

Ф. Б. ЧЕРНЫЙ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

ИЗДАТЕЛЬСТВО „СОВЕТСКОЕ РАДИО“

МОСКВА—1962

Книга охватывает основной круг вопросов по распространению УКВ. В ней рассматривается ряд вопросов по распространению радиоволн и других диапазонов.

Книга предназначена служить учебным пособием по курсу распространения радиоволн для студентов радиотехнических факультетов вузов и может быть полезной для специалистов, работающих в области распространения радиоволн.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга предназначена служить учебным пособием по курсу распространения радиоволн главным образом для студентов радиотехнических факультетов вузов, специализирующихся в области техники УКВ.

Целью книги является ознакомление читателей как с основными теоретическими закономерностями и экспериментальными данными по распространению радиоволн, так и с основными методами теоретического исследования, в связи с чем в ней уделяется внимание не только окончательным выводам теории и экспериментальным фактам, но и математическому анализу рассматриваемых вопросов. Предполагается, что читатель знает теорию электромагнитного поля и математику в объеме соответствующих курсов, читаемых в радиотехнических вузах.

Приведенная в конце книги библиография по распространению радиоволн не претендует на полноту. Это — в основном литература, которая была использована при работе над рукописью книги; в ней читатель может найти оригинальные и дополнительные материалы по ряду вопросов, рассматриваемых в книге.

Считаю своим долгом выразить глубокую благодарность Я. С. Шифрину за ценные советы, полностью мной использованные и рецензенту и научному редактору Н. В. Осипову за ценные советы и большой труд по редактированию рукописи.

Выражаю также большую благодарность рецензенту Ф. Г. Бассу и В. А. Мисюре, прочитавшему 7 и 8 главы, за ряд важных замечаний.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

1. Свободное распространение радиоволн

Условия распространения радиоволн от передатчика к приемнику в связной линии или от радиолокатора к обнаруживаемому объекту и обратно к радиолокатору в радиолокационной линии оказывают существенное влияние на работу всей радиолинии в целом. Так, одна из основных характеристик любой радиолинии — ее дальность действия, определяется не только техническими данными передатчика и приемника, но и в весьма сильной степени зависит от условий распространения радиоволн. От этих же условий распространения зависит и ряд других технических характеристик радиолиний. Так, с изменением условий распространения радиоволн, кроме дальности действия, меняется и такая важная характеристика радиолокационной станции, как точность определения координат цели.

В данной книге рассматривается только так называемое свободное распространение радиоволн, не связанное с какими-либо искусственными устройствами, канализующими электромагнитную энергию. В этом случае распределение поля в пространстве определяется только диаграммами излучения антенн и такими естественными факторами, как земля и атмосфера. Ниже коротко рассматривается роль земли и атмосферы в распространении радиоволн.

2. Влияние земли на распространение радиоволн

Влияние земли в основном сводится к следующему. При распространении радиоволн между корреспондирующими пунктами или между радиолокационной станцией и целью может иметь место отражение радиоволн от поверхности земли. В этом случае поле в какой-либо точке *A* над поверхностью земли будет представлять собой сумму полей двух волн — прямой и отраженной

(рис. 1), имеющих разный сдвиг фаз в разных точках пространства. Вследствие этого дальность действия радиолокационной станции в одних направлениях значительно уменьшается, а в других увеличивается по сравнению с дальностью действия в свободном пространстве.

Отражение от земли существенно сказывается на работе радиолокационных станций метрового диапазона,



Рис. 1. Влияние земли на распространение радиоволн.

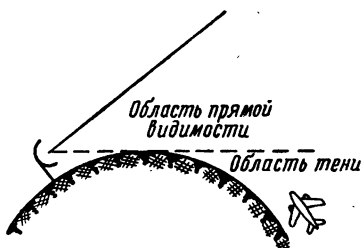


Рис. 2. Влияние сферичности земли на распространение радиоволн над ее поверхностью.

антенны которых обла- дают, как правило, широ- кой диаграммой направ- ленности. В этом случае значительная часть электромагнитной энергии попадает на землю и отражается от нее.

Отражение от земли также сказывается и на работе радиолокационных станций сантиметрового диапазона при обнаружении целей под небольшими углами места.

Степень влияния отражения радиоволн от поверхности земли на результирующее поле в месте приема определяется также электрическими параметрами земли.

На характер распространения радиоволн над поверхностью земли большое влияние оказывает ее сферичность (рис. 2). Вопрос о том, как велико поле в области тени, создаваемой выпуклостью земли, в какой степени радиоволны способны преодолеть эту выпуклость, или, иначе, в какой, степени они способны дифрагировать, зависит от длины волны. Чем длиннее волна, тем больше напряженность дифракционного поля. Так, обычные радиоприемники принимают сигналы вещательных радиостанций, расположенных относительно этих приемников глубоко в области тени. С другой стороны, радиолокационные станции, работающие на значительно более коротких волнах, чем те, которые применяются в радиовещании, не могут обнаружить цель, если она находится вне области прямой видимости в области тени.

На распространение радиоволн значительное влияние оказывает и рельеф земной поверхности; чем короче волна, тем это влияние больше. Очень часто прием из-за естественного препятствия (гора, скала, крутой обрыв), отделяющего приемник от передатчика, сильно ослаблен или отсутствует вовсе.

3. Влияние атмосферы на распространение радиоволн

Атмосферу обычно принято делить на три слоя: тропосферу, стратосферу, ионосферу. Тропосфера в среднем простирается до высоты 10—12 км, стратосфера — от 10—12 до 60 км, ионосфера — выше 60 км*.

Тропосфера представляет собой неоднородную в электрическом отношении среду, хотя бы уже потому, что плотность воздуха с высотой падает. Кроме того,



Рис. 3. Рефракция радиоволн.

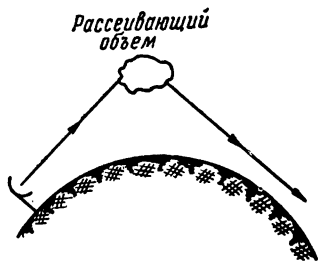


Рис. 4. Влияние электрических неоднородностей на распространение радиоволн.

с высотой меняются температура и влажность воздуха. Вследствие этого, в отличие от свободного пространства, в тропосфере происходит искривление пути распространения радиоволн, иначе говоря, имеет место явление рефракции радиоволн. Это явление может, например, привести к тому, что цель, находящаяся в области тени, может оказаться видимой (рис. 3).

Следует также отметить, что в тропосфере благодаря турбулентному движению воздуха всегда существуют электрические неоднородности, рассеивающие радиоволны. Это может оказаться причиной распространения достаточно коротких радиоволн далеко за пределы прямой видимости (рис. 4). Наряду с этим турбу-

* По данным исследований при помощи советских искусственных спутников Земли и ракет верхняя граница атмосферы простирается, по-видимому, до высот 2000—3000 км.

лентное движение воздуха является отрицательным фактором, ограничивающим точность измерения координат объектов радиотехническими методами.

В тропосфере происходит ослабление радиоволн из-за поглощения их как газами атмосферы, так и атмосферными образованиями — туманами, облаками, дождями и т. д. Однако ослабление практически ощутимо лишь на очень коротких радиоволнах. Ввиду этого при равных прочих условиях дальность действия радиолокационных станций, работающих на волнах короче 3 см,

меньше дальности действия радиолокационных станций, работающих на более длинных волнах.

В стратосфере особенности распространения радиоволн те же, что и в тропосфере, но они слабее выражены.

Ионосфера представляет собой ионизированный слой воздуха. Ионизация обусловлена главным образом действием ультрафиолетовых лучей Солнца. Ионосфера существенно влияет на распространение радиоволн, причем степень этого влияния ионосферы существенно зависит от длины волны. Так, радиоволны длиннее 6—8 м отражаются от ионосферы; при этом благодаря многократным последовательным отражениям от ионосферы и поверхности земли они распространяются на очень большие расстояния, даже при весьма незначительных мощностях передатчиков (рис. 5). Более короткие волны, как правило, от ионосферы не отражаются. Ионосфера для таких радиоволн прозрачна, как и для световых волн.

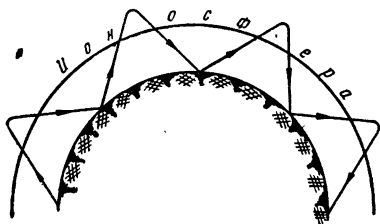


Рис. 5. Влияние ионосферы на распространение радиоволн.

4. Диапазоны радиоволн

Из изложенного ясно, что характер влияния тех или иных факторов на распространение радиоволн существенным образом зависит от длины волны. В соответствии с особенностями распространения радиоволн различной длины, а в некоторых случаях в соответствии с особенностями применяемых методов генерирования,

излучения и приема радиоволны делят на определенные диапазоны.

Как известно, радиоволнами вообще в настоящее время принято называть часть спектра электромагнитных волн, ограниченную интервалом волн $100 \text{ км} — 0,3 \text{ мм}$, что соответствует интервалу частот $3000 \text{ гц} — 1\,000\,000 \text{ Мгц}$.

В СССР принята следующая классификация радиоволн по диапазонам.

Название диапазона радиоволн	Длина волны в свободном пространстве (вакууме), м	Частота, Мгц
Сверхдлинные волны	100 000—10 000	$3 \cdot 10^{-3}—3 \cdot 10^{-2}$
Длинные волны	10 000—1 000	$3 \cdot 10^{-2}—3 \cdot 10^{-1}$
Средние волны	1 000—100	$3 \cdot 10^{-1}—3$
Короткие волны	100—10	3— $3 \cdot 10$
УКВ	10—0,001	$3 \cdot 10—3 \cdot 10^5$
а) метровые	10—1	$3 \cdot 10—3 \cdot 10^2$
б) дециметровые	1—0,1	$3 \cdot 10^2—3 \cdot 10^3$
в) сантиметровые	0,1—0,01	$3 \cdot 10^3—3 \cdot 10^4$
г) миллиметровые	0,01—0,001	$3 \cdot 10^4—3 \cdot 10^5$

5. Метод изучения свободного распространения радиоволн

Одновременное совместное влияние всех разнообразных факторов на распространение радиоволн учесть очень трудно. Однако во многих практически важных случаях в этом даже и нет необходимости, так как преобладающим оказывается влияние какого-либо одного или нескольких факторов. Поэтому естественным и вполне оправданным является рассмотрение распространения радиоволн сначала для идеализированных условий, в которых учитывается влияние одного или двух факторов.

Так, например, при изучении влияния земли на распространение радиоволн в атмосфере последнюю считают однородной средой, обладающей параметрами вакуума. Наоборот, при изучении влияния атмосферы на распространение радиоволн пренебрегают влиянием земли.

Далее, при изучении отражения радиоволн от земной поверхности или распространения радиоволн вдоль не-

больших участков поверхности земли ее рассматривают как плоскость.

Однако на практике возможны и такие случаи, когда трудно бывает сказать заранее, какой именно фактор оказывает доминирующее влияние на распространение радиоволн, что затрудняет идеализацию условий распространения. В таких случаях особенно важную роль приобретают экспериментальные исследования, к которым прибегают с целью установления преобладающего фактора или какой-либо экспериментальной закономерности.

6. Основные исходные положения теории

В теории свободного распространения радиоволн ставится следующая задача.

Задается распределение источников (излучателей) радиоволн и электрические параметры среды, окружающей источники.

Требуется определить электромагнитное поле, создаваемое этими источниками.

Исходными для решения данной задачи являются уравнения электромагнитного поля — уравнения Максвелла. На основании этих уравнений в теории свободного распространения радиоволн электромагнитное поле характеризуется двумя векторами: напряженностью электрического поля \mathbf{E} и напряженностью магнитного поля \mathbf{H} . Источники электромагнитного поля характеризуются вектором плотности электрических токов \mathbf{J} и плотностью электрических зарядов ρ . Следовательно, при изучении свободного распространения радиоволн эти две последние величины всегда считаются заданными и таким образом \mathbf{J} рассматривается как вектор плотности сторонних токов, а ρ — как плотность сторонних зарядов.

Предполагается, что электрические параметры среды, как это имеет место почти во всех случаях свободного распространения радиоволн, не зависят от величин напряженностей поля \mathbf{E} и \mathbf{H} .

В силу этого уравнения Максвелла оказываются линейными и можно считать, что все четыре величины \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{J} и ρ меняются со временем по гармоническому закону и, следовательно, зависимость от времени можно описывать при помощи комплексного множителя $e^{j\omega t}$.

Приведенные соображения позволяют в теории свободного распространения радиоволн базироваться на уравнениях Максвелла, представляемых (в практической системе единиц, которой мы будем в дальнейшем придерживаться *) в следующем виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (\text{I})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = j\omega\varepsilon'\mathbf{E} + \mathbf{J}, \quad (\text{II})$$

$$\operatorname{div} (\varepsilon'\mathbf{E}) = \rho, \quad (\text{III})$$

$$\operatorname{div} (\mu\mathbf{H}) = 0, \quad (\text{IV})$$

где μ — магнитная проницаемость среды,

ε' — комплексная диэлектрическая проницаемость среды, ε' выражается через обычную диэлектрическую проницаемость ε и проводимость σ формулой

$$\varepsilon' = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}. \quad (\text{V})$$

Все электрические параметры ε , μ , σ могут зависеть от пространственных координат. Следует также иметь в виду, что параметры ε , μ , σ , вообще говоря, зависят от частоты. Однако эта зависимость практически сказывается лишь в определенных интервалах частот.

В системе уравнений (I) — (IV) в силу тождества

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{E} \equiv 0$$

уравнение (IV) можно рассматривать как следствие уравнения (I).

Поскольку также имеет место

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} \equiv 0,$$

то уравнение (III) можно рассматривать как следствие уравнения (II) и уравнения непрерывности

$$\operatorname{div} \mathbf{J} + j\omega\rho = 0. \quad (\text{VI})$$

Итак, в теории свободного распространения радиоволн ставится следующая более конкретная задача: задано распределение в пространстве вектора плотности токов \mathbf{J} и требуется найти напряженности электромагнитного поля \mathbf{E} и \mathbf{H} .

* В отдельных случаях будут применяться и другие системы единиц, что будет оговорено.

ГЛАВА 1

ОБЛАСТЬ ПРОСТРАНСТВА, СУЩЕСТВЕННАЯ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

§ 1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В ОДНОРОДНОЙ НЕПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

1. Сведение системы уравнений электромагнитного поля к волновому уравнению

Однородной непоглощающей средой называют среду с постоянными во всем пространстве электрическими параметрами $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $\sigma = \text{const} = 0$.

Изучение свободного распространения радиоволн целесообразно начать с рассмотрения вопросов распространения радиоволн в однородной непоглощающей среде по двум причинам.

Во-первых, в некоторых случаях распространение радиоволн в воздухе происходит при отсутствии существенного влияния земли и ионосферы. В таких случаях в первом приближении атмосферу можно рассматривать как однородную непоглощающую среду, обладающую электрическими параметрами свободного пространства

$$\epsilon = \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{\text{ф}}{\text{м}},$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{з}}{\text{м}}.$$

Во-вторых, в результате анализа наиболее простого процесса распространения радиоволн, каковым является свободное распространение радиоволн в однородной непоглощающей среде, оказывается возможным выявить характерные особенности и более сложных процессов распространения радиоволн.

Исходными для анализа является основная пара уравнений Максвелла.

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (1.I)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} + \mathbf{J}. \quad (1.II)$$

При этом задача состоит в том, чтобы найти решение этой системы для всего пространства, за исключением областей, где $\mathbf{J} \neq 0$.

Считая плотность токов \mathbf{J} заданной, будем решать систему уравнений (1.I) и (1.II) относительно двух неизвестных функций \mathbf{E} и \mathbf{H} . Однако имеется возможность векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} выразить через один вектор $\mathbf{\Pi}$, называемый вектором Герца. Вектор Герца целесообразно вводить при наличии только прямолинейных, параллельных друг другу токов. Как убедимся в дальнейшем, в этом случае вектор Герца $\mathbf{\Pi}$ параллелен вектору плотности токов \mathbf{J} . Это обстоятельство представляет собой определенное удобство при анализе структуры электромагнитного поля.

Если вектор Герца ввести в рассмотрение, исходя из следующего соотношения

$$\mathbf{H} = j\omega\varepsilon \operatorname{rot} \mathbf{\Pi}, \quad (1.1)$$

тогда, подставив его в (1.I), получим выражение для напряженности электрического поля

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \psi + \omega^2\mu\varepsilon\mathbf{\Pi},$$

где ψ — произвольная скалярная функция.

Подставив последнее выражение и соотношение (1.1) в уравнение (1.II) и наложив на функцию ψ условие $\psi = -\operatorname{div} \mathbf{\Pi}$, получим

$$\underline{\mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{\Pi} + k^2\mathbf{\Pi}}, \quad (1.2)$$

где

$$k = \omega \sqrt{\mu\varepsilon} \quad (1.3)$$

— постоянная распространения, и следующее уравнение для вектора Герца

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{\Pi} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{\Pi} + k^2\mathbf{\Pi} + \frac{\mathbf{J}}{j\omega\varepsilon}. \quad (1.4)$$

Для областей пространства, где $\mathbf{J} = 0$, вместо уравнения (1.4) имеем

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{\Pi} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{\Pi} - k^2 \mathbf{\Pi}. \quad (1.4a)$$

Для таких областей пространства напряженность электрического поля может также вычисляться по формуле

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{\Pi}. \quad (1.5)$$

Разложив вектор $\mathbf{\Pi}$ по его составляющим в прямоугольной системе координат Π_x , Π_y , Π_z и воспользовавшись тождеством

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{\Pi} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{\Pi} = \mathbf{i} \nabla^2 \Pi_x + \mathbf{j} \nabla^2 \Pi_y + \mathbf{k} \nabla^2 \Pi_z, \quad (1.6)$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа}, \quad (1.7)$$

\mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные координатные векторы, уравнение (1.4) можно представить в виде трех скалярных уравнений:

$$\nabla^2 \Pi_x + k^2 \Pi_x = -\frac{J_x}{j\omega\epsilon}, \quad (1.8a)$$

$$\nabla^2 \Pi_y + k^2 \Pi_y = -\frac{J_y}{j\omega\epsilon}, \quad (1.8б)$$

$$\nabla^2 \Pi_z + k^2 \Pi_z = -\frac{J_z}{j\omega\epsilon}. \quad (1.8в)$$

Уравнения (1.8) представляют собой неоднородные волновые уравнения и, следовательно, (1.4) есть неоднородное *векторное волновое уравнение*.

2. Решение волнового уравнения. Расходящиеся волны. Условие излучения

Найдем сначала простейшее решение неоднородного волнового уравнения, которое, очевидно, соответствует случаю точечного излучателя. Практическую модель такого излучателя легче всего себе представить, если вместо вектора плотности электрических токов оперировать вспомогательным вектором \mathbf{P} , имеющим размерность электрической поляризации, т. е. размерность дипольного момента единицы объема.

Этот вектор определяется формулой

$$\rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}, \quad (1.9)$$

откуда согласно уравнению (VI) имеем

$$\mathbf{J} = j \omega \mathbf{P}. \quad (1.10)$$

Произведя в уравнениях (1.8) замену J_x, J_y, J_z на P_x, P_y, P_z и полагая вектор \mathbf{P} направленным вдоль оси X , приходим к одному скалярному уравнению для $\Pi_x = \Pi = U$

$$\nabla^2 U + k^2 U = -\frac{P}{\epsilon}, \quad (1.11)$$

причем

$$P = P_m(\xi, \eta, \zeta) e^{j\omega t},$$

где $P_m(\xi, \eta, \zeta)$ — амплитуда дипольного момента единицы объема в точке с координатами ξ, η, ζ .

Решение уравнения (1.11) для U , соответствующее *точечному* излучателю, должно обладать сферической симметрией, т. е. оно должно зависеть только от расстояния r до излучателя и, следовательно, во всем пространстве, кроме одной точки, должно удовлетворяться уравнение

$$\nabla^2 U + k^2 U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + k^2 U = 0. \quad (1.11a)$$

Уравнение (1.11a) математически допускает два частных решения. Однако только одно из них отвечает физическому смыслу задачи. Это то решение, которое соответствует *расходящимся* от источника сферическим волнам. Как нетрудно проверить непосредственной подстановкой в уравнение (1.11a), это решение имеет вид

$$U = C \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}. \quad (1.12)$$

Скорость распространения этих волн равна

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}. \quad (1.13)$$

В точке, где расположен излучатель, как видно из (1.12), U обращается в бесконечность, т. е. в этой точке U имеет особенность.

Второе частное решение соответствовало бы сферическим волнам, сходящимся к источнику с той же скоростью распространения (1.13).

Чтобы определить постоянную C , воспользуемся граничным условием, которое должно выполняться при

$$kr \ll 1. \quad (1.14)$$

При таких значениях r запаздыванием распространения поля можно пренебречь и решение для U должно получиться таким же, как и в случае квазистационарного поля.

В этом случае вместо уравнения (1.11) имеем

$$\nabla^2 U_{\text{ст}} = -\frac{P}{\epsilon}. \quad (1.15)$$

Следовательно, положив в (1.12)

$$kr \approx 0,$$

получим выражение

$$U \approx C \frac{e^{j\omega t}}{r} = U_{\text{ст}}, \quad (1.15a)$$

которое должно явиться решением уравнения (1.15).

Представив уравнение (1.15) в виде

$$\text{div grad } U_{\text{ст}} = -\frac{P}{\epsilon} \quad (1.16)$$

и проинтегрировав обе части по объему V , ограниченному сферической поверхностью S , охватывающей излучатель, найдем в правой части

$$-\frac{1}{\epsilon} \int P dV = -\frac{e^{j\omega t}}{\epsilon} \int P_m(\xi, \eta, \zeta) dV = -\frac{1}{\epsilon} p_m e^{j\omega t},$$

где p_m — дипольный момент объема V ; в левой части после применения теоремы Остроградского — Гаусса, учитывая (1.15a), имеем

$$\int_S \text{grad } U_{\text{ст}} dS = -e^{j\omega t} \int_S \frac{C}{r^2} dS = -4\pi C e^{j\omega t},$$

т. е.

$$C = \frac{1}{4\pi\epsilon} p_m.$$

Таким образом, точечный излучатель радиоволн представляет собой точечный диполь с дипольным моментом

$$p = p_m e^{j\omega t}$$

и решение волнового уравнения (1.11) для этого излучателя имеет вид

$$U = \frac{p_m}{4\pi\epsilon r} e^{j(\omega t - kr)}. \quad (1.17)$$

Соответственно, при произвольном направлении дипольного момента точечного излучателя вектор Герца будет равен

$$\Pi = \frac{p_m}{4\pi\epsilon} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}. \quad (1.18)$$

Практической моделью точечного излучателя радиоволн является электрический диполь с переменными во времени зарядами $\pm q$ на его концах, имеющий конечную постоянную длину l , удовлетворяющую неравенству

$$l \ll \lambda, \quad (1.19)$$

где λ — длина излучаемых радиоволн.

Таким образом, имеем

$$p = ql, \quad (1.20)$$

$$\frac{dq}{dt} l = j\omega p = Il,$$

$$j\omega p_m = I_m l, \quad (1.21)$$

где I_m — амплитудное значение тока I через диполь. Подставляя отсюда выражение для p_m в (1.18), получаем для элементарного электрического диполя

$$\Pi = \frac{I_m l}{j4\pi\omega\epsilon} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} = \frac{\Pi}{j4\pi\omega\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{r}. \quad (1.22)$$

Перейдем теперь к решению волнового уравнения в более общем случае. Очевидно, что излучатель более общего вида, занимающий объем V , можно рассматривать,

как непрерывное распределение точечных излучателей с плотностью дипольного момента, равной $\mathbf{P} = \mathbf{P}_m(\xi, \eta, \zeta) e^{j\omega t}$ и, следовательно, вектор Герца в этом случае будет равен

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\mathbf{P}_m(\xi, \eta, \zeta)}{r} e^{j(\omega t - kr)} dV = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\mathbf{P}}{r} e^{-jkr} dV; \quad (1.23)$$

здесь

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \quad (1.24)$$

— расстояние от текущей точки с координатами ξ, η, ζ до точки с координатами x, y, z , которая, как вытекает из приведенных выкладок, может находиться только вне объема V (рис. 1.1).

Возвращаясь к вектору плотности токов \mathbf{J} , учитывая (1.10), вместо (1.23) можем написать

$$\Pi = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \frac{\mathbf{J}e^{-jkr}}{r} dV. \quad (1.25)$$

Полученные решения волновых уравнений удовлетворяют одному существенно важному предельному равенству. Напишем это равенство применительно к решению уравнения (1.11).

Из двух частных решений этого уравнения было выбрано физически приемлемое решение, исходя из того требования, чтобы оно представляло собой расходящиеся от источника волны. Амплитуда этих волн убывает обратно пропорционально

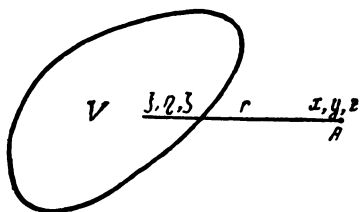


Рис. 1.1. Точка наблюдения A расположена вне области, где имеются источники.

расстоянию r от источника. Эти две особенности решения можно математически, как нетрудно проверить по формуле (1.17), выразить одним предельным равенством, а именно:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[r \left(\frac{\partial U}{\partial r} + jkU \right) \right] = 0. \quad (1.26)$$

Это предельное равенство называется *условием излучения*.

Очевидно, что решение любого неоднородного волнового уравнения с любым распределением источников в ограниченной области, соответствующее излучению волн, должно удовлетворять условию излучения (1.26).

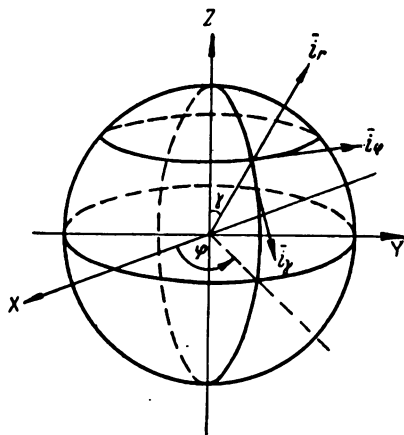


Рис. 1.2. К определению поля элементарного вибратора.

В заключение этого параграфа найдем выражение для напряженностей поля электрического диполя.

Так как в теории свободного распространения радиоволн интересуются полем лишь в волновой или, иначе, в дальней зоне, т. е. на расстояниях r от диполя, для которых выполняется неравенство

$$kr \gg 1, \quad (1.27)$$

то будем вычислять эти напряженности только для этой зоны. Вычисления производятся по формулам (1.1) и (1.2), причем используется сферическая система координат r, γ, φ с соответствующими единичными векторами по координатным осям $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\gamma, \mathbf{i}_\varphi$ и полярной осью, направленной вдоль оси вибратора (рис. 1.2). Учитывая, что в соответствии с формулой (1.22)

$$\Pi_r = \Pi \cos \gamma, \quad \Pi_\gamma = -\Pi \sin \gamma, \quad \Pi_\varphi = 0,$$

и пренебрегая слагаемыми с $\frac{1}{kr}$ в степени выше первой, получаем

$$\operatorname{div} \Pi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Pi_r) \approx -jk \Pi_r,$$

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \Pi = \frac{\partial}{\partial r} (\operatorname{div} \Pi) \mathbf{i}_r \approx -k^2 \Pi_r \mathbf{i}_r,$$

$$\operatorname{rot} \Pi \approx \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\varphi) \mathbf{i}_\varphi \approx -jk \Pi_\varphi \mathbf{i}_\varphi;$$

для составляющих напряженностей поля находим

$$\mathbf{E} = k^2 (\Pi - \Pi_r \mathbf{i}_r) = -k^2 \Pi \sin \gamma \mathbf{i}_r, \quad (1.28)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \varepsilon \operatorname{rot} \Pi = -\omega \varepsilon k \Pi \sin \gamma \mathbf{i}_\varphi; \quad (1.29)$$

откуда получаем

$$E = E_r = \frac{jk^2 I_m l}{4\pi \omega \varepsilon} \sin \gamma \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}, \quad (1.30)$$

$$H = H_\varphi = \frac{jk I_m l}{4\pi} \sin \gamma \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r}. \quad (1.31)$$

Так как вектор скорости распространения волны \mathbf{v} совпадает с направлением единичного вектора \mathbf{i}_r , то из формул (1.28) и (1.29) следует, что все три вектора \mathbf{v} , \mathbf{E} , \mathbf{H} взаимно перпендикулярны.

§ 2. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА — ФРЕНЕЛЯ

В настоящем параграфе приведем обоснование весьма важного принципа, широко используемого в теории распространения радиоволн, — принципа Гюйгенса — Френеля и рассмотрим те явления в распространении радиоволн, которые истолковываются с помощью этого принципа. При этом обосновании исходят из некоторых соотношений, вытекающих в свою очередь из волновых уравнений (1.8). Чтобы получить эти соотношения, воспользуемся вторым тождеством Грина, которое формулируется следующим образом. Пусть ψ и φ — любые функции координат в области V , ограниченной замкнутой поверхностью S , имеющие непрерывные частные производные до второго порядка включительно.

Тогда имеет место следующее соотношение:

$$\int_V (\psi \nabla^2 \varphi - \varphi \nabla^2 \psi) dV = \int_S \left(\psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS, \quad (1.32)$$

где \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности S , ограничивающей область V .

Применим к какой-либо составляющей вектора $\mathbf{П}$, например к P_x , формулу (1.32), положив $\psi = P_x$. В качестве же функции φ , которая является вспомогательной, возьмем функцию

$$\varphi = \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (1.33)$$

где r — расстояние, определяемое равенством (1.24).

Как видно из (1.33), функция φ выражает собой сферическую волну, исходящую из точки с координатами ξ, η, ζ .

Пусть область V ограничена двумя замкнутыми поверхностями S и S' (рис. 1.3), точка наблюдения A с координатами x, y, z находится *внутри* этой области, а излучатели — как внутри, так и вне ее. В этом случае функция φ не удовлетворяет условиям применимости тождества Грина; поскольку в точке $\xi = x, \eta = y, \zeta = z$ она обращается в бесконечность. Поэтому для применения тождества Грина исключим из области V точку наблюдения A с помощью небольшой сферы S_1 радиуса a с центром в этой точке. Применим теперь (1.32) к области V' , ограниченной поверхностями S, S' и S_1 (рис. 1.4). При этом воспользуемся уравнениями, которым удовлетворяют функции φ и P_x .

Функция φ удовлетворяет волновому уравнению

$$\nabla^2 \varphi + k^2 \varphi = 0$$

как по переменным x, y, z , так и по переменным ξ, η, ζ , а функция P_x , как следует из (1.8), удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 P_x + k^2 P_x = -\frac{J_x}{j\omega \epsilon}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \Pi_x \nabla^2 \varphi - \varphi \nabla^2 \Pi_x &= \Pi_x (-k^2 \varphi) - \varphi \left(-k^2 \Pi_x - \frac{J_x}{j\omega \varepsilon} \right) = \\ &= \varphi \frac{J_x}{j\omega \varepsilon} \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{j\omega \varepsilon} \int_V J_x \varphi dV &= \int_S \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS + \\ &+ \int_{S'} \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS + \int_{S_1} \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS. \end{aligned}$$

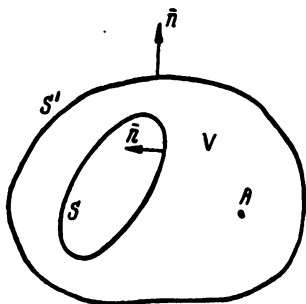


Рис. 1.3. Область V , к которой применяется функция Грина, ограничена двумя замкнутыми поверхностями S и S' .

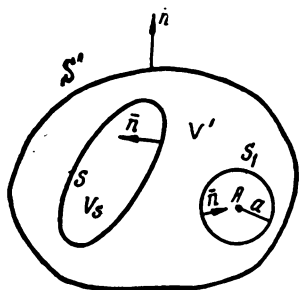


Рис. 1.4. Исключение из области V особенности в точке A .

Вычислим интеграл по поверхности сферы S_1 , устремляя радиус сферы к нулю,

$$\varphi \Big|_{S_1} = \frac{e^{-jka}}{a}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{S_1} = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{S_1} = jk \frac{e^{-jka}}{a} + \frac{e^{-jka}}{a^2};$$

применяя теорему о среднем значении, находим

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow 0} \int_{S_1} \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS &= \lim_{a \rightarrow 0} \left\{ \left[\Pi_x \text{ср} \left(\frac{e^{-jka}}{a} jk + \frac{e^{-jka}}{a^2} \right) - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{e^{-jka}}{a} \left(\frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right)_{\text{ср}} \right] 4\pi a^2 \right\} = 4\pi \Pi_x(A). \end{aligned}$$

Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \Pi_x(A) = & \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J}_x \varphi dV - \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \left(\Pi_x \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi_x}{\partial n} \right) dS. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Аналогичные равенства можно получить и для составляющих Π_y и Π_z . Умножая правые и левые части этих равенств на соответствующие единичные векторы и производя сложение левых и правых частей равенств, получаем следующее интегральное соотношение для вектора Π :

$$\begin{aligned} \Pi(A) = & \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dV - \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Выясним физический смысл интегралов, входящих в правую часть выражения (1.35).

Предположим, что токи внутри области V равны нулю. Тогда

$$\begin{aligned} \Pi(A) = & - \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS. \end{aligned} \quad (1.36a)$$

С другой стороны, применяя тождество Грина ко всей области, ограниченной замкнутой поверхностью S' , наряду с формулой (1.36a) получаем

$$\Pi(A) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_{V_S} \mathbf{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dV - \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS, \quad (1.36b)$$

где V_S — объем, ограниченный замкнутой поверхностью S .

Сравнивая выражения (1.36a) и (1.36b), находим

$$\frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_{V_S} \mathbf{J} \frac{e^{-jkr}}{r} dV = - \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS.$$

Выражение в левой части последнего равенства в точности равно значению вектора Герца в точке A (1.25), если токи внутри объема V_S отличны от нуля и всюду вне этого объема равны нулю.

Отсюда получаем два равенства

$$\Pi(A) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS, \quad (1.37a)$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S'} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS = 0, \quad (1.37b)$$

где S — замкнутая поверхность, охватывающая только излучатели, точка же наблюдения A расположена вне ее;

S' — замкнутая поверхность, охватывающая излучатели и точку наблюдения A .

Следовательно, в соответствии с формулами (1.25) и (1.37a) поле в какой-либо точке A может быть определено как поле *первичных излучателей* непосредственно либо *может рассматриваться как суммарное поле вторичных источников, или вторичных излучателей, непрерывно распределенных по замкнутой поверхности, охватывающей первичные источники* (рис. 1.5).

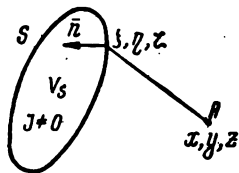


Рис 1.5. К формулировке принципа Гюйгенса—Френеля.

Вводя в рассмотрение понятие вторичного излучателя, следует, однако, иметь в виду, что такой единичный излучатель не может быть физически реализован, ибо реально проявляется лишь интегральный эффект вторичных излучателей.

В этом смысле единичный вторичный излучатель следует понимать лишь как некоторый воображаемый излучатель.

Понятие вторичного источника впервые было введено Гюйгенсом во второй половине XVII века. Гюйгенс ставил перед собой задачу объяснить прямолинейное распространение света, исходя из волновой теории света. Для этой цели он сформулировал принцип, названный впоследствии его именем. Сущность принципа Гюйгенса состоит в допущении возможности замены волновой по-

верхности системой вторичных источников сферических волн. Согласно принципу Гюйгенса каждая точка волновой поверхности может рассматриваться как источник вторичных сферических волн. Соответственно перемещение волновой поверхности сводится к распространению этих вторичных сферических волн; волновая поверхность после перемещения находится как огибающая вторичных сферических волн (рис. 1.6). Однако для объяснения дифракционных явлений принцип Гюйгенса недостаточен.

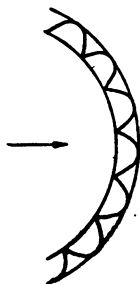


Рис. 1.6. К формулировке принципа Гюйгенса.

В начале прошлого века Френель для объяснения явлений дифракции и интерференции света обобщил принцип Гюйгенса. Френель обогатил вторичные источники дополнительными физическими характеристиками, сделав правильные предположения об амплитуде колебаний вторичных излучателей и направленности их излучения. Как будет показано, суммарный эффект френелевских вторичных источников, непрерывно распределенных по замкнутой поверхности, охватывающей первичный источник, с точностью до

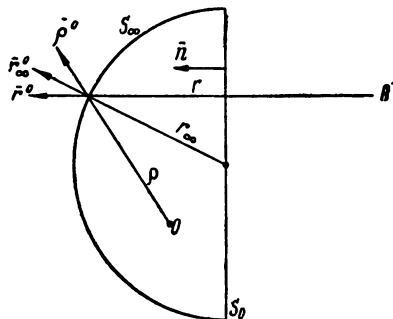


Рис. 1.7. К определению поля через вторичные источники, непрерывно распределенные по безграничной плоскости, расположенной между первичным излучателем и точкой наблюдения.

фазового множителя $e^{j\frac{\pi}{2}}$ определяется поверхностным интегралом в формуле (1.37a). Поэтому выражение (1.37a) и должно рассматриваться как математическая формулировка принципа Гюйгенса — Френеля. Формулы (1.37) для скалярных функций впервые вывел Кирхгоф в прошлом веке. Рассмотрим важный случай применения формулы (1.37a).

Пусть поверхность S состоит из двух частей — плоскости S_0 и полусферы S_∞ радиуса r_∞ с центром на плоскости S_0 (рис. 1.7).

Тогда согласно формуле (1.37а) получим

$$\begin{aligned} \Pi(A) = & -\frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS - \\ & -\frac{1}{4\pi} \int_{S'_\infty} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS. \end{aligned}$$

Вычислим интеграл по поверхности S_∞ . При этом для конкретности предположим, что имеется один единственный первичный излучатель, расположенный в точке O , — элементарный диполь. Мы имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{d\varphi}{dr} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0)^*, \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial n} = \frac{d\Pi}{d\rho} \cos(\mathbf{n}, \vec{\rho}^0), \quad (1.39)$$

причем

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dr} &= -jk \frac{e^{-jkr}}{r} \left(1 + \frac{1}{kr} \right), \\ \frac{d\Pi}{d\rho} &= -jk \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \left(1 + \frac{1}{k\rho} \right) \mathbf{C}, \end{aligned}$$

где введено обозначение

$$\mathbf{C} = \frac{\Pi}{j4\pi\omega\epsilon}. \quad (1.40)$$

Если поверхность полусферы S_∞ достаточно большого радиуса r_∞ , то выполняются неравенства

$$kr \gg 1,$$

$$k\rho \gg 1,$$

а поэтому можно считать

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} \approx -jk \frac{e^{-jkr}}{r} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0), \quad (1.41)$$

* Индексом «0» сверху отмечается единичный вектор.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial n} \approx -jkC \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \cos(\mathbf{n}, \vec{\rho}^0). \quad (1.42)$$

Следовательно, при достаточно большом r_∞ имеем

$$\begin{aligned} & \int_{S_\infty} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS = \\ & = -jkC \int_{S_\infty} e^{-jk(\rho+r)} [\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0) - \cos(\mathbf{n}, \vec{\rho}^0)] \frac{dS}{\rho r}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

При устремлении радиуса полусферы r_∞ к бесконечности

$$\lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0) = -1, \quad (1.44)$$

$$\lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \cos(\mathbf{n}, \vec{\rho}^0) = -1, \quad (1.45)$$

причем произведение остальных сомножителей в подынтегральном выражении правой части равенства (1.43) остается конечным.

Откуда следует, что

$$\lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (1.46)$$

Отметим, что если бы внутри замкнутой поверхности S находилось несколько первичных излучателей, то интеграл по поверхности S_∞ полусферы бесконечного радиуса все равно равнялся бы нулю, так как все эти первичные излучатели находятся на конечном расстоянии и при $r_\infty \rightarrow \infty$ для каждого из них выполняются предельные равенства (1.44) и (1.45).

Таким образом, в рассматриваемом случае формула (1.37a) принимает вид

$$\Pi(A) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_a} \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS. \quad (1.47)$$

§ 3. ОБЛАСТЬ, СУЩЕСТВЕННАЯ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

1. Специальный выбор вспомогательной функции φ

В предыдущем параграфе было показано, что в однородной безграничной среде поле может быть выражено через поверхностный интеграл по безграничной плоскости, расположенной между излучателем и точкой наблюдения по формуле (1.47).

В настоящем параграфе будет показано, что существует наиболее важная область интегрирования по плоскости S_0 . Отсюда последует вывод о наличии существенной области пространства для распространения радиоволн.

Для облегчения дальнейшего анализа воспользуемся возможностью упрощения поверхностного интеграла (1.47). Наличие такой возможности обусловлено некоторой свободой выбора вспомогательной функции φ . Из приведенных выше выкладок следует, что для получения поверхностного интеграла в (1.37а)

$$\int_S \left(\Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \Pi}{\partial n} \right) dS$$

важно лишь, чтобы φ удовлетворяла двум требованиям: она должна удовлетворять волновому уравнению

$$\nabla^2 \varphi + k^2 \varphi = 0$$

и представлять собой решение этого уравнения, соответствующее расходящимся волнам.

Можно поэтому подобрать такие функции φ , которые удовлетворяли бы этим требованиям и вместе с тем на поверхности S удовлетворялось бы условие

$$\varphi = 0 \quad (1.48)$$

или условие

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0. \quad (1.49)$$

Тогда исчезнет либо второе, либо первое слагаемое подынтегрального выражения. Функция, которая удовлетворяет условию (1.48) или условию (1.49), помимо ранее наложенных условий на функцию φ , называется

функцией Грина. Особенно легко построить функции Грина, если поверхность интегрирования S является безграничной плоскостью. Именно этот случай нас и интересует. Здесь функцией Грина может являться функция

$$\varphi = \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} - \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \quad (1.50a)$$

либо функция

$$\varphi = \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2}, \quad (1.50б)$$

где r_1 — расстояние от точки наблюдения A до какой-либо точки области, где расположена точка наблюдения,

r_2 — расстояние от зеркального изображения точки наблюдения, т. е. точки A' , до той же точки (рис. 1.8).

Легко видеть, что в случае (1.50a) на плоскости S_0 :

$$1) \varphi = 0, \quad (1.48)$$

$$2) \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right), \quad (1.51)$$

так как на этой плоскости

$$r_1 = r_2 = r.$$

В случае же (1.50б) на плоскости S_0 :

$$1) \varphi = 2 \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad (1.52)$$

$$2) \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0, \quad (1.49)$$

так как

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right)_{S_0} = - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} \right)_{S_0}. \quad (1.53)$$

Таким образом, подставив в (1.47) φ из (1.50а), получим

$$\Pi(A) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S'_0} \Pi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dS. \quad (1.54)$$

Пользуясь формулой (1.54), можем вычислить поле в точке A по вторичным источникам, расположенным на безграничной плоскости, которую для упрощения расло-

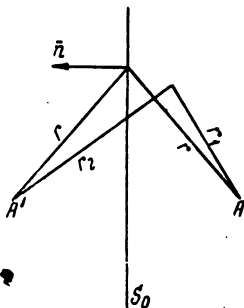


Рис. 1.8. К выбору функции Грина.

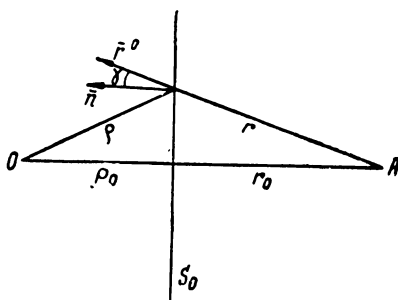


Рис. 1.9. К анализу интеграла в (1.57).

ложим перпендикулярно линии наблюдения OA (рис. 1.9).

Приняв за первичный излучатель элементарный диполь с моментом, параллельным плоскости S_0 , под знак интеграла подставим

$$\Pi(\rho) = C \frac{e^{-jk\rho}}{\rho}.$$

Далее в (1.54) подставляем

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0).$$

В практике распространения радиоволн расстояние между излучателем и точкой наблюдения всегда велико по сравнению с длиной волны, так как всегда интересуются полем в дальней зоне. Следовательно, всегда имеет место неравенство

$$k(\rho_0 + r_0) = \frac{2\pi}{\lambda}(\rho_0 + r_0) \gg 1. \quad (1.55)$$

Поэтому для упрощения выкладок можем расположить воображаемую плоскость S_0 так, чтобы имело место неравенство

$$kr_0 = \frac{2\pi r}{\lambda} r_0 \gg 1. \quad (1.56)$$

Тогда, учитывая (1.41), получаем

$$П(A) = \frac{j}{\lambda} C \int_{S_0} \frac{e^{-jk(\rho+r)}}{\rho r} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0) dS. \quad (1.57)$$

Этот интеграл и будем анализировать.

2. Зоны Френеля

Анализ интеграла (1.57) позволяет установить наличие области, существенной в распространении радиоволн. Этот анализ удобно проводить с помощью построения зон Френеля.

Как следует из (1.57), каждый элемент поверхности создает в точке наблюдения A поле (множитель j опускаяем)

$$dS \frac{1}{\lambda} C \frac{\cos \gamma}{\rho r} e^{-jk(\rho+r)},$$

амплитуда которого

$$dS \frac{1}{\lambda} C \frac{\cos \gamma}{\rho r},$$

а фаза

$$k(\rho+r) = \psi,$$

где согласно рис. 1.9 $\cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0) = \cos \gamma$.

Произведем геометрическое суммирование полей волн, создаваемых различными элементами dS поверхности S_0 .

Для этой цели разделим поверхность S_0 на зоны Френеля (рис. 1.10), определяемые следующими равенствами:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) &= \frac{\lambda}{2}, \\ \rho_2 + r_2 - (\rho_0 + r_0) &= 2 \frac{\lambda}{2}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \rho_n + r_n - (\rho_0 + r_0) &= n \frac{\lambda}{2}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

Согласно этим равенствам вторичные источники, расположенные на границах двух соседних зон, излучают волны, приходящие в точку наблюдения A в противофазе.

Произведем сначала сложение волн, создаваемых элементами поверхности dS , находящимися в пределах

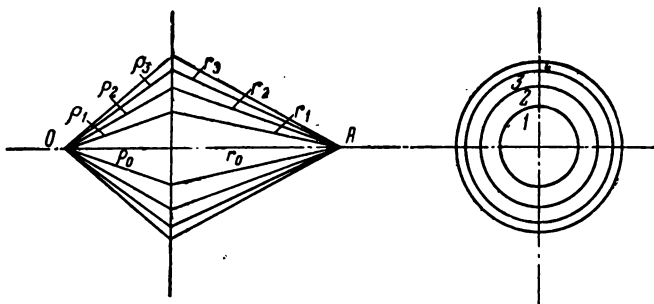


Рис. 1.10. К определению зон Френеля.

каждой зоны в отдельности, а затем найдем суммарное поле, обусловленное всеми зонами Френеля.

Для упрощения предположим, что, кроме неравенства (1.56), выполняется также и неравенство

$$k\rho_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \rho_0 \gg 1. \quad (1.59)$$

В этом случае при переходе от одной зоны к другой амплитуда колебаний каждого элемента площади dS меняется незначительно, и еще меньше меняется амплитуда колебаний элемента dS при перемещениях в пределах одной зоны.

В силу этого каждую зону Френеля можно разделить на некоторое число равных по площади концентрических колец; при этом волны, создаваемые каждым кольцом, почти не будут отличаться друг от друга по амплитуде. В основном они будут отличаться по фазе; так, например, при разделении первой зоны Френеля на 10 колец фазы колебаний источников двух соседних колец будут отличаться друг от друга на 18° .

Геометрическое сложение колебаний волн вторичных источников для этого случая показано на рис. 1.11, где результирующая амплитуда волны обозначена через B_1 .

В действительности же при переходе от одного вторичного источника к соседнему фаза меняется плавно

и вместо ломаной линии получим плавную кривую (рис. 1.12).

Результирующий вектор волны от вторичных источников второй зоны Френеля \mathbf{B}_2 будет направлен противоположно вектору \mathbf{B}_1 и по длине короче вследствие увеличения расстояний ρ , r и уменьшения $\cos \gamma$.

Результирующий вектор \mathbf{B}_3 будет меньше по длине вектора \mathbf{B}_2 и направлен противоположно последнему. \mathbf{B}_4 направлен противоположно вектору \mathbf{B}_3 и по длине меньше его и т. д. (рис. 1.12).

Следовательно, поскольку фазы колебаний двух соседних векторов отличаются на π , векторы \mathbf{B}_i коллинеарны и



Рис. 1.11. Геометрическое суммирование колебаний волн вторичных источников, расположенных в пределах первой зоны Френеля.

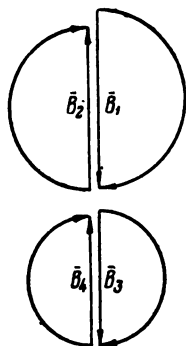


Рис. 1.12. Суммирование колебаний волн вторичных источников, расположенных в пределах двух соседних зон Френеля.

геометрическое суммирование сводится к алгебраическому. Заметим, что, как видно из рис. 1.11 и 1.12, фаза результирующей волны отличается от фазы волн, создаваемых вторичными источниками, расположенными в центре первой зоны, на $\frac{\pi}{2}$. Повернув результирующий вектор в соответствии с имеющимся в (1.57) фазовым множителем j на $\frac{\pi}{2}$ против часовой стрелки, получим правильную фазу результирующей волны, совпадающую с фазой волн от вторичных источников, расположенных в центре первой зоны.

Итак, разделение плоскости S_0 на зоны Френеля позволяет представить результирующую амплитуду волн вторичных источников всех зон Френеля в виде знакопеременного сходящегося ряда

$$B = B_1 - B_2 + B_3 - B_4 + B_5 - B_6 + B_7 - B_8 + \dots, \quad (1.60)$$

который с точностью до множителя j равен значению $\Pi(A)$ в формуле (1.57). Очевидно, что члены ряда в силу (1.55) будут тем меньше отличаться друг от друга, чем короче длина волны. В этом случае каждый член ряда мало отличается от среднего арифметического из соседних членов и из представления ряда (1.60) в виде

$$B = \frac{B_1}{2} + \left(\frac{B_1}{2} - B_2 + \frac{B_3}{2} \right) + \left(\frac{B_3}{2} - B_4 + \frac{B_5}{2} \right) + \dots,$$

причем $\lim_{n \rightarrow \infty} B_n = 0$, заключаем, что

$$B \approx \frac{B_1}{2}.$$

Это равенство тем точнее, чем сильнее неравенство (1.55).

Легко также показать, что ряд (1.60) во всяком случае не превосходит величину B_1 .

В самом деле, рассматривая члены ряда (1.60) как геометрическую прогрессию со знаменателем $-q$, где $0 < q < 1$, получаем

$$B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_1 [1 - (-q)^n]}{1 + q} = \frac{B_1}{1 + q} < B_1,$$

отсюда следует, что поскольку всегда $q < 1$, то

$$B_1 > B > \frac{B_1}{2}.$$

Как следует из рис. 1.12, суммирование может быть представлено скручивающейся спиралью (рис. 1.13). Отрезок между началом O и концом стрелки показывает величину результирующего колебания при перемещении по спирали. При приближении к фокусу спирали результирующая амплитуда колебаний стремится к $\frac{B_1}{2}$.

Результат суммирования членов ряда (1.60) можно также представить в виде графика, изображенного на рис. 1.14, из которого также видна сходимости ряда к $\frac{B_1}{2}$.

Поскольку ряд (1.60) является сходящимся, то получаем важный вывод: результирующее поле в точке наблюдения в основном создается волнами вторичных

излучателей, расположенных в пределах первых нескольких зон Френеля. Вклад в суммарное поле, вносимый волнами вторичных излучателей остальных зон Френе-

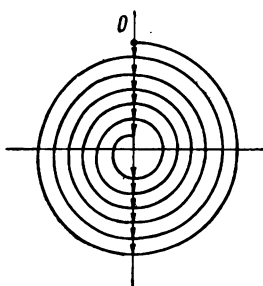


Рис. 1.13. Суммирование колебаний вторичных источников в виде скручивающейся спирали.

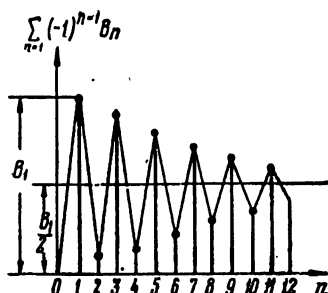


Рис. 1.14. К вычислению суммы ряда (1.60).

ля в силу быстрой сходимости ряда (1.60) пренебрежи-
мо мал.

Рассмотрим, каковы размеры зон Френеля.

Пусть радиус первой зоны Френеля R_1 . Тогда в си-
лу неравенств (1.55) и (1.59) получим

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{\rho_0^2 + R_1^2} \approx \rho_0 + \frac{R_1^2}{2\rho_0}, \\ r_1 &= \sqrt{r_0^2 + R_1^2} \approx r_0 + \frac{R_1^2}{2r_0}, \\ \rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) &\approx \frac{R_1^2}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right) = \frac{\lambda}{2}, \end{aligned} \right\} (1.61)$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{\lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.62)$$

Аналогично для внешнего радиуса кольца n -й зоны на-
ходим

$$R_n = \sqrt{\frac{n \lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}. \quad (1.63)$$

Площади у всех зон одинаковы и равны

$$\frac{\pi \lambda \rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}.$$

Из формулы (1.63) можно заключить, что

$$R_n \sim \sqrt{n\lambda R}, \quad (1.64)$$

где R — наименьшая из величин ρ_0 и r_0 . Основной вклад в поле в точке A вносят вторичные источники, расположенные на участке плоскости S_0 , размер которого определяется приближенно формулой (1.63), где n — небольшое число.

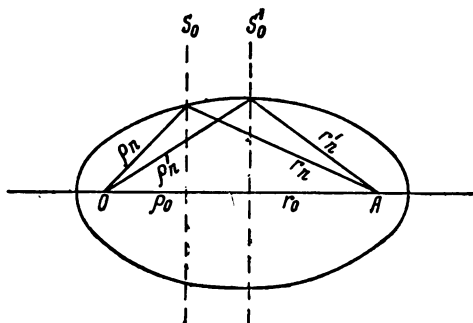


Рис. 1.15. К определению пространственных зон Френеля.

Чем меньше длина волны λ при фиксированном значении расстояния $\rho_0 + r_0$ между излучателем и точкой наблюдения, тем больше число n зон Френеля, образующих существенный участок интегрирования.

Предположим, что плоскость S_0 перемещается вдоль линии наблюдения OA между точками O и A . Легко видеть, что в этом случае границы зон Френеля будут описывать части поверхностей эллипсоидов вращения, так как при этом

$$\rho_n + r_n = \rho_0 + r_0 + n \frac{\lambda}{2} = \text{const}, \quad (1.65)$$

а это есть уравнение эллипсоида вращения с фокусами в точках O и A (рис. 1.15). Область пространства между двумя соседними эллипсоидами называют пространственной зоной Френеля. Наибольший размер сечения эллипсоида равен $\frac{1}{2} \sqrt{n\lambda R_0}$, где $R_0 = \rho_0 + r_0$.

Таким образом, из проведенного анализа можно сделать весьма важный вывод о наличии области простран-

ства, существенно участвующей в распространении радиоволн. Эта область ограничена эллипсоидом, соответствующим внешней границе пространственной зоны Френеля с небольшим номером. Эта область тем более резко выражена, т. е. эллипсоид существенной области тем больше вытянут, чем лучше выполняется неравенство (1.55).

При $\lambda \rightarrow 0$ все эллипсоиды превращаются в линию, соединяющую источник и точку наблюдения. Отсюда следует объяснение прямолинейного распространения света. В самом деле, в случае световых волн длина волны весьма мала по сравнению с расстоянием между источником и точкой наблюдения, и существенный эллипсоид настолько сильно вытянут, что он представляется прямой линией.

3. Метод стационарной фазы

Метод стационарной фазы — это метод приближенного аналитического вычисления интегралов типа (1.57). Наводящие соображения о возможности такого вычисления содержатся в проведенном с помощью зон Френеля анализе интеграла (1.57)

$$\Pi(A) = \frac{jC}{\lambda} \int_{S_0} \frac{e^{-jk(\rho+r)}}{\rho r} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}^0) dS.$$

Здесь подынтегральное выражение состоит из быстро меняющегося фазового множителя и медленно меняющихся множителей. Как было показано, основной вклад в результирующее поле вносят колебания вторичных источников, расположенных в пределах участка, состоящего из первых нескольких зон Френеля. Поэтому, введя прямоугольную систему координат X, Y, Z с плоскостью YZ , совпадающей с S_0 , и осью X , совпадающей с линией наблюдения OA , можем для этого участка считать, что

$$\begin{aligned} \rho + r &= \rho_0 \sqrt{1 + \frac{y^2 + z^2}{\rho_0^2}} + r_0 \sqrt{1 + \frac{y^2 + z^2}{r_0^2}} \approx \\ &\approx \rho_0 + r_0 + \frac{y^2 + z^2}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right), \end{aligned} \quad (1.66)$$

и, следовательно, быстро меняющийся фазовый множитель представить в виде

$$e^{-jk(\rho_0+r_0)} - \frac{jk}{2}(y^2+z^2)\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right).$$

Медленно меняющиеся множители можно считать постоянными и равными их значениям в точке пересечения линии наблюдения с плоскостью S_0 , т. е. в центре первой зоны Френеля, и вынести их за знак интеграла. Следовательно,

$$\Pi(A) = \frac{j}{\lambda} C \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0 r_0} \iint e^{-j\frac{k}{2}(y^2+z^2)\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right)} dydz. \quad (1.67)$$

Интегрирование производится в пределах существенного участка или же в бесконечных пределах, поскольку вклад интеграла по участкам поверхности, лежащим вне существенного участка, ничтожно мал.

Так как в центре первой зоны Френеля фаза $\psi = =k(\rho+r)$ имеет экстремальное, стационарное значение (в данном случае минимальное значение), то этот метод вычисления интеграла называется методом стационарной фазы.

Метод стационарной фазы справедлив и в том случае, если, кроме фазового множителя, быстро меняется ρ или r , например, когда ρ или r принимают малые значения, близкие к нулю. В этом случае существенная область интегрирования тоже находится в окрестности участка поверхности, где фаза $\psi = k(\rho+r)$ принимает экстремальное значение, однако множитель $\frac{1}{\rho}$ или $\frac{1}{r}$ уже нельзя вынести за знак интеграла.

4. Дифракция от края непрозрачного экрана

Полученные в предыдущем параграфе результаты можно, в частности, применить к рассмотрению вопроса о дифракции радиоволн от края экрана. Очевидно, что распространение радиоволн при наличии препятствий по крайней мере качественно аналогично дифракции радиоволн от края экрана. Экран можно представить себе в виде полубесконечного тонкого металлического листа, расположенного на пути распространения радиоволн.

Выясним, каково влияние экрана на поле в точке наблюдения. Очевидно, что влияние экрана будет зна-

чительным, если он пересекает первые пространственные зоны Френеля. Если экран полностью пересекает эллипсоид существенной области, то поле будет сильно ослаблено (рис. 1.16).

Определим поле в точке A в присутствии полубесконечного экрана (рис. 1.17).

Для этого можем воспользоваться формулой (1.54). Однако значение вектора Герца Π на плоскости S_0 , которую считаем совмещенной с плоскостью экрана, неизвестно. Кирхгоф, встречаясь с подобными затруднениями при решении оптических дифракционных задач, впервые указал, как преодолеть эти затруднения. Делаются два предположения: поле в части плоскости, дополняющей плоскость экрана, совпадает с невозмущенным полем, которое имело бы место при отсутствии экрана; токи на теневой стороне экрана настолько слабы,

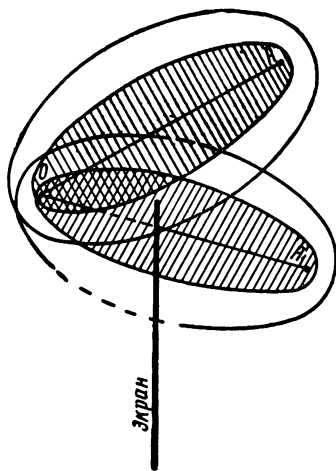


Рис. 1.16. К качественному определению влияния экрана на распространение радиоволн.

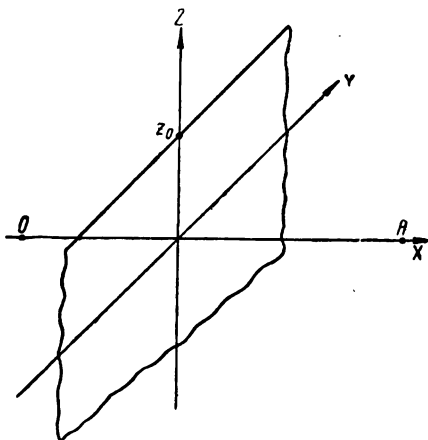


Рис. 1.17. К вычислению поля за экраном.

что ими в первом приближении можно пренебречь. При этих допущениях, используя прямоугольную систему координат с координатной плоскостью YZ , совмещенной с плоскостью экрана и осью X , совпадающей с линией наблюдения OA (рис. 1.17), можем непосредственно применить формулу (1.67). При этом в соответствии с методом Кирхгофа интеграл в (1.67) должен быть взят по части плоскости, дополняющей плоскость экрана.

Введем в формулу (1.67) новые переменные интегрирования

$$\left. \begin{aligned} z \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right)} &= u, \\ y \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right)} &= v. \end{aligned} \right\} \quad (1.68)$$

Переменные u и v имеют следующий физический смысл. Согласно формуле (1.63), определяющей радиусы зон Френеля, имеем

$$\frac{R_n^2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right) = n. \quad (1.69)$$

Согласно же (1.68)

$$\frac{z^2 + y^2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right) = \frac{R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right) = \frac{u^2 + v^2}{2}. \quad (1.70)$$

Сравнивая (1.70) с (1.69), находим

$$\frac{u^2 + v^2}{2} = n_R, \quad (1.71)$$

где n_R — число зон Френеля, укладывающихся в круге радиуса R , совпадающем с плоскостью экрана и центром на линии наблюдения.

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} u &= \sqrt{2n_z}, \\ v &= \sqrt{2n_y}, \end{aligned} \right\} \quad (1.72)$$

где n_z — число зон Френеля, укладывающихся на отрезке z при $y=0$,

n_y — число зон Френеля, укладывающихся на отрезке y при $z=0$.

Учитывая, что

$$dz = \frac{du}{\sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right)}}; \quad dy = \frac{dv}{\sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right)}},$$

получаем

$$\Pi(A) = \frac{j}{2} \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0} C \int e^{-j\frac{\pi}{2}u^2} du \int e^{-j\frac{\pi}{2}v^2} dv. \quad (1.73)$$

Так как

$$-\infty \leq y \leq \infty,$$

то

$$-\infty \leq v \leq \infty.$$

Поэтому второй интеграл равен

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}v^2} dv = \sqrt{\frac{2}{j}}. \quad (1.74)$$

Переменная u меняется в пределах от

$$u = u_0 = z_0 \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right)} \quad \text{до} \quad u = \infty.$$

Отметим, что если бы экрана не было и u менялось бы в тех же пределах, что и v , т. е. от $-\infty$ до $+\infty$, то в результате вычисления обоих интегралов получилось бы

$$\Pi(A) = C \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0},$$

что выражает поле в свободном пространстве.

В случае же наличия экрана находим

$$\Pi(A) = \sqrt{\frac{j}{2}} C \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0} \int_{u_0}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}u^2} du. \quad (1.75)$$

Введем в рассмотрение множитель $F(u_0)$, который будем называть дифракционным множителем

$$F(u_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{u_0}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}u^2} du = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\int_{u_0}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du - \right. \\ \left. - j \int_{u_0}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du \right). \quad (1.76)$$

Так как

$$\int_{u_0}^{\infty} \dots du = \int_0^{\infty} \dots du - \int_0^{u_0} \dots du$$

и

$$\int_0^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du = \int_0^{\infty} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du = \frac{1}{2}, \quad (1.77)$$

то

$$F(u_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{1}{2} - \int_0^{u_0} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du \right) - j \left(\frac{1}{2} - \int_0^{u_0} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du \right) \right]. \quad (1.78)$$

Интегралы

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{u_0} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du &= C(u_0), \\ \int_0^{u_0} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du &= S(u_0) \end{aligned} \right\} \quad (1.79)$$

называются интегралами Френеля

Кривые интегралов Френеля показаны на рис. 1.18.

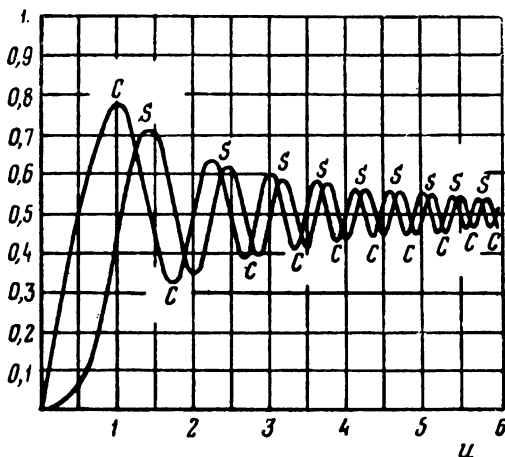


Рис. 1.18. Кривые интегралов Френеля.

Очевидно, что

$$C(-u_0) = -C(u_0) \text{ и } S(-u_0) = -S(u_0).$$

Значения $F(u_0)$ можно также определить по так называемой спирали Корню (рис. 1.19).

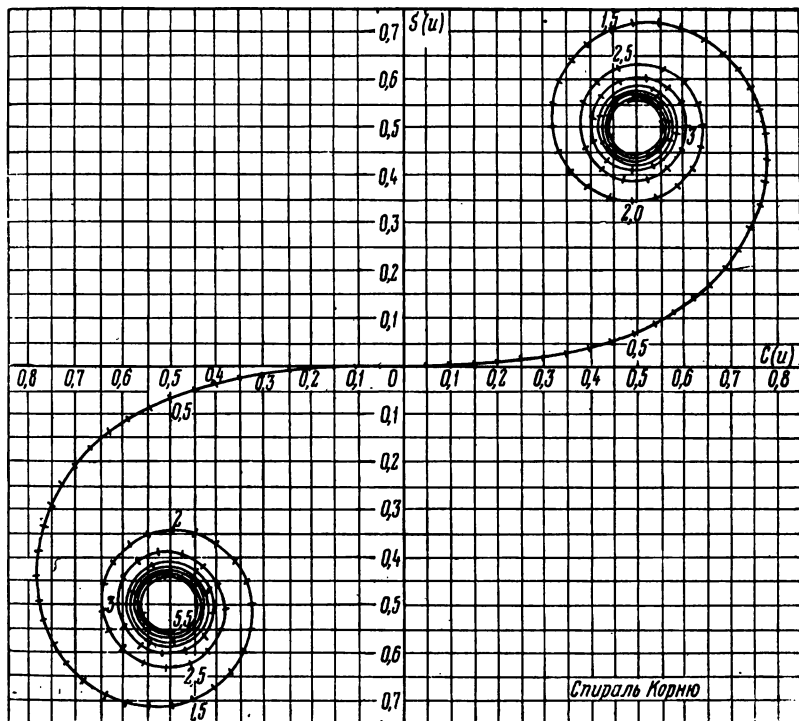


Рис. 1.19. Спираль Корню.

Вдоль спиральной линии откладывается u_0 . В правом квадранте $u_0 > 0$. В левом квадранте $u_0 < 0$. Масштаб по этой линии такой же, как и по осям. Модуль $|F(u_0)|$ равен длине отрезка, проведённого из полюса (точка $u_0 = \infty$) до соответствующей точки u_0 на спирали, деленной на $\sqrt{2}$. Фаза определяется наклоном этого отрезка к оси $C(u_0)$.

График $|F(u_0)|$ имеет вид, изображенный на рис. 1.20.

Полученные результаты можно применить для выяснения качественной картины влияния препятствия,

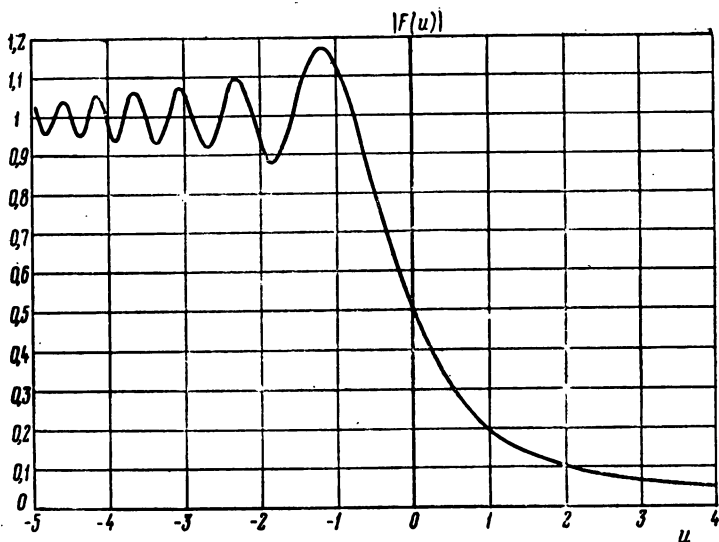


Рис. 1.20. Кривая модуля множителя экрана

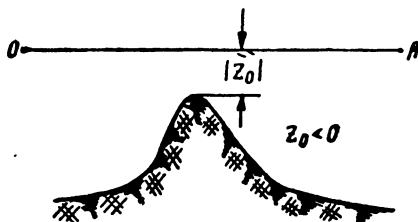


Рис. 1.21. К определению влияния препятствия на распространение радиоволн.

стоящего на пути распространения радиоволн (рис. 1.21). За препятствием в зависимости от расстояния от O до A поле при фиксированном Z_0 будет то усиливаться, то ослабляться.

Следует обратить внимание на то, что при наличии препятствия, как видно из рис. 1.20, поле может оказаться больше, чем в свободном пространстве, так как модуль дифракционного множителя может оказаться большим единицы.

В заключение этого параграфа сделаем некоторые замечания о границах применимости метода Кирхгофа [1].

Область, возмущенная токами экрана, которыми пренебрегают в методе Кирхгофа, находится, очевидно, вблизи края экрана.

Для того чтобы уяснить влияние возмущенной области на поле за экраном, рассмотрим две точки наблюдения — положения A и A_1 (рис. 1.16).

Для точки A существенной областью является первая зона Френеля, для точки же A_1 — вторая зона, представляющая собой область, образованную ближайшей к краю экрана открытой зоной Френеля.

Из рис. 1.16 видно, что во втором случае возмущенная область перекрывает существенную область в большей степени, чем в первом случае. Поэтому влияние возмущенной области на поле в точке наблюдения A_1 больше, чем в точке A .

Стало быть, метод Кирхгофа дает тем менее правильный результат, чем глубже в геометрической тени находится точка наблюдения.

ГЛАВА 2

ОТРАЖЕНИЕ РАДИОВОЛН ОТ ПЛОСКОЙ ЗЕМЛИ

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД ЗЕРКАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В радиолокационной практике очень часто излучатель и точка наблюдения подняты над землей на большую по сравнению с длиной волны высоту. При осуществлении радиосвязи между двумя корреспондирующими пунктами нередко какой-либо один из этих пунктов поднят над землей, а другой, если волна не слишком короткая, расположен на поверхности земли. Ввиду этого возникает необходимость в решении задачи о распространении радиоволн, которую в общем можно сформулировать следующим образом. В точке O , поднятой над землей, помещен излучатель. Требуется определить поле этого излучателя в точке наблюдения A , тоже поднятой над землей (рис. 2.1).

Задачу сначала будем решать, исходя из предположения, что отражающая поверхность представляет собой безграничную идеально проводящую плоскость, которую лишь условно, для краткости, в дальнейшем будем называть «землей». Благодаря этому предположению решение поставленной задачи удобно начать с рассмотрения формулы (1.36б).

Считая поверхность S' , состоящей из плоскости S_0 , совпадающей или, точнее, почти совпадающей с поверхностью земли, и полусферы S_∞ , проведенной в воздухе (рис. 2.1), представим (1.36б) в виде

$$\begin{aligned} \Pi(A) = & \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J}\varphi dV - \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left(\Pi \frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial\Pi}{\partial n} \right) dS - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty} \left(\Pi \frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial\Pi}{\partial n} \right) dS, \end{aligned}$$

где V — объем, занимаемый излучателем.

Но второй поверхностный интеграл справа при устремлении радиуса полусферы к бесконечности согласно (1.46) исчезает, и в результате получаем

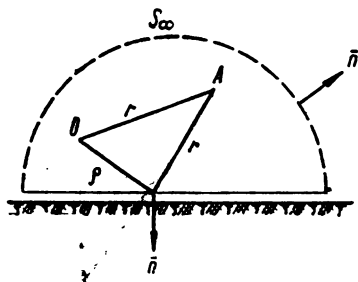
$$\Pi(A) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \varphi dV + \frac{1}{4\pi} \int_{S_a} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial n} \varphi - \Pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS. \quad (2.1)$$

Здесь $\varphi = \frac{e^{-jkr}}{r}$, где r — расстояние от точки наблюдения A до какой-либо точки над землей и на плоскости S_0 (рис. 2.1). Первое слагаемое с объемным интегралом определяет собой поле излучателя в точке A в свободном пространстве при отсутствии земли. Слагаемое с поверхностным интегралом выражает влияние земли на поле в точке A .

В связи с этим поле, представляемое объемным интегралом, обычно называют полем прямой волны, а поле, представляемое поверхностным интегралом, — полем отраженной волны.

Таким образом, решение поставленной выше задачи

Рис. 2.1. К постановке задачи об определении поля поднятых над землей излучателей.



математически сводится к решению интегрального уравнения (2.1).

Уравнение (2.1) упрощается, если его соответствующим образом преобразовать. Это преобразование может быть осуществлено каким-либо одним из двух способов.

Согласно изложенному в § 3 предыдущей главы поверхностный интеграл, входящий в выражение (2.1), можно упростить, выбрав функцию φ специальным образом.

Беря функцию Грина в виде (1.506) и подставляя в (2.1), получаем

$$\Pi(A) = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} dV + \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} dV + \frac{1}{2\pi} \int_{S_0} \frac{\partial \Pi}{\partial n} \frac{e^{-jkr}}{r} dS, \quad (2.1a)$$

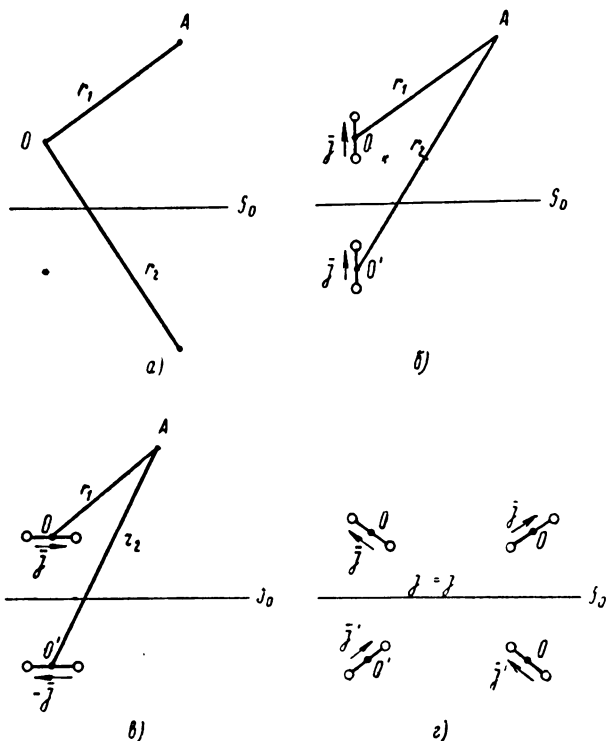


Рис 2.2. К пояснению метода зеркальных изображений.

где r_1 и r_2 — соответственно расстояния от точки наблюдения A и ее зеркального изображения A' до какой-либо точки, расположенной над плоскостью S_0 или на этой плоскости (рис. 2.2,а).

Взяв же функцию Грина в виде (1.50а) в соответствии с тем же рис. 2.2,а, получим

$$\begin{aligned} \Pi(A) = & \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} dV - \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} dV - \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_{S_0} \Pi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dS. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Для решения уравнений (2.1а) и (2.1б) удобно второму слагаемому справа в каждом из этих уравнений придать следующий смысл. Пусть точка O' — зеркальное изображение точки O . В силу того, что длина отрезка $O'A$ в точности равна r_2 , эти вторые слагаемые можно трактовать как векторы Герца воображаемых излучателей, расположенных в точке O' (рис. 2.2). Эти воображаемые излучатели, таким образом, являются зеркальными изображениями реальных излучателей, причем в случае (2.1а) токи зеркального изображения одинаковы по величине и по направлению с токами реального излучателя; в случае же (2.1б) токи зеркального изображения с токами реального излучателя одинаковы по величине и противоположны по направлению.

Теперь решим поставленную задачу предполагая, как уже говорилось, что земля является идеальным проводником. В этом случае тангенциальная составляющая напряженности электрического поля на поверхности земли должна равняться нулю, т. е., совместив координатную плоскость XU с плоскостью земли, мы должны потребовать, чтобы согласно (1.2) выполнялись следующие граничные условия для вектора Π :

$$E_x = \text{grad}_x \text{div} \Pi + k^2 \Pi_x = 0,$$

$$E_y = \text{grad}_y \text{div} \Pi + k^2 \Pi_y = 0.$$

Пусть излучатель представляет собой вертикальный диполь. Тогда нетрудно видеть, что эти равенства выполняются, если положить, что поле над поверхностью земли создается упомянутым реальным вертикальным диполем и введенным выше воображаемым диполем для уравнения (2.1а). В самом деле, для векторов Герца Π_1 и Π_2 этих диполей имеем

$$\Pi_{1x} = \Pi_{1y} = \Pi_{2x} = \Pi_{2y} = 0.$$

На поверхности же земли при $z = 0$ имеют место соотношения

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial r_1} \cos(\mathbf{z}, \mathbf{r}_1), \quad \frac{\partial \Pi_2}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_2}{\partial r_2} \cos(\mathbf{z}, \mathbf{r}_2);$$

поэтому, учитывая, что $r_1 = r_2$, $\cos(\mathbf{z}, \mathbf{r}_2) = -\cos(\mathbf{z}, \mathbf{r}_1)$, получаем

$$\operatorname{div} \Pi \Big|_{z=0} = \frac{\partial \Pi}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \Pi_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\partial \Pi}{\partial n} = 0$$

и тангенциальная составляющая напряженности поля действительно равна нулю, т. е.

$$E_x = E_y = 0.$$

Таким образом, поле вертикального диполя, расположенного над идеально проводящей плоской землей, тождественно с суммой полей реального диполя в свободном пространстве и идентичного с реальным воображаемого диполя, помещенного в точку O' , являющуюся зеркальным изображением точки O (рис. 2.2, б), т. е.

$$\Pi = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} dV + \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} dV. \quad (2.2a)$$

Пусть теперь диполь расположен в точке O горизонтально. Нетрудно видеть, что граничные условия выполняются, если положить, что поле над поверхностью земли создается реальным горизонтальным диполем и введенным ранее воображаемым диполем для уравнения (2.1б) с противоположно направленным током.

В самом деле, направив ось X параллельно осям диполей, имеем

$$\Pi_{1z} = \Pi_{1y} = \Pi_{2z} = \Pi_{2y} = 0.$$

Далее, так как токи обоих диполей направлены в противоположные стороны, то на поверхности земли

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = 0 = \text{const.}$$

Следовательно,

$$\operatorname{div} \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0$$

и тангенциальная составляющая напряженности поля равна нулю, т. е.

$$E_x = E_y = 0.$$

Таким образом, решением уравнения (2.16) в случае идеально проводящей земли является выражение

$$\Pi = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon_1} \int_V \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} dV - \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} dV. \quad (2.26)$$

Следовательно, и здесь поле волны, отраженной от идеально проводящей земли, равно полю зеркального изображения диполя, однако следует иметь в виду, что здесь зеркальное изображение диполя отличается от поля реального диполя направлением тока (рис. 2.2, в).

Поле диполя, произвольным образом расположенного над идеально проводящей плоской землей, можно также представить в виде суммы полей реального диполя и его зеркального изображения (рис. 2.2, г).

§ 2. ЗОНЫ ФРЕНЕЛЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ. УЧАСТОК ПОВЕРХНОСТИ, СУЩЕСТВЕННЫЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ

Сравнивая (2.2а) и (2.2б) с уравнением (2.1) в случае идеально проводящей земли, находим

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left[\frac{\partial \Pi}{\partial u} \frac{e^{-jkr}}{r} - \Pi \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] dS = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J}_2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} dV,$$

где $\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}$ — для вертикального вибратора,
 $\mathbf{J}_2 = -\mathbf{J}$ — для горизонтального вибратора.

С другой стороны, применяя формулу (1.47) к вектору Герца Π_2 воображаемого диполя в свободном пространстве, можем написать равенство

$$\Pi_2(A) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left[\frac{\partial \Pi_2}{\partial n} \frac{e^{-jkr}}{r} - \Pi_2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] dS,$$

т. е. поверхностный интеграл в (2.1) может быть заменен поверхностным интегралом (1.47) для зеркального изображения диполя.

При такой замене все приведенные в § 3 гл. 1 соображения о зонах Френеля и о существенном участке

интегрирования на плоскости оказываются здесь полностью применимыми.

Из изложенного следует, что зоны Френеля на отражающей плоскости могут быть легко получены, если одновременно с зеркальным изображением излучателя ввести в рассмотрение пространственные зоны Френеля

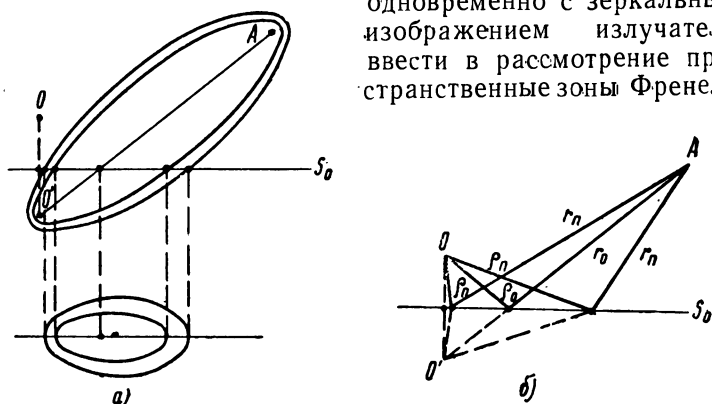


Рис. 2.3. Зоны Френеля при отражении.

при отражении радиоволн. Эти зоны представляют собой конфокальные эллипсоиды вращения с фокусами в точке наблюдения \$A\$ и в точке зеркального изображения излучателя \$O'\$. При этом, однако, необходимо иметь в виду, что введенные таким образом зоны Френеля имеют физический смысл лишь в полупространстве над поверхностью земли.

Очевидно, что зоны Френеля на отражающей плоскости образуются в результате пересечения эллипсоидов с плоскостью \$S_0\$. Линии пересечения — границы зон Френеля на плоскости \$S_0\$ являются эллипсами (рис. 2.3, а).

Из простых геометрических соображений (рис. 2.3, б) следует, что уравнения этих эллипсов могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \rho_1 + r_1 - \rho_0 - r_0 &= \frac{\lambda}{2}, \\ \rho_2 + r_2 - \rho_0 - r_0 &= 2 \frac{\lambda}{2}, \\ &\dots\dots\dots \\ \rho_n + r_n - \rho_0 - r_0 &= n \frac{\lambda}{2}, \end{aligned}$$

где ρ_0 — расстояние от излучателя до точки геометрического отражения,

r_0 — расстояние от точки геометрического отражения до точки наблюдения A (рис. 2.3,б).

Найдем положение и размеры зон Френеля [7].

Совместим координатную плоскость XU с плоскостью земли. Ось Z пусть проходит через точку O ; точка A лежит

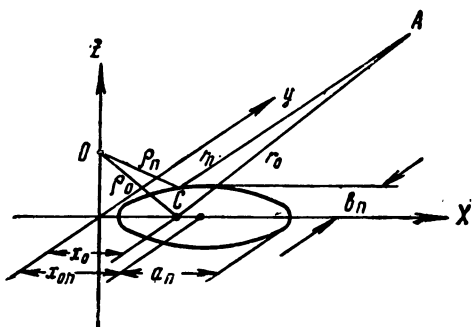


Рис 2.4. К определению положения и размеров зон Френеля при отражении.

в плоскости XZ (рис. 2.4), h и z — высоты поднятия точек O и A соответственно, R — расстояние между проекциями точек O и A на плоскость XU . Тогда

$$\rho_n = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2},$$

$$r_n = \sqrt{(R - x)^2 + y^2 + z^2}.$$

Уравнение эллипсов — границ зон Френеля —

$$\rho_n + r_n = \rho_0 + r_0 + n \frac{\lambda}{2} = d + \frac{n\lambda}{2} = C_n, \quad (2.3)$$

$$r_n = C_n - \rho_n.$$

Возведя в квадрат обе части последнего равенства, получим уравнение

$$Ax^2 + By^2 + Cx + D = 0, \quad (2.4)$$

где

$$A = 4C_n^2 - 4R^2 = 4 \left[(h+z)^2 + n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) \right],$$

$$B = 4C_n^2 = 4 \left(d + \frac{n\lambda}{2} \right)^2,$$

$$\begin{aligned} C &= -4R(C_n^2 - R^2 + h^2 - z^2) = \\ &= -4R \left[2h(h+z) + n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) \right], \end{aligned}$$

$$D = 4C_n^2 h^2 - (C_n^2 - R^2 + h^2 - z^2)^2 = 4C_n^2 h^2 - \frac{C^2}{16R^2}.$$

Центр эллипса находится на оси X в точке

$$X_{on} = \frac{x_1 + x_2}{2},$$

где

$$x_{1,2} = \frac{-C \mp \sqrt{C^2 - 4AD}}{2A}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} x_{on} &= -\frac{C}{2A} = R \frac{h(h+z) + \frac{n\lambda}{2} \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right)}{n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) + (h+z)^2} = \\ &= x_0 \left[1 + \frac{z-h}{2h} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(h+z)^2}{n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right)}} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

где x_0 — расстояние от проекции точки O на плоскость XU до точки геометрического отражения C .

Из последнего выражения видно, что если $z > h$, центры эллипсов смещены относительно точки отражения в сторону точки наблюдения; если же $z < h$, то центры эллипсов смещены относительно точки отражения в сторону излучателя.

Большая полуось эллипса определяется выражением

$$a_n = \frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{\sqrt{C^2 - 4AD}}{2A} =$$

$$= \frac{d + \frac{n\lambda}{2}}{2 \left[n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) + (h + z)^2 \right]} \sqrt{n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) \left[n\lambda d + \frac{n\lambda^2}{4} \right] + 4hz}. \quad (2.6)$$

Малая полуось эллипса равна

$$b_n = a_n \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{a_n}{d + \frac{n\lambda}{2}} \sqrt{n\lambda \left(d + \frac{n\lambda}{4} \right) + (h + z)^2}. \quad (2.7)$$

Рассмотрим несколько случаев расположения излучателя и точки наблюдения. При этом приведем данные только для первых зон с небольшим номером n .

а) Случай $h \ll z$ (рис. 2.5). Из формул (2.5)–(2.7) можно получить

$$\left. \begin{aligned} x_{on} &= x_0 \left(1 + \frac{n\lambda}{2h \sin \theta} \right); \\ a_n &= \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{n\lambda h}{\sin \theta} \left(1 + \frac{n\lambda}{4h \sin \theta} \right)}; \quad b_n = a_n \sin \theta, \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

где θ — угол скольжения (рис. 2.5).

Эти выражения показывают, что существенный участок расположен вблизи излучателя и вытянут в сторону точки наблюдения.

б) Случай $h \gg z$ (рис. 2.6)

$$\left. \begin{aligned} x_{An} &= x_A \left(1 + \frac{n\lambda}{2z \sin \theta} \right); \\ a_n &= \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{n\lambda z}{\sin \theta} \left(1 + \frac{n\lambda}{4z \sin \theta} \right)}; \quad b_n = a_n \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Из этих выражений видно, что существенный участок расположен вблизи точки наблюдения и вытянут в сторону излучателя.

в) Случай $h \approx z$ (рис. 2.7)

$$\left. \begin{aligned} x_{on} \approx x_{An}; \\ a_n = \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{n\lambda h z}{(h+z)\sin \theta}}; \quad b_n = a_n \sin \theta. \end{aligned} \right\} (2.10)$$

Следовательно, в этом случае центры эллипсов совпадают друг с другом и с точкой отражения.

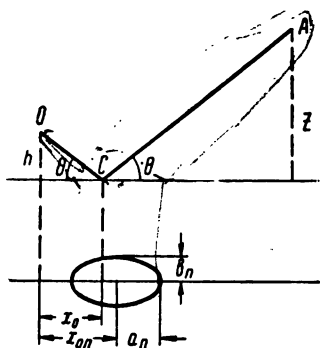


Рис. 2.5. Существенный участок для отражения в случае $h \ll z$.

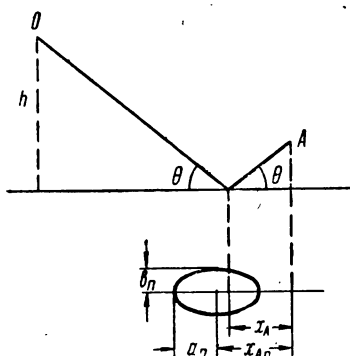


Рис. 2.6. Существенный участок для отражения в случае $h \gg z$.

Во всех трех случаях, как показывают выражения (2.8) — (2.10), с уменьшением угла скольжения θ эллипсы все более вытягиваются.

Таким образом, из изложенного следует, что в отражении радиоволн от поверхности земли существенно участвует лишь ограниченный участок поверхности земли занимающий несколько первых зон Френеля и имеющий форму эллипса.

Если этот участок достаточно плоский, ровный и однородный, то можно всю поверхность земли рассматривать как ровную однородную безграничную плоскость.

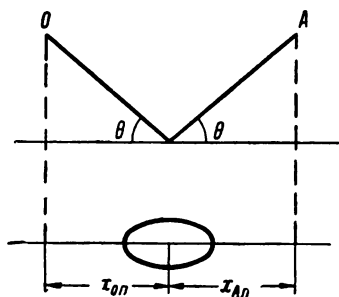


Рис. 2.7. Существенный участок для отражения в случае $h \approx z$

§ 3. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ

1. Отражательная трактовка

В предыдущем параграфе было исследовано поле диполей, расположенных над идеально проводящей плоскостью. Полученные равенства (2.2а) и (2.2б) можно истолковать следующим образом. Первое слагаемое в правой части каждого из этих равенств представляет собой поле прямой волны, а второе слагаемое — поле отраженной волны.

На отражающей поверхности оба слагаемых каждого из выражений (2.2а) и (2.2б) по модулю равны. Это означает, что коэффициент отражения при отражении от идеально проводящей поверхности по модулю равен единице.

Рассмотрим теперь поле диполя, расположенного над землей, имеющей произвольные электрические параметры.

Выражения для поля и в этом случае можно получить, решая уравнения (2.1а) и (2.1б). Однако этот путь решения задачи слишком громоздок. Поэтому практически для определения поля прибегают к приближенному методу расчета, сущность которого состоит в следующем. Считают, что влияние земли может быть заменено умноженным на коэффициент отражения полем воображаемого диполя, идентичного с реальным диполем, помещенным в точку зеркального изображения последнего. При этом в качестве коэффициента отражения берется коэффициент отражения плоских волн от плоской земли. О пределах применимости этого метода, называемого иногда «отражательной трактовкой», на основании изложенного в предыдущем параграфе можно высказать следующие соображения. Чем меньше существенный участок для отражения, тем с большим основанием в пределах этого участка можно сферическую поверхность земли и сферический фронт падающей волны считать плоскими. Следовательно, применимость отражательной трактовки определяется размерами существенного участка для отражения.

Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в конце следующей главы.

2. Виды поляризации

Из анализа полей вертикального и горизонтального диполей, расположенных над поверхностью идеально проводящей земли, следует, что имеется отличие в отражении радиоволн при различных ориентациях вектора напряженности поля относительно плоскости земли. В связи с этим различают два вида поляризации:

- 1) вертикальную поляризацию,
- 2) горизонтальную поляризацию*.

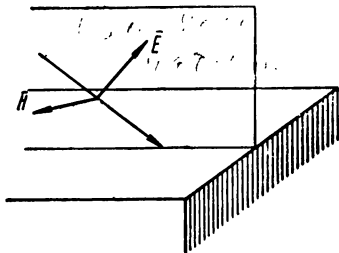


Рис. 2.8. Вертикальная поляризация.

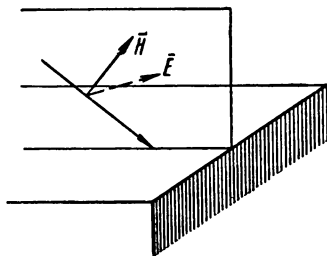


Рис. 2.9. Горизонтальная поляризация.

Вертикальной называют такую поляризацию, при которой вектор E напряженности электрического поля лежит в плоскости падения волны**, а вектор H напряженности магнитного поля перпендикулярен этой плоскости (рис. 2.8). Горизонтальной называют поляризацию, при которой вектор H лежит в плоскости падения, а вектор E перпендикулярен этой плоскости (рис. 2.9). Очевидно, что произвольную поляризацию можно свести к этим двум видам поляризации.

Оба вида поляризации будем рассматривать в отдельности.

3. Законы отражения и преломления плоских волн

При выводе формул для коэффициентов отражения плоских волн предполагается, что отраженная и преломленная волны, как и падающая, являются плоскими.

* Иногда вертикальную поляризацию называют нормальной, а горизонтальную — аномальной.

** Плоскостью падения называют плоскость, проходящую через направление падающей волны и нормаль к граничной поверхности.

Напряженность электрического поля плоской волны представляется выражением

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{i(\omega t - kr)}, \quad (2.11)$$

напряженность магнитного поля плоской волны соответственно равна

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_m e^{j(\omega t - kr)}, \quad (2.12)$$

где r — расстояние вдоль направления распространения;

$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon'}$ — постоянная распространения;

$\epsilon' = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость;

ϵ — диэлектрическая проницаемость;

σ — проводимость.

При этом

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu}} \mathbf{E}. \quad (2.13)$$

Ориентация векторов указана на рис. 2.10.

Плоские электромагнитные волны в непроводящей среде ($\sigma = 0$) и в проводящей среде ($\sigma \neq 0$) изображены соответственно на рис. 2.11 и 2.12.

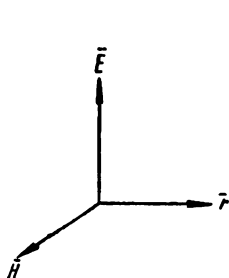


Рис. 2.10. Ориентация векторов плоской волны.

