

# Applied Nonlinear Optics

FRITS ZERNIKE

The Perkin-Elmer Corporation

and

JOHN E. MIDWINTER

Post Office Research Department

A Wiley-Interscience Publication

John Wiley & Sons

New York · Sydney · Toronto · London

1973

Ф. Цернике  
Дж. Мидвинтер

## ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

Перевод с английского

Б. В. Жданова и Н. И. Коротева

Под редакцией

С. А. Ахманова

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

Москва 1976

Прикладная нелинейная оптика развивается в последние годы очень быстрыми темпами. Число работ, посвященных различным ее аспектам, непрерывно растет; вместе с тем систематического руководства в этой области до сих пор не было. Настоящая книга в значительной мере восполняет этот пробел. В ней доступно, сжато и на хорошем научном уровне изложены основы физики нелинейных взаимодействий световых волн в кристаллах, рассмотрены принципы действия, конструкции и рабочие характеристики оптических умножителей частоты, преобразователей сигналов и изображений, параметрических генераторов света.

Книга представляет интерес для научных работников, инженеров-исследователей, аспирантов и студентов, специализирующихся в области квантовой электроники и нелинейной оптики.

Редакция литературы по физике

## ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

### I

Настоящая книга является одним из первых в мировой литературе руководств, в котором в систематической форме изложены основы физики и техники оптических преобразователей и перестраиваемых по частоте генераторов, использующих нелинейные оптические эффекты в кристаллах.

Начало исследований в этой области можно датировать 1961 г. — именно в этом году была выполнена первая экспериментальная работа<sup>1)</sup> по генерации второй гармоники излучения рубинового лазера в кристалле кварца. Менее чем через год после этого открытия стало совершенно ясно, что эксперименты подобного рода открывают широкие перспективы в двух направлениях. Одно из них связано с исследованием нового класса физических параметров, так называемых нелинейных восприимчивостей; сейчас его принято называть *физической нелинейной оптикой* или *нелинейной спектроскопией*.

Другое направление, которое называют обычно *прикладной нелинейной оптикой*, связано с использованием нелинейных оптических явлений для создания новых источников когерентного оптического излучения, для преобразования частоты, детектирования, преобразования сигналов и изображений и т. п.

Надо сказать, что прикладная нелинейная оптика развивалась удивительно быстрыми темпами. Одним из наиболее ярких примеров здесь могут служить работы по генерации оптических гармоник. В первом эксперименте (1961 г.) удвоение частоты рубинового лазера выступало как весьма тонкий физический эффект: коэффициент преобразования основного излучения в гармонику по мощности не превышал  $\sim 10^{-11} - 10^{-12}$ . Однако уже в 1963 г., после того как в оптике была продемонстрирована возможность согласования фазовых скоростей волн с сильно различающимися частотами, были созданы удвоители частоты с к. п. д.  $\approx 10^{-2} - 10^{-1}$ .

Таким образом, речь шла уже о мощных генераторах на длинах волн  $\lambda \approx 3470 \text{ \AA}$  (вторая гармоника излучения рубинового лазера) и  $\lambda = 5300 \text{ \AA}$  (вторая гармоника излучения лазера на неодимовом стекле). Заметим, что последний и по сей день широко используется на практике; его усовершенствованию посвя-

<sup>1)</sup> Franken P., Hill A., Peters C., Weinreich G., Phys. Rev. Lett. 7, 118 (1961).

шено большое число работ. Уже в 1964 г. генераторы оптических гармоник начали применять в качестве мощных источников для наблюдения нелинейных оптических явлений в видимой и ультрафиолетовой областях спектра, таких, как оптический пробой, вынужденное рассеяние, генерация гармоник. В последующие годы умножители частоты были созданы в далекой инфракрасной области и в вакуумном ультрафиолете. Умножители частоты эффективно работают при возбуждении их лазерами непрерывного действия, наносекундными и пикосекундными импульсами. Сейчас уже невозможно представить себе квантовую электронику и лазерную оптику без оптических умножителей частоты, которые применяются в самых различных физических экспериментах и в разнообразных лазерных системах.

Другой важный класс нелинейных оптических устройств — перестраиваемые по частоте параметрические генераторы света (ПГС). Они были предложены в 1962 г., а в 1965 г. появились сообщения об их запуске. С тех пор работы по параметрическим генераторам непрерывно расширяются. В диапазоне волн длиннее 1 мкм ПГС — один из наиболее перспективных генераторов мощного перестраиваемого по частоте когерентного излучения.

Как и оптические умножители частоты, параметрические генераторы света уже вышли из стадии лабораторных исследований и демонстрационных экспериментов. В ряде работ, выполненных в последние годы, эти генераторы были успешно использованы в нелинейной спектроскопии кристаллов, лазерной молекулярной и атомной спектроскопии. В приборах, связанных с лазерным разделением изотопов и получением сверхчистых материалов, лазерным зондированием атмосферы, значительное место отводится параметрическим генераторам и преобразователям.

Быстрыми темпами развивались и работы по параметрическим преобразователям, генераторам разностных и суммарных частот. Генераторы разностных частот (они основаны на эффекте смещения частот в нелинейной среде) все шире используются в инфракрасной технике; сейчас с их помощью удается получать перестраиваемое когерентное излучение практически во всем инфракрасном диапазоне, начиная от длин волн порядка 1 мкм и кончая длинами волн, попадающими в субмиллиметровый диапазон электромагнитного спектра. Такие генераторы работают в режиме непрерывной генерации наносекундных и пикосекундных импульсов.

Генераторы суммарных частот используются для получения перестраиваемого излучения в ультрафиолетовой области спектра; недавно таким образом были созданы источники, перестраиваемые вблизи  $\lambda \simeq 1500 \text{ \AA}$ .

Другое важное применение генераторов суммарных частот связано с преобразованием частоты из инфракрасного диапазона в видимый.

Складывая в нелинейной среде частоты инфракрасного и видимого излучений, можно создать новый тип спектральных приборов для инфракрасного диапазона, в которых регистрация спектра ведется в видимой области (нелинейные спектрографы, преобразователи сигналов и изображений).

Разработка и усовершенствование перечисленных приборов и соответствующих нелинейных материалов — один из главных аспектов прикладной нелинейной оптики.

Следует подчеркнуть вместе с тем, что, как показали работы последнего времени, по существу весьма простые и наглядные идеи, лежащие в основе физики и техники нелинейных оптических преобразователей, еще далеко себя не исчерпали. Последнее связано прежде всего с успехами физической нелинейной оптики и нелинейной спектроскопии. В период с 1961 по 1970 г. главным направлением физической нелинейной оптики и нелинейной спектроскопии была *нелинейная оптика кристаллов*. Полученные здесь результаты лежат в основе принципов действия подавляющего большинства нелинейнооптических устройств, разработанных к настоящему времени.

Возможности получения сильных нелинейных эффектов в кристаллах в значительной мере связаны с большой концентрацией частиц ( $N \simeq 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ) и наличием широкого класса оптических материалов без центра инверсии, допускающих существование нелинейных эффектов, квадратичных по полю.

Классифицируя нелинейные материалы и нелинейные взаимодействия с помощью известного разложения поляризации  $\mathbf{P}$  по полю  $\mathbf{E}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(nl)} = \chi \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E} \mathbf{E} + \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} + \dots$$

(где  $\chi^{(n)}$  — нелинейные восприимчивости), можно сказать, что главные успехи прикладной нелинейной оптики, достигнутые к настоящему времени, связаны с использованием нелинейных эффектов, описываемых квадратичной нелинейной восприимчивостью  $\chi^{(2)}$ . Соответствующие волновые нелинейные взаимодействия принято называть трехфотонными.

Однако для прикладной нелинейной оптики значительный интерес могут представить и взаимодействия более высокого порядка. Понять это можно, обратившись к общей структуре выражения для нелинейной восприимчивости  $\chi^{(n)}$ :  $\chi^{(n)} \sim \sim N \prod_i d_i \left[ \prod_i D_i(\omega_k) \right]^{-1}$ . Нелинейная восприимчивость прямо пропорциональна числу частиц  $N$  и произведению матричных элементов переходов  $d_i$  и обратно пропорциональна произведе-

нию резонансных множителей вида  $D_i(\omega_k) = \omega_{0i}^2 - \omega_k^2 + i\omega_k\Gamma_i$ . Здесь  $\omega_{0i}$  — собственные резонансные частоты переходов,  $\omega_k$  — частоты световых полей или их комбинации, а  $\Gamma_i$  — соответствующие декременты затухания.

Первые два множителя ( $N$  и  $\text{Pd}_i$ ) были успешно использованы в нелинейной оптике кристаллов; для нелинейных оптических устройств видимого и ИК-диапазонов выращены такие эффективные кристаллы с квадратичной нелинейностью, как  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiJO}_3$ ,  $\text{CDA}$ ,  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ ,  $\text{AgGaS}_2$ ,  $\text{CdGeAs}_2$  и др.

Большие возможности управления величиной нелинейной восприимчивости возникают, вообще говоря, и за счет использования резонансных множителей  $D_i(\omega_k)$ . В конденсированных средах с этой точки зрения значительный интерес представляют комбинационные (рамановские) резонансы. Они оказываются достаточно узкими<sup>1)</sup>, и поэтому, если разность частот двух оптических полей близка к собственной частоте  $\omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_{0i}$ , происходит заметное увеличение нелинейной восприимчивости. Это обстоятельство было использовано в так называемых комбинационных (или рамановских) лазерах. Несмотря на то, что в основе их действия лежат нелинейные взаимодействия, связанные с кубической восприимчивостью  $\chi^{(3)}$  (т. е. эффекты более высокого по сравнению с трехфотонными порядками), комбинационные лазеры на кристаллах и жидкостях оказываются практичными и перспективными приборами.

Из приборов этого класса наибольший интерес, несомненно, представляют рамановские лазеры с переворачиванием спина, использующие комбинационные резонансы в полупроводниках. Такие генераторы позволяют получить перестраиваемое излучение с длиной волны вблизи 5 и 10 мкм. Надо сказать, что техника их находится на очень высоком уровне; стабильность частоты такого перестраиваемого генератора в непрерывном режиме не хуже 1 кГц. Рамановские лазеры с переворачиванием спина уже использовались в ряде экспериментов, в которых определялась концентрация  $\text{NO}$  и  $\text{H}_2\text{O}$  в стратосфере.

Однако в наиболее полной мере резонансные выигрыши в нелинейных восприимчивостях удается использовать в атомах и молекулах, находящихся в газовой фазе. Успехи в разработке перестраиваемых лазеров привели к бурному прогрессу *физической нелинейной оптики атомов и молекул*. С точки зрения прикладной нелинейной оптики пары и газы, в которых обычно исследуются нелинейные явления в атомах и молекулах, пред-

<sup>1)</sup> Ширины линий разрешенных электронных и колебательных переходов в конденсированной среде обычно велики, и соответствующие резонансные выигрыши и в нелинейных восприимчивостях не превышают нескольких единиц.

ставляют особый интерес. Эти среды фактически универсальны; поскольку резонансные линии весьма узки, они пригодны для реализации нелинейных взаимодействий от ИК-диапазона до вакуумного ультрафиолета и мягкого рентгеновского излучения.

Чрезвычайно интересным обстоятельством является относительно малое поглощение паров и благородных газов и при энергии кванта, превышающей потенциал ионизации. Резонансные выигрыши и большие силы осцилляторов переходов позволили получить сильные нелинейные взаимодействия на восприимчивости  $\chi^{(3)}$  даже при  $N \simeq 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Так, к. п. д. утроителей частоты на парах щелочных металлов уже достигают десятков процентов. Пары щелочных металлов успешно используются и в ряде конструкций эффективных преобразователей сигналов из инфракрасного диапазона в видимый; к. п. д. таких преобразователей оказываются весьма высокими. Путем умножения частоты в благородных газах уже получено когерентное излучение на длине волны  $\lambda \simeq 900$  Å; успешно развиваются проекты преобразователей частоты для диапазона вблизи 400 Å. Надо сказать, что пока в этой области УФ-спектра методы нелинейной оптики оказываются вне конкуренции: лазеров, работающих в этом диапазоне, нет. В последнее время стали активно обсуждаться возможности использования нелинейностей колебательных переходов молекул для разработки нелинейнооптических устройств в далеком инфракрасном диапазоне.

Разумеется, большие перспективы имеют и комбинационные лазеры на газах; в частности, комбинационный лазер на водороде, возбуждаемый мощным перестраиваемым лазером оптического диапазона, оказывается удобным перестраиваемым источником в инфракрасном диапазоне. Перечисленные направления в настоящее время успешно развиваются многими лабораториями; появление соответствующих приборов, по-видимому, дело самого ближайшего будущего.

Наряду с этим и в традиционных разделах прикладной нелинейной оптики можно указать ряд принципиальных проблем, привлекающих в настоящее время большое внимание.

В области разработки *оптических умножителей частоты* на кристаллах — это вопросы, связанные с оптической прочностью кристаллов и предельными к. п. д. преобразования. Большой интерес вызывают эффективные умножители частоты лазеров непрерывного действия, умножители с большими выходными мощностями и энергиями.

Значительные успехи, достигнутые в последние годы в деле разработки *параметрических усилителей и генераторов света*, позволяют по-новому взглянуть на место этих устройств в современной квантовой электронике. Действительно, использование высококачественных длинных кристаллов типа  $\text{KDP}$  и  $\text{ADP}$  в

ультрафиолетовом диапазоне и  $\text{LiNbO}_3$  в инфракрасном диапазоне позволяет получать параметрические усиления  $\sim 10^6$  на одном проходе через нелинейный кристалл в поле наносекундных и  $\sim 10^{10}$ -пикосекундных импульсов накачки. Эти усилители находят применение в стабильных многокаскадных перестраиваемых генераторах наносекундных и пикосекундных импульсов, в качестве стробируемых усилителей-преобразователей с большим усилением и т. п. В инфракрасном диапазоне параметрический генератор на кристалле  $\text{LiNbO}_3$  может быть положен в основу целого комплекса аппаратуры, позволяющей получить перестраиваемое излучение в диапазоне от 1 до 20—25 мкм.

Заметим наконец, что в настоящее время параметрический генератор света — единственный источник перестраиваемых по частоте пикосекундных импульсов в инфракрасном диапазоне.

Большой интерес представляет разработка нелинейнооптических устройств на основе оптических волноводов (волоконных и пленочных). Большие напряженности световых полей в таких устройствах, достигаемые при весьма умеренных мощностях, возможности управления дисперсией — все это делает такие устройства весьма перспективными.

Следует заметить, наконец, что все время расширяются и области применения нелинейнооптических устройств. В частности, в последнее время обсуждаются возможности использования преобразователей сигналов и изображений и параметрических генераторов света в инфракрасной астрономии. Здесь перспективно использование их в приемниках прямого детектирования и супергетеродинных приемниках.

## II

В предлагаемой книге изложены основы физики нелинейных взаимодействий световых волн (основное внимание уделено трехфотонным взаимодействиям на квадратичной нелинейности в кристаллах), рассмотрены принципы действия, конструкции и рабочие характеристики оптических умножителей частоты, преобразователей сигналов и изображений, параметрических генераторов света.

Авторы книги — Фриц Цернике (сотрудник фирмы Перкин-Элмер, США) и Джон Мидвинтер (руководитель лаборатории оптической связи в Суффолке, Англия) — высококвалифицированные специалисты, известные своими работами по нелинейным материалам, генераторам инфракрасного излучения и параметрическим преобразователям изображений.

Книга состоит из семи глав и приложений.

Гл. 1, «Линейная оптика: распространение волн в анизотропных средах», является по существу вводной. Она призвана на-

помнить читателю необходимые сведения из линейной оптики, прежде всего оптики анизотропных сред.

Включение этого материала в книгу представляется вполне оправданным, если учесть, что читателями будут не только физики, но и радионженеры, занимающиеся разработкой лазерных систем.

Гл. 2, «Нелинейная оптика», посвящена прежде всего изложению основ феноменологической теории нелинейной восприимчивости кристаллов. Здесь же кратко обсуждаются и основы теории трехфотонных взаимодействий световых волн в средах без центра инверсии. Фактически авторы во всей книге ограничиваются анализом взаимодействий этого типа. Как уже указывалось в I части этого предисловия, для современной прикладной нелинейной оптики большой интерес представляют и четырехфотонные взаимодействия.

Гл. 3, «Фазовое согласование», посвящена рассмотрению различных методов согласования фазовых скоростей световых волн. Основное внимание уделено фазовому согласованию в анизотропных средах — наиболее эффективному и широко используемому методу.

В этой главе содержится много полезного справочного материала — углы синхронизма для типовых нелинейных кристаллов, коэффициенты связи для часто используемых нелинейных взаимодействий.

Наряду с одноосными кристаллами в этой главе кратко рассмотрены и двуосные кристаллы — согласование фазовых скоростей обладает в них рядом существенных особенностей.

Гл. 4, «Нелинейные материалы», посвящена прежде всего описанию свойств нелинейных кристаллов, получивших наиболее широкое распространение, — кристаллов KDP и ADP, ниобата лития, иодата лития, ниобата бария-натрия. Наряду со справочными данными о нелинейных и дисперсионных свойствах приведены сведения о структуре и физических свойствах этих кристаллов. Значительное внимание уделено проблеме однородности нелинейных кристаллов; обсуждаются различные методики измерения нелинейных восприимчивостей. Авторы многократно обращаются к деталям эксперимента, наглядным физическим интерпретациям и т. п.

Материал гл. 5 связан с описанием методики расчета, конструкций и рабочих характеристик удвоителей частоты. Большое внимание уделено здесь одной из важнейших практических проблем в указанной области — разработке внутрирезонаторных удвоителей частоты лазеров непрерывного и квазинепрерывного действия. Особо следует отметить материал гл. 6, посвященной параметрическим преобразователям сигналов и изображений из

инфракрасного диапазона в видимый. Здесь дан по существу один из первых серьезных обзоров по этой важной теме. Его высокий уровень определяется тем, что в разработку этих устройств большой вклад внес один из авторов книги, Дж. Мидвинтер. Наконец, гл. 7 содержит изложение принципа действия и ряд справочных материалов по перестраиваемым параметрическим генераторам света.

В целом книга Цернике и Мидвинтера может служить хорошим введением в прикладную нелинейную оптику. Физический уровень изложения достаточно высок. Много внимания авторы уделяют и педагогической стороне изложения. Поэтому книгу можно рассматривать не только как руководство по прикладной нелинейной оптике, но и в значительной ее части как введение в нелинейную оптику, написанное для лиц, интересующихся прикладными проблемами.

Книгу можно рекомендовать физикам и инженерам, занимающимся разработкой и применением лазерных устройств, аспирантам соответствующих специальностей. Полезной она будет и студентам, приступающим к изучению квантовой электроники и нелинейной оптики.

Следует отметить, что в области физической и прикладной нелинейной оптики имеется ряд других обобщающих работ. Среди них следует назвать монографии [1], [2], в которых отражены результаты, полученные на первом этапе развития нелинейной оптики.

Среди книг учебного характера, вышедших в последние годы, можно указать на учебники [3—5]. По различным разделам нелинейной оптики, имеющим отношение к кругу вопросов, рассмотренных в настоящей книге, напечатано много обзорных статей. Если говорить об обзорах, опубликованных за последние 5 лет, здесь следует назвать работы [6—10]. Наконец, в последние годы подготовлено несколько коллективных монографий и справочников по квантовой электронике, в которых значительное место занимают статьи по прикладной нелинейной оптике. Помимо широко уже известного «Laser Handbook» [11], следует указать издание «Treatise in Quantum Electronics» (в него вошли обширные статьи по параметрическим генераторам, умножителям и преобразователям — [12—14]). Последнее издание, несомненно, содержит наиболее полные и современные обзоры, предназначенные для специалистов.

Следует подчеркнуть, однако, что в этом внушительном списке книга Цернике и Мидвинтера занимает вполне самостоятельное место. Фактически это единственное современное руководство по прикладной нелинейной оптике, которое можно рекомендовать лицам, приступающим к работе в этой важной области.

Авторское предисловие к английскому изданию книги датировано маем 1972 г.; фактически в ней отражены работы, опубликованные до 1972 г. Как уже указывалось в I части этого предисловия, темпы развития прикладной нелинейной оптики по-прежнему остаются очень высокими; каждый год приносит новые результаты. Мы сочли целесообразным, однако, вносить соответствующие ссылки в основной текст; это, возможно, исказило бы авторский замысел, так как главная цель книги — изложить и проиллюстрировать основные принципы прикладной нелинейной оптики.

Поэтому в специально написанном редактором и переводчиками дополнении приведен систематизированный список литературы, отражающий основные достижения прикладной нелинейной оптики, полученные в период с 1972 г. по первую половину 1975 г. В список включены также и некоторые более ранние работы, не вошедшие в библиографию английского издания; в ней фактически содержатся ссылки на сравнительно узкий круг прикладных работ. Перевод книги выполнили Б. В. Жданов (гл. 1—4) и Н. И. Коротеев (гл. 5—7).

С. Ахманов

### Литература

1. Ахманов С. А., Хохлов Р. В., Проблемы нелинейной оптики, изд-во «Наука», М., 1964.
2. Бломберг Н., Нелинейная оптика, изд-во «Мир», М., 1966.
3. Яриш А., Квантовая электроника и нелинейная оптика, изд-во «Сов. радио», М., 1973.
4. Пантел Р., Путхоф Г., Основы квантовой электроники, изд-во «Мир», М., 1972.
5. Шуберт М., Вильгельми Б., Введение в нелинейную оптику, изд-во «Мир», М., 1973.
6. Ахманов С. А., Хохлов Р. В., Нелинейная оптика и перестраиваемые генераторы, Квантовая электроника 1, 1022, 1974.
7. Ахманов С. А., Чиркин А. С., Статистические явления в нелинейной оптике, изд-во МГУ, М., 1971.
8. Harris S., Tunable optical parametric oscillators, Proc. IEEE 57, 2096 (1969).
9. Сушик М., Фортус В., Фрейдман Г., Параметрическое усиление и генерация света, изв. вузов, «Радиофизика», 13, 631, 1970.
10. Kielich S., Optical harmonic generation and laser light frequency mixing processes, Opto-Electronics, 2, 125 (1970).
11. Laser Handbook (ed. Arecchi F., Schulz-Du Bois E.), vol. I, II, North-Holland Publ. Comp., 1972.
12. Akhmanov S., Kovrygin A., Sukhorukov A., Optical harmonic generation and optical frequency multipliers, Treat. in Quantum Electronics, Academ. Press, N. Y., 1976.
13. Byer R., Optical parametric oscillators, там же.
14. Warner J., Difference frequency generation and Up-conversion, там же.

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ

Эта книга предназначена для физиков и инженеров, интересующихся разработкой и применением приборов, создание которых стало возможным благодаря достижениям нелинейной оптики за последние 10 лет. Книга не претендует на рассмотрение предмета нелинейной оптики в целом. В нее не включены такие вопросы, как нелинейности высших порядков, вынужденное рассеяние (комбинационное и мандельштам-бриллюэновское) и самоиндуцированная прозрачность. Эти явления также составляют предмет нелинейной оптики. Однако, по крайней мере в настоящее время, широкого практического применения они не нашли и представляют интерес главным образом для теоретиков.

Одна область, имеющая существенное прикладное значение, затронута здесь лишь поверхностно — это модуляция света с помощью акустооптического или электрооптического эффекта. Работ, посвященных этому вопросу, достаточно для написания отдельной книги; поэтому мы предпочитаем оставить систематическое изложение этого вопроса более компетентному автору.

Предлагаемая книга написана целиком на основе классической теории и требует от читателя знания лишь самых элементарных сведений из квантовой механики. Предполагается, однако, что читатель владеет элементами математического анализа и электромагнитной теории.

Основные положения линейной оптики, необходимые для понимания предмета, изложены в 1 главе. Глава 2 посвящена теории нелинейных оптических взаимодействий. Главный акцент здесь сделан на детальный разбор практически интересных задач; вместе с тем следует подчеркнуть, что здесь нет претензий на абсолютную общность или строгость. Важный вопрос о согласовании фаз при нелинейных волновых взаимодействиях рассмотрен в гл. 3. Успешное применение методов нелинейной оптики в приборостроении в значительной степени зависит от наличия соответствующих нелинейных материалов. Вопрос о материалах нелинейной оптики рассмотрен в гл. 4, а в приложении дан обширный список таких материалов и их свойств. Поскольку исследования материалов для нелинейной оптики продолжаются, вполне возможно, что к моменту выхода книги из печати этот список окажется неполным. Остальные главы книги посвящены детальному рассмотрению явлений генерации второй оптической

гармоники, преобразованию частоты вверх и параметрической генерации света.

Несколько слов следует сказать о выборе системы единиц измерения физических величин. Оказалось, что почти во всех опубликованных работах по нелинейной оптике используется система СГСЭ. По этой причине мы, отдавая предпочтение системе МКС, здесь пользовались исключительно системой СГСЭ.

Авторы выражают благодарность профессору Х. Ф. Карлетону и объединению Субех за стимулирование оригинальных работ, из которых выросла эта книга. Один из нас (Дж. Е. Мидвинтер) весьма признателен доктору Т. П. Маклину, чей курс лекций в Королевском радиолокационном институте воздействовал на формирование взглядов автора на предмет и оказал большое влияние на характер изложения в этой книге. Мы также благодарны мисс Андре Миллер, которая терпеливо перепечатала рукопись со множеством исправлений. И наконец, что не менее важно, мы благодарны нашим женам и нашим семьям за их терпение.

*Фриц Цернике  
Джон Е. Мидвинтер*

Норуолк, Коннектикут, США  
Ипсуич, Суффолк, Англия  
Май 1972 г.

## Линейная оптика: распространение волн в анизотропных средах

В этой книге рассматриваются явления, связанные с нелинейностями показателя преломления оптических материалов. Существенной для нелинейной оптики является анизотропия показателя преломления — либо естественная анизотропия, которая встречается в некоторых материалах, либо анизотропия, наведенная влиянием извне. В этой главе мы подготовим почву для дальнейшего изложения, для чего обсудим физическое происхождение линейного показателя преломления и рассмотрим распространение света в изотропной и анизотропной средах.

### 1.1. Модель Лоренца

Обратимся сначала к классической лоренцевской модели гармонического осциллятора — одиночного атома, содержащего ядро и единственный электрон. Если к этому атому приложить электрическое поле, то расстояние между электроном и ядром изменится: наведется поляризация. Если электрическое поле меняется, то поляризация в модели Лоренца меняется аналогичным образом; частота изменения поляризации равна частоте приложенного поля. Другими словами, электрон в переменном электрическом поле колеблется около своего положения равновесия, образуя колеблющийся диполь. Этот диполь излучает электромагнитную волну, частота которой равна частоте колебаний диполя и, следовательно, частоте приложенного поля. Фаза волны, так же как и фаза колебаний диполя, определяется вращающей силой — силой взаимодействия электрона с ядром атома.

Таким образом, наблюдается следующая ситуация: часть энергии падающей электромагнитной волны расходуется на возбуждение колебаний диполя, который в свою очередь переизлучает волну с той же частотой, но с другой фазой. Значит, фаза результирующей волны будет иметь промежуточное значение между фазами падающей и переизлученной волн.

Мы можем провести те же рассуждения для второго атома, рассматривая в качестве падающей результирующую волну от первого атома, и аналогично для  $N$  атомов, расположенных один



за другим. Теперь рассмотрим две волны с одинаковыми начальными фазами и частотами, и пусть одна из них проходит через  $N$  атомов. В точке на другом конце этой цепочки из  $N$  атомов разность фаз между двумя рассматриваемыми волнами пропорциональна  $N$ . Рассмотренная цепочка из  $N$  атомов образует слой толщиной  $d$ , где  $d$  пропорционально  $N$ . Таким образом, мы приходим к выводу, что разность фаз между этими двумя волнами пропорциональна  $d$ . Последнее эквивалентно тому, что волна внутри среды распространяется медленнее, чем такая же волна в вакууме. Величина отношения двух этих скоростей называется абсолютным показателем преломления данной среды:

$$n = \frac{c}{\text{скорость в среде}}.$$

Часто используется показатель преломления исследуемого вещества относительно воздуха. Поскольку показатель преломления воздуха приблизительно равен 1,00027, то эта величина немного меньше абсолютного показателя преломления [127].

До сих пор мы молчаливо предполагали, что свет распространяется только в прямом направлении. Однако выражение, описывающее направленность излучения колеблющегося диполя, пропорционально  $\sin \theta$ , где  $\theta$  — угол между осью диполя и направлением наблюдения (эта диаграмма имеет тороидальную форму). Почему же тогда не возникает излучения в стороны или назад? Ответ заключается в том, что фаза излучения от каждого диполя определяется фазой волны, падающей на него. Поэтому, хотя каждый отдельный диполь и излучает волны во всех направлениях, волны, излучаемые отдельными диполями в направлениях, отличных от прямого, интерферируя, гасят друг друга. Только для направления вперед все диполи сфазированы таким образом, что волны складываются в фазе; они образуют сфазированную антенную решетку. Таким образом, падающий свет когерентно рассеивается отдельными диполями и лишь в прямом направлении сложение рассеянных волн обуславливает появление показателя преломления. Ниже мы рассмотрим случаи, когда фазовые соотношения в прямом направлении нарушаются, что приводит к уменьшению пропускания среды.

В этой простой модели мы предполагали, что доля энергии падающей волны, переизлученная каждым из колеблющихся диполей, одинакова. Только в этом случае образуется волна, распространяющаяся в прямом направлении, и полностью погашаются волны, излучаемые в других направлениях. Если энергии, переизлучаемые отдельными диполями или группами диполей, различны, переизлученные волны можно наблюдать и в направлениях, отличных от прямого. Это явление обычно назы-

вают рассеянием излучения. Строго говоря, его следует называть некогерентным рассеянием. Тенденция к рассеянию излучения наиболее велика в материалах, содержащих большое количество примесей; в очень чистых материалах световой луч не виден ни в каком направлении, кроме направления распространения<sup>1)</sup>.

До сих пор мы предполагали, что вся энергия, затраченная на возбуждение колебаний диполя, переизлучается в виде электромагнитной волны. Однако в действительности колебания совершает не одиночный электрон, а ансамбль, состоящий из электрона и ядра; кроме того, атомы еще и взаимодействуют друг с другом. На некоторых частотах часть энергии падающей волны (а иногда даже вся энергия) не переизлучается в виде электромагнитной волны, а вызывает колебания атомов относительно друг друга, что приводит к нагреванию вещества. Другими словами, часть падающей энергии поглощается.

Чтобы поставить все вышесказанное на более строгую основу, запишем уравнение, описывающее модель, рассмотренную выше. Будем рассматривать электрон, колеблющийся около своего положения равновесия, как гармонический осциллятор. Тогда уравнение его движения записывается следующим образом [141]:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\gamma \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r = -\frac{e}{m} E. \quad (1.1)$$

Здесь  $r$  — смещение электрона из положения равновесия,  $e$  — заряд,  $m$  — масса и  $\omega_0$  — собственная частота колебаний электрона,  $\gamma$  — параметр затухания и  $E$  — приложенное электрическое поле. Ограничимся анализом движения электрона в одном измерении.

Будем рассматривать электрическое поле, изменяющееся по гармоническому закону:

$$E = \mathcal{E} \cos(\omega t - \varphi).$$

Однако такая форма записи, даже в линейном случае, приводит к алгебраическим усложнениям. Чтобы избежать этого, будем записывать выражение для поля в комплексной форме:

$$E = E(\omega) e^{-i\omega t} + E^*(\omega) e^{+i\omega t}, \quad (1.2)$$

где  $E(\omega)$  — комплексная амплитуда поля, включающая в себя фазу:

$$E(\omega) = \frac{1}{2} \mathcal{E} e^{i\varphi}.$$

Здесь  $\mathcal{E}$  — действительная амплитуда. Условимся в дальнейшем использовать рукописные буквы только для обозначения дей-

<sup>1)</sup> Вообще говоря, всегда имеется молекулярное рассеяние. — *Прим. ред.*

ствительных величин. Однако заметим, что латинские буквы не всегда будут обозначать комплексные величины.

Подставляя выражение для электрического поля, записанное в комплексной форме в (1.1), получаем линейное уравнение, решение которого имеет вид

$$r = -\frac{e}{m} E(\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{\omega_0^2 - 2i\gamma\omega - \omega^2} + \text{компл. сопр.} \quad (1.3)$$

Поляризация единичного объема среды с плотностью электронов  $N$  равна  $P = -Ner$ , или

$$P = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - 2i\gamma\omega - \omega^2} E(\omega) e^{-i\omega t} + \text{компл. сопр.} \quad (1.4)$$

Введем обозначение

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - 2i\gamma\omega - \omega^2}. \quad (1.5)$$

Тогда

$$P = \chi(\omega) E(\omega) e^{-i\omega t} + \text{компл. сопр.} \quad (1.6)$$

Выражение (1.6) показывает, что наведенная поляризация действительно пропорциональна амплитуде воздействующего переменного поля и имеет ту же частоту.

Подставим вектор поляризации, записанный в таком виде, в уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mu \mathbf{H}), \quad (1.8)$$

где

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}.$$

Уравнение (1.7) может быть записано в виде

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma}{c} \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \mathbf{E}),$$

где  $\sigma$  — проводимость и  $\varepsilon = (1 + 4\pi\chi)$ .

Пусть рассматриваемая среда непроводящая и немагнитная, т. е.  $\sigma = 0$  и  $\mu = 1$ . Взяв ротор от обеих частей уравнения (1.8) и используя известное преобразование двойного векторного произведения:  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ , получим  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}$ . Учитывая, что  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ , получаем

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}.$$

Положив  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , перейдем к одномерной задаче

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E. \quad (1.9)$$

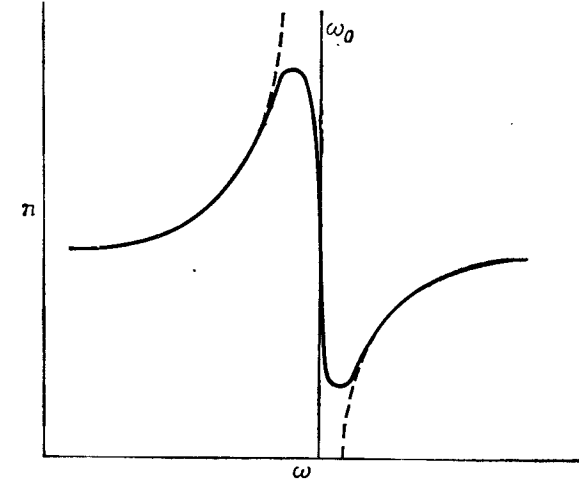
Подстановка в качестве решения в уравнение (1.9) распространяющейся волны

$$E(z, t) = \mathcal{E} e^{i(\omega t - kz)} + \text{компл. сопр.} \quad (1.10)$$

дает

$$k^2 = \frac{\varepsilon \omega^2}{c^2}.$$

Постоянная распространения волны в среде  $k$  численно равна числу волн, уместающихся на единице длины, умноженному на  $2\pi$ . Поэтому  $k$  есть функция частоты волны и ее скорости в



Фиг. 1.1. Поведение показателя преломления вблизи частоты собственных колебаний  $\omega_0$ .

Пунктирная кривая соответствует среде без поглощения, сплошная кривая — реальной среде с поглощением.

среде. Скорость волны в среде, как было показано выше, определяется показателем преломления  $n$ , поэтому можно записать  $k = n\omega/c$  и, следовательно,

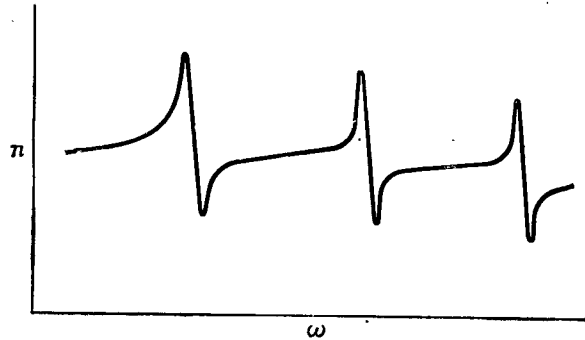
$$n^2 = \varepsilon = 1 + 4\pi\chi. \quad (1.11)$$

Подставляя выражение (1.5) в (1.11), получаем

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m} \frac{4\pi}{\omega_0^2 - 2i\gamma\omega - \omega^2}. \quad (1.12)$$

Для  $\gamma = 0$  (потери отсутствуют)  $n$  — действительная величина, и его зависимость от частоты показана пунктирной линией на фиг. 1.1. Если  $\gamma \neq 0$ ,  $n$  становится комплексным. Мнимая часть  $n$  является мерой поглощения и становится большой в окрестности  $\omega_0$ . Зависимость действительной части  $n$  от частоты показана сплошной кривой на фиг. 1.1.

Большинство материалов обладает несколькими частотами собственных колебаний  $\omega_0$  и, следовательно, несколькими линиями поглощения. Если поглощение обусловлено движением электронов, то собственная частота велика и соответствует ультрафиолетовой или видимой области спектра. Частоты собственных колебаний атомов относительно друг друга существенно ниже и соответствующие им линии поглощения лежат в инфракрасной области. Когда в кристалле имеется несколько различных групп атомов, каждая из них обладает собственной



Фиг. 1.2. Обычный вид зависимости показателя преломления от частоты.

резонансной частотой<sup>1)</sup>. Поэтому инфракрасные спектры поглощения дают точную информацию о различных атомах или группах атомов в исследуемом веществе. И наоборот, что более важно для нас, если состав вещества известен, то можно предсказать спектральную область, в которой оно будет поглощать. Например, многие окислы имеют линию поглощения, центр которой соответствует длине волны 9 мкм. Поэтому такие окислы, как кварц или окись цинка, не могут использоваться в качестве прозрачных материалов для излучения  $\text{CO}_2$ -лазера (длина волны 10,6 мкм).

Кривая дисперсии (зависимость показателя преломления от частоты) всегда имеет характерный вид. В промежутке между двумя линиями поглощения тангенс угла наклона кривой дисперсии всегда положителен. У высокочастотной границы этого промежутка величина показателя преломления самая высокая. С уменьшением частоты показатель преломления сначала быстро уменьшается, затем скорость спада замедляется до тех пор, пока частота не достигнет следующей полосы поглощения,

<sup>1)</sup> Инфракрасные полосы поглощения в кристаллах известны также как области «остаточных лучей» (reststrahlen). [Происхождение этого термина связано с тем, что длина волны, соответствующая максимуму поглощения, близка к таковой для максимума отражения, а последнюю принято называть длиной волны остаточных лучей. — Прим. ред.]

в начале которой опять происходит резкое уменьшение показателя преломления. Внутри линии поглощения наклон кривой дисперсии резко изменяется и становится отрицательным: это соответствует аномальной дисперсии; показатель преломления при этом резко возрастает. На низкочастотной границе линии поглощения наклон кривой опять становится положительным. Далее форма кривой аналогична описанной выше, однако вся кривая в целом немного сдвинулась вверх, т. е. показатель преломления увеличился (фиг. 1.2).

## 1.2. Анизотропия

Как уже говорилось выше, на собственную частоту  $\omega_0$  и, следовательно, показатель преломления среды влияет взаимодействие атомов, составляющих данную среду. Очевидно, что в некоторых веществах это взаимодействие может быть неодинаковым в различных направлениях. Такие вещества на самом деле существуют; они называются анизотропными. Большинство веществ, обладающих естественной анизотропией, имеет кристаллическую структуру. Поэтому мы ограничимся рассмотрением кристаллов.

В анизотропных кристаллах диэлектрическая проницаемость является не скалярной величиной, а тензорной. Поскольку она связывает каждую компоненту вектора электрической индукции с тремя компонентами вектора напряженности электрического поля, эта величина является тензором второго ранга<sup>1)</sup>

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j. \quad (1.13)$$

Предположим теперь, что выражения для плотности накопленной энергии магнитного и электрического полей, которые используются в случае изотропной среды, справедливы также и для анизотропной среды. Кроме того, предположим, что поток энергии все еще определяется вектором Пойнтинга и что половина энергии электромагнитной волны приходится на электрическое поле, а вторая половина — на магнитное поле. Последние два предположения также сделаны по аналогии с изотропной средой.

Плотность запасенной энергии электрического поля определяется выражением

$$W_e = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) = \frac{1}{8\pi} E_j \epsilon_{jk} E_k \quad (1.14)$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial t} W_e = \frac{1}{8\pi} \left( E_k \epsilon_{kj} \frac{\partial E_j}{\partial t} + E_j \epsilon_{jk} \frac{\partial E_k}{\partial t} \right). \quad (1.15)$$

<sup>1)</sup> Здесь и в дальнейшем предполагается, что по повторяющимся индексам производится суммирование (см. приложение I).

Вектор Пойнтинга равен

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (1.16)$$

Из (1.16) определяется суммарный поток энергии, втекающей в единичный объем:

$$\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}).$$

Умножая скалярно (1.7) на  $\mathbf{E}$  и (1.8) на  $\mathbf{H}$  и используя тождество

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}),$$

получаем

$$\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \cdot (\partial \mathbf{D} / \partial t) + \mathbf{H} \cdot (\partial \mathbf{H} / \partial t)}{4\pi}.$$

Используя выражение (1.13), окончательно получаем

$$\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{4\pi} \left( E_k \epsilon_{kl} \frac{\partial E_l}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right). \quad (1.17)$$

Первый член в правой части выражения (1.17) есть плотность потока электрической энергии; поэтому, используя (1.15), получаем

$$\frac{1}{4\pi} \left( E_j \epsilon_{jk} \frac{\partial E_k}{\partial t} \right) = \frac{1}{8\pi} \left( E_k \epsilon_{kl} \frac{\partial E_l}{\partial t} + E_j \epsilon_{jk} \frac{\partial E_k}{\partial t} \right),$$

откуда следует, что  $\epsilon_{jk} = \epsilon_{kj}$ .

Последнее означает, что тензор диэлектрической проницаемости симметричен, т. е. имеет только шесть независимых компонент.

Выпишем полностью выражение (1.14) для плотности запасенной электрической энергии:

$$W_e = \frac{1}{8\pi} (\epsilon_{11} E_1^2 + \epsilon_{22} E_2^2 + \epsilon_{33} E_3^2 + 2\epsilon_{23} E_2 E_3 + 2\epsilon_{13} E_1 E_3 + 2\epsilon_{12} E_1 E_2). \quad (1.18)$$

Последние три члена в этом выражении можно исключить путем соответствующего поворота системы координат:

$$W_e = \frac{1}{8\pi} (\epsilon_x E_x^2 + \epsilon_y E_y^2 + \epsilon_z E_z^2), \quad (1.19)$$

где  $x$ ,  $y$  и  $z$  — новые оси координат. Выбранные таким образом координатные оси называются главными диэлектрическими осями. В такой системе координат (1.13) имеет вид

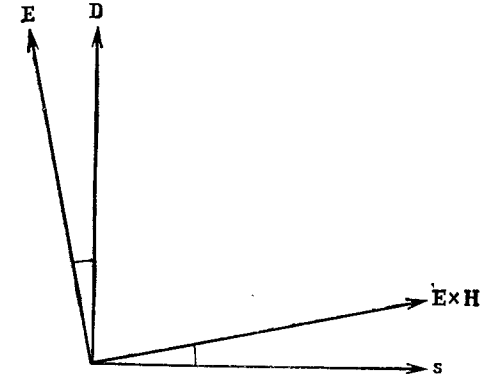
$$\begin{vmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix}. \quad (1.20)$$

### 1.3. Распространение волн в анизотропных кристаллах

Рассмотрим теперь распространение плоской монохроматической волны в кристалле. Пусть волна описывается выражением (1.10) с той лишь разницей, что постоянная распространения теперь является векторной величиной, которую часто называют волновым вектором или  $\mathbf{k}$ -вектором:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega n}{c} \mathbf{s},$$

где  $\mathbf{s}$  — единичный вектор, нормальный к волновому фронту.



Фиг. 1.3. Угол между нормалью к фронту волны и направлением распространения энергии.

Вектор  $\mathbf{H}$  перпендикулярен плоскости чертежа и направлен вверх.

Для такой волны мы можем заменить оператор  $\nabla$  на  $(i\omega n/c)\mathbf{s}$  и  $\partial/\partial t$  на  $i\omega$ . В этом случае для непроводящего и немагнитного кристалла уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathbf{H} \times \mathbf{s} = \frac{1}{n} \mathbf{D}, \quad (1.21)$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{s} = -\left(\frac{1}{n}\right) \mathbf{H}. \quad (1.22)$$

Из (1.21) видно, что вектор  $\mathbf{D}$  перпендикулярен  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{s}$ . Из (1.22) следует, что  $\mathbf{H}$  перпендикулярен  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{s}$ . Поэтому  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  образуют соответствующую поперечную волну, и  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{E}$  лежат в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}$ . Но вектор Пойнтинга ( $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ ) не параллелен  $\mathbf{s}$ ; он лежит в той же плоскости, что и  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$ , но перпендикулярен  $\mathbf{E}$ . Это означает, что направление распространения энергии не совпадает с нормалью к волновому фронту (фиг. 1.3).

Исключив  $\mathbf{H}$  из уравнений (1.21) и (1.22), получим

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{s}) \times \mathbf{s} = -\left(\frac{1}{n^2}\right) \mathbf{D}.$$

Используя опять тождество  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ , получаем

$$\mathbf{D} = n^2 [\mathbf{E} - \mathbf{s}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{E})].$$

Выписывая компоненты вектора  $\mathbf{D}$  с учетом (1.20), получаем

$$D_x = n^2 \left[ \frac{D_x}{\epsilon_x} - s_x (\mathbf{s} \cdot \mathbf{E}) \right],$$

или

$$D_x = \frac{s_x (\mathbf{s} \cdot \mathbf{E})}{1/\epsilon_x - 1/n^2}. \quad (1.23)$$

Образуя скалярное произведение  $\mathbf{D} \cdot \mathbf{s}$ , получаем

$$\frac{s_x^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_x} + \frac{s_y^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_y} + \frac{s_z^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_z} = 0, \quad (1.24)$$

поскольку векторы  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{s}$  ортогональны.

Уравнение (1.24), известное как уравнение Френеля, квадратично относительно  $n^2$  и, следовательно, имеет два независимых решения:  $\pm n'$  и  $\pm n''$  (отрицательные решения не имеют физического смысла). Двум решениям уравнения (1.24) соответствуют два значения вектора электрической индукции:  $\mathbf{D}'$  и  $\mathbf{D}''$ . Чтобы определить их взаимную ориентацию в пространстве, образуем их скалярное произведение, используя выражение (1.23):

$$\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}'' = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{E})^2 \left\{ \frac{s_x^2}{[1/\epsilon_x - 1/(n')^2][1/\epsilon_y - 1/(n'')^2]} + \dots \right\}.$$

Последнее может быть записано как

$$\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}'' = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{E})^2 \frac{(n' n'')^2}{n'^2 - n''^2} \left[ \frac{s_x^2}{1/\epsilon_x - 1/(n')^2} - \frac{s_x^2}{1/\epsilon_x - 1/(n'')^2} + \frac{s_y^2}{1/\epsilon_y - 1/(n')^2} - \dots \right].$$

Поскольку  $(n')^2$  и  $(n'')^2$  есть решения уравнения Френеля (1.24), выражение в квадратных скобках равно нулю и, следовательно,

$$\mathbf{D}' \cdot \mathbf{D}'' = 0,$$

т. е.  $\mathbf{D}'$  и  $\mathbf{D}''$  перпендикулярны друг другу.

Таким образом, мы установили, что в кристалле имеются два характерных направления поляризации, которые ортогональны друг другу. Им соответствуют, вообще говоря, различные значения показателя преломления. При этом направление потока энергии, как правило, не перпендикулярно волновому фронту.

Немедленно возникает вопрос: что же будет, если падающий свет не поляризован ни в одном из указанных направлений? Ответ очевиден: падающий свет всегда можно разложить на два

луча, линейно поляризованных в разрешенных направлениях. Если же падающий свет уже линейно поляризован в каком-либо ином направлении, то после прохождения через кристалл он, вообще говоря, не будет линейно поляризованным.

#### 1.4. Эллипсоид показателя преломления

Выясним теперь, как определить разрешенные направления поляризации и соответствующие им значения показателя преломления для произвольного направления распространения. Чтобы получить ответ на этот вопрос, вернемся к выражению (1.19), которое, с учетом (1.20), можно представить в виде

$$8\pi W_e = \frac{D_1^2}{\epsilon_1} + \frac{D_2^2}{\epsilon_2} + \frac{D_3^2}{\epsilon_3}.$$

Введя замены:  $D_1/\sqrt{8\pi W_e} = x$ ,  $D_2/\sqrt{8\pi W_e} = y$  и  $D_3/\sqrt{8\pi W_e} = z$ , получаем

$$\frac{x^2}{\epsilon_1} + \frac{y^2}{\epsilon_2} + \frac{z^2}{\epsilon_3} = 1.$$

Поскольку  $n = \sqrt{\epsilon}$ , определим главные значения показателя преломления как  $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$ . В результате получаем

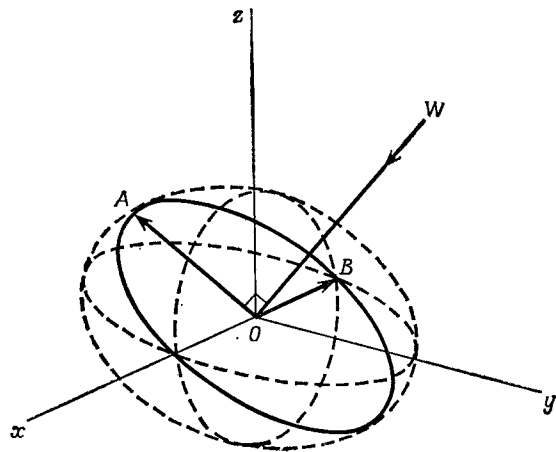
$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1. \quad (1.25)$$

Уравнение (1.25) описывает эллипсоид с главными осями, направленными по  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Он известен как эллипсоид показателя преломления, или оптическая индикатриса, и используется для определения двух разрешенных направлений поляризации и соответствующих им значений показателя преломления. Последнее делается следующим образом. Через центр эллипсоида мы проводим плоскость, перпендикулярную направлению распространения. Линия пересечения этой плоскости с эллипсоидом образует эллипс. Две оси этого эллипса параллельны двум искомым направлениям поляризации, а длина каждой оси равна удвоенной величине показателя преломления для этого направления (фиг. 1.4). Заметим, что под направлением распространения здесь подразумевается *направление нормали* к волновому фронту, или вектора  $\mathbf{k}$ , а совсем не направление потока энергии.

Посмотрим теперь, как изменяются показатели преломления при изменении направления распространения волны. Рассмотрим плоскость, проходящую через одно из разрешенных направлений поляризации и нормаль к волновому фронту. Другое разрешенное направление поляризации, очевидно, перпендикулярно этой плоскости. Пересечение этой плоскости с оптической инди-

катрисой образует эллипс. Если теперь нормаль к волновому фронту поворачивать в этой плоскости, то показатель преломления для одной поляризации будет изменяться по эллиптическому закону, для другой же поляризации показатель преломления остается постоянным, поскольку он, так сказать, является осью вращения.

Существуют два вида оптически анизотропных кристаллов. Если все три оси оптической индикатрисы различны по величине, кристалл называется двуосным, поскольку для такого кристалла можно определить две оптические оси (определение оптической оси будет дано ниже). Если же оптическая индикатриса



Фиг. 1.4. Оптическая индикатриса.

OA и OB—два разрешенных направления поляризации для волны с нормалью W к волновому фронту.

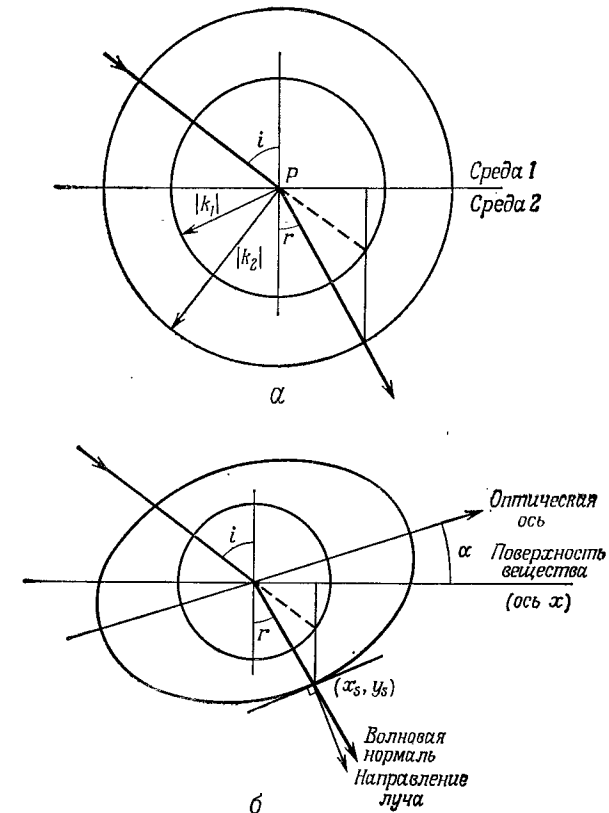
является эллипсоидом вращения (т. е. две из трех осей эллипсоида равны друг другу), кристалл называется одноосным и его оптическая ось перпендикулярна плоскости, проходящей через две равные оси эллипсоида. Оптическая ось определяется как направление нормали к волновому фронту, для которого показатель преломления не зависит от направления поляризации, или, другими словами, это направление, перпендикулярное круговому сечению эллипсоида.

Рассмотрим теперь двуосный кристалл с  $n_z > n_y > n_x$ . В плоскости, параллельной  $x$  и  $y$ , мы имеем эллипс с полуосями  $n_x$  и  $n_y$ . Если мы будем вращать эту плоскость вокруг оси  $y$ , то меньшая ось эллипса будет увеличиваться и при повороте на угол  $90^\circ$  станет равной  $n_z$ . Очевидно, что в какой-то промежуточной точке существует угол поворота, при котором эллипс превращается в окружность. Причем имеются два таких угла:

по одному с каждой стороны от оси  $x$ . Следовательно, существуют две оптические оси, непараллельные полуосям эллипсоида (фиг. 1.5). Нетрудно показать, что угол  $\theta$  между любой из двух оптических осей кристалла и осью  $z$  определяется выражением

$$\sin \theta = \frac{n_z}{n_y} \sqrt{(n_y^2 - n_x^2)/(n_z^2 - n_x^2)}.$$

Является ли кристалл изотропным или анизотропным и, в последнем случае, одноосным или двуосным, определяется симметрией кристалла. Так, например, кристаллы с *кубической*



Фиг. 1.5. Построение волновых векторов для случаев преломления волны на поверхности изотропной (а) и анизотропной (б) сред.

симметрией всегда *изотропны*. Кристаллы с *тригональной, тетрагональной и гексагональной* симметрией всегда *одноосные*, а кристаллы с *орторомбической, моноклинной и триклинной* симметрией всегда *двуосные*.

Сначала мы ограничимся обсуждением наиболее часто встречающегося случая двойного лучепреломления в одноосных кристаллах. В этом случае оптическая индикатриса является эллипсоидом вращения. Для волны, поляризация которой перпендикулярна оптической оси, показатель преломления не зависит от направления распространения. Такая волна называется *обыкновенной*. Для волны, поляризованной в плоскости оптической оси, показатель преломления изменяется по закону эллипса от значения  $n_o$  (показатель преломления для обыкновенной волны), когда волновая нормаль параллельна оптической оси, до значения  $n_e$  (показатель преломления для необыкновенной волны), когда волновая нормаль перпендикулярна оптической оси. Такая волна называется *необыкновенной*. Аналогично два световых пучка с соответствующими поляризациями, распространяющиеся в кристалле, называются *о-луч* и *е-луч*. Если волновая нормаль направлена под углом  $\theta$  к оптической оси, величина показателя преломления для необыкновенной волны дается выражением

$$n(\theta) = \frac{n_e n_o}{(n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta)^{1/2}}. \quad (1.26)$$

Если величина  $(n_e - n_o)$  больше нуля, то говорят, что двулучепреломление положительное, если же  $(n_e - n_o) < 0$ , то отрицательное; соответствующие кристаллы называются одноосными положительными или одноосными отрицательными.

### 1.5. Преломление на поверхности анизотропного кристалла

Преломление луча, падающего на поверхность изотропной среды под углом  $i$  к нормали, определяется законом Снеллиуса:  $\sin i = n \sin r$ , где  $r$  — угол между нормалью и преломленным лучом. Этот закон справедлив также и для анизотропных материалов с той лишь разницей, что для необыкновенного луча его следует записывать в виде:  $\sin i = n(r) \sin r$ , учитывая зависимость показателя преломления от угла  $r$ .

В большинстве учебников преломление *е-луча* на поверхности среды рассматривается с помощью построения Гюйгенса [82]. Мы будем использовать другой метод — построение волновых векторов  $\mathbf{k}$ ; этот метод весьма удобен и широко используется в дальнейшем в данной книге. Вектор  $\mathbf{k} = k\mathbf{u}$ , где  $\mathbf{u}$  — единичный вектор в направлении распространения, представляет собой импульс фотона. Этот импульс должен сохраняться, и, следовательно, компонента вектора  $\mathbf{k}$ , параллельная границе двух сред, должна быть непрерывна на этой границе.

Рассмотрим сначала случай изотропной среды (фиг. 1.5, а). Чтобы определить угол преломления  $r$  луча, падающего в точке  $P$  под углом  $i$  на границу раздела двух изотропных сред с

показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ , мы проведем две concentрические окружности радиусами  $|k_1|$  и  $|k_2|$  с центром в точке  $P$ . Здесь  $k_1$  и  $k_2$  — волновые векторы в средах 1 и 2 соответственно. Заметим, что  $|k_1|/|k_2| = n_1/n_2$ . Чтобы найти направление распространения преломленного луча, необходимо продолжить падающий луч до пересечения с окружностью радиуса  $|k_1|$  в среде 2, затем через точку пересечения провести линию перпендикулярно границе раздела. Пересечение этого перпендикуляра с окружностью радиуса  $|k_2|$  дает точку, в которой преломленный луч пересекает эту окружность.

Легко заметить, что угол  $r$ , полученный таким образом, удовлетворяет закону Снеллиуса. Ясно также, что при построении мы использовали условие непрерывности тангенциальной составляющей вектора  $\mathbf{k}$ .

Используя то же условие для случая, когда среда 2 является анизотропной, проведем эллипс, который является геометрическим местом точек концов волновых векторов для различных направлений в среде 2, и повторим все действия, описанные выше (фиг. 1.5, б). Направление, найденное таким путем, является волновой нормалью (т. е. направлением, перпендикулярным вектору  $\mathbf{D}$ ), поскольку вектор  $\mathbf{k}$  определяет направление распространения фазового фронта и, следовательно, перпендикулярен волновому фронту. Можно показать, что направление луча<sup>1)</sup> (перпендикулярное вектору  $\mathbf{E}$ ) параллельно нормали к эллипсу в точке пересечения его с волновой нормалью.

Заметим, что эллипс, изображенный на фиг. 1.5, б, не является ни сечением оптической индикатрисы, ни сечением лучевой поверхности (поверхности, которую достигает свет, исходящий из точки  $P$ , за данный промежуток времени). Последние два сечения имеют аналогичную форму, но плоскости этих эллипсов расположены под прямыми углами к плоскости эллипса, изображенного на фиг. 1.5, б.

Найдем теперь выражение для угла  $r$  в зависимости от  $i$  и  $\alpha$  (фиг. 1.5, б). Полагая  $1/k_e = e$  и  $1/k_o = o$ , получаем уравнение эллипса в виде

$$e^2 x^2 + o^2 y^2 = 1. \quad (1.27)$$

Поворачивая оси координат на угол  $-\alpha$  так, чтобы ось  $x$  стала параллельна поверхности раздела двух сред, получаем из (1.27)

$$(o^2 \cos^2 \alpha + e^2 \sin^2 \alpha) x^2 + (o^2 \sin^2 \alpha + e^2 \cos^2 \alpha) y^2 + (e^2 - o^2) (\sin 2\alpha) xy = 1 \quad (1.28)$$

и  $\operatorname{ctg} r = -y_s/x_s$ , где  $(x_s, y_s)$  — координаты точки пересечения относительно новых осей. Теперь  $x_s = \sin i$ . Подставляя послед-

<sup>1)</sup> То есть направление распространения энергии волны. — Прим. перев.

нее в (1.28), получаем для положительного кристалла

$$\operatorname{ctg} r = \frac{(e^2 - o^2) \sin 2\alpha \pm 2 \sqrt{o^2 \sin^2 \alpha / \sin^2 i + e^2 \cos^2 \alpha / \sin^2 i - o^2 e^2}}{2(o^2 \sin^2 \alpha + e^2 \cos^2 \alpha)}.$$

Здесь знак плюс перед корнем используется, когда падающий луч и оптическая ось лежат по разные стороны относительно нормали к поверхности, знак минус — когда по одну сторону. Для отрицательного кристалла необходимо поменять местами  $o$  и  $e$  и знаки плюс и минус.

Если  $\theta$  — угол между волновой нормалью и оптической осью и  $\rho$  — угол между лучом и оптической осью, то имеет место соотношение

$$\operatorname{tg} \rho = \left( \frac{n_o}{n_e} \right)^2 \operatorname{tg} \theta. \quad (1.29)$$

### 1.6. Применение двулучепреломления

Важное применение двулучепреломления в нелинейной оптике связано с использованием того факта, что нормальная дисперсия вещества может быть скомпенсирована с помощью двулучепреломления. Другими словами, можно создать условия, когда две волны с разными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  будут распространяться внутри кристалла с одинаковыми скоростями. Для этого необходимо, чтобы одна из них была обыкновенной и, кроме того, угол распространения  $\theta$  должен удовлетворять соотношению  $n_{\omega_1}^o = n_{\omega_2}^e(\theta)$ . Это, однако, не означает, что направления лучей этих двух волн будут параллельны (см. также гл. 3).

Помимо этого, двулучепреломляющие кристаллы широко используются в оптической технике. Наиболее важное их применение — в устройствах, изменяющих состояние поляризации светового пучка. Рассмотрим плоскопараллельную пластинку из одноосного двулучепреломляющего кристалла (например, ADP — дигидрофосфат аммония), вырезанную так, что оптическая ось параллельна ее поверхности. Пусть пучок света, линейно поляризованный под углом  $45^\circ$  к оптической оси кристалла, падает перпендикулярно его поверхности. Тогда внутри кристалла будут распространяться две линейно поляризованные волны: одна поляризована параллельно оптической оси, а другая — перпендикулярно ей. Эти две волны имеют равные амплитуды, составляющие  $1/\sqrt{2}$  часть амплитуды падающей волны (отражением на поверхности кристалла пренебрегаем). Внутри кристалла длина необыкновенной волны равна  $\lambda/n_e$ , длина обыкновенной волны —  $\lambda/n_o$ . Если толщина кристалла  $d$ , то число волн, укладывающихся на толщине кристалла, составляет  $n_e d/\lambda$  для необыкновенной волны и  $n_o d/\lambda$  — для обыкновенной. Если

$(n_e - n_o)d = \lambda/2$ , то на выходе из кристалла разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами составляет  $180^\circ$ , т. е. результирующая волна поляризована под прямым углом по отношению к падающей на кристалл волне. Легко заметить, что, выбирая угол между оптической осью кристалла и направлением поляризации падающей волны отличным от  $45^\circ$ , можно использовать такую *полуволновую пластинку* для поворота плоскости поляризации волны на любой желаемый угол. Если  $(n_e - n_o)d = \lambda/4$ , то пластинка называется *четвертьволновой* и может быть использована для преобразования линейной поляризации в циркулярную или эллиптическую.

Луч, линейно поляризованный под углом  $45^\circ$  к оптической оси четвертьволновой пластинки, после прохождения через нее становится циркулярно поляризованным. Если затем отразить этот луч назад в ту же пластинку, то на выходе из нее луч опять имеет линейную поляризацию, но с направлением, перпендикулярным первоначальному. Таким образом, четвертьволновая пластинка может быть использована в качестве оптического изолятора. Однако такое устройство будет действительно работать, если круговая поляризация волны не изменяется при отражении от тех элементов, которые мы хотим изолировать.

### 1.7. Ориентация кристалла

Возможность изменения состояния поляризации светового пучка, прошедшего через анизотропный кристалл, которая обсуждалась в предыдущем разделе, позволяет разработать метод определения направления оптической оси в одноосных кристаллах. Рассмотрим устройство, состоящее из сравнительно толстой кристаллической пластинки, помещенной между двумя скрещенными поляроидами на пути параллельного пучка света. Если направление оптической оси кристалла не совпадает ни с одним из направлений поляризации поляроидов, то свет после прохождения через кристалл будет обладать либо циркулярной, либо эллиптической поляризацией и, следовательно, будет проходить через анализатор. Итак, если оптическая ось кристалла лежит в плоскости, параллельной направлениям поляризации поляризатора и анализатора, то вращением кристалла можно найти два взаимно перпендикулярных положения, в которых кристалл кажется непрозрачным. В одном из этих положений направление оптической оси параллельно направлению поляризации света, прошедшего через поляризатор.

Степень параллельности может быть определена весьма точно, но эта информация, конечно, не имеет большой ценности, пока не установлено, которое из двух полученных направлений



соответствует направлению оптической оси. Чтобы ответить на этот вопрос, кристалл, установленный между двумя скрещенными поляризаторами, поместим в сильно сходящийся (или расходящийся) пучок света. Если оптическая ось параллельна направлению наблюдения, то будет наблюдаться система цветных концентрических колец с черным крестом в центре. Таким образом, можно определить, какое из двух характерных направлений является оптической осью.

Объяснение появления цветных колец здесь не приводится, поскольку его можно найти в любом учебнике оптики [82]. С помощью описанного выше метода можно определить направление оптической оси с точностью до  $1^\circ$ . Подобные методы можно применять и для двuosных кристаллов. Если направление оптической оси кристалла определено с точностью до  $1^\circ$ , то у этого кристалла можно обработать плоскопараллельные поверхности, которые будут перпендикулярны оптической оси с той же точностью. После этого направление оптической оси может быть найдено с любой точностью, ограниченной лишь дифракцией используемого светового пучка. Для этого кристалл устанавливается на поворотный столик между двумя скрещенными поляризаторами. Ось вращения столика должна составлять примерно  $45^\circ$  с направлением поляризации поляризатора. При измерениях используется коллимированный световой пучок.

Когда оптическая ось точно перпендикулярна входной грани кристалла, поле за анализатором темное и остается темным при одновременном вращении поляризатора и анализатора в плоскости, перпендикулярной лучу. Однако обычно при установке кристалла между поляризаторами поле просветляется. Небольшим поворотом столика в ту или другую сторону можно восстановить затемнение поля после анализатора, однако только в одном из таких положений проходящий луч будет параллелен оптической оси. Чтобы определить это положение, необходимо снова одновременно вращать поляризатор и анализатор в перпендикулярной плоскости. Если поле в этом случае не остается темным, то проходящий луч параллелен направлению, которое дает круговую интерференционную полосу, и не параллелен оптической оси. Как только направление оптической оси будет найдено, кристалл необходимо повернуть на угол  $90^\circ$  в плоскости, перпендикулярной лучу, и повторить снова описанную процедуру. При этом следует помнить, что направление оптической оси определяется не углом между нормалью к входной грани кристалла и положением, в котором проходящий свет параллелен оптической оси, а соответствующим углом внутри кристалла, определяемым по закону Снеллиуса, с использованием показателя преломления для обыкновенной волны.

Таким образом, направление оптической оси может быть найдено чисто оптическими методами. В нелинейной оптике, однако, нам часто необходимо знать направление и других осей в кристалле: оси  $x$  и оси  $y$ . Последние не могут быть найдены простыми оптическими методами.

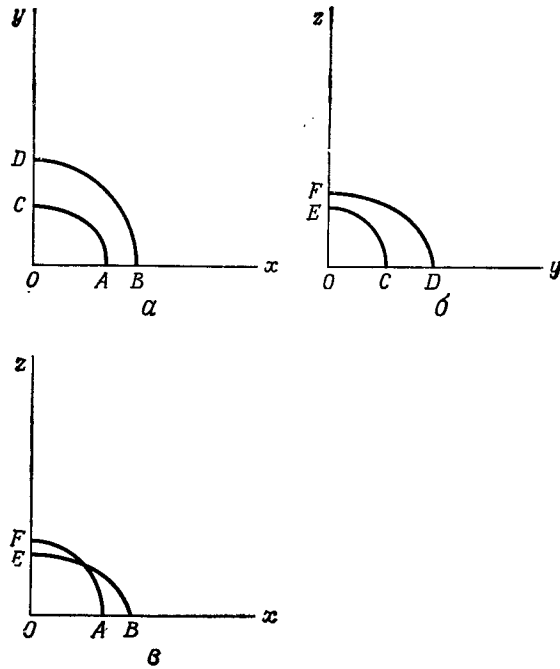
Наиболее часто для отыскания направления этих осей используется рентгеноструктурный анализ кристалла [167]. Возможно также применение и других методов, например исследование формы ямок травления на разных гранях кристалла [163], пьезоэлектрический эффект [131]. Однако грубое определение направления оптической оси всегда полезно, поскольку любой из этих методов гораздо проще применять, если у кристалла обработана грань, перпендикулярная оптической оси. Конечно, если имеется монокристалл с естественной огранкой, то направление его осей можно определить по расположению и форме естественных граней. Так часто поступают с искусственно выращиваемыми кристаллами, такими, например, как ADP и KDP (дигидрофосфат калия).

### 1.8. Двuosные кристаллы

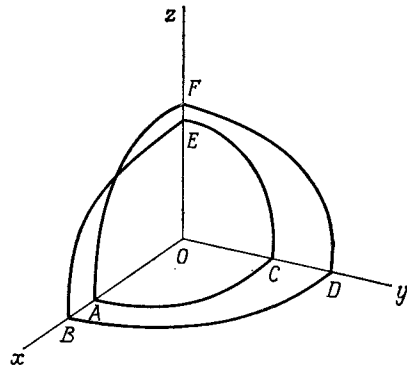
До сих пор мы ограничивались рассмотрением одноосных кристаллов, у которых эллипсоид показателя преломления является эллипсоидом вращения. Рассмотрим теперь двuosные кристаллы, эллипсоид показателя преломления которых имеет три неравные оси. У таких кристаллов существуют три главных значения показателя преломления:  $n_x$ ,  $n_y$  и  $n_z$ . Мы будем полагать, как обычно,  $n_z > n_y > n_x$ .

Различие между одноосными и двuosными кристаллами становится особенно очевидным, если рассмотреть поверхность волновых векторов  $\mathbf{k}$  (т. е. геометрическое место точек концов  $\mathbf{k}$ -вектора как функцию направления). Поскольку любой анизотропный кристалл имеет два показателя преломления для двух взаимно перпендикулярных направлений поляризации, волновые векторы всегда образуют две поверхности. В случае одноосного кристалла одна из поверхностей, соответствующая обыкновенной волне, является сферой. Другая поверхность есть эллипсоид вращения. Пересечение этой поверхности с плоскостью рассматривалось в разд. 1.5. Заметим еще раз, что эта поверхность не является оптической индикатрисой. Например, для положительного одноосного кристалла ось  $z$  оптической индикатрисы является большей осью, в то время как для поверхности волнового вектора ось  $z$  является меньшей осью.

Для двuosного кристалла ни одна из этих поверхностей не является сферой. Рассмотрим сначала пересечение этих двух поверхностей с главными плоскостями кристалла (т. е. с плоско-



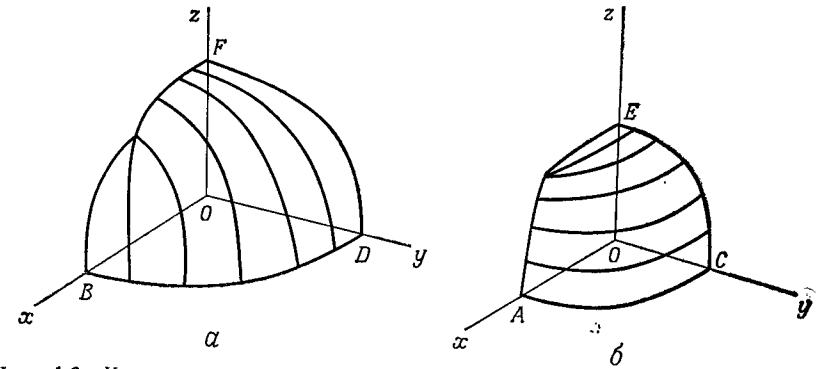
Фиг. 1.6. Пересечение поверхности волнового вектора  $k$  двуосного кристалла с тремя главными плоскостями.



Фиг. 1.7. Двухслойная поверхность вектора  $k$  для двуосного кристалла.

стями  $xy$ ,  $yz$  и  $xz$ ), изображенное на фиг. 1.6. Во всех трех случаях сечения имеют форму эллипса и окружности. Поляризация для круга всегда перпендикулярна плоскости фигуры; для эллипса она лежит в плоскости фигуры и направлена тангенциально кривой в каждой точке.

Так, например, на фиг. 1.6, *a* поляризация в точке *A* параллельна оси *y*, в то время как в точке *C* она параллельна оси *x*. На фиг. 1.6, *v* эллипс и окружность пересекаются. Полная поверхность, изображенная на фиг. 1.7, состоит из двух слоев, которые пересекаются в плоскости  $xz$ . Очевидно, что эта точка пересечения и является точкой, в которой оптическая ось пересекает поверхность.



Фиг. 1.8. Контурные линии поляризации на двух слоях поверхности, изображенной на фиг. 1.7.

На фиг. 1.8, *a* и *б* отдельно изображены обе эти поверхности, и, кроме того, на каждой поверхности показаны разрешенные направления поляризации в виде системы контурных линий. Направление поляризации в любой точке контурной линии совпадает с направлением касательной к линии в данной точке. Ясно, что в любой произвольной точке рассматриваемых поверхностей разрешенное направление поляризации не будет параллельно ни одной из главных плоскостей, если только эта точка не лежит в одной из главных плоскостей. Если мы возьмем две точки, по одной на каждой поверхности, которые лежат на прямой, исходящей из начала координат, то направления поляризации в этих точках будут взаимно перпендикулярны.

Для полноты сделаем здесь замечание относительно направления координатных осей. Чтобы получить выражение (1.19) из выражения (1.18), мы применяли поворот координатных осей. Величина углов поворота определялась значениями компонент  $\epsilon_{ij}$  тензора диэлектрической проницаемости. Однако, так же как и в случае изотропной среды, эти компоненты обладают частот-

ной дисперсией, и поэтому величина поворота осей координат будет зависеть от частоты. Действительно, в случае, когда направление координатных осей не задано симметрией кристалла, будет иметь место дисперсия в направлении осей. В моноклинных кристаллах такая дисперсия имеет место только для двух осей; в триклинных кристаллах все три оси обладают частотной дисперсией. В орторомбических кристаллах все три оси заданы кристаллической симметрией и, следовательно, их положения не зависят от частоты.

### 1.9. Оптическая активность

Основываясь на рассуждениях, приведенных выше, можно было бы ожидать, что свет, распространяющийся вдоль оптической оси, не будет изменять свою поляризацию. Однако в некоторых веществах это не так. Если пластинку из кварца, вырезанную так, что ее поверхность перпендикулярна оптической оси, установить между скрещенными поляризаторами в монохроматическом световом пучке, то часть света почти всегда проходит через такую систему. Восстановить полное погашение можно только путем поворота анализатора на некоторый угол. Это явление вращения плоскости поляризации света внутри кристалла получило название оптической активности. Точное значение угла поворота, необходимого для полного погашения, зависит от длины волны света.

В кристаллах, обладающих естественной оптической активностью, направление вращения плоскости поляризации не зависит от направления распространения света в кристалле. Это приводит к тому, что если луч света, прошедший через кристалл слева направо, отразить назад и снова пропустить через тот же кристалл обратно, то направление его поляризации будет параллельно первоначальному. Следовательно, этот эффект не может быть использован для устройства оптических изоляторов. Детальное описание явления оптической активности дано, например, в книге Ная [131].

### 1.10. Наведенная анизотропия

При обсуждении явления естественной оптической анизотропии в кристаллах мы отмечали, что анизотропия диэлектрической постоянной связана с тем фактом, что различные атомы среды по-разному «чувствуют» одно и то же электрическое поле в разных направлениях. Поэтому не удивительно, что анизотропия может быть наведена в изотропных материалах с помощью внешнего воздействия, такого, например, как деформация или электрическое поле. Однако, чтобы такая анизотропия была на-

блюдаемой, внешнее воздействие должно быть достаточным для значительного искажения межатомных полей. Другими словами, эффекты наведенной анизотропии весьма слабы; их можно легко наблюдать только с помощью интерферометрических методов измерения малых изменений показателя преломления. Вследствие наведенной анизотропии показатели преломления для волн, поляризованных в двух взаимно перпендикулярных направлениях, изменяются различным образом; результирующее изменение легко наблюдать по интерференционной картине (например, в скрещенных поляризаторах).

Очевидно, что эти эффекты можно использовать для модуляции светового пучка. Со световой волной может взаимодействовать звуковая волна, для изменения поляризации светового пучка может быть использовано электрическое поле, или даже световые пучки могут модулировать друг друга.

### 1.11. Электрооптический эффект

Прежде чем рассматривать нелинейности поляризуемости, мы обсудим электрооптический эффект, который иллюстрирует многие положения, используемые в дальнейшем. Рассмотрим наиболее общий случай, а именно электрооптический эффект первого порядка<sup>1)</sup> в анизотропных кристаллах [15, 131].

Как было показано выше, диэлектрическая проницаемость среды является тензором второго ранга, и оптическая индикатриса в произвольных координатных осях описывается уравнением

$$b_{11}x^2 + b_{22}y^2 + b_{33}z^2 + 2b_{23}yz + 2b_{13}xz + 2b_{12}xy = 1, \quad (1.30)$$

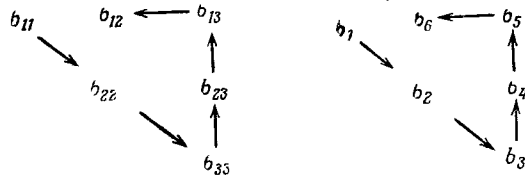
где  $b_{11} = 1/n_{11}^2$  и т. д.

Электрооптический коэффициент определяет изменение диэлектрической проницаемости среды в зависимости от приложенного электрического поля; этот коэффициент также является тензором, но, поскольку он действует на тензор второго ранга, сам он должен быть тензором третьего ранга. В общем случае тензор третьего ранга имеет 27 независимых компонент, но, поскольку тензор второго ранга, на который он действует, симметричен (т. е. имеет только шесть независимых компонент), электрооптический тензор имеет не более 18 независимых элементов. Кроме того, этот тензор должен быть инвариантным по отношению к тем операциям симметрии, которые преобразуют кристалл в самого себя. В большинстве случаев это условие означает, что многие из 18 компонент равны нулю. В частности, если кристалл

<sup>1)</sup> В отечественной литературе чаще употребляется термин «линейный электрооптический эффект»; он и используется далее в тексте перевода. — Прим. ред.

