж. Вебера (см. подробнее § 9). Такого рода катастрофические события, по-видимому, достаточно редки в центре нашей Галактики, так как потери энергии на излучение значительны, а время существования Центра во всяком случае не менее 10^9 лет [64]. Поэтому целесообразно предполагать, что всплески излучения от таких источников можно наблюдать достаточно часто, если они происходят редко, но в большом числе галактик. Для реализации разумного эксперимента по поискам таких импульсов излучения необходимо, чтобы экспериментатор наблюдал по крайней мере 10 событий в год. Если учесть, что плотность галактик соответствует примерно трем в одном кубическом мегапарсеке, то можно получить простую связь между чувствительностью по плотности потока энергии для гравитационной антенны $\tilde{I}_{\text{гр}}$, числом галактик N_G в сфере радиуса R и частотой катастроф в одной галактике Ω (когда $\mathcal{E}_{\text{гр}} \simeq 10^{52} \div 10^{54}$ эрг, $\hat{\tau} \simeq 10^{-3} \div 10^{-4}$ сек). В табл. 5 приведено несколько значений $\tilde{I}_{\text{гр}}$, N_G и Ω для трех расстояний R .

Таблица 5

R , см	N_G	Ω , год $^{-1}$	$\tilde{I}_{\text{гр}}$, эрг/см 2
$3 \cdot 10^{25}$ см = 10 мпс	$\simeq 10^4$	10^{-8}	10^{+1}
$3 \cdot 10^{26}$ см = 10^2 мпс	$\simeq 10^7$	10^{-6}	10^{-1}
$3 \cdot 10^{27}$ см — горизонт событий	$\simeq 10^{10}$	10^{-9}	10^{-3}

Таким образом, если наземная гравитационная антенна регистрирует импульсы с плотностью 10^{-3} эрг/см 2 с частотой $\simeq 10$ год $^{-1}$, то можно предположительно заключить, что столкновения «черных дыр» или нейтрон-

ных звезд имеют место примерно раз в миллиард лет в одной галактике.

Оценка чувствительности $\check{I}_{\text{гр}} \simeq 10^{+1} \div 10^{-3} \text{ эрг/см}^2$ представляется разумной при реализации наземного эксперимента по поиску всплесков излучения от источников типа Г. Эта чувствительность на 5 ÷ 9 порядков выше, чем достигнутая в настоящее время [7, 8, 76—70]. Как будет видно из изложенного ниже, этот уровень в принципе достижим. Можно также достигнуть чувствительности для обнаружения источников типа А, Б, В, однако это требует более изощренной экспериментальной техники.

Заканчивая этот краткий обзор источников гравитационного излучения, отметим, что с увеличением астрофизической информации (по электромагнитному каналу), особенно благодаря рентгеновской и гамма-астрономии, можно ожидать, что свойства гипотетических источников будут уточнены, а вниманию экспериментаторов будут предложены и новые виды источников.

§ 9. Твердотельные гравитационные антенны

Гравитационная волна создает поле ускорений, перпендикулярных к направлению распространения (см. монографии [71] или [54]):

$$\frac{F_{\text{гр}}^{\mu}}{m} = -c^2 l^{\alpha} R_{0\alpha 0}^{\mu}, \quad (9.1)$$

где l — расстояние между двумя пробными массами, c — скорость распространения света, $R_{0\alpha 0}^{\mu}$ — компоненты тензора кривизны Римана. Дж. Вебером было предложено использовать в качестве антенны протяженный цилиндр, самая низкая мода колебания которого имеет частоту $\omega_{\text{мех}}$, близкую к частоте гравитационной волны (если это короткий всплеск, то к средней частоте (рис. 30)). Уравнение колебаний этой моды имеет вид

$$m\ddot{x}^{\mu} + H_{\text{мех}}\dot{x}^{\mu} + K_{\text{мех}}x^{\mu} = -mc^2 l^{\alpha} R_{0\alpha 0}^{\mu} + F_N, \quad (9.2)$$

где m , $K_{\text{мех}}$ и $H_{\text{мех}}$ — эквивалентные масса, жесткость и трение. Если длина цилиндра L , масса M , то

$$m = 0,25M, \quad l = \frac{8}{\pi^2}L, \quad K_{\text{мех}} = m\omega_{\text{мех}}^2,$$

$$H_{\text{мех}} = \frac{m\omega_{\text{мех}}}{Q_{\text{мех}}} = \frac{2m}{\tau_{\text{мех}}^*}$$

(см., например, [70]). В уравнении (9.2) символом F_N обозначена флуктуационная сила, на фоне которой необходимо обнаружить силу $F_{\text{гр}}$.

В простом случае чисто классического измерения (см. § 1), если единственным источником F_N являются тепловые флуктуации, спектральная плотность F_N равна

$$(F_N)_f^2 = 4\kappa T_M H_{\text{мех}}, \quad (9.3)$$

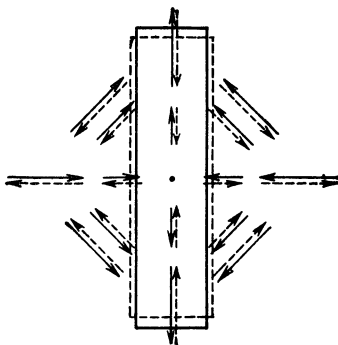
где κ — постоянная Больцмана, T_M — температура термостата. Очевидно, что отношение двух сил в правой части уравнения (9.2) есть отношение сигнала к шуму. Полагая это отношение равным единице и переходя от $R_{\text{с}0}^{\mu}$ к плотности потока энергии $\tilde{I}_{\text{гр}}$ и плотности потока мощности $I_{\text{гр}}$, получим

$$[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \frac{c^3 \kappa T_M}{2\pi G m \omega_{\text{мех}} Q_{\text{мех}} l^2}, \quad (9.4)$$

$$[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \frac{c^3 \kappa T_M}{2\pi G m \omega_{\text{мех}} Q_{\text{мех}} l^2 \hat{\tau}}. \quad (9.5)$$

В формулах (9.4) и (9.5) G — гравитационная постоянная и $\hat{\tau}$ — время выделения сигнала. Формула (9.4) справедлива при

$$\omega_{\text{гр}} \simeq \omega_{\text{мех}} \simeq 1/\hat{\tau}_{\text{гр}}$$



Р и с. 30.

где $\hat{\tau}_{\text{ГР}}$ — длительность всплеска гравитационного излучения. Формулой (9.4) удобно пользоваться для источников типа Б и Г, формулой (9.5) — для источников А и В (см. § 8). Очевидно, что обе эти формулы справедливы и при

$$\hat{\tau}_{\text{ГР}} \ll \tau_{\text{мех}}^* = 2Q_{\text{мех}}/\omega_{\text{мех}}$$

и

$$\hat{\tau} \ll 2Q_{\text{мех}}/\omega_{\text{мех}},$$

но они не учитывают обратного флуктуационного влияния приборов, регистрирующих малые колебания. Этот эффект будет рассмотрен ниже.

Для обнаружения гравитационного излучения, имеющего вид короткого всплеска $\hat{\tau}_{\text{ГР}} \ll \tau_{\text{мех}}^*$, или при сравнительно коротком времени выделения $\hat{\tau} \ll \tau_{\text{мех}}^*$ необходимо, чтобы изменение амплитуды колебаний антенны

$$\Delta x_{\text{ГР}} \simeq l \hat{\tau} \left(\frac{2\pi G}{c^3} I_{\text{ГР}} \right)^{1/2}$$

было бы больше вариации амплитуды, вызванной броуновским движением

$$\sigma_{\text{БР}} = \left(\frac{2\pi G \hat{\tau}}{m\omega_{\text{мех}}^2 \tau^*} \right)^{1/2}$$

(см. § 1). При выполнении этого условия будут справедливы формулы (9.4) и (9.5).

Как видно из изложенного, для коротких всплесков гравитационного излучения чувствительность антенны, если считать, что единственным источником флуктуаций являются броуновские флуктуации, однозначно характеризуется плотностью потока энергии $\tilde{I}_{\text{ГР}}$ (имеющей размерность $\text{эрг}/\text{см}^2$). Импульсы гравитационного излучения иногда удобно характеризовать спектральной плотностью энергии $A(f)$ (имеющей размерность $\text{эрг}/(\text{см}^2 \cdot \text{гц})$) [64]. Наименьшую обнаружимую антенной величину $A(f)$ имеет смысл вводить, если чувствительность антенны определяется не броуновскими флук-

туациями, а наименьшим разрешимым изменением амплитуды колебаний, бóльшим, чем

$$\sigma_{\text{бр}} = \left[\frac{2\kappa T \hat{\tau}}{m \omega_{\text{мех}}^2 \tau^*} \right]^{1/2}$$

(см. подробнее [68]). Ниже в этой главе мы будем характеризовать антенны величинами $\tilde{I}_{\text{гр}}$ и $I_{\text{гр}}$ (при заданном $\hat{\tau}$), считая флуктуации чисто броуновскими, а случаи, когда принимается во внимание обратное флуктуационное влияние регистратора, будут специально оговорены.

В опытах Дж. Вебера [65] и в последующих довольно многочисленных экспериментах [7, 8, 66—70], к сожалению, не подтвердивших положительный результат [65], параметры антенн, работавших в схеме совпадений, были примерно одинаковы: алюминиевый цилиндр с массой $M \simeq 1 \cdot 10^6$ г, $\omega_{\text{мех}} \simeq 10^4$ рад/сек, $Q_{\text{мех}} \simeq 1 \cdot 10^5$, $L \simeq 150$ см. Этим параметрам соответствует величина $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq 10^6$ эрг/см² для $T_{\text{м}} = 300$ °К. Как видно из сравнения с табл. 4 (источник типа Г), эта оценка много выше даже наиболее оптимистической 10^{+1} эрг/см². Очевидны рекомендации для повышения чувствительности (уменьшения $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}}$): уменьшать величину $T_{\text{м}}$ и (или) увеличивать M и $Q_{\text{мех}}$. Подставляя в формулу (9.4) $m = 10^6$ г, $\omega_{\text{мех}} = 10^{+4}$ рад/сек, $l = 10^2$, $Q_{\text{мех}} = 2 \cdot 10^5$, $T_{\text{м}} = 3 \cdot 10^{-3}$ °К, (это параметры установки, создаваемой Фейрбэнком и Гамильтоном [21]), получим $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq 1$ эрг/см². Это, по-видимому, предел чувствительности, который может быть достигнут с массивным алюминиевым цилиндром. Величина $Q_{\text{мех}}$ у поликристаллических образцов алюминия относительно не слишком велика даже при низких температурах. Если вместо металла использовать цилиндры, изготовленные из монокристаллических диэлектриков, то можно даже не при слишком низких температурах достигнуть существенно бóльших величин $Q_{\text{мех}}$ [72]. Известно, что внутреннее трение в диэлектрических монокристаллах гораздо меньше, чем в поликристаллических металлах (см., например, [73]).

Таким образом, используя высокодобротные механические резонаторы из монокристаллов как массовые квадрупольные, на которые непосредственно воздействует гравитационная волна, можно создать гравитационные детекторы, превосходящие по чувствительности уже существующие и имеющие меньшие геометрические размеры и массы. Это в свою очередь позволит еще на несколько порядков поднять чувствительность детекторов путем охлаждения их до гелиевых и субгелиевых температур.