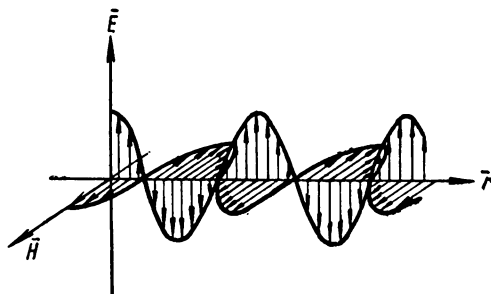


Рис. 2.11. Плоская волна в непроводящей среде.

В непроводящей среде векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} колеблются в фазе и амплитуда поля с расстоянием не убывает. В среде с проводимостью имеет место уменьшение амплитуды электромагнитной волны с расстоянием из-за поглощения, и появляется сдвиг фаз между \mathbf{E} и \mathbf{H} .

Задача об отражении и преломлении плоских волн формулируется следующим образом: задана амплитуда напряженности E_{mi} (или H_{mi}) поля падающей волны и ее угол падения φ_i ; требуется определить амплитуды поля E_{mR}

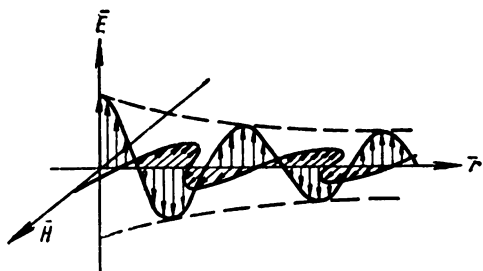


Рис. 2.12. Плоская волна в проводящей среде

(или H_{mR}) и E_{mr} (или H_{mr}) отраженной и преломленной волн, а также угол отражения φ_R и угол преломления ψ (рис. 2.13).

Для того чтобы найти эти величины, нет необходимости решать уравнения Максвелла, ибо, задав поля в виде плоских волн с заданными постоянными распространения, мы тем самым уже удовлетворили уравнениям Максвелла. Остается только удовлетворить граничным условиям на поверхности земли:

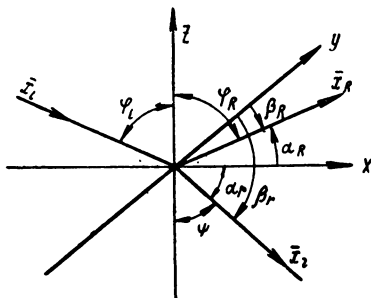


Рис. 2.13. К постановке задачи об отражении и преломлении плоских волн.

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \quad (2.14)$$

— равенство тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля;

$$\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2} \quad (2.15)$$

— равенство нормальных составляющих магнитной индукции;

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2} \quad (2.16)$$

— равенство тангенциальных составляющих напряженности электрического поля;

$$\epsilon'_1 E_{n1} = \epsilon'_2 E_{n2} \quad (2.17)$$

— равенство, которое вытекает из уравнения Максвелла.

$$\operatorname{div}(\epsilon' \mathbf{E}) = \rho, \quad (\text{III})$$

когда $\rho = 0$; при $\sigma = 0$ оно превращается в равенство нормальных составляющих электрической индукции на поверхности земли.

Следует отметить, что выполнение первой пары равенств (2.14) и (2.15) автоматически влечет за собой выполнение второй пары равенств (2.16) и (2.17) и наоборот; выполнение равенств (2.14) и (2.16) автоматически влечет за собой выполнение равенств (2.15) и (2.17) и наоборот. Поэтому достаточным является использование какой-либо одной из указанных пар граничных условий. При изучении отражения и преломления горизонтально поляризованной волны целесообразно требовать выполнения равенств (2.14) и (2.15), а при изучении отражения и преломления вертикально поляризованной волны целесообразно требовать выполнения равенств (2.16) и (2.17).

Для того чтобы удобно было удовлетворить граничным условиям, считая координатную плоскость XZ совмещенной с плоскостью падения, выразим по известным формулам преобразования аналитической геометрии координаты x_i , x_R , x_r вдоль направлений распространения через координаты x , y , z

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x \sin \varphi_i - z \cos \varphi_i, \\ x_R &= x \cos \alpha_R + y \cos \beta_R + z \cos \varphi_R, \\ x_r &= x \cos \alpha_r + y \cos \beta_r - z \cos \psi, \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

где α , β — углы между направлениями распространения отраженной и преломленной волн и координатными осями X , Y (рис. 2.13).

Тогда выражения для напряженностей полей всех трех волн будут:

$$\left. \begin{aligned}
 E_i &= E_{mi} e^{j(\omega t - k_1 x_i)} = E_{mi} e^{j[\omega t - k_1(x \sin \varphi_i - z \cos \varphi_i)]} \\
 H_i &= H_{mi} e^{j[\omega t - k_1(x \sin \varphi_i - z \cos \varphi_i)]} \\
 E_R &= E_{mR} e^{j(\omega t - k_1 x_R)} = E_{mR} e^{j[\omega t - k_1(x \cos \alpha_R + y \cos \beta_R + z \cos \varphi_R)]} \\
 H_R &= H_{mR} e^{j[\omega t - k_1(x \cos \alpha_R + y \cos \beta_R + z \cos \varphi_R)]} \\
 E_r &= E_{mr} e^{j(\omega t - k_2 x_r)} = E_{mr} e^{j[\omega t - k_2(x \cos \alpha_r + y \cos \beta_r - z \cos \psi)]} \\
 H_r &= H_{mr} e^{j[\omega t - k_2(x \cos \alpha_r + y \cos \beta_r - z \cos \psi)]}
 \end{aligned} \right\} ; \quad (2.19)$$

$$k_1 = \omega \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1}; \quad k_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2}. \quad (2.20)$$

Подставив выражения для полей в какое-либо из граничных условий (2.14) — (2.17), можно непосредственно

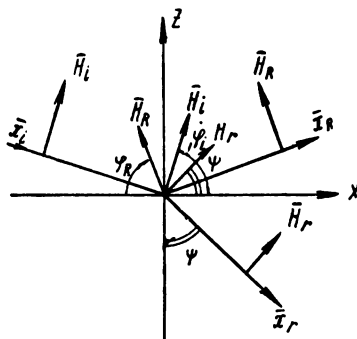


Рис. 2.14 К определению законов отражения и преломления плоских волн.

получить законы отражения и преломления. Подставим, например, выражения для полей в граничное условие (2.14) для тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля. Тогда для $z = 0$ (рис. 2.14) находим

$$H_{i\tau} + H_{R\tau} = H_{r\tau}$$

или

$$\begin{aligned}
 H_{mi\tau} e^{j(\omega t - k_1 x \sin \varphi_i)} + H_{mR\tau} e^{j[\omega t - k_1(x \cos \alpha_R + y \cos \beta_R)]} &= \\
 = H_{mr\tau} e^{j[\omega t - k_2(x \cos \alpha_r + y \cos \beta_r)]} &
 \end{aligned}$$

Это равенство должно выполняться для всех x и y . Поэтому должно быть

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta_R &= \cos \beta_r = 0 \\ k_1 \sin \varphi_i &= k_1 \cos \alpha_R = k_2 \cos \alpha_r \end{aligned} \right\}. \quad (2.21)$$

Из первого равенства следует, что $\beta_R = \beta_r = \frac{\pi}{2}$, т. е. угол отражения φ_R и угол преломления ψ , как и угол падения φ_i , лежат в одной и той же плоскости, в плоскости падения.

Из первого равенства второй строки (2.21), поскольку $\alpha_R = \frac{\pi}{2} - \varphi_R$, следует

$$\sin \varphi_i = \sin \varphi_R,$$

откуда получаем закон Снеллиуса

$$\varphi_i = \varphi_R = \varphi, \quad (2.22)$$

т. е. угол отражения равен углу падения. Отражение, при котором справедлив закон (2.22), называется зеркальным.

Из второго равенства второй строки (2.21), поскольку $\alpha_r = \frac{\pi}{2} - \psi$, следует, что

$$k_1 \sin \varphi = k_2 \sin \psi. \quad (2.23)$$

Равенство (2.23), как нетрудно показать, при $\sigma = 0$ представляет собой второй закон Снеллиуса — закон преломления.

В самом деле, при $\sigma_2 = 0$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\mu_{1r} \epsilon_{1r}} = \frac{\omega}{c} n_1, \\ k_2 &= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\mu_{2r} \epsilon_{2r}} = \frac{\omega}{c} n_2, \end{aligned} \right\}, \quad (2.24)$$

где

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

— относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости, $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$ — скорость света в вакууме,

$$\sqrt{\mu_{1r} \epsilon_{1r}} = n_1; \quad \sqrt{\mu_{2r} \epsilon_{2r}} = n_2$$

— показатели преломления обеих сред относительно вакуума и, следовательно,

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.25)$$

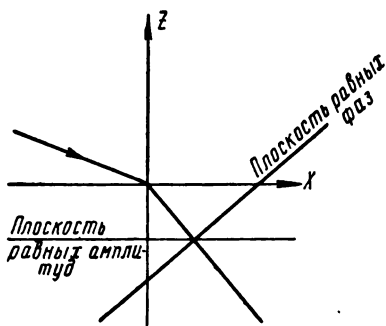


Рис. 2.15. Неоднородная плоская волна.

Можно показать, что при $\sigma_2 \neq 0$ (2.23) превращается в соотношение, характеризующее распространение неоднородной плоской волны — волны, у которой плоскость равных фаз не совпадает с плоскостью равных амплитуд. При этом последняя плоскость параллельна поверхности земли, а плоскость равных фаз несколько на-

клонена к плоскости земли (рис. 2.15). При $\sigma_2 \rightarrow \infty$ плоскость равных фаз стремится совпасть с плоскостью равных амплитуд. Одновременно глубина проникновения в землю стремится к нулю

(4.) Коэффициент отражения при горизонтальной поляризации

Рассмотрим сначала отражение при горизонтальной поляризации.

При этом для напряженности магнитного поля целесообразно воспользоваться первой парой граничных условий.

Учитывая равенства (2.22) и (2.23) и подставляя

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \sin^2 \varphi}, \quad (2.26)$$

запишем первую пару граничных условий в виде

$$\left. \begin{aligned} (H_i - H_R) \cos \varphi &= H_r \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \sin^2 \varphi}, \\ \mu_1 (H_i + H_R) \sin \varphi &= \mu_2 \frac{k_1}{k_2} H_r \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

так как $H_{mir} e^{j\omega t} = H_{i\tau} = H_i \cos \varphi$; $H_{mR\tau} e^{j\omega t} = -H_R \cos \varphi$ и т. д.

Введем теперь отношения:

$$\frac{H_R}{H_i} = R_r \quad (2.28)$$

— коэффициент отражения при горизонтальной поляризации;

$$\frac{H_r}{H_i} = r_r \quad (2.29)$$

— коэффициент преломления при горизонтальной поляризации. Оба коэффициента называются коэффициентами Френеля.

Решая (2.27) относительно R_r и r_r , получаем

$$\begin{aligned} R_r &= \frac{\mu_2 k_1 \cos \varphi - \mu_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi}}{\mu_2 k_1 \cos \varphi + \mu_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \varphi}} = \\ &= \frac{\mu_2 k_1 \sin \theta - \mu_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}}{\mu_2 k_1 \sin \theta + \mu_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

где $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ — угол скольжения.

Выражения для коэффициента преломления r_r приводить не будем, так как в практике распространения радиоволн с коэффициентом преломления приходится иметь дело очень редко.

Коэффициент отражения R_r , как нетрудно видеть, является, вообще говоря, величиной комплексной

$$R_r = |R_r| e^{-j\beta_r}, \quad (2.31)$$

где $|R_r|$ — модуль коэффициента отражения;
 β_r — аргумент коэффициента отражения.

Комплексность коэффициента отражения означает, что при отражении волны имеет место изменение фазы колебаний на угол β_r . Действительно,

$$H_R = H_i R_r = H_{mi} |R_r| e^{j(\omega t - k_1 x_R - \beta_r)}. \quad (2.32)$$

Для воздуха можно положить $\sigma_1 = 0$, $\mu_1 = \mu_0$, $\epsilon_1 \approx \epsilon_0$; для земли в большинстве случаев $\mu_2 = \mu_0$.

Ввиду этого выражение для R_r упрощается

$$R_r = \frac{\sin \theta - \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \theta}}{\sin \theta + \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \theta}}, \quad (2.33)$$

где

$$\epsilon_r' = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma_2}{\omega \epsilon_0} = \epsilon_r - j60\lambda\sigma = \epsilon_r - j\eta$$

— относительная комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} = \epsilon_r, \sigma_2 = \sigma \right).$$

Как видно из формулы (2.33), коэффициент отражения зависит от угла скольжения θ . Он также зависит от длины волны и параметров почвы, точнее, от соотношения между ϵ_r

и величиной $60\lambda\sigma = \eta$. Величина $\frac{\epsilon_r}{\eta}$ представляет собой отношение тока смещения к току проводимости.

Проанализируем коэффициент отражения для трех видов почв:

а) $60\lambda\sigma \ll \epsilon_r$ (почва — диэлектрик);

б) $60\lambda\sigma \approx \epsilon_r$ (почва — полупроводник);

в) $60\lambda\sigma \gg \epsilon_r$ (почва — проводник).

Для того чтобы иметь ориентировочные данные о зависимости свойств характерных почв от длины волны, приведем следующую таблицу.

Свойства по чвы Почва	Диэлектрик	Полупроводник	Проводник
Сухая земля $\sigma = 10^{-3} \frac{MO}{M}$ $\epsilon_r = 10$	$\lambda < 4 \text{ м}$	$4 \text{ м} < \lambda < 400 \text{ м}$	$\lambda > 400 \text{ м}$
Морская вода $\sigma = 4 \frac{MO}{M}$ $\epsilon_r = 80$	$\lambda < 3 \text{ см}$	$3 \text{ см} < \lambda < 3 \text{ м}$	$\lambda > 3 \text{ м}$

а) $60\lambda\sigma \ll \epsilon_r$ (почва — диэлектрик).

В этом случае коэффициент отражения

$$R_r = \frac{\sin \theta - \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta}}{\sin \theta + \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta}} \quad (2.34)$$

вещественен, причем для всех углов скольжения θ $R_r < 0$

и в нуль не обращается ни при каких значениях θ , что следует из того, что для всех почв $\epsilon_r - 1 > 0$,

и поэтому числитель в формуле (2.34) всегда отрицателен. Характерные значения R_r :

$$R_r = -1 \text{ при } \theta = 0,$$

$$R_r = -\frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \text{ при } \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Графики модуля коэффициента отражения изображены на рис. 2.16, аргумент β_r равен π при всех углах θ .

б) $60\lambda\sigma \approx \epsilon_r$ (почва — полупроводник).

Коэффициент отражения в этом случае является комплексным. Графики модуля и аргумента коэффициента отражения приведены на рис. 2.17 и 2.18.

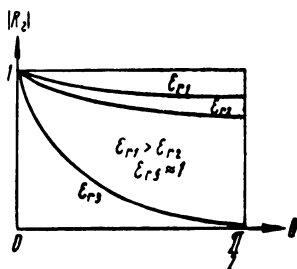


Рис. 2.16. Кривые модуля коэффициента отражения $|R_r|$ в случае $60\lambda\sigma \ll \epsilon_r$ для различных ϵ_r .

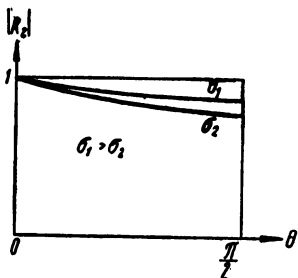


Рис. 2.17. Кривые модуля коэффициента отражения $|R_r|$ в случае $60\lambda\sigma \approx \epsilon_r$ для различных σ .

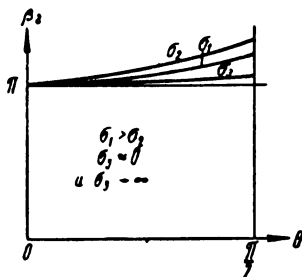


Рис. 2.18. Кривые аргумента коэффициента отражения β_r для различных σ .

в) $60\lambda \gg \epsilon_r$ (почва — проводник).

В этом случае коэффициент отражения для всех углов равен $R_r \approx -1$, т. е. вся электромагнитная энергия, падающая на землю, отражается.

5. Коэффициент отражения при вертикальной поляризации

Ориентация векторов здесь будет такой, как это показано на рис. 2.19. Коэффициент отражения (коэффициент Френеля) в этом случае определяется отношением

$$R_B = \frac{E_R}{E_i}. \quad (2.35)$$

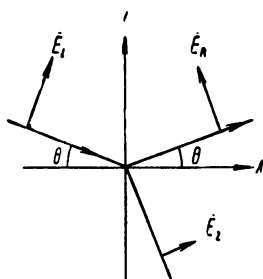


Рис. 2.19. К определению коэффициента отражения при вертикальной поляризации

Ввиду аналогии в постановке задачи отражения радиоволн при вертикальной и горизонтальной поляризациях можно сразу написать выражение для коэффициента отражения R_B , если в выражении (2.30) для R_r заменить

$$\mu_2 \text{ на } \epsilon'_2,$$

$$\mu_1 \text{ на } \epsilon'_1.$$

Таким образом, получаем

$$R_B = \frac{k_1 \epsilon'_2 \sin \theta - \epsilon'_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}}{k_1 \epsilon'_2 \sin \theta + \epsilon'_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}} = |R_B| e^{-j\beta_B}. \quad (2.36)$$

Так как для воздуха $\sigma_1 = 0$, $\mu_1 = \mu_0$ и $\epsilon_1 \approx \epsilon_0$ и в большинстве случаев $\mu_2 = \mu_0$, то

$$R_B = \frac{\epsilon'_r \sin \theta - \sqrt{\epsilon'_r - \cos^2 \theta}}{\epsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon'_r - \cos^2 \theta}}. \quad (2.37)$$

Произведем анализ выражения (2.37).

а) $60\lambda \ll \epsilon_r$ (почва — диэлектрик).

В этом случае коэффициент отражения

$$R_B = \frac{\epsilon_r \sin \theta - \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta}}{\epsilon_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta}} \quad (2.38)$$

вещественен.

Нетрудно видеть, что R_B в этом случае может быть как меньше, так и больше нуля. Действительно,

$$R_B = -1 < 0 \text{ при } \theta = 0$$

и

$$R_B = \frac{\epsilon_r - \sqrt{\epsilon_r}}{\epsilon_r + \sqrt{\epsilon_r}} = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} > 0 \text{ при } \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Следовательно, при каком-то $\theta = \theta_0$ коэффициент отражения

$$R_B = 0$$

Угол, при котором $R_B = 0$, называется *углом полного преломления*.

Найдем угол полного преломления. R_B равно нулю, когда числитель в выражении (2.38) равен нулю, т. е.

$$\epsilon_r \sin \theta_0 - \sqrt{\epsilon_r - \cos^2 \theta_0} = 0,$$

откуда

$$\sin \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r + 1}}. \quad (2.39)$$

Каков физический смысл равенства нулю коэффициента отражения?

При $R_B = 0$ отсутствует отражение и вся электромагнитная энергия при угле полного преломления проходит

в землю, не отражаясь от нее. Здесь имеем явление, аналогичное согласованию в длинных линиях.

В самом деле, распространение плоской волны в однородной неограниченной среде полностью аналогично распространению волны в длинной линии, если направление распространения плоской волны считать аналогичным направлению распространения волны в линии, а отношение напряженности электрического поля к напряженности магнитного поля плоской волны, равное

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}},$$

уподобить волновому сопротивлению линии.

При наличии же двух сред, разделенных плоской границей, распространение плоских волн в этих средах может быть соответственно уподоблено распространению волн в двух последовательно соединенных линиях с различными волновыми сопротивлениями.

Для этого направление, перпендикулярное границе раздела и образующее острый угол с направлением распространения падающей волны, следует рассматривать как направление распространения прямой волны в линии. Отношение тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей для каждой волны в каждой среде следует рассматривать как волновые сопротивления этих сред. Определяя волновые сопротивления таким образом, получаем различные результаты для вертикальной и горизонтальной поляризаций.

Соответственно изложенному в случае вертикальной поляризации волновое сопротивление для падающей волны равно

$$Z_1 = \frac{E_i \sin \theta}{H_i} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sin \theta,$$

а для преломленной волны —

$$Z_2 = \frac{E_r \cos \psi}{H_r} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \cos \psi = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cos^2 \theta}.$$

Коэффициент отражения длинной линии, который обозначим буквой P , равен

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \\
 &= \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sin \theta - \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cos^2 \theta}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \sin \theta + \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cos^2 \theta}} = \\
 &= - \frac{\epsilon_2 k_1 \sin \theta - \epsilon_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}}{\epsilon_2 k_1 \sin \theta + \epsilon_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \cos^2 \theta}} = -R_B^*
 \end{aligned}$$

Поскольку при угле полного преломления имеет место равенство волновых сопротивлений $Z_2 = Z_1$, т. е. имеет место согласование сред, то числитель коэффициента отражения равен нулю и отражения не существует.

Графики зависимости $|R_B|$ и β_B от угла скольжения приведены на рис. 2.20 и 2.21.

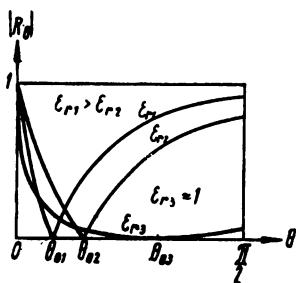


Рис. 2.20. Кривые модуля коэффициента отражения $|R_B|$ в случае $60\lambda \ll \epsilon_r$ для различных ϵ_r .

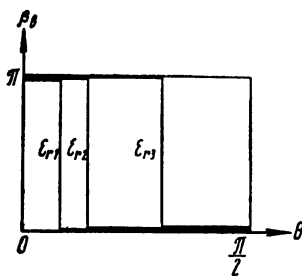


Рис. 2.21. Кривые аргумента коэффициента отражения β_B в случае $60\lambda \ll \epsilon_r$.

б) $60\lambda \approx \epsilon_r$ (почва — полупроводник).

В этом случае характер изменения R_B и β_B в зависимости от угла θ таков же, как в случае диэлектрической почвы, но $|R_B|$ в нуль нигде не обращается, т. е. угла полного преломления не существует; существует угол, где

* Отличие в знаке связано с выбором направления вектора E_R на рис. 2.19 при выводе формулы для R_B .

R_B принимает наименьшее значение. Графики модуля и аргумента R_B приведены на рис. 2.22 и 2.23.

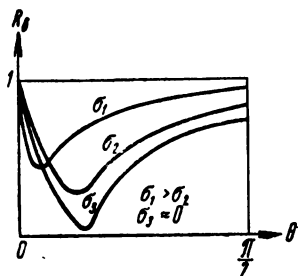


Рис. 2.22. Кривые модуля коэффициента отражения $|R_B|$ в случае $60\lambda\sigma \approx \epsilon_r$.

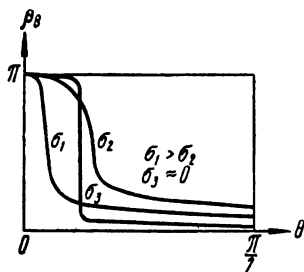


Рис. 2.23. Кривые аргумента коэффициента отражения β_B в случае $60\lambda\sigma \approx \epsilon_r$.

в) $60\lambda\sigma \gg \epsilon_r$ (почва — проводник).

В этом случае для всех углов $R_B \approx 1$; вся электромагнитная энергия, падающая на землю, отражается.

6. Сравнение отражения радиоволн при различных видах поляризации

Для сравнения на рис. 2.24 и 2.25 изображены зависимости модулей и аргументов коэффициентов отражения R_G и R_B для одной и той же «полупроводящей» поч-

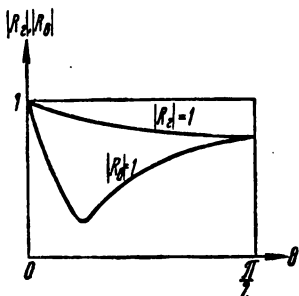


Рис. 2.24. Сравнение модулей коэффициентов отражения.

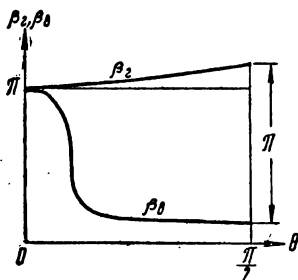


Рис. 2.25. Сравнение аргументов коэффициентов отражения.

вы. Как видно из рис. 2.24, при углах скольжения $\theta = 0$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$ модули коэффициентов отражения $|R_G|$ и $|R_B|$ равны друг другу. Для всех других углов скольжения

коэффициент отражения при горизонтальной поляризации больше, чем при вертикальной. Это обстоятельство является основной причиной того, что в радиолокации чаще применяют горизонтальную поляризацию.

Рассмотрим теперь вопрос об ориентации векторов \vec{E} и \vec{H} в обоих случаях поляризации при $\sigma=0$. В случае

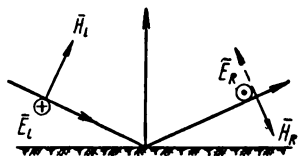


Рис. 2.26. Ориентация векторов поля отраженной волны при горизонтальной поляризации.

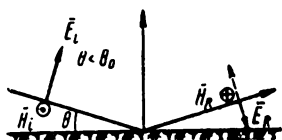


Рис. 2.27. Ориентация векторов поля отраженной волны при вертикальной поляризации при $\theta < \theta_0$.

горизонтальной поляризации вектор \vec{H}_R при всех углах θ должен быть направлен противоположно принятому ранее направлению, так как $R_H < 0$ ($\beta_H = \pi$) для всех углов скольжения, а изменение фазы на π означает поворот вектора на 180° (рис. 2.26). При вертикальной поляризации до угла полного преломления ($\theta < \theta_0$) $R_V < 0$ и, следовательно, вектор направлен также противоположно ранее предполагавшемуся направлению (рис. 2.27).

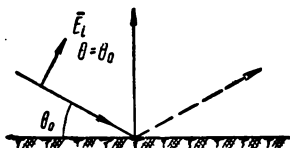


Рис. 2.28. Полное преломление.

При угле полного преломления ($\theta = \theta_0$) нет отражения (рис. 2.28).

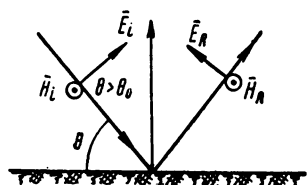


Рис. 2.29. Ориентация векторов поля отраженной волны при вертикальной поляризации при $\theta > \theta_0$.

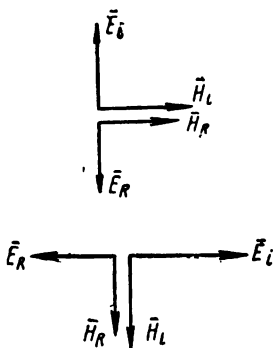


Рис. 2.30. Ориентация векторов поля при вертикальном падении.

После угла полного преломления ($\theta > \theta_0$) имеет место такая ориентация векторов, как показано на рис. 2.29. Из рис. 2.29 и 2.26 видно, что при $\theta = \frac{\pi}{2}$ должна получиться такая ориентация векторов, какая показана на (рис. 2.30). Отсюда следует, что при вертикальном падении волны нет никакого различия между горизонтальной и вертикальной поляризациями, как это и следует из простых физических соображений.

7. Случай произвольной поляризации

Рассмотрим случай произвольной ориентации векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} падающей волны относительно плоскости падения. В этом случае для определения поля отраженной волны необходимо вектор \mathbf{E}_i падающей волны разложить на составляющую в плоскости падения и составляющую, перпендикулярную плоскости падения.

Можно полагать, что падающая волна раскладывается на две волны: вертикально поляризованную с напряженностью поля \mathbf{E}_{iB} и горизонтально поляризованную с напряженностью поля \mathbf{E}_{iR} . Отраженная волна есть результат сложения соответствующих отраженных волн (рис. 2.31). Таким образом, можно записать:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{iB} + \mathbf{E}_{iR}, \quad (2.40)$$

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_{RB} + \mathbf{E}_{RR}, \quad (2.41)$$

где

$$\mathbf{E}_{RB} = R_B \mathbf{E}_{iB}, \quad (2.42)$$

$$\mathbf{E}_{RR} = R_R \mathbf{E}_{iR}. \quad (2.43)$$

Используем прямоугольную систему координат X, Y, Z , у которой ось X совпадает с направлением вектора \mathbf{E}_{RR} , ось Y — с направлением вектора \mathbf{E}_{RB} , а ось Z — с направлением распространения отраженной волны.

Тогда, если положить $\mathbf{E}_i = E_{mi} e^{j(\omega t - kz)}$, то получим

$$\left. \begin{aligned} E_{Rx} &= |R_R| E_{mx} \cos(\omega t - kz - \beta_R - \psi) \\ E_{Ry} &= |R_B| E_{my} \cos(\omega t - kz - \beta_B - \psi) \end{aligned} \right\}. \quad (2.44)$$

В этих формулах ψ — фаза колебаний падающей волны в точке падения.

Выражения (2.44) при фиксированном z представляют собой уравнение эллипса в параметрической форме. В фиксированной точке z конец вектора \vec{E}_R за один период описывает эллипс в координатной плоскости XU , т. е. в плоскости, перпендикулярной распространению радиоволн (рис. 2.32). При отражении от идеально проводящей или диэлектрической почв, так как $\beta_r - \beta_v = 0$ или π , эллипс превращается в линию и мы получаем ли-

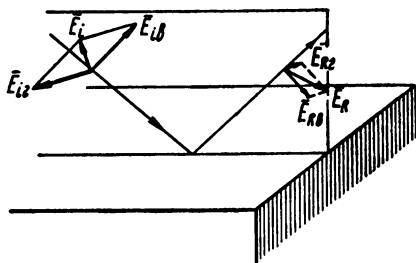


Рис. 2.31. Отражение в случае произвольной поляризации.

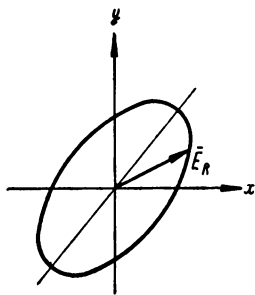


Рис. 2.32. Поляризация отраженной волны в случае произвольной поляризации падающей волны.

нейную поляризацию. Отметим, что при угле полного преломления отраженная волна, как бы ни был ориентирован вектор \vec{E}_i падающей волны, всегда является горизонтально поляризованной. Поэтому угол полного преломления называется также *углом полной поляризации*.

При отражении от полупроводящих почв, поскольку разность фаз $\beta_r - \beta_v$ может принимать любые значения в пределах $0 \rightarrow \pi$, отраженная волна эллиптически поляризована и в частном случае при $\beta_r - \beta_v = \frac{\pi}{2}$ и $|R_r| E_{mx} = |R_v| E_{my}$ поляризована по кругу.

В заключение этого параграфа приведем графики модулей и аргументов коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения (рис. 2.33—2.38). Параметром здесь является величина $\eta = 60\lambda\sigma$. Эти графики рассчитаны Берроузом.

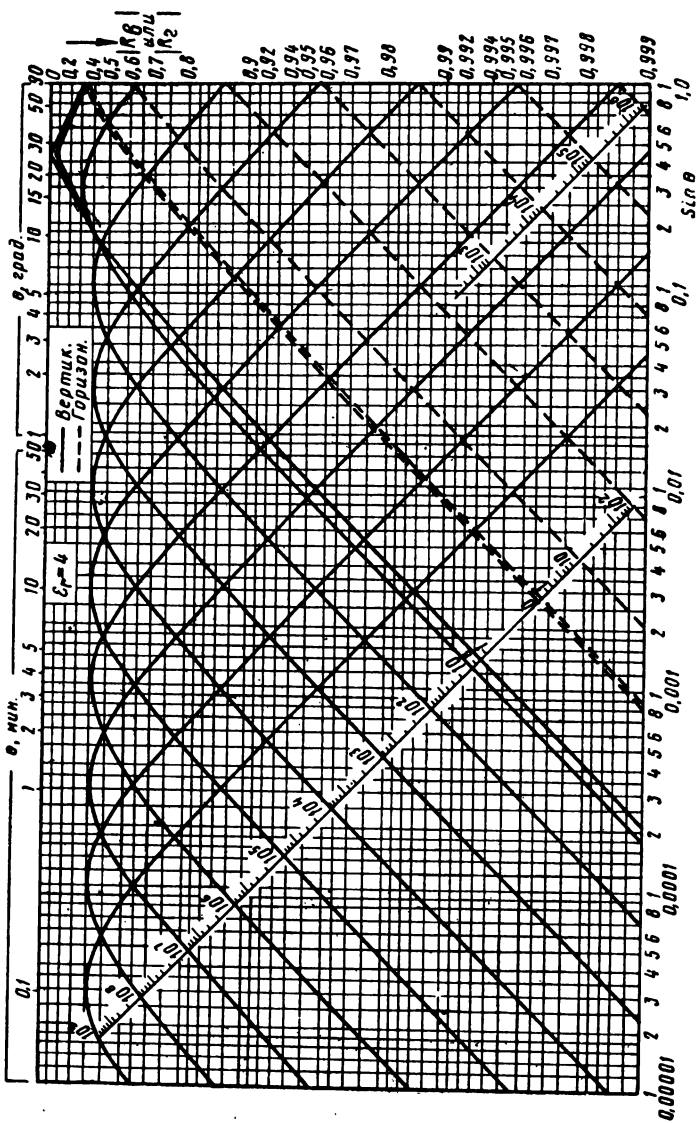


Рис. 2.33. Кривые модулей коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра $\eta = 60\lambda_0$ при $\epsilon_r = 4$.

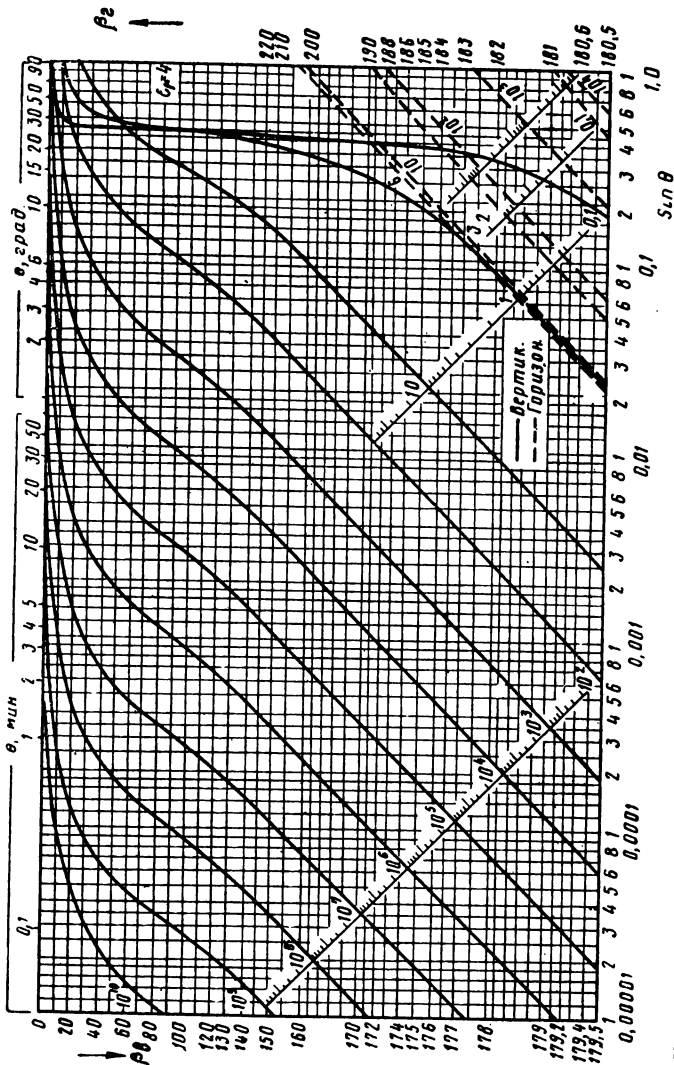


Рис. 2.34. Кривые аргументов коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра γ при $\epsilon_r = 4$.

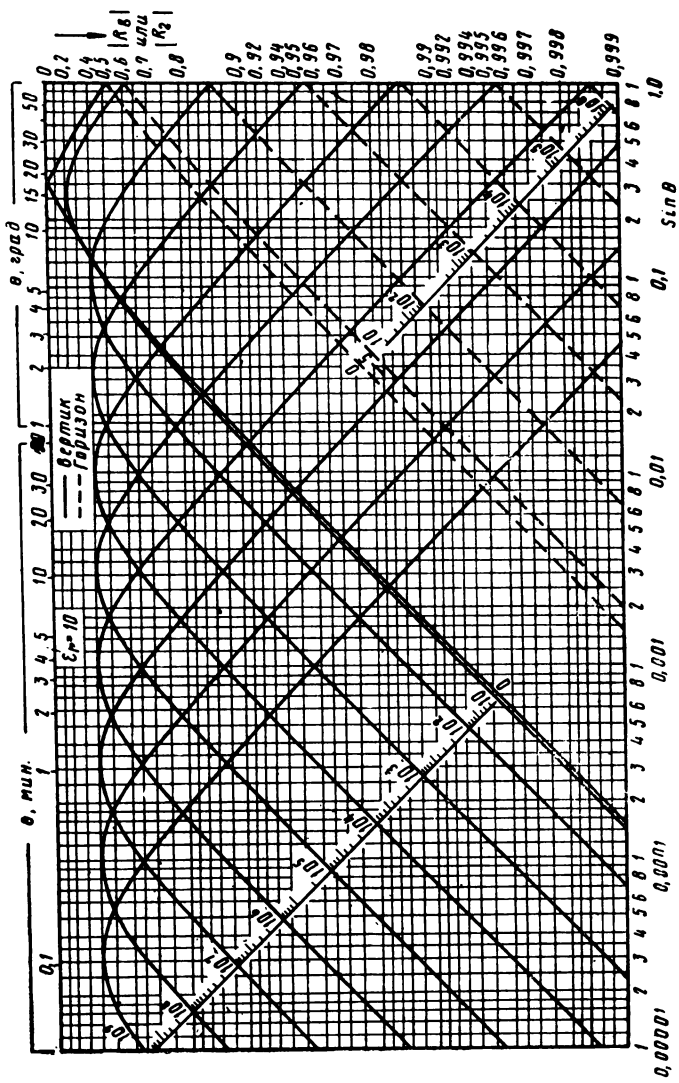


Рис. 2.35. Кривые модулей коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра ϵ_r при $\epsilon_r = 10$.

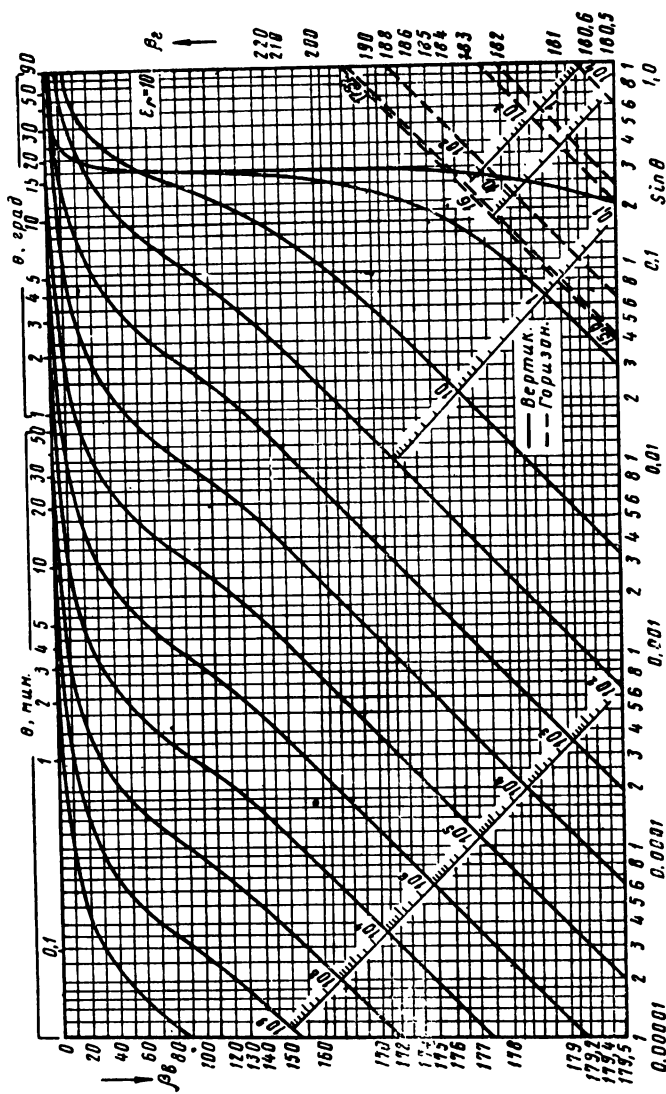


Рис. 2.36. Кривые аргументов коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра ϵ при $\epsilon = 10$.

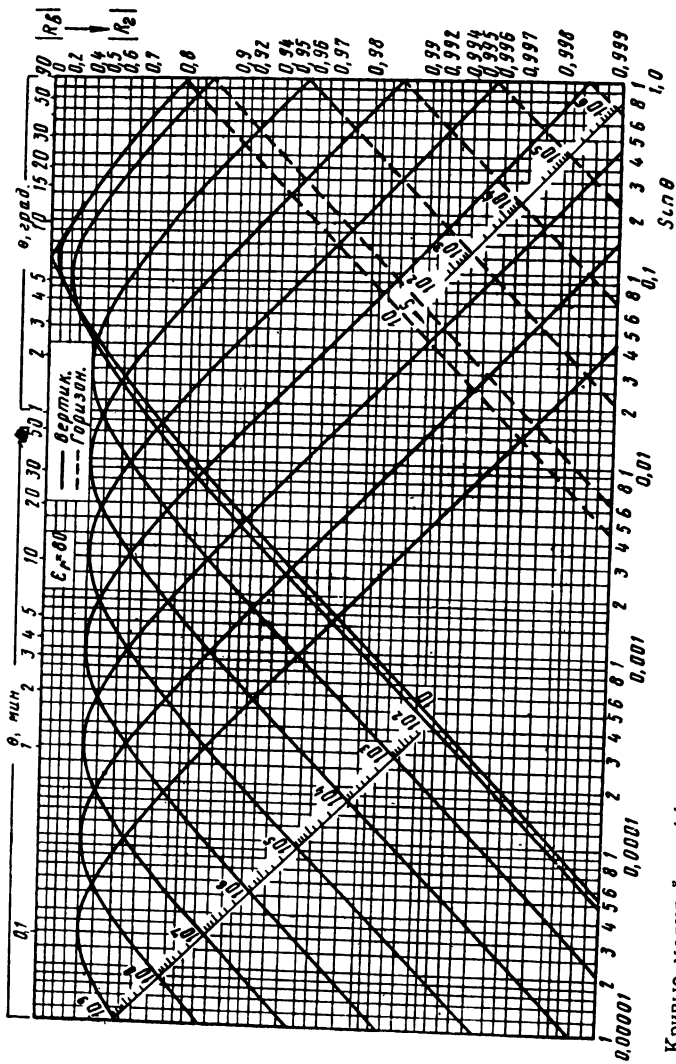


Рис. 2.37. Кривые модулей коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра η при $\epsilon_r = 80$.

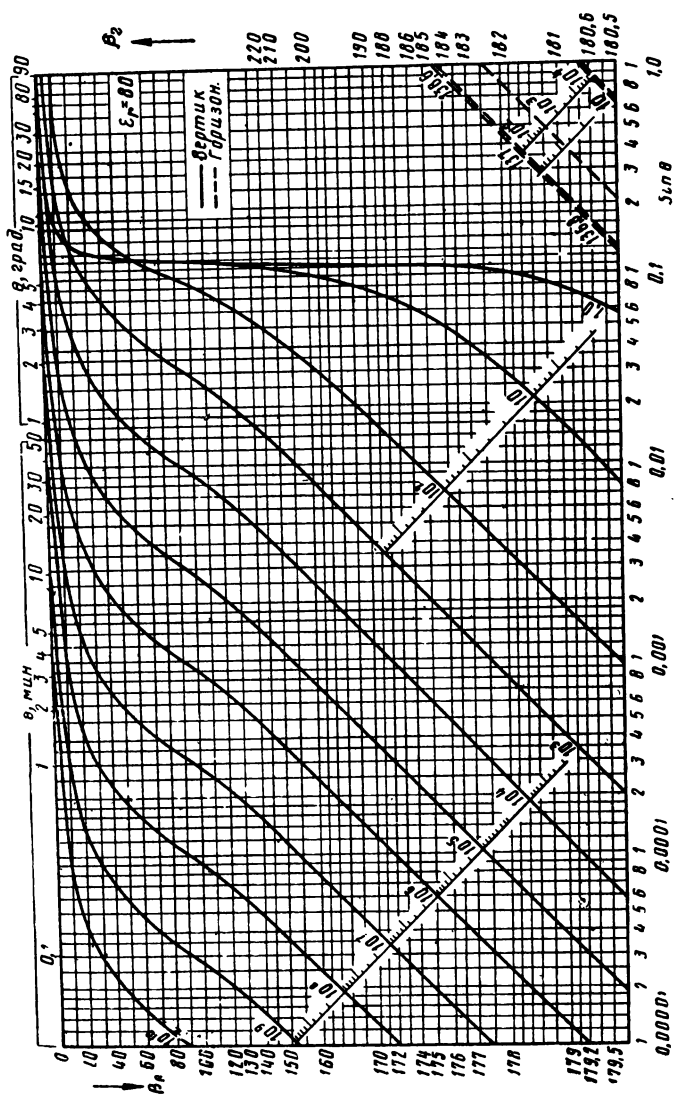


Рис. 2.38. Кривые аргументов коэффициентов отражения в зависимости от угла скольжения для различных значений параметра η при $\epsilon_r = 80$.

Ниже приведены значения электрических параметров различных почв при отсутствии дисперсии.

Почва	ϵ_r		$\sigma, \frac{MO}{M}$	
	от	до	от	до
Морская вода	80	—	0,66	6,6
Влажная земля	5	20	10^{-3}	10^{-2}
Сухая земля	2	6	10^{-4}	$4 \cdot 10^{-3}$
Пресная вода	80	—	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-3}$

В диапазоне сантиметровых волн начинает сказываться дисперсия, и электрические параметры оказываются отличными от приведенных в этой таблице. Поэтому приведем ориентировочные значения электрических параметров для волн сантиметрового диапазона, полученные экспериментальным или теоретическим путем.

Почва	$\lambda, \text{см}$	ϵ_r	$\sigma, \frac{MO}{M}$
Морская вода при 20—25° С	10	69	6,5
Морская вода при 28° С	3,2	65	16
Сухой песчаный грунт	9	2	0,03
Влажный песчаный грунт	9	24	0,6
Пресная вода при 20° С	10	79	2,06
Пресная вода при 20° С	3	64	18,4

Отметим, что зависимость ϵ_r и σ от частоты исследована только для морской и пресной воды.

§ 4. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ С ХАОТИЧНО РАЗБРОСАННЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

1. Зеркальное, диффузное, полурассеянное отражение

При выводе формул для коэффициентов отражения Френеля делалось предположение о том, что земля является совершенно ровной и гладкой по крайней мере в пределах существенного участка для отражения. Однако на практике это условие никогда полностью не

выполняется. Ввиду этого представляется необходимым рассмотреть вопрос о том, какие отклонения от зеркального отражения могут быть при невыполнении указанного предположения.

Сначала найдем высоты допустимых неровностей для зеркального отражения. Пусть для упрощения неровность представляется в виде столбика высотой h (рис. 2.39). Очевидно, что можно будет считать отражение зеркальным, если в направлении зеркального отражения геометрическая разность хода лучей qCq и $q'C'q'$ значительно меньше

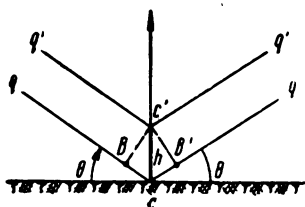


Рис. 2.39. К выводу критерия Релея.

длины волны λ . Отражение как и в оптике считают зеркальным, если эта разность хода меньше $\frac{\lambda}{8}$. Это соответствует разности фаз $\frac{\pi}{4}$.

Из рис. 2.39 видно, что геометрическая разность хода равна

$$BCB' = L = 2h \sin \theta.$$

Соответствующая разность фаз равна

$$\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{4\pi h \sin \theta}{\lambda}.$$

Следовательно, должно быть

$$\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

или

$$h \leq \frac{\lambda}{16 \sin \theta} = h_{\text{макс}}. \quad (2.45)$$

Эта формула представляет собой так называемый критерий Релея шероховатости отражающей поверхности. Из этой формулы видим, что высоты допустимых неровностей для зеркального отражения определяются не только длиной волны, но и существенно зависят от угла скольжения θ . Они тем больше, чем меньше угол скольжения. С этой точки зрения практически требования к существен-

ному участку с уменьшением угла скольжения θ понижаются и, следовательно, допустимые неровности могут быть большими. Например, для $\lambda = 1 \text{ м}$ при $\theta = 30^\circ$ допустимая высота неровности $h_{\text{макс}} = 0,125 \text{ м}$, а при $\theta = 1^\circ$ эта высота $h_{\text{макс}} = 3,75 \text{ м}$.

Зависимость характера отражения от угла скольжения легко продемонстрировать, наблюдая отражение от листа бумаги. Белый лист бумаги, наблюдаемый под углом скольжения, близким к 0° , представляется блестящим. Если же лист наблюдать под углом, заметно большим 0° , то блеск исчезает.

Если неровности шероховатой поверхности не удовлетворяют приведенному

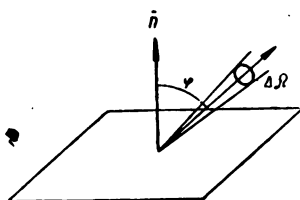


Рис. 2.40. К определению интенсивности отраженной энергии.

выше условию, то отражение будет полурассеянным. Для того чтобы создать себе представление о полурассеянном отражении, рассмотрим сначала, что представляет собой рассеянное, или, иначе, диффузное, отражение.

При диффузном отражении, если применить терминологию оптики, яркость отражающей поверхности во всех направлениях будет одинаковой.

Если $d\Phi$ — поток отраженной энергии в пределах телесного угла $d\Omega$ в заданном направлении, образующем угол φ с перпендикуляром \mathbf{n} к отражающей поверхности (рис. 2.40), то при диффузном отражении интенсивность отраженной энергии, определяемая как

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega},$$

зависит от угла φ по „закону косинуса“ (закон Ламберта)

$$I = I_0 \cos \varphi \quad (2.46)$$

при любом угле падения, где I_0 — интенсивность отражения в перпендикулярном направлении.

Диаграмма отражения по закону косинуса приведена на рис. 2.41. Вид диаграммы не зависит от угла падения луча. Однако как в оптике, так и в радиотехнике нет

так называемых идеально матовых поверхностей, которые бы полностью диффузно отражали. Имеются поверхности, которые лишь приближаются к идеально матовым.

Поэтому, строго говоря, отражение от земли в большей или меньшей степени является полудиффузным или, иначе, полурассеянным (рис. 2.42).

Полурассеянное отражение обуславливается наличием в пределах существенного участка для отражения множества хаотически расположенных неровностей с размерами, значительно меньшими размеров этого участка. Очевидно, что чем короче волна, тем вероятнее выполнение условий, при которых отражение близко

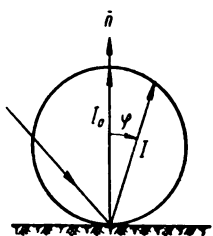


Рис. 2.41. Диффузное отражение.

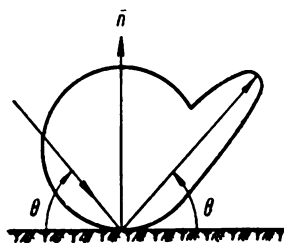


Рис. 2.42. Полурассеянное отражение.

к диффузному. Это в первую очередь относится к диапазону сантиметровых волн, для которого земля не является ровной. Сантиметровые радиоволны в большинстве случаев рассеиваются неровностями поверхности земли. При этом следует иметь в виду, что во многих случаях в этом диапазоне волн в силу значительной направленности излучения антенн главный лепесток диаграммы направленности не «задевает» поверхности земли и поэтому нет необходимости учитывать влияние земли. Очевидно, что нет также необходимости учитывать влияние земли, если рассеиваемая поверхностью земли часть электромагнитной энергии в направлении точки наблюдения мала.

Однако, как показал опыт, в этом диапазоне волн может наблюдаться и хорошее зеркальное отражение сантиметровых радиоволн от земной поверхности. Это будет иметь место, во-первых, в тех случаях, когда угол скольжения достаточно мал, тогда высоты допустимых неровностей для зеркального отражения согласно фор-

муле (2.45) увеличиваются и отражающий участок оказывается практически достаточно «ровным»; и, во-вторых, в тех случаях, когда эффективный участок земной поверхности, участвующий в формировании отраженной волны, достаточно мал (при больших углах скольжения), вследствие чего в пределах этого участка поверхность земли оказывается достаточно ровной.

2. Результаты измерений коэффициентов отражения

Шероховатость земной поверхности должна мало сказываться при отражении метровых и дециметровых волн. Она должна в наибольшей степени сказываться

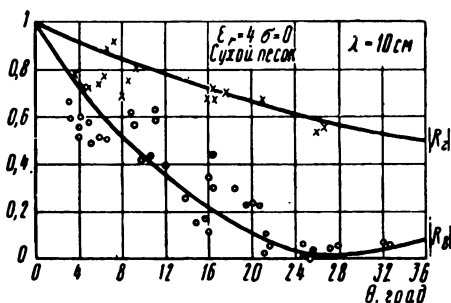


Рис. 2.43. Сравнение измеренных коэффициентов отражения от сухого песка с теоретическими.

при отражении сантиметровых волн. Ввиду этого наибольшее отклонение характера отражения от зеркального можно ожидать именно в этом диапазоне волн.

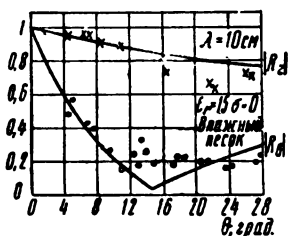


Рис. 2.44. Сравнение измеренных коэффициентов отражения от влажного песка с теоретическими.

Приведем результаты некоторых измерений коэффициентов отражения в сантиметровом диапазоне и сопоставим их с коэффициентами отражения Френеля.

На рис. 2.43 и 2.44 нанесены экспериментальные значения коэффициентов отражения от песчаной почвы на волне $\lambda = 10$ см для горизонтальной (крестики) и вертикальной (кружочки) поляризации и со-

ответствующие кривые коэффициентов Френеля. Из рисунков видно, что экспериментальные точки легли вблизи теоретических кривых. Однако при отражении от многих других почв суши измеренные коэффициенты отражения отличаются от френелевских.

На основании многих экспериментальных данных об отражении сантиметровых волн от суши можно сделать следующие выводы:

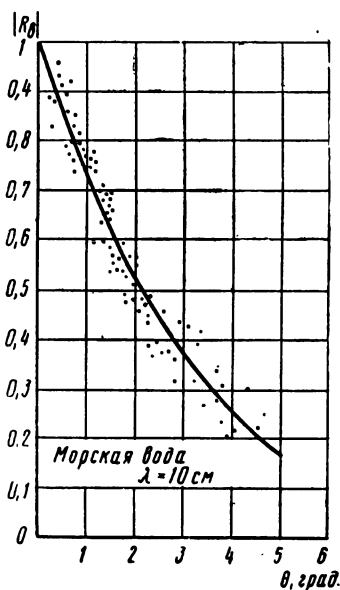


Рис. 2.45. Сравнение измеренного коэффициента отражения от морской воды при вертикальной поляризации с теоретическим.

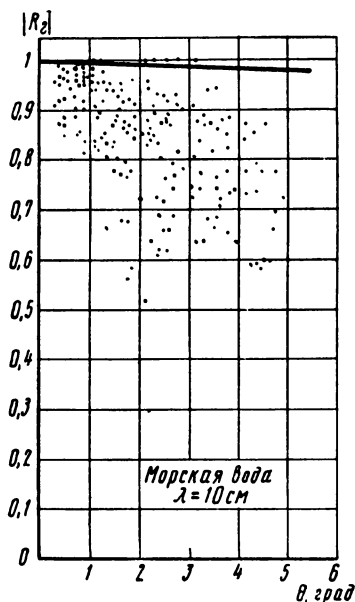


Рис. 2.46. Сравнение измеренного коэффициента отражения от морской воды при горизонтальной поляризации с теоретическим.

1. Зеркальное отражение может быть получено только от очень ровной поверхности. Редкая растительность не мешает зеркальному отражению.

2. Коэффициенты отражения уменьшаются при наличии неровностей и могут при не слишком малых углах скольжения принимать значения порядка 0,2, если высоты неровностей порядка длины волны.

3. Растительный покров, вообще говоря, уменьшает коэффициенты отражения. Когда высота растительного

покрова равна примерно 50 см, коэффициенты отражения принимают значения порядка 0,2.

Если высота растительного покрова меньше $0,5\lambda$, коэффициент отражения при вертикальной поляризации принимает несколько большие значения, чем соответствующие значения коэффициента отражения Френеля.

На рис. 2.45 и 2.46 нанесены экспериментальные значения коэффициентов отражения от морской поверхности. Разброс экспериментальных точек здесь обусловлен наличием морских волн. Экспериментальные точки при горизонтальной поляризации ложатся заметно ниже кривой коэффициента отражения Френеля. При вертикальной поляризации экспериментальные точки ложатся очень близко к теоретической кривой.

На этом основании можно сделать вывод, что неровности отражающей поверхности при горизонтальной поляризации больше сказываются на характере отражения, чем при вертикальной поляризации.

ГЛАВА 3

ПОЛЕ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ, ПОДНЯТЫХ НАД ЗЕМЛЕЙ

§ 1. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЕ ПОЛЕ. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Краткие сведения о реальных излучателях радиоволн — антеннах

Смысл введения коэффициентов отражения состоит в том, что с их помощью можно весьма просто определить поле поднятых излучателей, если известно поле этих излучателей в свободном пространстве.

Ввиду этого прежде всего приведем основные характеристики поля излучателей радиоволн антенн в свободном пространстве и введем наиболее важные параметры антенн.

Простейшей антенной является элементарный диполь.

Согласно (1.30) и (1.31) напряженности поля диполя в дальней зоне равны

$$E = E_{\gamma} = j \frac{k^2 I_m l}{4\pi\omega\epsilon} \sin \gamma \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} = j \frac{60\pi I_m l}{\lambda r} \sin \gamma e^{j(\omega t - kr)}, \quad (3.1a)$$

$$H = H_{\varphi} = j \frac{k I_m l}{4\pi} \sin \gamma \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} = j \frac{I_m l}{2\lambda r} \sin \gamma e^{j(\omega t - kr)}. \quad (3.1б)$$

Как уже было отмечено ранее, векторы **E** и **H** в дальней зоне взаимно перпендикулярны и перпендикулярны направлению распространения волны, т. е. поле имеет поперечный характер, причем отношение напряженностей поля *E* к *H* равно волновому сопротивлению свободного пространства

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \approx 120\pi.$$

Усредненный за период вектор плотности потока энергии излучения направлен радиально и равен

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\mathbf{E} \mathbf{H}^*] = 15\pi r^0 \left(\frac{I_m l}{\lambda r} \right)^2 \sin^2 \gamma, \quad (3.2)$$

где r^0 — единичный вектор.

Из этой формулы видно, что электромагнитная энергия излучается направленно. Поперечный характер поля в дальней зоне и направленность излучения — свойства, присущие полям излучения любых антенн.

Антенн, излучающих равномерно во все стороны, не существует. Однако для характеристики направленности антенны в качестве масштаба берут гипотетический ненаправленный, или, как его еще называют, изотропный излучатель. При этом параметром, характеризующим направленные свойства антенн, служит так называемый коэффициент направленного действия — сокращенно КНД — обозначаемый буквой D .

Пусть S_n — плотность потока энергии и E_n — амплитуда напряженности поля, создаваемые направленной антенной в некотором направлении на фиксированном расстоянии r , а S_0 — плотность потока энергии и E_0 — амплитуда напряженности поля гипотетического изотропного излучателя на том же расстоянии r , с той же мощностью излучения P_Σ , что и у направленной антенны. Тогда по определению

$$D = \frac{S_n}{S_0} = \frac{E_n^2}{E_0^2}. \quad (3.3)$$

Для изотропного излучателя плотность потока энергии (рис. 3.1) будет

$$S_0 = \frac{P_\Sigma}{4\pi r^2} = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{E_0^2}{240\pi},$$

где H_0 — амплитуда напряженности магнитного поля, откуда

$$E_0 = \frac{\sqrt{60P_\Sigma}}{r}.$$

Учитывая (3.3), получаем, следовательно, что амплитуда напряжённости поля направленной антенны равна

$$E_n = \frac{\sqrt{60P_z D}}{r}. \quad (3.4)$$

Выражение (3.3) можно представить также в виде

$$D = \frac{E_n^2}{E_0^2} = \frac{E_n^2}{E_{nm}^2} \cdot \frac{E_{nm}^2}{E_0^2} = D_m F^2(\vartheta, \varphi), \quad (3.5)$$

где E_{nm} — амплитуда напряженности поля направленной антенны на расстоянии r в направлении максимального излучения,

$D_m = \frac{E_{nm}^2}{E_0^2}$ — КНД в направлении максимального излучения,

$F(\vartheta, \varphi) = \frac{E_n}{E_{nm}} \leq 1$ — так называемая нормированная характеристика направленности антенны,

ϑ, φ — координатные углы в сферической системе координат, полярная ось которой совпадает с направлением максимума излучения, так что

$$F(0, \varphi) = 1.$$

График функции $F(\vartheta, \varphi)$ для какого-либо фиксированного значения φ , например $\varphi = 0$, называется диаграммой направленности антенны. Пример диаграммы направленности антенны дан на рис. 3.2.

Наряду с коэффициентом направленного действия антенны применяется также и другой параметр, который одновремен-

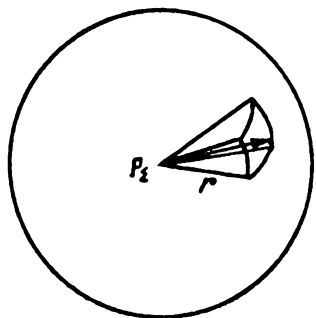


Рис. 3.1. К вычислению плотности потока энергии изотропного излучателя.



Рис. 3.2. Диаграмма направленности антенны в полярных координатах.

но характеризует направленные свойства антенны и ее коэффициент полезного действия. Это — так называемый коэффициент усиления G . Поскольку P_{Σ} вследствие потерь в антенне меньше, чем мощность P , которая подводится ко входу антенны, то коэффициент полезного действия антенны будет

$$\eta = \frac{P_{\Sigma}}{P}.$$

Отсюда, подставляя в формулу (3.4) вместо P_{Σ} произведение ηP , получаем

$$E_{\text{н}} = \frac{\sqrt{60 P \eta D}}{r}.$$

Величина

$$G = \eta D = G_m F^2(\vartheta, \varphi) \quad (3.6)$$

и называется коэффициентом усиления антенны. Следовательно, вместо (3.4) можно написать

$$E_{\text{н}} = \frac{\sqrt{60 P G_m}}{r} F(\vartheta, \varphi). \quad (3.7)$$

2. Интерференционный множитель

Пусть поле излучателя в свободном пространстве известно. Требуется найти поле того же излучателя, поднятого над поверхностью земли. Если интересуются, например, полем только в вертикальной плоскости, проходящей через направление максимума излучения, то характеристика направленности излучателя является функцией только ϑ , т. е.

$$F(\vartheta, \varphi) = F(\vartheta).$$

Согласно изложенному в предыдущей главе поле излучателя, поднятого над землей, которую будем считать гладкой и плоской, можно найти как результат наложения поля прямой волны $E_{\text{н}}$ и поля E_{R} волны, отраженной от земли (рис. 3.3), т. е.

$$E = E_{\text{н}} + E_{\text{R}}, \quad (3.8)$$

где поле отраженной волны равно

$$E_{\text{R}} = R_{\text{в, г}} E_i. \quad (3.9)$$

Под $R_{в,г}$ подразумевается либо $R_{в}$, либо $R_{г}$; E_R — напряженность поля отраженной от земли волны, которая в то же время может рассматриваться как напряженность поля волны, исходящей из воображаемого излучателя, являющегося зеркальным изображением реального излучателя (рис. 3.3).

Стало быть, поле прямой волны равно* (рис. 3.4)

$$E_{п} = j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r_1} F(\vartheta_1) e^{-jkr_1}, \quad (3.10)$$

а поле отраженной волны

$$E_R = R_{в,г} j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r_2} F(\vartheta_2) e^{-jkr_2}. \quad (3.11)$$

Положим

$$r_1 \gg h, \quad (3.12)$$

где h — высота поднятия излучателя над поверхностью земли. Тогда можно считать

$$\frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r_2} \approx \frac{1}{r}. \quad (3.13)$$

В фазовом же множителе таких пренебрежений делать нельзя, так как при изменении r на величину порядка длины волны этот множитель может сильно измениться.

Однако при выполнении условия (3.12) лучи прямой и отраженной волн можно приближенно считать параллельными. Тогда

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r - h \sin \theta, \\ r_2 &= r + h \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

и разность хода лучей равна

$$r_2 - r_1 = 2h \sin \theta, \quad (3.15)$$

где θ — угол возвышения (рис. 3.4, 3.5).

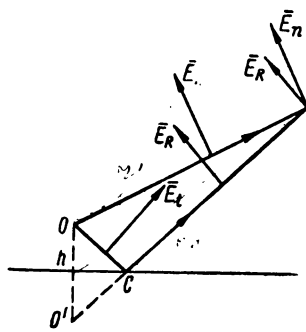


Рис. 3.3. Ориентация векторов напряженности поля прямой, падающей и отраженной волн.

* В дальнейшем постоянный, фазовый множитель $e^{j\omega t}$ опускается.

Соответственно при этом можем полагать, что угол скольжения равен углу возвышения θ .

Рассмотрим более подробно, когда лучи можно считать параллельными.

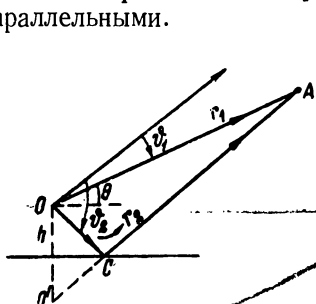


Рис. 3.4. Ориентация направлений распространения всех трех волн и максимума излучения антенны.



Рис. 3.5. К расчету разности хода лучей.

Согласно рис. 3.4 имеем

$$r_2^2 = r_1^2 + 4h^2 + 4hr_1 \sin \theta.$$

Поскольку $h \ll r_1$, то

$$\begin{aligned} r_2 &= \sqrt{r_1^2 + 4h^2 + 4hr_1 \sin \theta} = \\ &= r_1 \sqrt{1 + \frac{4h^2 + 4hr_1 \sin \theta}{r_1^2}} = \\ &= r_1 \left[1 + \frac{4h^2 + 4hr_1 \sin \theta}{2r_1^2} - \frac{(h^2 + 4hr_1 \sin \theta)^2}{8r_1^4} + \dots \right] = \\ &= r_1 + 2h \sin \theta + \frac{2h^2}{r_1} \cos^2 \theta + \dots \end{aligned}$$

и разность хода лучей в действительности равна

$$r_2 - r_1 = 2h \sin \theta + \frac{2h^2}{r_1} \cos^2 \theta + \dots \quad (3.16)$$

Сравнивая (3.15) с (3.16), видим, что эти выражения отличаются на величину

$$\frac{2h^2}{r_1} \cos^2 \theta \approx \frac{2h^2}{r} \cos^2 \theta.$$

Следовательно, лучи можно считать параллельными, если величина $\frac{2h^2}{r}$ значительно меньше половины длины волны, т. е. если точка наблюдения находится на расстояниях, удовлетворяющих неравенству

$$r \gg \frac{4h^2}{\lambda}. \quad (3.17)$$

Приняв во внимание (3.14), получим

$$E = j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r} F(\vartheta_1) \left[e^{jkh \sin \theta} + R_{B,\Gamma} \frac{F(\vartheta_2)}{F(\vartheta_1)} e^{-jkh \sin \theta} \right] e^{-jkr}.$$

Множитель в квадратных скобках называется интерференционным множителем; этот множитель определяет собой результат интерференции прямого и отраженного лучей. После несложных выкладок найдем

$$\begin{aligned} & \left[e^{jkh \sin \theta} + R_{B,\Gamma} \frac{F(\vartheta_2)}{F(\vartheta_1)} e^{-jkh \sin \theta} \right] = \\ & = \sqrt{1 + |R_{B,\Gamma}|^2 \frac{F^2(\vartheta_2)}{F^2(\vartheta_1)} + 2 |R_{B,\Gamma}| F(\vartheta_2)/F(\vartheta_1) \times} \\ & \quad \times \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{B,\Gamma}\right) e^{-j\psi_{B,\Gamma}}, \end{aligned}$$

где

$$\operatorname{tg} \psi_{B,\Gamma} = - \frac{\frac{F(\vartheta_2)}{F(\vartheta_1)} |R_{B,\Gamma}| \sin(kh \sin \theta + \beta_{B,\Gamma}) - \sin(kh \sin \theta)}{\frac{F(\vartheta_2)}{F(\vartheta_1)} |R_{B,\Gamma}| \cos(kh \sin \theta + \beta_{B,\Gamma}) + \cos(kh \sin \theta)}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} E &= j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r} F(\vartheta_1) \cdot e^{-j(kr + \psi_{B,\Gamma})} \times \\ & \times \sqrt{1 + |R_{B,\Gamma}|^2 \frac{F^2(\vartheta_2)}{F^2(\vartheta_1)} + 2 |R_{B,\Gamma}| \frac{F(\vartheta_2)}{F(\vartheta_1)} \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{B,\Gamma}\right)}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Выразив ϑ_1 и ϑ_2 через углы возвышения (рис. 3.5)

$$\vartheta_1 = \theta_m - \theta, \quad \vartheta_2 = \theta_m + \theta, \quad (3.19)$$

можно характеристику направленности антенны при учёте влияния земли представить в виде

$$f(\theta; \theta_m) = F(\theta_m - \theta) \Phi(\theta; \theta_m), \quad (3.20)$$

где $F(\theta_m - \theta)$ — характеристика направленности без учета влияния земли,

$$\begin{aligned} \Phi(\theta; \theta_m) = \\ = \sqrt{1 + |R_{в,г}|^2 \frac{F^2(\theta_m + \theta)}{F^2(\theta_m - \theta)} + 2 |R_{в,г}| \frac{F(\theta_m + \theta)}{F(\theta_m - \theta)} \times} \\ \times \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

— модуль интерференционного множителя.

Из формулы (3.21), в частности, следует, что если главное направление излучения антенны совпадает с направлением на цель, т. е. $\theta = \theta_m$, то $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = 2\theta$,

$$F(\vartheta_1) = 1, \quad F(\vartheta_2) = F(2\theta) \quad (3.22)$$

и

$$\begin{aligned} E = j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r} e^{-j(kr + \psi_{в,г})} \times \\ \times \sqrt{1 + |R_{в,г}|^2 F^2(2\theta) + 2 |R_{в,г}| F(2\theta) \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right)}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Если главное направление антенны горизонтально, т. е. $\theta_m = 0$, и если характеристика направленности симметрична, т. е.

$$F(-\vartheta) = F(\vartheta), \quad (3.24)$$

то

$$F(\vartheta_1) = F(\vartheta_2) = F(\theta) \quad (3.25)$$

и

$$\begin{aligned} E = j \frac{\sqrt{60PG_m}}{r} F(\theta) \times \\ \times \sqrt{1 + |R_{в,г}|^2 + 2 |R_{в,г}| \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right) e^{-j(kr + \psi_{в,г})}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

т. е. интерференционный множитель не зависит от характеристики направленности антенны.

Для слабо направленных антенн в силу того, что в широком интервале углов θ_m и θ справедливо приближенное равенство

$$\frac{F(\theta_m + \theta)}{F(\theta_m - \theta)} \approx 1,$$

интерференционный множитель практически не зависит от характеристики направленности антенны в этом интервале углов θ_m и θ и согласно (3.21)

$$\Phi(\theta) = \sqrt{1 + |R_{в,г}|^2 + 2|R_{в,г}| \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right)}. \quad (3.27)$$

Проанализируем интерференционный множитель для слабо направленных антенн. В этом случае характеристика направленности в основном определяется интерференционным множителем, который зависит от коэффициента отражения и от отношения $\frac{h}{\lambda}$. Последнее отношение определяет лепестковый характер диаграммы направленности антенны, поднятой над поверхностью земли.

Во многих случаях практики, в частности в радиолокации, отношение $\frac{4\pi h}{\lambda}$ значительно больше единицы. Поэтому величина

$$\cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right)$$

с изменением угла θ быстро меняется по сравнению с $|R_{в,г}|$ и можно считать, что максимумы интерференционного множителя имеют место при

$$\cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right) = +1, \quad (3.28)$$

а минимумы — при

$$\cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right) = -1. \quad (3.29)$$

При этих условиях максимумы модуля интерференционного множителя равны

$$\Phi_m(\theta) = 1 + |R_{в,г}|, \quad (3.30)$$

а минимумы

$$\Phi_0(\theta) = 1 - |R_{в,г}|. \quad (3.31)$$

Исследуем более подробно поле горизонтального и вертикального диполей, которые являются слабо направленными антеннами ($D_m = 1,5$).

3. Поле горизонтального диполя

Рассмотрим поле горизонтального диполя в плоскости, перпендикулярной его оси. В этой плоскости излучение ненаправленно

$$F(\theta) \equiv 1.$$

Проанализируем одновременно случаи $60\lambda\tau \gg \epsilon_r$ (почва — проводник) и $60\lambda\tau \ll \epsilon_r$ (почва — диэлектрик). Поскольку в обоих случаях

$$R_r < 0, \text{ т. е. } \beta_r = \pi,$$

то соответствующие условия для максимумов и минимумов интерференционного множителя будут для обоих видов почв одинаковыми. Согласно (3.28) условия максимумов таковы:

$$\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta = (2n - 1)\pi,$$

где

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

или

$$\boxed{\sin \theta = \frac{2n-1}{4} \frac{\lambda}{h}}. \quad (3.32)$$

Условия минимумов согласно (3.29) имеют вид

$$\boxed{\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta = 2n\pi},$$

где

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

или
$$\sin \theta = \frac{n}{2} \frac{\lambda}{h}. \quad (3.33)$$

Число полных лепестков N равно уменьшенному на единицу числу минимумов в пределах углов θ от 0 до $\frac{\pi}{2}$ и определяется из условия

$$\frac{N}{2} \frac{\lambda}{h} \leq 1$$

или

$$N \leq \frac{2h}{\lambda}. \quad (3.34)$$

т. е. равно целой части числа полувольт, укладываемых в высоте h .

Для проводника $R_r \approx -1$. Поэтому

$$\Phi_r(\theta) = 2 \left| \sin \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \theta \right) \right|,$$

т. е. в минимумах эта функция равна нулю, а в максимумах — двум. На рис. 3.6 приведена диаграмма направленности для значения $\frac{h}{\lambda} = 2$.

Для случая диэлектрической почвы, для того же значения $\frac{h}{\lambda} = 2$ диаграмма направленности изображена на рис. 3.7. Поскольку здесь $|R_r| \leq 1$, то согласно (3.30) и (3.31) максимумы меньше двух, а минимумы больше нуля.

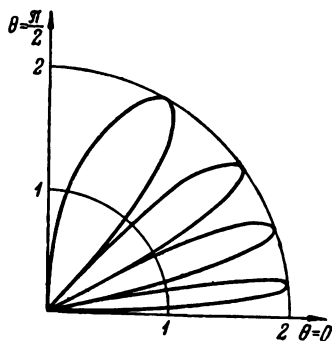


Рис. 3.6. Диаграмма направленности горизонтального диполя, поднятого на высоту $h = 2\lambda$ над проводящей почвой.

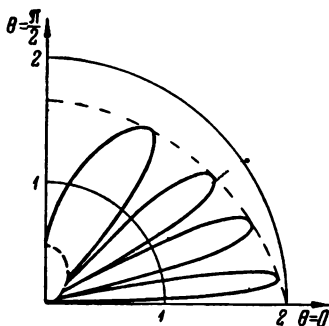


Рис. 3.7. Диаграмма направленности горизонтального диполя, поднятого на высоту $h = 2\lambda$ над диэлектрической почвой.

Так как при $\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$

$$|R_r(\theta, \epsilon_{r1})| > |R_r(\theta, \epsilon_{r2})|,$$

то отсюда следует, что чем больше ϵ_r , тем больше максимумы диаграммы направленности и меньше минимумы и, наоборот, чем меньше ϵ_r , тем больше минимумы и меньше максимумы (рис. 3.8).

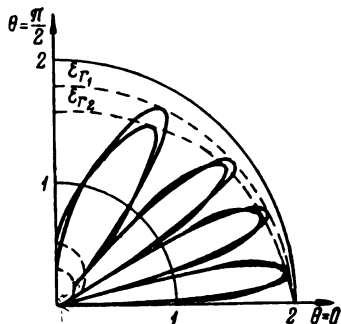


Рис. 3.8. К объяснению понятия изрезанности диаграммы направленности.

В пределе при $\epsilon_r = 1$, $R_r = 0$ максимумы и минимумы одинаковы, т. е. отсутствует лепестковость.

Введём понятие *изрезанности диаграммы направленности*. Сравнивая две диаграммы с различными ϵ_r , будем говорить, что та диаграмма более изрезана, у которой минимумы меньше, а максимумы больше (рис. 3.8). Когда $\epsilon_r = 1$, нет никакой изрезанности.

Рассмотрим случай $60\lambda \approx \epsilon_r$ (почва — полупроводник). Поскольку, как следует из графиков Берроуза (рис. 2.33—2.38), $\beta_r(\theta)$ незначительно отличается от π , то практически этот случай не отличается от случая диэлектрической почвы ($60\lambda \ll \epsilon_r$) и при построении диаграмм направленности можно положить $\beta_r(\theta) \approx \pi$.

4. Поле вертикального диполя

Перейдем к анализу поля вертикального диполя. Так как в этом случае

$$F(\theta) = \cos \theta, \quad (3.35)$$

то диаграмма направленности определяется выражением

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \cos \theta \Phi_B(\theta) = \\ &= \cos \theta \sqrt{1 + |R_B|^2 + 2|R_B| \cos \left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_B \right)}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Проанализируем это выражение для различных видов почв.

1) $60\lambda z \gg \epsilon_r$ (почва—проводник).

Поскольку $R_B \approx 1$, $\beta_B \approx 0$, то

$$\Phi_B(\theta) = 2 \left| \cos \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \theta \right) \right|. \quad (3.37)$$

Для нахождения направлений максимумов необходимо вычислить производную $f(\theta) = \cos \theta \Phi_B(\theta)$ по θ и приравнять ее нулю. Однако, как уже было указано, при $\frac{2\pi h}{\lambda} \gg 1$ функция $\Phi_B(\theta)$ быстро меняется по сравнению с $\cos \theta$. Поэтому направления максимумов $f(\theta)$ можно определить по направлениям максимумов $\Phi_B(\theta)$.

Таким образом, направления максимумов согласно (3.28) определяются формулой (3.33)

$$\sin \theta = \frac{n}{2} \frac{\lambda}{h},$$

где

$$n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Максимумы функции $f(\theta)$ равны $2 \cos \theta$.

Функция $f(\theta)$ равна нулю при угле $\theta = \frac{\pi}{2}$ и при углах, определяемых формулой (3.32)

$$\sin \theta = \frac{2n-1}{4} \frac{\lambda}{h},$$

где $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Число полных лепестков N , считая также лепесток, стелющийся вдоль земли ($\theta = 0$), на единицу больше числа нулей, заключенных в интервале углов θ от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Число нулей интерференционного множителя в указанном интервале углов θ определяется из условия

$$\frac{2n_1-1}{4} \frac{\lambda}{h} \leq 1.$$

Поэтому число полных лепестков равно наибольшему целому числу правой части неравенства

$$N = n_1 + 1 \leq \frac{2h}{\lambda} + 1,5. \quad (3.38)$$

Если при $\theta = \frac{\pi}{2}$ функция $\Phi_B = 0$, то число полных лепестков равно целому числу правой части неравенства

$$N = n_1 = \frac{2h}{\lambda} + 0,5. \quad (3.38a)$$

На рис. 3.9 изображена диаграмма направленности для случая $\frac{h}{\lambda} = 2$.

2. $60\lambda \ll \epsilon_r$ (почва — диэлектрик).

В этом случае в формуле (3.36) для $f(\theta)$ следует положить:

$\beta_B = \pi$ при $\theta < \theta_0$ (до угла полного преломления);

$\beta_B = 0$ при $\theta > \theta_0$ (после угла полного преломления).

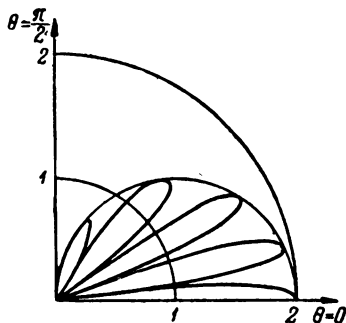


Рис. 3.9. Диаграмма направленности вертикального диполя, поднятого на высоту $h = 2\lambda$ над проводящей почвой.

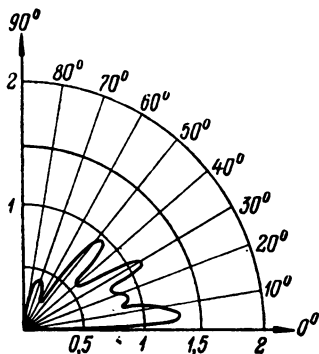


Рис. 3.10. Диаграмма направленности вертикального диполя, поднятого на высоту $h = 2\lambda$ над диэлектрической почвой.

Ввиду этого согласно (3.28) и (3.29) до угла полного преломления условия максимумов и минимумов совпадают с условиями максимумов и минимумов для случая горизонтальной поляризации. После же угла полного преломления условия максимумов совпадают с условиями минимумов для случая горизонтальной поляризации и наоборот.

Значения максимумов равны

$$f_m(\theta) = \cos \theta (1 + |R_B|). \quad (3.39)$$

Значения минимумов

$$f_0(\theta) = \cos \theta (1 - |R_B|). \quad (3.40)$$

Пример диаграммы для $\frac{h}{\lambda} = 2$ приведён на рис. 3.10.

3. $60\lambda \approx \epsilon_r$ (почва — полупроводник).

Здесь аргумент коэффициента отражения $\beta_B(\theta)$ меняется в пределах от 0 до π . Поэтому согласно равенствам (3.28) и (3.29) условием максимумов будет выражение

$$\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_B = 2n\pi, \quad (3.41)$$

а минимумов —

$$\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_B = (2n - 1)\pi, \quad (3.42)$$

где $n = 1, 2, 3, 4 \dots$

Уравнения (3.41) и (3.42) трансцендентны. Их легко можно решить графически. Строят график функции

$$\psi(\theta) = \frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_B(\theta).$$

Значения $\beta_B(\theta)$ находят по графикам Берроуза. Затем по построенному графику определяют те углы, при которых функция $\psi(\theta)$ принимает значения (3.41) и (3.42).

Максимумы и минимумы $f(\theta)$ определяются выражениями (3.39), (3.40).

Сравнивая диаграммы направленности вертикального и горизонтального диполей, можем сделать вывод, что у вертикального диполя благодаря большему интервалу изменений коэффициента отражения

$$0 \leq |R_B| \leq 1$$

диаграмма направленности в среднем менее изрезана, чем у горизонтального, поскольку

$$|R_r|_{\theta = \frac{\pi}{2}} \leq |R_r| \leq 1.$$

5. Поле горизонтального и вертикального диполей при малых углах возвышения. Квадратичная формула Введенского

При горизонтальной поляризации для всех видов почв и вертикальной поляризации в случае диэлектрической и полупроводящей почв, при достаточно малых углах скольжения можно принять

$$R_r \approx R_v \approx -1 \quad (3.43)$$

и, следовательно,

$$\Phi_r(\theta) = \Phi_v(\theta) = 2 \left| \sin \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \theta \right) \right|.$$

Если к тому же

$$\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \theta \leq \frac{\pi}{6},$$

т. е.

$$\sin \theta \leq \frac{\lambda}{12h}, \quad (3.44)$$

то синус можно заменить его аргументом. Поэтому

$$\Phi_r(\theta) = \Phi_v(\theta) = 2 \frac{2\pi h}{\lambda} \sin \theta = \frac{4\pi h}{\lambda} \frac{z}{r}. \quad (3.45)$$

Полагая при этих углах $\cos \theta \approx 1$, для амплитуды E_{mr} и E_{mv} находим

$$E_{mr} = E_{mv} = \frac{4\pi \sqrt{90} P_{\Sigma}}{\lambda} \frac{hz}{r^2}. \quad (3.46)$$

Соотношение (3.46) называется квадратичной формулой Введенского. Согласно этой формуле при достаточно малых углах возвышения поле убывает с расстоянием обратно пропорционально квадрату расстояния и растет пропорционально произведению высот корреспондирующих пунктов. Столь быстрое убывание поля с расстоянием r и с уменьшением высоты объясняется тем обстоятельством, что поля прямой и отраженной волн почти равны по величине и противоположны по фазе.

Пределы применимости квадратичной формулы определяются неравенством (3.44), которое можно представить в виде

$$\sin \theta \leq \frac{1}{3} \sin \theta_m$$

или в силу малости углов

$$\theta \leq \frac{1}{3} \theta_m, \quad (3.47)$$

где θ_m — направление первого максимума.

6. Некоторые экспериментальные данные

Лепестковую структуру поля, обусловленную интерференцией прямой и отраженной волн, экспериментально можно проверить различными способами. Так, при фиксированных высотах передающей и приемной антенн можно менять расстояние между пунктами. Наоборот, можно фиксировать расстояние между пунктами и менять порознь или одновременно высоту поднятия приемной и передающей антенн.

Как видно из выражений для интерференционного множителя, при всех этих экспериментах величина напряженности поля должна меняться, проходя через минимальные и максимальные значения.

Рассмотрим результаты экспериментальных измерений напряженности интерференционного поля. Исследовалось отражение сантиметровых и дециметровых волн от вспаханного за несколько лет до этих измерений поля. Хаотические неровности не превышали нескольких сантиметров. Отдельные участки поля поросли сухой травой.

При измерениях одновременно менялись высоты поднятия передающей и приемной антенн. Расстояние между пунктами, равное 300 м, оставалось неизменным.

На рис. 3.11 приведены некоторые результаты этих измерений.

На рис. 3.11,а и б изображены кривые уровня сигнала при вертикальной поляризации на волнах 26,5 и 9 см. На рис. 3.11,в — кривая уровня сигнала при горизонтальной поляризации на волне 3,2 см. По горизонтали отложены высоты поднятия антенны, по вертикали — относительный уровень сигнала в децибелах.

Эти кривые весьма наглядно иллюстрируют интерференционный характер поля поднятых над землей излучателей при достаточно ровной поверхности земли. Четко обозначены максимумы и минимумы поля. Отчетливо отмечена свойственная интерференционному полю зави-

симость от длины волны. Чем короче волна, тем больше лепестков укладывается в заданном интервале высот, причем по мере увеличения высоты лепестки эти сжимаются.

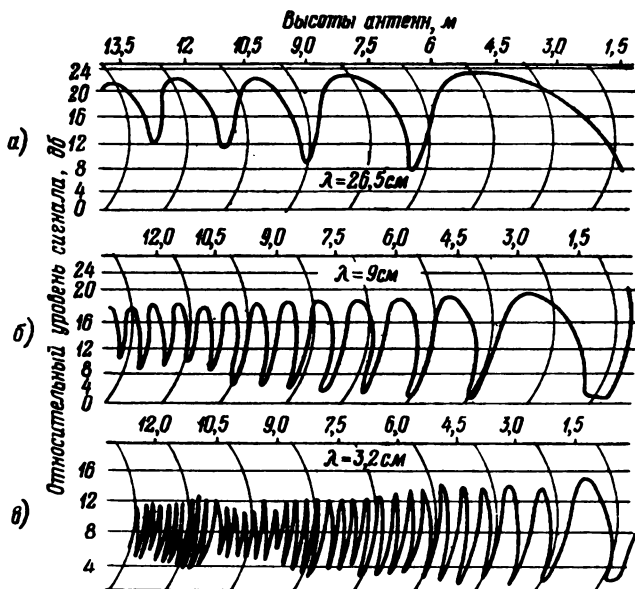


Рис. 3.11. Результаты измерений напряженности интерференционного поля.

Уровень сигнала при одновременном изменении высот поднятия антенн при $h = z$.

На больших высотах, на волне 3,2 см, как и следовало ожидать, начинает сказываться влияние неровностей поверхности земли, проявляющееся в нерегулярном изменении величины максимумов с высотой.

§ 2. ВЛИЯНИЕ ПОЛОГИХ НЕРОВНОСТЕЙ НА ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОДНЯТЫХ ДИПОЛЕЙ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЯХ [1]

Пусть поверхность земли не является плоскостью, а обладает пологими неровностями, описываемыми уравнением (рис. 3.12):

$$z = \zeta(x, y).$$

По определению пологими называют такие неровности, которые удовлетворяют условиям:

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right| \ll 1, \\ k\zeta = \left| \frac{2\pi}{\lambda} \zeta \right| \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

Сравним, как повлияют эти неровности на поле при различных поляризациях.

Положим, что плоскость падения волны совпадает с плоскостью XZ и пусть для упрощения выкладок имеет место равенство

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0.$$

Поскольку здесь рассматривается вопрос о влиянии на поле излучения только неровностей, то можно считать, что земля электрически однородна. Положим, что

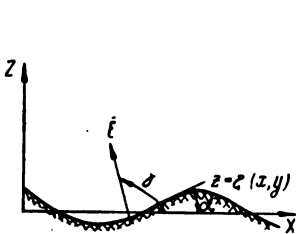


Рис. 3.12. Пологие неровности.

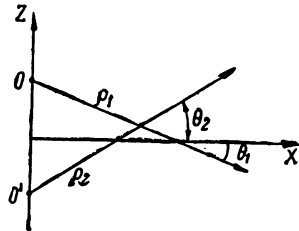


Рис. 3.13 К объяснению влияния на распространение радиоволн пологих неровностей.

земля является идеальным проводником, и сначала рассмотрим поле вертикального диполя. Поле над плоской идеально проводящей землей, поскольку коэффициент отражения равен 1, можно представить в виде (рис. 3.13)

$$\begin{aligned} E = j \frac{60\pi I_m l}{\lambda} \frac{e^{-jk\rho_1}}{\rho_1} \cos \theta_1 i_{\theta_1} + \\ + j \frac{60\pi I_m l}{\lambda} \frac{e^{-jk\rho_2}}{\rho_2} \cos \theta_2 i_{\theta_2}, \end{aligned}$$

где i_{θ_1} и i_{θ_2} — соответствующие единичные векторы, вдоль которых направлены векторы напряженностей поля диполя и его зеркального изображения.

Отсюда следует, что на поверхности плоской идеально проводящей земли, поскольку

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho,$$

$$\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = \cos \theta,$$

напряженность поля равна

$$E = E_0 = j \frac{120\pi I_m l}{\lambda} \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \cos \theta =$$

$$= B \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \cos \theta \quad \left(B = j \frac{120\pi I_m l}{\lambda} \right).$$

При этом вектор \mathbf{E} перпендикулярен поверхности земли.

В случае же наличия неровностей на идеально проводящей земле вектор напряженности электрического поля в каждой точке на поверхности земли будет перпендикулярен этой поверхности и, следовательно, будет, вообще говоря, наклонен к оси X (рис. 3.12).

Однако в силу (3.48) можно считать, что при этом величина вектора такая же, как в случае плоской идеально проводящей земли, т. е. равна E_0 .

Наклон вектора \mathbf{E} напряженности поля приводит к тому, что появляется горизонтальная составляющая напряженности поля

$$E_x = E_0 \cos \gamma,$$

где γ — угол между вектором напряженности поля и осью X .

Из рис. 3.12 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha = \frac{\partial \zeta}{\partial x}; \quad \gamma = \frac{\pi}{2} + \alpha; \quad \cos \gamma \approx -\frac{\partial \zeta}{\partial x}.$$

Поэтому

$$E_x \approx -E_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -B \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \cos \theta \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (3.49)$$

Как было изложено в предыдущих главах, согласно принципу Гюйгенса — Френеля влияние земли на поле в какой-либо точке над ее поверхностью определяется вторичными источниками, распределенными в пределах существенного для отражения участка поверхности земли. Следовательно, возникновение E_x можно рассматри-

вать как следствие появления добавочных вторичных источников на поверхности плоской земли. Поле этих вторичных источников в точке наблюдения над поверхностью земли будет пропорционально величине, определенной формулой (3.49). При этом поверхность земли можно рассматривать как плоскость.

Таким образом, формула (3.49) определяет возмущающее действие пологих неровностей идеально проводящей поверхности земли в случае вертикальной поляризации.

Рассмотрим теперь поле горизонтального элементарного диполя в случае идеально проводящей земли.

Если бы земля была плоской, то горизонтальную составляющую напряженности поля на небольшой высоте $z = \zeta$ можно было бы представить в виде

$$E_r(x, \zeta) = E_r(x, 0) + \frac{\partial E_r}{\partial z} \zeta.$$

Но на поверхности идеально проводящей земли

$$E_r(x, 0) = 0.$$

Поэтому

$$E_r(x, \zeta) = \frac{\partial E_r}{\partial z} \zeta.$$

Найдем величину $\frac{\partial E_r}{\partial z}$.

Горизонтальную составляющую поля горизонтального диполя над плоской идеально проводящей землей, поскольку коэффициент отражения равен -1 , можно представить в виде (рис. 3.13)

$$E_r = \frac{B}{2} \frac{e^{-jk\rho_1}}{\rho_1} - \frac{B}{2} \frac{e^{-jk\rho_2}}{\rho_2}.$$

Далее, так как $k\rho_{1,2} \gg 1$, то

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} \approx -jk \frac{B}{2} \left[\frac{e^{-jk\rho_1}}{\rho_1} \cos(\mathbf{z} \vec{\rho}_1) - \frac{e^{-jk\rho_2}}{\rho_2} \cos(\mathbf{z} \vec{\rho}_2) \right],$$

откуда, поскольку на поверхности земли

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho,$$

$$\cos(\mathbf{z} \vec{\rho}_2) = -\cos(\mathbf{z} \vec{\rho}_1) = \sin \theta,$$

получаем

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} = jkB \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \sin \theta.$$

Следовательно, на небольшой высоте ζ над плоской поверхностью земли поле равно

$$E_r(x, \zeta) = jB \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \sin \theta k\zeta.$$

Воспользовавшись последними соображениями и учитывая (3.48), перейдем к случаю неровной поверхности земли.