имеет центр симметрии, то эффект будет одинаковым как для поля  $E$ , так и для поля  $-E$ ; очевидно, что это возможно только в том случае, когда все компоненты тензора равны нулю. Другими словами, *в centrosимметричных кристаллах электрооптический эффект первого порядка отсутствует.*

Наличие только 18 независимых элементов позволяет упростить форму записи. Заменим индексы у коэффициентов в уравнении (1.30) по следующей схеме:



Стрелки на рисунке обозначают последовательность замены индексов. Используя новые обозначения, можно записать уравнение (1.30) в виде

$$b_1x^2 + b_2y^2 + b_3z^2 + 2b_4yz + 2b_5xz + 2b_6xy = 1.$$

Электрооптический тензор определяет изменение величин коэффициентов  $b_i$  в зависимости от приложенного электрического поля  $\mathcal{E}_j$ :

$$\Delta b_i = r_{ij}\mathcal{E}_j,$$

где  $i$  принимает значения от 1 до 6, а  $j$  — от 1 до 3. Следовательно, электрооптический тензор можно представить в виде матрицы, состоящей из 6 строчек и 3 столбцов. Не следует забывать, однако, что в действительности этот тензор является тензором третьего ранга и преобразуется по соответствующим правилам для тензоров третьего ранга!

Поскольку электрооптический эффект приводит к изменению показателей преломления среды, измененные показатели преломления могут опять же быть представлены в виде оптической индикатрисы. Если первоначальная оптическая индикатриса была записана относительно своих главных осей, то воздействие внешнего электрического поля в общем случае приведет к тому, что появятся недиагональные члены. Тогда путем соответствующего вращения системы координат можно получить новую систему главных осей индикатрисы.

Поясним это на примере кристалла дигидрофосфата аммония (ADP). Для этого кристалла матрица электрооптического тензора имеет только две независимые компоненты:  $r_{41} = r_{25}$  и  $r_{63}$ .

Запишем индикатрису кристалла в отсутствие внешнего электрического поля следующим образом:

$$o^2x^2 + o^2y^2 + e^2z^2 = 1, \quad (1.31)$$

где  $o = 1/n_o$  и  $e = 1/n_e$ . Поле  $\mathcal{E}_x$ , приложенное к кристаллу в направлении оси  $x$ , добавит в уравнение (1.31) член  $2r_{41}\mathcal{E}_xy$ , аналогично поле  $\mathcal{E}_y$  добавит член  $2r_{41}\mathcal{E}_yx$  и поле  $\mathcal{E}_z$  — член  $2r_{63}\mathcal{E}_zxy$ .

Рассмотрим случай, когда электрическое поле направлено вдоль оси  $z$ . Тогда уравнение (1.31) примет вид

$$o^2x^2 + o^2y^2 + e^2z^2 + 2r_{63}\mathcal{E}_zxy = 1. \quad (1.32)$$

Поворот системы координат вокруг оси  $z$  на угол  $\alpha$  дает

$$xy = \frac{(y'^2 - x'^2) \sin 2\alpha}{2} + x'y' \cos 2\alpha, \quad (1.33)$$

где член в левой части относится к старой системе координат, а правая часть относится к системе координат, полученной после поворота. Подставляя (1.33) в (1.32) и полагая  $\alpha = 45^\circ$ , получаем

$$(o^2 - r_{63}\mathcal{E}_z)x'^2 + (o^2 + r_{63}\mathcal{E}_z)y'^2 + e^2z'^2 = 1. \quad (1.34)$$

Уравнение (1.34) показывает, что кристалл стал двuosным. Главные оси индикатрисы, описываемой уравнением (1.34), повернуты вокруг оси  $z$  на  $45^\circ$  относительно первоначальных главных осей, используемых в уравнении (1.31). Заметим, что угол поворота не зависит от величины приложенного напряжения. На первый взгляд может показаться, что такой результат противоречит здравому смыслу: при изменении поля от нуля до очень малой величины координатные оси внезапно поворачиваются на угол  $45^\circ$ . Однако легко сообразить, что этот поворот есть лишь способ нахождения главных осей индикатрисы, и при нулевом поле оси  $x$  и  $y$  индикатрисы могут быть с тем же успехом выбраны под углом  $45^\circ$  к кристаллографическим осям  $x$  и  $y$ .

Из уравнения (1.34) следует, что полученный двuosный кристалл имеет следующие значения главных показателей преломления:

$$n_x = n_o \left( 1 + \frac{1}{2} n_o^2 r_{63} \mathcal{E}_z \right),$$

$$n_y = n_o \left( 1 - \frac{1}{2} n_o^2 r_{63} \mathcal{E}_z \right),$$

$$n_z = n_e,$$

где  $x, y, z$  относятся к системе координат, полученной после поворота.

Электрооптический эффект используется для создания затворов или модуляторов света. Представим себе, что плоскополяри-

зованный луч света проходит через кристалл ADP параллельно его оптической оси  $z$ . Если к кристаллу не приложено внешнее электрическое поле, то пропускание кристалла не будет зависеть от направления поляризации луча. Если же включить электрическое поле, то различным направлениям поляризации будут соответствовать разные значения показателя преломления кристалла. В частности, если падающий луч поляризован параллельно одной из кристаллографических осей  $x$  или  $y$  и если к кристаллу приложено такое напряжение, что

$$n_o^3 r_{63} \mathcal{E}_z d = \frac{\lambda}{2}, \quad (1.35)$$

то кристалл действует как полуволновая пластинка с оптической осью, направленной под углом  $45^\circ$  к направлению поляризации, т. е. он поворачивает плоскость поляризации на угол  $90^\circ$ . Поляризатор, установленный соответствующим образом после кристалла, не пропускает волну с такой поляризацией, и, следовательно, все устройство в целом работает как затвор.

Выше была рассмотрена ситуация, когда электрическое поле, приложенное к кристаллу, направлено параллельно распространяющемуся лучу света; в этом случае необходимо использовать прозрачные электроды. Кроме того, это означает, что возникающая вследствие электрооптического эффекта разность хода не зависит от толщины пластинки. Действительно, поскольку  $\mathcal{E}_z = V_z/d$ , где  $V$  — приложенное напряжение, выражение (1.35) принимает вид

$$n_o^3 r_{63} V_z = \frac{\lambda}{2}.$$

Напряжение, необходимое для получения разности хода в  $\lambda/2$ , называется полуволновым напряжением.

Для более подробного изучения вопросов, затронутых в настоящей главе, мы рекомендуем читателю книги Ная [131] и Борна и Вольфа [177].

## 2

### Нелинейная оптика

#### 2.1. Введение

В предыдущей главе было показано, что появление показателя преломления вызвано поляризацией среды под действием электрического поля распространяющейся световой волны. Рассматриваемая поляризация линейно зависела от поля: при увеличении поля в 2 раза поляризация возрастала во столько же раз. Однако, как известно из других областей физики, линейная зависимость одной физической величины от другой почти всегда является приближением, справедливым лишь в некоторой ограниченной области. В качестве простейшего примера можно указать на известный закон Гука и его нарушение при достаточно больших напряжениях. Поэтому можно ожидать, что линейная зависимость поляризации от поля также будет справедлива лишь в ограниченной области изменения напряженности электрического поля. Так, например, электрооптический эффект, который мы рассматривали как изменение показателя преломления под действием электрического поля, фактически наблюдается только тогда, когда электрическое поле имеет напряженность, достаточную для того, чтобы проявилась нелинейность поляризации среды.

До сих пор, рассматривая электрооптический эффект, мы имели в виду постоянное во времени поле; ясно, впрочем, что и переменное поле будет приводить к сходным эффектам. Однако если показатель преломления кристалла модулируется переменным полем с частотой  $\omega_2$ , то световая волна с частотой  $\omega_1$ , проходя через этот кристалл, будет модулироваться по фазе, что приведет к появлению боковых компонент на комбинационных частотах — суммарной и разностной. Таким образом, с помощью модуляции параметров кристалла мы можем получать излучение на различных частотах. Такие взаимодействия часто называют параметрическими преобразованиями частоты.

Переменное поле частоты  $\omega_2$  модулирует показатель преломления и для самого себя, что приводит к генерации боковой компоненты на частоте ее первого обертона  $2\omega_2$ . То же самое происходит и с волной частоты  $\omega_1$ , при этом генерируется боковая компонента с частотой  $2\omega_1$ . Однако, как уже отмечалось, нелинейности показателя преломления настолько малы, что

обычно их можно обнаружить, лишь если амплитуда электрического поля сравнима с величиной межатомных полей. Поэтому боковую компоненту на частоте  $2\omega_1$  можно наблюдать только в том случае, когда напряженность поля на частоте  $\omega_1$  весьма высока. Вместе с тем ясно, что волны суммарной  $\omega_1 + \omega_2$  и разностной  $\omega_1 - \omega_2$  частот будут генерироваться, даже когда излучение на частоте  $\omega_1$  имеет низкую интенсивность, если только интенсивность излучения с частотой  $\omega_2$  достаточно высока.

Таким образом, нелинейность поляризации можно использовать для «обнаружения» слабого сигнала с длиной волны, для которой не существует чувствительных детекторов, путем преобразования его частоты в видимую область, где его можно зарегистрировать с помощью чувствительного фотоумножителя. Такой процесс называется параметрическим преобразованием частоты вверх (см. гл. 6).

Баланс энергии в некоторых нелинейных взаимодействиях таков, что энергия передается от интенсивной волны («накачка») волнам двух более низких частот. Если такая накачка настолько интенсивна, что она способна компенсировать потери, то нет необходимости подавать эти два низкочастотных сигнала извне, поскольку они могут возникнуть внутри среды, нарастая от уровня шумов. Таким образом, можно получить перестраиваемый источник, который называется параметрическим генератором света (см. гл. 7).

Хотя эти взаимодействия во многом сходны с параметрическими процессами, давно используемыми в технике СВЧ, имеется одно существенное различие. А именно, в технике СВЧ используются локальные нелинейности (такие, как, например, в полупроводниковых переходах), в то время как в нелинейной оптике взаимодействие происходит в объеме, размеры которого существенно превышают длину волны.

В этой главе мы займемся нелинейностью поляризации, которая ответственна за все эти взаимодействия. Для простоты сначала рассмотрим только процесс генерации комбинационных волн; вопрос о том, что при этом происходит с падающим излучением, рассмотрим позже. Такой подход не будет физически нереалистичным, поскольку во многих случаях эффективность нелинейного преобразования невелика и влияние такого взаимодействия на падающее излучение пренебрежимо мало.

Электрооптический эффект, например, можно рассматривать как процесс смешения частот, возникающий при падении света на образец, к которому приложено внешнее статическое поле. Это взаимодействие приводит к появлению очень слабого пучка, фаза которого сдвинута на  $90^\circ$  по отношению к фазе падающего излучения, что проявляется как фазовый сдвиг в проходящем излучении, так как этот слабый пучок имеет ту же частоту

Однако при обычных условиях влияние этого эффекта на статическое поле пренебрежимо мало.

## 2.2. Нелинейности поляризации

Нелинейные взаимодействия электромагнитных волн гораздо более удобно рассматривать не как результат модуляции показателя преломления, как это делалось выше, а как следствие нелинейности поляризации. Поэтому мы введем в выражение для поляризации нелинейные члены и запишем

$$P = \alpha E (1 + a_1 E + a_2 E^2 + a_3 E^3 + \dots),$$

где  $\alpha$  — линейная поляризуемость,  $a_1$ ,  $a_2$  и т. д. — нелинейности все более и более высоких порядков. Как и при рассмотрении электрооптического эффекта, мы замечаем, что для кристаллов с центром симметрии коэффициенты  $a_1$ ,  $a_3$  и т. д. равны нулю, поскольку в соответствии с условиями симметрии  $a_1 E = -a_1 E$  и т. д. Ограничиваясь только первым нелинейным членом, запишем

$$P = 2d\mathcal{E}^2, \quad (2.1)$$

где  $P$  — квадратичная по полю нелинейная поляризация<sup>1)</sup>.

Рассмотрим теперь взаимодействие двух распространяющихся волн<sup>2)</sup>

$$\mathcal{E}_1(z, t) = \mathcal{E}_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z)$$

и

$$\mathcal{E}_2(z, t) = \mathcal{E}_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z)$$

в кристалле с квадратичной нелинейностью.

Для этого мы подставим суперпозицию этих двух волн в выражение (2.1):

$$P = 2d [\mathcal{E}_1^2 \cos^2(\omega_1 t - k_1 z) + \mathcal{E}_2^2 \cos^2(\omega_2 t - k_2 z) + 2\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z) \cos(\omega_1 t - k_1 z)].$$

Используя элементарные тригонометрические соотношения  $\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha)/2$  и  $\cos \alpha \cos \beta = [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]/2$ ,

<sup>1)</sup> Мы используем запись  $2d\mathcal{E}^2$ , а не  $d\mathcal{E}^2$ , для того чтобы коэффициент  $d$  совпадал с общепринятым обозначением.

<sup>2)</sup> На самом деле обычно эти две волны имеют разные фазы, и, строго говоря, их следует записывать следующим образом:

$$\mathcal{E}_1(z, t, \varphi_1) = \mathcal{E}_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z + \varphi_1)$$

и

$$\mathcal{E}_2(z, t, \varphi_2) = \mathcal{E}_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z + \varphi_2).$$

Здесь мы для простоты опускаем фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

мы найдем, что поляризация состоит из нескольких спектральных компонент с различными частотами:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{2\omega_1} &= d\mathcal{E}_1^2 \cos [2(\omega_1 t - k_1 z)], \\ \mathcal{P}_{2\omega_2} &= d\mathcal{E}_2^2 \cos [2(\omega_2 t - k_2 z)], \\ \mathcal{P}_{\omega_1 + \omega_2} &= 2d\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 \cos [(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z], \\ \mathcal{P}_{\omega_1 - \omega_2} &= 2d\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 \cos [(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)z] \end{aligned} \quad (2.2)$$

и члена, описывающего статическую поляризацию

$$\mathcal{P}_0 = d(\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2). \quad (2.3)$$

Таким образом, мы видим, что нелинейная поляризация содержит члены с нулевой частотой (статическая поляризация), с суммарной и разностной частотами, а также первые обертоны обеих волн. Эти обертоны обычно называют вторыми гармониками.

Обратим внимание на множитель 2 в выражениях для суммарной и разностной частот.

Ранее мы установили, что в линейном приближении волна поляризации вызывает излучение электромагнитной волны той же частоты, что и у падающей волны, и что при отсутствии поглощения часть энергии падающей волны, которая идет на создание волны поляризации, переизлучается без потерь. Теперь мы выяснили, что электромагнитные волны, за излучение которых ответственны различные компоненты нелинейной поляризации, имеют частоты, отличающиеся от частот падающих волн. В результате часть энергии падающей волны, которая идет на возбуждение нелинейной поляризации, может переизлучаться на одной или нескольких частотах, отличных от частоты основной волны.

Чтобы определить, которая из этих частот будет излучаться, мы должны рассмотреть фазы взаимодействующих волн. В гл. 1 было показано, что в линейном случае диполи образуют сфазированную антенную решетку и что вследствие этого они излучают волну в прямом направлении. Однако фаза излучающего диполя в любой точке нелинейной среды определяется не фазой одной волны той же частоты, а соотношением фаз двух волн различных частот в данной точке. Скорость распространения такой электромагнитной волны, излучаемой диполем, определяется ее собственной частотой и показателем преломления материала на этой частоте.

Обычно вследствие нормальной дисперсии эта скорость отличается от скорости распространения волны нелинейной поляри-

зации, и поэтому амплитуда электромагнитной волны, излучаемой диполем в одной точке, не складывается теперь с амплитудой волны, излучаемой таким же диполем в другой точке; интерференция этих волн приводит к их взаимному погашению. Другими словами, теперь уже полная система излучающих диполей совсем не обязательно образует точно сфазированную антенную решетку, как это было в линейном случае. Например, выражение (2.2) показывает, что компонента нелинейной поляризации на суммарной частоте имеет постоянную распространения, равную  $(k_1 + k_2)$ . Обычно эта величина не равна  $k_3 = n_3\omega_3/c$  — постоянной распространения волны с частотой  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ .

Метод, известный как согласование фаз, позволяет восстановить фазировку излучающих диполей. Этот метод заключается в точном подборе величин показателей преломления среды для трех частот, участвующих в процессе смешения, для того, чтобы согласовать скорости распространения волны поляризации и излучаемой диполями электромагнитной волны. Как правило, это условие удается выполнить только для одной частотной компоненты волны поляризации; излучение на этой частоте будет при этом генерироваться весьма эффективно (см. гл. 3).

Прежде чем рассматривать электромагнитную волну, вызванную нелинейной поляризацией, остановимся кратко на происхождении нелинейных членов.

### 2.3. Ангармонический осциллятор

Чтобы получить нелинейность поляризации, введем в модель Лоренца (см. гл. 1) ангармонический член. Вместо уравнения (1.1) мы запишем [22]

$$\frac{d^2r}{dt^2} + 2\gamma \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r - \xi r^2 = -\frac{e}{m} E. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) вследствие наличия в нем ангармонического члена не может быть решено тем простым способом, который использовался для уравнения (1.1), и, кроме того, точное решение (2.4) было бы весьма сложным. Однако, поскольку ангармонический член мал по сравнению с гармоническим, влияние его на решение, по-видимому, также должно быть мало по сравнению с линейной зависимостью  $r$  от  $E$ . Поэтому будем искать решение в виде степенного ряда

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + \text{и т. д.}, \quad (2.5)$$

где

$$r_l = a_l E^l, \quad (2.6)$$

Подставляя выражение (2.5) в уравнение (2.4) и собирая члены одного порядка по полю, получим

$$\frac{d^2 r_1}{dt^2} + 2\gamma \frac{dr_1}{dt} + \omega_0^2 r_1 = -\frac{e}{m} E, \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 r_2}{dt^2} + 2\gamma \frac{dr_2}{dt} + \omega_0^2 r_2 = \xi r_1^2. \quad (2.8)$$

Таким образом, мы установили, что член  $\xi r^2$  в уравнении (2.4) вызывает смещение, нелинейно зависящее от  $E$ ; эта нелинейность есть  $r_2 = a_2 E^2$ . Если бы мы в уравнение (2.4) подставили члены более высокого порядка по  $r$ , то мы получили бы также и нелинейности более высокого порядка.

#### 2.4. Запись электрического поля

В линейном случае, чтобы избавиться от ненужных алгебраических вычислений, мы определили электрическое поле с частотой  $\omega$  и комплексной амплитудой  $E$  с помощью выражения (1.2). Однако теперь, когда мы хотим изучать взаимодействие нескольких полей различных частот, мы должны ввести в рассмотрение электрическое поле, состоящее из многих компонент, каждая из которых имеет свою собственную частоту и фазу. Если записать его в виде

$$E = E(\omega_1) e^{-i\omega_1 t} + E^*(\omega_1) e^{i\omega_1 t} + E(\omega_2) e^{-i\omega_2 t} + E^*(\omega_2) e^{i\omega_2 t} + \dots + E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} + E^*(\omega_n) e^{i\omega_n t}, \quad (2.9)$$

то, несмотря на комплексную форму записи, алгебраические вычисления будут весьма громоздкими. Чтобы преодолеть эту трудность, введем обозначение  $-\omega_n = \omega_{-n}$ , из которого следует, что

$$E^*(\omega_n) = E(\omega_{-n}), \quad (2.10)$$

поскольку  $E^*(\omega_n) = E(-\omega_n)$ . Используя такое обозначение, мы можем записать выражение (2.9) в виде суммы

$$E = \sum_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}, \quad (2.11)$$

где индекс суммирования принимает как положительные, так и отрицательные значения:  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$  и т. д. Теперь в соответствии с (2.10) члены с отрицательными индексами автоматически заменяют комплексно сопряженные величины.

#### 2.5. Нелинейная поляризация

Используя выражения (2.11) и (2.6), получаем

$$\frac{dr_1}{dt} = -ia_1 \sum_n \omega_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}$$

и

$$\frac{d^2 r_1}{dt^2} = -a_1 \sum_n \omega_n^2 E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}.$$

Тогда уравнение (2.7) примет вид

$$-a_1 \sum_n \omega_n^2 E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} - 2a_1 i\gamma \sum_n \omega_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} + a_1 \omega_0^2 \sum_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} = -\frac{e}{m} \sum_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}. \quad (2.12)$$

Поскольку сумма отдельных членов для каждой частоты в левой части уравнения (2.12) должна равняться сумме отдельных членов для той же частоты в правой части, можно записать

$$a_1 \sum_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} = -\frac{e}{m} \sum_n \frac{E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}}{\omega_0^2 - 2i\omega_n \gamma - \omega_n^2}$$

или

$$r_1 = -\frac{e}{m} \sum_n \frac{E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}}{\omega_0^2 - 2i\omega_n \gamma - \omega_n^2}. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) совпадает с результатом, полученным в гл. 1 для линейного случая; здесь этот результат обобщен на случай нескольких частот. Используем этот результат для нахождения  $r_2$ . Для этого подставим выражение (2.13) в уравнение (2.8), которое затем решаем, используя соотношение

$$\left( \sum_n E(\omega_n) e^{-i\omega_n t} \right)^2 = \sum_n \sum_m E(\omega_n) E(\omega_m) e^{-i(\omega_n + \omega_m) t}, \quad (2.14)$$

где индекс  $m$  принимает те же значения, что и индекс  $n$ .

Из (2.13), (2.14) и (2.8) следует, что

$$r_2 = -\frac{e^2 \xi}{m^2} \sum_n \sum_m \frac{E(\omega_n) E(\omega_m) e^{-i(\omega_n + \omega_m) t}}{F(\omega_0, \omega_n, \omega_m, \gamma)},$$

где

$$F(\omega_0, \omega_n, \omega_m, \gamma) = (\omega_0^2 - 2i\omega_n \gamma - \omega_n^2)(\omega_0^2 - 2i\omega_m \gamma - \omega_m^2) \times \\ \times [\omega_0^2 - 2i\gamma(\omega_n + \omega_m) - (\omega_n + \omega_m)^2].$$

Поляризацию мы также можем представить в виде степенного ряда:

$$P = \sum_{i=1}^{\infty} P_i,$$

где

$$P_i = -N e r_i.$$

В результате для линейной поляризации получим

$$P_{\text{лин}} = \sum \chi^{(1)}(\omega_n) E(\omega_n) e^{-i\omega_n t},$$



где

$$\chi^{(1)}(\omega_n) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - 2i\gamma\omega_n - \omega_n^2},$$

и для нелинейной поляризации, квадратичной по полю (поляризации второго порядка):

$$P_{\text{нелин}} = \sum_n \sum_m \chi^{(2)}(\omega_n, \omega_m) E(\omega_n) E(\omega_m) e^{-i(\omega_n + \omega_m)t}, \quad (2.15)$$

где

$$\chi^{(2)}(\omega_n, \omega_m) = -\frac{m\xi}{N^2e^3} [\chi^{(1)}(\omega_n)] [\chi^{(1)}(\omega_m)] [\chi^{(1)}(\omega_n + \omega_m)]. \quad (2.16)$$

Поляризация второго порядка возникает благодаря наличию члена  $\xi r^2$  в уравнении (2.4). Выражение (2.15) показывает, что поляризация второго порядка содержит члены с любыми возможными комбинационными частотами  $(\omega_n + \omega_m)$ , получающимися при значениях индексов  $n$  и  $m$ , равных  $\pm 1$  и  $\pm 2$ . Аналогичным образом могут быть рассчитаны и спектральные компоненты нелинейной поляризации более высоких порядков. Если, например, в уравнение (2.4) добавить кубическую нелинейность, то мы получим нелинейную поляризацию третьего порядка, содержащую все возможные комбинационные частоты  $(\omega_n + \omega_m + \omega_p)$  для различных значений индексов  $n$ ,  $m$  и  $p$ . Путь расчета поляризаций более высоких порядков аналогичен. В этой книге мы ограничимся, однако, рассмотрением только нелинейной поляризации второго порядка<sup>1)</sup>.

Анализ выражения (2.16) показывает, что восприимчивость второго порядка  $\chi^{(2)}$  зависит от произведения восприимчивостей первого порядка для трех взаимодействующих частот. В гл. 1 при обсуждении частотной зависимости восприимчивости первого порядка мы указывали на то, что линейная восприимчивость для частот, далеких от резонансной частоты  $\omega_0$ , является чисто действительной величиной.

Предполагая, что все три взаимодействующие частоты лежат в области прозрачности кристалла, из (2.16) можно заключить, что восприимчивость второго порядка также будет чисто действительной:  $\chi^{(2)}(\omega_n, \omega_m) = \chi^{(2)}(-\omega_n, -\omega_m)$ . Применяя это условие к выражению (2.15) и полагая  $m$  и  $n$  равными  $\pm 1$  и  $\pm 2$ , получаем тот же результат, что и в разд. 2.2.

В дальнейшем для упрощения записи будем использовать  $P$  для обозначения поляризации второго порядка и  $\chi$  — для обо-

<sup>1)</sup> Следует иметь в виду, что в настоящее время нелинейные оптические эффекты, обусловленные поляризациями высших порядков, приобрели значительный практический интерес (см. дополнение). — Прим. ред.

значения восприимчивости второго порядка без всяких дополнительных индексов.

Выражение (2.16) позволяет существенно сократить число независимых компонент нелинейной восприимчивости. Чтобы по достоинству оценить эти сокращения, сначала обобщим нашу теорию на случай трех измерений и, кроме того, учтем взаимодействие генерируемой волны с падающими волнами.

## 2.6: Обобщение теории на трехмерный случай. Три взаимодействующих поля

В одномерном случае  $P$ ,  $E$  и  $\chi$  были скалярными величинами. В трехмерном случае  $P$  и  $E$  становятся векторами. Соответственно  $\chi$ , связывая один вектор с произведением двух других, становится тензором третьего ранга. Поэтому вместо уравнения (2.15) мы можем записать

$$P_i(\omega_{n+m}) = \sum_{jk} \sum_{nm} \chi_{ijk}(\omega_{n+m}, \omega_n, \omega_m) E_j(\omega_n) E_k(\omega_m) e^{-i(\omega_n + \omega_m)t}, \quad (2.17)$$

где каждый из индексов  $i$ ,  $j$  и  $k$  принимает значения  $x$ ,  $y$  и  $z$  и  $\omega_{n+m} = \omega_n + \omega_m$ . Заметим, что здесь мы изменили запись частотных аргументов у  $\chi$ : вместо  $\chi(\omega_n, \omega_m)$ , использованной в (2.16), в (2.17) фигурирует  $\chi(\omega_{n+m}, \omega_n, \omega_m)$ , в которой более ясно обозначена зависимость  $\chi$  от всех трех частот.

Если мы теперь рассмотрим взаимодействие трех полей:  $E(\omega_n + \omega_m)$ ,  $E(\omega_n)$  и  $E(\omega_m)$ , то заметим, что для каждой пары индексов  $n$  и  $m$  существуют три различных процесса, а именно: а) генерация волны  $E(\omega_n + \omega_m)$  волнами  $E(\omega_n)$  и  $E(\omega_m)$ ; б) генерация волны  $E(\omega_n)$  волнами  $E(\omega_n + \omega_m)$  и  $E(\omega_m)$  и в) генерация волны  $E(\omega_m)$  волнами  $E(\omega_n + \omega_m)$  и  $E(\omega_n)$ . Если бы мы подставили всевозможные такие комбинации в выражение (2.17), то мы получили бы множество частотных компонент нелинейной поляризации. Чтобы ограничить число уравнений, мы запишем здесь только те компоненты нелинейной поляризации, которые участвуют в процессе генерации суммарной частоты  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ . Эти компоненты имеют вид

$$\begin{aligned} P_i(\omega_1) &= \chi_{ijk}(\omega_1, -\omega_2, \omega_3) E_j(-\omega_2) E_k(\omega_3) e^{-i(\omega_3 - \omega_2)t} + \\ &\quad + \chi_{ijk}(\omega_1, \omega_3, -\omega_2) E_j(\omega_3) E_k(-\omega_2) e^{-i(\omega_3 - \omega_2)t}, \\ P_j(\omega_2) &= \chi_{jki}(\omega_2, \omega_3, -\omega_1) E_k(\omega_3) E_i(-\omega_1) e^{-i(\omega_3 - \omega_1)t} + \\ &\quad + \chi_{jki}(\omega_2, -\omega_1, \omega_3) E_k(-\omega_1) E_j(\omega_3) e^{-i(\omega_3 - \omega_1)t}, \\ P_k(\omega_3) &= \chi_{kij}(\omega_3, \omega_1, \omega_2) E_i(\omega_1) E_j(\omega_2) e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + \\ &\quad + \chi_{kij}(\omega_3, \omega_2, \omega_1) E_i(\omega_2) E_j(\omega_1) e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} \quad (2.18) \end{aligned}$$

плюс еще три члена для отрицательных частот.

Заметим, что в (2.18), как и обычно, имеется в виду, что по повторяющимся индексам производится суммирование. Поэтому, например,  $P_i(\omega_1)$  есть сумма девяти членов, содержащих следующие компоненты тензора нелинейной восприимчивости:  $\chi_{ixx}$ ,  $\chi_{ixy}$ ,  $\chi_{ixz}$ ,  $\chi_{iyx}$  и т. д. Кроме того, имеются три различные компоненты  $P(\omega_1)$ , а именно  $P_x(\omega_1)$ ,  $P_y(\omega_1)$  и  $P_z(\omega_1)$ ; то же самое справедливо и для векторов  $\mathbf{P}(\omega_2)$  и  $\mathbf{P}(\omega_3)$ . Таким образом, даже в предположении, что частоты  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  далеки от резонансных частот и, следовательно,  $\chi_{ijh}(\omega_n, \omega_m) = \chi_{ijh}(-\omega_n, -\omega_m)$ , в трех записанных выше выражениях (2.18) могла бы присутствовать 81 независимая компонента этого тензора. К счастью, на самом деле это не так, поскольку, как это следует из (2.16) и из того факта, что восприимчивость первого порядка является действительной величиной, имеет место соотношение

$$\chi_{ijk}(\omega_1, -\omega_2, \omega_3) = \chi_{jki}(\omega_2, \omega_3, -\omega_1) = \chi_{kij}(\omega_3, \omega_1, \omega_2). \quad (2.19)$$

Другими словами, для компонент тензора нелинейной восприимчивости второго порядка имеют место перестановочные соотношения для частот и декартовых индексов  $i$ ,  $j$  и  $k$  [4]. Эти соотношения уменьшают число независимых компонент до 27.

Соотношения (2.19), кроме того, объединяют между собой эффекты, не имеющие на первый взгляд никакого отношения друг к другу. Для иллюстрации рассмотрим взаимодействие волны с частотой  $\omega_1$  с самой собой. Кроме генерации второй гармоники  $2\omega_1$ , будет также возбуждаться и статическая поляризация, описываемая выражением (2.3). Нелинейная восприимчивость, соответствующая этому «оптическому детектированию», есть  $\chi_{ijk}(0, \omega_1, -\omega_1)$ . В соответствии с (2.19) мы имеем

$$\chi_{ijk}(0, \omega_1, -\omega_1) = \chi_{jki}(\omega_1, -\omega_1, 0). \quad (2.20)$$

В правой части (2.20) записана нелинейная восприимчивость, соответствующая взаимодействию постоянного электрического поля с волной частоты  $\omega_1$ , приводящему к возникновению нелинейной поляризации на частоте  $\omega_1$ . Эта нелинейная поляризация возбуждает волну с частотой  $\omega_1$ , но с фазой, отличной от фазы входящей волны  $\omega_1$ . Конечным результатом является изменение фазы прошедшей через кристалл волны, или соответствующее изменение показателя преломления кристалла. Этот эффект, как мы уже знаем, называется линейным электрооптическим эффектом (см. разд. 1.1). Таким образом, мы видим, что соответствующая перестановка индексов дает нам равенство нелинейных восприимчивостей для электрооптического эффекта и оптического детектирования [11] (см. также разд. 2.17).

## 2.7. Правило Миллера

Обобщая выражение (2.16) на случай трех измерений, получаем

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = [\chi_{ii}^{(1)}(\omega_1)][\chi_{jj}^{(1)}(\omega_2)][\chi_{kk}^{(1)}(\omega_3)]\Delta_{ijk}. \quad (2.21)$$

Это соотношение, известное как правило Миллера, названо так по имени автора (R. C. Miller), который эмпирическим путем установил, что множитель  $\Delta_{ijk}$  почти постоянен для широкого класса веществ [60, 117]. Это правило имеет большое значение для поиска новых нелинейных материалов, поскольку из него следует, что материалы с высокими показателями преломления обладают и высокими нелинейными коэффициентами. Следует иметь в виду, однако, что эффективность нелинейных оптических устройств, использующих поляризацию второго порядка, зависит от  $n$  не только через  $\chi$  (см. приложение II).

## 2.8. Коэффициенты, используемые на практике

В литературе существует путаница относительно соотношения между нелинейной восприимчивостью  $\chi$ , используемой теоретиками, и нелинейным коэффициентом  $d$ , используемым экспериментаторами. В зависимости от определения коэффициента  $d$ <sup>1)</sup> в выражение для нелинейной поляризации входит либо не входит множитель 2, а поскольку мощность генерируемой волны пропорциональна  $d^2$ , то из-за различия в определениях  $d$  можно ошибиться в 4 раза.

Чтобы избежать путаницы, мы получим соотношение между  $d$  и  $\chi$  для определения, используемого в данной книге.

В соответствии с первым из выражений (2.2) мы можем записать

$$\mathcal{P}_{2\omega_1} = d\mathcal{E}_1^2 \cos [2(\omega_1 t - k_1 z)] = P(2\omega_1) + P^*(2\omega_1),$$

где

$$P(2\omega_1) = \frac{1}{2} d\mathcal{E}_1^2 e^{-2i(\omega_1 t - k_1 z)}.$$

Из (2.18) мы имеем

$$P(2\omega_1) = \chi(2\omega_1, \omega_1, \omega_1) E(\omega_1) E(\omega_1) e^{-2i\omega_1 t},$$

что в соответствии с нашим определением  $E(\omega)$  [см. (1.2)] дает

$$P(2\omega_1) = \frac{1}{4} \chi(2\omega_1, \omega_1, \omega_1) \mathcal{E}^2 e^{-2i(\omega_1 t - k_1 z)}.$$

<sup>1)</sup> См. (2.1), а также сноску на стр. 45. — Прим. перев.

Сравнивая последние два выражения, получаем

$$d = \frac{1}{2} \chi(2\omega_1, \omega_1, \omega_1).$$

В случае когда все частоты лежат в области оптической прозрачности кристалла, можно с достаточной степенью точности пренебречь частотными зависимостями восприимчивости и положить все восприимчивости равными друг другу. Тогда, обобщая полученное соотношение на случай трех измерений, получаем

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}.$$

## 2.9. Сокращенная форма записи индексов

Из соотношения (2.20) следует, что последовательность записи частот  $\omega_1$  и  $-\omega_1$  может быть совершенно произвольной. Аналогично и в общем случае взаимодействия двух полей  $\mathbf{E}(\omega_1)$  и  $\mathbf{E}(\omega_2)$  изменение последовательности их записи не приводит ни к каким физическим различиям. Мы не можем утверждать, что сначала было приложено одно поле, а затем другое. Поэтому, строго говоря, мы должны преобразовать наши соотношения к такому виду, в котором как-то проявлялось бы последнее утверждение. Это можно сделать, введя шестимерный вектор  $\mathbf{F}$ , который является функцией  $\mathbf{E}(\omega_1)$  и  $\mathbf{E}(\omega_2)$  и не зависит от последовательности записи этих полей:

$$F_l = \left(1 - \frac{1}{2} \delta_{lk}\right) (E_j E_k + E_k E_j), \quad (2.22)$$

где  $\delta_{jk}$  — символ Кронекера;  $\delta_{jk} = 1$  для  $j = k$  и  $\delta_{jk} = 0$  для  $j \neq k$ . Теперь мы можем положить  $d_{ijh} = d_{ikhj}$ , сократив тем самым число независимых компонент тензора  $d$  до 18. В результате мы можем уменьшить число индексов тензора  $d$ , используя схему, введенную в разд. 1.11 для сокращенной записи электрооптических коэффициентов. Тогда индекс  $l$  будет принимать следующие значения:  $l = 1$  при  $j = k = x$ ,  $l = 2$  при  $j = k = y$ ,  $l = 3$  при  $j = k = z$ ,  $l = 4$  при  $j = y$  и  $k = z$ ,  $l = 5$  при  $j = x$  и  $k = z$ ,  $l = 6$  при  $j = x$  и  $k = y$ .

Используя такую сокращенную запись, можно в соответствии с (2.1) и (2.22) записать

$$P_i = 2d_{il} F_l. \quad (2.23)$$

Вектор  $\mathbf{F}$  был введен выше, чтобы проиллюстрировать произвольность последовательности двух взаимодействующих полей; ниже будет показано, что такая операция имеет и вполне определенный практический смысл.

Для случая генерации второй гармоники мы можем записать соотношения (2.22) и (2.23) в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{P}_x \\ \mathcal{P}_y \\ \mathcal{P}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x^2 \\ \mathcal{E}_y^2 \\ \mathcal{E}_z^2 \\ 2\mathcal{E}_y \mathcal{E}_z \\ 2\mathcal{E}_x \mathcal{E}_z \\ 2\mathcal{E}_x \mathcal{E}_y \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Однако для случая генерации суммарной или разностной частот такая матричная запись не всегда справедлива и ее нужно применять с осторожностью. Например, если суммарная частота генерируется волнами  $\mathcal{E}_x(\omega_1)$  и  $\mathcal{E}_y(\omega_2)$ , поляризованными в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно, то

$$\mathcal{P}_1(\omega_1 + \omega_2) = d_{16} \mathcal{E}_x(\omega_1) \mathcal{E}_y(\omega_2). \quad (2.25)$$

В этом случае множитель 2 отсутствует, поскольку

$$\mathcal{E}_y(\omega_1) \mathcal{E}_x(\omega_2) = 0. \quad (2.26)$$

Таким образом, особую осторожность следует проявлять, когда две входящие в кристалл частоты физически разделены.

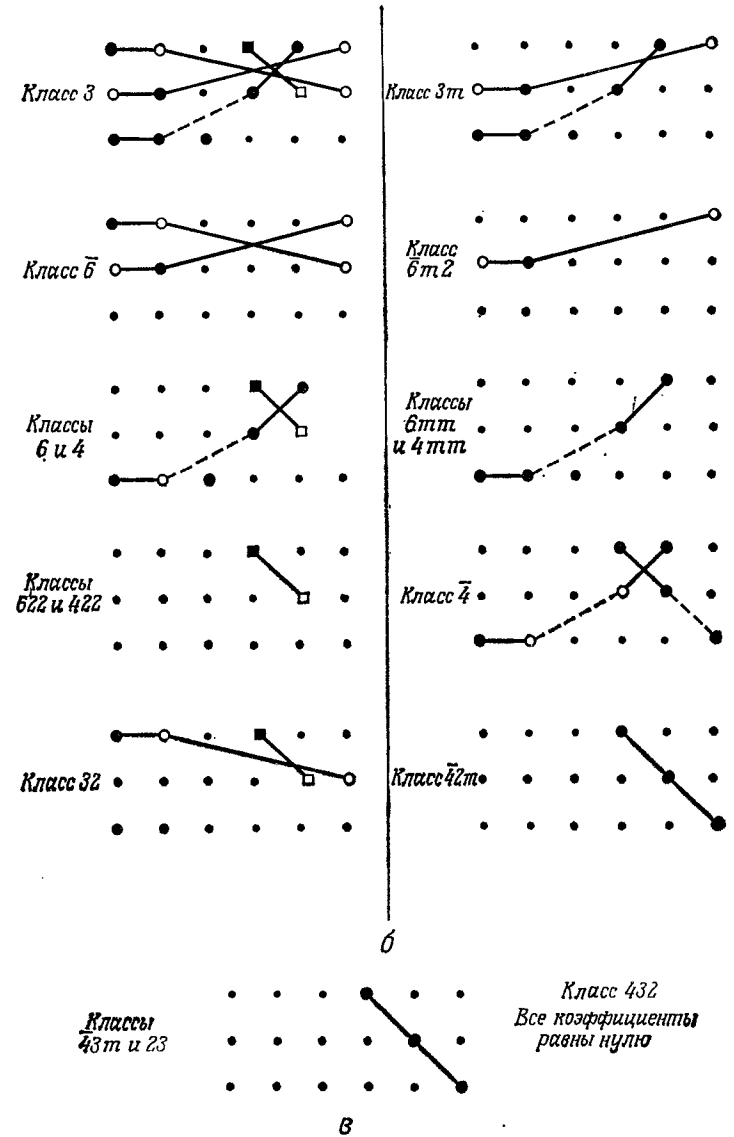
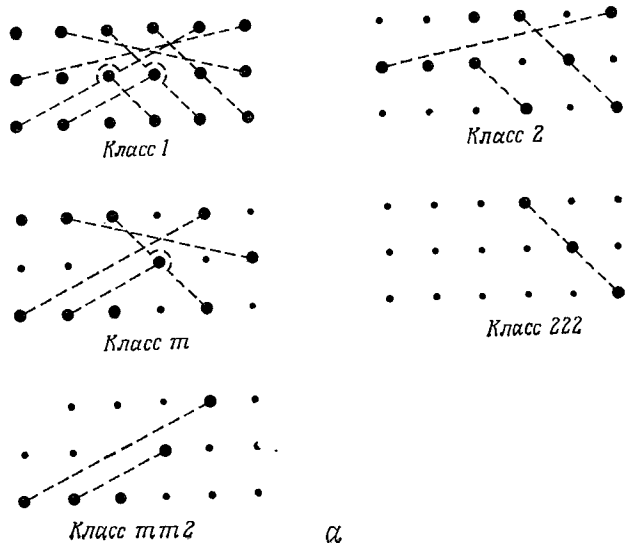
## 2.10. Симметрия кристаллов

Суммируя результаты, полученные в предыдущих параграфах, отметим еще раз, что максимальное число независимых компонент тензора нелинейной восприимчивости второго порядка в условиях, когда  $d_{ijk} = d_{ikhj}$ , равно 18, а в центросимметричных кристаллах нелинейная поляризация второго порядка тождественно равна нулю. Из 32 различных кристаллографических классов 21 является нецентросимметричным, но среди них лишь один вообще не имеет симметрии; это класс 1 в триклинной системе. Для всех других классов существует одна или более операций симметрии, которые преобразуют кристалл сам в себя. Очевидно, что если для данного кристаллографического класса задана матрица восприимчивости и мы применяем к ней операцию симметрии, которая физически никак не изменяет кристалл, то матрица при этом не изменится. В результате некоторые компоненты матрицы должны быть равны нулю, а другие должны быть равны или численно равны друг другу, но противоположны по знаку. Применяя разрешенные операции симметрии к каждому кристаллографическому классу [89], можно найти матрицу заданной формы для каждого из 21 нецентросимметричного кристаллографического класса. Альфа-йодная кислота, например,

принадлежит к классу 222. Этот класс имеет три поворотных оси 2-го порядка, параллельные осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно. Это означает, что если мы повернем кристалл йодной кислоты вокруг одной из этих трех осей на угол  $180^\circ$ , то он будет выглядеть точно так же, как и до вращения. Поэтому, если до поворота кристалла на  $180^\circ$  вокруг оси  $z$  имелась компонента электрического поля  $E_x$ , направленная по оси  $x$ , после поворота та же самая компонента будет иметь направление  $-x$ . В результате величина  $d_{111}E_x^2$  должна быть равна  $-d_{111}E_x^2$ , что выполняется лишь при  $d_{111} \equiv 0$ . Аналогично с помощью того же поворота можно показать, что для такого кристалла и компоненты  $d_{112}$ ,  $d_{122}$ ,  $d_{133}$ ,  $d_{211}$ ,  $d_{212}$ ,  $d_{222}$ ,  $d_{233}$ ,  $d_{313}$  и  $d_{323}$  также равны нулю. Таким образом, наличие у кристалла поворотной оси 2-го порядка, параллельной оси  $z$ , приводит к тому, что отличными от нуля будут только элементы матрицы нелинейной восприимчивости с индексами, содержащими один или три символа 3, т. е. такие, например, как  $d_{333}$  и  $d_{223}$ . Аналогично наличие поворотной оси 2-го порядка, параллельной оси  $x$ , приводит к равенству нулю всех элементов, индексы которых не содержат один или три символа 1.

Учитывая все три поворотные оси 2-го порядка у кристаллов класса 222, получаем, что матрицы нелинейной восприимчивости таких кристаллов имеют лишь три ненулевых элемента, а именно  $d_{123}$ ,  $d_{213}$  и  $d_{312}$  (или в сокращенной записи  $d_{14}$ ,  $d_{25}$  и  $d_{36}$ ).

Для тех нелинейных процессов, в которых нелинейная поляризация имеет чисто электронную природу и в которых кристалл прозрачен в спектральной области, включающей частоты всех



Фиг. 2.1. Форма матрицы  $d_{ij}$  для различных кристаллографических классов.  $a$ —двуосные кристаллы;  $b$ —однососные кристаллы;  $в$ —изотропные кристаллы. Обозначения: маленькая точка—коэффициент равен нулю; квадрат—коэффициент равен нулю, если справедливо условие Клейнмана; соединенные точки—коэффициенты численно равны, но для точек, обозначенных светлыми и темными кружками, коэффициенты имеют противоположные знаки. Пунктирные соединения справедливы лишь при выполнении условия Клейнмана. В двуосных кристаллах коэффициенты не зависят, если условие Клейнмана не выполняется. Пунктирные линии в классе 1 показывают влияние условия Клейнмана на эти 18 коэффициентов.

взаимодействующих волн, применимо гораздо более общее условие симметрии. В этом условии, сформулированном впервые Клейнманом [90], утверждается, что для указанных процессов элементы тензора  $d_{ijk}$ , образованные путем простой перестановки индексов  $i, j$  и  $k$ , равны между собой. Это условие не совпадает с (2.19), поскольку оно относится только к декартовым индексам, а не к частотам, однако сравнение его с (2.16) показывает, что условие Клейнмана эквивалентно утверждению, что дисперсией нелинейности можно пренебречь. Последнее, как было показано, справедливо в пределах точности измерения. Только в одном случае наблюдалось несоответствие с этим условием, однако оно может объясняться дисперсией нелинейной восприимчивости [132]. В случае когда линия поглощения лежит между взаимодействующими частотами, условие Клейнмана, естественно, не выполняется. Поэтому оно неприменимо к электрооптическому эффекту или к генерации разностной частоты в далекой инфракрасной области [174].

Для более детального знакомства с условиями симметрии можно обратиться к книге Ная [131].

Из соотношения (2.24) видно, что матрица нелинейной восприимчивости имеет такой же вид, как и пьезоэлектрическая матрица, и действительно, для данного кристаллографического класса эти две матрицы гомологичны, за исключением множителей 2 в столбце вектора поля. Для пьезоэлектрической матрицы эти множители включены непосредственно в матрицу. Таким образом, мы можем отыскивать независимые элементы нелинейной матрицы, сравнивая ее с пьезоэлектрической матрицей и опуская множитель 2. Для класса  $3m$ , например, пьезоэлектрическая матрица дает [131]  $d_{11} = -d_{12} = -2d_{26}$ ; в нелинейной матрице это соответствует  $d_{11} = -d_{12} = -d_{26}$ .

Заметим, что численные значения элементов матриц для этих двух эффектов не совпадают.

Ненулевые элементы тензора  $d_{ij}$  для всех кристаллографических классов перечислены на фиг. 2.1 как для случаев, когда клейнмановские условия симметрии выполняются, так и для тех случаев, когда эти условия не выполняются.

### 2.11 Определение $d_{эфф}$

Выше было показано, что в общем случае число компонент тензора  $d_{ijk}$  сводится к 18 независимым компонентам, а в большинстве практических ситуаций число таких компонент еще меньше. Однако выражение для поляризации (2.17) по-прежнему содержит суммирование по ненулевым матричным элементам и направлениям поляризации взаимодействующих волн. Теперь мы можем провести дальнейшее упрощение записи, вводя

понятие эффективной нелинейности с помощью формулы:

$$\mathcal{P} = d_{эфф} \mathcal{E}(\omega_1) \mathcal{E}(\omega_2); \quad (2.27)$$

здесь все операции суммирования уже выполнены для какого-то конкретного взаимодействия<sup>1)</sup>.

Удобство такой записи заключается в том, что она сводит задачу к одному измерению. Все дальнейшие выводы делаются на основе введенного таким образом понятия эффективной нелинейности  $d_{эфф}$ , которое дает простое и универсальное выражение для генерируемой мощности. Для каждого конкретного взаимодействия соответствующее выражение для  $d_{эфф}$  подставляется в (2.27), при этом восстанавливается полная трехмерная картина взаимодействия. Таблица выражений  $d_{эфф}$  для всевозможных взаимодействий приведена в гл. 3.

### 2.12. Пример

Для иллюстрации некоторых положений, приведенных выше, рассмотрим конкретный случай взаимодействия двух волн в нелинейной среде.

Пусть две линейно поляризованные волны с амплитудами  $\mathcal{E}'$  и  $\mathcal{E}''$  распространяются в кристалле кварца под углом  $\theta$  к оптической оси. Предположим также, что плоскость, проходящая через оптическую ось кристалла и падающий луч, образует угол  $\phi$  с осью  $x$  и что  $\mathcal{E}'$  лежит в этой плоскости ( $e$ -луч), а  $\mathcal{E}''$  перпендикулярна этой плоскости ( $o$ -луч). Мы хотим узнать, какая нелинейная поляризация на суммарной частоте будет возникать в результате взаимодействия этих двух полей.

Из фиг. 2.1 или из известной структуры пьезоэлектрической матрицы получим, что матрица нелинейной восприимчивости для кварца (класс 32) имеет вид

$$\begin{vmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{14} & d_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Выписывая три компоненты нелинейной поляризации с использованием несокращенной формы записи индексов, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 &= d_{111} \mathcal{E}'_1 \mathcal{E}'_1 + d_{122} \mathcal{E}'_2 \mathcal{E}'_2 + d_{123} \mathcal{E}'_2 \mathcal{E}'_3 + d_{132} \mathcal{E}'_3 \mathcal{E}'_2, \\ \mathcal{P}_2 &= d_{213} \mathcal{E}'_1 \mathcal{E}'_3 + d_{231} \mathcal{E}'_3 \mathcal{E}'_1 + d_{212} \mathcal{E}'_1 \mathcal{E}'_2 + d_{221} \mathcal{E}'_2 \mathcal{E}'_1, \\ \mathcal{P}_3 &= 0, \end{aligned} \quad (2.28)$$

<sup>1)</sup> Поскольку  $\mathcal{P}$  есть поляризация только для одной частотной компоненты, а не полная нелинейная поляризация, множитель 2 здесь не появляется [в отличие от выражений (2.33) и (2.2)].

где

$$\begin{aligned}d_{111} &= -d_{122}, \\d_{123} &= -d_{213}, \\d_{212} &= d_{221} = -d_{111}.\end{aligned}$$

Различные компоненты полей имеют вид

$$\begin{aligned}\mathcal{E}'_1 &= \mathcal{E}' \cos \theta \cos \varphi, \\ \mathcal{E}'_2 &= \mathcal{E}' \cos \theta \sin \varphi, \\ \mathcal{E}'_3 &= -\mathcal{E}' \sin \theta, \\ \mathcal{E}''_1 &= -\mathcal{E}'' \sin \varphi, \\ \mathcal{E}''_2 &= \mathcal{E}'' \cos \varphi, \\ \mathcal{E}''_3 &= 0.\end{aligned}\tag{2.29}$$

Подставляя (2.29) в выражения (2.28), получаем

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_1 &= \mathcal{E}'\mathcal{E}'' (-d_{11} \cos \theta \sin 2\varphi - d_{14} \sin \theta \cos \varphi), \\ \mathcal{P}_2 &= \mathcal{E}'\mathcal{E}'' (-d_{11} \cos \theta \cos 2\varphi - d_{14} \sin \theta \sin \varphi), \\ \mathcal{P}_3 &= 0.\end{aligned}$$

Заметим, что, поскольку  $\mathcal{E}''_3 = 0$ , два члена, содержащие  $\sin \varphi$ , имеют множитель  $d_{14}$ , а не  $2d_{14}$ , как это следовало бы из сокращенной матрицы. Последнее еще раз подчеркивает результат, записанный в (2.25) и (2.26).

Поскольку

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_\perp &= \mathcal{P}_1 \sin \varphi - \mathcal{P}_2 \cos \varphi, \\ \mathcal{P}_\parallel &= (\mathcal{P}_1 \cos \varphi + \mathcal{P}_2 \sin \varphi) \cos \theta + \mathcal{P}_3 \sin \theta,\end{aligned}$$

где  $\mathcal{P}_\parallel$  есть нелинейная поляризация, параллельная  $\mathcal{E}'$ , мы получаем

$$\mathcal{P}_\parallel = \mathcal{E}'\mathcal{E}'' (d_{11} \cos \theta \sin 3\varphi - d_{14} \sin \varphi \cos \theta), \tag{2.30}$$

$$\mathcal{P}_\perp = \mathcal{E}'\mathcal{E}'' (d_{11} \cos \theta \cos 3\varphi). \tag{2.31}$$

Правильность этих двух выражений может быть установлена прямой проверкой. Ось  $z$  в кварце является осью симметрии третьего порядка. Это приводит к появлению аргумента  $3\varphi$ , который показывает, например, что поляризация  $\mathcal{P}_\perp$  одинакова для углов  $\varphi = 0, 120, 240^\circ$  и т. д.

Выражения (2.30) и (2.31) наглядно показывают сложный вид нелинейности в реальном случае взаимодействия. Используя понятие эффективной нелинейности, можно записывать выражения (2.30 и (2.31) в виде  $\mathcal{P} = d_{\text{эфф}} \mathcal{E} \mathcal{E}$ , а затем, для окончательных вычислений, подставлять точное значение величины

$d_{\text{эфф}}$ . В рассмотренном случае величина  $d_{\text{эфф}}$  будет различной для разных направлений поляризации  $\mathcal{P}_\perp$  и  $\mathcal{P}_\parallel$ .

Выражения (2.30) и (2.31) можно также получить с помощью поворота координатных осей сначала на угол  $\varphi$  вокруг оси  $z$ , а затем на угол  $\theta$  вокруг новой оси  $y$ . Тогда оба поля будут направлены вдоль новых осей  $x$  и  $z$ , и, следовательно, составляющие нелинейной поляризации могут быть получены путем простого перемножения тензора, записанного в новых осях, и полей  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_3$ . Поскольку нас интересуют только составляющие  $\mathcal{P}_1$  и  $\mathcal{P}_3$  в новой системе координат, то необходимо рассчитать всего шесть компонент тензора:  $d_{11}$ ,  $d_{13}$ ,  $d_{15}$ ,  $d_{31}$ ,  $d_{33}$  и  $d_{35}$ . Однако даже в таком простом случае этот метод значительно более трудоемок, чем предложенный выше.

Впредь, если это не будет специально оговорено, мы будем использовать символ  $d$  для обозначения эффективной нелинейности.

### 2.13. Уравнения для амплитуд связанных волн

Теперь, рассмотрев всевозможные упрощения, мы готовы к выводу выражений для электромагнитного излучения, генерируемого нелинейной поляризацией. Ясно, что в любом случае возрастание или убывание амплитуды волны одной частоты зависит от амплитуд двух других волн. Поэтому в случае трех взаимодействующих волн мы должны найти три уравнения, связывающие амплитуды взаимодействующих волн, каждое из которых дает скорость роста или убывания поля одной частоты в зависимости от величин полей на двух других частотах. Кроме того, в каждом из этих уравнений должен быть некий член, учитывающий разность фаз между волной поляризации и электромагнитной волной.

Метод, предложенный ниже, во многом аналогичен рассмотрению, проведенному в гл. 1 для случая линейной среды. Введем член, учитывающий нелинейную поляризацию, в уравнения Максвелла следующим образом:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \tag{2.32}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mu \mathbf{H}), \tag{2.33}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}.$$

Здесь линейная поляризация включена в  $\epsilon$ , а  $\mathbf{P}$  описывает только нелинейную поляризацию.

Предположим опять, как и в гл. 1, что среда является непроводящей и немагнитной. Тогда, взяв ротор от обеих частей

уравнения (2.33), получим

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\epsilon}{c^2} \mathbf{E} \right) - \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (2.34)$$

Ограничимся рассмотрением одномерной задачи, т. е. положим  $\partial/\partial y = \partial/\partial x = 0$ ; считаем, что все волны распространяются в направлении  $z$ . Определим три распространяющиеся взаимодействующие волны следующим образом:

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= E_1(z) e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)}, \\ E_2(z, t) &= E_2(z) e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)}, \\ E_3(z, t) &= E_3(z) e^{-i(\omega_3 t - k_3 z)}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

где индексы 1, 2 и 3 относятся к частотам. Кроме того, конечно, имеются три аналогичных выражения для отрицательных частот.

Это определение очень похоже на введенное в гл. 1; отличие заключается в том, что в линейной среде комплексная амплитуда волны постоянна, в то время как здесь комплексная амплитуда изменяется из-за взаимодействия с волнами других частот. В отличие от фазы, определяемой постоянной распространения  $k$ , волна имеет фазу  $\phi$ , зависящую от  $z$ , т. е.

$$E_1(z) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_1(z) e^{i\phi_1(z)}.$$

Из выражения (2.18) мы получаем

$$\begin{aligned} P_1(z, t) &= 4 dE_2^*(z) E_3(z) e^{-i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]}, \\ P_2(z, t) &= 4 dE_3(z) E_1^*(z) e^{-i[(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z]}, \\ P_3(z, t) &= 4 dE_1(z) E_2(z) e^{-i[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z]}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

где, как и раньше,  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ .

Из (2.36) можно получить

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} = -(\omega_3 - \omega_2)^2 4 dE_2^*(z) E_3(z) e^{-i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]} \quad (2.37)$$

и аналогичные выражения для  $\partial^2 P_2/\partial t^2$  и  $\partial^2 P_3/\partial t^2$ .

Предполагая, что комплексная амплитуда поля медленно меняется с расстоянием  $z$ , т. е.  $kdE/dz \gg d^2E/dz^2$ , мы получаем

$$\frac{\partial^2 E_1(z, t)}{\partial z^2} = - \left[ k_1^2 E_1(z) - 2ik_1 \frac{dE_1(z)}{dz} \right] e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)}. \quad (2.38)$$

Учитывая, что  $\epsilon\omega^2/c^2 = k^2$ , и предполагая, что уравнение (2.34) удовлетворяется для каждой частотной компоненты от-

дельно, получаем из (2.34), (2.37) и (2.38)

$$\begin{aligned} \frac{dE_1(z)}{dz} &= -i \frac{8\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} dE_2^*(z) E_3(z) e^{i(k_3 - k_2 - k_1)z}, \\ \frac{dE_2(z)}{dz} &= -i \frac{8\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} dE_1^*(z) E_3(z) e^{i(k_3 - k_2 - k_1)z}, \\ \frac{dE_3(z)}{dz} &= -i \frac{8\pi\omega_3^2}{k_3 c^2} dE_1(z) E_2(z) e^{i(k_1 + k_2 - k_3)z}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Это и есть искомые уравнения для амплитуд трех взаимодействующих волн<sup>1)</sup>. Мы видим, что каждое уравнение описывает изменение с расстоянием амплитуды поля на одной частоте в зависимости от амплитуд на двух других частотах и от разности фаз между волной поляризации и электромагнитной волной. Введем обозначение:

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1. \quad (2.40)$$

Как мы видим, все три амплитуды связаны друг с другом. В результате общее решение системы (2.39) нельзя выразить в элементарных функциях. Однако если мы предположим, что мощность генерируемой волны настолько мала, что амплитуды двух падающих волн можно считать постоянными по всей длине нелинейной среды<sup>2)</sup>, то тогда три уравнения сводятся к одному, которое можно легко проинтегрировать.

Рассмотрим, например, взаимодействие  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ . Если предположить, что  $E_1$  и  $E_2$  постоянны, то можно записать

$$E_3 = -\frac{8\pi i \omega_3^2}{k_3 c^2} dE_1 E_2 \int_0^L e^{i\Delta k z} dz, \quad (2.41)$$

что после интегрирования дает

$$E_3 = -\frac{8\pi\omega_3^2}{k_3 c^2 \Delta k} dE_1 E_2 (e^{i\Delta k L} - 1),$$

где  $L$  — длина кристалла. Поскольку  $\omega_3 = 2\pi c/\lambda_3$  и  $k_3 = 2\pi n/\lambda_3$ , то можно также написать

$$E_3 = -\frac{16\pi^2}{n_3 \lambda_3 \Delta k} dE_1 E_2 (e^{i\Delta k L} - 1). \quad (2.42)$$

Мощность пучка, проходящего через единичную площадку в среде с показателем преломления  $n$ , равна

$$S = \frac{cn}{8\pi} \mathcal{E}^2 = \frac{cn}{2\pi} EE^*. \quad (2.43)$$

<sup>1)</sup> Систему (2.39) часто называют также системой укороченных уравнений (поскольку из них исключены члены со вторыми производными) для амплитуд связанных волн. — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> Такое приближение принято называть приближением заданного поля. Этот термин используется далее в тексте перевода. — *Прим. ред.*

Умножая выражение (2.42) на комплексно сопряженное и подставляя результат в (2.43), получаем плотность мощности (интенсивность) на выходе из кристалла:

$$S_3 = \frac{512\pi^5 L^2 d^2 S_1 S_2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 c} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 \quad (2.44)$$

или, если  $W$  есть полная мощность и  $A$  — площадь сечения пучка, то

$$W_3 = \frac{512\pi^5 L^2 d^2 W_1 W_2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 c A} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2. \quad (2.45)$$

В обоих выражениях (2.43) и (2.44) мы обозначили  $x = \Delta k L / 2$ .

Напомним еще раз размерность величин, входящих в эти выражения. Поскольку мы пользуемся здесь системой СГСЭ, то полная мощность дается в эрг/сек,  $d$  — в единицах СГСЭ и все длины в сантиметрах.

Часто бывает удобно задавать мощности взаимодействующих волн в ваттах, поэтому мы приведем здесь соответствующее выражение со смешанными размерностями:

$$P_3 = \frac{52,2 d^2 L^2 P_1 P_2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2, \quad (2.46)$$

где  $L$  и  $\lambda$  в сантиметрах,  $d$  — в ед. СГСЭ, но  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  — в Вт/см<sup>2</sup>.

Из выражения (2.44) следуют некоторые свойства, характерные для процесса смешения частот в распределенных системах:

1. При  $\Delta k \neq 0$  выходная мощность изменяется как  $(\sin x/x)^2$ . Это положение детально рассмотрено в следующей главе.
2. При  $\Delta k = 0$  выходная мощность пропорциональна квадрату отношения длины кристалла к длине волны выходного излучения.
3. Выходная мощность пропорциональна произведению мощностей падающих волн.

Утверждение 2, разумеется, справедливо лишь в приближении заданного поля, которое здесь использовалось.

Поскольку интенсивность выходного сигнала в экспериментах по смешению частот часто бывает мала по сравнению с интенсивностями волн на входе, иногда довольно трудно установить, действительно ли наблюдаемый сигнал является результатом смешения или это просто рассеянное входное излучение. Способ проверки указан в п. 3: следует измерить изменение энергии полученного сигнала в зависимости от энергий входных волн. Например, если энергии обеих входных волн уменьшить в 2 раза, наблюдаемый выходной сигнал должен уменьшиться в 4 раза.

Еще один способ проверки дает нам наличие множителя  $d$  в (2.44), который определяет интенсивность и направление поляризации выходной волны в зависимости от поляризации и направления распространения входных волн. Это обстоятельство детально рассмотрено в гл. 3.

## 2.14. Соотношения Мэнли — Роу

Дальнейший анализ системы (2.39) показывает, что второе уравнение системы может быть получено из первого путем взаимной перестановки полей  $E_1$  и  $E_2$ , в то время как третье уравнение не может быть получено с помощью подобной перестановки.

Значение этого утверждения становится ясным, если рассмотреть поток энергии в процессе взаимодействия волн. Полагая  $\Delta k = 0$ , из уравнений (2.39) получаем

$$\frac{n_1 c}{\omega_1} E_1^* \frac{dE_1}{dz} = -8\pi i d E_1^* E_2^* E_3, \quad (2.47)$$

$$\frac{n_2 c}{\omega_2} E_2^* \frac{dE_2}{dz} = -8\pi i d E_2^* E_1^* E_3, \quad (2.48)$$

$$\frac{n_3 c}{\omega_3} E_3^* \frac{dE_3}{dz} = -8\pi i d E_3^* E_2 E_1, \quad (2.49)$$

и, поскольку правые части уравнений (2.47) и (2.48) равны комплексно сопряженной правой части уравнения (2.49), получим

$$\frac{n_1 c}{\omega_1} \frac{d}{dz} (E_1 E_1^*) = \frac{n_2 c}{\omega_2} \frac{d}{dz} (E_2 E_2^*) = -\frac{n_3 c}{\omega_3} \frac{d}{dz} (E_3 E_3^*). \quad (2.50)$$

Теперь, используя выражение (2.43), найдем, что

$$\frac{\text{изменение мощности на } \omega_1}{\omega_1} = \frac{\text{изменение мощности на } \omega_2}{\omega_2} = -\frac{\text{изменение мощности на } \omega_3}{\omega_3}.$$

Из этого соотношения, впервые сформулированного Мэнли и Роу [106], вытекают весьма важные следствия. Отметим, что мы получили это соотношение, не имея в виду какое-либо конкретное взаимодействие, следовательно, оно справедливо как для процесса генерации суммарной частоты, так и для генерации разностной частоты. В случае генерации суммарной частоты (например, при сложении частот излучения двух лазеров:  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ) соотношение Мэнли — Роу утверждает, что мощности обеих входных волн будут уменьшаться, вследствие чего будет усиливаться волна суммарной частоты  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . Однако для случая ге-



нерации разностной частоты  $\omega_3 - \omega_2 = \omega_1$  из того же соотношения следует, что мощность входной волны на частоте  $\omega_3$  переходит не только к генерируемой волне  $\omega_1$ , но также и к входной волне  $\omega_2$ . Другими словами, если генерируется разностная частота  $\omega_1$  двух входных частот  $\omega_3$  и  $\omega_2$ , то усиливается не только волна  $\omega_1$ , но и волна  $\omega_2$ .

Поскольку величина  $[EE^*/\omega]$  есть мера плотности фотонов, то можно также говорить, что фотон с частотой  $\omega_3$  расщепляется на два фотона с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  или, в случае генерации суммарной частоты, что два фотона с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  сливаются в один фотон с частотой  $\omega_3$ .

Поскольку излучение с частотой  $\omega_2$  в процессе генерации разностной частоты усиливается, открывается возможность получения разностной частоты двух сигналов: сильного (накачка) с частотой  $\omega_3$  и очень слабого с частотой  $\omega_2$ . Если слабый сигнал частоты  $\omega_2$  проходит через нелинейный кристалл несколько раз, то на каждом проходе мощность его будет все более и более возрастать; одновременно будет нарастать и сигнал на частоте  $\omega_1$ . Однако слабый сигнал  $\omega_2$  совсем не обязательно должен подаваться на кристалл извне; соответствующая спектральная компонента может возникнуть за счет собственных шумов среды. Большое число проходов такого сигнала по кристаллу можно обеспечить, поместив его в резонатор, образованный двумя зеркалами, отражающими на частоте  $\omega_2$ . Если при этом величина усиления за один проход излучения по резонатору превышает потери за один проход, такая система самовозбуждается. Речь идет фактически о принципе действия так называемого *параметрического генератора света*, детально описанного в гл. 7.

## 2.15. Генерация второй гармоники

Частным случаем процесса смешения частот является вырожденное взаимодействие, когда частоты обеих падающих волн равны. В этом случае частота выходной волны в два раза больше частоты входной волны, и такое взаимодействие называется генерацией второй гармоники. Чтобы получить уравнения, связывающие амплитуды взаимодействующих волн в этом частном случае, нельзя просто положить  $\omega_1 = \omega_2$  в уравнениях (2.39), поскольку тогда мы получим поляризацию на частоте  $2\omega$  в два раза большую, чем это есть на самом деле. Так получается потому, что суммарная частота возникает из двух членов  $\omega_1 + \omega_2$  и  $\omega_2 + \omega_1$ , в то время как вторая гармоника возникает лишь за счет члена с частотой  $\omega_1 + \omega_1$ , взятого один раз. Возвращаясь к выражению для нелинейной поляризации (2.17) и повторяя процедуру, использованную при анализе генерации суммарной

частоты, получаем следующие выражения:

$$\frac{dE_1(z)}{dz} = -i \frac{8\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} dE_1^*(z) E_2(z) e^{-i\Delta k z},$$

$$\frac{dE_2(z)}{dz} = -i \frac{16\pi\omega_1^2}{k_2 c^2} dE_1^2(z) e^{i\Delta k z}, \quad (2.51)$$

где  $\omega_2 = 2\omega_1$  и  $\Delta k = 2k_1 - k_2$ .

Для плотности мощности второй гармоники в приближении заданного поля основного излучения получим выражение

$$S(2\omega) = \frac{512\pi^5 d^2 L^2 S^2(\omega)}{n(2\omega) n^2(\omega) \lambda^2 c} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2, \quad (2.52)$$

где  $\lambda$  — длина волны основного излучения и  $x = \Delta k L / 2$ . Частота основной волны равна  $\omega$ .

Система уравнений (2.51) может быть решена и без использования приближения заданного поля. Выписывая действительные и мнимые части обоих уравнений, получаем

$$\frac{d\mathcal{E}_1}{dz} = -\frac{4\pi\omega^2 d}{c^2 k_1} \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \sin \theta, \quad (2.53)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_2}{dz} = \frac{8\pi\omega^2 d}{c^2 k_2} \mathcal{E}_1^2 \sin \theta, \quad (2.54)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \Delta k - \frac{8\pi\omega^2 d}{c^2} \left[ \frac{\mathcal{E}_2}{k_1} - \frac{\mathcal{E}_1^2}{\mathcal{E}_2 k_2} \right] \cos \theta, \quad (2.55)$$

где  $\theta = \Delta k z + 2\varphi_1(z) - \varphi_2(z)$  и  $\Delta k = 2k_1 - k_2$ . Из уравнений (2.51), используя метод, предложенный в разд. 2.14, мы можем получить соотношение Мэнли — Роу, из которого следует соотношение

$$\frac{k_1 c^2}{8\pi\omega_1^2} \mathcal{E}_1^2(z) + \frac{k_2 c^2}{16\pi\omega_1^2} \mathcal{E}_2^2(z) = \frac{k_1 c^2}{8\pi\omega_1^2} \cdot \mathcal{E}_1^2(0). \quad (2.56)$$

Подстановка (2.53) и (2.54) в уравнение (2.55) дает

$$\frac{d\theta}{dz} = \Delta k + \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) \frac{d}{dz} [\ln(\mathcal{E}_1^2 \mathcal{E}_2)]. \quad (2.57)$$

Решение этих уравнений впервые было получено Бломбергом и соавт. [4]; читатель, интересующийся общим решением, может обратиться к оригинальной работе. Наибольший интерес представляет случай, когда фазы взаимодействующих волн согласованы и мощность второй гармоники на входе в нелинейную среду равна нулю. В этом случае решение существенно упрощается; его мы и приводим здесь. Итак, мы полагаем  $\Delta k = 0$

и  $\mathcal{E}_2(0) = 0$ . Введем обозначения:

$$u = \frac{\mathcal{E}_1(z)}{\mathcal{E}_1(0)}, \quad (2.58)$$

$$v = \frac{\mathcal{E}_2(z)}{\mathcal{E}_1(0)}, \quad (2.59)$$

$$\xi = \frac{4\pi\omega^2 d}{c^2 k_1} \mathcal{E}_1(0) z. \quad (2.60)$$

Поскольку  $k_2 = 2k_1$ , то из (2.56) получим <sup>1)</sup>

$$u^2 + v^2 = 1. \quad (2.61)$$

Подставляя (2.58) и (2.59) в уравнения (2.53) и (2.54) и используя (2.60), получаем

$$\frac{du}{d\xi} = -uv \sin \theta, \quad (2.62)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = u^2 \sin \theta. \quad (2.63)$$

Кроме того, уравнение (2.57) дает

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{d}{d\xi} \ln(u^2 v). \quad (2.64)$$

Интегрируя уравнение (2.63), получаем

$$-\ln(\cos \theta) = \ln(u^2 v) + C, \quad (2.65)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования. Записав (2.65) в виде  $\Gamma = u^2 v \cos \theta$  с учетом начального условия  $v(0) = 0$ , получим  $\Gamma = 0$ . Тогда уравнение (2.63) с учетом (2.61) преобразуется к виду

$$\frac{dv}{d\xi} = \pm(1 - v^2),$$

что после интегрирования дает

$$v = \text{th}(\xi + \xi_0) \quad (2.66)$$

и

$$u = \text{sch}(\xi + \xi_0). \quad (2.67)$$

Поскольку  $v(0) = 0$ , получаем  $\xi_0 = 0$ . Используя (2.58), (2.59) и (2.60), перепишем (2.66) и (2.67) в старых обозначениях:

$$\mathcal{E}_2(L) = \mathcal{E}_1(0) \text{th}(L/l_{\text{нл}}), \quad (2.68)$$

$$\mathcal{E}_1(L) = \mathcal{E}_1(0) \text{sch}(L/l_{\text{нл}}), \quad (2.69)$$

где

$$l_{\text{нл}} = \left[ \frac{4\pi\omega^2 d}{k_1 c^2} \mathcal{E}_1(0) \right]^{-1}. \quad (2.70)$$

<sup>1)</sup> Выражение (2.61) представляет собой закон сохранения энергии при генерации второй гармоники:  $\mathcal{E}_1^2(z) + \mathcal{E}_2^2(z) = \mathcal{E}_1^2(0)$ . — Прим. перев.

## 2.16. Угловое распределение выходного излучения при генерации разностных частот

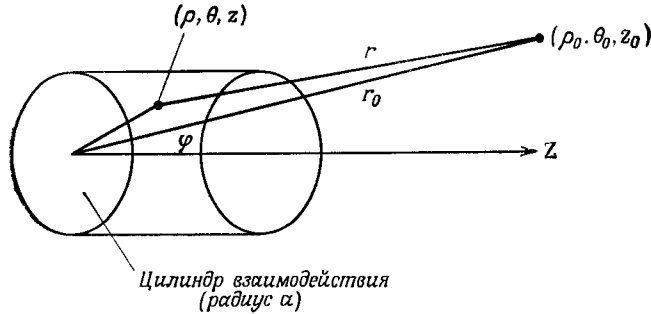
Выше было показано, что нелинейная поляризация является источником излучения с частотой, отличающейся от частот падающих волн. До сих пор мы не интересовались, однако, угловой структурой этого излучения. В гл. 1 для случая линейной среды мы установили, что колеблющиеся диполи в лоренцевской модели образуют сфазированную антенную решетку. В этой главе мы добавили к модели Лоренца нелинейный член и установили, что это приводит к генерации новых частотных компонент, которые являются высшими гармониками и комбинационными частотами входных волн. Таким образом, теперь мы имеем антенную решетку, которая по-прежнему хорошо сфазирована для входных частот, но, кроме того, излучает и другие частоты, для которых обычно отсутствует согласование фаз. Это фазовое рассогласование и приводит к появлению члена  $\Delta k$  в выражении (2.41).

В следующей главе мы обсудим способы получения условий согласования фаз  $\Delta k = 0$ <sup>1)</sup>, хотя бы для одной из этих «нелинейных» частотных компонент. Однако, поскольку волна, генерируемая такой сфазированной решеткой, имеет частоту, существенно отличающуюся от частот падающих волн (и, следовательно, длину волны, отличную от длин волн падающего излучения), представляет интерес вопрос об угловом спектре такого излучения. Когда частота выходной волны одного порядка с частотами падающих волн, как это бывает при генерации второй гармоники, различие в длинах взаимодействующих волн не очень существенно. Однако в случае генерации разностной частоты, когда длина волны выходного излучения может существенно превышать длины падающих волн, вопрос этот далеко не тривиален. В этом случае пучки входного излучения могут быть сфокусированы в пятно, размеры которого меньше длины волны выходного излучения. Тогда можно ожидать, что угол, внутри которого будет излучаться разностная частота, будет гораздо больше угла сходимости падающих пучков.

Чтобы получить выражение для угловой расходимости излучения разностной частоты, рассмотрим синхронное взаимодействие двух волн с частотами  $\omega_2$  и  $\omega_3$ , в результате которого генерируется волна на частоте  $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ . Предположим для про-

<sup>1)</sup> Условие  $\Delta k = 0$  называют также условием фазового синхронизма. Соответствующие  $\Delta k = 0$  волновые взаимодействия называют синхронными, а взаимодействия, для которых  $\Delta k \neq 0$ , — несинхронными. Эта терминология использована в тексте перевода. — Прим. ред.

стоты, что взаимодействие происходит в цилиндре радиусом  $a$  и длиной  $L$  и что внутри этого цилиндра обе волны  $\omega_2$  и  $\omega_3$  — плоские, фазовые фронты их параллельны друг другу, а интенсивности постоянны во всем объеме. Очевидно, что в этом случае волна поляризации на частоте  $\omega_1$  также будет плоской волной с интенсивностью, постоянной во всем объеме взаимодействия. Вычислим теперь угловую зависимость интенсивности излучения на частоте  $\omega_1$  способом, аналогичным используемому при расчете диаграммы направленности сфазированной антенной решетки.



Фиг. 2.2. Система координат для расчета угловой расходимости.

Введем цилиндрическую систему координат с осью  $z$ , перпендикулярной волновым фронтам; начало координат поместим в центре входного торца цилиндра взаимодействия (фиг. 2.2).

Определим поле в произвольной точке пространства как сумму полей, создаваемых в этой точке каждой отдельной точкой цилиндра взаимодействия. Для нахождения такой суммы нам необходимо знать амплитуду и фазу поля, создаваемого любой точкой цилиндра. Если мы положим равной нулю фазу волны при  $z=0$ , то фаза волны, излучаемой точкой  $[\rho, \theta, z]$ , будет  $e^{-ik_1 z}$ , а в произвольной точке пространства  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$  фаза этой волны будет  $e^{-ik_1(z+r)}$ , где  $r$  — расстояние между точками  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$  и  $[\rho, \theta, z]$ . Чтобы определить поле в точке  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$ , создаваемое всем цилиндром взаимодействия, нужно вычислить интеграл

$$E = E_0 \int_V e^{-ik_1(z+r)} dV, \quad (2.71)$$

где  $V$  — объем цилиндра.