Рассмотрим факторы, определяющие добротность механических резонаторов: 1) потери в креплении резонатора; 2) потери в поверхностном слое резонатора, 3) дислокационное поглощение; 4) внутреннее трение в материале. Первые три фактора определяются технологией выращивания, обработки, подвешивания кристаллов. Успехи кристаллографии и экспериментальной техники уже сейчас позволяют свести к минимуму эти потери. Поэтому остановимся подробнее на принципиально неустранимых потерях на внутреннее трение в материале резонатора. Поглощение продольных звуковых волн в твердых телах определяется выражением [74]

$$\beta = \frac{\omega_{\text{мех}}}{2c_l Q_{\text{мех}}} = \frac{\omega_{\text{мех}}^2}{2\rho c_l^3} \left[\left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) + \frac{\hat{\kappa} T_M \alpha^2 c_l^2}{C_p^2} \left(1 - \frac{4c_l^2}{3c_t^2} \right)^2 \right], \quad (9.6)$$

где β — коэффициент поглощения продольных волн, определяющий $Q_{\text{мех}}$ — добротность резонатора; c_l и c_t — продольная и поперечная скорости звука; ρ — плотность, C_p — удельная теплоемкость, α — коэффициент линейного теплового расширения, $\hat{\kappa}$ — коэффициент теплопроводности материала резонатора; η и ζ — первый и второй коэффициенты вязкости. Формула (9.6) относится, строго говоря, лишь к полностью изотропным аморфным телам. По порядку величины она, однако, определяет закон поглощения в анизотропных монокристаллах. Первый член в формуле (9.6) определяет диссипацию энергии, вызванную необратимостью процессов деформирования из-за конечности скорости

движения в упругом теле. Второй член связан с диссипацией энергии из-за процессов теплопроводности между неодинаково деформированными частями тела, между которыми возникают градиенты температуры. Теоретический расчет собственной вязкости кристаллов представляется затруднительным. Но, как следует, например, из [75], для кристаллов кварца вязкостные потери не превосходят потерь на теплопроводность при комнатных температурах. Поэтому, вероятно, допустимо оценивать предельные значения добротности резонаторов, изготовленных из монокристаллов, по величине потерь, обусловленных процессами теплопроводности.

Наиболее перспективным в настоящее время материалом для создания монокристаллических детекторов гравитационных волн, по-видимому, является сапфир — разновидность корунда или α -модификации Al_2O_3 . Это связано прежде всего с тем, что разработана технология промышленного получения высококачественных монокристаллов сапфира весом $\simeq 10$ кг [76]. Проведем оценку предельных величин добротности сапфировых механических резонаторов для различных температур по второй части формулы (9.6). Перепишем ее в более удобном виде, выполнив некоторые простые преобразования, используя значение коэффициента Пуассона для сапфира $\sigma_{II} = 0,23$ [77]:

$$Q_{\text{мех}} \omega_{\text{мех}} \simeq \frac{4C_p^2 \rho}{\chi T_{\text{II}} \alpha^2}. \quad (9.7)$$

Отношение коэффициента теплового расширения к теплоемкости тела определяется параметром Грюнайзена γ [78]

$$\gamma = \frac{\beta V}{C_p^V \chi_s}, \quad (9.8)$$

где

$$\beta = \alpha_{11} + \alpha_{\perp},$$

$$\chi_s = \frac{c_{11}^s + c_{12}^s - 4c_{13}^s + 2c_{33}^s}{c_{33}^s (c_{11}^s + c_{12}^s) - 2(c_{13}^s)^2}.$$

Здесь γ — средняя величина γ_{11} и γ_{\perp} , β — коэффициент объемного теплового расширения, C_p^V — теплоемкость объема V при постоянном давлении, c_{ij}^s — адиабатические упругие постоянные. В сапфире γ_{11} и γ_{\perp} отличаются не очень значительно по величине, поэтому для оценок можно положить $\beta \simeq 3\alpha$. Тогда выражение (9.7) перепишем в таком виде:

$$Q_{\text{мех}}\omega_{\text{мех}} \simeq \frac{36}{\hat{\kappa} T_{\text{м}} \gamma^2 \rho \chi_s^2}. \quad (9.9)$$

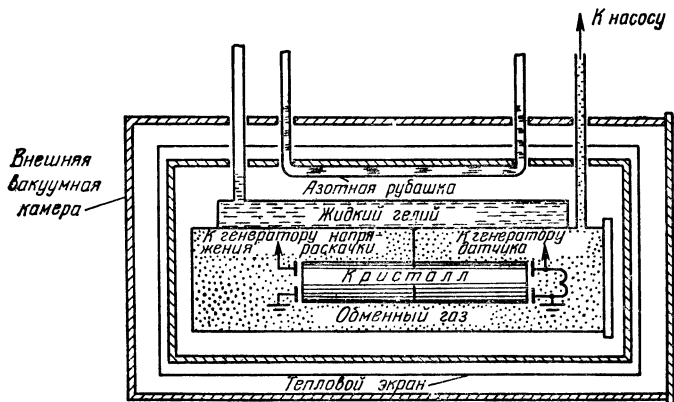
Учитывая, что ρ и χ_s слабо зависят от температуры в области ниже 100°К , можно производить оценку по формуле (9.9) вплоть до субгелиевых температур.

Таблица 6

Температура детектора, $^\circ\text{К}$	300	80	30	4,2
$Q_{\text{мех}} \omega$, рад/сек	$2,2 \cdot 10^{16}$	$8,4 \cdot 10^{15}$	$1,2 \cdot 10^{15}$	$2,8 \cdot 10^{17}$
$\bar{\Gamma}_{\text{гр}}$, эрг/см 2	50	35	10^2	$5 \cdot 10^{-2}$
Температура детектора, $^\circ\text{К}$	2,0	0,04	0,10	
$Q_{\text{мех}} \omega$, рад/сек	$2 \cdot 10^{18}$	$0,9 \cdot 10^{21}$	$3,5 \cdot 10^{23}$	
$\bar{\Gamma}_{\text{гр}}$, эрг/см 2	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-1}$	10^{-1}	

В табл. 6 приведены оценки предельного значения величины $Q_{\text{мех}}\omega_{\text{мех}}$ для сапфировых резонаторов, вычисленные по формуле (9.9). Значения коэффициента теплопроводности взяты из работ [79] и [80]. При температурах 30°К и ниже в качестве параметра Грюнайзена подставляется его низкотемпературное предельное значение γ_L [80]. Данные по теплопроводности при $T_{\text{м}} = 0,01^\circ\text{К}$ отсутствуют, поэтому подставляется значение $\hat{\kappa}$ при $T_{\text{м}} = 0,4^\circ\text{К}$. При оценке $[\bar{\Gamma}_{\text{гр}}]_{\text{мин}}$ по формуле (9.4) принимаются следующие параметры резонатора-антенны: $m = 2 \cdot 10^3 \text{ г}$, $l = 40 \text{ см}$.

В качестве иллюстрации ниже приведено описание измерения $Q_{\text{мех}} (T_{\text{мех}})$ сапфирового резонатора (модель в одну десятую величины гравитационной антенны), выполненных Багдасаровым, Брагинским и Митрофановым [81]. Резонатор из сапфира, выращенного методом горизонтальной направленной кристаллизации [76], имел форму цилиндра длиной 152 мм, диаметром 45 мм.



Р и с. 31.

Ось цилиндра совпадала с кристаллографической осью L_2 . Частота первой моды продольных колебаний составляла 34 кгц.

Измерения проводились в охлаждаемой вакуумной камере, устройство которой показано на рис. 31. Вакуум $p \approx 10^{-3}$ торр необходим, чтобы исключить потери в резонаторе на излучение звуковых волн. Резонатор подвешивался во внутренней камере горизонтально на петле из тонкой нити. Плоскость подвеса проходила через геометрический центр стержня, так что он находился в равновесии. Откачка паров азота из внутреннего дьюара при заливке в него жидкого азота позволяла охладить резонаторы до $T_{\text{м}} \approx 55$ °К. При заливке жидкого гелия во внутренний дьюар резонаторы охлаждались до $T_{\text{м}} \approx 7$ °К. Температура кристалла в

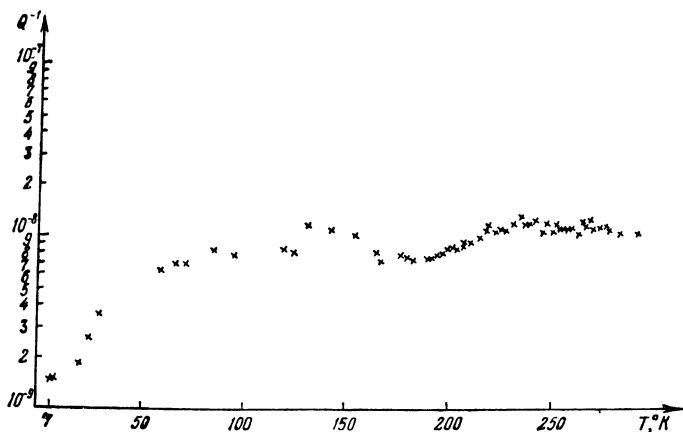
диапазоне $55 \div 300^\circ \text{K}$ определялась по значению собственной частоты колебаний резонатора, предварительно проградуированной с помощью термопары медь — константан. При этом термопара присоединялась непосредственно к кристаллу только во время предварительной градуировки, так что исключался механический контакт резонатора с термопарой при проведении измерения затухания колебаний в резонаторе. В диапазоне ниже 55°K температура измерялась термопарой медь — константан, присоединенной к другому кристаллу сапфира, приблизительно такой же формы и размеров, как основной резонатор, и подвешенному рядом с ним.

Измерение поглощения продольных волн в резонаторах осуществлялось методом регистрации времени затухания свободных колебаний. Для возбуждения и съема колебаний использовались соответственно система электростатического возбуждения и емкостный частотно-модуляционный датчик (аналогично схеме опытов Бордони [22]). Датчик позволял измерять, не внося дополнительного затухания в резонатор, величину добротности $Q_{\text{мех}}$ вплоть до 10^{11} при амплитуде колебаний торцов резонаторов $\lesssim 10^{-7}$ см.

Основная трудность, возникающая при измерении внутреннего трения, состоит в том, чтобы свести к минимуму потери, которые определяются не самим материалом резонатора, а чисто внешними факторами: 1) потерями в поверхностном слое кристалла; 2) потерями в креплении резонатора. Потери в поверхностном слое объясняются возникновением аномально больших тепловых потоков в хаотически ориентированных частицах поверхностного слоя [75]. Уменьшение этих потерь достигается тщательной шлифовкой и полировкой поверхности резонатора. Для крепления резонаторов применялись нитяные подвесы. Было выяснено, что потери в таком подвесе возникают из-за процессов скольжения нити относительно резонатора при колебаниях. Исследовались вольфрамовые, молибденовые, шелковые и капроновые нити. Наименьшими потерями обладали подвесы на тонких полированных вольфрамовых проволочках диаметром 100 мкм и шелковых нитях.

Не было обнаружено амплитудной зависимости затухания колебаний в резонаторе в диапазоне амплитуд $10^{-7} - 10^{-6}$ с.м.

На рис. 32 изображена температурная зависимость затухания на основной продольной моде $f_{\text{мех}} = 34$ кГц; характерен прежде всего очень низкий общий уровень потерь. Это позволяет сделать вывод о том, что внутреннее трение в монокристаллах корунда гораздо ниже, чем



Р и с. 32.

в других известных материалах, в том числе и в классическом высокочастотном материале кварца [75]. При $T_m = 293^\circ \text{K}$ величина $Q_{\text{мех}} = 8 \cdot 10^7$, а при $T_m \simeq 7^\circ \text{K}$ величина $Q_{\text{мех}} = 6,9 \cdot 10^8$. Следует отметить, что при температуре ниже 100°K измеренная величина поглощения приближается к теоретическому пределу, обусловленному термоупругими потерями [74]. Эффект фонон-фононного взаимодействия [83], по-видимому, также дает дополнительный вклад в измеренную величину $Q_{\text{мех}}$, однако оценить точно величину этого эффекта не удалось, так как в настоящее время не известны все константы, определяющие эту величину.