Очевидно, что при наличии неровностей для того, чтобы удовлетворялось граничное условие — равенство нулю тангенциальной составляющей напряженности электрического поля — должна появиться горизонтальная составляющая поля E_y , равная, но противоположная по знаку величине E_r , т. е.

$$E_y = -\frac{\partial E_r}{\partial z} \zeta = -jB \frac{e^{-jk\rho}}{\rho} \sin \theta k\zeta. \quad (3.50)$$

Эта величина и определяет возмущающее действие неровностей поверхности при горизонтальной поляризации. Следовательно, влияние неровностей на поле в точке наблюдения такое же, как и влияние добавочных вторичных источников, распределенных на плоской земле и определяемых формулой (3.50).

Сравнивая (3.50) с (3.49), видим, что в случае пологих неровностей идеально проводящей поверхности земли при малых углах возвышения θ напряженность поля E_x является величиной первого порядка малости, а E_y — второго порядка малости, т. е.

$$|E_y| \ll |E_x|. \quad (3.51)$$

При горизонтальной поляризации в случае малых углов возвышения θ пологие неровности вносят меньшее возмущение, чем при вертикальной поляризации.

§ 3. УЧЕТ СФЕРИЧНОСТИ ЗЕМЛИ В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ФОРМУЛАХ

1. Расстояние прямой видимости

Сначала введем некоторые понятия.

Представим себе касательную к поверхности земли коническую поверхность с вершиной в точке излучения (точка O на рис. 3.14).

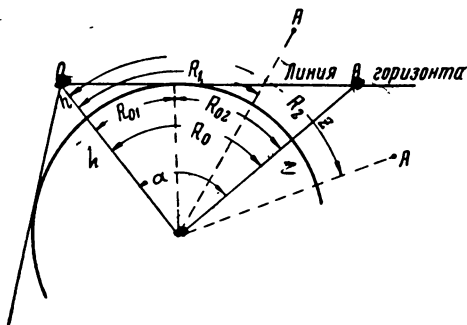


Рис. 3.14. К определению предельной дальности прямой видимости.

Тогда эта коническая поверхность разделит все пространство над поверхностью земли на две области:

- область прямой видимости, или освещенная область, и
- область тени.

Любая образующая этого конуса является линией горизонта. На рис. 3.14 дан разрез этого пространственного построения.

Если точка наблюдения A , находящаяся на заданной высоте, расположена на линии горизонта, то расстояние до этой точки от излучателя — расстояние до горизонта, — как видно из рис. 3.14, при условии $\alpha \ll 1$ (α — геоцентрический угол) равно

$$R_0 = R_{01} + R_{02} = \sqrt{(a+h)^2 - a^2} + \sqrt{(a+z)^2 - a^2} \approx \sqrt{2ah} + \sqrt{2az},$$

где a — радиус Земли.

Если бы точка A находилась на расстоянии R_1 , где $R_1 < R_0$, то она была бы расположена в области прямой

видимости. Если бы точка A находилась на расстоянии R_2 , где $R_2 > R_0$, она была бы расположена в области тени.

Таким образом, расстояние

$$R_0 = \sqrt{2a} (\sqrt{h} + \sqrt{z}) \quad (3.52)$$

есть *предельная дальность прямой видимости* или просто *расстояние прямой видимости* двух пунктов, расположенных на высотах h и z (при условии $R_0 \ll a$).

Если R_0 выразить в километрах, а h и z — в метрах и учесть, что радиус земли равен $a = 6370$ км, то

$$R_{0\text{км}} = 3,57 (\sqrt{h_m} + \sqrt{z_m}). \quad (3.53)$$

2. Приведенные высоты

Выясним теперь, как учесть сферичность земной поверхности при вычислении по интерференционным формулам поля в области прямой видимости.

Учет сферичности земной поверхности в рамках отражательной трактовки возможен, если в пределах существенного отражающего участка поверхность земли может рассматриваться как плоскость. Если это условие выполняется, учет производится введением в рассмотрение вместо истинных высот h и z так называемых *приведенных высот* h' и z' .

Покажем, как вводятся эти высоты, и определим их значения.

Пусть точка C — точка геометрического отражения. Проведем через эту точку касательную плоскость к поверхности земли (рис. 3.15). Приведенные высоты h' и z' суть высоты корреспондирующих пунктов над этой плоскостью.

Ввиду малости геоцентрического угла для точки отражения имеют место такие же соотношения, как и в случае плоской отражающей поверхности, т. е.

$$\frac{h}{R_1} = \frac{z}{R_2} = \frac{h+z}{R},$$

где

$$R = R_1 + R_2$$

и, следовательно,

$$R_1 = R \frac{h}{h+z}, \quad R_2 = R \frac{z}{h+z}.$$

С другой стороны,

$$R_1 = \sqrt{2a\Delta h}, \quad R_2 = \sqrt{2a\Delta z},$$

поэтому

$$\left. \begin{aligned} h' &= h - \Delta h = h - \frac{R_1^2}{2a} = h - \frac{R^2}{2a} \left(\frac{h}{h+z} \right)^2, \\ z' &= z - \frac{R^2}{2a} \left(\frac{z}{h+z} \right)^2. \end{aligned} \right\} (3.54)$$

Таким образом, для того чтобы учесть сферичность земной поверхности, нужно во всех интерференционных формулах заменить h на h' , z на z' .

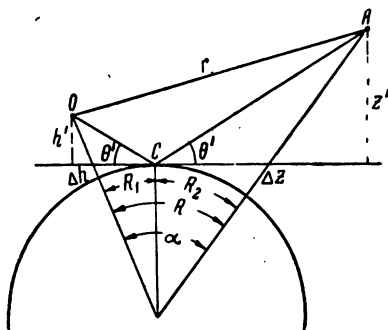


Рис. 3.15. К определению приведенных высот.

Во многих случаях можно считать $h \ll z$, и поэтому

$$h' \approx h, \quad z' \approx z - \frac{R^2}{2a}. \quad (3.54a)$$

Например, в квадратичной формуле Введенского

$$\begin{aligned} E &= \frac{4\pi \sqrt{90P_\Sigma}}{\lambda} \frac{h'z'}{r^2} = \frac{4\pi \sqrt{90P_\Sigma}}{\lambda} \frac{h}{r^2} \left(z - \frac{R^2}{2a} \right) \approx \\ &\approx \frac{4\pi \sqrt{90P_\Sigma}}{\lambda} \frac{h}{R^2} \left(z - \frac{R^2}{2a} \right). \end{aligned} \quad (3.55)$$

Как упоминалось, изложенный здесь метод учета сферичности земной поверхности применим в том случае,

если справедливо соотношение $\frac{h}{R_1} = \frac{z}{R_2}$. А оно справедливо при таких углах возвышения, для которых

$$h \gg \Delta h = \frac{R_1^2}{2a},$$

$$z \gg \Delta z = \frac{R_2^2}{2a},$$

т. е. для достаточно больших углов скольжения θ' .

§ 4. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ТРАКТОВКИ

Полученные в настоящей главе формулы расчета напряженности поля (интерференционные формулы) имеют ограниченную область применения. Ограничения здесь обусловлены допущением, принятым при выводе формул для коэффициентов отражения. Согласно этому допущению волна, падающая на поверхность раздела двух сред, отражается как плоская волна. В действительности же фронт падающей на поверхность раздела волны сферический.

Вопрос об отражении сферических волн с достаточной полнотой был рассмотрен Л. М. Бреховских.

В 1949 г. им, в частности,

была получена из теории отражения сферических волн формула для пределов применимости отражательной трактовки.

Можно также найти пределы применимости отражательной трактовки, опираясь на доказательство существования существенного участка для отражения радиоволн.

Пусть излучатель расположен над поверхностью земли в точке O на высоте h , а поле определяется в точке A , C_1C_2 — существенный участок отражения (рис. 3.16).

Согласно отражательной трактовке действие земли заменяется действием воображаемого излучателя, рас-

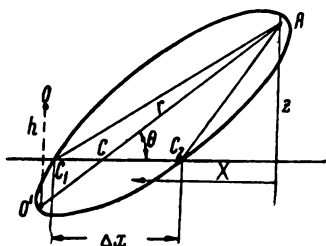


Рис. 3.16. К выводу пределов применимости отражательной трактовки.

положенного в точке O' , являющейся зеркальным изображением точки O . При этом величина поля, создаваемого этим излучателем в точке A , считается пропорциональной коэффициенту отражения плоских волн, который берется для угла θ , образованного линией наблюдения $O'A$ и плоскостью земли (рис. 3.16). В то же время наличие существенного участка для отражения означает, что лучи падают и отражаются и под другими углами. Отсюда следует, что имеется неопределенность ΔR в величине коэффициента отражения R . Очевидно, что эту неопределенность можно рассматривать как результат неопределенности в положении «точки отражения» S плоских волн.

Если положение этой точки на плоскости земли характеризовать расстоянием x , а размер существенного участка Δx , то можно считать, что

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \Delta x.$$

В качестве критерия применимости отражательной трактовки можно принять неравенство

$$|\Delta R| = \left| \frac{\partial R}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Delta x \right| \ll |R(\theta)|. \quad (3.56)$$

Очевидно, что этот критерий имеет смысл только в том случае, если величины $\frac{\partial R}{\partial \theta}$, $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ столь мало меняются в пределах Δx , что их можно считать постоянными в этом неравенстве.

Существенный участок Δx тем меньше, чем меньше наклонен к поверхности земли существенный эллипсоид для отражения. Поэтому наиболее интересно рассмотрение вопроса о применимости отражательной трактовки именно при малых углах возвышения, когда длина Δx не мала по сравнению с расстоянием между корреспондирующими пунктами.

Поскольку с изменением угла θ в большей степени меняется коэффициент отражения при вертикальной поляризации, то положим

$$R = R_v(\theta) = \frac{\epsilon'_r \sin \theta - \sqrt{\epsilon'_r - 1}}{\epsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon'_r - 1}}.$$

Эта формула получается из точной формулы (2.37), если принять $\cos \theta \approx 1$. Соответственно

$$\frac{\partial R_B}{\partial \theta} = \frac{2\epsilon'_r \sqrt{\epsilon'_r - 1}}{(\epsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon'_r - 1})^2}. \quad (3.57)$$

Предположим, что $h \ll z$. В этом случае согласно (2.8) размер существенного участка для отражения при малых углах θ имеет порядок величины

$$\Delta x \approx 2a_1 \approx \frac{\lambda}{\sin^2 \theta}. \quad (3.58)$$

Вычислим $\frac{\partial \theta}{\partial x}$. Учитывая, что (рис. 3.16)

$$x = \frac{z}{\operatorname{tg} \theta} \approx \frac{z}{\sin \theta},$$

имеем

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{z}{x^2} \approx -\frac{\sin^2 \theta}{z}. \quad (3.59)$$

Таким образом, подставив (3.57) — (3.59) в (3.56) и положив $R_B(\theta) \approx -1$, находим

$$\frac{z}{\lambda} \gg \left| \frac{2\epsilon'_r \sqrt{\epsilon'_r - 1}}{(\epsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon'_r - 1})^2} \right|. \quad (3.60)$$

Согласно же результатам Бреховских получается более слабое неравенство

$$\frac{2\pi z}{\lambda} = kz \gg \left| \frac{\epsilon'_r \sqrt{\epsilon'_r - 1}}{(\epsilon'_r \sin \theta + \sqrt{\epsilon'_r - 1})^2} \right|. \quad (3.60a)$$

Из формулы (3.60) или (3.60a) следует, что чем больше $|\epsilon'_r|$, тем больше область высот z применения интерференционных формул и в случае идеального проводника, поскольку правая часть равна нулю, интерференционные формулы справедливы для всех высот h и z , как совершенно строго уже было доказано ранее.

Если угол θ настолько мал, что

$$|\epsilon'_r \sin \theta| \ll |\sqrt{\epsilon'_r - 1}|,$$

то неравенство (3.60a) принимает вид

$$kz \gg \left| \frac{\epsilon_r'}{\sqrt{\epsilon_r' - 1}} \right|. \quad (3.60б)$$

Если $h \gg z$, то во всех неравенствах z должно быть заменено на h .

Все приведенные здесь неравенства получены для вертикальной поляризации. Для горизонтальной поляризации они являются слишком сильными, так как область применения интерференционных формул в силу неравенства $\left| \frac{\partial R_\Gamma}{\partial \theta} \right| < \left| \frac{\partial R_B}{\partial \theta} \right|$ в случае горизонтальной поляризации шире, чем для вертикальной. Поэтому нет необходимости в специальном критерии для горизонтальной поляризации.

Рассмотрим теперь ограничения применимости отражательной трактовки, обусловленные сферичностью земли.

Для упрощения выкладок, мы будем считать, что земля является идеальным проводником и кроме того положим, что $h = 0$ и что высота точки наблюдения над поверхностью земли z значительно меньше дальности до этой точки, т. е.

$$z \ll r \approx R.$$

Для применимости интерференционных формул в случае сферической земли необходимо, чтобы в пределах существенного участка поверхность земли можно было рассматривать как плоскость (рис. 3.17). Это означает,

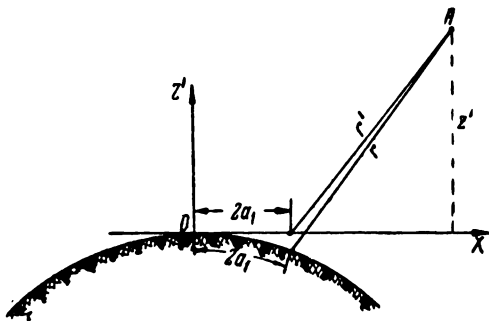


Рис. 3.17. К выводу пределов применимости отражательной трактовки, обусловленных сферичностью земли.

что разность фаз волн, приходящих в точку наблюдения, от вторичных источников, расположенных на границах существенного участка на плоской и сферической земле, должна быть значительно меньше 2π . Это условие можно записать в виде

$$r - r' \ll \lambda. \quad (3.61)$$

Согласно рис. 3.17

$$r = \sqrt{(R-x)^2 + \left(z' + \frac{x^2}{2a}\right)^2} \approx R - x + \frac{\left(z' + \frac{x^2}{2a}\right)^2}{2(R-x)},$$

$$r' = \sqrt{(R-x)^2 + z'^2} \approx R - x + \frac{z'^2}{2(R-x)},$$

где z' — приведённая высота,

x — длина существенного участка, имеющая порядок величины $2a_1$.

Следовательно,

$$r - r' \approx \frac{z'}{2a} \frac{x^2}{R} \approx \frac{z}{2a} \frac{(2a_1)^2}{R} \approx \frac{z}{2a} \frac{\lambda^2}{\sin^4 \theta R},$$

$$\frac{r - r'}{\lambda} = \frac{\lambda}{2a \sin^3 \theta} \ll 1,$$

откуда получаем

$$\sin \theta \gg \sqrt[3]{\frac{\lambda}{2a}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2a}{\lambda}}}$$

или в общепринятом виде

$$\sin \theta \gg \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{ka}{2}}}. \quad (3.62)$$

Это неравенство и определяет пределы применимости отражательной трактовки, обусловленные сферичностью земной поверхности.

Так как для всех диапазонов радиоволн имеет место неравенство

$$\sqrt[3]{\frac{ka}{2}} = \sqrt[3]{\frac{\pi a}{\lambda}} \gg 1, \quad (3.63)$$

то угол θ в формуле (3.62) невелик. Отметим, что величина

$$M = \sqrt[3]{\frac{ka}{2}}, \quad (3.64)$$

как будет показано в гл. 5, большой параметр задачи о дифракции радиоволн вокруг земной поверхности.

ГЛАВА 4

ЗОНЫ ВИДИМОСТИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЙ

Результаты, полученные в предыдущих главах, дают возможность рассчитать максимальную дальность действия радиолинии и, в частности, максимальную дальность действия радиолокационной станции в области прямой видимости.

§ 1. МАКСИМАЛЬНАЯ ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1. Максимальная дальность радиосвязи

Условия распространения в свободном пространстве являются простейшими. Поэтому сначала рассмотрим вопрос о максимальной дальности действия радиолиний в свободном пространстве. Если P — излучаемая мощность *, $G \neq G_m F^2(\theta, \varphi)$ — коэффициент усиления антенны, то плотность потока энергии в точке наблюдения A на расстоянии r от передающей антенны равна

$$S = \frac{PG}{4\pi r^2} = \frac{PG_m F^2(\theta, \varphi)}{4\pi r^2}. \quad (4.1)$$

Пусть в точке A расположен приемник (рис. 4.1). Тогда мощность $P_{\text{п}}$, попадающая в приемник, пропорциональна плотности потока энергии в точке A .

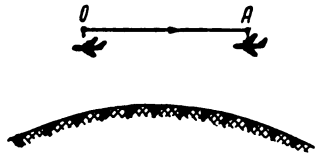


Рис. 4.1. К определению максимальной дальности радиосвязи в свободном пространстве.

* Полагаем к. п. д. антенны $\eta \approx 1$.

Коэффициент пропорциональности здесь определяется свойствами приемной антенны, и поскольку он имеет размерность площади, то носит название эффективной или действующей площади антенны и обычно обозначается $A_{эфф}$; поэтому

$$P_{п} = A_{эфф} \cdot S. \quad (4.2)$$

Между эффективной площадью антенны $A_{эфф}$ и ее коэффициентом усиления $G' = G'_m F'^2(\vartheta', \varphi')$ в режиме передачи существует связь

$$A_{эфф} = \frac{\lambda^2 G'}{4\pi}. \quad (4.3)$$

Поэтому

$$A_{эфф} = A_{эфф m} F'^2(\vartheta', \varphi'), \quad (4.3a)$$

где

$$A_{эфф m} = \frac{\lambda^2 G'_m}{4\pi}.$$

Таким образом, из формул (4.1) и (4.3a) следует, что равенство (4.2) можно представить в виде

$$P_{п} = \frac{P G_m A_{эфф m} F^2(\vartheta, \varphi) F'^2(\vartheta', \varphi')}{4\pi r^2}. \quad (4.4)$$

Эта формула называется *уравнением радиопередачи* или *радиосвязи* в свободном пространстве.

Для того чтобы определить максимально возможную дальность действия радиосвязи, следует в этой формуле положить

$$P_{п} = P_{п мин},$$

где $P_{п мин}$ — минимальная мощность на входе приемника, необходимая для обнаружения излучаемого сигнала. Величина $P_{п мин}$ определяет собой чувствительность приемного устройства в целом.

Кроме того, поскольку для получения наибольшей дальности радиосвязи антенны должны быть направлены друг на друга, то следует положить

$$F(\vartheta, \varphi) = F(0, \varphi) = F'(\vartheta', \varphi') = F'(0, \varphi) = 1.$$

Отсюда находим

$$P_{\text{п мин}} = \frac{PG_m A_{\text{эфф м}}}{4\pi r_m^2}, \quad (4.5)$$

а из этого соотношения получаем формулу для максимальной дальности действия радиопередачи в свободном пространстве

$$r_m = \sqrt{\frac{PG_m A_{\text{эфф м}}}{P_{\text{п мин}} 4\pi}}. \quad (4.6)$$

Согласно этой формуле максимальная дальность действия радиопередачи пропорциональна корню квадратному из мощности передатчика, коэффициента усиления передающей антенны, эффективной площади приемной антенны, обратно пропорциональна корню квадратному из $P_{\text{п мин}}$.

Максимальная дальность при произвольной ориентации антенн равна

$$r_m(\vartheta, \varphi, \vartheta', \varphi') = r_m F(\vartheta, \varphi) F'(\vartheta', \varphi'). \quad (4.6a)$$

2. Максимальная дальность действия радиолокатора в свободном пространстве

Пусть в точке O расположен радиолокатор, а в точке A находится цель (рис. 4.2) и пусть P — мощность радиолокатора, G — коэффициент усиления антенны, тогда плотность потока энергии в месте расположения цели равна

$$S_{\text{ц}} = \frac{PG}{4\pi r^2} = \frac{PG_m F^2(\vartheta, \varphi)}{4\pi r^2}.$$

Облучаемая радиолокатором цель становится вторичным излучателем. Часть энергии, рассеянной целью, попадает в приемник радиолокатора, благодаря чему цель и обнаруживается.

Для характеристики цели, как вторичного излучателя, вводят в рассмотрение так называемую *эффективную площадь рассеяния цели* σ . При этом поле вторичного излучения цели уподобляют полю воображаемого ненаправлен-

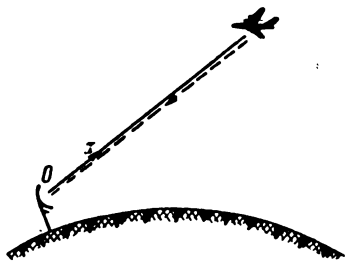


Рис. 4.2. К определению максимальной дальности действия радиолокатора в свободном пространстве.

ного излучателя, мощность которого равна $\sigma S_{\text{ц}}$, создающего в месте расположения приемника радиолокатора такой же поток энергии, как и цель, т. е.

$$S_{\text{п}} = \frac{\sigma S_{\text{ц}}}{4\pi r^2} = \frac{\sigma PG}{(4\pi r^2)^2}. \quad (4.7)$$

Величина

$$4\pi r^2 \frac{S_{\text{п}}}{S_{\text{ц}}} = \sigma \quad (4.8)$$

рассматривается для определения эффективной площади рассеяния цели.

Мощность обратного рассеяния цели, попадающая на вход приемника радиолокатора, равна

$$P_{\text{п}} = A_{\text{эфф}} S_{\text{п}} = \frac{\sigma PG A_{\text{эфф}}}{(4\pi r^2)^2}. \quad (4.9)$$

Обычно передача и прием осуществляются одной и той же антенной. Поэтому

$$A_{\text{эфф}} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} = A_{\text{эфф} m} F^2(\vartheta, \varphi) \quad (4.10)$$

и, следовательно,

$$P_{\text{п}} = \frac{\sigma PG_m A_{\text{эфф} m} F^2(\vartheta, \varphi)}{(4\pi r^2)^2}. \quad (4.11)$$

Эта формула называется *уравнением радиолокации*.

Для получения максимальной дальности действия радиолокатора в свободном пространстве следует положить в этом уравнении

$$P_{\text{п}} = P_{\text{п мин}}$$

и

$$F(\vartheta, \varphi) = F(0, \varphi) = 1.$$

Тогда

$$P_{\text{п мин}} = \frac{\sigma PG_m A_{\text{эфф} m}}{(4\pi r_{m0}^2)^2}. \quad (4.12)$$

Отсюда получаем формулу для максимальной дальности действия радиолокатора в свободном пространстве

$$r_{m0} = \sqrt[4]{\frac{PG_m A_{\text{эфф} m} \sigma}{P_{\text{п мин}} (4\pi)^2}}. \quad (4.13)$$

Из этой формулы, в частности, следует, что максимальная дальность действия радиолокатора в свободном пространстве пропорциональна корню четвертой степени из мощности передатчика. Следовательно, изменение мощности передатчика радиолокатора приводит к меньшему изменению дальности действия, чем изменение мощности связного передатчика, у которого дальность действия пропорциональна корню квадратному из мощности.

О влиянии изменения $P_{\text{п мин}}$ на дальность действия радиолокатора можно сделать подобный же вывод, т. е. изменение чувствительности приемника как и изменение мощности передатчика сравнительно мало эффективно.

Дальность действия радиолокатора также сравнительно мало чувствительна к изменениям величины эффективной площади рассеяния цели σ , поскольку $r_{m0} \sim \sqrt[4]{\sigma}$.

Более эффективно влияет на дальность действия радиолокатора изменение параметров антенны. Коэффициент усиления и эффективная площадь антенны пропорциональны друг другу. Поэтому максимальная дальность действия радиолокатора прямо пропорциональна квадратному корню из коэффициента усиления или эффективной площади антенны.

Так как более распространенным параметром антенны является коэффициент усиления, то формулу (4.13) целесообразно представить в виде

$$r_{m0} = \sqrt[4]{\frac{PG_m^2 \lambda^2 \sigma}{P_{\text{п мин}} 64\pi^3}}. \quad (4.14)$$

Например, для $P = 1 \text{ Мвт}$, $G_m = 10^4$, $\lambda = 0,1 \text{ м}$, $\sigma = 10 \text{ м}^2$ и $P_{\text{п мин}} = 10^{-12} \text{ вт}$ получается $r_{m0} = 270 \text{ км}$.

3. Понятие о зоне видимости радиолокационной станции

Как следует из уравнения радиолокации, максимальная дальность действия радиолокатора зависит от направления и равна

$$r_m(\vartheta, \varphi) = r_{m0} F(\vartheta, \varphi). \quad (4.15)$$

Последнее выражение представляет собой уравнение поверхности в координатах r, ϑ, φ с началом координат

в месте расположения радиолокатора. Эта поверхность делит пространство вокруг радиолокатора на две области: область I, в которой цель с заданной эффективной площадью рассеяния видна, и область II, в которой эта цель не видна (рис. 4.3). Область, в которой цель видна,

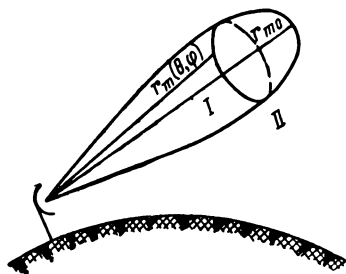


Рис. 4.3. Зона видимости радиолокатора в свободном пространстве.

на, называется *зоной видимости* радиолокационной станции.

Нетрудно видеть, что эта граничная поверхность относится к семейству поверхностей одинаковых значений напряженности поля, создаваемого антенной радиолокатора.

В самом деле, плотность потока энергии на расстоянии r равна

$$S = \frac{E^2}{240\pi} = \frac{PG_m F^2(\vartheta, \varphi)}{4\pi r^2}.$$

Положив $E = E_0 = \text{const}$, найдем

$$\frac{E_0^2}{240\pi} = \frac{PG_m}{4\pi r^2} F^2(\vartheta, \varphi).$$

Тогда расстояние до точки на поверхности одинаковой напряженности поля будет

$$r(\vartheta, \varphi) = \frac{\sqrt{60PG_m}}{E_0} F(\vartheta, \varphi). \quad (4.16)$$

Если в формулу (4.16) вместо $r_{E=E_0}$ подставим максимальную дальность радиолокатора r_m из (4.15), то E_0

примет значение напряженности поля на граничной поверхности зоны видимости

$$E_{\text{грзв}} = \frac{\sqrt{60PG_m}}{r_{m0}}. \quad (4.17)$$

Например, для $P = 1 \text{ Мвт}$, $G_m = 10^4$, $r_{m0} = 270 \text{ км}$
 $E_{\text{грзв}} = 2,87 \frac{\text{в}}{\text{м}}$.

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ЗЕМЛИ

1. Формула дальности

Как уже было показано ранее, выражение для поля произвольной антенны, полученное с учетом влияния земли, отличается от соответствующего выражения для свободного пространства наличием в нем интерференционного множителя.

Таким образом, характеристика направленности в этом случае определяется произведением двух множителей — характеристики направленности антенны в свободном пространстве и интерференционного множителя Φ , обусловленного влиянием земли (3.20). Поэтому при учете влияния земли в уравнение радиолокации (4.11) для свободного пространства вместо $F(\theta, \varphi)$ нужно подставить произведение $F\Phi$. Тогда для фиксированной вертикальной плоскости получим

$$P_n = \frac{\sigma PG_m^2 \lambda^2}{64\pi^3 r^4} F^4(\theta_m - \theta) \cdot \Phi^4(\theta; \theta_m). \quad (4.18)$$

Соответственно формула дальности примет вид

$$r_m(\theta; \theta_m) = r_{m0} F(\theta_m - \theta) \cdot \Phi(\theta; \theta_m), \quad (4.19)$$

где

$$r_{m0} = \sqrt[4]{\frac{PG_m^2 \lambda^2 \sigma}{64\pi^3 P_{\text{п мин}}}}. \quad (4.14)$$

Если направление максимума излучения антенны параллельно поверхности земли и характеристика направленности симметрична относительно этого максимума,

то дальность действия радиолокационной станции определяется по формуле

$$r_m(\theta) = r_{m0} F(\theta) \Phi(\theta). \quad (4.19a)$$

2. Построение диаграмм видимости

а) Плоская земля

Формулу дальности (4.19a) обычно применяют для построения диаграмм дальности действия, или, иначе, диаграмм видимости радиолокационной станции. Рассматриваемая формула дальности представляет собой уравнение кривой в полярных координатах r, θ с началом координат в месте расположения радиолокационной станции, причем полярная ось параллельна плоской поверхности земли. Эта кривая является границей зон видимости в вертикальной плоскости над плоской землей.

Например, для характеристики направленности в свободном пространстве и для интерференционного множителя, изображенных на рис. 4.4 и 4.5, график произведения $F(\theta) \cdot \Phi(\theta)$ имеет вид, показанный на рис. 4.6, а соответствующая диаграмма видимости изображена на рис. 4.7.

Проекция наклонной максимальной дальности, взятой в каком-либо направлении θ , на горизонтальную и вертикальную оси, лежащие в заданной вертикальной плоскости, соответственно равны

$$R_m(\theta) = r_m(\theta) \cos \theta, \quad (4.20)$$

$$Z_m(\theta) = r_m(\theta) \sin \theta. \quad (4.21)$$

Назовем эти величины соответственно горизонтальной и вертикальной дальностями.

Диаграмма видимости представляет собой одну из кривых семейства равной напряженности поля в вертикальной плоскости, так как уравнение семейства таких кривых, как нетрудно видеть, имеет вид

$$r = r(\theta) = \frac{\sqrt{60PG_m}}{E_0} F(\theta) \Phi(\theta). \quad (4.22)$$

Задавая различные значения постоянной E_0 , можем получить соответствующие этим значениям кривые семейства (рис. 4.8).

На рис. 4.9 и 4.10 изображены зависимости напряженности поля от горизонтальной дальности R при $z = \text{const}$ и от высоты z при $R = \text{const}$, соответствующие сечениям, указанным на рис. 4.8.

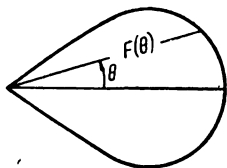


Рис. 4.4. К построению диаграмм видимости радиолокационной станции — диаграмма направленности антенны.

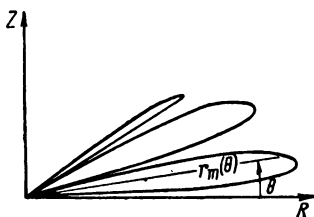


Рис. 4.7. Диаграмма видимости радиолокатора.

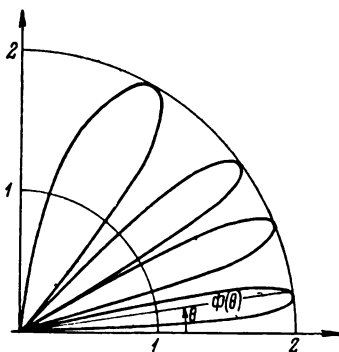


Рис. 4.5. К построению диаграмм видимости — диаграмма множителя земли.

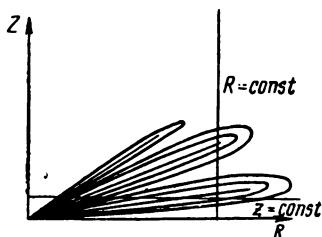


Рис. 4.8. Кривые равной напряженности поля.

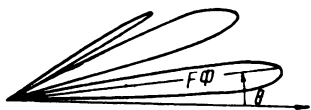


Рис. 4.6. К построению диаграмм видимости — диаграмма произведения характеристики направленности антенны на множитель земли.

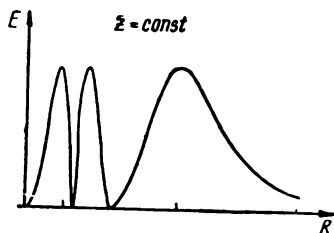


Рис. 4.9. Зависимость напряженности поля от горизонтальной дальности при постоянной высоте.

б) Сферическая земля

При $h \ll z$, как было показано в § 3 гл. 3, учёт сферичности земли сводится к замене в интерференционных формулах истинной высоты z приведенной высотой z'

$$z' = z - \frac{R^2}{2a}.$$

Таким образом, в прямоугольной системе координат R, Z диаграмма видимости будет такой же, как для плоской земли, а поверхность земли будет представлять собой

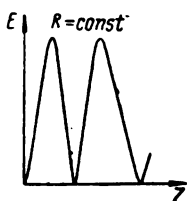


Рис. 4.10. Зависимость напряженности поля от высоты при постоянной горизонтальной дальности.

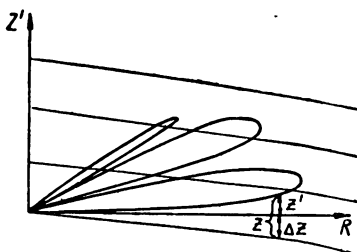


Рис. 4.11. Учет сферичности земли при построении диаграммы видимости.

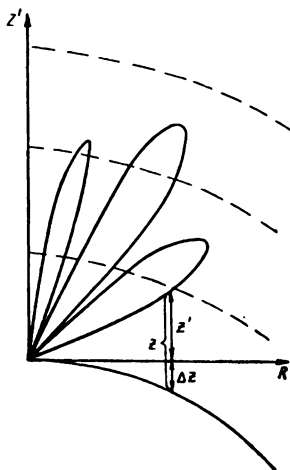


Рис. 4.12. Диаграмма видимости при различных масштабах для горизонтальной и вертикальной дальностей.

параболу, уравнение которой $z' = -\frac{R^2}{2a}$ (рис. 4.11). На рис. 4.11 проведены также линии равных высот z над поверхностью земли.

Во многих случаях при построении диаграмм видимости масштаб по оси Z берут более крупный, чем по оси R , и тогда диаграмма видимости выглядит так, как показано на рис. 4.12.

3. Максимальная дальность действия радиолокационной станции при малых углах возвышения

При малых углах возвышения

$$F(\theta) \approx 1,$$

$$\Phi(\theta) \approx \frac{4\pi h}{\lambda} \frac{z}{r}.$$

Отсюда и из (4.19а) следует, что

$$r_m = r_{m0} \frac{4\pi h}{\lambda} \frac{z}{r_m}$$

или

$$r_m = \sqrt{\frac{4\pi h z}{\lambda} r_{m0}}.$$

Подставляя сюда значение r_{m0} из (4.14), получаем

$$r_m = \sqrt[8]{\frac{PG_m^2 \lambda^2 \sigma}{P_{\text{п мин}} (4\pi)^3}} \sqrt{\frac{4\pi h z}{\lambda}}, \quad (4.23)$$

т. е. максимальная дальность действия радиолокационной станции при малых углах возвышения пропорциональна корню восьмой степени из мощности P .

Подставив в эту формулу вместо истинной высоты приведенную $z' = z - \frac{R^2}{2a}$, учтем таким образом сферичность земли и получим

$$r_m = \sqrt{r_{m0} \frac{4\pi h}{\lambda} \left(z - \frac{R^2}{2a} \right)}. \quad (4.24)$$

А так как при малых углах возвышения можно считать $R_m \approx r_m$, то

$$r_m^2 = r_{m0} \frac{4\pi h}{\lambda} \left(z - \frac{r_m^2}{2a} \right).$$

Разрешив это соотношение относительно r_m , получим

$$r_m = \sqrt{\frac{\frac{r_{m0} \frac{4\pi h z}{\lambda}}{2\pi h r_{m0}}}{1 + \frac{r_{m0}}{\lambda a}}}. \quad (4.25)$$

§ 3. ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ НА ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЙ

1. Учет влияния рельефа местности на зоны видимости радиолокационной станции

а) Определение линии среднего уклона местности

В гл. 2 рассматривался вопрос о влиянии неровностей (шероховатостей) на поле в точке наблюдения. При этом имелись в виду такие неровности, которые имеют значительно меньшие линейные размеры, чем размеры существенного участка отражения, причем число

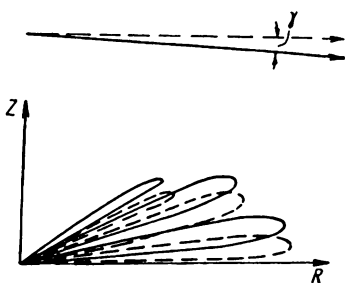


Рис. 4.13. Поворот диаграммы видимости при наличии небольшого наклона местности.

неровностей весьма велико в пределах этого участка и расположение их хаотично. Теперь же рассмотрим влияние таких неровностей, линейные размеры которых сравнимы с размерами существенного участка отражения, причем углы наклона или подъема этих неровностей невелики.

Строгий учет влияния рельефа местности на зоны видимости весьма затруднителен. Практически его можно выполнить только приближенно. И эта возможность открывается только потому, что участок поверхности земли, существенный для отражения радиоволн, ограничен по своим размерам.

Для того чтобы понять идею метода расчета, обратим внимание на следующее обстоятельство.

Очевидно, что если местность в пределах существенного участка имеет наклон в сторону цели на небольшой угол γ , то вся диаграмма видимости в целом поворачивается на угол γ (рис. 4.13) *. Наоборот, если местность

* Это вытекает из следующих соображений.

Если угол γ мал, то высоту антенны над наклонной плоскостью можно считать равной ее высоте над горизонтальной плоскостью; тогда изменения условий максимумов и минимумов интерференционного множителя сводятся лишь к тому, что $\sin \theta$ заменяется выражением $\sin(\theta + \gamma)$.

имеет подъем в сторону цели на небольшой угол γ , вся диаграмма видимости в целом поворачивается вверх также на угол γ .

Пусть теперь профиль местности в пределах существенного участка является сложным, скажем, таким, как на рис. 4.14.

Очевидно, что если бы распределение падающей энергии в пределах существенного участка было равномер-

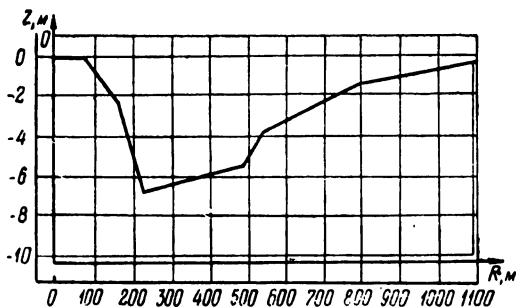


Рис. 4.14. Профиль местности.

ным, то влияние этого профиля местности можно было свести к влиянию местности с некоторым углом, равным среднему уклону реального профиля местности. Линию среднего уклона при этом можно было бы провести, исходя, например, из условия, чтобы суммарная площадь заштрихованных областей равнялась нулю (рис. 4.15). (Областям, расположенным выше и ниже среднего уклона, приписываются разные знаки.)

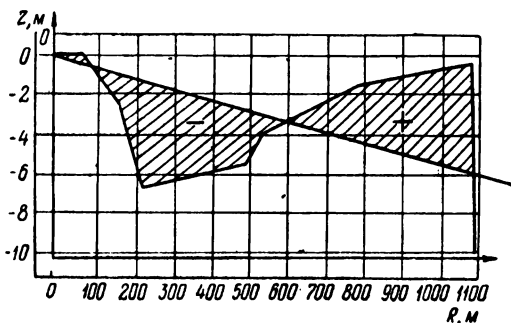


Рис. 4.15. Проведение линии среднего уклона при равномерном распределении падающей энергии.

Однако распределение падающей энергии в пределах существенного участка не является равномерным, и поэтому при проведении линии среднего уклона должна быть учтена эта неравномерность.

Суть метода приближенного учета влияния рельефа местности на зоны видимости состоит в том, что линия среднего уклона проводится в соответствии с распределением падающей энергии только в пределах первой зоны Френеля.

Первую зону Френеля, положение и продольный размер которой согласно формулам (2.8) определяются выражениями

$$x_{0,1} = x_0 \left(1 + \frac{\lambda}{2h \sin \theta} \right), \quad (4.26)$$

$$2a_1 = \frac{2}{\sin \theta} \sqrt{\frac{\lambda h}{\sin \theta} \left(1 + \frac{\lambda}{4h \sin \theta} \right)}, \quad (4.27)$$

делят на несколько участков и рассчитывают, как распределяется падающая на первую зону энергия по этим участкам. Пусть на i -й участок падает часть b_i всей энергии, падающей на зону. Тогда [линию среднего уклона проводят под таким углом к горизонту, чтобы удовлетворялось условие

$$\sum_i b_i \Delta z_i = 0, \quad (4.28)$$

где Δz_i — среднее повышение (берется со знаком „+“) или понижение (берется со знаком „—“) участка относительно линии среднего уклона (рис. 4.16).

При этом каждая величина Δz_i может быть определена как алгебраическая сумма ΔS_{ik} площадей заштрихованных областей в пределах i -го участка, деленная на протяженность Δx_i этого участка i (рис. 4.16),

$$\Delta z_i = \frac{\Delta S_i}{\Delta x_i}. \quad (4.29)$$

Графики величин Δx_i , соответствующие значениям $b_1 = 55\%$; $b_2 = 20\%$; $b_3 = 10\%$; $b_4 = 10\%$ и $b_5 = 5\%$ при

различных углах возвышения для $\lambda = 4,15$ м в случаях $h = 12$ м и $h = 6$ м изображены на рис. 4.17 и 4.18.

На рис. 4.19 и 4.20 приведено распределение падающей в пределах первой зоны Френеля энергии для двух фиксированных углов возвышения: $\theta = 5^\circ$ и $\theta = 3'30''$.

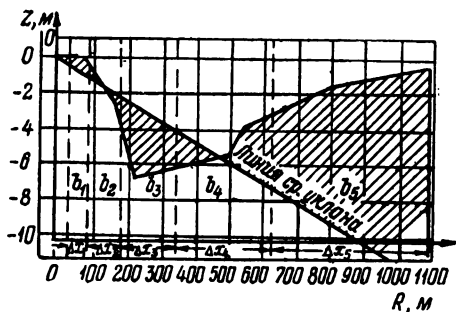


Рис. 4.16. Проведение линии среднего уклона с учетом неравномерности распределения падающей энергии.

Имея для заданного угла возвышения θ данные о распределении энергии в пределах первой зоны Френеля, не представляет трудности провести линию среднего

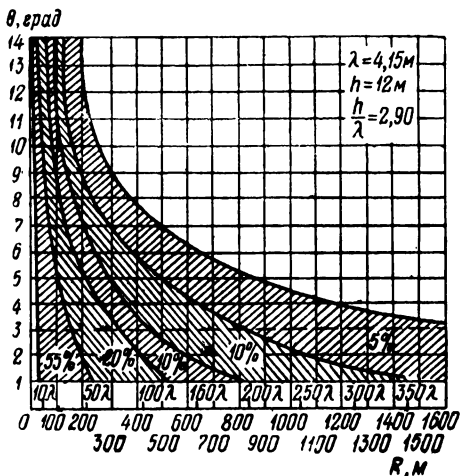


Рис. 4.17. Распределение падающей энергии в пределах первой зоны Френеля в зависимости от угла возвышения

для $\frac{h}{\lambda} = 2,9$; $\lambda = 4,15$ м.

уклона для этого угла θ . Для заданного угла возвышения θ отмечают участки первой зоны Френеля, на которые падает 55, 20, 10, 10 и 5% всей падающей на зону энергии, и проводят линию среднего уклона местности

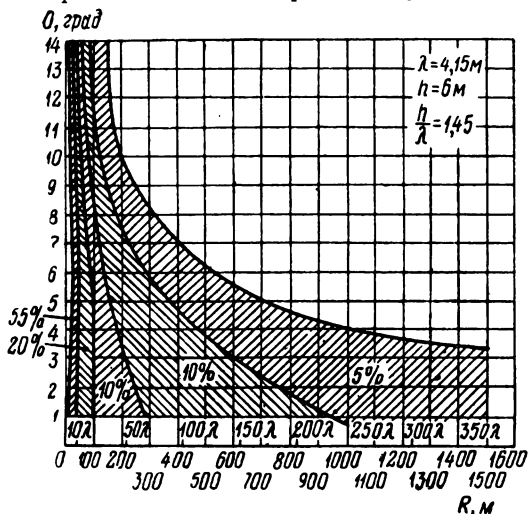


Рис. 4.18. Распределение падающей энергии в пределах первой зоны Френеля в зависимости от угла возвышения

$$\text{для } \frac{h}{\lambda} = 1,45; \lambda = 4,15 \text{ м.}$$

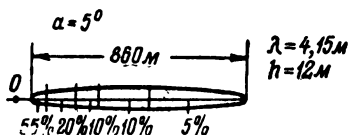


Рис. 4.19. Распределение падающей энергии в пределах первой зоны Френеля при $\theta = 5^\circ$.

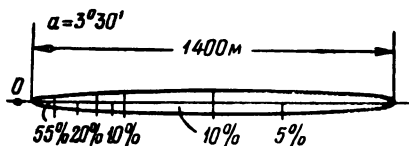


Рис. 4.20. Распределение падающей энергии в пределах первой зоны Френеля при $\theta = 3^\circ 30'$.

под таким углом γ к горизонту, чтобы удовлетворялось условие (4.28).

Сначала линию среднего уклона проводят на глаз и вычисляют сумму (4.28); если она получилась положительной, то линия среднего уклона проведена под несколько большим углом, чем следовало бы, и поэтому необходимо ее провести под меньшим углом γ ; если же сумма получилась отрицательной, то линию среднего уклона следует провести под большим углом γ .

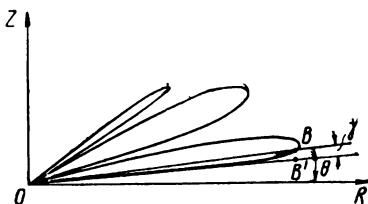


Рис. 4.21. Внесение поправки в диаграмму видимости на влияние рельефа местности.

Найденный таким образом средний уклон местности рассматривают как поправку к диаграмме зон видимости для заданного угла возвышения θ . Например, на рис. 4.21 приведена некоторая диаграмма зон видимости для плоской земли, где заданному значению угла θ соответствует дальность OB . С учетом же влияния рельефа местности эта дальность будет соответствовать не углу θ , а углу $\theta - \gamma$ (направление OB').

Таким образом, по средним уклонам местности, определенным для различных углов возвышения θ , и находят новое геометрическое место точек диаграммы зон видимости.

б) Роль различных участков первой зоны Френеля в отражении падающей волны

Выясним, каков удельный вес различных участков первой зоны Френеля при отражении падающей волны, и в связи с этим укажем на возможность упрощения описанного способа учета влияния рельефа местности на зоны видимости радиолокационной станции.

Согласно методу зеркальных изображений (§ 1 гл. 2), справедливому для идеально проводящей земли, поле отраженной волны может рассматриваться как поле, создаваемое зеркальным изображением первичного излучателя. Поэтому поле отраженной волны в случае элементарного диполя может быть представлено векто-

ром Герца, выраженным в соответствии с изложенным в § 3 гл. 1, формулой

$$П(A) = \frac{j}{\lambda} C \int_{S_0} \frac{e^{-jk(\rho+r)}}{\rho r} \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) dS, \quad (1.57)$$

где

$$C = \frac{I_m l}{j4\pi\omega\epsilon}, \quad (1.40)$$

S_0 — плоскость земли,

ρ — расстояние от излучателя или его зеркального изображения до текущей точки на плоскости S_0 ,

r — расстояние от точки наблюдения до той же текущей точки на плоскости.

В радиолокационной практике необходимость в учете влияния рельефа местности возникает при малых углах возвышения θ и небольших высотах h поднятия излучателя по сравнению с высотой z точки наблюдения. Ввиду этого анализ поверхностного интеграла (в (1.57)) будем производить для случая

$$h \ll z \ll R, \quad (4.30)$$

где R — расстояние по горизонтали между корреспондирующими пунктами.

При этих условиях первая зона Френеля примыкает к излучателю и весьма вытянута в сторону точки наблюдения, причем длина большой оси эллипса $2a_1$ зоны значительно меньше расстояния R и значительно больше высоты подъема излучателя, т. е.

$$h \ll 2a_1 \ll R. \quad (4.31)$$

В силу второго неравенства (4.31) в подынтегральном выражении (1.57) в пределах всей первой зоны имеем

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{r_0}; \quad \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}) \approx \cos(\mathbf{n}, \mathbf{r}_0) = \sin \theta,$$

где r_0 — расстояние от точки наблюдения до геометрической точки отражения (рис. 4.22).

При учете этих приближённых равенств формулу (1.57) согласно методу стационарной фазы можно представить в виде

$$П(A) \approx \frac{j}{\lambda} C \sin \theta \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0} \int \frac{e^{-jk(\rho+r-\rho_0-r_0)}}{\rho} dS, \quad (4.32)$$

где ρ_0 — расстояние от диполя до геометрической точки отражения.

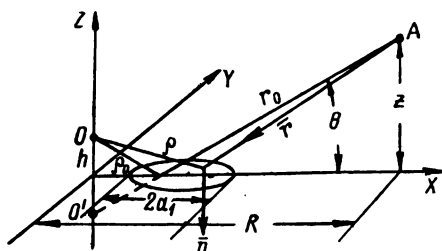


Рис. 4.22. К оценке роли различных участков первой зоны Френеля в отражении падающей волны.

В дальнейшем при выполнении интегрирования (4.32) будем считать, что координатная плоскость XZ совпадает с плоскостью падения, а ось Z проходит через излучатель.

Поскольку эллипс первой зоны весьма вытянут, то в пределах почти всей зоны имеют место неравенства

$$\left. \begin{aligned} y &\ll x, \\ h &\ll x. \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

Поэтому в знаменателе подынтегрального выражения можно считать, что

$$\rho \approx x,$$

а в фазовом множителе —

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + h^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + h^2} \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2 + h^2}} \approx \\ &\approx \sqrt{x^2 + h^2} \left(1 + \frac{y^2}{2(x^2 + h^2)} \right) \approx x + \frac{y^2}{2x}. \end{aligned}$$

Далее, учитывая неравенства (4.30) — (4.31), имеем

$$r = \sqrt{(R-x)^2 + y^2 + z^2} \approx R - x + \frac{z^2}{2(R-x)} \approx \\ \approx R - x + \frac{z^2}{2R} + \frac{z^2}{2R^2}x,$$

$$\rho_0 + r_0 = \sqrt{R^2 + (z+h)^2} \approx R + \frac{z^2}{2R},$$

$$\rho + r - \rho_0 - r_0 \approx \frac{y^2}{2x} + \frac{z^2}{2R^2}x \approx \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cdot x + \frac{y^2}{2x}.$$

Следовательно,

$$\int \frac{e^{-jk(\rho+r-\rho_0-r_0)}}{\rho} dS = \iint \frac{e^{-j \frac{k}{2} \sin^2 \theta \cdot x - j \frac{k}{2} \frac{y^2}{x}}}{x} dx dy.$$

Поскольку эллипс очень вытянут и вклад в интеграл участков, лежащих вне эллипса, ничтожно мал, пределы интегрирования по y согласно методу стационарной фазы берем равными $-\infty \div \infty$. Ввиду этого невыполнение неравенства ($y \ll x$) в небольшой области эллипса, примыкающей к излучателю, не имеет существенного значения.

Пределы интегрирования по x : нижний предел — граница зоны $x_{01} - a_1$, где x_{01} — положение центра эллипса, верхний предел — переменный.

Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j \frac{k}{2} \frac{y^2}{x}} dy = \sqrt{\frac{2\pi x}{jk}},$$

находим, что интеграл по x принимает вид

$$\int_{x_{01}-a_1}^x \frac{e^{-j \frac{k}{2} \sin^2 \theta \cdot x}}{\sqrt{x}} dx.$$

В этом интеграле производим замену переменной подстановкой

$$x = \frac{\lambda}{2} \frac{u^2}{\sin^2 \theta}. \quad (4.34)$$

Тогда

$$dx = u \frac{\lambda}{\sin^2 \theta} du,$$

$$\sqrt{x} = \frac{u}{\sin \theta} \sqrt{\frac{\lambda}{2}}$$

и вместо интеграла по x получаем интеграл по u

$$\int_{u_1}^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du,$$

где

$$u_1 = \sin \theta \sqrt{\frac{2(x_{01} - a_1)}{\lambda}}. \quad (4.35)$$

Таким образом, окончательно выражение для вектора Герца отражённой волны может быть представлено в виде

$$\Pi(A) = \sqrt{2j} C \frac{e^{-jk(\rho_0 + r_0)}}{\rho_0 + r_0} \int_{u_1}^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du.$$

Интеграл, входящий в последнее соотношение, выражается через интегралы Френеля $C(u)$ и $S(u)$

$$\begin{aligned} \int_{u_1}^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du &= \int_0^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du - \int_0^{u_1} e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du = \\ &= C(u) - C(u_1) - jS(u) + jS(u_1). \end{aligned}$$

Как видно из формулы (4.35), $u_1 = 0$ при $x_{01} = a_1$, что, как следует из формул (4.26) и (4.27), имеет место при не слишком больших углах θ , когда $h = 0$; если малы углы возвышения и высоты поднятия излучателя, т. е. при выполнении неравенства (4.30),

$$u_1 \ll 1. \quad (4.36)$$

Поэтому можно в расчетах принять приближенное равенство

$$\int_{u_1}^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du \approx \int_0^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du. \quad (4.37)$$

Отсюда следует, что функция, характеризующая роль различных участков первой зоны Френеля, в отражении падающей волны может быть приближенно выражена формулой

$$\Phi(u) = \left| \int_0^u e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du \right| = \sqrt{C^2(u) + S^2(u)}. \quad (4.38)$$

Отметим, что, беря верхний предел u равным ∞ , т. е. выполняя интегрирование по x в пределах от 0 до ∞ , получаем

$$\int_0^{\infty} e^{-j \frac{\pi}{2} u^2} du = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{j}}$$

и вектор Герца для отраженной волны примет своё точное значение

$$\Pi(A) = C \frac{e^{-jk(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0}.$$

Из всего изложенного следует, что вес различных участков первой зоны Френеля при отражении в случае выполнения неравенств (4.30) и (4.31) приблизительно таков же, как если бы излучатель был расположен на поверхности земли ($h=0$).

Это обстоятельство устраняет при ориентировочном учете влияния рельефа местности необходимость в соответствующих расчетах поля для различных λ и h , так как очевидно, что, проводя линию среднего уклона по способу, изложенному в пункте а), можно воспользоваться кривой функции $\Phi(u)$, точнее той ее частью, где $\Phi(u)$ является неубывающей функцией u .

Из рис. 4.23 видно, что $\Phi(u)$ монотонно возрастает,

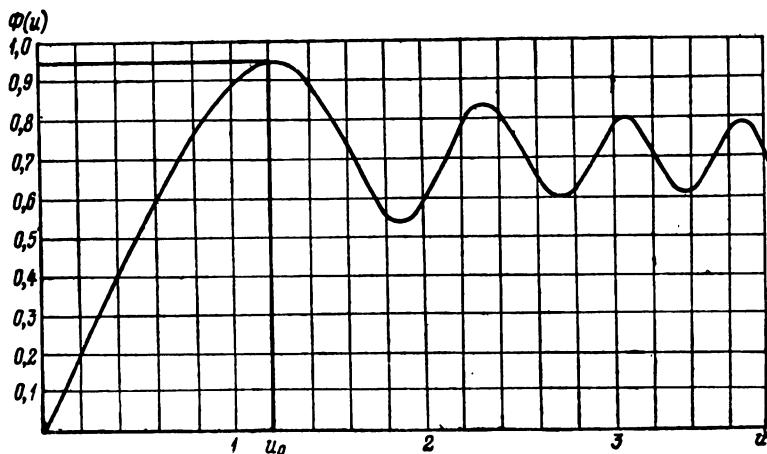


Рис. 4.23. Кривая, характеризующая роль различных участков первой зоны Френеля в отражении.

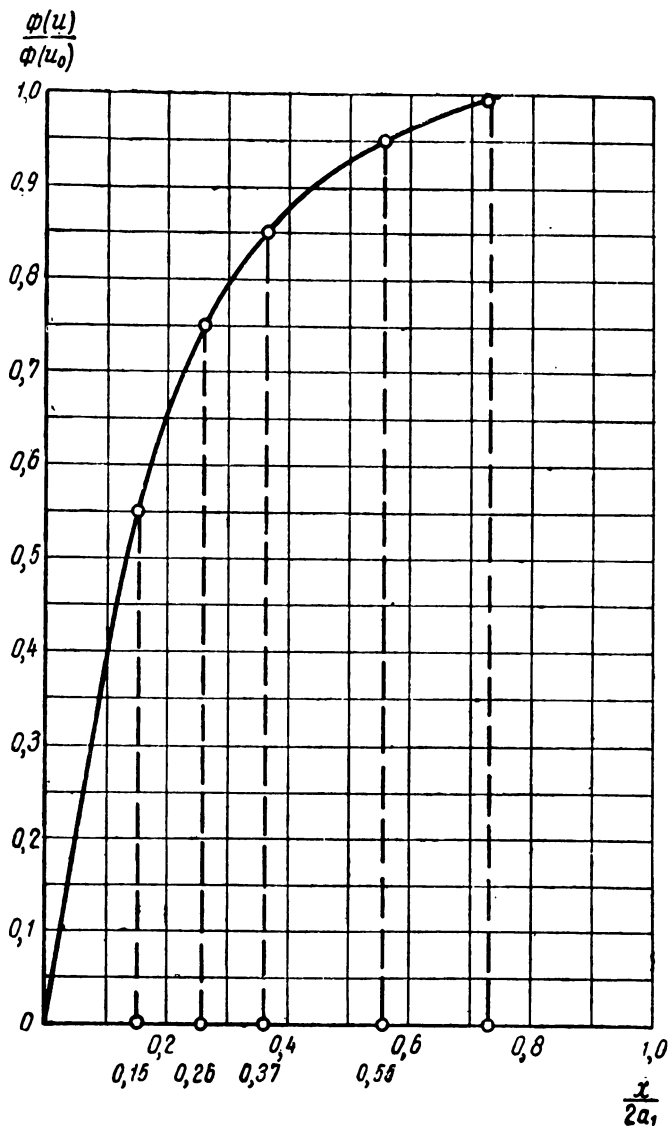


Рис. 4.24. Кривая для ориентировочного учета влияния рельефа местности на зоны видимости радиолокатора.

когда u меняется в пределах от 0 до $u_0=1,2$. В то же время значение u , которое соответствует границе первой зоны Френеля согласно формулам (4.27) и (4.36), равно

$$u = \sin \theta \sqrt{\frac{2x}{\lambda}} = \sin \theta \sqrt{\frac{2 \cdot 2a_1}{\lambda}} = \sqrt{2} = 1,42,$$

т. е. протяжённость участка, в пределах которого $\Phi(u)$ возрастает, равна

$$\left(\frac{1,2}{1,42}\right)^2 = (0,85)^2 = 0,72$$

протяженности первой зоны Френеля.

На рис. 4.24 приведен график функции $\frac{\Phi(u)}{\Phi(u_0)}$, построенный по данным кривой рис. 4.23 в пределах указанного участка.

Таким образом, для того чтобы провести линию среднего уклона при $h \neq 0$, необходимо нанести на профиле местности границы участка, причем ближняя граница участка должна совпадать с ближней границей зоны Френеля. Далее согласно графику рис. 4.24 отмечают точки, соответствующие значениям функции $\frac{\Phi(u)}{\Phi(u_0)}$, равным 0,55, 0,75, 0,85, 0,95 (это точки $\frac{x}{2a_1} = 0,15, 0,26; 0,37; 0,55$), и затем проводят линию среднего уклона в соответствии с формулой (4.28).

2. О возможностях увеличения дальности действия радиолокационной станции целесообразным выбором позиции

Соответствующим выбором местности для позиции радиолокационной станции удается в некоторых направлениях увеличить дальность действия радиолокационной станции в пределах определенных углов возвышения.

Рассмотрим несколько случаев:

1. При расположении радиолокационной станции на холме (рис. 4.25) увеличивается максимальная дальность действия при малых углах за счет наклона вниз

нижнего лепестка, так как направление максимума первого лепестка определяется из условия

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{4(h+H)},$$

2. Равномерный наклон местности в сторону цели поворачивает всю диаграмму вниз; благодаря повороту первого лепестка вниз дальность действия при малых углах увеличивается.

Аналогичным образом подъем местности в сторону цели поворачивает первый лепесток вверх и в связи



Рис. 4.25. К выбору позиции радиолокатора. Увеличение дальности при малых углах возвышения.

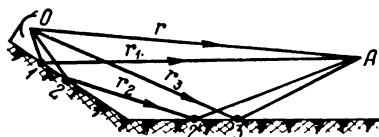


Рис. 4.26. К выбору позиции радиолокатора. Увеличение дальности при малых углах возвышения.

с этим увеличивается дальность при соответственно больших углах возвышения.

3. При расположении радиолокационной станции на небольшом склоне, обращенном в сторону цели, как указано на рис. 4.26, при малых углах возвышения в точку наблюдения, помимо прямого луча, приходят три отраженных луча. Ввиду этого дальность может в некоторых направлениях значительно увеличиться, но не больше, чем в четыре раза по сравнению с дальностью в свободном пространстве, так как поле равно

$$E = E_m [e^{-jkr} + R_1 e^{-jkr_1} + R_2' R_2 e^{-jkr_2} + R_3 e^{-jkr_3}], \quad (4.39)$$

где R_i — коэффициенты отражения, которые, как известно, при малых углах возвышения (скольжения) могут мало отличаться от единицы,

E_m — амплитуда напряжённости поля в свободном пространстве.

4. При расположении радиолокационной станции против уклона вследствие прихода в точку наблюдения четырех лучей — прямого и трех отраженных (рис. 4.27) —

также возможно в соответствии с формулой (4.39) значительное увеличение дальности в некотором интервале углов. Следует иметь в виду, что в последних двух случаях увеличивается число лепестков и изрезанность диаграммы по сравнению с таковыми для плоской земли.

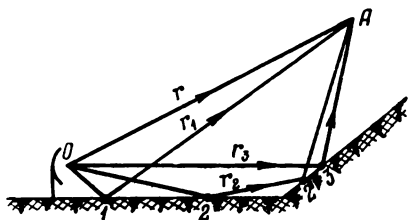


Рис. 4.27. К выбору позиции радиолокатора. Увеличение дальности при не слишком малых углах возвышения.

Заметим также, что в обоих последних случаях при больших углах возвышения в точку наблюдения приходят прямой луч и только один отраженный. В этом можно убедиться, произведя геометрическое построение. Из рис. 4.28 и 4.29 видно, что при угле скольжения $\theta > \theta_u = \gamma + \alpha$ (к плоскости BC) лучи, отраженные от пло-

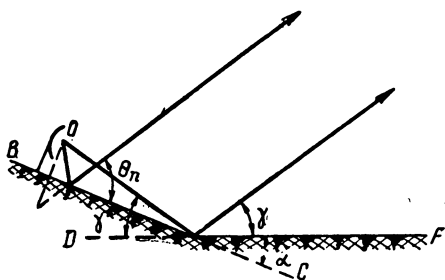


Рис. 4.28. К выбору позиции радиолокатора.

скости DF , не пересекаются с лучом, отраженным от плоскости BC .

5. Увеличение максимальной дальности действия радиолокационной станции может также иметь место из-за влияния препятствия на распространение радиоволн (рис. 4-30). В том случае, если линия наблюдения OA не пересекает препятствия, поле за препятствием равно

сумме полей двух лучей — прямого и отраженного. Но поля обоих лучей подвергаются возмущающему воздействию препятствия. Поэтому суммарное поле равно

$$E = E_m [F_{OA} e^{-jkr} + F_{O'A} R_1 e^{-jkr_1}], \quad (4.40)$$

где F — дифракционный множитель, учитывающий влияние препятствия, как экрана (формула (1.78)),

OA и $O'A$ — соответствующие линии наблюдения.

Поскольку $|F|$ может быть несколько больше единицы (1.19), то, следовательно, может иметь место увели-

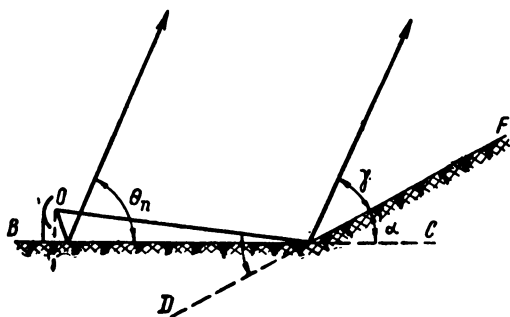


Рис. 4.29. К выбору позиции радиолокатора.

чение дальности по сравнению с дальностью при отсутствии препятствия.

6. В том случае, когда линия наблюдения OA пересекает препятствие (рис. 4.31), поле в точке наблюде-

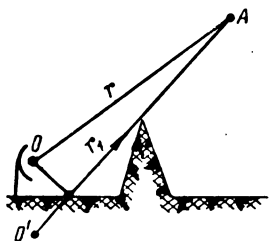


Рис. 4.30. Влияние препятствия на распространение радиоволн. Линия наблюдения не пересекает препятствия.

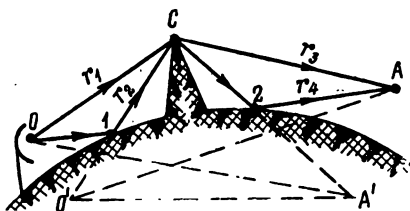


Рис. 4.31. Влияние препятствия на распространение радиоволн. Линия наблюдения пересекает препятствие.

ния A равно приближенно сумме четырех слагаемых дифракционных полей:

$$E_s = E_m [F_{OA} e^{-jk(r_1+r_2)} + F_{O'A} R_1 e^{-jk(r_1+r_2)} + \\ + F_{OA'} R_2 e^{-jk(r_1+r_2)} + F_{O'A'} R_1 R_2 e^{-jk(r_1+r_2)}], \quad (4.41)$$

где OA , $O'A$, OA' , $O'A'$ — соответствующие линии наблюдения реальных корреспондирующих пунктов, зеркального изображения излучателя и точки наблюдения, излучателя и зеркального изображения точки наблюдения, зеркальных изображений излучателя и точки наблюдения,

F — дифракционный множитель,

R_i — коэффициент отражения.

Выражение (4.41) можно физически просто истолковать, если вершину C препятствия рассматривать как вторичный излучатель. В этом случае можно считать, что поле в точке C состоит из суммы полей прямого луча OC и отраженного луча OIC . Поле за препятствием также является суммой полей прямого луча CA и отраженного луча $C2A$. Но каждое из последних двух полей, как следует из сказанного, в свою очередь, состоит из двух слагаемых. Отсюда в формуле (4.41) получается сумма из четырех слагаемых. Поле, выраженное каждым слагаемым, подвергается воздействию препятствия как экрана. Поэтому напряженность поля каждой волны умножается на соответствующий дифракционный множитель F , который, очевидно, не может превзойти значения 0,5.

Интересно отметить, что в рассматриваемом случае за препятствием над сферической землей получаются заметные напряженности поля в тех областях, в которых при отсутствии препятствия поле было бы ничтожно малым. По расчетным, а также и экспериментальным данным при наличии препятствия, например горной вершины, возможно увеличение напряженности поля на несколько десятков децибел по сравнению с напряженностью дифракционного поля земли.

§ 4. ОШИБКИ В ИЗМЕРЕНИИ УГЛА МЕСТА ЦЕЛИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ОТРАЖЕНИЕМ РАДИОВОЛН ОТ ЗЕМЛИ

В радиолокации при всех методах пеленгации цели (определение угловых координат цели) используются направленные свойства излучения и приема антенн. Пеленгация требует применения достаточно остронаправленных антенн.

Покажем на примере пеленгации по максимуму, что при наличии отражения от земли возможны значительные ошибки в измерении угла места цели [8]. Метод пеленгации по максимуму состоит в том, что изменением угла наклона антенны добиваются максимального значения отраженного от цели сигнала. По полученному при этом углу наклона антенны определяют угол места цели.

Очевидно, что при отсутствии отражения от земли в свободном пространстве угол места цели, определяемый по методу максимума, в точности равен углу наклона антенны.

Пусть в случае диаграммы направленности антенны, изображенной на рис. 4.32,а, имеет место отражение от земли. Тогда уровень отраженного от цели сигнала в зависимости от угла возвышения согласно уравнению радиолокации (4.18) и формуле (3.21) будет определяться характеристикой направленности антенны с учетом влияния земли

$$f(\theta; \theta_m) = F(\theta_m - \theta) \times \\ \times \sqrt{1 + |R_{в,г}|^2 \frac{F^2(\theta_m + \theta)}{F^2(\theta_m - \theta)} + 2 |R_{в,г}| \frac{F(\theta_m + \theta)}{F(\theta_m - \theta)}} \times \\ \times \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta + \beta_{в,г}\right).$$

Осуществляя пеленгацию цели по максимуму, мы тем самым, меняя угол θ_m при фиксированном $\theta = \theta_{ц}$ — угле места цели, добиваемся максимума выражения $f(\theta; \theta_m)$.

Проанализируем, как меняется это выражение с изменением θ_m при фиксированном θ .

Для упрощения выкладок положим $|R_{в,г}| = 1$, $\beta_{в,г} = \pi$ и, следовательно, будем считать

$$f(\theta; \theta_m) = F(\theta_m - \theta) \times \\ \times \sqrt{1 + \frac{F^2(\theta_m + \theta)}{F^2(\theta_m - \theta)} - 2 \frac{F(\theta_m + \theta)}{F(\theta_m - \theta)} \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta\right)}.$$

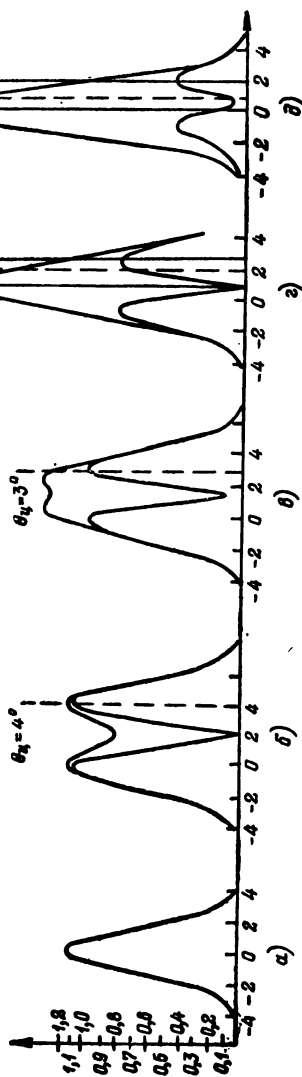


Рис. 4.32. Ошибки в измерении угла места при наличии отражения от земли.

Рассмотрим два крайних случая пеленгации:

а) угол места цели удовлетворяет условию

$$\cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda} \sin \theta\right) = -1, \quad (4.42)$$

т. е. цель расположена в вершине какого-либо лепестка интерференционного множителя земли;

б) угол места цели удовлетворяет условию

$$\cos\left(\frac{4\pi a}{\lambda} \sin \theta\right) = 1, \quad (4.43)$$

т. е. цель находится в каком-либо минимуме интерференционного множителя земли.

В первом случае, производя пеленгацию, мы должны добиваться максимума выражения

$$f(\theta; \theta_m) = F(\theta_m - \theta) + F(\theta_m + \theta), \quad (4.44)$$

а во втором случае — выражения

$$f(\theta; \theta_m) = F(\theta_m - \theta) - F(\theta_m + \theta). \quad (4.45)$$

Легко видеть, что при значении суммы углов $\theta_m + \theta$, большем половины ширины характеристики направленности антенны (рис. 4.32, а), вторыми слагаемыми в (4.44) и (4.45) можно пренебречь, и тогда угол θ_m наклона антенны, при котором достигается максимум, в точности будет равен θ ($F(0) = 1$).

Если же сумма $\theta_m + \theta$ меньше значения половины ширины характеристики антенны, пренебрегать вторыми слагаемыми в (4.44) и (4.45) нельзя.

При этом, как нетрудно видеть из формул (4.44) и (4.45), максимум $f(\theta; \theta_m)$ будет иметь место при θ_m несколько меньшем θ в первом случае, и при θ_m несколько большем θ во втором случае.

На рис. 4.32, б, в, г, д изображено, как меняется $f(\theta; \theta_m)$ при изменении θ_m для фиксированных значений угла места цели $\theta = \theta_{ц} = 4, 3, 2$ и 1° .

Верхние кривые относятся к случаю (4.44), а нижние — к случаю (4.45).

Причина появления двух максимумов объясняется следующим: при угле наклона антенны $\theta_m = -\theta$ вследствие острой направленности антенны преобладает отра-

женный сигнал от цели, идущий по пути отраженного луча; при $\theta_m = \theta$ преобладает сигнал, идущий по пути прямого луча (рис. 4.33). При малых по абсолютной величине углах θ_m в случае (4.44) оба максимума сливаются.

Из рис. 4.32, б, в, г, д видно, что по мере уменьшения угла возвышения цели θ возрастает интервал между углами θ_m , при которых имеют место максимумы

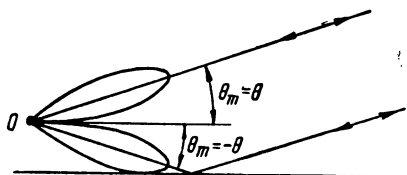


Рис. 4.33. К объяснению появления двух максимумов при пеленгации цели на малых углах места.

$f(\theta; \theta_m)$ для обоих случаев (4.44) и (4.45). При $\theta = 1^\circ$ этот интервал несколько меньше 2° (СС').

Следовательно, измеряя угол места цели по методу максимума, получаем два максимума, расположенные по обе стороны угла места цели. Интервал между этими максимумами при малых углах возвышения может иметь величину, сравнимую со значением измеряемого угла места цели.

Отсюда и получаются ошибки пеленга.

ГЛАВА 5

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН ВДОЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

§ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ПОНЯТИЕ О МНОЖИТЕЛЕ ОСЛАБЛЕНИЯ. ПРИБЛИЖЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В предыдущих главах изучалась проблема распространения радиоволн, создаваемых излучателями, поднятыми на большую по сравнению с длиной волны высоту над поверхностью земли. Эта проблема рассматривалась с позиций отражательной теории, что значительно упростило задачу и позволило получить сравнительно простые так называемые интерференционные, или, как их еще называют, отражательные формулы для расчета напряженности поля *вдали от излучателя*.

Интерференционные формулы верны при любых положениях корреспондирующих пунктов только для идеально проводящей земли. Для почв же с произвольными электрическими параметрами они справедливы только тогда, когда один или оба корреспондирующих пункта достаточно (по сравнению с длиной волны) подняты над поверхностью земли; если же оба пункта расположены вблизи земли или на ее поверхности, интерференционные формулы не дают правильного результата.

Поэтому необходимо рассмотреть задачу определения поля элементарного диполя в точке, расположенной на поверхности земли. При этом предположим, что излучающий диполь также находится на земле. Иными словами возникает необходимость в рассмотрении проблемы распространения радиоволн вдоль поверхности земли.

Первая попытка решения этой проблемы была сделана И. Ценнеком, получившим в 1907 году ее приближенное решение в виде поверхностных волн. Первое строгое решение задачи о поле вертикального диполя,

расположенного на поверхности плоской земли, было получено в 1909 году А. Зоммерфельдом.

В дальнейшем проблема распространения радиоволн вдоль плоской земли рассматривалась многими исследователями, в результате чего в настоящее время физическая картина распространения радиоволн вдоль плоской поверхности земли всесторонне изучена.

Решение рассматриваемой задачи в случае идеально проводящей земли получается непосредственно по методу зеркальных изображений. Согласно формуле (2.26) поле горизонтального диполя, расположенного на идеально проводящей земле, равно нулю всюду.

Для поля же вертикального диполя, расположенного на идеально проводящей земле, как следует из формулы (2.2а), вектор Герца в произвольной точке над поверхностью земли равен

$$\Pi(A) = \frac{1}{j2\pi\omega\epsilon} \int_V \mathbf{J} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} dV.$$

Согласно этой формуле напряженность поля вертикального диполя в какой-либо точке над поверхностью земли удваивается по сравнению с полем в той же точке в свободном пространстве. При этом поле в земле равно нулю.

Следовательно, вектор Герца и напряженность поля вертикального диполя на идеально проводящей земле равны соответственно

$$\Pi_0(A) = \Pi_0(R) = \frac{I_m l}{j2\pi\omega\epsilon} \cdot \frac{e^{-jkR}}{R},$$

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{0z} = j \frac{120\pi I_m l}{\lambda} \frac{e^{-jkR}}{R},$$

где R — расстояние от диполя до точки наблюдения расположенной на поверхности земли.

Если же земля не является идеальным проводником, поле в земле отлично от нуля, а это означает, что часть электромагнитной энергии из атмосферы просачивается в землю, вследствие чего напряженность поля в каждой точке над поверхностью земли уменьшается по сравнению с напряженностью поля над идеально проводящей землей. Кроме того, будет иметь место наклон вектора \mathbf{E}

вперед, ибо поток электромагнитной энергии из атмосферы в землю возможен только при наличии горизонтальной составляющей напряженности поля. По этим причинам вертикальная составляющая напряженности поля E_z на реальной земле должна быть меньше напряженности поля $E_0 = E_{0z}$ на идеально проводящей земле. Очевидно, что о влиянии земли на распространение радиоволн можно судить, сравнивая E_z с E_{0z} . Ввиду этого вертикальную составляющую поля представляют в виде

$$E_z = E_{0z} \cdot \omega. \quad (5.1)$$

Множитель ω должен быть в общем случае комплексной функцией расстояния R , электрических параметров почвы ϵ , μ и σ , а также частоты ω , поскольку электрические свойства почвы зависят от частоты, т. е.

$$\omega = \omega(R, \epsilon, \mu, \sigma, \omega).$$

По физическому смыслу модуль функции ω не может быть больше единицы. Он должен превращаться в единицу в случае идеально проводящей почвы. Таким образом, можно написать

$$|\omega| \leq 1.$$

Функция ω называется *множителем ослабления*, так как она показывает, как *ослабляется поле при распространении радиоволн над реальной землей по сравнению с полем волн, распространяющихся над идеально проводящей землей*.

Множитель ослабления ω можно найти, решая общим методом задачу определения поля излучения элементарного диполя, расположенного на границе двух сред; сначала находят решения уравнений Максвелла для каждой среды в отдельности (для воздуха и земли), а затем эти решения связывают между собой при помощи граничных условий. Именно так и поступал Зоммерфельд. Однако получаемое таким путем решение дает физически обозримый результат после громоздких математических выкладок при определенном предположении относительно электрических параметров земли, а именно: электрические параметры земли $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ и σ должны удовлетворять неравенству

$$|\epsilon'_r| = |\epsilon_r - j60\lambda\sigma| \gg 1. \quad (5.2)$$

Решение задачи можно значительно упростить, если воспользоваться некоторыми приближенными соотношениями между составляющими напряженности поля, справедливыми для случая распространения радиоволн вдоль поверхности земли. На основании этих соотношений, не прибегая к строгому решению задачи, можно выявить ряд важных особенностей распространения радиоволн вдоль поверхности земли, что и было впервые (в 1940 г.) сделано А. Н. Щукиным.

Весьма удобно при нестрогом в математическом отношении рассмотрении проблемы распространения радиоволн вдоль поверхности земли воспользоваться прибли-

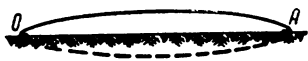


Рис. 5.1. Существенная область при распространении радиоволн вдоль поверхности земли.

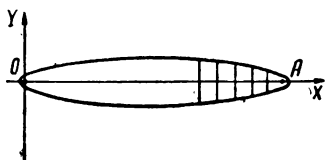


Рис. 5.2. Существенный участок при распространении радиоволн вдоль поверхности земли.

женными граничными условиями, сформулированными М. А. Леонтовичем. Эти граничные условия справедливы при выполнении неравенства (5.2).

В 1959 г. А. Д. Петровский и Е. Л. Фейнберг [44] показали, что при распространении радиоволн вдоль поверхности земли *вдали от излучателя* имеют место достаточно общие приближенные граничные условия, из которых граничные условия Леонтовича получаются как частный случай и для которых выполнение требования (5.2) совсем необязательно.

Перейдем к формулировке приближенных соотношений для напряженности поля.

Если оба корреспондирующих пункта расположены вблизи земли или на ее поверхности, то оба существенных эллипсоида для распространения и отражения радиоволн почти или полностью совмещены и, следовательно, в этом случае получается практически одна единая область распространения радиоволн (рис. 5.1). Очевидно, что в пределах этой существенной области поперек трассы и параллельно поверхности земли поле вдали от излучателя почти не меняется. Имея это в виду, сов-

местим с поверхностью земли координатную плоскость XU так, чтобы ось X совпала с интересующим нас направлением распространения радиоволн (рис. 5.2). Тогда по аналогии с (2.19) можем для напряженности электрического поля написать следующее выражение:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m(x, z) e^{j(\omega t - kx)}, \quad (5.3)$$

где
$$k \approx \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (5.4)$$

— постоянная распространения в воздухе.

В формуле (5.3) в отличие от формулы (2.19) амплитуда напряженности поля \mathbf{E}_m является функцией координат, причем очевидно, что это должна быть медленно меняющаяся функция координаты x , точнее она должна мало меняться на отрезке, равном длине волны, т. е.

$$\left| \frac{\partial \mathbf{E}_m(x, z)}{\partial x} \right| \ll k | \mathbf{E}_m(x, z) |. \quad (5.5)$$

Следующий не менее очевидный факт состоит в том, что в силу *точных* граничных условий изменение поля в земле вблизи ее поверхности должно следовать за изменением поля в воздухе, т. е. в соответствии с неравенством (5.5) должно быть

$$\frac{\partial \mathbf{E}_3}{\partial x} \approx -jk \mathbf{E}_3. \quad (5.6)$$

Постулируя приближенные соотношения (5.3)—(5.6), в дальнейшем получим ряд равенств, поясняющих физическую картину распространения радиоволн вдоль поверхности земли.

После этих предварительных замечаний о теории распространения радиоволн вдоль поверхности земли выведем приближенные граничные условия и рассмотрим следствия, из них вытекающие. Затем перейдем к выводу формулы для множителя ослабления и ее анализу.

§ 2. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

1. Формулировка приближенных граничных условий

Волновое уравнение, которому должен удовлетворять вектор напряженности поля в земле в пределах существенной области вдали от излучателя, имеет вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}_3}{\partial z^2} + k_3^2 \mathbf{E}_3 = 0, \quad (5.7)$$

где

$$k_3 = \omega \sqrt{\mu \epsilon'} \quad (5.8)$$

— постоянная распространения в земле.

Учитывая, что согласно (5.6)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_3}{\partial x^2} \approx -k^2 \mathbf{E}_3,$$

вместо (5.7) получаем

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_3}{\partial z^2} + (k_3^2 - k^2) \mathbf{E}_3 = 0. \quad (5.9)$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_3(x, 0) e^{j \sqrt{k_3^2 - k^2} z}; \quad (5.10)$$

знак плюс перед корнем взят для обеспечения ослабления поля по мере проникновения волны вглубь земли.

Дифференцируя (5.10) по z , имеем

$$\frac{\partial \mathbf{E}_3}{\partial z} = j \sqrt{k_3^2 - k^2} \mathbf{E}_3 \quad (5.11)$$

и соответственно для составляющей по оси Z

$$\frac{\partial E_{3z}}{\partial z} = j \sqrt{k_3^2 - k^2} E_{3z}. \quad (5.11a)$$

Далее, из уравнения поля

$$\text{rot } \mathbf{H}_3 = j\omega \epsilon' \mathbf{E}_3,$$

имеем

$$j\omega \epsilon' E_{3z} = \frac{\partial H_{3y}}{\partial x}. \quad (5.12)$$

Комбинируя (5.11a) и (5.12), находим

$$\frac{\omega \epsilon'}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} \frac{\partial E_{3z}}{\partial z} = \frac{\partial H_{3y}}{\partial x}. \quad (5.13)$$

Вспользуемся теперь уравнением

$$\text{div } \mathbf{E}_3 = \frac{\partial E_{3x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{3z}}{\partial z} \approx 0, \quad (5.14)$$

тогда вместо (5.13) получаем

$$-\frac{\omega \epsilon'}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} \frac{\partial E_{zx}}{\partial x} = \frac{\partial H_{zy}}{\partial x}$$

или, интегрируя, имеем

$$E_{zx} = \frac{-\sqrt{k_3^2 - k^2}}{\omega \epsilon'} H_{zy}. \quad (5.15)$$

Если теперь учесть *точные* граничные условия для тангенциальных составляющих напряженностей полей

$$\left. \begin{aligned} E_x(x, 0) &= E_{zx}(x, 0), \\ E_y(x, 0) &= E_{zy}(x, 0), \\ H_x(x, 0) &= H_{zx}(x, 0), \\ H_y(x, 0) &= H_{zy}(x, 0), \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

то найдем

$$E_x(x, 0) = -\frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{\omega \epsilon'} H_y(x, 0). \quad (5.17)$$

Это — первое приближенное граничное условие, справедливое вдали от излучателя.

Второе граничное условие получим, воспользовавшись уравнением поля

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_3 = -j\omega \mu \mathbf{H}_3,$$

из которого следует

$$\frac{\partial E_{zy}}{\partial z} = j\omega \mu H_{zx}, \quad (5.18)$$

или, учитывая (5.11), получаем

$$\sqrt{k_3^2 - k^2} E_{zy} = \omega \mu H_{zx}.$$

Производя замену составляющих поля согласно *точным* граничным условиям (5.16), находим верное вдали от излучателя второе граничное условие

$$E_y(x, 0) = \frac{\omega \mu}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} H_x(x, 0). \quad (5.19)$$

Замечательной особенностью граничных условий (5.17) и (5.19) является то, что учет влияния земли при распро-

странении радиоволн вдоль ее поверхности сводится лишь к подстановке в постоянные коэффициенты формул (5.17) и (5.19) значений электрических параметров земли и нет необходимости решать уравнения Максвелла и для воздуха, и для земли, а достаточно иметь решение только для воздуха. Граничные условия (5.17) и (5.19) можно еще представить в виде, удобном для анализа структуры поля вблизи поверхности земли.

Дифференцируя обе части равенства (5.17) по x , находим

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = - \frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{\omega \epsilon'} \frac{\partial H_y}{\partial x}. \quad (5.20)$$

Из уравнения $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ имеем

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = - \frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad (5.21)$$

а из уравнения $\operatorname{rot} \mathbf{H} = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} \approx j\omega \epsilon_0 E_z.$$

Учитывая последние два равенства, вместо (5.20) находим приближенное граничное условие в виде, полученном А. Д. Петровским и Е. Л. Фейнбергом:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = j \frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{\epsilon_r'} E_z \quad (z=0). \quad (5.22)$$

Аналогичным образом дифференцируя обе части уравнений (5.19), имеем

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\omega \mu}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} \frac{\partial H_x}{\partial x}. \quad (5.23)$$

Из уравнения $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ получаем

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} \approx - \frac{\partial H_z}{\partial z},$$

а из уравнения $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H}$ вытекает

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega \mu_0 H_z.$$

Комбинируя оба последних равенства, (5.23) можно будет представить в виде

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} \approx \frac{j \sqrt{k_3^2 - k^2}}{\mu_r} H_z \quad (5.24)$$

$$(z \approx 0).$$

Формулы (5.22) и (5.24) являются, следовательно, другой эквивалентной формой граничных условий (5.17) и (5.19).

Если предположить, что имеет место неравенство (5.2), т. е.

$$|\epsilon'_r| \gg 1, \quad (5.2)$$

то (5.17) и (5.19), как нетрудно видеть, переходят в граничные условия Леонтовича

$$E_x(x, 0) = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} H_y(x, 0), \quad (5.25)$$

$$E_y(x, 0) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} H_x(x, 0), \quad (5.26)$$

и соответственно если положить $\mu = \mu_0$, то (5.22) и (5.24) превратятся в равенства

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} \approx j \frac{k}{\sqrt{\epsilon'_r}} E_z \quad (5.27)$$

$$(z \approx 0),$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} \approx j k \sqrt{\epsilon'_r} H_z \quad (5.28)$$

$$(z \approx 0).$$

Из равенства (5.27) следует, что в рассматриваемом случае изменение напряженности электрического поля по высоте мало, а из (5.28), — что сама составляющая напряженности магнитного поля по оси Z мала.

Пользуясь равенствами (5.27) и (5.28), можно показать, что вертикальная составляющая напряженности электрического поля *убывает*, а вертикальная составляющая магнитного поля *возрастает* с высотой.

В самом деле, учитывая, что

$$k_z = \omega \sqrt{\mu \epsilon'} = \beta - j\alpha, \quad (5.29)$$

где $\alpha > 0$, из (5.27) получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{E_z} \frac{\partial E_z}{\partial z} \right\} &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{jk}{\sqrt{\epsilon'_r}} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{jk^2}{\beta - j\alpha} \right\} = \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{jk^2(\beta + j\alpha)}{\beta^2 + \alpha^2} \right\} = -\frac{k^2\alpha}{\beta^2 + \alpha^2} < 0 \end{aligned} \quad (5.30)$$

и аналогично из (5.28)

$$\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{H_z} \frac{\partial H_z}{\partial z} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ jk \sqrt{\epsilon'_r} \right\} = \operatorname{Re} \{ j(\beta - j\alpha) \} = \alpha > 0. \quad (5.31)$$

Следовательно, *вертикальная составляющая электрического поля на поверхности земли достигает максимума и с увеличением высоты убывает; вертикальная же составляющая магнитного поля с высотой возрастает. По интерференционным же формулам электромагнитное поле независимо от вида поляризации (исключая вертикальную поляризацию в случае идеально проводящей земли) на поверхности земли равно нулю и с высотой возрастает.* Таким образом, формулы (5.24) и (5.28) согласуются с интерференционными формулами, а формулы (5.22) и (5.27) с ними не согласуются. А так как интерференционные формулы, как было показано в гл. 3, при достаточно больших высотах несомненно верны, то, следовательно, при этих высотах формулы (5.22) и (5.27) неверны, а поэтому необходимо установить пределы их применимости [1].

Очевидно, что значения высот, в пределах которых справедливы формулы (5.22) и (5.27), связаны с размером высоты существенной области для распространения радиоволн вдоль поверхности земли.

Из самого определения существенной области следует, что поле в фиксированном вертикальном ее сечении должно иметь в каждой точке величину одного и того же порядка. Однако поле убывает с высотой. Отсюда следует, что формулы (5.22) и (5.27) справедливы при-

мерно до высоты, где поле убывает до половины своей максимальной величины.

Для формулы (5.22) эта высота равна

$$\Delta z = z \approx \left| \frac{\Delta E_z}{E_z} \right| \left| \frac{\epsilon'_r}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} \right| = 0,5 \left| \frac{\epsilon'_r}{\sqrt{k_3^2 - k^2}} \right|, \quad (5.32)$$

а для формулы (5.27)

$$\Delta z = z \approx \left| \frac{\Delta E_z}{E_z} \right| \left| \frac{\sqrt{\epsilon'_r}}{k} \right| \approx 0,5 \left| \frac{\sqrt{\epsilon'_r}}{k} \right|. \quad (5.33)$$

На рис. 5.3 показано, как примерно меняется вертикальная составляющая электрического поля с высотой.

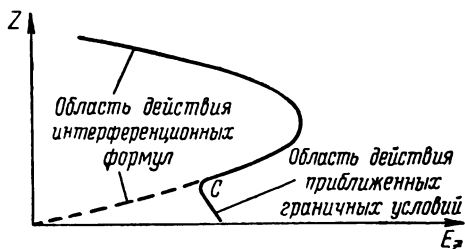


Рис. 5.3. Качественная картина изменения поля вблизи поверхности земли.

Из наличия некоторого минимума значения напряженности поля вблизи поверхности земли следует, что для эффективного приема радиоволн надо приемную антенну либо располагать на поверхности земли, либо поднимать ее выше зоны ослабления поля (область С на рис. 5.3).

2. Связь между вертикальной и горизонтальной составляющими поля

Пользуясь граничными условиями, получаем важные для практики соотношения между составляющими электрического поля.

- а) Составляющие поля над землей вблизи ее поверхности

Согласно (5.3), (5.5) и (5.21) имеем

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \approx -jkE_x \approx -\frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (5.34)$$

Из этих двух равенств и граничного условия (5.22) находим

$$E_x = \frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{k\epsilon'_r} E_z; \quad (5.35)$$

соответственно если выполняется неравенство (5.2)

$$E_x \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_r}} E_z. \quad (5.36)$$

В этом последнем случае

$$|E_x| \ll |E_z|, \quad (5.37)$$

т. е. вертикальная составляющая поля значительно больше горизонтальной и поэтому прием над землей целесообразно осуществлять на вертикальную антенну.

б) Составляющие поля в земле
вблизи ее поверхности

В равенстве (5.35), учитывая точные граничные условия для тангенциальных составляющих полей (5.16), можно заменить E_x на E_{3x} .

Учитывая далее точное граничное условие

$$\epsilon'_r E_{3z} = E_z, \quad (5.38)$$

находим

$$E_{3x} = \frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{k} E_{3z}. \quad (5.39)$$

Соответственно в случае выполнения неравенства (5.2)

$$E_{3x} = \sqrt{\epsilon'_r} E_{3z} \quad (5.40)$$

и, следовательно,

$$|E_{3x}| \gg |E_{3z}|, \quad (5.41)$$

т. е. в земле горизонтальная составляющая поля значительно больше вертикальной, а поэтому прием в земле целесообразно осуществлять на горизонтальную антенну.

3. Эллипс поляризации

Поскольку диэлектрическая проницаемость земли ϵ' — число комплексное и, следовательно, $k_z = \omega \sqrt{\mu \epsilon'}$ — тоже комплексно, то в общем случае между компонентами E_x и E_z в соответствии с (5.35) или (5.36) имеется сдвиг по фазе.

Поэтому, если

$$E_z = E_{mz} \cos(\omega t - kx), \quad (5.42)$$

то, например, согласно (5.36)

$$E_x = \frac{E_{mz}}{|\sqrt{\epsilon'_r}|} \cos(\omega t - kx + \psi), \quad (5.43)$$

где

$$\psi = \arctg \frac{\alpha}{\beta}$$

— аргумент комплексного числа $\sqrt{\epsilon'_r}$.

Выражения (5.42) и (5.43) представляют собой уравнения эллипса. Согласно этим уравнениям конец вектора E

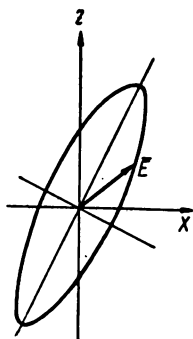


Рис. 5.4. Эллипс поляризации.

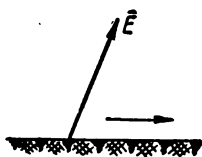


Рис. 5.5. Наклон вектора напряженности поля при распространении радиоволн вдоль поверхности земли.

в вертикальной плоскости в фиксированной точке за каждый период описывает эллипс (рис. 5.4).

В одном крайнем случае, когда почва — диэлектрик, т. е. $\epsilon'_r = \epsilon_r$, эллипс вырождается в линию и наклон вектора к поверхности земли остается постоянным. При этом вектор наклонен в сторону распространения радиоволн (рис. 5.5).