Пусть  $r_0$  есть расстояние от точки  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$  до начала координат. Тогда

$$r_0^2 = \rho_0^2 + z_0^2.$$

Кроме того, мы имеем соотношения

$$\begin{aligned} r &= r_0 + \Delta r, \\ z_0 &= r_0 \cos \varphi, \\ \theta_0 - \theta &= \theta'. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Применяя теорему косинусов к треугольнику, образованному точками  $[\rho, \theta, z]$ ,  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$  и началом координат, получаем

$$r^2 = r_0^2 + \rho^2 + z^2 - 2r_0(\rho \sin \varphi \cos \theta' + z \cos \varphi). \quad (2.73)$$

Объединяя выражения (2.72) и (2.73), получаем квадратное уравнение относительно  $\Delta r$ , корни которого равны

$$\Delta r = r_0 \pm r_0 \left( 1 + \frac{\rho^2}{r_0^2} + \frac{z^2}{r_0^2} - \frac{2z}{r_0} \right)^{1/2}. \quad (2.74)$$

Применяя формулу бинома Ньютона к выражению (2.74) и пренебрегая членами со степенями выше первой относительно  $1/r_0$ , получаем

$$\Delta r = -(\rho \sin \varphi \cos \theta' + z \cos \varphi) + \frac{[(\rho \sin \varphi \cos \theta' + z \cos \varphi)^2 + \rho^2 + z^2]}{2r_0}.$$

Если точка  $[\rho_0, \theta_0, z_0]$  находится достаточно далеко, то имеет место соотношение

$$\frac{k_1 [(\rho \sin \varphi \cos \theta' + z \cos \varphi)^2 + \rho^2 + z^2]}{2r_0} \ll 2\pi,$$

и мы можем выражение (2.71) записать в виде

$$E = E_0 e^{-ik_1 r_0} \int_V e^{-ik_1 [(1 - \cos \varphi)z - \rho \sin \varphi \cos \theta']} dV. \quad (2.75)$$

Интегрируя (2.75) и умножая результат на комплексно сопряженную ему величину, получаем

$$EE^* = E_0^2 V^2 \left[ \frac{2J_1(k_1 a \sin \varphi)}{k_1 a \sin \varphi} \right]^2 \left[ \frac{\sin \{k_1 L (1 - \cos \varphi)/2\}}{k_1 L (1 - \cos \varphi)/2} \right], \quad (2.76)$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка.

Множитель  $\{[2J_1(k_1 a \sin \varphi)]/k_1 a \sin \varphi\}^2$  в выражении (2.76) точно такой же, как член, описывающий дифракцию Фраунгофера на круглом отверстии радиусом  $a$  [82]. Второй множитель в квадратных скобках в правой части (2.76) аналогичен множителю  $(\sin x/x)^2$  в выражении (2.44), только здесь  $\Delta k$  заменено на  $k_1(1 - \cos \varphi)$ . Таким образом, мы видим, что угловое распределение выходного излучения определяется произведением члена, описывающего картину дифракции Фраунгофера на круглом отверстии с радиусом, равным радиусу цилиндра взаимо-

действия, на член, зависящий от рассогласования фаз в направлении  $\varphi$ .

Угловая расходимость излучения при генерации разностной частоты в далекой инфракрасной области спектра может существенно превышать угол сходимости входных пучков, и это свойство было использовано для пространственного разделения входного и выходного излучений [174].

## 2.17. Электрооптический коэффициент

Рассматривая электрооптический эффект как процесс смешения двух волн — одной с частотой  $\omega_1$ , а другой — с частотой, равной нулю, и генерации третьей волны с частотой  $\omega_1$ , как это делалось раньше, мы можем получить укороченные уравнения для амплитуд взаимодействующих волн и из них — соотношение между обычно используемым электрооптическим коэффициентом  $r_{ij}$  и нелинейной восприимчивостью  $d_{ij}$ . Если  $\mathcal{E}_1 e^{-i\omega t}$  — падающая световая волна,  $\mathcal{E}_2$  — приложенное постоянное электрическое поле и  $\mathcal{E}_3 e^{-i(\omega t - \varphi)}$  — генерируемая волна, то из последнего уравнения системы (2.39) мы получим

$$\frac{d\mathcal{E}_3}{dz} = -i \frac{2\pi\omega^2}{kc^2} d\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2,$$

откуда для кристалла длиной  $L$  получим соотношение

$$\mathcal{E}_3 e^{-i(\omega t - \varphi)} = -i \frac{2\pi\omega^2}{kc^2} L d\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 e^{-i\omega t}.$$

Поскольку  $-i = e^{-i\pi/2}$ , полученное выражение может быть записано в виде

$$\mathcal{E}_3 e^{-i(\omega t - \varphi)} = \frac{4\pi^2 L}{n\lambda} d\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 e^{-i[\omega t + (\pi/2)]}.$$

Другими словами, в результате взаимодействия генерируется слабая волна  $\mathcal{E}_3$ , сдвинутая по фазе на  $90^\circ$  относительно входящей волны. С другой стороны, используя обычный электрооптический коэффициент, мы получаем, что поле  $\mathcal{E}_2$ , приложенное к кристаллу, вызывает изменение его показателя преломления по закону

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = r\mathcal{E}_2,$$

откуда следует, что

$$\Delta n = \frac{-n^3 r \mathcal{E}_2}{2}.$$

В кристалле длиной  $L$  такое изменение показателя преломления приведет к сдвигу фазы волны на угол  $\Delta\varphi = -\pi n^3 r \mathcal{E}_2 L / 2$ ,

который должен быть равен соответствующему сдвигу фазы за счет воздействия на входящую волну  $\mathcal{E}_1$  слабой компоненты  $\mathcal{E}_3$ , сдвинутой по фазе относительно первой на  $90^\circ$ . Поскольку  $\mathcal{E}_3 \ll \mathcal{E}_1$ , этот фазовый сдвиг равен

$$\Delta\varphi = \arctg \frac{|\mathcal{E}_3|}{|\mathcal{E}_1|} \approx \frac{|\mathcal{E}_3|}{|\mathcal{E}_1|},$$

и, следовательно,

$$-\frac{\pi n^3 r \mathcal{E}_2 L}{\lambda} = \frac{4\pi^2 L d \mathcal{E}_2}{n\lambda},$$

откуда

$$r = -\frac{4\pi}{n^4} d.$$

Из соотношения (2.20) (соответствующим образом сокращая запись индексов) следует, что электрооптическая матрица может быть получена из матрицы нелинейной восприимчивости путем взаимной перестановки строк и столбцов. Таким образом, можно записать, что

$$r_{ij} = -\frac{4\pi}{n^4} d_{ji}. \quad (2.77)$$

## 2.18. Нелинейные взаимодействия при отражении

В гл. 1 мы установили, что прямолинейное распространение света в среде обусловлено когерентностью рассеяния в прямом направлении. Для любого другого направления интерференция волн, излучаемых различными диполями, приводит к их взаимному погашению. Однако диполи, находящиеся на границе среды, отличаются от лежащих внутри среды, и, следовательно, часть падающего излучения когерентно рассеивается в обратном направлении. Это хорошо известное френелевское отражение на границе среды. Аналогично, если поляризация среды содержит высшие гармоники и комбинационные частоты, то эти частоты также будут присутствовать в отраженном излучении. Однако углы, под которыми распространяются «отраженные» волны на комбинационных частотах, могут отличаться от углов падения исходных волн. Этот эффект был предсказан Бломбергом и Першаном [21] и экспериментально обнаружен Дюкуэнгом и Бломбергом [48].

## 2.19. Размерности

В этой книге везде, кроме специально оговоренных случаев, используется система единиц СГСЭ. Размерность нелинейного коэффициента в этой системе — см/ед. напр. СГСЭ; в системе

МКС его размерность — м/В. Переход от системы СГСЭ к системе МКС дается соотношением

$$d (\text{МКС}) = \frac{4\pi}{3 \cdot 10^4} d (\text{СГСЭ}).$$

В системе МКС нелинейная поляризация задается формулой

$$P = \varepsilon_0 dEE,$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума. Некоторые авторы включают  $\varepsilon_0$  в состав нелинейного коэффициента. Тогда переход от электростатических единиц к единицам системы МКС описывается соотношением

$$d (\text{МКС}) = 3,68 \cdot 10^{-15} d (\text{СГСЭ}).$$

## 3

### Согласование фаз

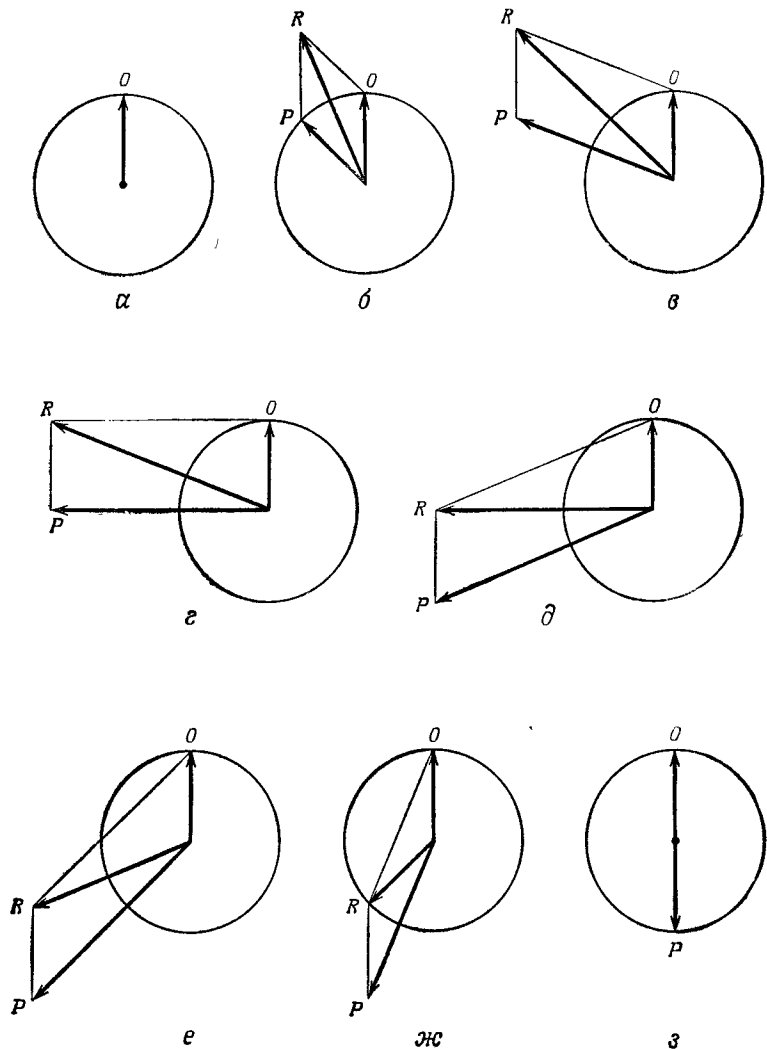
#### 3.1. Введение

Множитель  $(\sin x/x)^2$  в выражениях (2.44) — (2.46) определяет эффективность любого процесса смешения частот оптического излучения. Как указывалось выше, этот множитель есть мера рассогласования фаз между волной поляризации и генерируемой электромагнитной волной, а при нормальной дисперсии величина этого рассогласования обычно велика. Очевидно, что для получения значительной мощности в экспериментах по смешению частот необходимо каким-либо способом создать условия<sup>1)</sup>, при которых фазы этих двух волн были бы согласованы. В этой главе мы сначала более подробно рассмотрим вопрос о том, к чему приводит эффект рассогласования фаз, а затем обсудим несколько методов получения синхронных взаимодействий, т. е. взаимодействий, для которых фазы волн согласованы.

#### 3.2. Поток энергии при несинхронном взаимодействии

Для иллюстрации эффектов рассогласования фаз рассмотрим диаграммы на фиг. 3.1. Здесь изображено несколько дискретных осцилляторов; расстояние между соседними осцилляторами равно длине волны нелинейной поляризации. Пусть длина соответствующей электромагнитной волны равна  $\frac{8}{9}$  этого расстояния, или, что то же самое, для одного промежутка между осцилляторами  $\Delta k = \pi/4$ . На фигурах изображены фазы и амплитуды трех волн:  $O$  — волны, излучаемой данным осциллятором,  $P$  — результирующей волн, излученных предыдущими осцилляторами, и  $R$  — результирующей волн  $O$  и  $P$ . Пусть первый осциллятор излучает волну  $O$  (фиг. 3.1, а). Тогда, достигая второго осциллятора (фиг. 3.1, б), эта волна, обозначенная теперь буквой  $P$ , будет отставать по фазе на  $\pi/4$  от волны  $O$ , генерируемой вторым осциллятором;  $R$  — результирующая этих двух волн. При достижении третьего осциллятора эта волна  $R$ , обозначенная на фиг. 3.1, в буквой  $P$ , отстает по фазе на  $3\pi/8$  от волны  $O$ , излучаемой третьим осциллятором. Результирующая последних двух волн есть  $R$  (фиг. 3.1, в) и т. д. Когда величина  $\Delta kL$  принимает значение, равное  $\pi$  (т. е. после прохождения четырех промежутков), амплитуда волны  $P$  достигает максимума. После прохо-

<sup>1)</sup> Условия фазового синхронизма (см. прим. на стр. 69). — *Прим. ред.*



Фиг. 3.1. Иллюстрация эффектов рассогласования фаз между волной поляризации и генерируемой электромагнитной волной.

ждения четырех следующих промежутков волна, излучаемая девятым осциллятором, точно компенсирует волну, излученную первыми восемью осцилляторами, в результате чего суммарный сигнал равен нулю. Затем процесс начинается сначала. Таким образом, с увеличением толщины кристалла выходной сигнал периодически изменяется от максимума до нуля. Ко-

нечно, это следует также и из выражений (2.44)—(2.46), поскольку величина выходного сигнала, пропорциональная  $L^2 \sin^2(\Delta k L/2)/(\Delta k L/2)^2$ , меняется как  $\sin^2$  с изменением  $L$ . Длину кристалла, при которой сигнал достигает своего первого максимума (фиг. 3.1,  $\delta$ ), обычно называют когерентной длиной  $L_{\text{ког}}^1$ ). Ясно, что если в кристалле отсутствует согласование фаз, то максимальный сигнал, который можно в нем получить, будет равен сигналу, генерируемому на одной когерентной длине независимо от полной длины кристалла. Напротив, если  $\Delta k = 0$ , то величина выходного сигнала будет пропорциональна квадрату длины кристалла, во всяком случае в приближении заданного поля. Другими словами, если в кристалле имеет место согласование фаз, то величина выходного сигнала будет значительной; если же согласование фаз отсутствует, то можно получить лишь весьма слабый сигнал.

Возникает вопрос, что происходит с энергией в случае отсутствия согласования фаз в кристалле? Или, точнее, что происходит с частью энергии, которая расходуется на генерацию тех частотных компонент нелинейной поляризации, для которых в кристалле отсутствует согласование фаз? Этот вопрос важен, поскольку такие частотные компоненты всегда существуют. Если бы эта энергия терялась (например, вследствие поглощения), то любой нелинейный оптический процесс всегда сопровождался бы сильным затуханием.

Ответ на этот вопрос заключен в фазе сигнала. Пренебрегая тензорной природой  $\epsilon$ , найдем из уравнения (1.17) плотность потока энергии. Используя рукописные буквы для обозначения действительных величин, запишем

$$\nabla \cdot \mathcal{P} = \frac{1}{4\pi} \left[ \mathcal{E} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \mathcal{H} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \right] + \mathcal{E} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}. \quad (3.1)$$

Член в скобках в правой части уравнения (3.1) есть скорость возрастания энергии электромагнитной волны в вакууме; последний член — энергия, затраченная на изменение электрической поляризации. Энергия поляризации равна

$$W_v = \overline{\mathcal{E} \cdot \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}},$$

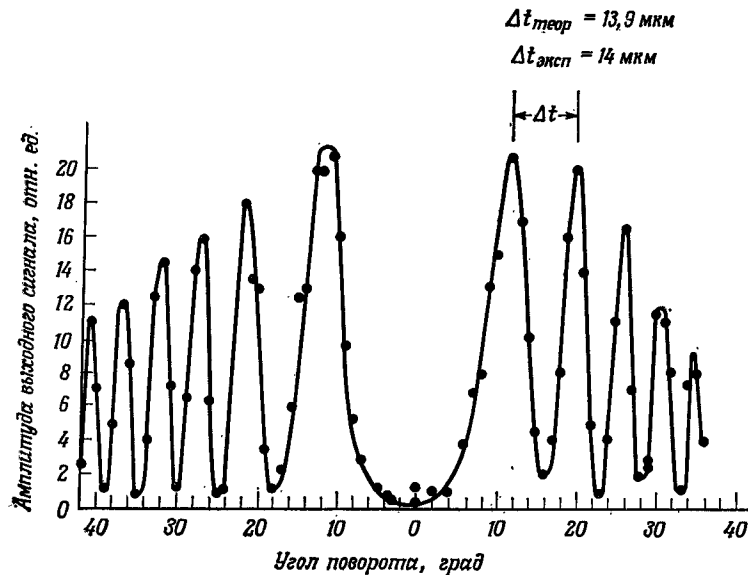
где черта сверху означает усреднение по периоду, большому по сравнению с  $2\pi/\omega$ . Таким образом, средняя поглощенная энергия равна

$$W_v = \frac{1}{2} \omega \mathcal{P} \mathcal{E} \sin \varphi, \quad (3.2)$$

<sup>1)</sup> См. сноску на стр. 109. — Прим. ред.

где  $\varphi$  — разность фаз между волной поляризации и электромагнитной волной.

Как было установлено в разд. 2.17, при  $\Delta k = 0$  генерируемый сигнал отстает по фазе от волны поляризации на  $90^\circ$ . Это означает, что  $W_p$  отрицательна (т. е. энергия переходит от волны поляризации к электромагнитной волне). Однако при  $\Delta k \neq 0$  такой  $90^\circ$ -ный фазовый сдвиг имеет место только при  $L = 0$ . При дальнейшем распространении сигнала его фаза изменяется на  $90^\circ$  на одной когерентной длине, в результате чего поток энергии



Фиг. 3.2. Изменение мощности второй гармоники при повороте кристалла. Аналогичные результаты получаются и при изменении температуры. (Из работы Мейкера и соавт. [105].)

меняет знак: вместо перехода энергии от волны поляризации к электромагнитной волне происходит обратный процесс передачи энергии от электромагнитной волны волне поляризации. Иначе говоря, энергия генерируемой волны возвращается исходным волнам.

Таким образом, мы установили, что при несинхронном взаимодействии происходит периодическая передача энергии от падающих волн к генерируемой волне и обратно. Так, например, при генерации второй гармоники входная волна частоты  $\omega_1$  при распространении вдоль кристалла на первой когерентной длине будет генерировать волну частоты  $2\omega_1$ , а на второй когерентной длине волна второй гармоники, взаимодействуя с основной волной, будет рождать волну разностной частоты  $2\omega_1 - \omega_1 = \omega_1$ .

Это означает, что если длина кристалла в точности равна двум когерентным длинам, то на выходе кристалла вторая гармоника отсутствует; мощность ее основной волны равна ее мощности на входе. Таким образом, в общем случае, если условия синхронизма выполнены только для одной комбинационной частоты, энергия основной волны переходит только к ней. Генерация несинхронных компонент не приводит к потерям энергии основной волны.

Зависимость величины сигнала второй гармоники от длины кристалла была впервые продемонстрирована Мейкером, Терхьюном и др. [105]. В этих экспериментах изменение эффективной толщины кристалла кварца осуществлялось путем его поворота. Результаты этой работы представлены на фиг. 3.2. Расстояние между последовательными максимумами кривой соответствует изменению толщины кристалла на 14 мкм. Удвоенная когерентная длина, рассчитанная по известным значениям показателя преломления образца, составляет 13,9 мкм.

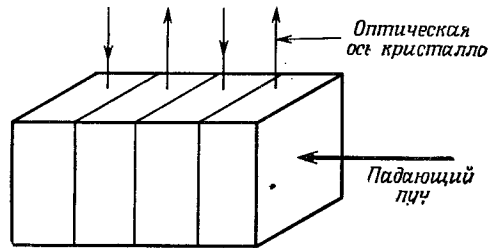
### 3.3. «Квасисинхронные» взаимодействия

Если бы можно было изменять на  $\pi/2$  разность фаз между волной нелинейной поляризации и электромагнитной волной всякий раз, когда длина кристалла возрастает на одну когерентную длину, мощность комбинационной волны все время нарастала бы с расстоянием. Такое взаимодействие можно назвать «квасисинхронным», поскольку согласование фаз происходит скачками, в дискретных сечениях среды. Величина мощности комбинационной волны, получаемая с одной когерентной длины при синхронном взаимодействии, в  $\pi^2/4$  раз больше мощности, получаемой с такой же длины при несинхронном взаимодействии, поскольку  $(\sin x/x)^2 = 4/\pi^2$  для  $x = \pi/2$ . Следовательно, мощность комбинационной волны при квазисинхронном взаимодействии будет меньше мощности, получаемой при синхронном ( $\Delta k = 0$ ) взаимодействии в кристалле такой же длины и с тем же  $d_{3\text{фф}}$ .

Один из методов получения квазисинхронизма был предложен Бломбергенем и сотр. [4]. Он заключался в изготовлении блока кристаллических пластинок толщиной в одну когерентную длину, повернутых одна относительно другой так, чтобы волна поляризации при переходе от одной пластинки к другой испытывала скачок фазы на  $180^\circ$  (фиг. 3.3). Экспериментальные трудности при реализации этого метода очевидны: если в качестве материала использовать, например, кварц, то все пластинки должны иметь толщину точно 7 мкм и должны быть поставлены на оптический контакт.

В более поздней работе Бломберген и Сиверс [23] предложили обойти эту трудность путем выращивания полупроводниковых эпитаксиальных слоев. Такой вид искусственного кристалла обладает интересными свойствами, которые отсутствуют у каждой отдельной его компоненты. Однако обсуждение этих свойств выходит за рамки данной книги.

Бломбергенем и сотр. предложен также другой метод периодической коррекции рассогласования фаз [4], который был экспериментально реализован Ашкиным и др. [7] и Бойдом и Петелом [26]. Сущность его заключается в использовании изменения фазы при полном внутреннем отражении. Как основная волна, так и волна второй гармоники испытывают последовательные отражения от верхней и нижней поверхностей кристаллической



Фиг. 3.3. Одна из схем для реализации квазисинхронного нелинейного взаимодействия.

Используется блок кристаллических пластинок, повернутых одна относительно другой.

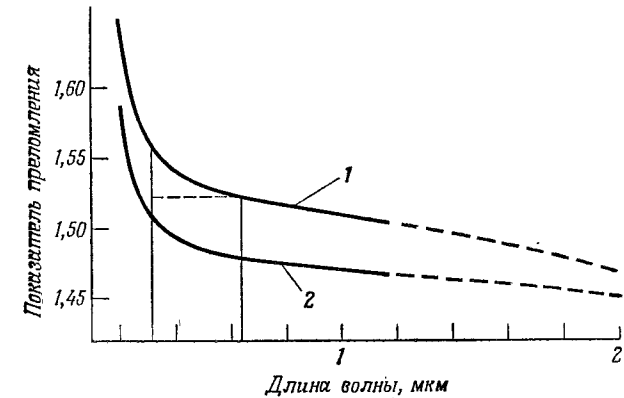
пластинки. Угол отражения выбирается таким, чтобы рассогласование фаз, накопленное за каждый проход между двумя отражающими поверхностями, в точности компенсировалось возникающей при отражении разностью фаз между основной волной и второй гармоникой. Недавно этот метод был применен для генерации второй гармоники излучения  $\text{CO}_2$ -лазера в тонком слое арсенида галлия, используемом в качестве оптического волновода [2].

Преимущество всех этих методов получения квазисинхронизма по сравнению с методами, описанными в разд. 3.4, состоит в том, что их можно применять к изотропным материалам.

### 3.4. Фазовый синхронизм в двулучепреломляющих кристаллах; угловая настройка синхронизма

Метод получения истинного синхронизма (т. е. создания условий, когда  $\Delta k = 0$ ) был впервые предложен Терхьюном и сотр. [105] и независимо Джордмейном [64] в 1962 г. Суть предложенного метода заключается в использовании двулучепреломления в одноосных кристаллах.

Поясним принцип этого метода на примере кристалла КДР. На фиг. 3.4 приведена зависимость показателей преломления кристалла КДР от длины волны. Кристалл отрицательный, одноосный, следовательно, показатель преломления для обыкновенной волны больше, чем для необыкновенной. Для получения коллинеарного синхронного взаимодействия при генерации второй гармоники необходимо, чтобы показатели преломления кристалла на частотах основной волны и второй гармоники были равны. Предположим, что в качестве источника используется гелий-неоновый лазер с длиной волны излучения  $6328 \text{ \AA}$ . Из



Фиг. 3.4. Дисперсионные кривые кристалла КДР, иллюстрирующие возможность получения условий фазового синхронизма.

Показатель преломления для обыкновенной волны (кривая 1) на длине волны  $6328 \text{ \AA}$  больше, чем для необыкновенной (кривая 2) на  $3164 \text{ \AA}$ , что позволяет синхронно генерировать вторую гармонику основной волны  $6328 \text{ \AA}$ .

фиг. 3.4 видно, что показатель преломления для обыкновенной волны на длине волны  $6328 \text{ \AA}$  больше, чем для необыкновенной на  $3164 \text{ \AA}$ . Однако, как показано в разд. 1.4, показатель преломления для необыкновенной волны можно изменять, меняя угол между волновой нормалью и оптической осью. Поэтому существует такой угол  $\theta$  между волновой нормалью падающего луча и оптической осью кристалла, для которого показатель преломления основной волны, поляризованной как  $o$ -луч, будет точно равен показателю преломления волны второй гармоники, поляризованной как  $e$ -луч.

Очевидно, что такое условие может быть выполнено для любой длины волны  $\lambda$ , для которой показатель преломления обыкновенной волны больше, чем необыкновенной для  $\lambda/2$ . Соответствующий угол  $\theta$  можно рассчитать из соотношения (1.26); для точного расчета угла необходимо использовать значения показателей преломления кристалла относительно вакуума.

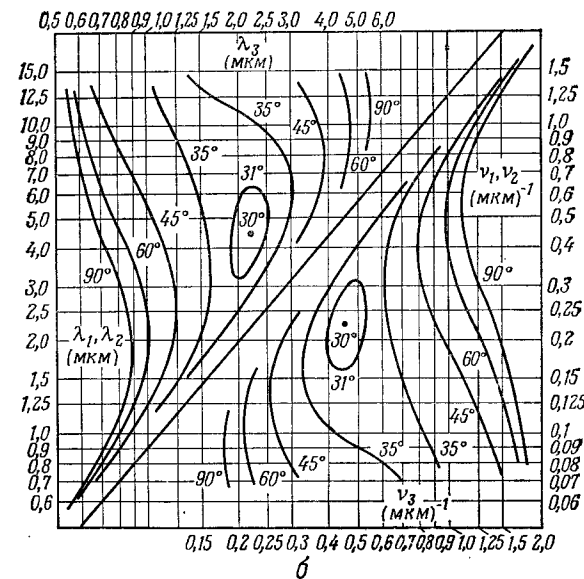
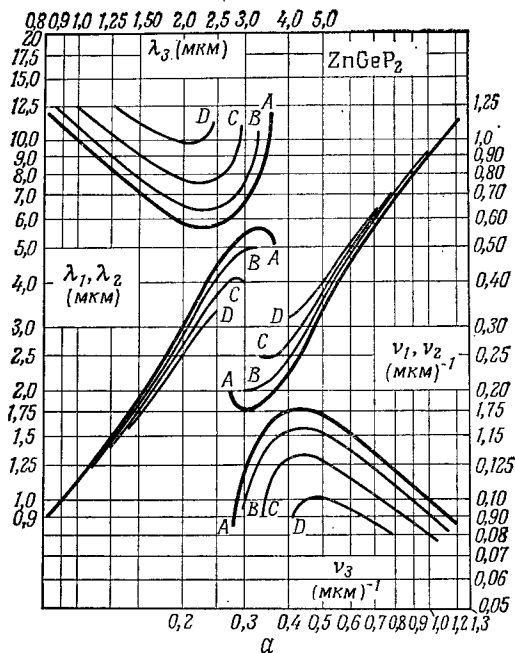


В рассмотренном примере основная волна являлась обыкновенным лучом, а вторая гармоника — необыкновенным. Для положительных одноосных кристаллов ситуация прямо противоположная: условия синхронизма выполняются для необыкновенной основной волны и обыкновенной волны второй гармоники. Условие фазового синхронизма можно выполнить и в том случае, когда основное излучение является суперпозицией обыкновенной и необыкновенной волн. Синхронными оказываются взаимодействия из двух — обыкновенной и необыкновенной основных волн с обыкновенной волной второй гармоники в положительном кристалле и необыкновенной — в отрицательном. Если обе основные волны имеют одинаковую поляризацию, то принято говорить, что имеет место синхронизм I типа, если же их поляризации взаимно перпендикулярны, то имеет место синхронизм II типа. Очевидно, что метод получения синхронного взаимодействия, рассмотренный на примере генерации второй гармоники, полностью применим и в том случае, когда частоты двух основных волн не равны.

Графики фиг. 3.4 весьма наглядно демонстрируют принцип осуществления фазового синхронизма в двулучепреломляющих кристаллах, однако они не дают информации о величинах углов, при которых осуществляются те или иные синхронные взаимодействия. Такую информацию можно получить из диаграммы, построенной в прямоугольной системе координат, по оси  $x$  которой отложена выходная частота  $\nu_3$ , а по оси  $y$  — входные частоты  $\nu_1$  и  $\nu_2$ . Каждая выходная частота может быть получена путем многих различных комбинаций входных частот, так как мы можем записать, что  $\nu_3 = [1/2\nu_3 - \Delta\nu] + [1/2\nu_3 + \Delta\nu]$ . Однако для заданного угла синхронизма возможна лишь одна комбинация частот, которая дает два значения  $y$  для каждого значения  $x$ . Если соединить все точки, соответствующие данному углу синхронизма, то в общем случае получится две кривых; если при этом возможна синхронная генерация второй гармоники, то две кривые вырождаются в одну. На фиг. 3.5 представлены типичные примеры для обоих случаев, причем на одной половине каждой диаграммы кривые построены для частот, а на другой — для длин волн.

### 3.5. Выражения $d_{\text{эфф}}$ для кристаллов с различной симметрией

До сих пор мы молчаливо предполагали, что основные волны с заданными поляризациями рожают волну второй гармоники с нужной для получения синхронного взаимодействия поляризацией. Будет ли иметь место такой процесс в действительности, зависит от конкретных свойств симметрии используемого кристалла, и, как мы увидим в дальнейшем, для некоторых кристал-



Фиг. 3.5. Типичные кривые синхронизма.

$a$  — для кристалла ( $\text{ZnGeP}_2$ ), в котором невозможна синхронная генерация второй гармоники (из работы [30]);  $b$  — для кристалла ( $\text{AgGaS}_2$ ), в котором синхронная генерация второй гармоники возможна (из работы [32]).

лов это невозможно. Посмотрим теперь, для каких кристаллографических классов, не обладающих центром симметрии, можно описанным выше способом получить синхронные взаимодействия.

В самом общем случае мы имеем соотношение

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3. \quad (3.3)$$

Кроме того, положив в (2.40)  $\Delta k = 0$ , получим

$$k_1 + k_2 = k_3. \quad (3.4)$$

Если решать уравнение (2.37), удерживая все пространственные компоненты, то можно получить более общее соотношение:

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3. \quad (3.5)$$

Эти соотношения, как нетрудно заметить, означают, что для эффективного преобразования необходимо выполнение законов сохранения энергии (3.3) и импульса (3.5).

Поскольку нас в первую очередь интересует случай, когда все три пучка коллинеарны, будем пользоваться соотношением (3.4). Перепишем его следующим образом:

$$n_1\omega_1 + n_2\omega_2 = n_3\omega_3.$$

Пусть взаимодействующие волны распространяются под углом  $\theta$  к оси  $z$  в плоскости, составляющей угол  $\varphi$  с осью  $x$ . Тогда проекции напряженности поля обыкновенной волны на координатные оси можно определить, умножая амплитуду волны на соответствующие направляющие косинусы:

$$E_j^o = |\mathbf{E}^o| \begin{vmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \\ 0 \end{vmatrix} = |\mathbf{E}^o| \cdot a_j.$$

Аналогично для необыкновенной волны получим

$$E_j^e = |\mathbf{E}^e| \begin{vmatrix} -\cos \varphi \cos \theta \\ -\sin \varphi \cos \theta \\ \sin \theta \end{vmatrix} = |\mathbf{E}^e| \cdot b_j.$$

Если теперь в соответствии с выражением (2.22) образовать из этих компонент вектор  $\mathbf{F}$  и затем подставить его в выражение (2.23), то мы найдем компоненты  $P_i$  вектора поляризации  $\mathbf{P}$ . Зная компоненты вектора поляризации, можно в свою очередь вычислить эффективные поляризации, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам, распространяющимся в направлении  $(\varphi, \theta)$ :

$$P_{\text{эфф}}^o = a_i P_i,$$

$$P_{\text{эфф}}^e = b_i P_i.$$

Таким образом, для синхронизма типа I в отрицательном одноосном кристалле, используя несокращенную форму записи, мы получаем

$$|\mathbf{P}^e| = (2 - \delta_{jk}) b_i d_{ijk} a_j a_k |\mathbf{E}^o|^2. \quad (3.6)$$

Аналогично для остальных случаев

$$|\mathbf{P}^o| = (2 - \delta_{jk}) a_i d_{ijk} b_j b_k |\mathbf{E}^e|^2 \text{ (тип I, положительный кристалл),} \quad (3.7)$$

$$|\mathbf{P}^e| = (2 - \delta_{jk}) b_i d_{ijk} a_j b_k |\mathbf{E}^o| |\mathbf{E}^e| \text{ (тип II, отрицательный кристалл),} \quad (3.8)$$

$$|\mathbf{P}^o| = (2 - \delta_{jk}) a_i d_{ijk} a_j b_k |\mathbf{E}^o| |\mathbf{E}^e| \text{ (тип II, положительный кристалл).} \quad (3.9)$$

Теперь мы можем получить коэффициенты  $d_{\text{эфф}}$  для всех четырех случаев, описываемых соотношениями (3.6)–(3.9) для любого из 13 одноосных нецентросимметричных кристаллов разных классов симметрии. Результаты расчета приведены в табл. 3.1а, б. Для каждого класса мы приводим четыре выражения: два для взаимодействия между двумя  $e$ -лучами и одним  $o$ -лучом и два для взаимодействия между двумя  $o$ -лучами и одним  $e$ -лучом.

Таблица 3.1а

Выражения для  $d_{\text{эфф}}$  для 13 одноосных кристаллов разных классов симметрии в случае, когда условия Клеймана не выполняются: взаимодействие двух  $e$ -лучей и одного  $o$ -луча

Кристаллографический класс	Тип I ( $ee-o$ )	Тип II ( $eo-e$ )
6 и 4	$-d_{14} \sin 2\theta$	$d_{14} \sin \theta \cos \theta$
622 и 422	$-d_{14} \sin 2\theta$	$d_{14} \sin \theta \cos \theta$
6mm и 4mm	0	0
$\bar{6}m2$	$d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\varphi$
3m	$d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\varphi$
$\bar{6}$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$
3	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi) - d_{14} \sin 2\theta$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi) + d_{14} \sin \theta \cos \theta$
$\frac{32}{4}$	$d_{11} \cos^2 \theta \sin 3\varphi - d_{14} \sin 2\theta$	$d_{11} \cos^2 \theta \sin 3\varphi + d_{14} \sin \theta \cos \theta$
	$d_{14} \sin 2\theta \cos 2\varphi -$	$(d_{14} + d_{36}) \sin \theta \cos \theta \cos 2\varphi -$
	$-d_{15} \sin 2\theta \sin 2\varphi$	$-(d_{15} + d_{31}) \sin \theta \cos \theta \sin 2\varphi$
$\bar{4}2m$	$d_{14} \sin 2\theta \cos 2\varphi$	$(d_{14} + d_{36}) \sin \theta \cos \theta \cos 2\varphi$

Табл. 3.1 дает нам наиболее полную систему формул, описывающих синхронные взаимодействия в двулучепреломляющих кристаллах. Различаются взаимодействия четырех типов: а) два  $o$ -луча образуют  $e$ -луч, б) два  $e$ -луча образуют  $o$ -луч, в) один  $e$ -луч и один  $o$ -луч образуют  $e$ -луч и г) один  $e$ -луч и один  $o$ -луч

Таблица 3.16

Взаимодействие двух *o*-лучей и одного *e*-луча

Кристаллографический класс	Тип I (oo-e)	Тип II (oe-o)
6 и 4	$d_{31} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$
622 и 422	0	0
$\bar{6}m\bar{m}$ и $4mm$	$d_{31} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$
$\bar{6}m2$	$-d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$	$-d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$
$3m$	$d_{31} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$	$d_{15} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$
$\bar{6}$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$
3	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{31} \sin \theta$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{15} \sin \theta$
$32$	$d_{11} \cos \theta \cos 3\varphi$	$d_{11} \cos \theta \cos 3\varphi$
$\bar{4}$	$-\sin \theta (d_{31} \cos 2\varphi - d_{36} \sin 2\varphi)$	$-\sin \theta (d_{15} \cos 2\varphi + d_{14} \sin 2\varphi)$
$42m$	$-d_{36} \sin \theta \sin 2\varphi$	$-d_{14} \sin \theta \sin 2\varphi$

образуют *o*-луч<sup>1)</sup>. Указанные четыре типа взаимодействия имеют определенные различия лишь в тех случаях, когда область взаимодействующих частот содержит полосу поглощения.

С другой стороны, когда область взаимодействующих частот не содержит полос поглощения, выполняются условия симметрии Клейнмана и поэтому становится безразлично, какая из трех волн является выходной волной. Это означает, что если учесть условия Клейнмана, то мы получим одно выражение для взаимодействия между двумя *o*-лучами и одним *e*-лучом и одно — для взаимодействия между двумя *e*-лучами и одним *o*-лучом. Выражения для  $d_{эфф}$  в случаях, когда справедливы условия Клейнмана, приведены в табл. 3.2.

Имеет смысл тщательно изучить табл. 3.1 и 3.2, поскольку из них следует ряд интересных положений. Прежде всего из этих таблиц, а также из фиг. 2.1 видно, что для некоторых классов кристаллов выражения  $d_{эфф}$  могут быть получены из известных  $d_{эфф}$  для других классов. Так, например, объединяя класс  $\bar{6}$  с классом 6, получим класс 3; класс  $\bar{6}m2$  плюс класс  $\bar{6}m\bar{m}$  дает класс  $3m$ .

Другое интересное следствие заключается в том, что для некоторых классов весьма важен угол между волновой нормалью и осями *x* и *y*, в то время как для других классов этот угол вообще не входит в выражения  $d_{эфф}$ . Заметим, что для некоторых кристаллографических классов только часть выражения  $d_{эфф}$  зависит от угла  $\varphi$ . В классе  $3m$ , например, для взаимодействия

<sup>1)</sup> Указанные взаимодействия обозначаются соответственно как *oo-e*, *ee-o*, *eo-e* и *oe-o*. — Прим. перев.

Таблица 3.2

Выражения для  $d_{эфф}$  в случае, когда выполняются условия Клейнмана

Кристаллографический класс	Два <i>e</i> -луча и один <i>o</i> -луч	Два <i>o</i> -луча и один <i>e</i> -луч
6 и 4	0	$d_{15} \sin \theta$
622 и 422	0	0
$\bar{6}m\bar{m}$ и $4mm$	0	$d_{15} \sin \theta$
$\bar{6}m2$	$d_{22} \cos^2 \theta \cos \varphi$	$-d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$
$3m$	$d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\varphi$	$d_{15} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi$
$\bar{6}$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$
3	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$d_{15} \sin \theta + \cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$
$32$	$d_{11} \cos^2 \theta \sin 3\varphi$	$d_{11} \cos \theta \cos 3\varphi$
$\bar{4}$	$\sin 2\theta (d_{14} \cos 2\varphi - d_{15} \sin 2\varphi)$	$-\sin \theta (d_{14} \sin 2\varphi + d_{15} \cos 2\varphi)$
$42m$	$d_{14} (\sin 2\theta \cos 2\varphi)$	$-d_{14} \sin \theta \sin 2\varphi$

двух *o*-лучей и одного *e*-луча член, содержащий  $d_{22}$ , исчезает, если  $\sin 3\varphi = 0$ .

Иначе говоря, если в этом случае возможно синхронное взаимодействие в плоскости *x* — *z* ( $\varphi = 0$ ), то оно определяется лишь коэффициентом  $d_{15}$ . Это свойство можно использовать для определения знака коэффициентов  $d_{15}$  и  $d_{22}$ . Например, при генерации второй гармоники в кристалле ниобата лития, вырезанном так, что  $\sin 3\varphi < 0$ , мощность выходного излучения меньше, чем при таком же взаимодействии в аналогичном кристалле, но вырезанном так, что  $\sin 3\varphi = 0$ . Из этого результата можно сделать вывод, что коэффициенты  $d_{11}$  и  $d_{22}$  в ниобате лития имеют противоположные знаки [17]. Аналогичным способом с помощью генерации разностной частоты в далекой инфракрасной области спектра было показано, что для кристалла кварца (класс 32) коэффициент  $d_{14}$  не равен нулю [174], как и должно быть, поскольку для таких взаимодействий условие Клейнмана не выполняется.

Отметим, что выражения  $d_{эфф}$ , приведенные в табл. 3.1 и 3.2, охватывают лишь синхронные взаимодействия в одноосных кристаллах. Соответствующие выражения для взаимодействий в двуосных кристаллах и в изотропных кристаллах можно получить, используя ту же методику.

## 3.6. Ограничения при синхронных взаимодействиях в двулучепреломляющих кристаллах

В гл. 1 было показано, что для необыкновенной волны направление луча и направление волновой нормали параллельны только при  $\theta = 0^\circ$  или  $\theta = 90^\circ$ . Поэтому при синхронном взаимодействии

модействии под углом  $\theta$ , имеющим промежуточное между 0 и  $90^\circ$  значение, необыкновенный световой пучок будет не полностью перекрываться с обыкновенными на всей длине взаимодействия, а различие в направлениях волнового и лучевого векторов для необыкновенной волны приводит к сносу энергии необыкновенного пучка относительно энергии обыкновенного. Для синхронных взаимодействий типа I этот эффект, хотя и имеет место, не очень существен, поскольку приводит лишь к тому, что генерируемый пучок не перекрывается на всей длине взаимодействия с волной поляризации. В результате интегрирование в выражении (2.44) будет более сложным. Точный вид интеграла зависит от конкретной ситуации. В общем случае можно сказать, что зависимость мощности выходного излучения от длины взаимодействия будет не квадратичной, а более слабой. Для синхронных взаимодействий типа II указанный эффект гораздо более важен, поскольку здесь уже два основных пучка не перекрываются по всей длине взаимодействия и, следовательно, на некотором расстоянии от входной грани кристалла волна поляризации полностью исчезает, и процесс смещения частот прекращается.

Другое ограничение, которое имеет место при  $\theta \neq 90^\circ$ , обусловлено расходимостью сфокусированного пучка. Поясним это на примере генерации второй гармоники. Для синхронизма типа I в отрицательном кристалле из (2.40) следует, что

$$\Delta k = \frac{2\omega_1}{c} [n_2^e(\theta) - n_1^o]. \quad (3.10)$$

Пусть  $\Delta k = 0$  при  $\theta = \theta_m$ , тогда для малых отклонений  $\Delta\theta$  от этого угла можно, используя (1.26), получить

$$\Delta k = -\frac{\omega_1}{c} (n_1^o)^3 [(n_2^e)^{-2} - (n_2^o)^{-2}] \sin 2\theta_m \cdot \Delta\theta \quad (3.11)$$

Аналогично для синхронизма типа I в положительном кристалле получим

$$\Delta k = -\frac{\omega_1}{c} (n_2^o)^3 [(n_1^e)^{-2} - (n_1^o)^{-2}] \sin 2\theta_m \cdot \Delta\theta. \quad (3.12)$$

Легко показать, что для синхронизма типа II величина  $\Delta k$  будет вдвое меньше. Для кристаллов с малым двулучепреломлением и слабой дисперсией эти выражения приводятся к виду

$$\Delta k \approx \beta \frac{2\omega}{c} (n^o - n^e) \sin 2\theta_m \cdot \Delta\theta,$$

где  $\beta$  имеет тот же знак, что и двулучепреломление кристалла, и равно I для синхронизма типа I и  $1/2$  для синхронизма типа II. Таким образом, мы видим, что  $\Delta k$  линейно зависит от  $\Delta\theta$ . Последнее накладывает ограничения на расходимость пучков, ис-

пользуемых в синхронных взаимодействиях, если угол  $\theta_m$  лежит между 0 и  $90^\circ$ . Это связано с тем, что энергия выходного излучения пропорциональна плотности энергии основной волны, и поэтому для получения максимальной плотности энергии луч фокусируется в кристалл. Однако линейная зависимость  $\Delta k$  от  $\Delta\theta$  приводит к тому, что при заданной сходимости пучка условие согласования фаз выполняется только на некоторой ограниченной длине кристалла<sup>1)</sup> (см. также гл. 5).

### 3.7. Температурное согласование фазовых скоростей в двулучепреломляющих кристаллах

Недостатки, упомянутые в предыдущем параграфе, можно свести к минимуму, если сделать угол синхронизма  $\theta_m$  равным  $90^\circ$ . В этом случае снос необыкновенного луча относительно обыкновенного отсутствует. Поскольку для значений  $\theta_m$ , близких к  $90^\circ$ , имеет место соотношение

$$(\sin 2\theta_m) \Delta\theta = 2(\Delta\theta)^2,$$

из (3.11) — (3.12) получим:

Для положительных кристаллов

$$\Delta k = \frac{2\omega_1}{c} (n_2^o)^3 [(n_1^e)^{-2} - (n_1^o)^{-2}] (\Delta\theta)^2.$$

Для отрицательных кристаллов

$$\Delta k = \frac{2\omega_1}{c} (n_1^o)^3 [(n_2^o)^{-2} - (n_2^e)^{-2}] (\Delta\theta)^2.$$

Для взаимодействий типа II величина  $\Delta k$  будет опять же вдвое меньше. Таким образом, мы видим, что при  $\theta_m = 90^\circ$  допустимый угол расходимости пучка существенно больше. Кроме того, как указано выше, при таком угле отсутствуют эффекты сноса энергии необыкновенного луча вследствие двулучепреломления.

<sup>1)</sup> Таким образом, в отличие от плоских монохроматических волн, для которых при выполнении условий фазового синхронизма мощность комбинационной частоты всегда растет как  $L^2$ , для сходящихся или расходящихся пучков конечной апертуры при  $\theta < 90^\circ$  картина оказывается более сложной. Эффекты, кратко обсужденные в этом разделе, принято называть диафрагменными и угловыми апертурными эффектами. Причина их фактически одна и та же — для пучков конечной апертуры максимальное нелинейное взаимодействие имеет место лишь тогда, когда согласованы не только фазовые, но и групповые скорости. В двулучепреломляющем же кристалле при  $\theta < 90^\circ$  групповые скорости *расогласованы* — потоки энергии обыкновенной и необыкновенной волн не совпадают по направлению.

По этому вопросу имеется обширная литература (см., например, С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, А. С. Чиркин, Изв. вузов, «Радиофизика», 10, 1639 (1967) и литературу, цитированную в этой статье) — Прим. ред.

По этим причинам 90°-ный синхронизм часто называют некритичным. Такой синхронизм в некоторых кристаллах можно получить путем изменения температуры кристалла. Обычно необыкновенный показатель преломления гораздо сильнее зависит от температуры, чем обыкновенный. Поэтому, меняя температуру кристалла, можно так изменить его двулучепреломление, что синхронизм будет иметь место при  $\theta = 90^\circ$ .

При генерации разностной частоты в случаях, когда она лежит в низкочастотном крыле инфракрасной полосы поглощения, можно, подбирая температуру, осуществить синхронное взаимодействие даже в кристалле, не обладающем двулучепреломлением. Изменение температуры в этом случае приводит к сдвигу полосы поглощения и, следовательно, к изменению показателей преломления для обеих входных волн; при этом показатель преломления на разностной частоте меняется относительно слабо. Такое взаимодействие было осуществлено в InSb с использованием входных частот  $1040 \text{ см}^{-1}$  и  $940 \text{ см}^{-1}$ ; при этом генерировалась частота  $100 \text{ см}^{-1}$ . Синхронизм наблюдался при температуре  $-40^\circ \text{C}$  [175].

Величину температуры 90°-ного синхронизма можно варьировать, изменяя состав кристалла. Этот эффект был обнаружен в кристалле ниобата лития, поскольку оказалось, что различные образцы имеют разную температуру синхронизма для одного и того же взаимодействия. Для генерации разностной частоты эффект перестройки с помощью изменения химического состава был описан Нгуен Ван Траном с соавт. [158].

### 3.8. Согласование фаз в двуосных кристаллах

Согласование фаз в одноосных кристаллах (см. разд. 3.4) зависит только от угла  $\theta$  между волновой нормалью и осью  $z$ .

Если угол  $\phi$  между плоскостью взаимодействия и осью  $x$  изменяется, величина угла  $\theta$  остается постоянной, поскольку волновая поверхность для обыкновенной волны есть сфера, а для необыкновенной — эллипсоид вращения. Пересечение двух этих поверхностей является окружностью с центром на оптической оси, которую можно рассматривать как основание конуса с углом  $2\theta$  при вершине. Кроме того, оптическая ось совпадает с осью  $z$ . Все это относится к синхронизму типа I. Для синхронизма типа II точно так же получим круговой конус с основанием, образованным пересечением эллипсоида вращения, соответствующего необыкновенной волне, с эллипсоидом вращения, соответствующего сумме  $1/2(n_o + n_e)$ . В этом случае опять угол  $\theta$  не зависит от угла  $\phi$ .

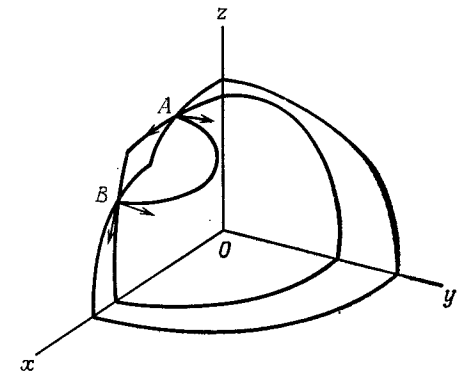
Для двуосных кристаллов волновые поверхности представляют собой не просто сферу и эллипсоид, а образуют более сложную, двухслойную поверхность. У таких кристаллов имеются две оптические оси, ни одна из которых не совпадает с осью  $z$ . Однако и в этом случае направления синхронизма образуют конус вокруг оптических осей, но этот конус совсем не обязательно имеет круговое сечение. Понять это можно следующим образом. Представим себе два конуса с круговыми сечениями, центры которых лежат на оптических осях, а углы при вершинах больше угла между оптическими осями. Тогда эти конусы содержат внутри себя ось  $z$  и вместе образуют один конус, имеющий некруговое сечение. Точная форма этих конусов зависит от соотношения между показателями преломления. Все возможные случаи детально изучены Хобденом [78].

В качестве примера мы рассмотрим лишь случай, когда показатели преломления кристалла удовлетворяют неравенствам:

$$n_x(\omega_2) > n_x(\omega_1) > n_y(\omega_2) > > n_y(\omega_1) > n_z(\omega_2) > n_z(\omega_1),$$

причем остановимся лишь на синхронном взаимодействии типа I. Для нахождения направления синхронизма начертим две поверхности, изображенные на фиг. 3.6. Посмотрим, как меняется поляризация основной волны и второй гармоники при перемещении вдоль линии пересечения поверхностей. В точке A основная волна поляризована параллельно плоскости  $x-z$ , а вторая гармоника — перпендикулярно этой плоскости. Однако в точке B основная волна поляризована уже перпендикулярно плоскости  $x-z$ , а вторая гармоника — параллельно этой плоскости. Обращаясь к фиг. 1.8, заметим, что две рассмотренные поляризации испытывают поворот при перемещении вдоль линии пересечения поверхностей. Отсюда ясно, что в двуосных кристаллах угол  $\theta$  не будет независимым от угла  $\phi$ .

Чтобы найти математическое выражение, описывающее направление синхронизма в этом случае, вернемся к уравнению (1.24) и запишем его для обеих частот. Тогда совместное решение этих двух уравнений описывает геометрическое место на-

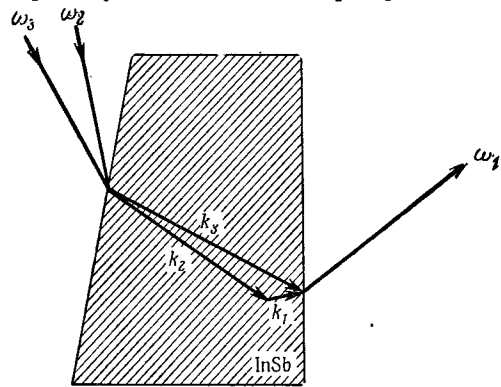


Фиг. 3.6. Иллюстрация согласования фаз в двуосных кристаллах.

правлений синхронизма. Получить решение такой системы в виде формулы практически невозможно, поэтому такую задачу имеет смысл решать численно с помощью ЭВМ.

### 3.9. Другие методы согласования фаз

Согласование фаз с использованием двулучепреломления кристаллов является наиболее широко распространенным методом. Однако существует и множество других методов, использующих, например, оптически активные среды [14, 139] или фарадеевское вращение [135]. В более поздних работах для компенсации рассогласования фаз использовались оптические волноводы [156] и акустические волны [128].



Фиг. 3.7. Синхронное взаимодействие неколлинеарных пучков.

В тех случаях, когда  $k_1 + k_2 > k_3$ , синхронное взаимодействие можно получить, используя неколлинеарные пучки [157, 176]. Если при этом разница между частотами взаимодействующих волн велика, то углы между лучами внутри кристалла могут быть достаточно большими. Если же, кроме того, кристалл имеет высокий показатель преломления, то углы падения лучей на выходную грань кристалла могут превышать угол полного внутреннего отражения. Типичный пример такого взаимодействия приведен на фиг. 3.7, где падающие волны имеют частоты 1080 и 945  $\text{см}^{-1}$ . Для того чтобы генерируемая волна могла выходить наружу, необходимо придать образцу форму призмы.

### 3.10. Конкурирующие взаимодействия

Как уже отмечалось выше, обычно условия согласования фаз удается выполнить лишь для одной из компонент нелинейной поляризации; в этом случае потери за счет генерации других

частотных компонент отсутствуют. Однако в некоторых случаях оказывается возможным выполнение условий синхронизма одновременно для нескольких взаимодействий. Тогда происходит эффективная генерация сразу нескольких частот, и следовательно, в генерации нужной частоты участвует лишь часть падающей энергии. Ярборо и Амман в работе [169] показали, что при определенной температуре и ориентации кристалла ниобата лития в нем одновременно могут осуществляться следующие взаимодействия: параметрическая генерация, генерация второй гармоники и генерация разностной частоты, если в качестве накачки используется излучение с длиной волны 1,06  $\text{мкм}$ . При этом в параметрическом процессе генерируются холостая волна с частотой 0,405  $\text{мкм}^{-1}$  и сигнальная — с частотой 0,535  $\text{мкм}^{-1}$  (частота накачки 0,94  $\text{мкм}^{-1}$ , длина волны 1,065  $\text{мкм}$ ). Одновременно синхронно генерируется вторая гармоника сигнальной волны с частотой 1,07  $\text{мкм}^{-1}$ , и эта гармоника, взаимодействуя с холостой волной, дает разностную частоту 0,665  $\text{мкм}^{-1}$ . Последнее взаимодействие также синхронное. Если бы описанное взаимодействие использовалось, например, для генерации частоты 0,535  $\text{мкм}^{-1}$ , то эффекты генерации второй гармоники и разностной частоты следовало бы рассматривать как потери. С другой стороны, следует отметить, что при генерации второй гармоники происходит преобразование энергии накачки в излучение с более короткой, чем у накачки, длиной волны (см. также гл. 7).

Из фиг. 3.5, б можно видеть, что одновременное согласование фаз для параметрической генерации и для удвоения частоты может иметь место также и в других параметрических генераторах. Например, кривая синхронизма для угла  $35^\circ$  показывает, что одновременно могут иметь место два синхронных взаимодействия: удвоение частоты 0,31  $\text{мкм}^{-1}$  и сложение частот 0,31  $\text{мкм}^{-1}$  и 0,1  $\text{мкм}^{-1}$ . Иначе говоря, если излучение с частотой 0,41  $\text{мкм}^{-1}$  используется для накачки параметрического генератора, излучающего холостую волну 0,1  $\text{мкм}^{-1}$  и сигнальную 0,31  $\text{мкм}^{-1}$ , то одновременно имеет место синхронная генерация второй гармоники сигнальной волны на частоте 0,62  $\text{мкм}^{-1}$ .

Другим побочным эффектом, ограничивающим эффективность удвоения частоты, может являться генерация свободных носителей излучением второй гармоники, что приводит к поглощению излучения накачки. Этот эффект наблюдался в теллуре [57].

## 4

## Нелинейные материалы

## 4.1. Историческое введение

Историю нелинейных материалов можно считать краткой или долгой в зависимости от того, что понимать под началом этой истории. Первые работы по исследованию линейного электрооптического эффекта были выполнены еще до начала двадцатого столетия. Однако если иметь в виду историю материалов, используемых для генерации второй оптической гармоники (ГВГ) и для других процессов смешения частот оптического излучения, то первое сообщение о таких материалах появилось лишь в 1961 г., когда впервые была наблюдена ГВГ [54]. Поэтому, чтобы понять, откуда возникли различные требования, предъявляемые к нелинейным материалам, полезно обратиться к истории работ по нелинейной оптике.

Из простых теоретических представлений ясно, что кристалл, используемый для ГВГ, должен быть нецентросимметричным и обладать теми же свойствами симметрии, что и пьезоэлектрические кристаллы. Очевидным является и требование прозрачности кристалла для всех взаимодействующих частот. Легкодоступным материалом, позволяющим получать монокристаллы больших размеров и хорошего оптического качества и, кроме того, удовлетворяющим всем перечисленным выше требованиям в видимой и ближней инфракрасной области спектра, является кварц. Поэтому Франкен с сотр. использовали кварц в своих первых экспериментах по наблюдению ГВГ [54]. В качестве источника основного излучения ими использовался рубиновый лазер; выделение второй гармоники осуществлялось с помощью фильтров и спектрографа. Полученный сигнал был весьма слабым, но он открыл новую эру в оптике. Сегодня нам ясно, почему сигнал был таким слабым: мало того, что нелинейность кварца весьма мала, гораздо более важно то, что в опыте Франкена и сотр. не были выполнены условия фазового синхронизма.

Вторым важным достижением явилось открытие метода согласования фаз, сделанное одновременно Мейкером с соавт. [105] и Джордфосфата аммония (ADP) и было зарегистрировано гигантское увеличение эффективности ГВГ по сравнению с работой Франкена.

Вскоре с помощью этого метода согласования фаз были достигнуты эффективности ГВГ, составляющие для импульсных лазеров 10—50%, и получены вторые гармоники от маломощного гелий-неонового лазера (6328 Å и 1,15 мкм) непрерывного действия. Таким образом, к двум сформулированным выше требованиям, определяющим полезность нелинейного оптического материала, добавилось еще одно, а именно наличие у кристалла двулучепреломления, причем достаточно сильного, так чтобы можно было выполнить условия фазового синхронизма. Взглянув на таблицы в приложении II, можно заметить, что некоторые материалы с высокими нелинейными коэффициентами (например, арсенид галлия) не обладают двулучепреломлением, что сильно ограничивает их применение в нелинейной оптике. Поэтому, как мы увидим дальше, многие из огромного количества работ, посвященных исследованию нелинейных материалов, были направлены на создание двулучепреломляющих материалов с нелинейностями, типичными для арсенида галлия.

Условие, требующее наличия у кристалла достаточно большого двулучепреломления, исключает из рассмотрения кварц, величина двулучепреломления в котором недостаточна для получения синхронных взаимодействий. Тем не менее кварц благодаря его доступности и хорошим оптическим свойствам широко используется для относительных измерений в тех случаях, когда нет необходимости в получении синхронных взаимодействий.

Другим очевидным требованием, которое учитывалось с самого начала, являлось требование самого высокого оптического качества кристалла. Это означает, что при изучении новых материалов, для которых не существует естественных монокристаллов больших размеров, необходимо выращивать такие монокристаллы хорошего оптического качества. Поэтому часто поиск новых и лучших нелинейных оптических материалов был связан со значительными усилиями по выращиванию таких кристаллов. Последнее обусловлено тем, что, как выяснилось позже, к оптическому качеству нелинейных материалов следует предъявлять требования даже более высокие, чем к самым лучшим материалам, используемым в линейной оптике.

Все перечисленные выше требования, взятые вместе, образовали впечатляющий (угнетающий!) список, позволяющий сформулировать несколько четких правил отыскания нужных материалов. Наиболее очевидным путем было отыскание подходящих комбинаций свойств (таких, как показатель преломления, область прозрачности, класс симметрии) на основе сопоставления имевшихся данных по различным оптическим кристаллическим материалам. Такую информацию в весьма удобной для изучения форме (в виде таблиц) можно найти в работах [165], [45] и [98]. Благодаря этим работам появилось несколько новых канди-

датов в нелинейные материалы — это прустит ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ) [80], киноварь ( $\text{HgS}$ ) [29] и дитионат калия ( $\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_6$ ) [76]. Другим путем было исследование всех кристаллов, выращенных для пьезоэлектрических преобразователей в 1940—1950 гг. На этом пути было найдено несколько материалов, представляющих значительный интерес с чисто теоретической точки зрения, но ни одного пригодного для практического применения [78].

Несколько больший порядок в эти исследования внес Миллер [117], предложивший эмпирическое правило, связывающее линейную (показатель преломления) и нелинейную поляризуемости. Попытки вывести теоретические выражения для нелинейных коэффициентов делались и до этого, однако никаких соотношений, позволяющих делать прогнозы относительно величины нелинейных коэффициентов, получено не было. Эмпирическое правило Миллера (см. разд. 2.7) явилось первым подтверждением другого известного результата, заключающегося в том, что материал, обладающий достаточно большой нелинейностью, должен иметь и высокий показатель преломления.

В то же время в лабораториях фирмы Белл велись интенсивные исследования нелинейных свойств ниобатов. Первый значительный успех в поисках новых нелинейных материалов, явившийся результатом этих исследований, был связан с выявлением свойств метаниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) [25, 118]. Оказалось, что ниобат лития, как его обычно называют, обладает некоторыми весьма ценными качествами, которых не было у популярных в то время кристаллов ADP и KDP. Одним из таких свойств является его негигроскопичность. Кроме того, этот кристалл обладает высокой твердостью, что позволяет легко достигать высокого качества обработки поверхностей. Не менее важна также и устойчивость кристалла к механическим воздействиям и резким колебаниям температуры. Однако, пожалуй, самым ценным свойством ниобата лития явилось наличие у него большего, нежели у KDP, нелинейного коэффициента. В дополнение ко всем замечательным свойствам этого кристалла зависимость его двулучепреломления от температуры [118] оказалась такой, что, меняя температуру, удается получать синхронные взаимодействия в  $x-y$  плоскости (т. е. под углом  $90^\circ$  к оптической оси).

Однако, как выяснилось, кристалл ниобата лития имеет и одно отрицательное качество, заключающееся в том, что точное значение его показателей преломления меняется от образца к образцу. Последнее, как мы вскоре увидим, позволило сделать вывод, что к оптическому качеству нелинейных оптических материалов следует предъявлять гораздо более высокие требования, чем к обычным материалам линейной оптики.

Некоторое время казалось, что ниобат лития — почти идеальный материал для нелинейных взаимодействий в видимой и

ближней инфракрасной области спектра. Однако, когда стало возможным получение кристаллов действительно хорошего оптического качества, оказалось, что в таких кристаллах имеет место неизвестный до того времени эффект возникновения оптически наведенных неоднородностей (optical damage) [6]. Появление оптических неоднородностей, связанных с механическим повреждением материала<sup>1)</sup>, наблюдалось и ранее в других средах, правда, при весьма высоких уровнях мощности светового пучка. В кристаллах же ниобата лития оптические неоднородности возникали даже под воздействием излучения непрерывного газового лазера. Эффект проявлялся в виде трека со слегка измененным показателем преломления, появляющегося внутри кристалла в месте, где проходил луч лазера. Для многих практических целей этим эффектом можно свободно пренебречь, как это и делалось раньше. Однако для эффективных синхронных взаимодействий, когда решающее значение имеет соотношение фаз взаимодействующих волн, этот эффект оказался весьма существенным. С другой стороны, это явление может быть с успехом использовано в голографии<sup>2)</sup>.

Для объяснения этого эффекта было предложено много теорий [41] и, хотя о наличии в кристалле ниобата лития включений железа было известно и ранее, лишь недавно удалось доказать, что эти включения являются главной причиной возникновения оптических неоднородностей [136]. Однако, несмотря на этот эффект, кристалл ниобата лития и по сей день остается весьма ценным нелинейным материалом. Возможно, это объясняется также сложностью выращивания полученных несколько позже кристаллов ниобата бария-натрия<sup>3)</sup> [144] достаточно больших размеров с хорошим оптическим качеством. Именно на ниобате лития работали первые параметрические генераторы света, как в импульсном, так и в непрерывном режиме. Этот же кристалл использован и в первом промышленном параметрическом генераторе, выпущенном в продажу. Детальное обсуждение свойств этого нелинейного кристалла будет проведено ниже.

Вслед за ниобатом лития было выращено и изучено множество родственных сегнетоэлектрических ниобатов. Среди них следует особо отметить кристалл ниобата бария-натрия, хотя и многие другие кристаллы имеют свои собственные специфические особенности. Информация о свойствах ряда наиболее широко используемых нелинейных материалов содержится в таблицах приложения II.

<sup>1)</sup> Так называемый оптический пробой. — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> В качестве долговременной оптической памяти. — *Прим. перев.*

<sup>3)</sup> Химическая формула  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$  («банан»). — *Прим. перев.*



Одновременно с поиском новых нелинейных материалов была проведена большая работа по изучению сравнительных характеристик «хороших» и «плохих» образцов одного и того же кристалла, поскольку критерием качества нелинейных материалов является не просто оптическая однородность в том смысле, как она определяется интерферометрическими методами.

Много работ было посвящено разработке теории, позволяющей точно рассчитать показатель преломления и константу Миллера  $\Delta$  для данного материала. В 1969 г. Левин [99], исходя из теоретической работы Филлипса и Ван Вехтена [159], приписал оптическую нелинейность ангармоническому движению связанных зарядов, локализованных примерно посередине между соседними атомами. Используя эту модель, ему удалось точно рассчитать нелинейные восприимчивости второго и третьего порядка для полупроводников со структурой типа цинковой обманки и для материалов со структурами типа алмаза, вюрцита и каменной соли, а также нелинейную восприимчивость второго порядка для альфа-кварца. Дальнейшая модификация этой модели позволила Левину [100] объяснить отрицательный знак нелинейной восприимчивости  $ZnO$ , который наблюдался Миллером и Нордлэндом [121].

С помощью этой же теории Чемла [40] точно вычислил показатели преломления и константу Миллера  $\Delta$  для нескольких соединений, используя только кристаллографические параметры и гомеополлярные радиусы Филлипса и Ван Вехтена.

Аномально малая величина константы Миллера для окиси бериллия [87] объяснялась как с помощью теории Левина, так и с помощью другой теории, развитой Жерфаньо [88].

Результаты этих исследований стимулировали поиски новых материалов, которые имели бы такую нелинейность, как у арсенида галлия, но обладали бы еще и двулучепреломлением. Взглянув в табл. II.26, мы увидим, что такие материалы были найдены среди кристаллов класса  $42m$  со структурой типа медного колчедана.

Прежде чем перейти к обсуждению деталей, следует сказать несколько слов о методе быстрого исследования нелинейных свойств материалов, предложенном С. К. Куртцем в 1968 г. [95]. До того времени считалось, что для измерения нелинейных коэффициентов материала, а также для определения возможности получения в нем синхронных взаимодействий необходимо прежде всего иметь монокристалл данного материала сравнительно больших размеров.

Поскольку разработка методики выращивания новых монокристаллов даже небольших размеров занимает достаточно много времени, поиски новых нелинейных материалов были чрезвычайно долгими и непродуктивными. Куртц предложил ме-

тод, с помощью которого можно оценить нелинейность материала, располагая лишь кристаллическим порошком, состоящим из частиц данного материала с типичным размером порядка 10 мкм. Этот же метод, кроме того, позволяет определить, возможно ли в данном материале синхронное взаимодействие. С помощью указанного метода Куртц, а также другие авторы обследовали огромное количество различных материалов и выявили несколько наиболее перспективных для выращивания монокристаллов.

В этой главе мы познакомимся с техникой измерения нелинейных коэффициентов различных материалов с использованием как монокристаллических образцов, так и порошков. Кроме того, мы обсудим метод, с помощью которого можно отличить хороший образец от плохого. В заключение мы подробно остановимся на свойствах наиболее популярных в настоящее время нелинейных материалов, таких, как ниобат лития, ниобат бария-натрия, иодат лития, ADP и KDP, прустит<sup>1)</sup>.

#### 4.2. Критерий качества нелинейных материалов

Выше мы отмечали, что для определения качества нелинейных материалов недостаточно обычных методов контроля оптического качества, например, с помощью интерферометра Тваймана — Грина. Предположим, что используемый нами нелинейный материал обладает самым высоким с точки зрения линейной оптики оптическим качеством, т. е. имеет менее чем одну полосу оптической дисторсии на сантиметр апертуры и длины. Кроме того, считаем, что в данном материале полностью отсутствует поглощение на всех рабочих частотах. Посмотрим теперь, какими другими качествами должен обладать нелинейный материал.

Наиболее важное требование, характеризующее качество нелинейного материала, вытекает из сущности процесса согласования фаз. Нелинейное взаимодействие — будь то ГВГ, параметрическое усиление или генерация, или преобразование частоты вверх — есть процесс взаимодействия бегущих волн, в котором направление передачи энергии определяется мгновенным соотношением фаз взаимодействующих волн. Согласование фаз предполагает точную подстройку показателей преломления для различных частот и поляризаций, так что если на входе в кри-

<sup>1)</sup> В самое последнее время этот список расширился. К числу кристаллов с квадратичной нелинейностью, приобретших практический интерес, следует отнести перспективные для ИК-области кристаллы типа GaSe, CdGeAs<sub>2</sub> и др., кристаллы типа формаатов для УФ-области. Наконец, приобрели практический интерес и кубические нелинейности в средах с центром инверсии. (См. дополнение к книге.) — *Прим. ред.*

сталл имеет место требуемое соотношение фаз, то оно не должно меняться при дальнейшем распространении волн в кристалле.

Наличие в какой-либо точке кристалла области с измененным показателем преломления, таким, что при прохождении через эту область сдвиг фаз между взаимодействующими волнами изменяется на  $\pi$ , приводит к изменению направления передачи энергии. Так, при ГВГ начальные фазы волн автоматически настраиваются на процесс эффективной передачи энергии от основной волны к гармонике. Однако если в какой-то точке кристалла показатель преломления для обыкновенной или необыкновенной волны немного отличается от значения, соответствующего точному согласованию фаз, то соотношение фаз взаимодействующих волн нарушится и начнет генерироваться другая волна ВГ с фазой, отличной от фазы первично генерируемой ВГ. В результате суммарная волна ВГ будет ослабляться. Как обнаружить такие эффекты?

Исследование кристалла с помощью интерферометра Тваймана — Грина дает нам информацию о полной оптической длине кристалла. Полная оптическая длина определяется как

$$l_{\text{опт}} = \int_0^L n(x) dx,$$

где  $n(x)$  — показатель преломления как функция координаты  $x$  в направлении наблюдения. Если кристалл одноосный и направление наблюдения перпендикулярно его оптической оси, то  $l_{\text{опт}}$  зависит от поляризации света, используемого при измерениях. Условия синхронизма типа I для генерации второй гармоники требуют, чтобы показатели преломления для волн основной частоты и второй гармоники, имеющих взаимно перпендикулярные поляризации, были равны. Поэтому следует ожидать, что по крайней мере в направлении синхронизма будут выполняться следующие соотношения:

$$l_{\text{опт}}^o(\omega) = \int_0^L n^o(x, \omega) dx, \quad (4.1)$$

$$l_{\text{опт}}^e(2\omega) = \int_0^L n^e(x, 2\omega) dx, \quad (4.2)$$

$$l_{\text{опт}}^o(\omega) = l_{\text{опт}}^e(2\omega). \quad (4.3)$$

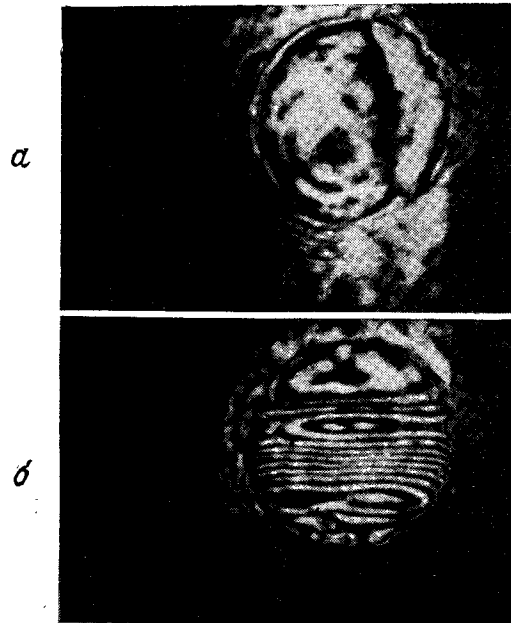
Однако условие точного синхронизма является более жестким, нежели (4.3), поскольку требует определенного соотношения фаз не только на входе и выходе из кристалла, но и в каж-

дой промежуточной точке. Поэтому в дополнение к (4.1)—(4.3) мы требуем, чтобы выполнялось условие

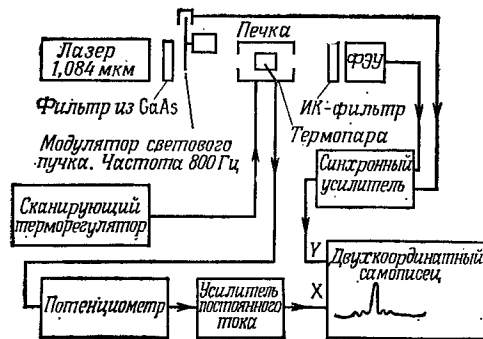
$$\int_0^{L'} n^o(x, \omega) dx = \int_0^{L'} n^e(x, 2\omega) dx \quad \text{для } 0 \leq L' \leq L. \quad (4.4)$$

Условие (4.4) на первый взгляд кажется очевидным и тривиальным, однако в действительности это не так. Это объясняется тем, что показатели преломления у большинства, если не у всех, практически интересных нелинейных материалов, и в особенности у сегнетоэлектрических ниобатов, весьма сильно зависят от химического состава кристалла. Последнее опять же кажется не очень существенным, если не учитывать, что в самом процессе роста кристалла имеется тенденция к изменению его химического состава. Возьмем, например, ниобат лития, выращенный по методу Чохральского из расплавов  $\text{Li}_2\text{O}$  и  $\text{Nb}_2\text{O}_5$ , смешанных в стехиометрическом или других количествах. Другие количества выбираются потому, что кристалл, выращенный из стехиометрического расплава  $\text{LiNbO}_3$ , немного отличается по составу от кристалла  $\text{LiNbO}_3$ . При выращивании кристалла из стехиометрического расплава мы обнаруживаем, что содержание  $\text{Li}_2\text{O}$  в кристалле меняется в процессе его роста: в начале оно больше, чем в конце; при этом расплав к концу процесса обладает более высоким содержанием  $\text{Nb}_2\text{O}_5$ . Весьма важно иметь в виду, что состав кристалла изменяется вдоль направления его роста; кроме того, он может изменяться и в поперечном направлении вследствие локальных флуктуаций температуры, нарушающих процесс роста. Таким образом, обычно кристалл не обладает постоянством состава по всему объему, и поэтому его показатель преломления может изменяться от точки к точке. Интерферограммы Тваймана — Грина для кристалла ниобата лития плохого качества (фиг. 4.1) хорошо иллюстрируют этот эффект. Эти интерферограммы получены для обыкновенного и необыкновенного лучей, распространяющихся вдоль оси  $a(x)$  кристалла. Как видно, они совершенно различны, хотя каждая соответствует довольно однородному кристаллу. Следовательно, такой кристалл не отвечает даже нашему первому условию согласования фаз (4.3).

Для проверки справедливости второго условия (4.4) в случае, если кристалл совершенно однороден и имеет похожие интерферограммы для обеих поляризаций, можно было бы провести дополнительные интерферометрические исследования. Однако общепризнанным и наиболее надежным способом проверки качества кристалла является измерение в нем эффективности ГВГ.



Фиг. 4.1. Интерферограммы Тваймана — Грина для кристалла ниобата лития, иллюстрирующие эффект изменения состава кристалла.  
а — обыкновенный луч; б — необыкновенный луч.



Фиг. 4.2. Экспериментальная установка для измерения кривой синхронизма при ГВГ с использованием температурной перестройки.  
Для угловой перестройки необходимо заменить печку и регулятор температуры на поворотный столик с датчиком угла поворота. (Из работы Дж. Е. Мидвентера [180].)

Схема установки, применяемой для этой цели, изображена на фиг. 4.2. В качестве источника основного излучения используется гелий-неоновый лазер (длина волны генерации 1,15 или 1,08 мкм) или лазер на АИГ (алюмо-иттриевый гранат), работающий на длине волны 1,06 мкм. Самописец регистрирует величину сигнала второй гармоники, в то время как температура кристалла проходит через значение, соответствующее температуре синхронизма. С тем же успехом в этой установке может использоваться и угловая перестройка. Для совершенного кристалла кривая зависимости мощности ВГ от температуры по существу совпадает с функцией  $[(\sin x)/x]^2$  [см. выражение (2.44) и фиг. 3.2]. Если же различные области кристалла имеют разную температуру синхронизма вследствие изменений состава кристалла, то центральный максимум этой кривой уширится и уменьшится по величине, а ближайшие боковые максимумы будут искажены. При удалении от центрального максимума искажения будут все меньше и меньше, поскольку фазовая расстройка увеличивается и, следовательно, эффективная длина взаимодействия уменьшается, а на малой длине неоднородности показателя преломления пренебрежимо малы.

Таким образом, общепринятым способом проверки качества нелинейного кристалла является исследование формы кривой зависимости мощности ГВГ от температуры [37] или угла при проходе последних через значения, соответствующие точному синхронизму. Следует отметить, однако, что такой проверки не всегда бывает достаточно, поскольку при определенных условиях малые, но осциллирующие вариации показателя преломления [123, 150] (т. е. состава кристалла) могут приводить к появлению кривых, напоминающих функцию  $[(\sin x)/x]^2$ , но имеющих центральный максимум со значительно меньшей амплитудой и аномально большие боковые максимумы. Поэтому при таком методе контроля важно еще измерять и отношение амплитуд центрального и первого бокового максимумов, чтобы убедиться, что это отношение согласуется с расчетной величиной.