Интересно сравнить величины параметра $MQ_{\text{мех}}\omega_{\text{мех}}l^2$, входящего в формулы (9.4), (9.5), для антенн веберовского типа, использованных¹ в разных лабораториях [7, 8, 65—70], и для модели антенны из монокристалла сапфира, описанной выше. Среднее значение $MQ_{\text{мех}}\omega_{\text{мех}}l^2$ для алюминиевых цилиндров равно $2 \cdot 10^{19} \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{сек}$, а для модели из сапфира $3 \cdot 10^{19} \text{ г} \times \text{см}^2/\text{сек}$. Таким образом, даже сравнительно небольшая модель имеет такую же потенциальную чувствительность $[\tilde{I}_{\text{Гр}}]_{\text{мин}}$, что и массивный алюминиевый цилиндр при одинаковых $T_{\text{м}}$. Если же учесть, что понизить температуру малой массы (порядка нескольких килограммов) существенно легче, чем температуру цилиндра с $M \simeq 1 \cdot 10^6 \text{ г}$, становится очевидной перспективность перехода на высокодобротные монокристаллические антенны.

Высокая добротность материалов типа сапфира, граната, по-видимому, связана с высокой твердостью и высокой дебаевской температурой. Можно предположить, что из известных материалов превосходить сапфир потенциально должны карбид бора и алмаз.

Если сравнить предельные значения $[\tilde{I}_{\text{Гр}}]_{\text{мин}}$ из табл. 6 с величинами $[\tilde{I}_{\text{Гр}}] = 10^{+1} \div 10^{-3} \text{ эрг}/\text{см}^2$, из табл. 4 для источников типа Г (см. § 8), то можно сделать вывод, что низкий уровень диссипации в диэлектрических монокристаллах и соответственно малая величина найквистовской силы не препятствуют достижению чувствительности гравитационных антенн, достаточной для регистрации гравитационного излучения при столкновении нейтронных звезд или несимметричном коллапсе которые произошли даже на расстояниях порядка горизонта событий. Однако, как это будет ясно из дальнейшего, классическая найквистовская сила существенно меньше, чем флуктуационные силы, вызванные устройством, регистрирующим малые колебания. Эти флуктуационные силы ставят дополнительные требования к масштабам эксперимента. Прежде чем рассмотреть оптимальную стратегию измерений, учитывающую обратное флуктуационное влияние датчика, остановимся отдельно на требованиях к его чувствительности.

Короткий импульс гравитационного излучения длительностью

$$\hat{\tau}_{\text{Гр}} \ll \tau_{\text{мех}}^* = \frac{2Q_{\text{мех}}}{\omega_{\text{мех}}}$$

вызовет изменение амплитуды колебаний $x_{\text{Гр}}$ квадрупольного осциллятора, равное

$$x_{\text{Гр}} \simeq l \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} \tilde{I}_{\text{Гр}} \hat{\tau}_{\text{Гр}}}, \quad (9.10)$$

если $\omega_{\text{мех}} \simeq \bar{\omega}_{\text{Гр}}$. Подставляя в формулу (9.10) $l = 40 \text{ см}$, $\hat{\tau}_{\text{Гр}} = 10^{-3} \text{ сек}$ и $\tilde{I}_{\text{Гр}} = 10^{+1} \text{ эрг/см}^2$; 10^{-1} эрг/см^2 ; 10^{-3} эрг/см^2 , получим три соответствующих значения изменения амплитуды: $x_{\text{Гр}} = 1 \cdot 10^{-18} \text{ см}$; $1 \cdot 10^{-9} \text{ см}$; $1 \cdot 10^{-20} \text{ см}$. В § 2 было приведено выражение для наименьшего смещения, которое может быть обнаружено с помощью емкостного датчика (см. формулу (2.6)). Подставляя в (2.6) $\Delta\omega = 2\pi/\hat{\tau}_{\text{Гр}}$, получим

$$[x_{\text{Гр}}]_{\text{мин}} \simeq \xi \frac{2d}{U_{\sim}} \sqrt{\frac{4\kappa T_e}{\omega_e Q_e C_e \hat{\tau}_{\text{Гр}}}}, \quad (9.11)$$

где d — среднее расстояние между пластинами конденсатора, U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения между пластинами, $\omega_e = 1/\sqrt{L_e C_e}$ — собственная частота колебаний резонатора, Q_e — его добротность, ξ — безразмерный фактор, порядка $2 \div 4$, зависящий от достоверности обнаружения. Подставляя в (9.11) $T_e = 2 \text{ }^\circ\text{К}$, $\omega_e = 6 \cdot 10^{10} \text{ рад/сек}$, $C_e = 1 \text{ см}$, $Q_e = 10^{12}$, $d/U_{\sim} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ в/сек}$, $\xi = 2$, $\hat{\tau}_{\text{Гр}} = 10^{-3} \text{ сек}$, получим $[x_{\text{Гр}}]_{\text{мин}} = 1 \cdot 10^{-20} \text{ см}$. Таким образом, наименьшая из величин, соответствующая $\tilde{I}_{\text{Гр}} = 10^{-3} \text{ эрг/см}^2$, может быть зарегистрирована. Ясно, что эти вычисления, указывающие на принципиальную возможность обнаружения, не дают ответа на вопрос о величине массы антенны. Этот ответ можно получить из соотношений для оптимальной стратегии измерений.

В § 5 было показано, что если положить $H_{\text{мех}} = 0$ и, следовательно, учитывать только обратное флук-

туационное влияние емкостного датчика на механический осциллятор, оптимальным параметрам емкостного датчика будет соответствовать минимальная обнаружимая сила $[F(\tau)]_{\min}$, воздействующая на механический осциллятор в течение интервала времени $\hat{\tau}$, много меньшего, чем τ_e^* — времени релаксации высокочастотного контура. Повторяя аналогичные вычисления для случая силы $F_{\text{Гр}}$, имеющей вид короткого импульса длительностью $\hat{\tau}_{\text{Гр}} \simeq 1/\omega_{\text{мех}} \ll \tau_e^*$ (в § 5 был рассмотрен пример силы $F(\tau) = F_0 \sin \omega_{\text{мех}} \tau$, действующей в течение интервала $0 \leq \tau \leq \hat{\tau}$), получим, что минимальная сила $F_{\text{Гр}}$ равна

$$[F_{\text{Гр}}]_{\min} \simeq 4\xi \sqrt{\frac{m\kappa T_e \omega_{\text{мех}}}{Q_e \hat{\tau}_{\text{Гр}}}}. \quad (9.12)$$

Приравняв это выражение силе $m c^2 l^{\alpha} R_{0\alpha 0}^{\mu}$ и переходя к плотности потока энергии $\tilde{I}_{\text{Гр}}$, получим

$$[\tilde{I}_{\text{Гр}}]_{\min} \simeq \xi \frac{c^3 \kappa T_e}{\pi G m \omega_{\text{мех}} Q_e l^2}. \quad (9.13)$$

Формула (9.13) подобна (9.4), в которой заменено отношение $T_m/Q_{\text{мех}}$ на T_e/Q_e . Если теперь подставить в (9.13) $m = 4 \cdot 10^4$ г, $l = 40$ см, $\omega_{\text{мех}} = 10^{+4}$ рад/сек, $T_e = 1 \cdot 10^{-2}$ °К и $Q_e = 10^{+12}$, то получим оценку $[\tilde{I}_{\text{Гр}}]_{\min} \simeq \xi \cdot 10^{-2}$ эрг/см². Эта оценка на порядок хуже, чем наименьшая для источников типа Г (см. табл. 4).

Таким образом, при достаточно больших добротностях механических резонаторов из диэлектрических монокристаллов основным ограничением в чувствительности служит обратное флуктуационное воздействие датчика, если ставится задача обнаружить короткие всплески гравитационного излучения с длительностью $\tau_{\text{Гр}} \simeq 1/\omega_{\text{мех}} \ll \tau_e^*$.

Твердотельные гравитационные антенны, по-видимому, можно также попытаться использовать для обнаружения гравитационного излучения пульсара из Крабовидной туманности. В связи с тем, что частота излучения известна с очень большой степенью точности (она должна быть равна удвоенной частоте вращения

пульсара), можно использовать длительное накопление сигнала, так что величина τ окажется существенно большей, чем τ_e^* . В этом случае, предполагая $H_{\text{мех}}$ достаточно малым, т. е. пренебрегая найквистовской силой, удобно воспользоваться формулой (5.9) для минимальной амплитуды силы $[F_0]_{\text{мин}}$ для оптимального датчика. Тогда величина наименьшей плотности потока мощности $[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}}$ будет равна

$$[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \xi \frac{3c^3 \kappa T_e}{G m \omega_{\text{мех}} \omega_e l^2 (\hat{\tau})^2}. \quad (9.14)$$

Полагая $T_e = 1 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{К}$, $m = 4 \cdot 10^4 \text{ г}$, $\omega_{\text{мех}} = 400 \text{ рад/сек}$, $\omega_e = 6 \cdot 10^{10} \text{ рад/сек}$, $l = 40 \text{ см}$, $\hat{\tau} = 3 \cdot 10^5 \text{ сек}$, получим $[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \xi \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ эрг/сек} \cdot \text{см}^2$.

Эта величина меньше, чем самая оптимистическая оценка $10^{-7} \text{ эрг/(см}^2 \cdot \text{сек)}$ (см. табл. 4).

При создании антенны с $\omega_{\text{мех}} = \omega_{\text{гр}} = 400 \text{ рад/сек}$, очевидно, целесообразно использовать не цилиндрические или гантелеобразные антенны, а взять один из вариантов формы, предложенной Дагласом [84] (так называемый класс 2).

Резюмируя изложенное, можно сделать вывод, что твердотельные антенны перспективны для попыток обнаружить короткие всплески гравитационного излучения от источников типа Г и для обнаружения возможно существующего излучения от пульсара Крабовидной туманности (источник типа В). Для источников типа А и Б более перспективны другие виды антенн, рассмотренные в этой главе.

Начиная с работы Вебера [71], экспериментаторы неоднократно обращались к возможности использовать Землю в целом в качестве гравитационной антенны. Действительно, используя стрейн-сейсмографы или низкочастотные сейсмографы-гравиметры, можно измерять вариации во времени квадрупольных колебаний Земли. Самой низкочастотной моде колебаний Земли соответствует $\omega_{\text{мех}} \simeq 1 \cdot 10^{-3} \text{ рад/сек}$. Тумин [85] установил с помощью чувствительного сейсмографа-гравиметра со сверхпроводящим подвесом, что в течение длительного отрезка времени величина энергии в квад-

рупольных колебаниях Земли значительно больше, чем в других видах колебаний. Однако использование только Земли в качестве антенны не может дать однозначной интерпретации результатов из-за ее высокой сейсмической активности. Поэтому необходимо иметь схему совпадений, например, используя в качестве второй антенны Луну или одну из ближайших планет. Такой эксперимент до настоящего времени еще не выполнен.

Схема совпадений имеет большое значение для всех видов гравитационных антенн, рассчитанных на прием случайных импульсов гравитационного излучения. С ее помощью можно в принципе исключить все виды сильных некоррелированных воздействий на антенны. Это обстоятельство представляется особенно важным, если учесть, что экспериментатор никогда не может быть полностью уверен в том, что на антенну воздействуют только найквистовская сила и чисто стохастические флуктуации от регистрирующего прибора. Поэтому если в распоряжении экспериментатора имеется лишь одна антенна, то, по выражению Тайсона [8], можно выполнить только нуль-эксперимент, т. е. установить лишь верхний предел для импульсов гравитационного излучения.

Остановимся на схеме статистической обработки результатов наблюдений на двух антеннах в схеме совпадений, предложенной Руденко [70]. Чувствительность схемы совпадений можно определить на основе теории оптимального приема. Фиксируя совпадающие вариации сигнала в двух антеннах, оператор должен сделать вывод о наличии (или отсутствии) одновременного воздействия на две антенны. В отсутствие априорной информации о сигнале оптимальный способ решения связан с критерием Неймана — Пирсона.