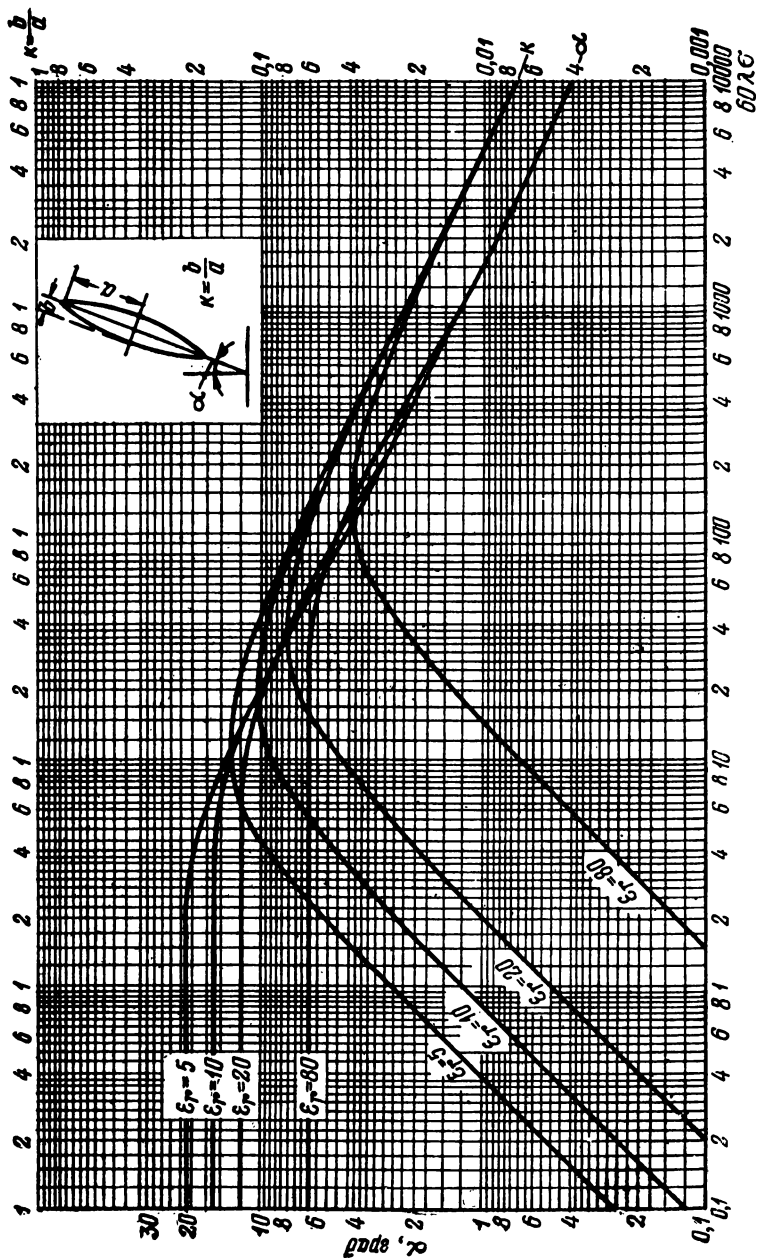


Рис. 5.6. Зависимость параметров эллипса поляризации от частоты и параметров почвы.

В другом крайнем случае, когда почва — проводник, $E_x = 0$, эллипс также превращается в линию и вектор E становится перпендикулярным к поверхности земли.

В промежуточных же случаях имеем эллиптическую поляризацию, причем большая ось наклонена в сторону распространения радиоволн. Эллипс получается, как показывают вычисления, наиболее широким, когда $\epsilon_r \approx 30\lambda z$; при этом достигается наибольшее отношение малой оси к большой, равное $\approx 0,14$. По мере увеличения значения $60\lambda z$ эллипс суживается и наклон его уменьшается.

Зависимость параметров эллипса поляризации от частоты и электрических параметров почвы приведена на рис. 5.6.

При выполнении неравенства (5.2) плотность потока электромагнитной энергии из атмосферы в землю, если учесть соотношения (5.25), (5.29) и (5.36), оказывается равной

$$\begin{aligned} (S_z)_{\text{средн}} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{E_x H_y^*\} = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r'}} E_{mz}^2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right\} = \frac{\beta \epsilon_0 \omega E_{mz}^2}{2(\beta^2 + \alpha^2)}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

§ 3. ПОЛЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ДИПОЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО НА ПЛОСКОЙ ЗЕМЛЕ

В предыдущем параграфе был найден ряд важных приближенных соотношений для составляющих напряженности поля радиоволн, распространяющихся вдоль поверхности земли вдали от излучателя.

Однако вопрос о величинах этих составляющих остался невыясненным, поскольку неизвестно аналитическое выражение для множителя ослабления ω .

Приведем вывод формулы для множителя ослабления по Е. Л. Фейнбергу*.

Применив к уравнению (1.4) оператор $\operatorname{grad} \operatorname{div} + k^2$ и приняв во внимание (1.2) и (1.6), для составляющей E_z напряженности поля получим уравнение

$$\nabla^2 E_z + k^2 E_z = -\frac{1}{j\omega\epsilon} (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{J} + k^2 J_z)$$

и аналогичные уравнения для E_y и E_x .

* Вывод приводится с некоторыми изменениями.

Введя вспомогательную функцию $\varphi = \frac{e^{-jkr}}{r}$ и используя второе тождество Грина аналогично тому, как это было сделано для вектора Π , получим

$$E = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V (\text{grad div } \mathbf{J} + k^2 \mathbf{J}) \varphi dV + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{\partial E}{\partial n} \varphi - E \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS.$$

Положим, что замкнутая поверхность S , охватывающая излучатель, состоит из плоскости S_0 , совпадающей с поверхностью плоской земли, и полусферы S_∞ бесконечно большого радиуса (рис. 2.1). Тогда интеграл по поверхности S_∞ равен нулю и для вертикальной составляющей напряженности поля E_z получаем

$$E_z = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V (\text{grad}_z \text{div } \mathbf{J} + k^2 J_z) \varphi dV + \\ + \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left(\frac{\partial E_z}{\partial n} \varphi - E_z \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS. \quad (5.45)$$

Функцию φ целесообразно теперь считать равной

$$\varphi = \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2},$$

где r_1 и r_2 — расстояния от точки наблюдения и соответственно от ее зеркального изображения относительно плоскости S_0 до какой-либо точки внутри области над плоскостью S_0 .

В (5.45) под знаком поверхностного интеграла второе слагаемое исчезает, так как $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

Вводя эффективную диэлектрическую проницаемость по формуле

$$\epsilon'_{r\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r'^2}{\epsilon_r' - 1} \quad (5.46)$$

и полагая $\mu = \mu_0$, представляем граничное условие (5.22) в виде

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{jk}{\sqrt{\epsilon'_{r\text{эфф}}}} E_z. \quad (5.47)$$

Воспользовавшись этим равенством и учитывая, что

$$\frac{\partial E_z}{\partial n} = - \frac{\partial E_z}{\partial z},$$

вместо (5.45) получим

$$E_z = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \int_V (\text{grad}_z \text{div } \mathbf{J} + k^2 J_z) \varphi dV - \frac{jk}{2\pi V \epsilon'_{r\text{эфф}}} \int_{S_0} E_z \frac{e^{-jkr}}{r} dS, \quad (5.48)$$

где r — расстояние от точки наблюдения до текущей точки на поверхности земли (плоскости S_0).

Выясним физический смысл слагаемых в формуле (5.48).

Предположим, что земля является идеальным проводником, т. е. $\epsilon'_r \approx -j\infty$, тогда второе слагаемое с поверхностным интегралом исчезает. Объемный интеграл дает, очевидно, значение вертикальной составляющей напряженности поля над идеально проводящей почвой. Если при этом точка наблюдения находится на поверхности земли, то объемный интеграл должен равняться значению напряженности электрического поля при идеальной радиопередаче, т. е.

$$E_{0z} = \frac{1}{j4\pi\omega\epsilon} \left[\int_V (\text{grad}_z \text{div } \mathbf{J} + k^2 J_z) \varphi dV \right]_{z=0} = j \frac{120\pi I_m l}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{R} = B \frac{e^{-jkr}}{R}, \quad (5.49)$$

где R — расстояние от диполя до точки наблюдения,

$$B = j \frac{120\pi I_m l}{\lambda}.$$

Таким образом, поверхностный интеграл в (5.48) учитывает отличие земли от идеального проводника. Напряженность поля E_z , входящая под знак поверхностного интеграла выражения (5.48) в точке, находящейся на расстоянии R' от диполя, может быть представлена в виде

$$E_z = E_{0z} \omega = B \frac{e^{-jkr'}}{R'} \omega(R'). \quad (5.50)$$

Подставляя (5.50) в выражение (5.48) и учитывая (5.49), находим

$$E_z = B \frac{e^{-jkR}}{R} - \frac{jk}{2\pi \sqrt{\epsilon'_{r\text{эфф}}}} \int_{S_0} B \frac{e^{-jkR'}}{R'} \omega(R') \frac{e^{-jkr}}{r} dS = \\ = B \frac{e^{-jkR}}{R} \omega(R).$$

Производя сокращение, получаем интегральное уравнение для функции ω

$$\omega(R) = 1 - \frac{jkR}{2\pi \sqrt{\epsilon'_{r\text{эфф}}}} \int_{S_0} \frac{e^{-jk(r+R'-R)}}{rR'} \omega(R') dS. \quad (5.51)$$

Совместим теперь координатную плоскость XY с плоскостью S_0 , а ось X — с линией наблюдения, причем начало координат поместим в точке расположения диполя.

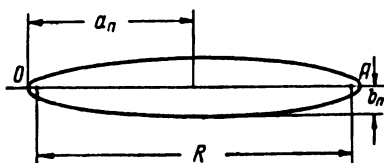


Рис. 5.7. Трасса распространения радиоволн.

На плоскости S_0 и в этом случае можно выделить участок, имеющий существенное значение в распространении радиоволн. Согласно изложенному ранее этот

участок можно получить в результате пересечения эллипсоида вращения с фокусами в точках O и A с горизонтальной плоскостью S_0 . Стало быть трасса распространения радиоволн вдоль поверхности земли представляет собой весьма вытянутый эллипс, содержащий первые несколько зон Френеля (рис. 5.7). Размеры этих зон определяются формулами: большая полуось

$$a_n = \frac{R}{2} + n \frac{\lambda}{2};$$

малая полуось

$$b_n = \frac{1}{2} \sqrt{n\lambda R}.$$

В пределах трассы можно положить

$$\left. \begin{aligned} R' &= \sqrt{x^2 + y^2} \approx x + \frac{y^2}{2x}, \\ r &= \sqrt{(R-x)^2 + y^2} \approx R - x + \frac{y^2}{2(R-x)}, \end{aligned} \right\} \quad (5.52)$$

$$\omega(R') \approx \omega(x). \quad (5.53)$$

Интегрирование по плоскости S_0 можно свести к интегрированию по x в пределах от 0 до R , а по y , поскольку эллипс очень узок, — в пределах от $-\infty$ до ∞ . Следовательно,

$$\omega(R) = 1 - \frac{jkR}{2\pi \sqrt{\epsilon'_{r\Delta\Phi\Phi}}} \int_0^R \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{2} \frac{y^2}{x(R-x)}} \frac{R}{x(R-x)} \omega(x) dx dy. \quad (5.54)$$

Интеграл по y равен

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \frac{y^2}{2} \frac{R}{x(R-x)}} dy = \sqrt{\frac{2\pi}{jk} \frac{x(R-x)}{R}}. \quad (5.55)$$

Поэтому, обозначая

$$-\frac{jk}{2\epsilon'_{r\Delta\Phi\Phi}} = S, \quad (5.56)$$

получаем

$$\omega(R) = 1 - j \sqrt{\frac{SR}{\pi}} \int_0^R \frac{\omega(x)}{\sqrt{x(R-x)}} dx. \quad (5.57)$$

Подставив под интеграл (5.57) выражение

$$\omega(x) = 1 - j \sqrt{\frac{Sx}{\pi}} \int_0^x \frac{\omega(x')}{\sqrt{x'(x-x')}} dx',$$

получим

$$\begin{aligned} \omega(R) &= 1 - j \sqrt{\frac{SR}{\pi}} \int_0^R \frac{dx}{\sqrt{x(R-x)}} \times \\ &\times \left[1 - j \sqrt{\frac{Sx}{\pi}} \int_0^x \frac{\omega(x') dx'}{\sqrt{x'(x-x')}} \right] = 1 - j \sqrt{\frac{SR}{\pi}} \times \\ &\times 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{R-x}} \Big|_0^R - \frac{S \sqrt{R}}{\pi} \int_0^R \int_0^x \frac{\omega(x') dx' dx}{\sqrt{x'(R-x)(x-x')}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - j\sqrt{\pi SR} - \frac{S\sqrt{R}}{\pi} \int_0^R \int_{x'}^R \frac{\omega(x') dx' dx}{\sqrt{x'(R-x)(x-x')}} = \\
&= 1 - j\sqrt{\pi SR} - \frac{S\sqrt{R}}{\pi} \int_0^R 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-x'}{R-x}} \Big|_{x'}^R \frac{\omega(x')}{\sqrt{x'}} dx' = \\
&= 1 - j\sqrt{\pi SR} - S\sqrt{R} \int_0^R \frac{\omega(x')}{\sqrt{x'}} dx'.
\end{aligned}$$

Перестановка пределов интегрирования в двойном интеграле произведена согласно формуле Дирихле.

Таким образом,

$$\omega(R) = 1 - j\sqrt{\pi SR} - S\sqrt{R} \int_0^R \frac{\omega(x)}{\sqrt{x}} dx. \quad (5.58)$$

Введя новую переменную

$$\rho = SR, \quad (5.59)$$

представим (5.58) в виде

$$\omega(R) \equiv y(\rho) = 1 - j\sqrt{\pi\rho} - \sqrt{\rho} \int_0^\rho \frac{y(\rho') d\rho'}{\sqrt{\rho'}}. \quad (5.60)$$

Из этого выражения сразу видно, что при малых по абсолютной величине значениях ρ , т. е. при

$$|\rho| \ll 1,$$

имеем

$$y(\rho) \approx 1. \quad (5.61)$$

Интегральное уравнение (5.60) легко преобразуется в дифференциальное уравнение, которое решается в квадратурах обычным способом.

В самом деле, продифференцировав (5.60) по ρ , имеем

$$\frac{dy}{d\rho} = -\frac{j}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} - \frac{1}{2\sqrt{\rho}} \int_0^\rho \frac{y(\rho') d\rho'}{\sqrt{\rho'}} - y(\rho).$$

Откуда находим

$$\int_0^{\rho} \frac{y(\rho') d\rho'}{\sqrt{\rho'}} = -2\sqrt{\rho} \left(\frac{dy}{d\rho} + y(\rho) + \frac{j}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \right).$$

Подставляя это значение интеграла в (5.60), получаем искомое дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{d\rho} + y(\rho) \left(1 - \frac{1}{2\rho} \right) + \frac{1}{2\rho} = 0. \quad (5.62)$$

Произведя простую подстановку, убедимся, что при больших по абсолютной величине значениях ρ , т. е. при

$$|\rho| \gg 1, \quad (5.63)$$

асимптотическим решением уравнения (5.62) является выражение

$$y \approx -\frac{1}{2\rho}. \quad (5.64)$$

Найдем, однако, точное решение дифференциального уравнения (5.62). Это — линейное неоднородное уравнение вида

$$\frac{dy}{d\rho} + A(\rho)y = B(\rho), \quad (5.65)$$

где

$$A(\rho) = 1 - \frac{1}{2\rho},$$

$$B(\rho) = -\frac{1}{2\rho}.$$

Решение однородного уравнения, как легко видеть, таково:

$$y(\rho) = C_0 e^{-\int A(\rho) d\rho} = C_0 e^{-\rho + \frac{1}{2} \ln \rho} = C_0 e^{-\rho} \sqrt{\rho}. \quad (5.66)$$

Неоднородное уравнение обычно решается методом вариаций произвольной постоянной C_0

$$\frac{dy}{d\rho} = \frac{dC_0}{d\rho} e^{-\int A(\rho) d\rho} - C_0 A(\rho) e^{-\int A(\rho) d\rho}.$$

Подставляя это выражение для $\frac{dy}{d\rho}$ в (5.65), получаем

$$\frac{dC_0}{d\rho} e^{-\int A(\rho) d\rho} = B(\rho),$$

т. е.

$$\frac{dC_0}{d\rho} = B(\rho) e^{\int A(\rho) d\rho} = -\frac{1}{2\rho} e^\rho \frac{1}{\sqrt{\rho}},$$

откуда

$$C_0 = C_1 + \int B(\rho) e^{\int A(\rho) d\rho} = -\int_{C_2}^{\rho} \frac{1}{2\rho'} e^{\rho'} \frac{1}{\sqrt{\rho'}} d\rho'.$$

Подставляя это значение для C_0 в (5.66), находим

$$y(\rho) = -\frac{e^{-\rho} \sqrt{\rho}}{2} \int_{C_2}^{\rho} \frac{1}{\rho'^{3/2}} e^{\rho'} d\rho'. \quad (5.67)$$

Произведем замену переменной

$$\rho' = v^2, \quad d\rho' = 2v \, dv.$$

Тогда получим

$$y(\rho) = -e^{-\rho} \sqrt{\rho} \int_C^{\sqrt{\rho}} \frac{e^{v^2}}{v^2} dv. \quad (5.68)$$

Выполнив интегрирование по частям, получим

$$y(\rho) = -e^{-\rho} \sqrt{\rho} \left[-\frac{e^{v^2}}{v} \Big|_C^{\sqrt{\rho}} + 2 \int_C^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv \right]. \quad (5.69)$$

Постоянную C надо, очевидно, выбрать таким образом, чтобы в предельном случае, идеально проводящей земли, множитель ослабления равнялся единице, т. е. при

$$SR = \rho \rightarrow 0 \text{ было } y \rightarrow 1. \quad (5.70)$$

Нетрудно проверить, что этому условию удовлетворяет

$$C = -j\infty.$$

В самом деле при этом значении \hat{C} имеем

$$y(\rho) = 1 - 2e^{-\rho} \sqrt{\rho} \int_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv, \quad (5.71)$$

и поскольку при $\rho \rightarrow 0$ интеграл является конечной величиной, условие (5.70) действительно выполняется. Отметим, что (5.71) иногда представляют еще и в ином виде.

Учитывая, что

$$\int_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv = \int_{-j\infty}^0 e^{v^2} dv + \int_0^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv$$

и что первый интеграл справа, как в этом можно убедиться, производя замену переменной интегрирования $v = -ju$, равен $\frac{1}{2} j V \sqrt{\pi}$, находим

$$y(\rho) = 1 - j V \sqrt{\pi} \rho e^{-\rho} - 2e^{-\rho} \sqrt{\rho} \int_0^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv. \quad (5.71a)$$

Нетрудно проверить, что при выполнении условия (5.63) множитель ослабления действительно принимает значение (5.64). Для этого нужно в (5.71) подставить следующее приближенное значение интеграла:

$$\begin{aligned} \int_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} e^{v^2} dv &= \frac{e^{v^2}}{2v} \Big|_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} + \int_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} \frac{e^{v^2}}{2v^2} dv = \frac{e^{\rho}}{2\sqrt{\rho}} + \frac{e^{v^2}}{4v^3} \Big|_{-j\infty}^{\sqrt{\rho}} + \dots \\ &\dots = \frac{e^{\rho}}{2\sqrt{\rho}} + \frac{e^{\rho}}{4\sqrt{\rho^3}}. \end{aligned}$$

Таким образом согласно вычислениям вдали от диполя множитель ослабления

$$\omega(R; \varepsilon, \sigma, \omega) \equiv y(\rho),$$

где $y(\rho)$ — определяется формулой (5.71) или (5.71a),
 ρ — определенная комбинация параметров $R, \varepsilon, \sigma, \omega$,
 называемая *численным расстоянием* (безразмерная величина).

Численное расстояние определяется формулой

$$\rho = SR, \quad (5.59)$$

где

$$S = -j \frac{k}{2\epsilon'_{r\text{эфф}}}, \quad (5.56)$$

а

$$\epsilon'_{r\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r' - 1}. \quad (5.46)$$

В инженерных расчетах часто интересуются амплитудным значением напряженности электрического поля.

Согласно (5.1) амплитудное значение вертикальной составляющей поля равно

$$E_{mz} = \frac{120\pi I_m l}{\lambda R} |y|. \quad (5.72)$$

Впервые пригодная для инженерных расчетов формула для модуля множителя ослабления была получена М. В. Шулейкиным в 1923 г. Аналогичная формула за границей, где, по-видимому, работа Шулейкина осталась неизвестной, была опубликована лишь в 1931 г. Ван дер Полем.

Выражение (5.72) известно под названием формулы Шулейкина — Ван дер Поля.

Для случая

$$|\epsilon'_r| = |\epsilon_r - j60\lambda\sigma| = |\epsilon_r - j\eta| \gg 1 \quad (5.2)$$

рассчитаны кривые модуля множителя ослабления, изображенные на рис. 5.8.

Следует иметь в виду, что неравенство (5.2) практически выполняется для всех диапазонов радиоволн и всех почв (исключением является песок с $\epsilon_r = 2$). Поэтому практически всегда можно пользоваться расчетными кривыми, изображенными на рис. 5.8.

На этом рисунке по оси абсцисс отложена величина

$$x = \frac{2\pi R}{\lambda} \frac{\sqrt{(\epsilon_r - 1)^2 + \eta^2}}{\epsilon_r^2 + \eta^2}.$$

В силу неравенства (5.2) можно считать, что

$$x \approx 2|\rho|. \quad (5.73)$$

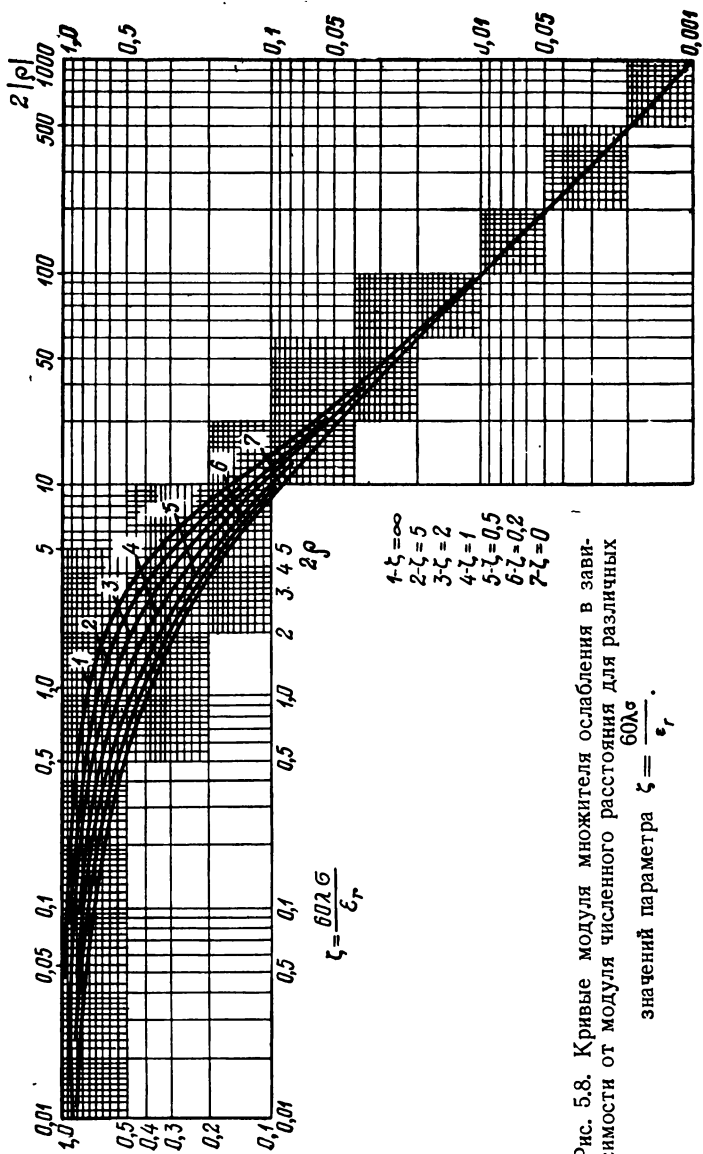


Рис. 5.8. Кривые модуля множителя ослабления в зависимости от модуля численного расстояния для различных значений параметра $\zeta = \frac{60\lambda \sigma}{\epsilon_r}$.

Параметром для семейства кривых на рис. 5.8 служит величина

$$\zeta = \frac{\eta}{\epsilon_r} = \frac{60\lambda\sigma}{\epsilon_r}.$$

Верхняя кривая относится к случаю

$$\zeta \gg 1,$$

который имеет место тогда, когда волны достаточно длинные, а почвы хорошо проводящие. При этом

$$\rho \approx \frac{\pi R}{60\lambda^2\sigma}, \quad (5.74)$$

а кривая $|y(\rho)|$ во всем интервале изменения ρ аппроксимируется выражением

$$|y(\rho)| \approx \frac{2 + 0,3\rho}{2 + \rho + 0,6\rho^2}. \quad (5.75)$$

Нижняя кривая относится к случаю

$$\zeta \ll 1,$$

т. е. к случаю плохо проводящих почв и достаточно коротких волн. При этом согласно (5.46), (5.56) и (5.59)

$$\rho \approx -j \frac{\pi}{\lambda} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} R. \quad (5.76)$$

Для хорошо проводящих почв $S \approx 0$ и, следовательно, $\rho \approx 0$ и $y \approx 1$.

Стало быть при малых расстояниях амплитуда напряженности поля убывает, как и над идеально проводящей почвой, т. е. по закону $\frac{1}{R}$.

При больших расстояниях ($|\rho| \gg 1$) согласно (5.64)

$$y \approx -\frac{1}{2\rho} = -\frac{1}{2SR},$$

т. е. множитель ослабления есть убывающая функция ρ . Закон убывания меняется с изменением ρ . Однако во всем интервале изменения ρ множитель ослабления $y(\rho)$ убывает не быстрее $\frac{1}{\rho}$.

Соответственно амплитуда напряженности поля при больших расстояниях обратно пропорциональна квадрату расстояния R от диполя до точки наблюдения.

Следовательно, закон изменения с расстоянием амплитуды напряженности поля при увеличении численного расстояния меняется от $\frac{1}{R}$ до $\frac{1}{R^2}$.

Отметим, что при больших по абсолютной величине расстояниях, в случаях хорошо проводящей почвы и достаточно длинных волн, амплитуда напряженности поля согласно (5.64), (5.72), (5.74) вычисляется по формуле

$$E_{mz} = \frac{3300 I_m l \lambda \sigma}{R^2}, \quad (5.77)$$

а в случае плохо проводящих почв и достаточно коротких волн согласно (5.64), (5.72) и (5.76) — по формуле

$$E_{mz} = \frac{60 I_m l}{R^2} \frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r - 1}. \quad (5.78)$$

Эта формула была получена Б. А. Введенским в 1937 г. Множитель ослабления является комплексной функцией

$$y(\rho) = |y(\rho)| e^{-j\varphi} = |\omega(R)| e^{-j\varphi(R)}.$$

Выясним физический смысл аргумента множителя ослабления $\varphi(R)$.

Согласно формуле (5.1) уравнение поверхности равных фаз имеет вид

$$\omega t - kR - \varphi(R) = \text{const.}$$

Фазовая скорость распространения волны получается путём дифференцирования этого уравнения по времени, т. е.

$$\omega - k \frac{dR}{dt} - \varphi'(R) \frac{dR}{dt} = 0$$

или

$$\frac{dR}{dt} = v_\Phi = \frac{\omega}{k + \varphi'(R)} = \frac{\omega}{k} \frac{1}{1 + \frac{\varphi'(R)}{k}} = \frac{c}{1 + \frac{\varphi'(R)}{k}}, \quad (5.79)$$

где $c = \frac{\omega}{k}$ — скорость света в вакууме.

Из этой формулы видно, что фазовая скорость изменяется с расстоянием R , поскольку $\varphi'(R)$, вообще говоря, отлично от нуля. Однако нетрудно видеть, что при больших расстояниях $\varphi'(R) = 0$. В самом деле, согласно (5.64) и (5.56), считая для упрощения выкладок $|\epsilon_r'| \gg 1$, имеем

$$\begin{aligned} \varphi &= -\arg\left(-\frac{1}{2SR}\right) = -\arg\left(\frac{2\epsilon_r'}{jR}\right) = \\ &= -\arg(-j\epsilon_r') = -\left[-\frac{\pi}{2} + \arg(\epsilon_r - j\eta)\right] = \\ &= \frac{\pi}{2} - \arg(\epsilon_r - j\eta). \end{aligned}$$

Здесь могут иметь место два крайних случая $\epsilon_r \ll \eta = 60\lambda z$, тогда $\varphi = \pi$, либо $\epsilon_r \gg \eta$ и тогда $\varphi = \frac{\pi}{2}$. В промежуточных случаях φ принимает значения, лежащие

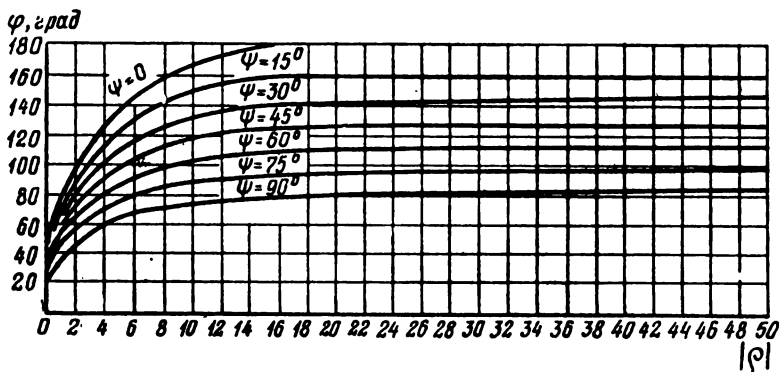


Рис. 5.9. Зависимость аргумента множителя ослабления от модуля численного расстояния.

между $\frac{\pi}{2}$ и π . С другой стороны, при малых численных расстояниях $\varphi = 0$. Отсюда следует, что аргумент множителя ослабления с увеличением расстояния R возрастает от 0 до некоторого постоянного числа, лежащего между $\frac{\pi}{2}$ и π .

На рис. 5.9 приведена зависимость φ от модуля чис-

лённого расстояния $|\rho|$ для разных почв. На рисунке обозначено

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\epsilon_r}{\eta}.$$

Следовательно, согласно (5.79) фазовая скорость, вообще говоря, возрастает с увеличением R и при больших численных расстояниях принимает постоянное значение c .

Наиболее существенный результат этого рассмотрения состоит именно в постоянстве скорости распространения радиоволн при больших численных расстояниях. Скорость распространения радиоволн не зависит от параметров почв, над которыми они распространяются, и равна скорости распространения в воздухе. Это обстоятельство имеет существенное значение для таких отраслей радиотехники, как радионавигация, радиогодезия и радиолокация.

Впервые теоретически вопрос о фазовой скорости распространения радиоволн вдоль поверхности земли исследовал в СССР П. А. Рязин [15].

§4. ПОЛЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДИПОЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО НА ПЛОСКОЙ ЗЕМЛЕ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ ВЗАИМНОСТИ

Как уже было показано, поле горизонтального диполя, лежащего на идеально проводящей земле, везде тождественно равно нулю. Если же почва не идеально проводящая, то появляются составляющие поля, отличные от нуля. Найдем это поле.

Для решения этой задачи воспользуемся результатами, полученными при исследовании поля вертикального диполя. При этом будем опираться на теорему взаимности [1].

Приведем формулировку и доказательство теоремы взаимности для простейшего случая излучателей — для элементарных диполей.

Пусть в среде с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ'_r , которая может зависеть от координат, в точке 1 расположен элементарный диполь с электрическим моментом \mathbf{p}_1 . Пусть напряженности поля, создаваемые диполем в точке 2, равны $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$. Уберем этот диполь и по-

местим в точку 2 другой диполь с моментом \mathbf{p}_2 . В точке 1 диполь создаст некоторое поле с напряженностями \mathbf{E}_2 , \mathbf{H}_2 . Тогда будет иметь место следующее соотношение:

$$\mathbf{p}_1 \mathbf{E}_2 = \mathbf{p}_2 \mathbf{E}_1. \quad (5.80)$$

Докажем это. Уравнения Максвелла для полей обоих диполей будут:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \operatorname{rot} \mathbf{H}_1 = j\omega \varepsilon' \mathbf{E}_1 + \mathbf{J}_1, \\ 2) \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 = -j\omega \mu \mathbf{H}_1, \\ 3) \operatorname{rot} \mathbf{H}_2 = j\omega \varepsilon' \mathbf{E}_2 + \mathbf{J}_2, \\ 4) \operatorname{rot} \mathbf{E}_2 = -j\omega \mu \mathbf{H}_2. \end{array} \right\} \quad (5.81)$$

Помножив скалярно первое уравнение на \mathbf{E}_2 , второе на \mathbf{H}_2 , третье на $-\mathbf{E}_1$, четвертое на $-\mathbf{H}_1$ и сложив левые и правые части полученных соотношений, имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 \operatorname{rot} \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_1 \operatorname{rot} \mathbf{E}_2 + \mathbf{H}_2 \operatorname{rot} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \operatorname{rot} \mathbf{H}_2 = \\ = \mathbf{J}_1 \mathbf{E}_2 - \mathbf{J}_2 \mathbf{E}_1. \end{aligned} \quad (5.82)$$

Приняв во внимание тождество

$$\mathbf{A} \operatorname{rot} \mathbf{B} - \mathbf{B} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \operatorname{div} [\mathbf{B}\mathbf{A}],$$

вместо равенства (5.82) получим

$$\operatorname{div} [\mathbf{H}_1 \mathbf{E}_2] - \operatorname{div} [\mathbf{H}_2 \mathbf{E}_1] = \mathbf{J}_1 \mathbf{E}_2 - \mathbf{J}_2 \mathbf{E}_1. \quad (5.83)$$

Проинтегрируем это равенство по всему пространству. Объёмный интеграл справа сведётся к разности двух интегралов по объемам V_1 и V_2 , занимаемым соответственно первым и вторым диполями. Объёмный интеграл слева по формуле Гаусса—Остроградского преобразуется в поверхностный интеграл. Таким образом, вместо (5.83) получим

$$\int_S \{[\mathbf{H}_1 \mathbf{E}_2]_n - [\mathbf{H}_2 \mathbf{E}_1]_n\} dS = \int_{V_1} \mathbf{J}_1 \mathbf{E}_2 dV - \int_{V_2} \mathbf{J}_2 \mathbf{E}_1 dV.$$

Поверхностный интеграл состоит из суммы интегралов по поверхности сферы S_∞ бесконечного радиуса и поверхностям, выделяющим границы различных сред (рис. 5.10).

Интеграл по сфере S_∞ бесконечного радиуса равен нулю ввиду того, что в любой точке этой сферы вектор $[\mathbf{H}_1 \mathbf{E}_2]$ равен по величине вектору $[\mathbf{H}_2 \mathbf{E}_1]$ и совпадает с ним по направлению.

Интегралы же по поверхностям S_i , охватывающим границы раздела различных сред, равны нулю в силу непрерывности тангенциальных составляющих полей на границах раздела.

Таким образом, получаем

$$\int_{V_1} \mathbf{J}_1 \mathbf{E}_2 dV = \int_{V_2} \mathbf{J}_2 \mathbf{E}_1 dV. \quad (5.84)$$

Так как размеры объемов V_1 и V_2 , занимаемые диполями, весьма малы по сравнению с длиной волны, векторы \mathbf{E}_2 и \mathbf{E}_1 можно вынести за знак интеграла и, следовательно,

$$\mathbf{E}_2 \int_{V_1} \mathbf{J}_1 dV = \mathbf{E}_1 \int_{V_2} \mathbf{J}_2 dV.$$

Учитывая далее равенство (1.10),

$$\int \mathbf{J} dV = j\omega \mathbf{p},$$

где \mathbf{p} — момент диполя, окончательно получим

$$\mathbf{p}_1 \mathbf{E}_2 = \mathbf{p}_2 \mathbf{E}_1, \quad (5.80)$$

что и требовалось доказать.

Пусть теперь требуется определить поле горизонтального диполя в направлении его оси, т. е. в направлении, совпадающем с направлением дипольного момента \mathbf{p} . Это поле в точке 2 обозначим через $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_1$. Поместим вертикальный диполь в точку 2. Поле этого диполя в точке 1, где расположен горизонтальный диполь, известно; оно равно $\mathbf{E}_v = \mathbf{E}_2$ (рис. 5.11).

Совместив ось X с вектором \mathbf{p} согласно теореме взаимности, получим

$$p_1 E_{vx} = p_2 E_{rz}.$$

Положив

$$p_1 = p_2, \quad (5.85)$$

найдем

$$E_{rz} = E_{vx}. \quad (5.86)$$

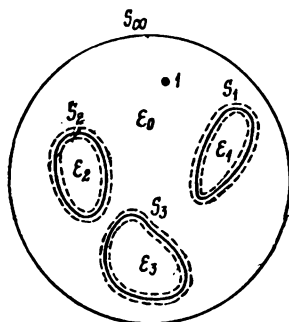


Рис. 5.10. К доказательству теоремы взаимности.

Согласно выведенным ранее соотношениям между составляющими будем иметь

$$E_{rx} = \frac{\sqrt{k_3^2 - k^2}}{k\epsilon'_r} E_{rz}$$

или, учтя (5.46) и (5.86), получим

$$E_{rx} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{r\varphi\phi}}} E_{vx}. \quad (5.87)$$

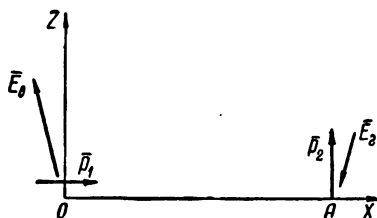


Рис. 5.11. К определению поля горизонтального диполя.

Наконец, приняв во внимание, что угол между осью X и E_v тупой, придем к следующим соотношениям:

$$E_{rz} = E_{vx} = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{r\varphi\phi}}} E_{0z} \cdot y, \quad (5.88)$$

$$E_{rx} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{r\varphi\phi}}} E_{vx} = -\frac{1}{\epsilon'_{r\varphi\phi}} E_{0z} y. \quad (5.89)$$

Ориентация векторов показана на рис. 5.11.

Пусть теперь поле определяется не в направлении оси диполя, а под некоторым азимутальным углом φ к ней (рис. 5.12,а). Совместив с направлением OA ось X , можем теорему взаимности записать в виде

$$p_1 \cos \varphi E_{vx} = E_{rz} \cdot p_2. \quad (5.90)$$

Стало быть, положив $p_1 = p_2$, получим

$$E_{rz} = \cos \varphi E_{vx}. \quad (5.91)$$

Таким образом, согласно формулам (5.88) и (5.89)

$$E_{rz} = E_{vx} \cos \varphi = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{r \text{эфф}}}} E_{0z} y \cos \varphi, \quad (5.92)$$

$$E_{rx} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{r \text{эфф}}}} E_{vx} \cos \varphi = -\frac{1}{\epsilon'_{r \text{эфф}}} E_{0z} y \cos \varphi. \quad (5.93)$$

Следовательно, диаграмма направленности в горизонтальной плоскости имеет вид, изображенный на рис. 5.12,б. Излучение является направленным, причем

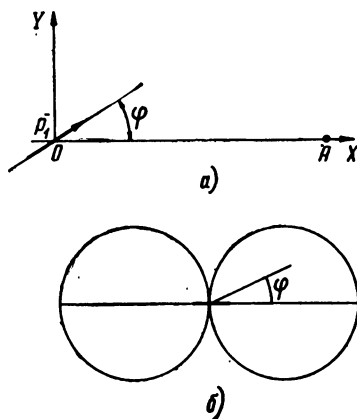


Рис. 5.12. Диаграмма направленности горизонтального диполя, расположенного на земле, в горизонтальной плоскости.

максимум излучения имеет место вдоль оси диполя. Возникновение поля излучения вдоль оси вибратора можно объяснить появлением вертикальных токов между вибратором и его зеркальным изображением.

§ 5. РЕЗУЛЬТАТЫ СОПОСТАВЛЕНИЯ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ И НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ ВОПРОСА

1. Предельные дальности, для которых применима формула Шулейкина — Ван дер Поля

Формула Шулейкина — Ван дер Поля и все последующие формулы, содержащие множитель ослабления

(5.71), были получены в предположении, что поверхность земли в пределах существенного участка представляет собой плоскость.

Строго же говоря, корреспондирующие пункты, расположенные на поверхности земли, как бы ни было мало расстояние между ними, всегда находятся в тени, создаваемой выпуклостью земной поверхности, и пренебрегать этим обстоятельством нельзя.

Однако, очевидно, что чем меньше расстояние между пунктами по сравнению с радиусом Земли, тем меньшее расхождение должно быть между данными рассмотренной теории и экспериментальными данными.

Предельные дальности, для которых применимо (5.72), зависят также от длины волны. Они тем меньше, чем меньше длина волны. Эти предельные дальности можно установить на основе сопоставления напряженностей поля, рассчитанных по формуле Шулейкина — Ван дер Поля, с напряженностями поля, рассчитанными по более строгой теории, учитывающей сферичность земли, или с экспериментальными данными.

М. П. Долуханов приводит следующие ориентировочные значения предельных дальностей [2].

Диапазон волн λ , м	Предельные дальности, км
200—20000	300—400
50—200	50—100
10—50	10

Таким образом, теория распространения радиоволн над плоской землей в случае больших дальностей неприменима.

2. Поверхностные волны Ценнека

Теория распространения радиоволн над плоской землей сыграла важную роль в выяснении физической картины распространения радиоволн вдоль поверхности земли.

Теория излучения диполя над плоской землей в своем первоначальном виде, как уже было сказано, была создана в 1909 году Зоммерфельдом; им же впервые получена функция ослабления (5.71a)*. В то время возможность влияния ионосферы на распространение ра-

* С ошибкой в знаке во втором слагаемом: вместо знака « \rightarrow » знак « $+$ ».

диоволн казалась только гипотезой. Поэтому одну из главных задач своей теории Зоммерфельд усматривал в том, чтобы объяснить сверхдальнее распространение радиоволн по поверхности земного шара. К этому времени, наряду с гипотезой о влиянии ионосферы, появилась приближенная теория о распространении радиоволн вдоль поверхности земли, предложенная в 1907 г. Ценнеком.

Согласно этой теории радиоволны распространяются вдоль поверхности земли как бы по направляющей поверхности. Благодаря своей простоте и наглядности концепция поверхностных волн приобрела в свое время широкую популярность.

Зоммерфельд, решая задачу о поле излучения элементарного диполя над плоской землей, пытался проверить существуют ли поверхностные волны Ценнека.

Рассмотрим, что собой представляют поверхностные волны Ценнека.

Предполагается, что на большом расстоянии от диполя радиоволны распространяются в виде плоских вертикально поляризованных волн. Составляющие напряженностей поля этих волн согласно (2.19) (если опустить $e^{j\omega t}$) могут быть записаны следующим образом:

$$E_x = E_{0x} e^{-j(k_x x + k_z z)},$$

$$E_z = E_{0z} e^{-j(k_x x + k_z z)},$$

$$H_y = H_{0y} e^{-j(k_x x + k_z z)}.$$

Постоянные k_x и k_z определяют собой направление распространения этих волн. Они могут быть и комплексными.

В таком случае их мнимые части определяют ослабление этих волн по обоим направлениям: по оси X и по оси Z . Таким образом, здесь речь идет о неоднородных плоских волнах.

Далее, предполагается, что и в земле распространяются аналогичные неоднородные плоские, вертикально поляризованные волны, но с другими постоянными распространения k_x и k_z .

Все четыре постоянных распространения определяются из граничных условий. Для сокращения выкладок найдем

постоянные k_x и k_z для воздуха ($\epsilon \approx \epsilon_0$, $\mu \approx \mu_0$) при помощи граничных условий Леонтовича.

Из уравнений Максвелла находим:

$$\begin{aligned} jk_z H_{0y} &= j\omega\epsilon_0 E_{0x}, \\ -jk_x H_{0y} &= j\omega\epsilon_0 E_{0z}, \\ -jk_z E_{0x} + jk_x E_{0z} &= -j\omega\mu_0 H_{0y}. \end{aligned}$$

Исключая из этих уравнений E_{0x} , E_{0z} , H_{0y} , получаем

$$\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = k_x^2 + k_z^2.$$

Из первого же уравнения, учитывая граничное условие Леонтовича, находим

$$k_z = -\omega\epsilon_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon'}} = -\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{\epsilon'}} = -\frac{k}{\sqrt{\epsilon'}}$$

и, следовательно,

$$k_x^2 = k^2 \left(1 - \frac{1}{\epsilon'}\right).$$

Поскольку $|\epsilon'| \gg 1$, то

$$k_x \approx k \left(1 - \frac{1}{2\epsilon'}\right).$$

Рассмотрим два крайних случая:

1. Почва — проводник: $\epsilon_r \ll 60\lambda\sigma$, тогда

$$\begin{aligned} k_x &\approx k \left(1 - \frac{\epsilon_r}{2(60\lambda\sigma)^2} - \frac{j}{120\lambda\sigma}\right), \\ k_z &\approx -\frac{k}{\sqrt{-j60\lambda\sigma}} \left(1 - \frac{j\epsilon_r}{120\lambda\sigma}\right) \approx \\ &\approx -\frac{k}{\sqrt{120\lambda\sigma}} \left[1 + j \left(1 - \frac{\epsilon_r}{120\lambda\sigma}\right)\right]. \end{aligned}$$

2. Почва — диэлектрик: $\epsilon_r \gg 60\lambda\sigma$, тогда

$$k_x = k \left(1 - \frac{1}{2\epsilon_r} - j \frac{30\lambda\sigma}{\epsilon_r^2}\right),$$

$$k_z = -\frac{k}{\sqrt{\epsilon_r}} \left(1 + j \frac{30\lambda\sigma}{\epsilon_r} \right).$$

Из выражений для k_x в обоих случаях видим, что, поскольку $\operatorname{Re}\{k_x\} < k$, фазовая скорость поверхностных волн Ценнека

$$v_\phi = \frac{\omega}{\operatorname{Re}\{k_x\}}$$

больше скорости света $c = \frac{\omega}{k}$, причем эта скорость зависит от параметров почвы, над которой происходит распространение.

Так как выражения для k_x содержат отрицательные мнимые части, то отсюда следует, что поверхностные волны Ценнека испытывают ослабление вдоль направления распространения, т. е. вдоль оси X , по экспоненциальному закону.

Формулы для k_z показывают, что имеется экспоненциальное ослабление волн и по оси Z , т. е. в направлении, перпендикулярном распространению радиоволн. Следовательно, основная часть электромагнитной энергии поля концентрируется вблизи поверхности. Именно поэтому и назвали эти волны «поверхностными волнами».

Однако концепция поверхностных волн в реальных условиях распространения радиоволн вдоль земной поверхности, как это видно из ранее изложенного и о чем еще будет сказано впереди, неправильна.

Здесь же укажем на следующее. В последние годы в радиотехнике правильное представление о поверхностных волнах послужило основанием для создания новых типов передающих линий и антенн. Однако эти поверхностные волны отличаются от поверхностных волн Ценнека. Отличие их состоит в том, что они в противоположность ценнековским поверхностным волнам распространяются замедленно, т. е. их фазовая скорость меньше скорости света в вакууме.

В частности, замедленной является и поверхностная симметричная волна типа H , распространяющаяся вдоль металлического цилиндрического провода с конечной проводимостью. Если же осуществить предельный пере-

ход, увеличивая радиус провода до бесконечности, то эта волна переходит в ценнековскую волну с фазовой скоростью $v_\phi > c$.

Замедленные поверхностные волны на металлической плоскости получаются в результате покрытия плоскости диэлектрическим слоем. Можно получить замедленные поверхностные волны также и в том случае, если металлической поверхности придать специальную периодическую структуру.

3. Некоторые замечания по истории вопроса

Решение задачи о поле излучения вертикального диполя, расположенного на плоской земле, Зоммерфельд получил в виде интеграла. Выбирая соответствующим образом путь интегрирования в комплексной плоскости, он представил этот интеграл в виде суммы трех слагаемых, одно из которых соответствует ценнековской волне на большом расстоянии от источника. На основании этого Зоммерфельд заключил, что им подтверждена концепция Ценнека. Однако в действительности это слагаемое не может быть отделено от двух других, поскольку ни одно из них в отдельности не удовлетворяет граничным условиям. В 1934 году В. А. Фок нашел ошибку в вычислениях Зоммерфельда, приведшую к этим неправильным выводам.

Таким образом, поверхностных волн Ценнека при распространении радиоволн вдоль Земли в случае точечного излучателя в действительности быть не может.

Ценнековские поверхностные волны соответствовали бы на далеком расстоянии действительным волнам, если бы излучатель представлял собой бесконечно длинный провод, перпендикулярный поверхности земли. В этом случае источник излучал бы цилиндрические волны, которые на далеком расстоянии могли бы рассматриваться как плоские. Волны же, излучаемые элементарным диполем — точечным излучателем, расположенным на поверхности земли, можно рассматривать как цилиндрические в весьма грубом приближении и лишь в пределах существенной области распространения радиоволн, т. е. в пределах небольших высот z над поверхностью земли. С увеличением же высоты фронт волны изгибается. Пренебрежение этим искривлением фронта волны эквива-

лентно замене точечного источника излучения цилиндрическим.

Таким образом, в теории распространения радиоволн над поверхностью земли в течение сравнительно длительного времени (25 лет) господствовала неправильная концепция поверхностных волн Ценнека с ошибочными утверждениями о скорости распространения радиоволн.

Между тем, в связи с поставленной практикой задачами измерения расстояний при помощи радиоволн, вопрос о скорости распространения радиоволн над поверхностью земли приобрел весьма важное значение. Поэтому в период с 1934 по 1940 год группой советских физиков под руководством Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси был проведен ряд измерений скорости распространения радиоволн в различных условиях на трассах протяженностью до 145 км на волнах $230 < \lambda < 450$ м. В результате этих измерений было получено, что фазовая скорость радиоволн над поверхностью земли меньше скорости света и равна приблизительно 299 000 км/сек.

Более точные измерения скорости распространения радиоволн, выполненные в течение последнего десятилетия, дали число 299 786 км/сек, что совпадает с оптическими измерениями скорости света.

Наряду с экспериментальными измерениями этой группой ученых были выполнены и теоретические исследования. В частности, П. А. Рязин теоретически исследовал фазовую структуру поля и получил сведения о скорости распространения радиоволн, основные результаты которых приведены в § 3 этой главы.

Указанные здесь экспериментальные и теоретические работы сыграли важную роль в развитии таких отраслей радиотехники, как радионавигация, радиогеодезия и радиолокация.

§ 6. ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ И НЕРОВНОСТЕЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Реальная поверхность земли не является ни однородной в электрическом отношении, ни гладкой и ровной, как это предполагалось в предыдущих параграфах.

Рассмотрим, как влияют неоднородности и неровности, встречающиеся на пути распространения радиоволн.

Всестороннее исследование этого, весьма важного, для практики вопроса, было выполнено Е. Л. Фейнбергом. В настоящем параграфе приводятся наиболее существенные результаты исследований Е. Л. Фейнберга [1, 16].

1. «Взлетная» и «посадочная» площадки

В следующем пункте будут даны без вывода некоторые формулы для множителя ослабления в случае распространения радиоволн вдоль трассы, состоящей из двух или трех разнородных участков. При этом земля считается плоской и ровной.

Для наглядного истолкования этих формул и уяснения физической картины распространения радиоволн над неоднородной трассой снова вернемся к вопросу о существенной области распространения радиоволн и произведем некоторые уточнения.

В начале настоящей главы было установлено, что существенный участок для распространения радиоволн имеет форму эллипса с фокусами в корреспондирующих пунктах. Но этот вывод был получен в результате рассмотрения распространения радиоволн вдоль поверхности идеально проводящей земли, когда электромагнитная энергия волны не просачивается в землю.

В случае же реальной земли электромагнитное поле волны по мере удаления ее от излучателя дополнительно убывает вследствие просачивания энергии в землю. Благодаря этому существенно повышается роль в распространении радиоволн концевых участков трассы, примыкающих к корреспондирующим пунктам, по сравнению со средними участками трассы. Впервые соображения о существенной роли в распространении радиоволн концевых участков трассы, образно названных «взлетной» и «посадочной» площадками, были высказаны Л. И. Мандельштамом.

Наглядно объяснить существование «взлетной» и «посадочной» площадок можно следующим образом. Предположим, что земля является идеальным проводником и на ее поверхности в точке O помещен вертикальный диполь. Поле определяется на поверхности в точке A . Пусть между пунктами O и A находится плоскость S_0 , перпендикулярная поверхности земли и трас-

се (рис. 5.13). Очевидно, что поле в точке A можно выразить через суммарное поле вторичных источников, распределенных по плоскости S_0 . Поле в точке A в точности равно удвоенному значению этого суммарного поля.

Сравним вклады в поле, создаваемые вторичными источниками элементарных площадок dS_1 и dS_2 , расположенных на различных высотах над поверхностью земли. Согласно методу стационарной фазы роль площадок в создании поля в точке A и их вклад определяется суммарным расстоянием $\rho + r$ (рис. 5.13).

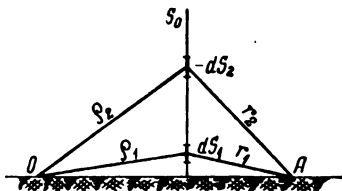


Рис. 5.13. К объяснению понятий „взлетной“ и „посадочной“ площадок.

Чем меньше это расстояние, тем больше вклад. Отсюда следует, что чем ниже расположена площадка, тем больше ее вклад в поле в точке A по сравнению с вкладом выше расположенных площадок.

Пусть теперь земля не является идеальным проводником. В этом случае приведенный вывод о роли различных площадок на плоскости S_0 уже не является справедливым. Дело в том, что теперь роль различных площадок dS в создании поля в точке A определяется не только суммарным расстоянием $\rho + r$, но и ослабляющим действием земли.

В результате утечки электромагнитной энергии в землю поле над реальной землей оказывается ослабленным по сравнению с полем над идеально проводящей землей. Чем ближе к поверхности земли площадка dS , тем сильнее сказывается ослабляющее действие земли на поле в какой-либо точке этой площадки.

Следовательно, в случае реальной земли более существенный вклад в поле в точке A вносят вторичные источники высоко расположенных участков плоскости S_0 , т. е. вклад площадки dS_2 в поле в точке A больше вклада площадки dS_1 . Согласно же изложенному в начале второй главы в создании поля в высоко расположенных точках площадки dS_2 наиболее существенную роль играет участок поверхности земли, близко примыкающий к первичному излучателю. С другой стороны, в создании по-

ля в точке наблюдения A вторичными источниками площадки dS_2 наиболее существенную роль играет участок поверхности земли, близко примыкающий к точке A . Отсюда и следует появление «взлетной» и «посадочной», площадок.

2. Трасса, состоящая из двух или трех разнородных участков

Сначала рассмотрим распространение радиоволн вдоль трассы, состоящей из двух разнородных участков, причем здесь и в дальнейшем для упрощения будем считать, что для всех участков выполняется неравенство (5.2). Пусть участок трассы, примыкающий к передатчику, имеет протяжённость x_1 и характеризуется параметром почвы $S_1 = -j \frac{k}{2\epsilon'_{1r}}$, а участок, примыкающий к приёмнику, имеет протяжённость x_2 и характеризуется параметром почвы $S_2 = -j \frac{k}{2\epsilon'_{2r}}$ (рис. 5.14,а).

Пусть для обоих участков выполняются условия

$$\left. \begin{array}{l} |S_1 x_1| \gg 1, \\ |S_2 x_2| \gg 1, \end{array} \right\} \quad (5.94)$$

т. е. численные расстояния участков велики.

Тогда множитель ослабления согласно Е. Л. Фейнбергу равен

$$y \approx -\frac{1}{2\sqrt{S_1 S_2} R}, \quad (5.95)$$

где $R = x_1 + x_2$ — расстояние между пунктами.

Приведенное выражение для множителя ослабления симметрично относительно параметров S_1 и S_2 .

Эта симметрия отражает факт наличия при распространении радиоволн вдоль земли двух одинаково существенных участков, примыкающих соответственно к передатчику и к приёмнику.

Далее формула (5.95) показывает, что составная трасса при выполнении неравенства (5.94) может рассматриваться как однородная трасса с параметром S , равным среднему геометрическому параметров S_1 и S_2 обоих участков трассы. При этом, однако, следует иметь

в виду, что в действительности изменение поля вдоль трассы не аналогично изменению поля вдоль однородной трассы.

Наглядно картину изменения напряженности поля вдоль всей трассы в соответствии с формулой (5.95) можно представить себе следующим образом. Пусть участок, примыкающий к передатчику, обладает меньшей проводимостью, чем участок, примыкающий к приемнику, т. е. $|S_1| > |S_2|$. Тогда напряженность поля в пределах участка, примыкающего к передатчику, на больших численных расстояниях от него будет изменяться в соответствии с множителем ослабления

$$y_1 \approx -\frac{1}{2S_1 x}$$

При переходе же на второй участок при $|S_2 x_2| \gg 1$ напряженность поля будет изменяться согласно формуле (5.95). Но

$$\left| \frac{1}{S_1} \right| < \left| \frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}} \right| < \left| \frac{1}{S_2} \right|.$$

Поэтому при переходе на второй участок должен иметь место скачок напряженности поля вверх.

Наоборот, если участок, примыкающий к передатчику, обладает параметром $|S_1| < |S_2|$, то при переходе на второй участок должен иметь место скачок напряженности поля вниз.

Таким образом, если изобразить зависимость напряженности поля в логарифмическом масштабе от расстояния для составной трассы для случаев $|S_1| > |S_2|$ и $|S_1| < |S_2|$, то они будут выглядеть так, как показано на рис. 5.14,б и 5.14,в.

Наличие скачка напряженности поля при переходе через границу между участками с различными параметрами почв хорошо подтверждается экспериментальными данными. Наиболее четко этот эффект проявляется в случае трассы, состоящей из суши и моря; на рис. 5.15 приведены результаты измерений для такой трассы.

Пусть трасса состоит из трех разнородных участков протяженностями x_1, x_2, x_3 (рис. 5.16,а) и при этом выполняются условия:

$$\left. \begin{aligned} |S_1 x_1| &\gg 1, \\ |S_2 x_2| &\gg 1, \\ |S_3 x_3| &\gg 1. \end{aligned} \right\} \quad (5.96)$$

Учитывая здесь выводы относительно распространения радиоволн над двумя разнородными участками, можно изобразить зависимость напряженности поля от расстояния так, как указано на рис. 5.16,б и 5.16,в.

Множитель ослабления в этом случае при $x_1 \ll R$ равен

$$y = -\frac{1}{2\sqrt{S_1 S_2} R}, \quad (5.97)$$

где

$$R = x_1 + x_2 + x_3.$$

Из формулы (5.97) видно, что поле не зависит от свойств среднего участка и определяется свойствами только концевых участков, примыкающих к передатчику и приемнику. Это обстоятельство еще более резко под-

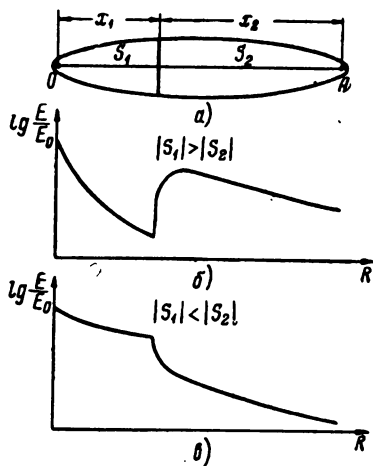


Рис. 5.14. Скачок напряженности поля на стыке двух разнородных участков трассы.

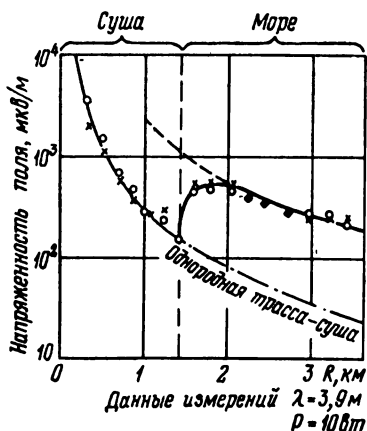


Рис. 5.15. Сравнение данных измерений напряженности поля при переходе через береговую черту с теоретической кривой.

черкивает существенную роль «взлетной» и «посадочной» площадок.

Отсюда следует, что целесообразным выбором места расположения передатчика и приемника можно значительно увеличить дальность действия радиолинии. Передатчик и приемник необходимо располагать на почвах

с малыми значениями параметров S_1 и S_3 , т. е. с большими значениями параметров σ и ε . Такими параметрами обладает морская вода, которую в большинстве случаев можно рассматривать как идеальный проводник ($S=0$), хотя в этом случае формула (5.97) неприменима.

Важное значение концевых участков хорошо иллюстрируется кривыми множителя ослабления для двух

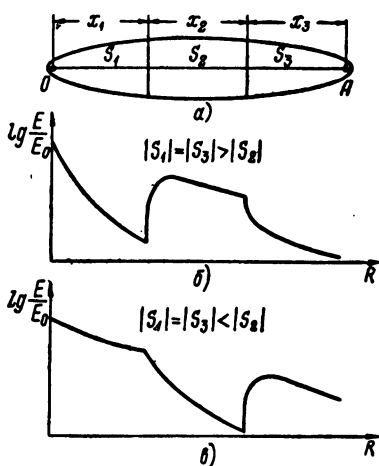


Рис. 5.16. Скачки напряженности поля на стыках трех разнородных участков трассы.

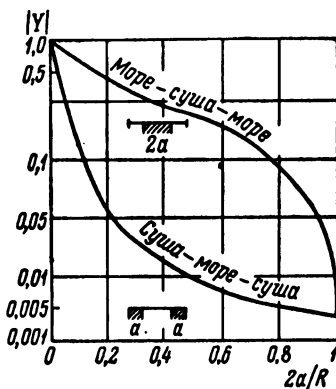


Рис. 5.17. Кривая множителя ослабления для двух случаев: концевые участки — морская вода, концевые участки — суша.

случаев: когда концевые участки — морская вода, а средний участок — суша и когда концевые участки — суша, а средний участок — морская вода (рис. 5.17). Расчеты проделаны в предположении, что морская вода — идеальный проводник, и выполнены по формулам, которые можно найти в оригинальных работах Е. Л. Фейнберга.

Приведенные кривые показывают, что хорошо проводящие концевые участки резко повышают уровень поля, даже когда они относительно малы. Относительно же малые плохо проводящие концевые участки резко снижают уровень поля. Наоборот, хорошо проводящий или плохо проводящий средний участок трассы мало влияет на уровень поля. Эти кривые хорошо иллюстрируют роль «взлетной» и «посадочной» площадок.

3. Береговая рефракция

В некоторых случаях при прохождении радиоволн через береговую черту с моря на сушу или наоборот имеет место искривление пути распространения волн. Это явление носит название береговой рефракции. Рассмотрим лишь те случаи, когда береговая рефракция может иметь практическое значение. При этом морской участок будем считать идеальным проводником, т. е. $S=0$.

Случай I. Морской участок примыкает к передатчику; $S_1=0$ (рис. 5.18).

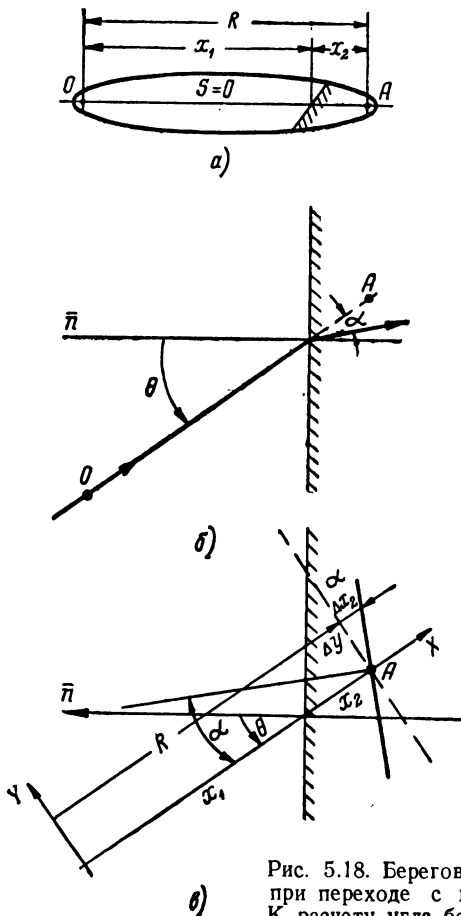


Рис. 5.18. Береговая рефракция при переходе с моря на сушу. К расчету угла береговой рефракции.

Если участок суши имеет малую протяженность, т. е.

$$x_2 \ll R, \quad (5.98)$$

то

$$y \approx 1 - \frac{2j}{\sqrt{\pi}} \sqrt{S_2 x_2} \quad (5.99)$$

при

$$|S_2 x_2| \ll 1 \quad (5.100)$$

и

$$y \approx - \frac{j}{\sqrt{\pi S_2 x_2}} \quad (5.101)$$

при

$$|S_2 x_2| \gg 1. \quad (5.102)$$

Случай II. Морской участок примыкает к приемнику; $S_2=0$ (рис. 5.19).

Формулы для множителя ослабления в этом случае можно получить из формул для случая I, пользуясь теоремой взаимности.

Если протяженность участка суши мала, т. е.

$$x_1 \ll R, \quad (5.103)$$

то

$$y \approx 1 - \frac{2j}{\sqrt{\pi}} \sqrt{S_1 x_1} \quad (5.104)$$

при

$$|S_1 x_1| \ll 1 \quad (5.105)$$

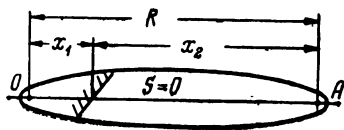
и

$$y \approx - \frac{j}{\sqrt{\pi S_1 x_1}} \quad (5.106)$$

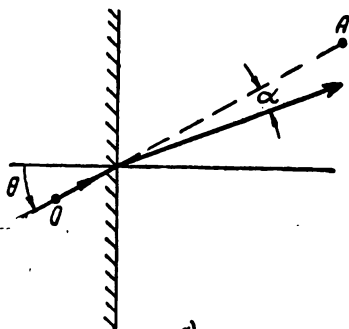
при

$$|S_1 x_1| \gg 1. \quad (5.107)$$

В обоих случаях, когда морской участок занимает почти всю трассу при малых численных расстояниях сухопутного участка, как и следовало ожидать, множи-



а)



б)

Рис. 5.19. Береговая рефракция при переходе с суши на море.

тель ослабления мало отличается от единицы. При этом, как следует из более точных выражений для y , содержащих в формулах (5.99) и (5.104) еще экспоненциальный множитель вида $e^{-S_i x_i}$, где S_i и x_i — параметр и протяжённость сухопутного участка, $|y| < 1$.

При больших численных расстояниях сухопутного участка, как следует из формул (5.101) и (5.106), множитель ослабления с увеличением численного расстояния убывает медленнее, чем при однородной сухопутной трассе. В то время, как над однородной почвой множитель ослабления убывает пропорционально первой степени численного расстояния, здесь при больших численных расстояниях сухопутного участка множитель ослабления убывает обратно пропорционально корню квадратному из численного расстояния. Объясняется это тем, что большей участок трассы занимает морская вода (идеальный проводник), уменьшающий ослабление поля.

В обоих приведенных выше случаях множитель ослабления является величиной комплексной, т. е.

$$y = |y| e^{-i\varphi}.$$

Это означает, что напряженность поля над неоднородной почвой отличается от напряженности поля над идеально проводящей почвой не только по амплитуде, но и по фазе. При этом в случаях (5.101) и (5.106) фаза φ не зависит от расстояния, так как, например, в выражении (5.101) аргумент множителя ослабления, определяемый соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} \left\{ \frac{-j}{\sqrt{S_2}} \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ \frac{-j}{\sqrt{S_2}} \right\}} = \operatorname{const},$$

равен постоянной, не зависящей от расстояния R величине.

В случаях же (5.99) и (5.104), когда протяженность суши мала, аргумент множителя ослабления φ зависит от длины сухопутного отрезка трассы, т. е. не является величиной постоянной. Последнее обстоятельство приводит, как увидим далее, к искривлению фронта волны и соответственно к изменению направления распространения волн при прохождении через береговую черту. Явление

ние изменения направления распространения радиоволны при прохождении через береговую черту называется *береговой рефракцией*. Береговая рефракция, стало быть, имеет место в тех случаях, когда какой-либо из корреспондирующих пунктов расположен вблизи береговой черты.

Из изложенного следует, что так называемый угол рефракции — угол между направлением распространения в отсутствие береговой рефракции и направлением распространения при наличии рефракции (угол α , рис. 5.18,б) — определяется в обоих случаях, I и II, комплексным множителем y , действительная часть которого незначительно отличается от единицы. Следовательно, в обоих случаях для этого множителя y справедливо приближенное равенство

$$y = 1 - f = e^{-f}. \quad (5.108)$$

Отсюда находим, что действительная часть f определяет изменение амплитуды напряженности поля при прохождении радиоволн через береговую черту, а мнимая часть f определяет изменение фазы напряженности поля, т. е.

$$\text{Im}\{f\} = \varphi_1, \quad (5.109)$$

где φ_1 — аргумент множителя ослабления. Существенно, что φ_1 зависит от протяженности и электрических параметров сухопутного участка трассы.

Найдем теперь угол рефракции α . Для определенности рассмотрим случай, когда передатчик расположен на море, а приемник — на суше, так что применима формула (5.99). Ось X совместим с линией наблюдения OA , а начало координат — с точкой расположения передатчика (рис. 5.18,а). Пусть пунктирная линия изображает фронт волны при отсутствии береговой рефракции, сплошная линия — фронт волны при наличии рефракции. Угол α между нормальными к обоим фронтам в точке приема, т. е. угол между нормальными к соответствующим поверхностям равных фаз есть угол рефракции (рис. 5.18,в).

Невозмущенная поверхность равных фаз определяется равенством

$$\varphi_0 = kR = \text{const.}$$

Возмущенная поверхность равных фаз

$$\psi = \varphi_0 + \varphi_1 = \text{const.}$$

Направление нормали к возмущенной поверхности равных фаз совпадает с направлением вектора

$$\begin{aligned} \text{grad } \psi &= \text{grad } \varphi_0 + \text{grad } \varphi_1 = \\ &= kx^0 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} x^0 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} y^0, \end{aligned}$$

где x^0, y^0 — единичные векторы вдоль осей X и Y . Отсюда следует, что

$$\sin \alpha = \frac{\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}}{|\text{grad } \psi|}$$

и поскольку возмущающее действие берега, вообще говоря, мало, то угол рефракции равен

$$\alpha \approx \frac{1}{k} \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}. \quad (5.110)$$

Фаза φ_1 изменяется лишь с изменением протяженности сухопутного участка, поэтому

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial y} \Big|_{R=\text{const}}. \quad (5.111)$$

Производную $\frac{\partial x_2}{\partial y}$ находим, совершая перенос линии наблюдения параллельно самой себе. Из рис. 5.18,б видно, что

$$\frac{\partial x_2}{\partial y} = \frac{\Delta x_2}{\Delta y} = \frac{x_2}{y} = \text{tg } \theta,$$

где θ — „угол падения“ волны на береговую черту, т. е. угол между линией наблюдения и перпендикуляром к береговой черте, направленным в сторону передатчика.

Таким образом, для практически интересного случая (5.99), учитывая (5.109) и (5.110), находим

$$\alpha = \frac{1}{k} \text{tg } \theta \text{Im} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x_2} \right\} = \frac{\text{tg } \theta}{k \sqrt{\pi x_2}} \text{Im} \{ j \sqrt{S_2} \}$$

или

$$\alpha = \frac{\text{tg } \theta}{\sqrt{2\pi k x_2}} \text{Im} \left\{ \frac{j \sqrt{-j}}{\sqrt{\epsilon'_r}} \right\}. \quad (5.112)$$

Если можно пренебречь токами смещения, то

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{2\pi \sqrt{60\sigma x_2}}. \quad (5.112a)$$

Если, наоборот, можно пренебречь токами проводимости, то

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{2\sqrt{\pi k \epsilon_r x_2}}. \quad (5.112б)$$

Положительный знак угла рефракции в формулах (5.112a) и (5.112б) согласно рис. 5.18 означает, что «угол преломления» меньше «угла падения» на величину α .

Для второго практически интересного случая, когда передатчик расположен на суше, а приемник — на море, когда, следовательно, применима формула (5.104), угол рефракции, как легко видеть, можно получить из формулы (5.112), если заменить x_2 на x_1 ,

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\sqrt{2\pi k x_1}} \operatorname{Im} \left\{ \frac{j \sqrt{-j}}{\sqrt{\epsilon_r'}} \right\},$$

где x_1 — как и прежде, протяженность сухопутного участка,

θ — угол падения на береговую черту (рис. 5.19,б).

Соответственно для этого случая имеем

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{2\pi \sqrt{60\sigma x_1}}, \quad (5.113a)$$

если сухопутный участок хорошо проводящий, и

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \theta}{2\sqrt{\pi k \epsilon_r x_1}}, \quad (5.113б)$$

если сухопутный участок является диэлектриком.

Таким образом, рассмотрены наиболее важные для практики случаи рефракции, когда сухопутный участок имеет малую протяженность независимо от того, находится ли он близко к передатчику или к приемнику.

Из этого рассмотрения следует, что при пеленгации морской радиостанции с суши или, наоборот, при пелен-

гации с моря радиостанции, расположенной недалеко от берега на суше, возможна ошибка пеленга из-за возмущающего действия береговой черты.

Однако, как видно из выражений для α , угол рефракции уменьшается по мере удаления корреспондирующих пунктов от береговой черты и в предельном случае угол рефракции равен нулю.

Следовательно, для уменьшения ошибки пеленга необходимо пеленгатор расположить как можно дальше от берега.

Далее, из тех же выражений видно, что угол рефракции тем меньше, чем меньше угол θ , и при $\theta=0$ береговая рефракция отсутствует.

Угол рефракции α не превосходит нескольких градусов.

4. Трасса с хаотически распределенными неоднородностями почвы

Пусть вдоль трассы хаотически распределены электрические неоднородности. Такие неоднородности могут, например, представлять собой участки земли различной влажности. В этом случае трассу можно рассматривать как однородную с некоторым средним значением электрического параметра $\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_2}}$. Это среднее значение можно выразить так:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_r(x, y)}} \right)_{\text{ср}} = \frac{1}{S} \iint \frac{dx dy}{\sqrt{\epsilon'_r(x, y)}},$$

где S — площадь существенного участка при распространении радиоволн вдоль поверхности земли; интеграл берется по поверхности этого участка.

Практически $\left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_r(x, y)}} \right)_{\text{ср}}$ может быть определено путем измерений комплексной диэлектрической проницаемости ϵ'_r вдоль трассы и последующего усреднения величины $\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_r}}$.

5. Об условиях применимости теории распространения радиоволн вдоль неоднородной трассы

Все вышеприведенные результаты теории распространения радиоволн вдоль неоднородной трассы были получены Е. Л. Фейнбергом при допущении, что выполняется неравенство

$$\left| \frac{\text{grad } \epsilon'_r}{\epsilon'_r} \right| \ll 1, \quad (5.114)$$

причем предполагалось, что $|\epsilon'_r| \gg 1$.

В этом случае в каждой точке на поверхности земли с координатами x, y удовлетворяется граничное условие Леонтовича

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{jk}{\sqrt{\epsilon'_r(x, y)}} E_z. \quad (5.27)$$

В самом деле, при выводе этого граничного условия предполагалось, что справедливо уравнение

$$\text{div } \mathbf{E} = 0. \quad (5.115)$$

Однако если ϵ'_r зависит от координат x, y , то, как следует из уравнения $\text{rot } \mathbf{H} = j\omega\epsilon'\mathbf{E}$, должно иметь место равенство

$$\text{div}(\epsilon'\mathbf{E}) = 0$$

или

$$\epsilon' \text{div } \mathbf{E} + \mathbf{E} \text{ grad } \epsilon' = 0.$$

Отсюда и следует, что уравнение (5.27) справедливо, когда выполнено неравенство (5.114).

Согласно неравенству (5.114) требуется, чтобы для трассы, состоящей из разнородных участков, переход

от одного участка к соседнему происходил плавно. Это означает, что если b — ширина переходной полосы, то должно выполняться неравенство

$$\frac{2\pi b}{\lambda} \gg 1. \quad (5.116)$$

Однако, приводя формулы распространения радиоволн вдоль трассы, состоящей из разнородных участков, мы пренебрегали шириной переходной полосы, т. е. границы между участками считались резкими. Отсюда следует, что приведенные формулы неприменимы для определения поля в пределах переходной полосы, т. е. полосы шириной в несколько длин волн.

6. Влияние малых хаотически разбросанных выступов на поверхности земли

Рассмотрим сначала случай, когда один выступ расположен на идеально проводящей плоской поверхности земли. Пусть излучатель (элементарный диполь) находится на поверхности земли (рис. 5.20,а). Если бы не было выступа, действие

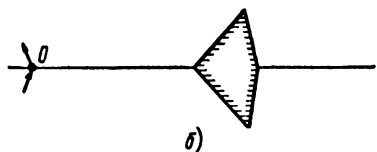
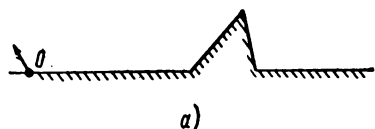


Рис. 5.20. Влияние выступа на распространение радиоволн.

плоскости можно было бы заменить зеркальным изображением диполя. Нетрудно видеть, что при наличии выступа метод зеркальных изображений останется также в силе, если выступ дополнить его зеркальным изображением (рис. 5.20,б). В самом деле, в силу симметрии относительно плоскости земли и точечного характера излучателя тангенциальные со-

ставляющие поля диполя и его зеркального изображения на поверхности выступа равны по величине и противоположны по знаку. Следовательно, тангенциальная составляющая поля равна нулю. Вертикальная же составляющая поля удваивается.

Таким образом, вместо задачи о распространении радиоволн вдоль поверхности земли с выступом можно рассматривать задачу о распространении радиоволн в свободном пространстве, на пути которых расположено тело, образованное выступом и его зеркальным изображением. Это позволяет, если линейные размеры выступов малы по сравнению с длиной волны, в рассматриваемой задаче применять формулы рассеяния Релея.

Очевидно, что вследствие обусловленного выступами рассеяния радиоволн в пространстве, поле в плоскости $z=0$ будет ослаблено по сравнению с полем над плоской идеально проводящей землей. Зная поле рассеяния отдельного выступа и распределение выступов по поверхности земли, можно рассчитать поле рассеяния, созданное всеми выступами, а следовательно, и ослабленное поле в плоскости $z=0$, что и было сделано Е. Л. Фейнбергом. Если выступы имеют линейные размеры, значительно меньшие длины волны, это поле, как показал Е. Л. Фейнберг, такое же, как и в случае ровной плоской земли, но обладающей проводимостью

$$\sigma_{\text{эфф}} = -j \frac{\lambda}{960\pi^4 h^2 \psi^2} \frac{\text{МО}}{\text{М}}, \quad (5.117)$$

где λ — длина волны,
 h — средняя высота выступов,
 ψ — суммарная площадь выступов, которые умещаются в единице площади.

Например, при $\lambda = 100 \text{ м}$, $h = 5 \text{ м}$, $\psi = 0,1 \text{ м}^2$

$$|\sigma_{\text{эфф}}| = 0,004 \frac{\text{МО}}{\text{М}}.$$

По эффективной проводимости $\sigma_{\text{эфф}}$ нетрудно рассчитать численное расстояние и найти по графику множитель ослабления.

§ 7. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН НАД СФЕРИЧЕСКОЙ ЗЕМЛЕЙ

1. Постановка задачи и формальное ее решение

В гл. 3, в рамках отражательной трактовки, рассматривался вопрос об учете влияния сферичности земли на распространение радиоволн. Этот учет, как и сама отра-

жательная трактовка, справедлив в случае, когда оба корреспондирующих пункта (или по крайней мере один из них) достаточку подняты над поверхностью земли и в пределах существенного для отражения участка можно пренебречь кривизной поверхности земли. Однако практика использования радиолиний не ограничивается этим случаем. Для линий радиосвязи, где применяются сравнительно длинные волны, характерен как раз противоположный случай, когда оба корреспондирующих пункта расположены на поверхности земли. Но в этом случае отражательная трактовка уже неприменима.

При изучении распространения радиоволн над поверхностью сферической земли принято делить пространство над землей на две области: *область интерференции* и *область дифракции*. Область интерференции — это та область, где поле может быть представлено в виде суммы полей двух волн, прямой и отраженной от поверхности земли. Область дифракции — это область, где поле не может быть представлено в виде суммы полей двух волн. Понятие области дифракции имеет несколько более широкий смысл, чем понятие области тени, поскольку в область дифракции входит как область тени, так и область полутени.

В настоящем параграфе ставится задача о нахождении поля в области дифракции. Эта задача весьма сложна, и поскольку ее не удастся существенно упростить, вводя с самого начала какие-либо физически оправданные допущения, то приходится решать ее, исходя из строгой постановки.

Введем в рассмотрение сферическую систему координат r, ϑ, φ с началом в центре Земли и поместим в точке с координатами $r=b>a, \vartheta=0$ (a — радиус Земли) вертикальный диполь.

Требуется определить поле над землей и на поверхности земли. Очевидно, что отличными от нуля будут составляющие поля

$$E_r, E_\vartheta, H_\varphi,$$

причем в силу аксиальной симметрии поле от координаты φ не будет зависеть.

Полагая в этом параграфе зависимость от времени в виде $e^{-j\omega t}$, напишем систему уравнений для воздуха

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = j\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad (5.I)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -j\omega\epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (5.II)$$

Как и в гл. 1, для решения этой системы уравнений введем в рассмотрение вектор Герца Π посредством формул

$$\mathbf{H} = -j\omega\epsilon_0 \operatorname{rot} \Pi, \quad (1.1a)$$

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \Pi. \quad (1.5)$$

Подставив эти выражения для векторов \mathbf{H} и \mathbf{E} в уравнение (5.II), убедимся, что оно удовлетворяется тождественно. В результате же подстановки (1.1a) и (1.5) в уравнение (5.I) получим уравнение для определения вектора Π

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \Pi = k^2 \operatorname{rot} \Pi.$$

Интегрируя его, и учитывая тождество $\operatorname{rot} \operatorname{grad} = 0$, получаем

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \Pi - \operatorname{grad} \psi = k^2 \Pi, \quad (1.4a)$$

где

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Предположим, что вектор Π имеет только одну радиальную составляющую. В этом случае, для того чтобы векторное уравнение (1.4a) свелось к хорошо изученному скалярному волновому уравнению, полагают

$$\Pi = -rU, \quad (5.118)$$

$$\psi = -\frac{\partial}{\partial r}(rU), \quad (5.118a)$$

где U — искомая скалярная функция.

Подставляя (5.118) в (1.4a) и проектируя это уравнение на радиальное направление, после несложных выкла-

* Множители ослабления, рассчитанные при зависимостях $e^{j\omega t}$ и $e^{-j\omega t}$, отличаются только по фазе. Численные расчеты множителя ослабления выполнялись по формулам, в которых, как и в оригинальных работах по теории дифракции, принята зависимость $e^{-j\omega t}$. Чтобы не затруднять пользование соответствующими таблицами (например, [18]) в данном параграфе принимается зависимость $e^{-j\omega t}$.

док получаем волновое уравнение для U

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0. \quad (5.119)$$

Для земли будем исходить из той же системы уравнений (5.I) и (5.II), но ϵ_0 заменим соответствующим параметром $\epsilon' = \epsilon + j \frac{\sigma}{\omega}$. Используя тот же путь для нахождения E_s и H_s , что и для воздуха, приходим к уравнению

$$\nabla^2 U_s + k_s^2 U_s = 0, \quad (5.120)$$

где

$$k_s = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon'}.$$

Связь между векторами электромагнитного поля E и H в воздухе и E_s и H_s в земле устанавливается при помощи граничных условий для тангенциальных составляющих поля

$$\left. \begin{aligned} H_\varphi &= H_{\varphi s}, \\ E_\vartheta &= E_{\vartheta s} \end{aligned} \right\} \text{при } r = a. \quad (5.121)$$

Согласно (1.1a), (1.5) и (5.118)

$$H_\varphi = -j\omega\epsilon_0 \frac{\partial U}{\partial \vartheta}, \quad (5.122)$$

$$E_r = \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right), \quad (5.123)$$

$$E_\vartheta = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rU)}{\partial r \partial \vartheta}. \quad (5.124)$$

Составляющие поля $H_{\varphi s}$, $E_{r s}$ и $E_{\vartheta s}$ выражаются через U_s такими же формулами, причём ϵ_0 заменяется на ϵ' .

Подстановка выражений для составляющих поля в (5.121) даёт граничные условия для U и U_s

$$\left. \begin{aligned} k^2 U|_{r=a} &= k_s^2 U_s|_{r=a}, \\ \frac{\partial}{\partial r} (rU)|_{r=a} &= \frac{\partial}{\partial r} (rU_s)|_{r=a}. \end{aligned} \right\} \quad (5.125)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению функций U и U_3 , удовлетворяющих волновым уравнениям (5.119), (5.120) и граничным условиям (5.125).

Кроме того, функция U , поскольку излучатель находится в воздухе, должна в точке $r = b$, $\vartheta = 0$ иметь особенность вида

$$B \frac{e^{jkR}}{R},$$

где

$$R = \sqrt{r^2 + b^2 - 2rb \cos \vartheta}, \quad (5.126)$$

B — постоянная, которую в дальнейшем для упрощения положим равной единице.

В виду этого следует принять

$$U = \frac{e^{jkR}}{R} + U', \quad (5.127)$$

где U' — функция конечная при $R = 0$.

Поскольку $\frac{e^{jkR}}{R}$ удовлетворяет волновому уравнению, находим, что и U' тоже должно удовлетворять волновому уравнению. В сферических координатах оно записывается следующим образом:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rU')}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial U'}{\partial \vartheta} \right) + k^2 U' = 0. \quad (5.128)$$

Решение для U' ищем в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной, т. е.

$$U'(\vartheta, r) = f_1(\vartheta) f_2(r). \quad (5.129)$$

После подстановки (5.129) в (5.128) переменные разделяются и получается два уравнения

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{df_1}{d\vartheta} \right) + \beta f_1 = 0, \quad (5.130)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d^2 (rf_2)}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{\beta}{r^2} \right) f_2 = 0, \quad (5.131)$$

где β — постоянная разделения, которая определяется из физического требования однозначности и конечности поля при любом угле ϑ .

Уравнение (5.130) можно свести к уравнению Лежандра подстановкой $\cos \vartheta = \eta$, тогда имеем

$$\frac{d}{d\vartheta} = \frac{d\eta}{d\vartheta} \cdot \frac{d}{d\eta} = -\sin \vartheta \frac{d}{d\eta} = -\sqrt{1-\eta^2} \frac{d}{d\eta}$$

и вместо (5.130) получаем

$$\frac{d}{d\eta} \left[(1-\eta^2) \frac{df_1}{d\eta} \right] + \beta f_1 = 0. \quad (5.132)$$

Решение этого уравнения, принимающее конечные и однозначные значения в интересующем нас интервале изменений η ($-1 \leq \eta \leq 1$), получается при

$$\beta = n(n+1), \quad (5.133)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Этими решениями являются полиномы Лежандра $P_n(\eta)$.

Таким образом, решениями (5.130) являются полиномы Лежандра от $\cos \vartheta$, т. е.

$$f_{1n}(\vartheta) = P_n(\cos \vartheta). \quad (5.134)$$

Уравнение (5.131) можно свести к уравнению Бесселя. Вводя переменную $\rho = kr$ и учитывая (5.133), вместо (5.131) получаем

$$\rho^2 \frac{d^2 f_2}{d\rho^2} + 2\rho \frac{df_2}{d\rho} + [\rho^2 - n(n+1)] f_2 = 0. \quad (5.135)$$

Решение этого уравнения ищем в виде

$$f_2 = \frac{1}{\sqrt{\rho}} v(\rho).$$

После подстановки этого выражения в (5.135) приходим к уравнению Бесселя

$$\rho^2 \frac{d^2 v}{d\rho^2} + \rho \frac{dv}{d\rho} + \left[\rho^2 - \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 \right] v = 0, \quad (5.136)$$

решениями которого являются цилиндрические функции полуцелого порядка

$$v(\rho) = Z_{n+\frac{1}{2}}(\rho). \quad (5.137)$$

Таким образом, решение уравнения (5.131) таково:

$$f_2(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} Z_{n+\frac{1}{2}}(kr). \quad (5.138)$$

Множитель $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ взят здесь для удобства.

Итак, решение волнового уравнения (5.128) может быть построено из так называемых элементарных волновых функций, имеющих вид произведений

$$P_n(\cos \vartheta) \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} Z_{n+\frac{1}{2}}(kr).$$

Род цилиндрической функции выбирается из физических соображений. Для того чтобы удовлетворялось условие в бесконечности, т. е. чтобы решение для U' имело в бесконечности вид уходящих волн, необходимо положить

$$Z_{n+\frac{1}{2}}(kr) = H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr), \quad (5.139)$$

где $H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr)$ — функция Ганкеля первого рода.

Следовательно, решение для U' можно представить в виде

$$U'(\vartheta, r) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \sum_{n=0}^{\infty} A'_n H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr) P_n(\cos \vartheta), \quad (5.140)$$

A'_n — пока произвольные постоянные.

Для дальнейшего существенно, что функцию $\frac{e^{jkR}}{R}$ можно разложить в ряд по полиномам Лежандра

$$\frac{e^{jkR}}{R} = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \zeta_n(kb) \psi_n(kr) P_n(\cos \vartheta) \quad (5.141a)$$

при $r < b$,

$$\frac{e^{jkR}}{R} = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \psi_n(kb) \zeta_n(kr) P_n(\cos \vartheta) \quad (5.141b)$$

при $r > b$,

где

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x), \quad (5.142)$$

$$\zeta_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(x), \quad (5.143)$$

$J_{n+\frac{1}{2}}(x)$ — функция Бесселя полуцелого порядка.

Учитывая (5.141), можем записать решение для U следующим образом:

$$U = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) [\zeta_n(kb) \psi_n(kr) + A_n \zeta_n(kr)] P_n(\cos \vartheta) \quad (5.144a)$$

при $r < b$,

$$U = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) [\psi_n(kb) \zeta_n(kr) + A_n \zeta_n(kr)] P_n(\cos \vartheta) \quad (5.144b)$$

при $r > b$,

где $A_n = \frac{b}{j} A'_n \frac{1}{2n+1}$ — новые произвольные постоянные.

Аналогичным путем, как было найдено решение волнового уравнения для U' , находится решение волнового уравнения для U_3 . Но для того, чтобы здесь получить решение, конечное при $r=0$, необходимо положить

$$Z_{n+\frac{1}{2}}(k_3 r) = J_{n+\frac{1}{2}}(k_3 r); \quad (5.145)$$

тогда получим

$$U_3 = \frac{j}{k_3 b r} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) B_n \psi_n(k_3 r) P_n(\cos \vartheta). \quad (5.146)$$

Постоянные A_n и B_n определяются из граничных условий (5.125). Для этого подставим (5.144a) и (5.146) в граничные условия (5.125) и приравняем коэффициенты при полиномах Лежандра с одинаковыми индексами n .

Тогда получим

$$\begin{aligned}
 k[\zeta_n(kb)\psi_n(ka) + A_n\zeta_n(ka)] &= k_3 B_n \psi_n(k_3 a), \\
 \frac{1}{k} \frac{d}{dr} [\psi_n(kr)]_{r=a} \zeta_n(kb) + \frac{1}{k} A_n \frac{d}{dr} [\zeta_n(kr)]_{r=a} &= \\
 &= \frac{1}{k_3} B_n \frac{d}{dr} [\psi_n(k_3 r)]_{r=a}.
 \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных A_n и B_n , находим

$$A_n = -C_n \zeta_n(kb), \quad (5.147a)$$

где

$$C_n = \frac{k_3 \psi_n'(ka) - k \psi_n(ka) \chi_n(k_3 a)}{k_3 \zeta_n'(ka) - k \zeta_n(ka) \chi_n(k_3 a)}, \quad (5.147б)$$

$$\chi_n = \frac{\psi_n'(k_3 a)}{\psi_n(k_3 a)}. \quad (5.147в)$$

Штрих сверху означает производные по аргументу функции, например, $\psi'(ka)$ означает

$$\psi'(ka) = \psi'(x) = \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=ka}.$$

Таким образом, формальное решение задачи таково:

$$U = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \zeta_n(kb) [\psi_n(kr) - C_n \zeta_n(kr)] P_n(\cos \vartheta) \quad (5.148a)$$

при $r < b$,

$$U = \frac{j}{kbr} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \zeta_n(kr) [\psi_n(kb) - C_n \zeta_n(kb)] P_n(\cos \vartheta) \quad (5.148б)$$

при $r > b$.

Выпишем также выражения для U в частных случаях:

а) точка наблюдения находится на поверхности земли, т. е. $r = a$.

Тогда, учитывая соотношение из теории цилиндрических функций

$$\psi_n(x)\zeta'_n(x) - \psi'_n(x)\zeta_n(x) = j,$$

из (5.148 а) получаем

$$U = -\frac{1}{kab} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)\zeta_n(kb)}{\zeta'_n(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_n(k_3 a)\zeta_n(ka)} P_n(\cos \vartheta); \quad (5.149)$$

б) точка наблюдения и диполь расположены на поверхности земли, причем земля является идеальным проводником.

Тогда из (5.149), поскольку $k_3 = j\infty$, находим

$$U = -\frac{1}{ka^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)\zeta_n(ka)}{\zeta'_n(ka)} P_n(\cos \vartheta). \quad (5.150)$$

Ряды в формулах (5.148) — (5.150) медленно сходятся. Для того чтобы в этом убедиться, воспользуемся имеющим место во всех диапазонах радиоволн неравенством

$$ka = 2\pi \frac{a}{\lambda} \gg 1. \quad (5.151)$$

Известно, что асимптотическое представление функции Ганкеля $H_v^{(1)}(x)$ при больших значениях аргумента $x \gg 1$ и при условии, что $|v| \ll x$, таково:

$$H_v^{(1)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{j\left[x - \left(v + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right]}. \quad (5.152)$$

Применив эту формулу к (5.143), находим

$$\zeta_n(ka) \approx e^{j\left[ka - (n+1)\frac{\pi}{2}\right]},$$

$$\zeta'_n(ka) \approx je^{j\left[ka - (n+1)\frac{\pi}{2}\right]}$$

и, следовательно, отношение

$$\frac{\zeta_n(ka)}{\zeta'_n(ka)} \approx -j \quad (5.153)$$

не зависит от n .

Например, при $\lambda = 10$ м $ka \approx 4 \cdot 10^6$; первые 4 миллиона членов ряда (5.150) имеют одинаковый порядок величины.