Для численной оценки качества нелинейного кристалла используется понятие эффективной длины взаимодействия, которая может быть меньше или равна длине кристалла в направлении распространения взаимодействующих волн [37, 111]. Величина эффективной длины определяется следующим образом. Мощность второй гармоники в идеальном кристалле пропорциональна величине  $\sin^2(1/2\Delta k \cdot L)/(1/2\Delta k \cdot L)^2$ , где  $\Delta k$  — фазовая расстройка, являющаяся обычно функцией температуры или угла,  $L$  — длина кристалла. Если ограничиться рассмотрением кристаллов типа ниобата лития, в которых для согласования фаз используется температурная перестройка, то можно ввести понятие температурной ширины синхронизма  $\Delta T$  — это темпера-

турный интервал, в пределах которого мощность второй гармоники уменьшается вдвое по сравнению с максимальной. Эта величина может быть связана с параметрами кристалла следующим соотношением [37]:

$$\Delta T = 0,89\lambda(2\omega)/L \left( \frac{\partial n^o(\omega)}{\partial T} - \frac{\partial n^e(2\omega)}{\partial T} \right)_{T_c}. \quad (4.5)$$

Это соотношение определяет теоретическую температурную ширину синхронизма для совершенного кристалла. Экспериментально измеряемая ширина синхронизма связывается с эффективной длиной взаимодействия  $l_{эфф}$  соотношением, которое следует из определения величины  $l_{эфф}$ :

$$\Delta T_{экс} = 0,89\lambda(2\omega)/l_{эфф} \left( \frac{\partial n^o(\omega)}{\partial T} - \frac{\partial n^e(2\omega)}{\partial T} \right)_{T_c}. \quad (4.6)$$

Поскольку величину произведения  $(L \cdot \Delta T)$  можно рассчитать из соотношения (4.5), значение  $l_{эфф}$  легко получить, используя экспериментально измеренную величину температурной ширины синхронизма:

$$l_{эфф} = \frac{\Delta T \cdot L}{\Delta T_{экс}}. \quad (4.7)$$

Введенная таким образом величина  $l_{эфф}$  является мерой активной длины нелинейного кристалла, т. е. длины, на которой сохраняется согласование фаз. Если  $l_{эфф}$  равна длине исследуемого кристалла, то, значит, этот кристалл весьма хорошего качества. Заметим, что теоретическая величина произведения  $(L \cdot \Delta T)$  является константой для данного материала и взаимодействия (набора частот), но эта константа различна для разных материалов. Она также отличается и для различных наборов частот, взаимодействующих в одном и том же материале. Аналогичные результаты можно получить и для случая угловой перестройки, при этом используются угловые, а не температурные производные показателей преломления. В этом случае точно так же вводится понятие эффективной длины взаимодействия, характеризующей качество нелинейного кристалла.

### 4.3. Точное измерение оптической нелинейности

Анализ работ, посвященных измерению оптических нелинейностей, показывает, что в большинстве их измеряется относительная, а не абсолютная величина нелинейности, причем точность измерений чаще всего не очень высока. Причины этого понятны. При абсолютных измерениях необходимо с высокой точностью регистрировать мощность основной волны, мощность второй гармоники и пространственное и временное распределение интенсивности лазерного пучка. Выполнить все эти измере-

ния с высокой точностью достаточно трудно, хотя все они чрезвычайно важны при определении абсолютной величины оптической нелинейности. (На сложностях, связанных с временной структурой импульса, мы еще остановимся в разд. 5.4.)

В качестве опорного материала при относительных измерениях наиболее широко используется кристалл ADP, параметры которого хорошо изучены и табулированы. Оптическая нелинейность этого материала была измерена с высокой точностью Франко [53] в 1966 г. Для измерений использовался нефокусированный пучок излучения гелий-неонового лазера (длина волны 6328 Å), работающего в режиме генерации одной поперечной и одной или многих продольных мод. Измеренное в этой работе значение оптической нелинейности ADP составило  $(1,36 \pm 12\%) \cdot 10^{-9}$  ед. СГСЭ. Этот результат был подтвержден в 1967 г. Бьёркхольмом и Сигманом [16], которые использовали сфокусированный пучок излучения гелий-неонового лазера (6328 Å). Величина оптической нелинейности ADP по результатам их измерений составляет  $(1,38 \pm 16\%) \cdot 10^{-9}$  ед. СГСЭ. В оригинальных работах этих авторов содержится ряд ценных указаний по выполнению подобных измерений.

Хотя кристалл ADP достаточно хорошо изучен, для относительных измерений используются также и другие материалы. В частности, такими материалами являются кварц и дигидрофосфат калия (KDP). Жерфаньо и Куртц [85] провели тщательное сравнение нелинейностей кварца, KDP и ADP, благодаря чему можно сопоставить результаты различных относительных измерений, где в качестве опорного используется любой из этих материалов.

Как практически измеряется величина оптической нелинейности? При абсолютных измерениях величину оптической нелинейности можно рассчитать, исходя из соотношения, связывающего мощность второй гармоники с мощностью основного излучения (выражение 2.52). При этом используются экспериментальные данные о профиле пучка, длине кристалла и его ориентации в направлении синхронизма. Исследуется спектр основного излучения для определения числа лазерных мод и распределения энергии по модам. Затем измеряется мощность второй гармоники при проходе через положение синхронизма. После этого можно рассчитать величину оптической нелинейности. Следует отметить, однако, что для исключения возможных ошибок при выполнении таких измерений необходим тщательный учет различных побочных факторов.

Так, например, если исследуется плоскопараллельный кристалл, то его грани могут образовывать резонатор для основной волны, что приведет к возрастанию мощности второй гармоники. Преодолеть указанное затруднение можно, как это сде-

дали Винн и Бломберген [168], используя образец клиновидной формы; при этом изменение длины взаимодействия осуществляется перемещением кристалла поперек луча лазера. Если в описанных выше измерениях используются фокусированные пучки, то необходим точный учет эффекта сноса, рассмотренного в разд. 3.6<sup>1)</sup>). Кроме того, если основное излучение содержит много продольных мод, то необходимо учитывать также и соответствующее увеличение мощности второй гармоники<sup>2)</sup>).

Гораздо проще измерять относительную величину оптической нелинейности. В этом случае, во-первых, отпадает необходимость в абсолютном измерении мощностей взаимодействующих волн. Кроме того, такие измерения обычно не связаны с получением синхронного взаимодействия, и, следовательно, требования к качеству нелинейного кристалла существенно снижаются. Наконец, при относительных измерениях нет необходимости точно исследовать параметры основного излучения, поскольку то же самое излучение воздействует и на опорный образец. Метод измерений, о котором идет речь, был впервые использован Мейкером и соавт. [105] в 1962 г.; в настоящее время он известен как техника полос Мейкера. Плоскопараллельная пластинка исследуемого кристалла ориентируется таким образом, чтобы измеряемый нелинейный коэффициент являлся основным в используемом взаимодействии. Например, для измерения коэффициента  $d_{36} = d_{zxy}$  в кристалле KDP необходимо вырезать пластинку так, чтобы ось  $z$  кристалла лежала в плоскости ее входной грани, а нормаль к входной грани составляла угол  $45^\circ$  с осями  $x$  и  $y$ . Тогда, если луч лазера, падающий нормально на входную грань пластинки, поляризован под углом  $90^\circ$  к оси  $z$ , компоненты поля  $E_x$  и  $E_y$  равны. При этом генерируемая волна второй гармоники будет поляризована параллельно оси  $z$ . Однако при такой геометрии взаимодействие не будет синхронным и, следовательно, сигнал второй гармоники будет слабым. При повороте кристалла в плоскости, образованной падающим лучом и осью  $z$ , мощность второй гармоники периодически меняется, поскольку при этом меняется эффективная длина взаимодействия и фазовая расстройка. Полученная зависимость мощности второй гармоники от угла поворота кристаллической пластинки представляет собой систему максимумов и минимумов и очень напоминает систему интерференционных полос, за что описанный метод и получил свое название. В действительности же появление таких «полос» обусловлено природой генерации второй гармоники при больших фазовых расстройках  $\Delta k$ .

<sup>1)</sup> В этом случае необходимо учитывать также и угловой апертурный эффект. — Прим. перев.

<sup>2)</sup> Этот эффект рассмотрен в разд. 5.4. — Прим. перев.

Как показано в гл. 3, мощность второй гармоники в этом случае меняется как  $\sin^2(\Delta k \cdot L/2)$ . Пусть показатели преломления для основной волны и второй гармоники в направлении их распространения равны соответственно  $n(\omega)$  и  $n(2\omega)$ . Тогда величина фазовой расстройки  $\Delta k$  определяется соотношением:  $\Delta k = [n(2\omega) - n(\omega)]2\omega/c$ . Если направление волновых векторов  $\mathbf{k}$  основной волны и второй гармоники составляет внутри кристалла угол  $\theta$  с нормалью к его поверхности, то эффективная толщина кристалла равна  $L \cos \theta$ , и, следовательно, мощность второй гармоники на выходе изменяется как

$$W(2\omega) \sim \sin^2 \frac{[n(2\omega) - n(\omega)] L \omega \cos \theta}{c}. \quad (4.8)$$

Угловое расстояние между соседними полосами Мейкера сравнительно невелико и составляет обычно от  $5$  до  $15^\circ$ . Измеряя этот угол, можно определить величину  $[n(2\omega) - n(\omega)]$ . Последнее в свою очередь позволяет рассчитать эффективную длину кристалла, на которой генерируется наблюдаемая вторая гармоника. Экстраполируя затем пиковую мощность ВГ на направление  $\theta = 0$  и сравнивая результат со значением, полученным для опорного материала, получим относительную величину измеряемого нелинейного коэффициента; при этом необходимо сделать соответствующие поправки на разницу в эффективных длинах взаимодействия в опорном и исследуемом образцах. Характерный вид полос Мейкера был приведен на фиг. 3.2.

Выше мы остановились лишь на основных технических приемах, связанных с измерением нелинейностей с помощью метода полос Мейкера, опустив для простоты некоторые подробности. Гораздо более обстоятельно и критически этот метод рассмотрен в работе Жерфаньо и Куртца [85], в которой делается оценка поправок к измеряемой величине, обусловленных множественными отражениями от торцов образца, конечными размерами пучка, наличием у образца поглощения и оптической активности. Учет этих поправок, как показано в работе, позволяет повысить точность относительных измерений до  $5\%$ , что превышает точность определения абсолютных значений нелинейных коэффициентов в АДР.

Метод полос Мейкера использовался некоторыми авторами для определения знака нелинейных коэффициентов [121, 168]. Для этой цели два кристалла устанавливались друг за другом на пути лазерного пучка так, чтобы можно было наблюдать интерференцию волн ВГ, генерируемых в каждом кристалле. Кристаллы были помещены в вакуумную камеру, которая медленно наполнялась известным газом, например двуокисью углерода. При изменении давления газа, заполняющего промежуток между кристаллами, разность фаз между основной волной и

второй гармоникой, рожденной в первом кристалле, при падении на второй кристалл изменялась вследствие дисперсии газа, что приводило к возникновению интерференционных эффектов в результирующей ВГ. Анализ этих эффектов позволяет сделать вывод об относительном знаке нелинейных коэффициентов используемых кристаллов.

Относительные измерения оптической нелинейности можно провести и с помощью синхронных взаимодействий. В этом случае исходный лазерный пучок расщепляется на два, так чтобы можно было одновременно генерировать ВГ в двух кристаллах — в опорном и исследуемом. Измеряя отношение мощностей вторых гармоник, генерируемых синхронно в обоих кристаллах, можно получить нужную информацию. Однако, прежде чем делать выводы о величине нелинейных коэффициентов, следует весьма тщательно проанализировать полученные экспериментальные данные, поскольку в ряде случаев для получения точных результатов необходимо сделать ряд поправок. Исчерпывающая информация о таких поправках содержится в работе Нэша и соавт. [122], посвященной детальному изучению иодата лития.

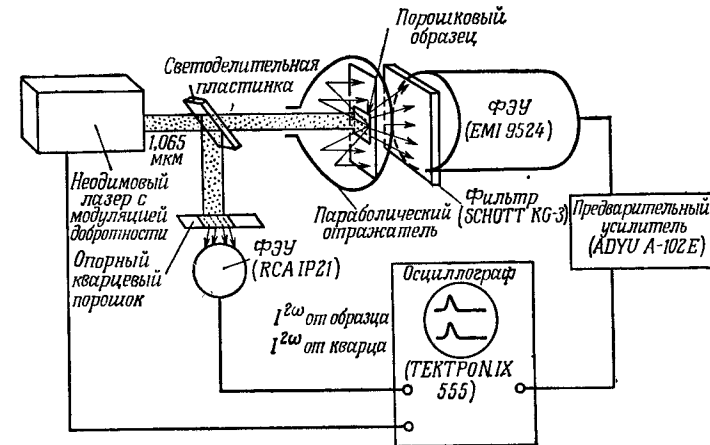
Следует отметить, что описанные выше методы измерения оптической нелинейности предполагают наличие соответствующих монокристаллов хорошего качества. Имеется в виду не самое высокое оптическое качество, а обычная оптическая однородность. В следующем параграфе мы ознакомимся с такой техникой измерения нелинейности оптических материалов, когда опускается и это требование. Речь идет о разработанном Куртцем методе измерения нелинейности кристаллических порошков.

#### 4.4. Метод Куртца оценки нелинейности оптических материалов с помощью кристаллических порошков

Метод Куртца представляет собой первый реальный способ быстрой экспериментальной оценки величины нелинейности для большого числа новых материалов, делающий ненужными значительные затраты времени и сил на выращивание соответствующих монокристаллов. Куртц показал [95, 97], что, исследуя кристаллические порошки, можно установить, велика или мала нелинейность соответствующего кристалла и возможно ли в нем синхронное взаимодействие. Обладая такой информацией и известными данными о свойствах кристаллов, можно указать материалы, которые после выращивания из них хороших монокристаллов будут полезными для нелинейной оптики.

Упрощенная схема экспериментальной установки приведена на фиг. 4.3. В качестве источника обычно используется лазер на АИГ с модуляцией добротности, работающий с большой частотой

той повторения. Излучение лазера освещает тонкий слой порошка исследуемого материала. Порошок спрессован в тонкой ячейке для того, чтобы задать толщину слоя. Ячейка установлена внутри оптической системы, собирающей все рассеянное излучение в угол  $4\pi$  ср излучение второй гармоники; сигнал второй гармоники регистрируется фотомножителем. В эксперименте изучается зависимость мощности ВГ, генерируемой в порошковом образце, от размера частиц, из которых этот порошок состоит. В связи с этим порошок предварительно просеивается для разделения его на фракции, состоящие из частиц примерно одинаковых размеров. Для контроля необходимо также



Фиг. 4.3. Схема эксперимента по измерению оптических нелинейностей по методу Куртца [97].

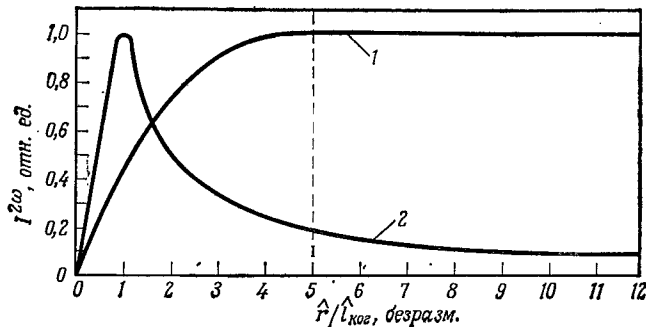
измерять мощность основного излучения. Необходимая информация о свойствах исследуемого материала извлекается из сравнения измеренной зависимости мощности ВГ от размера частиц с аналогичной зависимостью, полученной в той же геометрии для порошка кварца. Последнее оказывается возможным, поскольку эта зависимость имеет совершенно различный характер для материалов, допускающих согласование фаз и для тех материалов, в которых оно не имеет места.

Если размер частиц порошка настолько мал, что  $r \ll l_{\text{кор}}^1$ ) для любой ориентации частицы, то взаимодействие всегда будет синхронным, поскольку на таком малом расстоянии сдвиг фаз между взаимодействующими волнами будет незначительным. В этом случае суммарная мощность ВГ будет пропорциональна

$$^1) l_{\text{кор}} = \frac{\pi c}{\{[n(2\omega) - n(\omega)] \omega\}}$$

радиусу частицы  $r$ . Таким образом, с увеличением радиуса частиц эффективность нелинейного взаимодействия быстро возрастает, правда за счет уменьшения числа частиц это возрастание несколько компенсируется.

В материалах, где синхронная ГВГ невозможна, при размерах частиц, примерно равных или больших средней когерентной длины  $l_{\text{ког}}$  (при этом для большинства ориентаций начинает проявляться эффект расстройки фаз), мощность ВГ изменяется обратно пропорционально радиусу частиц, так как при этом мощность ВГ, генерируемая одной частицей, не возрастает так



Фиг. 4.4. Типичные кривые зависимости мощности ВГ от размера частиц. 1 — порошки из материала, допускающего синхронную ГВГ, например АРР; 2 — то же для материала, не допускающего синхронизма, например кварца. На оси абсцисс отложены значения отношения среднего размера частиц к среднему значению когерентной длины. (Из работы [97].)

же быстро, как убывает число частиц, генерирующих ВГ. Вследствие этого кривая зависимости мощности ВГ от размера частиц для таких материалов имеет форму, аналогичную показанной на фиг. 4.4 кривой с явно выраженным максимумом.

Однако для материалов, допускающих синхронную ГВГ, эта зависимость выглядит иначе. В этом случае, когда размер частиц достигает величины порядка средней когерентной длины (средней для всех направлений, а не только для направления синхронизма), дальнейшее усиление мощности ВГ в частицах, ориентированных точно в направлении синхронизма, примерно равно потерям мощности ВГ за счет взаимодействия с остальными частицами. Поэтому суммарная мощность ВГ остается примерно постоянной при дальнейшем увеличении радиуса частиц, как это иллюстрирует вторая кривая на фиг. 4.4. Таким образом, только лишь по виду кривой зависимости мощности ВГ от размера частиц уже можно сделать вывод о возможности получения синхронной ГВГ в исследуемом материале.

Используя описанный метод, Куртц исследовал большое число потенциально интересных соединений и по результатам

измерений разделил их на пять групп; материалы с большим нелинейным коэффициентом, с малым коэффициентом, допускающие синхронную ГВГ, не обладающие синхронизмом и центросимметричные материалы.

#### 4.5. Ниобат лития

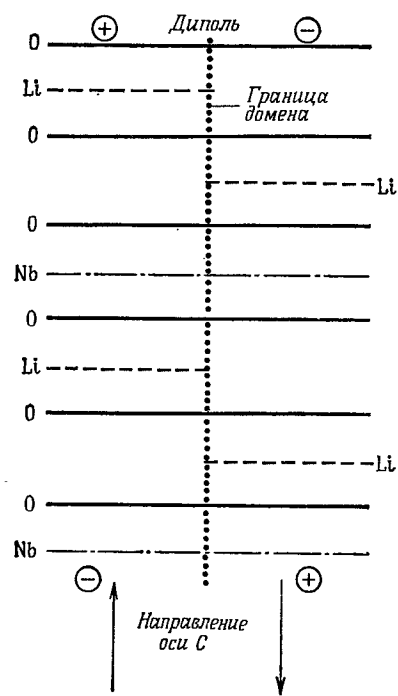
Кристалл ниобата лития — одноосный, принадлежит к классу (точечной группе)  $3m$ , обладает тригональной симметрией. Такие кристаллы имеют четыре ненулевых нелинейных коэффициента:  $d_{22}$ ,  $d_{15}$ ,  $d_{32}$  и  $d_{33}$ , причем  $d_{32}$  и  $d_{15}$  могут быть равны между собой, если выполняются условия симметрии Клейнмана. Экспериментально измеренные значения этих коэффициентов приведены в приложении II.

В литературе можно найти большое число работ, посвященных исследованию методов выращивания кристаллов ниобата лития и изучению их структуры. Наиболее полно результаты таких исследований отражены в серии статей [124], опубликованных в 1966 г. В более поздних работах больше внимания уделено некоторым практическим вопросам, связанным с применением кристаллов ниобата лития.

Обычно кристаллы ниобата лития выращиваются методом вытягивания из расплава в направлении оси  $c(z)$ , хотя используется также и направление оси  $a(x)$ . Чтобы выращиваемый кристалл имел монокристаллическую структуру, необходимо в процессе вытягивания пропускать через него небольшой электрический ток поляризации. Кристаллы, выращенные в направлении оси  $a$ , необходимо подвергать монодоменизации уже после выращивания. Процесс монодоменизации кристалла заключается в ориентации всех сегнетоэлектрических доменов в одном направлении. Последнее достигается путем нагревания кристалла до температуры, при которой поляризация доменов легко изменяется, и последующей ориентации всех доменов в одном направлении с помощью внешнего электрического поля. Затем кристалл охлаждается до тех пор, пока ориентация доменов не становится необратимой, и электрическое поле выключается. Процесс поляризации на атомном уровне обсуждался Ниизеки и соавт. в работе [130]. Структура кристалла ниобата лития схематически иллюстрируется фиг. 4.5, где показано, что атомы лития, ниобия и кислорода располагаются слоями. Ориентация домена <sup>1)</sup>, связанная с положительным направлением оси  $z$ , определяется положением слоя атомов лития в структуре кристалла. В процессе поляризации слой атомов лития перемещается сквозь слой ато-

<sup>1)</sup> В полидоменных кристаллах ниобата лития возможно образование лишь  $180^\circ$  доменной структуры, т. е. домены могут быть ориентированы лишь в двух взаимно противоположных направлениях. — Прим. перев.

мов кислорода в соседний промежуток между атомами кислорода, меняя тем самым направление ориентации домена на противоположное. Такой процесс может идти при температуре выше 1150 °С, и Ниизеки показал, что примерно при такой температуре структура кристалла изменяется так, что слой атомов



Фиг. 4.5. Схематическая диаграмма структуры кристалла ниобата лития, иллюстрирующая эффект монодоменизации.

Горизонтальными линиями обозначено расположение слоев атомов лития, ниобия и кислорода в кристалле.

оси  $z$ , или, что то же самое, направления ориентации домена, изменяется знак эффективного нелинейного коэффициента и, следовательно, направление передачи энергии. Таким образом, если кристалл полидоменный, то ось  $z$  ориентирована случайным образом в разных областях кристалла, поэтому и направление передачи энергии при ГВГ будет не постоянным, а хаотически меняющимся. Кроме того, имеет место еще и вторичный эффект: область границы домена (т. е. граница двух антипараллельных доменов) оптически проявляет себя как область деформации

лития может пройти сквозь слой атомов кислорода без заметной деформации. При более низкой температуре структура кристалла восстанавливается и положение атомов лития фиксируется. Поскольку температура плавления кристалла ниобата лития составляет примерно 1250 °С, при монодоменизации кристалла описанным выше способом следует проявлять необходимую осторожность, чтобы не расплавить его.

Важность ориентации всех доменов в одном направлении легко понять, изучая выражение для эффективного нелинейного коэффициента, соответствующего процессу ГВГ в кристалле ниобата лития (см. табл. 3.2). Величина этого коэффициента для взаимодействия  $oo-e$  определяется выражением

$$d_{эфф} = d_{15} \sin \theta + d_{22} \cos \theta \sin 3\varphi.$$

Для лучей, распространяющихся в плоскости  $x-y$ , угол  $\theta = \pi/2$  и  $d_{эфф} = d_{15} = d_{xxz}$ . При изменении направления

или изменения показателя преломления вследствие нарушения распределения внутренних полей в кристалле. В результате возникают большие потери на рассеяние и искажается фазовый фронт распространяющейся в кристалле волны.

Если кристалл монодоменный, то его оптическое качество, как линейное, так и нелинейное, можно оценить с помощью описанного выше метода, обработав предварительно две грани кристалла, через которые будет входить луч лазера и выходить излучение второй гармоники. При этом для кристаллов ниобата лития обычно используется метод температурной перестройки. На фиг. 4.6 представлена зависимость температуры синхронизма для ГВГ в кристалле ниобата лития от состава расплава, из которого этот кристалл выращен. Видно, что температура синхронизма сильно зависит от состава расплава. Поэтому, если состав исследуемого кристалла неизвестен, то для нахождения его температуры синхронизма необходимо исследовать довольно большую область значений температур и может быть даже использовать более чем одну линию лазерного излучения.

Чтобы предсказать температуру синхронизма для других нелинейных взаимодействий, а не только для ГВГ, необходимы данные о зависимости показателей преломления кристалла на всех рассматриваемых частотах от его состава и температуры. Обычно такая информация отсутствует, однако для приближенных расчетов можно пользоваться результатами работы Хобдена и Уорнера [77]. Авторы этой работы, тщательно измерив показатели преломления ниобата лития, выращенного из стехиометрического расплава, сделали вывод, что для всех практически интересных значений температур и длин волн величины показателей преломления могут быть рассчитаны с помощью двух уравнений Селмейера: одного для обыкновенного показателя преломления и другого — для необыкновенного. Эти уравнения идеально приспособлены для расчетов на цифровой вычислительной машине, и, поскольку условия синхронизма обычно рассчитываются на ЭВМ, эти соотношения используются весьма широко. Соотношения, полученные Хобденом и Уорнером, имеют следующий вид:

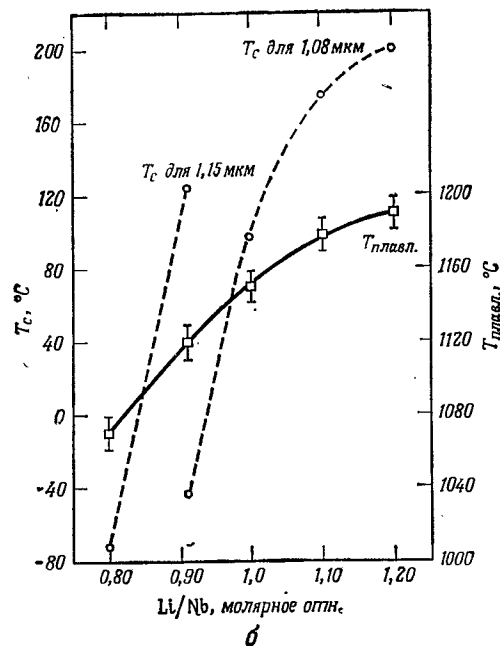
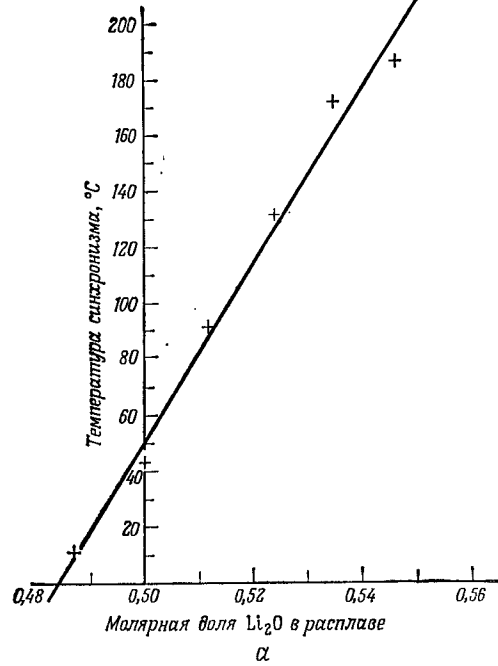
для обыкновенной волны

$$n_o^2 = 4,9130 + \frac{1,173 \times 10^5 + 1,65 \times 10^{-2} T^2}{\lambda^2 - (2,12 \times 10^2 + 2,7 \times 10^{-5} T^2)^2} - 2,78 \times 10^{-8} \lambda^2;$$

для необыкновенной волны

$$n_e^2 = 4,5567 + 2,605 \times 10^{-7} T^2 + \frac{0,970 \times 10^5 + 2,7 \times 10^{-2} T^2}{\lambda^2 - (2,01 \times 10^2 + 5,4 \times 10^{-5} T^2)^2} - 2,24 \times 10^{-8} \lambda^2,$$





Фиг. 4.6. Эффект зависимости температуры синхронизма в кристалле ниобата лития от его состава.  
 а — для излучения неодимового лазера (1,06 мкм [50]); б — для излучения гелий-неонового лазера (1,15 и 1,08 мкм [12]).

где  $T$  — температура в градусах Кельвина и  $\lambda$  — длина волны в нанометрах ( $10^{-9}$  м; 1 мкм = 10 000 Å = 1000 нм).

Используя эти соотношения, легко рассчитать значения показателей преломления для любой температуры в пределах нескольких сотен градусов Цельсия и для любой длины волны в видимой и ближней инфракрасной области спектра. По оценке авторов работы, формулы, полученные ими, обеспечивают достаточно точность расчетов для длин волн от 4000 Å до 4 мкм и для температур от 0 до 400 °C.

По формулам, приведенным выше, рассчитывается температура синхронизма для стехиометрического кристалла. Для расчета температуры синхронизма в кристаллах с другим (но известным) составом обычно к значению температуры, полученному для стехиометрического кристалла, добавляют величину  $\Delta T = T_c$  (новый состав) —  $T_c$  (стехиометрический), взятую из опубликованных данных для ГВГ [12, 50]. Приближение, используемое при этом, состоит в предположении, что вид зависимости показателей преломления от состава кристалла такой же, как и для зависимости от температуры. Таким образом, если с изменением температуры показатели преломления меняются одинаково для всех длин волн, а дисперсия остается неизменной, то мы предполагаем, что при изменении состава кристалла зависимость будет аналогичной. Хотя в действительности это не совсем так, обычно такое приближение обеспечивает достаточно точность расчетов [180].

Эффект зависимости температуры синхронизма в ниобате лития от состава кристалла имеет двойное значение. Во-первых, исследователь, прежде чем ставить эксперимент, должен знать, в какой области температур используемый кристалл обладает синхронизмом, для того чтобы правильно выбрать рабочую область нагревателя кристалла. И, во-вторых, что гораздо более важно, указанный эффект позволяет избежать возникновения оптических неоднородностей в кристалле. Мы уже говорили о том, что при воздействии излучения непрерывного газового лазера небольшой мощности на кристалл ниобата лития, находящийся при комнатной температуре, в последнем возникает трек с измененным показателем преломления [6]. Изменение двулучепреломления при этом обычно составляет 0,0001 (т. е.  $n_e - n_o = -0,0001$  [41]). В некоторых материалах эта неоднородность постепенно исчезает после выключения лазера; постоянная времени исчезновения составляет обычно около получаса. В других образцах такая неоднородность может сохраняться в течение нескольких дней. Однако во всех кристаллах ниобата лития эта неоднородность исчезает практически мгновенно при отжиге кристалла при температуре 180 °C или выше. Следовательно, если температура синхронизма для рассматриваемого взаимо-

действия выше 180 °С, то проблемы, связанные с такими неоднородностями, вряд ли возникнут.

Поэтому чрезвычайно важно найти способы так видоизменить нелинейный кристалл, чтобы представляющее интерес нелинейное взаимодействие, в котором участвует видимое излучение, способное вызвать оптически наведенные неоднородности при комнатной температуре, было синхронным при высокой температуре. Возможности решения этой проблемы связаны с зависимостью температуры синхронизма от состава кристалла. Однако на этом пути возникают другие сложности, связанные с зависимостью качества кристалла от его состава. Вообще говоря, фазовая диаграмма  $\text{Li}_2\text{O}/\text{Nb}_2\text{O}_5$  допускает только один состав, из которого можно выращивать однородные кристаллы [37]. Конгруэнтно плавящаяся смесь, которая используется для выращивания кристаллов ниобата лития по методу Чохральского, состоит из 48,6%  $\text{Li}_2\text{O}$  и 51,4%  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  по весу. Кристаллы, выращенные из такой смеси, обладают практически идеальной однородностью. Однако для удвоения частоты излучения лазера на АИГ такие кристаллы совсем не идеальны, поскольку температура синхронизма для них составляет в этом случае  $-8^\circ\text{C}$ . При такой температуре синхронизма необходимо охлаждать кристалл, что значительно менее удобно, чем нагревать его; кроме того, в этом случае будут опять возникать сильные оптически наведенные неоднородности.

Другим важным применением кристаллов ниобата лития является использование их в параметрических генераторах света. При накачке такого генератора излучением в зеленой области спектра большая часть диапазона перестройки будет лежать в области температур ниже 180°. Было бы весьма полезно изменить рабочую область температур и для таких взаимодействий, поэтому велись дальнейшие исследования методов решения этой проблемы. Кристаллы, выращенные из неконгруэнтно плавящейся смеси, обладают плохим оптическим качеством и колебаниями температуры синхронизма в разных точках кристалла. И то и другое исключает возможность применения таких кристаллов для нелинейных взаимодействий. Гораздо более перспективный метод был предложен Бриденбаухом с сотр. [33], которые показали, что в кристалл ниобата лития можно, без заметного ухудшения его оптического качества, ввести добавку окиси магния. Добавив в исходный расплав 1% окиси магния по весу, им удалось в выращенном кристалле поднять температуру синхронизма примерно на 50 °С. Можно надеяться, что на этом пути будут получены еще лучшие результаты.

На этом мы заканчиваем рассмотрение кристалла, который, как оказалось после тщательного его изучения, обладает многими привлекательными свойствами. Именно с помощью этого кристалла были достигнуты многие важные успехи в экспериментальной нелинейной оптике, однако и по сей день остаются нерешенными некоторые проблемы, связанные с его использованием.

#### 4.6. Ниобат бария-натрия

Ниобат бария-натрия [144] является одним из многих сегнетоэлектрических материалов, которые исследовались после открытия замечательных свойств ниобата лития. Кристалл двуосный, хотя двуосность и не очень ярко выражена, поскольку его главные показатели преломления удовлетворяют соотношению  $n_z \leq n_y \approx n_x$ . При комнатной температуре  $n_y - n_z = 0,12$  и  $n_x - n_y = 0,002$ . Поэтому в первом приближении его можно считать одноосным кристаллом, во всяком случае при грубом расчете условий синхронизма. Химическая формула кристалла  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ . Сходство этого кристалла с ниобатом лития легко заметить, если записать химическую формулу последнего как  $\text{Li}_5\text{Nb}_5\text{O}_{15}$ . При температуре ниже 300 °С ниобат бария-натрия принадлежит к классу (точечная группа)  $mm2$  и обладает орторомбической структурой. Этот кристалл многими своими практически важными свойствами напоминает ниобат лития.

Кристалл ниобата бария-натрия занимает видное положение среди других нелинейных материалов, поскольку в нем при температуре выше комнатной не возникают оптически наведенные неоднородности, которые так ограничивают применимость ниобата лития. Считается, что это свойство связано с отсутствием пустот в структуре кристалла—качество, присущее всем другим ниобатам со структурой вольфрамовой бронзы. Такая стойкость кристалла ниобата бария-натрия к оптическому излучению позволила получить с его помощью весьма эффективную ГВГ излучения непрерывного лазера на АИГ и тем самым создать источник интенсивного излучения с длиной волны 5300 Å. Этот кристалл использовался также для создания непрерывного параметрического генератора света с чрезвычайно низким порогом генерации, составляющим всего лишь 3 мВт для накачки с длиной волны 5300 Å.

Однако при использовании кристалла ниобата бария-натрия возникают другие проблемы, вытекающие из его фундаментальных свойств (некоторые из них отличаются от свойств ниобата лития). Эти кристаллы обычно выращиваются из расплава по методу Чохральского при температуре 1440 °С. Пер-

вая проблема, с которой встретились при выращивании ниобата бария-натрия, — это образование неоднородностей в виде полос внутри материала. Появление таких неоднородностей связывалось с неправильным выбором скорости роста кристалла и с флуктуациями температуры над поверхностью расплава. Тщательный контроль за условиями роста позволяет исключить влияние указанных факторов и получать кристаллы более однородные по составу и оптическим свойствам. Кроме этого, при выращивании кристаллов ниобата бария-натрия возникает также проблема, аналогичная той, которая обсуждалась в связи с ниобатом лития, а именно колебания состава кристалла, проявляющиеся как флуктуации показателя преломления.

Выращиваемый кристалл переходит в сегнетоэлектрическую фазу при охлаждении его ниже температуры Кюри (примерно 585 °С). Полученный таким образом кристалл обладает полидоменной структурой; отдельные домены, так же как и у ниобата лития, ориентированы параллельно или антипараллельно оси *c*. Монодоменизация кристалла производится с помощью электрического поля, направленного вдоль оси *c*, при одновременном нагревании кристалла выше температуры Кюри. Подробно этот процесс рассмотрен в работе [144]. В общих чертах он заключается в следующем. Кристалл нагревается до 650 °С в атмосфере кислорода; одновременно через него пропускается ток, не превышающий 0,5 мА. Затем кристалл, находящийся в электрическом поле, медленно охлаждается до комнатной температуры. После охлаждения кристалла ориентация доменов будет сохраняться.

Однако кристалл ниобата бария-натрия обладает еще одним свойством, с которым мы не встречались до сих пор: при температуре около 300 °С он испытывает фазовый переход из тетрагональной структуры в орторомбическую. В результате при охлаждении кристалла, когда его температура проходит через эту точку, материал подвергается микродвойникованию, даже если все указанные выше меры предосторожности были приняты. Иначе говоря, при этом небольшие области кристалла изменяют направление осей *a* и *b* относительно некоторой фиксированной системы координат; при этом направление оси *c*, заданное в процессе монодоменизации, в основном сохраняется. Микродвойникование можно устранить, для чего необходимо нагреть кристалл до температуры выше 300 °С, но намного ниже температуры Кюри (585 °С), после чего, приложив к кристаллу сжимающее усилие порядка 10<sup>7</sup> дин/см<sup>2</sup> вдоль любой из его осей, кроме оси *c*, медленно охладить его. При температуре ниже температуры фазового перехода ось, к которой было приложено усилие, станет осью *a* (или осью *x*). Само

собой разумеется, что кристаллы ниобата бария-натрия, поступающие в продажу, предварительно подвергаются монодоменизации, в них устраняется микродвойникование.

Кристаллы ниобата бария-натрия прозрачны в диапазоне от 3700 Å почти до 5 мкм, хотя и имеют небольшое поглощение вблизи 3 мкм, обусловленное примесью гидроксильной группы. Такое же поглощение обнаружено и у ниобата лития. Некоторые кристаллы ниобата бария-натрия под воздействием оптического излучения заметно изменяют свою окраску: появляются неоднородности коричневого цвета. Установлено, что этот эффект имеет место только в кристаллах, выращенных в иридиевых тиглях; у ниобатов, выращенных в платиновых тиглях, этот эффект отсутствует.

Таблица 4.1

Показатели преломления ниобата бария-натрия при комнатной температуре. (Из работы [144].)

$\lambda$ , мкм	$n_x$	$n_y$	$n_z$
457,9	2,4284	2,4266	2,2931
476,5	2,4094	2,4076	2,2799
488,0	2,3991	2,3974	2,2727
496,5	2,3920	2,3903	2,2678
501,7	2,3879	2,3862	2,2649
514,5	2,3786	2,3767	2,2583
532,1	2,3672	2,3655	2,2502
632,8	2,3222	2,3205	2,2177
1064,2	2,2580	2,2567	2,1700

Таблица 4.2

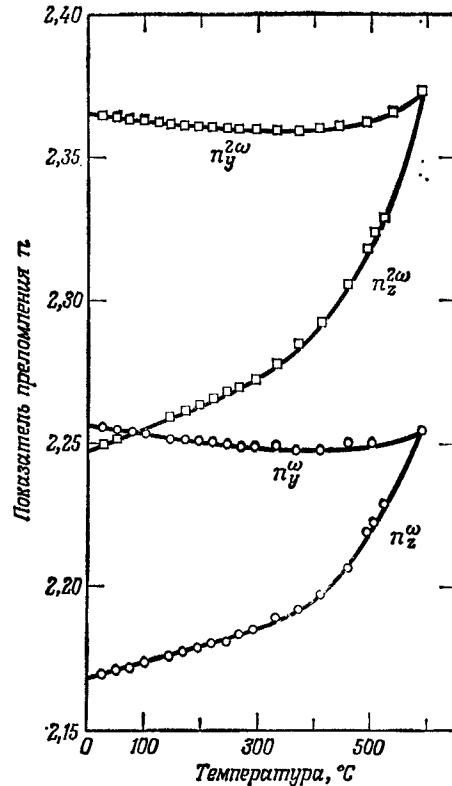
Константы Селмейера для ниобата бария-натрия при комнатной температуре для расчета показателей преломления по формуле

$$n^2 - 1 = \frac{S_0 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}.$$

(Из работы [144].)

Показатель преломления	$S_0$	$\lambda_0$ , мкм
$n_x$	3,9495	209,97
$n_y$	3,9495	200,35
$n_z$	3,6008	179,44

Показатели преломления ниобата бария-натрия измерены весьма тщательно. Результаты измерений для комнатной температуры представлены в табл. 4.1 и 4.2. Зависимость показателей преломления этого кристалла от температуры не удается представить в такой же удобной форме, как это сделано для ниобата лития. Однако



Фиг. 4.7. Температурная зависимость показателей преломления ниобата бария-натрия на 1,064 и 0,532 мкм. (Из работы Синха и сотр. [144].)

в пределах точности измерений. Значения нелинейных коэффициентов приведены в приложении II. Нетрудно заметить, что ниобат бария-натрия обладает еще одним преимуществом по сравнению с ниобатом лития — он имеет большие нелинейные коэффициенты. Таким образом, кристалл ниобата бария-натрия обладает более высокой нелинейностью, чем у ниобата лития, и, кроме того, в нем отсутствует эффект оптически наведенных неоднородностей. Однако при выращивании таких кристаллов вы-

сокого оптического качества встречается гораздо больше трудностей; кроме того, имеются еще и сложности, связанные с монодоменизацией и устранением микродвойничкования таких кристаллов. Поэтому на современном этапе каждый из рассмотренных кристаллов имеет свои преимущества в зависимости от конкретного применения.

Нелинейные коэффициенты ниобата бария-натрия также измерены достаточно точно. Кристалл имеет пять независимых коэффициентов:  $d_{31}$ ,  $d_{32}$ ,  $d_{33}$ ,  $d_{24}$  и  $d_{15}$ . В соответствии с условиями Клейнмана  $d_{31} = d_{15}$  и  $d_{32} = d_{24}$ , что в действительности имеет место в

сокого оптического качества встречается гораздо больше трудностей; кроме того, имеются еще и сложности, связанные с монодоменизацией и устранением микродвойничкования таких кристаллов. Поэтому на современном этапе каждый из рассмотренных кристаллов имеет свои преимущества в зависимости от конкретного применения.

#### 4.7. ADP и KDP

ADP и KDP — первые кристаллы, в которых была получена синхронная ГВГ. С тех пор они используются и во многих других взаимодействиях. Кроме того, эти кристаллы широко используются в качестве электрооптических материалов. Оба кристалла отрицательные, одноосные, обладают прозрачностью в области от ультрафиолетовой до ближней инфракрасной, обычно от 2000 Å до 1,5 мкм. Принадлежат к классу  $42m$  и, следовательно, обладают тетрагональной симметрией.

Оба кристалла были впервые получены как пьезоэлектрические материалы и широко используются в качестве ультразвуковых преобразователей. В результате можно по весьма низкой цене приобретать кристаллы ADP больших размеров (размер грани до 10 см) и хорошего оптического качества, являющиеся отходами пьезотехники.

Кристалл KDP сравнительно устойчив к температурным воздействиям, его можно нагревать и охлаждать. В противоположность ему кристалл ADP при нагревании его до температуры выше 125 °C разлагается на составные части, а при охлаждении — имеет тенденцию к растрескиванию.

В нелинейной оптике нашли применения также и изоморфные им материалы. Среди них наиболее широко известен дейтерированный KDP, который обычно обозначается как KD\*P. Кроме него используются также и другие изоморфные соединения, поскольку они допускают 90°-ный синхронизм для некоторых взаимодействий.

Кристаллы ADP и KDP обладают двумя ценными качествами, которые обуславливают их широкое применение в приборах нелинейной оптики. Это, во-первых, значительная стойкость к воздействию лазерного излучения. Кристаллы обладают как высокими порогами механического разрушения в высокоинтенсивных пучках, так и высокими порогами возникновения оптических неоднородностей вследствие изменения показателей преломления, которые возникают под действием излучения непрерывных лазеров небольшой мощности. Вторым ценным свойством этих кристаллов является простота выращивания их из водных растворов, что позволяет легко получать большие монокристаллы высокого оптического качества.

Показатели преломления KDP при комнатной температуре.  
(Из работы [173].)

Длина волны, мкм	Показатель преломления относительно воздуха		Абсолютный показатель преломления	
	$n_o$	$n_e$	$n_o$	$n_e$
0,2000	1,621996	1,563315	1,622630	1,563913
0,3000	1,545084	1,497691	1,545570	1,498153
0,4000	1,524035	1,479814	1,524481	1,480244
0,5000	1,514498	1,472068	1,514928	1,472486
0,6000	1,508851	1,467856	1,509274	1,468267
0,7000	1,504817	1,465193	1,505235	1,465601
0,8000	1,501508	1,463303	1,501924	1,463708
0,9000	1,498514	1,461830	1,498930	1,462234
1,0000	1,495628	1,460590	1,496044	1,460993
1,1000	1,492730	1,459481	1,493147	1,459884
1,2000	1,489751	1,458443	1,490169	1,458845
1,3000	1,486645	1,457436	1,487064	1,457838
1,4000	1,483381	1,456437	1,483803	1,456838
1,5000	1,479938	1,455427	1,480363	1,455829
1,6000	1,476302	1,454395	1,476729	1,454797
1,7000	1,472459	1,453333	1,472890	1,453735
1,8000	1,468400	1,452234	1,468834	1,452636
1,9000	1,464118	1,451093	1,464555	1,451495
2,0000	1,459603	1,449906	1,460044	1,450308

Однако наряду с указанными полезными свойствами эти кристаллы имеют и ряд недостатков. В частности, кристаллы не прозрачны в инфракрасной области, поскольку содержат атомы водорода. Кроме того, величина показателей преломления этих кристаллов невелика (составляет примерно  $1,5 \div 1,55$ ) и следовательно, нелинейные коэффициенты у них также малы. У кристаллов класса  $\bar{4}2m$  существуют три отличных от нуля нелинейных коэффициента:  $d_{14}$ ,  $d_{25}$  и  $d_{36}$ . Из них первые два равны между собой вследствие симметрии кристаллов, а последний должен быть равен двум остальным, если выполняются условия симметрии Клейнмана. Таким образом, для экспериментальных целей необходимо знать всего лишь один нелинейный коэффициент.

Нелинейные коэффициенты ADP и KDP (приложение II) были измерены весьма тщательно, поскольку эти кристаллы широко используются в качестве опорных материалов при относительных измерениях оптических нелинейностей.

Показатели преломления кристаллов ADP и KDP [173] при комнатной температуре приведены в табл. 4.3. Величину показателей преломления можно рассчитать с помощью уравнения Селмейера:

$$n^2 = A + \frac{B^2 v^2}{1 - v^2/C} + \frac{D}{E - v^2};$$

значения констант  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$  даны в табл. 4.4. Показатели преломления кристаллов KDP и ADP зависят от температуры, и это свойство было использовано для получения синхронизма в плоскости  $x-y$  при удвоении частоты излучения аргонового лазера (длина волны излучения лазера  $5145 \text{ \AA}$ , длина волны второй гармоники  $2572 \text{ \AA}$ ). Температурная зависимость показателей преломления этих кристаллов подробно исследовалась Адамсом и Барреттом<sup>1)</sup> и независимо Филлипсом [137]. Результаты последней работы можно представить в виде выражения для изменения показателя преломления  $\Delta n$  от комнатной температуры до температуры  $T$ :

$$\begin{aligned} n(T) &= n(298^\circ \text{K}) + \Delta n \cdot \Delta T, \\ \Delta T &= (298 - T)^\circ \text{K}, \\ \Delta n &= (n^2 + an + b)c \cdot \Delta T. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Значения констант  $a$ ,  $b$  и  $c$  для обыкновенного и необыкновенного показателей преломления кристаллов ADP, KDP и дейтерированного KD\*P приведены в табл. 4.5. Константы практически не зависят от длины волны, и показатели преломления во всех случаях возрастают при охлаждении кристаллов.

<sup>1)</sup> Результаты этой работы не опубликованы.

Таблица 4.3б

Показатели преломления ADP при комнатной температуре.  
(Из работы [173].)

Длина волны, мкм	Показатель преломления относительно воздуха		Абсолютный показатель преломления	
	$n_o$	$n_e$	$n_o$	$n_e$
0,2000	1,648418	1,587119	1,649073	1,587740
0,3000	1,563459	1,512300	1,563953	1,512769
0,4000	1,540328	1,492165	1,540782	1,492601
0,5000	1,529833	1,483369	1,530271	1,483792
0,6000	1,523589	1,478476	1,524018	1,478892
0,7000	1,519097	1,475266	1,519522	1,475679

Продолжение

Длина волны, мкм	Показатель преломления относительно воздуха		Абсолютный показатель преломления	
	$n_o$	$n_e$	$n_o$	$n_e$
0,8000	1,515384	1,472875	1,515808	1,473285
0,9000	1,512006	1,470906	1,512428	1,471315
1,0000	1,508730	1,469155	1,509153	1,469563
1,1000	1,505428	1,467509	1,505851	1,467917
1,2000	1,502023	1,465899	1,502447	1,466307
1,3000	1,498465	1,464284	1,498891	1,464691
1,4000	1,494721	1,462634	1,495148	1,463042
1,5000	1,490766	1,460932	1,491195	1,461339
1,6000	1,486584	1,459162	1,487015	1,459570
1,7000	1,482161	1,457316	1,482594	1,457725
1,8000	1,477485	1,455386	1,477920	1,455795
1,9000	1,472547	1,453365	1,472985	1,453775
2,0000	1,467339	1,451249	1,467780	1,451660

Таблица 4.4

Константы Селмейера для ADP и KDP. (Из работы [173].)

	KDP		ADP	
	$e$	$o$	$e$	$o$
A	2,133831	2,260476	2,164692	2,304082
B	$8,653247 \cdot 10^{-11}$	$1,011279 \cdot 10^{-10}$	$9,633312 \cdot 10^{-11}$	$1,114773 \cdot 10^{-10}$
C	$8,134538 \cdot 10^9$	$7,726552 \cdot 10^9$	$7,691000 \cdot 10^9$	$7,542305 \cdot 10^9$
D	$8,069838 \cdot 10^5$	$3,249268 \cdot 10^6$	$1,479865 \cdot 10^6$	$3,774363 \cdot 10^6$
E	$2,500000 \cdot 10^5$	$2,500000 \cdot 10^5$	$2,500000 \cdot 10^5$	$2,500000 \cdot 10^5$

## 4.8. Иодат лития

Впервые свойства кристалла иодата лития ( $\text{LiJO}_3$ ) описали два немецких исследователя — Нат и Хауссул в 1969 г. [125]. Их интерес к иодам был вызван более ранними исследованиями свойств альфа-иодной кислоты ( $\alpha\text{-HJO}_3$ ) [96]. Оказалось, что иодат лития обладает гораздо большей, чем  $\text{HJO}_3$ , механической устойчивостью в широком диапазоне температур (20—256 °C) и, кроме того, не ухудшает своих свойств при контакте с воздухом. Этот кристалл относится к точечной группе 6, одноосный,

Таблица 4.5

Температурная зависимость показателей преломления ADP, KDP и KD\*P. (Из работы [137].)

Кристалл	$a$	$b$	$c$
ADP			
$n_o$	-3,0297	2,3004	$0,713 \cdot 10^{-2}$
$n_e$	0	0	$0,675 \cdot 10^{-6}$
KDP			
$n_o$	0	-1,432	$0,402 \cdot 10^{-4}$
$n_e$	0	-1,105	$0,221 \cdot 10^{-4}$
KD*P			
$n_o$	0	-1,047	$0,228 \cdot 10^{-4}$
$n_e$	0	0	$0,955 \cdot 10^{-5}$

отрицательный, обладает синхронизмом. Значения его показателей преломления приведены в табл. 4.6. Величины его нелинейных коэффициентов измерялись разными авторами; соответствующие цифры, принятые после некоторых обсуждений, приведены в приложении II.

Таблица 4.6

Показатели преломления иодата лития при комнатной температуре. (Из работы [125].)

$\lambda, \text{Å}$	$n_o$	$n_e$
4 000	1,948	1,780
4 360	1,931	1,766
5 000	1,908	1,754
5 300	1,901	1,750
5 780	1,888	1,742
6 900	1,875	1,731
8 000	1,868	1,724
10 600	1,860	1,719

Практический интерес к кристаллу иодата лития обусловлен тем, что его эффективный нелинейный коэффициент сравним с коэффициентом для кристалла ниобата лития, и в то же время для него не существует проблем, связанных с оптически наведенными неоднородностями, которые сильно ограничивают применимость ниобата лития. Поэтому кристалл иодата лития, несмотря на наличие у него некоторых нежелательных свойств,

нашел свое применение в качестве эффективного удвоителя частоты излучения лазера на АИГ при внутррезонаторной ГВГ. Поскольку показатели преломления иодата лития слабо зависят от температуры [125], для получения синхронной ГВГ используется угловая перестройка. Угол синхронизма при ГВГ излучения гелий-неонового лазера (длина волны 1,084 мкм) составляет  $28,9^\circ$  с осью  $c$ ; для длины волны 1,1523 мкм этот угол равен  $27,2^\circ$ . Интересно отметить, что ВГ излучения лазера на АИГ, которая использовалась для накачки первого промышленного параметрического генератора света, генерировалась именно в кристалле иодата лития. Такой выбор был обусловлен стойкостью этого кристалла к оптическому излучению.

#### 4.9. Прустит

Кристаллы прустита в виде достаточно больших образцов хорошего оптического качества были впервые получены в Королевском радиолокационном институте в Англии [10, 79, 80]. Прустит был выращен после изучения свойств природных кристаллов, встречающихся в отложениях минералов. Кристалл двулучепреломляющий, нецентросимметричный, обладает прозрачностью в широком спектральном диапазоне примерно от 6000 Å до более чем 13 мкм. Большая величина двулучепреломления этого материала позволяет на искусственно выращенных кристаллах хорошего качества изучать синхронные взаимодействия между волнами диапазона 8—13 мкм (окно прозрачности атмосферы) и волнами, частоты которых лежат в видимой области.

Так же как и ниобат лития, этот кристалл принадлежит к классу  $3m$ . Однако свойства этих двух кристаллов совершенно различны. Химическая формула прустита —  $Ag_3AsS_3$ ; кристалл представляет собой соединение серебра и сульфида мышьяка. Кристалл оптически отрицательный, одноосный, величина двулучепреломления  $n_o - n_e = 0,2$ .

Значения его показателей преломления приведены в табл. 4.7. Уравнения Селмейера для этого кристалла имеют вид [79]

$$n_o^2 = 9,220 + \frac{0,4454}{\lambda^2 - 0,1264} - \frac{1733}{1000 - \lambda^2}$$

и

$$n_e^2 = 7,007 + \frac{0,3230}{\lambda^2 - 0,1192} - \frac{660}{100 - \lambda^2},$$

где  $\lambda$  — длина волны в мкм. Эти уравнения можно использовать для расчетов показателей преломления прустита в диапазоне от 0,6 до 20 мкм при температуре  $20^\circ\text{C}$ .

В соответствии с правилом Миллера можно ожидать, что большая величина показателей преломления прустита указы-

Таблица 4.7

Показатели преломления прустита при температуре  $20^\circ\text{C}$ . (Из работы [80].)

$\lambda$ , мкм	$n_e$	$n_o$
0,5876	2,7896	—
0,6328	2,7391	3,0190
0,6678	2,7094	2,9804
1,014	2,5901	2,8264
1,129	2,5756	2,8067
1,367	2,5570	2,7833
1,530	2,5485	2,7728
1,709	2,5423	2,7654
2,50	2,5282	2,7478
3,56	2,5213	2,7379
4,62	2,5178	2,7318

вает на наличие у него большой нелинейности, и это в действительности так. Экспериментально измеренные величины нелинейных коэффициентов:

$$d_{22} = 50d_{36} (\text{KDP}) \quad \text{и} \quad d_{31} = 30d_{36} (\text{KDP}).$$

Коэффициент  $d_{33}$  не измерялся (поскольку он не представляет особого практического интереса). В соответствии с условием Клейнмана  $d_{15} = d_{31}$ .

Благодаря весьма широкой области прозрачности прустита он использовался в нескольких экспериментах по смешению частот излучения  $\text{CO}_2$ -лазера (10,6 мкм) и излучения лазера видимого диапазона, обычно рубинового. Размеры выращиваемых монокристаллов прустита составляют несколько сантиметров. По внешнему виду и по своим механическим свойствам прустит очень похож на стекло с примесью трисульфида мышьяка; на него очень трудно наносить диэлектрические покрытия, также трудно достигнуть высокого качества полировки поверхности. Кристалл прустита может претерпевать самые различные изменения при воздействии на него лазерного излучения большой мощности, начиная от нарушения качества поверхностей и незначительных объемных разрушений и кончая воспламенением!

Пираргирит ( $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ ) — материал, близкий по своим линейным и нелинейным свойствам пруститу, также исследовался некоторыми авторами [79, 80]. Граница области прозрачности этого кристалла несколько сдвинута в красную область и начинается вблизи 7000 Å.

Киноварь (HgS) — другой нелинейный материал, который изучался более подробно; он близок к пруститу по своим нелинейным свойствам, однако имеет совершенно другую структуру и химические свойства [29]. Этот кристалл принадлежит к классу 32; имеет такую же область прозрачности, как и прустит. Его нелинейные коэффициенты и показатели преломления того же порядка, что и у прустита. Кристалл одноосный, положительный.

Показатели преломления прустита, пираргирита и киновари практически не зависят от температуры, и, следовательно, для получения синхронных взаимодействий следует использовать угловую перестройку. Кроме того, поскольку эти кристаллы обладают большим двулучепреломлением, направление синхронизма обычно составляет небольшой угол с осью  $c$  и, следовательно, существенную роль при использовании этих кристаллов будут играть апертурные эффекты. Так, например, в эксперименте по преобразованию излучения с длиной волны 10,6 мкм в видимую область путем смещения его с излучением гелий-неонового лазера (6328 Å) и генерации разностной частоты максимальная длина эффективного взаимодействия составляет, по оценке Бойда [29], величину порядка 0,06 см для кристалла HgS; при этом предполагается, что все взаимодействующие пучки пространственно одномодовые. Несмотря на это, такие взаимодействия представляют определенный интерес, учитывая что в некоторых практических ситуациях эти апертурные эффекты могут быть менее существенными. Мы обсудим такие случаи в гл. 6.

## 5

### Генерация второй гармоники

#### 5.1. Введение

Генерация второй гармоники (ГВГ) представляет практический интерес с того времени, как было показано, что эффективное преобразование от основной частоты к частоте второй гармоники может быть достигнуто при разумных мощностях излучения основной частоты [69, 42, 47, 62, 126]. Это позволило получить мощные источники когерентного излучения в ранее недоступных диапазонах длин волн (В табл. 5.1 перечислены некоторые эффективные источники, использующие эффект генерации второй гармоники, и соответствующие длины волн.)

Среди всех процессов преобразования частоты наиболее подробно изученным является удвоение линии 1,06 мкм, получаемой от ионов неодима в различных матрицах. В частности, в настоящее время предметом интенсивного исследования является процесс удвоения частоты излучения непрерывного лазера на Nd:YAG [62], поскольку этот лазер характеризуется одновременно высокой эффективностью и большой мощностью, а также потому, что зеленый свет, получаемый в результате удвоения, попадает в удобный для регистрации с помощью фотомножителей спектральный интервал.

Рассмотрим вначале полученные ранее соотношения и проведем численные оценки, позволяющие представить характеристики, достижимые без применения специальных мер для увеличения эффективности ГВГ. Затем мы рассмотрим некоторые специальные методы более детально.

#### 5.2. Взаимодействия плоских волн

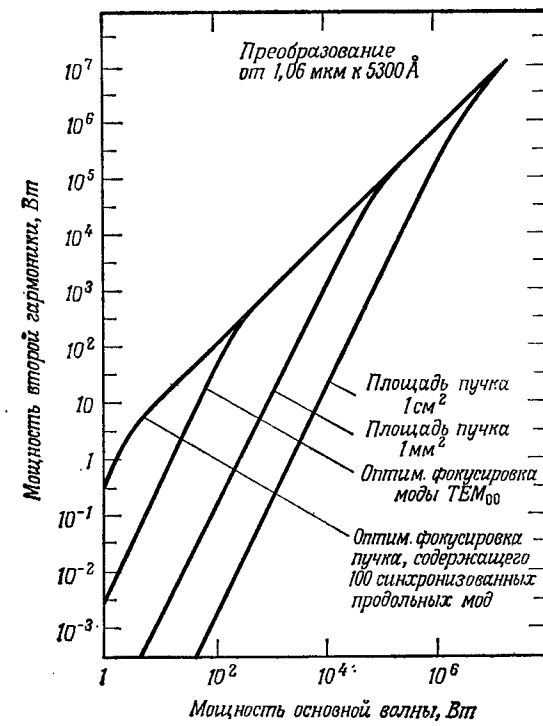
Глава 2 содержала подробное обсуждение синхронной генерации второй гармоники плоской монохроматической волны. В приближении заданного поля мы вывели формулу (2.52) для мощности второй гармоники. Решение укороченных уравнений (2.51) для случая точного фазового синхронизма, учитывающее истощение основной волны, содержится в соотношениях (2.68—2.70), из которых без труда можно получить выражение для генерируемой мощности.

Для иллюстрации этих результатов подставим численные значения для практически интересного случая — преобразования из-

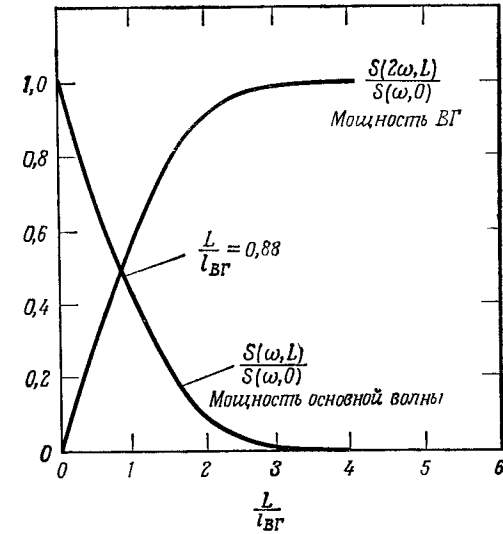


Некоторые эффективные источники второй оптической гармоники

Длина волны основной гармоники, мкм	Мощность основной гармоники, Вт	Мощность второй гармоники, Вт	К. п. д. преобразования	Нелинейный кристалл	Литература
1,06 стекло с Nd	—	$10^4$ в импульсе	70%, пиковый; в среднем 51%	KDP	[69]
1,06 Nd:YAG	0,1—0,6 в гигантских импульсах с частотой повторения от 0 до 11 кГц	0,3—0,9	сильно зависит от частоты повторения	LiIO <sub>3</sub> внутри резонатора	[42]
1,06 Nd:YAG	1,1 непрерывный режим	1,1 непрерывный режим	100%	Ba <sub>2</sub> Nb <sub>5</sub> O <sub>15</sub> внутри резонатора	[62]
0,5145 лазер на ионизированном аргоне	0,83	0,415	50%	KDP или ADP внутри резонатора	[47]
0,6943 лазер на рубине	$130 \cdot 10^6$ на $1 \text{ см}^2$	—	40%	LiIO <sub>3</sub>	[126]



Фиг. 5.1. Расчетные кривые для зависимости мощности второй гармоники от мощности волны основного излучения при различных условиях. Расчеты проделаны для кристалла ниобата лития длиной 1 см. Длина волны лазерного источника взята равной 1 мкм.



Фиг. 5.2. Форма теоретической кривой для мощности второй гармоники, получаемой в длинном кристалле. Здесь же показано, как истощается волна основной частоты.

лучения неодимового лазера с длиной волны 1,06 мкм во вторую гармонику с длиной волны 5300 Å в кристалле ниобата лития. Предположим, что длина кристалла равна 1 см и синхронное взаимодействие осуществляется в плоскости  $x-y$ . (Эта ситуация имеет место для температур синхронизма в диапазоне 0—200 °С, причем точное значение температуры синхронизма зависит от состава кристалла.) Считаем, далее, что площадь поперечного сечения пучка равна 1 см<sup>2</sup>. Результат представлен на фиг. 5.1, откуда можно видеть, что для получения эффективных преобразований (10% или более) требуются мощности основного излучения  $4 \cdot 10^5$  Вт или более. Фиг. 5.2 показывает, как насыщается мощность второй гармоники по мере истощения волны основной частоты. В идеале 99% мощности передается от основной волны ко второй гармонике, когда длина кристалла  $L$  примерно равна утроенной характерной длине  $l_{\text{пл}}$ . Чтобы получить представление о том, чему это соответствует, положим  $P(\omega) = 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>. В этом случае, для того же примера,  $l_{\text{пл}} \approx 3$  см.

Только что приведенный пример представляет собой идеализированный случай, поскольку мы полагали, что выполнены следующие условия:

1. Лазерное излучение на основной частоте является монохроматическим, так что его электрическое поле может быть представлено в виде  $\mathcal{E}(\omega) \cdot \cos(\omega t - \mathbf{kR})$ .

2. Волны являются бесконечно протяженными в направлениях, перпендикулярных направлению распространения  $\mathbf{k}$  (однородные плоские волны).

### 5.3. Ограниченные пучки

До сих пор при анализе рассматривались пучки основной частоты бесконечно больших поперечных размеров, но, очевидно, это допущение является не вполне реалистичным. Однако не представляет труда переписать уравнение (2.52) для случая пучка с площадью сечения  $A$  и мощностью  $W(\omega)$  и получить для мощности  $W(2\omega)$  второй гармоники (в единицах СГСЭ) выражение

$$W(2\omega) = \frac{512\pi^5 d^2 L^2 W^2(\omega)}{n(2\omega) n^2(\omega) \lambda^2 c A}.$$

На фиг. 5.1 показан результат подстановки  $A = 0,01$  см<sup>2</sup>, который по сравнению со случаем  $A = 1$  см<sup>2</sup>, естественно, дает выигрыш для  $W(2\omega)/W^2(\omega)$  в 100 раз. При этом, однако, считается, что площадь  $A$  достаточно велика, так что диаметр лазерного пучка остается примерно одним и тем же при распространении вдоль всего нелинейного кристалла. Ясно, что если

сделать величину  $A$  настолько малой, что дифракция будет вызывать расхождение пучка, то вышеупомянутое уравнение не будет больше справедливым. Следует также помнить, что для любого другого типа фазового синхронизма, за исключением того, который достигается в кристаллической плоскости  $x-y$ , пучки основного излучения и второй гармоники смещаются друг относительно друга, поскольку их поляризации взаимно ортогональны. В одноосном кристалле величина этого сноса легко оценивается из соотношения, связывающего направление волновой нормали и луча [уравнение (1.29)]. Таким образом, пока ни снос пучков, ни их расходимость не являются доминирующими, уменьшение площади пучка или фокусирование лазерного пучка внутри кристалла существенно увеличивает эффективность ГВГ.

Нетрудно убедиться теперь в том, что должна существовать оптимальная степень фокусировки. При слабой фокусировке пучки не будут сконцентрированы настолько, чтобы эффективно взаимодействовать. Если же пучок фокусируется слишком жестко, эффективность может ограничиваться создаваемой при этом избыточной расходимостью, а также сносом пучков основной частоты и второй гармоники.

Детальный анализ этой ситуации является сложной задачей, и нет точного общего решения для случая генерации второй гармоники в одноосном кристалле. Тем не менее Бойд и Клейнман [28], исчерпывающим образом исследовав эту проблему, показали, что ее можно свести к более простой несколькими способами, так что численные результаты можно получить для любого интересующего случая с помощью графиков, рассчитанных на ЭВМ. В частности, они показали, что в одноосном кристалле для синхронных взаимодействий с  $\theta < 90^\circ$  существуют оптимальные значения величин длины кристалла и радиуса фокального пятна, которые можно рассчитать, если известны параметры кристалла и заданы длины волн.

Если синхронное взаимодействие в кристалле осуществляется в плоскости  $x-y$  (90°-синхронизм, как это имеет место, например, в ниобате лития), оптимального значения длины кристалла не существует. Каждой же длине кристалла соответствует свой оптимальный размер фокального пятна. Для этой ситуации Бойд и Клейнман получили выражение для мощности второй гармоники в единицах СГСЭ в следующем виде:

$$W(2\omega) = \frac{1024\pi^5 d^2 L [1,068 W^2(\omega)]}{n(\omega) n(2\omega) \lambda^3 c}. \quad (5.1)$$

Существует простая формула, связывающая оптимальный радиус фокального пятна  $\omega_0$  и длину кристалла  $L$ . Если профиль пучка описывается функцией  $\exp(-r^2/\omega_0^2)$ , то величина  $\omega_0$  свя-

зана с длиной кристалла с помощью следующих соотношений:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{b\lambda}{2\pi}},$$

$$b = \frac{L}{2,84}. \quad (5.2)$$

Из (5.2) нетрудно получить, что условия оптимальной фокусировки в этом случае соответствуют равенству длины кристалла длине фокального пятна.

Терминология, используемая здесь, широко применяется при описании лазерных пучков с одной поперечной модой. Параметр  $b$  называется конфокальным параметром<sup>1)</sup> для лазера, работающего на нижней поперечной моде, описываемой с помощью  $\omega_0$ . На расстоянии  $z$  от фокуса такой пучок имеет радиус поперечного сечения  $\omega'_0$ , где

$$\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{4z^2}{b^2}}. \quad (5.3)$$

Задания одного из параметров,  $\omega_0$  или  $b$ , а также длины волны и положения фокуса достаточно для определения профиля пучка или его интенсивности в любой точке пространства. Эти соотношения были впервые выведены Бойдом и Когельником [24] при рассмотрении мод типичного лазерного резонатора. Способы согласования моды лазера с данными значениями  $\omega_0$  и  $b$  с другой модой, имеющей различные значения  $\omega'_0$  и  $b'$ , с помощью специально подобранных и должным образом расположенных линз подробно рассмотрены Коллинзом [43].

Если взять формулы (5.2) и подставить в них численные значения, соответствующие кристаллу ниобата лития длиной 1 см и длине волны основного излучения 1,06 мкм, мы получим результат (см. фиг. 5.1), иллюстрирующий резкое возрастание эффективности преобразования, которое может быть получено при использовании должным образом сфокусированного пучка. Этот способ используется в сочетании с другими для получения очень высоких эффективностей преобразования во вторую гармонику от излучения маломощных непрерывных лазеров. Мы обсудим это позднее, вместе с практическими результатами и применениями.

Полученный результат применим, строго говоря, только к лазерным пучкам с одной поперечной модой. В более общем случае многомодового лазера возможны два подхода. Если модовая структура пучка известна в форме, поддающейся математическому описанию, в интересующем нас случае могут быть

<sup>1)</sup> В конфокальном резонаторе параметр  $b$  равен радиусу кривизны зеркала, который в свою очередь равен расстоянию между зеркалами.

выполнены вычисления, аналогичные тем, которые проделали Бойд и Клейнман [28]. Однако чаще бывают известны лишь интегральные параметры пучка, такие, как расходимость и площадь поперечного сечения пучка в некоторой точке пространства, тогда как точное фазовое распределение по поперечному сечению не известно. При этих условиях полезно оценить чувствительность синхронного процесса ГВГ к расходимости пучков и к ширине спектральной линии основного излучения.

Напомним прежде всего, что условие фазового синхронизма  $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega = 0$  удовлетворяется для каждого направления в кристалле только для единственной частоты. Поскольку, однако, интенсивность ВГ изменяется не как  $\delta$ -функция,  $\delta(\Delta k)$ , а как  $\sin^2(\Delta k \cdot L/2)/(\Delta k \cdot L/2)$ , это позволяет допустить небольшие отклонения от точного синхронизма  $\Delta k = \pm\pi/L$ , где  $L$  — длина кристалла. Этому соответствует некоторое допустимое угловое отклонение от направления точного фазового синхронизма, которое может быть вычислено с помощью выражений (3.11) или (3.12).

Аналогично можно оценить влияние малого изменения частоты основного излучения, вычисляя  $\partial(\Delta k)/\partial\omega = \pi/(L \cdot \Delta\omega)$ ,

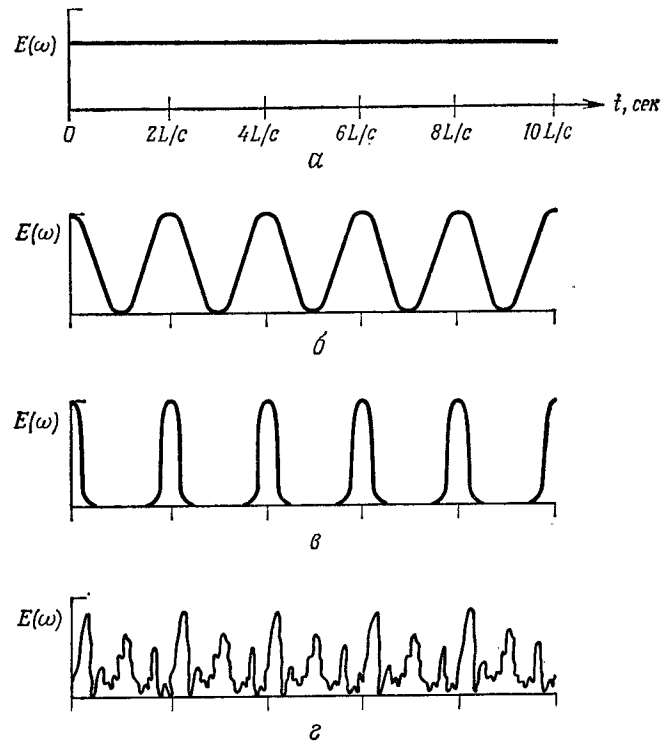
$$\Delta\omega = \pm \frac{\pi}{L} \left( \frac{\partial k(2\omega)}{\partial\omega} - \frac{\partial k(\omega)}{\partial\omega} \right)^{-1}.$$

При широкополосном источнике основного излучения вторая гармоника состоит не только из его удвоенных частотных компонент, но содержит также комбинации этих компонент [(т. е. если в излучении источника присутствуют компоненты с частотами  $\omega$  и  $\omega + \Delta\omega$ , то во второй гармонике будут представлены частоты  $2\omega$ ,  $2\omega + \Delta\omega$  и  $2(\omega + \Delta\omega)$ ]. Это обстоятельство приводит к дополнительным эффектам, которые мы обсудим ниже.

#### 5.4. Влияние модовой структуры лазерного пучка на ГВГ

Лишь очень небольшая доля всех используемых в настоящее время лазеров действительно работает в одномодовом режиме, т. е. на одной частоте и с пучком, имеющим гауссов профиль интенсивности. Большинство газовых лазеров имеет гауссов профиль ТЕМ<sub>00</sub> моды, но измерения их частотного спектра показывают, что они излучают на целом ряде частот, разделенных интервалом  $c/2L$  Гц, где  $c$  — скорость света и  $L$  — длина резонатора лазера. В общем случае каждой из этих «продольных мод» часто соответствует множество поперечных мод, так что профиль интенсивности выходного излучения не гауссов, а фазовое распределение в поперечном сечении не является простым. Подобное сложное частотное и фазовое распределение реального лазерного излучения неожиданно сильно

влияет на ГВГ. Оказывается, что такая сложная структура излучения может приводить к возрастанию к. п. д. преобразования во вторую гармонику. В то же время случайные и изменяющиеся во времени фазовые соотношения между различными модами вызывают флуктуации мощности второй гармоники, хотя средняя мощность основного излучения остается неизменной.



Фиг. 5.3. Влияние многомодовости на временную зависимость выходного излучения лазера.

*a* — одна стабилизированная мода; *b* — две стабилизированные моды; *c* — множество синхронизированных мод; *d* — множество мод со случайными фазами.

Качественно можно понять, почему эта модовая структура приводит к возрастанию эффективности процесса ГВГ, если вспомнить, что электрическое поле волны ВГ зависит от квадрата напряженности поля основной волны  $E^2(\omega)$ , а не от  $E(\omega)$ . Поведение излучения многомодового лазера во времени похоже на временную эволюцию шума, однако в лазерном поле содержится повторяющаяся с периодом  $2L/c$  структура, конкретная форма которой медленно изменяется в течение многих периодов из-за дрейфа относительных фаз различных мод

(фиг. 5.3). Естественно, что возрастание ВГ в пиках этой шумовой волны с избытком компенсирует соответствующее уменьшение минимума, так что в целом получается увеличение к. п. д. преобразования. Анализ этого эффекта был проведен впервые Дюкуэнгом и Бломбергенем [49]. Мы воспользуемся упрощенной теорией, которая иллюстрирует механизм возрастания эффективности ГВГ, но использует более простую систему обозначений.

Предположим, что лазерное излучение может быть представлено в виде суперпозиции мод, однородно распределенных по частотной шкале и имеющих равные амплитуды, а также одинаковые поперечные профили интенсивности и одинаковые фазовые фронты. Такое описание вполне применимо к большинству газовых лазеров и к многим твердотельным лазерам, работающим на ТЕМ<sub>00</sub>-моды. Итак, запишем лазерное излучение в виде

$$E_F = \sum_{n=1}^N \mathcal{E}_n e^{i(\omega_n t - \varphi_n)} = \sum_{n=1}^N E_n e^{i\omega_n t},$$

где  $E_n = \mathcal{E}_n e^{-i\varphi_n}$  и целое  $n$  принимает значения от 1 до  $N$ . Тогда интенсивность лазерного излучения определится с помощью соотношения  $I(\omega) \approx \sum_{n=1}^N E_n E_n^* = N E_n E_n^*$ . Величина напряженности электрического поля волны ВГ дается выражением

$$E(2\omega) = K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N E_n E_m e^{i(\omega_n + \omega_m)t},$$

а интенсивность ВГ, которая может быть измерена квадратичным детектором, таким, как фотоумножитель, благодаря многомодовости излучения дается формулой

$$I(2\omega)_{mm} = K^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{o=1}^N \sum_{p=1}^N E_n E_m E_o^* E_p^* e^{i(\omega_n + \omega_m - \omega_o - \omega_p)t}.$$

Мы предполагаем, что точный фазовый синхронизм выполнен для всех комбинаций мод основного излучения.

Из всего множества частотных компонент, содержащихся в выражении для  $I(2\omega)_{mm}$ , могут быть зарегистрированы только те, которые попадают в полосу детектора. Следовательно, регистрируемый сигнал обеспечивается лишь теми частотными компонентами, для которых выполняется условие  $\omega_n + \omega_m - \omega_o - \omega_p = 0$ . Далее, из общей суммы мы можем выделить члены, которые являются независимыми по фазе. Фаза члена  $E_n E_m E_o^* E_p^*$  есть  $\varphi_n + \varphi_m - \varphi_o - \varphi_p$ , так что эта сумма может быть фазо-

независимой, только когда  $n = m = o = p$ , либо  $n = o$ ,  $m = p$ , либо  $n = p$ ,  $m = o$ . Отсюда мы получаем для фазонезависимого члена

$$\begin{aligned} \langle I(2\omega)_{pi} \rangle &= K^2 \sum_1^N (E_n E_m^*)^2 + 2K^2 \sum_{(n \neq m)}^N \sum_1^N E_n E_n^* E_m E_m^* = \\ &= K^2 [N + 2N(N-1)] (E_n E_n^*)^2. \end{aligned}$$

Распространяя суммирование только на члены, независимые по фазе, мы найдем среднюю по времени интенсивность ВГ. Остающиеся члены ряда, удовлетворяющие требованию относительно частот, но имеющие несокращающиеся случайные фазовые множители, медленно изменяются во времени вследствие интерференции компонент со случайными фазовыми соотношениями. Спектр этих членов состоит из частот, определяемых как  $\Delta\omega_n = d\varphi_n/dt$ . Другой предельный случай, в котором фазы фиксированы и связаны между собой, мы рассмотрим ниже (разд. 5.5).