Пусть оператором зафиксировано, что за одно и то же время τ^{**} в обеих антеннах среднее число вариаций сигнала на определенном уровне равно соответственно \bar{n}_1 и \bar{n}_2 . В эксперименте [70] в качестве вариации сигнала принималось изменение амплитуды $\Delta A \gtrsim \gtrsim k\sigma_{бр}$ за $-\hat{\tau} - 2$ сек. Изменяя число k , можно было

изменять \bar{n}_1 и \bar{n}_2 за сутки в пределах от 0 до нескольких сотен. Если такие изменения ΔA независимы, то математическое ожидание числа случайных совпадений \bar{N} с разрешением τ_p , очевидно, равно

$$\bar{N} = \frac{2\tau_p}{\tau^{**}} \bar{n}_1 \bar{n}_2. \quad (9.15)$$

Если оператор для какой-то реализации обнаружит, что N существенно превышает некоторое пороговое значение $N_{1-\alpha}$, то с вероятностью ошибиться α (вероятность ложной тревоги, или статистическая ошибка I рода) он может утверждать, что наблюдается совместное воздействие.

Величина $N_{1-\alpha}$ для редких событий связана с \bar{N} простым соотношением:

$$\sum_{m=0}^{N_{1-\alpha}} \frac{(\bar{N})^m}{m!} e^{-\bar{N}} = 1 - \alpha. \quad (9.16)$$

Для оценки величины воздействия в схеме Неймана — Пирсона вводится вероятность пропуска β (статистическая ошибка II рода).

В нашем случае необходимо ввести гипотезу о том, что на антенны воздействует сигнальная последовательность импульсов с частотой N_0 . Тогда

$$\beta(N_0) = \sum_{m=0}^{N_{1-\alpha}} \frac{(\bar{N} + N_0)^m}{m!} e^{-(\bar{N} + N_0)}. \quad (9.17)$$

Обычное выбираемое значение $\alpha = 0,05$ и $\beta \leq 0,3$. «Гравитационный сигнал», таким образом, характеризуется двумя числами, N_0 и k , причем последнее при известном $\sigma_{бр}$ и других параметрах антенны дает среднее значение плотности потока $I_{гр}$ в течение $\hat{\tau}$. Однако в схеме Неймана — Пирсона никаких указаний по выбору величины N_0 нет. Ее следует искать вовне, например, в астрофизических моделях источников гравитационного излучения.

В случае чисто броуновских колебаний среднее число \bar{n} изменений амплитуды в течение времени τ^{**} на величину $k\sigma_{бр}$ за интервал $\hat{\tau}$ равно

$$\bar{n} \simeq \frac{\tau^{**}}{2\hat{\tau}} \left\{ 1 - \Phi \left[k \left(\frac{\tau_{\text{мех}}^*}{2\hat{\tau}} \right)^{1/2} \right] \right\}. \quad (9.18)$$

Если в качестве примера подставить в формулу (9.18) $\tau^{**} = 10^5$ сек, $\tau_{\text{мех}}^* = 20$ сек, $\hat{\tau} = 2$ сек, $k = 2$, то получим $\bar{n} = 10$ (см. подробнее [70]).

Вместо простого слежения за числом совпадающих всплесков, оператор может перейти к более усложненной схеме эксперимента, задерживая сигнал с одной из антенн на некоторое время τ_d . В этом случае информативным параметром становится разность числа совпадений без задержки и с задержкой $\Delta = N(0) - N(\tau_d)$. Среднее значение Δ равно нулю в отсутствие задержки и стремится к средней частоте сигнальных импульсов N_0 при $\tau_d \gg \tau_r$. Случайная величина Δ — это разность двух пуассоновских переменных, которые с большой точностью можно считать независимыми при $\tau_d \gg \tau_r$. Рабочие характеристики обнаружения, которыми должен пользоваться оператор, следящий за Δ , определяются формулами

$$1 - \alpha = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(N)^m}{m!} e^{-N} \frac{\Gamma(\Delta_{1-\alpha} + m + 1, N)}{\Gamma(\Delta_{1-\alpha} + m + 1)}, \quad (9.19)$$

$$\beta(N_0) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(N)^m}{m!} e^{-N} \frac{\Gamma(\Delta_{1-\alpha} + m + 1, N + N_0)}{\Gamma(\Delta_{1-\alpha} + m + 1)}. \quad (9.20)$$

Здесь $\Delta_{1-\alpha}$ — пороговое значение Δ ; $\Gamma(m, x)$, $\Gamma(m)$ неполная и простая гамма-функции. Для больших средних значений N величина Δ асимптотически стремится к нормальной переменной с дисперсией $N(0) + N(\tau_d)$ и средним $N(0) - N(\tau_d)$. Отметим, что по чувствительности обнаружения метод задержки не дает выигрыша по сравнению с простым слежением за числом совпадений; его можно рассматривать только как дополнительный независимый тест.

§ 10. Антенны со свободными массами

В качестве гравитационной антенны вместо протяженного твердого тела можно использовать две свободные пробные массы и чувствительную систему обнаружения малых вариаций относительной скорости $\Delta v_{\text{гр}}$ этих масс. В такой схеме измерений существенным является использование электромагнитных сигналов (масса покоя равна нулю) для измерения величины $\Delta v_{\text{гр}}$ между двумя массами (с массой покоя, не равной нулю; см. подробнее [54]). Перспективы достижения высокой чувствительностью с помощью таких гравитационных антенн определяются в первую очередь чувствительностью системы, измеряющей $\Delta v_{\text{гр}}$.

Из формул (9.1) для поля ускорений, вызванных гравитационной волной, нетрудно получить выражение, связывающее величину $\Delta v_{\text{гр}}$ с плотностью потока энергии всплеска гравитационного излучения $\tilde{\tau}_{\text{гр}}$ длительностью $\hat{\tau}_{\text{гр}}$

$$\Delta v_{\text{гр}} \simeq L \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} \frac{\tilde{I}_{\text{гр}}}{\hat{\tau}_{\text{гр}}}}, \quad (10.1)$$

где L — расстояние между пробными массами. Формула (10.1) справедлива для $L/c \lesssim \hat{\tau}_{\text{гр}}$ при оптимальной ориентации антенны по отношению к направлению и поляризации волны. Если антенна предназначена для приема всплесков гравитационного излучения от источников типа Б (см. § 8), то в качестве двух пробных масс можно использовать два спутника, свободные от сноса (см. § 7), и в качестве индикатора — высокочувствительную доплеровскую систему измерения малых вариаций скорости, включающую в себя передатчик и приемник на одном из спутников и активный ретранслятор на другом. Рассмотрим требования к доплеровской системе. Если подставить в формулу (10.1) $L = 10^{12}$ см, $\tilde{I}_{\text{гр}} = 1$ эрг/см², $\tau_{\text{гр}} = 30$ сек, то получим $\Delta v_{\text{гр}} \simeq 5 \cdot 10^{-8}$ см/сек. Современные доплеровские системы дают разрешение $\Delta v \simeq 10^{-3}$ см/сек на расстояниях $L \simeq 10^{13}$ см и могут быть улучшены, по мнению

их авторов, до уровня $\Delta v \simeq 10^{-5}$ см/сек [19], без внесения существенных изменений в конструкцию (время усреднения $\hat{\tau} \simeq 10$ сек). Для дальнейшего повышения чувствительности необходимо, очевидно, в первую очередь повысить стабильность задающего высокочастотного генератора, входящего в состав системы. Существуют два, вообще говоря, не связанных условия для генератора:

а) квазистатическая стабильность частоты генератора должна быть достаточно высока;

б) спектральная плотность девиации частоты (ширина спектральной линии) не должна превышать определенного предела. Первое условие может быть описано простым выражением:

$$\frac{\Delta v}{c} \gtrsim \frac{\Delta f_e}{f_e} \gtrsim K\alpha(T_e)\Delta T_e, \quad (10.2)$$

где f_e — средняя частота генератора, вариация которой Δf_e вызвана изменением температуры резонатора ΔT_e . Резонатор изготовлен из материала, имеющего коэффициент линейного расширения $\alpha(T_e)$. Безразмерный множитель K определяет, на сколько удалось выбором формы резонатора скомпенсировать влияние термического расширения на частоту f_e . Произведение $K\alpha(T_e)$ иногда называют температурным коэффициентом стабильности частоты. Очевидно, что материал, из которого изготовлен резонатор, следует выбирать с возможно высокой температурой Дебая T_D , так как при $T_e < T_D$ коэффициент α пропорционален T_e^3 и при низких температурах достигает весьма малых значений. Резонатор можно изготовить из сапфира, покрыв его поверхность ниобием; так как $(T_D)_{\text{Al}_2\text{O}_3} \simeq 1040$ °К, то при $T_e = 1$ °К величина $\alpha \simeq 3 \cdot 10^{-13}$ град⁻¹. Полагая $K = 5 \cdot 10^{-3}$ и подставляя в формулу (10.2) $\alpha = 3 \times 10^{-13}$ град⁻¹ и $\Delta T_e = 1 \cdot 10^{-3}$ °К, получим оценку $\Delta v \gtrsim 5 \cdot 10^{-8}$ см/сек. Эти оценки показывают, что необходимая квазистатическая стабильность может быть достигнута, однако с применением довольно изощренной экспериментальной техники.

Второе условие, учитывающее роль флуктуационных уходов частоты генератора, имеет следующий вид:

$$\frac{\Delta v}{c} \gtrsim \frac{\Delta f_e}{f_e} = \frac{1}{f_e} \sqrt{\frac{w(f)}{\hat{\tau}}} = \sqrt{\frac{\kappa T_e}{2W_1 Q_e^2 \hat{\tau}}}, \quad (10.3)$$

где κ — постоянная Больцмана, W_1 — мощность задающего генератора, Q_e — добротность резонатора, $w(f)$ — спектральная плотность уходов частоты (см., например, [18]). Подставляя в формулу (10.3) $T_e = 1^\circ\text{К}$, $W_1 = 10^3$ *эрг/сек*, $Q_e = 5 \cdot 10^{11}$, $\hat{\tau} = 30$ *сек*, получим $\Delta v \gtrsim 1 \cdot 10^{-11}$ *см/сек*. Таким образом, второе условие выполнить относительно легче, чем первое.

Отметим, что условия, описываемые формулами (10.2) и (10.3), можно объединить, приписав величине $w(f)$ зависимость типа $1/f$ вблизи нуля. Однако обычно разделяют понятия квазистатической стабильности частоты в течение заданного интервала времени и спектральной плотности девиации частоты (как это было сделано выше), с тем, чтобы выделить различные физические причины, определяющие уходы частоты. Формула (10.3), в частности, показывает, почему для достижения малых разрешимых величин Δv водородные стандарты частоты в качестве задающих генераторов не являются приемлемыми: у водородных стандартов относительно малые W_1 и Q_e и, соответственно, широкая естественная ширина линии.

К условию высокой стабильности частоты задающего генератора необходимо добавить требования к мощности передатчика W_2 , его частоте f_e , ширине углового раствора передающей антенны ψ , диаметру приемной антенны D и шумовой температуре приемника T_N . Нетрудно видеть, что эти величины связаны между собой следующим образом:

$$\Delta v \simeq \frac{c}{2\pi\hat{\tau}f_e} \sqrt{\frac{4\kappa T_N \psi^2 l^2}{W_2 D^2 \hat{\tau}}}. \quad (10.4)$$

Если подставить в формулу (10.4) $W_2 = 10^{10}$ *эрг/сек*, $f_e = 10^{-10}$ *сек⁻¹*, $D = 6 \cdot 10^2$ *см*, $\psi = 5 \cdot 10^{-3}$ *рад*, $l = 10^{12}$ *см*, $\hat{\tau} = 30$ *сек* и $T_N = 30^\circ\text{К}$, то получим $\Delta v \simeq 3 \cdot 10^{-8}$ *см/сек*.