Ввиду чрезвычайно медленной сходимости рядов (5.148) — (5.150) усилия исследователей в течение почти 30 лет, вплоть до 1945 г., были направлены на преобразование этих рядов в быстро сходящиеся. Впервые такое преобразование было осуществлено Ватсоном в 1918 г. Идея метода Ватсона состоит в следующем. При помощи теории вычетов сначала ряд представляется в виде контурного интеграла; затем подходящей деформацией контура интегрирования, повторно используя теорию вычетов, интеграл преобразуется в новый ряд, но уже быстро сходящийся. Однако Ватсон применил указанное преобразование к ряду (5.150), т. е. к частному случаю распространения радиоволн, когда почву можно рассматривать как идеальный проводник, а диполь и точка наблюдения расположены на земле. Но эти условия не всегда выполняются. Так, в диапазоне УКВ антенны всегда подняты над поверхностью земли, а почву нельзя считать идеальным проводником.

Впервые общий случай дифракции радиоволн вокруг сферической поверхности земли в период 1936—1937 гг. исследовал Б. А. Введенский, который применил к рядам (5.148) метод преобразования, аналогичный методу Ватсона.

В результате этого преобразования Б. А. Введенский получил ряд для U , быстросходящийся в области тени, где наиболее существенным оказывается первый член ряда. Одночленная дифракционная формула, полученная Введенским, позволила впервые установить зависимость поля дифракции в области тени от высоты поднятия антенн и реальных параметров почв.

Общее практически приемлемое решение задачи о распространении радиоволн над сферической землей, пригодное и для области тени и, что особенно ценно, для области полутени, было получено в 1945 году В. А. Фоком. Следующий пункт этого параграфа посвящается рассмотрению теории Фока.

2. Теория дифракции радиоволн вокруг земной поверхности [17].

а) Преобразование (5.149) в контурный интеграл

Будем исследовать случай (5.149). Переход к общему случаю (5.148) нетрудно будет сделать в окончательных формулах.

Формулу (5.149) можно представить в виде

$$U = -\frac{2}{kab} S, \quad (5.154)$$

где

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right) \zeta_n(kb) P_n(\cos \vartheta)}{\zeta'_n(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_n(k_3 a) \zeta_n(ka)} \quad (5.154a)$$

— это та сумма, которую требуется вычислить.

Учитывая известное из теории полиномов Лежандра равенство

$$P_n(\cos \vartheta) = (-1)^n P_n(-\cos \vartheta), \quad (5.155)$$

справедливое только для целых n , и вводя обозначение $n + \frac{1}{2} = \nu$, сумму (5.154 а) можно переписать следующим образом

$$S = \sum_{\nu = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots} (-1)^{\nu - \frac{1}{2}} \frac{\zeta_{\nu - \frac{1}{2}}(kb) P_{\nu - \frac{1}{2}}(-\cos \vartheta)}{\zeta'_{\nu - \frac{1}{2}}(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_{\nu - \frac{1}{2}}(k_3 a) \zeta_{\nu - \frac{1}{2}}(ka)}. \quad (5.156)$$

Преобразуем сумму (5.156) в контурный интеграл. Для этого воспользуемся теорией вычетов. Основная теорема вычетов формулируется так. Если функция $f(z)$ регулярна в замкнутой области, за исключением конечного числа точек внутри области, являющихся полюсами, то интеграл функции $f(z)$ по контуру области равен произведению $2\pi j$ и суммы вычетов в указанных особых точках, т. е.

$$\oint_{\Gamma} f(z) dz = 2\pi j \sum_n a_n, \quad (5.157)$$

где a_n — вычет в n -м полюсе.

Если подынтегральная функция $f(z)$ представлена в виде дроби

$$f(z) = \frac{\varphi(z)}{\psi(z)}, \quad (5.157a)$$

причем обе функции регулярны в области, а в полюсах z_n $\psi(z_n) = 0$, т. е. z_n является корнем уравнения $\psi(z) = 0$, то вычеты в полюсах z_n вычисляются по формуле

$$a_n = \frac{\varphi(z_n)}{\frac{d}{dz} [\psi(z)]_{z=z_n}}. \quad (5.157b)$$

Рассматривая v как комплексную переменную, применим к ряду (5.156) формулу (5.157) теории вычетов.

Учитывая, что при значениях $v = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$

$$\begin{aligned} (-1)^{v-\frac{1}{2}} v \varphi(v) P_{v-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) &= \\ &= -\pi v \varphi(v) P_{v-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) \frac{1}{\frac{d}{dv}(\cos v\pi)}, \end{aligned} \quad (5.158)$$

где введено обозначение

$$\varphi(v) = \frac{\zeta_{v-\frac{1}{2}}(kb)}{\zeta'_{v-\frac{1}{2}}(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_{v-\frac{1}{2}}(k_3 a) \zeta_{v-\frac{1}{2}}(ka)}, \quad (5.159)$$

на основании (5.157) можем написать

$$S = \frac{i}{2} \oint_l v \varphi(v) \frac{P_{v-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta)}{\cos v\pi} dv. \quad (5.160)$$

Здесь контур l берется в виде петли, которая охватывает полюса подынтегральной функции, определяемые корнями уравнения

$$\cos v\pi = 0,$$

равными

$$v = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots,$$

причем контур l должен обходить область расположения полюсов в положительном направлении (рис. 5.21, контур C_1).

б) Исследование подынтегральной функции

Для дальнейшего анализа формулы (5.160) исследуем функцию $\varphi(\nu)$. Покажем, что эта функция имеет полюса ν_m только в первой четверти плоскости ν .

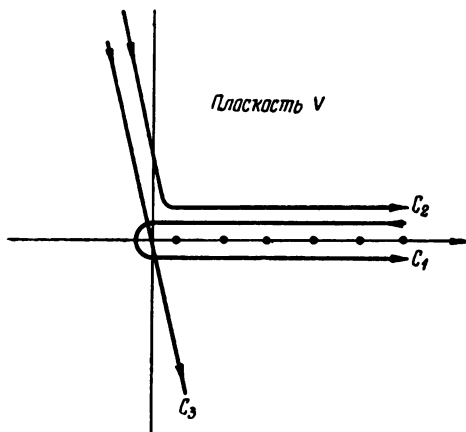


Рис. 5.21. Контур интегрирования интеграла (5.160).

Для этой цели воспользуемся асимптотическими представлениями функций $\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(x)$ и $\zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(x)$ при $x \gg 1$, спра-

ведливыми в отличие от асимптотического представления функции Ганкеля (5.152) не только при $|\nu| \ll x$, но и при $|\nu| \approx x$.

Эти представления получены Фоком и имеют вид

$$\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(x) = -j \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \omega(t), \quad (5.161)$$

$$\zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(x) = j \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \omega'(t). \quad (5.162)$$

Здесь аргумент t определяется равенством

$$v = x + \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{3}} t, \quad (5.163)$$

$\omega(t)$ — так называемая функция Эйри; ее можно выразить через функцию Ганкеля порядка $\frac{1}{3}$

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}} (-t)^{\frac{1}{2}} H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left[\frac{2}{3} (-t)^{3/2} \right] \quad (5.164)$$

или представить в виде контурного интеграла

$$\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\Gamma} e^{tz - \frac{1}{3}z^3} dz, \quad (5.165)$$

полученного Фоком.

Контур Γ на плоскости Z указан на рис. 5.22; он состоит из двух полупрямых: одной, идущей из бесконечности по лучу $\arg z = -\frac{2\pi}{3}$ до 0, и второй, идущей от 0 до бесконечности по вещественной оси. Функция $\omega(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\omega''(t) = t\omega(t). \quad (5.166)$$

В этом можно убедиться непосредственной подстановкой (5.164) и (5.165) в уравнение (5.166).

В самом деле, подставляя, например, (5.165) в (5.166) и дифференцируя под знаком интеграла по t , находим

$$\begin{aligned} \omega''(t) - t\omega(t) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\Gamma} (z^2 - t) e^{tz - \frac{1}{3}z^3} dz = \\ &= -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\Gamma} d\left(e^{tz - \frac{1}{3}z^3}\right) = 0, \end{aligned}$$

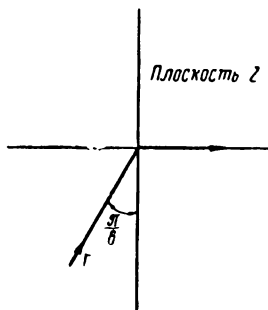


Рис. 5.22. Контур интегрирования интегрального представления функций Эйри.

поскольку везде вдоль контура $\operatorname{Re}\{z^3\} > 0$ и поэтому при конечном t на концах контура в бесконечности

$$e^{tz - \frac{z^3}{3}} = 0.$$

Полюса функции $\varphi(v)$, как видно из формулы (5.159), определяются корнями уравнения

$$\zeta'_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}(k_3 a) \zeta_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}(ka) = 0. \quad (5.167)$$

Подставляя в это уравнение выражения для $\zeta_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}$ и $\zeta'_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}$ из (5.161) и (5.162) и обозначая

$$q(v) = -\left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{k}{k_3} \chi_{\sqrt{-\frac{1}{2}}}(k_3 a), \quad (5.168)$$

вместо (5.167) получаем следующее уравнение:

$$\omega'(t) - q\omega(t) = 0. \quad (5.169)$$

Исследуем это уравнение при двух предельных значениях q
 $q = 0$ и $q = \infty$.

Значения корней в первом случае, обозначаемые t_s^0 , где s — номер корня, находятся из уравнения

$$\omega'(t) = 0. \quad (5.170)$$

Во втором случае корни, обозначаемые t_s^∞ , определяются из уравнения

$$\omega(t) = 0. \quad (5.171)$$

Найдем сначала корни уравнения (5.171). Будем их искать в виде

$$t = |t| e^{i\varphi}. \quad (5.172)$$

Идея применяемого здесь метода нахождения корней состоит в следующем. Путем проб сначала ищется такое значение аргумента φ , чтобы при подстановке (5.172) в уравнение (5.171) после возможного сокращения на общий

множитель, не равный нулю, слева получилась бы вещественная функция $f(|t|)$. Тогда уравнение

$$f(|t|) = 0 \quad (5.173)$$

определяет модули корней (5.171) при заданном φ .

Корни уравнения (5.171), как следует из (5.164), очевидно, тождественны с корнями уравнения

$$H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left[\frac{2}{3} (-t)^{3/2} \right] = 0. \quad (5.171a)$$

Положим в (5.171a) $t = |t| e^{j\frac{\pi}{3}}$ и воспользуемся известной из теории цилиндрических функций формулой

$$H_p^{(1)}(x) = \frac{e^{-j p \pi} J_p(x) - J_{-p}(x)}{-j \sin p \pi}, \quad (5.174)$$

а также представлением функции Бесселя в виде ряда

$$J_p(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^p \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+p+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}, \quad (5.175)$$

где

$$\Gamma(m+p+1) = \int_0^{\infty} e^{-z} z^{m+p} dz - \text{гамма-функция.} \quad (5.176)$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} & H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}}\right)^{3/2} \right] = \\ & = \frac{e^{-j\frac{\pi}{3}} J_{\frac{1}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}}\right)^{3/2} \right] - J_{-\frac{1}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}}\right)^{3/2} \right]}{-j \sin \frac{\pi}{3}} = \\ & = j \frac{2e^{j\frac{\pi}{3}}}{\sqrt{3}} \left\{ J_{\frac{1}{3}} \left[\frac{2}{3} |t|^{3/2} \right] + J_{-\frac{1}{3}} \left[\frac{2}{3} |t|^{3/2} \right] \right\}. \quad (5.177) \end{aligned}$$

Множитель в фигурных скобках получился вещественным.

Подобным же образом можно показать, что при любом другом значении аргумента φ вещественный множитель, являющийся функцией $|t|$, выделить нельзя. Откуда следует, что корни уравнения (5.171) лежат на луче $\arct t = \frac{\pi}{3}$, т. е. все они находятся в первом квадранте.

Абсолютные значения корней $|t_s^\infty|$ определяются из уравнения

$$J_{\frac{1}{3}}(x_s^\infty) + J_{-\frac{1}{3}}(x_s^\infty) = 0, \quad (5.178)$$

где

$$x_s^\infty = \frac{2}{3} |t_s^\infty|^{3/2}. \quad (5.178a)$$

Рассмотрим теперь уравнение (5.170).

Воспользуемся еще одной формулой из теории цилиндрических функций

$$\frac{d}{dx} [x^p Z_p(ax)] = ax^p Z_{p-1}(ax). \quad (5.179)$$

Сравнивая выражения в квадратных скобках левой части этого равенства с формулой (5.164), видим, что

$$p = \frac{1}{3}, \quad a = \frac{2}{3},$$

$$x = (-t)^{3/2}, \quad (-t)^{1/2} = x^p.$$

Учитывая эти равенства, получаем

$$w'(t) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}} (-t)^{1/2} H_{-\frac{2}{3}}^{(1)} \left[\frac{2}{3} (-t)^{3/2} \right]. \quad (5.180)$$

Следовательно, корни уравнения (5.170) тождественны с корнями уравнения

$$H_{-\frac{2}{3}}^{(1)} \left[\frac{2}{3} (-t)^{3/2} \right] = 0. \quad (5.170a)$$

Положим здесь $t = |t| e^{j\frac{\pi}{3}}$ и снова воспользуемся формулами (5.174) и (5.175), тогда найдем

$$\begin{aligned}
 & H^{(1)} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}} \right)^{3/2} \right] = \\
 & e^{j\frac{2\pi}{3}} J_{-\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}} \right)^{3/2} \right] - J_{\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}} \right)^{3/2} \right] \\
 & = \frac{\phantom{e^{j\frac{2\pi}{3}} J_{-\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}} \right)^{3/2} \right] - J_{\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} \left(-|t| e^{j\frac{\pi}{3}} \right)^{3/2} \right]}}{-j \sin \frac{2\pi}{3}} = \\
 & = \frac{2e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{\sqrt{3}} j \left\{ J_{\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} |t|^{3/2} \right] - J_{-\frac{2}{3}} \left[\frac{2}{3} |t|^{3/2} \right] \right\}; \quad (5.181)
 \end{aligned}$$

как видим, множитель в фигурных скобках оказался вещественным. При других значениях аргумента φ этот множитель является комплексным.

Таким образом, доказано, что и корни уравнения (5.170) лежат на луче $\arg t = \frac{\pi}{3}$.

Абсолютные значения корней $|t_s^0|$ определяются из уравнения

$$J_{\frac{2}{3}}(x_s^0) - J_{-\frac{2}{3}}(x_s^0) = 0, \quad (5.182)$$

где

$$x_s^0 = \frac{2}{3} |t_s^0|^{3/2}. \quad (5.182a)$$

Первые 5 пар корней таковы:

$$\left. \begin{aligned}
 t_1^0 &= 1,01879e^{j\frac{\pi}{3}}, & t_1^\infty &= 2,33811e^{j\frac{\pi}{3}}, \\
 t_2^0 &= 3,24820e^{j\frac{\pi}{3}}, & t_2^\infty &= 4,08795e^{j\frac{\pi}{3}}, \\
 t_3^0 &= 4,82010e^{j\frac{\pi}{3}}, & t_3^\infty &= 5,52056e^{j\frac{\pi}{3}}, \\
 t_4^0 &= 6,16331e^{j\frac{\pi}{3}}, & t_4^\infty &= 6,78671e^{j\frac{\pi}{3}}, \\
 t_5^0 &= 7,37218e^{j\frac{\pi}{3}}, & t_5^\infty &= 7,94417e^{j\frac{\pi}{3}}.
 \end{aligned} \right\} \quad (5.183)$$

Очевидно, что при других промежуточных значениях q

$$0 < |q| < \infty$$

корни t_s уравнения (5.169) будут также лежать в первом квадранте вблизи луча $\arg t = \frac{\pi}{3}$. Перейдя теперь к комплексной плоскости v , можем согласно (5.163) полюса функции $\varphi(v)$ считать равными

$$v_s = ka + \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} t_s, \quad (5.184)$$

откуда следует, что полюса v_s находятся также в первом квадранте плоскости v и, кроме того, они имеют порядок величины ka .

Последнее обстоятельство позволяет упростить знаменатель в выражении для функции $\varphi(v)$

$$\zeta'_{v-\frac{1}{2}}(ka) - \frac{k}{k_3} \chi_{v-\frac{1}{2}}(k_3 a) \zeta_{v-\frac{1}{2}}(ka).$$

Можно показать, что функция $\chi_{v-\frac{1}{2}}(\rho)$, где $\rho = k_3 a$, удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\chi'_{v-\frac{1}{2}}(\rho) + \chi^2_{v-\frac{1}{2}}(\rho) = \frac{v^2 - \frac{1}{4}}{\rho^2} - 1. \quad (5.185)$$

В справедливости (5.185) можно убедиться непосредственной подстановкой выражения для $\chi_{v-\frac{1}{2}}$ из (5.142) и (5.147в) в это уравнение.

Поскольку основной вклад в интеграл (5.160) вносят участки контуров в окрестности полюсов, мы можем в (5.185) заменить v на ka и тогда получим

$$\chi'_{v-\frac{1}{2}}(\rho) + \chi^2_{v-\frac{1}{2}}(\rho) \approx \frac{k^2}{k_3^2} - 1. \quad (5.185a)$$

Теперь воспользовавшись неравенством

$$|k_3| \gg k, \quad (5.186)$$

из (5.185а) находим приближенное выражение для $\chi_{\nu-\frac{1}{2}}$.

$$\chi_{\nu-\frac{1}{2}}(k_3 a) \approx -j \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k_3}\right)^2}.$$

Таким образом, мы получаем

$$\varphi(\nu) \approx \frac{\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(kb)}{\zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(ka) + j \frac{k}{k_3} \sqrt{1 - \frac{k^2}{k_3^2}} \zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(ka)}. \quad (5.187)$$

в) Преобразование контура интегрирования; выделение главного члена

Возвратимся снова к формуле (5.160). Так как функция $\varphi(\nu)$ голоморфна в четвертом квадранте, то можем заменить контур C_1 контурами C_2 и C_3 (рис. 5.21), и тогда вместо (5.160) получим

$$S = -\frac{j}{2} \int_{C_2} \nu \varphi(\nu) \sec \nu \pi \cdot P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) d\nu + \frac{j}{2} \int_{C_3} \nu \varphi(\nu) \sec \nu \pi P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) d\nu. \quad (5.188)$$

Воспользуемся соотношением из теории функций Лежандра, являющимся обобщением равенства (5.155) на случай произвольного комплексного индекса ν

$$P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) = e^{j\left(\nu-\frac{1}{2}\right)\pi} P_{\nu-\frac{1}{2}}(\cos \vartheta) + 2j \cos \nu \pi B(\nu), \quad (5.189)$$

где

$$B(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sin \vartheta}} e^{j\nu\vartheta - j\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\Gamma \nu}. \quad (5.189a)$$

Отметим, что последнее представление для $B(\nu)$ справедливо только при $|\nu| \gg 1$. Но как уже было сказано именно при этих значениях ν вклад в контурный интеграл наиболее существен. Подставляя в интеграл по контуру C_2 соот-

ношения (5.188) выражение для $P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta)$ из (5.189), получаем

$$S = \int_{C_2} \nu \varphi(\nu) B(\nu) d\nu - \frac{1}{2} \int_{C_2} e^{j\nu\pi} \sec \nu\pi \cdot \nu \varphi(\nu) P_{\nu-\frac{1}{2}}(\cos \vartheta) d\nu + \\ + \frac{j}{2} \int_{C_3} \nu \varphi(\nu) \sec \nu\pi \cdot P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos \vartheta) d\nu. \quad (5.190)$$

Произведем оценки всех трех интегралов в (5.190). Сначала рассмотрим интеграл по контуру C_3 . Из теории функций Ганкеля следует

$$\zeta_{-\nu-\frac{1}{2}}(x) = e^{j\nu\pi} \zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(x), \\ \zeta'_{-\nu-\frac{1}{2}}(x) = e^{j\nu\pi} \zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(x).$$

Поэтому, как видно из (5.187), функция $\varphi(\nu)$ является чётной функцией ν . Поскольку $\sec \nu\pi$ и $P_{\nu-\frac{1}{2}}$ также четные функции ν , то интеграл по контуру C_3 равен нулю.

Оценим второй интеграл по контуру C_2 , сравнивая его с первым интегралом по тому же контуру C_2 . Во второй интеграл входит экспоненциальный множитель $e^{j\nu\pi}$, а в первый, как следует из формул (5.189), множитель $e^{j\nu\vartheta}$. Мы можем, и это сделаем несколько позже, свести эти контурные интегралы к сумме вычетов в полюсах функции $\varphi(\nu)$. Мы видели, что полюса этой функции лежат в первой четверти. Согласно формуле (5.184) эти полюса можно представить в виде

$$\nu_s = ka + \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} (a_s + jb_s),$$

где $a_s > 0$ и $b_s > 0$ — величины порядка единицы и больше, откуда следует, что модуль отношения

$$\left| \frac{e^{j\nu_s \pi}}{e^{j\nu_s \vartheta}} \right| = |e^{j\nu_s (\pi - \vartheta)}| = e^{-\left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} b_s (\pi - \vartheta)}$$

будет весьма малым, если ϑ не близко к π , т. е. если

$$\vartheta < \pi. \quad (5.191)$$

Итак, предполагая, что имеет место последнее неравенство, мы можем пренебречь вторым интегралом по сравнению с первым и получить

$$S = \int_{C_2} \nu \varphi(\nu) B(\nu) d\nu = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi \sin \vartheta}} \int_{C_2} \sqrt{\nu} \varphi(\nu) e^{j\nu\vartheta} d\nu. \quad (5.192)$$

Следовательно, согласно (5.154) имеем

$$U = -\frac{2}{kab} S = \frac{-2e^{-j\frac{\pi}{4}}}{kab \sqrt{2\pi \sin \vartheta}} \int_{C_2} \varphi(\nu) e^{j\nu\vartheta} \sqrt{\nu} d\nu. \quad (5.193)$$

Перейдем к интегрированию в комплексной плоскости t . Согласно (5.161) и (5.162)

$$\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(ka) = -j \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \omega(t), \quad (5.161a)$$

$$\zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(ka) = j \left(\frac{ka}{2}\right)^{-\frac{1}{6}} \omega'(t), \quad (5.162a)$$

$$\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(kb) = -j \left(\frac{kb}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \omega(t'). \quad (5.161b)$$

причем значения аргументов t и t' согласно (5.163) должны быть связаны между собой равенством

$$\nu = ka + \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} t = kb + \left(\frac{kb}{2}\right)^{\frac{1}{3}} t',$$

и, следовательно,

$$t' = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} \left[t - \frac{k(b-a)}{\left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}}} \right].$$

Введя в рассмотрение вместо $h = b - a$ приведенную высоту y по формуле

$$y = \frac{kh}{M},$$

где

$$M = \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.64)$$

— большой параметр задачи, и полагая

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 1,$$

имеем

$$t' = t - y. \quad (5.194)$$

Подставляя (5.161a), (5.161b), (5.162a) и (5.194) в формулу (5.187), находим

$$\varphi = -\left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\omega(t-y)}{\omega'(t) - q\omega(t)}; \quad (5.195)$$

здесь

$$q = j\left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{k}{k_3} \sqrt{1 - \frac{k^2}{k_3^2}}. \quad (5.168a)$$

Далее подставляем (5.195) в выражение (5.193) для U , причем считаем

$$\frac{1}{ab} \approx \frac{1}{a^2}, \quad \sqrt{\bar{v}} \approx \sqrt{\bar{ka}};$$

тогда, имея в виду, что

$$e^{jv\vartheta} = e^{j\left[ka + \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}}t\right]\vartheta} = e^{jka\vartheta + jxt},$$

где величина

$$x = \left(\frac{ka}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \vartheta = M\vartheta \quad (5.196)$$

так называемая приведенная дальность, находим

$$U = \frac{e^{jka\vartheta} e^{-j\frac{\pi}{4}}}{a\sqrt{\vartheta} \sin\vartheta} \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_C e^{jxt} \frac{\omega(t-y)}{\omega'(t) - q\omega(t)} dt. \quad (5.197)$$

Контур интегрирования C выбирается таким образом, чтобы он охватывал все полюса подынтегральной функции, которые, как уже было показано, находятся в первом квадранте плоскости t . В. А. Фок выбирает его в виде ломаной линии, идущей от бесконечности по лучу $\arg t = \frac{2\pi}{3}$ до 0 и от 0 по вещественной оси до бесконечности (рис. 5.23).

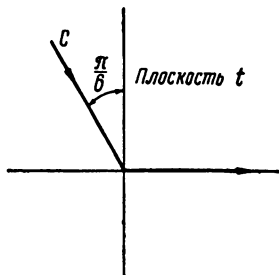


Рис. 5.23. Контур интегрирования интеграла (5.197).

Выделив в формуле (5.197) множитель

$$V = V(x, y, q) = e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{x}{\pi}} \int_C e^{jxt} \frac{\omega(t-y) dt}{\omega'(t) - q\omega(t)}, \quad (5.198)$$

можем написать

$$U = \frac{e^{jka\vartheta}}{a\sqrt{\vartheta} \sin \vartheta} V(x, y, q). \quad (5.199)$$

Из этого выражения видно, что функция V имеет смысл множителя ослабления.

г) Преобразование контурного интеграла (5.198) в быстро сходящийся ряд.

Некоторые выводы теории

Формулу для функции V можно также представить в виде ряда. Для этого следует применить формулы (5.157) теории вычетов. Учитывая при этом уравнение (5.166), получаем

$$V(x, y, q) = e^{j\frac{\pi}{4}} 2\sqrt{\pi x} \sum_{S=1}^{\infty} e^{jxt_s} \frac{\omega(t_s - y)}{(t_s - q^2)\omega(t_s)}, \quad (5.200)$$

где t_s — корни уравнения

$$\omega'(t) - q\omega(t) = 0. \quad (5.169a)$$

Формулы (5.198) и (5.200) представляют собой две возможные формы решения задачи о дифракции радиоволн вокруг земной поверхности. Однако эти два решения с точки зрения их практического применения не являются эквивалентными. В области интерференции ряд весьма медленно сходится и здесь целесообразно приме-

нять интегральную формулу. Можно показать, что в этом случае интегральная формула приводит к интерференционным формулам. Поэтому здесь нет необходимости в дальнейшем рассмотрении выражения (5.198). В области дифракции ряд (5.200) весьма быстро сходится, а поэтому здесь целесообразно применять форму решения задачи в виде ряда.

Формулу (5.200) можно обобщить на случай, когда пункты — и диполь и точка наблюдения — подняты над поверхностью земли. Для этой цели надо воспользоваться теоремой взаимности и учесть, что зависимости множителя ослабления от высот поднятия обоих пунктов должны быть совершенно одинаковыми.

На этом основании пишем

$$\begin{aligned}
 V(x, y_1, y_2, q) &= e^{j\frac{\pi}{4}} 2\sqrt{\pi x} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{jxt_s}}{t_s - q^2} \cdot \frac{w(t_s - y_1)}{w(t_s)} \cdot \frac{w(t_s - y_2)}{w(t_s)} = \\
 &= e^{j\frac{\pi}{4}} 2\sqrt{\pi x} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{jxt_s}}{t_s - q^2} f_s(y_1) f_s(y_2). \quad (5.201)
 \end{aligned}$$

Выражения

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{w(t_s - y_1)}{w(t_s)} &= f_s(y_1), \\
 \frac{w(t_s - y_2)}{w(t_s)} &= f_s(y_2)
 \end{aligned} \right\} \quad (5.202)$$

называются высотными функциями;

$$\left. \begin{aligned}
 y_1 &= \frac{kh}{M}, \\
 y_2 &= \frac{kz}{M}
 \end{aligned} \right\} \quad (5.203)$$

— приведенные высоты.

Для того чтобы установить наиболее характерную зависимость дифракционного поля от дальности вдоль поверхности земли и от длины волны, рассмотрим один частный случай: оба пункта находятся на поверхности земли ($y_1 = y_2 = 0$), а почва — идеальный проводник ($q = 0$).

В этом случае, ограничиваясь первым членом ряда (5.201), имеем

$$V(x, 0, 0, 0) = e^{j \frac{\pi}{4}} 2 \sqrt{\pi x} \frac{e^{j x t_1^0}}{t_1^0}, \quad (5.204)$$

$$|V| = 2 \sqrt{\pi R} \left(\frac{\pi}{a^2 \lambda} \right)^{\frac{1}{6}} e^{-\frac{R}{\lambda^{1/3}}} \sqrt{\frac{\pi}{a^2}} \text{Im} \{t_1^0\} \frac{1}{|t_1^0|} \quad (5.205)$$

или, переходя к численным значениям и выражая все длины в метрах, получаем

$$|V| = \frac{0,023}{\lambda^{1/6}} e^{-3,8 \cdot 10^{-3} \frac{R}{\lambda^{1/3}}} \sqrt{R}. \quad (5.205a)$$

Из последних двух формул видно, что поле убывает с расстоянием R по экспоненциальному закону и притом тем быстрее, чем короче длина волны.

Окончательные формулы для расчета напряженности поля вертикального диполя можно получить, пользуясь выражениями (5.122) — (5.124). Они таковы

$$\left. \begin{aligned} E_r &= j \frac{60\pi I_m l}{\lambda a \sqrt{\vartheta} \sin \vartheta} e^{jka\vartheta} V(x, y_1, y_2, q), \\ H_\varphi &= -j \frac{I_m l}{2\lambda a \sqrt{\vartheta} \sin \vartheta} e^{jka\vartheta} V(x, y_1, y_2, q). \end{aligned} \right\} \quad (5.206)$$

Остальные составляющие поля либо в точности равны нулю, либо пренебрежимо малы.

Приводим также выражения для составляющих поля горизонтального диполя в плоскости, перпендикулярной его оси,

$$\left. \begin{aligned} E_\varphi &= -j \frac{60\pi I_m l}{\lambda a \sqrt{\vartheta} \sin \vartheta} e^{jka\vartheta} V(x, y_1, y_2, q'), \\ H_r &= -j \frac{I_m l}{2\lambda a \sqrt{\vartheta} \sin \vartheta} e^{jka\vartheta} V(x, y_1, y_2, q'), \end{aligned} \right\} \quad (5.207)$$

$$q' = q \epsilon_r' = q(\epsilon_r + j60\lambda\sigma). \quad (5.208)$$

Остальные составляющие поля пренебрежимо малы.

Из формулы (5.207) видно, что параметр q' в случае горизонтальной поляризации эквивалентен параметру q для вертикальной поляризации.

Как следует из формул (5.168а) и (5.208), для случая идеального проводника $q' = \infty$.

Ряд других дифракционных формул теории Фока, соответствующих различным частным случаям (5.201), а также таблицы и графики, рассчитанные по дифракционным формулам, приведены в книге П. А. Азрилянт и М. Г. Белкиной [18].

Для лучшей ориентировки при пользовании дифракционными формулами надо иметь соотношение для предельной дальности прямой видимости

$$R_0 = \sqrt{2a} (\sqrt{h} + \sqrt{z}), \quad (3.52)$$

выраженное через приведенные величины x , y_1 , y_2 . Учитывая, что $R = a\vartheta$, умножим и разделим левую часть равенства (3.52) на M , а правую умножим и разделим на \sqrt{ka} . Тогда получим

$$x = \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}. \quad (5.209)$$

Отсюда видно, что для области тени

$$x > \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2},$$

а для области прямой видимости

$$x < \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}.$$

В заключение этого пункта отметим следующее: П. А. Азрилянт и М. Г. Белкина [18] показали, что результаты расчетов по дифракционным и интерференционным формулам смыкаются для не слишком малых x при

$$\sin \theta = \frac{0,5 - 0,7}{M}. \quad (5.210)$$

Так что критерий применимости интерференционных формул, выведенный в конце гл. 3 [неравенство (3.62)], является очень жестким и для практических целей можно заменить двойной знак неравенства одинарным.

3. Дифракционная формула Введенского [7]

Приведем без вывода дифракционную формулу Введенского; она представляется в виде

$$E_{\text{эф}} = \sqrt{PGNSH(h)H(z)} \frac{M\theta}{m}, \quad (5.211)$$

где P — мощность в киловаттах на входе передающей антенны,
 G — коэффициент усиления антенны по отношению к диполю.

Другие множители представляют собой следующие выражения:

$$N = \frac{0,472}{\lambda^{1/3}},$$

$$S = e^{-\frac{BR}{a\lambda^{1/3}}} \lambda^{1/6} K^{-1/2},$$

где a — радиус Земли, R — расстояние вдоль поверхности земли.

Как видим, множитель S зависит от расстояния, длины волны и параметров почвы; последняя зависимость определяется функцией B .

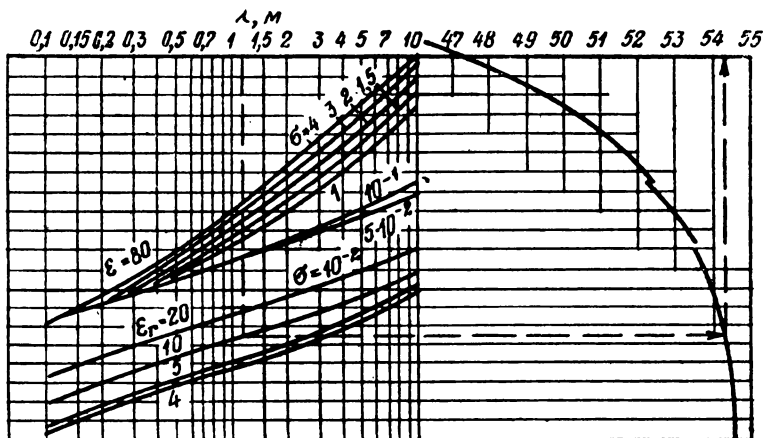


Рис. 5.24. К дифракционной формуле Введенского. Определение параметра B .

В диапазоне УКВ B может меняться в пределах от 46,5 до 54,5; при горизонтальной поляризации для всех почв функцию B можно принять равной 54,5; при вертикальной поляризации можно считать $B = 54,5$ для волн не длиннее 2—3 м и не слишком влажных почв.

График для определения B при вертикальной поляризации для различных ϵ , σ и λ приведен на рис. 5.24.

Множители $H(h)$ и $H(z)$ — так называемые высотные функции, или высотные множители. Они определяют зависимость поля дифракции от высот поднятия передающей и приемной антенн.

Для всех входящих в формулу (5.211) множителей рассчитаны графики. Эти графики даны в децибелах

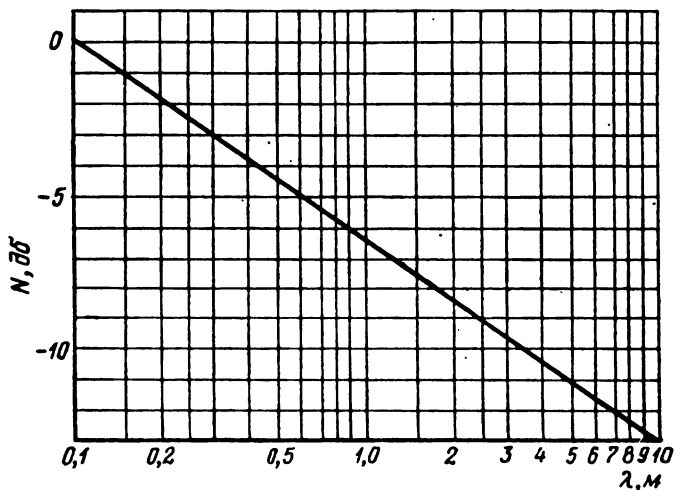


Рис. 5.25. К дифракционной формуле Введенского.
График множителя N .

относительно уровня напряженности поля в 1 мВ/м при $P=1 \text{ кВт}$ и $G=1$. Соответствующие значения указанных множителей по входным параметрам — длине волны λ , расстоянию R , высотам h и z и значению параметра B — определяются по номограммам так, как показано на рис. 5.25—5.28. Например, для $\lambda=4 \text{ м}$, горизонтальной поляризации, $R=300 \text{ км}$, $h=50 \text{ м}$, $z=2000 \text{ м}$, $P=100 \text{ кВт}$, $G=100$, находим: $N(\lambda)=-10,5$ (рис. 5.25), $S(R)=-172$ (рис. 5.26), $H(h)=22$ (рис. 5.27), $H(z)=80$ (рис. 5.28).

Согласно (5.211) получаем

$$\begin{aligned}
 M_{\text{об}} &= N_{\text{об}} + S_{\text{об}} + H(h)_{\text{об}} + H(z)_{\text{об}} = \\
 &= 20 \lg \frac{(E_{\text{эф}})_{P=1 \text{ кВт}}}{1 \frac{\text{мВ}}{\text{м}}} = -80,5.
 \end{aligned}$$

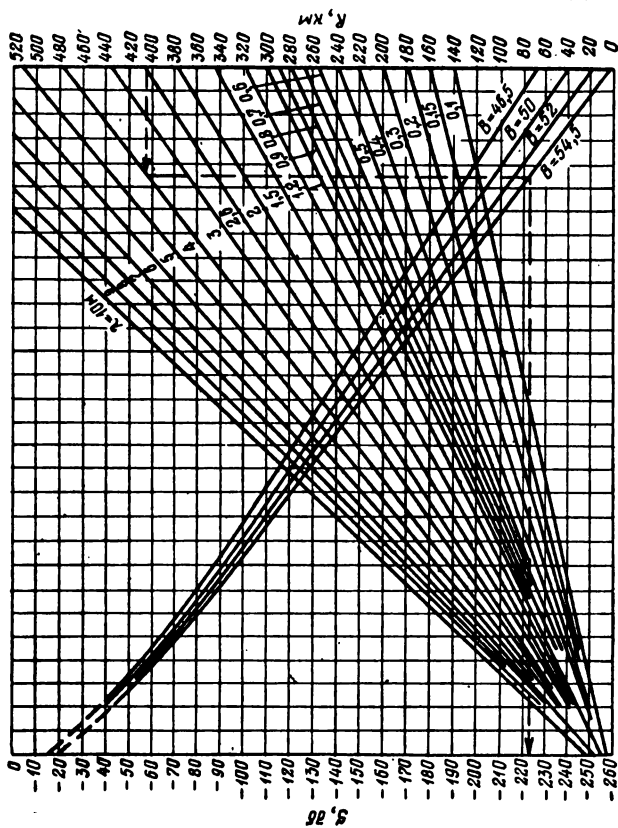


Рис. 5.26. К дифракционной формуле Введенского. График для определения множителя S .

Следовательно,

$$(E_{\text{эфф}})_{P=1 \text{ квт}} = 10^{\frac{M}{20}} = 10^{-4}$$

$$E_{\text{эфф}} = 100 \cdot 10^{-4} \frac{\text{МВ}}{\text{м}} = 10 \frac{\text{МКВ}}{\text{м}}$$

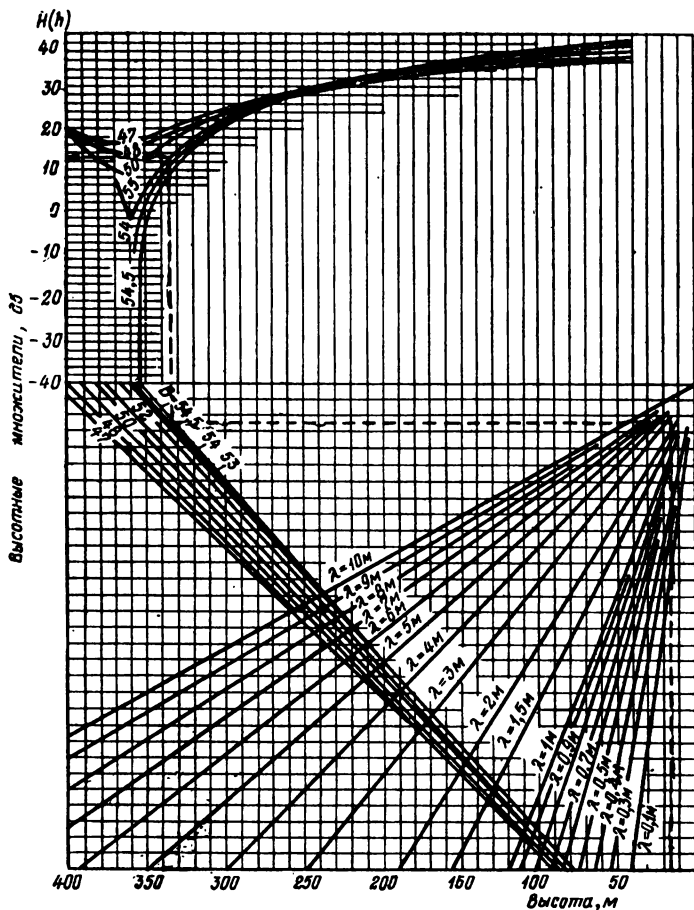


Рис. 5.27. К дифракционной формуле Введенского. График для определения высотного множителя N при малых высотах.

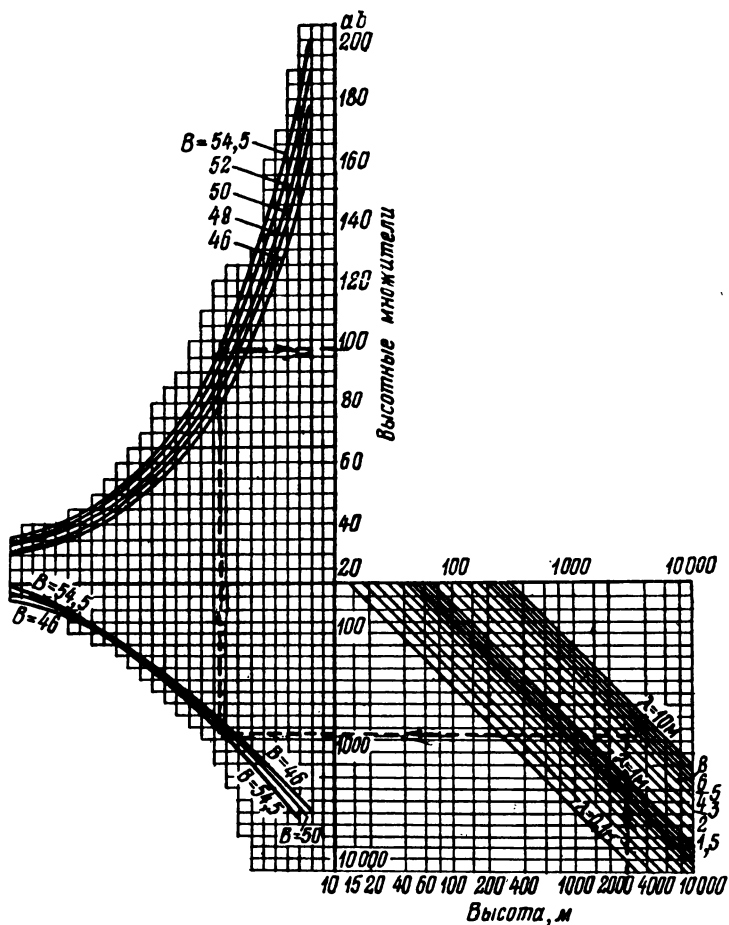


Рис. 5.28 К дифракционной формуле Введенского. График для определения высотного множителя H при больших высотах.

4. Закономерности, характеризующие дифракционное поле

На основании расчетов напряженности поля по дифракционным формулам можно важнейшие закономерности, характеризующие поле дифракции, сформулировать следующим образом.

1. Напряженность поля весьма быстро убывает с увеличением расстояния R вдоль поверхности земли.

2. Чем короче волна, тем быстрее убывает напряженность дифракционного поля. В области тени поле из-

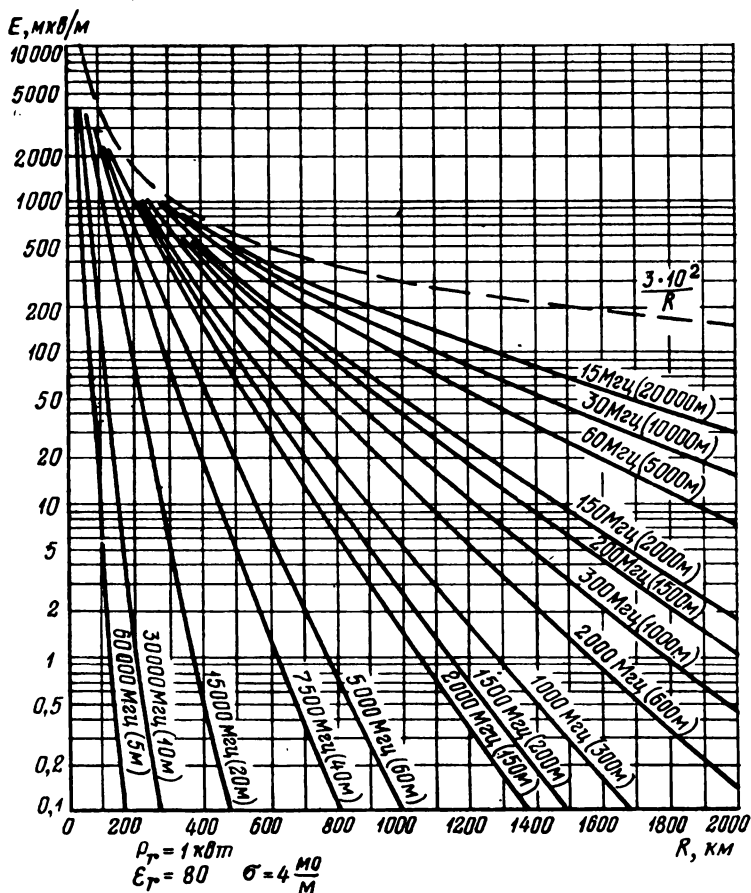


Рис. 5.29. Кривые напряженности дифракционного поля.

Оба пункта расположены на поверхности земли. Почва — морская вода.

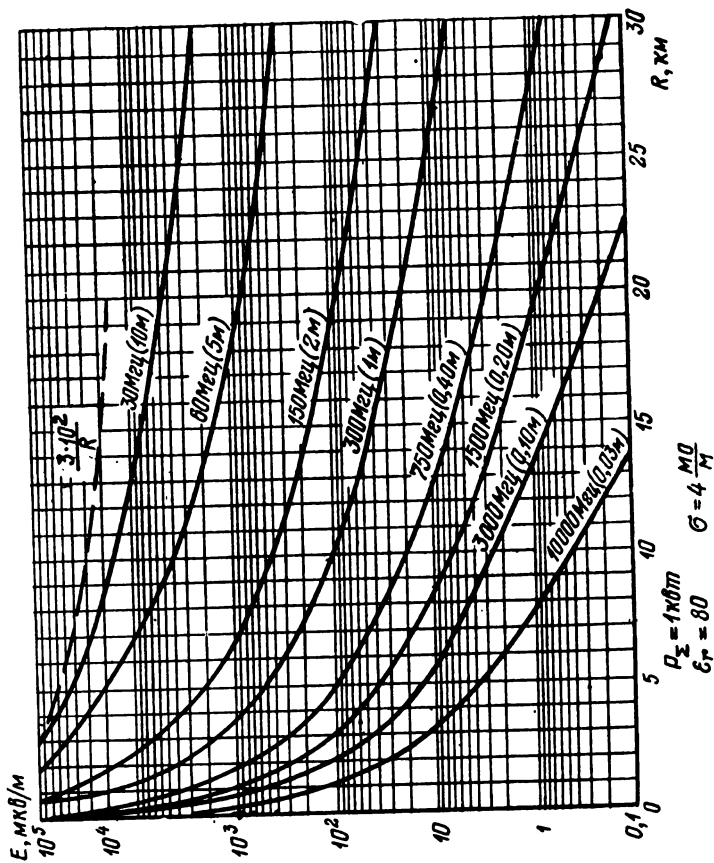


Рис. 5.30. Кривые напряженности дй фракционного поля. Оба пункта расположены на поверхности земли. Почва — морская вода.

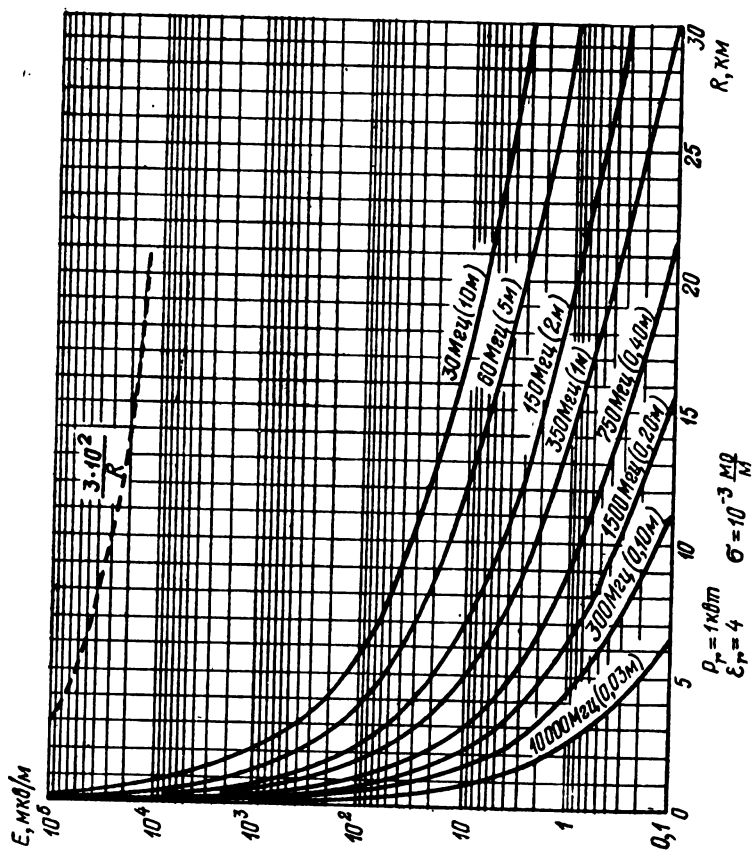


Рис. 5.31. Кривые напряженности дифракционного поля.

Оба пункта расположены на поверхности земли. Почва — суша.

меняется с расстоянием R и длиной волны λ по закону

$$E \sim \frac{1}{\sqrt{\lambda^{1/3} R}} e^{-A \frac{R}{\lambda^{1/3}}},$$

где A — некоторый медленно меняющийся с изменением параметров почв и длины волны, коэффициент.

3. Чем больше проводимость и диэлектрическая проницаемость почвы, тем больше напряженность поля.

4. Напряженность поля, не считая области высот, непосредственно примыкающих к поверхности земли, возрастает с увеличением высот соответствующих пунктов.

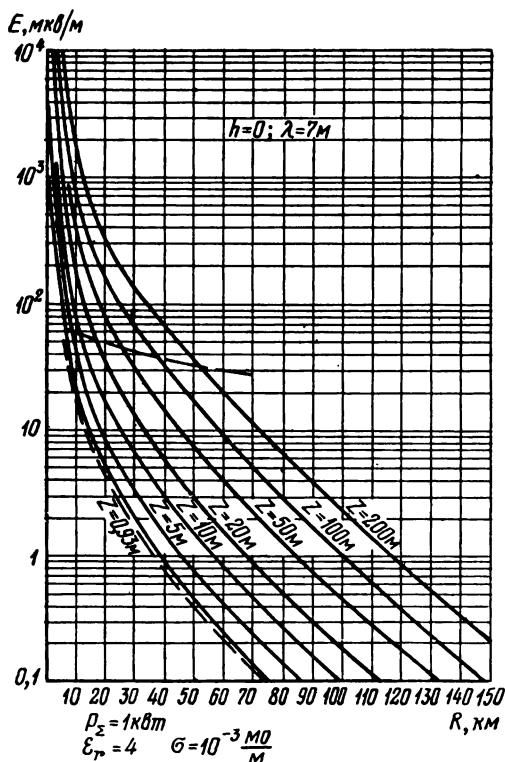


Рис. 5.32. Кривые напряженности дифракционного поля. Один из пунктов поднят. Почва — суша.

В силу граничных условий Леонтовича напряженность поля непосредственно вблизи поверхности земли сначала убывает с увеличением высоты.

Таким образом, можно утверждать, что чисто качественное отличие дифракционного поля от поля в области интерференции, которое характеризуется лепестковой структурой, состоит в том, что оно монотонно изменяется с изменением всех параметров, от которых оно зависит.

На рис. 5.29—5.35 для иллюстрации приведены кривые изменения напряженности поля в зависимости от расстояния R вдоль поверхности земли для различ-

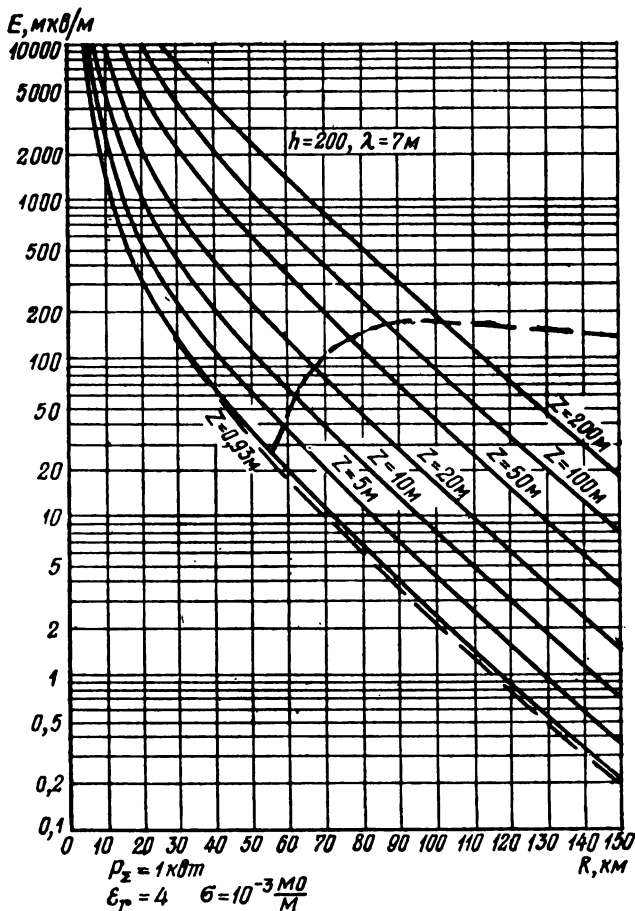


Рис. 5.33. Кривые напряженности дифракционного поля. Оба пункта подняты. Почва—суша.

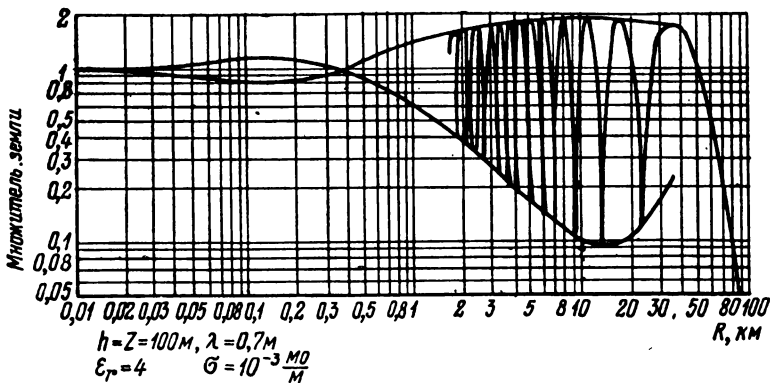


Рис. 5.34. Кривая изменения напряженности поля в зависимости от расстояния вдоль поверхности земли
Оба пункта подняты на одинаковую высоту

ных длин волн, почв и высот поднятия антенны, хорошо иллюстрирующие сформулированные выше закономерности. Эти кривые рассчитаны Ван-дер-Подем и Бремером.

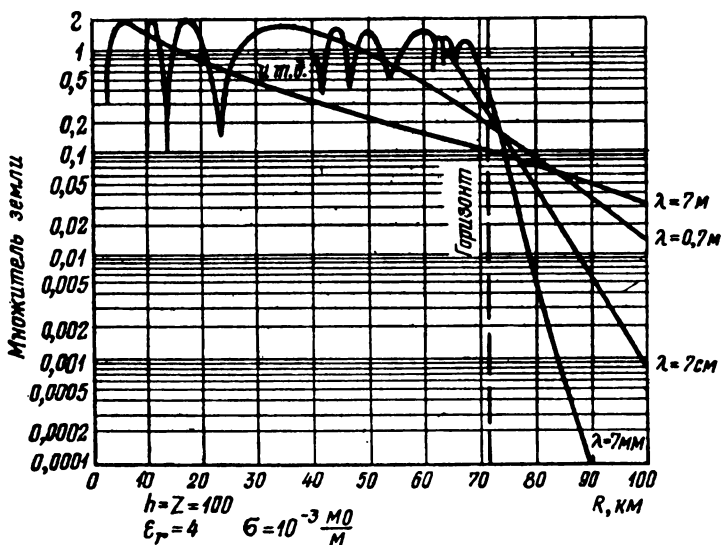


Рис. 5.35. Кривые изменения напряженности поля в зависимости от расстояния вдоль поверхности земли для различных длин волн.
Оба пункта подняты на одинаковую высоту.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ

Атмосферу принято делить на три сферических слоя. Самый нижний слой, простирающийся в среднем до высот 10—12 км, называется тропосферой. Над тропосферой до высоты 60 км расположена стратосфера. Слой атмосферы, расположенный выше 60 км, называется ионосферой. Отчетливо выраженной верхней границы ионосферы не существует, а условная граница окончательно еще не установлена, по-видимому, нужно считать, что она постепенно переходит в межпланетный газ на высотах 2000—3000 км*.

Тропосфера в отличие от стратосферы и ионосферы наряду с другими газами содержит большое количество паров воды.

Тропосфера нагревается главным образом от поверхности земли, а поэтому температура воздуха в тропосфере в среднем уменьшается с высотой.

В стратосфере почти нет водяного пара. Содержащийся в стратосфере в небольшом количестве на высотах 20—50 км газ озон (O_3) сильно поглощает ультрафиолетовое излучение Солнца, что приводит к возрастанию температуры воздуха на этих высотах.

Ионосфера в отличие от тропосферы и стратосферы характеризуется повышенным содержанием электронов и ионов, возникающих главным образом в результате ионизации газов атмосферы ультрафиолетовым и рентгеновским излучением Солнца.

Отмеченные здесь основные отличия одного атмосферного слоя от другого приводят к различным особенностям распространения радиоволн в каждом из них. Рассмотрение этих особенностей и составляет содержание последующих трех глав.

* Условной границей ионосферы иногда считают ту ее область, где показатель преломления отличается от единицы на 10^{-6} .

§ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ТРОПОСФЕРЫ

Характер распространения радиоволн в тропосфере определяется состоянием атмосферы и процессами, которые в ней происходят. Состояние атмосферы определяется такими физическими характеристиками, как температура, влажность и давление. Последние являются и метеорологическими параметрами тропосферы, сокращенно называемыми метеоэлементами.

Атмосферные процессы, с одной стороны, обусловлены меняющимся режимом нагревания тропосферы землей, в результате чего в атмосфере имеют место перемещения воздуха в вертикальном направлении. С другой стороны, в силу различия температур в различных областях земного шара имеют также место циркуляции воздушных масс и в горизонтальных направлениях. Все эти процессы сопровождаются конденсацией паров воды, появлением облаков, выпадением осадков и т. д.

При этом наряду с упорядоченным слоистым движением воздуха имеет место и беспорядочное турбулентное движение воздуха большей или меньшей интенсивности.

Совокупное влияние на распространение радиоволн состояния атмосферы и атмосферных процессов или, короче говоря, влияние на распространение радиоволн условий погоды является весьма сложным. Это влияние сказывается в одновременном проявлении эффектов, действие каждого из которых зависит от длины волны. К этим эффектам относятся следующие:

1) искривление направления распространения радиоволны;

2) рассеяние радиоволн неоднородностями тропосферы;

3) поглощение радиоволн;

4) рассеяние радиоволн гидрометеорами.

Исследование совместного действия этих эффектов и причин, их обуславливающих, весьма затруднительно.

Поэтому при изучении явлений распространения радиоволн в тропосфере приходится каждый эффект рассматривать в отдельности и устанавливать главную причину, его вызывающую.

Для определения влияния метеорологических условий на характер распространения радиоволн прежде всего необходимо установить связь между электрическими и метеорологическими параметрами тропосферы, какими,

как уже было сказано, являются температура, влажность и давление.

Как уже было отмечено, тропосфера состоит из смеси газов. Каждый из составляющих атмосферу газов обладает своими электрическими параметрами — диэлектрической проницаемостью и в общем случае проводимостью. Во всех диапазонах радиоволн, за исключением коротковолновой части УКВ, проводимость газов тропосферы практически равна нулю. В диапазоне сантиметровых волн и короче начинает сказываться дисперсия вещества — зависимость электрических параметров от частоты — и в связи с этим проводимость газов атмосферы оказывается отличной от нуля.

При прохождении электромагнитной волны через газ последний под воздействием электрического поля E волны поляризуется. Вектор поляризации P , определяемый как дипольный момент единицы объема, пропорционален напряженности поля E , т. е.

$$P = \epsilon_0 \chi E, \quad (6.1)$$

где χ — электрическая восприимчивость вещества. Она связана с диэлектрической проницаемостью ϵ_r формулой

$$\chi = \epsilon_r - 1. \quad (6.2)$$

Согласно молекулярной теории вещества восприимчивость газа зависит от абсолютной температуры T , давления p и равна

$$\chi = \frac{ap}{T}, \quad (6.3)$$

если молекулы не обладают постоянным дипольным моментом; и

$$\chi = \frac{bp}{T^2}, \quad (6.4)$$

если каждая молекула обладает постоянным дипольным моментом.

Постоянные a и b определяются из опыта.

Восприимчивость смеси газов подчиняется закону аддитивности, т. е. восприимчивость смеси газов равна сумме восприимчивостей отдельных газов, пропорциональных их парциальным давлениям.

Молекулы всех газов тропосферы, за исключением молекул водяного пара, не обладают постоянным электрическим дипольным моментом.

Молекула же водяного пара обладает также наряду с переменной составляющей дипольного момента, появляющейся под влиянием поля волны, и постоянной составляющей, существующей и при отсутствии поля. Поэтому восприимчивость тропосферы должна выражаться формулой

$$\chi = \epsilon_r - 1 = \frac{Ap}{T} + \frac{Be}{T^2}, \quad (6.5)$$

где p — суммарное давление всех газов воздуха, *мб*,
 e — давление водяного пара, *мб* (1 *мб* = 0,001 физической атмосферы).

Постоянные A и B , определенные в результате многочисленных измерений, оказались равными

$$\left. \begin{aligned} A &= 155,2 \cdot 10^{-6} \\ B &= 7,45 \cdot 10^{-1} \end{aligned} \right\}. \quad (6.6)$$

Поскольку диэлектрическая проницаемость воздуха зависит от метеорологических параметров T , p , e , а последние меняются от точки к точке, то отсюда следует, что тропосфера является неоднородной средой.

При этом, однако, как показывают измерения, диэлектрическая проницаемость ϵ_r в любой точке тропосферы во всех диапазонах волн, за исключением коротковолновой части сантиметрового диапазона и миллиметровых волн, незначительно превышает единицу. Поскольку восприимчивость χ связана согласно формуле (6.2) с показателем преломления n соотношением

$$\chi = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1) \approx 2(n - 1),$$

то получаем

$$(n - 1) 10^6 = \frac{77,6}{T} \left(p + \frac{4800e}{T} \right). \quad (6.7)$$

В результате метеорологических измерений получают относительную влажность s , которая равна отношению давления пара e к давлению насыщенного пара e_s при той же

температуре T . По значению s и e_s , определяемому по справочнику, находят значение

$$e = se_s(T), \quad (6.8)$$

которое и подставляют в формулу (6.7). Если же известна удельная влажность воздуха q , определяемая как отношение плотности водяного пара к плотности воздуха или как число граммов водяного пара, приходящееся на 1 кг воздуха, то учитывая, что

$$q = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{в}}} \frac{e}{p} = 0,621 \frac{e}{p}$$

($m_{\text{п}} = 18$ — молекулярный вес водяного пара $m_{\text{в}} = 29$ — средний молекулярный вес влажного воздуха), находим требуемое для формулы (6.7) значение e , равное

$$e = 1,61 pq. \quad (6.9)$$

Отметим, что удельная влажность воздуха представляет собой величину порядка 10^{-2} .

§ 2. РЕФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН

Наблюдающиеся в тропосфере явления рефракции можно объяснить изменением диэлектрической проницаемости и соответственно показателя преломления с высотой. У земной поверхности значение $n = n_0$ весьма мало отличается от единицы и в разных метеорологических и климатических условиях может принимать значения, находящиеся в пределах

$$1,00026 \div 1,00046.$$

С другой стороны, начиная с высоты 8 км и до 10 км, как это экспериментально установлено, показатель преломления постоянен и равен 1,00011. Таким образом, все сложные явления рефракции в тропосфере происходят за счет незначительного изменения с высотой показателя преломления (в четвертом и пятом знаках после единицы). При этом величина n , в особенности в нижней части тропосферы, очень часто меняется с высотой не монотонно. В зависимости от метеорологических условий параметры T , p , e в нижней части тропосферы могут весьма сложным образом меняться с высотой и

во времени. Это в свою очередь приводит к сложному характеру изменений показателя преломления n с высотой и с течением времени, а следовательно, и к различным видам рефракции.

1. Геометрическая оптика

Явление рефракции радиоволн в атмосфере в большинстве случаев рассматривают, исходя из представлений геометрической оптики, т. е. в основу этого рассмотрения кладут закон преломления оптических лучей. Однако применение лучевой трактовки к радиоволнам ввиду их большой длины по сравнению с оптическими нуждается в некотором обосновании. Как было показано в первой главе, по мере укорочения волны существенный эллипсоид для распространения становится все более вытянутым, принимая постепенно вид луча. Одновременно при этом сферические участки волновых поверхностей в пределах сечения существенного эллипсоида становятся все более плоскими. Последнее приводит к тому, что по мере укорочения волны явления отражения и преломления на границе раздела двух сред становятся все более близкими по своему характеру к соответствующим явлениям на оптических волнах, так как оптические волны практически всегда плоские. Коэффициент же отражения плоской волны, падающей на границу раздела двух различных сред, будет тем меньше, чем меньше отличаются друг от друга значения электрических параметров обеих сред. Отсюда следует, что при распространении радиоволны в неоднородной среде, где показатель преломления меняется непрерывно и мало на участке порядка длины волны, отражение в каждой точке, или иначе «внутреннее отражение» будет очень слабым. Условие отсутствия «внутреннего отражения» можно более определенно выразить следующим образом: относительное изменение показателя преломления на отрезке, равном длине волны λ_c в среде, должно быть пренебрежимо малым, т. е. должно удовлетворяться неравенство

$$\frac{1}{n} \left| \frac{dn}{dl} \right| \lambda_c \ll 1, \quad (6.10)$$

где l — расстояние вдоль любого произвольного направления.

Учитывая, что длина волны в среде равна

$$\lambda_c = \frac{\lambda}{n},$$

можно вместо (6.10) написать

$$\frac{1}{n^2} \left| \frac{dn}{dl} \right| \lambda \ll 1. \quad (6.11)$$

Таким образом, для того чтобы отсутствовало отражение и существовала только одна преломленная волна, необходимо выполнение неравенства (6.11). Поскольку же эта волна практически может рассматриваться как луч и притом преломляющийся по закону геометрической оптики, то неравенство (6.11) истолковывают как условие применимости геометрической оптики к изучению распространения радиоволн в неоднородной среде. Из этого условия, в частности, следует, что геометрическая оптика неприменима к среде,

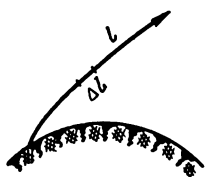


Рис. 6.1. К объяснению лучевой трактовки.

где $n=0$. Как увидим в следующей главе, случай $n=0$ часто имеет место в ионосфере. Однако в тропосфере n всегда близко к единице и применимость геометрической трактовки зависит лишь от того, насколько плавно изменяется в пространстве показатель преломления.

Таким образом, задачу о распространении радиоволн в неоднородной среде в геометрической трактовке можно сформулировать следующим образом.

В однородной среде, где $n = \text{const}$, плоская волна описывается выражением

$$E = E_0 e^{j(\omega t - k_c l)} = E_0 e^{j(\omega t - knl)},$$

где

$$k_c = kn = \frac{2\pi}{\lambda_c}.$$

Изменение фазы волны на отрезке длины l равно knl . В неоднородной же среде показатель преломления n меняется от точки к точке. Однако на небольшом отрезке пути $n(l)$ меняется мало и изменение фазы равно $kn(l) \Delta l$ (рис. 6.1). Изменение же фазы на всем криволинейном уча-

стке пути будет определяться интегралом $\int n(l) dl$. Поэтому выражение для волны в лучевой трактовке следует записать в виде

$$E = E_0 e^{j[\omega t - k \int n(l) dl]} . \quad (6.12)$$

Таким образом, в геометрооптической трактовке выражение для поля известно и изучение распространения радиоволн в неоднородной среде сводится к определению траектории волны, формы луча.

2. Уравнение луча

Выведем уравнение луча. Для этой цели сначала определим скорость распространения постоянной фазы вдоль луча. Как следует из (6.12), эта скорость может быть найдена из уравнения

$$\omega t - k \int n dl = \text{const},$$

если его продифференцировать по времени, т. е. из выражения

$$\omega - kn \frac{dl}{dt} = 0.$$

Тогда

$$\frac{dl}{dt} = v = \frac{\omega}{kn} . \quad (6.13)$$

Однако мы можем рассматривать эту скорость, как скорость перемещения точки поверхности равной фазы вдоль луча.

Из самого понятия луча следует, что касательная к нему в какой-либо точке перпендикулярна поверхности равных фаз, проходящей через эту точку. В случае однородной среды луч является прямой линией и поверхности равных фаз суть плоскости, перпендикулярные этой линии. В случае же неоднородной среды луч криволинейный и в связи с этим поверхности равных фаз не являются плоскостями. Так что, если для однородной среды уравнение поверхности равных фаз для какого-либо момента времени представляется в виде

$$\omega t - kx = \text{const}, \quad (6.14a)$$

то в случае неоднородной среды уравнение поверхности равных фаз должно записываться так:

$$\omega t - k\psi(x, y, z) = \text{const}, \quad (6.146)$$

где $\psi(x, y, z)$ — некоторая функция координат, которая будет сейчас определена.

Два следующих свойства функции ψ существенны для ее определения:

а) поверхности $\psi(x, y, z) = \text{const}$, как следует из (6.146), должны быть перпендикулярны касательным к лучу (рис. 6.2);

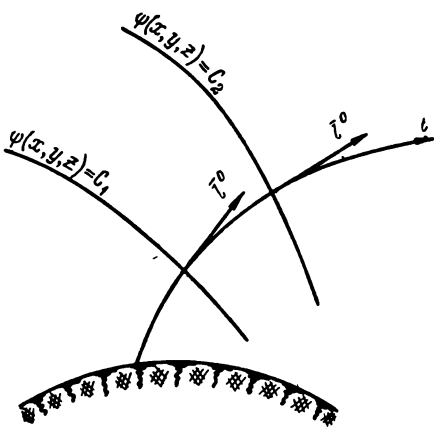


Рис. 6.2. К выводу уравнения луча.

б) при переходе к однородной среде ψ должно превратиться в x и поскольку x возрастает в направлении распространения волны, то и ψ должно возрастать в направлении распространения волны вдоль l . Учитывая эти свойства ψ , найдем скорость распространения постоянной фазы вдоль луча, используя уравнение (6.146). Дифференцируя это уравнение по времени, имеем

$$\omega - k \frac{\partial \psi}{\partial l} \frac{dl}{dt} = 0. \quad (6.15)$$

Введя в рассмотрение единичный вектор \hat{l}^0 , направленный по касательной к лучу в направлении возраста-

ния функции ψ , на основании а) и б) можем написать

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial l} &= I^\circ \text{grad } \psi = |\text{grad } \psi| = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Следовательно, из (6.15) и (6.16) имеем

$$\frac{dl}{dt} = v = \frac{\omega}{k |\text{grad } \psi|}.$$

Сравнивая последнее выражение с (6.13), получаем

$$|\text{grad } \psi| = n. \quad (6.17)$$

Определяемая уравнением (6.17) функция ψ называется *эйконалом*, а само уравнение, *уравнением эйконала**. Используя уравнение эйконала, выведем уравнение луча.

Умножая обе части равенства (6.17) на I° , имеем

$$I^\circ n = I^\circ |\text{grad } \psi| = \text{grad } \psi. \quad (6.18)$$

Взяв производную по l от обеих частей этого равенства, получим

$$\frac{\partial}{\partial l} (I^\circ n) = \frac{\partial}{\partial l} (\text{grad } \psi). \quad (6.19)$$

Применим к правой части этого равенства известное из векторного анализа соотношение для производной вектора вдоль кривой

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial s} = (\mathbf{s}^\circ \nabla) \mathbf{a},$$

где

$$((\mathbf{s}^\circ \nabla) \mathbf{a})_x = s_x^0 \frac{\partial a_x}{\partial x} + s_y^0 \frac{\partial a_x}{\partial y} + s_z^0 \frac{\partial a_x}{\partial z},$$

$$((\mathbf{s}^\circ \nabla) \mathbf{a})_y = s_x^0 \frac{\partial a_y}{\partial x} + s_y^0 \frac{\partial a_y}{\partial y} + s_z^0 \frac{\partial a_y}{\partial z},$$

$$((\mathbf{s}^\circ \nabla) \mathbf{a})_z = s_x^0 \frac{\partial a_z}{\partial x} + s_y^0 \frac{\partial a_z}{\partial y} + s_z^0 \frac{\partial a_z}{\partial z}.$$

* Эйконал происходит от греческого слова *εἰκων*, что означает «изображение».

Тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial l} (\text{grad } \psi) &= (I^{\circ} \nabla) \text{grad } \psi = \left(l_x^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + l_y^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} + l_z^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} \right) \mathbf{i} + \\ &+ \left(l_x^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + l_y^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + l_z^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial y} \right) \mathbf{j} + \\ &+ \left(l_x^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + l_y^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z} + l_z^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Как следует из (6.18),

$$l_x^0 = \frac{1}{n} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad l_y^0 = \frac{1}{n} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad l_z^0 = \frac{1}{n} \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Подставляя эти выражения для l_x^0 , l_y^0 , l_z^0 в первое слагаемое правой части (6.20), находим

$$\begin{aligned} l_x^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + l_y^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} + l_z^0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} &= \frac{1}{n} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right] = \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} n^2 = \frac{\partial n}{\partial x}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом для остальных двух слагаемых (6.20) получаем значения $\frac{\partial n}{\partial y}$ и $\frac{\partial n}{\partial z}$.

Следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial l} \text{grad } \psi = \text{grad } n = \nabla n$$

и уравнение луча таково

$$\frac{\partial}{\partial l} (I^{\circ} n) = \nabla n. \quad (6.21)$$

Это самое общее уравнение луча, пригодное для произвольной зависимости n от координат. Однако для изучения основных явлений рефракций в тропосфере понадобится частный вид этого уравнения, соответствующий случаю, когда показатель преломления n зависит только от высоты над поверхностью земли. В этом случае вектор $\text{grad } n$ направлен по радиусам \mathbf{r} , проведенным из центра Земли.

Учитывая это обстоятельство, умножим правую и левую части уравнения векторно на \mathbf{r} и тогда получим

$$\left[\mathbf{r} \frac{\partial}{\partial t} (l^{\circ} n) \right] = 0. \quad (6.22)$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{r} n l^{\circ}] = \left[\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}, n l^{\circ} \right] + \left[\mathbf{r} \frac{\partial}{\partial t} (n l^{\circ}) \right]$$

и поскольку вектор $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}$ касателен к лучу, т. е. параллелен l° , то вместо (6.22) получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} [r n l^{\circ}] = 0,$$

т. е. векторное произведение касательного вектора $n l^{\circ}$ к лучу и вектора \mathbf{r} остается постоянным вдоль луча, это означает, что остается постоянной и ориентация плоскости, в которой лежат эти векторы. Таким образом, луч в сферически слоистой тропосфере представляет собой плоскую кривую. При этом удовлетворяется условие

$$n r \sin \varphi = \text{const},$$

где φ — угол между радиусом-вектором \mathbf{r} и касательным к лучу вектором l° .

Если ввести угол возвышения $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$, то учитывая, что на поверхности земли $n = n_0$, $\theta = \theta_0$ и $r = a$ — радиусу Земли, — находим уравнение

$$n r \cos \theta = n_0 a \cos \theta_0. \quad (6.23)$$

В таком виде уравнением луча для сферически слоистой атмосферы будем часто пользоваться в дальнейшем. Для плоскослоистой атмосферы это уравнение примет вид

$$n \cos \theta = n_0 \cos \theta_0. \quad (6.23a)$$

3. Радиус кривизны луча

Найдём теперь радиус кривизны луча ρ . Радиус кривизны по определению равен (рис. 6.3)

$$\rho = \lim_{\Delta\beta \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta\beta} = \frac{dl}{d\beta}.$$

Полагая, что тропосфера имеет слоистую структуру со слоями конечной толщины, с постоянным значением пока-

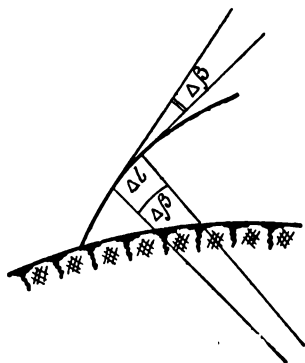


Рис. 6.3. К выводу формулы для радиуса кривизны луча.

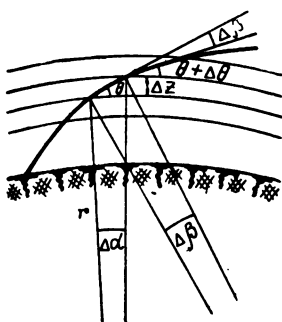


Рис. 6.4. К выводу формулы для радиуса кривизны луча в слоистой тропосфере.

зателя преломления в каждом слое, и считая небольшие участки слоев плоскими, согласно рис. 6.4 получаем равенство

$$\frac{\pi}{2} + \theta + \Delta\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta + \Delta\theta + \Delta\beta$$

или

$$\Delta\beta = \Delta\alpha - \Delta\theta, \quad (6.24)$$

где $\Delta\alpha$ — геоцентрический угол.

Далее находим

$$\Delta l = \frac{(a+z)\Delta\alpha}{\cos\theta_j}.$$

Из последних двух соотношений получаем

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\beta}{\Delta l} &= \frac{\Delta\alpha - \Delta\theta}{\Delta l} = \frac{\cos\theta}{a+z} - \frac{\Delta\theta}{\Delta l} = \frac{\cos\theta}{a+z} - \\ &- \frac{\Delta\theta}{\Delta z} \frac{\Delta z}{\Delta l} = \frac{\cos\theta}{a+z} - \frac{\Delta\theta}{\Delta z} \sin\theta, \end{aligned}$$

или

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cos\theta}{a+z} - \sin\theta \frac{d\theta}{dz}. \quad (6.25)$$

Величину $\frac{d\theta}{dz}$ найдем из уравнения $nr \cos\theta = \text{const}$, диффе-

ренцируя его по z и учитывая, что $r = a + z$. Она равна

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\text{ctg } \theta}{nr} \left(r \frac{dn}{dz} + n \right). \quad (6.26)$$

Подставляя это выражение для $\frac{d\theta}{dz}$ в (6.25), получаем

$$\frac{1}{\rho} = -\cos \theta \frac{1}{n} \frac{dn}{dz},$$

$$\rho = -\frac{n}{\cos \theta \frac{dn}{dz}} = -\frac{n^2 r}{nr \cos \theta \frac{dn}{dz}} = -\frac{n^2 r}{n_0 a \cos \theta_0 \frac{dn}{dz}}.$$

Так как в пределах тропосферы

$$\frac{r}{a} = \frac{a+z}{a} \approx 1, \quad \frac{n^2}{n_0^2} \approx 1,$$

то

$$\rho = -\frac{1}{\frac{dn}{dz} \cos \theta_0}. \quad (6.27)$$

Если $\theta_0 = 0$

$$\rho = -\frac{1}{\frac{dn}{dz}}, \quad (6.28)$$

т. е. чем больше градиент показателя преломления по высоте, тем меньше радиус кривизны луча, тем больше искривление последнего. Луч, направленный под углом $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, т. е. вертикально вверх, как непосредственно следует из уравнения (6.23), вовсе не искривляется, и, следовательно, его радиус кривизны равен бесконечности.

Представляет интерес вычислить радиус кривизны луча в нормальной тропосфере.

Нормальной называют тропосферу при таком ее состоянии, когда температура и давление водяного пара с высотой убывают по линейному закону соответственно выражениям

$$T = 288 - 0,0065z,$$

$$e = 10 - 0,0035z,$$

т. е. на каждый километр температура убывает на $6,5^{\circ}\text{C}$, а давление водяного пара — на $3,5 \text{ мб}$, при этом относительная влажность S не меняется по высоте и равна 60% .

Что же касается давления p , то оно с высотой всегда изменяется в соответствии с барометрической формулой, которая для изотермической атмосферы имеет следующий вид:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT} z},$$

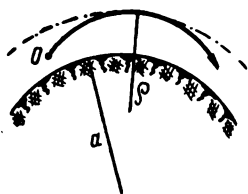
где $M = 29$ — средний молекулярный вес газов, входящих в состав атмосферы, z ,

g — ускорение силы тяжести, см/сек^2 ,

$R = 8,31 \cdot 10^7 \text{ эрг/град} \cdot \text{моль}$ — универсальная газовая постоянная,

T — абсолютная температура воздуха.

Для неизотермической атмосферы, т. е. когда температура в ней зависит от высоты, давление меняется с высотой согласно следующей формуле:



$$p = p_0 e^{-\frac{Mg}{R} \int_0^z \frac{dz}{T(z)}}$$

Рис. 6.5. К определению критического показателя преломления.

В нормальной тропосфере $p_0 = 1023,2 \text{ мб}$ (суммарное давление сухого воздуха при $t^{\circ} = 15^{\circ}\text{C}$ и давление водяного пара $e_0 = 10 \text{ мб}$).

Поскольку при этих данных, т. е. в нормальной тропосфере,

$$\frac{dn}{dz} = -4 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{м}},$$

то радиус кривизны луча

$$\rho = \frac{10^8}{4} = 25\,000 \text{ км} \approx 4a.$$

Искривление луча в нормальной тропосфере называют *нормальной рефракцией*. Такое искривление луча, при котором $\rho \leq a$, называют *сверхрефракцией*.

Очевидно, что искривленный луч попадет на землю, если $\rho < a$ (рис. 6.5). Если луч направлен горизонтально ($\theta_0 = 0$), то это неравенство примет вид

$$\frac{dn}{dz} < -\frac{1}{a} = -1,57 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{м}}.$$

Величину $\frac{dn}{dz} = -1,57 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{м}}$ называют *критическим вертикальным градиентом* показателя преломления воздуха.

4. Эквивалентный радиус Земли

Учет рефракции в интерференционных, а в некоторых случаях и в дифракционных формулах можно произвести, введя в формулы вместо истинного так называемый *эквивалентный радиус Земли*.

Эквивалентный радиус Земли вводится в том случае, если градиент показателя преломления по высоте является величиной постоянной, т. е.

$$\frac{dn}{dz} = \text{const} \quad (6.29)$$

и, следовательно,

$$n = n_0 + \frac{dn}{dz} z.$$

Тогда уравнение луча принимает вид

$$\left(n_0 + \frac{dn}{dz} z\right) (a + z) \cos \theta = n_0 a \cos \theta_0$$

или

$$\left(1 + \frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz} z\right) \left(1 + \frac{z}{a}\right) \cos \theta = \cos \theta_0.$$

Учитывая, что

$$\frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz} \frac{z}{a} \ll \frac{1}{a}, \quad (6.30)$$

получаем

$$\left[1 + z \left(\frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz} + \frac{1}{a}\right)\right] \cos \theta = \cos \theta_0. \quad (6.31)$$

Сравнивая это выражение с уравнением луча в предположении, что тропосфера однородна, т. е. с уравнением

$$\left(1 + \frac{z}{a}\right) \cos \theta = \cos \theta_0, \quad (6.32)$$

можно сделать вывод, что в случае $\frac{dn}{dz} = \text{const}$ тропосферу можно рассматривать как однородную среду с постоянным

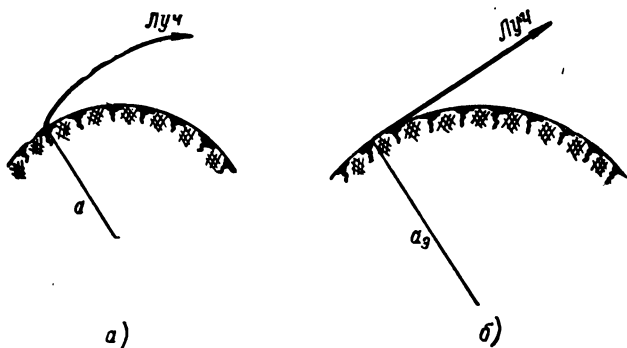


Рис. 6.6. К введению понятия эквивалентного радиуса Земли.

значением показателя преломления, если вместо истинного радиуса ввести эквивалентный радиус Земли, определяемый соотношением

$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz} + \frac{1}{a} \approx \frac{1}{a} + \frac{dn}{dz}. \quad (6.33)$$

Учитывая, что при $\theta_0 = 0$

$$\frac{dn}{dz} = -\frac{1}{\rho},$$

получаем

$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\rho}. \quad (6.34)$$

Например, при нормальной рефракции

$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{a} - \frac{1}{4a} = \frac{3}{4a},$$

$$a_3 = \frac{4}{3} a = 8470 \text{ км}. \quad (6.35)$$

При этом дальность прямой видимости

$$R_0 = \sqrt{2a_s} (\sqrt{h} + \sqrt{z}) \quad (6.36)$$

или

$$R_{0_{км}} = 4,1 (\sqrt{h_m} + \sqrt{z_m}). \quad (6.37)$$

Таким образом, целесообразность введения понятия эквивалентного радиуса Земли состоит в том, что при этом луч можно рассматривать как прямую линию (рис. 6.6,а,б).

5. Приведенный показатель преломления и модуль приведенного показателя преломления

Во многих случаях удобно изучать рефракцию радиоволн, рассматривая поверхность сферической земли как плоскость. Для этой цели и вводят понятие *приведенного показателя преломления*, которое появляется в результате следующих соображений. Если бы поверхность земли была плоской, т. е. $a = \infty$, то уравнение луча приняло бы вид (6.23а)

$$n \cos \theta = n_0 \cos \theta_0.$$

Отсюда следует, что положив в уравнении луча

$$n \left(1 + \frac{z}{a}\right) = N \approx n + \frac{z}{a}, \quad (6.38)$$

получим

$$N \cos \theta = n_0 \cos \theta_0, \quad (6.39)$$

и, следовательно, уравнение луча над сферической землей превращается в уравнение луча над плоской землей с приведенным показателем преломления N . Иногда в литературе N называют модифицированным показателем преломления. Так как величина N мало отличается от единицы и с ней неудобно оперировать, то вводят величину, ее заменяющую, — *модуль приведенного показателя преломления*

$$M = (N - 1) 10^8 = \left(n - 1 + \frac{z}{a}\right) 10^8. \quad (6.40)$$

Удобство введения модуля приведенного показателя преломления, или, как его еще называют, *индекса ре-*

фракции, состоит в том, что по виду кривой $M(z)$ можно сразу установить характер рефракции.

Численные значения M называют « N -единицами». Отметим, что на поверхности земли « M » меняется примерно в пределах от 260 до 460 « N -единиц».

6. Виды рефракции

Как было показано ранее, радиус кривизны луча, а следовательно, и степень искривления луча, рефракция, определяются градиентом показателя преломления по высоте. Для наглядности целесообразно радиус кривизны луча сравнивать с радиусом Земли. Исследуем, как изменяется отношение $\frac{\rho}{a}$ с изменением градиента показателя преломления или величины M . Согласно (6.40)

$$\frac{dM}{dz} = \left(\frac{dn}{dz} + \frac{1}{a} \right) 10^6. \quad (6.41)$$

Предположим, что луч направляется по линии горизонта, т. е. $\theta_0 = 0$; приняв во внимание (6.28), вместо (6.41) можем написать

$$\frac{dM}{dz} = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\rho} \right) 10^6 = \frac{10^6}{a_3}. \quad (6.42)$$

Откуда находим

$$\frac{\rho}{a} = \frac{1}{1 - \frac{10^6}{a} \frac{dM}{dz}}. \quad (6.43)$$

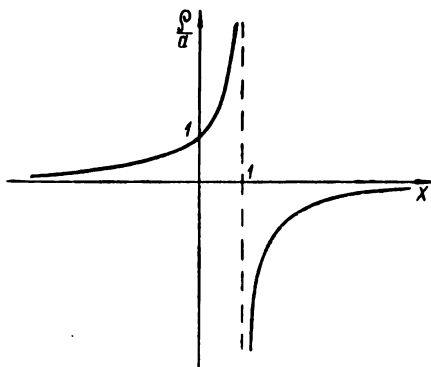


Рис. 6.7. К классификации видов рефракции.

Обозначая

$$\frac{a}{10^6} \frac{dM}{dz} = 6,37 \frac{dM}{dz} = x,$$

(6.43) перепишем в виде

$$\frac{p}{a} = \frac{1}{1-x}. \quad (6.44)$$

Эта функция изображена на рис. 6.7.

Значения $\frac{p}{a} > 0$ соответствуют *положительной* рефракции; значения $\frac{p}{a} < 0$ соответствуют *отрицательной* рефракции. Более подробная классификация видов рефракции

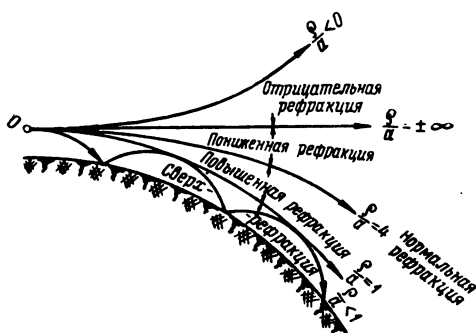


Рис. 6.8. Классификация видов рефракции.

приведена в табл. 6.1, а соответствующие искривления лучей приведены на рис. 6.8.

Для того чтобы судить о характере рефракции по метеоэлементам $T(z)$, $p(z)$ и $e(z)$, которые получают на метеорологических станциях путем аэрологических измерений, строят так называемые *М-кривые*, т. е. функции $M(z)$. Согласно (6.7) и (6.40)

$$M = \frac{77,6p}{T} + \frac{3,73 \cdot 10^6 e}{T^2} + \frac{z}{a} 10^6; \quad (6.45)$$

М-кривые, соответствующие приведенным выше видам рефракции, изображены на рис. 6.9 и 6.10. Наклон *М-кривой* может быть обусловлен изменением либо тем-

Классификация видов рефракции

Вид рефракции	x	$\frac{\rho}{a}$	$\frac{dn}{dz} \cdot \frac{1}{m}$	$\frac{dM}{dz}$	$\frac{dz}{dM}$	$a_3, км$
Нормальная . . .	$\frac{3}{4}$	4	$-4 \cdot 10^{-8}$	0,118	8,47'	8470
Пониженная . . .	$\frac{3}{4} \div 1$	$4 \div \infty$	$-4 \cdot 10^{-8} \div 0$	$0,118 \div 0,157$	$8,47 \div 5,37$	$8170 \div 6370$
Отрицательная Повышенная . . .	$1 \div \infty$ $\frac{3}{4} \div 0$	$-\infty \div 0$	$0 \div \infty$ $-4 \cdot 10^{-8} \div$ $\div -1,57 \cdot 10^{-7}$	$0,157 \div \infty$ $0,118 \div 0$	$6,37 \div 0$ $8,47 \div \infty$	$6370 \div 0$ $8470 \div \infty$
Сверхрефракция	$0 \div -\infty$	$1 \div 0$	$-1,57 \cdot 10^{-7} \div$ $\div -\infty$	$0 \div -\infty$	$-\infty \div 0$	$-\infty \div 0$

пературы, либо влажности, либо того и другого одновременно.

Наклон M -кривой определяется выражением

$$\frac{dM}{dz} = 0,157 + \frac{77,6}{T} \frac{dp}{dz} - \frac{77,6p}{T^2} \frac{dT}{dz} + \frac{3,73 \cdot 10^5}{T^2} \frac{de}{dz} - \frac{7,46 \cdot 10^5 e}{T^2} \frac{dT}{dz} \quad (6.46)$$

Из этой формулы следует, что одинаковые по знаку изменения влажности e и температуры T с высотой приводят к противоположным эффектам рефракции.

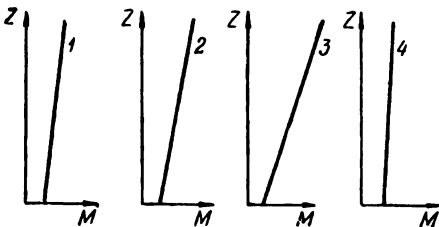


Рис. 6.9. M -кривые.



Рис. 6.10. M -кривая при сверхрефракции.

На рис. 6.9 кривая 1 соответствует *нормальной* рефракции. Такой ход кривой имеет место, когда на каж-

дый километр температура убывает на $6,5^{\circ}\text{C}$, а давление водяного пара — на $3,5$ мб, т. е.

$$\frac{dT}{dz} = -6,5^{\circ}\text{C} \frac{1}{\text{км}}, \quad (6.47)$$

$$\frac{de}{dz} = -3,5 \frac{\text{мб}}{\text{км}}. \quad (6.48)$$

Нормальная рефракция наблюдается в пасмурную погоду, когда слои воздуха хорошо перемешаны.

Обычно максимальную дальность действия радиолнии для заданных высот поднятия корреспондирующих пунктов при нормальной рефракции принимают за стандарт.

Отметим, что при всех видах рефракции, за исключением свехрефракции, о величине максимальной дальности удобно судить по значению эквивалентного радиуса Земли. Чем больше это значение, тем больше максимальная дальность действия радиолнии при заданных высотах поднятия корреспондирующих пунктов. Как известно, эквивалентный радиус Земли при нормальной рефракции равен $a_0 = 8470$ км.

В изотермической атмосфере, т. е. при $T = \text{const} = 288^{\circ}$ и

$$\frac{de}{dz} = -4,15 \frac{\text{мб}}{\text{км}},$$

эквивалентный радиус Земли равен $a_0 = 10\,000$ км и соответственно дальность действия радиолнии больше, чем при нормальной рефракции.

Кривая 2 соответствует *пониженной* рефракции. Такой ход кривой имеет место, когда

$$\frac{dT}{dz} < -6,5^{\circ}\text{C} \frac{1}{\text{км}}, \quad (6.49)$$

$$\frac{de}{dz} > -3,5 \frac{\text{мб}}{\text{км}}, \quad (6.50)$$

т. е. когда с высотой температура убывает быстрее, а влажность убывает медленнее, чем при нормальной рефракции, что обычно наблюдается в пасмурную дождливую погоду.

Дальность действия радиолний при этом виде рефракции меньше, чем при нормальной рефракции.

Кривая 3 соответствует *отрицательной* рефракции. Такой ход кривой возможен при

$$\frac{dT}{dz} \ll -6,5^{\circ} \text{C} \frac{1}{\text{км}}, \quad (6.51)$$

$$\frac{de}{dz} \gg -3,5 \frac{\text{мб}}{\text{км}}, \quad (6.52)$$

т. е. когда с высотой температура убывает значительно быстрее, а влажность — значительно медленнее, чем при нормальной рефракции. Влажность может даже возрастать.