Если бы излучение основной гармоники было одночастотным, мы бы имели для интенсивности второй гармоники выражение

$$\langle I(2\omega)_{sm} \rangle = K^2 N^2 (E_n E_n^*)^2,$$

откуда

$$\frac{\langle I(2\omega)_{pi} \rangle}{\langle I(2\omega)_{sm} \rangle} = 2 - \frac{1}{N}.$$

При большом числе мод эта формула описывает возрастание средней мощности ВГ в два раза. Следует подчеркнуть вместе с тем, что, поскольку в выражении для мощности ВГ содержатся члены, зависящие от относительных фазовых соотношений между модами, это приводит к появлению шумоподобных флуктуаций мощности ВГ около среднего значения, о чем уже упоминалось ранее. Дюкуэнг и Бломберген оценили среднеквадратичную величину флуктуации мощности ВГ; она составляет 18% при  $N=3$  и 25% при  $N=4$ . При больших  $N$  эта величина равна  $\sqrt{2/3N}$ .

Таким образом, хотя использование многомодового лазера может поднять к. п. д. преобразования во вторую гармонику, но это увеличение к. п. д. неизбежно сопровождается флуктуациями выходного излучения, что может оказаться нежелательным во многих приложениях.

Устранить эти флуктуации и получить значительный выигрыш в к. п. д. преобразования можно при использовании лазеров с синхронизованными модами. Анализ этого режима посвящен следующий раздел.

## 5.5. ГВГ от лазера с синхронизованными модами

Отличительной чертой лазера с синхронизованными модами является то, что в регулярные моменты времени, разделенные интервалом  $2L/c$  с, все продольные моды складываются в одной фазе. Таким образом, электрическое поле излучения такого лазера можно представить с помощью следующего выражения:

$$\begin{aligned} E_F &= \sum_{n=1}^N E_n e^{i(\omega + n\Delta\omega)t}, \\ \Delta\omega &= \frac{\pi c}{L}, \end{aligned}$$

где все  $E_n$  есть действительные величины и, как мы предположим далее, амплитуды одинаковые. Так что при  $t=0$  все моды имеют одну и ту же фазу, так же как по прошествии любого числа периодов  $t=2L/c$ . Это приводит к тому, что излучение лазера оказывается состоящим из цуга импульсов, следующих друг за другом с интервалом  $2L/c$  с. Величина отношения этого интервала к длительности отдельного импульса имеет порядок  $N$ . Так как ГВГ зависит от среднего значения квадрата амплитуды, а не от квадрата средней амплитуды, следует ожидать, что подобная форма поля излучения должна сильно сказываться на величине эффективности преобразования. Проведем соответствующие вычисления.

Пусть дано, что выходная интенсивность лазера есть  $I'(\omega) \approx \langle E_F^2 \rangle$ , тогда мы получаем, как и прежде, соотношение  $\langle E_F^2 \rangle = N \langle E_n^2 \rangle$ . Напряженность поля второй гармоники в предположении, что условия синхронизма выполнены точно для всех комбинаций мод, дается выражением

$$E(2\omega)_{ml} = K \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N E_n E_m e^{i[2\omega + (n+m)\Delta\omega]t},$$

а интенсивность второй гармоники находится с помощью соотношения

$$I(2\omega)_{ml} = K^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{o=1}^N \sum_{p=1}^N E_n E_m E_o^* E_p^* e^{i(n+m-o-p)\Delta\omega t}.$$

Поскольку нас интересует средняя величина этой интенсивности, следует произвести суммирование и вычислить среднюю величину  $I(2\omega)$ , которая выражается следующим образом:

$$\langle I(2\omega) \rangle_{ml} = K^2 E_n^4 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{o=1}^N \sum_{p=1}^N \delta(n+m-o-p),$$

где  $\delta$  — символ Кронекера (см. разд. 2.9). Эта сумма может быть разбита на две части:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \sum_{o=1}^N \sum_{p=1}^N \delta(n+m-o-p) &= \sum_{J=1}^N J^2 + \sum_{J=N+2}^{2N} (2N-J+1)^2 = \\ &= \sum_{J=1}^N J^2 + \sum_{J=1}^{N-1} J^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} + \frac{(N-1)N(2N-1)}{6}. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получаем следующий результат для средней величины мощности второй гармоники лазера с синхронизованными модами:

$$I(2\omega)_{ml} = K^2 E_F^4 \frac{N(2N^2+1)}{3},$$

причем выигрыш в мощности гармоники, связанный с синхронизацией мод,

$$\frac{\langle I(2\omega)_{ml} \rangle}{\langle I(2\omega)_{sm} \rangle} = \frac{2N^2+1}{3N}.$$

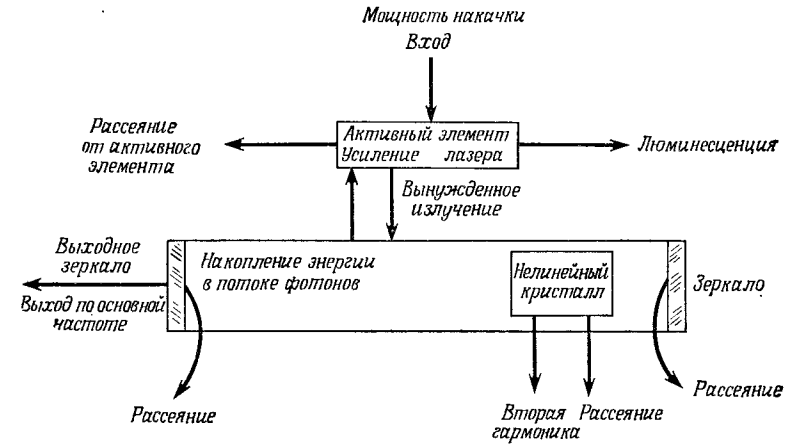
Очевидно, при больших значениях  $N$  это выражение сводится к  $2/3N$ . Для неодимового лазера  $N$  может достигать величины порядка 1000. Правда, следует помнить, что мы предполагали выполнение условий синхронизма для всей полосы частот, занятой основным излучением. Оказывается, на практике это условие далеко не всегда может быть выполнено [44].

Для непрерывного лазера на Nd:YAG типичное значение  $N$  — порядка  $10^2$ . Так что для лазера мощностью 1 Вт с полностью синхронизованными модами и при использовании оптимальной фокусировки основного излучения внутрь кристалла ниобата лития длиной 1 см ожидается генерация непрерывного излучения с мощностью 90 мВт в зеленой области спектра. Это соответствует эффективности преобразования во вторую гармонику только около 10%, несмотря на его 66-кратное увеличение благодаря синхронизации мод.

## 5.6. ГВГ внутри резонатора лазера

Мы видели в предыдущих параграфах, что относительно не сложно получать небольшие мощности второй гармоники от непрерывных источников и что при работе в импульсном режиме легко получают значительно большие величины к. п. д. преобразования. Однако, поскольку многие применения ГВГ требуют использования непрерывных или квазинепрерывных источников, актуальны поиски путей увеличения эффективности удвоителей непрерывного излучения. Нетрудно видеть, что по-

вышения к. п. д. преобразования можно достигнуть, помещая нелинейный кристалл внутри лазерного резонатора, где он будет находиться в поле мощного излучения, циркулирующего по резонатору с высокой добротностью. Более того, поскольку оптимальные потери в резонаторе или выходная связь для большинства непрерывных лазеров имеют порядок величины 1—4%, можно ожидать, что введение в резонатор таких же потерь на ГВГ приведет к созданию весьма эффективного генератора гармоники. Действительно, если преобразование во вторую гармонику имеет тот же порядок, что и потери на излучение через



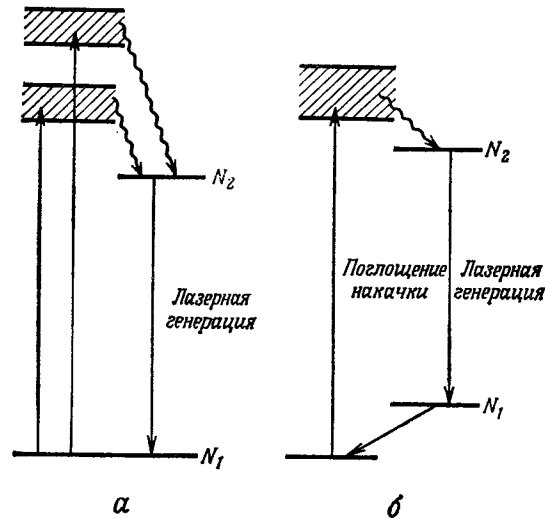
Фиг. 5.4. Схема, иллюстрирующая баланс потоков энергии в лазере и накопительные механизмы, которые необходимо рассматривать при анализе внутрирезонаторной ГВГ.

выходное зеркало с пропусканием 1%, в резонаторе с непрозрачными для основного излучения зеркалами можно обеспечить оптимальную величину связи с нагрузкой и получить излучение на длине волны второй гармоники с мощностью, которая иначе могла бы быть выведена на основной длине волны. Этот режим изучался как теоретически, так и экспериментально несколькими исследователями [138, 149].

Мы изложим в общих чертах ход теоретического анализа, в котором будут ярко проиллюстрированы наиболее характерные особенности такой схемы ГВГ.

Чтобы выявить наличие оптимальной величины связи с нагрузкой для внутрирезонаторной ГВГ, необходимо учесть конкретные параметры лазера. В самом деле, вся работа этого типа ГВГ весьма критично зависит от правильного баланса различных потерь и скорости накачки, связанной с оптическим полем внутри резонатора. Фиг. 5.4 иллюстрирует роль различ-

ных существенных факторов. Лазерный стержень или разрядная трубка представляют собой источник энергии, возбуждающий генератор. Мощность вносится в резонатор, т. е. резервуар оптической энергии, потоком фотонов. Поток фотонов может затем вытекать из резонатора по различным каналам, в частности через выходное зеркало (это обычный способ вывода излучения лазера), через рассеяние или паразитное отражение от любых элементов, через линейное поглощение или через преобразование во вторую гармонику в нелинейном элементе. Поток фотонов



Фиг. 5.5. Схематическая диаграмма уровней для двух типов лазеров. а — трехуровневая схема лазера; б — четырехуровневая схема.

в лазере начинает нарастать сразу же после того, как усиление активной среды превысит линейные потери. Поскольку скорость потерь обычно пропорциональна потоку фотонов, мощность потерь нарастает параллельно росту потока до тех пор, пока скорость потерь не станет в точности равной скорости поступления энергии в резонатор. Последняя величина сама по себе конечна и может быть выражена либо в терминах определенной скорости инвертирования населенности лазерного перехода, либо с помощью зависящего от потока параметра насыщения усиления. Мы используем первый подход, следуя работе Поллони и Свелто [138].

На фиг. 5.5 показаны схемы энергетических уровней для трех- и четырехуровневых лазеров. Основное различие между ними — это то, что в трехуровневом лазере рабочий переход

оканчивается в основном состоянии, тогда как в четырехуровневой конфигурации он оканчивается на уровне, лежащем над основным состоянием. Если в данном объеме имеется  $N_2$  ионов активного вещества, находящихся в возбужденном состоянии, то усиление пропорционально  $N_2 - N_1$ , а поглощение на лазерной частоте пропорционально  $N_1 - N_2$ . Таким образом, имеется значительное различие между условиями работы этих лазерных схем. В трехуровневом лазере для того, чтобы вообще стало возможным усиление, должно быть переведено в возбужденное состояние более половины всех ионов. Между тем в четырехуровневом лазере (при условии, что нижний уровень рабочего лазерного перехода достаточно удален от основного состояния, так что его населенностью за счет теплового возбуждения можно пренебречь) любое число возбужденных ионов  $N_2$  обеспечивает наличие усиления, поскольку  $N_1$  всегда равно нулю.

Типичные примеры двух указанных разновидностей лазерных сред — это рубин ( $\text{Cr}^{3+}$  в  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), который является наиболее распространенной трехуровневой средой, и  $\text{Nd}^{3+}$  в алюмоиттриевом гранате, стекле или вольфрамате кальция, используемый в четырехуровневых лазерах. В последней группе лазер на  $\text{Nd}:\text{YAG}$ , без сомнения, является наиболее популярным среди твердотельных лазеров, и этот материал почти исключительно используется при непрерывной накачке, когда все преимущества четырехуровневой среды проявляются наиболее ярко.

Для описания работы лазера может быть использована простая математическая модель. В ней не принимается во внимание ни многомодовость излучения, ни конкуренция различных мод, ни эффекты выжигания провалов в пространственном распределении усиления, однако она дает хорошее представление о работе лазера и внутрирезонаторной ГВГ. Эта модель описывает работу лазера с помощью двух связанных скоростных уравнений — одно для запасенной энергии в инвертированной системе, другое — для энергии, накопленной в потоке фотонов. Подвод энергии в систему обеспечивается накачкой с заданной интенсивностью, поддерживающей инверсную населенность; энергетические потери учитываются членами, описывающими утечку фотонов из оптического резонатора, потери запасенной энергии через люминесценцию и т. д. Инверсная населенность характеризуется единственным параметром  $n$ , который определяется как  $n = N_2 - N_1$ . Полное число активных ионов в резонаторе равно  $N$ , в случае трехуровневой системы оно равно  $N_1 + N_2$ . Если теперь предположить, что активное вещество лазера полностью заполняет резонатор, за исключением того места, которое занимает нелинейный кристалл, то можно вывести весьма простую систему скоростных уравнений, описывающую

щих действие лазера. Эти уравнения в случае четырехуровневого лазера имеют вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \beta N - Bnq - \frac{n}{\tau}; \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = Bnq - (K_i + K_0)q - K_{\text{ВГ}}q^2; \quad (5.5)$$

для трехуровневого лазера:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \beta(N - n) - 2Bqn - \frac{n + N}{\tau}; \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = Bnq - (K_i + K_0)q - K_{\text{ВГ}}q^2. \quad (5.7)$$

В уравнениях (5.4)–(5.7)  $\beta$  — параметр, пропорциональный скорости накачки и в конечном счете мощности ламп накачки;  $N$  — число активных ионов в лазерном веществе;  $B$  — коэффициент вынужденного излучения в расчете на один фотон и один активный ион;  $\tau$  — время затухания люминесценции;  $K_i$  связано с потерями внутри резонатора;  $K_0$  — выходные потери на зеркалах;  $K_{\text{ВГ}}$  — потери, связанные с ГВГ, и  $q$  — полное число фотонов в резонаторной полости лазера.

Из уравнений (5.4) и (5.6) видно, что различие между трех- и четырехуровневыми лазерными схемами сказывается лишь на скоростном уравнении для инверсной населенности. Из уравнения для трехуровневого лазера видно, что испускание одного фотона в оптическое поле, заполняющее резонатор, сопровождается уменьшением на единицу населенности верхнего уровня  $N_2$  и возрастанием на единицу  $N_1$ . Соответственно разность  $N_2 - N_1$  изменяется на 2, что и объясняет появление коэффициента 2 в уравнении (5.6). Стационарные значения ( $n_0$ ,  $q_0$ ) получаем из уравнений (5.4) и (5.5), положив временные производные равными нулю:

$$\beta N - Bn_0q_0 - \frac{n_0}{\tau} = 0,$$

$$Bn_0 - (K_i + K_0) - K_{\text{ВГ}}q_0 = 0. \quad (5.8)$$

Чтобы лазер работал как эффективный генератор гармоники, положим  $K_0 = 0$  (т. е. предполагается, что зеркала непрозрачны для основного излучения, так что все потери на частоте основного излучения связаны с рассеянием и другими неустранимыми потерями). Тогда мощность второй гармоники оказывается равной

$$W(2\omega) = K_{\text{ВГ}}q_0^2\hbar\omega. \quad (5.9)$$

Из уравнений (5.8) и (5.7) мы находим

$$W(2\omega) = \frac{\hbar\omega}{4B^2\tau^2} \times \left\{ \sqrt{\frac{(K_{\text{ВГ}} + B\tau K_i)^2}{K_{\text{ВГ}}} + 4B\tau(\beta N\tau B - K_i)} - \frac{K_{\text{ВГ}} + B\tau K_i}{\sqrt{K_{\text{ВГ}}}} \right\}^2. \quad (5.10)$$

Величина  $W(2\omega)$  имеет максимум, когда величина  $(K_{\text{ВГ}} + B\tau K_i)/\sqrt{K_{\text{ВГ}}}$  минимальна, т. е. когда

$$K_{\text{ВГ}} = B\tau K_i. \quad (5.11)$$

Этот результат интересен, поскольку он показывает, что если взаимодействие соответствующим образом оптимизировано, то получаемая при этом мощность второй гармоники максимальна независимо от скорости накачки. Напротив, полагая  $K_{\text{ВГ}} = 0$  в уравнении (5.5) и проделывая аналогичную процедуру, нетрудно показать, что для основного излучения оптимальная величина выхода зависит от скорости накачки, поскольку

$$K_{0(\text{опт})} = \sqrt{\tau\beta BNK_i} - K_i. \quad (5.12)$$

Подставляя выражение (5.11) в уравнение (5.10), получаем для оптимальной величины выходной мощности второй гармоники следующее выражение:

$$W(2\omega)_{\text{опт}} = \frac{\hbar\omega}{B\tau} (\sqrt{\beta NB\tau} - \sqrt{K_i})^2.$$

Используя выражение (5.12), с помощью уравнения (5.4) и (5.5) легко показать, что оптимальная выходная мощность основного излучения равна  $W(2\omega)_{\text{опт}}$ .

Таким образом, описанная методика позволяет в принципе получать 100% мощности выхода лазера на частоте второй гармоники. Заметим, однако, что это не означает, будто таким образом получается 100%-ное преобразование основного излучения во вторую гармонику. На самом деле реальное преобразование основного пучка во вторую гармонику внутри лазерного резонатора ближе к 1%, а не к 100%. В данном случае вся мощность, которую ранее лазер мог давать на выходе в виде основного излучения, теперь после некоторой модификации его конструкции может излучаться на частоте второй гармоники. Модификация заключается в уменьшении до нуля выхода лазера по основной частоте.

Интересно также отметить, что существование оптимальной величины для скорости потерь за счет ГВГ,  $K_{\text{ВГ}}$ , предполагает, что при увеличении  $K_{\text{ВГ}}$  мощность второй гармоники будет проходить через максимум, и слишком сильное нелинейное взаимодействие так же нежелательно, как и слишком слабое. В самом



деле, эффекты, связанные с перепреобразованием, наблюдались Гейсиком и др. [62] в экспериментах по внутриврезонаторной ГВГ.

В качестве численного примера мы рассмотрим лазер на Nd:YAG, возбуждающий вторую гармонику в кристалле ниобата бария-натрия. Для лоренцевой формы контура линии лазера [138]:

$$B = \frac{2c^3}{\omega^2 \Delta\omega \tau^{-2} A_L L n_L^3}, \quad (5.13)$$

где  $c$  — скорость света (см/с),  $\omega$  — частота лазерного излучения (рад/с),  $\Delta\omega$  — ширина линии (рад/с),  $A_L$  — площадь пучка в лазерном кристалле  $= \pi\omega^2$  (см<sup>2</sup>),  $L$  — длина резонатора лазера (см),  $n_L$  — показатель преломления лазерного стержня.

Коэффициент нелинейного преобразования во вторую гармонику определится следующим соотношением:

$$K_{\text{ВГ}} = \frac{64\hbar\pi d^2 \omega^3 L_C^2}{c n_C^3 n_L^2 \omega_0^2 L^2}, \quad (5.14)$$

где  $d$  — нелинейный коэффициент,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $L_C$  — длина нелинейного кристалла (см),  $n_C$  — показатель преломления нелинейного кристалла,  $\omega_0$  — радиус пучка излучения в кристалле.

Если мы теперь объединим выражения (5.11) и (5.14) с (5.13) для того, чтобы получить величину оптимальной длины  $L_{C(\text{опт})}$  нелинейного кристалла, то мы найдем

$$L_{C(\text{опт})} = \sqrt{\frac{c^5 n_C^3 \alpha_i}{32\pi d^2 \hbar \omega^5 \Delta\omega n_L^2}} \frac{\omega_0}{\omega}, \quad (5.15)$$

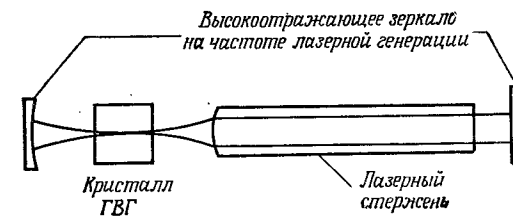
где  $\alpha_i$  — потери в резонаторе за один проход ( $K_i = \alpha_i c / n_L L$ ) и  $\omega$  — радиус лазерного пучка в активном элементе. Подставляя значения, типичные для лазера на Nd:YAG, и полагая  $\alpha_i = 10^{-2}$ , мы получаем  $L_{C(\text{опт})} \omega / \omega_0 \simeq 2$  см.

Если мы предполагаем сконструировать оптический резонатор так, чтобы кристалл удвоителя располагался в фокусе пучка, мы можем положить величину  $\omega / \omega_0$  равной примерно 4 или больше и тогда мы найдем, что оптимальная величина длины кристалла равна 5 мм или меньше. Типичное расположение элементов лазера описываемого типа представлено на фиг. 5.6; здесь пучок излучения имеет большой поперечный размер внутри лазерного стержня, а фокус этого пучка располагается внутри кристалла удвоителя.

Гейсик и др. [62] сообщили о 100%-ном преобразовании полезного выхода лазера на Nd:YAG во вторую гармонику с помощью такой методики. Они использовали кристалл ниобата

бария-натрия длиной 3 мм в лазере, имеющем номинальную выходную мощность 1 Вт. Следует, однако, подчеркнуть, что вторая гармоника генерируется только линейно поляризованным излучением. Поэтому в устройствах, подобных лазеру на Nd:YAG, который обычно испускает неполяризованное излучение, в лучшем случае только около 50% лазерной мощности преобразуется во вторую гармонику. В экспериментах Гейсика производилось сравнение между выходом лазера на Nd:YAG, поляризованного с помощью помещаемой в резонатор под углом Брюстера плоскопараллельной пластинки, и внутриврезонаторной ГВГ в этом же лазере.

Следует иметь в виду также, что равные по интенсивности пучки второй гармоники распространяются в лазерном резонаторе навстречу друг другу, так что 50% генерируемой мощности теряется, если не применять специальные меры для использования обоих пучков. Попытки использовать отражение по лучу

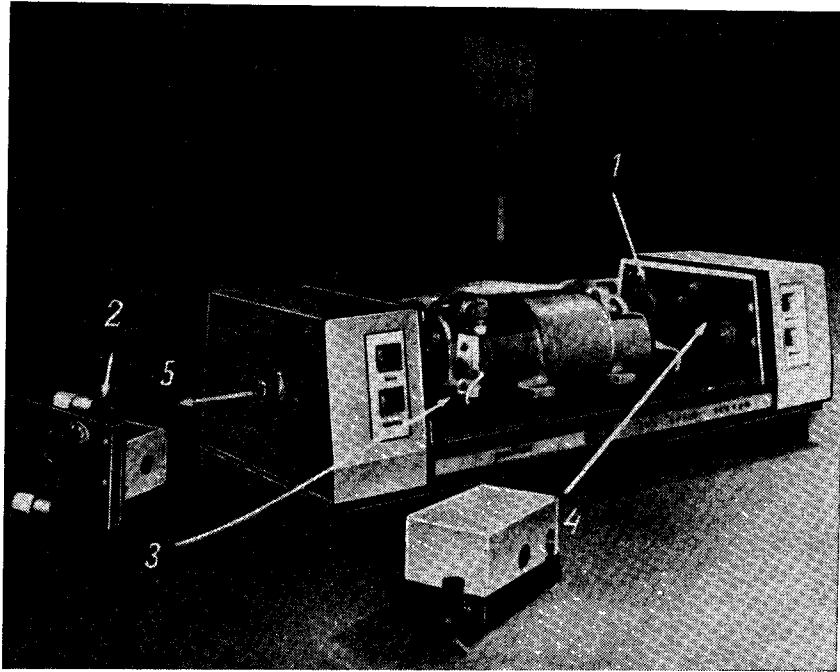


Фиг. 5.6. Типичная экспериментальная схема внутриврезонаторной ГВГ. Нелинейный кристалл помещается в перетяжке генерируемой моды.

второй гармоники, распространяющемуся «назад», чтобы совместить его с лучом, распространяющимся «вперед», приводят к дальнейшим трудностям из-за интерференции этих лучей (эти проблемы были детально рассмотрены Г. Дж. Смитом [149]). Поэтому для однонаправленного преобразования неполяризованного излучения лазера максимальный к. п. д. составляет около 25%.

На практике попытки достичь эффективности ГВГ, близкой к 25%, встречаются с весьма серьезными трудностями. Наиболее очевидная из них связана с нашим предположением, что внесение нелинейного кристалла в лазерный резонатор не приводит к значительному возрастанию внутренних потерь в лазере  $K_i$ . При этом подразумевается, хотя, возможно, это не столь очевидно без проведения детальных вычислений, что указанные суммарные потери должны быть весьма малы (порядка 1% на один проход через резонатор). Таким образом, требуются кристаллы исключительно высокого качества. В вышеприведенных рассуждениях неявно предполагалось также, что нелинейный кристалл не искажает волнового фронта лазерной моды. Это

условие требует от материала, вдобавок к требованию весьма низких потерь в потоках малой интенсивности, еще и чрезвычайно малых коэффициентов поглощения на частотах основного излучения и второй гармоники, так как большинство нелинейных материалов, представляющих первоочередной интерес для применения в такого рода устройствах, характеризуется очень рез-



Фиг. 5.7. Лазерная система, приспособленная для внутррезонаторной ГВГ. Лазер на Nd : YAG работает на длине волны 1,06 мкм (1 — резонатор лазера), его частота удваивается с помощью приставки, показанной отдельно (2); она может вставляться внутрь резонатора (место для ячейки указано стрелкой — 3) и представляет собой небольшую печь с регулируемой температурой, внутри которой находится кристалл ниобата бария-натрия длиной около 0,5 см. Вместе с приставкой — удвоителем частоты — может использоваться акустооптический модулятор добротности лазера (4) с частотой до 10 кГц, так что на выходе лазера (5) получаем периодическую последовательность импульсов излучения зеленого цвета. (Фотография воспроизводится с разрешения фирмы Quantronix Corporation, 225 Engineers Road, Smithtown, N. Y.).

кой зависимостью показателей преломления от температуры. Тогда малое поглощение может привести к значительному разогреву кристалла вдоль лазерного луча; а это в свою очередь приведет к нарушению фазового синхронизма и вызовет образование тепловой линзы в нелинейном кристалле.

Тем не менее, несмотря на все эти трудности, существуют серийные лазерные системы, предназначенные для продажи, в

которых используется внутррезонаторное удвоение излучения YAG с относительно высоким к. п. д. (10% или более). На фиг. 5.7 изображен лазер Nd : YAG непрерывного действия, прекрасно конструктивно оформленный, с двумя дополнительными элементами, которые легко могут быть вставлены внутрь лазерного резонатора. Слева на фиг. 5.7 видна печь, внутри которой находится кубик ниобата бария-натрия длиной 5 мм, используемый для удвоения частоты выхода лазера, так что выходящее излучение имеет длину волны 5300 Å. Элемент, показанный на фигуре справа, представляет собой акустооптический модулятор добротности на основе блока плавленого кварца, сочлененного с ультразвуковым преобразователем, для включения добротности лазерного резонатора с частотой до 10 кГц, что позволяет получить на выходе лазера последовательность импульсов — каждый длительностью порядка  $10^{-6}$  с. Оба дополнительных элемента могут быть использованы или вместе, или порознь, давая непрерывное или импульсное излучение — либо зеленое, либо инфракрасное (с длиной волны 1,06 мкм).

Возвращаясь к трехуровневому лазеру, укажем, что скоростные уравнения (5.6) или (5.7) могут быть решены с помощью аналогичной процедуры, так что могут быть выписаны выражения для оптимальной величины коэффициента связи для выхода лазера либо по основной частоте, либо по частоте ВГ.

Результат, полученный таким путем для величины оптимальной связи через вторую гармонику при  $K_0 = 0$ , дается соотношением

$$K_{\text{ВГ (опт)}} = \frac{2B\tau K_i}{1 + \beta\tau}.$$

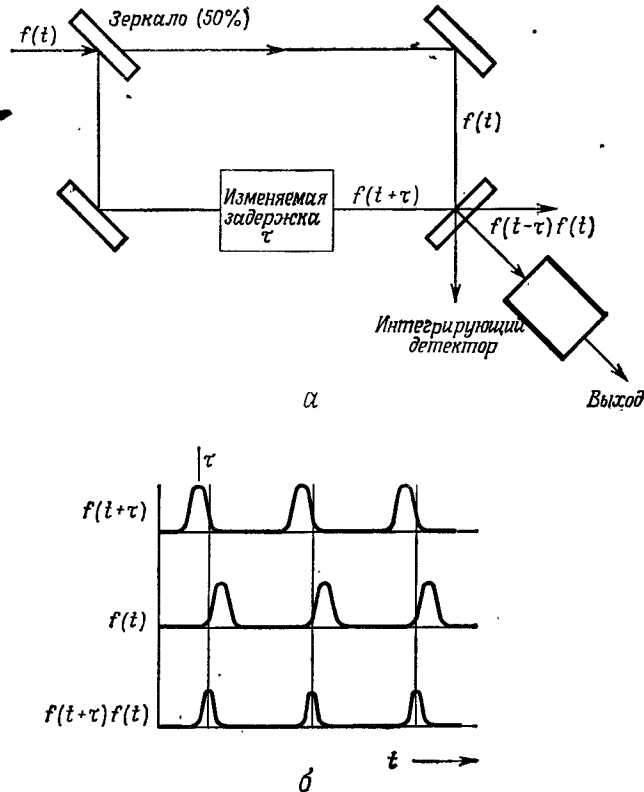
Заметим, что здесь величина  $K_{\text{ВГ}}$  зависит от скорости накачки в отличие от четырехуровневого лазера. Таким образом, величина связи для оптимальной ГВГ в трехуровневом лазере зависит от уровня накачки, а величина оптимальной длины нелинейного кристалла просто определяется следующим выражением:

$$L_{\text{С (опт) 3 ур}} = \frac{2}{1 + \beta\tau} L_{\text{С (опт) 4 ур}}.$$

Внутррезонаторная ГВГ в трехуровневом лазере изучалась экспериментально с помощью лазера на рубине и иодата лития в качестве удвоителя [126]. Ниобаты не могут использоваться в такого сорта экспериментах, поскольку все они обладают поглощением на длине волны второй гармоники рубинового лазера ( $\lambda_2 = 3471 \text{ Å}$ ).

### 5.7. Временные измерения в пикосекундном интервале с помощью ГВГ

ГВГ нашла применение при изучении оптических импульсов с длительностями, принадлежащими к пикосекундному ( $10^{-12}$  с) временному интервалу [5, 104]. Здесь квадратичная



Фиг. 5.8. Измерение длительности пикосекундных импульсов по автокорреляционному методу с помощью ГВГ.

а — типичная схема эксперимента; б — процедура измерения автокорреляционной функции с разверткой по времени.

нелинейность используется для определения функций авто- или кросс-корреляций оптических пучков. В простейшем случае последовательность пикосекундных импульсов, подлежащих измерению, разбивается на две равные компоненты с помощью разделителя пучка (фиг. 5.8).

Одна из этих компонент испытывает изменяемую временную задержку  $\tau$ . Затем оба пучка снова совмещаются в нелинейном

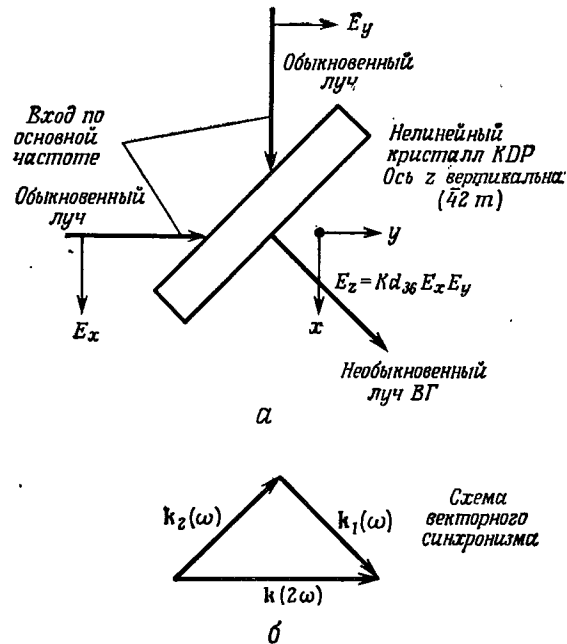
кристалле, где возбуждается вторая гармоника, но ГВГ возникает только тогда, когда взаимодействуют «прямая» и «задержанная» компоненты (условия эксперимента выбираются так, что удвоение частоты каждой из компонент невозможно). Таким образом, если «прямой» пучок описывается функцией  $f(t)$ , то «задержанная» компонента —  $f(t + \tau)$ , и вторая гармоника есть  $E(2\omega) \sim f(t)f(t + \tau)$ . Если она измеряется с помощью обычного детектора (фотодиод или фотоумножитель), чья полоса значительно уже  $10^{12}$  Гц, измеряемый фототок будет определяться соотношением

$$I(2\omega) = \frac{\int [f(t)f(t + \tau)]^2 dt}{\int dt}.$$

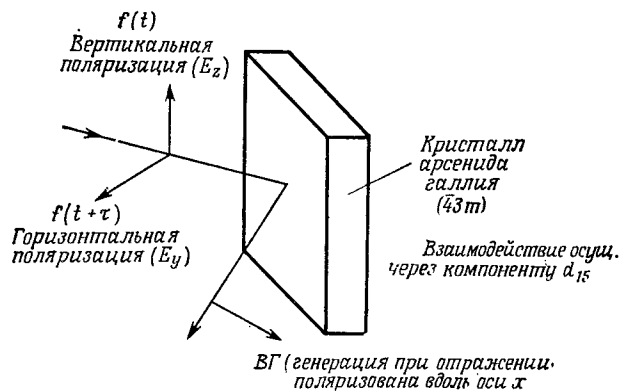
Таким образом, ток является функцией времени задержки  $\tau$ , и эта зависимость от  $\tau$  описывает форму импульса. Когда  $\tau = 0$ , измеряется высота импульса. Когда  $\tau$  возрастает, область перекрытия между «прямым» и «задержанным» импульсами уменьшается и при больших  $\tau$  перекрытия вообще не будет и, следовательно, не будет второй гармоники. Поскольку импульс длительностью  $10^{-12}$  с имеет длину всего лишь 0,03 см, достаточно большие задержки  $\tau$ , при которых импульсы вообще не будут перекрываться, могут быть достигнуты простым изменением длины пути.

Было описано несколько способов создания подходящих условий ГВГ для указанного применения. Первый метод, разработанный Джордмейном и др. [104], проиллюстрирован на фиг. 5.9. В нем используются синхронные взаимодействия неколлинеарных пучков. Коллинеарное же взаимодействие для каждого из независимых пучков не является синхронным. Этому методу присущ тот недостаток, что взаимодействие имеет место в большом объеме нелинейного кристалла, что ограничивает его временное разрешение.

В методе Армстронга [5] используются ортогонально поляризованные пучки основного излучения, взаимодействующие на поверхности пластинки арсенида галлия и генерирующие ВГ (фиг. 5.10). У арсенида галлия имеется только один нелинейный коэффициент, разрешенный кристаллической симметрией:  $d_{14} = d_{25} = d_{36} = d_{xyz}$ . Таким образом, если используется пластинка GaAs, ориентированная вдоль направления (111), и входные пучки поляризованы ортогонально друг другу вдоль осей  $z$  и  $y$  соответственно, причем угол падения равен  $45^\circ$ , тогда ВГ поляризована вдоль оси  $x$  и эта волна излучается в направлении, лежащем в плоскости падения, а ее вектор поляризации направ-



Фиг. 5.9. Использование схемы неколлинеарного синхронного взаимодействия для измерения автокорреляционной функции с помощью ГВГ в объеме кристалла.



Фиг. 5.10. Использование взаимодействия волн ортогональных поляризаций в пластинке из арсенида галлия для получения автокорреляционной функции с помощью ГВГ в поверхностном слое,

лен вдоль направления распространения падающих пучков<sup>1)</sup>. Так как в наиболее интересном случае, а именно для неодимового лазера, вторая гармоника сильно поглощается в кристалле арсенида галлия, ГВГ имеет место в пределах очень тонкого поверхностного слоя, так что влияние на нее фазового синхронизма (или его отсутствие) здесь не существенно. Кроме того, очень малая длина области взаимодействия обеспечивает высокое временное разрешение (не хуже  $4 \cdot 10^{-13}$  с).

Вместе с тем следует иметь в виду, что описываемая методика, так же как и другие, должна использоваться очень осторожно, поскольку повторяющийся характер исследуемых цугов импульсов может обусловить неоднозначность результатов<sup>2)</sup>. Условия наблюдения при интерпретации такого рода измерений весьма подробно обсуждались в литературе [162].

Заметим, наконец, что описанная методика может быть использована и для измерения кросс-корреляционных функций излучения двух независимых лазеров с синхронизованными модами, один из которых используется для анализа излучения второго. Если один из падающих пучков имеет огибающую  $f(t)$ , а второй  $g(t)$ , то фототок дается выражением

$$I_{\text{сумм}} = \frac{\int [f(t)g(t+\tau)]^2 dt}{\int dt}$$

Интегрирование выполняется детектором вследствие ограниченности его временного отклика. Если функция  $g(t)$  представлена цугом коротких импульсов, следующих друг за другом с частотой, несколько отличной от частоты следования импульсов сигнала  $f(t)$ , то может иметь место стробоскопический эффект, позволяющий «прописать» форму быстрого сигнала с помощью индикатора, имеющего ширину полосы, значительно меньшую той, которая занята сигналом.

<sup>1)</sup> Здесь мы имеем случай ГВГ при отражении, упоминавшийся в разд. 2.19.

<sup>2)</sup> Здесь авторы, по-видимому, имеют в виду неоднозначности, связанные с различием режимов полностью или частично синхронизованных мод. — Прим. ред.

## 6

## Параметрическое преобразование частоты вверх

### 6.1. Введение

ГВГ представляет собой частный случай более общего процесса генерации суммарной частоты, в котором излучения с двумя различными частотами, складываясь, дают излучение с частотой, равной сумме этих частот. Отличительной чертой ГВГ является тот факт, что оба источника имеют в этом случае одну и ту же частоту и обычно представляют собой один и тот же световой пучок, «математически» используемый дважды. Естественно считать, что оба они в этом случае имеют одинаковые мощности (или амплитуды), хотя, как мы видели, определенный интерес могут представлять и ситуации, в которых источники можно экспериментально разделить (например, по поляризации).

Более общий случай генерации суммарной частоты до последнего времени привлекал значительно меньше внимания исследователей. По-видимому, единственным приложением этого процесса, используемым в аппаратуре, выпускаемой промышленностью, является генерация целого ряда новых спектральных линий путем комбинирования частот лазера, его второй гармоники и излучения параметрического генератора с помощью приставок, подобных тем, которые применяются фирмой Хроматикс<sup>1)</sup> в их источнике типа «лазер-удвоитель частоты-параметрический генератор». Путем образования суммарных частот различных комбинаций линий от этого источника указанная система позволяет сплошь перекрыть когерентным перестраиваемым излучением спектральный диапазон от 2500 Å до более чем 3 мкм.

Преобразование частоты вверх, рассматриваемое в этой главе, является другим частным случаем генерации суммарной частоты. Отличительной чертой этого случая является специфическая постановка граничных условий при решении связанных уравнений (2.39). Частота  $\omega_3$  генерируется путем сложения частот двух источников с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Мы будем предполагать здесь, что мощность излучения с частотой  $\omega_2$  зна-

чительно превосходит мощность второго источника  $\omega_1$  и что первоначально излучение на частоте  $\omega_3$  отсутствует, тогда как в случае генерации суммарной частоты обычно считается, что мощности излучений с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  сравнимы. Учитывая сформулированные условия, мы сразу видим, что в уравнениях (2.39) можно положить  $\partial E_2/\partial z = 0$ . Поэтому в случае точного фазового синхронизма решение имеет простой вид

$$\mathcal{E}_3(z) = \left[ \frac{\omega_3^2 k_1}{\omega_1^2 k_3} \right]^{1/2} \mathcal{E}_1(0) \sin\left(\frac{z}{l_{\text{пр}}}\right), \quad (6.1)$$

$$\mathcal{E}_1(z) = \mathcal{E}_1(0) \cos\left(\frac{z}{l_{\text{пр}}}\right). \quad (6.2)$$

Заметим, что вся мощность излучения с частотой  $\omega_1$  полностью переходит к пучку с суммарной частотой  $\omega_3$  на характеристической длине  $\pi l_{\text{пр}}/2$ , где  $l_{\text{пр}}$  дается выражением

$$l_{\text{пр}} = \left[ \frac{4\pi d}{c^2} \left( \frac{\omega_1^2 \omega_3^2}{k_1 k_3} \right)^{1/2} \mathcal{E}_2 \right]^{-1}. \quad (6.3)$$

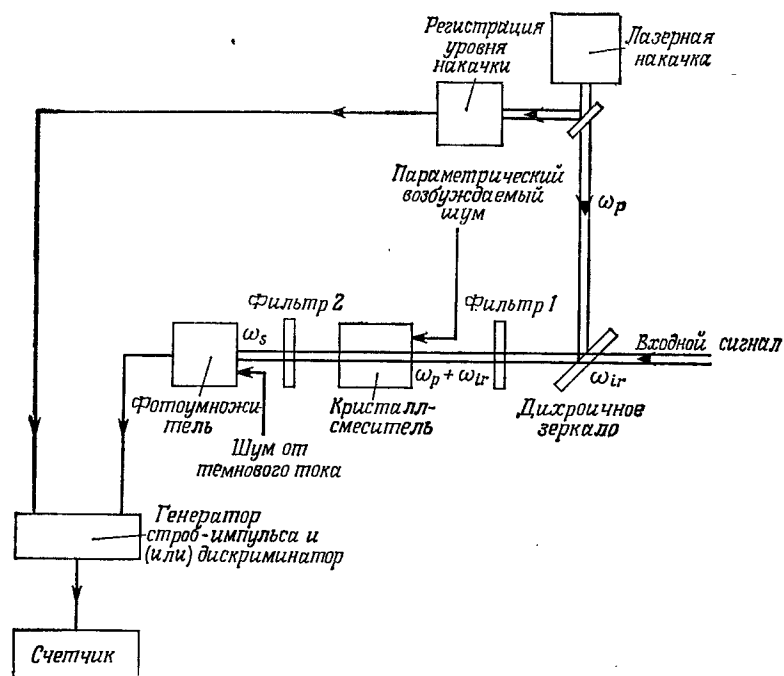
Если кристалл достаточно длинный, так что  $l > l_{\text{пр}}$ , мощность будет поочередно переходить от пучка с частотой  $\omega_3$  к пучку с частотой  $\omega_1$  и наоборот — при изменении длины на каждые  $\pi l_{\text{пр}}/2$ . Таким образом, в принципе можно создать высокоэффективный преобразователь частоты при условии, что физически можно сделать длину  $l_{\text{пр}}$  равной или сравнимой с длиной подходящего нелинейного кристалла. Особый интерес в осуществлении описанного процесса (с точки зрения создания приборов) основан на двух факторах.

Во-первых, в настоящее время имеются весьма чувствительные малозумяющие детекторы видимого излучения наподобие человеческого глаза или фотоумножителя, в то время как большинство инфракрасных детекторов в сравнении с ними являются малоэффективными<sup>1)</sup>. Например, вполне реально регистрировать потоки в несколько квантов в секунду в зеленой области видимого спектра (5000 Å), в то время как в области 10 мкм для надежной регистрации требуются потоки около  $10^8$  квантов/с [147]. Таким образом, если бы оказалось возможным преобразовывать инфракрасное излучение в видимое, даже с относительно невысокой эффективностью, то мы могли бы надеяться получить в свое распоряжение более чувствительный инфракрасный детектор, чем все, применяемые до сих пор.

<sup>1)</sup> Положение в последнее время несколько изменилось в связи с разработкой высокочувствительных супергетеродинальных приемников ИК-диапазона со смесителями на тройных полупроводниках. — *Прим. ред.*

<sup>1)</sup> Chromatix, 1145, Terra Bella Avenue, Mountain View, Calif. 94040.

Второй притягательной чертой этого способа регистрации инфракрасного излучения является то, что и кристалл преобразователя частоты, и лазерный источник ( $\omega_2$ ), и фотоумножитель работают при комнатной температуре, 300 К, в то время как чувствительные инфракрасные детекторы, как правило, работают при температурах от 4,2 до 77 К.



Фиг. 6.1. Схематическое изображение параметрического преобразователя частоты вверх для обнаружения слабых сигналов в инфракрасной области спектра.

Для накачки может использоваться также импульсное излучение. Здесь же показаны внутренние источники шумов системы. Фильтр 1 пропускает только лучи с длиной волны не короче длины волны излучения накачки, тогда как фильтр 2 пропускает только излучение суммарной частоты и еще более коротковолновое.

Таким образом, преобразователь частоты вверх (up-converter) мы можем представить себе как некий «ящик», содержащий лазерную накачку (частоты  $\omega_2$ ) настолько мощную, насколько это возможно без применения специальных усилий, кристалл смесителя и фотоумножитель. Излучение накачки вводится в кристалл вместе с тем инфракрасным излучением, которое подлежит детектированию. Оба пучка смешиваются, и сигнал после соответствующей фильтрации детектируется фотоумножителем (фиг. 6.1).

Исходя из этого мы и проведем анализ преобразования частоты вверх, акцентируя внимание на тех особенностях процесса, которые связаны с регистрацией инфракрасного излучения путем преобразования частоты в видимый диапазон. Мы используем термин «видимый диапазон» в широком смысле, понимая под ним интервал длин волн от 4000 Å до 1 мкм, который приблизительно совпадает с областью спектральной чувствительности катодов фотоумножителей, но несколько шире видимого диапазона в строгом смысле слова. Мы рассмотрим характеристики преобразования из инфракрасного диапазона в видимый и шумовые характеристики детектора, а также вычислим некоторые типичные характеристики преобразователя. Ниже будут рассмотрены также некоторые проблемы, связанные с экспериментальным осуществлением подобного детектора. Значительное внимание обращено в этой главе на другую особенность процесса преобразования частоты, а именно на то, что при этом сохраняется информация о изображении предметов. Этот аспект преобразования частоты вверх сам по себе представляет значительный интерес, у него имеется специальное название «параметрическое преобразование изображений», и мы остановимся на этом процессе подробно.

Все экспериментальные и теоретические работы, выполненные в рассматриваемой области, могут быть разбиты на две группы. К первой относятся те, в которых анализируется и измеряется преобразование одномодового инфракрасного излучения в видимое. Они представляют собой некоторое обобщение случая ГВГ лазерного пучка с одной поперечной модой и соответственно могут рассматриваться аналогичным образом. Ко второй группе относятся те работы, в которых рассматривается одновременное преобразование весьма большого числа инфракрасных мод при накачке одно- или многомодовым лазером.

Результатом работ первой группы является получение очень высоких эффективностей преобразования одномодового излучения, при этом в прикладных задачах при использовании для фокусировки излучения оптики, качество которой ограничено только дифракционным пределом, удастся получить весьма высокий к. п. д. преобразования даже непрерывных пучков. Во втором случае достигается меньшая эффективность преобразования в расчете на одну моду, однако это обстоятельство перекрывается увеличением числа мод, так что в итоге полная мощность сигнала на суммарной частоте оказывается скомпенсированной. Кроме того, в последнем случае благодаря способности преобразовывать многомодовое инфракрасное излучение в многомодовое же излучение суммарной частоты при со-

хранении межмодовых соотношений, преобразователь частоты вверх позволяет еще и преобразовывать изображения.

Мы рассмотрим оба эти аспекта, стараясь связать их друг с другом, и проанализируем возможности использования в настоящее время параметрических преобразователей частоты вверх в качестве конкурентоспособных детекторов излучения.

## 6.2. Основные соотношения

Сначала отметим несколько особенностей уравнений (6.1) и (6.2). Усредненный по времени поток мощности  $S$  дается выражением

$$S_i = \frac{cn_i}{8\pi} \mathcal{E}_i^2 = N_i h\nu_i, \quad (6.4)$$

где  $N$  — поток фотонов. Используя соотношение (6.4), мы можем переписать уравнения (6.1) и (6.2) в следующем виде:

$$N_1(l) = N_1(0) \cos^2\left(\frac{l}{l_{\text{пр}}}\right), \quad (6.5)$$

$$N_3(l) = N_1(0) \sin^2\left(\frac{l}{l_{\text{пр}}}\right). \quad (6.6)$$

Складывая эти уравнения, мы получаем непосредственно

$$N_1(l) + N_3(l) = N_1(0), \quad (6.7)$$

что представляет собой соотношение Мэнли — Роу для преобразователя частоты вверх.

Можно показать также, что

$$N_2(l) + N_3(l) = N_2(0). \quad (6.8)$$

Отметим два интересных свойства этих соотношений. Они показывают, что рождение одного фотона суммарной частоты  $\omega_3$  сопровождается уничтожением одного инфракрасного фотона ( $\omega_1$ ) и одного фотона с частотой накачки ( $\omega_2$ ). Поэтому напрашивается вывод, что генерация суммарной частоты, или кванта видимого излучения, невозможна в отсутствие пришедшего извне кванта инфракрасного излучения, т. е. не может быть спонтанной эмиссии в процессе преобразования частоты вверх. Люиселл [103] с помощью детального квантовомеханического анализа показал, что это утверждение справедливо. По контрасту с этим в параметрическом усилителе спонтанное излучение играет очень важную роль. Мы вернемся к обоим этим вопросам позднее.

Предположим, что длина кристалла, используемого в нашем преобразователе частоты вверх, и мощность накачки на частоте  $\omega_2$  таковы, что выполняется условие  $l \ll l_{\text{пр}}$ . Мы можем переписать предыдущие уравнения, заменяя  $\sin(l/l_{\text{пр}})$  на  $(l/l_{\text{пр}})$ ,

и получить для единичной площади и для плоских волн следующее соотношение (в единицах СГСЭ):

$$\frac{S_s(l)}{S_{ir}(0)} = \frac{N_s(l) \lambda_{ir}}{N_{ir}(0) \lambda_s} = \frac{512\pi^5 d^2 l^2 S_p(0)}{cn_{ir} n_p n_s \lambda_s^2}, \quad (6.9)$$

или

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{N_s(l)}{N_{ir}(0)} = \frac{512\pi^5 d^2 l^2 S_p(0)}{cn_{ir} n_p n_s \lambda_s \lambda_{ir}}, \quad (6.10)$$

где  $\eta_{\text{пр}}$  — квантовая эффективность преобразователя частоты вверх на стадии смешения, и мы ввели индексы  $s$ ,  $p$  и  $ir$ , относящиеся к волнам суммарной частоты, накачки и инфракрасной соответственно, вместо индексов 3, 2, 1. Мы увидим, что величина этой эффективности, достижимая на практике, имеет первоочередное значение для создания детектора, представляющего практический интерес.

Достижимые значения эффективности определяются доступными сочетаниями нелинейного материала и лазерной накачки, которые обеспечивают нужное нелинейное взаимодействие. Отметим два ограничения, определяющие возможности выбора. Одно из них относится к источнику лазерной накачки, который должен иметь достаточно высокую среднюю мощность, второе относится к сигналу суммарной частоты, который должен быть легко регистрируемым. Наконец, после удовлетворения обоих указанных требований мы должны еще обеспечить фазовый синхронизм взаимодействия, т. е., поскольку  $\omega_s = \omega_p + \omega_{ir}$ , мы должны каким-то доступным способом выполнить условие  $k_s = k_p + k_{ir}$ . Именно это требование обычно является наиболее серьезным.

## 6.3. Фокусированные пучки

Из соотношений (6.9) и (6.10) ясно видно, что поскольку  $S_p$  — мощность, приходящаяся на квадратный сантиметр, то концентрация всей доступной мощности накачки на меньшей площади, вообще говоря, ведет к увеличению эффективности преобразования. Так, для площади  $A$  и мощности накачки  $W_p$  (полной, а не приходящейся на единичную площадь) мы имеем

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{512\pi^5 d^2 l^2 W_p(0)}{cn_{ir} n_p n_s \lambda_{ir} \lambda_s A}. \quad (6.11)$$

Однако, прежде чем мы заключим отсюда, что фокусировка увеличивает квантовую эффективность преобразователя, следует принять во внимание, что обычно при детектировании инфракрасного излучения поле  $E_{ir}$  создается некогерентным источником, и его интенсивность связана с яркостью, определяе-

мой в ваттах на квадратный сантиметр на стерадиан и на единичный спектральный интервал. Это означает, что принимаемая мощность инфракрасного излучения обычно уменьшается линейно с уменьшением площади детектора, так что полная мощность сигнала суммарной частоты остается постоянной. По этой причине только в исключительных случаях фокусировка может хоть как-то улучшить характеристики преобразователя частоты вверх. Именно такой случай представляет собой детектирование моды  $TEM_{00}$  излучения инфракрасного лазерного источника. Этот случай подробно рассмотрен Клейнманом и Бойдом [92].

Сначала этот способ регистрации в ИК-области казался не очень полезным, поскольку тепловые источники обычно не рассматриваются с помощью мод. Однако в этих терминах может быть описана любая оптическая система с разрешением, определяемым дифракцией, которая формирует изображение одиночного точечного источника. В этом аспекте преобразователь частоты вверх вызвал определенный интерес среди астрономов, ведущих наблюдение в инфракрасном диапазоне.

Клейнман и Бойд провели анализ в форме, позволяющей использовать его применительно к другому возможному приложению преобразователя, а именно к регистрации одномодового излучения, служащего несущей для передачи широкополосной информации по световоду. Основным выводом явилось установление для описанной ситуации (так же, как для случая ГВГ от одномодового лазерного источника) наличия оптимальной длины кристалла и оптимального диаметра фокального пятна лазерного пучка для получения максимального к. п. д. преобразования. Конкретные величины, соответствующие конкретным ситуациям, являются функциями длин волн, показателей преломления кристалла и типа фазового синхронизма, используемого в данном преобразователе. Вычисление указанных оптимальных величин требует знания всех параметров системы, а также использования графических данных, полученных в результате численного расчета по выведенным авторами формулам. Однако для простого случая пучков с одной поперечной модой, смешивающихся при коллинеарном распространении в плоскости  $x-y$  кристалла типа ниобата лития и оптимально сфокусированных (т. е. имеющих оптимальные размеры фокальных пятен), результат Клейнмана и Бойда сводится к следующему простому выражению для квантовой эффективности преобразования:

$$\eta_{\text{сумм}} = \frac{2048\pi^5 d^2 LH W_p}{c n_p n_s \lambda_{ir}^2 \lambda_p}, \quad (6.12)$$

где  $H$  — численный множитель, равный 1,068.

При выводе этой формулы считалось, что вся мощность инфракрасного излучения, подлежащего преобразованию, сосредоточена в спектральном интервале с шириной, не превышающей спектральную ширину синхронизма. Если мы введем в уравнение (6.12) ширину синхронизма, которая обратно пропорциональна длине кристалла, что соответствовало бы случаю регистрации излучения от широкополосных источников, то окажется, что полная мощность волны суммарной частоты не зависит от длины кристалла.

Общие результаты Клейнмана и Бойда состоят в установлении условий для оптимальной регистрации одномодового излучения. Предыдущий результат [формула (6.11)], который был получен для плоских волн, фактически описывает эффективность преобразования для многомодовых пучков, которые распространяются внутри нелинейного кристалла в пределах телесного угла синхронизма и имеют ширину спектра, меньшую спектральной ширины синхронизма. Хотя этот результат, несомненно, был выведен для плоских монохроматических волн, он может быть использован и для многомодового излучения, так как волны накачки и инфракрасной частоты совершенно не коррелированы ни по фазе, ни по частоте, в отличие от случая ГВГ. Поэтому полная мощность, регистрируемая на суммарной частоте в присутствии многомодового излучения — либо инфракрасного, либо обоих вместе, — будет определяться их мощностями, как если бы эти излучения были одномодовыми. В справедливости этого утверждения можно убедиться, если обратить внимание на то, что при суммировании выражения для мощности суммарной частоты все члены, дающие вклад в интенсивность, могут быть объединены следующим образом:

$$I_{\text{сумм}} \sim \sum_i W_p^i \sum_j W_{ir}^j,$$

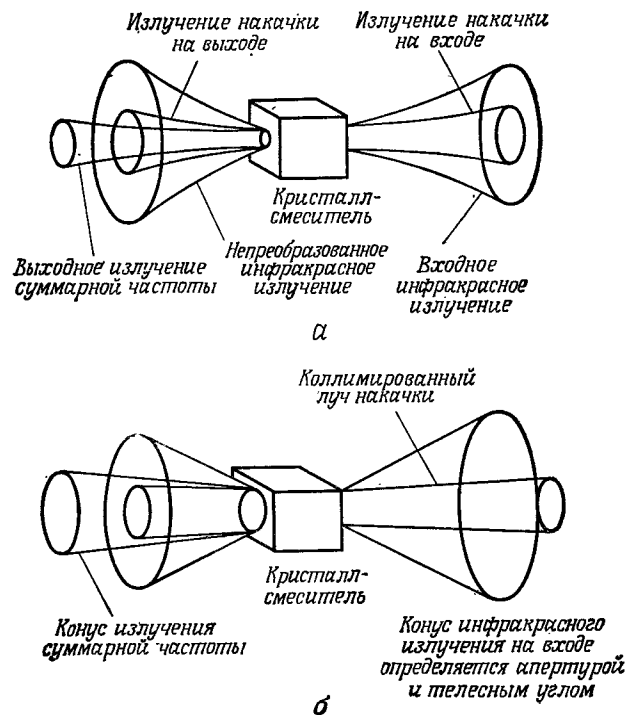
где  $W^i$  — мощность в  $i$ -й моде.

Для того чтобы сравнить результаты для случаев одно- и многомодовых пучков, мы должны сделать оценки числа мод, участвующих в эффективном взаимодействии в случае многомодовых пучков, и затем вычислить суммарную мощность сигнала, соответствующего некоторой фиксированной полной мощности накачки, для тех ситуаций, когда «детектор» снабжен либо одномодовой, либо многомодовой оптикой, собирающей излучение данного объекта или источника, и когда геометрия пучка накачки соответствующим образом оптимизирована.

Точно так же, как одномодовый случай представляет собой предельную ситуацию, в которой параметры системы определяются дифракционной теорией, многомодовый случай (когда число мод очень велико) также является предельным — здесь



параметры практически полностью описываются геометрической оптикой, как показано на фиг. 6.2. В одномодовом преобразователе дифракционные свойства одномодового пучка и



Фиг. 6.2. Схематическая иллюстрация различия между одно- и многомодовым преобразователями частоты вверх.

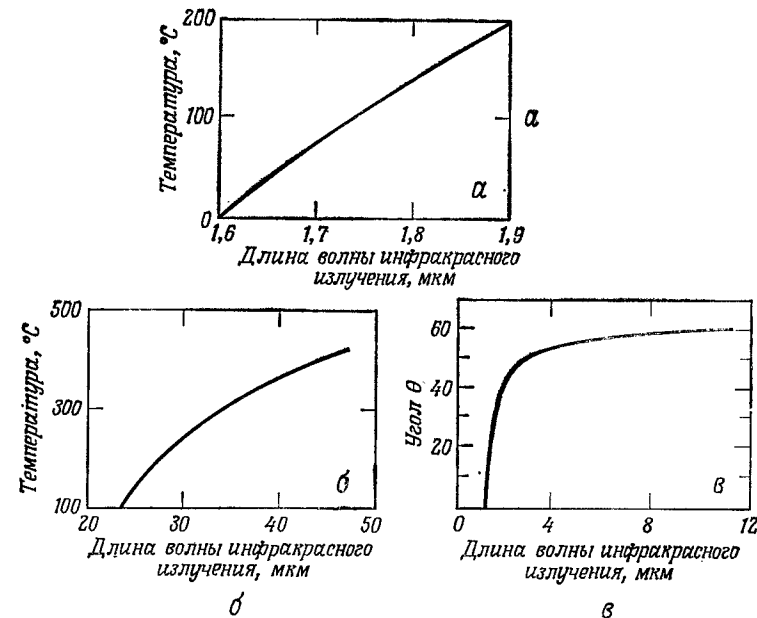
а—все пучки являются одномодовыми и фокусируются внутри кристалла для получения оптимального к. п. д. преобразования; б—конусы лучей инфракрасного излучения и суммарной частоты содержат много поперечных мод.

кристалла определяют диаметр пучка накачки, длину используемого нелинейного кристалла и положение фокуса. В многомодовом случае геометрические факторы телесного угла синхронизма для инфракрасного излучения и площадь освещенного пятна в кристалле преобразователя определяют число полученных мод. В обоих примерах аналогичную роль играет спектральная ширина синхронизма. Таким образом, для сравнения обоих подходов необходимо рассмотреть условия, определяющие указанные геометрические свойства.

## 6.4. Влияние фазового синхронизма

### Перестройка

Ранее мы уже обсуждали важность выполнения условий фазового синхронизма для эффективного взаимодействия между бегущими волнами. Процесс преобразования частоты вверх накладывает собственные специфические ограничения. В случае многомодового преобразователя мы интересуемся



Фиг. 6.3. Перестроенные кривые для некоторых преобразователей частоты от инфракрасного диапазона к видимому.

а—ниобат лития, накачка рубиновым лазером; б—ниобат лития, накачка линией 4880 Å аргонового лазера; в—прустит, накачка неодимовым лазером.

ситуацией, когда направление распространения пучка накачки и его частота заданы и хорошо определены, а инфракрасный источник размыт и обладает широким спектром, так что ни направление распространения инфракрасного излучения, ни его длина волны не задаются жестко источником, но определяются зависимостью коэффициента преобразования от условий синхронизма. На фиг. 6.3 представлены перестроенные кривые для различных типов преобразователей частоты вверх, определяемые условиями фазового синхронизма. Эти кривые получены в результате решения уравнений, выражающих условия фазового синхронизма, при заданной частоте накачки и

переменной частоте инфракрасного излучения. Для всех перечисленных материалов принято, что лазерное и инфракрасное излучения являются обыкновенными волнами, а излучение суммарной частоты — необыкновенной волной. В случае ниобата лития считается, что все волны распространяются коллинеарно в плоскости  $x$ - $y$ , тогда как температура кристалла изменяется, делая возможным выполнение условий синхронизма для различных длин волн. Что касается результатов для прустита, то там волны считаются распространяющимися коллинеарно, но под некоторым углом  $\theta$  к оси  $z$ , и этот угол изменяется для того, чтобы изменялась длина волны синхронного взаимодействия.

Таким образом, в описанной ситуации инфракрасный пучок при распространении вдоль пучка накачки, будучи введенным туда с помощью разделителя лучей, будет взаимодействовать с ним синхронно, если его длина волны соответствует той, которая дается кривыми на фиг. 6.3. Инфракрасный пучок, распространяющийся под некоторым другим углом к лазерному, будет синхронно взаимодействовать с пучком накачки при слегка отличном значении длины волны.

#### Спектральная ширина синхронизма

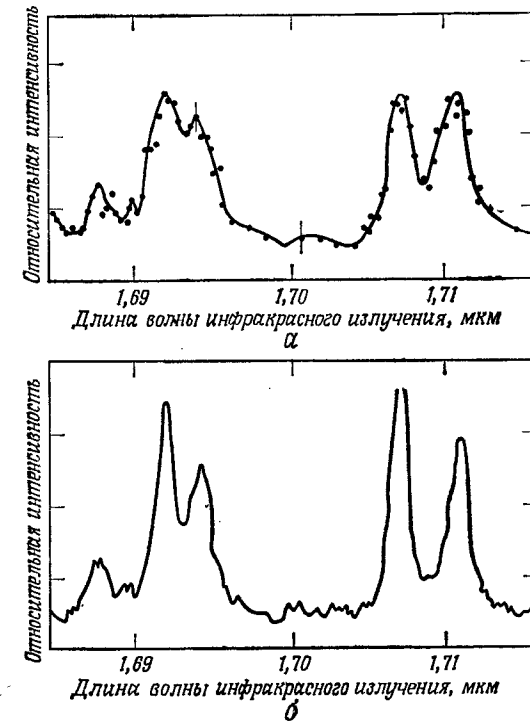
Поскольку мощность сигнала суммарной частоты как функция фазовой расстройки изменяется как  $\sin^2(\Delta kL/2)/(\Delta kL/2)^2$ , эффективный спектральный интервал синхронного взаимодействия дается выражением

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{2L(\partial k_s/\partial\omega - \partial k_{tr}/\partial\omega)}, \quad (6.13)$$

где значения производных берутся в точках, соответствующих  $\Delta k = 0$ . Это выражение дает полную спектральную ширину по мощности, по уровню  $4/\pi^2$  раз (приблизительно 0,4).

Вообще говоря, оцененная с помощью соотношения (6.13) спектральная ширина синхронизма, отвечающая кристаллу длиной в 1 см, весьма невелика, и поскольку эта полоса может перестраиваться по спектру, то получающийся в итоге инфракрасный детектор может рассматриваться как узкополосный перестраиваемый индикатор. Был выполнен эксперимент, использующий высказанные соображения, где в качестве нелинейного кристалла, осуществляющего сканирование по инфракрасному спектру от 1,6 до 2,4 мкм; брался ниобат лития [112]. Результат этого эксперимента (фиг. 6.4) представлен в виде двух спектрограмм выхода ртутной лампы высокого давления — нижняя получена при помощи обычного двойного моно-

хроматора с призмой и решеткой, а верхняя — с использованием только узкополосного синхронного преобразователя частоты вверх для сохранения спектрального разрешения. Длина кристалла несколько превышала 1 см, и разрешение было порядка 5 или 6  $\text{см}^{-1}$ . Результирующий сигнал от смещения частоты 1,6 мкм и накачки от рубинового лазера лежал в области 5000 Å и, таким образом, легко регистрировался при помощи фотоумножителя с низким уровнем шума.



Фиг. 6.4. Использование перестраиваемого детектора на основе параметрического преобразования частоты вверх для исследования спектра дуговой ртутной лампы.

*а* — выход преобразователя частоты вверх, полученный только путем изменения условий фазового синхронизма; *б* — тот же самый спектр, снятый с использованием охлаждаемого InSb-детектора и двойного призмочно-решеточного монохроматора (по данным работы [112]).

Хотя указанная весьма малая спектральная полоса характерна для преобразователя частоты вверх, при желании в специальных случаях может быть получена значительно большая ширина полосы. Это имеет место, когда используемый для про-

цесса смешения кристалл обладает во всей своей области прозрачности такой дисперсией, что выполняется равенство

$$\frac{\partial k_s}{\partial \omega} = \frac{\partial k_{ir}}{\partial \omega}. \quad (6.14)$$

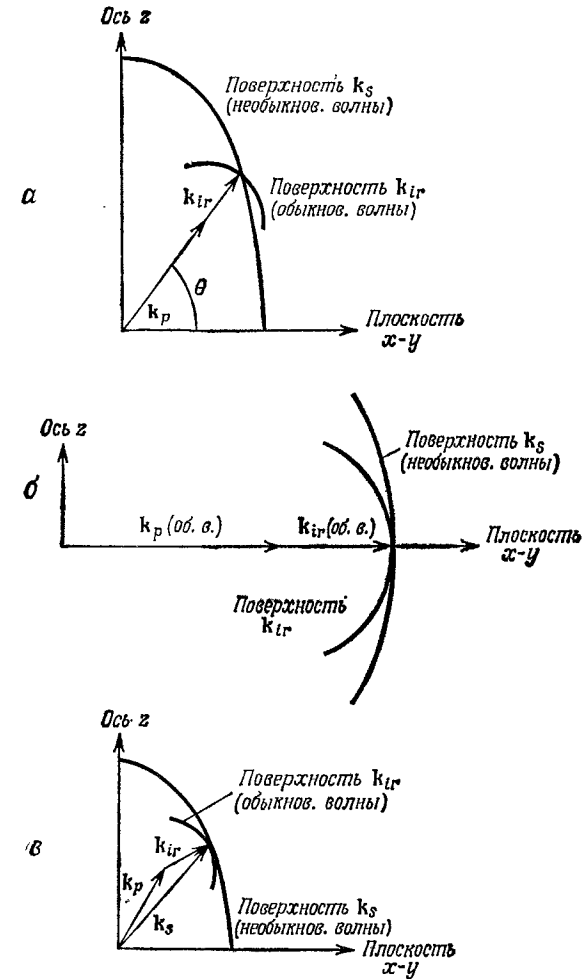
При фиксированной частоте лазерной накачки соотношение (6.14) может быть выполнено только для некоторых значений длин волн инфракрасного излучения. Например, когда для накачки ниобата лития используется лазер на Nd:YAG, указанное условие выполняется для интервала длин волн вблизи 3,5 мкм; для того же кристалла при накачке рубиновым лазером соответствующая инфракрасная область лежит в районе 5,5 мкм. Длина волны накачки имеет здесь значение потому, что для выполнения равенства (6.14) необходимо расположить частоты суммарной и инфракрасной волн на тех участках дисперсионных кривых (зависимость  $k$  от  $\omega$ ), которые имеют одинаковый наклон, а расстояние между этими частотами зависит от частоты накачки.

При использовании указанного способа [соотношение (6.14)] было продемонстрировано почти 100-кратное увеличение ширины полосы по сравнению с уже упоминавшейся шириной от 5 до 6 см<sup>-1</sup> [116]. Это было сделано с преобразователем на ниобате лития с накачкой от лазера на Nd:YAG, широкая полоса располагалась вблизи 3,5 мкм.

#### Приемный телесный угол для инфракрасного излучения

Как и в случае переменной инфракрасной частоты, фазовый синхронизм накладывает ограничения на телесный угол, в пределах которого излучение фиксированной инфракрасной частоты может попадать в нелинейный кристалл и по-прежнему преобразовываться вверх с высокой эффективностью. Фазовая расстройка является функцией угла падения инфракрасного излучения; в качестве критерия эффективности преобразования, как и прежде, мы берем условие, что  $|\Delta k| \leq \pi/L$ . На фиг. 6.5 показано, как это условие связано с геометрией фазового синхронизма. Иллюстрируются три случая. В случае, показанном на фиг. 6.5, а, конус инфракрасного излучения лежит симметрично относительно излучения накачки; пучки накачки и инфракрасного излучения распространяются под углом к оси  $z$  кристалла, чтобы выполнялось условие синхронизма. То же самое относится к фиг. 6.5, б, за исключением того, что угол принят равным 90°, так что имеет место распространение в плоскости  $x-y$  кристалла. Наконец, фиг. 6.5, в иллюстрирует распространение под некоторым углом к оси  $z$ , но конус направлений инфракрасных лучей уже располагается несимметрично по отношению к направлению накачки. Каждый из пере-

численных вариантов фазового синхронизма обладает своими специфическими свойствами, и мы обсудим их по очереди.

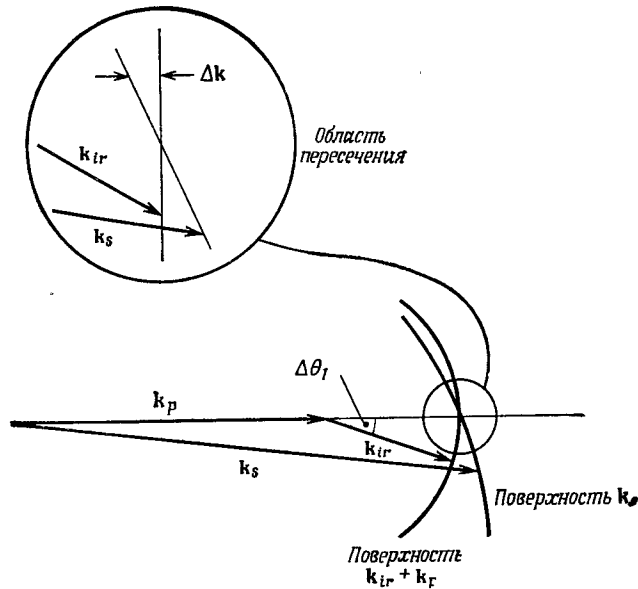


Фиг. 6.5. Три различные схемы фазового синхронизма.

а — коллинеарный синхронизм при угловой подстройке; б — коллинеарный синхронизм в плоскости  $x-y$  кристалла при температурной подстройке; в — векторный синхронизм с использованием угловой подстройки для получения большого приемного угла.

Рассмотрим стандартные условия фазового синхронизма в одноосном кристалле, когда инфракрасная волна и волна накачки поляризованы как обыкновенные волны, а волна суммарной частоты — как необыкновенная. При этих условиях

первая из схем синхронизма (фиг. 6.5, а) дает относительно небольшой приемный угол, лежащий в плоскости, перпендикулярной поверхности листа. Как показано на фиг. 6.6, это связано с тем, что поверхность, определяемая вектором  $(\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{ir})$ , есть сферическая поверхность с центром в конце вектора  $\mathbf{k}_p$  (в предположении, что лазерный пучок, как это обычно имеет место, хорошо сколлимирован). Поверхность, определяемая вектором



Фиг. 6.6. Подробности схемы коллинеарного синхронизма с угловой настройкой на синхронизм.

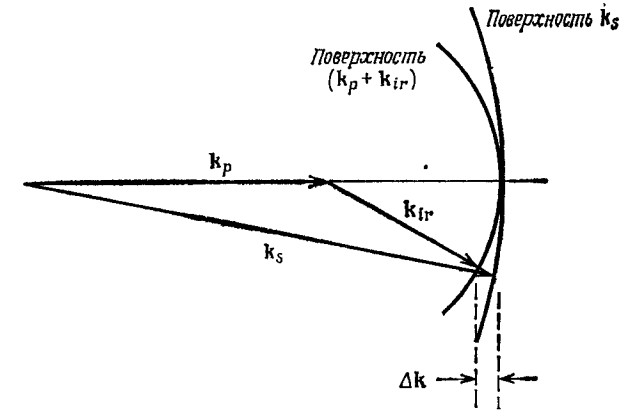
Показан допустимый приемный угол в плоскости, в которой производится угловая подстройка.

$\mathbf{k}_s$ , также является почти сферической для малых углов вблизи направления синхронизма, но нормаль к этой поверхности не проходит через центр кривизны поверхности  $(\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{ir})$  из-за изменения показателя преломления для необыкновенного луча при изменении угла. Таким образом, обе поверхности пересекают друг друга под небольшим, но конечным углом, и изменение  $\mathbf{k}_{ir}$ , приводящее к допустимым изменениям  $\Delta k$ , является малым. Поэтому допустимое отклонение угла  $\theta$  от центрального направления фазового синхронизма, при котором фазовая расстройка еще не превышает  $\Delta k$ , дается простым выражением

$$\Delta\theta_1 = \left(\frac{\partial k_s}{\partial\theta}\right)^{-1} \Delta k = \frac{\pi}{L} \left(\frac{\partial k_s}{\partial\theta}\right)^{-1}. \quad (6.15)$$

Мы считали, что фигурирующие здесь углы достаточно малы, так что участки сферических поверхностей, получаемых при сечении плоскостью под углом  $\theta$ , могут рассматриваться как линейные.

В направлении, перпендикулярном плоскости изображения на фиг. 6.5, а, обе поверхности  $(\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_{ir})$  и  $\mathbf{k}_s$  являются сферическими; они касаются друг друга в центре пучков, где имеет место точный синхронизм. Так как обе поверхности в этой плоскости пересекаются симметрично, вид зависимости фазовой



Фиг. 6.7. Подробности схемы коллинеарного синхронизма с угловой подстройкой.

Показан допустимый приемный угол в направлении, перпендикулярном плоскости угловой перестройки.

расстройки от угла совершенно другой (фиг. 6.7). Половинный угол  $\Delta\theta_2$  снова дает расстройку  $\pi/L$ . Аппроксимируя синусы и косинусы малых углов, мы получаем следующий результат:

$$\Delta\theta_2 = \sqrt{\frac{2\pi}{Lk_{ir}(1 - k_{ir}/k_s)}}. \quad (6.16)$$

Полный телесный угол для синхронного излучения в инфракрасной области при измерении вне нелинейного кристалла дается выражением

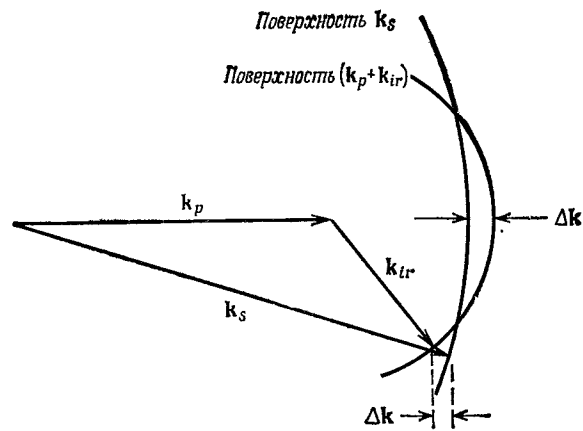
$$\Delta\varphi_1 = 4n_{ir}^2 \Delta\theta_1 \Delta\theta_2, \quad (6.17)$$

и его поперечное сечение имеет приблизительно прямоугольную форму. Множитель  $n_{ir}^2$  появился из-за того, что углы, выведенные в выражениях (6.15) и (6.16), измеряются внутри кристалла, и поэтому каждый из них увеличивается в  $n_{ir}$  раз при преломлении луча на поверхности.

Второй случай (фиг. 6.5, б) относится к коллинеарному синхронизму, при котором все пучки распространяются так,

что их оси лежат в кристаллической плоскости  $x-y$ , и, следовательно, эффекты, обусловленные необыкновенным лучом, не проявляются. В этом случае поверхности  $(k_p + k_{ir})$  и  $k_s$  опять сферические с хорошей точностью и касаются друг друга в центральном направлении. Впрочем, поскольку теперь поверхности расположены симметрично, при определении величины приемного телесного угла выгодно фазовую расстройку брать равной  $\pi/L$  в центре пучков (фиг. 6.8). При этих условиях, снова линейно аппроксимируя синус и косинус малых углов, мы находим, что половинный угол  $\Delta\theta_3$  дается выражением

$$\Delta\theta_3 = \sqrt{\frac{4\pi}{Lk_{ir}(1 - k_{ir}/k_s)}}. \quad (6.18)$$



Фиг. 6.8. Подробности схемы с температурной настройкой на фазовый синхронизм.

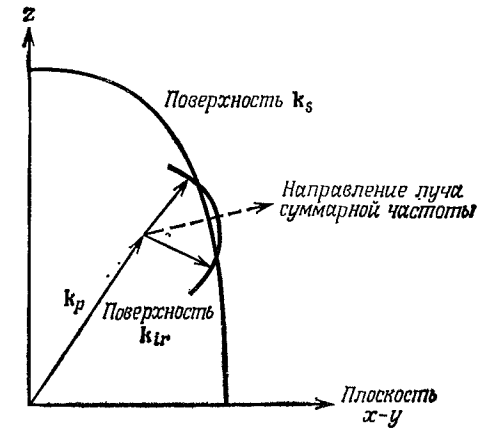
Телесный угол, соответствующий полностью синхронному процессу, образует конус вращения, а величина его теперь выражается следующей формулой:

$$\Delta\varphi_2 = \pi (\Delta\theta_3 n_{ir})^2. \quad (6.19)$$

Получающийся здесь телесный угол  $\Delta\varphi_2$  значительно превышает вычисленный в предыдущем случае угол  $\Delta\varphi_1$ . (Мы кратко проиллюстрируем сказанное с помощью численного примера.)