Выше были рассмотрены «инструментальные» требования к доплеровской системе регистрации малых относительных вариаций скорости двух спутников. Из оценок, полученных на основании формул (10.2) — (10.4), следует, что современный уровень экспериментальной техники не ставит непреодолимых ограничений для осуществления опыта по обнаружению редких всплесков гравитационного излучения с помощью двух сильно удаленных спутников, свободных от сноса. Степень компенсации негравитационных ускорений в спутнике не должна быть слишком большой. Действительно, вариации скорости $\Delta v_{\text{гр}} \simeq 5 \cdot 10^{-8}$ см/сек за $\hat{\tau} = 30$ сек соответствует ускорение $1,6 \cdot 10^{-9}$ см/сек². Напомним, что вариации негравитационного ускорения спутника «со сносом», вызванные солнечным ветром, вариацией солнечной радиации, составляют $10^{-6} \div \div 10^{-7}$ см/сек² (см. § 7). Оценка $1,6 \cdot 10^{-9}$ см/сек² одновременно указывает на то, что флуктуации давления, вызванные разреженным межпланетным газом, пренебрежимо малы.

В заключение этого раздела приведем еще одну оценку для вариации скорости у двух спутников, вызванной излучением близких двойных звезд (источник типа А; см. § 8). Двойные звезды дают монохроматическое излучение на частоте $\omega_{\text{гр}} \simeq 10^{-3}$ рад/сек, равной удвоенной частоте обращения (см. подробнее [54, 60]). Амплитуда относительной скорости одного спутника относительно другого равна

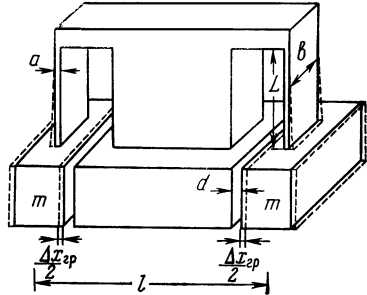
$$\delta v_{\text{гр}} \simeq L \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I_{\text{гр}}}, \quad (10.5)$$

где $I_{\text{гр}}$ — плотность потока мощности гравитационного излучения. Формула (10.5) справедлива, если $L \lesssim \lesssim \pi c / \omega_{\text{гр}}$. Подставляя в (10.5) $L = 10^{14}$ см и $\delta v_{\text{гр}} I_{\text{гр}} = = 1 \cdot 10^{-10}$ эрг/сек · см², получим $\delta v_{\text{гр}} \simeq 2,5 \cdot 10^{-10}$ см/сек. Эта оценка примерно на два порядка меньше, чем приведенная выше. По-видимому, современный уровень экспериментальной техники еще не позволяет легко достигнуть такой чувствительности. Однако задача облегчается тем, что излучение двойной звезды известно с очень высокой степенью точности, что позволяет осу-

ществить длительное когерентное выделение сигнала из шума.

Возможна реализация другого типа гравитационной антенны с «почти свободными» пробными массами [26]. Один из лабораторных вариантов такой разновидности антенн изображен на рис. 33. Расстояние l между массами m много меньше половины длины гравитационной волны. Кроме того,

длина массивного стержня l_1 , помещенного между массами, меньше $v_0/\omega_{\text{гр}}$ (v_0 — скорость распространения продольных упругих волн в стержне). Так как $l \ll v_0/\omega_{\text{гр}}$, то относительное смещение $\Delta x_{\text{гр}}$ одной пробной массы относительно другой примерно равно удвоенному смещению поверхности одной из пробных масс относительно торцевой поверхности стержня. Величина $\Delta x_{\text{гр}}$ равна



Р и с. 33.

равна

$$\Delta x_{\text{гр}} \simeq l \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} \tilde{I}_{\text{гр}} \hat{\tau}_{\text{гр}}}, \quad (10.6)$$

где $\tilde{I}_{\text{гр}}$ — плотность потока энергии в импульсе гравитационного излучения, длительность которого $\hat{\tau}_{\text{гр}}$.

Подставляя в формулу (10.6) $\tilde{I}_{\text{гр}} = 1 \text{ эрг/см}^2$, $\hat{\tau}_{\text{гр}} = 1 \text{ сек}$ (источник типа Б), $l = 3 \cdot 10^3 \text{ см}$, получим $\Delta x_{\text{гр}} \simeq 7,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}$. Сравнивая эту величину с предельными оценками для радиотехнических датчиков, приведенными в § 2 ($[\Delta x]_{\text{мин}} \simeq 10^{-21} \text{ см}$ для $\Delta f \simeq 1 \text{ гц}$), можно сделать вывод, что реализация регистратора на таком уровне чувствительности не представляет трудностей. Более существенным препятствием для достижения высокой чувствительности являются тепловые флуктуационные силы, на фоне которых необходимо обнаружить силу $mc^2 l^2 R_{0\alpha 0}^{\mu}$. Роль этих сил существенно больше, чем в случае двух далеко разнесенных

спутников, так как величина l в лабораторном варианте много меньше. Для изображенного на рис. 33 подвеса коэффициент трения $H_{\text{мех}}$ примерно равен $\eta ba^3 (5L^3)^{-1}$. Подставляя это выражение в формулу для спектральной плотности силы Найквиста, и приравняв силу $mc^2 l^\alpha R_{0\alpha 0}^\mu$ стандартному отклонению тепловой флуктуационной силы, нетрудно получить соотношение для наименьшей обнаружимой величины $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}}$ в таком варианте антенны:

$$[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \frac{c^3 \kappa T H_{\text{мех}}}{2\pi G m^2 l^2 \omega_{\text{гр}}^2} \simeq \frac{c^3 \kappa T g_0}{10\pi G} \cdot \frac{1}{L^3 \omega_0^2} \cdot \frac{\eta}{l^3 \theta^2} \cdot \frac{a}{b}. \quad (10.7)$$

В (10.7) $\omega_0 \simeq \omega_{\text{гр}} \simeq 1/\hat{\tau}_{\text{гр}}$, g_0 — ускорение свободного падения, $\omega_0^2 = g_0 L^{-1}$, θ — допустимое напряжение в ленте, на которой подвешена масса m , $mg_0 = \theta ab$, η — вязкость материала ленты. Если подставить в (10.7) $m = 10^5$ г, $\eta = 10^6$ пуаз, $\theta = 2,5 \cdot 10^9$ дин/см² (лента изготовлена из плавленного кварца), $L = 50$ см, $l = 3 \cdot 10^3$ см, $a/b = 10^{-2}$, получим $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \simeq 30$ эрг/см². Полученное значение чувствительности на относительно невысокой частоте и при комнатной температуре существенно выше, чем $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq 10^6$ эрг/см² для антенн веберовского типа (см. § 9). Это связано с тем, что $Q_{\text{мех}}$ в рассмотренном примере порядка 10^9 , т. е. на четыре порядка выше, чем у алюминиевых цилиндров. Оценка 30 эрг/см² немного выше предсказанных для источников типа Б плотностей потоков энергии (около 1 эрг/см²). Очевидно, что снизить величину $[\tilde{I}_{\text{гр}}]_{\text{мин}}$ можно, увеличив L и l и уменьшив отношение a/b . Существенного улучшения чувствительности можно было бы добиться, поместив такую антенну в условия невесомости. В этом случае поддерживающие массы m ленты не будут нести нагрузки mg_0 , и можно существенно уменьшить размеры a и b и, следовательно, уменьшить величину $H_{\text{мех}}$. Отметим, что в лабораторных условиях одной из трудных проблем для такого, относительно низкочастотного, варианта гравитационной антенны является проблема изоляции от сейсмики.

В настоящее время реализуется лишь один вариант гравитационной антенны такого рода [17], в котором в качестве индикатора малых колебаний пробных масс используется лазерный интерферометр.

§ 11. Гетеродинный приемник гравитационных волн

Гетеродинный метод приема гравитационных волн, предложенный в работе [69], состоит в следующем.

Пусть механический квадруполь (в простейшем случае — гантель — из двух масс m) находится в плоскости, нормально к которой распространяется монохроматическая гравитационная волна (рис. 34). Нетрудно

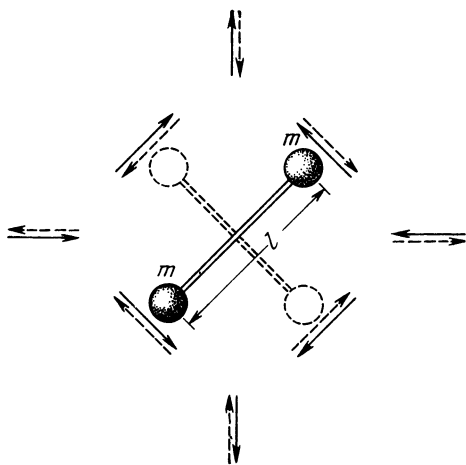


Рис. 34.

найти, что в этом случае на гантель действует момент сил

$$\text{Мом } F_{\text{гр}} = 4mR^2\omega_{\text{гр}} \sin 2\varphi \sin \omega_{\text{гр}}\tau \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I_{\text{гр}}}, \quad (11.1)$$

где $\omega_{\text{гр}}$ — частота волны; $I_{\text{гр}}$ — плотность потока мощности в волне вблизи детектора; G — гравитационная постоянная; R — радиус гантели (половина ее длины l); φ — угол между вектором l и одной из двух

взаимно перпендикулярных осей поляризации гравитационной волны.

Предположим, что гантель свободно вращается в указанной плоскости вокруг центра масс с некоторой частотой ω_1 . Тогда $\varphi = \omega_1 \tau + \varphi_0$ и выражение (11.1) принимает такой вид:

$$\begin{aligned} \text{Мом } F_{\text{гр}} = \\ = 2mR^2\omega_{\text{гр}} \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I_{\text{гр}}} \{ \cos(\Omega\tau - \psi_0) - \cos[(\omega_{\text{гр}} + 2\omega_1)\tau + \psi_0] \}, \end{aligned} \quad (11.2)$$

где

$$\Omega = \omega_{\text{гр}} - 2\omega_1, \quad \psi_0 = 2\varphi_0.$$

Как видно из выражения (11.2), вращение гантели преобразует спектр действующего на нее момента гравитационных сил $\text{Мом } F_{\text{гр}} - v_{\perp}$ нем вместо одной линии частоты $\omega_{\text{гр}}$ появляются две с комбинационными частотами. Уравнение движения гантели без учета затухания имеет в этом случае вид

$$2mR^2\ddot{\varphi} = 2mR^2\omega_{\text{гр}}B \{ \cos(\Omega\tau - \psi_0) - \cos[(\omega_{\text{гр}} + 2\omega_1)\tau + \psi_0] \}, \quad (11.3)$$

где

$$B = \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I_{\text{гр}}}.$$

Представим его решение в виде

$$\varphi(\tau) = \omega_1 \tau + \varphi_0 + \Delta\varphi(\tau), \quad (11.4)$$

где $\Delta\varphi(\tau)$ и будет представлять собой то возмущение, которое наложится на свободное вращение гантели в результате ее взаимодействия с гравитационной волной. Полагая, что до момента времени $\tau = 0$ возмущение отсутствовало, т. е. полагая начальные условия нулевыми:

$$\Delta\varphi(0) = 0, \quad \dot{\Delta\varphi}(0) = 0,$$

двукратным интегрированием (11.3) по времени

находим, что

$$\Delta\varphi(\tau) = \omega_{\text{гр}} B \left\{ \frac{\cos \psi_0 - \cos(\Omega\tau - \psi_0)}{\Omega^2} - \frac{\cos \psi_0 - \cos[(\omega_{\text{гр}} + 2\omega_1)\tau + \psi_0]}{(\omega_{\text{гр}} + 2\omega_1)^2} \right\}. \quad (11.5)$$

Например, при $\omega_{\text{гр}} = 400 \text{ сек}^{-1}$, $\Omega = 10^{-4} \text{ сек}^{-1}$, $I_{\text{гр}} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ эрг/сек}$ получим $\Delta\varphi = 3 \cdot 10^{-12} \text{ рад}$.