В сухой атмосфере отрицательная рефракция имеет место при

$$\frac{dT}{dz} < -34,4^{\circ} \text{C} \frac{1}{\text{км}},$$

а в изотермической атмосфере — ($T = 288^{\circ}$) при

$$\frac{de}{dz} > 7,1 \frac{\text{мб}}{\text{км}}.$$

Погода с такими метеорологическими данными бывает редко, например, во время снегопада. Дальность действия радиолинии в этом случае значительно меньше, чем при нормальной рефракции.

Кривая 4 соответствует *повышенной* рефракции. Такой ход кривой возможен при

$$\frac{dT}{dz} > -6,5^{\circ} \text{C} \frac{1}{\text{км}}, \quad (6.53)$$

$$\frac{de}{dz} < -3,5 \frac{\text{мб}}{\text{км}}, \quad (6.54)$$

т. е. когда с высотой температура убывает медленнее, а влажность — быстрее, чем при нормальной рефракции.

Повышенная рефракция при обычных градиентах влажности бывает, когда температура атмосферы возрастает с высотой, т. е. при наличии *инверсии* температуры. Инверсия температуры бывает в хорошую ясную погоду, после захода Солнца, когда нижний слой воздуха, примыкающий к поверхности земли вследствие радиации тепла поверхностью земли, успевает охладиться, в то время как более высокие слои остаются еще теплыми. Дальность радиолинии при повышенной рефракции больше, чем при нормальной.

7. Сверхрефракция. Волноводное распространение

Сверхрефракции соответствует кривая с отрицательным тангенсом угла наклона, изображенная на рис. 6.10. Сверхрефракция наблюдается в тех случаях, когда с высотой температура убывает значительно медленнее, а влажность — значительно быстрее, чем при нормальной рефракции, т. е.

$$\frac{dT}{dz} \gg -6,5^\circ \text{C} \frac{1}{\text{км}}, \quad (6.55)$$

$$\frac{de}{dz} \ll -3,5 \frac{\text{мб}}{\text{км}}. \quad (6.56)$$

Сверхрефракция обычно бывает при наличии инверсии температуры при пониженной влажности атмосферы.

Для сухой атмосферы изображенный на рис. 6.10 ход M -кривой имеет место при резко выраженной инверсии температуры, когда

$$\frac{dT}{dz} > 133^\circ \text{C} \frac{1}{\text{км}},$$

а для изотермической атмосферы ($T_0 = 288^\circ$) при

$$\frac{de}{dz} < -28 \frac{\text{мб}}{\text{км}}.$$

Дальность действия радиотехнических устройств при сверхрефракции может значительно возрасти благодаря тому, что распространение здесь происходит вдоль земли, как по волноводу, *атмосферному волноводу*, или, точнее, как между двумя проводящими параллельными безграничными плоскостями.

На рис. 6.11 для сравнения изображены зоны видимости радиолокационной станции при отсутствии рефракции, при нормальной рефракции и при наличии атмосферного волновода.

Высота атмосферного волновода определяется высотой участка, в пределах которого $\frac{dM}{dz} < 0$ (рис. 6.10).

Однако между атмосферным и металлическим волноводами имеется существенное различие. В то время как для металлического волновода линейные его размеры соизмеримы с длиной пропускаемой волны (напри-

мер, для волны H_{10} прямоугольного волновода $\lambda < 2a$, где a — ширина волновода), размер z_0 атмосферного волновода, как увидим далее, значительно превышает длину волны, которая может быть захвачена этим волноводом.

Вычислим максимальную длину волны, которая может быть захвачена атмосферным волноводом заданной высоты z_0 . При этом будем исходить из упрощенной кар-

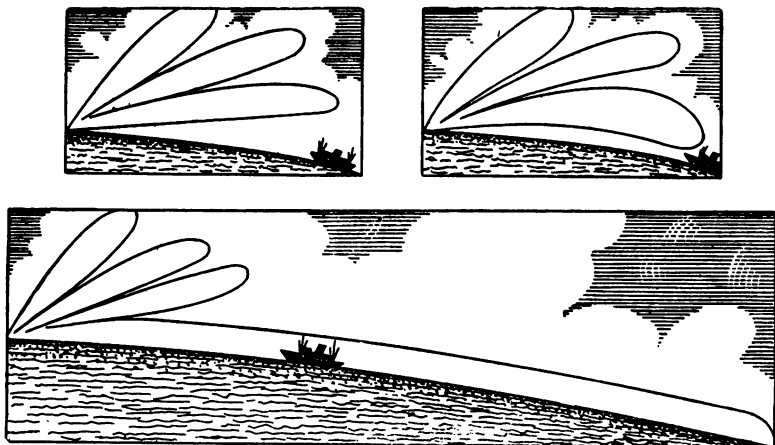


Рис. 6.11. Зоны видимости радиолокатора при различных видах рефракции.

тины рефракции, получающейся на основе геометрической оптики и изображенной на рис. 6.12,б.

Луч, направленный параллельно поверхности земли излучателем, расположенным в точке O , искривившись, попадает на землю, отражается от ее поверхности в точке C , а затем претерпевает полное внутреннее отражение в окрестности точки D на высоте z_0 , после чего снова попадает на землю, отражается от ее поверхности, и далее все повторяется.

Примем теперь во внимание, что луч определяет собой направление распространения плоской волны в пределах существенной области распространения.

Считая в соответствии с рис. 6.12,б поверхность земли плоской и вводя в рассмотрение вместо обычного приведенный показатель преломления N , для изменения

фазы $\Delta\psi$ волны при прохождении достаточно малого отрезка Δl траектории можем написать выражение

$$\Delta\psi = kN(l)\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} N(l)\Delta l. \quad (6.57)$$

Представляя Δl в виде

$$\Delta l = \cos\theta \cdot \Delta R + \sin\theta \Delta z,$$

вместо (6.57) получаем

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{\lambda} N(l) \cos\theta \Delta R + \frac{2\pi}{\lambda} N(l) \sin\theta \Delta z. \quad (6.58)$$

Таким образом, волна, проходя конечный путь, приобретает фазовый множитель

$$e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \int N(l) dl} = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \int N(l) \cos\theta dR} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \int N(l) \sin\theta dz}. \quad (6.59)$$

Первый фазовый множитель справа (6.59) определяет собой распространение волны вдоль оси R , т. е. вдоль волновода, а второй — вдоль оси Z , т. е. поперек волновода.

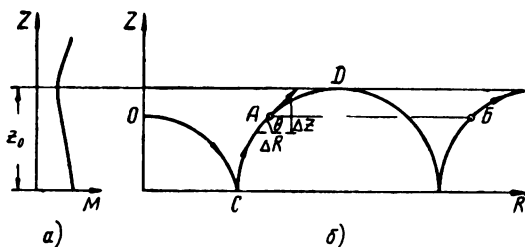


Рис. 6.12. К определению длин волн, захватываемых атмосферным волноводом

Этот второй множитель должен удовлетворять условиям периодичности: в точках A и B (рис. 6.12, б) он должен принимать одинаковые значения.

Это условие периодичности вытекает из требования отсутствия распространения за пределами высоты z_0 , т. е. за пределами волновода. Если бы это условие

не было выполнено, фазовые соотношения на высоте z_0 , где происходит полное внутреннее отражение, не сохранялись бы одними и теми же при каждом внутреннем отражении и эти отражения происходили бы то выше, то ниже и, следовательно, не было бы волноводного распространения. Отсюда следует равенство

$$2 \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^{z_0} N(z) \sin \theta dz - \pi - \frac{\pi}{2} = 2(m-1)\pi, \quad (6.60)$$

где $m = 1, 2, 3, 4, \dots$

Появление сдвига по фазе на π обусловлено отражением луча от земли (коэффициент отражения R принимается равным -1); изменение же фазы на $\frac{\pi}{2}$ имеет место при полном внутреннем отражении согласно строгому рассмотрению (см. § 2, гл. 7).

Из последней формулы видно, что по атмосферному волноводу могут распространяться волны только определенной длины, так как фиксированному значению m соответствует определенная длина волны λ_m .

Согласно уравнению луча имеем

$$N(z) \cos \theta = N(z_0) \quad (\theta = 0 \text{ при } z = z_0)$$

и

$$N(z) \sin \theta = \sqrt{N^2(z) - N^2(z_0)}$$

или, учитывая, что

$$N \approx 1,$$

получаем

$$N(z) \sin \theta \approx \sqrt{2} \sqrt{N(z) - N(z_0)}. \quad (6.61)$$

Подставив это выражение в (6.60), после несложных преобразований найдем

$$\lambda_m = \frac{\sqrt{2}}{\frac{m}{2} - \frac{1}{8}} \int_0^{z_0} \sqrt{N(z) - N(z_0)} dz, \quad (6.62)$$

$$m = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Наибольшая длина волны, которая может быть захвачена атмосферным волноводом, получается при $m=1$, т. е.

$$\lambda_1 = \frac{8\sqrt{2}}{3} \int_0^{z_0} \sqrt{N(z) - N(z_0)} dz. \quad (6.63)$$

Учитывая, что

$$N(z) = M(z) 10^{-6} + 1 = \left[M(z_0) + \left| \frac{dM}{dz} \right| (z_0 - z) \right] 10^{-6} + 1, \quad (6.64)$$

$$N(z) - N(z_0) = \left| \frac{dM}{dz} \right| (z_0 - z) 10^{-6}, \quad (6.65)$$

находим

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{8\sqrt{2}}{3} \sqrt{\left| \frac{dM}{dz} \right|} \cdot 10^{-3} \int_0^{z_0} \sqrt{z_0 - z} dz = \\ &= \frac{16\sqrt{2}}{9} \sqrt{\left| \frac{dM}{dz} \right|} \cdot 10^{-3} z_0^{3/2} \end{aligned}$$

или

$$\lambda_1 = 0,25 \sqrt{\left| \frac{dM}{dz} \right|} z_0^{3/2} = 0,25 \sqrt{|\Delta M|} z_0, \quad (6.66)$$

где λ_1 выражено в сантиметрах,

$$\frac{dM}{dz} \text{ — в } \frac{1}{\text{м}},$$

z_0 — в метрах,

ΔM — полное изменение величины M в пределах высоты z_0 .

Например, для значения $\left| \frac{dM}{dz} \right| = 0,1$, характерного для волноводов над морем, рассчитанные по формуле (6.66) высоты z_0 для заданных длин волн λ_1 имеют следующие значения:

Из этих данных видно, что чем больше длина волны, тем большей должна быть высота атмосферного волновода для захвата этой волны. Однако инверсия температуры, при которой возникает

Таблица 6.2

$\lambda, \text{ см}$	1	3	10	100	10 м
$z_0, \text{ м}$	6	12	25	120	600

атмосферный волновод, на протяжении больших участков высот менее вероятно, чем на малых. Поэтому более вероятно появление атмосферных водноводов, захватывающих более короткие волны. Сравнительно часто возникают атмосферные волноводы на сантиметровых волнах и реже на дециметровых, совсем редко возникают атмосферные волноводы на метровых волнах. Следует отметить, что явление *оптического миража* есть не что иное, как свехрефракция на оптических волнах.

Между атмосферным и металлическим волноводами имеется и другое отличие, состоящее в том, что в первом энергия может просачиваться через его стенки, а во втором нет.

Отметим, что в изложенной здесь теории атмосферного волновода принималось $\theta_0 = 0$. Поэтому, для того чтобы реализовать волноводное распространение и уменьшить просачивание энергии через стенки волновода, луч необходимо направить под указанным углом $\theta_0 = 0$ или, во всяком случае, под углом θ_0 , не большим $0,5^\circ$; антенна при этом должна быть расположена внутри волновода.

Необходимая инверсия температуры для свехрефракции может иметь место не только в приземных слоях тропосферы, но и в слоях, расположенных на некоторой высоте (соответствующая кривая показана на рис. 6.13). Возможно одновременное существование *приземного* и *приподнятого* волноводов (рис. 6.14). При просачивании энергии через верхнюю «стенку» приземного волновода распространение радиоволн может происходить вдоль приподнятого волновода. Аэрологические измерения показывают, что приподнятые инверсионные слои могут находиться на высотах от 5 до 3000 м. Благодаря этому, кроме волноводного распространения электромагнитной энергии, внутри слоя может иметь место и отражение от слоя.

В самом деле, если луч из точки, находящейся на поверхности земли, выходит под достаточно малым углом возвышения и, следовательно, под достаточно большим углом падения на нижнюю границу слоя, то будет иметь место полное внутреннее отражение.

Отражение от инверсионных слоев наряду со свехрефракцией может являться одной из причин дальнего распространения радиоволн за пределами горизонта.

Явление сверхрефракции наблюдается в тех случаях, когда у поверхности земли воздух значительно более холодный и более влажный по сравнению с воздухом на больших высотах. Очевидно, что над сушей такие условия будут иметь место в хорошую ясную погоду в ночные и утренние часы. Действительно, ночью при ясном небе земля быстро остывает в результате излучения и температура воздуха у поверхности земли быстро па-

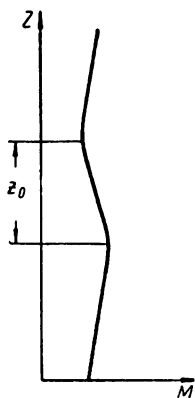


Рис. 6.13. М-кривая в случае приподнятого атмосферного волновода.

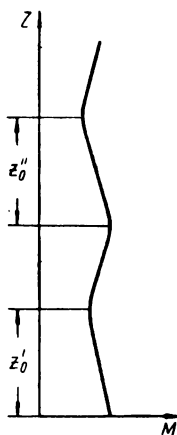


Рис. 6.14. М-кривая при одновременном существовании приземного и приподнятого атмосферных волноводов.

дает. В то же время температура более высоких слоев воздуха остается почти без изменений, так как остывание воздуха за счет теплопроводности происходит медленно. Таким образом, создается необходимая инверсия температуры для сверхрефракции.

В дневные и вечерние часы необходимая инверсия температуры отсутствует, так как с утра с восходом Солнца начинается нагрев суши и посредством конвекции происходит перемешивание воздуха, разрушающее инверсию. В результате в дневные и вечерние часы сверхрефракция даже в ясную погоду маловероятна.

Над морем в ясную погоду в течение целых суток воздух у поверхности моря оказывается более холодным по сравнению с воздухом высоко расположенных слоев.

Таким образом, над морем сверхрефракция представляет собой более частое явление, чем над сушей.

Над морем сверхрефракция наблюдается также тогда, когда с суши после полудня в направлении моря дуют теплые ветры. Тогда нижние слои воздуха к вечеру оказываются более увлажненными и охлажденными по сравнению с верхними слоями.

Вообще же сверхрефракция наблюдается в антициклональную погоду*. Тесная связь явления сверхрефракции с синоптической обстановкой позволяет по метеорологическим данным прогнозировать появление атмосферного волновода. При этом разумеется прогнозы оправдываются с точностью, не большей, чем прогнозы погоды.

В заключение настоящего параграфа приведем некоторые факты по сверхдальному радиолокационному обнаружению, обусловленному сверхрефракцией, и результаты экспериментальных исследований волноводного распространения радиоволн.

В 1944 г. в период февраль — май радиолокатор на волне 150 см, который находился на высоте 78 м над уровнем моря в Бомбее, обнаруживал цели, расположенные на аравийском и иранском побережьях на расстояниях до 2740 км. Отражения от этих целей удерживались часами, а в наиболее жаркое время и днями. Корабли обнаруживались на расстояниях до 1120 км.

После окончания второй мировой войны было специально предпринято экспериментальное изучение сверхрефракции в ряде географических районов.

В 1947 г. в районе восточного берега одного из островов Новой Зеландии в течение нескольких месяцев производились исследования атмосферных волноводов. В этом районе почти круглый год наблюдается северо-западный ветер, т. е. теплый ветер дует с суши на море. Благодаря этому создается благоприятная обстановка для формирования атмосферных волноводов. Для исследования применялись импульсные передатчики, установленные на самолете. Приемники помещались на берегу.

* **Антициклон** — область в атмосфере с повышенным давлением воздуха. Давление в антициклоне растет от периферии к центру. Ветры в антициклоне в северном полушарии дуют, обгибая его центр по часовой стрелке, а в южном — против часовой стрелки. Антициклон характеризуется ясной и сухой погодой.

Одновременно с полетом самолета по трассе производились метеорологические измерения в шести пунктах, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга. По этим измерениям определялись *M*-кривые, изображенные на рис. 6.15. Из этих кривых видно, что высота

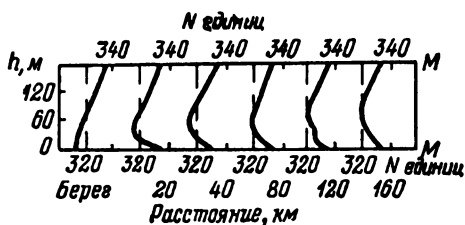


Рис. 6.15. Экспериментальные *M*-кривые вдоль морской трассы.

атмосферного волновода вдоль трассы увеличивалась по мере удаления от приемного пункта; наибольшая высота атмосферного волновода достигала 60 м. Самолет, летая вдоль трассы на постоянной высоте 25 м, все время находился внутри волновода. Два передатчика работали на волнах 300 и 10 см. Их сигналы улавливались приемниками, расположенными на высотах $h=10,3$ м и

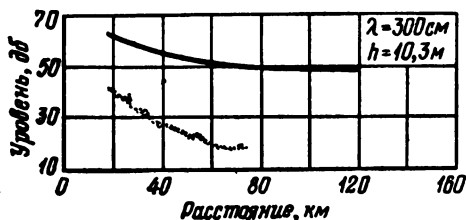


Рис. 6.16. Уровень сигнала на волне 300 см. Волноводное распространение отсутствует.

$h=7,5$ м соответственно. Сигналы, принимаемые на каждой волне, сравнивались с соответствующими фиксированными стандартными сигналами.

На рис. 6.16, 6.17 точками отмечены результаты экспериментальных измерений. Сплошными линиями отмечены уровни сигналов для свободного пространства. Из рис. 6.16, 6.17 видно, что поле на волне 300 см значи-

тельно меньше, чем поле в свободном пространстве, и весьма быстро убывает с расстоянием. Поле же на волне 10 см имеет такой же примерно уровень, как и для свободного пространства. Отсюда следует, что волна

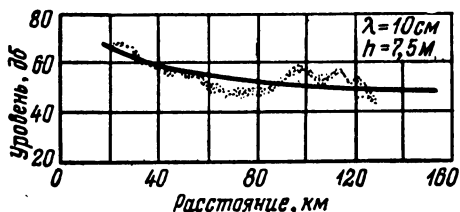


Рис. 6.17. Уровень сигнала на волне 10 см.
Волноводное распространение.

10 см была захвачена атмосферным волноводом, а волна 300 см не была захвачена волноводом. Из приведенной ранее табл. 6.2 видно, что высота атмосферного волновода в 60 м достаточна для захвата волны 10 см, но недостаточна для захвата волны 300 см.

§ 3. РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТРОПОСФЕРЫ

1. Понятие о турбулентном движении воздуха и пульсациях диэлектрической проницаемости тропосферы

Дальнее распространение радиоволн диапазона УКВ за пределами горизонта имеет место и при отсутствии метеорологических условий, благоприятствующих сверхрефракции.

Однако для того чтобы использовать возможности дальнего тропосферного распространения радиоволн, не обусловленного сверхрефракцией, и принимать систематически радиосигналы УКВ за пределами горизонта, необходимо применять остронаправленные антенны и приемники достаточно высокой чувствительности.

Основной причиной заметных уровней напряженности поля за пределами горизонта, значительно превышающих величину напряженности дифракционного поля, является рассеяние радиоволн неоднородностями атмосферы. Эти неоднородности непрерывно возникают в ре-

зультате постоянно существующего турбулентного движения воздуха.

Как известно, движения в жидкости (или газе) могут быть ламинарными или турбулентными. Ламинарное движение характеризуется своей упорядоченностью. Один слой жидкости движется относительно другого с определенной скоростью.

Турбулентное движение характеризуется наличием чрезвычайно нерегулярного изменения скорости. Скорость в каждой точке пространства все время пульсирует случайным образом около некоторого среднего значения, причем размах этих пульсаций не является малым по сравнению с величиной самой средней скорости.

О характере движения жидкости (или газа) можно судить по значению числа Рейнольдса. Числом Рейнольдса « Re » называют безразмерную величину, определяемую выражением

$$Re = \frac{\rho v_L L}{\eta}. \quad (6.67)$$

В этом выражении все величины относятся к некоторому достаточно большому объему движущейся жидкости с характерным размером его L , называемым масштабом,

v_L — скорость движения этого объема,

ρ — плотность, $\frac{кг}{м^3}$,

η — вязкость, $кг/сек \cdot м$.

Если число Re меньше некоторого его критического значения $Re_{кр}$, определяемого экспериментально, то движение объема ламинарно; если же это число больше $Re_{кр}$ — движение турбулентно. В силу малой вязкости η движение в газах преимущественно турбулентно.

Основные закономерности турбулентного движения стали известны благодаря работам А. Н. Колмогорова и А. М. Обухова. На основании этих работ картину возникновения и развития турбулентного движения представляют себе следующим образом. При увеличении скорости движения объема с масштабом L увеличивается число Рейнольдса Re . Пока это число меньше $Re_{кр}$, возникающие в отдельных частях этого объема флуктуации скорости быстро затухают. Но как только Re становится больше $Re_{кр}$, то возникающая случайным об-

разом флюктуация скорости в какой-либо части объема масштаба

$$l < L$$

уже не затухает, а растет, приобретая форму вихря, за счет энергии движения всего объема масштаба L . Когда число Рейнольдса, соответствующее этому вихре-
вому движению

$$\text{Re} = \frac{\rho v_l l}{\eta},$$

(где v_l — скорость вихря) становится больше $\text{Re}_{\text{кр}}$ движение вихря перестаёт быть устойчивым и возникает вихрь второго порядка масштаба

$$l' < l.$$

Скорость этого вихря растет за счет энергии движения вихря первого порядка, пока в свою очередь его движение не перестанет быть устойчивым.

Таким образом, по мере развития турбулентности последовательно возникают вихри все более мелкого масштаба. Дробление движения прекращается на том масштабе l_0 и скорости v_0 , при которых движение оказывается устойчивым, т. е. когда число Рейнольдса становится меньше его критического значения

$$\text{Re} = \frac{\rho v_0 l_0}{\eta} < \text{Re}_{\text{кр}}.$$

Таким образом, при наличии развитого турбулентного движения в объеме масштаба L имеется очень большое число вихревых движений, масштабы которых лежат в пределах

$$l_0 < l < L. \quad (6.68)$$

Величина L называется внешним масштабом, а l_0 — внутренним масштабом турбулентного движения. Согласно экспериментальным данным величина L имеет порядок нескольких десятков метров, а l_0 — нескольких миллиметров.

Связь между масштабом l и скоростью v_l турбулентного движения этого же масштаба можно установить на основании энергетических соображений.

По мере развития турбулентного движения энергия движения вихря более крупного масштаба почти полностью без потерь передается вихревому движению меньшего масштаба. Эта передача происходит вплоть до вихревого движения наименьшего масштаба l_0 , где эта энергия переходит в тепло.

Энергия вихревого движения масштаба l пропорциональна v_l^2 . Время, в течение которого происходит возникновение этого вихревого движения, очевидно, имеет порядок величины $\frac{l}{v_l}$. Следовательно, энергия вихревого движения, которая передается единице массы в единицу времени при возникновении вихря скорости v_l и масштаба l , пропорциональна величине

$$\frac{v_l^2}{l} = \frac{v_l^3}{l}.$$

Обозначая эту энергию через T , имеем

$$T \approx \frac{v_l^3}{l},$$

Откуда получаем

$$v_l \sim (Tl)^{\frac{1}{3}}, \quad (6.69)$$

где $T = \text{const}$.

Таким образом, скорость турбулентного движения масштаба l , удовлетворяющего условию (6.68), пропорциональна корню кубическому из величины этого масштаба. Этот закон был установлен А. И. Колмогоровым и А. М. Обуховым в 1941 г. Благодаря турбулентному движению различные элементы объема воздуха различного масштаба l переносятся из одной области пространства в другую почти без изменения температуры этих элементов и содержащегося в них количества водяного пара. В результате в каждой фиксированной точке пространства происходит флюктуация не только давления, но также температуры и влажности. А это соответственно приводит к пульсациям диэлектрической про-

нищаемости (и, следовательно, показателя преломления) тропосферы.

Порядок флюктуаций показателя преломления вследствие турбулентного движения воздуха

$$\Delta n \sim \Delta \varepsilon_r \sim 10^{-6}.$$

Наличие таких пульсаций означает, что в заданный фиксированный момент времени существуют области тропосферы, показатель преломления которых отличается от показателя преломления окружающих областей на величину $\Delta n \sim 10^{-6}$. Эти области называют неоднородностями. Размеры неоднородностей определяются масштабами вихрей турбулентного движения.

Наиболее просто изучить влияние пульсации диэлектрической проницаемости на распространение радиоволн, если рассматривать $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ как случайную функцию трех пространственных координат x, y, z и при этом использовать в качестве характеристики случайного процесса корреляционную функцию B , определяемую выражением

$$\begin{aligned} B &= B(x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2) = \\ &= \overline{[\varepsilon_r(x_1, y_1, z_1) - \overline{\varepsilon_r(x_1, y_1, z_1)}][\varepsilon_r(x_2, y_2, z_2) - \overline{\varepsilon_r(x_2, y_2, z_2)}]} = \\ &= \overline{\Delta \varepsilon_r(x_1, y_1, z_1) \cdot \Delta \varepsilon_r(x_2, y_2, z_2)}. \end{aligned} \quad (6.70)$$

Черта сверху означает среднее значение случайной величины. Причем по физическому смыслу усреднение должно производиться по неоднородностям всех масштабов l , удовлетворяющих условию (6.68) и проходящих в результате турбулентного движения через данную точку. Однако очевидно, что это среднее можно рассчитывать как среднее во времени.

2. Поток энергии рассеяния

Поставим задачу вычислить плотность потока энергии рассеяния $S_{\text{расс}}$. Для того чтобы лучше уяснить себе результаты последующих вычислений, представим наглядно картину рассеяния турбулентными неоднородностями падающей на них электромагнитной волны. Очевидно, что характер рассеяния радиоволн неоднородно-

стями зависит от отношения размера l неоднородности к длине волны λ .

Если $l \gg \lambda$, неоднородность должна действовать как линза, или, иначе говоря, как антенна с большим раскрытием.

В этом случае максимум излучения, направленный „вперед“, в направлении распространения первичной волны, весьма велик по сравнению с рассеянием в других направлениях. Диаграмма направленности для этого случая показана на рис. 6.18. Из теории антенн известно, что чем

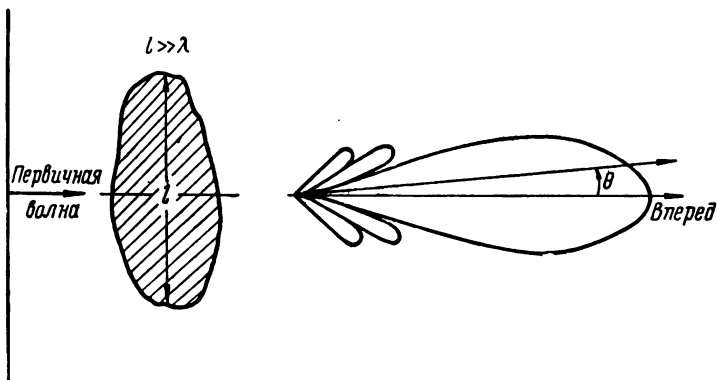


Рис. 6.18. Диаграмма направленности рассеянного излучения отдельной неоднородности.

больше отношение $\frac{l}{\lambda}$, тем уже главный лепесток, тем уже вся диаграмма излучения. Отсюда следует, что заметное рассеянное излучение в стороны, т. е. под значительными углами, за пределами горизонта (рис. 6.19) могут создать лишь те неоднородности, размеры которых не слишком велики по сравнению с длиной волны. Однако эти размеры не могут быть ни сравнимы с длиной волны, ни значительно меньше ее.

Если $l \approx \lambda$, то в силу слабой или почти полностью отсутствующей направленности рассеянного излучения оно за пределами горизонта будет пренебрежимо мало.

Если же $l \ll \lambda$, рассеяние происходит по закону Релея—пропорционально четвертой степени отношения $\frac{l}{\lambda}$, т. е.

рассеянное излучение и в этом случае должно быть пренебрежимо слабым.

Таким образом за пределами горизонта рассеянное излучение создается преимущественно неоднородностями

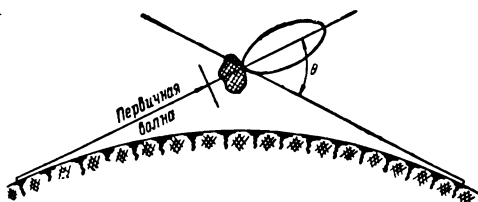


Рис. 6.19. Диаграмма направленности при наличии рассеянного излучения за пределами горизонта.

ми, размеры которых, вообще говоря, значительно больше длины волны, но не слишком велики.

Итак, пусть на элемент рассеивающего объема ΔV (рис. 6.20), диэлектрическая проницаемость которого отличается от диэлектрической проницаемости окружающей

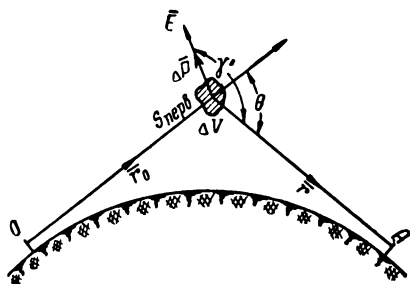


Рис. 6.20. Поляризация рассеивающего объема ΔV .

среды на величину $\Delta \epsilon_r$, падает сферическая электромагнитная волна с напряженностью поля $E = \frac{A}{r_0} e^{j(\omega t - kr_0)}$ (r_0 — расстояние от передатчика до элемента рассеивающего объема). Под воздействием этого поля объем стано-

вится поляризованным, т. е. приобретает момент согласно формуле (6.1), равный

$$\Delta P = \Delta \epsilon E \Delta V = \Delta \epsilon_r \epsilon_0 E \Delta V. \quad (6.71)$$

Этот элемент рассеивающего объема можно рассматривать как элементарный диполь и поэтому соответствующий вектор Герца на расстоянии r от этого объема согласно формуле (1.18) рассчитывается по формуле

$$\Delta \Pi = \frac{\Delta P}{4\pi\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{r} = \frac{\Delta \epsilon \Delta V A e^{j(\omega t - k(r_0+r))}}{4\pi\epsilon r_0 r}. \quad (6.72)$$

Следовательно, напряженность поля согласно (1.28) будет равна

$$\Delta E_{\text{расс}} \approx -k^2 \Delta \Pi \sin \gamma = -\frac{k^2}{4\pi} \frac{\Delta \epsilon \Delta V A e^{j(\omega t - k(r_0+r))}}{\epsilon r_0 r} \sin \gamma, \quad (6.73)$$

где γ — угол между направлением вектора напряженности поля E падающей волны и направлением r от элемента рассеивающего объема на приемник.

Соответственно напряженность магнитного рассеянного поля равна

$$\Delta H_{\text{расс}} = \frac{\Delta E_{\text{расс}}}{Z} = Y \Delta E_{\text{расс}}, \quad (6.74)$$

где

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{1}{Y}$$

— волновое сопротивление.

Напряженности рассеянного поля, создаваемого всеми элементарными рассеивающими объемами, равны

$$E_{\text{расс}} = -\frac{A}{4\pi} e^{j\omega t} k^2 \int_V \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \frac{e^{-jk(r_0+r)}}{r_0 r} \sin \gamma dV, \quad (6.75)$$

$$H_{\text{расс}} = -\frac{A}{4\pi} e^{j\omega t} k^2 Y \int_V \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \frac{e^{-jk(r_0+r)}}{r_0 r} \sin \gamma dV. \quad (6.76)$$

В последних равенствах предположено, что k^2 и Y являются постоянными, поскольку ϵ меняется весьма незначительно в пределах рассеивающего объема V . Можно считать, что величина $\Delta \epsilon$ во времени меняется достаточно

медленно, так что в течение периода $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ее можно рассматривать как постоянную.

При этих условиях вычислим плотность потока энергии рассеяния.

Если бы $\Delta\epsilon$ не зависело от времени, то средняя за период T плотность потока энергии равнялась бы

$$\mathbf{S}_{\text{расс}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ [\mathbf{E}_{\text{расс}} \mathbf{H}_{\text{расс}}^*] \} \quad (6.77)$$

и не зависела бы от времени.

Однако, поскольку $\Delta\epsilon$ является функцией времени, из сказанного выше следует, что выражение (6.77) также является функцией времени, и поэтому среднюю плотность потока энергии мы получим после усреднения этого выражения за промежуток времени, значительно превосходящий наибольший „период“ изменения случайной величины $\Delta\epsilon$, т. е.

$$\mathbf{S}_{\text{расс}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \overline{\{ [\mathbf{E}_{\text{расс}} \cdot \mathbf{H}_{\text{расс}}^*] \}}. \quad (6.77a)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} S_{\text{расс}} = & \frac{1}{2} Y A^2 \left(\frac{k^2}{4\pi} \right)^2 \times \\ & \overline{\operatorname{Re} \left\{ \int_V \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \frac{e^{-jk(r_0+r)}}{r_0 r} \sin \gamma dV \int_V \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \frac{e^{jk(r_0+r)}}{r_0 r} \sin \gamma dV \right\}}, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} S_{\text{расс}} = & \frac{1}{2} Y A^2 \left(\frac{k^2}{4\pi} \right)^2 \times \\ & \times \operatorname{Re} \left\{ \int_V dV'' \int_V \overline{\left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right)' \left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right)''} \frac{e^{-jk(r_0''-r_0'+r''-r')}}{r_0' r_0'' r' r''} \sin \gamma' \sin \gamma'' dV' \right\}. \end{aligned} \quad (6.78)$$

Один штрих и два штриха относятся соответственно к точкам объемов dV' и dV'' (рис. 6.21). Согласно (6.70)

$$\overline{\left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right)' \left(\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right)''} \approx \overline{\Delta\epsilon_r' \Delta\epsilon_r''} = B.$$

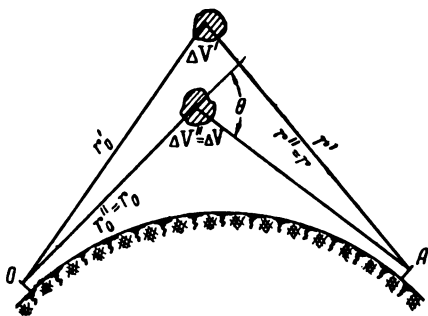


Рис. 6.21. К вычислению плотности потока энергии рассеяния.

Поэтому вместо (6.78) можно записать

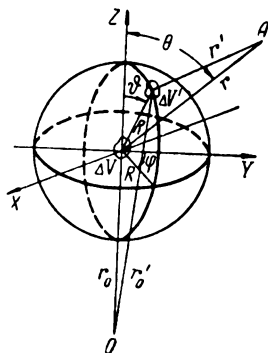
$$S_{\text{расс}} = \frac{1}{2} Y A^2 \left(\frac{k^2}{4\pi} \right)^2 \times \\ \times \operatorname{Re} \left\{ \int_V dV'' \int_V B \cdot \sin \gamma' \sin \gamma'' \frac{e^{-jk(r_0'' - r_0' + r'' - r')}}{r_0' r_0'' r' r''} dV' \right\}. \quad (6.79)$$

Сначала возьмем объемный интеграл по V , считая расстояния r_0'' и r'' фиксированными, равными r_0 и r (рис. 6.22).

На основании метода стационарной фазы заключаем, что существует наиболее важная область интегрирования, занимающая близлежащую окрестность точки, в которой

$$r_0'' - r_0' + r - r' = 0,$$

Рис. 6.22. К вычислению плотности потока энергии рассеяния.



и соответственно все медленно меняющиеся множители выносим за знак интеграла. Таким образом, полагая

$$\frac{1}{r'_0} = \frac{1}{r''_0} = \frac{1}{r_0}, \quad \frac{1}{r'} = \frac{1}{r''} = \frac{1}{r}, \quad \sin \gamma' = \sin \gamma'' = \sin \gamma,$$

имеем

$$\begin{aligned} \int_V dV'' \int_V B \frac{e^{-jk(r''_0 - r'_0 + r'' - r')}}{r'_0 r''_0 r' r''} \sin \gamma' \cdot \sin \gamma'' dV' = \\ = \int_V \frac{\sin^2 \gamma}{r_0^2 r^2} dV \int_V B e^{-jk(r_0 - r'_0 + r - r')} dV'. \end{aligned}$$

Для упрощения вычисления объемного интеграла

$$\int_V B e^{-jk(r_0 - r'_0 + r - r')} dV'$$

введем одновременно в рассмотрение сферическую систему координат R, ϑ, φ и прямоугольную X, Y, Z с началом в центре элементарного объема dV (рис. 6.22). Угол φ будем отсчитывать от плоскости, проходящей через центр элементарного объема dV и корреспондирующие точки O и A .

В этой плоскости угол между направлением от передатчика на рассеивающий объем dV и направлением от рассеивающего объема на точку A обозначим через ϑ . Согласно рис. 6.22 имеем $r_0 - r'_0 = -R \cos \vartheta$. По формуле сферической тригонометрии находим

$$\begin{aligned} r - r' &= R(\cos \theta \cos \vartheta + \sin \theta \sin \vartheta \cos \varphi), \\ r_0 - r'_0 + r - r' &= -R \cos \vartheta + R(\cos \theta \cos \vartheta + \\ &+ \sin \theta \sin \vartheta \cos \varphi) = -R(1 - \cos \theta) \cos \vartheta + \\ &+ R \sin \theta \sin \vartheta \cos \varphi = y \sin \theta - z(1 - \cos \theta). \end{aligned}$$

Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \int_V B e^{-jk(r_0 - r'_0 + r - r')} dV' = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y, z) e^{-jk[y \sin \theta - z(1 - \cos \theta)]} dx dy dz. \quad (6.80) \end{aligned}$$

Произведенное здесь расширение пределов интегрирования до бесконечности допустимо, так как корреляционная функция есть убывающая до нуля функция расстояния между коррелирующими точками.

В дальнейшем воспользуемся разложением функции в интеграл Фурье, распространенный на функции от трех переменных.

Представление функции $f(x_1, x_2, x_3)$ от трех переменных кратным интегралом Фурье имеет следующий вид:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) e^{j(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3)} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3, \quad (6.81)$$

где

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) e^{-j(\alpha_1 \xi_1 + \alpha_2 \xi_2 + \alpha_3 \xi_3)} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3, \quad (6.82)$$

и называется преобразованием Фурье или спектральной плотностью функции $f(x_1, x_2, x_3)$. Подставляя (6.82) в (6.81), имеем

$$f(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \times \\ \times e^{j[\alpha_1(x_1 - \xi_1) + \alpha_2(x_2 - \xi_2) + \alpha_3(x_3 - \xi_3)]} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3. \quad (6.83)$$

Произведя здесь интегрирование по переменным α_i , можно получить и другое представление

$$f(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^3 \lim_{|\alpha_i| \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \times \\ \times \frac{\sin |\alpha_1| (x_1 - \xi_1)}{x_1 - \xi_1} \cdot \frac{\sin |\alpha_2| (x_2 - \xi_2)}{x_2 - \xi_2} \cdot \frac{\sin |\alpha_3| (x_3 - \xi_3)}{x_3 - \xi_3} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3. \quad (6.84)$$

Используя представление (6.81), введем наряду с корр-

ляционной функцией B также ее преобразование Фурье $\Phi(u, v, t)$ и получим следующее равенство:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y, z) e^{-jk[y \sin \theta - z(1 - \cos \theta)]} dx dy dz = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(u, v, t) \times \\ \times e^{j\{ux + (v - k \sin \theta)y + [t - k(\cos \theta - 1)]z\}} dudvdt dx dy dz. \end{aligned}$$

Выполняя справа интегрирование по x, y, z , находим

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y, z) e^{-jk[y \sin \theta - z(1 - \cos \theta)]} dx dy dz = \\ = 2^3 \lim_{\substack{|x| \rightarrow \infty \\ |y| \rightarrow \infty \\ |z| \rightarrow \infty}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(u, v, t) \frac{\sin |x| u}{u} \cdot \frac{\sin |y| (v - k \sin \theta)}{v - k \sin \theta} \times \\ \times \frac{\sin |z| [t - k(\cos \theta - 1)]}{t - k(\cos \theta - 1)} dudvdt. \quad (6.85) \end{aligned}$$

Если левую и правую части (6.85) поделим на $(2\pi)^3$, а затем сравним полученное с (6.84), то убедимся, что левая часть равенства (6.85) есть не что иное, как

$$(2\pi)^3 \Phi[0, k \sin \theta, k(\cos \theta - 1)],$$

т. е.

$$u = 0, v = k \sin \theta, t = k(\cos \theta - 1). \quad (6.86)$$

Таким образом, находим

$$S_{\text{расc}} = \frac{1}{2} YA^2 \frac{k^4 \pi}{2} \int_V \frac{\sin^2 \gamma}{r_0^2 r^2} \Phi[0, k \sin \theta, k(\cos \theta - 1)] dV, \quad (6.87)$$

где Φ согласно (6.82) вычисляется по формуле

$$\Phi(u, v, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y, z) e^{-j(ux + vy + tz)} dx dy dz \quad (6.88)$$

Использование спектральной плотности Φ корреляционной функции B и выражение через нее плотности энергии рассеяния $S_{\text{расс}}$ позволяет, как увидим далее, выявить важные физические особенности рассеяния радиоволн турбулентными неоднородностями тропосферы.

3. Характеристика пульсаций диэлектрической проницаемости. Спектральная плотность корреляционной функции пульсаций

В первом приближении полагают, что корреляционная функция $B(x, y, z)$ для пульсаций диэлектрической проницаемости тропосферы зависит только от расстояния между коррелирующими элементами объема и не зависит ни от положения этих элементов, ни от направления линии их соединяющей, т. е. эти пульсации *статистически однородны и изотропны*

$$B(x, y, z) = B(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) = B(R). \quad (6.89)$$

При этих условиях аргументы функции $\Phi(u, v, t)$ удобно рассматривать, как составляющие некоторого вектора \mathbf{m}

$$u = m_x, \quad v = m_y, \quad t = m_z \quad (6.90)$$

и интегрирование в (6.88) производить не по прямоугольным, а по сферическим координатам (рис. 6.22). Тогда учитывая, что

$$m_x x + m_y y + m_z z = mR \cos \vartheta, \quad dx dy dz = R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dR,$$

вместо (6.88) имеем

$$\begin{aligned} & \Phi(m_x, m_y, m_z) = \\ & = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{R=0}^{\infty} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} B(R) e^{-jmR \cos \vartheta} R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dR = \Phi(m), \end{aligned}$$

т. е. спектральная плотность Φ зависит только от абсолютной величины вектора \mathbf{m} . Выполнив интегрирование по φ и ϑ , получим

$$\Phi(m) = \frac{1}{2\pi^2 m} \int_0^{\infty} B(R) R \sin mR dR. \quad (6.91)$$

Поскольку Φ зависит только от абсолютной величины вектора \mathbf{m} , мы можем при вычислениях по формуле (6.81) ввести в пространстве переменных m_x, m_y, m_z сферическую систему координат и получить аналогично формуле (6.91) следующее выражение для корреляционной функции:

$$B(R) = \frac{4\pi}{R} \int_0^{\infty} \Phi(m) m \sin mR dm. \quad (6.92)$$

Из этой формулы находим

$$2[B(0) - B(R)] = 8\pi \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\sin mR}{mR}\right) m^2 \Phi(m) dm. \quad (6.93)$$

Величина слева имеет определенный физический смысл

$$2[B(0) - B(R)] = 2[\overline{\Delta\epsilon_r^2} - \overline{\Delta\epsilon'_r \Delta\epsilon''_r}] = \overline{[\Delta\epsilon'_r - \Delta\epsilon''_r]^2}, \quad (6.94)$$

$$(\overline{\Delta\epsilon'_r{}^2} = \overline{\Delta\epsilon''_r{}^2} = \overline{\Delta\epsilon_r^2}),$$

т. е. это есть средний квадрат разности случайной функции $\Delta\epsilon_r$ для двух различных точек пространства. Эта величина называется структурной функцией и является характеристикой случайной функции аналогично корреляционной функции. Структурную функцию удобно применять вместо корреляционной функции в тех случаях, когда имеются затруднения в нахождении по экспериментальным данным среднего значения случайной функции. Такие затруднения всегда возникают, когда мы имеем дело со случайными процессами, при которых средние величины меняются со временем и неизвестно, какие изменения рассматривать, как изменения среднего, а какие считать медленными флюктуациями.

В формуле же (6.94), содержащей разность флюктуаций для двух точек, фигурирует разность средних значений и, если эти точки не слишком удалены друг от друга, среднее вообще исключается.

Структурная функция была введена А. Н. Колмогоровым в 1941 г.

Структурная функция для флюктуаций скорости турбулентного движения, если считать процесс статистически

однородным и изотропным, как можно заключить из (6.69), должна иметь такой вид

$$\overline{(v' - v'')^2} = A^2 R^{2/3}.$$

Структурная функция для пульсаций диэлектрической проницаемости, как показал А. М. Обухов, подчиняется тому же закону „двух третей“, т. е.

$$\overline{(\Delta \epsilon'_r - \Delta \epsilon''_r)^2} = C^2 R^{2/3}, \quad (6.95)$$

причем обе последние формулы справедливы при

$$l_0 \ll R \ll L.$$

Постоянные A^2 и C^2 определяются из эксперимента.

Таким образом, согласно (6.93)—(6.95) можем написать

$$C^2 R^{2/3} = 8\pi \int_0^\infty \left(1 - \frac{\sin mR}{mR}\right) m^2 \Phi(m) dm, \quad (6.96)$$

$$(l_0 \ll R \ll L). \quad (6.96a)$$

Пользуясь этим равенством путем подбора, найдем спектральную плотность $\Phi(m)$.

Для этого умножим обе части равенства (6.96) на R и продифференцируем их трижды по R , тогда получим

$$C^2 \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right) R^{-\frac{4}{3}} = 8\pi \int_0^\infty \cos mR \cdot m^4 \Phi(m) dm.$$

Сравнивая этот интеграл с табличным

$$\frac{\Gamma(\rho)}{R^\rho} \cos \frac{\rho\pi}{2} = \int_0^\infty m^{\rho-1} \cos mR dm,$$

где $\Gamma(\rho)$ — гамма функция, видим, что $\rho = \frac{4}{3}$ и

$$\Phi(m) = C^2 \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right) \frac{m^{-\frac{11}{3}}}{8\pi \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \cos \frac{2}{3}\pi}, \quad (6.97)$$

или

$$\Phi(m) = 0,033 C^2 m^{-\frac{11}{3}}. \quad (6.98)$$

Согласно (6.86) и (6.90)

$$m = \sqrt{u^2 + v^2 + t^2} = \sqrt{k^2 \sin^2 \theta + k^2 (1 - \cos \theta)^2} = 2k \sin \frac{\theta}{2} \quad (6.99)$$

Поэтому, окончательно, выражение для спектральной плотности таково [14]:

$$\Phi(m) = \Phi\left(2k \sin \frac{\theta}{2}\right) = 0,033 C^2 \left(2k \sin \frac{\theta}{2}\right)^{-\frac{11}{3}}. \quad (6.100)$$

Истолкование формулы (6.100) проще всего провести с помощью наглядной картины рассеяния радиоволн неоднородностями, приведенной в начале п. 2 этого параграфа. Но для этого нужно себе уяснить смысл переменной m .

Эта переменная в преобразовании Фурье функции, зависящей от пространственной координаты, играет такую же роль, как частота ω в преобразовании Фурье функции, зависящей от времени.

Поэтому аналогично равенству

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

где T — период времени, можем написать равенство

$$m = \frac{2\pi}{l},$$

где l — пространственный период.

Откуда, учитывая (6.99), получаем

$$\frac{2\pi}{l} = 2k \sin \frac{\theta}{2}$$

или

$$l = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}. \quad (6.101)$$

Важный физический вывод, содержащийся в равенстве (6.101), можно сформулировать следующим образом:

в создании поля рассеянного излучения в направлении угла θ из всего спектра неоднородностей участвуют лишь те, масштабы которых удовлетворяют условию (6.101).

Формула (6.100) и определяет спектральную плотность рассеянного излучения, соответствующую заданному углу θ . При этом необходимо иметь в виду, что в силу неравенства (6.96а) формула (6.100) справедлива лишь для углов θ , удовлетворяющих условию

$$\frac{2\pi}{l_0} \gg 2k \sin \frac{\theta}{2} \gg \frac{2\pi}{L}, \quad (6.102)$$

т. е. (6.100) неприменимо при $\theta=0$ и очень малых углах θ .

Для того чтобы найти рассеянное излучение при угле $\theta=0$ и близких к нему значениях, можно исходить из следующих соображений.

Очевидно, что наибольшее поле рассеяния в направлении угла $\theta=0$ из всего спектра неоднородностей создают неоднородности с наиболее крупным масштабом. В качестве масштаба таких неоднородностей можно принять внешний масштаб турбулентности L .

Поскольку в настоящее время законы, управляющие флуктуациями диэлектрической проницаемости в крупномасштабных неоднородностях, еще не изучены, корреляционную функцию

$$B = \overline{\Delta \epsilon'_r \Delta \epsilon''_r}$$

выбирают, исходя из весьма общих соображений.

Ее представляют в виде

$$B = B(R) = \overline{\Delta \epsilon_r^2} \cdot f\left(\frac{R}{L}\right),$$

где функция $f\left(\frac{R}{L}\right)$, определяющая коэффициент корреляции, берется произвольным образом, лишь бы она удовлетворяла необходимым условиям, вытекающим из самого смысла корреляционной функции — монотонно убывала от 1 при $R=0$ до 0 при $R=\infty$.

В получившейся распространение теории Букера и Гордона

$$B(R) = \overline{\Delta \epsilon_r^2} e^{-\frac{R}{L}}. \quad (6.103)$$

Подстановка этого выражения для B в (6.91) дает для спектральной плотности следующую формулу:

$$\Phi(m) = \Phi\left(2k \sin \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\overline{\Delta \epsilon_r^2} L^3}{\pi^2 \left[1 + \left(2kL \sin \frac{\theta}{2}\right)^2\right]^2}. \quad (6.104)$$

Это выражение (6.104) для спектральной плотности годится только для достаточно малых углов θ .

4. Коэффициент рассеяния

Таким образом, формулу (6.87) можно представить в виде

$$S_{\text{расс}} = \frac{1}{2} Y A^2 \frac{k^4 \pi}{2} \int_V \frac{\sin^2 \gamma}{r_0^2 r^2} \Phi\left(2k \sin \frac{\theta}{2}\right) dV. \quad (6.105)$$

На практике для характеристики рассеяния радиоволн неоднородностями атмосферы при дальнем тропосферном распространении часто пользуются величиной, называемой коэффициентом рассеяния.

Коэффициент рассеяния определяется следующим образом. Пусть $S_{\text{перв}}$ — плотность потока энергии первичной волны, падающей на элемент рассеивающего объема ΔV (рис. 6.20). Тогда мощность $\Delta P_{\text{расс}}$, созданная этим элементом объема в элементе телесного угла $\Delta \Omega$, будет пропорциональна произведению $S_{\text{перв}} \cdot \Delta V \cdot \Delta \Omega$, т. е.

$$\Delta P_{\text{расс}} = \sigma S_{\text{перв}} \cdot \Delta V \cdot \Delta \Omega.$$

Коэффициент пропорциональности σ , имеющий размерность $\frac{1}{\text{м}}$, называют коэффициентом рассеяния. Таким образом,

$$\sigma = \frac{\Delta P_{\text{расс}}}{S_{\text{перв}} \cdot \Delta V \Delta \Omega}, \quad (6.106)$$

т. е. коэффициент рассеяния есть рассеянная мощность, отнесенная к единице телесного угла в заданном направлении, к единице рассеивающего объема и к единице плотности потока энергии первичной волны, падающей на этот рассеивающий объем.

Отношение справа в формуле (6.106) можно представить еще и другим способом.

Если мощность $\Delta P_{\text{расс}}$ рассеивается в направлении \mathbf{r} , то на расстоянии r от рассеивающего элемента объема плотность потока энергии рассеяния будет равна

$$\Delta S_{\text{расс}} = \frac{\Delta P_{\text{расс}}}{r^2 \Delta \Omega}, \quad (6.107)$$

отсюда получаем

$$\sigma = \frac{\Delta S_{\text{расс}} r^2}{S_{\text{перв}} \Delta V}. \quad (6.108)$$

Из выражения (6.106), учитывая, что

$$\frac{1}{2} Y A^2 \frac{1}{r_0^2} = S_{\text{перв}},$$

находим

$$\sigma = \frac{k^4 \pi}{2} \sin^2 \gamma \Phi \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right). \quad (6.109)$$

Подставляя значение Φ из (6.100), имеем

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{k^4 \pi}{2} \sin^2 \gamma \cdot 0,033 C^2 \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right)^{-\frac{11}{3}} = \\ &= 7,5 \cdot 10^{-3} \sin^2 \gamma C^2 \frac{1}{\sqrt[3]{\lambda}} \left(\frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right)^{\frac{11}{3}}. \end{aligned} \quad (6.110)$$

Выражение, эквивалентное (6.110), впервые было получено К. А. Сильверменом в 1956 г.

Как видно из (6.110), коэффициент рассеяния тем меньше, чем больше угол рассеяния и тем больше, чем короче волна, хотя зависимость от длины волны выражена слабо. Подставляя Φ из (6.104) в (6.109), получаем формулу для коэффициента рассеяния Буккера и Гордона

$$\sigma = \overline{\Delta \varepsilon_r^2} \frac{\left(\frac{2\pi L}{\lambda} \right)^3 \sin^2 \gamma}{\lambda \left[1 + \left(\frac{4\pi L}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \right]^2}. \quad (6.111)$$

Итак, используя коэффициент рассеяния σ , плотность потока энергии, создаваемую элементом рассеивающего

объема ΔV на расстоянии r согласно (6.108), можно представить в виде

$$\Delta S_{\text{расс}} = \frac{\sigma S_{\text{перв}} \Delta V}{r^2}.$$

Полная плотность потока энергии рассеяния равна

$$S_{\text{расс}} = \int_V \frac{\sigma S_{\text{перв}} dV}{r^2}, \quad (6.112)$$

где V — эффективно рассеивающий объем.

Удобно сравнивать плотность потока энергии рассеяния с плотностью потока энергии $S_{\text{сп}}$, создаваемой в свободном пространстве тем же передающим устройством и в той же точке наблюдения A .

Согласно (6.112) имеем

$$\frac{S_{\text{расс}}}{S_{\text{сп}}} = \int_V \frac{\sigma S_{\text{перв}} dV}{S_{\text{сп}} r^2}.$$

Беря расстояние между излучателем и точкой наблюдения в свободном пространстве равным расстоянию R вдоль поверхности земли между этими пунктами, находим

$$\frac{S_{\text{перв}}}{S_{\text{сп}}} = \frac{R^2}{r_0^2}.$$

Поэтому

$$\frac{S_{\text{расс}}}{S_{\text{сп}}} = R^2 \int_V \frac{\sigma dV}{r_0^2 r^2}. \quad (6.113)$$

5. Некоторые особенности приема рассеянного излучения

Из выражения (6.110) для σ следует, что энергия, рассеиваемая каждым элементарным объемом dV , существенно зависит от угла рассеяния θ и она тем больше, чем меньше угол рассеяния. Отсюда следует, что объем V , по которому должно производиться интегрирование в (6.113), т. е. *эффективно рассеивающий объем* складывается из тех элементарных объемов, для которых углы рассеяния невелики. Очевидно, что, если оба корреспондирующих пункта O и A расположены на поверхности земли, то этот объем находится посередине между

пунктами, выше точки пересечения касательных к большому кругу земного шара, проведенных в точках O и A (рис. 6.23).

Таким образом, если корреспондирующие пункты подняты над поверхностью земли на небольшую высоту, то для наилучшего приема рассеянного излучения необ-

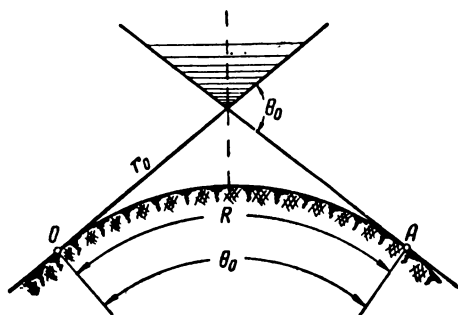


Рис. 6.23. К определению положения эффективного рассеивающего объема.

ходимо направить передающую и приемную антенны так, чтобы их главные лепестки, точнее нижние края главных лепестков, располагались по линиям горизонта, проведенным в отдельности для каждого из корреспондирующих пунктов. При этом эффективно рассеивающий объем будет расположен посередине между пунктами, в окрестности точки пересечения этих линий. Если размер эффективно рассеивающей области мал по сравнению с расстоянием R , то в (6.113) можно положить $r \approx r_0 \approx \frac{R}{2}$ и тогда

$$S_{\text{расс}} \approx S_{\text{сп}} \frac{16}{R^2} \int_V \sigma dV. \quad (6.114)$$

Здесь при определении эффективно рассеивающего объема приходится различать случай широких и случай узких главных лепестков диаграмм направленности антенн. В первом случае размеры эффективно рассеивающего объема определяются распределением коэффициента рассеяния σ по элементам рассеивающей области. Условно можно определить эти размеры таким образом, чтобы для элементарных объемов, расположенных

на границе эффективно рассеивающей области, значение σ было вдвое меньше максимального. Главные лепестки антенн следует считать широкими, если они полностью охватывают область V_{σ} , определяемую по половине σ (рис. 6.24,а).

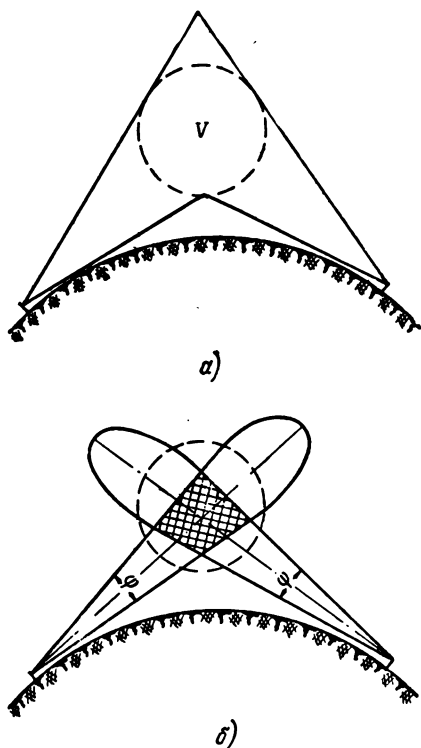


Рис. 6.24. К определению эффективного рассеивающего объема:

а — случай широкого главного лепестка, б — случай узкого главного лепестка.

В случае узких главных лепестков размеры эффективно рассеивающей области определяются не распределением коэффициента рассеяния, а шириной главных лепестков антенн. В этом случае эффективно рассеивающая область представляет собой общий объем обоих главных лепестков, который образуется их пересечением (рис. 6.24,б). Обозначим этот объем через V_y . Можно полагать, что оптималь-

ный прием будет тогда, когда антенны имеют такие главные лепестки и так направлены, что объемы V_σ и V_y совмещены.

Рассмотрим теперь особенности приема рассеянного излучения, определяемые размерами эффективного рассеивающего объема.

а) Потери усиления антенн. Так как плотность потока энергии $S_{\text{сп}}$ пропорциональна мощности излучения P и коэффициенту усиления передающей антенны G , т. е.

$$S_{\text{сп}} \sim PG,$$

а принимаемая мощность рассеянного излучения пропорциональна плотности потока энергии рассеяния $S_{\text{расс}}$ и эффективной площади приемной антенны

$$A_{\text{эфф}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{\text{пр}},$$

т. е.

$$P_{\text{расс}} \sim S_{\text{расс}} \cdot A_{\text{эфф}},$$

то согласно (6.114)

$$P_{\text{расс}} \sim PG^2 \int_V \sigma dV. \quad (6.115)$$

Для упрощения положено $G_{\text{пр}} = G$.

Согласно (6.115) можем написать для случая широких главных лепестков

$$P_{\text{расс}} \sim PG^2 V_\sigma \cdot \sigma_\sigma, \quad (6.116a)$$

а для случая узких главных лепестков

$$P_{\text{расс}} \sim PG^2 V_y \cdot \sigma_y, \quad (6.116б)$$

где σ_σ и σ_y — средние значения коэффициентов рассеяния для объемов V_σ и V_y .

Предположим, что линейные размеры антенн увеличатся в k раз. Тогда ширина диаграммы антенны ψ уменьшается в k раз, а коэффициент усиления G антенны увеличивается в соответствии с формулой

$$G \sim \frac{1}{\psi^2}$$

в k^2 раз.

При этом в случае (6.116а), поскольку V_0 и σ_0 не меняются, $P_{\text{расс}}$ увеличивается в k^4 раз, т. е. принимаемая мощность увеличивается при увеличении коэффициента усиления таким же образом, как и в свободном пространстве при отсутствии рассеяния.

В случае же (6.116б), поскольку

$$V_y \sim \psi^3,$$

происходит уменьшение объема в k^3 раз и, так как σ_y меняется незначительно, имеем

$$P_{\text{расс}} \sim PG_0^2 k^4 V_y \cdot \frac{1}{k^3} \sigma_y = PG_0^2 k V_y \sigma_y,$$

(G_0 — первоначальный коэффициент усиления), т. е. рассеиваемая мощность при увеличении линейных размеров антенн в k раз увеличивается только в k раз, а не в k^4 раз. Это уменьшение $P_{\text{расс}}$ при увеличении линейных размеров антенн воспринимается как „потеря усиления“ антенны. Если в свободном пространстве увеличение линейных размеров антенны в k раз приводит к увеличению коэффициента усиления в k^2 раз, то при приеме рассеянного излучения в случае 6.116б увеличение линейных размеров антенны в k раз приводит к увеличению коэффициента усиления антенны только в \sqrt{k} раз.

Уменьшение коэффициента усиления происходит одновременно как у передающей, так и у приемной антенны, поскольку об эффекте потери усиления можно судить лишь по величине $P_{\text{расс}}$, зависящей от произведения $G_{\text{перед}} \cdot G_{\text{прием}}$. Однако, если одна из антенн имеет достаточно широкий главный лепесток, то уменьшение $P_{\text{расс}}$ происходит за счет потери усиления антенны с узким главным лепестком.

б) Зависимость отношения $\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}}$ от длины волны. Из экспериментальных исследований без особых расчетов может быть легко определено отношение принимаемой мощности рассеяния $P_{\text{расс}}$ к принимаемой мощности $P_{\text{сп}}$ в свободном пространстве при тех же передающем и приемном устройствах и том же расстоянии между пунктами. Это обстоятельство позволяет экспериментальным

путем получить зависимость отношения $\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}}$ от длины волны.

Найдем, как должно изменяться это отношение с изменением длины волны на основании предыдущих соображений.

В случае широких главных лепестков согласно (6.116а) имеем

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}} = \sigma_{\sigma} V_{\sigma},$$

а в случае узких главных лепестков согласно (6.116б)

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}} = \sigma_y V_y.$$

В обоих случаях закон изменения коэффициента рассеяния в зависимости от длины волны согласно (6.110) один и тот же, а именно:

$$\sigma_{\sigma} \sim \sigma_y \sim \lambda^{-\frac{1}{3}},$$

так что в первом случае, поскольку V_{σ} не изменяется

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}} \sim \lambda^{-\frac{1}{3}},$$

а во втором случае, поскольку

$$V \sim \lambda^3,$$

имеем

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{сп}}} \sim \lambda^{-\frac{1}{3}} \cdot \lambda^3 = \lambda^{8/3}.$$

Таким образом, интересующее нас отношение в случае широких главных лепестков убывает с увеличением длины волны, а в случае узких главных лепестков убывает с укорочением длины волны.

в) Многолучевость. Так как рассеивающий объем имеет конечные размеры, то здесь сказывается так называемая многолучевость, обусловленная тем, что

пути лучей, проходящих через различные участки рассеивающего объема, различны по длине (рис. 6.24).



Рис. 6.25. Искажение формы импульса.

Это приводит к тому, что форма сигнала искажается, например, импульс расплывается (рис. 6.25). Этот эффект можно трактовать таким образом, как будто рассеивающий объем обладает определенной конечной полосой пропускания, что и создает искажение формы импульса. Ширина по-

лосы пропускания системы тропосферного рассеяния, как показывают ориентировочные расчеты, порядка нескольких мегагерц.

6. Результаты наблюдений дальнего тропосферного распространения радиоволн и сравнения их с данными теории рассеяния

Когда говорят о дальнем тропосферном распространении радиоволн, то имеют в виду значительные уровни напряженности поля в диапазонах сантиметровых, дециметровых и коротковолновой части метровых волн, наблюдаемые далеко за пределами горизонта, на расстояниях до 600—700 км, причем эти уровни на десятки децибел превосходят уровень напряженности дифракционного поля.

В настоящем пункте приведем некоторые основные результаты экспериментальных наблюдений по дальнему тропосферному распространению радиоволн и сравним эти результаты с данными теории рассеяния.

Дальний прием сигналов оказалось возможным осуществить благодаря применению передатчиков большой мощности и, самое главное, благодаря применению специальных остронаправленных передающих и приемных антенн.

Так, для дальнего приема сигналов сантиметрового диапазона волн во многих случаях применяются параболические антенны с диаметром параболоида более 20 м. Ширина диаграммы направленности такой антенны меньше 1°. Все это свидетельствует о том, что уровень напряженности поля при дальнем тропосферном распространении значительно ниже, чем при приеме сигналов

в свободном пространстве. Однако этот уровень значительно выше уровня напряженности дифракционного поля.

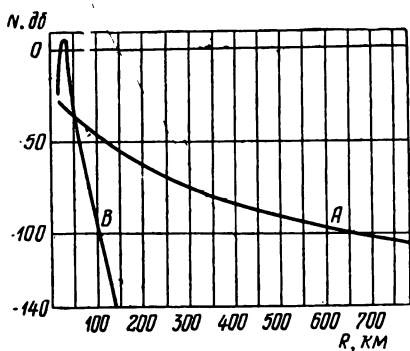


Рис. 6.26. Кривые уровня сигнала:
 А — при дальнем тропосферном распространении,
 В — при дифракции.

На рис. 6.26 нанесена экспериментальная кривая значений

$$N = 10 \lg \frac{S}{S_{\text{сп}}} \text{ дБ},$$

где S — экспериментальное среднее значение плотности потока энергии при дальнем тропосферном распространении для различных расстояний (кривая А). Величина $|N|$ указывает, на сколько децибел уровень принимаемого сигнала ниже уровня сигнала, создаваемого тем же передающим устройством на таком же расстоянии, но в свободном пространстве. Измерения производились на волне $\lambda = 10 \text{ см}$. На том же рисунке для сравнения приведена расчетная кривая для $N = 10 \lg \frac{S_{\text{диф}}}{S_{\text{сп}}}$, где $S_{\text{диф}}$ — плотность потока

энергии дифракционного поля при $a_s = \frac{4}{3} a$ (кривая В).

Для того чтобы выяснить роль дифракции в дальнем тропосферном распространении, была исследована зависимость среднего уровня сигнала от высоты поднятия антенн корреспондирующих пунктов. На рис. 6.27 приведены полученные Тролезом результаты измерения среднего уровня сигнала на волне $3,2 \text{ см}$ в зависимости

от высоты поднятия приемной антенны для двух различных высот поднятия передающей антенны 59 и 1,2 м; пунктирные линии соответствуют уровню дифракционного поля. Протяженность трассы равнялась 74 км.

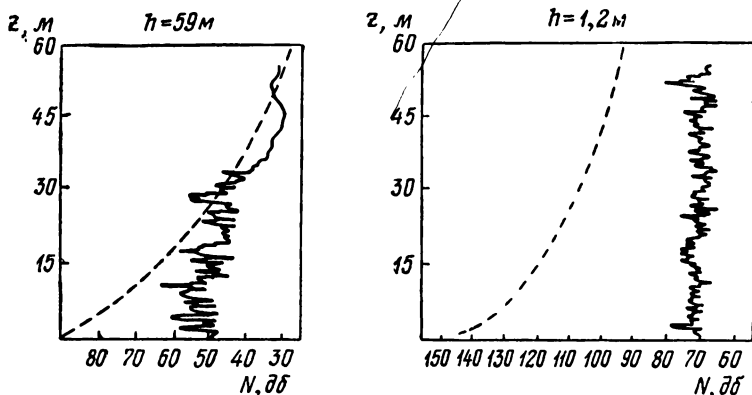


Рис. 6.27. Экспериментальные кривые уровня сигнала в зависимости от высоты поднятия приемной антенны при высотах поднятия передающей антенны $h = 59 \text{ м}$, $h = 1,2 \text{ м}$.

На основании этих графиков можно сделать вывод, что дальнейшее тропосферное распространение действительно не обусловлено дифракцией радиоволн.

Из кривой *A* на рис. 6.26 видно, что средняя плотность потока энергии S быстро убывает с расстоянием R . Нетрудно найти по данным этой кривой, что приближенно

$$S \sim \frac{1}{R^8}. \quad (6.117)$$

Для того чтобы сравнить этот экспериментальный закон убывания плотности потока энергии в зависимости от расстояния с результатами теории рассеяния радиоволн турбулентными неоднородностями, необходимо установить закон изменения интенсивности диэлектрической проницаемости с высотой характеризуемой величиной C^2 .

Для прямых измерений флуктуаций диэлектрической проницаемости сконструирован специальный прибор — самолетный рефрактомер. Однако результатов измерений этим прибором пока еще недостаточно, чтобы можно было сделать какие-либо выводы о зависимости C^2 от высоты.

Из результатов наблюдений мерцаний света установлено, что

$$C \sim 10^{-7} \frac{1}{\text{м}^{1/2}} \quad [14]. \quad (6.118)$$

Если подставить это значение C в формулы (6.114) и (6.110), то только при некоторых дальностях R получается тот же порядок величин потока энергии рассеянного излучения, который дает эксперимент. Это объясняется, по-видимому, тем, что (6.118) является результатом весьма грубой оценки величины C , а поэтому следует считать, что для сравнения теории с экспериментальным законом (6.117) данных о флюктуациях ди-

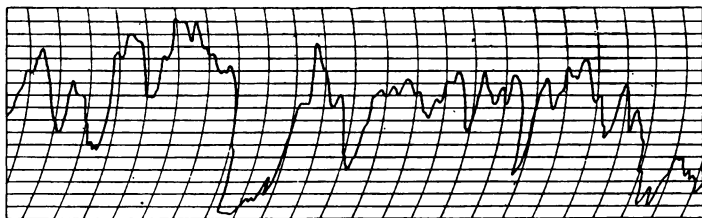


Рис. 6.28. Кривая сигнала на волне $\lambda = 150$ см и дальности 200 км.

электрической проницаемости, полученных путем прямых измерений, еще недостаточно.

При дальнем тропосферном распространении уровень сигнала уменьшается в метровом диапазоне волн с увеличением длины волны, а в сантиметровом — с укорочением волны. Это согласуется с теорией, приведенной в конце предыдущего пункта.

Прием сигнала при дальнем тропосферном распространении сопровождается кратковременными замираниями. Длительность этих замираний, которая порядка единиц и долей секунды, в сильной степени зависит от длины волны; причем чем короче волна, тем меньше длительность. Эта закономерность характерна для рассеяния радиоволн неоднородностями, хаотично перемещающимися друг относительно друга. На рис. 6.28 в качестве примера приведена кривая сигнала ($\lambda = 150$ см, $R = 200$ км) записанная в течение 5 мин.

В предыдущем пункте был проведен теоретический анализ, из которого следует, что при приеме рассеянного излучения должны наблюдаться потери усиления. Такой эффект действительно наблюдается. На рис. 6.29 приведен обобщенный график, составленный по многочисленным экспериментальным данным, показывающий, насколько медленнее растет коэффициент усиления антенны $G_{\text{расс}}$, соответствующий приему рассеянного излучения, по сравнению с ростом коэффициента усиления для свободного пространства.

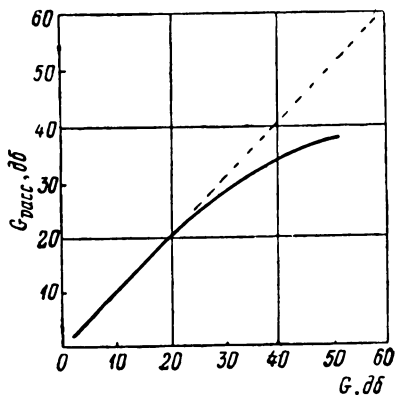


Рис. 6.29. Кривая потери усиления антенны.

По осям отложены значения коэффициента усиления в децибелах. Из рисунка видно, что потери усиления имеют место при применении антенны с коэффициентом усиления, большим 20 дБ.

Наблюдается изменение уровня сигнала в течение суток, а также с изменением сезона. На рис. 6.30 приведены полученные Ю. А. Тихомировым экспериментальные значения среднечасовых уровней сигнала, усредненные за каждый месяц на волне 10 см, при протяженностях трасс 200, 260, 360 км. По оси ординат отложены уровни сигнала в децибелах относительно 1 Вт.

На рис. 6.31 изображены кривые распределения среднечасовых уровней сигнала за летний и зимний месяцы. По оси абсцисс отложены уровни N в децибелах. По оси ординат — время наблюдения в процентах, в течение которого уровень сигнала превышал величину, отложенную по оси абсцисс. Из последних двух графиков видно, что средний уровень сигнала летом на 20÷30 дБ выше, чем зимой.

О связи дальнего тропосферного распространения с метеорологическими условиями можно до некоторой степени судить по корреляции среднего уровня сигнала со средним значением модуля приведенного показателя преломления по трассе на поверхности земли. На

рис. 6.32 приведены результаты сопоставления сигнала на волне 2,87 м с модулем приведенного показателя преломления. По оси абсцисс отложены месяцы наблюдения. По оси ординат — уровень сигнала в децибелах относительно 1 мкв/м и средние значения модуля приведенного показателя преломления на трассе протяженностью

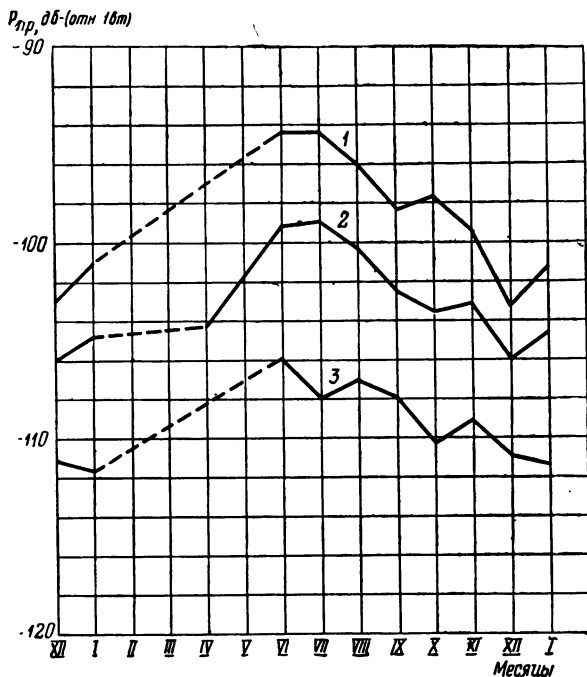


Рис. 6.30. Ход среднего уровня сигнала в течение года для трех дальностей: 1—200 км; 2—260 км; 3—360 км.

280 км. Сопоставление произведено для времен суток: 3 часа утра и 3 часа дня.

Из рисунков видно, что имеется отчетливая корреляция между уровнем сигнала и средним значением модуля показателя преломления. Коэффициент корреляции для 3 часов утра равен 0,82, а для 3 часов дня 0,68

Однако среднее значение модуля показателя преломления характеризует метеобстановку недостаточно. Между тем наблюдается связь и с другими факторами, определяющими метеобстановку. Поэтому вопрос о свя-

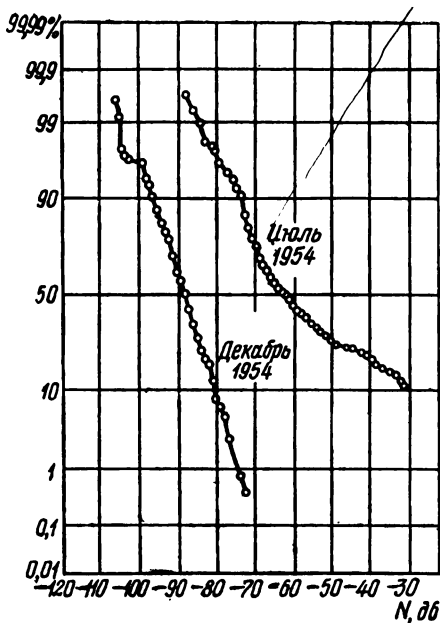


Рис. 6.31. Кривые распределения уровня сигнала.

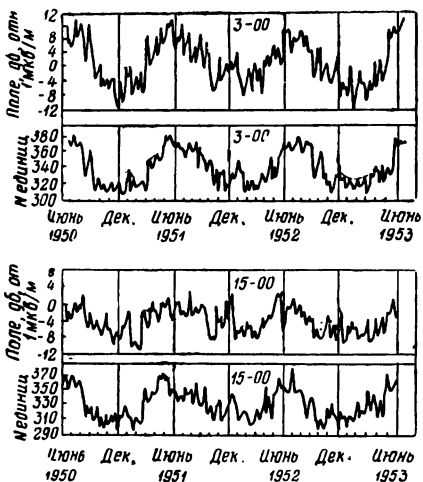


Рис. 6.32. Корреляция уровня сигнала с модулем приведенного показателя преломления на поверхности земли.

зи дальнего тропосферного распространения с метеорологическими условиями требует дальнейших экспериментальных исследований.

§ 4. ОСЛАБЛЕНИЕ РАДИОВОЛН. РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ГИДРОМЕТЕОРАМИ

1. Поглощение и рассеяние

В тропосфере имеет место ослабление радиоволн. Однако практическое значение это ослабление приобретает лишь в диапазоне сантиметровых и более коротких волн. Ослабление радиоволн в тропосфере обусловлено двумя причинами — поглощением радиоволн, т. е. превращением электромагнитной энергии в тепловую, и рассеянием радиоволн гидрометеорами.

Поглощение радиоволн происходит в газах тропосферы — в кислороде и водяном паре, а также в гидрометеорах, какими являются капли воды, частицы льда. Электромагнитные волны рассеиваются как молекулами воздуха, так и гидрометеорами. Интенсивность рассеяния существенно зависит от длины волны и размеров молекул, частиц; молекулы воздуха ничтожно мало рассеивают даже наиболее короткие радиоволны. Практически ощутимым является лишь рассеяние радиоволн гидрометеорами. Рассеяние частицей электромагнитной волны происходит в разные стороны, и это приводит к ослаблению первичной волны в направлении ее распространения.

Поглощение радиоволн газами тропосферы является избирательным, резонансным и обусловлено молекулярной квантово механической структурой этих газов. Количественные данные о поглощении радиоволн газами могут быть получены при помощи формул квантовой механики.

Поглощение и рассеяние радиоволн гидрометеорами не является избирательным. Количественные данные здесь могут быть получены в результате решения электродинамической задачи о дифракции радиоволн на отдельной частице, имеющей, например, форму шара.

Получаемые таким образом количественные данные о поглощении радиоволн газами тропосферы, а также о поглощении и рассеянии радиоволн гидрометеорами вполне согласуются с результатами измерений.

2. Дисперсия и поглощение радиоволн в газах тропосферы

Как известно, дисперсией называется явление зависимости диэлектрической проницаемости от частоты. Дисперсия и поглощение электромагнитных волн веществом — взаимозависимые явления. Дисперсия и связанное с ней поглощение наблюдается при достаточно высоких частотах.

При быстропеременных полях поляризация вещества «не успевает» следовать за изменениями электромагнитного поля. Значения вектора электрической индукции \mathbf{D} в некоторый момент времени не определяется значением вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} в тот же момент времени, а зависит, вообще говоря, от значения $\mathbf{E}(t)$ в предыдущие моменты времени. Это означает, что при гармоническом изменении поля во времени между векторами \mathbf{D} и \mathbf{E} появляется сдвиг по фазе. Это приводит к тому, что в быстропеременных полях при частотах, сравнимых с собственными частотами тех молекулярных колебаний, с которыми связано возникновение электрической поляризации вещества, диэлектрическая проницаемость становится комплексной величиной, зависящей от частоты:

$$\epsilon_r'(\omega) = \epsilon_r(\omega) - j\epsilon_r''(\omega). \quad (6.119)$$

В силу наличия отмеченного процесса установления электрической поляризации, как можно показать на основе теории функций комплексного переменного, между вещественной и мнимой частями диэлектрической проницаемости существует определенная аналитическая связь. Эта связь такова, что едва заметное изменение показателя преломления приводит к значительному с точки зрения практики распространения радиоволн поглощению.

О порядках величин изменения показателя преломления и связанного с ним поглощения можно судить, исходя из следующих наводящих соображений. Допустим, что при изменении частоты от 0 до ω вещественная часть диэлектрической проницаемости изменилась на $\Delta\epsilon_r'$, а мнимая, имевшая при $\omega = 0$ нулевое значение, — на $\Delta\epsilon_r''$. Тогда из формулы

$$\sqrt{\epsilon_r'(\omega)} = \sqrt{\epsilon_r(\omega) - j\epsilon_r''(\omega)} = n - j\chi,$$

где n — вещественная, а χ — мнимая части комплексного показателя преломления, считая

$$\Delta\epsilon_r \text{ и } \Delta\epsilon_r'' \ll \epsilon_r(0),$$

имеем

$$\sqrt{\epsilon_r'(\omega)} = \sqrt{\epsilon_r(0)} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta\epsilon_r}{\epsilon_r(0)} - j \frac{\Delta\epsilon_r''}{2\epsilon_r(0)} \right) = n + \Delta n - j\chi,$$

откуда

$$\Delta n = \frac{1}{2} \frac{\Delta\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_r(0)}}, \quad \chi = \frac{1}{2} \frac{\Delta\epsilon_r''}{\sqrt{\epsilon_r(0)}}.$$

В тропосфере $\epsilon_r(0) \approx 1$, так что здесь

$$\Delta n = \frac{1}{2} \Delta\epsilon_r, \quad \chi = \frac{1}{2} \Delta\epsilon_r''$$

и коэффициент ослабления, выраженный в децибелах на километр, равен

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \chi \cdot 20 \cdot 10^3 \lg e = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta\epsilon_r'' \cdot 10^4 \cdot 0,434.$$

Предположим, что $\Delta\epsilon_r''$ имеет такой же порядок величины, что и $\Delta\epsilon_r$ или Δn , и пусть

$$\Delta\epsilon_r \approx 10^{-6},$$

тогда, например, при $\lambda = 3$ см получаем

$$\gamma = 0,9 \frac{\text{дб}}{\text{км}},$$

т. е. при незначительном, связанном с дисперсией, изменении показателя преломления наблюдалось бы очень большое ослабление радиоволн. Однако для волн $\lambda > 2$ см это не имеет места. Поэтому можно сделать вывод: поскольку для длин волн, $\lambda > 2$ см, нет практически ощутимого поглощения, то и не должно быть сколько-нибудь заметного изменения показателя преломления с частотой, т. е. дисперсией радиоволн здесь можно пренебречь.

Поглощение радиоволн в тропосфере начинает сказываться на волнах, $\lambda < 2$ см, хотя на больших расстояниях, в несколько сот километров, оно становится заметным на волне 3 см и даже на волне 10 см.

Поглощение в газах тропосферы, как уже было сказано, является резонансным. Кривая резонансного поглощения и кривая изменения вещественной части диэлектрической проницаемости в окрестности резонансной частоты изображены на рис. 6.33.

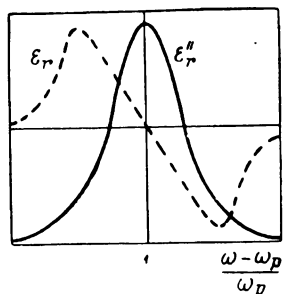


Рис. 6.33. Кривые вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости в окрестности резонансной частоты.

Резонансные линии всех газов тропосферы, за исключением кислорода и водяного пара, расположены вне диапазонов радиоволн. Поэтому поглощение радиоволн имеет место только в кислороде и водяном паре. Рассеянием радиоволн молекулами газов можно пренебречь.

В табл. 6.3 приведены результаты расчетов поглощения радиоволн в кислороде для различных длин волн. Коэффициент ослабления $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \chi$ дан в децибелах/километр.

Соответствующая кривая приведена на рис. 6.34. Расчеты произведены для давления воздуха 760 мм рт. ст. и температуры 20° С. Из этих данных видно, что имеются две резонансные линии — на волне $\lambda = 0,5$ см (коэффициент ослабления 14 дБ/км) и на волне $\lambda = 0,25$ см (коэффициент ослабления равен 3,5 дБ/км). Первый резонанс при $\lambda = 0,5$ см хорошо исследован, второй — экспериментально менее исследован. Зависимости поглощения от температуры и давления в практически возможных пределах их изменения в тропосфере

Таблица 6.3
Поглощение радиоволн различной длины в кислороде

$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$	$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$	$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$
100	0,0014	1,000	0,014	0,465	5,00
30	0,0050	0,667	0,077	0,435	0,51
10	0,0066	0,588	0,320	0,400	0,12
3	0,0072	0,556	1,990	0,250	3,50
1,5	0,0089	0,500	14,000	0,200	0,03

слабо выражены и ими можно пренебречь. Таким образом, для учета поглощения в кислороде в практических случаях можно пользоваться данными табл. 6.3 или кривой рис. 6.34.

В табл. 6.4 приведены результаты расчета поглощения радиоволн в парах воды для различных длин волн при удельной влажности $q = 1 \frac{г}{м^3}$ воздуха и температуре воздуха $20^{\circ}С$.

На рис. 6.34 приведена соответствующая кривая поглощения в водяном паре в зависимости от длины волны при удельной влажности $q = 7,5 \frac{г}{м^3}$. Для умеренного климата эта влажность является средней.

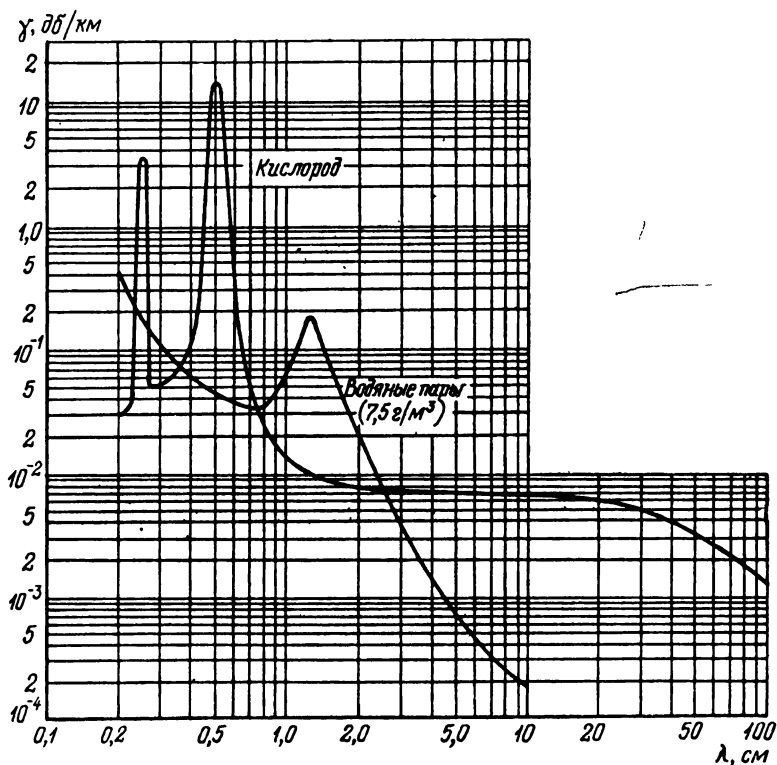


Рис. 6.34. Кривые коэффициента ослабления в воздухе.

Т а б л и ц а 6.4
Поглощение радиоволн различной длины
в парах воды

$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$	$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$	$\lambda, \text{ см}$	$\gamma, \frac{\text{дБ}}{\text{км}}$
10	0,000025	1,43	0,015	1,00	0,0059
3	0,000390	1,35	0,020	0,667	0,0041
2	0,001600	1,25	0,018	0,5	0,0058
1,5	0,011000	1,11	0,009	0,3	0,0140

Из данных табл. 6.4 и рис. 6.34 следует, что резонансное поглощение в парах воды имеет место при длине волны $\lambda = 1,35 \text{ см}$. Зависимость поглощения от удельной влажности линейная; чем больше удельная влажность, тем больше поглощение. Зависимостью поглощения в водяном паре от температуры в практически возможных пределах ее изменения в тропосфере можно пренебречь.

Итак, в практических случаях для учета поглощения в водяном паре можно пользоваться приведенными здесь данными.

Поглощение радиоволн газами тропосферы состоит из суммы парциальных поглощений в каждом из газов — кислороде и парах воды.

Поглощение радиоволн газами тропосферы на длинах волн короче 1 мм настолько велико, что последние могут быть использованы для радиопередачи лишь на весьма короткие расстояния.

Однако по мере укорочения длины волны с переходом к оптическим волнам атмосфера становится снова «прозрачной». Это связано с тем, что в диапазоне оптических волн здесь нет резонансных линий; линии поглощения, обусловленные молекулярными уровнями энергии, расположены в диапазоне миллиметровых волн, линии поглощения, обусловленные атомарными уровнями энергии, лежат в диапазонах волн короче оптических.

3. Поглощение и рассеяние радиоволн в гидрометеорах

При теоретическом исследовании поглощения и рассеяния радиоволн частицами считают, что эти частицы имеют форму шара. Задача о дифракции плоской электромагнитной волны на шаре решена была Ми еще

в 1908 г. Действие шара в данном случае состоит в том, что часть энергии падающей волны поглощается, превращаясь в джоулево тепло, а часть рассеивается в окружающем пространстве, так как шар становится вторичным излучателем.

Для характеристики шара как поглотителя электромагнитной энергии и вторичного излучателя вводят в рассмотрение эффективную площадь поглощения

$$\sigma_n = \frac{P_n}{S} \quad (6.120)$$

и эффективную площадь рассеяния

$$\sigma_p = \frac{P_p}{S}; \quad (6.121)$$

где P_n и P_p — мощности, которые поглощает и рассеивает шар,

S — плотность потока энергии падающей волны в месте расположения шара.

Ослабление радиоволн, как уже было указано, определяется поглощением и рассеянием. Поэтому суммарная эффективная площадь шара, определяющая ослабление, равна

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p. \quad (6.122)$$

В практически важном случае, когда радиус шара a значительно меньше длины волны или, точнее, когда

$$\frac{2\pi a}{\lambda} \ll 1 \quad (6.123)$$

при отсутствии поглощения ($\epsilon_r'' = 0$)

$$\sigma = (2\pi)^5 \cdot \frac{4}{3} \frac{a^6}{\lambda^4} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right)^2, \quad (6.124)$$

т. е. эффективная площадь рассеяния обратно пропорциональна четвертой степени длины волны (закон Релея). Интересно отметить, что формула Релея объясняет, почему цвет неба голубой. В самом деле, в атмосфере всегда существуют флюктуации плотности воздуха, которые действуют как рассеивающие частицы,

причем размеры этих частиц значительно меньше длины световой волны. Поэтому применима формула (6.124). Отсюда следует, что наиболее эффективно рассеиваются

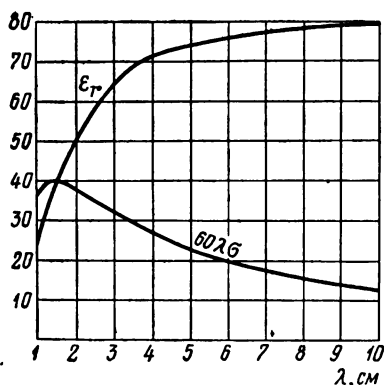


Рис. 6.35. Кривые вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости для воды в сантиметровом диапазоне волн (T=20° C).

наиболее короткие волны спектра видимого света, соответствующие голубому и фиолетовому цвету.

Для воды, однако, $\epsilon_r'' \neq 0$, и в диапазоне сантиметровых волн, как видно из кривых на рис. 6.35, того же порядка, что и ($\epsilon_r'' = 60\lambda\sigma$). Ввиду этого при условии (6.123)

$$\sigma = \frac{4\pi^2}{\lambda} C a^3, \quad (6.125)$$

где

$$C = \frac{6\epsilon_r''}{(\epsilon_r' + 2)^2 + \epsilon_r''^2}. \quad (6.125a)$$

Поскольку зависимость C от длины волны выражена не резко, то приближенно можно считать, что эффективная площадь шара в этом случае обратно пропорциональна длине волны.

Неравенство (6.123) в диапазонах сантиметровых и более длинных волн соблюдается для капель тумана и облаков с радиусом

$$a < 0,01 \text{ см.}$$

Для капель дождя это неравенство не соблюдается в диапазоне сантиметровых волн, и поэтому расчеты не-

обходимо производить по более точным формулам. Результаты вычислений для этого случая будут приведены ниже.

При расчетах следует иметь в виду, что комплексная диэлектрическая проницаемость воды и соответственно показатель преломления n и коэффициент поглощения χ зависят от температуры.

В табл. 6.5 приведены значения n и χ при разных температурах для нескольких длин волн сантиметрового диапазона.

Таблица 6.5

Значения показателя преломления и коэффициента поглощения при различных температурах для различных длин волн

T °C	$\lambda=1,24 \text{ см}$		$\lambda=1,27 \text{ см}$		$\lambda=1,58 \text{ см}$		$\lambda=3,21 \text{ см}$		$\lambda=10 \text{ см}$	
	n	χ	n	χ	n	χ	n	χ	n	χ
0	4,68	2,73	4,94	2,86	5,24	2,90	7,28	2,86	9,03	1,37
10	5,74	2,92	5,55	2,91	6,36	2,91	8,03	2,33	8,89	0,99
20	6,53	2,77	6,25	2,86	7,13	2,61	8,33	1,72	8,83	0,74
30	7,10	2,48	6,75	2,67	7,99	2,21	8,39	1,39	8,78	0,56
40	7,47	2,11	7,00	2,40	7,81	1,80	8,39	1,02	8,53	0,44

Показатели преломления и коэффициенты поглощения для льда и для воды по величине значительно отличаются друг от друга. При этом показатель преломления для льда не зависит от температуры, как это следует из табл. 6.6.