Наконец, третий случай, показанный на фиг. 6.9, в точности совпадает со вторым, если иметь в виду величину телесного угла. Между прочим, это обстоятельство представляет значительный интерес с практической точки зрения, так как указанный способ может применяться для обеспечения условий синхронизма второго из описанных типов, однако здесь не нужно добиваться подстройки показателей преломления используе-

мого кристалла (путем изменения температуры) для достижения синхронизма взаимодействия лучей с нужными длинами волн точно в плоскости  $x-y$ . Этот метод, предложенный Уорнером [160], состоит просто в выборе осевого направления конуса инфракрасного излучения вдоль направления лучевого вектора волны суммарной частоты, а не вдоль нормали к ее волновому фронту. С помощью такого простого приема удается обеспечить касание поверхностей  $(k_{ir} + k_p)$  и  $k_s$  в центре выбранного конуса направлений и таким образом получить существенное увеличение размеров телесного угла, соответствующего полностью синхронному взаимодействию. Этот метод не



Фиг. 6.9. Детали схемы векторного синхронизма.

устраняет проблем, связанных с линейным сносом необыкновенного луча относительно обыкновенного. Как указывалось в гл. 5, в случае ГВГ этот снос налагает определенный предел на максимально достижимую эффективность удвоителя; однако в случае многомодового преобразователя указанное обстоятельство не приводит к серьезным последствиям, поскольку диаметры пучков обычно велики; поэтому характеристики преобразователя определяются геометрическими факторами: величиной телесного угла, апертуры, а также спектральной шириной полосы преобразователя.

Если подставить в ранее выведенные формулы числа для типичного случая, станут ясными соотношения между различными характеристиками. Для первого случая мы имеем  $k_s = n_s \omega_s / c$ , так что

$$\frac{\partial k_s}{\partial \theta} = \frac{\omega_s}{c} \left( \frac{\partial n_s(\theta)}{\partial \theta} \right)_{\theta_m}. \quad (6.20)$$

Для необыкновенного луча дифференцирование дает следующий результат:

$$\frac{\partial n_s(\theta)}{\partial \theta} = \frac{-n_s^e n_s^o [(n_s^o)^2 - (n_s^e)^2] \sin(2\theta_m)}{2 [(n_s^o)^2 \sin^2 \theta_m + (n_s^e)^2 \cos^2 \theta]^{3/2}}. \quad (6.21)$$

Если для примера положить  $\theta_m = 45^\circ$  и использовать данные по показателю преломления ниобата лития, то для длин волн инфракрасного излучения 3,5 мкм и суммарной частоты 0,5 мкм мы находим следующие ориентировочные значения для кристалла длиной 1 см:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_1 &= 1,7 \text{ мрад;} \\ \Delta\theta_2 &= 14,0 \text{ мрад;} \\ \Delta\theta_3 &= 19,0 \text{ мрад;} \\ \Delta\varphi_1 &= 440 \cdot 10^{-6} \text{ ср;} \\ \Delta\varphi_2 &= 5600 \cdot 10^{-6} \text{ ср.} \end{aligned} \quad (6.22)$$

В заключение отметим, что из уравнения (6.19) следует, что при выполнении условий синхронизма в плоскости  $x-y$  (фиг. 6.9) или в случае неколлинеарного синхронизма телесные углы изменяются обратно пропорционально длине кристалла. В коллинеарном случае [уравнение (6.17); фиг. 6.6] телесный угол изменяется как  $L^{-3/2}$  и имеет значительно меньшую величину — на порядок или более. В то же время спектральная ширина синхронизма изменяется обратно пропорционально длине кристалла, а эффективность преобразования — как квадрат длины. Следовательно, можно ожидать, что в наилучших условиях (большие телесные углы) мощность излучения суммарной частоты, получаемого от широкополосного диффузного источника, не будет зависеть от длины нелинейного кристалла из-за того, что полная мощность преобразованного излучения пропорциональна произведению телесного угла синхронизма и соответствующей спектральной полосы.

### 6.5. Сравнение одномодового и многомодового преобразователей частоты вверх

Теперь мы в состоянии непосредственно сравнить относительные характеристики оптимизированных одно- и многомодовых преобразователей частоты вверх. Чтобы сделать это, сначала следует вывести формулу для числа мод, принимаемых многомодовым преобразователем.

Телесный угол, соответствующий одной поперечной моде излучения абсолютно черного тела с длиной волны  $\lambda$ , дается выражением  $\lambda^2/A$ , где  $A$  — площадь того участка тела, который

излучил (или поглотил) эту волну. В общем виде это утверждение было доказано Яривом [171], но оно также следует из проведенного Когельником и Ли [124] анализа гауссовых пучков (см. разд. 5.3).

Полагая  $z \gg b$  в уравнениях (5.2) и (5.3), находим для величины половинного угла расходимости одномодового гауссова пучка в дальнем поле следующее выражение:

$$\Delta\theta = \frac{\omega'_0}{z} = \frac{\lambda}{\pi\omega_0}. \quad (6.23)$$

Следовательно, телесный угол дается выражением

$$\Delta\varphi = \pi \Delta\theta^2 = \frac{\lambda^2}{\pi\omega_0^2} = \frac{\lambda^2}{A}. \quad (6.24)$$

Таким образом, число мод, приходящихся на телесный угол  $d\Omega$ , есть  $N_\Omega = (A/\lambda^2) d\Omega$ . Теперь легко подсчитать число частотных мод, зная выражение для числа мод в  $k$ -пространстве. Число мод между  $k$  и  $k + dk$  на расстоянии  $L$  дается следующим соотношением:

$$N_\nu = \frac{L}{\pi} |dk| = \frac{2\pi L}{c} d\nu. \quad (6.25)$$

Для поля излучения абсолютно черного тела число приходящихся на одну моду квантов выражается следующим образом [51]:

$$q = \left[ \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (6.26)$$

Таким образом, число квантов излучения абсолютно черного тела, находящегося при температуре  $T$  К, которые падают за одну секунду на поверхность площадью  $A$  из пределов телесного угла  $d\Omega$  и частотной полосы  $d\nu$ , дается выражением

$$N_q = N_\Omega \frac{q}{2} N_\nu. \quad (6.27)$$

При выводе выражения (6.27) мы положим  $L$  равным длине пути, который свет проходит за одну секунду; здесь же мы записали  $q/2$ , а не  $q$ , так как следует учитывать только те кванты, которые попадают на выделенную площадку с одной стороны. Из сказанного выше следует, что число мод, приходящихся на телесный угол  $d\Omega$  и спектральный интервал  $d\nu$  и соответствующих поверхности площадью  $A$ , дается выражением

$$N_m = \frac{A}{\lambda^2} d\Omega d\nu = \frac{A\nu^2}{c^2} d\Omega d\nu; \quad (6.28)$$

здесь считается, что излучение имеет среднюю частоту, равную  $\nu$ .

Если теперь воспользоваться нашим выражением для эффективности преобразования плоской волны для каждой из

волн, распространяющихся в пределах телесного угла  $d\Omega$  и имеющих ширину полосы  $d\nu$ , при площади поперечного сечения пучка накачки, равной  $A$ , и умножить его на число мод инфракрасного излучения, получаемого от диффузного источника, то получим выражение, которое можно сопоставить с эффективностью оптимизированного преобразователя одномодового инфракрасного излучения. Для случая многомодового преобразователя частоты вверх произведение числа поперечных мод на частоте  $\nu_{ir}$  и эффективности преобразования в расчете на одну моду определяется уравнениями (6.11), (6.19) и (6.28):

$$\eta_{пр} N_{\Omega} \Delta\varphi_2 = \frac{1024\pi^6 d^2 L W_p}{n_s n_p \lambda_s \lambda_{ir}^2 c [1 - n_{ir} \lambda_s / n_s \lambda_{ir}]} \quad (6.29)$$

Если взять отношение этой величины к результату Клеймана и Бойда, содержащемуся в выражении (6.12), то получим

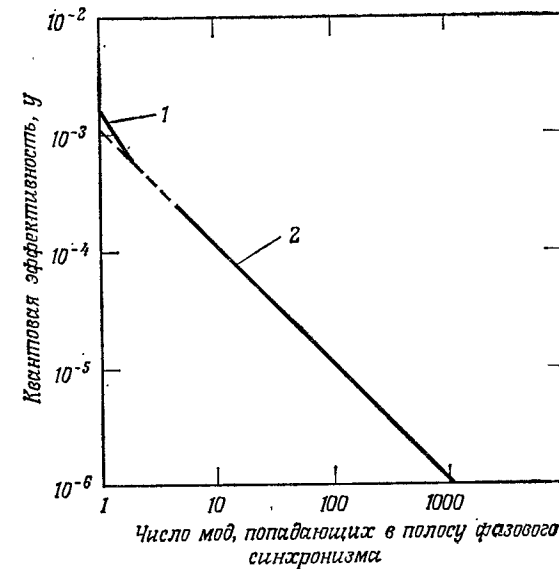
$$\frac{\eta_{пр} N_{\Omega} \Delta\varphi_2}{\eta_{сумм}} = \frac{\pi \lambda_p}{2 \lambda_s H [1 - n_{ir} \lambda_s / n_s \lambda_{ir}]} \quad (6.30)$$

Поскольку обычно этот фактор имеет величину порядка единицы, можно сделать вывод, что многомодовый режим почти столь же эффективен, как и одномодовый, — в пределах справедливости приближений, использованных в проведенном анализе.

Отметим, что в обоих упомянутых случаях эффективность преобразования [уравнения (6.11) и (6.12)] возрастает с увеличением длины кристалла. Однако следует помнить, что этот вывод сделан без учета обстоятельства, которое с очевидностью следует из уравнения (6.13), а именно что допустимая полоса сужается при увеличении длины нелинейного кристалла. Так, если источник имеет ширину полосы, превышающую спектральную ширину синхронизма, то ни в одном из рассмотренных преобразователей невозможно добиться увеличения мощности сигнала, используя более длинный кристалл смесителя, хотя при этом будет увеличиваться спектральное разрешение. В то же время если требуется обнаружить источник лазерного типа с узкой полосой, то предпочтительнее использовать длинный кристалл смесителя.

Теперь мы вычислим квантовую эффективность оптимизированных одно- и многомодовых преобразователей частоты вверх для конкретного случая (чтобы читатель мог получить представление о значимости выведенных формул). Для этого воспользуемся уравнениями, полученными ранее для случаев одно- и многомодового преобразования, причем выберем действующую площадь многомодового преобразователя такой, чтобы число соответствующих ей мод инфракрасного излучения оказа-

лось оптимальным. Затем оценим оба выражения, подставляя численные значения, соответствующие инфракрасному излучению с длиной волны 3,5 мкм, накачке от аргонового ионного лазера (5145 Å), кристаллу ниобата лития длиной 1 см и фазовому синхронизму такого типа, который обеспечивает наибольшее значение телесного угла  $\Delta\varphi_2$ . Результаты представлены на фиг. 6.10. Видно, что даже при мощности лазерной накачки, равной 1 Вт, возможно высокоэффективное преобразование непрерывного излучения с небольшим числом мод. Если тот же



Фиг. 6.10. Расчетная кривая для к. п. д. оптимизированного преобразователя частоты вверх на основе односантиметрового кристалла с параметрами, типичными для ниобата лития.

Считается, что используется температурная подстройка, а накачка мощностью 1 Вт имеет длину волны 5000 Å. 1 — результат для случая одномодового излучения; 2 — результат для многомодового случая.

самый кристалл поместить внутрь резонатора того же аргонового лазера, то в качестве накачки можно было бы использовать значительно более мощное излучение (порядка 100 Вт и больше), циркулирующее по резонатору, и тем самым еще больше увеличить эффективность преобразования.

## 6.6. Шумовые свойства

Поскольку процесс преобразования частоты вверх является по своей природе нешумящим, т. е. в нем вообще не появляется сигнала на суммарной частоте при отсутствии сигнала на входе, то число фотоотсчетов, полученных на сигнальной частоте  $\nu$

помощью фотоумножителя (при условии идеальности фильтров, используемых в оптической системе), дается следующим выражением:

$$N_{\phi}^s = N_{ir}(L) \eta_{пр} \eta_{\phi},$$

где  $N_{\phi}^s$  — число сигнальных фотоотчетов и  $\eta_{\phi}$  — квантовая эффективность фотокатода. Если обозначить через  $N_{\phi}^n$  число полученных за то же время шумовых, или темновых, фотоотчетов, то отношение сигнала к шуму  $S/N$  определится по формуле

$$\frac{S}{N} = \frac{N_{\phi}^s}{\sqrt{N_{\phi}^s + N_{\phi}^n}}.$$

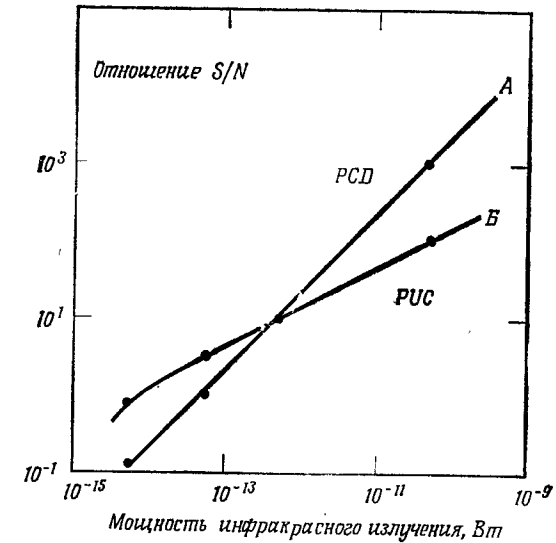
У хорошего фотоумножителя величина  $N_{\phi}^n$  весьма мала или даже равна нулю. Следовательно, эквивалентная мощность шума всего детектора (т. е. число  $N_{ir}$  за одну секунду при условии, что  $S/N = 1$ ) в первую очередь определяется квантовыми эффективностями фотокатода и процесса преобразования частоты. Поэтому можно утверждать, что детектор на основе преобразования частоты вверх характеризуется относительно низкой квантовой эффективностью (фиг. 6.10) и малым уровнем шума, что резко отличает его от обычного инфракрасного детектора на основе внутреннего фотоэффекта, который характеризуется высокой квантовой эффективностью (0,5) и высоким уровнем шума. Это позволяет предположить, что детектор на основе преобразования частоты вверх, вероятнее всего, найдет применение при регистрации очень слабых потоков инфракрасного излучения [92], в частности в спектроскопии и в астрономии, а не при приеме сигналов на высоком уровне мощности, как, например, в линиях связи.

Чтобы убедиться, что это именно так, рассмотрим два гипотетических, но достаточно правдоподобных примера. Возьмем преобразователь частоты вверх, работающий при значении эквивалентной мощности шума (NEP)<sup>1)</sup>, равной  $10^{-14}$  Вт, а также обычный детектор-фотосопротивление при том же значении длины волны, имеющий  $NEP = 10^{-13}$  Вт. Допустим, что длина волны инфракрасного излучения приблизительно равна 3,5 мкм, так что энергия одного кванта  $5,7 \cdot 10^{-20}$  Дж. Тогда для того, чтобы полезный сигнал можно было зарегистрировать над уровнем шума, необходимо, чтобы за одну секунду на преобразователь частоты попадало  $1,7 \cdot 10^5$  квантов, а на фотосопротивление — около  $1,7 \cdot 10^6$  квантов. При этом каждый фотодетектор будет характеризоваться отношением  $S/N$ , равным единице. Счи-

<sup>1)</sup> NEP — аббревиатура англ. выражения noise equivalent power. — Прим. перев.

тая, что используемый в регистрирующей системе фотоумножитель имеет квантовую эффективность 0,1, получим, что преобразователь частоты вверх работает с квантовой эффективностью, равной  $10^{-4}$  (при условии, что  $N_{\phi}^n = 1$ ). Отметим, что если инфракрасный сигнал возрастает до уровня  $10^{10}$  квантов в секунду, то отношение  $S/N$  преобразователя частоты увеличится примерно до 300.

Соответственно, поскольку для фотосопротивления отношение  $S/N$  при низком уровне сигнала определяется почти полностью той или иной формой шума (аналог  $N_{\phi}^n$ ) и поскольку его



Фиг. 6.11. Отношение сигнала к шуму для двух гипотетических детекторов (PCD и PUC) в функции мощности сигнала на инфракрасной частоте.

При увеличении уровня сигнала видно превосходство детектора на фотопроводимости, характеризующегося высоким квантовым выходом (кривая A), над параметрическим преобразователем частоты вверх, имеющим небольшой квантовый выход и низкий уровень собственных шумов (кривая B).

квантовая эффективность обычно равна 0,5, то, используя аналогичные выкладки, можно вычислить эффективную величину  $N_{ped} = 72 \cdot 10^{10}$ , так что при уровне сигнала в инфракрасном диапазоне порядка  $10^{10}$  квант/с отношение  $S/N$  становится равным  $10^4$ .

Таким образом, при регистрации слабых сигналов основным критерием пригодности детектора является, как правило, малая величина NEP, но при уровне сигналов, значительно превышающем NEP, более подходящими оказываются детекторы, имеющие большую квантовую эффективность. С целью иллюстрации разо-



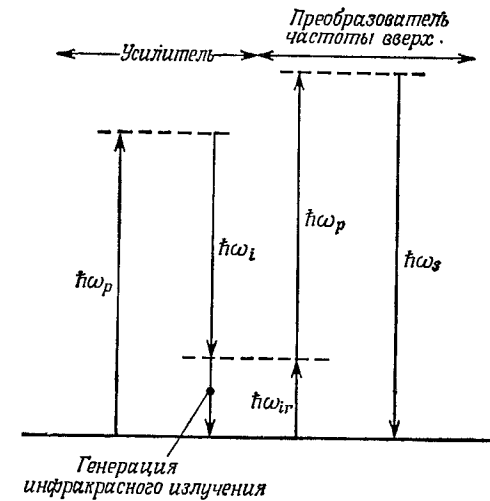
бренных выше случаев на фиг. 6.11 приведены расчетные кривые. При этом принято, что мощности сигналов в течение всего времени регистрации (в данном случае в течение 1 с) не изменяются, оставаясь на среднем уровне. Более строгий и общий подход к сравнению характеристик детекторов состоит в использовании аппарата теории информации для подсчета количества данных, которое может быть передано через тот или иной элемент за определенное время при заданных мощности сигнала и способе его кодирования. Этот подход был использован Клейнманом и Бойдом [92] при сравнении свойств детекторов на основе преобразования частоты вверх и на основе внутреннего фотоэффекта; при этом они рассматривали непрерывный прием данных на конце линии передачи.

Укажем еще на одну особенность преобразователя частоты вверх, которая пока оставалась вне нашего внимания, — на его «способность запасать энергию регистрируемого сигнала». Другими словами, поскольку квантовая эффективность преобразования зависит от мощности лазерной накачки и поскольку большинство твердотельных лазеров ограничено со стороны средней, а не пиковой мощности (запасом энергии при инверсии населенности), то преобразователь частоты вверх обеспечивает возможность создания такого детектора, который работает либо в непрерывном режиме с умеренной эффективностью, либо с очень высокой эффективностью в течение коротких вспышек, сопровождающихся затем периодами, когда детектор вообще не способен регистрировать сигналы. Подобный режим работы детектора особенно подходит для решения задач лазерной локации, когда приблизительно известно время возвращения отраженного сигнала, либо для использования его в схемах синхронного детектирования излучения пульсирующих источников с известным периодом и фазой. Ко времени написания данной книги экспериментальных исследований указанной способности преобразователей частоты вверх к синхронному детектированию пульсирующего излучения проведено не было, хотя имеется работа [113], содержащая результаты анализа ожидаемых характеристик подобного детектора.

Отметим также, что в случае очень слабых сигналов, наподобие рассмотренных нами ранее, использование простых формул не вполне оправданно. Более строгий подход требует учета реальной статистической природы квантового ансамбля с помощью статистики Пуассона. Анализ информационной емкости квантовых систем связи был дан в работе Дж. Гордона [69].

Наконец, перед тем, как закончить обсуждение шумовых характеристик преобразователя частоты вверх, укажем, что наше предположение о невозможности генерации фотонов на суммарной частоте в отсутствие инфракрасных фотонов на входе пре-

образователя не является строго справедливым, хотя в большинстве случаев оно оказывается оправданным. Танг [155] и независимо от него Смит и Таунс<sup>1)</sup> показали, что процесс преобразования частоты вверх не является идеально шумящим и что параметрически генерируемый шум на инфракрасной частоте может затем преобразовываться вверх с помощью двухкаскадного процесса. Этот процесс генерации шума иллюстрирует фиг. 6.12. Инфракрасное излучение спонтанно генерируется при распаде кванта накачки на инфракрасный и «холостой»



Фиг. 6.12. Схема генерации (несинхронной) шума на инфракрасной частоте путем параметрического усиления в том же кристалле, в котором имеет место синхронное преобразование частоты вверх.

кванты. Инфракрасный квант затем преобразуется вверх по частоте и превращается в квант суммарной частоты. Первоначальный параметрический процесс не является синхронным, но тем не менее характеризуется отличной от нуля вероятностью.

Анализ этого шумового процесса сложен; кроме того, получающиеся формулы для эквивалентной мощности шума содержат целый ряд параметров, многие из которых определяются конкретными условиями эксперимента.

Танг применил полученные формулы к нескольким различным экспериментальным ситуациям. В одной из них, которая оказалась наиболее соответствующей современным системам преобразователей частоты вверх, ширина полосы шума и телесный угол в первую очередь определяются детектором (т. е. фо-

<sup>1)</sup> Неопубликованная работа, — Прим. ред.

тоумножителем) и его оптикой, но не самим процессом преобразования частоты вверх. Таким образом, полагая

$$\begin{aligned}\omega_s &= \omega_p + \omega_{ir}, \\ \omega_p &= \omega_{ir} + \omega_d, \\ \Delta k_{yc} &= |k_p - k_{ir} - k_d|, \\ \Delta k_{np} &= |k_s - k_p - k_{ir}|,\end{aligned}$$

Танг нашел, что

$$W_s (\text{шум}) = \frac{16d_{yc}^2 d_{np}^2 \hbar \omega_s^4 \omega_d^2 \omega_{ir}^2 W_p^2 L^2 \Delta \omega_s \Delta \Omega_{det}}{\pi c^8 n_p^2 n_r^2 n_s n_d \Delta k_{yc}^2 A},$$

где использованы следующие дополнительные обозначения:

$d_{yc}$  — эффективная нелинейность для усилителя;  $d_{np}$  — эффективная нелинейность для преобразователя частоты вверх;  $L$  — длина кристалла;  $A$  — площадь пучка;  $\Delta \omega_s$  — спектральная ширина синхронизма на частоте  $\omega_s$ ;  $\Delta \Omega_{det}$  — телесный угол синхронизма.

Мы можем использовать результат Танга для оценки эквивалентной мощности шума в инфракрасной области, разделив его на эффективность преобразования по мощности. Следует отметить два факта:

1. Эквивалентная мощность входного шума на инфракрасной частоте, обусловленного процессом усиления, линейно зависит от мощности накачки. Поскольку эквивалентная мощность шума, обусловленного «идеальным» процессом преобразования частоты вверх, изменяется обратно пропорционально мощности накачки (т. е. обратно пропорционально квантовой эффективности), то ясно, что в некоторой точке кривые указанных двух зависимостей пересекутся. Таким образом, параметрический шум в конце концов превращается в фактор, ограничивающий совершенствование рабочих характеристик детектора.

2. Смит и Таунс вычислили, что в случае преобразователя частоты вверх на ниобате лития с накачкой от рубинового лазера при квантовой эффективности, равной 1%, вклад квантового шума в детектируемый на суммарной частоте сигнал составлял бы приблизительно  $10^4$  квантов в секунду. Если бы эта величина квантовой эффективности поддерживалась в непрерывном режиме, тогда квантовый шум, генерируемый описанным образом, был бы основным ограничивающим фактором. Правда, в приведенном примере поток мощности излучения накачки составлял величину порядка  $10^6$  Вт/см<sup>2</sup> и площадь пучка была 1 см<sup>2</sup>. Пересчет результата к величинам, характерным для непрерывных потоков излучения, приводит к тому, что указанный эффект будет пренебрежимо мал. Оказывается, что един-

ственная ситуация, когда он может стать существенным, имеет место при почти одновременном выполнении условий синхронизма для обоих параметрических процессов — преобразования частоты вверх и усиления, что случается крайне редко. Обычно для этого требуется, чтобы значительная часть излучения накачки была поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости поляризации излучения накачки преобразователя частоты вверх.

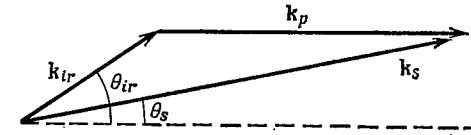
## 6.7. Параметрические преобразователи изображений

### Принципы

Как и во всех других нелинейно-оптических устройствах, использующих бегущие волны, в преобразователе частоты вверх должны выполняться условия фазового синхронизма:

$$\Delta k = |k_s - k_p - k_{ir}| \leq \frac{\pi}{L},$$

если требуется получить эффективное взаимодействие. В преобразователе изображений используется векторная форма этого



Фиг. 6.13. Показано соответствие между угловой информацией, содержащейся в подаваемом на вход инфракрасном излучении, и той, которая передается на выходное излучение суммарной частоты при использовании в параметрическом преобразователе изображений коллимированного пучка накачки.

$$\frac{\theta_{ir}}{\theta_s} \approx \frac{\lambda_s}{\lambda_{ir}} \approx \frac{k_{ir}}{k_s}.$$

соотношения. В этом случае информация об изображении правильно передается от входа на инфракрасной частоте к излучению суммарной частоты на выходе преобразователя. Соответствующий метод был впервые предложен и осуществлен Мидвинтером [113] и впоследствии изучался рядом других авторов.

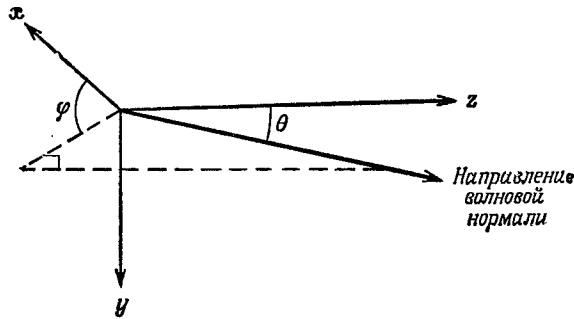
Для простоты предположим, что наш инфракрасный объект локализован в бесконечности. На практике это условие можно осуществить, применяя сферические линзы или зеркала. В этой ситуации информация об облике предмета, вводимая в преобразователь частоты вверх, представлена в виде суперпозиции плоских волн с направлениями векторов  $k$ , определяемыми точечным объектом — оригиналом (фиг. 6.13). Другими словами, информация о пространственном распределении интенсивности на объекте претерпевает преобразование Фурье и превращается в

информацию об угловом распределении. Затем, если пучок лазерной накачки строго задан и является параллельным (мода TEM<sub>00</sub>), так что его вектор **k** точно локализован, информация об угловом спектре объекта непосредственно перекладывается на излучение суммарной частоты.

Теоретически мы можем подытожить сказанное следующим образом. Информация об изображении предмета на инфракрасной частоте представлена в виде суммы плоских волн в пространстве направлений и частот:

$$\mathcal{E}_{ir}(\text{изобр}) = \iiint \mathcal{E}_{ir}(\theta, \varphi, \omega_{ir}) e^{i(\omega_{ir}t - k_{ir}r)} d\theta d\varphi d\omega_{ir}.$$

В основном волны распространяются вдоль оси *z* с небольшими отклонениями, задаваемыми углами  $\theta$  и  $\varphi$ , как показано



Фиг. 6.14. Обозначение осей координат, применяемых для анализа параметрического преобразователя изображений.

Излучение лазерной накачки распространяется вдоль осн *z*. (По данным работы [114].)

на фиг. 6.14. Мы также предположим, что частоты  $\omega_{ir}$  занимают сплошь некоторую полосу частот, а не являются дискретными линиями. Аналогично мы можем задать и наш лазерный пучок, но считая его частоту фиксированной:

$$\mathcal{E}_p(\text{полн}) = \iint \mathcal{E}_p(\theta, \varphi) e^{i(\omega_p - k_p r)} d\theta d\varphi.$$

Как указывалось выше, в системе преобразователя изображений используется хорошо сколлимированный лазерный пучок (фиг. 6.15). Следовательно, мы аппроксимируем функцию  $\mathcal{E}_p(\theta, \varphi)$  с помощью члена  $\mathcal{E}_p \cdot \delta(\theta, \varphi)$ , так что

$$\mathbf{k}_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_p \end{pmatrix}.$$

Волна поляризации, возбуждаемая в нелинейном материале при взаимодействии лазерного и инфракрасного излучения, дается следующим выражением:

$$\iiint \mathcal{E}_p \mathcal{E}_{ir}(\theta, \varphi, \omega_{ir}) e^{i(\omega_p + \omega_{ir})t - i(k_{ir} + k_p)r} d\theta d\varphi d\omega_{ir}.$$

Затем, предполагая, что условия фазового синхронизма строго выполнены, мы можем записать амплитуду выходного излучения на суммарной частоте в виде

$$\mathcal{E}_{\text{сумм}} = \iiint \mathcal{E}_s(\theta', \varphi', \omega_s) e^{i(\omega_s t - k_s r)} d\theta' d\varphi' d\omega_s,$$

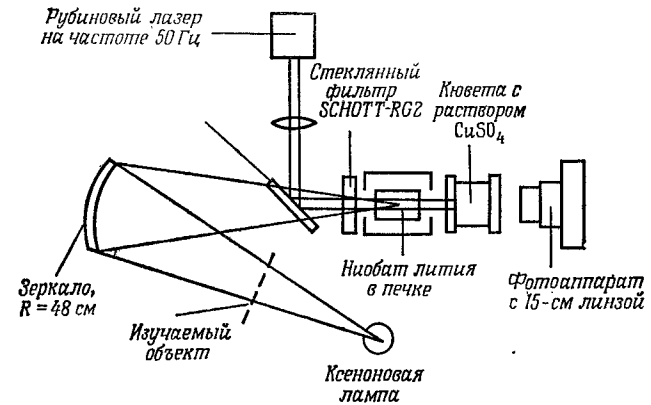
где

$$\mathbf{k}_s = \begin{pmatrix} k_s \sin \theta' \cos \varphi' \\ k_s \sin \theta' \sin \varphi' \\ k_s \cos \theta' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k}_{ir} = \begin{pmatrix} k_{ir} \sin \theta \cos \varphi \\ k_{ir} \sin \theta \sin \varphi \\ k_{ir} \cos \theta \end{pmatrix}$$

и

$$\varphi' = \varphi, \quad \theta' \cong \left(\frac{k_{ir}}{k_s}\right) \theta.$$

Это видимое излучение на выходе преобразователя имеет такую же структуру, как инфракрасное излучение на входе в него; это



Фиг. 6.15. Типичная экспериментальная аппаратура, используемая для исследований в области преобразования изображений. По данным работы Мидвинтера [113].

означает, что сохраняется информация об изображении предмета. На практике предположение о том, что лазерный луч представляет собой идеальную плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси *z*, не выполняется, и это несовершенство луча снижает качество получаемого изображения.

На самом деле преобразование приводит к некоторым угловым искажениям, когда значения  $\theta$  велики. Правда, эти иска-

жения не столь серьезны, поскольку условия фазового синхронизма ограничивают угловую апертуру.

Описанный способ работы преобразователя изображений не является единственным. Вместо плоских волн могут рассматриваться сферические, и с их помощью информация о пространственном распределении протяженного объекта также может вводиться в нелинейный материал. Однако этот метод характеризуется еще более значительными искажениями, что ограничивает качество получаемых с его помощью изображений. Эти аспекты составили специальный предмет исследований, тщательно проведенных Р. А. Эндрюсом [3] и независимо от него А. Г. Фирстером [52].

### Модовый анализ

Альтернативный подход к анализу преобразователя изображений состоит в использовании концепции мод, уже рассматривавшейся нами ранее в настоящей главе. На этом пути мы сможем без особого труда оценить объем информации о изображении, передаваемой с помощью преобразователя частоты вверх. Ранее мы уже вычислили число мод инфракрасного излучения  $N_m$ , получаемого преобразователем частоты с заданной апертурой в пределах телесного угла синхронизма [уравнение (6.28)]. Этим модам, являющимся поперечными модами, может быть сопоставлена информация об изображении, если мы припишем каждой из них определенное значение амплитуды. С помощью такой процедуры  $N_m$  поперечные моды инфракрасного излучения могут быть связаны с  $N_m$  дискретными точками изображения. Если они затем смешиваются с одноименным лазерным излучением, то образуется пучок суммарной частоты, также содержащий  $N_m$  поперечных мод. Таким образом, мы можем воспользоваться результатами проведенного ранее анализа работы многомодового преобразователя частоты вверх для того, чтобы описать характеристики преобразователя изображений. Тогда из уравнения (6.30) сразу следует, что если число разрешаемых точек возрастает, то в такой же пропорции уменьшается квантовая эффективность преобразования в расчете на один информационный канал.

Это уменьшение следует сравнить с аналогичной ситуацией в случае детектора на фотопроводимости. В простейшем случае один фотодетектор служит для воспроизведения единственной точки изображения. Этот детектор сканирует изображение по всей плоскости (на манер телевизионного растрового сканирования), а затем воспроизводит его на экране электронно-лучевой трубки. Таким образом, если количество дискретных точек изображения равно  $N$ , то детектор должен находиться в каждой

из них  $1/N$  часть времени, требуемого для воспроизведения всего изображения. Следовательно, основными факторами, влияющими на выбор в пользу преобразователя частоты вверх в данной ситуации, являются такие, как возможность получения непосредственно видимого изображения, отсутствие необходимости в охлаждении детектора и оптических элементов и возможность работы системы в конкретных условиях окружающей среды (а не только в тех, которые обеспечивают получение информации об изображении без потерь в других отношениях).

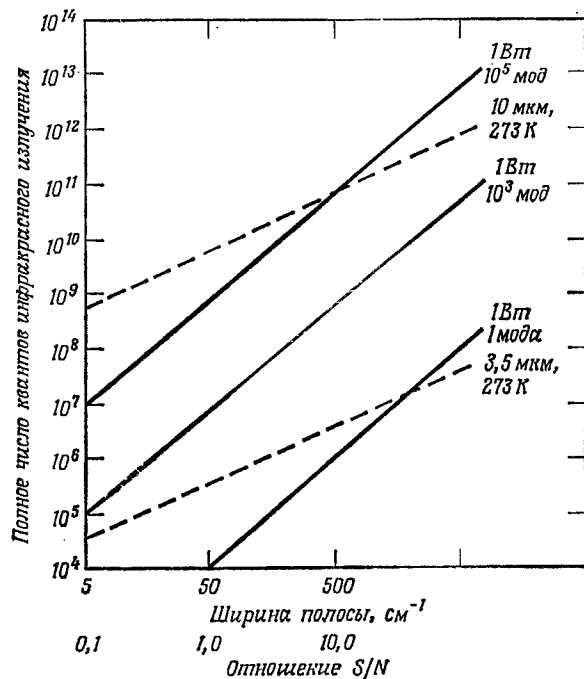
Чтобы получить общее представление о возможных характеристиках преобразователя изображений, мы воспользуемся выражением для числа мод излучения (абсолютно черного тела), которые могут быть эффективно преобразованы вверх по частоте, при условии что в преобразователе частоты используется наиболее выгодная геометрия. Мы находим, что это выражение приблизительно совпадает с тем, которое было уже выписано раньше [уравнения (6.19) и (6.28)], и имеет следующий вид:

$$N_m \Delta\Phi_2 = \frac{4\pi^2 n_{ir}^2 A}{L k_{ir} \lambda_{ir}^2 (1 - k_{ir}/k_s)} \approx \frac{2\pi n_{ir} A}{L \lambda_{ir} (1 - \lambda_s/\lambda_{ir})}.$$

Если подставить в это уравнение численные значения входящих сюда величин (длина кристалла 1 см, длина волны инфракрасного излучения 3,5 мкм, показатель преломления 2,0), то мы получим, что для разрешения, т. е. числа дискретных мод, равного  $10^5$  (сетка  $300 \times 300$  штрихов), величина площади  $A$  должна быть порядка 2 см<sup>2</sup>. Для получения значения  $NEP = 10^{-11}$  Вт на длине волны 3,5 мкм на площади 2 см<sup>2</sup> обычно требуется мощность накачки порядка нескольких ватт, если произвольно положить квантовую эффективность фотоумножителя равной 10%. Таким образом, для того чтобы эта система смогла обеспечить детектируемый уровень сигнала на фоне шумов, необходима минимальная мощность  $10^{-11}$  Вт на длине волны 3,5 мкм от каждой точки изображения. Для получения сколько-нибудь контрастного изображения потребуется, безусловно, бо́льшая мощность или инфракрасного излучения, или излучения накачки. Между прочим, можно видеть, что детектор ведет себя как малошумящая система с малой квантовой эффективностью, состоящая из  $300 \times 300$  дискретных элементов, причем каждый из этих элементов все время находится в действии.

Мы можем представить эти результаты несколько по-иному, используя два семейства кривых, показанных на фиг. 6.16. Кривые, изображенные штриховыми линиями, соответствуют числу квантов, испущенных абсолютно черным телом при температуре 273 К за одну секунду в одну моду в диапазоне от 10 до 3,5 мкм. Число квантов показано в зависимости от ширины по-

лосы синхронизма, измеренной в обратных сантиметрах. Сплошные линии, наложенные на эти кривые, иллюстрируют зависимость рассчитанного числа квантов, приходящихся на одну моду, необходимых для получения заданной величины отношения сигнала к шуму  $S/N$ ; использовались данные, соответствующие



Фиг. 6.16. Расчетные кривые, показывающие характеристики параметрических преобразователей частоты.

Пунктирные кривые соответствуют полному числу инфракрасных квантов, испущенных абсолютно черным телом при комнатной температуре, в зависимости от ширины полосы, центрированной вблизи 3,5 и 10 мкм соответственно, для поля излучения с одной поперечной модой. Сплошные кривые показывают соответствие между числом инфракрасных квантов, приходящихся на одну моду принимаемого излучения, и отношением сигнала к шуму ( $S/N$ ) для случая гипотетического преобразователя, который уже упоминался ранее (см. фиг. 6.10). Три сплошные кривые относятся к преобразователям, оптимизированным для приема 1,  $10^3$  и  $10^5$  мод инфракрасного излучения соответственно.

кристаллу ниобата лития длиной 1 см и мощности накачки, равной 1 Вт. Для каждой из приведенных кривых проведена оптимизация параметров при различном числе инфракрасных мод, подвергающихся преобразованию вверх по частоте (1, 1000 и 100 000). Используя эти два семейства кривых и имея в виду, что у них только вертикальная ось (число квантов) является общей, мы можем сделать следующие выводы.

При помощи одномодового преобразователя с шириной полосы  $5 \text{ см}^{-1}$  можно относительно легко регистрировать излуче-

ние черного тела, находящегося при температуре 273 К, причем при регистрации в диапазоне 3,5 мкм отношение сигнала к шуму будет составлять величину около 8, а в диапазоне 10 мкм — около 1000. Напротив, преобразователь частоты вверх, использующий  $10^5$  мод (сетка  $300 \times 300$ ) и имеющий ширину полосы  $5 \text{ см}^{-1}$ , в районе 3,5 мкм характеризовался бы отношением  $S/N$  около 0,01 или меньше; в районе 10 мкм отношение имело бы порядок 1,0. Таким образом, необходимы существенные улучшения в конструкции и качестве изготовления преобразователя, прежде чем мы могли бы надеяться зарегистрировать небольшие изменения температуры или излучательной способности объектов, находящихся при комнатной температуре, при помощи параметрических преобразователей изображений с разрешающей способностью, характерной для телевидения (сетка из  $300 \times 300$  точек). В случае активных систем формирования изображений, работающих в более коротковолновой области, указанный подход мог бы обладать большими возможностями.

Другими словами, мы можем заключить, что практически достижимый уровень чувствительности преобразователей, формирующих изображения большого числа точек, ограничивает их применение простейшими случаями, когда не требуется получать такие высококачественные изображения, как в обычных телевизионных приемниках.

## 6.8. Состояние экспериментальной разработки преобразователей частоты вверх

Наилучшее значение величины NEP, экспериментально измеренное при работе с преобразователем частоты, составляет  $10^{-14}$  Вт на одной поперечной моде вблизи длины волны 3,5 мкм. Оно было получено Смитом и Маром [146] при использовании в качестве нелинейного кристалла ниобата лития и в качестве непрерывного источника накачки — лазера на ионизированном аргоне. Кристалл помещался вне резонатора лазера, а его температура синхронизма была достаточно высока, чтобы избежать проблем, связанных с повреждением кристалла. Указанная величина вплотную приближается к тем значениям NEP, которые могут быть получены с обычными детекторами на фотопроводимости при тех же длинах волн. Ясно, что эта характеристика в принципе может быть улучшена при помещении кристалла-смесителя внутрь резонатора лазера, что увеличит на один-два порядка эффективную мощность накачки. Однако, как мы уже указывали при обсуждении внутррезонаторной ГВГ, возникающие при этом проблемы требуют для своего разрешения

кристаллов настолько высокого качества, что в настоящее время подобный эксперимент осуществить практически невозможно.

Добавим, что ряд авторов изучали эффективное преобразование излучения с длиной волны 10,6 мкм в видимый диапазон [29, 55, 93, 161], используя как одномодовую оптику, так и многомодовые системы построения изображений; однако до настоящего времени еще не создано представляющего практический интерес детектора, работающего в указанном диапазоне длин волн. Сообщалось о создании систем преобразования изображений, обладающих отличным разрешением — от 100 до 300 линий [52, 59, 113]; правда, эти характеристики, как правило, достигались за счет снижения чувствительности. Представляется, что дальнейший прогресс в данной области возможен лишь при условии создания более прочных нелинейных материалов, что позволило бы помещать кристалл смесителя внутрь лазерного резонатора.

Определение пригодности преобразователя частоты вверх в качестве жизнеспособного детектора инфракрасного излучения требует внимательного изучения режимов его работы в конкретных условиях, поскольку, как мы уже видели раньше, его характеристики являются функциями большого числа конструктивных параметров. Вследствие этого очень важно внимательно относиться к экстраполяции результатов эксперимента, полученных в одних условиях, на другую экспериментальную ситуацию.

## 7

# Оптические параметрические усилители и генераторы

## 7.1. Введение

В гл. 6 мы подчеркивали, что параметрическое преобразование частоты вверх является частным случаем процесса генерации излучения суммарной частоты. Подобно этому, параметрические усилители и генераторы являются частными случаями генераторов разностной частоты. Из соотношений Мэнли — Роу (разд. 2.14) мы знаем, что в процессе генерации разностной частоты фотон наибольшей частоты распадается на два фотона с меньшими частотами: энергия, черпаемая из пучка с большей частотой, распределяется между двумя пучками с меньшими частотами. Следовательно, этот процесс можно использовать для усиления волн: слабый сигнал заставляет взаимодействовать с мощной волной накачки, имеющей более высокую частоту, тогда обе волны — возникающая в процессе взаимодействия волна разностной частоты (известная под названием «холостой волны») и первоначальный сигнал — усиливаются. Если холостая волна и усиленный сигнал снова проходят, имея нужную фазу, через тот же самый нелинейный кристалл, то обе волны снова усиливаются. Более того, даже если только одна из волн повторно и в нужной фазе пропускается через кристалл, то в результате снова получается усиление обеих волн. Таким образом, усилитель может быть превращен в генератор путем введения соответствующей обратной связи (т. е. резонатора) либо для обеих волн, либо только для одной из них. Если усиление за один проход превысит потери за тот же проход, самовозбуждение генератора может возникнуть с затравкой из шумов. Если и для сигнальной, и для холостой волн имеются резонаторы, то порог генерации, естественно, ниже, нежели в том случае, когда резонанс существует только для одной из них. Однако по другим соображениям (как показано в разд. 7.5) этот так называемый двухрезонаторный вариант параметрического генератора может быть менее предпочтительным.

Отметим, что термины «сигнальная волна» и «холостая волна» имеют вполне определенный смысл только при рассмотрении усилителя. В генераторе любая из двух низкочастотных волн может быть названа холостой или сигнальной.

Усилители, использующие только что описанный принцип, хорошо известны в диапазоне СВЧ [101]. Особый интерес для нас представляет параметрический усилитель на варикапе, так как принцип его действия ближе всего к процессу, который мы будем здесь рассматривать. Варикап имеет зависящую от напряжения емкость [102]. Тогда заряд  $Q$  на конденсаторе дается следующим выражением:  $Q = C_1 V + C_2 V^2$ . Отсюда непосредственно следует, что если напряжение, прикладываемое к конденсатору, изменяется как  $V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t$ , то зависимость величины заряда от времени будет содержать компоненты, изменяющиеся с частотами  $\omega_1 + \omega_2$ ,  $\omega_1 - \omega_2$ ,  $2\omega_1$  и т. д. Это обстоятельство может быть использовано в соответствующих цепях для того, чтобы передавать энергию от источника накачки к сигнальному и холостому контурам. Большое достоинство такого усилителя состоит в том, что он, как правило, обладает чрезвычайно низким уровнем собственных шумов.

Оптическим аналогом электрической цепи, свободной от потерь, является полностью прозрачная среда. Излучение, проходя сквозь такую среду, абсолютно не поглощается, так что она не должна находиться в тепловом равновесии с излучением.

Тепловой шум активного сопротивления в СВЧ контурах имеет, таким образом, оптический аналог в виде излучения абсолютно черного тела или в виде тепловой эмиссии любого излучающего тела. Впрочем, как показано в разд. 7.8, в то время как в СВЧ диапазоне тепловое излучение может играть доминирующую роль, в оптическом диапазоне это далеко не так. Последнее связано с различием в энергии используемых квантов.

Формальная аналогия между только что приведенным выражением для заряда на емкости варикапа и выражением для поляризации, наведенной в нелинейном материале, очевидна, поскольку  $P = \alpha E + \beta E^2$ , где  $P$  — полная поляризация.

Чтобы определить условия параметрического усиления на оптических частотах и характеристики усилителя, мы вернемся к трем уравнениям (3.39) для связанных амплитуд.

На практике в параметрических генераторах часто используются одномодовые пучки, поэтому, вообще говоря, требуется учет поперечной ограниченности. Однако уже несложный анализ, основанный на рассмотрении взаимодействия плоских волн, который использовался нами ранее для описания ГВГ и преобразования частоты вверх, позволяет выявить большинство характерных черт поведения параметрических усилителя и генератора, и вследствие простоты мы воспользуемся им в качестве исходного пункта.

## 7.2. Коэффициенты усиления усилителя и генератора

Поскольку мы считаем, что пучок накачки с частотой  $\omega_3$  является весьма интенсивным, условие, которое нужно использовать в уравнениях (2.39), имеет следующий вид:

$$\frac{\partial E_3}{\partial z} = 0;$$

тогда получаем два уравнения:

$$\frac{\partial E_1}{\partial z} = -K_1 E_3 E_2^* e^{i \Delta k z}, \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial z} = -K_2 E_3 E_1^* e^{i \Delta k z}, \quad (7.2)$$

где

$$K_1 = \frac{8\pi i \omega_1^2 d}{k_1 c^2}.$$

Дифференцируя еще раз по  $z$  уравнение (7.1) и используя уравнение (7.2), мы получаем дифференциальное уравнение второго порядка, которое при  $\Delta k = 0$  имеет общее решение:

$$\mathcal{E}_2(l) = \mathcal{E}_2(0) \operatorname{ch} \frac{l}{l_{yc}} + \left( \frac{\omega_1^2 k_2}{\omega_2^2 k_1} \right)^{1/2} \mathcal{E}_1(0) \operatorname{sh} \frac{l}{l_{yc}},$$

и аналогичное выражение для  $\mathcal{E}_1$ , получаемое перестановкой индексов.

Представляет интерес сравнить это решение с формулами, описывающими поля в параметрическом преобразователе частоты вверх [формулы (6.1) и (6.2)]; там поля зависели от координаты как синус и косинус. Легко видеть, что математически различие между этими решениями определяется тем, что здесь мы использовали первое и второе уравнения из системы (2.39), в каждом из которых в правой части имеется комплексно сопряженная амплитуда, в то время как в случае преобразователя частоты вверх мы воспользовались первым и третьим уравнениями, причем в третьем нет комплексно сопряженных амплитуд. Физическая причина, безусловно, состоит в том, что процесс генерации разностных частот идет с экспоненциальным усилением, тогда как нарастание сигнала при генерации суммарной частоты происходит медленнее.

Величина  $l_{yc}$  дается выражением

$$l_{yc} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 \lambda_1 \lambda_2}{8\pi d \mathcal{E}_3}}. \quad (7.3)$$

При больших  $l$  решение приводится к следующему виду:

$$\mathcal{E}_2 = \left[ \mathcal{E}_2(0) + \left( \frac{\omega_1^2 k_2}{\omega_2^2 k_1} \right)^{1/2} \mathcal{E}_1(0) \right] e^{(l/l_{yc})},$$

так что мощность волн экспоненциально растет с инкрементом  $\alpha = 1/l_{yc}$ . Таким образом, имеются два различных множества решений. Если  $l$  имеет такой же порядок величины, что и  $l_{yc}$ , что соответствует случаю параметрического усилителя, то мы имеем решения:

$$\mathcal{E}_2(l) = \mathcal{E}_2(0) \operatorname{ch}(\alpha l) \text{ — сигнальная волна,} \quad (7.4)$$

$$\mathcal{E}_1(l) = \mathcal{E}_2(0) \left( \frac{\omega_1^2 k_2}{\omega_2^2 k_1} \right)^{1/2} \operatorname{sh}(\alpha l) \text{ — холостая волна,} \quad (7.5)$$

в то время как для параметрического генератора, где  $l$  велико вследствие многократного прохождения волн по кристаллу, решения принимают вид

$$\mathcal{E}_2(l) = \mathcal{E}_2(0) e^{\alpha l}, \quad (7.6)$$

$$\mathcal{E}_1(l) = \mathcal{E}_2(0) \left( \frac{\omega_1^2 k_2}{\omega_2^2 k_1} \right)^{1/2} e^{\alpha l}. \quad (7.7)$$

Отсюда следует, что для случая  $\alpha l < 1$  волны в усилителе нарастают как  $1 + (\alpha l)^2/2$ , а в генераторе — как  $1 + \alpha l/2$ . Поэтому полное усиление для обоих случаев пропорционально  $(\alpha l)^2/2$  и  $\alpha l/2$  соответственно; это означает, что существуют ситуации, когда усиление в генераторе достаточно для того, чтобы превысить полные потери за один проход системы, а усиление в однопроходном усилителе пренебрежимо мало [27]. Поскольку величина  $\alpha l$  обычно мала, параметрический усилитель на оптических частотах находит весьма ограниченное применение<sup>1)</sup>.

Тем не менее этот результат важен, так как он позволяет производить независимые измерения коэффициента усиления потенциального параметрического генератора, пользуясь режимом однопроходного усиления (т. е. генератор минус резонаторные зеркала).

### 7.3. Влияние фазового рассогласования

Теперь мы рассмотрим эффекты, обусловленные фазовым рассогласованием:  $\Delta k \neq 0$ . Подставляя в уравнения (7.1) и (7.2) выражения

$$E_1(z) = E_1(0) e^{sz + i\Delta k z/2}$$

и

$$E_2^*(z) = E_2^*(0) e^{sz - i\Delta k z/2},$$

<sup>1)</sup> Следует отметить, однако, что имеются ситуации, когда параметрическое усиление в однопроходном усилителе может быть значительным. В усилителе на кристалле АДР с накачкой на  $\lambda = 0,26$  мкм параметрическое усиление может достигать  $10^{10}$  [170]. — *Прим. ред.*

мы получим

$$s^2 + \left( \frac{\Delta k}{2} \right)^2 = \frac{(8\pi d)^2 \omega_1^2 \omega_2^2}{c^4 k_1 k_2} E_3(0) E_3^*(0). \quad (7.8)$$

Используя уравнения (7.8) и (7.3), найдем выражение для величины эффективного инкремента усиления:

$$s = \alpha - \frac{\Delta k}{2}. \quad (7.9)$$

Таким образом, отклонение от условий фазового синхронизма приводит к уменьшению эффективного усиления параметрического усилителя.

Из (7.9) следует также вывод, что ширина полосы параметрического усилителя зависит от величины инкремента усиления. Однако следует осторожно пользоваться утверждением, что усиление отсутствует для значений  $\Delta k > 2\alpha$ , так как в предыдущем анализе мы не принимали во внимание свободу выбора фазы волнами, нарастающими в параметрическом генераторе от уровня шумов. Уточненный анализ показывает, что когда этот эффект учтен, для коэффициента усиления получается несколько отличное выражение [151].

Правильные выражения при наличии фазовой расстройке, аналогичные соотношениям, ранее полученным для случая точного фазового синхронизма [уравнения (7.4)–(7.7)], имеют следующий вид для усилителя мощности обеих волн:

$$S_2(l) = S_2(0) \left[ 1 + (\alpha l)^2 \frac{\sin^2(\Delta k l/2)}{(\Delta k l/2)^2} \right],$$

$$S_1(l) = S_1(0) (\alpha l)^2 \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\sin^2(\Delta k l/2)}{(\Delta k l/2)^2}.$$

Здесь усиление предполагается малым,  $\alpha l \ll 1$ , что обычно имеет место для оптического параметрического генератора, работающего в непрерывном режиме. Соответствующие выражения для генератора в предположении, что и сигнальная, и холостая волны нарастают от уровня шумов и что потери на обеих частотах одинаковы, следующие:

$$S_2(l) = S_2(0) \left[ 1 + 2\alpha l \frac{\sin(\Delta k l/2)}{\Delta k l/2} \right],$$

$$S_1(l) = \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) S_2(l),$$

где снова принято, что  $\alpha l \ll 1$ .

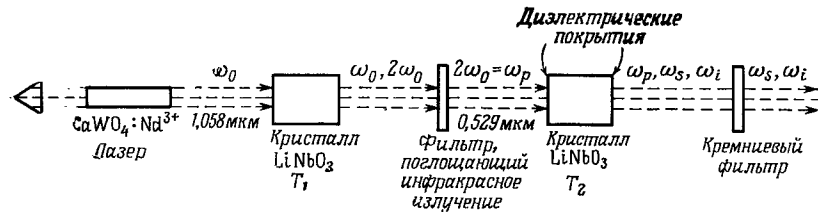
Из приведенных результатов видно, что простая подстановка эффективного инкремента усиления [соотношение (7.9)] в выражения, полученные для полного усиления в условиях точного фазового синхронизма, не является корректной. Чита-



телю, интересующемуся детальным обсуждением влияния фазовой расстройки на оптический параметрический усилитель бегущей волны, следует обратиться к работе Р. Дж. Смита [151], где в общем виде анализируется несинхронный параметрический усилитель и подробно исследуются различные практически интересные случаи.

#### 7.4. Параметрическая генерация

Условие самовозбуждения усилителя, как известно, эквивалентно требованию, чтобы усиление превышало потери. Если для создания обратной связи используется высокооборотный резонатор с зеркалами, имеющими коэффициент отражения  $R$  ( $R \approx 1$ ), то условие самовозбуждения имеет вид:  $\alpha L \geq 1 - R$ , где  $L$  — длина кристалла. Однако, если не приняты спе-



Фиг. 7.1. Параметрический генератор Джордмейна и Миллера [65].

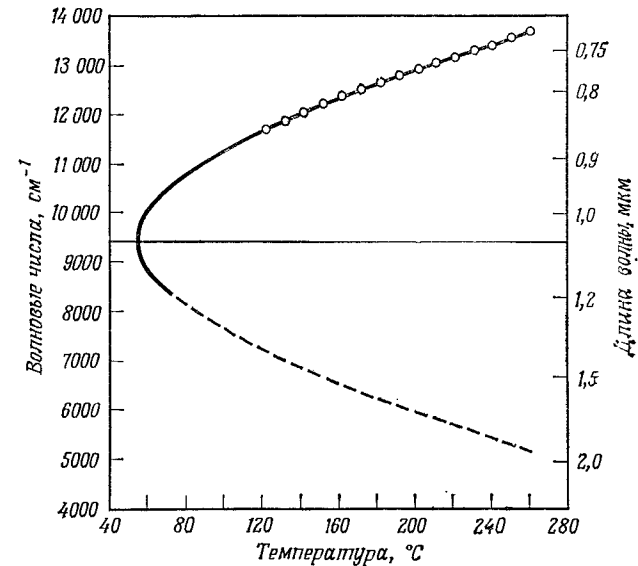
циальные меры, потери обычно превышают величину  $1 - R$  вследствие несовершенства кристалла и т. п.

Впервые оптическая параметрическая генерация была получена Джордмейном и Миллером [65], которые использовали в качестве источника накачки вторую гармонику лазера на  $\text{CaWO}_4:\text{Nd}$  с модуляцией добротности:  $\lambda_p = 0,529$  мкм (фиг. 7.1). Отражающие покрытия, которые образовывали резонатор для сигнальной и холостой волн, были напылены непосредственно на плоскопараллельные грани кристалла ниобата лития. Пропускание  $(1 - R)$  этих покрытий имело величину, меньшую 0,4%. Однако эффективные потери, определенные путем измерения добротности резонатора Фабри—Перо, образованного кристаллом, были около 20%. Причина различия была приписана поглощению в кристалле и рассеянию.

Генерация наблюдалась при мощности накачки, равной 6,7 кВт; накачка имела и вид импульсов с длительностью от 15 до 50 нс. Было вычислено, что это соответствует интенсивности излучения накачки внутри резонатора  $4 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>. Ширина спектральной линии генератора была довольно узкой. Частота генерации могла перестраиваться при температурной перестройке условия фазового синхронизма. Область перестрой-

ки, полученная с данной комбинацией накачки и нелинейного кристалла, показана на фиг. 7.2, откуда видно, что был открыт широкий диапазон от 0,7 до 2,0 мкм.

В этих первых экспериментах порог генерации был настолько высок, что для его превышения требовались мощные импульсные источники накачки. Между прочим, эти эксперименты впервые выявили некоторые из трудностей получения высокой стабильности частоты выходного излучения. Эти проблемы обсуждаются в разд. 7.5.



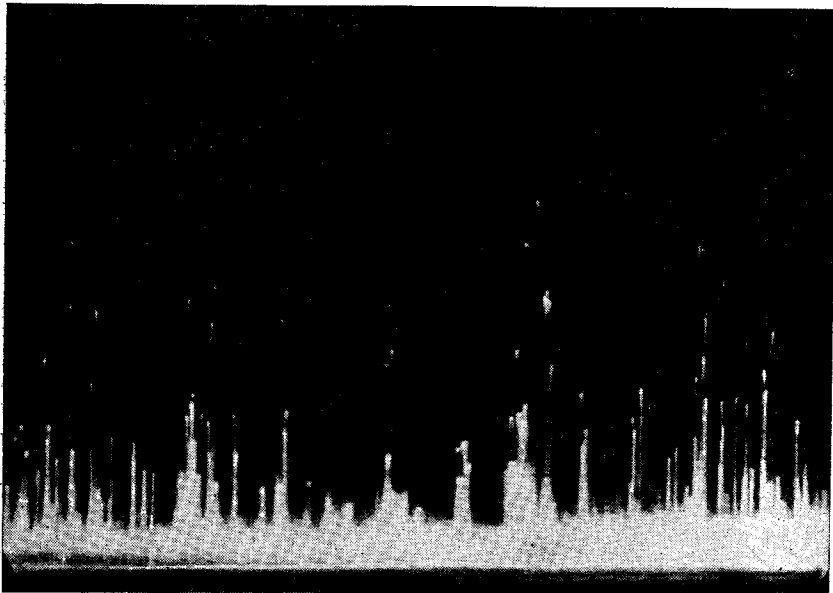
Фиг. 7.2. Область перестройки генератора, показанного на фиг. 7.1. По данным работы Джордмейна и Миллера [66].

Позже Смит с соавт. [148] получили непрерывную параметрическую генерацию. Они смогли осуществить ее в результате технического усовершенствования схемы Джордмейна и Миллера. Одно из основных совершенствований состояло в использовании нового нелинейного материала  $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ . Поскольку нелинейные коэффициенты ниобата бария-натрия [144] больше таковых для ниобата лития, порог генерации понизился. Смит также заменил плоскопараллельный резонатор, примененный в первой работе, конфокальным резонатором с большей добротностью. Пучки фокусировались внутрь резонатора, параметры которого были тщательно оптимизированы.

Путем изменения температуры кристалла от 97 до 103°C длина волны выходного излучения могла перестраиваться от 0,98 до 1,16 мкм. Временная структура излучения представ-

ляла нерегулярную последовательность импульсов (фиг. 7.3).

Для такой конструкции был измерен стационарный порог генерации, который оказался ниже 45 мВт, тогда как при мощности накачки в 300 мВт мощность параметрической генерации составляла величину 3 мВт. Впоследствии эти же авторы путем дальнейших усовершенствований добились снижения порога до 3 мВт.



Фиг. 7.3. Пичковый характер выходного излучения непрерывного генератора, показанного на фиг. 7.4.

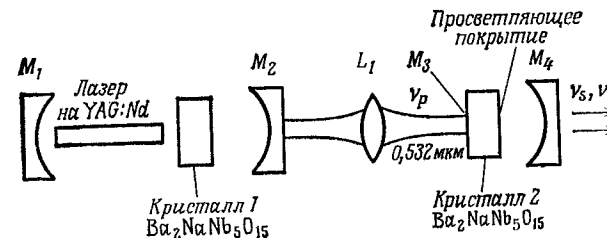
По данным работы Р. Дж. Смита и др. [148].

Столь разительное снижение порога было достигнуто благодаря тому, что Смит и др. смогли использовать в качестве накачки моду  $TEM_{00}$  излучения непрерывного лазера; они также весьма эффективно согласовали ее с собственной модой резонатора. Запуск параметрического генератора непрерывного действия явился кульминационным моментом в процессе создания нелинейных материалов исключительно высокого качества.

Оптимальное согласование моды  $TEM_{00}$  пучка накачки с собственной модой резонатора генератора достигается при геометрии, которая напоминает уже описанную геометрию взаимодействия пучков в случае ГВГ и преобразования частоты вверх. Этот тип согласования снова следует из теоретического анализа, проведенного Бойдом и Клейнманом [28].

Оптимальное согласование стало возможным в результате отказа от резонатора с плоскими зеркалами и перехода к конфокальному резонатору, образованному сферическими зеркалами. Реальная геометрия эксперимента показана на фиг. 7.4.

Резонатор параметрического генератора света (ПГС) образован внешним сферическим зеркалом и высокоотражающим покрытием, нанесенным на плоский торец нелинейного кристалла. На второй торец кристалла, который находится внутри резонатора, напылено просветляющее покрытие. Описанный резонатор представляет собой половинку нормального конфокального резонатора, но он обладает всеми его достоинствами, в частности низким уровнем дифракционных потерь для наименьшей моды. Кроме того, этот резонатор обладает в данной



Фиг. 7.4. Схематическое изображение параметрического генератора, работающего в непрерывном режиме.

По данным работы Смита и др. [148].

ситуации дополнительным преимуществом, связанным с тем, что в нем число поверхностей на одну меньше, чем если бы резонатор был симметричным. Это обстоятельство является весьма важным, поскольку наличие внутри резонатора любой лишней поверхности ведет к возрастанию потерь, даже в том случае, когда эта поверхность хорошо отполирована и просветлена. Выбор диаметра моды диктуется условиями оптимальной перекачки энергии от волны накачки к генерируемым волнам в кристалле заданной длины  $L$ . Если диаметр перетяжки моды сделан слишком большим, то мощность накачки недостаточно сконцентрирована; если же диаметр перетяжки слишком мал, то возникающая при этом расходимость лучей вблизи торцов кристалла не позволяет лучам эффективно взаимодействовать в режиме фазового синхронизма.

Результаты Бойда и Клейнмана, полученные при анализе параметрической генерации, весьма близки к их же результатам, полученным при рассмотрении процессов ГВГ и преобразования частоты вверх, хотя в деталях имеются небольшие отличия. Диаметры пучков при параметрической генерации снова выражаются через конфокальный параметр  $b$ , и все они

связаны соотношениями  $b_1 = b_2 = b_3 = b_0$ . Это в первом приближении соответствует экспериментальной ситуации, поскольку при этом поверхности зеркал для сигнальной и холостой волн могут быть одними и теми же. Наличие между зеркалами диспергирующего кристалла приводит лишь к незначительным возмущениям.

В наиболее общем случае выбор оптимального диаметра перетяжки луча является непростой задачей. Однако в случае параметрической генерации в кристалле без двулучепреломления (т. е. при фазовом синхронизме в плоскости  $x-y$  одноосного кристалла) условия сильно упрощаются и сводятся просто к соотношению  $b_0 = L/2,84$ . Поскольку зависимость коэффициента усиления от диаметра перетяжки в области максимума усиления относительно слаба, то упомянутое условие может быть выполнено не вполне точно. Далее, оказывается, что в почти вырожденном режиме генерации (т. е. при  $\omega_1 \approx \omega_2$ ) оптимальный инкремент усиления имеет следующий вид:

$$\alpha_{\text{опт}} = \frac{16\pi^3 d}{2,84\lambda_3} \sqrt{\frac{\pi W_3(0)}{n_2 n_3 c b_0 \lambda_1}}$$

(ср. с формулой для плоских волн).

Подставляя в эту формулу числа, соответствующие мощности накачки, равной 1 Вт для кристалла ниобата лития длиной 1 см, получаем, что коэффициент усиления имеет величину около  $8 \cdot 10^{-2}$ . Таким образом, для возбуждения колебаний в резонаторе, имеющем потери 1%, требуется мощность накачки от 15 до 20 мВт. Отметим, что на практике кристаллы ниобата лития сильно подвержены эффекту оптически наведенной неоднородности показателя преломления даже на этом уровне мощности, если только кристалл не нагрет до температуры порядка 200°C (см. разд. 4.5).

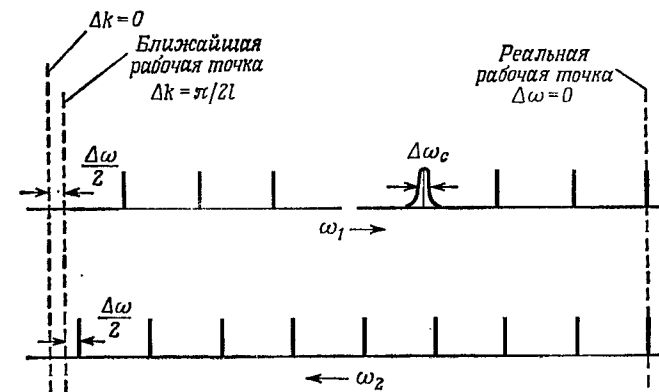
Возвращаясь теперь к величине порога генерации в 3 мВт, полученной Смитом и др., мы более ясно можем представить себе значение этого достижения. Нелинейные коэффициенты ниобата бария-натрия примерно вдвое превышают аналогичные коэффициенты ниобата лития. Поэтому величина потерь в их резонаторе должна была быть ниже 1% за один проход, что предполагает исключительно высокие качества кристалла и покрытий.

### 7.5. Модовые скачки и кластерный эффект

Оба параметрических генератора, описанные в предыдущем параграфе, являются двухрезонаторными. В ранних экспериментах Джордмейна и Миллера [66, 67] очень ясно были продемонстрированы те проблемы, которые возникают в подоб-

ных двухрезонаторных ПГС и которые значительно ухудшают их частотную стабильность и возможности плавной перестройки частоты. Они обусловлены тем фактом, что резонатор допускает генерацию только на определенных модах.

До сих пор мы неявно предполагали, что обе частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  являются одновременно резонансными. К сожалению, это не так, резонатор обычно резонирует на частотах  $\omega_{10}$  и  $\omega_{20}$ , таких, что  $\omega_3 = \omega_{10} + \omega_{20} + \Delta\omega$ . Для частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , которые смещены относительно резонансных, добротность резонатора понижается (т. е. потери для них больше) и соответственно пони-



Фиг. 7.5. Картина мод в двухрезонаторном генераторе.

Частота  $\omega_1$  увеличивается в направлении слева направо, тогда как частота  $\omega_2$  — справа налево. Вертикальные линии, пересекающие обе оси, соответствуют совпадающим сигнальным и холостым модам. Вертикальная линия слева проведена через точку, в которой частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  являются синхронными. Наиболее близкая к ней рабочая точка показана следующей штриховой линией, однако усиление оказывается максимальным в точке, через которую проходит крайняя справа вертикальная линия; это и есть реальная рабочая точка. По данным Джордмейна и Миллера из книги [67].

рог генерации для них выше. С другой стороны, частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяются условиями фазового синхронизма. Поэтому возможна ситуация, когда для частот  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$ , для которых  $\Delta\omega = 0$  и добротность резонатора велика, нелинейное взаимодействие малоэффективно, вследствие того что для них не выполняются условия фазового синхронизма. Рабочий режим генератора обычно находится где-то между этими двумя предельными случаями. Правда, уменьшение добротности из-за фазовой расстройки при  $\Delta\omega = 0$  значительно слабее уменьшения добротности из-за того, что  $\Delta\omega \neq 0$  при  $\Delta k = 0$ . Поэтому реальный режим работы генератора находится значительно дальше от того, который соответствовал бы случаю точного фазового синхронизма (фиг. 7.5). Поэтому трудно предсказать заранее частоту генерации. Более того, так как частота генерации определяется размерами резонатора и частотой накачки,

то любое малое изменение каждого из этих параметров приводит к изменению набора мод, для которых усиление максимально, и это сразу же сказывается в виде скачка частоты выходного излучения. Это явление известно под названием модовых скачков. Поскольку усиление оптимально для определенного скопления частот, этот эффект часто называют «кластерным» эффектом<sup>1)</sup>. Пичковый характер генерации, показанный на фиг. 7.3, есть типичное проявление модовых скачков.

Можно показать, что эффективный инкремент усиления дается следующим выражением [67]:

$$s = -\alpha_{\text{потерь}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi^2 \omega_1 \omega_2 d^2 \mathcal{E}_3^2}{n^4} \left( \frac{\sin(\Delta k l / 2)}{\Delta k l / 2} \right)^2 - \Delta \omega^2}, \quad (7.10)$$

где  $\Delta k = k_3 - k_{10} - k_{20}$ ,  $\Delta \omega = \omega_3 - \omega_{10} - \omega_{20}$  и  $n = n_1 = n_2$ .

Порог определяется по условию  $s = 0$ . Порог минимален, когда  $\Delta k = 0$  и  $\Delta \omega = 0$  (т. е. когда обе частоты синхронизма  $\omega_1$  и  $\omega_2$  точно «падают» в резонатор). Если обозначить через  $W_0$  мощность накачки, требуемой для осуществления этого оптимального случая, а через  $W$  — мощность накачки при  $\Delta k \neq 0$ ,  $\Delta \omega \neq 0$ , то из уравнения (7.10) находим

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1 + (\Delta \omega / \Delta \omega_c)^2}{\sin^2(\Delta k l / 2) / (\Delta k l / 2)^2}, \quad (7.11)$$

где  $\Delta \omega_c = 2\alpha_{\text{потерь}}$  — полная ширина продольной моды на половинном уровне интенсивности.

Чтобы вычислить величину  $\Delta \omega$ , сначала мы оценим изменение  $\Delta \omega$ , вызванное возрастанием на единицу номеров мод как сигнальной, так и холостой волн. Считая, что номера мод изменяются от  $m_1$  до  $m_1 + 1$  и от  $m_2$  до  $m_2 - 1$  для изменения  $\Delta \omega$ , получаем

$$\frac{c\pi}{2n_{10}L} - \frac{c\pi}{2n_{20}L} = \frac{c\pi}{2L} \left( \frac{n_{20} - n_{10}}{n_{20}n_{10}} \right).$$

Максимальное значение, которое может принимать величина  $\Delta \omega$ , в точности равно межмодовому расстоянию, а именно  $c\pi/4n_{10}L$ . Таким образом, максимальное число «перепрыгнутых» мод при условии, что достигается наименьшее изменение переменной  $\Delta \omega$ , не превышает величины  $c\pi/4n_{10}L$ , деленной на изменение  $\Delta \omega$ , имеющее место при прыжке на соседнюю моду. Следовательно, частотный сдвиг при прыжке с минимальным изменением  $\Delta \omega$  имеет порядок величины

$$\delta \omega = \frac{c\pi}{4n_{10}L} \left( \frac{n_{20}}{n_{20} - n_{10}} \right).$$

<sup>1)</sup> От английского cluster — скопление, рой и т. п. — Прим. перев.

Мы можем ожидать, что в среднем частота генерации при перескоке с моды на моду изменяется на половину этой величины. Тем не менее чем ближе режим генерации к вырожденному ( $n_2 = n_{10}$ ,  $\omega_2 = \omega_1$ ), тем более нестабильным становится генератор. Даже вдали от вырожденного режима, как можно оценить для случая ниобата лития, фактор  $(n_2/[n_2 - n_1])$  имеет порядок величины от  $10^1$  до  $10^3$ .

Чрезвычайно большую нестабильность частоты вблизи вырожденного режима генерации можно частично скомпенсировать путем использования фазового синхронизма типа II, когда сигнальная и холостая волны линейно поляризованы ортогонально друг другу. Тогда соответствующие им показатели преломления будут отличаться друг от друга, поскольку они отвечают обыкновенным или необыкновенным волнам, и частотный сдвиг  $\delta \omega$  будет относительно невелик. Параметрический генератор этого типа, описанный Ахмановым и др. [1], обладает более высокой стабильностью частоты; его амплитудная стабильность, однако, примерно такая же. Следует иметь в виду также, что перспективные нелинейные материалы типа ниобата лития не обладают синхронизмом типа II, поскольку коэффициент нелинейной связи в этом случае равен нулю.

Заметим, что время установления колебаний в генераторе при нарастании от уровня шумов имеет порядок величины от 0,1 до 1 мкс, поскольку непрерывный параметрический генератор представляет собой прибор с малым усилением, но с большой добротностью. Было оценено, что для того, чтобы избавиться от влияния механических колебаний, требуется механическая стабильность конструкции порядка  $1 \cdot 10^8$ .

## 7.6. Ограничение мощности и насыщение усиления

Сигмен первым обратил внимание на то, что параметрический генератор может работать как идеальный ограничитель мощности в том смысле, что при условии возбуждения генерации мощность всей накачки, прошедшей через генератор, равняется пороговой мощности.

Он впервые показал это (в соавторстве с Хо) в статье [75], в которой речь шла о СВЧ системе на основе варикана; впоследствии он также рассмотрел и оптический параметрический генератор [142]. Мы будем следовать его анализу в статье [142].

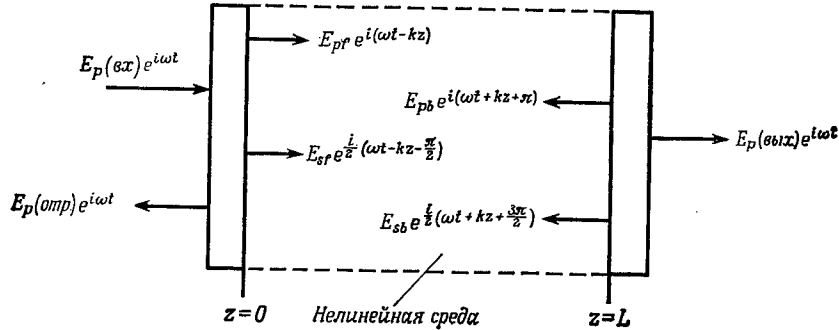
Для простоты рассмотрим вырожденный режим генерации;  $\omega_s = \omega_i = \omega_p/2$  и сделаем следующие предположения:

1. Взаимодействие является синхронным.
2. Нелинейный кристалл полностью заполняет весь резонатор, образованный зеркалами, расположенными при  $z = 0$  и

$z = L$ , а его линейные оптические свойства такие же, как у свободного пространства.

3. Для частот  $\omega_s$  и  $\omega_i$  зеркала имеют коэффициент отражения  $R \approx 1$ , но для частоты  $\omega_p$  они полностью прозрачны.

Различные волны, распространяющиеся в резонаторе, показаны на фиг. 7.6.



Фиг. 7.6. Волны в двухрезонаторном параметрическом генераторе.

Мы записываем

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{pf}}{\partial z} &= -KE_{sp}^2, & \frac{\partial E_{pb}}{\partial z} &= -KE_{sb}^2, \\ \frac{\partial E_{sf}}{\partial z} &= KE_{pf}E_{sf}^*, & \frac{\partial E_{sb}}{\partial z} &= KE_{pb}E_{sb}^*, \end{aligned}$$

где  $K$  — коэффициент нелинейной связи. Рассмотрим стационарные решения этой системы. Когда порог не превышен, мы имеем

$$\begin{aligned} E_{p(вх)} &= E_{pf} = E_{p(вых)}, \\ E_{p(отр)} &= E_{sf} = E_{sb} = E_{pb} = 0. \end{aligned} \quad (7.12)$$

В стационарном случае коэффициент усиления по мощности на частоте сигнальной волны должен быть в точности равен потерям на зеркалах. Так как  $R \approx 1$ , амплитуды  $E_{sf}$  и  $E_{sb}$  являются существенно постоянными на всей длине кристалла, так что мы получаем

$$E_{p(вых)} = E_{pf}(L) = E_{pf}(0) - KE_{sf}^2L = E_{p(вх)} - KE_{sf}^2L \quad (7.13)$$

и

$$E_{p(отр)} = E_{pb}(0) = KE_{sb}^2L \approx KE_{sf}^2L. \quad (7.14)$$

Приравняв суммарные мощности на входе и на выходе, получаем

$$E_p^2(вх) - E_p^2(вых) - E_p^2(отр) = 2(1 - R)E_{sf}^2,$$

откуда, используя уравнения (7.13) и (7.14),

$$E_p^2(вх) - E_p^2(вых) - E_p^2(отр) = E_p^2(вх) - (E_{p(вх)} - KE_{sf}^2L)^2 - (KE_{sf}^2L)^2. \quad (7.15)$$

Уравнение (7.15) сводится к следующему:

$$E_{sf}^2 = \frac{1}{KL} \left( E_{p(вх)} - \frac{1-R}{KL} \right). \quad (7.16)$$

Подставляя в (7.13) уравнение (7.16), мы получаем

$$E_{p(вых)} = \frac{1-R}{KL}. \quad (7.17)$$

Из уравнения (7.16) видно, что интенсивность сигнальной волны  $E_{sf}^2$  только тогда положительна, когда  $E_{p(вх)} > (1 - R)/KL$ . Используя это условие и уравнения (7.12) и (7.17), мы видим, что

$$\frac{1-R}{KL} = E_{th}, \quad (7.18)$$

где  $E_{th}$  — пороговое значение поля накачки. Таким образом, мы получаем

$$E_{p(вых)} = E_{th}.$$

Мы видим, что мощность прошедшей сквозь резонатор накачки ограничена на уровне пороговой мощности. Другими словами, когда порог генерации не превышен, мощность накачки, выходящей из резонатора, равна мощности входящей накачки; однако если мощность падающей волны превышает этот уровень, то мощность выходящей волны не превысит пороговой мощности.