Таким образом, амплитуда угловых колебаний гантели, возникающих в результате взаимодействия ее с волной, благодаря преобразованию спектра может быть много больше (в отношении $\omega_{\text{гр}}^2/2\Omega^2$), чем была бы амплитуда угловых колебаний гантели с частотой волны $\omega_{\text{гр}}$ без такого преобразования, так как при известной частоте $\omega_{\text{гр}}$ скорость вращения ω_1 можно сделать очень близкой к $\omega_{\text{гр}}/2$. В этом состоит важное преимущество детекторов гетеродинного типа. В частности, если указанные частоты — ω_1 и $\omega_{\text{гр}}/2$ совпадают совершенно точно, то на гантель действует просто постоянный момент сил, равный $2mR^2\omega_{\text{гр}} B \cos \psi_0$. В этом случае вращение гантели равномерно ускоряется (или замедляется):

$$\Delta\varphi(\tau) = \frac{\omega_{\text{гр}}\tau^2}{2} B \cos \psi_0, \quad (11.6)$$

и взаимодействие детектора с полем волны осуществляется наиболее эффективно — эффект этого взаимодействия накапливается со временем.

Заметим, что при этом не только частота, но и фаза вращения ψ_0 относительно фазы волны должна быть выбрана оптимальным образом, чтобы $\cos \psi_0 = 1$.

Из изложенного выше ясно, что предлагаемый детектор наилучшим образом может быть использован для регистрации гравитационного излучения от пульсаров, поскольку оно непрерывно и поскольку частота пульсаций и, следовательно, частота гравитационного излучения пульсаров (последняя вдвое выше первой) почти постоянна и измерена с высокой степенью точности.

Однако то обстоятельство, что частота излучения пульсаров все же изменяется со временем (уменьшается, хотя и весьма медленно), не позволяет обойтись приведенными выше простыми оценками отклика гетеродинных детекторов, особенно в тех случаях, если время измерения предполагается длительным. В частности, точный синхронизм вообще имеет место лишь в один какой-то момент времени. Более строгое решение задачи о взаимодействии вращательного гетеродинного детектора с гравитационным излучением пульсара должно исходить из уравнения

$$\ddot{\varphi} + \delta \dot{\varphi} = 2\omega_0 B \sin 2\varphi(\tau) \cdot \sin [\omega_{\text{ГР}}(\tau) \tau], \quad (11.7)$$

где $\delta = H_{\varphi}/2mR^2$ — декремент затухания для вращающейся гантели; $\omega_{\text{ГР}}(\tau)$ — функция, описывающая изменение частоты излучения пульсара со временем.

Последнюю с достаточной для разумных интервалов времени измерения точностью можно представить в виде линейной функции

$$\omega_{\text{ГР}}(\tau) = \omega_0 \left(1 - \frac{\tau}{\tau_{\text{П}}^*} \right),$$

так как $\tau_{\text{П}}^*$ — постоянная времени затухания вращения пульсаров — весьма велика. Например, для пульсара NP 0532 в Крабовидной туманности эта постоянная имеет порядок 10^{11} сек, а для многих известных в настоящее время пульсаров она еще больше.

Как и раньше, представим $\varphi(\tau)$ — решение уравнения (11.7) в виде $\omega\tau + \varphi_0 + \Delta\varphi(\tau)$ и пренебрежем в левой части этого уравнения членом $\delta\dot{\varphi}$, а в правой — величиной $2\Delta\varphi(\tau)$ в аргументе $\sin 2\varphi(\tau)$. Первое пренебрежение оправдано в том случае, если постоянная времени вращающейся гантели много больше $\tau_{\text{П}}^*$. Легко проверить, что это условие выполняется, например, если ротор массой $2m \simeq 10$ кг и размерами приблизительно 10 см вращается в вакууме, соответствующем расстоянию от Земли порядка 1000 км. Но тогда $\Delta\varphi(\tau)$ — возмущение, вызванное только взаимодействием с гравитационной волной, и его малость оправдывает второе допущение.

Асимптотическое приближение решения для фазы существенно позже интервала синхронизма имеет простой вид (см. подробнее [87]):

$$\Delta\varphi(\tau) = \left(\frac{8\pi^2 G I_{\text{ГР}} \omega_{\text{ГР}} \tau_{\text{П}}^*}{c^3} \right)^{1/2} (\tau - \tau_0) \sin \left(\psi_0 + \frac{\Omega^2 \tau^*}{4\omega_{\text{ГР}}} + \frac{\pi}{4} \right), \quad (11.8)$$

где

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \Omega \tau^* \omega_{\text{ГР}}^{-1}.$$

Качественно картина взаимодействия идеального вращательного гетеродинного детектора с гравитационным излучением пульсара такова: вначале, когда частота излучения больше удвоенной частоты вращения детектора, возмущения движения гантели носят колебательный характер; частота этих колебаний равна частоте биений, амплитуда может быть оценена по формуле (11.5). По мере приближения частоты излучения к значению $2\omega_1$ период биений и их амплитуда увеличиваются; в момент синхронизма гантель получает наибольший ускоряющий или замедляющий ее вращение импульс, который затем сохраняется, поскольку трение полагаем отсутствующим. После момента синхронизма $\tau = \tau_0$ движение гантели будет представлять собой вращение с увеличенной (или уменьшенной) частотой $\omega_1 \pm \Delta\omega_1$ и с наложенными на это вращение осцилляциями с возрастающей частотой и уменьшающейся амплитудой и при $\tau \rightarrow \infty$ описывается формулой (11.8). В соответствии с этой формулой

$$\Delta\omega_1 = \left(\frac{8\pi^2 G I_{\text{ГР}} \omega_{\text{ГР}} \tau_{\text{П}}^*}{c^3} \right)^{1/2} \sin \left(\psi_0 + \frac{\Omega^2 \tau_{\text{П}}^*}{4\omega_{\text{ГР}}} + \frac{\pi}{4} \right). \quad (11.9)$$

Наибольший эффект достигается при условии, что начальный сдвиг фаз ψ_0 и начальная расстройка Ω удовлетворяют уравнению

$$\psi_0 + \frac{\Omega^2 \tau_{\text{П}}^*}{4\omega_{\text{ГР}}} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n. \quad (11.10)$$

Например, подставляя в формулу (11.9) данные пульсара NP 0532: $\omega_{\text{гр}} = 400 \text{ сек}^{-1}$, $\tau_{\text{п}}^* = 10^{11} \text{ сек}$, $I_{\text{гр}} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ эрг/см}^2$, получаем, что при оптимальном фазовом соотношении скачок частоты вращения гетеродинного детектора под действием гравитационного излучения этого пульсара составит $8 \cdot 10^{-16} \text{ рад/сек}$; при этом время, за которое это произойдет, порядка 10^4 сек , а за время $\hat{\tau} \simeq 10^5 \text{ сек}$ изменение фазы $\Delta\varphi \simeq 8 \cdot 10^{-11} \text{ рад}$.

Приведенные оценки не исчерпывают все возможности метода. Действительно, точно зная (или непосредственно измеряя) закон изменения частоты модуляции пульсара, в принципе можно заложить в «программу» свободного вращения антенны соответствующую подстройку частоты ω_1 (например, через изменение ее длины). Тогда оценку величины эффекта можно производить по формуле (11.6). Полагая в (11.6) $I_{\text{гр}} = 10^{-7} \text{ эрг/сек} \cdot \text{см}^2$, $\psi_0 = 0$, $\hat{\tau} = 10^6 \text{ сек}$, $\omega_{\text{гр}} = 400 \text{ рад/сек}$, получим $\Delta\varphi = 2 \cdot 10^{-8} \text{ рад}$. Такую величину несложно изменить простыми оптическими средствами (см., например, методику, описанную в § 6).

Рассмотренный выше метод детектирования гравитационных волн обладает одним существенным недостатком: весьма незначительные изменения температуры свободно вращающейся гантели приводят к изменению ее момента инерции и, следовательно, к изменению частоты и фазы вращения. Возможна модификация этого метода (см. ссылку в работе [88]), устраняющая этот недостаток. Вместо вращения гантели можно ввести модуляцию ее длины: $R = R_0 (1 + \mu \sin \omega_1 \tau)$. Тогда (см. формулу (11.1)) в моменте сил вновь возникнет член с разностной частотой, но его амплитуда будет в μ раз меньшей. Для случая точного синхронизма формула (11.6) примет такой вид:

$$\Delta\varphi(\tau) = \mu \frac{\omega_{\text{гр}} \tau^2}{2} B \cos \psi_0. \quad (11.11)$$

Гантель может быть заменена камертоном с массами на концах, который допускает глубину модуляции расстояния между массами $\mu \simeq 5 \cdot 10^{-2}$. Полагая, как и раньше, $\hat{\tau} = 10^6 \text{ сек}$, $\omega_{\text{гр}} = 400 \text{ рад/сек}$, $I_{\text{гр}} =$

$\approx 10^{-7} \text{ эрг/сек} \cdot \text{см}^2$, получим $\Delta\varphi = 1 \cdot 10^{-9} \text{ рад}$. Измерение этой величины также не представляет слишком больших сложностей. Преимущество модуляционного варианта гетеродинного приемника состоит также в том, что можно использовать два синхронно осциллирующих квадруполья, лежащих в плоскости фронта гравитационной волны и развернутые на угол $\pi/2$. В этом случае моменты гравитационных сил, действующие на квадруполья, равны и противоположно направлены. Поэтому их относительное угловое смещение вдвое больше, чем $\Delta\varphi(\tau)$ из формулы (11.11).

В приведенном выше анализе предполагалось, что осциллирующий массовый квадруполь находится в условиях невесомости и глубокого вакуума и поэтому можно пренебречь флуктуационными силами, действующими на него. Учесть роль этих сил удобно, рассмотрев конкретную модель эксперимента. Предварительно отметим, что обычно экспериментатору удобнее регистрировать не монотонно убывающую или возрастающую величину (как это было в рассмотренных выше примерах точного синхронизма в течение интервала $\hat{\tau}$), а периодически изменяющуюся величину. Предположим, что в нашем распоряжении имеются два одинаковых скрещенных в пространстве осциллирующих с частотой ω_1 квадруполья, соединенных тонким стержнем длиной L и диаметром d (рис. 35). Можно подобрать частоту крутильных колебаний квадрупольей Ω (меняя L и d) таким образом, что она окажется равной разности $\omega_{\text{гр}} - 2\omega_1$. В этом случае при взаимодействии с гравитационной волной торсионные колебания квадрупольей вокруг стержня начнут линейно возрастать со временем:

$$\Delta\varphi(\tau) = \mu \frac{\omega_{\text{гр}} \tau}{2\Omega} B. \quad (11.12)$$

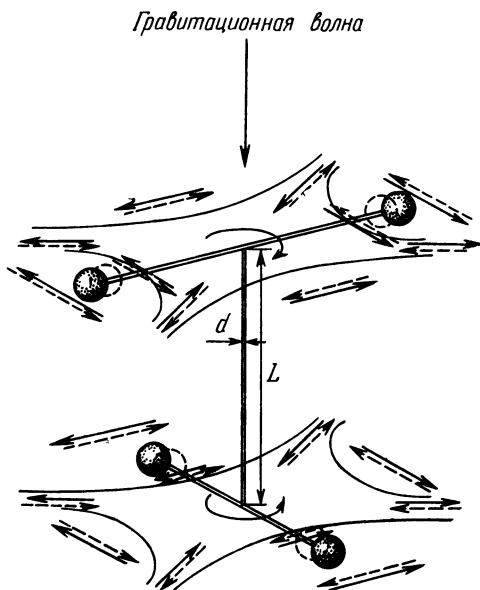
Очевидно, что условие обнаружения взаимодействия такого приемника с гравитационной волной в классическом приближении имеет следующий вид:

$$\text{Мом } F_{\text{гр}} \geq \sqrt{4\kappa T_M H_{\varphi} \hat{\tau}}, \quad (11.13)$$

где H_Φ — коэффициент крутильного трения, вносимого жесткостью. Для случая тонкого стержня

$$H_\Phi = \frac{\pi d^4 \eta}{8 \cdot L} = \frac{m R_0^2 \Omega^2 \eta}{2E}. \quad (11.14)$$

В формуле (11.14) η — вязкость материала стержня,



Р и с. 35.