Таблица 6.6

Значения показателя преломления и коэффициента поглощения при различных температурах для льда

T °C	0	-10	-30	-50
n	1,75	1,75	1,75	1,75
χ	$15 \cdot 10^{-4}$	$285 \cdot 10^{-6}$	$145 \cdot 10^{-6}$	$11 \cdot 10^{-5}$

Пользуясь приведенными данными, можно рассчитать поглощение, рассеяние, а следовательно, и ослабление радиоволн в атмосферных образованиях — дожде, граде, снеге, тумане, облаках и т. д. Эти образования

можно рассматривать как совокупность электрически не взаимодействующих частиц, гидрометеоров, т. е. как частиц, поглощающих и рассеивающих радиоволны некогерентно. При этом условии расчет производится следующим образом. Если в единице объема имеется N частиц, то на пути dr распространения радиоволн уменьшение плотности потока энергии волны S , обусловленное поглощением и рассеянием, равно

$$dS_n + dS_p,$$

где

$$dS_n = -N\sigma_n dr \cdot S, \quad (6.126)$$

$$dS_p = -N\sigma_p dr \cdot S. \quad (6.127)$$

Если концентрация частиц на пути r распространения радиоволн постоянна, то в результате интегрирования получим

$$\ln \frac{S_n}{S_0} = -N\sigma_n r,$$

$$\ln \frac{S_p}{S_0} = -N\sigma_p r,$$

где S_0 — плотность потока энергии первичной волны в начале пути;

S_n и S_p — плотности потоков энергии волны в конце пути, после того как произошли поглощение и рассеяние. Причем предполагается, что оба эти эффекта независимы. Выражая последние отношения в $дб/км$, получаем следующие формулы для коэффициентов ослабления γ_n и γ_p , обусловленных поглощением и рассеянием.

$$\gamma_n = 10 \lg \frac{S_0}{S_n} = 4,343 \ln \frac{S_0}{S_n} = 4,343 \cdot 10^3 N\sigma_n \frac{\partial b}{км}, \quad (6.128)$$

$$\gamma_p = 4,343 \cdot 10^3 N\sigma_p \frac{\partial b}{км}. \quad (6.129)$$

Полное ослабление в децибелах на километр

$$\gamma = \gamma_n + \gamma_p = 4,343 \cdot 10^3 N\sigma \frac{\partial b}{км}, \quad (6.130)$$

где

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p.$$

На рис. 6.36 приведены результаты вычислений значений коэффициента ослабления γ , выполненных по точным формулам для капель сферической формы различного диаметра и для различных длин волн при $N=1 \text{ м}^{-3}$ и температуре $T=18^\circ \text{С}$.

Для применения приведенных здесь результатов вычислений при расчете ослабления в конкретном атмосферном образовании необходимо знать распределение гидрометеоров в этом атмосферном образовании по их размерам. Если оно известно, т. е. если известно число N_i гидрометеоров, имеющих эффективное сечение σ_i для каждого i -го сорта частиц, то коэффициент ослабления рассчитывают по формуле

$$\gamma = 4,343 \cdot 10^3 \sum N_i \sigma_i \frac{\delta b}{\text{км}}. \quad (6.31)$$

Распределение N_i определяется экспериментальным путем для каждого вида атмосферного образования.

Ослабление в дожде. При вычислении ослабления в дожде доступным для измерения параметром является интенсивность дождя ρ , равная количеству осадков в миллиметрах, выпадающему в течение часа. Интенсивность дождя не является однозначной функцией размеров капель, т. е. в дожде заданной интенсивности одновременно присутствуют капли различных размеров. Результаты вычисления ослабления в дожде различной интенсивности, полученные по предыдущим данным (рис. 6.36) с учетом экспериментально определенного распределения капель по их размерам, приведены на рис. 6.37 и 6.38.

Входные данные при выполнении вычислений взяты для температуры $T=18^\circ \text{С}$.

Для получения данных об ослаблении радиоволн

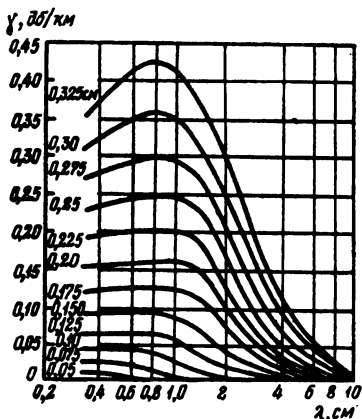


Рис. 6.36. Кривые коэффициента ослабления в сантиметровом диапазоне волн для капель воды различного диаметра.

в дожде при других температурах следует пользоваться табл. 6.7 поправочных коэффициентов относительно значений коэффициента ослабления, приведенных на рис. 6.37 и 6.38.

Таблица 6.7

**Поправочные коэффициенты для расчета ослабления
в дожде при различных температурах**

$P, \frac{мм}{час}$	$\lambda, см$	T° C				
		0	10	18	30	40
0,25	0,5	0,85	0,95	1,00	1,02	0,99
	1,25	0,95	1,00	1,00	0,90	0,81
	3,2	1,21	1,10	1,00	0,79	0,55
	10	2,01	1,40	1,00	0,70	0,59
2,5	0,5	0,87	0,95	1,00	1,03	1,01
	1,25	0,85	0,99	1,00	0,92	0,80
	3,2	0,82	1,01	1,00	0,82	0,64
	10	2,02	1,40	1,00	0,70	1,59
12,5	0,5	0,90	0,96	1,00	1,02	1,00
	1,25	0,83	0,96	1,00	0,93	0,81
	3,2	0,64	0,88	1,00	0,90	0,70
	10	2,03	1,40	1,00	0,70	0,59
50	0,5	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00
	1,25	0,84	0,95	1,00	0,95	0,83
	3,2	0,62	0,87	1,00	1,99	0,81
	10	2,01	1,40	1,00	0,70	0,58
150	0,5	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00
	1,25	0,86	0,96	1,00	0,97	0,87
	3,2	0,66	0,88	1,00	1,03	0,84
	10	2,00	1,40	1,00	0,70	0,58

Расчетные данные об ослаблении радиоволн в дожде удовлетворительно совпадают с результатами экспериментальных измерений. При этом, однако, следует иметь в виду, что из-за неравномерности пространственного распределения интенсивности дождя в каждом случае экспериментальных измерений нельзя ожидать точного совпадения результатов этих измерений с расчетными данными.

Ослабление в граде. Ослабление в граде составляет лишь несколько процентов ослабления в дожде той же интенсивности, поэтому если интенсивность не

чрезмерно велика, то ослаблением в граде можно пренебречь.

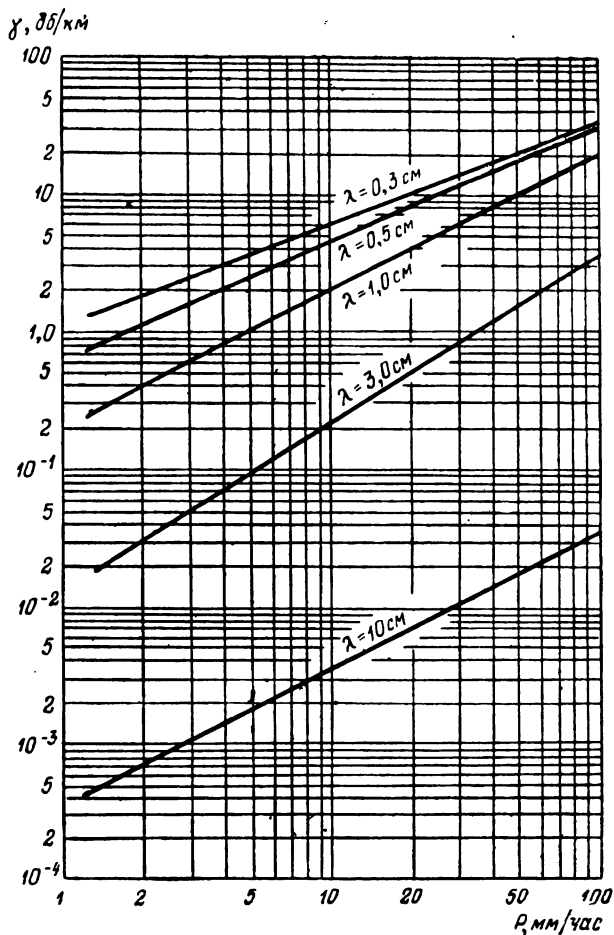


Рис. 6.37. Коэффициент ослабления в зависимости от интенсивности дождя для различных длин волн.

Ослабление в снеге. Ослабление в снеге весьма мало, если снег сухой; если снег мокрый, то ослабление такое же, как и в дожде той же интенсивности.

Ослабление в тумане и облаках. Вычисление σ здесь можно производить по формуле (6.125).

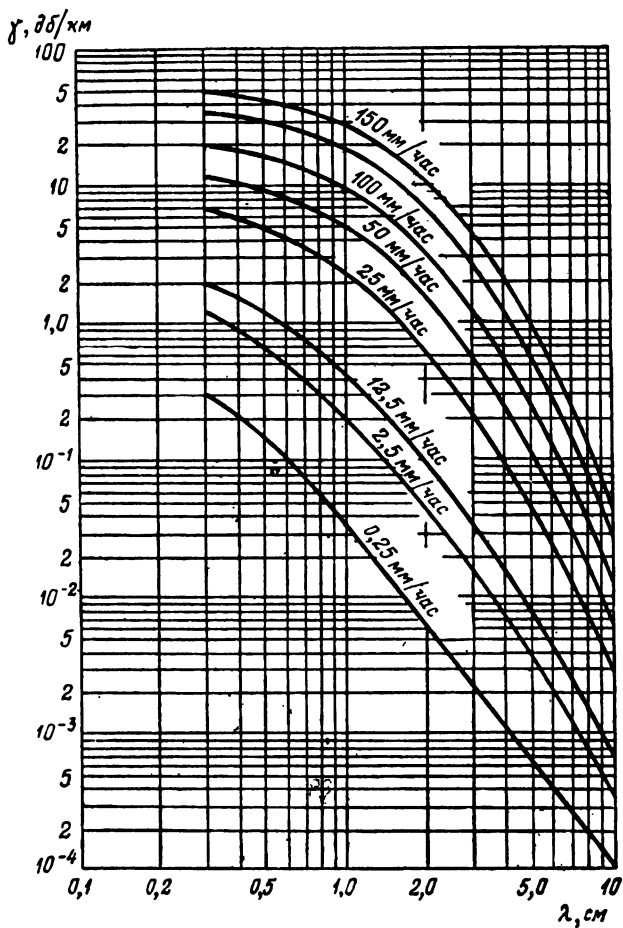


Рис. 6.38. Коэффициент ослабления в сантиметровом диапазоне волн для дождя различной интенсивности.

Результаты расчетов зависимости коэффициента ослабления γ в тумане и облаке для случая концентрации 1 г воды в 1 м³ для интервала температур 0÷18° С приведены на рис. 6.39. Ослабление прямо пропорционально

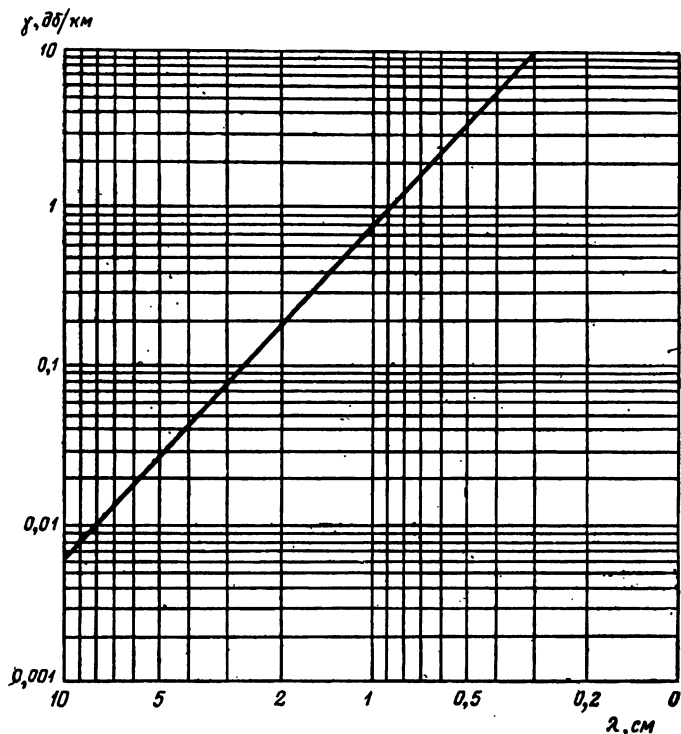


Рис. 6.39. Коэффициент ослабления в тумане в сантиметровом диапазоне волн при концентрации воды 1 г/м³.

величине концентрации воды в тумане. Обычно интенсивность тумана измеряется дальностью оптической видимости. Между дальностью оптической видимости D (в метрах) и концентрацией M воды (в граммах на 1 м³) в воздухе при тумане имеется экспериментально установленная зависимость

$$M = 9286D^{-1.43}. \quad (6.132)$$

При помощи этой формулы и кривой на рис. 6.39 получены данные об ослаблении в тумане при различной видимости, приведенные на рис. 6.40.

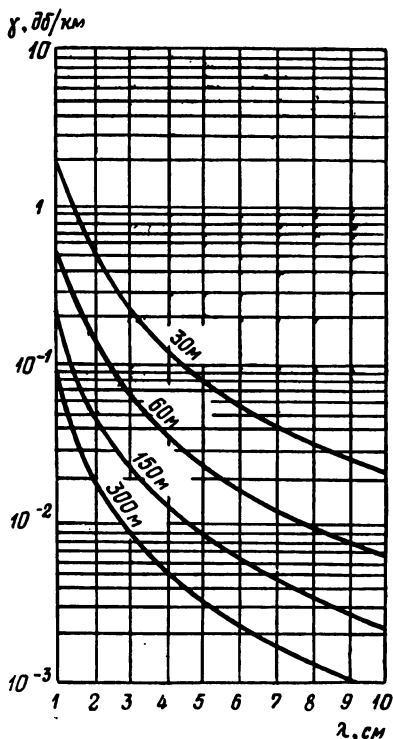


Рис. 6.40. Коэффициент ослабления в туманах различной интенсивности в сантиметровом диапазоне волн.

4. Максимальная дальность действия радиолинии при учете ослабления в тропосфере

Зная коэффициент ослабления в децибелах на километр γ , нетрудно рассчитать максимальную дальность действия радиолинии. Действительно, плотность потока энергии S на некотором расстоянии r от излучателя связана с плотностью потока энергии S_0 на том же расстоянии r при отсутствии ослабления формулой

$$S = \frac{P \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{10}}}{4\pi r^2} = S_0 \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{10}}, \quad (6.133)$$

здесь r выражено в километрах. Соответственно напряженности поля E и E_0 при наличии и отсутствии ослабления связаны соотношением

$$E = E_0 \cdot 10^{-\frac{\gamma r}{20}}, \quad (6.134)$$

т. е. поле при наличии ослабления отличается от поля при отсутствии ослабления экспоненциальным множителем $10^{-\frac{\gamma r}{20}}$.

Отсюда следует, что и формулы дальности радиолиний должны при наличии ослабления содержать этот же экспоненциально убывающий множитель

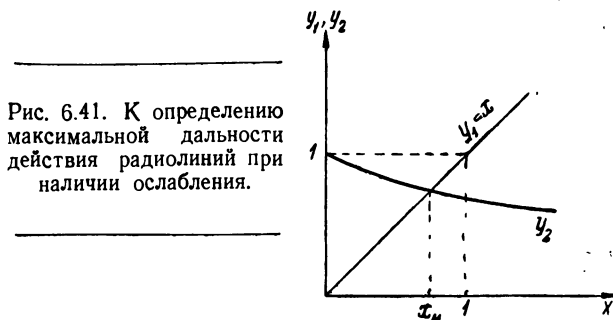


Рис. 6.41. К определению максимальной дальности действия радиолиний при наличии ослабления.

Так, формула максимальной дальности радиосвязи в свободном пространстве согласно (4.6) и (4.3) при наличии ослабления имеет вид

$$r_m = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{\frac{PG_m G'_m}{P_{n \text{ мин}}}} \cdot 10^{-\frac{\gamma r_m}{20}}. \quad (6.135)$$

Максимальная дальность действия радиолокатора в свободном пространстве при наличии ослабления согласно (4.14) будет равна

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{PG_m^2 \lambda^2 \sigma}{P_{n \text{ мин}} 64\pi^3}} 10^{-\frac{\gamma r_m}{20}} = r_{m0} \cdot 10^{-\frac{\gamma r_m}{20}}. \quad (6.136)$$

В формулах (6.135) и (6.136) все дальности должны выражаться в километрах.

Следовательно, при наличии ослабления максимальная дальность определяется решением трансцендентного уравнения вида

$$r = r_{m0} \cdot 10^{-\alpha r}. \quad (6.137)$$

На рис. 6.41, где приняты обозначения

$$x = \frac{r}{r_{m0}} = y_1,$$

$$10^{-\frac{\gamma r}{20}} = 10^{-\alpha \frac{r}{r_{m0}}} = 10^{-\alpha x} = y_2$$

$$\left(\alpha = \frac{\gamma r_{m0}}{20} \right),$$

показано графическое решение этого уравнения.

Если ослабление мало, т. е.

$$\alpha \ll 1, \quad (6.138)$$

то трансцендентное уравнение можно решить методом последовательных приближений. Приняв за нулевое приближение $r_0 = r_{m0}$, для первого приближения получим $r_1 = r_0 10^{-\alpha r_0}$, для второго — $r_2 = r_0 e^{-\alpha r_1}$ и т. д.; n -е приближение будет равно

$$r_n = r_0 \cdot 10^{-\alpha r_{n-1}}. \quad (6.139)$$

5. Радиолокационное отражение от атмосферных образований

Гидрометеоры рассеивают электромагнитную энергию во все стороны и, в частности, отражают ее в обратном направлении — в направлении на радиолокатор. Пусть σ_p (π) — эффективная площадь рассеяния частицы в направлении на радиолокатор.

Предположим, что рассеивающие частицы в атмосферном образовании заполняют всю площадь поперечного сечения радиолуча и равномерно распределены в пространстве. Поскольку отражение происходит от каждой точки объема, где расположена отражающая частица, то атмосферное образование следует рассматривать как *объемную цель*. При этом можно считать, что частицы отражают некогерентно.

При вычислении эффективной площади рассеяния от объемной цели вводится понятие *импульсного объема*. Импульсный объем определяется как произведение сечения луча антенны на половину длины пути, проходимого импульсом за время, равное длительности импульса τ (рис. 6.42), т. е.

$$V_n = \frac{c\tau}{2} r_0^2 \Delta\Omega, \quad (6.140)$$

где $\Delta\Omega$ — угол раствора луча в стерadiansах,
 r_0 — расстояние до импульсного объема.

Таким образом, рассчитывая эффективную площадь рассеяния объемной цели как сумму эффективных площадей ее объемных частей, получаем следующую формулу:

$$\sigma = \frac{c\tau}{2} r_0^2 \Delta\Omega \sum_k N_k \sigma_{pk}(\pi); \quad (6.141)$$

здесь $\sum_k N_k \sigma_{pk}$ — эффективная площадь рассеяния единицы объема атмосферного образования,
 N_k — число частиц в единице объема с эффективной площадью $\sigma_{pk}(\pi)$ (т. е. число частиц k -го сорта).

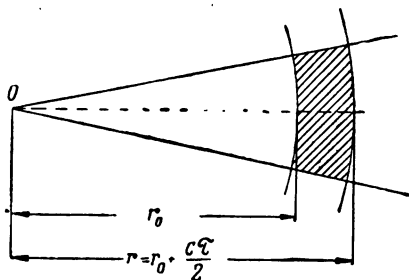


Рис. 6.42. К определению импульсного объема.

Беря главный лепесток диаграммы направленности в виде конуса с углом раствора 2θ , имеем

$$r_0^2 \Delta\Omega = \pi r_0^2 \theta^2$$

и, следовательно,

$$\sigma = \pi r_0^2 \theta^2 \frac{c\tau}{2} \sum_k N_k \sigma_{pk}(\pi). \quad (6.142)$$

Эту формулу можно представить в виде

$$\sigma = 0,14 r_0^2 \theta^2 \tau A; \quad (6.143)$$

здесь приняты единицы измерения

$$[\sigma] = \text{м}^2, \quad [r_0] = \text{км}, \quad [\theta] = \text{град}, \quad [\tau] = \text{мксек}.$$

Для величины

$$A = 10^6 \sum_k N_k \sigma_{pk}(\pi),$$

пропорциональной эффективной площади рассеяния единицы объема атмосферного образования, рассчитаны соответствующие кривые и таблицы.

Если диаграммы направленности имеют в вертикальной и горизонтальной плоскостях ширину 2θ и 2ϕ , то в формуле (6.143) θ^2 заменяется произведением $\theta\phi$.

Отражение от дождя. Кривые зависимости A от длины волны и от интенсивности дождя приведены на рис. 6.43 и 6.44.

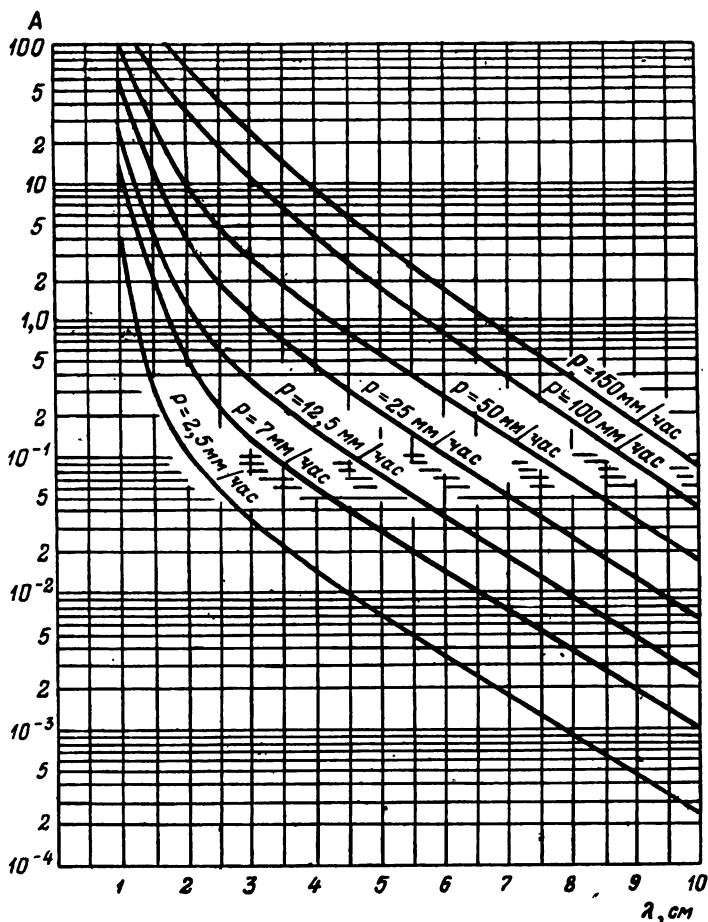


Рис. 6.43. Кривые для расчета эффективной площади рассеяния дождя различной интенсивности в сантиметровом диапазоне волн.

Отражение от града. Значение A для града различного диаметра a при $p=1$ мм/час приведены в табл. 6.8.

При пользовании этой таблицей следует иметь в виду, что A прямо пропорционально интенсивности осадков p .

Отражение от снега. Значение A для снега разной массы снежинок дано в табл. 6.9.

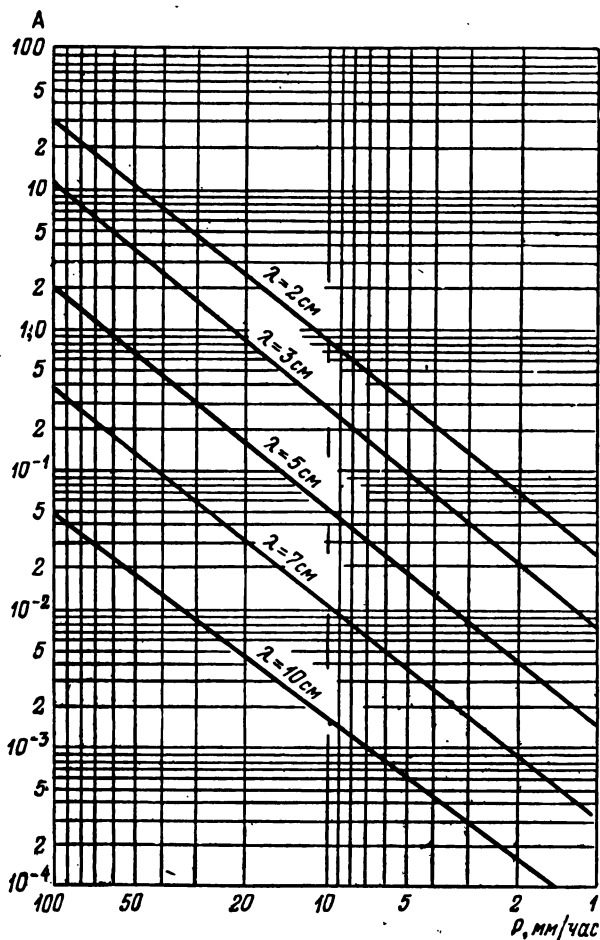


Рис. 6.44. Кривые для расчета эффективной площади рассеяния дождя в зависимости от его интенсивности для различных длин волн.

Таблица 6.8

Значения A для града различного диаметра и различных длин волн при $p = 1$ мм/час

$\lambda, \text{ см}$	$p = 1 \text{ мм/час}$		
$a, \text{ см}$	1	3	10
0,1	$9,52 \cdot 10^{-2}$	$9,73 \cdot 10^{-4}$	$8,59 \cdot 10^{-6}$
0,2	$3,24 \cdot 10^{-1}$	$4,16 \cdot 10^{-3}$	$4,17 \cdot 10^{-5}$
0,3	$6,21 \cdot 10^{-1}$	$1,27 \cdot 10^{-3}$	$9,98 \cdot 10^{-5}$
0,4	$4,44 \cdot 10^{-1}$	$2,12 \cdot 10^{-2}$	$2,12 \cdot 10^{-4}$
0,5	$8,69 \cdot 10^{-2}$	$4,16 \cdot 10^{-2}$	$3,63 \cdot 10^{-4}$
0,75	$2,8 \cdot 10^{-1}$	$9,07 \cdot 10^{-2}$	$6,57 \cdot 10^{-4}$
1,00	$7,98 \cdot 10^{-1}$	$1,15 \cdot 10^{-1}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$
1,5		$1,43 \cdot 10^{-1}$	$3,84 \cdot 10^{-3}$
2,0		$6,25 \cdot 10^{-2}$	$7,36 \cdot 10^{-3}$

Отражение от туманов и облаков. Обратное отражение от туманов и облаков ничтожно мало и может иметь практическое значение лишь на волне $\lambda \approx 1$ см. Ориентировочно можно считать, что в этом случае для тумана или облака с концентрацией воды $M = 1$ г/м³ величина $A \approx 10^{-4}$.

Таблица 6.9

Значения A для снега с разной массой m снежинок, различной интенсивности на разных волнах

$\lambda, \text{ см}$	$p = 2,5 \text{ мм/час}$			$p = 10 \text{ мм/час}$		
	1	3	10	1	3	10
10^{-4}	$2,5 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	2,5	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
10^{-3}	2,5	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	25	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
$5 \cdot 10^{-3}$	12,5	$1,55 \cdot 10^{-1}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$	125	1,55	$1,25 \cdot 10^{-2}$

Для ориентировки в порядках величин отметим, что эффективная площадь рассеяния атмосферного образования полосы дождя с интенсивностью 10 мм/час, удаленной от радиолокатора, имеющего параметры $\lambda = 3$ см, $\tau = 1$ мксек, $\theta = 1^\circ$, на расстоянии 15 км равна

$$\sigma = 0,14 r_0^2 \theta^2 \tau A = 0,14 \cdot 225 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,25 = 7,8 \text{ м}^2$$

(A определено из графика 6.44).

ГЛАВА 7

ТЕОРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

Ионосфера существенно влияет на распространение радиоволн. Благодаря ионосфере радиоволны распространяются вокруг поверхности земли на весьма большие расстояния, даже при очень малых мощностях передатчиков. Предположение о влиянии верхней части атмосферы на распространение радиоволн впервые было высказано в 1902 г. после осуществления трансатлантической радиосвязи. Почти одновременно Кеннели (Америка) и Хевисайд (Англия) предположили, что в верхних областях атмосферы имеется большое количество положительных и отрицательных ионов. Эти ионы образуют проводящий слой атмосферы, так называемую ионосферу, от которой и происходит отражение радиоволн.

Сведения об ионосфере получают различными методами. Эти методы можно разделить на две группы: методы, связанные с наблюдением различных естественных явлений, и экспериментальные методы, осуществляемые главным образом при помощи радиозондирования.

Существует ряд явлений, наблюдение которых может дать сведения об ионосфере. К ним в первую очередь относится свечение ночного неба и полярные сияния. Изучение спектров полярных сияний и свечения ночного неба позволяет установить состав и температуру газов ионосферы.

Косвенные сведения об ионосфере можно также получить из астрономических наблюдений, например из наблюдений радиоизлучения Солнца, возникающего в полностью ионизированной атмосфере Солнца.

Радиозондирование, т. е. экспериментальные исследования ионосферы по тому влиянию, которое она оказы-

вает на распространение радиоволн, производится с поверхности Земли, с искусственных спутников Земли и ракет.

К экспериментальной группе методов относится также изучение данных радиолокации Луны.

С запуском искусственных спутников Земли и ракет приобретают большое значение и прямые измерения физических характеристик ионосферы.

Радиозондирование, проведенное с первых трех советских искусственных спутников Земли, а также измерения, выполненные при помощи ряда специальных геофизических ракет, запущенных в СССР и в США в период международного геофизического 1957/59 года, существенно обогатило наши представления об ионосфере, складывавшиеся до последнего времени главным образом по данным радиозондирования с поверхности Земли.

Правильное истолкование данных радиозондирования возможно только на основе знания законов распространения радиоволн в ионизированном газе, каким по существу и является ионосфера. Соответственно этому сначала рассмотрим теорию распространения радиоволн в ионизированном газе, имея при этом в виду применение ее в дальнейшем к ионосфере. Впервые эта теория была развита в 1923 г. в СССР М. В. Шулейкиным.

§ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ИОНОСФЕРЫ

Предположим, что ионосфера представляет собой газ, который наряду с нейтральными молекулами и атомами содержит положительные и отрицательные ионы. При этом будем также считать, что плотность воздуха в ионосфере все еще настолько велика, что среднее расстояние между частицами (молекулами, атомами, ионами) значительно меньше длины волны. В этом случае ионизированный газ можно рассматривать как некоторую *сплошную среду* с определенными электрическими параметрами ϵ и σ . Поставим задачу найти эти параметры.

При прохождении радиоволны через ионосферу положительные и отрицательные ионы начинают двигаться в такт с изменением поля волны, образуя таким образом некоторый конвекционный ток. Будем предполагать, что

ионосфера представляет собой квазинейтральный ионизированный газ, т. е. газ, в котором суммарный заряд всех положительных и отрицательных ионов равен нулю.

Отрицательные ионы — это электроны, положительные ионы — это атомы или молекулы газов без одного или нескольких электронов. Масса положительного иона водорода в 1840 раз больше массы электрона, а массы положительных ионов других газов в десятки тысяч раз больше массы электрона. Поэтому токами, образованными положительными ионами, можно пренебречь по сравнению с токами, образованными электронами. Наряду с конвекционным током под влиянием поля волны возникает и ток смещения в вакууме. Следовательно, полная плотность тока в ионосфере \mathbf{J} равна сумме плотностей тока смещения и конвекционного тока

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{см}} + \mathbf{J}_{\text{эл}}. \quad (7.1)$$

Поле волны в фиксированной точке ионосферы можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - k_n r)}, \quad (7.2)$$

где k_n — постоянная распространения в ионосфере. Соответственно этому плотность тока смещения равна

$$\mathbf{J}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}. \quad (7.3)$$

Электроны при отсутствии поля участвуют в тепловом движении; при наличии же поля волны на хаотическое, тепловое движение накладывается упорядоченное движение электронов, вызванное полем волны. Отличный от нуля ток в каком-либо направлении образуется упорядоченным движением электронов. Обозначив скорость этого движения электронов через \mathbf{v} , а их концентрацию, т. е. число электронов в единице объема, — через N , для плотности электронного тока будем иметь выражение

$$\mathbf{J}_{\text{эл}} = e v N, \quad (7.4)$$

где заряд электрона

$$e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ кул.} \quad (7.5)$$

Полная плотность тока в ионосфере в заданной точке будет равна

$$\mathbf{J} = j\omega\epsilon_0\mathbf{E} + evN. \quad (7.6)$$

С другой стороны, рассматривая ионосферу как *сплошную* среду с электрическими параметрами ϵ и σ , получаем, что плотность тока в этой среде, возбуждаемая волной (7.2), равна

$$\mathbf{J}_{\text{ср}} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} = j\omega\epsilon \mathbf{E} + \sigma \mathbf{E}. \quad (7.7)$$

В силу эквивалентности электромагнитных процессов в реальном ионосферном газе и воображаемой сплошной среде мы должны положить

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{ср}}, \quad (7.8)$$

т. е.

$$j\omega\epsilon_0\mathbf{E} + evN = j\omega\epsilon\mathbf{E} + \sigma\mathbf{E}. \quad (7.9)$$

В этом уравнении, кроме неизвестных параметров ϵ и σ , неизвестна также скорость движения \mathbf{v} электрона. Для ее определения воспользуемся уравнением движения электрона в поле \mathbf{E}

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\nu\mathbf{v} = e\mathbf{E}. \quad (7.10)$$

Здесь m — масса электрона, причём

$$m = 9,106 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad (7.11)$$

ν — число столкновений электрона с ионами, атомами и молекулами газа в единицу времени; $\nu m\mathbf{v}$ есть изменение количества движения электрона за единицу времени, так как при каждом столкновении электрон теряет количество движения $m\mathbf{v}$.

Решение уравнения (7.10) ищем в виде

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}e^{j\omega t}. \quad (7.12)$$

После подстановки этого выражения в (7.10) находим

$$\mathbf{v} = \frac{e}{m} \frac{1}{j\omega + \nu} \mathbf{E}, \quad (7.13)$$

$$\mathbf{J}_{\text{эл}} = evN = \frac{e^2 N}{m(j\omega + \nu)} \mathbf{E}. \quad (7.14)$$

Подставляя последнее выражение в (7.9) и сокращая на E , получаем

$$j\omega\varepsilon_0 + \frac{e^2 N}{m} \frac{1}{j\omega + \nu} = j\omega\varepsilon + \sigma. \quad (7.15)$$

Приравнявая в этом уравнении мнимые и вещественные части, находим электрические параметры ионосферы

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{e^2 N}{m} \frac{1}{\omega^2 + \nu^2}, \quad (7.16)$$

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m} \frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2}. \quad (7.17)$$

Для большинства диапазонов радиоволн выполняется неравенство

$$\omega^2 \gg \nu^2, \quad (7.18)$$

поэтому можно положить

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{e^2 N}{m} \frac{1}{\omega^2}, \quad (7.19)$$

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m} \frac{\nu}{\omega^2}. \quad (7.20)$$

Относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы равна

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1 - \frac{e^2 N}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega^2}. \quad (7.21)$$

Величина $\frac{e^2 N}{m\varepsilon_0}$ имеет размерность квадрата частоты. Эта частота, обозначаемая $\omega_0 = 2\pi f_0$, называется *плазменной частотой*, т. е.

$$\frac{e^2 N}{m\varepsilon_0} = \omega_0^2 = (2\pi f_0)^2. \quad (7.22)$$

Подставляя в (7.22) значение e из (7.5), m из (7.11) и

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{\phi}{\text{м}},$$

получаем

$$f_0 = \sqrt{80,8N}, \quad (7.23)$$

причем здесь N — число электронов в кубическом метре и f_0 — частота в герцах.

Следовательно, (7.21) можно представить так:

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \frac{f_0^2}{f^2}. \quad (7.24)$$

Существенно, что диэлектрическая проницаемость ионосферы меньше диэлектрической проницаемости вакуума, т. е. $\varepsilon_r < 1$. Из выражений (7.19) и (7.20) видно, что поскольку электрические параметры ε и σ зависят от частоты, то ионосфера является *диспергирующей* средой. Кроме того, поскольку концентрация электронов N , а следовательно, ε и σ меняются от точки к точке, то ионосфера является *неоднородной* средой.

В связи с тем, что основные особенности распространения радиоволн в ионосфере (рефракция и отражение радиоволн) можно объяснить изменением диэлектрической проницаемости только с высотой z над поверхностью земли, то в первом приближении полагают концентрацию электронов N , зависящей только от z .

Следует иметь в виду, что между изменениями диэлектрической проницаемости в ионосфере и тропосфере имеется существенное отличие. Диэлектрическая проницаемость ε_r тропосферы меняется в незначительных пределах, около единицы. В ионосфере же, как видно из формулы (7.21), диэлектрическая проницаемость ε_r в зависимости от изменения концентрации электронов с высотой может принимать какие угодно значения, меньшие единицы. В частности, ε_r может принимать нулевые и близкие к нулю значения. При таких значениях ε_r длина волны в ионосфере увеличивается во много раз по сравнению с длиной волны в свободном пространстве. Это приводит к тому, что электрические параметры ионосферы на отрезке порядка длины волны резко меняются. Поэтому в соответствии с теорией отражения радиоволн от границы раздела двух сред, можно ожидать, что от слоев ионосферы, где ε_r равно или близко к нулю, будет иметь место отражение, точнее полное внутреннее отражение. Поскольку возрастание длины волны ведет к невыполнению условия (6.11) применимости геометрической оптики, то можно утверждать, что в слоях, от которых происходит отражение, геометрическая оптика неприменима.

§ 2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

1. Исходные уравнения

В конце предыдущего параграфа было установлено, что в ионосфере могут быть слои, для которых геометрическая трактовка явлений отражения и преломления неприменима. Ввиду этого возникает необходимость сформулировать задачу о распространении радиоволн в ионосфере в более общей постановке, чем в случае аналогичной задачи для тропосферы, и исходить из уравнений электромагнитного поля непосредственно для неоднородной среды с непрерывно меняющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}, \quad (7.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = j\omega\epsilon'\mathbf{E}, \quad (7.2)$$

$$\operatorname{div}(\epsilon'\mathbf{E}) = 0, \quad (7.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (7.4)$$

В силу того, что ϵ' есть функция координат, из уравнения

$$\operatorname{div}(\epsilon'\mathbf{E}) = \mathbf{E} \operatorname{grad} \epsilon' + \epsilon' \operatorname{div} \mathbf{E} = 0$$

следует, что

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = -\frac{\mathbf{E} \operatorname{grad} \epsilon'}{\epsilon'} \neq 0. \quad (7.25)$$

Если над уравнением (7.1) произведем операцию „rot“, а затем исключим из полученного соотношения \mathbf{H} с помощью (7.2) и прибавим к левой и правой частям полученного выражения $\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E}$, то уравнение для \mathbf{E} будет иметь вид:

$$(\operatorname{grad} \operatorname{div} - \operatorname{rot} \operatorname{rot}) \mathbf{E} + k_n^2 \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E}, \quad (7.26)$$

где $k_n^2 = \omega \sqrt{\mu\epsilon'}$.

Очевидно, что $\operatorname{div} \mathbf{E}$ в правой части (7.26) можно заменить выражением (7.25), приняв во внимание, что $\epsilon' = \epsilon'(z)$.

2. Приближение геометрической оптики

Большое распространение получило приближенное решение уравнения (7.26), называемое приближением геометрической оптики. Под приближением геометрической оптики понимают решение, более точное, чем решение (6.12), соответствующее геометрической оптике, но мало от него отличающееся.

Перейдем к нахождению этого решения.

а) Вертикальное падение. Рассмотрим сначала вертикальное распространение радиоволн, причем будем считать, что все производные от составляющих электрического поля по x и по y равны нулю, т. е.

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0. \quad (7.27)$$

В этом случае векторное уравнение (7.26) сводится к следующим трем скалярным уравнениям для составляющих поля E_x , E_y , E_z :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k_n^2 E_x = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_n^2 E_y = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + k_n^2 E_z = 0.$$

Из последнего уравнения непосредственно следует, что $E_z = 0$ поскольку $k_n^2 \neq 0$, т. е. составляющая поля вдоль направления распространения равна нулю. Заметим, что подстановка (7.27) в уравнение (7.1) показывает, что и $H_z = 0$. Поскольку уравнения для E_x и E_y , одинаковы, то, следовательно, вертикальное распространение радиоволн в ионосфере описывается фактически одним уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 n^2 E = 0. \quad (7.28)$$

Для упрощения рассмотрения мы здесь пренебрегаем проводимостью ионосферы, т. е. считаем, что

$$k_n^2 = \omega^2 \mu \varepsilon' = \omega^2 \mu \varepsilon = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 n^2 = k^2 n^2,$$

где λ — длина волны в вакууме,
 $n = \sqrt{\epsilon_r}$ — показатель преломления среды.

Отличие волнового уравнения (7.28) от такого для однородной среды состоит в том, что n здесь зависит от координаты z . Решение этого уравнения (если опустить множитель $e^{i\omega t}$) можно взять в форме

$$E = E_0 e^{-jk\psi(z)}, \quad (7.29)$$

где

$$E_0 = \text{const.}$$

Сделаем одно весьма существенное предположение, физический смысл которого будет выяснен позже. Предположим, что функцию $\psi(z)$ можно разложить в ряд по степеням $\frac{1}{jk}$, т. е. можно положить, что

$$\psi(z) = \psi_0(z) + \frac{1}{jk} \psi_1(z) + \frac{1}{(jk)^2} \psi_2(z) + \dots \quad (7.30)$$

Тогда после подстановки (7.29) в уравнение (7.28) и сокращения на $e^{-ik\psi}$, получим

$$\left[\frac{d^2\psi_0(z)}{dz^2} + \frac{1}{jk} \frac{d^2\psi_1(z)}{dz^2} + \left(\frac{1}{jk}\right)^2 \frac{d^2\psi_2(z)}{dz^2} + \dots \right] \frac{1}{jk} -$$

$$- \left[\frac{d\psi_0(z)}{dz} + \frac{1}{jk} \frac{d\psi_1(z)}{dz} + \left(\frac{1}{jk}\right)^2 \frac{d\psi_2(z)}{dz^2} + \dots \right]^2 + n^2 = 0. \quad (7.31)$$

Приравнивая нулю коэффициенты при одинаковых степенях $\frac{1}{k}$, находим

$$-\left(\frac{d\psi_0(z)}{dz}\right)^2 + n^2 = 0, \quad (7.32)$$

$$\frac{d^2\psi_0(z)}{dz^2} - 2 \frac{d\psi_0(z)}{dz} \cdot \frac{d\psi_1(z)}{dz} = 0. \quad (7.33)$$

Из уравнения (7.32) получаем

$$\psi_0(z) = \pm \int n(z) dz. \quad (7.34)$$

Предполагая ряд (7.30) сходящимся, можем выражение

$$E_0 e^{-jk\psi_0(z)} = E_0 e^{\mp jk \int n(z) dz} = E^{(1)} \quad (7.35)$$

рассматривать как первое приближение решения уравнения (7.28), которое пригодно при больших k , т. е. при малых λ . Действительно, если $k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \infty$, т. е. $\lambda \rightarrow 0$, то уравнение (7.31) сведется к уравнению эйконала (7.32), а его решение — к первому приближению. Сравнивая (7.35) с (6.12), видим, что первое приближение совпадает с решением, соответствующим геометрической оптике. Следовательно, разложение функции $\psi(z)$ по степеням $\lambda \sim \frac{1}{k}$ означает, что ищется такое решение, которое мало отличается от решения, соответствующего геометрической оптике.

Знаки „+“ и „—“ в фазовом множителе первого приближения (7.35) определяют собой две возможные волны, распространяющиеся в двух противоположных направлениях. Следовательно, общее решение уравнения (7.28) в первом приближении при учете обоих знаков будет

$$E^{(1)} = E_0 e^{-j \int n(z) dz} + E_0 e^{+j \int n(z) dz}. \quad (7.35a)$$

Согласно формуле (7.35) изменение фазы волны на отрезке dz равно $kn(z)dz$. Отсюда видно, что в случае неоднородной атмосферы в первом приближении распространение радиоволн на небольшом отрезке пути такое же, как и в случае однородной среды, имеющей коэффициент преломления $n(z)$, равный среднему его значению на данном отрезке.

Установим пределы применимости первого приближения решения. Для этого подставим выражение (7.35) в уравнение (7.28) и, сокращая на общий множитель $k^2 E_0 e^{-jk\psi_0(z)}$, получим

$$-\frac{j}{k} \frac{d^2 \psi_0(z)}{dz^2} - \left(\frac{d\psi_0}{dz} \right)^2 + n^2 = 0. \quad (7.36)$$

Сравнивая это уравнение с уравнением (7.32), видим, что первое приближение применимо при выполнении неравенства

$$\left| \frac{1}{k} \frac{d^2 \psi_0}{dz^2} \right| = \left| \frac{1}{k} \frac{dn}{dz} \right| \ll n^2$$

или

$$\left| \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{n^2} \frac{dn}{dz} \right| \ll 1. \quad (7.37)$$

Это неравенство совпадает с точностью до постоянного коэффициента с проанализированным уже ранее неравенством (6.11).

Найдём второе приближение. Для этого подставим полученное выражение для $\psi_0(z)$ из (7.34) в уравнение (7.33), и тогда найдем

$$\frac{dn}{dz} - 2n \frac{d\psi_1}{dz} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \ln n, \quad (7.38)$$

т. е.

$$e^{-jk \left(\frac{1}{jk} \psi_1 \right)} = e^{-\psi_1} = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Итак, поле во втором приближении равно

$$E^{(2)} = \frac{E_0}{\sqrt{n}} e^{\mp jk \int n(z) dz}. \quad (7.39)$$

Во втором приближении в отличие от первого амплитуды обеих волн не остаются постоянными, поскольку они обратно пропорциональны корню квадратному из n .

Аналогичным образом последовательно можно найти следующие приближения. Обычно ограничиваются вторым приближением. Это *второе приближение* называют *приближением геометрической оптики*. Иногда его называют также приближенным решением Венцеля — Крамерса — Бриллюэна (сокращенно ВКБ). Необходимым условием применимости приближения геометрической оптики является неравенство (7.37). Оно, следовательно, неприменимо при $n \approx 0$.

Отметим, что, как нетрудно видеть из изложенного, приближение геометрической оптики справедливо и при комплексном значении диэлектрической проницаемости; при этом везде в формулах следует вместо n подставить $\sqrt{\epsilon'}$. В частности, оно имеет смысл и при отрицательном значении диэлектрической проницаемости, т. е. и при чисто мнимом значении комплексного показателя преломления. В этом случае, поскольку $n' = -j\chi$, получаем выражение

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{-j\chi}} e^{\mp k \int \chi(z) dz}, \quad (7.40)$$

где знак „ \mp “ означает убывание и возрастание поля соответственно ($\chi > 0$).

б) Наклонное падение. Рассмотрим теперь наклонное распространение радиоволн при горизонтальной поляризации, предполагая, что имеется только одна горизонтальная составляющая напряженности электрического поля.

$$E_y = E, E_z = 0, E_x = 0.$$

В этом случае в уравнении (7.26) правая часть в точности равна нулю, поскольку $\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$, $E_x = 0$ и $E_z = 0$ и уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 n^2 E = 0. \quad (7.41)$$

Решаем это уравнение методом разделения переменных, т. е. полагаем

$$E = E_0 X(x) Z(z) \quad (7.42)$$

и получаем два уравнения

$$X'' + k^2 q^2 X = 0, \quad (7.43)$$

$$Z'' + (k^2 n^2 - k^2 q^2) Z = 0. \quad (7.44)$$

Штрихи означают производные по соответствующим координатам, q — постоянная разделения переменных.

Решение (7.43) имеет вид

$$X = e^{\mp i k q x}. \quad (7.45)$$

Уравнение же (7.44) по виду такое же, как и уравнение (7.28). Поэтому для того, чтобы из решения (7.28) получить решение уравнения (7.44), следует в первом вместо n^2 подставить $n^2 - q^2$. Итак, согласно (7.39) в приближении геометрической оптики

$$Z = \frac{1}{\sqrt{n^2 - q^2}} e^{\mp i k \int \sqrt{n^2 - q^2} dz} \quad (7.46)$$

и, таким образом,

$$E = E_0 \frac{1}{\sqrt{n^2 - q^2}} e^{\mp i j (q x + \int \sqrt{n^2 - q^2} dz)}. \quad (7.47)$$

Поверхность равных фаз определяется уравнением

$$qx + \int \sqrt{n^2 - q^2} dz = \text{const.} \quad (7.48)$$

Направление нормали к этой поверхности в точке x , y согласно формулам аналитической геометрии определяется следующими соотношениями:

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{n^2 - q^2}}{n}, \quad (7.49)$$

$$\cos \theta = \frac{q}{n}, \quad (7.50)$$

где φ — угол между нормалью к фронту волны и осью Z ,
 θ — угол между нормалью и осью X ($\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$).

Из уравнения (7.50) следует, что

$$n \cos \theta = q = \text{const.}$$

Это и есть уравнение луча. Величина константы q определяется из начальных условий, т. е.

$$q = n_0 \cos \theta_0.$$

Нетрудно видеть, что условие применимости решения (7.47), эквивалентное (7.37), дается неравенством

$$\left| \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{n^2 - q^2} \frac{dn}{dz} \right| \ll 1. \quad (7.51)$$

Следовательно, решение несправедливо при

$$n^2 - q^2 = 0.$$

Рассмотрим также случай наклонного падения при вертикальной поляризации, т. е. случай, когда $E_y = 0$, $E_x \neq 0$ и $E_z \neq 0$, причем $\frac{\partial E}{\partial y} = 0$. Если выполняется условие (7.37), которое можно записать в виде

$$\left| \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{\epsilon_r} \frac{d\sqrt{\epsilon_r}}{dz} \right| = \left| \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\epsilon_r^{3/2}} \frac{d\epsilon_r}{dz} \right| \ll 1,$$

то правой частью уравнения (7.26), пропорциональной $\frac{1}{\epsilon_r} \frac{d\epsilon_r}{dz}$, можно пренебречь. Тогда уравнение (7.26) сво-

дится к двум скалярным уравнениям для E_x и E_z , аналогичным уравнениям (7.41). Следовательно, решения этих уравнений имеют такой же вид, как и выражение (7.47).

Таким образом, решение задачи в приближении геометрической оптики в случае наклонного к границам слоев распространения радиоволн дается выражением (7.47), где постоянная q определяется соотношением (7.50).

3. Волновая теория отражения от слоистой среды

Поскольку в области $n^2 = 0$ приближение геометрической оптики несправедливо, то здесь необходимо более строгое рассмотрение.

Рассмотрим плоский слой ионизированного газа, где n^2 меняется по линейному закону, т. е. положим, что

$$\epsilon_r = n^2 = 1 - \frac{z'}{z_1}; \quad z' > 0, \quad (7.52)$$

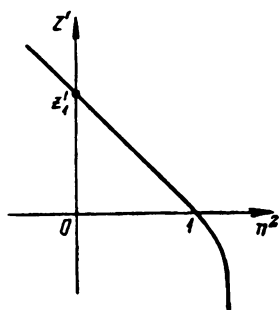


Рис. 7.1. К волновой теории отражения от ионосферы.

где $z' = z - z_0$; $z'_1 = z_1 - z_0$ (z_0 — высота над землей нижней границы слоя, z_1 — значение z , при котором $n^2 = 0$).

Будем считать, что при $z' < 0$ n^2 либо является постоянной величиной, либо меняется таким образом, что здесь применимо приближение геометрической оптики (рис. 7.1). Допустим, что на линейный слой снизу вверх падает радиоволна ($E_x \neq 0$, $E_y \neq 0$, $E_z = 0$). Найдем поле в этом слое.

Во всех областях изменения n^2 справедливо точное уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 n^2 E = 0. \quad (7.28)$$

Для области линейного слоя введем новую переменную

$$\zeta = (kz'_1)^{\frac{2}{3}} n^2 = (kz'_1)^{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{z'}{z'_1}\right). \quad (7.53)$$

Тогда (7.28) превратится в знакомое из теорий дифракции уравнение

$$\frac{d^2 E}{d\zeta^2} + \zeta E = 0. \quad (7.54)$$

Решение этого уравнения, как известно из теории Бесселевых функций, выражается через цилиндрические функции порядка $1/3$. Это решение таково:

$$E = A\sqrt{\zeta} Z_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right), \quad (7.55)$$

где $Z_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right)$ — общий интеграл уравнения Бесселя, состоящий из линейной комбинации двух частных интегралов — функций Бесселя порядка $\pm 1/3$. Для $\zeta > 0$ его можно представить в виде

$$Z_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right) = C_1 J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right) + C_2 J_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right). \quad (7.56)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из следующего граничного условия: вдали от области $n^2 = 0$ при $\zeta \gg 1$ решение должно иметь вид суммы полей прямой и отраженной волн с одинаковыми амплитудами. Это условие, как увидим далее, может быть выполнено, если положить $C_1 = C_2 = C$; будем считать $C = 1$.

Тогда для области $\zeta > 0$ будем иметь

$$E = A\sqrt{\zeta} \left[J_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right) + J_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right) \right]. \quad (7.57)$$

Для $\zeta < 0$ в этом выражении аргумент функций Бесселя становится мнимым отрицательным числом. В этом случае вводя функции Бесселя от мнимого аргумента, связанные с обычными функциями Бесселя формулой

$$I_p(x) = e^{-\frac{1}{2}j\pi} J_p(jx),$$

(7.57) можем представить в виде

$$E = A \sqrt{|\zeta|} \left[-I_{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}} \right) + I_{-\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}} \right) \right]. \quad (7.58)$$

Это и будет представление решения при $\zeta < 0$

Здесь легко убедиться в том, что выполняется очевидное физическое требование

$$E \rightarrow 0 \text{ при } \zeta \rightarrow -\infty,$$

поскольку при больших $|\zeta|$ асимптотическое представление функций Бесселя мнимого аргумента имеет вид

$$I_{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}} \right) \approx I_{-\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{e^{-\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt{\frac{2}{3} |\zeta|^{\frac{3}{2}} \cdot 2\pi}}. \quad (7.59)$$

Проанализируем более подробно выражение для поля в области $\zeta > 0$. Выразив функции Бесселя через функции Ганкеля по формулам

$$J_p(x) = \frac{H_p^{(1)}(x) + H_p^{(2)}(x)}{2},$$

$$J_{-p}(x) = \frac{e^{i p \pi} H_p^{(1)}(x) + e^{-i p \pi} H_p^{(2)}(x)}{2},$$

получим

$$\begin{aligned} J_p + J_{-p} &= J_{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) + J_{-\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) = \\ &= e^{j \frac{\pi}{6}} \cos \frac{\pi}{6} H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) + e^{-j \frac{\pi}{6}} \cos \frac{\pi}{6} H_{\frac{1}{3}}^{(2)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left[e^{j \frac{\pi}{6}} H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) + e^{-j \frac{\pi}{6}} H_{\frac{1}{3}}^{(2)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (7.60)$$

Итак,

$$E = A \sqrt{\zeta} \left[e^{j \frac{\pi}{6}} H_{\frac{1}{3}}^{(1)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) + e^{-j \frac{\pi}{6}} H_{\frac{1}{3}}^{(2)} \left(\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} \right) \right] \quad (7.61)$$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ включено в постоянную A).

Предположим теперь, что

$$\zeta \gg 1. \quad (7.62)$$

В этом случае применимо асимптотическое представление функций Ганкеля

$$H_p^{(1)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{j \left[x - \left(p + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right]},$$

$$H_p^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-j \left[x - \left(p + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{2} \right]}$$

и поэтому можно написать

$$E = A \zeta^{-\frac{1}{4}} \left[e^{j \left(\frac{2}{3} \zeta^{3/2} - \frac{\pi}{4} \right)} + e^{-j \left(\frac{2}{3} \zeta^{3/2} - \frac{\pi}{4} \right)} \right] =$$

$$= A \zeta^{-\frac{1}{4}} \left[e^{j \frac{2}{3} \zeta^{3/2}} + e^{-j \left(\frac{2}{3} \zeta^{3/2} - \frac{\pi}{2} \right)} \right] \quad (7.63)$$

$\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-j \frac{\pi}{4}}\right)$ вошло в постоянную A).

Учитывая, что

$$\frac{2}{3} \zeta^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} k z_1' \left(1 - \frac{z'}{z_1'} \right)^{\frac{3}{2}} =$$

$$= -k \int_{z_1'}^{z'} \left(1 - \frac{z'}{z_1'} \right)^{\frac{1}{2}} dz' = k \int_{z'}^{z_1'} ndz'; \quad (7.64)$$

$$\zeta^{-\frac{1}{4}} = (k z_1')^{-\frac{1}{6}} n^{-\frac{1}{2}} \quad (7.65)$$

и что $z' = z - z_0$, находим

$$E = \frac{A}{(k z_1')^{1/6} \sqrt{n}} \left[e^{j k \int_z^{z_1} ndz} + e^{-j \left(k \int_z^{z_1} ndz - \frac{\pi}{2} \right)} \right], \quad (7.66)$$

где

$$z_1 = z_1' + z_0.$$

Следовательно, при $\zeta \gg 1$ поле представляет собой сумму полей двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях: прямой волны

$$\exp\left(jk \int_z^{z_1} ndz\right)$$

и отраженной волны

$$\exp\left(-jk \int_z^{z_1} ndz + j\frac{\pi}{2}\right).$$

Формулу (7.66) можно переписать в виде

$$E = \frac{Ae^{ik \int_z^{z_1} ndz}}{(kz_1)^{\frac{1}{6}} \sqrt{n}} \left[1 + e^{-j\left(2k \int_z^{z_1} ndz - \frac{\pi}{2}\right)} \right]. \quad (7.67)$$

Из (7.67) видно, что на высоте z фаза отраженной волны отличается от фазы прямой волны на величину

$$2k \int_z^{z_1} ndz - \frac{\pi}{2}.$$

Первое слагаемое этого выражения обусловлено разностью хода обеих волн, и при $z = z_1$ оно исчезает, так что на этой высоте разность фаз оказывается равной $-\frac{\pi}{2}$.

Отсюда следует, что отражение происходит на высоте z_1 , т. е. в точке, где $n^2 = 0$, и что при отражении происходит потеря фазы, равная $\frac{\pi}{2}$, о чем уже было сказано в гл. 6, § 2.

Отметим, что неравенство $\zeta \gg 1$ по существу совпадает с условием применимости приближения геометрической оптики. В самом деле, переписывая неравенство

$$\zeta = (kz'_1)^{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{z'}{z'_1}\right) = \frac{-k^{\frac{2}{3}}}{\left(-\frac{dn^2}{dz}\right)^{\frac{2}{3}}} n^2 \gg 1$$

в виде

$$2^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{n'^{\frac{1}{3}}} \left|\frac{dn}{dz}\right|^{\frac{2}{3}} \ll 1, \quad (7.68)$$

закключаем, что оно почти эквивалентно неравенству (7.37).

Итак, из точного рассмотрения задачи о распространении радиоволн в линейном слое, включающем область $n^2 = 0$, видим, что от этой области имеет место отражение. Далее замечаем, что на достаточно большом удалении от области $n^2 = 0$ ($z' = z - z_0$ мало) строгое решение переходит в приближение геометрической оптики. При этом, однако, получается несовпадение в фазе — согласно строгому решению при отражении происходит потеря фазы на $\frac{\pi}{2}$. Таким образом, вдали от области $n^2 = 0$ и при отсутствии больших градиентов показателя преломления всегда можно применить приближение геометрической оптики. При этом не учтена лишь будет потеря фазы $\frac{\pi}{2}$, возникающая при отражении от области $n^2 = 0$ в случае вертикального падения и, как следует из (7.47) и (7.50), от области $n^2(1 - \cos^2 \theta) = 0$ в случае наклонного падения.

§ 3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН В ПРОСТОМ СЛОЕ

1. Распространение вертикально направленной волны в простом слое. Критическая частота

То обстоятельство, что ионизированными оказываются верхние слои атмосферы, говорит о том, что источники ионизации находятся вне земной атмосферы. Весьма вероятно, и это подтверждается экспериментальными данными, о которых речь будет впереди, что основным источником ионизации является солнечное излучение.

А раз это так, то на некоторой высоте должен существовать по крайней мере один максимум концентрации электронов и ионов, или, короче, должен существовать один максимум ионизации.

В самом деле солнечные лучи представляют собой поток энергии. Интенсивность этого потока энергии по мере проникновения лучей в глубь атмосферы уменьшается вследствие затраты энергии на ионизацию нейтральных атомов и молекул воздуха. Но концентрация свободных электронов и ионов, появляющихся в результате ионизации, определяется не только интенсивностью потока энергии солнечного излучения. Она зависит также от плотности атмосферы. Плотность же атмосферы уменьшается с высотой. Поэтому на верхней «границе» атмосферы концентрация электронов и ионов мала вследствие ничтожно малой плотности воздуха, а в нижних слоях атмосферы концентрация мала вследствие того, что поток энергии лучей, способных ионизировать газы атмосферы, прошедший почти всю толщину атмосферы, стал незначительным. Между этими двумя

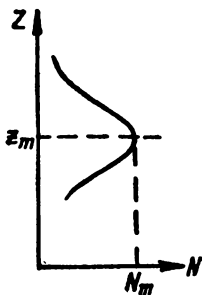


Рис. 7.2. Зависимость концентрации электронов от высоты в простом слое.

минимумами ионизации на некоторой высоте должен существовать максимум концентрации электронов и ионов — максимум ионизации.

Итак, для анализа мы можем принять, что зависимость концентрации электронов N от высоты такая же, как показана на рис. 7.2.

Такое распределение концентрации электронов по высоте называется «слоем» или «простым слоем». Мы будем рассматривать распространение радиоволн в таком «простом слое» (рис. 7.3) в приближении геометрической оптики, пренебрегая поглощением электромагнитной энергии в слое, т. е. считая $\sigma=0$. В этом случае характер распространения радиоволн целиком определяется зависимостью показателя преломления n от высоты.

Предположим, что радиосигнал на несущей частоте f с земли направляется вертикально вверх. Проанализи-

руем, как будет меняться показатель преломления с высотой. Очевидно, что до тех пор, пока диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon_r = 1 - \frac{80,8N_1^2(z)}{f^2} > 0$$

и, следовательно, показатель преломления

$$n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{1 - \frac{80,8N_1^2(z)}{f^2}}$$

вещественен, распространение в слое не будет отличаться от такового в тропосфере. При этом показатель преломления будет меняться так, как показано на рис. 7.3.

Если уменьшать частоту сигнала, диэлектрическая проницаемость и, следовательно, показатель преломления в пределах слоя будут соответственно уменьшаться. При

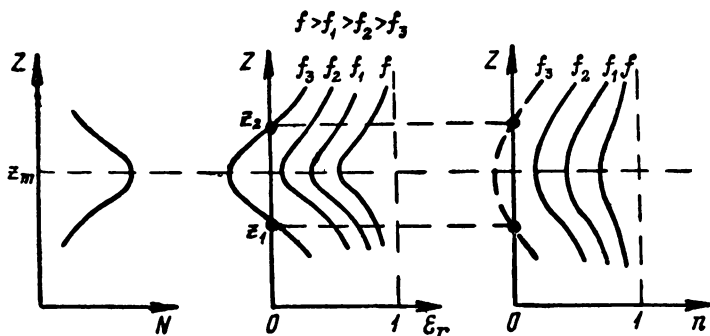


Рис. 7.3. К теории отражения вертикально направленной волны.

этом может случиться, что при частоте f_3 ($f_3 < f_2 < f_1 < f$) (рис. 7.3) на некоторой высоте z_1 диэлектрическая проницаемость станет равной нулю и, далее, в пределах высот $z_1 \div z_2$ она будет отрицательной $\epsilon_r < 0$.

Что же касается показателя преломления, то в пределах высот $z_1 \div z_2$ он будет чисто мнимым.

Для того чтобы правильно истолковать это обстоятельство на основании приближения геометрической оптики, учтем, что для вертикально направленного луча

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{\epsilon_r}} e^{j(\omega t - \int k_n dz)} = \frac{E_0 e^{j(\omega t - k \int \sqrt{\epsilon_r} dz)}}{\sqrt{\epsilon_r}}, \quad (7.69)$$

где диэлектрическая проницаемость ϵ_r может быть как положительной, так и отрицательной.

В случае отрицательного значения диэлектрической проницаемости

$$\sqrt{\epsilon_r} = -j\sqrt{|\epsilon_r|} = -j\chi,$$

$$\chi = \sqrt{|\epsilon_r|} > 0$$

и, следовательно,

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{\epsilon_r}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} \int \sqrt{|\epsilon_r|} dz + j\omega t} \quad (7.70)$$

Это выражение для поля показывает, что в области высот $z_1 < z < z_2$ на частоте f_3 нет волнового процесса, т. е. нет распространения. На основании закона сохранения энергии это означает, что от области на высоте z_1 должно иметь место отражение радиоволны.

Отметим, что при $z > z_2$ диэлектрическая проницаемость снова положительная величина и показатель преломления n вещественен и, следовательно, в этой области снова имеет место распространение. Однако волна не может проникнуть в эту область из-за наличия участка ($z_1 \div z_2$), где диэлектрическая проницаемость отрицательна. Участок $z_1 \div z_2$ представляет для волны с частотой f_3 своего рода „барьер“, который она преодолеть не может. Радиоволна, образно выражаясь, отражается от этого участка как от „барьера“.

Таким образом, отражение вертикально направленного сигнала происходит на такой высоте, где диэлектрическая проницаемость и, соответственно, показатель преломления обращаются в нуль

$$n = \sqrt{1 - \frac{80,8N(z)}{f^2}} = 0,$$

т. е. где плазменная частота становится равной частоте излучения

$$f = f_0(z) = \sqrt{80,8N(z)}. \quad (7.71)$$

Если частоту увеличивать, то отражение будет происходить от все более высоких областей. Это будет продолжаться до тех пор, пока частота не станет равной плазменной частоте в области, где $N = N_m$, т. е.

$$f = \sqrt{80,8N_m} = f_{кр}. \quad (7.72)$$

Эта частота называется *критической*. Если частота больше критической, отражения от слоя не будет — слой для луча становится прозрачным.

Таким образом, *критической называется максимальной частота вертикально направленного луча, который еще отражается от слоя.*

2. Распространение наклонно направленной волны в простом слое. Максимальные частоты

Будем сначала поверхность земли и соответственно слой ионосферы считать плоскими. Уравнение траектории волны в этом случае

$$n \cos \theta = n_0 \cos \theta_0,$$

где $n_0 = 1$ — показатель преломления в начале слоя.

В точке поворота луча $\cos \theta = 1$, откуда следует условие поворота

$$n = n_0 \cos \theta_0 \approx \cos \theta_0 \quad (7.73)$$

или

$$1 - \frac{80,8N(z)}{f^2} = \cos^2 \theta_0,$$

откуда

$$f = \sqrt{80,8N(z)} \operatorname{cosec} \theta_0 = f_0(z) \operatorname{cosec} \theta_0. \quad (7.74)$$

Если в этой формуле θ_0 заменить углом падения

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_0,$$

то получим

$$f = \sqrt{80,8N(z)} \sec \varphi_0 = f_0 \sec \varphi_0. \quad (7.74a)$$

Последнее соотношение называется «законом секанса».

Из соотношения (7.74) можно сделать следующие выводы. Прежде всего очевидно, что пологий под углом θ_0 луч при частоте f и вертикально направленный луч при частоте f_0 отражаются на одной и той же высоте. При фиксированном угле возвышения θ_0 поворот луча, или, иначе, отражение происходит на тем большей высоте, чем больше частота пологого луча.

Увеличивая частоту излучения, можно дойти до той области, в которой

$$f_0(z) = \sqrt{80,8N_m} = f_{кр}$$

и тогда

$$f = f_{кр} \sec \varphi_0 = f_{кр} \operatorname{cosec} \theta_0 = f_{\max}(\theta_0). \quad (7.75)$$

Эта частота называется *максимальной*. Если частота направленного под углом θ_0 луча больше максимальной, отражения от слоя не будет. Это означает, что слой для такого луча при частоте, большей f_{\max} , становится прозрачным. Направленный под углом θ_0 луч при частоте, меньшей или равной f_{\max} , от слоя будет отражаться. Из

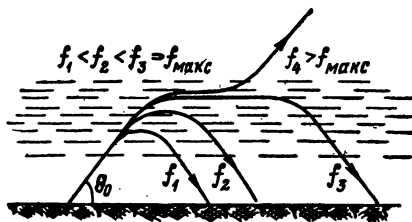


Рис. 7.4. К теории отражения наклонно направленной волны.

формулы (7.75) видно, что для каждого угла θ_0 существует своя максимальная частота. С изменением угла θ_0 от $\frac{\pi}{2}$ до 0 эта частота увеличивается от $f_{\max} = f_{кр}$ до $f_{\max} = \infty$.

При фиксированном угле θ_0 и частоте луча, меньшей максимальной, отраженный луч попадает на землю на тем большем удалении от излучателя, чем больше частота. Это можно увидеть из анализа выражения для радиуса кривизны луча в области поворота луча. Радиус кривизны луча равен

$$\rho = - \frac{1}{\frac{dn}{dz} \cos \theta_0} = \frac{nf^2}{40,4 \cos \theta_0 \frac{dN}{dz}}; \quad (7.76)$$

отсюда видно, что по мере увеличения частоты радиус кривизны луча увеличивается в основном за счет уменьше-

ния производной $\frac{dN}{dz}$, которая уменьшается с увеличением высоты (рис. 7.4). При приближении к максимальной частоте $\frac{dN}{dz} \rightarrow 0$ и радиус кривизны значительно возрастает, отраженный сигнал при этом попадает на землю на значительном удалении от излучателя (рис. 7.4). При частоте $f_4 > f_{\text{макс}}$ луч попадает в область, где градиент концентрации электронов становится отрицательным, радиус кривизны меняет знак и искривление луча произойдет вверх.

3. Сферически-слоистая ионосфера

В случае сферически-слоистой ионосферы следует исходить из уравнения луча, взятого в виде

$$nr \cos \theta = n_0 a \cos \theta_0.$$

Условие поворота в этом случае таково:

$$nr = n_0 a \cos \theta_0 \approx a \cos \theta_0. \quad (7.77)$$

Отсюда вместо формулы (7.74) получаем

$$f = \frac{\sqrt{80,8N(z)}}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta_0}{\left(1 + \frac{z}{a}\right)^2}}} = \frac{f_0(z)}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta_0}{\left(1 + \frac{z}{a}\right)^2}}. \quad (7.78)$$

Сравнивая эту точную формулу с формулой (7.74) для плоской ионосферы, видим, что обе формулы дают совпадающие значения f при $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; по мере уменьшения угла θ_0 от $\frac{\pi}{2}$ до 0 расхождение между соответствующими значениями частот, удовлетворяющих соотношениям (7.74) и (7.78), будет все более увеличиваться.

В частности, из точного выражения для максимальной частоты

$$f_{\text{макс}}(\theta_0) = \frac{f_{\text{кр}}}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta_0}{\left(1 + \frac{z_m}{a}\right)^2}}} \quad (7.79)$$

видно, что при $\theta_0 = 0$ (рис. 7.5) $f_{\text{макс}}(\theta_0)$ равна не бесконечности, как это следует из формулы (7.75), а конечной величине

$$f_{\text{макс}} = \frac{f_{\text{кр}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{z_m}{a}\right)^2}}}. \quad (7.79a)$$



Рис. 7.5. К определению максимальной из максимальных частот.

Эта частота $f_{\text{макс}}$ по усредненным опытным данным равна 30 — 40 МГц ($\lambda = 10 \div 7,5$ м).

§ 4. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

1. Исходные уравнения

До сих пор для упрощения мы рассматривали распространение радиоволн в ионизированном слое без учета влияния магнитного поля Земли. Теперь же рассмотрим влияние на распространение радиоволн магнитного поля Земли и выясним, к каким новым физическим явлениям приводит это влияние.

Будем исходить из уравнений электромагнитного поля для электронного газа

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + Ne\mathbf{v}, \end{aligned} \right\} \quad (7.80)$$

которые можно сразу объединить в одно уравнение

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 Ne \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (7.81)$$

и из уравнения движения электрона в электромагнитном поле и постоянном магнитном поле Земли \mathbf{H}_0 (при $H \ll H_0$)

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} + e\mu_0 [\mathbf{v}\mathbf{H}_0]. \quad (7.82)$$

Для упрощения выкладок столкновения электронов не учитываются. Второе слагаемое справа в (7.82), как известно, представляет собой силу (Лоренцева сила), действующую со стороны магнитного поля Земли \mathbf{H}_0 на электрон, движущийся со скоростью $\dot{\mathbf{v}}$. Эта сила направлена перпендикулярно как вектору \mathbf{v} , так и вектору \mathbf{H}_0 . Если векторы \mathbf{v} и \mathbf{H}_0 коллинеарны, сила эта равна нулю. Если \mathbf{v} и \mathbf{H}_0 все время взаимно перпендикулярны, то эта сила принуждает электрон вращаться по окружности вокруг силовых линий магнитного поля с так называемой *гиромагнитной частотой* $\omega = \frac{e\mu_0 H_0}{m}$. Предположим более общий случай. Пусть вертикально вверх вдоль оси Z распространяется электромагнитная волна, и вектор напряженности постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 образует произвольный угол с направлением распространения этой волны. В этом случае отлична от нуля как продольная составляющая поля H_{0L} , так и перпендикулярная составляющая H_{0m} по отношению к направлению распространения; будем в дальнейшем считать, что составляющая H_{0m} совпадает с осью X . Под влиянием поля волны каждый электрон ионизированного газа приобретает определенную скорость \mathbf{v} . Но эта скорость под воздействием постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 согласно уравнению движения будет иметь не только составляющую вдоль вектора \mathbf{E} поля волны, но и составляющую в направлении, перпендикулярном вектору \mathbf{E} . С другой стороны, под влиянием этой перпендикулярной составляющей вектора \mathbf{v} , как следует из уравнения поля (7.81), появится и соответствующая составляющая электрического поля. Таким образом, первоначально плоская волна, имевшая до входа в ионосферу только поперечные составляющие вектора напряженности электрического и магнитного полей, под влиянием магнитного поля Земли приобретает и продольные составляющие. Поэтому в решениях уравнений (7.81) и (7.82) для \mathbf{E} и \mathbf{v} мы должны предполагать существование всех составляющих: $E_x, E_y, E_z, v_x, v_y, v_z$.

Итак, будем искать решение уравнений (7.81) и (7.82) в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{j(\omega t - k_n z)}, \quad (7.83)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_m e^{j(\omega t - k_n z)}, \quad (7.84)$$

где k_n — постоянная распространения, которую в силу предполагаемого отсутствия поглощения можно представить в виде

$$k_n^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 = k^2 n^2,$$

n — показатель преломления.

Одной из основных целей поставленной здесь задачи об учете влияния магнитного поля Земли является нахождение показателя преломления n . Как уже было неоднократно показано в этой главе, важнейшие характеристики распространения радиоволн в неоднородной среде могут быть выяснены в результате анализа именно показателя преломления.

Подставив выражения (7.83) и (7.84) в уравнения (7.82) и (7.81), получим выражения

$$j\omega \mathbf{v} = \frac{e}{m} \mathbf{E} + \frac{e\mu_0}{m} [\mathbf{v} \mathbf{H}_0], \quad (7.85)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \mathbf{E} - \mu_0 N e j \omega \mathbf{v}, \quad (7.86)$$

которые сводятся к шести скалярным уравнениям относительно составляющих поля и скорости:

$$\left. \begin{aligned} -j\omega v_x + \frac{e}{m} E_x + \frac{e\mu_0}{m} v_y H_{0L} &= 0, \\ -j\omega v_y + \frac{e}{m} E_y + \frac{e\mu_0}{m} v_z H_{0r} - \frac{e\mu_0}{m} v_x H_{0L} &= 0, \\ -j\omega v_z + \frac{e}{m} E_z - \frac{e\mu_0}{m} v_y H_{0r} &= 0, \\ -k_n^2 E_x + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 E_x - \mu_0 N e j \omega v_x &= 0, \\ -k_n^2 E_y + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 E_y - \mu_0 N e j \omega v_y &= 0, \\ \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 E_z - \mu_0 N e j \omega v_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.87)$$

Как известно, для получения нетривиального (отличного от нуля) решения этой системы для указанных шести неизвестных функций необходимо, чтобы определитель системы равнялся нулю. Этот определитель удобнее всего вычислить методом последовательного исключения неизвестных функций.

В результате получим уравнение

$$\left[1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2(1-n^2)} \right] \left[\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1-n^2} \right) \frac{\omega}{\omega_T} - \frac{\omega_T}{\omega} \right] - \frac{\omega_L^2}{\omega\omega_T} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) = 0, \quad (7.88)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}, \\ \omega_L &= \frac{e\mu_0}{m} H_{0L}, \\ \omega_T &= \frac{e\mu_0}{m} H_{0T}. \end{aligned} \right\} \quad (7.89)$$

2. Двойное лучепреломление

Решая уравнение (7.88) относительно показателя преломления, находим

$$n_{1,2}^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - q \frac{\omega_L}{\omega} \pm \frac{\omega_L}{\omega} \sqrt{1+q^2}}, \quad (7.90)$$

где

$$q = \frac{\omega_T^2 \omega}{2\omega_L(\omega^2 - \omega_0^2)}. \quad (7.91)$$

Из выражения (7.90), поскольку получены два значения для показателя преломления n , следует, что в данном случае имеет место двойное лучепреломление, т. е. ионосфера, находящаяся под действием магнитного поля Земли, является двоякопреломляющей средой, такой же примерно средой, какой является кристалл турмалина. Как известно из оптики, луч света при прохождении через кристалл турмалина расщепляется на два

луча. Точно так же волна при прохождении через ионосферу в общем случае расщепляется на две волны. Ионосфера, следовательно, благодаря наличию магнитного поля Земли является анизотропной средой.

Рассмотрим один частный случай.

Пусть поле \mathbf{H}_0 направлено перпендикулярно направлению распространения, т. е. пусть $\omega_L = 0$.

В этом случае, беря знак „+“ перед корнем, получаем

$$n_1^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (7.92)$$

т. е. показатель преломления ничем не отличается от такового для ионосферы в отсутствие магнитного поля. Для второго значения показателя преломления (знак «—» перед корнем) имеем

$$n_2^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_T^2}. \quad (7.93)$$

Как видим, n_2 существенно отличается от n_1 .

В связи с этим волну, для которой показатель преломления (7.90) содержит знак «+» перед корнем, называют «обыкновенной», а волну с показателем преломления, содержащим знак «—» перед корнем, — «необыкновенной».

Пользуясь системой уравнений (7.87) и выражением (7.90), можно показать, что

$$\frac{E_y}{E_x} = j(q \pm \sqrt{q^2 + 1}), \quad (7.94)$$

т. е.

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{mx} \cos(\omega t - kn_{1,z}z), \\ E_y &= -E_{my} (q \pm \sqrt{q^2 + 1}) \sin(\omega t - kn_{1,z}z). \end{aligned} \right\} (7.95)$$

Верхний знак перед корнем относится к „обыкновенной“ волне, а нижний знак — к „необыкновенной“.

Поскольку, как следует из выражения (7.94), между составляющими поля E_x и E_y как „обыкновенной“, так и „необыкновенной“ воли имеется сдвиг по фазе, равный $\frac{\pi}{2}$,

и амплитуды составляющих электрического поля не равны между собой, то волны в общем случае являются эллиптически поляризованными.

Из выражения (7.94) также видно, что

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 \left(\frac{E_y}{E_x}\right)_2 = j(q + \sqrt{q^2 + 1}) \cdot j(q - \sqrt{q^2 + 1}) = 1$$

или

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_2 = \left(\frac{E_x}{E_y}\right)_1, \quad (7.96)$$

где индекс «1» относится к «обыкновенной» волне, а индекс «2» — к «необыкновенной».

Из этого равенства следует, что соответствующие составляющие обеих волн взаимно перпендикулярны. Далее, как легко видеть из выражений (7.95), поскольку величины

$$q + \sqrt{q^2 + 1} \text{ и } q - \sqrt{q^2 + 1}$$

имеют противоположные знаки, вектор \mathbf{E} для «обыкновенной» волны вращается в направлении, противоположном вращению вектора \mathbf{E} «необыкновенной» волны.

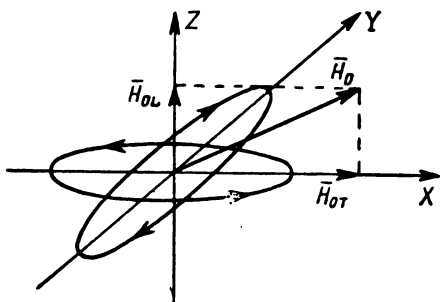


Рис. 7.6. Эллипсы поляризации обыкновенной и необыкновенной волн.

Таким образом, проекции вектора \mathbf{E} обеих волн на плоскости, перпендикулярной направлению распространения в фиксированной точке, в общем случае описывают два эллипса с взаимно перпендикулярными осями (рис. 7.6).

В заключение отметим, что учет столкновений электронов приводит к коэффициентам поглощения, различным для обеих волн.

Расщепление радиоволны при прохождении через ионосферу на две эллиптически поляризованные волны подтверждается экспериментальными данными.

3. Вращение плоскости поляризации (эффект Фарадея)

Пусть частота ω расщепляющейся в ионосфере линейно поляризованной волны настолько высока, что выполняется условие

$$q = \frac{\omega_p^2 \omega}{2\omega_L(\omega^2 - \omega_0^2)} \ll 1 \quad (7.97)$$

и можно считать

$$\begin{aligned} q + \sqrt{q^2 + 1} &\approx 1, \\ q - \sqrt{q^2 + 1} &\approx -1. \end{aligned}$$

Покажем, что в этом случае обыкновенная и необыкновенная волны складываются в одну линейно поляризованную волну с плоскостью поляризации, повернутой относительно плоскости поляризации нерасщепленной волны на некоторый угол $\Omega \neq 0$.

Действительно, предполагая, что вектор E нерасщепленной волны ориентирован вдоль оси X -ов, для составляющих напряженности поля обыкновенной и необыкновенной волн можем написать выражения

$$E_{x1} = E_m e^{j(\omega t - k \int n_1 dz)},$$

$$E_{y1} = jE_m e^{j(\omega t - k \int n_1 dz)}$$

— для обыкновенной волны и

$$E_{x2} = E_m e^{j(\omega t - k \int n_2 dz)},$$

$$E_{y2} = -jE_m e^{j(\omega t - k \int n_2 dz)}$$

— для необыкновенной волны.

Воспользовавшись, далее, тождествами

$$n_1 = \frac{1}{2}(n_1 + n_2) + \frac{1}{2}(n_1 - n_2),$$

$$n_2 = \frac{1}{2}(n_1 + n_2) - \frac{1}{2}(n_1 - n_2)$$

и складывая составляющие полей обеих волн, получаем

$$E_x = E_{x1} + E_{x2} = E_m e^{j(\omega t - k j n_{cp} dz)} \times \\ \times [e^{-jk j \alpha dz} + e^{jk j \alpha dz}] = 2E_m e^{j(\omega t - k j n_{cp} dz)} \cos(k j \alpha dz), \quad (7.98)$$

$$E_y = E_{y1} + E_{y2} = E_m e^{j(\omega t - k j n_{cp} dz)} \times \\ \times [e^{-jk j \alpha dz} - e^{jk j \alpha dz}] \cdot j = 2E_m e^{j(\omega t - k j n_{cp} dz)} \cdot \sin(k j \alpha dz), \quad (7.99)$$

где

$$n_{cp} = \frac{1}{2}(n_1 + n_2),$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(n_1 - n_2).$$

Из выражений (7.98) и (7.99) следует, что составляющие суммарного поля обеих волн колеблются в фазе. Поэтому суммарное поле представляет собой, как и до расщепления, поле линейно поляризованной волны.

Положение плоскости поляризации этой волны после прохождения ею пути $z_2 - z_1$ в ионосфере определяется углом

$$\Omega = k \int_{z_1}^{z_2} \alpha dz. \quad (7.100)$$

Плоскость же поляризации нерасщепленной волны до входа в ионосферу совпадала с плоскостью XOZ . Таким образом, получаем, что при прохождении волны через ионосферу происходит поворот плоскости поляризации на угол, определяемый формулой (7.100).

Явление поворота плоскости поляризации при прохождении волны через анизотропную среду впервые наблюдал Фарадей на оптических волнах. Поэтому рассматриваемое явление названо эффектом Фарадея.

Как увидим далее, этот эффект может быть использован для определения концентрации электронов в ионосфере.

1. Скорость распространения сигнала

До сих пор мы рассматривали распространение отдельных монохроматических волн. Но монохроматическая волна есть чисто периодический процесс в пространстве и во времени, т. е. процесс, который происходит во всем безграничном пространстве, возник бесконечно давно и продолжается вечно. Однако такого процесса в действительности не бывает. Реальный физический процесс всегда локализован в пространстве и имеет начало и конец во времени. Поэтому сигнал, который в состоянии вызвать определенный физический эффект, локализован в пространстве и имеет начало и конец во времени. Отсюда следует, что сигнал должен являться непериодической функцией пространственных и временной координат, а поэтому согласно теории интегралов Фурье должен состоять из бесконечной последовательности монохроматических волн.

В самом деле, сигнал, который вырабатывается генератором, например, радиоимпульс, состоит из бесконечного числа гармонических составляющих. Поэтому перемещающийся в пространстве сигнал представляет собой совокупность бесконечного числа перемещающихся монохроматических волн. Если среда недиспергирующая, то каждая из этих волн будет перемещаться с одной и той же фазовой скоростью и, следовательно, вся совокупность волн в целом будет перемещаться с той же фазовой скоростью. Соответственно скорость распространения импульса будет равна фазовой скорости.

Предположим теперь, что среда — диспергирующая, именно такой средой является ионосфера. Тогда каждая из составляющих монохроматических волн будет распространяться со своей фазовой скоростью, отличной от фазовой скорости других монохроматических волн. Это приведет к тому, что импульс по мере перемещения в пространстве будет расплываться, деформироваться. В связи с этим требуется выяснить, что следует понимать под скоростью сигнала в этом случае и чему она равна.

Поскольку напряженность поля сигнала состоит из бесконечной совокупности монохроматических волн, ее аналитически всегда можно представить в виде

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{j(\omega t - kz)} dk. \quad (7.101)$$

В недиспергирующей среде k под знаком интеграла является линейной функцией частоты, так как в формуле $k = \frac{\omega}{v_{\phi}}$ величина $v_{\phi} = \text{const}$ (не зависит от частоты).

В диспергирующей же среде k является сложной функцией частоты, поскольку $v_{\phi} = v_{\phi}(\omega)$:

Так как спектральная плотность $S(\omega)$ импульса, вырабатываемого генератором, вне узкого интервала частот $\omega(k_0) - \delta\omega$, $\omega(k_0) + \delta\omega$ ничтожно мала (рис. 7.7), то и величина $A(k)$ вне узкой области $k_0 - \delta k \div k_0 + \delta k$ будет также пренебрежимо мала. Поэтому интеграл в бесконечных пределах можно заменить интегралом в пределах

$$k_0 - \delta k \text{ и } k_0 + \delta k,$$

т. е.

$$E(z, t) \approx \int_{k_0 - \delta k}^{k_0 + \delta k} A(k) e^{j(\omega t - kz)} dk. \quad (7.101a)$$

Интеграл в (7.101a) обычно называют „волновым пакетом“ (группой волн). Основная часть энергии сигнала переносится этим „волновым пакетом“. Поэтому под скоростью распространения сигнала понимают скорость перемещения в пространстве „волнового пакета“ (7.101a) в целом.

Если интервал $2\delta k$ достаточно мал, т. е.

$$2\delta k \ll k_0, \quad (7.102)$$

то можно $\omega(k)$ представить рядом Тейлора и ограничиться двумя первыми членами ряда

$$\omega(k) = \omega(k_0) + \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} (k - k_0) + \dots, \quad (7.103)$$

где $\omega(k_0)$ — несущая частота.

Следовательно,

$$\omega t - kz = \omega(k_0)t - k_0 z + (k - k_0) \left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - z \right]. \quad (7.104)$$

„Волновой пакет“ (7.101a) можно представить теперь функцией

$$E = E_0 e^{j[\omega(k_0)t - k_0 z]}, \quad (7.105)$$

где E_0 — средняя амплитуда, равная

$$E_0 = \int_{k_0 - \delta k}^{k_0 + \delta k} A(k) e^{j(k-k_0)\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - z\right]} dk. \quad (7.106)$$

Из этого выражения видно, что амплитуда меняется в пространстве и времени; она постоянна вдоль поверхности, определяемой равенством

$$\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - z = \text{const.} \quad (7.107)$$

Скорость перемещения этой поверхности равной амплитуды и есть скорость перемещения „волнового пакета“, т. е. скорость распространения сигнала равна

$$\frac{dz}{dt} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}. \quad (7.108)$$

Полученная таким образом при ограничении (7.102) ско-

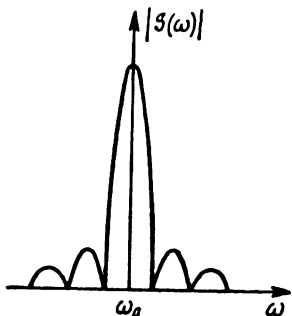


Рис. 7.7. Спектральная плотность импульса.

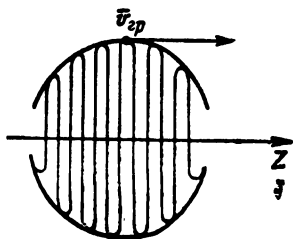


Рис. 7.8. К определению групповой скорости.

рость называется *групповой скоростью*. Она указывает, с какой скоростью перемещается центр совокупности (группы волн) в среде (рис. 7.8). Эту скорость удобно представить в виде

$$v_{\text{гр}} = \frac{1}{\left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega=\omega(k_0)}}. \quad (7.109)$$

В недиспергирующей среде, как нетрудно видеть,

$$v_{\text{гр}} = \frac{1}{\frac{dk}{d\omega}} = v_{\text{ф}}.$$

В диспергирующей же среде $v_{\text{гр}} \neq v_{\text{ф}}$.

Так, для случая распространения импульса в ионосфере в вертикальном направлении находим

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{d}{d\omega}(k_0 n) = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{c} n\right) = \frac{d}{d\omega}\left[\frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}\right] = \frac{1}{cn},$$

где $\omega_0^2 = \frac{e^2 N}{m \epsilon_0} = (2\pi f_0)^2$ — квадрат плазменной частоты, а $\omega^2 = \omega^2(k_0)$. Следовательно,

$$v_{\text{гр}} = cn = c \sqrt{1 - \frac{80,8 N(z)}{f^2}} = c \sqrt{1 - \frac{f_0^2}{f^2}}, \quad (7.110)$$

где f , таким образом, представляет собой несущую частоту сигнала, что в дальнейшем оговаривать не будем. Отметим, что, поскольку фазовая скорость равна

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}, \quad (7.111)$$

то

$$v_{\text{гр}} v_{\text{ф}} = c^2. \quad (7.112)$$

Так как $n < 1$, то групповая скорость всегда меньше скорости света, т. е.

$$v_{\text{гр}} = cn < c^*.$$

Определяемое формулой (7.110) понятие групповой скорости имеет смысл скорости перемещения импульса в том случае, если частоты составляющих монохроматических волн занимают весьма узкую область спектра. В этом случае импульс проходит достаточно большое

* Согласно теории относительности скорость распространения сигнала нигде не может превосходить скорости света c в вакууме. Поэтому понятие групповой скорости имеет смысл скорости перемещения сигнала, если она получается меньше скорости света в вакууме. Формула (7.109) дает скорость меньше c в тех случаях, когда дисперсия нормальна (в ионосфере, в волноводах).

В случае же аномальной дисперсии, имеющей место в окрестности резонансной частоты, при которой поглощение в веществах достигает максимального значения, групповая скорость больше скорости c и поэтому, как скорость перемещения сигнала, теряет смысл.

расстояние почти не деформируясь. Если же δk немало, (7.110) не определяет скорости перемещения импульса, так как отброшенные члены ряда Тейлора не являются пренебрежимо малыми. В этом случае в силу большого разброса фазовых скоростей заметная деформация уже происходит при прохождении импульсом небольших расстояний.

2. Расплывание импульса

Как уже говорилось, дисперсия радиоволн может вызвать расплывание импульса в пространстве. Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее, следуя в основном [1].

Пусть распространяющийся импульс до входа в ионосферу имел прямоугольную форму и задан для фиксированного момента времени в виде

$$E(z, t) = E_0 e^{i[\omega(k_0)t - k_0 z]}, \quad E_0 = \begin{cases} 1 & \text{при } \frac{-L}{2} < z < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{при } z < -\frac{L}{2}, z > \frac{L}{2}, \end{cases} \quad (7.113)$$

где k_0 — постоянная распространения, соответствующая несущей частоте импульса $\omega(k_0)$.

Представим функцию $E(z, t)$ интегралом Фурье

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i(\omega t - kz)} dk, \quad (7.101)$$

$A(k)$ — преобразование Фурье, равное

$$A(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{-jk_0 z} e^{jkz} dz. \quad (7.114)$$

Подставляя (7.114) в (7.101), получаем

$$E(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{i[\omega t + (k - k_0)z' - kz]} dk dz'. \quad (7.115)$$

Разложим частоту ω в ряд Тейлора и, предполагая импульс

не слишком узким и дисперсию несильной, ограничимся первыми тремя членами ряда

$$\begin{aligned} \omega(k) = & \omega(k_0) + \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k=k_0} (k - k_0) + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_{k=k_0} (k - k_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (7.116)$$

Подстановка этого выражения для ω в (7.115) дает

$$\begin{aligned} E(z, t) = & \frac{1}{2\pi} e^{j[\omega(k_0)t - k_0 z]} \times \\ \times & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{j \left[\omega'(k_0) \cdot (k - k_0)t + \frac{1}{2} \omega''(k_0) (k - k_0)^2 t - (k - k_0)(z - z') \right]} dk dz', \end{aligned} \quad (7.117)$$

где $\omega(k_0)$ — несущая частота импульса.

Учитывая, что выражение в квадратных скобках в показателе можно преобразовать к виду

$$\frac{\omega''(k_0)t}{2} \left[(k - k_0) + \frac{\omega'(k_0) \cdot t - (z - z')}{\omega''(k_0) \cdot t} \right]^2 - \frac{[\omega'(k_0)t - (z - z')]^2}{2\omega''(k_0)t},$$

введем новую переменную ξ соотношением

$$\omega''(k_0)t \left[(k - k_0) + \frac{\omega'(k_0)t - (z - z')}{\omega''(k_0)t} \right]^2 = \pi \xi^2,$$

$$dk = \sqrt{\frac{\pi}{t\omega''(k_0)}} d\xi.$$

Имея в виду, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j \frac{\pi}{2} \xi^2} d\xi = 1 + j,$$

получаем

$$E(z, t) = \frac{1 + j}{2\sqrt{\pi t \omega''(k_0)}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} E_0 e^{-j \frac{[\omega'(k_0) \cdot t - (z - z')]^2}{2\omega''(k_0) \cdot t}} dz'. \quad (7.118)$$

Бесконечные пределы интегрирования по z' в силу (7.113) заменены на $-\frac{L}{2}$ и $\frac{L}{2}$.