Куда же денется избыточная мощность? Она частично перейдет к сигнальной и холостой волнам генератора, а частично вернется к источнику в виде отраженной волны  $E_{p(отр)}$ . Для того чтобы вычислить величину той части избыточной мощности накачки, которая вернется к источнику, мы вычислим эффективность преобразования

$$\frac{W_{s(вых)}}{W_{p(вх)}} = \frac{2(1-R)E_{sf}^2}{E_p^2(вх)}$$

и, используя уравнения (7.16) и (7.18), найдем, что

$$\frac{W_{s(вых)}}{W_{p(вх)}} = \frac{2E_{th}(E_{p(вх)} - E_{th})}{E_p^2(вх)}. \quad (7.19)$$

Выражение (7.19) достигает максимального значения, равного 0,5, когда  $E_{p(вх)} = 2E_{th}$ .

Принято выражать мощности различных пучков как функции величины  $\rho$ , являющейся отношением мощности накачки к пороговой мощности:

$$\frac{W_{p(\text{отр})}}{W_{th}} = (\sqrt{\rho} - 1)^2, \quad (7.20)$$

$$\frac{W_{p(\text{вых})}}{W_{th}} = 2(\sqrt{\rho} - 1). \quad (7.21)$$

Из уравнения (7.19) можно видеть, что наилучшее преобразование имеет место при  $\rho = 4$ , хотя при этом оптимальное значение эффективности преобразования по мощности в сигнальную и холостую волны равно только 50%. Из уравнений (7.20) и (7.21) следует, что при  $\rho < 9$  большая часть мощности накачки, превышающей пороговый уровень, передается сигнальной и холостой волнам, тогда как при  $\rho > 9$  большая часть избыточной мощности отражается назад к источнику накачки.

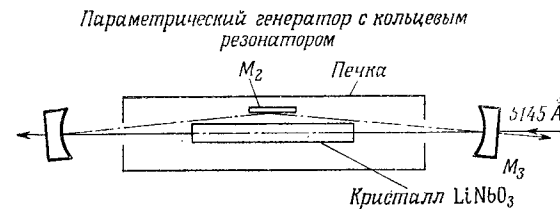
На основании результатов своего анализа Сигмен показал, что параметрический генератор может использоваться как ограничитель уровня мощности. Однако более важным, по-видимому, является его вывод о том, что максимальный к. п. д. параметрического генератора равен 50% и что в этом случае 25% мощности накачки, возбуждающей генератор, возвращается назад к источнику накачки, поскольку этот вывод имеет большое значение для понимания работы параметрического генератора, используемого как перестраиваемый источник. Мощность, возвращающаяся к источнику накачки, может серьезно влиять на его стабильность и соответственно на стабильность параметрического генератора. Это связано с тем, что резонатор лазера накачки воспринимает «отраженное» излучение как изменение коэффициента отражения своего собственного выходного зеркала. В зависимости от величины оптического пути от параметрического генератора до лазера накачки рассматриваемый эффект может приводить как к увеличению, так и уменьшению эффективного коэффициента отражения. Поэтому воздушные потоки и другие незначительные изменения оптического пути могут вызывать сильные нестабильности<sup>1)</sup>.

Легко видеть, что этот «отраженный» пучок накачки появляется из-за наличия распространяющихся назад сигнальной и холостой волн, которые всегда имеются внутри нелинейного кристалла. Эти волны, синхронно взаимодействуя, генерируют

<sup>1)</sup> Этот эффект можно легко продемонстрировать путем отражения части выходного излучения гелий-неонового лазера назад — лазер становится чрезвычайно нестабильным и его генерация может совсем прекратиться.

волну на частоте накачки, которая и выступает как отраженная волна.

В связи со сказанным представляет интерес определить максимальную эффективность преобразования, которой можно добиться, если исключить распространяющиеся назад волны. Это достигается использованием кольцевого резонатора (фиг. 7.7).



Фиг. 7.7. Генератор с кольцевым резонатором.

$M_1$  и  $M_2$  — зеркала с диэлектрическим покрытием (радиус 5 см);  $M_2$  — плоское зеркало с золотым покрытием. По данным работы Байера и др. [36].

При отсутствии волн, распространяющихся в обратном направлении, мы имеем очень простую систему уравнений:

$$E_{p(\text{вх})} = E_p(0),$$

$$E_{p(\text{вых})} = E_p(L),$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial z} = KE_s^2,$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial z} = KE_p E_s^*.$$

В случае установившихся колебаний мы снова получаем

$$E_p(L) = E_p(0) - KE_s^2 L =$$

$$= E_{p(\text{вх})} - KE_s^2 L =$$

$$= E_{p(\text{вых})}$$

и, приравнявая мощности на входе и на выходе, имеем

$$E_p^2(\text{вх}) - E_p^2(\text{вых}) = 2(1 - R)E_s^2, \quad (7.22)$$

так что

$$E_p^2(0) - [E_p(0) - KE_s^2 L]^2 = 2(1 - R)E_s^2.$$

Таким образом,

$$E_s^2 = \frac{2}{KL} \left( E_p(0) - \frac{1 - R}{KL} \right), \quad (7.23)$$

откуда

$$E_{th} = \frac{1-R}{KL}. \quad (7.24)$$

Комбинируя уравнения (7.22)—(7.24), получим

$$E_p(\text{вых}) = 2E_{th} - E_p(\text{вх}).$$

Для к. п. д. генератора мы находим следующее выражение:

$$\frac{W_s(\text{вых})}{W_p(\text{вх})} = \frac{4E_{th}(E_p(\text{вх}) - E_{th})}{E_p^2(\text{вх})},$$

так что снова, используя величину  $\rho$ , равную отношению мощности накачки к порогу, получаем

$$\frac{W_s(\text{вых})}{W_p(\text{вх})} = \frac{4(\sqrt{\rho} - 1)}{\rho}. \quad (7.25)$$

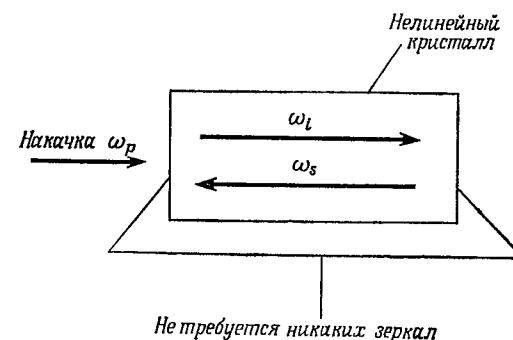
Выражение (7.25) достигает максимального значения, равного 1, при  $\rho = 4$ . Другими словами, вся входная мощность накачки может быть преобразована в мощность сигнальной и холостой волн, и ничего не возвращается к источнику, если только генератор возбуждается накачкой, вчетверо превышающей по мощности пороговый уровень.

Этот тип параметрического генератора был продемонстрирован Байером и др. [36]. Они наблюдали уменьшение мощности накачки на 60% (что ограничивалось лишь доступным уровнем мощности накачки) и обнаружили хорошую развязку между генератором и лазером накачки. Путем использования тех же самых элементов в конфигурации с линейным резонатором они доказали, что применение кольцевого резонатора действительно улучшает частотную стабильность накачки. Впрочем, следует отметить, что в кольцевом резонаторе резонанс существует по обоим генерируемым волнам, т. е. соответствующий генератор является двухрезонаторным, и, следовательно, он очень чувствителен к малым вибрациям, температурным изменениям и прочим внешним воздействиям. Выходное излучение этого генератора имеет пиковый характер, весьма напоминающий картину, показанную на фиг. 7.3.

### 7.7. Генераторы повышенной стабильности

Решение проблемы создания ПГС со стабильными характеристиками излучения возможно двумя способами. Первый — это попытаться стабилизировать элементы резонатора и параметры среды, окружающей генератор. Второй — это вообще избавиться от кластерного эффекта, устранив резонанс по одной из генерируемых волн — сигнальной или холостой.

Реализация первого из указанных способов связана с серьезными экспериментальными трудностями. Требование стабильности резонанса в одномодовом двухрезонаторном ПГС делает необходимым одновременное выполнение двух требований: условий фазового синхронизма и точного равенства частот накачки сумме частот двух собственных мод резонатора. Вообще говоря, эти требования относятся к двум различным параметрам генератора, и оба они должны контролироваться с высокой точностью. Бойд и Ашкин [27] показали, что теоретически возможно обеспечить выполнение обоих условий, если



Фиг. 7.8. Генератор обратной волны.

использовать температурную стабилизацию и электрооптическую подстройку. Если же дополнительно требуется, чтобы стабильная генерация могла осуществляться на любой наперед заданной частоте и плавно (или хотя бы дискретно, но с малым шагом) перестраиваться вблизи нее, то это соответствует введению третьего независимого параметра. В частности, этим параметром могла бы быть частота лазерной накачки, перестраиваемая в пределах контура линии излучения. Однако трудно представить, насколько сложной в изготовлении оказалась бы следящая система, которая осуществляла бы контроль и стабилизацию указанных трех независимых параметров двухрезонаторного ПГС.

Интересное решение поставленной задачи вторым способом было предложено Харрисом [8, 9, 70]. Речь идет о генераторе обратной волны — здесь накачка и холостая волна распространяются в одном направлении, а сигнальная — им навстречу (фиг. 7.8). В таком коллинеарном случае должны выполняться следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega_p &= \omega_l + \omega_s, \\ k_p &= k_l - k_s, \\ \omega_p &> \omega_s > \omega_l. \end{aligned} \quad (7.26)$$

Обратная связь осуществляется за счет встречной волны. Впрочем, экспериментальные трудности достижения фазового согласования [соотношения (7.26)] до сих пор не позволили реализовать ПГС подобного типа<sup>1)</sup>.

Другое решение — это параметрический генератор, в котором только холодная волна (или сигнальная — но не обе вместе) является резонансной. Точное значение частоты холодной волны определяется условиями синхронизма, и оно не может отличаться больше, чем на половину межмодового расстояния от центра линии усиления. Таким образом, значительно повышается стабильность частоты генерации, а также улучшается плавность ее перестройки.

Различия между одно- и двухрезонаторными ПГС были продемонстрированы в ряде работ Бьерхольма [18—20]; для возбуждения ПГС на ниобате лития он использовал лазер на рубине с модуляцией добротности с одной продольной модой. Меняя зеркала резонатора, в котором помещался нелинейный кристалл, он получал ПГС, работающий либо по однорезонаторной, либо по двухрезонаторной схеме.

Для своей конкретной конфигурации Бьерхольм нашел, что перестройка однорезонаторного генератора была по крайней мере в пять раз более точной, чем перестройка двухрезонаторного генератора.

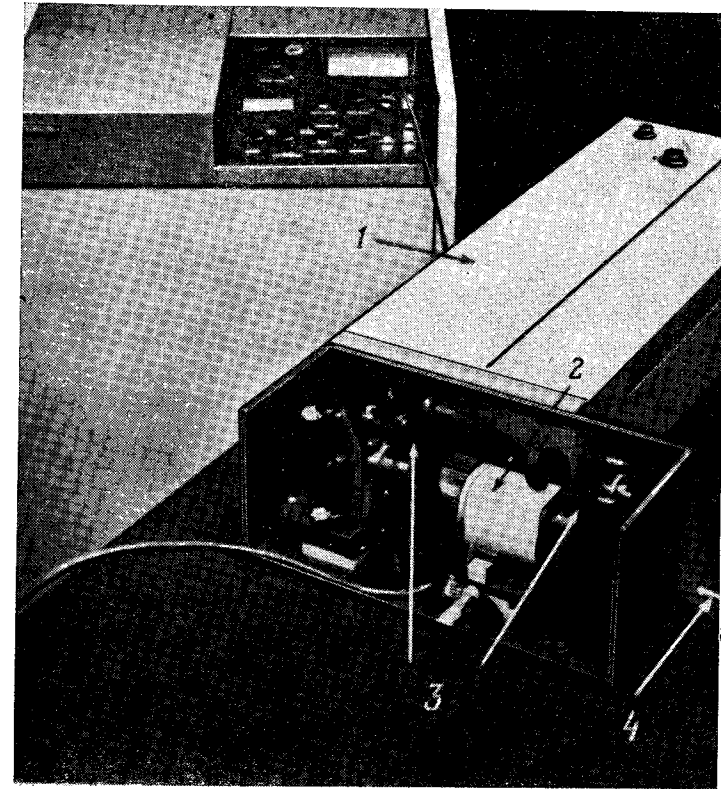
Генерация однорезонаторного ПГС изучалась Кройцером [94], который продемонстрировал возможность стационарной генерации на одной продольной моде. Заметим, однако, что Бьерхольм не наблюдал одночастотной генерации; он объяснил это тем, что скорее всего стационарный режим генерации ПГС не успевае установить в его системе, возбуждаемой короткими импульсами накачки.

Бьерхольм измерил также мощность излучения накачки на входе в ПГС и на выходе из него в обеих конфигурациях и показал, что в случае двухрезонаторного ПГС мощность накачки на выходе из генератора действительно ограничивается уровнем пороговой мощности. В случае однорезонаторного ПГС Бьерхольм не обнаружил подобного ограничения, а в точках, соответствующих максимуму генерации, действительно наблюдалось уменьшение до нуля выходной мощности накачки.

На фиг. 7.9 представлена фотография образца серийного параметрического генератора, работающего по однорезонаторной схеме. Генератор представляет собой приставку к лазеру на Nd:YAG с удвоенным частоты, который используется как источник накачки. Лазер может работать на целом ряде пере-

<sup>1)</sup> В самое последнее время параметрическое взаимодействие такого типа удалось наблюдать экспериментально в кристалле  $\text{NaNO}_2$ . — *Прим. ред.*

ходов, что обеспечивает широкий набор частот излучения накачки для ПГС. Это обстоятельство позволяет путем применения различных комбинаций зеркал для резонатора ПГС практически полностью перекрыть диапазон длин волн от 5000 Å до 4 мкм. В качестве нелинейного кристалла в этом генераторе



Фиг. 7.9. Параметрический генератор фирмы «Хроматикс».

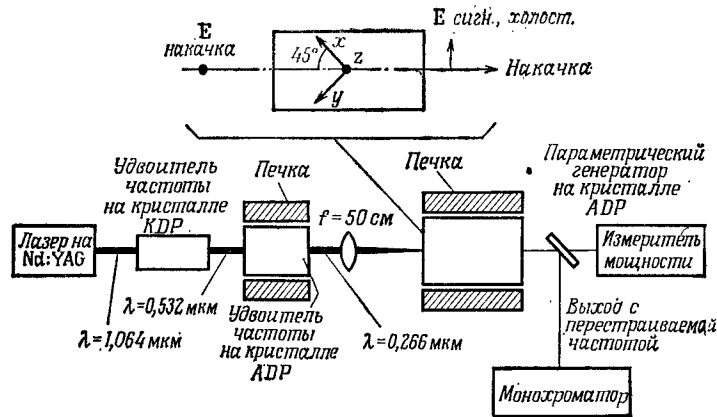
1 — Лазер на Nd:YAG с удвоением частоты; 2 — печка для кристалла генератора; 3 — крепление зеркал; 4 — выходное излучение генератора.

используется ниобат лития, нагретый до высокой температуры, чтобы избежать трудностей, связанных с наведенной неоднородностью показателя преломления.

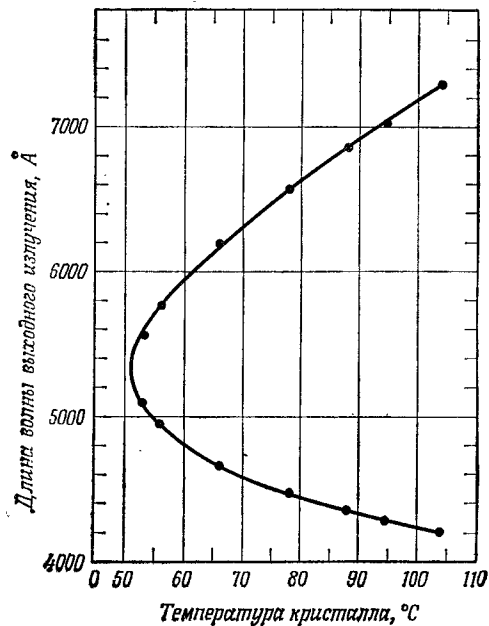
Ярборо и Мэсси [170] описали параметрический генератор, в котором вообще нет резонатора<sup>1)</sup>. Для возбуждения ПГС ис-

<sup>1)</sup> Такой ПГС аналогичен лазеру, работающему в режиме сверхлюминесценции. Его называют поэтому генератором параметрической сверхлюминесценции. — *Прим. ред.*





Фиг. 7.10. Безрезонансный параметрический генератор.  
По данным работы Ярборо и Мэсси [170].



Фиг. 7.11. Перестроечная кривая для генератора, показанного на фиг. 7.10.  
По данным работы Ярборо и Мэсси [170].

пользовалась четвертая гармоника гигантского импульса лазера с модулированной добротностью на Nd:YAG, получаемая путем удвоения частоты основного излучения лазера в 5-сантиметровом кристалле КДР и последующего удвоения второй гармоники в 5-сантиметровом кристалле АДР. Нелинейный кристалл ПГС также представлял собой образец АДР длиной 5 см (фиг. 7.10). При изменении температуры этого кристалла была получена перестроечная кривая, представленная на фиг. 7.11. Средняя мощность накачки на длине волны 2662 Å была равна 30 мВт, тогда как пиковая мощность составляла около 200 кВт. Рассчитанная плотность мощности излучения накачки была порядка 50 МВт/см<sup>2</sup>. Были измерены значения средней мощности параметрической генерации до 10 мВт.

Очевидно, в ПГС описанного типа не возникает специфических проблем, связанных с юстировкой зеркал и нелинейного кристалла, характерных для резонаторных ПГС. С другой стороны, частота генератора определяется исключительно условиями синхронизма. Поскольку длина нелинейного кристалла достаточно велика, ширина спектральной линии излучения такого ПГС может быть относительно малой; так, измеренная ширина линии генерации составила величину 30 Å в вырожденном режиме и 5 Å при перестройке частоты в сторону от вырожденного режима. Впрочем, это обстоятельство не совсем понятно, так как многие резонаторные генераторы имеют лишь немногим более узкую линию генерации, тогда как линия генерации двухрезонаторного ПГС, соответствующим образом стабилизированного, определяется добротностью резонатора, что должно налагать более жесткие ограничения, чем требования фазового синхронизма.

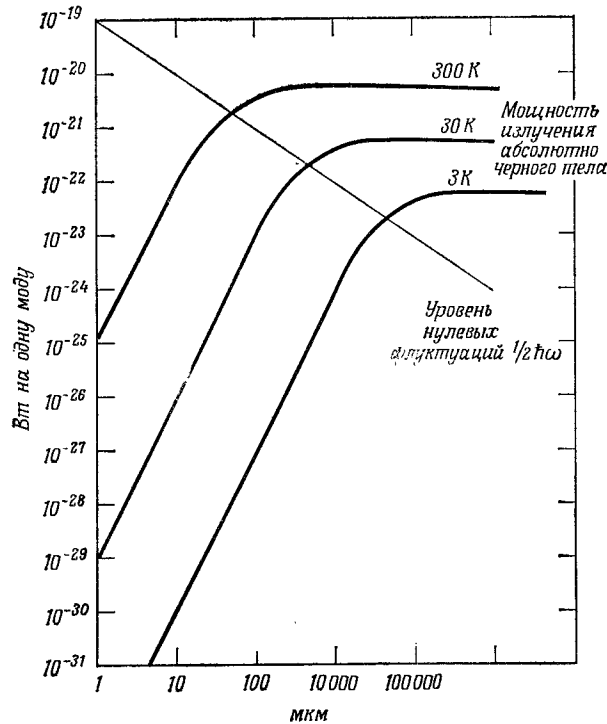
Экспериментальные данные свидетельствуют о преимуществах кристаллов типа АДР, таких, как высокая оптическая прочность и доступность достаточно длинных образцов хорошего оптического качества. Вычисленный коэффициент усиления кристалла-усилителя  $\alpha = 2,7 \text{ см}^{-1}$  обеспечивает для 5-сантиметрового кристалла усиление за один проход  $G = 1,4 \cdot 10^{11}$

## 7.8. Шумы оптического параметрического усилителя

Можно выделить два источника шумов оптического параметрического усилителя: один из них аналогичен тому, который известен в устройствах СВЧ, другой не имеет такого аналога. Мы увидим, что именно источник второго типа доминирует в оптической области.

В СВЧ усилителе, имеющем согласованный вход при температуре  $T$  К, мощность принимаемых тепловых шумов пропорциональна  $kTB$ , где  $k$  — постоянная Больцмана, а  $B$  — ширина

полосы. Оптический эквивалент согласованного входа — это черное тело при  $T$  К. Такое тело излучает мощность  $W = \hbar\omega B[\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1}$  на одну пространственную моду ( $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  — постоянная Планка). Отметим, что при  $kT \gg \hbar\omega$  эта формула сводится к  $P_i = kTB$ ; этот случай соответствует СВЧ устройствам при комнатной температуре. (Здесь  $B$  — число частотных мод поля излучения в полосе усилителя.)



Фиг. 7.12. Относительные вклады в шум в расчете на одну моду от нулевых флуктуаций вакуума и теплового излучения абсолютно черного тела.

Если оценить величину  $\hbar\omega/kT$  при 300 К для диапазона длин волн от 1 до 10 мкм, то получим, что она изменяется от 50 до 5. Следовательно, в оптической и инфракрасной областях  $\hbar\omega \gg kT$ , т. е. имеет место случай, обратный СВЧ диапазону; именно это обстоятельство определяет шумовые характеристики ПГС.

Основной источник шумов в ПГС имеет не тепловое происхождение. Шумы в ПГС имеют квантовую природу и обусловлены энергией  $1/2\hbar\omega$  вакуумных флуктуаций (в расчете на

одну моду). Мощность эквивалентного шума на входе равна  $1/2\hbar\omega_s B_s$  на сигнальной частоте и  $1/2\hbar\omega_i B_i$  на холостой частоте. Оба члена дают ненулевой вклад, и Клейнман [91] показал, что шумовой вклад от усиления сигнальной волны и от смещения холостой волны и накачки равны друг другу и неразличимы.

Поэтому формально можно считать (не придавая этому обстоятельству принципиального значения), что весь входной шум со спектральной мощностью  $\hbar\omega_s$  сосредоточен на частоте сигнальной волны, а в уравнениях рассматривать только член, описывающий ее усиление. Мощность шума в расчете на одну пространственную моду на выходе усилителя определяется тогда по формуле  $(e^{2\alpha l} - 1)\hbar\omega_s B_s \approx 2\alpha l \hbar\omega_s B_s$  (для случая малых усиления), поскольку энергия вакуумных флуктуаций не может быть зарегистрирована. На фиг. 7.12 графически изображена частотная зависимость относительной величины вклада в шумовой сигнал в расчете на одну моду вакуумных флуктуаций и излучения черного тела для нескольких значений температуры.

Число мод, соответствующих данному усилителю, а также величина полного усиления весьма критично зависят от экспериментальных условий. Целый ряд авторов занимался этой проблемой [35, 63, 72, 91], и читатель может обратиться к этим работам. Следует чрезвычайно внимательно подходить к оценке величины  $B_s$ , поскольку вклады в суммарный шум могут давать как коллинеарные, так и неколлинеарные и даже несинхронные процессы.

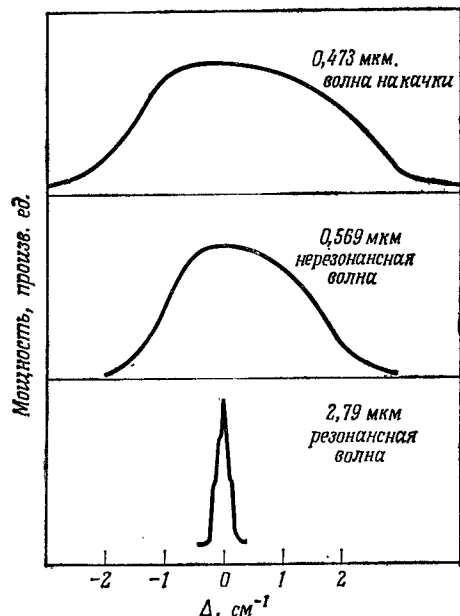
## 7.9. Требования к лазерной накачке

Для получения эффективной генерации в двухрезонаторном генераторе обычно требуется, чтобы излучение накачки было строго одномодовым. Это условие возникает из-за того, что для каждой пары частот  $\omega_s$ ,  $\omega_i$  должны выполняться определенные условия: эти частоты должны совпадать с собственными модами резонатора и одновременно  $\omega_s + \omega_i = \omega_p$ . Однако Харрис [71] показал, что если расстояние между продольными модами в лазерном излучении  $\Delta\omega_p$  равно межмодовому расстоянию двухрезонаторного генератора, то усиление на сигнальной или холостой частотах будет таким же, как если бы накачка имела только одну продольную моду. Это происходит вследствие того, что моды накачки и холостой волны могут взаимодействовать с одной модой сигнальной волны  $\omega_s$ , так как

$$v_s = \sum_i (v_p + j\Delta v_p - v_i - j\Delta v_i),$$

$$\Delta v_p = \Delta v_i.$$

Обычно нормальная дисперсия препятствует удовлетворению более общего условия  $\Delta\nu_i = \Delta\nu_p = \Delta\nu_s$ . К счастью, такое равенство здесь не требуется. Описанный способ возбуждения генератора был использован Харрисом с сотрудниками [34] при запуске первого параметрического генератора в непрерывном режиме, накачкой для которого служил аргоновый лазер, работающий на одной поперечной и на множестве продольных мод.



Фиг. 7.13. Кривые, показывающие, что в однорезонаторном параметрическом генераторе, возбуждаемом широкополосным лазерным излучением, возможно получение узкополосного сигнала.

По данным работы Янга и др. [172].

Длина резонатора равнялась приблизительно 1 м для того, чтобы согласовать моды генератора и лазера, а в качестве нелинейного кристалла использовался ниобат лития.

В случае однорезонаторного генератора не требуется, чтобы излучение накачки было строго одномодовым, поскольку теперь холостая волна не обязана быть модой резонатора, и поэтому ширина ее спектра автоматически устанавливается такой, чтобы она согласовывалась с шириной линии накачки. Тогда допустимая ширина линии накачки определяется просто условиями синхронизма. Таким образом, мы находим, что мак-

симальная допустимая ширина спектральной линии накачки дается выражением

$$\Delta k = \left( \frac{\partial k_p}{\partial \omega} - \frac{\partial k_i}{\partial \omega} \right) \Delta \omega_p$$

или

$$\Delta \omega_p = \frac{\pi}{L (\partial k_p / \partial \omega - \partial k_i / \partial \omega)}. \quad (7.27)$$

Это значительно менее строгие условия, чем требования одночастотности излучения. На практике они допускают использование возбуждающего излучения с шириной линии порядка нескольких обратных сантиметров, что соответствует 100 или более продольным модам. Конкретный пример приведен на фиг. 7.13, где показаны результаты измерений, сделанных Янгом и др. [172]. В однорезонаторном генераторе использовался кристалл ниобата лития длиной 3,5 см, накачкой служила линия с длиной волны 0,473 мкм, так что резонансная волна 2,79 мкм сопровождалась излучением холостой волны с  $\lambda = 0,569$  мкм. Показаны измеренные ширины линий. Эта ситуация является наиболее благоприятной, поскольку частоты волн накачки и холостой близки друг к другу, так что величины производных, стоящих в знаменателе выражения (7.27), приблизительно одинаковы, что обеспечивает значительную допустимую ширину линии накачки. Если бы резонансной была волна 0,569 мкм, ширина линии накачки должна была бы составлять приблизительно одну шестую часть от упоминавшейся выше величины.

Лазер, как правило, должен работать на одной поперечной моде, поскольку в этом случае достигается максимальная эффективность, или усиление при данной величине мощности лазерного излучения при использовании оптимальной фокусировки. Вдобавок от него требуется высокая амплитудная и частотная стабильность, если необходимо получить стабильный выход параметрического генератора. С этой точки зрения оптический параметрический генератор предъявляет, по-видимому, наиболее серьезные требования конструкторам лазеров и специалистам по выращиванию нелинейных кристаллов, и, по-видимому, так будет продолжаться и впредь в течение некоторого времени; тем, кто желает более полно познакомиться с параметрическими генераторами, можно порекомендовать обзорную статью Харриса [73]<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> См. также список литературы, приведенный в дополнении. — Прим. ред.

## Приложение I

### Тензоры

Тензор есть физическая величина, которая устанавливает связь между двумя или более векторами. Если вектор  $\mathbf{p}$  зависит от вектора  $\mathbf{q}$ , то каждая компонента  $\mathbf{p}$  будет зависеть от всех компонент  $\mathbf{q}$ , так что мы можем записать, используя компоненты векторов:

$$p_i = \sum_j T_{ij} q_j.$$

Величины  $T_{ij}$  образуют тензор второго ранга. Вместо того чтобы писать символ суммирования, мы будем использовать так называемое правило Эйнштейна, предполагая суммирование по повторяющимся индексам. Итак, запишем

$$p_i = T_{ij} q_j.$$

Если вектор  $\mathbf{p}$  зависит от двух векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v}$ , мы можем записать

$$p_i = T_{ijk} u_j v_k;$$

компоненты  $T_{ijk}$  образуют тензор третьего ранга. Вектор можно рассматривать как тензор первого ранга, а скаляр — как тензор нулевого ранга.

Если переход от одной прямоугольной системы координат к другой дается следующими уравнениями:

$$x'_i = a_{ij} x_j,$$

где  $x_1, x_2, x_3$  — оси координат, то тензоры преобразуются в соответствии с формулой

$$T'_{ij} = a_{ik} a_{jl} T_{kl} \quad (I.1)$$

для тензоров второго ранга и

$$T'_{ijk} = a_{il} a_{jm} a_{kn} T_{lmn} \quad (I.2)$$

для тензоров третьего ранга и аналогично для тензоров более высокого ранга.

Тензор  $[T_{ij}]$  называется симметричным, если  $T_{ij} = T_{ji}$ .

Симметричный тензор  $[T_{ij}]$  может быть представлен в виде коэффициентов квадратичной формы, т. е. определен следующим образом:

$$T_{ij} x_i x_j = 1.$$

Эта поверхность представляет собой гиперboloид или эллипсоид. С помощью поворота осей она может быть приведена к своим главным осям, после чего уравнение приобретает вид

$$T_1 x_1^2 + T_2 x_2^2 + T_3 x_3^2 = 1.$$

Относительно главных осей симметричный тензор имеет вид

$$\begin{pmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{pmatrix},$$

так что линейные соотношения  $p_i = T_{ij} q_j$  упрощаются и сводятся к следующим:  $p_1 = T_1 q_1$ ;  $p_2 = T_2 q_2$ ;  $p_3 = T_3 q_3$ .

Когда последовательно выполняется несколько операций поворотов осей координат, необходимо внимательно следить за последовательностью применения соответствующих преобразований к компонентам тензора. Если сначала система координат поворачивается на угол  $\varphi$  относительно оси  $z$ , а затем — на угол  $\theta$  относительно новой оси  $y$ , то результирующее преобразование можно представить в виде следующей матрицы:

$$\begin{vmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & \cos \theta \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \end{vmatrix}. \quad (I.3)$$

Отметим, что последнему вращению соответствует первая матрица в левой части этого равенства. Если изменить последовательность записи матриц в левой части уравнения, то мы получим результат, совершенно отличный от первоначального. Это очевидно, однако вопрос о том, какая последовательность записи матриц является правильной, часто вызывает затруднения.

Чтобы проиллюстрировать возникающие при этом трудности, мы возьмем в качестве примера вычисление показателей преломления и направлений поляризации нормальных волн в двусосных кристаллах для луча, составляющего угол  $\theta$  с осью  $z$  и лежащего в плоскости, образующей угол  $\varphi$  с осью  $y$ . Обозна-

чим главные значения показателей преломления через  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  и запишем выражение для индикатрисы

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1,$$

или

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = 1. \quad (I.4)$$

Чтобы определить искомые показатели преломления, мы повернем систему координат на угол  $\varphi$  вокруг оси  $z$  и на угол  $\theta$  — вокруг новой оси  $y$ . Матрица такого преобразования записана выше [уравнение (1.3)]. Однако, чтобы записать уравнение индикатрисы в новых координатах, нам необходимо знать соотношения, выражающие старые координаты через новые; чтобы получить их, мы должны выполнить обратное вращение, т. е. повернуть новую систему координат  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  сначала на угол  $-\theta$  вокруг оси  $y'$  и затем на угол  $-\varphi$  вокруг оси  $z$ . Эта последовательность вращений задается матрицей

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta \\ \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi & \sin \varphi \sin \theta \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (I.5)$$

что дает соотношение

$$x = x' \cos \varphi \cos \theta - y' \sin \varphi + z' \cos \varphi \sin \theta \quad (I.6)$$

и аналогичное соотношение для других координат.

Подставляя выражения типа (I.6) в уравнение (I.4) и опуская штрихи, мы находим следующее уравнение для кривой, являющейся пересечением поверхности индикатрисы с плоскостью  $x'-y'$ :

$$[(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi) \cos^2 \theta + c^2 \sin^2 \theta] x^2 + (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi) y^2 + [(b^2 - a^2) \cos \theta \sin 2\varphi] xy = 1. \quad (I.7)$$

Из этого уравнения мы видим, что разрешенные направления поляризации волн [малая и большая оси эллипса, задаваемого уравнением (I.7)] только тогда параллельны новым координатным осям, когда  $a^2 = b^2$ , т. е. когда кристалл является одноосным.

Уравнение (I.7) может быть приведено к своим главным осям путем поворота системы координат на угол  $\gamma$  относительно новой оси  $x$ , где

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{(b^2 - a^2) \sin 2\varphi \cos \theta}{a^2 (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi \cos^2 \theta) + b^2 (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) - c^2 \sin^2 \theta}.$$

В полученной после такого поворота системе координат разрешенные направления поляризации параллельны осям  $x$  и  $y$ , а

длины большой и малой полуосей эллипса равны, конечно, соответствующим показателям преломлений.

Вместо того чтобы выражать старые координаты через новые путем обращения последовательности вращений, как мы поступали ранее, мы можем также воспользоваться следующими соотношениями:

$$\text{если } x'_i = a_{ik} x_k, \quad \text{то } x_i = a_{ki} x'_k.$$

Сравнивая выражения (I.3) и (I.5), мы убеждаемся в справедливости высказанного утверждения. Оно остается справедливым и для тензоров более высокого ранга; например,

$$\begin{aligned} \text{если } T'_{ijk} &= a_{il} a_{jm} a_{kn} T_{lmn}, \\ \text{то } T_{ijk} &= a_{li} a_{mj} a_{nk} T'_{lmn}. \end{aligned}$$

## Приложение II

### Нелинейные оптические восприимчивости

Нелинейные оптические восприимчивости некоторых материалов приведены в таблицах II.1—II.9. Большинство этих коэффициентов было измерено по отношению к «известным» кристаллам, как это указано в таблицах. Когда эталонный кристалл не указан, величины соответствующих коэффициентов даны в единицах  $10^{-9}$  СГСЭ.

В видимой области спектра «известные» кристаллы — это обычно кварц, ADP или KDP. В инфракрасной области, на длине волны 10,6 мкм, «известным» кристаллом часто считается арсенид галлия. Все вещества сгруппированы в таблицы в соответствии с кристаллографическими классами; приведенные значения коэффициентов измерены по генерации второй гармоники; указанные длины волн относятся к основной частоте. Для каждого материала дается только по одному значению нелинейной восприимчивости на каждой длине волны, даже если известно более одного значения.

Таблица II.1

Значения нелинейных оптических восприимчивостей для эталонных кристаллов

Кварц	0,85
ADP	$1,36 \pm 12\%$
KDP	1,1
GaAs	$320 \pm 10$

Таблица II. 2а

Класс  $\bar{4}2m$ 

Материал	$\frac{d_{76}}{d_{36}} \text{ (KDP)}$	M	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
$\text{KH}_2\text{PO}_4$ (KDP)	1,0	0,77	1,06	[85]	[173]
$\text{KD}_2\text{PO}_4$ (KD*P)	$0,91 \pm 0,03$	0,66	1,06	[117]	[153]
$\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ (ADP) <sup>1)</sup>	$1,21 \pm 0,05$	0,53	1,06	[85]	[173]
$\text{NH}_4\text{D}_2\text{PO}_4$ (AD*P)	1,10	0,90	0,694	[154]	
$\text{KH}_2\text{AsO}_4$ (KDA)	$1,12 \pm 0,05$		1,06	[117]	
$\text{CsH}_2\text{AsO}_4$ (CDA)	0,53		0,694	[154]	
$\text{RbH}_2\text{AsO}_4$ (RDA)	0,64		0,694	[154]	
$\text{RbH}_2\text{PO}_4$ (RDP)	1,04	0,825	0,694	[154]	[153]

<sup>1)</sup> См. табл. II. I для абсолютного значения ADP.

Таблица II. 2б

Класс  $\bar{4}2m$ 

Материал	$\frac{d_{36}}{d_{76}} \text{ (GaAs)}$	M	$\lambda$	Спектральная область	Литература	Литература по показателю преломления
$\text{ZnGeP}_2$	$0,83 \pm 15\%$	2430	10,6	0,64—12	[30]	[30]
$\text{AgGaS}_2$ <sup>1)</sup>	$0,134 \pm 15\%$	120	10,6	0,5—12,5	[32]	[32]
$\text{CuGaS}_2$	$0,108 \pm 15\%$		10,6	0,55—14,5	[32]	[32]
$\text{CuInS}_2$	$0,079 \pm 15\%$		10,6	0,9—15	[32]	[32]
$\text{CdGeAs}_2$	$3,4 \pm 20\%$		10,6	2,4—18	[38]	[38]

<sup>1)</sup> В работе [39] приводится значение  $0,42 \pm 11\%$  ( $d_{76}/d_{36}$ ).

Таблица II. 3

Класс  $\bar{4}3m$ 

Материал	$d_{11}$	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
InAs	$1000 \pm 300$	10,6	[134]	
CdTe	$400 \pm 150$	10,6	[134]	[107]
ZnS	$0,8 (d_{33} \text{ CdS})$ $73 \pm 20$	1,06 10,6	[152] [134]	
ZnSe	$1,03 (d_{33} \text{ CdS})$ $187 \pm 70$	1,06 10,6	[152] [134]	[107]
ZnTe	$3,47 (d_{33} \text{ CdS})$ $220 \pm 80$	1,06 1,06	[152] [134]	[107]
GaP	$175 \pm 30 (d_{36} \text{ KDP})$	1,06	[117]	
GaAs	$560 \pm 40 (d_{36} \text{ KDP})$ $320 \pm 100$	1,06 10,6	[117] [109]	[108]
$\text{N}_4(\text{CH}_2)_6$	$10 (d_{36} \text{ KDP})$	1,06	[74]	

Таблица II. 4

## Класс 32

Материал	$d_{11}$	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
$\text{SiO}_2$	$0,77 \pm 0,04 (d_{36} \text{ KDP})$	1,06	[85]	[140]
Se	$230 \pm 60$	10,6	[46]	[58]
Te	$2200 \pm 700$	10,6	[109]	
$\text{AlPO}_4$	$0,84 \pm 0,07 (d_{36} \text{ KDP})$	1,06	[117]	
HgS (Киноварь)	$150 \pm 50 (d_{36} \text{ KDP})$	10,6	[83]	[83]
$\text{K}_2\text{S}_2\text{O}_6$	$0,24 \pm 0,04 (d_{11} \text{ SiO}_2)$	0,694	[76]	[76]
Бензил	$11,2 \pm 1,5 (d_{11} \text{ SiO}_2)$	1,06	[86]	

Таблица II. 5

## Класс 222

Материал	$d_{14}$	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
Оксалат аммония $(\text{NH}_4)_2\text{C}_2\text{O}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$	$0,9—1,5 (d_{36} \text{ KDP})$	0,6943	[81]	
$\text{C}_6\text{H}_5 \cdot \text{CO} \cdot \text{NH} \cdot \text{CH}_2\text{CO}_2\text{H}$ (гиппуровая кислота)	$\approx 5 (d_{36} \text{ ADP})$	0,6943	[133]	
$\text{HIO}_3$ ( $\alpha$ -иодная кислота)	$20 \pm 5 (d_{11} \text{ SiO}_2)$	1,06	[96]	[96]

Таблица II.6

Класс *тт2*

Материал	$d_{16}$	$d_{34}$	$d_{33}$	Эталонный кристалл	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
$V_2NaNb_5O_{15}$	$23 \pm 7$	$20 \pm 2$	$28 \pm 2$	$d_{11}(\text{SiO}_2)$	1,06	[61]	[144]
$\text{LiCHO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$	$0,3 \pm 0,05$	$3,5 \pm 0,25$	$5,1 \pm 0,3$	$d_{11}(\text{SiO}_2)$	1,06	[143]	[143]
$\text{LiGaO}_2$	$\pm 17 \pm 0,02$	$\pm 0,37 \pm 0,04$	$\pm 1,45 \pm 1,5$	$d_{36}(\text{KDP})$	1,06	[120]	

Таблица II.7

Класс *3т*

Материал	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$	Эталонный кристалл	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
$\text{LiNbO}_3$	$-10,6 \pm 1,0$	$+5,1 \pm 2,0$	$-107 \pm 20$	$d_{36}(\text{KDP})$	1,15	[25]	
$\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ (Прустит)	30	50		$d_{36}(\text{KDP})$	1,15	[80]	[80]

Таблица II.8

Класс  $\bar{4}$

Материал	$d_{31}$	$d_{36}$	Эталонный кристалл	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
$\text{CdHg}(\text{SCN})_4$	1,31	$0,3 \pm 0,1$	$d_{33}(\text{LiIO}_3)$	1,06	[13]	[13]

Таблица II.9

Классы *6тт*, *4тт* и *6*

Материал	Класс	$d_{16}$	$d_{31}$	$d_{33}$	Эталонный кристалл	$\lambda$	Литература	Литература по показателю преломления
ZnO	<i>6тт</i>	$4,7 \pm 0,4$	$+4,3 \pm 4$	$-14,3 \pm 4$	$d_{36}(\text{KDP})$	1,06	[117]	
CdS	<i>6тт</i>	$35 \pm 3$ $69 \pm 17$	$-32 \pm 2$ $63 \pm 15$	$+63 \pm 4$ $105 \pm 30$	$d_{36}(\text{KDP})$ абсолютн. измер.	1,06 10,6	[152] [134]	
ZnS	<i>6тт</i>	$51 \pm 20$	$45 \pm 15$	$0,44$ $89 \pm 30$	$d_{36}(\text{CdS})$ абсолютн. измер.	1,06 10,6	[152] [134]	
CdSe	<i>6тт</i>	$74 \pm 18$	$68 \pm 15$	$2,59$ $130 \pm 30$	$d_{36}(\text{CdS})$ абсолютн. измер.	1,06 10,6	[152] [134]	
BeO	<i>6тт</i>		$-0,46 \pm 0,03$	$-0,63 \pm 0,04$	$d_{11}(\text{SiO}_2)$	1,06	[87]	[129]
SiC	<i>6тт</i>	$25 \pm 3$	$27 \pm 3$	$45 \pm 5$	$d_{11}(\text{SiO}_2)$	1,06	[145]	[145]
$\text{LiIO}_3$	6		$11,9 \pm 1,0$	$12,4 \pm 1,0$	$d_{36}(\text{KDP})$	1,06	[122]	
$\text{BaTiO}_3$	<i>4тт</i>	$35 \pm 3$	$-37 \pm 3$	$-14 \pm 1$	$d_{36}(\text{KDP})$	1,06	[117]	

Когда сравниваются достоинства различных материалов, следует помнить, что выход нелинейного процесса смешения частот пропорционален величине  $d^2/n^3$ . Поскольку правило Миллера утверждает, что одним из требований, предъявляемых к материалу с большим значением коэффициента  $d$ , является большая величина показателя преломления, то достоинства данного нелинейного материала не могут быть оценены при помощи одного только коэффициента  $d$ . Поэтому в некоторых случаях приведены значения коэффициента качества нелинейного материала  $M = d^2/n^3$ , который вычислен с учетом значения показателя преломления на нужной длине волны. Кроме того, эффективность зависит и от такого фактора, как расходимость пучка.

Ссылки на литературу даны для каждого материала, и, где возможно, указаны также источники, содержащие данные по показателям преломлений.

Для некоторых материалов специально указаны знаки нелинейных коэффициентов. Эти абсолютные знаки взяты из работы Миллера и Нордланда [117].

Более полный список коэффициентов для большого числа нелинейных материалов читатель может найти в статье Р. Бехмана и С. К. Куртца в книге [178].

## Литература

1. *Ахманов С. А., Ковригин А. И., Колосов В. А., Пискарькас А. С., Флореев В. В., Хохлов Р. В.*, Перестраиваемый параметрический генератор света на кристалле КДР, Письма ЖЭТФ, **3**, 372 (1966).
2. *Anderson D. B., Boyd J. T.*, Wideband CO<sub>2</sub> Laser Second Harmonic Generation Phase Matched in GaAs Thin Film Waveguides, Appl. Phys. Lett., **19**, 266 (1971).
3. *Andrews R. A.*, IR Image Parametric Up-Conversion, IEEE J. Quant. Electr., **QE-6**, 68 (1970).
4. *Armstrong J. A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P. S.*, Interactions Between Light Waves in a Nonlinear Dielectric, Phys. Rev., **127**, 1918 (1962).
5. *Armstrong J. A.*, Measurement of Picosecond Laser Pulse Widths, Appl. Phys. Lett., **10**, 16 (1967).
6. *Ashkin A., Boyd G. D., Dziedzic J. M., Smith R. G., Ballman A. A., Levinstein J. J., Nassau K.*, Optically Induced Refractive Index Inhomogeneities in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>, Appl. Phys. Lett., **9**, 72 (1966).
7. *Ashkin A., Boyd G. D., Kleinman D. A.*, Phasematched Second Harmonic Generation without Double Refraction, Appl. Phys. Lett., **6**, 179 (1965).
8. *Aslaksen E. W.*, Threshold of the Optical Backward Wave Parametric Oscillator, IEEE J. Quant. Electr., **QE-6**, 612 (1970).
9. *Aslaksen E. W.*, The Optical Backward Wave Parametric Oscillator Above Threshold, Opt. Commun., **2**, 69 (1970).
10. *Bardsley W., Davies P. H., Hobden M. V., Hulme K. F., Jones O., Pomeroy W., Warner J.*, Synthetic Proustite (Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub>): A Summary of Its Properties and Uses, Opto-Electronics, **1**, 29 (1969).
11. *Bass M., Franken P. A., Ward J. F., Weinreich G.*, Optical Rectification, Phys. Rev. Lett., **9**, 446 (1962).
12. *Bergman J. G., Ashkin A., Ballman A. A., Dziedzic J. M., Levinstein H. J., Smith R. G.*, Curie Temperature, Birefringence and Phasematching Temperature Variations in LiNbO<sub>3</sub> as a Function of Melt Stoichiometry, Appl. Phys. Lett., **12**, 92 (1968).
13. *Bergman J. G., McFee J. H., Crane G. R.*, Nonlinear Optical Properties of CdHg(SCN)<sub>4</sub> and ZnHg(SCN)<sub>4</sub>, Mat. Res. Bull., **5**, 913 (1970).
14. *Bey P. P., Rabin H.*, Coupled Wave Solution of Harmonic Generation in an Optically Active Medium, Phys. Rev., **162**, 794 (1967).
15. *Bilings B. H.*, The Electro-Optic Effect in Crystals of the Type XH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub>, J. Opt. Soc. Am., **39**, 797 and 802 (1949).
16. *Bjorkholm J. E., Siegman A. E.*, Accurate CW Measurements of Optical Second Harmonic Generation in Ammonium Dihydrogen Phosphate and Calcite, Phys. Rev., **154**, 851 (1967).
17. *Bjorkholm J. E.*, Relative Signs of the Optical Nonlinear Coefficients  $d_{31}$  and  $d_{22}$  in LiNbO<sub>3</sub>, Appl. Phys. Lett., **13**, 36 (1968).
18. *Bjorkholm J. E.*, Efficient Optical Parametric Oscillation Using Doubly and Singly Resonant Cavities, Appl. Phys. Lett., **13**, 53 (1968).



19. Bjorkholm J. E., Some Spectral Properties of Doubly and Singly Resonant Pulsed Optical Parametric Oscillators, *Appl. Phys. Lett.*, **13**, 399 (1968).
20. Bjorkholm J. E., Some Effects of Spatially Non-Uniform Pumping in Pulsed Optical Parametric Oscillators, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-7**, 109 (1971).
21. Bloembergen N., Pershan P. S., Lightwaves at the Boundary of Nonlinear Media, *Phys. Rev.*, **128**, 606 (1962).
22. Bloembergen N., *Nonlinear Optics*, New York, Benjamin, 1965. (Имеется перевод: Н. Бломберген. Нелинейная оптика, Изд-во «Мир», 1966.)
23. Bloembergen N., Stevers A. J., Nonlinear Optical Properties of Periodic Lamellar Structures, *Appl. Phys. Lett.*, **17**, 483 (1970).
24. Boyd G. D., Kogelnik H., Generalized Confocal Resonator Theory, *Bell Syst. Tech. J.*, **41**, 1347 (1962).
25. Boyd G. D., Miller R. C., Nassau K., Bond W. L., Savage A., LiNbO<sub>3</sub>: An Efficient Phase Matchable Nonlinear Optical Material, *Appl. Phys. Lett.*, **5**, 234 (1964).
26. Boyd G. D., Patel C. K. N., Enhancement of Optical Second Harmonic Generation (SHG) by Reflection Phase Matching in ZnS and GaAs, *Appl. Phys. Lett.*, **8**, 313 (1966).
27. Boyd G. D., Ashkin A., Theory of Parametric Oscillator Threshold with Single Mode Optical Masers and Observation of Amplification in LiNbO<sub>3</sub>, *Phys. Rev.*, **146**, 187 (1966).
28. Boyd G. D., Kleinman D. A., Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams, *J. Appl. Phys.*, **39**, 3597 (1968).
29. Boyd G. D., Bridges T. J., Burkhardt E. G., Up-Conversion of 10,6 $\mu$  Radiation to the Visible and Second Harmonic Generation in HgS, *IEFE J. Quant. Electr.* **QE-4**, 515 (1968).
30. Boyd G. D., Buehler E., Storz F. G., Linear and Nonlinear Optical Properties of ZnGeP<sub>2</sub> and CdSe, *Appl. Phys. Lett.*, **18**, 301 (1971).
31. Boyd G. D., Gandrud W. B., Buehler E., Phase-Matched Up-Conversion of 10,6 $\mu$  Radiation in ZnGeP<sub>2</sub>, *Appl. Phys. Lett.*, **18**, 446 (1971).
32. Boyd G. D., Kasper H., McFee J. H., Linear and Nonlinear Optical Properties of AgGaS<sub>2</sub>, CuGaS<sub>2</sub> and CuInS<sub>2</sub> and Theory of the Wedge Technique for the Measurement of Nonlinear Coefficients, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-7**, 563 (1971).
33. Bridenbaugh P. M., Carruthers J. M., Dziedzic J. M., Nash F. R., Spatially Uniform and Alterable SHG Phase-Matching Temperatures in Lithium Niobate, *Appl. Phys. Lett.*, **17**, 104 (1970).
34. Byer R. L., Oshman M. K., Young J. F., Harris S. E., Visible CW Parametric Oscillator, *Appl. Phys. Lett.*, **13**, 109 (1968).
35. Byer R. L., Harris S. E., Power and Bandwidth of Spontaneous Parametric Emission, *Phys. Rev.*, **168**, 1064 (1968).
36. Byer R. L., Kovrigin A., Young J. F., A CW Ring-Cavity Parametric Oscillator, *Appl. Phys. Lett.*, **15**, 136 (1969).
37. Byer R. L., Young J. F., Feigelson R. S., Growth of High-Quality LiNbO<sub>3</sub> Crystals from the Congruent Melt, *J. Appl. Phys.*, **41**, 2320 (1970).
38. Byer R. L., Kildal H., Feigelson R. S., CdGeAs<sub>2</sub> — A New Nonlinear Crystal Phase-matchable at 10,6 $\mu$ m. *Appl. Phys. Lett.*, **19**, 237 (1971).
39. Chemla D. S., Kupeczek P. J., Robertson D. S., Smith R. C., Silver Thiogallate, a New Material with Potential for I. R. Devices, *Opt. Commun.*, **3**, 29 (1971).
40. Chemla D. S., Dielectric Theory of Tetrahedral Solids: Application to Ternary Compounds with Chalcopyrite Structure, *Phys. Rev. Lett.*, **26**, 1441 (1971).
41. Chen F. S., Optically Induced Change of Refractive Indices in LiNbO<sub>3</sub> and LiTaO<sub>3</sub>, *J. Appl. Phys.*, **40**, 3389 (1969).
42. Chesler R. B., Karr M. A., Geusic J. E., Repetitively Q-Switched Nd:YAIG-LiO<sub>3</sub> 0,53 $\mu$  Harmonic Source, *I. Appl. Phys.*, **41**, 4125 (1970).
43. Collins S. A., Analysis of Optical Resonators Involving Focusing Elements, *Appl. Opt.*, **3**, 1263 (1964).
44. Comley J., Garmire E., Second-Harmonic Generation From Short Pulses, *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 7 (1968).
45. Dana E. S., Ford W. E., A. Textbook of Mineralogy, 4th ed., New York, Wiley, 1951.
46. Day G. W., Linear and Nonlinear Optical Properties of Trigonal Selenium, *Appl. Phys. Lett.*, **18**, 347 (1971).
47. Dowley M. W., Efficient CW Second Harmonic Generation to 2573 A, *Appl. Phys. Lett.*, **13**, 395 (1968).
48. Ducing J., Bloembergen N., Doubling of Ruby in GaAs Surface Wave, *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 474 (1962).
49. Ducing J., Bloembergen N., Static Fluctuations in Nonlinear Optical Processes, *Phys. Rev.*, **133**, A1493 (1964).
50. Fay H., Alford W. J., Dess H. M., Dependence of Second-Harmonic Phase-Matching Temperature in LiNbO<sub>3</sub> Crystals on Melt Composition, *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 89 (1968).
51. Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M., The Feynman Lectures on Physics, Vol. 3, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1966, Chapt. IV. (Имеется перевод: Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Изд-во «Мир», 1965, вып. 9.)
52. Firester A. H., Parametric Image Conversion. Part I, *J. Appl. Phys.*, **40**, 4842 (1969); Holography and Parametric Image Conversion. Part II, **40**, 4849 (1969); Image Up-Conversion. Part III, **41**, 703 (1970).
53. Francois G. E., CW Measurement of the Optical Nonlinearity of Ammonium Dihydrogen Phosphate, *Phys. Rev.*, **143**, 597 (1966).
54. Franken P. A., Hill A. E., Peters C. W., Weinreich G., Generation of Optical Harmonics, *Phys. Rev. Lett.*, **7**, 118 (1961).
55. Gandrud W. B., Boyd G. D., Photomultiplier Detection of 10,6 $\mu$  Radiation Using CW Sum mixing in Ag<sub>3</sub>SbS<sub>3</sub>, *Opt. Commun.*, **1**, 187 (1969).
56. Gandrud W. B., Boyd G. D., McFee J. H., Wehmeier F. H., Nonlinear Optical Properties of Ag<sub>3</sub>SbS<sub>3</sub>, *Appl. Phys. Lett.*, **16**, 59 (1970).
57. Gandrud W. B., Abrams R. L., Reduction in SHG Efficiency in Tellurium by Photo-Induced Carriers, *Appl. Phys. Lett.*, **17**, 302 (1970).
58. Gampel L., Johnson F. M., Index of Refraction of Single Crystal Selenium, *J. Opt. Soc. Am.*, **59**, 72 (1969).
59. Gampel L., Johnson F. M., IR Image Detection by CW Parametric Up-Conversion to the Visible, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-4**, 354 (1968).
60. Garrett C. G. B., Robinson F. N. H., Miller's Phenomenological Rule for Computing Nonlinear Susceptibilities, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-2**, 328 (1966).
61. Geusic J. E., Levinstein H. J., Rubin J. J., Singh S., van Uitert, L. G., The Nonlinear Optical Properties of Ba<sub>2</sub>NaNb<sub>5</sub>O<sub>15</sub>, *Appl. Phys. Lett.*, **11**, 269 (1967).
62. Geusic J. E., Levinstein H. J., Singh S., Smith R. G., van Uitert L. G., Continuous 0,532 $\mu$  Solid-State Source Using Ba<sub>2</sub>NaNb<sub>5</sub>O<sub>15</sub>, *Appl. Phys. Lett.*, **12**, 306 (1968).
63. Giallorenzi T. G., Tang C. L., Quantum Theory of Spontaneous Parametric Scattering of Intense Light, *Phys. Rev.*, **166**, 225 (1968).
64. Giordmaine J. A., Mixing of Light Beams in Crystals, *Phys. Rev. Lett.*, **8**, 19 (1962).
65. Giordmaine J. A., Miller R. C., Tunable Coherent Parametric Oscillation in LiNbO<sub>3</sub> at Optical Frequencies *Phys. Rev. Lett.*, **14**, 973 (1965).
66. Giordmaine J. A., Miller R. C., Optical Parametric Oscillation in the Visible Spectrum, *Appl. Phys. Lett.*, **9**, 298 (1966).

67. *Giordmaine J. A., Miller R. C.*, Optical Parametric Oscillation in  $\text{LiNbO}_3$ , The Physics of Quantum Electronics (P. L. Kelley, B. Lax, and P. E. Tannenwald, Eds.), New York, McGraw-Hill, 1966, p. 31.
68. *Gordon J. P.*, Quantum Effects in Communications Systems, Proc. IRE, **50**, 1898 (1962).
69. *Hagen W. F., Magnante P. G.*, Efficient Second-Harmonic Generation with Diffraction Limited and High-Spectral-Radiance Nd-Glass Lasers, J. Appl. Phys., **40**, 219 (1969).
70. *Harris S. E.*, Proposed Backward Wave Oscillation in the Infrared. Appl. Phys. Lett., **9**, 114 (1966).
71. *Harris S. E.*, Threshold of Multimode Parametric Oscillators, IEEE J. Quant. Electr., **QE-2**, 701 (1966).
72. *Harris S. E., Oshman M. K., Byer R. L.*, Observation of Tunable Optical Parametric Fluorescence, Phys. Rev. Lett., **18**, 732 (1967).
73. *Harris S. E.*, Tunable Parametric Oscillators, Proc. IEEE, **57**, 2096 (1969).
74. *Heilmeyer G. H., Ockman N., Braunstein R., Kramer D. A.*, Relation Between Optical Second-Harmonic Generation and the Electrooptic Effect in the Molecular Crystal Hexamine, Appl. Phys. Lett., **5**, 229 (1964).
75. *Ho I. T., Siegman A. E.*, Passive Phase-Distortionless Parametric Limiting with Varactor Diodes, IRE Trans. Microwave Theory Technol. **MTT-9**, 459 (1961).
76. *Hobden M. V., Robertson D. S., Davies P. H., Hulme K. F., Warner J., Midwinter J. E.*, Properties of Phase-Matchable Nonlinear Optical Crystal; Potassium Dithionate, Phys. Lett., **22**, 65 (1966).
77. *Hobden M. V., Warner J.*, The Temperature Dependence of the Refractive Indices of Pure Lithium Niobate, Phys. Lett., **22**, 243 (1966).
78. *Hobden M. V.*, Phase-Matched Second Harmonic Generation in Biaxial Crystals, J. Appl. Phys., **38**, 4365 (1967).
79. *Hobden M. V.*, The Dispersion of the Refractive Indices of Proustite ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ), Opto-Electronics, **1**, 159 (1969).
80. *Hulme K. F., Jones O., Davies P. H., Hobden M. V.*, Synthetic Proustite ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ): A New Crystal for Optical Mixing, Appl. Phys. Lett., **10**, 133 (1967).
81. *Израиленко А. Н., Орлов Р. Ю., Кончик В. А.*, Оксалат аммония — новый оптический нелинейный материал, Кристаллогр., **13**, 171, 1968.
82. *Jenkins F. A., White H. A.*, Fundamentals of Optics, 3rd ed., New York, McGraw-Hill, 1957.
83. *Jerphagnon J., Batifol E., Tsoucaris G., Sourbe M.*, Génération de Second Harmonique dans le Cinabre, Compt. Rend., **265B**, 495 (1967).
84. *Jerphagnon J.*, Optical Nonlinear Susceptibilities of Lithium Iodate, Appl. Phys. Lett., **16**, 298 (1970).
85. *Jerphagnon J., Kurtz S. K.*, Optical Nonlinear Susceptibilities: Accurate Relative Values for Quartz, Ammonium Dihydrogen Phosphate and Potassium Dihydrogen Phosphate, Phys. Rev., **B1**, 1739 (1970).
86. *Jerphagnon J.*, Optical SHG in Isocyclic and Heterocyclic Organic Compounds, IEEE J. Quant. Electr., **QE-7**, 42 (1971).
87. *Jerphagnon J., Newkirk H. W.*, Optical Nonlinear Susceptibilities of Beryllium Oxide, Appl. Phys. Lett., **18**, 245 (1971).
88. *Jerphagnon J.*, Invariants of the Third-Rank Cartesian Tensor, Optical Nonlinear Susceptibilities, Phys. Rev., **B2**, 1091 (1970).
89. Для более подробного знакомства с симметрией кристаллов см., например, *Kittel C.*, Introduction to Solid State Physics, 4th ed, New York, Wiley, 1971. (Имеется перевод 2-го издания: Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. Физматгиз, М., 1962.)
90. *Kleinman D. A.*, Nonlinear Dielectric Polarization in Optical Media, Phys. Rev., **126**, 1977 (1962).
91. *Kleinman D. A.*, Theory of Optical Parametric Noise, Phys. Rev., **174**, 1027 (1968).
92. *Kleinman D. A., Boyd G. D.*, Infrared Detection by Optical Mixing, J. Appl. Phys., **40**, 546 (1969).
93. *Klinger Y., Arams F. R.*, Infrared 10,6 Micron CW Up-Conversion in Proustite Using an Nd: YAG Laser Pump, Proc. IEEE, **57**, 1797 (1969).
94. *Kreuzer L. B.*, Single and Multimode Oscillation of the Singly Resonant Optical Parametric Oscillator, Proc. Joint. Conf. Lasers and Opto-Electronics, London, 1969, p. 53.
95. *Kurtz S. K., Perry T. T.*, A Powder Technique for the Evaluation of Nonlinear Optical Materials, J. Appl. Phys., **39**, 3798 (1968).
96. *Kurtz S. K., Perry T. T., Bergman J. G., Jr.*, Alpha-Iodic Acid: A Solution-Grown Crystal for Nonlinear Optical Studies and Applications, Appl. Phys. Lett., **12**, 186 (1968).
97. *Kurtz S. K.*, New Nonlinear Optical Materials, IEEE J. Quant. Electr., **QE-4**, 578 (1968).
98. *Larsen E. S., Berman H.*, The Microscopic Determination of Non-Opaque Minerals, 2nd ed., Washington, D. C.: Government Printing Office, Geological Survey Bulletin 1934, p. 848. (Имеется перевод: Э. Ларсен, Г. Берман. Определение прозрачных минералов под микроскопом. 2-е русское издание, Изд-во «Недра», М., 1965.)
99. *Levine B. F.*, Electrodynamic Bond-Charge Calculations of Nonlinear Optical Materials, Phys. Rev. Lett., **22**, 787 (1969).
100. *Levine B. F.*, A New Contribution to the Nonlinear Susceptibility Arising from Unequal Atomic Radii, Phys. Rev. Lett., **25**, 440 (1970).
101. *Louisell W. H.*, Coupled Mode and Parametric Electronics, New York, Wiley, 1960. (Имеется перевод: У. Льюиселл. Связанные и параметрические колебания в электронике. ИЛ, 1963.)
102. *Louisell W. H.*, Coupled Mode and Parametric Electronics, New York, Wiley, 1960. Чapt. 6 (см. перевод книги, § 6).
103. См., например, *Louisell W. H.*, Radiation and Noise in Quantum Electronics, New York, McGraw-Hill, 1964, p. 279. (Имеется перевод: У. Льюиселл. Излучение и шумы в квантовой электронике. Изд-во «Наука», М., 1972, стр. 375).
104. *Maier M., Kaiser W., Giordmaine J. A.*, Intense Light Bursts in the Stimulated Raman Effect, Phys. Rev. Lett., **17**, 1275 (1966).
105. *Maker P. D., Terhune R. W., Nisenoff M., Savage C. M.*, Effects of Dispersion and Focusing on the Production of Optical Harmonics, Phys. Rev. Lett., **8**, 21 (1962).
106. *Manley J. M., Rowe H. E.*, General Energy in Nonlinear Reactances, Proc. IRE, **47**, 2115 (1959).
107. *Marple D. T. F.*, Refractive Index of ZnSe, ZnTe, and CdTe, J. Appl. Phys., **35**, 539 (1964).
108. *Marple D. T. F.*, Refractive Index of GaAs, J. Appl. Phys., **35**, 1251 (1964).
109. *McFee J. H., Boyd G. D., Schmidt G. D.*, Redetermination of the Nonlinear Optical Coefficients of Te and GaAs by Comparison with  $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$ , Appl. Phys. Lett., **17**, 57 (1970).
110. *McGeoch M. W., Smith R. C.*, Optimum Second-Harmonic Generation in Lithium Niobate, IEEE J. Quant. Electr., **QE-6**, 203 (1970).
111. *Midwinter J. E.*, Assessment of Lithium Meta-Niobate for Nonlinear Optics, Appl. Phys. Lett., **11**, 128 (1967).
112. *Midwinter J. E., Warner J.*, Up-Conversion of Near Infra-Red to Visible Radiation in Lithium Meta-Niobate, J. Appl. Phys., **38**, 519 (1967).
113. *Midwinter J. E.*, Image Conversion from  $1,6\mu$  to the Visible in Lithium Niobate, Appl. Phys. Lett., **12**, 68 (1968).
114. *Midwinter J. E.*, Parametric Image Converters, IEEE J. Quant. Electr., **QE-4**, 716 (1968).

115. *Midwinter J. E., Zernike F.*, Note on Up-Converter Noise Performance. IEEE, J. Quant. Electr., **QE-5**, 130 (1969).
116. *Midwinter J. E.*, Infrared Up-Conversion in Lithium-Niobate with Large Band-width and Solid Acceptance Angle, Appl. Phys. Lett., **14**, 29 (1969).
117. *Miller R. C.*, Optical Second Harmonic Generation in Piezoelectric Crystals, Appl. Phys. Lett., **5**, 17 (1964).
118. *Miller R. C., Boyd G. D., Savage A.*, Nonlinear Optical Interactions in LiNbO<sub>3</sub> without Double Refraction, Appl. Phys. Lett., **6**, 77 (1965).
119. *Miller R. C., Nordland W. A.*, Relative Signs of Nonlinear Optical Coefficients of Polar Crystals, Appl. Phys. Lett., **16**, 174 (1970) and erratum, *ibid.*, **16**, 372 (1970).
120. *Miller R. C., Nordland W. A., Kobb E. D., Bond W. L.*, Nonlinear Optical Properties of Lithium Gallium Oxide, J. Appl. Phys., **41**, 3008 (1970).
121. *Miller R. C., Nordland W. A.*, Absolute Sign of SHG Coefficients of Piezoelectric Crystals, Phys. Rev., **B2**, 4896 (1970).
122. *Nash F. R., Bergman J. G., Boyd G. D., Turner E. H.*, Optical Nonlinearities in LiIO<sub>3</sub>, J. Appl. Phys., **40**, 5201 (1969).
123. *Nash F. R., Boyd G. D., Sargent M., III, Bridenbaugh P. M.*, Effect of Optical Inhomogeneities on Phase Matching in Nonlinear Crystals, J. Appl. Phys., **41**, 2564 (1970).
124. *Nassau K., Levinstein J. J., Lofacono G. M., Abrahams S. C., Reddy J. M., Bernstein J. L., Hamilton J.*, Ferroelectric Lithium Niobate (5 papers), J. Phys. Chem. Solids, **27**, 983—1026 (1966).
125. *Nath G., Haussuhl S.*, Large Nonlinear Optical Coefficient and Phase-Matched Second Harmonic Generation in LiIO<sub>3</sub>, Appl. Phys. Lett., **14**, 154 (1969).
126. *Nath G., Mehmanesch H., Gsanger M.*, Efficient Conversion of a Ruby Laser to 0,347 $\mu$  in Low-Loss Lithium Iodate, Appl. Phys. Lett., **17**, 286 (1970).
127. Table of Wave Numbers, Nat. Bur. Std. (U. S.), Monogr. **3**, May 16, 1960.
128. *Nelson D. F., Lax M.*, Double Phase Matching of Acoustically Induced Optical Harmonic Generation, Appl. Phys. Lett., **18**, 10 (1970).
129. *Newkirk H. W., Smith D. K., Kahn J. S.*, Synthetic Bromellite, Am. Mineral., **51**, 141 (1966).
130. *Niizekei N., Yomada T., Toyoda H.*, Growth Ridges, Etched Hillocks, and Crystal Structure of Lithium Niobate, Jap. J. Appl. Phys., **6**, 318 (1967).
131. *Nye J. F.*, Physical Properties of Crystals. Oxford: Clarendon Press, 1960. (Имеется перевод: Дж. Най, Физические свойства кристаллов, Изд-во «Мир», 1967.)
132. *Okada M., Ieiri S.*, Kleinman's Symmetry Relation in Nonlinear Optical Coefficients of LiIO<sub>3</sub>, Phys. Lett., **34A**, 63 (1971).
133. *Орлов Р. Ю.*, Гиперуровая кляска как источник второй гармонки в оптическом диапазоне. Кристаллогр., **11**, 463 (1966).
134. *Patel C. K. N.*, Optical Harmonic Generation in the Infrared Using a CO<sub>2</sub> Laser, Phys. Rev. Lett., **16**, 613 (1966).
135. *Patel C. K. N., Van Tran N.*, Phase-Matched Nonlinear Interaction Between Circularly Polarized Waves, Appl. Phys. Lett., **15**, 189 (1969).
136. *Peterson G. E., Glass A. M., Negran T. J.*, Control of the Susceptibility of Lithium Niobate to Laser Induced Refractive Index Changes, Appl. Phys. Lett., **19**, 130 (1971).
137. *Phillips R.*, Temperature Variation of the Index of Refraction of ADP, KDP and Deuterated KDP, J. Opt. Soc. Am., **56**, 629 (1966).
138. *Polloni R., Svelto O.*, Optimum Coupling for Intracavity Second Harmonic Generation, IEEE J. Quant. Electr., **QE-4**, 528 (1968).
139. *Rabin H., Bey P. P.*, Phase Matching in Harmonic Generation Employing Optical Rotatory Dispersion, Phys. Rev., **156**, 1010 (1967).

140. *Radhakrishnan T.*, The Dispersion, Birefringence, and Optical Activity of Quartz, Proc. Indian Acad. Sci., **25A**, 260 (1947).
141. *Seitz F.*, The Modern Theory of Solids, 1st ed. New York, McGraw-Hill, 1940, p. 633. (Имеется перевод: Ф. Зейтц. Современная теория твердого тела, М. — Л., 1949.)
142. *Siegman A. E.*, Nonlinear Optical Power Limiter, Appl. Opt., **1**, 739 (1962).
143. *Singh S., Bonner W. A., Potopowicz J. R., Van Uitert L. G.*, Nonlinear Optical Susceptibility of Lithium Formate Monohydrate, Appl. Phys. Lett., **17**, 292 (1970).
144. *Singh S., Draeger D. A., Geusic J. E.*, Optical and Ferroelectric Properties of Barium Sodium Niobate, Phys. Rev., **B2**, 2709 (1970).
145. *Singh S., Potopowicz J. R., van Uitert L. G., Wemple S. H.*, Nonlinear Optical Properties of Hexagonal Silicon Carbide, Appl. Phys. Lett., **19**, 53 (1971).
146. *Smith H. A., Mahr H.*, An Infrared Detector for Astronomy Using Up-Conversion Techniques, presented at the Intern. Quantum Electronics Conf., Kyoto, Japan, September 1970.
147. См., например, *Smith R. A., Jones F. E., Chasmar R. P.*, The Detection and Measurement of Infra-Red Radiation, 2nd ed. New York, Oxford Univ. Press, 1968.
148. *Smith R. G., Geusic J. E., Levinstein H. J., Rubin J. J., Singh S., van Uitert L. G.*, Continuous Optical Parametric Oscillation in Ba<sub>2</sub>NaNb<sub>5</sub>O<sub>15</sub>, Appl. Phys. Lett., **12**, 308 (1968).
149. *Smith R. G.*, Theory of Intracavity Optical Second-Harmonic Generation, IEEE J. Quant. Electr., **QE-6**, 215 (1970).
150. *Smith R. G.*, Effect of Index Inhomogeneities on Optical Second-Harmonic Generation, J. Appl. Phys., **41**, 3014 (1970).
151. *Smith R. G.*, Effects of Momentum Mismatch on Parametric Gain, J. Appl. Phys., **41**, 4121 (1964).
152. *Soreff R. A., Moos H. W.*, Optical Second-Harmonic Generation in ZnS-CdS and CdS-CdSe Alloys, J. Appl. Phys., **35**, 2152 (1964).
153. *Суворов В. С., Сонин А. С.*, Нелинейные оптические материалы. Кристаллогр., **11**, 832 (1966).
154. *Суворов В. С., Сонин А. С., Рез И. С.*, Некоторые нелинейные оптические свойства кристаллов группы КДР, ЖЭТФ, **53**, 49 (1967).
155. *Tang C. L.*, Spontaneous Emission in the Frequency Up-Conversion Process in Nonlinear Optics, Phys. Rev., **182**, 367 (1969).
156. *Tien P. K., Ulrich R., Martin R. J.*, Optical Second Harmonic Generation in Form of Coherent Cerenkov Radiation from a Thin-Film Waveguide, Appl. Phys. Lett., **17**, 447 (1970).
157. *Van Tran N., Spalter J., Manus J., Ernest J., Kehl D.*, Generation of the Difference Frequency by Non-Collinear Light Beams in KDP Crystal, Phys. Lett., **19**, 285 (1965).
158. *Van Tran N., Strnad A. R., Jean-Louis A. M., Duraffourg G.*, Temperature-Dependent Phasematching for Far-Infrared Difference Frequency Generation in InSb<sub>1-x</sub>Bi<sub>x</sub> Alloy. Proc. of the Symp. on the Physics of Semiconductors and Narrow Gap Semiconductors, (D. L. Carter and R. T. Bate, Eds.), London, Pergamon, 1971.
159. *Van Vechten J. A., Phillips J. C.*, New Set of Tetrahedral Covalent Radii, Phys. Rev., **B2**, 2160 (1970).
160. *Warner J.*, Phase-Matching for Optical Up-Conversion with Maximum Angular-Aperture, Theory and Practice, Opto-Electronics, **1**, 25 (1969).
161. *Warner J.*, Photomultiplier Detection of 10,6 $\mu$  Radiation Using Optical Up-Conversion in Proustite, Appl. Phys. Lett., **12**, 222 (1968).
162. См., например, *Weber H. P., Danielmeyer H. G.*, Multimode Effects in Intensity Correlation Measurements, Phys. Rev., **A2**, 2074 (1970).

163. Willard G. W., Use of the Etch Technique for Determining Orientation and Twinning in Quartz Crystals, *Bell Syst. Tech. J.*, **23**, 11 (1944).
164. Wincell A. N., *Optical Properties of Organic Compounds*, New York, Academic Press, 1954.
165. Winchell A. N., Winchell H., *Microscopical Characters of Artificial Inorganic Solid Substances*, New York, Academ. Press, 1964. (Имеется перевод: А. Н. Винчелл, Г. Винчелл. Оптические свойства искусственных минералов, Изд-во «Мир», 1967.)
166. Winchell A. N., *Optical Properties of Minerals*, New York, Academ. Press 1965. (Имеется перевод 1-го издания: А. Н. Винчелл. Оптическая минералогия. ИЛ, М., 1949.)
167. Wood Elizabeth A., *Crystal Orientation Manual*, New York, Columbia University Press, 1963.
168. Wynne J. J., Bloembergen N., Measurement of the Lowest Order Nonlinear Susceptibility in III—V Semiconductors by Second-Harmonic Generation with a CO<sub>2</sub> Laser, *Phys. Rev.*, **188**, 1211 (1969).
169. Yarborough J. M., Amman E. O., Simultaneous Optical Parametric Oscillation, Second Harmonic Generation, and Difference-Frequency Generation, *Appl. Phys. Lett.*, **19**, 145 (1971).
170. Yarborough J. M., Massey G. A., Efficient High Gain Parametric Generation in ADP Continuously Tunable Across the Visible Spectrum, *Appl. Phys. Lett.*, **18**, 438 (1971).
171. Yariv A., *Quantum Electronics*, New York, Wiley, 1967, App. 5. (Имеется перевод: А. Ярив. Квантовая электроника и нелинейная оптика. Изд-во «Сов. радио», 1973, приложение 5.)
172. Young J. F., Miles R. B., Harris S. E., Wallace R. W., Pump Linewidth Requirements of the Optical Parametric Oscillator, *J. Appl. Phys.*, **42**, 497 (1971).
173. Zernike F., Refractive Indices of Ammonium Dihydrogen Phosphate and Potassium Dihydrogen Phosphate Between 2000 Å and 1,5μ, *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1215 (1964), and erratum, *ibid.*, **55**, 210 (1965).
174. Zernike F., Berman P. R., Generation of Far Infrared as a Difference Frequency, *Phys. Rev. Lett.*, **15**, 999 (1965), and erratum, *ibid.*, **16**, 177 (1966).
175. Zernike F., Temperature-Dependent Phase Matching of Far-Infrared Difference Frequency Generation in InSb, *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 931 (1969).
176. Zernike F., Phasematched Far-Infrared Difference Frequency Generation, *Bull. Am. Phys. Soc.*, II, **14**, 741 (1969).
177. Born M., Wolf E., *Principles of Optics*, Pergamon Press, 1959. (Имеется перевод: М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, изд-во «Наука», 1970.)
178. Landolt — Börnstein, *Numerical Data and Functional Relationships*, Group III, vol. 2, ed. K. H. Hellwege, Berlin, Springer — Verlag, 1969.
179. Nath G., Haussuhl S., Effects of Composition on the Refractive Indices and Optical Second Harmonic Generation, *J. Appl. Phys.*, **12**, 186 (1968).
180. Midwinter J. E., Lithium Niobate: Effects of Composition on the Refractive Indices and Optical Second Harmonic Generation, *J. Appl. Phys.*, **39**, 3033 (1968).

## Дополнение <sup>1)</sup>

### I.

Настоящее дополнение является прежде всего систематизированным списком литературы по прикладной нелинейной оптике, охватывающим работы, опубликованные в период с 1972 г. по первую половину 1975 г. включительно. Хотя предлагаемый список литературы не претендует на исчерпывающую полноту, тем не менее авторы дополнения постарались отразить наиболее существенные работы по основным проблемам, затронутым в книге.