E — модуль сдвига. Подставляя H_Φ из (11.14) в (11.13) и переходя к $I_{\text{гр}}$, получим

$$[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq \frac{c^3}{8\pi G} \cdot \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{\kappa T}{\hat{\tau}} \cdot \frac{\Omega^2}{\omega_{\text{гр}}^2} \cdot \frac{\eta}{E} \cdot \frac{1}{m R_0^2}. \quad (11.15)$$

Если теперь подставить в (11.15) $T = 300^\circ \text{К}$, $\hat{\tau} = 10^6 \text{ сек}$, $\mu = 5 \cdot 10^{-2}$, $\Omega = 10^{-4} \text{ рад/сек}$, $\omega_{\text{гр}} = 400 \text{ рад/сек}$, $\eta = 10^6 \text{ пуаз}$, $E = 5 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$ (стержень из плавленного кварца), $m = 10^5 \text{ г}$, $R_0 = 300 \text{ см}$, получим $[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq 5 \cdot 10^{-10} \text{ эрг/ (сек} \cdot \text{см}^2)$.

Несложные вычисления, на которых мы здесь не останавливаемся, показывают, что на уровне чувствительности $I_{гр} \simeq 10^{-10}$ эрг/(сек·см²) для величин параметров m , R_0 , $\hat{\tau}$, Ω и T обратное флуктуационное влияние регистрирующего прибора (при оптимальной стратегии измерений) существенно меньше, чем классическое (11.13). Это условие выполняется для указанных численных значений, если частота $\omega_e > 10^7$ рад/сек. Для других вариантов экспериментов с гравитационным гетеродинным детектором ограничения в оптимальной стратегии нетрудно определить. Для этого необходимо правую часть формулы (11.13) заменить на $8R_0(\hat{\tau})^{-1} \sqrt{\pi} \sqrt{2mkT_e \Omega \omega_e^{-1}}$ (см. § 5).

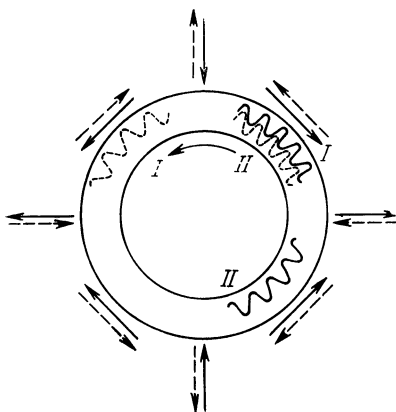
Резюмируя изложенное в этом параграфе, можно сделать вывод, что гетеродинные приемники, по-видимому, удобны при попытках обнаружить гравитационное излучение от пульсара в Крабовидной туманности.

§ 12. Гравитационно-электромагнитный резонанс

Эффект гравитационно-электромагнитного резонанса легко пояснить с помощью схемы, изображенной на рис. 36. Предположим, что два цуга электромагнитного излучения (на рисунке они обозначены цифрами I и II) распространяются в одну сторону по кольцевому волноводу. Если гравитационная волна падает перпендикулярно к плоскости волновода, то можно подобрать такие размеры волновода и такие фазовые соотношения между начальным положением цугов и фазой гравитационной волны, при которых один из цугов будет находиться в среднем только в ускоряющем поле волны, а другой только в замедляющем.

На рис. 36 положения двух цугов и направления тангенциальных компонент ускорений через половину периода гравитационной волны отмечены пунктирными линиями. Как видно из рисунка, резонансный эффект наступит, если половина периода гравитационной волны будет равна (по длительности) времени, в течение которого цуг проходит одну четверть длины волново-

да. Очевидно, что такая схема опыта сходна с описанным в предыдущем параграфе гетеродинным приемником. Однако, в отличие от последнего, скорость распространения цугов изменяться не будет, а изменениям подвергнутся энергия (амплитуда) цуга и средняя частота в каждом из цугов.



Р и с. 36.

Несложные вычисления [89] показывают, что относительное изменение частоты $\Delta\omega_e/\omega_e$ будет равно

$$\frac{\Delta\omega_e}{\omega_e} = \hat{\tau} \sqrt{\frac{8\pi G}{c^3} I_{\text{гр}}}, \quad (12.1)$$

где $\hat{\tau}$ — время взаимодействия, $I_{\text{гр}}$ — плотность потока в гравитационной волне. Ясно, что в кольцевом волноводе можно возбудить моды колебаний, обладающих большим квадрупольным гравитационным моментом. Эти моды могут также кумулятивно взаимодействовать с гравитационной волной. Однако в этом случае картина гравитационного электромагнитного резонанса будет несколько более сложной (см. подробнее [90]).

Кольцевой волновод является удобной системой, если рассчитывать приемник на частоту гравитационной волны в диапазоне $10^7 \div 10^{10}$ гц. В этом случае для одноконтурного измерения величина $\hat{\tau}$ оказывает

ся порядка τ_a^* — времени релаксации СВЧ колебаний в волноводе. Если предположить, что использован сверхпроводящий волновод с весьма малыми омическими потерями, и охлажденный до $T \simeq 3 \cdot 10^{-3}$ °К, то оценки показывают, что обнаружимая величина $[I_{\text{гр}}]_{\text{мин}} \simeq 1$ эрг/сек·см².

Для гравитационных волн низких частот волновод может быть заменен системой зеркал или кольцом спутников с активными ретрансляторами. В последнем случае можно в принципе создать такую кольцевую систему гелиоцентрических спутников, для которой будет выполняться условие резонанса с гравитационными волнами от двойных звезд. Если подставить в (12.1) $I_{\text{гр}} = 1 \cdot 10^{-10}$ эрг/сек·см² и $\hat{\tau} = 10^5$ сек, то $\Delta\omega_e/\omega_e \simeq \simeq 2,5 \cdot 10^{-19}$. Эта оценка величины $\Delta\omega_e/\omega_e$ может показаться весьма малой. Однако следует учесть, что в таком эксперименте сравнение изменения частоты в двух цугах импульсов существенно облегчено тем обстоятельством, что цуги могут быть получены из *одного и того же источника* одновременно (в затем «размещены» вдоль кольца «для взаимодействия» с волной). Поэтому требования к величине спектральной плотности девиации частоты электромагнитного генератора в таком резонансном приемнике не будут столь жесткими, как в рассмотренном в § 10 примере антенны со свободными массами.

Очевидно, что создание приемника такого рода не простая задача и, возможно, она не будет решена в обозримом будущем.

Возможность использования эффекта гравитационно-электромагнитного резонанса для того, чтобы осуществить опыт типа опыта Герца (обнаружение гравитационного излучения от лабораторного генератора) обсуждена в работе [90]. Результаты этого анализа показывают, что существует разрыв примерно в четыре порядка между достижимой плотностью излучения от лабораторного генератора, который в принципе может быть реализован, и наименьшей плотности излучения, которая может быть продетектирована.

В заключение этой главы кратко остановимся на сравнении различных типов гравитационных антенн.

По-видимому, наиболее перспективными с точки зрения повышения чувствительности и наиболее интересными с астрофизической точки зрения можно считать сильно охлажденные твердотельные антенны из монокристаллов с малой диссипацией, рассчитанные на прием коротких высокочастотных всплесков гравитационного излучения ($\omega_{\text{гр}} \simeq 10^4 \div 10^5 \text{ рад/сек}$). Эти антенны относительно просто реализовать в лабораторных условиях; достижение высокой чувствительности с их помощью зависит лишь от уровня экспериментального искусства.

Обнаружение низкочастотных импульсов гравитационного излучения ($\omega_{\text{гр}} \simeq 1 \div 10^{-2} \text{ рад/сек}$) от пролетов в скоплениях сверхтяжелых звезд разумно связывать с антеннами, базирующимися на спутниках, свободных от сноса. Это значительно более сложные эксперименты, и для их реализации необходимо предварительно резко повысить чувствительность систем измерения малых вариаций скоростей на больших расстояниях. Для приема излучения от квазистационарных источников (например, от пульсара Крабовидной туманности), по-видимому, больше подходит приемник гетеродинного типа, помещенный в бортовые условия. Трудности при детектировании гравитационного излучения от двойных звезд очевидны. Это, вероятно, одна из самых сложных экспериментальных проблем в гравитационно-волновой астрономии. Возможно, что с использованием кольцевой системы гелиоцентрических спутников (с применением гравитационно-электромагнитного резонанса) эта задача может быть решена. Однако ценность полученной информации о двойных звездах не представляется слишком большой. Более интересны с астрофизической точки зрения импульсные источники гравитационного излучения, их спектр, длительность и форма импульсов, частота повторения, локализация и т. п.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эта монография посвящена методам измерения малых сил, теории измерений, применению этих методов для реализации относительно трудных гравитационных экспериментов, связанных с фундаментальными физическими и астрофизическими проблемами. Появлению физики как отдельной отрасли науки сопутствовали простейшие эксперименты, в которых измерялись силы и механические перемещения. Эта область эксперимента не устарела и сейчас, возможно, она переживает свое второе рождение, по-видимому, благодаря достижениям радиофизики и электроники, с одной стороны, а также из-за появившейся возможности реализовать некоторые эксперименты в космических лабораториях. Авторы не пытались собрать в книге описания всех выполненных в последние 10—15 лет экспериментов, в которых измерение физического эффекта сводилось к регистрации силы или импульса силы. Многие из этих экспериментов были выполнены на различном уровне экспериментальной техники, и часто достигнутое разрешение определялось конкретными условиями опыта или поставленной определенной задачей. Основная цель этой книги — описать относительно большую группу физических ограничений, которые в большей или меньшей степени затрудняют в разных опытах получение высокой чувствительности, дать представление о современном уровне экспериментального искусства, а также рассмотреть перспективы некоторых программ, которые только начаты или еще обсуждаются в журналах. Авторы также пытались указать на возможности развития некоторых специфических разделов современной радиофизики, успехи в

которых весьма существенны для реализации экспериментов по обнаружению малых сил и перемещений.

Постановка новых экспериментов в этой области часто требует относительно длительного времени, и от публикации предложения или идеи до момента, когда эксперимент завершен, проходит иногда довольно много лет. Поэтому можно предположить, что по крайней мере часть описанных в книге экспериментальных программ приблизится к завершению через 5—10 лет после выхода книги из печати. Естественно, что в течение этого времени можно ожидать новых предложений по измерению новых физических эффектов.

Целесообразно коротко остановиться на различных областях применения методики измерения малых сил или импульсов сил, которые не были затронуты в этой монографии, а также на некоторых близких задачах.

I. Можно предположить, что в ближайшие годы окажется возможным выполнить в лабораторных условиях гравитационные эксперименты типа опытов Био и Савара, т. е. эксперименты, в которых можно будет измерять в неволновой зоне поправки к квазистатическому ускорению Кавендиша, имеющие порядок $\frac{GM}{R^2} \frac{v^2}{c^2}$. Ускорения, соответствующие этим поправкам в эксперименте разумного лабораторного масштаба, имеют порядок 10^{-16} см/сек²; такие величины можно измерять на фоне тепловых флуктуаций, располагая механическими осцилляторами с массой $m \simeq 10^{+4}$ г, $Q_m \simeq 10^{10}$ при $T \simeq 1$ °К и затратив время на измерения $\hat{\tau} \simeq 10^6$ сек.

II. Использование чувствительных механических крутильных маятников может позволить детально измерить тонкие пондеромоторные эффекты притяжения проводящих и диэлектрических тел [91, 92].

III. Внедрение систем с большой постоянной времени $\tau_{\text{мех}}^*$ в технику весовых измерений совместно с чувствительными безконтактными датчиками может существенно улучшить разрешение при измерении эффектов, связанных с аккомодацией и седиментацией молекул газа, разрешение при определении веса тонких пленок и т. п.

IV. В монографии подробно рассмотрено обнаружение малых колебаний с энергией, существенно меньшей равновесной флуктуационной в сосредоточенной системе с малой диссипацией. Представляется целесообразным провести аналогичный анализ для распределенных систем с малым затуханием. Обнаружение слабых механических импульсов, распространяющихся вдоль стержня, представляет интерес, например, в регистраторах элементарных частиц типа искровых камер.