Надо сказать, что поскольку книга имеет прикладной характер, авторы ее, по-видимому, не ставили целью обсуждение достаточно широкого круга теоретических работ по нелинейной оптике. Хотя такая постановка вопроса является оправданной для книг такого рода, тем не менее мы сочли целесообразным включить в список литературы ряд теоретических работ, выполненных на более высоком уровне. Читатели, только начинающие знакомиться с нелинейной оптикой, могут обратиться к ним после прочтения основного текста предлагаемой книги.

Тематически библиография расположена в том же порядке, что и основной материал книги, и разбита на следующие разделы, соответствующие рубрикации основного текста:

- II. Нелинейная оптика.
- III. Фазовое согласование.
- IV. Нелинейные материалы.
- V. Генерация второй гармоники.
- VI. Параметрическое преобразование частоты вверх.
- VII. Параметрическое усиление и генерация.

Внутри каждого раздела работы имеют независимую нумерацию. В ряде случаев близкие по тематике работы выделяются подзаголовком.

<sup>1)</sup> Составлено переводчиками. — *Прим. ред.*

## II. Нелинейная оптика

Нелинейная оптика в том смысле, в котором понимают ее авторы, а именно теория нелинейного взаимодействия трех электромагнитных волн в среде с квадратичной нелинейностью, близка к завершению.

Из числа задач нелинейной оптики (в таком узком смысле), которые к настоящему времени решены, но не нашли своего отражения в этой книге, следует отметить прежде всего обширный раздел, посвященный нелинейному взаимодействию ограниченных пучков и импульсов в средах с квадратичной нелинейностью.

Еще в 1968 г. было выяснено, что в нелинейной оптике модулированных волн существует пространственно-временная аналогия: результаты, полученные в теории взаимодействия ограниченных пучков, могут быть перенесены на случай плоских волновых пакетов и наоборот [1].

Пространственно-временная аналогия в нелинейнооптических задачах приводит к взаимному соответствию между характеристиками нелинейного взаимодействия волн для двух случаев: длине эффективного взаимодействия световых пучков, при наличии сноса необыкновенного луча относительно обыкновенного, в пространственной задаче соответствует групповая длина, обусловленная эффектами группового запаздывания импульсов во временной задаче; апертурной длине, связанной с расходимостью ограниченных пучков, соответствует «квазистатическая» длина взаимодействия фазомодулированных световых импульсов и т. п.

Различные задачи нестационарного взаимодействия световых волн в нелинейных средах по аналогии с такими же задачами для ограниченных пучков рассматриваются в работах [2—3].

Одновременный учет ограниченности световых волн в пространстве и во времени представляет собой сложную задачу.

Применительно к удвоению частоты в заданном поле основного излучения ряд результатов содержится в [2].

Учет ограниченности пучка и длительности импульса в условиях сильного энергообмена между волнами (когда неприменимо приближение заданного поля) представляет собой одну из наиболее трудных задач нелинейной оптики. Лишь в самое последнее время (см. [6, 7]), в основном с помощью численного счета, здесь были получены результаты, относящиеся к учету влияния дифракции на предельный к. п. д. нелинейного преобразования (см. также раздел V Дополнения).

Отдельные вопросы нелинейной оптики ограниченных пучков и импульсов рассмотрены в работах [3—5].

Другой круг современных нелинейнооптических задач связан с рассмотрением статистических явлений при взаимодействии световых волн. Причиной последних являются немонохроматичность излучения и статистические неоднородности среды.

Список литературы по теории нелинейных восприимчивостей, которая бурно прогрессировала в течение последних 3—5 лет, приведена в дополнении к гл. 4 «Нелинейные материалы».

### Литература

1. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Чиркин А. С., ЖЭТФ, 55, 1430 (1968).  
Нестационарные явления и пространственно-временная аналогия в нелинейной оптике.
2. Орлов Р. Ю., Усманов Т., Чиркин А. С., ЖЭТФ, 57, 1069 (1969).  
Удвоение частоты лазерного излучения в нестационарном режиме.
3. Armstrong J. A., Jha S. S., Shiren N. S., IEEE J. Quant. Electr., QE-6, 127 (1970).  
Some effects of group velocity dispersion on parametric oscillations.
4. White D. R., Dawes E. L., Marburger J. H., IEEE J. Quant. Electr. QE-6, 793 (1970).  
Theory of second-harmonic generation with high conversion efficiency.
5. Фрейдман Г. И., ЖЭТФ, 58, 1959 (1970).  
Одноволновое приближение для параметрически усиливаемых волн.
6. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Письма в ЖЭТФ, 20, 734 (1974).  
Нелинейное взаимодействие мощных световых пучков в среде с квадратичной нелинейностью; взаимофокусировка пучков и ограничение эффективности оптических преобразователей частоты.
7. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., ЖЭТФ, 68, 834 (1975).  
О взаимодействии мощных световых пучков в средах с квадратичной нелинейностью.
8. Ахманов С. А., Чиркин А. С., Статистические явления в нелинейной оптике. Изд. МГУ, М., 1972.

## III. Фазовое согласование

Условие фазового синхронизма (3.5) для случая генерации второй гармоники имеет вид

$$K_1' + K_2'' = K_2 \quad (1)$$

Аналогично, для случая генерации третьей гармоники получается условие

$$K_1' + K_2'' + K_3''' = K_3 \quad (2)$$

Из приведенных соотношений вытекают требования к дисперсионным свойствам сред, допускающих синхронные взаимодействия. Действительно, положив для простоты  $|K_1'| = |K_2''| = |K_3'''|$  и, учитывая, что  $|K_1'| + |K_2''| \geq |K_2|$  и  $|K_1'| + |K_2''| + |K_3'''| \geq |K_3|$ , получим, что условия синхронизма (1) и (2) могут быть выполнены, если  $n_1 \geq n_2$  и  $n_1 \geq n_3$ , т. е. в среде с ано-

мальной дисперсией. Таким образом, использование аномальной дисперсии вблизи линий поглощения является одним из очевидных методов согласования фазовых скоростей взаимодействующих волн. Однако эффективность преобразования основного излучения в гармонику в этом случае оказывается невысокой вследствие сильного затухания гармоники вблизи линии поглощения. Поэтому наиболее широкое распространение в нелинейной оптике получили различные методы имитации аномальной дисперсии (см. гл. 3 книги). Практическое значение метод согласования фазовых скоростей за счет аномальной дисперсии получил лишь после работ Харриса и Майлса [17, 18], предложивших использовать пары щелочных металлов и благородные газы для генерации оптических гармоник в вакуумном ультрафиолете. Большие силы осцилляторов низлежащих переходов приводят к тому, что в парах щелочных металлов области эффективной аномальной дисперсии оказываются весьма широкими. Комбинируя аномальную дисперсию паров металлов (или благородных газов) с нормальной дисперсией специально добавляемого буферного газа, Харрис и сотр. сумели выполнить условия синхронизма для генерации третьей гармоники неодимового лазера ( $\lambda_3 = 3547 \text{ \AA}$ ) в смеси Rb + Xe [18], для генерации девятой (утроение частоты излучения третьей гармоники) гармоники Nd лазера ( $\lambda_9 = 1182 \text{ \AA}$ ) в смеси Xe + Ar [19], для генерации линий с длинами волн 1773, 1520, 1182  $\text{\AA}$  в смеси Cd + Ar [20]. По-видимому, в принципе этот метод согласования фазовых скоростей может быть эффективным вплоть до длин волн  $\lambda \approx 500 \text{ \AA}$ .

Для получения больших коэффициентов преобразования при генерации гармоник в веществах с нелинейностью третьего порядка возможны два пути: а) использование сильных полей в практически нерезонансных условиях; заметим при этом, что условия оптимальной фокусировки для четырехфотонных взаимодействий [2, 6] отличны от таковых для трехфотонных, рассмотренных в данной книге (см. гл. 5); б) использование резонансного выигрыша нелинейной восприимчивости, в частности двухфотонного резонанса [3, 8, 11].

### Литература

1. Бутылкин В. С., Крочик Г. М., Хронополо Ю. Г., ЖЭТФ, 68, 506 (1975).  
К теории резонансных четырехволновых параметрических взаимодействий.
2. Bjorklund G. C., IEEE J. of Quant. Elect., QE-11, 287 (1975).  
Effect of Focusing on Third-Order Nonlinear Processes in Isotropic Media.
3. Hodgson R. T., Sorokin P. P., Wynne J. J., Phys. Rev. Lett., 32, 343 (1974).  
Tunable Coherent Vacuum-Ultraviolet Generation in Atomic Vapors.
4. Kung A. H., Appl. Phys. Lett., 25, 653 (1974).  
Generation of Tunable Picosecond VUV Radiation.

5. Harris S. E., Phys. Rev. Lett., 31, 341 (1973).  
Generation of Vacuum-Ultraviolet and Soft X-Ray Radiation Using High Order Nonlinear Optical Polarizabilities.
6. Ward J. F., New G. H. C., Phys. Rev., 185, 57 (1969).  
Optical Third Harmonic Generation in Gases by a Focused Laser Beam.
7. Young J. F., Bjorklund G. C., Kung A. H., Miles R. B., Harris S. E., Phys. Rev. Lett., 27, 1551 (1971).  
Third Harmonic Generation in Phase-Matched Rb Vapor.
8. Leung K. M., Ward J. F., Orr B. J., Phys. Rev., A9, 2440 (1974).  
Two-Photon Resonant, Optical Third-Harmonic Generation in Cesium Vapor.
9. Аникин В. И., Гора В. Д., Драбович К. Н., Дубовик А. Н., Квантовая электроника, 3, № 2 (1976).  
К теории сложения частот в резонансных условиях.
10. Бонч-Бруевич А. М., Пржибельский С. Г., Ходовой В. А., Хромов В. В., ЖЭТФ, 65, 61 (1973).  
Исследование вынужденного четырехфотонного параметрического рассеяния лазерного излучения в парах щелочных металлов.
11. Harris S. E., Bloom D. M., Appl. Phys. Lett., 24, 229 (1974).  
Resonantly Two-Photon Pumped Frequency Converter.
12. Sorokin P. P., Wynne J. J., Lankard J. R., Appl. Phys. Lett., 22, 342 (1973).  
Tunable Coherent IR Source Based upon Four-Wave Parametric Conversion in Alkali Metal Vapors.
13. Wynne J. J., Sorokin P. P., Laser Focus, April 1975, p. 62.  
Tuning in Atomic Vapors.
14. Bloom D. M., Young J. F., Harris S. E., Appl. Phys. Lett., 27, 390 (1975).  
Mixed Metal Vapor Phase Matching for Third Harmonic Generation.
15. Bloom D. M., Bekkers G. W., Young J. F., Harris S. E., Appl. Phys. Lett., 26, 687 (1975).  
Third Harmonic Generation in Phase-Matched Alkali Metal Vapors.
16. Апанасевич П. А., Афанасьев А. И., ЖПС, 18, 629 (1973).  
Четырехфотонное вынужденное рассеяние световых волн при немонотонной накачке.
17. Harris S. E., Miles R. B., IEEE J. of Quant. Elect. QE-9, 470 (1973).  
Optical Third-Harmonic Generation in Alkali Metal Vapors.
18. Harris S. E., Miles R. B., Appl. Phys. Lett., 19, 385 (1971).  
Proposed Third-Harmonic Generation in Phase-Matched Metal Vapors.
19. Kung A. H., Young J. F., Harris S. E., Appl. Phys. Lett., 22, 301 (1973).  
Generation of 1182  $\text{\AA}$  Radiation in Phase-Matched Mixtures of Inert Gases.
20. Kung A. H., Young J. F., Bjorklund G. C., Harris S. E., Phys. Rev. Lett., 29, 985 (1972).  
Generation of Vacuum Ultraviolet Radiation in Phase-Matched Cd Vapor.
21. Баранцов В. И., Попов А. К., Тартоковский Г. Х., ЖЭТФ, 67, 904 (1974).  
О возможности четырехфотонной параметрической генерации света в газах.

### IV. Нелинейные материалы

За период, прошедший со времени выхода книги, был выявлен и исследован целый ряд новых материалов с квадратичной нелинейностью, перспективных для нелинейной оптики. В частности, появились перспективные кристаллы для инфракрасной области спектра: GaSe, AgGaS<sub>2</sub>, CdGeAs<sub>2</sub> и др. [1—12], новые нелинейные кристаллы семейства формиатов, перспективные для ультрафиолетовой области спектра [13, 14], молекулярные кри-

Таблица Д.1

Константы Селмейера для расчета показателей преломления некоторых нелинейных кристаллов по формуле ( $\lambda$  в мкм):

$$n^2 = A + \frac{B_1}{\lambda^2 - B_2} - \frac{C_1}{C_2 - \lambda^2}$$

Кристалл	Луч	A	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>
LiJO <sub>3</sub>	o	3,407	0,05059	0,03049	0	—
	e	2,923	0,03423	0,02015	0	—
HJO <sub>3</sub>	x	3,239	0,05353	0,017226	0	—
	y	3,654	0,06721	0,04234	0	—
	z	3,739	0,07128	0,05132	0	—
Te	o	22,810	18,959	3,2094	0	—
	e	38,709	28,319	1,0475	0	—
HgS	e	7,8113	0,3944	0,1172	604,5	682,5
	o	9,3139	0,5870	0,1166	542,6	540,8

Таблица Д.2

Параметры синхронной ГВГ в наиболее широко используемых нелинейных кристаллах (T = 300 K)

Нелинейный кристалл	Область прозрачности (10% пропускания при толщине образца 1 мм) (мкм)	Взаимодействие типа I (oo-e)		Взаимодействие типа II (o-ee)	
		область длин волн основного излучения, в пределах которой возможна синхронная ГВГ (мкм)	область значений углов синхронизма (град)	область длин волн основного излучения, в пределах которой возможна синхронная ГВГ (мкм)	область значений углов синхронизма (град)
KDP	0,25—1,7	0,517—1,7	40—90	0,732—1,7	59—90
ADP	0,125—1,7	0,525—1,7	41—90	0,750—1,599	61—90
LiNbO <sub>3</sub>	0,33—6,7	1,056—3,756	67—90	1,685—2,42	—
Ba <sub>2</sub> NaNb <sub>5</sub> O <sub>15</sub>	0,38—6,0	1,024—6,0	0—75	1,434—6,0	0—75
LiJO <sub>3</sub>	0,3—6,0	0,6—6,0	5—63	0,707—6,0	7—90
α-HJO <sub>3</sub>	0,3—1,6	0,602—1,4	0—60	0,837—1,4	0—76
Ag <sub>3</sub> AsS <sub>3</sub>	0,6—13,5	1,156—13,5	20—90	1,493—13,0	30—90
Se	1,0—20	1,06—10,6	5—15	—	—
Te	5—25	10,0—25	5—15	10,0—25	5—15
α-HgS	0,6—28	1,131—18,2	20—90	1,464—16,5	30—90

сталлы [15, 16]. Появился ряд работ по дальнейшему исследованию характеристик и применению уже известных нелинейных материалов [17—24]. В табл. Д.1 приведены заимствованные из работы [20] данные для расчета показателей преломления некоторых широко используемых нелинейных кристаллов, дополняющие материал, имеющийся в основном тексте книги.

В табл. Д.2 суммированы данные разных авторов (см., напр., [20]) по использованию наиболее популярных нелинейных материалов в оптических удвоителях различных диапазонов длин волн.

В основном тексте книги рассмотрены лишь материалы с квадратичной нелинейностью. Однако в последние годы все более широкое применение находят материалы с кубичной нелинейностью, в частности, пары щелочных металлов, благородные газы, жидкости и др. [25—33] (см. также литературу в разд. III дополнения). Получены первые результаты по измерению высших нелинейностей кристаллов [34—38]. В последние годы большое внимание уделяется методам расчета нелинейных восприимчивостей материалов, в связи с чем выполнен целый ряд работ, посвященных этому вопросу [39—48].

## Литература

### Материалы с квадратичной нелинейностью

1. Feichtner J. D., Roland G. W., IEEE J. Quant. Elect., **QE-8**, 613 (1972). Tl<sub>3</sub>AsSe<sub>3</sub>: a New Phase-Matchable Infrared Nonlinear Material.
2. Boyd G. D., Kasper H. M., McFee T. H., J. Appl. Phys., **44**, 2809 (1973). Linear and Nonlinear Optical Properties of LiInS<sub>2</sub>.
3. Абдулаев Г. Б., Кулевский Л. А., Прохоров А. М., Сазельев А. Д., Саляев Э. Ю., Смирнов В. В., Письма в ЖЭТФ, **16**, 130 (1972). GaSe — новый нелинейный материал для нелинейной оптики.
4. Boyd G. D., Buchler E., Storz F. G., Wernick T. H., IEEE J. Quant. Elect., **QE-8**, 419 (1972). Linear and Nonlinear Optical Properties of Ternary A<sup>III</sup>B<sup>IV</sup>C<sup>V</sup> Chalcopyrite Semiconductors.
5. Boyd G. D., Kasper H. M., McFee T. H., Storz F. G., IEEE J. of Quant. Elect., **QE-8**, 900 (1972). Linear and Nonlinear Optical Properties of Some Ternary Selenides.
6. Byer R. L., Kildal H., Feigelson R. S., Appl. Phys. Lett., **19**, 237 (1971). CdGeAs<sub>2</sub> a New Nonlinear Crystal Phasematchable at 10,6 μm.
7. Kildal H., Begley R. F., Choy M. M., Byer R. L., JOSA, **62**, 1398 (1972). Efficient Second and Third Harmonic Generation in CdGeAs<sub>2</sub>.
8. Chemla D. S., Begley R. F., Byer R. L., IEEE J. Quant. Elect., **QE-10**, 71 (1974). Experimental and Theoretical Studies of Third Harmonic Generation in the Chalcopyrite CdGeAs<sub>2</sub>.
9. Chemla D. S., Kupecek P. J., Robertson D. S., Smith R. C., Opt. Com., **3**, 29 (1971). Silver Thiogallate a New Material with Potential for Infrared Devices.

10. *Boyd G. D., Buchler E., Storz F. G., Wernick J. H.*, Appl. Phys. Lett., **18**, 301 (1971).  
Linear Optical Properties of ZnGeP<sub>2</sub> and CdSe.
11. *Boyd G. D., Kasper H. M., McFee J. H.*, IEEE J. Quant. Elect., **QE-7**, 563 (1971).  
Linear and Nonlinear Optical Properties of AgGaS<sub>2</sub>, CuGaS<sub>2</sub> and CuInS<sub>2</sub>, and Theory of the Wedge Technique for the Measurement of Nonlinear Coefficient.
12. *Мурадян А.*, Доклад на IV Вавиловской конференции. Новосибирск (1975).  
Перестраиваемые источники инфракрасного излучения.
13. *Ито Н., Naito H., Inaba H.*, IEEE J. Quant. Elect., **QE-10**, 247 (1974).  
New Phase-Matchable Nonlinear Optical Crystals of the Formate Family.
14. *Deserno U., Haussühl S.*, IEEE J. Quant. Elect., **QE-9**, 598 (1973).  
Phase-Matchable Optical Nonlinearity in Strontium Formate and Strontium Formate Dihydrate.
15. *Белякова Т. С., Головей М. П., Шигорин В. Д., Шипуло Г. П.*, Оптика и спектроскопия, **38**, 779 (1975).  
Генерация второй гармоники в кристаллах мета-динитробензола.
16. *Коренева Л. Г., Золин В. Ф., Давыдов Б. Л.*, Молекулярные кристаллы в нелинейной оптике, Изд-во «Наука», М., 1975.
17. *Дмитриев В. Г., Еришов А. Г., Ковригин А. И., Кушнир В. Р., Рустамов С. Р., Шкунов Н. В.*, Квантовая электроника, № 5, 133 (1971).  
Эффективное преобразование излучения непрерывного ОКГ на алюмоиттриевом гранате с неодимом во вторую гармонику на кристаллах метанобата лития.
18. *Adhav R. S., Wallace R. W.*, IEEE J. Quant. Elect., **QE-9**, 855 (1973).  
Second Harmonic Generation in 90° Phase-Matched KDP Isomorphs.
19. *Kato K.*, Opt. Com., **13**, 93 (1975).  
Frequency Conversion of Nd:YAG Laser Radiation in RDA.
20. *Kurtz S. K.*, In «Laser Handbook», v. 1, p. 923, Amsterdam (1972).  
Nonlinear Optical Materials.
21. *Голяев Ю. Д., Дмитриев В. Г., Ицхоки И. Я., Краснянская В. Н., Рез И. С., Шалаев Е. А.*, Квантовая электроника, **1**, 122 (1973).  
Эффективный удвоитель частоты на кристалле дигидроарсената цезия.
22. *Волосов В. Д., Дмитриев В. Г., Зудков П. И., Швом Е. М., Шкунов Н. В.*, Изв. вузов, «Радиофизика», **12**, 1898 (1969).  
Генерация второй гармоники в новом нелинейном кристалле — дигидроарсенате цезия.
23. *Суворов В. С., Сонин А. С., Рез И. С.*, ЖЭТФ, **53**, 49 (1967).  
Некоторые нелинейные оптические свойства кристаллов группы KDP.
24. *Каминский А. А.*, Кристаллография, **17**, 231 (1972).  
Лазерные и спектроскопические свойства активированных сегнетоэлектриков.

### Материалы с кубической нелинейностью

25. *Miles R. B., Harris S. E.*, IEEE J. Quant. Elect., **QE-9**, 470 (1973).  
Optical Third-Harmonic Generation in Alkali Metal Vapors.
26. *Harris S. E., Miles R. B.*, Appl. Phys. Lett., **19**, 385 (1971).  
Proposed Third-Harmonic Generation in Phase-Matched Metal Vapors.
27. *Tomov I. V.*, Phys. Lett., **48A**, 153 (1974).  
Four-Photon Parametric Processes in Metal Vapors and Inert Gases.
28. *Kung A. H., Young J. F., Harris S. E.*, Appl. Phys. Lett., **22**, 301 (1973).  
Generation of 1182 Å Radiation in Phase-Matched Mixtures of Inert Gases.
29. *She C. Y., Billman K. W.*, Appl. Phys. Lett., **27**, 76 (1975).

- Infrared-Pumped Third Harmonic and Sum-Frequency Generation in Diatomic Molecules.
30. *Kung A. H., Young J. F., Bjorklund G. C., Harris S. E.*, Phys. Rev. Lett., **29**, 985 (1972).  
Generation of Vacuum Ultraviolet Radiation in Phase-Matched Cd Vapor.
31. *Flytzanis C.*, Chemical Phys. Lett., **33**, 555 (1975).  
Third Order Electric Polarizabilities of the H<sub>2</sub>-molecule and C≡C σ-bonds.
32. *Bloom D. M., Yardley J. T., Young J. F., Harris S. E.*, Appl. Phys. Lett., **24**, 427 (1974).  
Infrared Up-Conversion with Resonantly Two Photon Pumped Metal Vapors.
33. *Penzkofer A., Laubercou A., Kaiser W.*, Phys. Rev. Lett., **31**, 863 (1973).  
Stimulated Short Wave Radiation due to Single-Frequency Resonances of  $\chi^{(3)}$ .

### Измерение высших нелинейностей

34. *Ахманов С. А., Дубовик А. Н., Салтиел С. М., Томов И. В., Тункин В. Г.*, Письма в ЖЭТФ, **20**, 264 (1974).  
Нелинейные оптические эффекты четвертого порядка по полю в кристалле формиата лития.
35. *Ахманов С. А., Мейснер Л. В., Салтиел С. М., Тункин В. Г.*, Тезисы докладов IV Вавиловской конференции. Новосибирск, 1975.  
Пяти- и шестифотонные нерезонансные процессы в кристаллах.
36. *Hermann J. P.*, Opt. Com., **9**, 74 (1973).  
Absolute Measurement of Third Order Susceptibilities.
37. *Ахманов С. А., Мартынов В. А., Салтиел С. М., Тункин В. Г.*, Письма в ЖЭТФ, **22**, 143 (1975).  
Наблюдение нерезонансных шестифотонных процессов в кристалле кальцита.
38. *Завелишко В., Мартынов В. А., Салтиел С. М., Тункин В. Г.*, Квант. электр., **2**, № 11 (1975).  
Оптические нелинейные восприимчивости четвертого и пятого порядка.

### Методы расчета нелинейных восприимчивостей

39. *Aspnes D. E.*, Phys. Rev., **B6**, 468 (1972).  
Energy-Band Theory of the Second-Order Nonlinear Optical Susceptibility of Crystals of Zinc-Blende Symmetry.
40. *Tang C. L.*, IEEE J. of Quant. Elect., **QE-9**, 755 (1973).  
A Simple Molecular-Orbital Theory of the Nonlinear Optical Properties of Group III—V and II—IV Compounds.
41. *Levine B. F.*, Phys. Rev., **B7**, 2600 (1973).  
Bond Charge Calculation of Nonlinear Optical Susceptibilities for Various Crystal Structures.
42. *Stigie M., Tada K.*, Japan J. of Appl. Phys., **12**, 215 (1973).  
Generalized Theory of Nonlinear Susceptibilities Based on a Three-Dimensional Anharmonic Oscillator Model.
43. *Kielich S.*, Ferroelectrics, **4**, 257 (1973).  
Nonlinear and Electrooptical Properties of Dielectrics and Ferroelectrics.
44. *Levenson M. D., Bloembergen N.*, Phys. Rev., **B10**, 4447 (1974).  
Dispersion of the Nonlinear Optical Susceptibility Tensor in Centrosymmetric Media.
45. *Levine B. F.*, Phys. Rev., **B10**, 1655 (1974).  
Origin of the Unusual Dependence of the Nonlinear Optical Susceptibility on Bond Length for Ionic Ferroelectrics.



46. Мейснер Л. Б., ЖЭТФ, 69, № 6 (1975).

К микроскопической теории квадратичной восприимчивости кристаллов на оптических частотах.

47. Hellwarth R. W., Cherlow J., Young T. T., Rhys. Rev., B-11, 964 (1975).

Origin and Frequency Dependence of Nonlinear Optical Susceptibilities of Glasses.

48. Ward J. F., Bigic I. I., Phys. Rev., A11, 60 (1975).

Molecular Second and Third Order Polarizabilities from Measurement of Second Harmonic Generation in Gases.

## V. Генерация второй гармоники

Создание эффективных оптических удвоителей частоты позволило использовать излучение второй гармоники для вторичного удвоения, а также для смещения оптических частот, т. е. создать генераторы третьей, четвертой и даже пятой гармоник. Первые опыты по каскадной генерации четвертой гармоники излучения неодимового лазера ( $\lambda_4 = 0,265$  мкм) были выполнены уже в 1964—1965 гг. [1, 2]. Дальнейшее развитие методов каскадного умножения частоты на кристаллах с квадратичной нелинейностью позволило значительно повысить эффективность оптических умножителей частоты [3—8] и привело к созданию генератора пятой гармоники ( $\lambda_5 = 0,212$  мкм) излучения неодимового лазера [8]. Успехи в разработке эффективных оптических умножителей частоты в значительной степени связаны с быстрым прогрессом теории умножения частоты световых пучков [9—19].

В связи со значительными успехами техники оптических умножителей частоты весьма актуальным в последние годы стал вопрос о возможности достижения предельно высоких к. п. д. оптических умножителей. Следует отметить, что этот вопрос обсуждался и ранее [19]; был установлен теоретический предел к. п. д. оптического удвоителя частоты — в нелинейном кристалле без потерь он равен 100%. Однако для реальных оптических удвоителей даже в отсутствие апертурных эффектов в нелинейной среде без потерь получение 100%-ного к. п. д., как указывалось в [8], является проблематичным.

В работах [20—22], выполненных в последние годы, было теоретически, а затем и экспериментально доказано, что при эффективной генерации второй оптической гармоники в реальных пучках (например, имеющих гауссовский профиль в пространстве и во времени) имеется внутренний механизм ограничения эффективности оптического удвоителя, связанный с дифракционными эффектами при сильном энергообмене между волнами основной частоты и второй гармоники. В ряде случаев существенными могут быть и конкурирующие нелинейные эффекты (вынужденное рассеяние, оптический пробой, самовоздействие и др.) [22—24]. В результате оказывается принципиально невозможным получение 100%-ного энергетического к. п. д. при генерации

второй гармоники в реальных пучках. Максимальная величина энергетического к. п. д. оптического удвоителя, полученная экспериментально при оптимальных условиях, составила 70% [22].

Исследования по умножению частоты пикосекундных импульсов позволили по-новому взглянуть на возможности использования высших нелинейностей в технике оптических умножителей частоты [25—28] (см. также библиографию к разд. III дополнения). Следует отметить, что, хотя синхронная генерация третьей гармоники в кристалле кальцита наблюдалась Терхьюном и сотр. еще в 1962 г., в технике умножения частот этот эффект не использовался. Сильные поля пикосекундных импульсов позволяют в значительной мере скомпенсировать относительно небольшую величину кубической восприимчивости. Так, например, в работе [25] пятая гармоника пикосекундного неодимового лазера была получена в двух последовательно расположенных кристаллах кальцита — путем утроения и затем смещения третьей гармоники с основным излучением. Однако в наиболее полной мере использовать нелинейности высших порядков для целей прикладной нелинейной оптики удастся в парах и газах (см. разд. III и IV Дополнения).

## Литература

1. Johnson F. M., Nature, 204, 985 (1964).

Quadruple Frequency Multiplication of a 1,06 $\mu$  Neodymium-pulsed Laser.

2. Ахманов С. А., Ковригин А. И., Пискарская А. С., Хохлов Р. В., Письма в ЖЭТФ, 2, 223 (1965).

О генерировании ультрафиолетового излучения путем использования каскадного преобразования частоты.

3. Ахманов С. А., Жданов Б. В., Ковригин А. И., Подсотская Н. К., Томов И. В., Хохлов Р. В., Аннотации докладов, представленных на V Всесоюзную конференцию по нелинейной оптике (Кишинев, ноябрь 1970 г.).

Оптические преобразователи далекого ультрафиолетового диапазона.

4. Еремин В. И., Колосов В. А., Норинский П. В., ПТЭ, № 5, 196 (1971).

Мощный генератор когерентного ультрафиолетового излучения.

5. Жданов Б. В., Ковригин А. И., Першин С. М., ПТЭ, № 3, 206 (1972).

Стабильный генератор гармоник лазера на неодимовом стекле.

6. Kato K., Opt. Com. 13, 361 (1975).

Conversion of High Power Nd:YAG Laser Radiation to the UV at 2661 Å.

7. Волосов В. Д., Крылов В. Н., Серебряков В. А., Соколов Д. В., Письма в ЖЭТФ, 19, 38 (1974).

Высокоэффективная генерация второй и четвертой гармоник пикосекундных импульсов большой мощности.

8. Ахманов А. Г., Ахманов С. А., Жданов Б. В., Ковригин А. И., Подсотская Н. К., Хохлов Р. В., Письма в ЖЭТФ, 10, 244 (1969).

Генерация когерентного излучения на  $\lambda = 0,212$  мкм методом каскадного умножения частоты.

9. Ахманов С. А., Ковригин А. И., Кулакова Н. К., ЖЭТФ, 48 (1545) (1965).

О влиянии конечной апертуры светового пучка на протекание нелинейных эффектов в анизотропной среде.

10. *Стрижевский В. Л.*, в сб. «Нелинейная оптика», изд-во «Наука», 1968.  
Влияние конечности частотного спектра и пространственной расходимости излучения на протекание нелинейных оптических эффектов.
11. *Volosov V. D., Karpenko S. G., Kornienko N. E., Strizhevskii V. L.*, Phys. Lett., **41A**, 31 (1972).  
Saturation of Second Harmonic Spectral Intensity with Increase in Frequency Half-Width of Exiting Radiation.
12. *Сухоруков А. П.*, Изв. вузов, «Радиосфизика», **9**, 765 (1966).  
О генерации второй гармоники пучками конечной апертуры.
13. *Сухоруков А. П., Томов И. В.*, ЖЭТФ, **58**, 1626 (1970).  
Волновая картина процесса генерации третьей оптической гармоники в изотропных и анизотропных средах.
14. *Ward J. F., New G. H. C.*, Phys. Rev., **185**, 57 (1969).  
Optical Third Harmonic Generation in Gases by a Focused Laser Beam.
15. *Бокуть Б. В., Хаткевич А. Г.*, ЖПС, **1**, 97 (1964).  
Преобразование частоты расходящихся световых пучков.
16. *Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Чиркин А. С.*, ЖЭТФ, **55**, 1480 (1968).  
Нестационарные явления и пространственно-временная аналогия в нелинейной оптике.
17. *Сухоруков А. П., Томов И. В.*, Изв. вузов, «Радиосфизика», **13**, 266 (1970).  
Об одновременной синхронной генерации второй и третьей гармоник в кристалле с квадратичной нелинейностью.
18. *Орлов Р. Ю., Усманов Т., Чиркин А. С.*, ЖЭТФ, **57**, 1069 (1969).  
Удвоение частоты лазерного излучения в нестационарном режиме.
19. *Хохлов Р. В.*, Радиотехника и электроника, **6**, 1116 (1961).  
О распространении волн в нелинейных диспергирующих линиях.
20. *Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.*, Письма в ЖЭТФ, **20**, 734 (1974).  
Нелинейные взаимодействия дифрагирующих световых пучков в средах с квадратичной нелинейностью; взаимфокусировка пучков и ограничение эффективности оптических преобразователей частоты.
21. *Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.*, ЖЭТФ, **68**, 834 (1975).  
О взаимфокусировке мощных световых пучков в средах с квадратичной нелинейностью.
22. *Дьяков Ю. Е., Жданов Б. В., Ковригин А. И., Першин С. М.* Квантовая электроника, **2**, 1828 (1975).  
Ограничение эффективности преобразования при удвоении частоты вследствие дифракции и ВРМБ.
23. *Михина Т. В., Сухоруков А. П., Томов И. В.*, ЖПС, **15**, 1001 (1971).  
Влияние тепловых самовоздействий на протекание когерентных нелинейных оптических процессов.
24. *Горохов Ю. А., Криндач Д. П., Никогосян Д. Н., Сухоруков А. П.*, Квантовая электроника, **1**, 679 (1974).  
Влияние тепловых самовоздействий на генерацию второй гармоники непрерывного излучения.
25. *Тункин В. Г., Усманов Т., Шакиров В. А.*, Квантовая электроника, № 5 (11), 117, 1972.  
Генерация пятой гармоники пикосекундного лазера.
26. *Ахманов С. А., Орлов Р. Ю., Скидан И. Б., Телегин Л. С.*, Письма в ЖЭТФ, **16**, 471 (1972).  
Формирование субпикосекундных импульсов УФ-диапазона путем многократного нелинейного преобразования.
27. *De Maria A. J., Glenn W. H., Brienza M. J., Mack M. E.*, Proc. IEEE, **57**, 2 (1969).  
Picosecond Laser Pulses.
28. *Harris S. E.*, Phys. Rev. Lett., **31**, 341 (1973).  
Generation of Vacuum-Ultraviolet and Soft-X-Ray Radiation Using High-Order Nonlinear Optical Polarizabilities.

29. *Бокуть Б. В., Казак Н. С., Мащенко А. Г., Мостовников В. А., Рубинов А. Н.*, Письма в ЖЭТФ, **15**, 26 (1972).  
Генерация мощного излучения с перестройкой спектра в области 280—385 нм.
30. *Волосов В. Д., Карпенко С. Г., Корниенко Н. Е., Стрижевский В. Л.*, Квантовая электроника, **9**, 1966 (1974).  
Метод компенсации дисперсии фазового синхронизма в нелинейной оптике.
31. *Андреев Р. Б., Волосов В. Д.*, Оптика и спектроскопия, **29**, 374 (1970).  
Влияние немонохроматичности излучения лазера на генерацию второй оптической гармоники в различных нелинейных средах.
32. *Карпенко С. Г., Стрижевский В. Л.*, Радиотехника и электроника, **16**, 1216 (1972).  
Двумерная характеристическая функция поля излучения одномодового лазера и ее применение в нелинейной оптике.
33. *Амбарцумян Р. В., Апатин В. М., Летохов В. С., Мишин В. И.*, Квантовая электроника, **2**, 337 (1975).  
Мощный перестраиваемый по частоте узкополосный лазер ультрафиолетового, видимого и инфракрасного диапазонов на основе неодимового стекла для селективной фотохимии.
34. *Дмитриев В. Г., Ершов А. Г., Ковригин А. И., Кушнир В. Р., Рустамов С. Р., Шкунов Н. В.*, Квантовая электроника, № 5, 133 (1971).  
Эффективное преобразование излучения непрерывного ОКГ на алюмоиттриевом гранате с неодимом во вторую гармонику на кристаллах метатриобата лития.

## VI. Параметрическое преобразование частоты вверх

В Советском Союзе работы по созданию приемника ИК-излучения и ИК-изображения с преобразованием частоты вверх были начаты в 1968 г. [1].

Э. С. Ворониным, М. И. Дивлекеевым, Ю. А. Ильинским, В. С. Соломатиним была предложена и экспериментально исследована схема с близким расположением ИК-объекта [2—5]. Эта схема имеет ряд преимуществ по сравнению со схемой, использованной Мидвинтером [46] (см. гл. VI), в которой проводится преобразование углового спектра поля, т. е. изображение объекта сформировано на бесконечном расстоянии от кристалла.

Теоретический анализ разрешающей способности преобразователя частоты проведен на основе теории линейных систем. Такое рассмотрение позволяет ввести наиболее полную характеристику разрешающей способности — функцию разброса (функцию Грина преобразователя частоты), описывающую пространственное распределение амплитуд преобразованного изображения точки [4].

Анализ обеих схем проведен в работах [3—5]. Принципиальное отличие схемы с близким объектом заключается в том, что информация об объекте заложена скорее в пространственной структуре поля, чем в угловой. Поэтому в процессе преобразования сохраняется объемная структура предмета. Это открывает возможность голографии в ИК-диапазоне с непосредственной

безынерционной визуализацией и высоким разрешением. ИК-голография с преобразованием частоты вверх впервые реализована экспериментально и исследована теоретически в работах [2, 5]. Продольная разрешающая способность преобразователя частоты рассмотрена в [6].

Как показано в работах [3, 4], при идеальной плоской монохроматической накачке общее число разрешимых элементов в обеих схемах одинаково. Однако схема с удаленным объектом очень чувствительна к искажению волновых фронтов. Эти искажения в первую очередь обусловлены расходимостью накачки, они появляются также за счет немонохроматичности накачки и неоднородностей кристалла. И действительно, в первых работах Мидвинтера [46] и Уорнера [47] именно расходимость накачки ограничивала разрешающую способность. Только в последние годы получено разрешение, близкое к дифракционному, однако для получения такого результата применялись специальные меры по уменьшению расходимости накачки [42]. Схема же с близким объектом в гораздо меньшей степени подвержена влиянию указанных факторов и позволяет экспериментально получать предельную разрешающую способность [3, 7]. Более того, при определенном выборе плоскости расположения объекта схема с близким объектом позволяет полностью устранить влияние расходимости накачки и хроматические aberrации преобразователя частоты [8]. Вид функции разброса и разрешающая способность при устранении хроматических aberrаций найдена в работе [8]. Знание этих результатов необходимо для визуализации широкополосных тепловых изображений, представляющих в настоящее время большой интерес.

Теоретически (методом построения функции разброса) [9] и экспериментально [6] исследовались способы улучшения разрешающей способности за счет некоторой отстройки кристалла от направления касательного синхронизма. Таким образом можно увеличить разрешающую способность примерно в 2 раза. Теоретически исследовалось также влияние на разрешающую способность различных факторов: неоднородностей кристалла [10], поглощения в нем [9], больших коэффициентов преобразования по сигналу [9].

При преобразовании изображения в отраженном лазерном свете разрешающая способность ухудшается за счет специфического эффекта зернистости, присущего когерентному свету. Этот эффект, особенно нежелательный в дальнем ИК-диапазоне (10 мкм), рассматривался в работе [11], где теоретически и экспериментально показано, что его можно подавить путем небольших механических перемещений объекта.

В последние годы Г. В. Кривошековым, С. И. Маренниковым, А. В. Гайнером и др. для преобразования изображения предло-

жена схема критического векторного синхронизма, в которой используется цилиндрическая фокусировка накачки. Если объект удален от кристалла, то в плоскости фокусировки накачки разрешающая способность определяется дифракцией на входной апертуре, а в перпендикулярном направлении — расходимостью накачки. Для близкого объекта разрешающая способность ограничена геометрическими aberrациями [13, 14, 16, 17].

Схемы критического синхронизма и некритического с близким объектом дополняют друг друга. Так, число разрешимых элементов в схеме критического синхронизма в направлении фокусировки накачки оказывается больше [13, 14, 16], но при этом падает эффективность преобразования. Схема становится энергетически выгодной только при очень большом общем числе разрешимых элементов —  $N > 10^6$  при  $\lambda \sim 1,06$  мкм и  $N > 10^5$  при  $\lambda \sim 10$  мкм [15]. Такие результаты пока не достигнуты. Кроме того, при этом не учитывалось, что путем увеличения площади кристалла в схеме некритического синхронизма можно увеличить разрешение без уменьшения эффективности. Схема критического синхронизма не сохраняет информацию о расположении объектов по глубине.

Схема с цилиндрической накачкой может быть использована совместно со схемой с взаимно перпендикулярной геометрией взаимодействия, предложенной в [18, 19]. Это позволило бы совместить преимущества схемы критического синхронизма и схемы с внутриврезонаторной накачкой.

В работах [19—23] содержатся результаты исследований по увеличению чувствительности и эффективности приемника ИК-излучения с преобразованием частоты. Основное внимание уделялось приему ИК-излучения  $\sim 10$  мкм.

Для повышения эффективности преобразования можно использовать эллиптическую фокусировку (в кристаллах, не допускающих 90°-ный синхронизм) [20] и помещение нелинейного кристалла внутрь резонатора лазера накачки [21, 22]. Максимальное экспериментально полученное значение эффективности преобразования для сигнала с длиной волны 10 мкм составляет 40% по мощности [23]. Преобразование проводилось на новом перспективном нелинейном кристалле  $\text{AgGaS}_2$  при фокусировке излучения сигнала и накачки.

В ближнем ИК-диапазоне (3, 39 мкм) уже достигнута 100% эффективность преобразования по квантам при помещении кристалла в резонатор лазера накачки [24].

В работах [25—27] теоретически исследовались шумы приемника и статистика фотоотчетов преобразованного излучения. Проведенный анализ показал, что для среднего и дальнего ИК-диапазона при генерации суммарной частоты существенны тепловые шумы, связанные с поглощением кристалла и фоном [26].

В ближней ИК-области основные шумы — квантовые [25, 26]. Фотостатистика обусловлена главным образом флуктуациями накачки [27].

В работе [28] исследована чувствительность приемника ИК-излучения по распределению фотоотсчетов. Для сигнала  $5 \cdot 10^{-14}$  Вт вероятность обнаружения составила 60% при вероятности ложной тревоги 10%.

Рассматриваемый метод приема ИК-излучения может в ближайшем будущем найти применение при регистрации теплового излучения и в ИК-спектроскопии. Уже сейчас работы в этих направлениях дают обнадеживающие результаты.

При использовании системы охлаждения, позволяющей устранить тепловые шумы, проведена визуализация теплового излучения тела, находящегося при температуре  $-30^\circ\text{C}$  [29—31].

Исследования разрешающей способности по температуре проводились в работах [32, 33]. Экспериментально полученное разрешение в несколько градусов может быть улучшено при увеличении эффективности преобразования.

Нелинейный ИК-спектрограф с преобразованием частоты был предложен в работе [34]. Сейчас работы в этом направлении ведутся очень широко [21, 35—41]. Наиболее полное освещение большинства полученных результатов дано в работе В. Л. Стрижевского и сотрудников [40].

Такой спектрограф позволяет использовать методы регистрации, развитые для видимого диапазона. Используя угловую дисперсию неколлинеарного синхронизма, можно создать панорамный ИК-спектрограф, т. е. произвести преобразования широких спектров без сканирования (диапазон длин волн достигает нескольких мкм [37, 39]) с одновременной разверткой спектра по углам [40].

Укажем также несколько работ обзорного характера, появившихся в последние годы [43—44].

## Литература

1. Ильинский Ю. А., Янайт Ю. А., Доклад на IV Всесоюзной конференции по нелинейной оптике, Киев, 1968.  
Преобразование изображений в параметрических системах.
2. Воронин Э. С., Дивлекеев М. И., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., Хохлов Р. В., Письма в ЖЭТФ, 10, 172 (1969).  
Инфракрасная голография методами нелинейной оптики.
3. Воронин Э. С., Дивлекеев М. И., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., ЖЭТФ, 58, 51 (1970).  
Преобразование изображения из ИК-диапазона в видимый методами нелинейной оптики.
4. Ильинский Ю. А., Янайт Ю. А., Известия вузов, «Радиофизика», 13, 37 (1970).  
Преобразование изображения при генерации суммарной частоты.

5. Voronin E. S., Divlekeev M. I., I'inky Yu. A., Solomatin V. S., Khokhlov R. V., J. Opto-electronics, 2, 59 (1970).  
Image Up-conversion and Holography.
6. Воронин Э. С., Дивлекеев М. И., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., Опт. и спектр., 30, 1118 (1971).  
Продольная и поперечная разрешающая способность при преобразовании изображения методами нелинейной оптики.
7. Воронин Э. С., Дивлекеев М. И., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., Бадиков В. С., Годовиков В. В., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Басова, № 1, 151 (1971).  
Визуализация объектов, освещаемых излучением с длиной волны 10,6 мкм.
8. Ильинский Ю. А., Петникова В. М., Кван. электр., 1, 2637 (1974).  
Разрешающая способность параметрического преобразователя частоты при неколлинеарности излучения и расходимости накачки.
9. Ильинский Ю. А., Петникова В. М., Известия вузов, «Радиофизика», 16, 1285 (1973).  
О разрешающей способности при преобразовании изображения в нелинейном кристалле.
10. Акатова В. М., Ильинский Ю. А., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Басова, № 6 (12), 29 (1972).  
Влияние неоднородностей нелинейного кристалла на преобразование изображения при генерации суммарной частоты.
11. Воронин Э. С., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., Шувалов В. В., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Басова, № 4 (16), 115 (1973).  
О влиянии зернистости на разрешающую способность при преобразовании инфракрасного изображения.
12. Гайнер А. В., Кривошецов Г. В., Соколовский Р. И., Оптика и спектр., 31, 772 (1971).  
Преобразование изображения из ИК-области в видимую с большой угловой апертурой.
13. Гайнер А. В., Лебедев В. В., Маренников С. И., Сб. «Нелинейные процессы в оптике», вып. 3, стр. 360, Новосибирск (1973).  
Нелинейное преобразование ИК изображения с высоким разрешением.
14. Гайнер А. В., Лебедев В. В., Маренников С. И., Оптика и спектр., 37, 754 (1974).  
Исследование разрешающей способности нелинейного преобразователя изображения в схеме критического векторного синхронизма.
15. Лебедев В. В., Маренников С. И., Сафронов Е. К., Сб. «Нелинейные процессы в оптике», вып. 3, стр. 374, Новосибирск (1973).  
Эффективность преобразования схемы критического векторного синхронизма.
16. Арумов Г. П., Воронин Э. С., Ильинский Ю. А., Прокопенко В. Е., Соломатин В. С., Квант. электр., 1, 2080 (1974).  
Исследование углового разрешения при преобразовании изображения из области 10 мкм в прустите.
17. Молебный В. В., Овечко В. С., Стрижевский В. Л., Квант. электр., 1, 2340 (1974).  
Визуализация точечных ИК-изображений методами нелинейной оптики при цилиндрической волне накачки.
18. Voronin E. S., Popesku A. A., Solomatin V. S., Shuvalov V. V., J. Opto-electronics, 5, 237 (1973).  
The conversion of infra-red radiation into visible in a proustite crystal when the pump beam and the infra-red signal beam are perpendicular to each other.
19. Арумов Г. П., Воронин Э. С., Ильинский Ю. А., Соломатин В. С., Шувалов В. В., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Басова, № 5 (17),

- 95 (1973).  
Смешение излучений криптонового и CO<sub>2</sub> лазеров в прустите.
20. Арумов Г. П., Воронин Э. С., Ильинский Ю. А., Скорохватов Н. А., Квант. электр., I, 699 (1974).  
Эллиптическая фокусировка гауссовских пучков при параметрическом преобразовании частоты в нелинейном кристалле.
21. Воронин Э. С., Соломатин В. С., Шувалов В. В., Сб. «Нелинейные процессы в оптике», вып. 3, стр. 315, Новосибирск (1973).  
Использование преобразования излучения для спектроскопии в области 10,6 мкм.
22. Voronin E. S., Solomatina V. S., Shuvalov V. V., J. Opto-electronics, 6, 189 (1974).  
Increased efficiency for the up-conversion of 10,6μ radiation into the visible.
23. Воронин Э. С., Соломатин В. С., Черепов Н. И., Шувалов В. В., Бадиков В. В., Пивоваров О. П., Квант. электр., 2, № 5 (1975).  
Преобразование ИК-изображения на кристалле AgGaS<sub>2</sub>.
24. Gurski T. R., Appl. Phys. Lett., 23, 273 (1973).  
High-quantum-efficiency infra-red up-conversion.
25. Ильинский Ю. А., Петникова В. М., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Басова, № 5 (11), 124 (1972).  
О шумах приемников инфракрасного излучения с преобразованием частоты.
26. Ильинский Ю. А., Петникова В. М., ЖТФ, 43, 803 (1973).  
К квантовой теории преобразования частоты в нелинейной оптике.
27. Ильинский Ю. А., Петникова В. М., Квант. электр., I, 1133 (1974).  
Статистика фотоотчетов при параметрическом преобразовании частоты.
28. Воронин Э. С., Матвеев И. Н., Пшеничников С. М., Соломатин В. С., Шувалов В. В., Квант. электр., 2, 201 (1975).  
Повышение пороговой чувствительности приемников ИК-излучения с преобразованием частоты вверх.
29. Lucy R. F., Appl. Opt. 11, 1329 (1972).  
Infrared to visible parametric upconversion.
30. Gunter J., Lucy R. F., Appl. Opt. 12, 1400 (1973).  
Background Light in Proustite Parametric Frequency Upconverter.
31. Estes L. E., Lucy R. F., Gunter J., Duval K. J., Opt. Soc. Am., 64, 295 (1974).  
Internal thermal noise in Optical frequency converters.
32. Falk J., Tiffany W. B., J. Appl. Phys., 43, 3762 (1972).  
Theory of Parametric Upconversion of Thermal Images.
33. Hulme K. F., Warner J., Appl. Opt., 11, 2956 (1972).  
Theory of Thermal Image Using Infra-red to Visible Image Up-conversion.
34. Akmanov A. G., Akhmanov S. A., Khokhlov R. V., Kovrigin A. I., Piskarskas A. S., Sukhorukov A. P., IEEE, J. Quant. Electr. 4, 828 (1968).  
Parametric Interaction in Optics and Tunable Light Oscillations.
35. Андреев Н. А., Волосов В. Д., Калинин А. Г., Оптика и спектр., 34, 186 (1973).  
Нелинейный спектрограф с управляемой дисперсией.
36. Колпаков Ю. Г., Кривошеков Г. В., Строганов В. И., Сб. Нелинейные процессы в оптике, вып. 3, Новосибирск (1973), стр. 386.  
Угловая развертка ИК- и УФ-спектров при нелинейном преобразовании оптических частот.
37. Косолюбов С. Н., Лебедев В. В., Маренников С. И., Метлицкий П. Л., Попов Ю. Н., Кривошеков Г. В., Кидяров Б. И., Письма ЖЭТФ, 16, 475 (1972).  
Преобразование широких ИК-спектров в видимый диапазон в схеме критичного векторного синхронизма.
38. Бабин А. А., Беллев Ю. Н., Фортус В. М., Фрейдман Г. И., Оптика и спектроскопия, 36, 585 (1974).  
О возможности изменения частоты дисперсионного синхронизма за счет изменения углов направлениями параметрически взаимодействующих волн.
39. Антонов Е. Н., Колошников В. Г., Никогосян Д. Н., Оптика и спектроскопия, 36, 768 (1974).  
Нелинейный преобразователь частоты как инфракрасный спектрометр и приемник.
40. Карпенко С. Г., Корниенко Н. Е., Стрижевский В. Л., Квант. электр., I, 1768 (1974).  
О нелинейной спектроскопии излучения инфракрасного диапазона при использовании расходящейся и немонохроматической накачки.
41. Арумов Г. П., Воронин Э. С., Ильинский Ю. А., Прокопенко В. Е., Соломатин В. С., Квант. электр., 2, 272 (1975).  
Нелинейный ИК-спектрограф с разрешением 1 см<sup>-1</sup>.
42. Chiou W., Pace E. P., Appl. Phys. Lett., 20, 44 (1972).  
Parametric Image Up-conversion of 10,6μ Illuminated Objects.
43. Воронин Э. С., УФН, 100, 338 (1970).  
Нелинейное преобразование изображений и инфракрасная голография.
44. Warner J., in Treatise in Quantum Electronics, Acad. Press, N. J., 1975.  
Difference Frequency Generation and Up-Conversion.
45. Milton F., Appl. Opt., 11, 2311 (1972).  
Upconversion — a Sistem View.
46. Midwinter J. E., Appl. Phys. Lett., 12, 68 (1968).  
Image conversion from 1,6μ to the visible in lithium niobate.
47. Warner J., Appl. Phys. Lett., 12, 222 (1968).  
Photomultiplier detection of 10,6μ radiation using optical up-conversion in proustite.

## VII. Параметрические усилители и генераторы

В предисловии к переводу уже указывалось, что в последние годы достигнуты серьезные успехи в деле создания параметрических генераторов и усилителей света, круг физических и прикладных приложений которых сильно расширился.

При этом следует иметь в виду, что параметрические генераторы света как источники перестраиваемого излучения в видимом и ближнем ИК-диапазоне (до 1,0—1,2 мкм) испытали за тот же период времени сильную конкуренцию со стороны непрерывных и импульсных лазеров на растворах органических красителей. Как известно, такие лазеры обладают большим усилением, позволяющим широко применять внутри резонатора лазера селективные и дисперсионные элементы, сужающие и стабилизирующие спектр генерации без заметного снижения мощности. Другое достоинство таких лазеров — то, что их активная среда является в высокой степени однородной и практически не подверженной характерным для нелинейных кристаллов, используемых в ПГС, повреждениям — таким, как оптический пробой (особенно в поверхностном слое), оптически навесные неоднородности показателя преломления и др.

Однако улучшение технологии выращивания крупных нелинейных кристаллов повышенного качества, оптимизация характеристик излучения лазеров, используемых для возбуждения ПГС, и ряд других усовершенствований позволили достигнуть величин параметрического усиления за один проход в нелинейном кристалле  $\sim 10^6$  при возбуждении наносекундными импульсами [1, 2] и  $\sim 10^{10}$  при пикосекундной накачке [3—5], что позволило эффективно стабилизировать и сужать линию генерации при высоком к. п. д. преобразования мощности накачки в перестраиваемые линии (до 40% [2, 4, 5]). Это обстоятельство наряду с высокой надежностью такого устройства и большой частотой следования импульсов генерации (до 50 МГц при накачке пикосекундными импульсами, до 10 кГц при накачке наносекундными импульсами [6]), а также максимально широкой областью перестройки, не обусловленной резонансами активной среды, делает ПГС исключительно перспективным источником мощного когерентного перестраиваемого излучения, особенно в ИК-диапазоне.

Начиная с 1972 г. круг физических и прикладных применений ПГС, до этого времени весьма узкий, непрерывно растет.

Так, ПГС, возбуждаемый импульсами второй гармоники частотного лазера на Nd:YAG, был применен как основной элемент многочастотного плавно перестраиваемого генератора в методе активной спектроскопии комбинационного рассеяния света [7—9].

В работах [10, 11] ПГС использовался для измерения дисперсии кубической восприимчивости в парах калия вблизи главного дублета и дисперсии порога резонансного вынужденного комбинационного рассеяния.

С помощью ПГС в работе [12] измерена доплеровская ширина  $\Delta\nu_{\text{доп}} \approx 0,01 \text{ см}^{-1}$  колебательно-вращательного перехода молекулы HF в полосе 2,5 мкм. В работах [13, 14] при помощи ПГС измерялось время колебательно-колебательной релаксации молекул CO и HCl.

Представляет интерес применение ПГС, имеющего высокودобротный резонатор ( $R \sim 100\%$ ), для изучения вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) параметрически возбуждаемого излучения в самом нелинейном кристалле ПГС [15]. Последнее время появилось сообщение об использовании ПГС в экспериментах по обнаружению несохранения пространственной четности в слабых взаимодействиях с помощью оптических методов [30].

Как уже указывалось в предисловии редактора перевода, параметрические генераторы, возбуждаемые пикосекундными импульсами накачки, являются к настоящему времени единственными источниками перестраиваемых пикосекундных импульсов в инфракрасном диапазоне. Вследствие того что за

время порядка  $10^{-11} - 10^{-12}$  с, равное длительности импульса накачки, колебания в оптическом резонаторе не успевают установиться, в ПГС пикосекундных импульсов используется исключительно безрезонаторная схема: параметрические колебания развиваются из шумов при одно- или двукратном проходе импульса накачки вдоль нелинейного кристалла. Необходимо отметить, что эффекты, связанные с нестационарным поведением ПГС, существенно проявляются уже при длительностях импульсов накачки  $10^{-9} - 10^{-8}$  с, т. е. учет нестационарного характера возбуждения параметрических колебаний необходим при анализе работы ПГС с накачкой импульсами стандартных лазеров с модулированной добротностью. К сожалению, подобный анализ полностью отсутствует в настоящей книге.

В работах [16—18] теоретически исследовался нестационарный режим работы ПГС и вычислялось время нарастания колебаний в импульсных ПГС в приближении заданного поля накачки для плоских волн. В статье [19] выведены простые динамические уравнения для нестационарной параметрической генерации. В работе [20] приводятся результаты расчета на ЭВМ этих уравнений для случая накачки с гауссовым распределением интенсивности по поперечному сечению пучка. Результаты экспериментов по исследованию характеристик выходного излучения импульсных ПГС содержатся в работах [21—23].

Интересное применение получили параметрические усилители, возбуждаемые пикосекундными импульсами накачки: в работе [24] подобный усилитель использовался для разрешения пикосекундной временной структуры относительно слабого излучения лазера на красителе, подаваемого на вход параметрического усилителя. Пикосекундные импульсы накачки служат стробирующими импульсами, «включающими» на время  $\sim 10^{-11}$  с высокое усиление всего устройства.

В заключение приведем список работ, в которых использовались источники накачки или нелинейные среды, являющиеся нетрадиционными для работ по параметрическим генераторам.

В работе [25] получена параметрическая генерация в диапазоне 7,8 мкм на нелинейном кристалле GdSe при накачке  $\text{CaF}_2 : \text{Dy}^{2+}$  лазером. Авторы [26] получили перестраиваемое излучение в ПГС на кристалле прустита ( $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$ ) (накачка  $\lambda = 1,06$  мкм). В работе [27] в ПГС использовался резонатор на призмах. В работе [28] получена мощная генерация в видимом диапазоне при возбуждении ПГС на кристалле ADP 4-й гармоникой высокостабилизированного лазера на стекле с неодимом. Авторы [29] использовали электрооптический эффект для перестройки частоты излучения ПГС на кристалле KDP.

## Литература

1. Byer R. L., Herbst R. L., Feigelson R. S., Kway W. L., Opt. Comm., **12**, 427 (1974).  
Growth and Application of [01 · 4] LiNbO<sub>3</sub>.
2. Herbst R. L., Fleming R. N., Byer R. L., Appl. Phys. Lett., **25**, 520 (1974).  
A 1.4 to 4 μm High Energy Angle Tuned Parametric Oscillator.
3. Пискарькас А. С., Кабелка В. И., Ракаускас Р. П., Proc. of Int. Conference on Lasers and its Applications, Dresden, GDR, p. 857 (1970).  
Tunable Light Parametric Oscillator with Mode-Locked Pump.
4. Бурнейка К. П., Игнатовичус М. В., Кабелка В. И., Пискарькас А. С., Стабинис А. Ю., Письма в ЖЭТФ, **16**, 365 (1972).  
Параметрическая генерация сверхкоротких импульсов перестраиваемого по частоте излучения.
5. Kung A. H., Appl. Phys. Lett. **25**, 153 (1974).  
Generation of Tunable Picosecond VUV Radiation.
6. Massey G. A., Yarborough J. M., Appl. Phys. Lett., **18**, 576 (1971).  
Efficient High-Gain Parametric Generation in VUV Continuously Tunable across the Visible Spectrum.
7. Ахманов С. А., Дмитриев В. Г., Ковригин А. И., Коротеев Н. И., Тункин В. Г., Холодных А. И., Письма в ЖЭТФ, **15**, 600 (1972).  
Активная спектроскопия комбинационного рассеяния света с помощью квазинепрерывного перестраиваемого параметрического генератора.
8. Ахманов С. А., Коротеев Н. И., Холодных А. И., J. Raman Spectroscopy, **2**, 239 (1974).  
Excitation of E<sub>g</sub>-Type Optical Phonons in Calcite Crystal by Means of Active Spectroscopy Method.
9. Ахманов С. А., Коротеев Н. И., ЖЭТФ, **67**, 1306 (1974).  
Когерентная активная спектроскопия комбинационного рассеяния света в центросимметричных средах с помощью параметрического генератора.
10. Ахманов С. А., Ковригин А. И., Максимов С. А., Оглуздин В. Е., Письма в ЖЭТФ, **15**, 186 (1972).  
Исследование дисперсии резонансной нелинейной восприимчивости паров щелочных металлов с помощью перестраиваемого ПГС.
11. Аникин В. И., Крючков С. В., Оглуздин В. Е., Квант. электр., **1**, 1923 (1974).  
Резонансное электронное вынужденное комбинационное рассеяние в парах калия. Дисперсия вблизи главного дублета и влияние четырехфотонных процессов.
12. Pinard I., Young I. F., Opt. Comm., **4**, 425 (1972).  
Interferometric Stabilization of an Optical Parametric Oscillator.
13. Sackett P. B., Hordvik A., Schlossberg H., Appl. Phys. Lett., **22**, 367 (1973).  
Measurement of the  $\nu - \nu$  energy transfer rate from CO( $\nu = 2$ ) using tunable parametric oscillator excitation.
14. Leone S. R., Moore G. B., Chem. Phys. Lett., **19**, 340 (1973).  
 $\nu - \nu$  Energy Transfer in HCl with Tunable Optical Parametric Oscillator Excitation.
15. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Ковригин А. И., Першин С. М., Рашкович Л. Н., Федотова Л., Холодных А. И., Сб. «Вынужденное комбинационное рассеяние» (сборник трудов I Всесоюзной конференции по спектроскопии комбинационного рассеяния). Изд. общ-ва «Знание», УССР, Киев (1975).  
Эффективное возбуждение ВКР в кристалле в двойном оптическом резонаторе.
16. Glenn W. H., Appl. Phys. Lett., **11**, 333 (1967).  
Parametric Amplification of Ultrashort Laser Pulses.
17. Сущик М. М., Фортус В. М., Фрейдман Г. И., Изв. вузов., «Радиофизика», **13**, 631 (1970).  
Параметрическое усиление и генерация света.
18. Pearson I. E., Ganiel V., Yarov A., IEEE J. Quant. Electr., **QE-8**, 433 (1972).  
Rise Time of Pulsed Parametric Oscillators.
19. Дьяков Ю. Е., Ковригин А. И., Сб. «Квантовая электроника» под ред. Н. Г. Васова, № 4, 86 (1972).  
Теория формы импульса нестационарной параметрической генерации света.
20. Ковригин А. И., Холодных А. И., Тезисы докладов, представленных на VII Всесоюзную конференцию по когерентной и нелинейной оптике. Изд-во МГУ, Москва, стр. 451 (1974).  
Эффективность импульсных параметрических генераторов света.
21. Bjorkholm J. E., IEEE, J. Quant. Electr. **QE-7**, 109 (1971).  
Some effects of Spatially Nonuniform Pumping in Pulsed Optical Parametric Oscillators.
22. Дмитриев В. Г., Ковригин А. И., Холодных А. И., Сб. «Лазеры с перестраиваемой частотой», Изд-во ИФ АН УССР, Киев, стр. 212 (1973).  
Квазинепрерывный ПГС с накачкой второй гармоникой лазера на АИГ с неодимом.
23. Kreuzer C. B., Appl. Phys. Lett., **15**, 265 (1969).  
Single Mode Oscillation of a Pulsed Singly Resonant Optical Parametric Oscillator.
24. Пискарькас А. С., Доклад на IV Вавиловской конференции по нелинейной оптике, Новосибирск (1975).  
Перестраиваемые параметрические генераторы и усилители света с возбуждением излучением лазеров с синхронизацией мод.
25. Давыдов А. В., Кулевский Л. А., Прохоров А. М., Савельев А. Д., Смирнов В. В., Письма в ЖЭТФ, **15**, 725 (1972).  
Параметрическая генерация в кристалле CdSe с накачкой лазером на CaF<sub>2</sub>: Dy<sup>2+</sup>.
26. Hanna D. C., Luther-Davis B., Rutt N. M., Smith R. C., Appl. Phys. Lett., **20**, 34 (1972).  
Reliable Operation of a Proustite Parametric Oscillator.
27. Беляев Ю. Н., Киселев А. М., Фрейдман Г. И., Изв. вузов, «Радиофизика», **14**, 1182 (1971).  
Параметрический генератор света с двумя областями взаимодействия.
28. Жданов Б. В., Калитин В. В., Ковригин А. И., Першин С. М., Письма в ЖЭТФ, **1**, 847 (1975).  
Параметрическая генерация света с перестройкой от 3980 Å до 7920 Å.
29. Кривошеиков Г. В., Круглов С. В., Маренников С. И., Поливанов Ю. Н., Письма в ЖЭТФ, **7**, 84 (1968).  
Изменение длины волны излучения параметрического генератора света с помощью внешнего электрического поля.
30. Soreide D. C., Roberts D. E., Lindahl E. G., Lewis L. L., Apperson G. R., Fortson E. N., Phys. Rev. Lett., **36**, 352 (1976).  
Search for Parity Nonconservation in Atomic Bismuth.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- ADP 32, 40, 94, 96, 105, 121, 210, 211  
 Альфа-нодная кислота 55  
 Ангармонический осциллятор 47  
 Анизотропия 23  
 — наведенная 38  
 Анизотропные кристаллы 23, 25  
 — — преломление на поверхности 30  
 — — распространение волн 25  
 Антимонид индия, генерация разностной частоты 90
- Волновая нормаль 27, 31, 32  
 Волновая поверхность 31  
 Волновой вектор 25, 30  
 Восприимчивость  
 — квадратичная 45, 50  
 — линейная 20, 49  
 Вращение системы координат 41, 217  
 Выходная мощность нелинейного преобразования 64
- Гармонический осциллятор 19  
 Гексагональная система 29  
 Генерация второй гармоники 66, 129  
 — — — влияние модовой структуры 135  
 — — — внутри резонатора лазера 140  
 — — — общее решение 67, 68  
 — — — оптимальная длина кристалла 133  
 — — — оптимальный радиус фокального пятна 133, 134  
 — — — при отражении 73, 153  
 — — — при помощи лазера с синхронизованными модами 150  
 — — — при различных условиях на входе в нелинейную среду 129, 131  
 Генерация разностной частоты 46, 65, 66  
 — — — в далекой инфракрасной области 58, 69
- Генерация суммарной частоты 46, 51, 65  
 Главные оси 41  
 — — эллипсоида показателя преломления 27, 28  
 Гюйгенса построение 30
- Далекая инфракрасная область, генерация излучения 69  
 Двулучепреломление, его применения 32  
 — одноосные кристаллы 29, 30, 84, 85  
 — чувствительность к изменению температуры 89, 96  
 Двuosные кристаллы 29, 35, 90  
 Диполь 17, 47  
 Дисперсия 22  
 — осей вращения 38  
 Длина взаимодействия эффективная 103, 104  
 e-луч (необыкновенный луч) 29, 32, 59, 81, 84  
 — определение 30
- Заданного поля приближение 63  
 Знаки нелинейных коэффициентов 87, 98
- Изучение абсолютно черного тела 173  
 Индикатриса 27  
 Иодат лития 124
- Калия дигидрофосфат (см. KDP)  
 Кварц 59, 94  
 K-вектор 25, 30  
 KDP 35, 81, 121  
 Киноварь 128  
 Кластерный эффект 198  
 Клейнмана правило симметрии 58, 86, 87
- Когерентная длина 109  
 Конгруэнтно плавящаяся смесь 116  
 Конфокальный резонатор 134  
 Куртца порошковый метод 98, 108
- Луча направление 30, 31  
 Луча поверхность 30
- Максвелла уравнения 20, 25, 61  
 Мейкера метод полос 106, 107  
 Миллера правило 53, 98  
 Модовые скачки 198  
 Моноклинная система 29, 38  
 Мэнли — Роу соотношения 64, 65, 66  
 — — — для преобразователей частоты вверх 158
- Нелинейная поляризация 48  
 — — частотные компоненты 46, 55  
 Нелинейность эффективная 58  
 Нелинейные взаимодействия при отражении 73, 153  
 Нелинейные восприимчивости 52  
 — симметрия по отношению к перестановке индексов 53  
 Нелинейные коэффициенты, правило сокращенной записи индексов 54  
 Нелинейные материалы 52, 94  
 — — оценка качества 99  
 — — требуемые свойства 95  
 Необыкновенный луч 29, 32, 59, 81, 84  
 — — направление распространения 29  
 — — температурная зависимость показателя преломления 89, 104  
 Нецентросимметричные кристаллы 55  
 Ниобат бария-натрия 97, 117, 195  
 Ниобат лития 96, 101, 111, 195  
 — — включения железа 97
- Одноосные кристаллы 29  
 o-луч (обыкновенный луч) 28, 29, 32, 59, 84  
 — — направление распространения 29  
 Оптическая активность 38  
 Оптическая нелинейность, ее измерение 104, 105  
 Оптическая ось 29, 32—35, 90  
 Оптическое детектирование 52  
 Ориентация кристалла 33, 34  
 Орторомбическая система 28, 38
- Ось вращения, ее дисперсия 38  
 Относительный знак нелинейных коэффициентов 107
- Параметрический генератор 44, 66, 189  
 — — безрезонаторный 209  
 — — время установления колебаний 201  
 — — кластерный эффект 198  
 — — модовые скачки 198  
 — — насыщение усиления 201  
 — — обратной волны 207  
 — — с резонатором по одной частоте 208  
 — — требования к накачке 213  
 — — условия возникновения генерации 194  
 — — условия оптимального взаимодействия волн 197, 198  
 — — условия работы 194  
 — — шумы 211  
 Параметрический преобразователь изображений 181  
 — — — модовый анализ работы 184  
 Параметрический преобразователь частоты вверх 44, 154  
 — — — влияние фазового согласования 163  
 — — — многомодовый 157, 172  
 — — — одномодовый 157, 172  
 — — — сравнение одно- и многомодового режимов работы 172  
 — — — фокусированные пучки 159  
 — — — эффективность преобразования 174  
 Параметрический усилитель 189  
 Перестраиваемый источник 44  
 Пикосекундные импульсы 150  
 Плотность энергии, запасенной в электрическом поле 23  
 Повреждение оптических сред 97  
 Поглощение 21  
 Показатель преломления, абсолютные значения 18  
 — — — главные значения 27  
 — — — модель Лоренца 21  
 — — — эллипсоид 27  
 Полуволновая пластинка 33  
 Полуволновое напряжение 42  
 Поляризация 20, 45  
 — волна 47  
 — направление 26, 27  
 — нелинейная 48, 51, 53  
 — второго порядка 50  
 Поток энергии 24, 75  
 Прустит 99, 126



- Размерности нелинейных коэффициентов 64, 73, 74  
 Разность фаз между волной поляризации и электромагнитной волной 44, 63, 72, 79  
 Распад фотона 66
- Связанные уравнения для амплитуд 63  
 Селмейера уравнения  
 — — для ADP, KDP 122  
 — — для иодата лития 113  
 — — для ниобата бария-натрия 119  
 — — для прустита 126  
 Сигнальная волна 189  
 Симметрия 29, 55  
 — кристалла 55  
 — центр 39  
 Снос (необыкновенного) луча 133  
 Сокращенная форма записи индексов 40, 54
- Температурная зависимость показателей преломления 89  
 — — — — ADP, KDP 122  
 Температурная настройка на фазовый синхронизм 89  
 Теория нелинейных оптических сред 98  
 Тетрагональная система 29  
 Тригональная система 29  
 Триклинная система 29, 38, 55
- Угловая настройка на синхронизм  
 — — — — ограничения 87  
 — — — — количественные оценки 103  
 Угловое распределение выходного излучения 69  
 Усиления коэффициенты 192
- Фаза 46  
 Фазовый синхронизм (согласование фаз) 46, 75, 100  
 — — в двуосных кристаллах 90  
 — — влияние химического состава 90, 101  
 — — в параметрическом генераторе 192  
 — — в параметрическом преобразователе частоты вверх 163
- — допустимое угловое отклонение 135  
 — — квазиметод 79  
 — — неколлинеарный 92  
 — — одновременный для нескольких взаимодействий 93  
 — — поток энергии 75  
 — — при полном внутреннем отражении 80  
 — — при помощи изменения температуры 89, 103  
 — — при помощи поворота 80  
 — — при помощи фарадеевского вращения 92  
 — — температура в зависимости от химического состава 101, 104, 114  
 — — типа I, типа II 82  
 Френеля уравнение 26
- Химический состав кристаллов, влияние на условия синхронизма 101, 104  
 — — — — влияние на показатель преломления 101  
 Холодная волна 189
- Центросимметричные кристаллы 40
- Шум в параметрическом генераторе 211  
 — в параметрическом преобразователе частоты вверх 175  
 — эквивалентная мощность 176
- Эйнштейна правило суммирования 23, 54  
 Электрическое поле, определение в линейном случае 19  
 — — определение в нелинейном случае 48  
 Электрооптический эффект 39, 45, 52  
 — — его связь с коэффициентом  $d$  72  
 Эффективное значение нелинейного коэффициента  $d$  58, 82  
 Эффективность преобразователей частоты вверх 174

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Предисловие авторов . . . . .	14
<b>Глава 1. Линейная оптика: распространение волн в анизотропных средах</b>	<b>17</b>
1.1. Модель Лоренца . . . . .	17
1.2. Анизотропия . . . . .	23
1.3. Распространение волн в анизотропных кристаллах . . . . .	25
1.4. Эллипсоид показателя преломления . . . . .	27
1.5. Преломление на поверхности анизотропного кристалла . . . . .	30
1.6. Применение двулучепреломления . . . . .	32
1.7. Ориентация кристалла . . . . .	33
1.8. Двуосные кристаллы . . . . .	35
1.9. Оптическая активность . . . . .	38
1.10. Наведенная анизотропия . . . . .	38
1.11. Электрооптический эффект . . . . .	39
<b>Глава 2. Нелинейная оптика . . . . .</b>	<b>43</b>
2.1. Введение . . . . .	43
2.2. Нелинейности поляризации . . . . .	45
2.3. Ангармонический осциллятор . . . . .	47
2.4. Запись электрического поля . . . . .	48
2.5. Нелинейная поляризация . . . . .	48
2.6. Обобщение теории на трехмерный случай. Три взаимодействующих поля . . . . .	51
2.7. Правило Миллера . . . . .	53
2.8. Коэффициенты, используемые на практике . . . . .	53
2.9. Сокращенная форма записи индексов . . . . .	54
2.10. Симметрия кристаллов . . . . .	55
2.11. Определение $d_{эфф}$ . . . . .	58
2.12. Пример . . . . .	59
2.13. Уравнения для амплитуд связанных волн . . . . .	61
2.14. Соотношения Мэнли — Роу . . . . .	65
2.15. Генерация второй гармоники . . . . .	66
2.16. Угловое распределение выходного излучения при генерации разностных частот . . . . .	69
2.17. Электрооптический коэффициент . . . . .	72
2.18. Нелинейные взаимодействия при отражении . . . . .	73
2.19. Размерности . . . . .	73
<b>Глава 3. Согласование фаз . . . . .</b>	<b>75</b>
3.1. Введение . . . . .	75
3.2. Поток энергии при несинхронном взаимодействии . . . . .	75
3.3. «Квасисинхронные» взаимодействия . . . . .	79
3.4. Фазовый синхронизм в двулучепреломляющих кристаллах; угловая настройка синхронизма . . . . .	80

3.5. Выражения $d_{эфф}$ для кристаллов с различной симметрией . . .	82
3.6. Ограничения при синхронных взаимодействиях в двулучепреломляющих кристаллах . . .	87
3.7. Температурное согласование фазовых скоростей в двулучепреломляющих кристаллах . . .	89
3.8. Согласование фаз в двуосных кристаллах . . .	90
3.9. Другие методы согласования фаз . . .	92
3.10. Конкурирующие взаимодействия . . .	92
<b>Глава 4. Нелинейные материалы . . .</b>	<b>94</b>
4.1. Историческое введение . . .	94
4.2. Критерий качества нелинейных материалов . . .	99
4.3. Точное измерение оптической нелинейности . . .	104
4.4. Метод Куртца оценки нелинейности оптических материалов с помощью кристаллических порошков . . .	108
4.5. Ниобат лития . . .	111
4.6. Ниобат бария-натрия . . .	117
4.7. ADP и KDP . . .	121
4.8. Иодат лития . . .	124
4.9. Прустит . . .	126
<b>Глава 5. Генерация второй гармоники . . .</b>	<b>129</b>
5.1. Введение . . .	129
5.2. Взаимодействия плоских волн . . .	129
5.3. Ограниченные пучки . . .	132
5.4. Влияние модовой структуры лазерного пучка на ГВГ . . .	135
5.5. ГВГ от лазера с синхронизованными модами . . .	139
5.6. ГВГ внутри резонатора лазера . . .	140
5.7. Временные измерения в пикосекундном интервале с помощью ГВГ . . .	150
<b>Глава 6. Параметрическое преобразование частоты вверх . . .</b>	<b>154</b>
6.1. Введение . . .	154
6.2. Основные соотношения . . .	158
6.3. Фокусированные пучки . . .	159
6.4. Влияние фазового синхронизма . . .	163
6.5. Сравнение одномодового и многомодового преобразователей частоты вверх . . .	172
6.6. Шумовые свойства . . .	175
6.7. Параметрические преобразователи изображений . . .	181
6.8. Состояние экспериментальной разработки преобразователей частоты вверх . . .	187
<b>Глава 7. Оптические параметрические усилители и генераторы . . .</b>	<b>189</b>
7.1. Введение . . .	189
7.2. Коэффициенты усиления усилителя и генератора . . .	191
7.3. Влияние фазового рассогласования . . .	192
7.4. Параметрическая генерация . . .	194
7.5. Модовые скачки и кластерный эффект . . .	198
7.6. Ограничение мощности и насыщение усиления . . .	201

7.7. Генераторы повышенной стабильности . . .	206
7.8. Шумы оптического параметрического усилителя . . .	211
7.9. Требования к лазерной накачке . . .	213
Приложение I. Теизоры . . .	216
Приложение II. Нелинейные оптические восприимчивости . . .	219
Литература . . .	225
Дополнение . . .	233
Предметный указатель . . .	256