V. Возбуждение колебаний в высокодобротных механических резонаторах элементарными частицами космического происхождения было проанализировано Б. Береном, Хофштадером [93] и Я. Б. Зельдовичем [94], с точки зрения возможной имитации воздействия гравитационного импульса на резонатор. Уменьшение диссипации в резонаторе и повышение чувствительности датчиков, регистрирующих малые колебания, возможно, сделает такие системы достаточно чувствительными для детектирования элементарных частиц высоких энергий.

VI. Магнетометры на основе крутильных маятников с большой постоянной времени $\tau_{\text{мех}}^*$ в принципе обладают большей чувствительностью, чем квантовые магнетометры. Следует отметить, что до настоящего времени еще не было сделано попыток использовать малый параметр $\hat{\tau}/\tau_{\text{мех}}^*$ для магнетометров.

VII. Описанный в § 5 случай неразрушающего измерения n -квантового состояния и схема возможного опыта могут рассматриваться лишь как первый шаг в области относительно мало разработанной. Представляется необходимой не только реализация такого или подобного эксперимента, но и значительно более подробный теоретический анализ возможных неразрушающих измерений в квантовой механике.

Авторы надеются, что собранный в этой книге материал окажется полезным для экспериментаторов, интересующихся тонкими физическими измерениями, и для тех теоретиков, у которых появится желание предложить новый эксперимент.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Грановский, УФН 13, 805 (1933).
2. М. А. Леонтович, Статистическая физика, Гостехиздат, 1944.
3. В. И. Бунимович, Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Гостехиздат, 1950.
4. Р. Л. Стратонович, Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике, «Советское радио», 1961.
5. А. Хальд, Математическая статистика с техническим приложением, ИЛ, 1956.
6. В. Н. Руденко, Н. Д. Лоза, Сб. «Проблемы гравитации», Атомиздат, 1974.
7. R. Drever et. al., Nature 246, 240 (1973). «Gravitational Waves and Collapse», Warsaw (1973).
8. J. Tyson, Proc. of Symposium N 64 Gravitationa Waves and Collapse», Warsaw (1973).
9. V. V. Braginsky, V. N. Rudenko, Preprint ITP-72-90E, Kiev (1972).
10. В. В. Брагинский, В. П. Митрофанов, В. Н. Руденко, А. А. Хорев, ПТЭ, № 4, 241 (1971).
11. H. Paik, Lecture at 56-th course «E. Fermi» School, Varenna (1972), Academic Press, ed. by B. Berotti, 1974.
12. C. J. Dick, H. C. Yen, Proc. of Appl. s. c. conference, Annapolis, USA (1972).
13. W. H. Hartwig, Proc. IEEE 61, 58 (1973).
14. R. V. Jones, J. C. Richards, J. Sci. Instr. 36, 90 (1959).
15. A. Javan, Lasers and Application, Columbus, N., Y., 1963.
16. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, «Наука», 1970.
17. R. L. Forward, D. Berman, L. Miller, Bull. Amer. Phys. Soc. 13, 513 (1968).
18. R. Bennett, Geseous Optical Masers, «Pergamon», 1961.
19. J. Anderson, Lecture at 56-th course «E. Fermi», School, Varenna (1972), Academic Press, ed B. B. Bertotti, 1974.
20. J. Crewe, Proc. of Congr. on Electronic microscopy, Grenoble (1970).
21. W. Fairbank, W. Hamilton, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
22. В. Б. Брагинский, И. И. Минакова, ВМУ, сер. III, № 1, 69 (1964).

23. А. Б. Манукин, М. Ю. Тихонов, ВМУ, сер. III, № 5, 582 (1970).
24. М. М. Карлинер, В. Е. Шапиро, И. А. Шехтман, ЖТФ, 36, 2017 (1966).
25. H. Robertson, Monthly Notices 97, 423 (1937).
26. В. В. Радзиевский, ДАН 74, 197 (1960).
27. В. Б. Брагинский, В. А. Кузнецов, В. Н. Руденко, ВМУ, сер. III, № 2, 192 (1971).
28. V. N. Smiley, Proc. IEEE 1, 158 (1963).
29. В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, М. Ю. Тихонов, ЖЭТФ 58, 5, 1549 (1970).
30. В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, Письма ЖЭТФ 11, 321 (1970).
31. В. Б. Брагинский, В. С. Назаренко, ЖЭТФ 57, 1431 (1969).
32. И. И. Гольдман, В. Д. Кривченко, Сборник задач по квантовой механике, Гостехиздат, 1957.
33. Б. Я. Зельдович, А. М. Переломов, В. С. Попов, ЖЭТФ 55, 549 (1968).
34. В. Б. Брагинский, Физические эксперименты с пробными телами, «Наука», 1970.
35. V. V. Braginsky, U. I. Vorontsov, Preprint ITP, 73—90 E, Kiev (1973).
36. F. Witteborn, W. Fairbank, Phys. Rev. Lett. 19, 1049 (1967).
37. F. Everitt, W. Fairbank, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
38. Х. Цзю, В. Гоффман, в сб. «Гравитация и относительность», «Мир», 1965.
39. K. Nordvedt, Jr., Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech. (1971).
40. В. Б. Брагинский, В. И. Панов, ЖЭТФ 61, 873 (1971).
41. R. H. Dicke, P. G. Roll, J. Krotkov, Ann. Phys. 26, 442 (1964).
42. С. Дэшман, Научные основы вакуумной техники, «Мир», 1964.
43. S. Sharder, Phys. Rev. 13, 434 (1919).
44. А. Г. Блох. Основы теплообмена излучением, Гос. Э. Т., 1962.
45. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, 1960.
46. В. Б. Брагинский, В. И. Панов, В. Г. Петников, Ю. В. Хлынцев, ПТЭ, № 6, 177 (1971).
47. F. Everitt, Lecture at 56-th course «E. Fermi» School, Varenna (1972), Academic Press, ed. by B. Bertotti, 1974.
48. P. Chapman, A. Hanson, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
49. R. Davies, Report AT 24-th Congr. IAF. Baku (1973).
50. D. Muhleman, J. Anderson, P. Esposito, W. Martin, Proc. of Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
51. I. Shapiro, Phys. Rev. Lett. 13, 789 (1964); 15, 1005 (1966); 20, 1265 (1968); 26, 27 (1971).

52. *B. Lange*, AIAA J. 2, 9, 1590 (1964).
53. *E. Roth*, Report at 24-th Congr. IAF, Baku (1973).
54. *C. Misner, K. Thorne, J. Wheeler*, Gravitation, Freeman and Co, 1973.
55. *P. A. M. Dirac*, Nature 139, 323 (1937); Proc. Roy. Soc. A165, 199 (1938); A333, 419 (1973).
56. *D. De Bra*, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
57. *Г. Рунне*, Введение в астронавтику, «Наука», 1970.
58. *Б. П. Константинов, М. М. Бредов, Е. П. Мазец*, ДАН 174, 580 (1967).
59. *R. Juillerat*, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
60. *В. Б. Брагинский*, УФН 86, 433 (1965).
61. *Ю. С. Владимиров*, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1972.
62. *B. Bertotti*, Symposia Mathematica XII, 225 (1973).
63. *Я. Б. Зельдович, А. Г. Полнарев*, Препринт ИПМ, № 94 (1973).
64. *В. Б. Брагинский, Я. Б. Зельдович, В. Н. Руденко*, Письма ЖЭТФ 10, 437 (1969).
65. *J. Weber*, Phys. Rev. Lett. 24, 276 (1970); 25, 180 (1970).
66. *S. Bonazolla*, Lecture at the Symposium «L'ondes Gravitationnelles», Paris (1973).
67. *P. Kafka*, Lectures at the Symposium «L'ondes Gravitationnelles», Paris (1973).
68. *В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, Е. И. Попов, В. Н. Руденко, А. А. Хорев*, Письма ЖЭТФ 16, 157 (1972).
69. *V. B. Braginsky, A. B. Manukin, E. I. Popov, V. N. Rudenko*, Phys. Lett. 45A, 271 (1973).
70. *В. Б. Брагинский, А. Б. Манукин, Е. И. Попов, В. Н. Руденко, А. А. Хорев*, ЖЭТФ 66, 301 (1974).
71. *Дж. Вебер*, Теория относительности и гравитационные волны, ИЛ, 1962.
72. *V. B. Braginsky*, Lecture at 56-th course «E. Fermi» School, Varenna (1972), Academic Press, ed. by B. Bertotti, 1974.
73. *У. Мэзон*, Физическая акустика, «Мир», 1966.
74. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория упругости, «Наука», 1965.
75. *А. Г. Смагин, М. И. Ярославский*, Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы, «Энергия», 1970.
76. *Х. С. Багдасаров, Е. Р. Добровольская, В. В. Пиццук, М. М. Черных, Ю. Ю. Ковалев, А. С. Гершун, И. Ф. Звягинцева*, Кристаллография 18, 390 (1973).
77. *К. Ф. Кашиуров, П. И. Никитчев, В. В. Осипов, Л. Д. Сизова, А. В. Симонов*, Кристаллография 12, 956 (1967).
78. *B. Yates, R. Cooper, A. Pojur*, J. Phys. C. Solid State Phys. 5, 1046 (1972).
79. *M. Wolfmeyer, J. Dillinger*, Phys. Lett. 34A, 247 (1971).
80. *A. Goer, B. Dreyfus*, Physica Status Solidi 22, 77 (1967).

81. *H. S. Bagdasarov, V. B. Braginsky, V. P. Mitrofanov*, Preprint ITP-73-93E, Kiev (1973).
82. *P. G. Bordoni*, Nuovo Cimento 4, 177 (1947).
83. *А. И. Ахиезер*, ЖЭТФ 9, 1318 (1938).
84. *D. Douglass, Jr.*, Proc. of the Conference on Experimental Tests of Gravitational Theories, Caltech (1971).
85. *V. Tuman*, GRG Journal 4, 279 (1973).
86. *В. Б. Брагинский, В. Н. Руденко*, УФН 100, 396 (1970).
87. *В. Б. Брагинский, В. С. Назаренко*, В сб. «Гравитация», «Наукова думка», 1972.
88. *В. Б. Брагинский, В. С. Назаренко*, ВМУ, сер. Ш, № 1, 115 (1971).
89. *В. Б. Брагинский, М. Б. Менский*, Письма ЖЭТФ 13, 585 (1971), 3, 401 (1972).
90. *В. Б. Брагинский, Л. П. Грищук, А. Г. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, М. В. Сажин*, ЖЭТФ 65, 1729 (1973).
91. *С. М. Рытов*, Введение в статистическую радиофизику, «Наука», 1966.
92. *Е. М. Лифшиц*, ДАН 100, 879 (1955); ЖЭТФ 29, 94 (1955).
93. *B. Veren, R. Hofstadter*, Phys. Rev. Lett. 23, 184 (1969).
94. *В. Б. Брагинский, Я. Б. Зельдович, В. Н. Руденко*, Препринт ИПМ, № 56 (1969).
95. *V. B. Braginsky, L. S. Kornienko, S. S. Poloskov*, Phys. Lett. 33B, 613 (1970).

*Владимир Борисович Брагинский,
Анатолий Борисович Манукин*

**МАЛЫЕ СИЛЫ
В ФИЗИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ**

М., 1974 г., 152 стр. с илл.

Редактор *А. И. Костиенко*

Техн. редакторы *А.П. Колесникова, С.Я. Шкляр*

Корректор *В. П. Сорокина*

Сдано в набор 9/VIII-1974 г.

Подписано к печати 28/XI 1974 г.

Бумага 84×108^{1/2}. Физ. печ. л. 4,75.

Усл. печ. л. 7,98. Уч.-изд. л. 7,13.

Тираж 6500 экз. Т-18690. Цена книги 46 коп.

Зак. 1055

Издательство «Наука»

Главная редакция

физико-математической литературы

117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука»

Москва, Шубинский пер., 10