Снова введем новую переменную u по формуле

$$\frac{[\omega'(k_0)t - (z - z')]^2}{\omega''(k_0) \cdot t} = \pi u^2,$$

$$dz' = \sqrt{\pi \omega''(k_0) \cdot t} du,$$

нижний предел для u равен

$$\frac{\omega'(k_0)t - \left(z + \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{\pi t \omega''(k_0)}} = u_1, \quad (7.119a)$$

верхний предел

$$\frac{\omega'(k_0)t - \left(z - \frac{L}{2}\right)}{\sqrt{\pi t \omega''(k_0)}} = u_2. \quad (7.119b)$$

В результате мы находим формулу для $E(z, t)$, выражающуюся через интегралы Френеля

$$E(z, t) = E_0 \frac{1+j}{2} \int_{u_1}^{u_2} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du = E_0 \frac{1+j}{2} j \left(\int_0^{u_2} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du - \int_0^{u_1} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du \right) = E_0 \frac{1+j}{2} [C(u_2) - C(u_1) - jS(u_2) + jS(u_1)]. \quad (7.120)$$

Абсолютное значение напряженности поля равно

$$|E(z, t)| = E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[C(u_2) - C(u_1)]^2 + [S(u_2) - S(u_1)]^2}. \quad (7.121)$$

Оно легко может быть найдено по спирали Корню (рис. 1.19) по известным u_2 и u_1 . Но для этого необходимо сначала выяснить физический смысл u_2 и u_1 .

Поскольку $\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} = \omega'(k_0) = v_{гр}$ — групповая скорость, т. е. скорость перемещения центра тяжести импульса, то $t\omega'(k_0) = z_0$ — координата центра тяжести импульса в момент времени t . Отсюда следует, что в выражении для u_1

$$\left| \omega'(k_0) t - \left(z + \frac{L}{2}\right) \right| = \left| \left(z_0 - \frac{L}{2}\right) - z \right|$$

есть расстояние точки с координатой z от заднего края неискаженного импульса, а в выражении для u_2

$$\left| \omega'(k_0) t - \left(z - \frac{L}{2}\right) \right| = \left| \left(z_0 + \frac{L}{2}\right) - z \right|$$

— расстояние той же точки от переднего края импульса.

Учитывая, что

$$z_0 = v_{\text{гp}} t = cnt, \quad \left(\frac{d^2 \omega}{dk^2} \right)_{k=k_0} = \frac{\omega_0^2}{\omega^3(k_0)} c^2,$$

где ω_0 — плазменная частота, можем для u_2 и u_1 написать следующие выражения:

$$u_1 = \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{2n}{\lambda z_0}} \left(z_0 - \frac{L}{2} - z' \right), \quad (7.122a)$$

$$u_2 = \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{2n}{\lambda z_0}} \left(z_0 + \frac{L}{2} - z' \right). \quad (7.122б)$$

Соотношения (7.121) и (7.122) позволяют с помощью спирали Корню рассчитать форму импульса для любого z_0 , т. е. для любого момента времени. Для того чтобы иметь возможность оценить степень расплывания импульса по спирали Корню, важно знать знаки u_1 и u_2 ; они указаны на рис. 7.9.

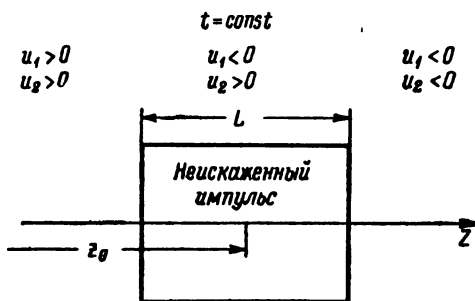


Рис. 7.9. К определению степени расплывания импульса в ионосфере.

О степени деформации импульса можно судить по величине корня в формуле (7.121) при z , лежащих в пределах границ неискаженного импульса. Если эта величина близка к единице, то импульс деформирован не сильно. Если же она отличается от единицы, искажения импульса существенны.

Из изображения спирали Корню видно, что квадратный корень в (7.121) будет близок к единице, если разность $u_2 - u_1$ велика по сравнению с единицей.

Таким образом, для отсутствия искажений импульса требуется, чтобы удовлетворялось условие

$$u_2 - u_1 = \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{2n}{\lambda z_0}} L \gg 1. \quad (7.123)$$

Достаточно, чтобы величина $\frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{2n}{z_0 \lambda}} L$, которую целесообразно называть *параметром деформации импульса*, была не меньше нескольких единиц. Чем больше этот параметр, тем меньше искажения. Рассмотрим пример. Пусть $\lambda = 10$ см, длительность импульса 1 мксек, плазменная частота $f_0 = 3$ Мгц. Требуется определить, будет ли существенно искажен импульс после прохождения 4000 км в однородной ионосфере.

В этом случае: $L = 300$ м, $z_0 = 4000$ км, $\frac{\omega}{\omega_0} = 1000$, $n \approx 1$ и параметр деформации равен

$$1000 \sqrt{\frac{2}{10^{-4} \cdot 4000}} 0,3 = 675 \gg 1.$$

Следовательно, искажения незначительны. Однако в метровом диапазоне волн и при частотах, близких к максимальной, искажения могут быть значительными.

ГЛАВА 8

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

§ 1. МЕТОДИКА РАДИОЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ С ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

1. Идея метода зондирования

Среди разнообразных радиометодов, разработанных для исследования ионосферы, почти всеобщее распространение получил импульсный метод. Сущность метода состоит в том, что вверх, в направлении на ионосферу, посылается сигнал в виде радиоимпульса, так называемый зондирующий импульс.

Если несущая частота не превосходит некоторой предельной частоты $f_{\text{макс}}$ для заданного направления послылки импульса, то имеет место отражение радиоимпульса от ионосферы.

Импульсный метод радиозондирования в первую очередь дает возможность непосредственно измерить время прохождения зондирующим импульсом соответствующего пути вверх до области отражения плюс время прохождения отраженным импульсом соответствующего пути вниз до приемного устройства.

2. Действующая высота

Зондирование ионосферы можно осуществить, направив зондирующий импульс либо вертикально вверх, либо под некоторым углом возвышения.

Рассмотрим сначала зондирование ионосферы вертикальным лучом. В этом случае скорость распространения сигнала, или групповая скорость, равна

$$v_{\text{гр}} = cn. \quad (7.110)$$

Как следует из (7.110), скорость сигнала по мере проникновения его внутрь ионосферы уменьшается и в точке отражения, где $n=0$,

$$v_{гр} = 0. \quad (8.1)$$

Высоту $z_{от}$, на которой произошло отражение, можно определить по времени τ запаздывания отраженного импульса относительно зондирующего следующим образом. От поверхности земли до высоты z_0 , где расположена нижняя граница ионосферы, сигнал распространяется в обоих направлениях со скоростью c . В ионосфере же сигнал до и после отражения распространяется с групповой скоростью, которая является функцией высоты. Ввиду этого имеем

$$\tau = \frac{2z_0}{c} + 2 \int_{z_0}^{z_{от}} \frac{dz}{v_{гр}}. \quad (8.2)$$

Однако скорость $v_{гр}$ неизвестна, поскольку неизвестна концентрация электронов $N(z)$. Поэтому полагают, что скорость распространения сигнала в ионосфере также равна скорости света c , но тогда вместо истинной высоты отражения получают так называемую *действующую высоту*. Эта высота, следовательно, определяется формулой

$$z_d = \frac{c\tau}{2}. \quad (8.3)$$

Таким образом, по измеренному значению τ можно непосредственно получить лишь действующую высоту.

Очевидно, что действующая высота всегда больше истинной, поскольку $c > v_{гр}$.

Проанализируем, как должна меняться действующая высота, когда концентрация электронов меняется так, как указано на рис. 8.1.

Согласно (8.2), (8.3) и (7.110)

$$z_d = z_0 + \int_{z_0}^{z_{от}} \frac{dz}{n}. \quad (8.4)$$

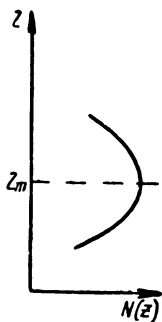


Рис. 8.1. Простой слой.

Рассмотрим интеграл

$$\int_{z_0}^{z_{от}} \frac{dz}{n} = \int_{z_0}^{z_{от}} \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{80,8N(z)}{f^2}}}.$$

Этот интеграл несобственный, так как при верхнем пределе подынтегральная функция обращается в бесконечность. Однако, применяя признак Коши сходимости интегралов, можно показать, что этот интеграл, вообще говоря, сходится. Согласно признаку Коши несобственный интеграл сходится в том случае, если подынтегральная функция $F(z)$ для z , близких к $z_{от}$, удовлетворяет условию

$$|F(z)| < \frac{B}{(z_{от} - z)^p}, \quad (8.5)$$

где B — постоянная,

p — какое-либо положительное число, меньшее единицы ($p < 1$).

Условие (8.5) означает требование ограниченности произведения

$$|F(z)|(z_{от} - z)^p \text{ при } z \rightarrow z_{от}.$$

Положим, что $p = \frac{1}{2}$, и вычислим это произведение при $z \rightarrow z_{от}$:

$$\lim_{z \rightarrow z_{от}} \left[F(z) (z_{от} - z)^{\frac{1}{2}} \right] = \lim_{z \rightarrow z_{от}} \sqrt{\frac{z_{от} - z}{1 - \frac{80,8N(z)}{f^2}}} = \frac{f}{\sqrt{\frac{dN}{dz} 80,8}}.$$

Отсюда следует, что рассматриваемый несобственный интеграл сходится везде, где $\frac{dN}{dz} \neq 0$, и, следовательно, z_d ограничено. Интеграл расходится там, где $\frac{dN}{dz} = 0$, а это имеет место в точке, где $N(z) = N_{\max}$. Поскольку $f_{кр} = \sqrt{80,8N_{\max}}$, то, следовательно, при приближении частоты f к $f_{крит}$ действующая высота z_d должна неограниченно возрастать. Соответственно зависимость z_d от частоты f при распространении вертикально направленного сигнала в ионо-

сферном слое, изображенном на рис. 8.1, должна иметь вид, указанный на рис. 8.2. Заметим, что функция $z_d(f)$ определяет ход концентрации электронов $N(z)$ только до высоты z_m , где N достигает максимального значения $N_{\text{макс}}$.

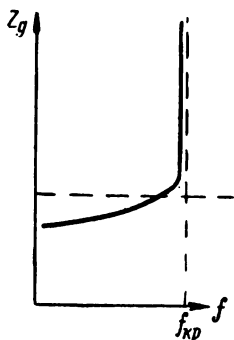


Рис. 8.2. Зависимость z_d от частоты f для простого слоя.



Рис. 8.3. Возможное распределение концентрации электронов по высоте, определенное по $z_d(f)$.

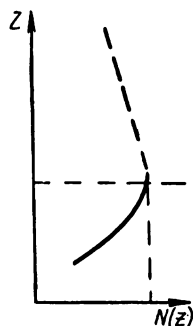


Рис. 8.4. Возможно распределение концентрации электронов по высоте, определенное по $z_d(f)$.

При $z > z_m$ связи между z_d и $N(z)$ нет, так как при той же зависимости $z_d(f)$, изображенной на рис. 8.2, концентрация электронов может, например, меняться с высотой, в частности и так, как показано на рис. 8.3 и 8.4.

3. Теоремы эквивалентности

Рассмотрим теперь зондирование ионосферы наклонным лучом. Пусть траектория луча частоты f изображена на рис. 8.5 (сплошная линия).

До входа в ионосферу и после выхода из нее луч не искривляется. Участки луча TM и NP представляют собой прямые линии. Участок же траектории, проходящий через ионосферу, искривлен. Время прохождения сигналом этого искривленного участка пути в ионосфере равно

$$\Delta t = \int_{MON} \frac{dl}{v_{гp}} = \frac{1}{c} \int_{MON} \frac{dl}{n_f}, \quad (8.6)$$

где n_f — показатель преломления для частоты f .

Учитывая, что в последнем равенстве

$$dl = \frac{dR}{\cos \theta}$$

и что согласно уравнению траектории волны

$$n_f \cos \theta = \cos \theta_0,$$

находим

$$\Delta t = \frac{1}{c} \int_{MON} \frac{dR}{n_f \cos \theta} = \frac{1}{c} \int_{MON} \frac{dR}{\cos \theta_0} = \frac{\Delta R}{c \cos \theta_0} = \frac{MAN}{c}, \quad (8.7)$$

где MAN — сумма длин сторон треугольника, образованного в результате продолжения прямолинейных участков луча TM и PN до их пересечения.

Таким образом, *время Δt прохождения сигналом искривленного пути в ионосфере с групповой скоростью равно времени прохождения сигналом воображаемого треугольного пути MAN со скоростью света c .* Треугольник TAP называют *эквивалентным треугольным путем*. Высота его Z'_d называется эквивалентной или действующей высотой отражения наклонного луча.

Доказанное утверждение называется первой теоремой эквивалентности.

Докажем теперь вторую теорему эквивалентности.

Пусть от горизонтального слоя с концентрацией электронов $N(z_{от})$ отражается вертикально направленный луч с частотой f_0 , другой луч с частотой f , направленный под углом возвышения θ_0 , отражается на той же высоте. Докажем, что действующие высоты отражения z_d и z'_d обоих лучей одинаковы. В самом деле, согласно формуле (7.74)

$$f = \frac{f_0}{\sin \theta_0}.$$

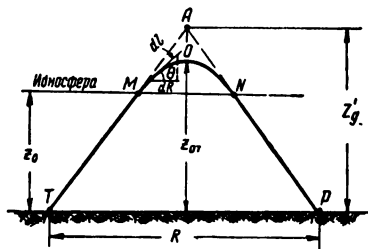


Рис. 8.5. К доказательству теорем эквивалентности.

Подставляя это соотношение в выражение для показателя преломления n_f , получаем

$$n_f^2 = 1 - \frac{80,8N(z)}{f^2} = 1 - \frac{80,8N(z)}{f_0^2} \sin^2 \theta_0. \quad (8.8)$$

Но из уравнения луча

$$n_f \cos \theta = \cos \theta_0$$

имеем

$$n_f^2 = n_f^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta_0. \quad (8.9)$$

Приравнявая выражения (8.8) и (8.9), находим

$$1 - \frac{80,8N(z)}{f_0^2} \sin^2 \theta_0 - \cos^2 \theta_0 = n_f^2 \sin^2 \theta$$

или

$$\left(1 - \frac{80,8N(z)}{f_0^2}\right) \sin^2 \theta_0 = n^2 \sin^2 \theta = n_f^2 \sin^2 \theta,$$

где n — показатель преломления для той же области ионосферы, но на частоте f_0 .

Далее, согласно (8.6) и (8.7)

$$\frac{1}{c} \int \frac{dl}{n_f} = \frac{MAN}{c}.$$

Учитывая последние два равенства, имеем

$$\begin{aligned} \int_{MON} \frac{dl}{n_f} &= 2 \int_{z_0}^{z_{OT}} \frac{dz}{n_f \sin \theta} = 2 \int_{z_0}^{z_{OT}} \frac{dz}{n \sin \theta_0} = \\ &= \frac{2}{\sin \theta_0} \int_{z_0}^{z_{OT}} \frac{dz}{n} = \frac{2}{\sin \theta_0} (z'_d - z_0) = MAN; \end{aligned}$$

но, как видно из рис. 8.5,

$$\frac{MAN}{2} \sin \theta_0 = z'_d - z_0.$$

Поэтому получаем

$$z'_d = z_d. \quad (8.10)$$

Таким образом, согласно второй теореме эквивалентности, действующая высота отражения для вертикально направленного луча с частотой f_0 равна действующей высоте отражения наклонного луча с частотой f , если оба луча отражаются от одного и того же уровня ионизированного слоя.

Обе теоремы показывают, что между данными вертикального зондирования и данными наклонного зондирования имеется определенная связь, так что в практике распространения радиоволн в ионосфере достаточно располагать данными вертикального зондирования.

4. Ионосферные станции.

Высотно-частотные характеристики ионосферы

Вертикальное зондирование ионосферы осуществляется так называемыми ионосферными станциями.

В ионосферную станцию входит аппаратура, которая имеет наиболее часто встречающиеся следующие параметры:

а) передатчик, генерирующий радиоимпульсы с длительностью 50—150 мксек и с частотой повторения 20—100 гц. Импульсы имеют пиковую мощность до нескольких десятков квт. Несущая частота может плавно меняться в широком диапазоне, в большинстве станций она меняется в пределах 0,5—20 Мгц;

б) широкодиапазонный приемник с таким же диапазоном частот (0,5—20 Мгц) принимаемых сигналов;

в) широкодиапазонное антенное устройство иногда отдельное для передачи и приема (например, вертикальные ромбические антенны с хорошей вертикальной направленностью);

г) индикаторное устройство в виде осциллографа, на горизонтальные пластины которого подается линейная развертка с частотой, равной частоте повторения зондирующих импульсов.

Станция работает следующим образом. В момент излучения зондирующего импульса на экране осциллографа появляется его изображение. Через некоторый интервал времени τ отраженный импульс попадает в приемник и на экране осциллографа появляется его изображение. Типичная картина, получаемая на экране осциллографа, изображена на рис. 8.6.

Шкала горизонтальной развертки обычно прокалибрована не во времени τ , а в действующих высотах z_d . Изменяя несущую частоту f генератора, получают зависимость действующей высоты от частоты f зондирующего сигнала. Эта зависимость называется *высотно-частотной характеристикой ионосферы*. Примерный вид высотно-частотной характеристики изображен на рис. 8.7.

Поскольку концентрация электронов в ионосфере подвержена быстрым случайным изменениям, то желательно, чтобы полный цикл изменения частоты занимал

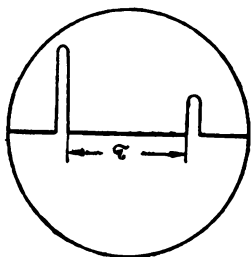


Рис. 8.6. Зондирующий и отраженный импульсы на экране осциллографа.

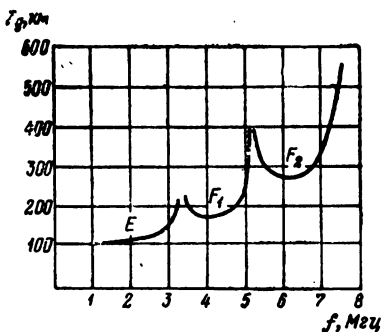


Рис. 8.7. Высотно-частотная характеристика.

как можно меньше времени. Ввиду этого на современных ионосферных станциях снятие высотно-частотных характеристик производится ускоренно, автоматически, и одновременно производится фотографирование изображения на экране осциллографа. Процесс автоматического снятия характеристики длится не более минуты.

Ход высотно-частотных характеристик нетрудно истолковать на основе рассмотренной выше теории распространения радиоволн в простом ионосферном слое. В самом деле рис. 8.7 показывает, что по мере увеличения частоты, когда отражение происходит в пределах участка E, действующая высота z_d сначала медленно, а затем весьма быстро растет. Это согласно изложенному в предыдущем параграфе означает, что концентрация электронов с увеличением высоты монотонно растет, достигая при наибольшей частоте, на которой еще возможно отражение на участке E, максимального значения N_{mE} .

Как меняется концентрация электронов выше максимума N_{mE} в непосредственной близости к нему по высотно-частотной характеристике установить нельзя. Несмотря на то, что концентрация электронов выше максимума N_{mE} может и не совпадать с кривой распределения, изображенной на рис. 8.1, область ионосферы, соответствующую участку E высотно-частотной характеристики, принято условно называть слоем (в данном случае слоем E).

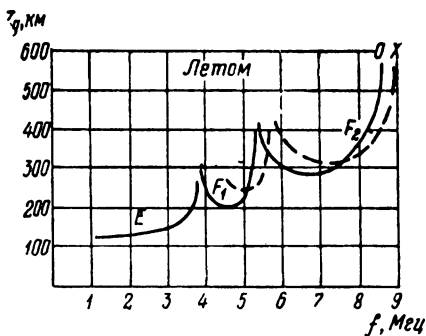


Рис. 8.8. Типичная высотно-частотная характеристика летом на средних широтах.

С дальнейшим увеличением частоты этот нижний слой E становится прозрачным. Участок характеристики F_1 , а затем и участок F_2 почти повторяют участок E, т. е. этим участкам тоже соответствуют определенные (с указанными выше оговорками) ионосферные слои. Поэтому высотно-частотную характеристику, изображенную на рис. 8.7, истолковывают следующим образом. По мере увеличения частоты сигнал сначала проходит нижний слой E, т. е. сначала этот слой становится для сигнала прозрачным; после чего он попадает в слой с большим максимумом концентрации электронов F_1 , а затем и в слой F_2 с еще большим максимумом; при дальнейшем повышении частоты сигнала прозрачным становится и слой F_2 .

Типичные для средних широт высотно-частотные характеристики для дневного времени изображены на рис. 8.8 и 8.9. Из этих рисунков видно, что на средних широтах летом днем существует три ионосферных слоя: E, F_1 и F_2 , а зимой — только два слоя: E и F_2 . На рисун-

ках индекс «О» относится к обыкновенной волне, а «Х» — к необыкновенной волне.

Слой E и F₂ существуют круглосуточно на всех широтах. Слой F₁ существует только днем, причем в эква-

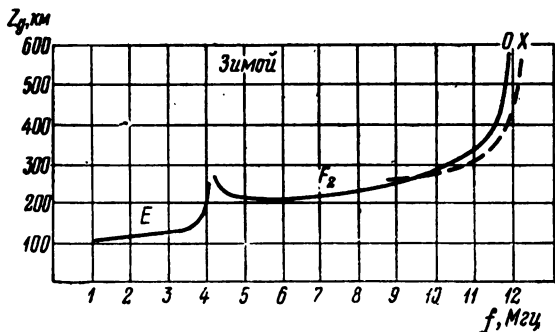


Рис. 8.9. Типичная высотно-частотная характеристика зимой на средних широтах.

ториальной зоне — круглый год, в средних широтах — преимущественно летом, а в северных широтах — только летом.

Согласно данным, получаемым по высотно-частотным характеристикам, примерные значения критических частот для слоев таковы:

Слой E	$f_{кр} = 4 \text{ МГц}$
„ F ₁	$f_{кр} = 5 \text{ МГц}$
„ F ₂	$f_{кр} \begin{cases} = 9 \text{ МГц} \text{ летом} \\ = 12 \text{ МГц} \text{ зимой.} \end{cases}$

Однако эти значения, как увидим далее, могут меняться.

Критическая частота для слоя F₂ является критической для всей ионосферы.

5. Определение концентрации электронов по высотно-частотным характеристикам

Сначала предположим, что можно пренебречь влиянием магнитного поля Земли. В этом случае распределение концентрации электронов по высоте $N(z)$ до максимума слоя F₂ можно найти из зависимости

$$z_{\text{д}}(f) = z_0 + \int_{z_0}^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{n} = z_0 + \int_{z_0}^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{80,8N(z)}{f^2}}}. \quad (8.4)$$

Так как

$$80,8N(z) = f_0^2(z),$$

то можно написать обратную функцию в виде

$$z = z(f_0).$$

Очевидно, что

$$dz = \frac{dz}{d(f_0^2)} d(f_0^2).$$

Учитывая далее, что на высоте $z_{\text{от}}$, где происходит отражение,

$$f_0 = f,$$

а на высоте $z \approx z_0$, $f_0 \approx 0$, то чисто формально можно написать

$$z(f) = z_0 + \int_{z_0}^{z_{\text{от}}} dz = z_0 + \int_0^f \frac{dz(f_0^2)}{d(f_0^2)} d(f_0^2). \quad (8.11)$$

С другой стороны, формулу (8.4) можно представить в виде

$$z_{\text{д}}(f) = z_0 + f \int_{z_0}^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{\sqrt{f^2 - f_0^2}} = z_0 + f \int_0^f \frac{dz(f_0^2)}{df_0^2} \frac{df_0^2}{\sqrt{f^2 - f_0^2}}.$$

Если теперь умножим обе части последнего равенства на $\frac{1}{\sqrt{f_1^2 - f^2}}$ и проинтегрируем по f в пределах от 0 до f_1 , то получим

$$\int_0^{f_1} \frac{z_{\text{д}}(f)}{\sqrt{f_1^2 - f^2}} df = \int_0^{f_1} \frac{z_0 df}{\sqrt{f_1^2 - f^2}} + \int_0^{f_1} \frac{df}{\sqrt{f_1^2 - f^2}} \int_0^f \frac{dz(f_0^2)}{d(f_0^2)} \frac{f d(f_0^2)}{\sqrt{f^2 - f_0^2}}.$$

Двойной интеграл, стоящий в правой части, можем преобразовать по формуле Дирихле следующим образом:

$$\begin{aligned} & \int_0^{f_1} \frac{df}{\sqrt{f_1^2 - f^2}} \int_0^f \frac{dz(f_0^2)}{d(f_0^2)} \frac{f d(f_0^2)}{\sqrt{f^2 - f_0^2}} = \\ & = \int_0^{f_1} \frac{dz(f_0^2)}{d(f_0^2)} d(f_0^2) \int_{f_0}^{f_1} \frac{f df}{\sqrt{(f_1^2 - f^2)(f^2 - f_0^2)}}. \end{aligned}$$

Внутренний интеграл равен $\frac{\pi}{2}$. В этом можно убедиться, произведя следующую замену переменной:

$$x = \frac{f_1^2 - f^2}{f_1^2 - f_0^2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_{f_0}^{f_1} \frac{f df}{\sqrt{(f_1^2 - f^2)(f^2 - f_0^2)}} &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = \\ &= \arctg \sqrt{\frac{x}{1-x}} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Далее,

$$\int_0^{f_1} \frac{z_0 df}{\sqrt{f_1^2 - f^2}} = z_0 \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, находим

$$z_0 + \int_0^{f_1} \frac{dz(f_0^2)}{df_0^2} df_0^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{f_1} \frac{z_d(f) df}{\sqrt{f_1^2 - f^2}}.$$

Введя переменную

$$f = f_1 \sin \psi$$

и учтя (8.11), получим

$$z(f_1) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} z_d(f_1 \sin \psi) d\psi.$$

Отбрасывая индекс „1“, окончательно находим искомую зависимость

$$z(f) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} z_d(f \sin \psi) d\psi, \quad (8.12)$$

причем

$$f = f_0 = \sqrt{80,8N}. \quad (8.13)$$

Формула (8.12) для расчета распределения концентрации электронов по высотно-частотным характеристикам была впервые получена Эпплтоном.

Вычисление интеграла в (8.12) выполняется путем численного интегрирования. Для этой цели интервал $0 \div \frac{\pi}{2}$ разбивается на ряд равных промежутков. В большинстве случаев можно ограничиться пятью промежутками, длина каждого из которых 18° . При этом ординаты подынтегральной функции берут для середин промежутков, т. е. для $\psi = 9, 27, 45, 63, 81^\circ$. В результате получают следующую простую формулу для вычисления $z(f)$:

$$z(f) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{5} \frac{\pi}{2} \right) [z_d(0,156f) + z_d(0,454f) + z_d(0,707f) + z_d(0,891f) + z_d(0,988f)]. \quad (8.14)$$

Процедура вычисления распределения концентрации по этой формуле сводится к следующему. Допустим, требуется найти истинную высоту z , на которой произошло отражение сигнала частоты f . Сначала по высотно-частотной характеристике находим ординаты z_d , которые соответствуют абсциссам, указанным в круглых скобках, затем производим остальные операции согласно (8.14). Концентрацию электронов на этой высоте z рассчитываем по формуле (8.13).

Следует иметь в виду, что при выводе формулы (8.12) не учитывалось влияние магнитного поля Земли. Это может привести к большим погрешностям в определении концентрации электронов.

Разработанный в Англии [53] к началу международного геофизического года (1957—1959 гг.) общий метод определения концентрации электронов по высотно-частотным характеристикам свободен от этого недостатка.

Исходным пунктом в этом методе является формула

$$z_{\text{д}}(f) = z_0 + \int_{z_0}^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{n} = \int_0^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{n}, \quad (8.4a)$$

причем здесь показатель преломления n может являться функцией не только частот f и f_0 , но и, в соответствии с формулами (7.90) и (7.91), может зависеть от составляющих магнитного поля Земли $H_{\text{от}}$ и $H_{\text{ол}}$, т. е.

$$n = n[f, f_0(z); H_{\text{от}}, H_{\text{ол}}].$$

Формулу (8.4a) можно представить в виде

$$z_{\text{д}}(f) = \int_0^{z_{\text{от}}} \frac{dz}{n} = \int_0^f \frac{1}{n} \frac{dz}{f_0} df_0, \quad (8.15)$$

где

$$f = f_0(z_{\text{от}}).$$

В этом представлении интеграл по f_0 можно заменить суммой. Для этой цели разбиваем ось абсцисс высотно-частотной характеристики на ряд равных промежутков $\Delta f = \Delta f_0$. Этому разбиению соответствует разбиение оси абсцисс в плоскости z, f_0 на такие же промежутки, как показано на рис. 8.10. Если промежутки Δf достаточно малы, то можно полагать, что в пределах всего промежутка

$$\frac{dz}{df_0} \approx \frac{z_i - z_{i-1}}{\Delta f_0}.$$

Тогда действующая высота отражения сигнала заданной частоты $f \approx m\Delta f$ согласно (8.15) может быть выражена через сумму

$$z_{\text{д}}(m\Delta f) = \sum_{i=1}^m M_{mi}(z_i - z_{i-1}), \quad (8.16)$$

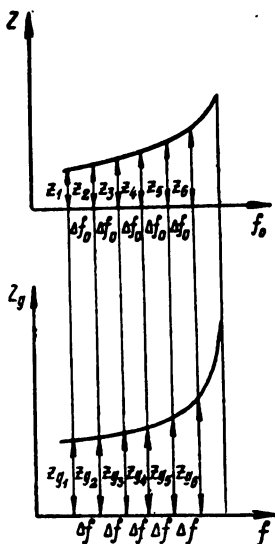


Рис. 8.10. К определению концентрации электронов по высотно-частотной характеристике.

где

$$M_{mi} = \frac{1}{n(m\Delta f, i\Delta f_0, H_{OT}, H_{OL})}, \quad (8.17)$$

$$M_{mi} = 1 \text{ для } i = 1,$$

$$M_{mi} = 0 \text{ для } i > m,$$

$$z_0 = 0.$$

Зависимость же $z_d(f)$ представляется в виде системы уравнений, получающейся из (8.16), если m давать значения

$$m = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$$

Следовательно, величина M_{mi} есть элемент матрицы

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 & \dots & 0 \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{p1} & M_{p2} & M_{p4} & \dots & M_{pp} \end{pmatrix}. \quad (8.18)$$

Полученную алгебраическую систему уравнений можно также представить и в виде

$$z_d(m\Delta f) = \sum_{i=1}^m A_{mi} z_i \quad (8.19)$$

$$m = 1, 2, 3, 4 \dots;$$

где A_{mi} — элемент матрицы A , являющейся произведением матрицы M и матрицы D :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8.20)$$

т. е.

$$A = MD. \quad (8.21)$$

Таким образом, решая систему линейных уравнений (8.19), можно найти искомые истинные высоты отражения сигналов различных частот, выражаемые через действующие высоты,

$$z_i = \sum_{p=1}^i B_{ip} z_{dp}, \quad (8.22)$$

где B_{ip} есть элемент обратной матрицы A , т. е. матрица

$$B = A^{-1}. \quad (8.23)$$

Очевидно, что этот метод расчета распределения концентрации электронов по высоте целесообразен в том случае, если вычисления производить на электронной вычислительной машине.

§ 2. РАДИОМЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕРХНЕЙ ИОНОСФЕРЫ ПРИ ПОМОЩИ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ И РАКЕТ

Из изложенного в предыдущем параграфе видно, что радиозондированием с поверхности земли можно определить ход концентрации электронов только в *нижней* ионосфере, т. е. только до максимума слоя F_2 , и притом только в тех областях, где нет экранировки нижерасположенными слоями. Что же касается концентрации электронов между слоями и концентрации в *верхней* ионосфере, т. е. выше максимума слоя F_2 , то ее нельзя определить при помощи радиозондирования с поверхности земли.

Для определения концентрации электронов в верхней ионосфере используется ряд других радиометодов. Некоторые из них возможно реализовать только при помощи искусственных спутников Земли и запускаемых на большую высоту в верхнюю ионосферу ракет.

1. Измерение угла поворота плоскости поляризации радиоволн, проходящих сквозь ионосферу

Интегральная концентрация электронов* в ионосфере может быть определена по данным измерения угла поворота плоскости поляризации волн, излучаемых пере-

* Число электронов в столбе единичного сечения и заданной высоты.

датчиками искусственных спутников Земли. Согласно формуле (7.100) угол поворота плоскости поляризации после прохождения волной отрезка пути $z_2 - z_1$ в ионосфере равен

$$\Omega = k \int_{z_1}^{z_2} a dz,$$

где

$$a = \frac{1}{2} (n_1 - n_2).$$

Предположим, что несущая частота ω сигнала настолько высока, что можно считать

$$\frac{\omega_T^2}{\omega^2} \ll 1; \quad \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \ll 1. \quad (8.24)$$

При этом условии

$$n_1^2 \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{\omega_L}{\omega}},$$

$$n_2^2 \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega_L}{\omega}},$$

и

$$n_1^2 - n_2^2 \approx 2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega_L}{\omega},$$

или

$$2n_{cp} \cdot a = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega_L}{\omega}.$$

При достаточно высокой частоте имеет место также неравенство

$$\frac{\omega_0^2}{\omega^2} \ll 1. \quad (8.25)$$

Поэтому

$$n_{cp} \approx 1$$

и, следовательно,

$$a = \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{\omega_L}{\omega};$$

или учитывая (7.89), имеем

$$\alpha = \frac{1}{2\omega^3} \frac{e^3}{m^2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} NH_{OL}. \quad (8.26)$$

Таким образом, угол поворота плоскости поляризации волны, излученной передатчиком спутника, находящимся на высоте z , равен

$$\Omega = \frac{1}{2c} \frac{e^3}{m^2} \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \frac{1}{\omega^2} \int_z^{z_0} NH_{NL} dz,$$

где z_0 — высота нижней границы ионосферы. Подставляя в эту формулу численные значения для e , m , μ_0 , ϵ_0 , c , получаем

$$\Omega = \frac{1,2}{\omega^2} \int_z^{z_0} NH_{OL} dz.$$

В пределах ионосферы H_{OL} меняется слабо, а поэтому можно эту величину вынести за знак интеграла, тогда

$$\Omega = \frac{1,2H_{OL}}{\omega^2} \int_z^{z_0} N(z) dz. \quad (8.27)$$

В этой формуле угол Ω может быть каким угодно большим и даже во много раз больше 2π . Однозначное же соответствие между измеренным углом поворота $\Omega_{\text{изм}}$ и истинным Ω имеет место в том случае, если Ω не превосходит значения π . Неоднозначность в определении угла Ω можно устранить, если излучать две волны с двумя достаточно близкими частотами ω_1 , ω_2 и с одинаковыми первоначальными положениями плоскостей поляризации. Тогда вычисление интегральной концентрации электронов можно производить по формуле

$$\Omega_{2 \text{ изм}} - \Omega_{1 \text{ изм}} = 1,2H_{OL} \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) \int_z^{z_0} N(z) dz. \quad (8.28)$$

Рассмотрим более подробно, какими должны быть частоты, чтобы можно было пользоваться формулой (8.28).

Во-первых, они должны быть достаточно высокими, чтобы вообще можно было наблюдать эффект Фарадея. Поскольку напряженность магнитного поля Земли H_0 имеет величину порядка

$$H_0 = 0,5 \text{ эрст} = \frac{1}{4\pi} 10^3 \cdot 0,5 = 40 \frac{\text{а}}{\text{м}},$$

то гиромагнитная частота равна

$$\omega_{H_0} = \frac{e\mu_0}{m} H_0 = 8,85 \cdot 10^6$$

или

$$f_{H_0} = 1,4 \text{ Мгц}.$$

Следовательно, согласно (8.24) ω_1 и ω_2 должны быть гораздо больше $8,85 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{сек}}$.

Во-вторых, так как при любых возможных значениях концентрации электронов должно иметь место

$$\Omega_2 - \Omega_1 < \pi,$$

то разность $\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}$ должна быть достаточно малой. Задавая максимальным значением концентрации электронов в ионосфере

$$N_m = 10^{12} \frac{\text{эл}}{\text{м}^3}$$

и верхней границей ионосферы

$$z_B = 1000 \text{ км},$$

получаем, что

$$\int_z^{z_0} N(z) dz < N_m z_B = 10^{18} \frac{\text{эл}}{\text{м}^2}.$$

Выбирая, например, одну частоту равной

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^6,$$

из формулы

$$\pi = 1,2 H_0 \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) N_m z_B \approx 2,4 H_0 \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1^3} N_m z_B$$

находим разность частот

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \approx 2\pi \cdot 10^4,$$

т. е. вторая частота должна равняться

$$\omega_2 = 2\pi(20 \cdot 10^6 \pm 10^4).$$

2. Связь доплеровского смещения частоты с электронной концентрацией

Эффект Доплера есть изменение частоты принимаемых волн, обусловленное относительным движением источника.

Для однородной среды это изменение равно

$$\Delta\omega = -\omega_0 \frac{v_r}{v_\phi} = -\omega_0 n \frac{v_r}{c_1}$$

или

$$\Delta\omega = -knv_r, \quad (8.29a)$$

где v_r — составляющая скорости \mathbf{v} источника O вдоль направления луча (рис. 8.11). Знак «минус» показывает, что если скорость \mathbf{v} направлена так, что расстояние r между источником и точкой наблюдения A увеличивается, то частота уменьшается, если же в результате движения расстояние между источником и точкой наблюдения уменьшается, то частота увеличивается.

Формулу (8.29a) можно получить из выражения для фазы волны

$$\psi = \omega_0 t - knr,$$

Рис. 8.11. К определению доплеровского смещения частоты.

если учесть, что при наличии движения источника фаза ψ в точке наблюдения меняется как вследствие изменения t , так и вследствие изменения пространственной координаты r . Поэтому, дифференцируя ψ по времени, получим

$$\frac{d\psi}{dt} - \omega_0 = \Delta\omega = -kn \frac{dr}{dt} = -knv_r.$$

Аналогичным образом получаем формулу для эффекта Доплера и в случае неоднородной среды. Дифференцируя по времени выражение для фазы волны

$$\psi = \omega_0 t - k \int_l n dl,$$

справедливое в геометрической трактовке, учитывая при этом как изменение времени t , так и изменение пространственной координаты l вдоль луча, находим

$$\frac{d\psi}{dt} - \omega_0 = \Delta\omega = -kn \frac{dl}{dt} = -knv_l, \quad (8.29б)$$

где v_l — проекция скорости источника на касательную к лучу в точке его выхода.

Если угол между скоростью источника и касательной к лучу в точке его выхода обозначить через γ , то

$$\Delta\omega = -knv \cdot \cos \gamma. \quad (8.29в)$$

По этой формуле и можно рассчитать концентрацию электронов в ионосфере, если измерено доплеровское смещение частоты. Простота расчетов по формуле (8.29в) только кажущаяся, так как угол γ в свою очередь сложным образом зависит от концентрации электронов. Для ориентирования в этих расчетах выполним соответствующие вычисления в предположении, что траектория источника и точка наблюдения лежат в одной и той же вертикальной плоскости. По ходу этих вычислений будет также показано, какие пренебрежения при этом можно иногда делать.

Пусть в некоторый момент времени движущийся со скоростью v источник (спутник, ракета) находится на высоте z над поверхностью Земли в точке O ; α — геоцентрический угол, определяющий положение источника в этот же момент времени; θ_0 — угол возвышения касательной к лучу в точке наблюдения; β — угол между касательными к лучу в точках O и A ; ϑ — угол между вектором скорости источника и касательной к окружности, концентрической с поверхностью Земли, в точке O ; θ — угол между касательной к лучу и касательной к той же окружности в точке O (рис. 8.12).

Как видно из рис. (8.12),

$$\theta = \alpha + \theta_0 - \beta; \quad \gamma = \theta - \vartheta,$$

так что

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos (\theta - \vartheta) = \cos \theta \cos \vartheta + \sin \theta \sin \vartheta = \\ &= \cos (\alpha + \theta_0 - \beta) \cos \vartheta + \sin (\alpha + \theta_0 - \beta) \sin \vartheta. \end{aligned}$$

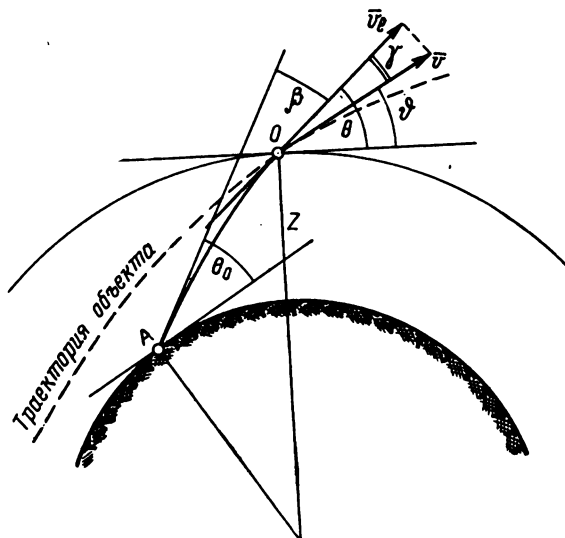


Рис. 8.12. К определению доплеровского смещения частоты для движущегося в ионосфере объекта.

Если частота ω достаточно высокая, то очевидно, что

$$\beta \ll 1,$$

и можно считать, что

$$\begin{aligned} \cos \gamma &\approx \cos \vartheta [\cos (\alpha + \theta_0) + \beta \sin (\alpha + \theta_0)] + \\ &+ \sin \vartheta [\sin (\alpha + \theta_0) - \beta \cos (\alpha + \theta_0)] = \\ &= \cos (\alpha + \theta_0 - \vartheta) - \beta \sin (\alpha + \theta_0 - \vartheta) \end{aligned}$$

и, следовательно, доплеровское смещение частоты равно

$$\Delta \omega = -k n v [\cos (\alpha + \theta_0 - \vartheta) - \beta \sin (\alpha + \theta_0 - \vartheta)],$$

или переходя к частоте в герцах, получим

$$\Delta f = -\frac{v}{c} f \cdot n \cdot [\cos (\alpha + \theta_0 - \vartheta) - \beta \sin (\alpha + \theta_0 - \vartheta)].$$

В гл. 9 будет показано, что в слоистой атмосфере

$$\beta = - \int_0^z \frac{1}{n} \frac{dn}{dz'} \frac{\cos \theta_0 dz'}{\sqrt{\left[n \left(1 + \frac{z'^2}{a^2} \right) - \cos^2 \theta_0 \right]}}$$

Учитывая эту формулу, можем написать

$$\Delta f = - \frac{v}{c} f n [\cos(\alpha + \theta_0 - \vartheta) + \cos \theta_0 \sin(\alpha + \theta_0 - \vartheta) \times \\ \times \int_0^z \frac{1}{n} \frac{dn}{dz'} \frac{dz'}{\sqrt{\left[n \left(1 + \frac{z'^2}{a^2} \right) - \cos^2 \theta_0 \right]}}]. \quad (8.30)$$

Если измерены для различных высот z значения Δf , то численным интегрированием можно решить это интегродифференциальное уравнение и найти $n(z)$, а затем, зная связь между показателем преломления n и концентрацией электронов N , можно найти функцию распределения концентрации электронов по высоте $N(z)$.

В ряде случаев уравнение (8.30) в результате пренебрежений некоторыми величинами можно упростить и тогда вычисления могут оказаться не столь громоздкими.

Покажем, какие пренебрежения могут иметь место при конкретных расчетах, и получим упрощенное выражение для Δf .

Если частота достаточно высокая и можно пренебречь влиянием магнитного поля Земли, то

$$n = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N(z)}{f^2}} \approx 1 - 40,4 \frac{N(z)}{f^2},$$

$$\frac{dn}{dz} = - \frac{40,4}{nf^2} \frac{dN}{dz} \approx - \frac{40,4}{f^2} \left(1 + 40,4 \frac{N(z)}{f^2} \right) \frac{dN}{dz}.$$

Отбрасывая далее величины второго порядка малости, имеем

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dz'} \approx - \frac{40,4}{f^2} \left(1 + 80,8 \frac{N(z')}{f^2} \right) \frac{dN}{dz'} \approx - \frac{40,4}{f^2} \frac{dN}{dz'},$$

$$\begin{aligned} \left[n \left(1 + \frac{z'}{a} \right) \right]^2 &\approx \left(1 - 80,8 \frac{N(z')}{f^2} \right) \left(1 + \frac{2z'}{a} \right) \approx \\ &\approx 1 - 80,8 \frac{N(z')}{f^2} + \frac{2z'}{a} \\ &\left(\text{полагаем } \frac{z'}{a} \ll 1 \right). \end{aligned}$$

Подставляя полученные приближенные выражения в (8.30), получаем

$$\begin{aligned} \Delta f &= -\frac{v}{c} f \left(1 - 40,4 \frac{N(z)}{f^2} \right) \times \\ &\times \left[\cos(\alpha + \theta_0 - \vartheta) - \cos \theta_0 \sin(\alpha + \theta_0 - \vartheta) \cdot \frac{40,4}{f^2} \times \right. \\ &\left. \times \int_0^z \frac{dN}{dz'} \frac{dz'}{\sqrt{\sin^2 \theta_0 - 80,8 \frac{N(z')}{f^2} + \frac{2z'}{a}}} \right]. \quad (8.31) \end{aligned}$$

Если угол θ_0 не мал, так что выполняются неравенства

$$\sin^2 \theta_0 \gg \frac{80,8N(z')}{f^2}, \quad \frac{2z'}{a},$$

то после выполнения интегрирования можно найти

$$\begin{aligned} \Delta f &= -\frac{v}{c} f \left\{ \cos(\alpha + \theta - \vartheta) - \right. \\ &\left. - \frac{40,4}{f^2} N(z) [\cos(\alpha + \theta_0 - \vartheta) + \operatorname{ctg} \theta_0 \sin(\alpha + \theta_0 - \vartheta)] \right\}. \quad (8.32) \end{aligned}$$

Отметим, что во всех формулах (8.30)—(8.32) величины $z, v, \vartheta, \alpha = \frac{R}{a}$, где R —горизонтальная дальность до источника, характеризующие элементы траектории, должны быть заранее известны.

Радиотехническими методами измеряются лишь величины Δf и θ_0 . Частота ω , разумеется, также известна. При этих условиях уравнение (8.32) позволяет непосредственно определить $N(z)$.

3. Наблюдение за радиовосходом и радиозаходом искусственных спутников Земли

В СССР под руководством Я. Л. Альперта разработан метод определения концентрации электронов в верхней ионосфере по земным наблюдениям за радиовосходом и радиозаходом искусственных спутников Земли. Суть метода состоит в следующем.

Фиксируется момент радиовосхода или радиозахода, т. е. момент появления или исчезновения радиосигналов

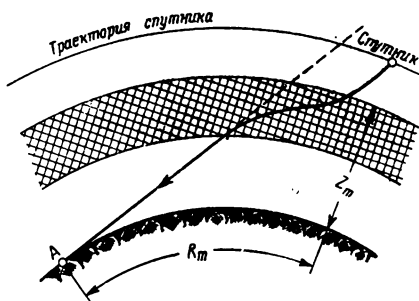


Рис. 8.13. К определению параметров ионосферной модели по радиовосходу и радиозаходу искусственного спутника Земли.

спутника в данном пункте при каждом его обороте вокруг Земли. Эти моменты определяются с точностью до 5—6 сек.

При помощи астрономических расчетов определяются точные координаты спутника, т. е. его высота z над поверхностью Земли и горизонтальная дальность R_m от наблюдателя (рис. 8.13) в этот фиксированный момент времени. Далее делается предположение о наиболее вероятном законе распределения концентрации по высоте и рассчитывается горизонтальная дальность $R_{m \text{ рас}}$ по соответствующим формулам в приближении геометрической оптики. При этом параметры предполагаемой кривой распределения подбираются таким образом, чтобы получилось наилучшее выполнение равенства

$$R_{m \text{ рас}} \approx R_m.$$

Я. Л. Альперт аппроксимирует нижнюю часть кривой распределения до максимума концентрации электро-

нов параболой. Параметры этой параболы, N_m и положение этого максимума z_m рассчитываются по данным высотно-частотных характеристик. Кривую же распределения выше максимума слоя F_2 Я. Л. Альперт аппроксимирует экспонентой (рис. 8.14)

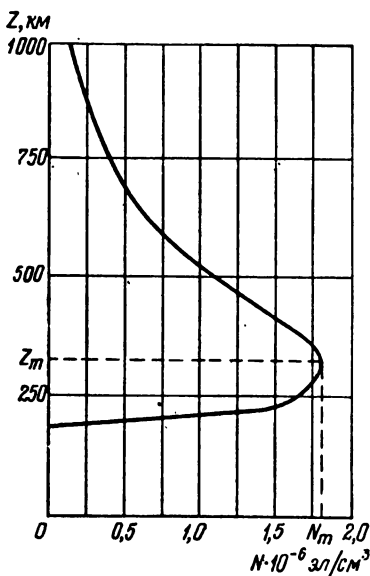


Рис. 8.14. Параболическо-экспоненциальная модель ионосферы.

$$N(z) = N_m e^{-\alpha(z-z_m)}$$

В результате обработки сравнительно многочисленных наблюдений автор метода установил, что

$$\alpha = 3,5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{км}}$$

Это значение можно считать наиболее вероятным для тех условий, при которых оно было получено: максимум солнечной активности, осень, дневное время и средние широты северного полушария.

§ 3. СТРОЕНИЕ ИОНОСФЕРЫ

1. Распределение концентрации электронов по высоте

Рассмотренные выше радиометоды зондирования ионосферы с поверхности Земли, с искусственных спутников Земли и ракет позволяют определить полную картину распределения концентрации электронов по высоте.

До запуска советских искусственных спутников Земли и геофизических ракет представление о распределении концентрации электронов по высоте можно было составить только на основании анализа высотно-частотных характеристик. Однако, как уже было указано, по высотно-частотным характеристикам можно найти ход концентрации электронов только ниже максимума

слоя F_2 и притом только при монотонном возрастании $N(z)$ с высотой. Тем не менее без должного обоснования представляли себе картину распределения концентрации электронов по высоте в виде расположенных друг над другом ионосферных слоев вида, изображенного на рис. 8.1 с более или менее глубокими впадинами

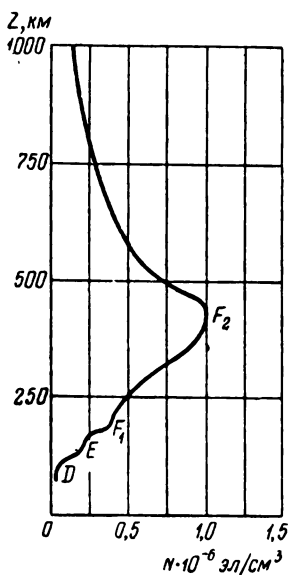


Рис. 8.15. Усредненное распределение концентрации электронов по высоте летом.

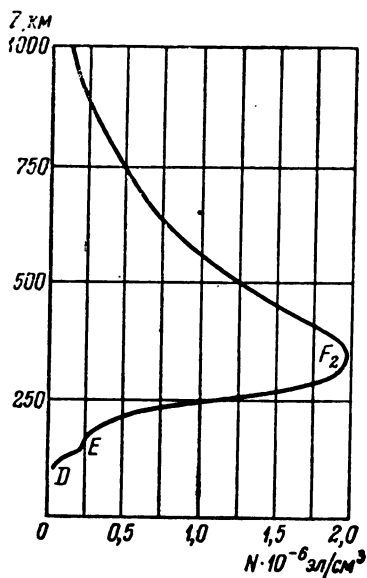


Рис. 8.16. Усредненное распределение концентрации электронов по высоте зимой.

между слоями. В настоящее же время в результате прямых и косвенных измерений концентрации электронов, выполненных при помощи искусственных спутников и геофизических ракет, стало ясно, что области ионосферы, условно называемые слоями E , F_1 и F_2 , в действительности разграничиваются не столь резко и переход от одной области к другой происходит монотонно, почти без впадин. Поэтому усредненные, сглаженные распределения концентрации электронов по высоте для дневного времени представляются кривыми, изображенными на рис. 8.15 и 8.16.

На этих же рисунках отмечены области, соответствующие слоям E, F₁ и F₂. На рисунках буквой D отмечена самая нижняя область ионосферы с очень малой концентрацией электронов и поэтому не обнаруживаемая при помощи радиозондирования. Этот слой D существует только в дневные часы.

Доказательством существования слоя D, расположенного на высотах 60—90 км, является увеличение поглощения радиоволн в дневное время и наличие отражения длинных и сверхдлинных волн на этих высотах.

Таким образом, совокупность экспериментальных и теоретических данных по распространению радиоволн дает возможность сделать следующие выводы о распределении в средних широтах концентрации электронов в ионосферных слоях, сведенные в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Концентрация электронов в различных слоях ионосферы

Слой	$N_m, \frac{эл}{см^2}$	$z_m, км$	Примечание
D	10 ⁸ —10 ⁴	70—90	Этот слой ночью отсутствует
E	2·10 ⁵	100—120	
F ₁	3·10 ⁵	160—180	Этот слой существует преимущественно летом днем
F ₂	$\begin{cases} 1 \cdot 10^6 \\ 2 \cdot 10^6 \end{cases}$	$\begin{cases} 300 \div 450 \\ 250 \div 350 \end{cases}$	

Кроме регулярных слоев, в ионосфере существуют так называемые спорадические слои, появляющиеся время от времени. Так, на высоте слоя E иногда появляется слой со значительно большей концентрацией электронов, чем концентрация регулярного слоя E, существующий обычно несколько часов. Этот слой называется спорадическим слоем E_s.

2. Суточные, сезонные и 11-летние изменения состояния ионосферы

Состояние ионизации слоев D, E, F₁ и F₂ в сильной мере связано с влиянием Солнца. Концентрация электронов заметно меняется как с изменениями зенитного

расстояния Солнца (суточными и сезонными), так и с ходом пятнообразовательных процессов на Солнце в течение одиннадцатилетнего цикла его активности.

Суточные изменения концентрации электронов в какой-либо точке, как увидим далее, примерно следуют за изменением высоты Солнца. При этом максимум концентрации достигается тогда, когда Солнце занимает наивысшее положение.

Средние суточные изменения критических частот обыкновенной волны и соответствующих действующих высот начала слоев для зимы и лета на средних широтах представлены рис. 8.17 и 8.18. Из кривых на этих рисунках видно, что максимум критических частот, а следовательно, максимум концентрации электронов достигается в слоях E и F_2 зимой в полдень почти одновременно. Летом критическая частота слоя F_2 два раза достигает максимального значения: один раз до полудня или в полуденные часы, второй раз после полудня.

Действующие высоты слоя F_1 летом и слоя F_2 зимой в полдень имеют заметный минимум.

На рис. 8.19 изображен ход критических частот за год для средних широт. Из этих кривых видно, что критические частоты слоев E и F_1 в летние месяцы больше, чем в зимние и осенние месяцы. Критическая же частота слоя F_2 два раза в течение года принимает максимальные значения — в начале и конце зимы.

Наблюдается явная корреляция между числом солнечных пятен (выражается относительными числами — числами Вольфа) и величиной концентрации электронов в ионосфере.

Солнечные пятна представляют собой области во внешних слоях Солнца, в которых происходят какие-то интенсивные процессы, сопровождающиеся значительными изменениями температуры. Число пятен изменяется периодически с одиннадцатилетним периодом. Многочисленными измерениями доказано, что концентрация электронов изменяется пропорционально числу пятен на Солнце. Это хорошо иллюстрируется рис. 8.20 и 8.21 [51]. Если число пятен в среднем возрастает, в среднем возрастают и критические частоты обыкновенного и необыкновенного лучей. Наоборот, с убыванием в среднем числа пятен уменьшаются и критические частоты.

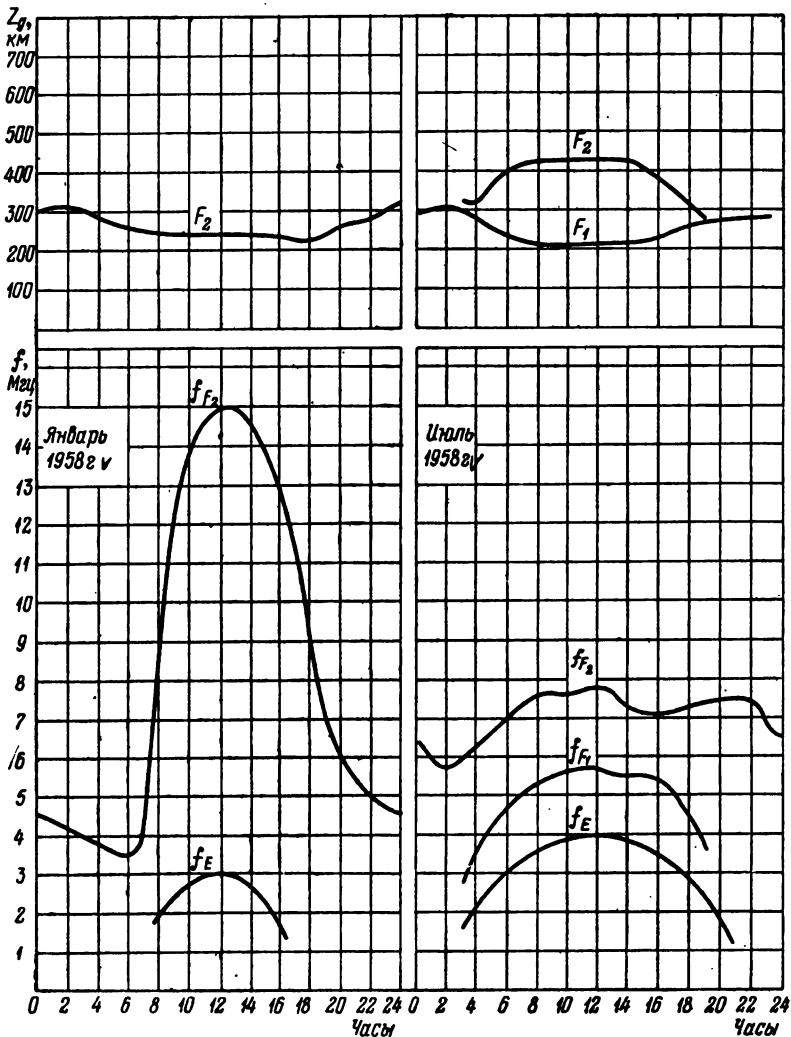


Рис. 8.17 и 8.18. Суточные изменения критических частот и действующих высот на средних широтах зимой (слева) и летом (справа).

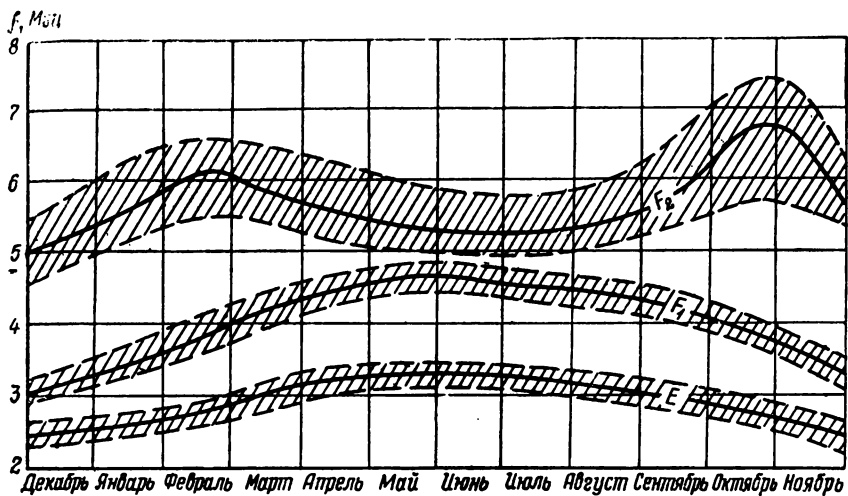


Рис. 8.19. Ход критических частот за год на средних широтах.

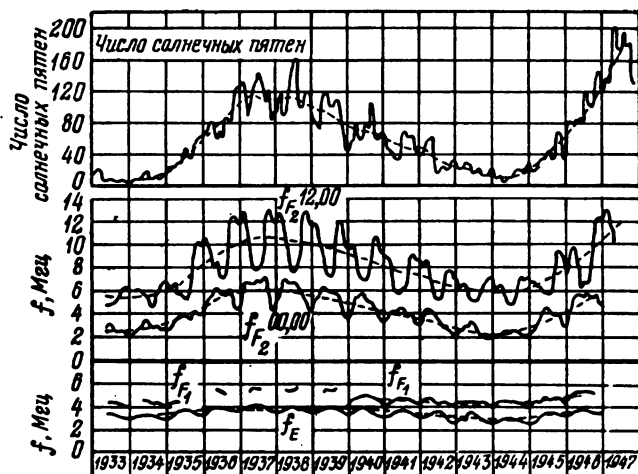


Рис. 8.20. Корреляция величин критических частот с солнечной активностью.

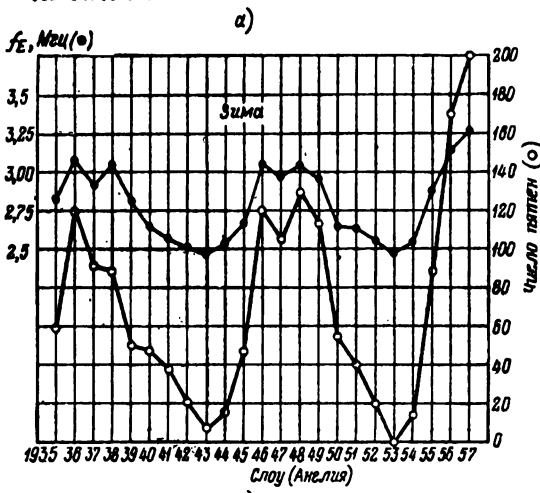
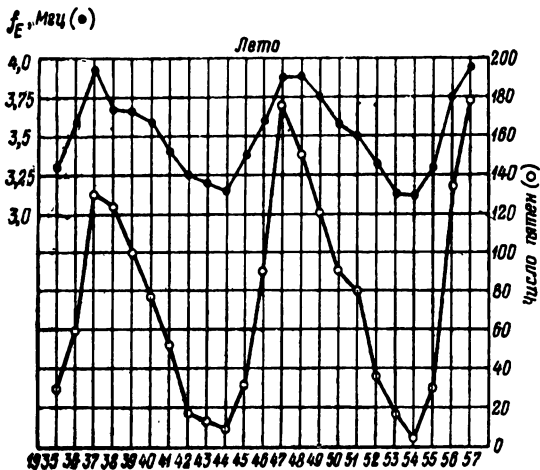


Рис. 8.21. Корреляция критических частот для слоя Е с солнечной активностью в период 1935—1957 гг. для Слоу (Англия).

3. Широтные и долготные изменения критических частот

Изменения критических частот для слоев E и F₁ по широте и долготе следуют за изменениями зенитного расстояния Солнца.

Изменения же критических частот для слоя F₂ не связаны с изменениями зенитного расстояния Солнца и, следовательно, критическая частота $f_{крF_2}$ не связана простой закономерностью с географическими координатами. Согласно экспериментальным данным $f_{крF_2}$ простой закономерностью связана с магнитным наклоном. Так, в области, где магнитное наклонение равно нулю, т. е. в области магнитного экватора (область магнитного экватора расположена вблизи географического экватора) $f_{крF_2}$ имеет минимум. По мере удаления от экватора на север и на юг с возрастанием по абсолютной величине магнитного наклона $f_{крF_2}$ увеличивается и при магнитном наклонении 28—38° критическая частота $f_{крF_2}$ достигает максимума. С дальнейшим увеличением магнитного наклона частота $f_{крF_2}$ падает.

Таким образом кривая зависимости критической частоты слоя F₂ от магнитного наклона имеет вид симметричной двугорбой кривой. Однако в годы высокой солнечной активности, как показал анализ данных радиозондирования мировой сети ионосферных станций за 1957—59 гг., выполненный Т. С. Керблей [49], этот закономерный ход $f_{крF_2}$ нарушается. Так, северный максимум в среднем за год выше южного; кроме того, зимой в дневное время появляется дополнительный максимум, который расположен в северном полушарии в районе магнитного наклона 60—80°.

Связь солнечной активности с описанным здесь, пока еще не объясненным геомагнитным эффектом иллюстрируется данными табл. 8.2.

Т а б л и ц а 8.2

Сравнение основного и дополнительного максимумов $f_{крF_2}$ в различные годы солнечной активности, Мгц

Год	Число солнечных пятен	Основной максимум	Основной экваториальный минимум	Дополнительный максимум	Дополнительный минимум
1945	26	9,8	7,5	8,0	6,8
1946	62	10,8	8,0	8,3	7,5
1947	132	14,9	11,0	12,5	11,0
1958	208	15,2	10,9	14,8	13,4

4. Происхождение ионосферы. Образование ионосферного простого слоя Крючкова-Чепмана

То обстоятельство, что изменения состояния ионосферы вполне определенно связаны с влиянием Солнца, свидетельствует о том, что в образовании ионосферных слоев существенную роль играет солнечное излучение. Рассмотрим более подробно, чем это было сделано в начале гл. 7, каким образом происходит образование ионосферного слоя под влиянием солнечного излучения.

Плотность воздуха ρ в изотермической атмосфере, как известно, меняется с высотой по закону

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{z}{H}}, \quad (8.33)$$

где

$$H = \frac{RT}{Mg} \quad (8.34)$$

— так называемая приведённая высота,

R — газовая постоянная,

T — абсолютная температура,

g — ускорение силы тяжести,

M — средний молекулярный вес газов атмосферы.

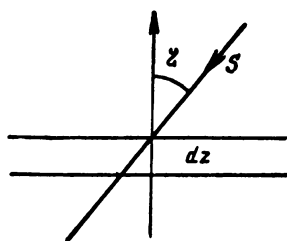


Рис. 8.22. К теории образования простого слоя.

Пусть на земную атмосферу, которую будем считать изотермической и плоско-слоистой, под углом ζ к вертикали (ζ — зенитный угол, рис. 8.22), падает монохроматическое солнечное излучение. Если S — поток солнечного излучения на некоторой высоте z , то вследствие расхода энергии на ионизацию этот поток при

прохождении через слой толщины dz уменьшается на величину

$$dS = AS \cdot \rho \frac{1}{\cos \zeta} dz = AS \rho_0 e^{-\frac{z}{H}} \frac{dz}{\cos \zeta}, \quad (8.35)$$

где A — коэффициент поглощения, отнесенный к единице массы.

Интеграция в пределах от $z = \infty$ до z дает

$$S = S_{\infty} e^{-\frac{A\rho_0 H}{\cos \zeta} e^{-\frac{z}{H}}}, \quad (8.36)$$

где S_{∞} — поток энергии солнечного излучения до входа в атмосферу.

Пусть β — число ионов, образующихся в результате поглощения единичного количества солнечного излучения; тогда число пар ионов (положительных и отрицательных), образующихся ежесекундно в 1 м^3 , или, иначе, интенсивность ионизации, равна

$$I(z; \zeta) = \beta A S_{\infty} \rho_0 e^{-\frac{z}{H} - A\rho_0 \frac{H}{\cos \zeta} e^{-\frac{z}{H}}}. \quad (8.37)$$

Дифференцируя это выражение для интенсивности ионизации по высоте z и приравнивая полученную производную нулю, находим высоту, на которой имеет место максимум интенсивности ионизации, и значение этого максимума:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dz} = \beta A S_{\infty} \rho_0 \left(-\frac{1}{H} + A\rho_0 \frac{1}{\cos \zeta} e^{-\frac{z_m}{H}} \right) &= 0, \\ z_m = H \ln(H A \rho_0 \sec \zeta). \end{aligned} \quad (8.38)$$

Подставляя последнее выражение в (8.37), получаем максимальное значение интенсивности ионизации

$$I_m(\zeta) = \beta S_{\infty} \frac{\cos \zeta}{H e}. \quad (8.39)$$

При определении концентрации электронов в данной области ионосферы следует иметь в виду, что наряду с процессом ионизации происходит и процесс рекомбинации. Концентрация электронов и есть результат динамического равновесия этих двух противоположных процессов.

Пусть α — коэффициент рекомбинации, т. е. вероятность рекомбинации одного электрона и одного иона в единице объема в течение одной секунды.

Если в единице объема находится N электронов и N ионов, то число рекомбинирующихся электронов

в 1 сек равно αN^2 . Ввиду этого число электронов, появляющихся в 1 сек, равно

$$\frac{dN}{dt} = I(z; \zeta) - \alpha N^2. \quad (8.40)$$

При динамическом равновесии

$$\frac{dN}{dt} = 0 = I(z; \zeta) - \alpha N^2.$$

Отсюда получаем

$$N = \sqrt{\frac{I(z; \zeta)}{\alpha}}. \quad (8.41)$$

В области максимума интенсивности ионизации концентрация электронов максимальна и равна

$$N_{\text{макс}} = \sqrt{\frac{\beta S_{\infty}}{He\alpha}} \sqrt{\cos \zeta}, \quad (8.42)$$

т. е. максимум концентрации электронов пропорционален квадратному корню из косинуса зенитного угла Солнца. Этот вывод, как видно из рис. 8.17 и 8.18, хорошо согласуется с экспериментальными данными в отношении суточного хода концентрации электронов в слоях E и F₁. Учитывая, что при вертикальном падении солнечных лучей (зенитный угол $\zeta=0$) согласно (8.38) и (8.39)

$$z_m = z_{m0} = H \ln(HA\rho_0), \quad (8.43)$$

$$I_m(0) = I_{m0} = \frac{\beta S_{\infty}}{He}, \quad (8.44)$$

формулу (8.37) можно переписать следующим образом:

$$I(z; \zeta) = I_{m0} e^{\left(1 - \frac{h}{H} - \sec \zeta e^{-\frac{h}{H}}\right)}, \quad (8.45)$$

где

$$h = z - z_{m0}. \quad (8.46)$$

Соответственно концентрацию электронов согласно (8.41) можем представить в виде

$$N = N(z; \zeta) = N_{m0} e^{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{h}{H} - \sec \zeta e^{-\frac{h}{H}}\right)}, \quad (8.47)$$

$$N_{m0} = \sqrt{\frac{I_{m0}}{\alpha}}. \quad (8.48)$$

Кривые $N(z)/N_{m0}$ для различных зенитных углов ζ изображены на рис. 8.23.

Из формулы (8.42) и кривых на рис. 8.23 следует, что с увеличением зенитного угла максимум уменьшается, высота расположения максимума увеличивается, что,

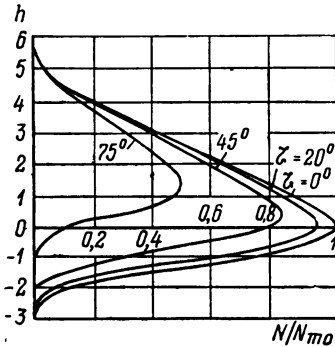


Рис. 8.23. Теоретические кривые распределения концентрации электронов по высоте при различных углах падения солнечных лучей.

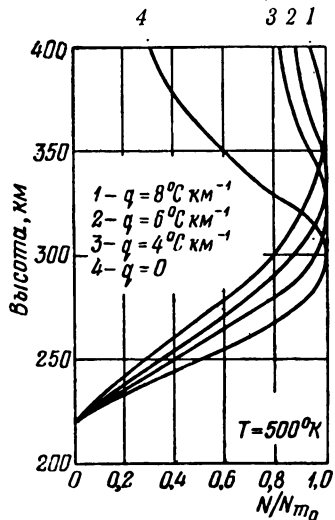


Рис. 8.24. Кривые распределения концентрации электронов по высоте при учете градиента температуры.

как можно видеть из рис. 8.17 и 8.18, действительно согласуется с экспериментальными данными в отношении суточного хода концентрации электронов, по крайней мере, для слоев E и F₁. Так, в полуденные часы (зенитный угол ζ мал) максимумы концентрации электронов больше, чем в вечерние часы (зенитный угол к вечеру увеличивается). Одновременно наблюдается, что действующая высота в полуденные часы несколько меньше, чем в другие часы суток. Очевидно, что изложенные здесь соображения объясняют и широтный ход концентрации электронов.

Рассмотренная теория образования простого слоя разработана О. И. Крючковым в СССР и С. Чепманом в Англии в 30-х годах.

В теории образования простого слоя, как мы видели, предполагается, что приведенная высота $H = \frac{RT}{Mg}$ является величиной постоянной.

Если же температура изменяется с высотой, как это в действительности и имеет место, то распределение концентрации электронов отличается от распределения, показанного на рис. 8.23. Кривые распределения концентрации электронов по высоте в слое, рассчитанные по формулам, учитывающим наличие градиента температуры, приведены на рис. 8.24.

Из этих кривых видно, что максимум концентрации электронов тем менее рельефно выражен, чем больше градиент температуры $q = \frac{dT}{dz}$ по высоте.

Кривые распределения рис. 8.24 лучше согласуются с экспериментальными кривыми, изображенными на рис. 8.15 и 8.16, чем кривые рис. 8.23.

5. Замечания о физике атмосферы и тонкой структуре ионосферы

На основании прямых и косвенных измерений, а также теоретических соображений получены следующие данные о составе и температуре атмосферы.

а) Состав атмосферы. Процентное содержание и характеристика газов, входящих в состав областей воздуха, расположенных непосредственно над поверхностью земли, приведены в табл. 8.3.

Кроме указанных в таблице основных газов, в воздухе содержатся в очень небольших количествах и дру-

Таблица 8.3
Процентное содержание газов в атмосфере

Газ	Состав, %	Молекулярный вес, M	Приведенная высота $H = \frac{RT}{Mg}$, км
Воздух	100	28,973	8,18
Азот N ₂	78,084	28,022	8,26
Кислород O ₂	20,946	32,000	7,23
Аргон Ar	0,934	39,940	5,80
Углекислый газ CO ₂ . .	0,030	44,010	5,23

гие газы, а именно: неон, водород, гелий, криптон, ксенон, озон (O_3) и радон.

До высоты порядка 90 км газы атмосферы перемешаны в такой же пропорции, как и у поверхности земли. Правда, в области высот 10—50 км атмосфера сравнительно богата озоном. Максимум концентрации этого газа расположен на высотах 25—30 км. Но даже в максимуме концентрация озона пренебрежимо мала по сравнению с концентрациями основных газов атмосферы.

На уровне 90 км под воздействием солнечного излучения начинается диссоциация кислорода. При этом степень диссоциации растет с высотой, благодаря чему уже на высоте 100 км атомарный кислород заметно преобладает над молекулярным кислородом. При этом молекулярный кислород вследствие диффузного перемешивания сохраняется в сравнительно большом количестве до высоты 160 км и даже выше.

Диссоциация молекул азота начинается после высоты 100 км. На высотах порядка 300 км и более атомарный азот является преобладающей компонентой атмосферы.

б) Температура атмосферы. На рис. 8.25 показано, как изменяется температура атмосферы с высотой. В пределах тропосферы, которая нагревается от поверхности земли, температура с высотой убывает. В области высот 8—18 км происходит перемена знака градиента температуры. Эта область в связи с отмеченной особенностью хода кривой температурной зависимости называется *тропопаузой*. После тропопаузы, в стратосфере, температура возрастает. Это возраста-

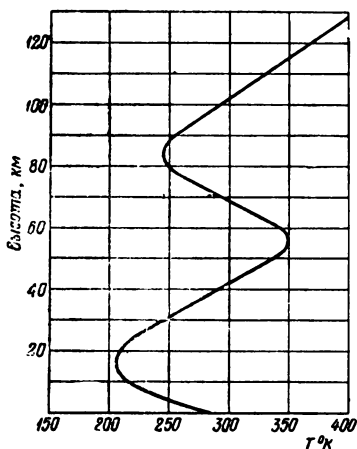


Рис. 8.25. Зависимость температуры атмосферы от высоты.

ние температуры происходит за счет поглощения озоном ультрафиолетового излучения Солнца.

На высотах 50—60 км, т. е. в *стратопauзе*, снова происходит перемена знака градиента температуры и последняя убывает вплоть до высот 80—90 км. На этих высотах градиент температуры еще один раз меняет знак и в дальнейшем температура с высотой возрастает в пределах всей ионосферы.

Возрастание температуры здесь происходит за счет поглощения атмосферой солнечного излучения и за счет бомбардировки ее прилетающими извне потоками быстрых частиц.

в) Микропроцессы в ионосфере и образование слоев. Как уже было сказано, диссоциация кислорода солнечным излучением начинается с высоты 90 км. Однако атомарный кислород, хотя и в незначительном количестве, содержится и в близлежащей области атмосферы, расположенной ниже этой высоты. Появление здесь атомарного кислорода, по-видимому, обусловлено диффузией атомов из верхних в нижние области атмосферы. Диффузия принуждает атомы двигаться вниз до тех пор, пока они не достигнут области с достаточно высоким давлением, под воздействием которого происходит их рекомбинация в молекулы.

Условия рекомбинации зависят от давления, химических и фотохимических взаимодействий частиц атмосферы. Чем больше давление, тем более вероятно взаимодействие и рекомбинация частиц. Поэтому длительность жизни атома, т. е. время между актом диссоциации и актом рекомбинации или, короче говоря, время рекомбинации, увеличивается с высотой.

На высотах 70—80 км давление сравнительно еще велико и время рекомбинации представляет собой величину порядка нескольких часов, а на высоте 100 км, где давление очень мало, время рекомбинации увеличивается до величины порядка нескольких месяцев.

Возможно, что появление слоя D в дневное время и исчезновение его в ночное время связано с указанным выше процессом диффузии и небольшим временем рекомбинации. Однако в настоящее время еще не установлено окончательно, какие процессы приводят к возникновению наблюдаемого значения концентрации электронов в этом слое.

Слой E обязан своим существованием ионизации атомов кислорода ультрафиолетовым и, по-видимому, рентгеновским излучением Солнца. Это мощное рентгеновское излучение Солнца открыто при помощи искусственных спутников Земли и геофизических ракет.

Концентрация атомов азота в нижней ионосфере определяется рядом фотохимических актов, происходящих под воздействием ультрафиолетового и рентгеновского излучения Солнца. В этих процессах участвуют также и атомы кислорода. В связи с этим здесь возможно появление некоторого максимума концентрации атомов азота, обусловленного не только концентрацией азота в атмосфере, но и концентрацией атомарного кислорода. Этот максимум расположен на уровне слоя F_1 , где время жизни атома азота имеет величину порядка нескольких часов. С этим обстоятельством, по-видимому, связаны суточные вариации количества электронов в слое F_1 , возникающих здесь в результате ионизации как атомарного кислорода, так и атомарного азота.

Слой F_2 , как и вся верхняя ионосфера, образуется в результате ионизации, главным образом, атомов кислорода.

Ионизация в слоях F_1 и F_2 и во всей верхней ионосфере производится ультрафиолетовым и, по-видимому, рентгеновским излучением Солнца.

Приведенная в грубых чертах картина процессов, обуславливающих наблюдаемое распределение концентрации электронов, нуждается в проверке. Окончательное суждение по рассматриваемому вопросу можно будет вынести после того, как будут экспериментально с достоверностью установлены распределения концентраций атомарного кислорода и атомарного азота по высоте.

6. Нерегулярные изменения состояния ионосферы

Наряду с регулярными изменениями концентрации электронов в ионосфере происходят и нерегулярные изменения, которые не поддаются прогнозу.

Так, например, внезапные и сильные увеличения плотности ионизации наблюдаются обычно одновременно с хромосферными вспышками, т. е. с появлением

ярких пятен на солнечном диске, и длится это явление от нескольких минут до часа. Во время таких вспышек вследствие увеличения в нижних слоях ионосферы поглощения наблюдается значительное ослабление силы приема, а иногда и полное прекращение связи на коротких и средних волнах (эффект Деллинджера).

Имеет место и другое нерегулярное явление, известное под названием ионосферных бурь. Это явление представляет собой внезапное убывание плотности ионизации в слое F_2 . Оно связано с возмущениями земного магнитного поля. Проявляются ионосферные бури в уменьшении критической частоты слоя F_2 и увеличении действующей высоты отражения радиосигналов.

Наблюдаются также различные аномалии вблизи зоны максимальной повторяемости полярных сияний, т. е. в полярных широтах. Возникновение спорадических слоев относится также к нерегулярным явлениям, причины которых еще не выяснены.

7. Нерегулярные неоднородности в ионосфере

Возникновение нерегулярных неоднородностей в ионосфере обусловлено различного рода движениями в верхней атмосфере — упорядоченными и неупорядоченными.

Наиболее крупномасштабные упорядоченные, регулярные движения в ионосфере, порождающие систему ветров, охватывающих весь земной шар, связаны с приливами атмосферы.

Приливы атмосферы, как и приливы воды в морях и океанах, вызываются притяжениями Луны и Солнца.

Менее крупномасштабные движения обусловлены перепадами давления, связанными с разностями температур. В частности такого рода движения происходят между слоями E и F.

На все гидродинамические движения электронного газа в ионосфере оказывает воздействие магнитное поле Земли. В результате этого воздействия возникает и другой вид упорядоченного движения электронного газа — так называемые магнитногидродинамические волны.

Очевидно, что всякие возмущения ионосферы, которые не прогнозируются, как, например, ионосферные бури, являются причиной возникновения беспорядочных, нерегулярных движений в ионосфере.

Все упорядоченные и неупорядоченные движения в крупных масштабах приводят к появлению движения электронных облаков в меньших масштабах, носящих нерегулярный, турбулентный характер.

При этом вследствие влияния магнитного поля Земли турбулентное движение электронного газа в ионосфере анизотропно.

В результате различного рода движений в ионосфере возникают неоднородности в концентрации электронов самых различных масштабов.

Существуют и другие причины, порождающие неоднородности в ионосфере. Остановимся коротко на некоторых из них. Например, метеоры, движущиеся в верхней атмосфере с очень большой скоростью, вызывают дополнительную ионизацию тех областей ионосферы, через которые они пролетают. О наличии таких областей можно судить по светящимся метеорным следам. Отметим, что в последнее время начали вводить в действие линии связи, использующие отражение радиоволн от метеорных следов.

В высоких северных и южных широтах неоднородности концентрации электронов создаются потоками заряженных частиц солнечного происхождения. О наличии таких неоднородностей можно судить по полярным сияниям.

Появление неоднородностей в слое E пытаются объяснить проникновением внутрь этого слоя электронных потоков, возникающих во время гроз. Эти потоки устремляются снизу вверх во время грозовых разрядов.

Причину возникновения указанных потоков объясняют следующим образом. Грозовое облако всегда электрически заряжено: нижний край заряжен отрицательно, а верхний — положительно. Поэтому грозовое облако в окружающем пространстве создает электрическое поле, аналогичное полю диполя. Во время грозового разряда это поле исчезает и имеющиеся в атмосфере свободные электроны, которые тормозились полем грозового облака, с его исчезновением устремляются вверх с большой скоростью.

Следует отметить, что возможны и другие причины появления неоднородностей. Но для их выяснения необходимо более детальное изучение ионосферы.

§ 4. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВОЛН РАЗЛИЧНЫХ ДИАПАЗОНОВ. РАСЧЕТ РАДИОЛИНИЙ, РАБОТАЮЩИХ НА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВОЛНЕ

В связи с тем, что влияние ионосферы значительно изменяет характер распространения радиоволн, электромагнитное излучение принято делить на две части. Ту часть электромагнитного излучения, которая распространяется под относительно большими углами к горизонту и достигает ионосферы, условно называют «пространственной» радиоволной. Ту же часть электромагнитного излучения, которая распространяется под небольшими углами к горизонту и не достигает ионосферы, условно называют «поверхностной» волной. В последнем названии отражен тот факт, что характер распространения этой части электромагнитного излучения, главным образом, определяется влиянием Земли. Ниже раздельно для разных диапазонов рассматриваются особенности распространения радиоволн пространственной волной, существенные для работы радиолинии.

1. Ультракороткие волны $0,001 \text{ м} < \lambda < 10 \text{ м}$

При регулярных состояниях ионосферы волны этого диапазона, за исключением небольшой длинноволновой его части, от ионосферы не отражаются, ионосфера для этих волн прозрачна. Поглощение УКВ в силу того, что частота колебаний значительно больше частоты столкновений электронов с другими частицами, незначительно.

Основные эффекты, имеющие место при распространении УКВ через регулярно слоистую ионосферу и с которыми приходится считаться на практике, — это рефракция и дисперсия радиоволн. Рефракция рассчитывается по формулам геометрооптической трактовки.

Эффекты, обусловленные дисперсией радиоволн, рассчитываются с помощью формул, полученных в § 5 предыдущей главы.

На распространение УКВ влияют и нерегулярные неоднородности ионосферы. Эти неоднородности, как и неоднородности тропосферы, приводят к рассеянию радиоволн и к некогерентному отражению в ионосфере. Благодаря рассеянию радиоволн на неоднородностях ионосферы оказывается возможным дальнейшее распростра-

нение УКВ (до нескольких тысяч километров), которое и наблюдается в практике телевидения.

Расчет потока энергии рассеяния и других параметров рассеяния в ионосфере производится таким же путем, как это делается для тропосферы, хотя природа неоднородностей ионосферы совсем другая. В ионосфере неоднородности создаются флюктуациями параметров электронного газа, а не газа из нейтральных молекул воздуха. Законы, управляющие этими флюктуациями, еще не изучены, и неизвестно точное выражение для корреляционной функции.

Я. Л. Альперт корреляционную функцию для флюктуации диэлектрической проницаемости ионосферы представляет в виде

$$B(r) = \overline{\Delta \epsilon_r^2} e^{-\left(\frac{r}{L}\right)^2}. \quad (8.49)$$

Соответствующий коэффициент рассеяния σ можно получить при помощи формул (6.91) и (6.109). Он выражается формулой

$$\sigma = \frac{\pi}{8\lambda} \frac{1}{\zeta^3} \overline{\Delta \epsilon_r^2} e^{-\left(\frac{1}{\zeta} \sin \frac{\theta}{2}\right)^2}, \quad (8.50)$$

где

$$\zeta = \frac{\lambda}{2\pi L}. \quad (8.51)$$

2. Короткие волны $10 \text{ м} < \lambda < 100 \text{ м}$. Особенности распространения

Напряженность поля «поверхностной волны» в коротковолновом диапазоне очень быстро убывает с расстоянием из-за значительного поглощения в почве и вследствие кривизны Земли. Часто на расстоянии в несколько десятков километров это поле ослаблено настолько, что прием оказывается невозможным.

На пространственной же волне прием коротких волн возможен на очень больших дальностях. Эта возможность обусловлена особенностями влияния ионосферы на распространение коротковолнового диапазона радиоволн.

а) Критические и максимальные частоты. Зоны молчания. Существенные особенности

распространения коротких волн определяются тем обстоятельством, что все критические и максимальные частоты для ионосферы лежат в диапазоне коротких волн. Это приводит, например, к тому, что в каждый данный момент времени не любая волна коротковолнового диапазона может применяться для дальней радиосвязи между двумя заданными пунктами.

Критическая частота для слоя F_2 является критической для всей ионосферы. Она, как правило, не превосходит 16 Мгц ($\lambda = 19 \text{ м}$). Точно также максимальные частоты для слоя F_2 будут максимальными для всей ионосферы. Их нетрудно рассчитать по формуле (7.79)

$$f_{\text{макс } F_2} = \frac{f_{\text{кр } F_2}}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta_0}{\left(1 + \frac{z_m}{a}\right)^2}}}$$

Наибольшую из максимальных частот получим, подставив в эту формулу $\theta_0 = 0$. Если принять, например, что высота расположения максимума слоя F_2 равна $z_m = 400 \text{ км}$, то найдем, что

$$f_{\text{макс макс}} = \frac{f_{\text{кр } F_2}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{z_m}{a}\right)^2}}} \approx f_{\text{кр } F_2} \sqrt{\frac{a}{2z_m}} \quad (8.52)$$

или, полагая $f_{\text{кр } F_2} = 16 \text{ Мгц}$, получаем

$$f_{\text{макс макс}} \approx 16 \cdot 3 = 48 \text{ Мгц.}$$

$$\lambda \approx 6 \text{ м.}$$

Таким образом, можно полагать, что волны короче 6 м от ионосферы не отражаются. Волны от 6 до 19 м также могут пройти через ионосферу, не отражаясь, но при соответственно больших углах возвышения. Волны же длиннее 19 м всегда отражаются от ионосферы при любом угле возвышения. Все эти предельные значения длин волн ионосферы вследствие регулярных и нерегулярных колебаний концентрации электронов испытывают, как уже было отмечено, непрерывные регулярные и нерегулярные изменения.

Следующей характерной особенностью распространения коротких волн является возникновение так называемых *зон молчания*.

Покажем, как возникает зона молчания. Предположим, что луч на фиксированной частоте f направляется

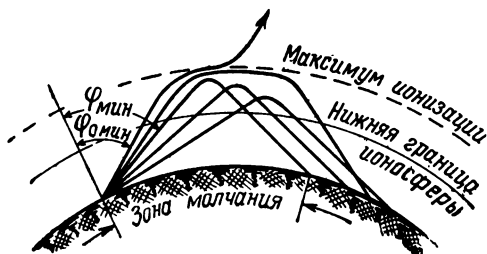


Рис. 8.26. К определению зоны молчания.

в ионосферу под некоторым достаточно большим углом падения φ , при котором имеет место отражение от ионосферы. Если, начиная с этого угла, непрерывно уменьшать угол падения, переходя к другим лучам веера лучей, исходящих из антенны, то согласно «закону секанса» (7.74а) высота z точки отражения будет меняться приблизительно так, чтобы удовлетворялось равенство

$$f \approx f_0(z) \sec \varphi,$$

т. е. с уменьшением угла φ должно увеличиваться значение $f_0(z)$. Поэтому отражение будет происходить от всё более высоких областей ионосферы и отражённый луч будет падать всё ближе и ближе к передатчику (рис. 8.26). Но одновременно по мере увеличения высоты точки отражения и, следовательно, по мере приближения к максимуму электронной концентрации будет также увеличиваться согласно формуле (7.76) $\left(\frac{dN}{dz} \text{ уменьшается}\right)$ и радиус кривизны луча. В связи с этим, начиная с некоторого угла $\varphi = \varphi_{\text{мин}}$, при дальнейшем уменьшении φ точка падения отражённого луча снова начнёт удаляться от передатчика. Это будет продолжаться до угла $\varphi = \varphi_{0\text{мин}}$, при котором заданная фиксированная частота не станет максималь-

ной для ионосферы, т. е. пока не будет выполнено приближенное равенство

$$f \approx f_{кр F_2} \sec \varphi_{0\text{мин}}$$

При дальнейшем уменьшении угла падения луч выйдет за пределы ионосферы (рис. 8.26). Очевидно, что то минимальное расстояние до передатчика, на которое приблизится точка падения отраженного луча, и определяет радиус зоны молчания («мертвая зона») на заданной частоте.

Каждой частоте соответствует свой радиус зоны молчания: *чем больше частота, тем больше радиус зоны молчания.*

Максимальный радиус зоны молчания получается при $\varphi_{\text{мин}} \approx \frac{\pi}{2}$, т. е. когда луч горизонтален. В этом случае

он равен 4000 км.

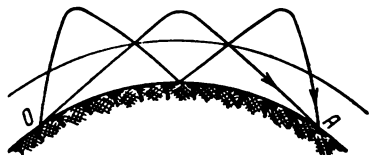


Рис. 8.27. Интерференция лучей, претерпевших различное число отражений.

б) **З а м и р а н и я.** На коротких волнах, как и на всяких других, наблюдаются замирания сигнала в месте приема. Причины этих замираний различные, но наиболее типичные из них связаны с интерференционными и поляризационными явлениями.

Поэтому основными видами замираний считаются соответственно так называемые интерференционные и поляризационные замирания. Интерференционные замирания происходят тогда, когда в место приема приходит несколько лучей, длины оптических путей которых не только различны, но и меняются во времени и притом случайным образом. Непостоянство оптических путей объясняется непрерывными случайными изменениями концентрации электронов (рис. 8.27).

Другой случай интерференционных замираний имеет место тогда, когда в точку приема приходят два луча, образованных в результате двойного лучепреломления в ионосфере, о котором речь шла выше (рис. 8.28). Оптические пути этих лучей также изменяются соответственно изменению концентрации электронов.

Наиболее часто происходят интерференционные замирания, возникающие в результате того, что отражение от ионосферы является не зеркальным, а полурассеянным. Так как антенна не является остронаправленной, то в ионосферу попадает несколько лучей. Эти лучи в свою очередь благодаря рассеянию расщепляются на пучки вторичных лучей. Интерференция вторичных волн, соответствующих этим вторичным лучам, и вызывает замирания (рис. 8.29).

Поляризационные замирания наблюдаются реже интерференционных и состоят в следующем. Поскольку в ионосфере волна расщепляется на две, обыкновенную и необыкновенную, то при последующем распространении

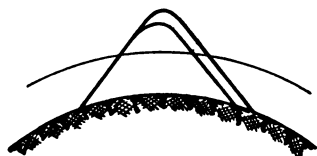


Рис. 8.28. Интерференция обыкновенного и необыкновенного лучей.



Рис. 8.29. Интерференция пучков лучей.

нии эти две волны при достаточно высокой частоте образуют новую эллиптически поляризованную волну с весьма вытянутым эллипсом. Флуктуации концентрации электронов приводят к непрерывным изменениям направления большой оси эллипса. А это вызывает хаотические изменения во времени, составляющей вектора напряженности поля, параллельной проводу приемной антенны.

Применяются различные методы борьбы с замираниями. Однако наиболее распространенным и, пожалуй, наиболее эффективным является метод разнесенного приема. Дело в том, что если точки приема разнесены на несколько длин волн (5—10), то замирание одного и того же сигнала в этих точках происходит неодновременно. В силу случайного характера причин замираний одновременность замираний в двух достаточно разнесенных пунктах мало вероятна. Это позволяет, ведя прием одновременно в двух-трех точках и применяя соответствующие схемы приема, выравнять силу приема, т. е. значительно уменьшить глубину замираний сигнала на выходе приемника.

Для борьбы с поляризационными замираниями осуществляют прием одновременно на горизонтальную и вертикальную антенны.

в) Эхо на коротких волнах. Если длительность сигнала достаточно коротка, то при распространении радиоволн различными путями, что, например, имеет место, когда лучи претерпевают различное число отражений (рис. 8.27), в место приема приходят два следующих друг за другом одинаковых сигнала и таким образом получается эхо. Это может получиться и при не слишком коротких сигналах, когда сигнал достигает точки приема, огибая дугу земного шара не только по кратчайшему пути в прямом направлении, но и проходя более длинный путь, огибая дугу земного шара в обратном направлении. Сигнал может попасть в точку приема, полностью огибая земной шар в прямом или обратном направлении. В этом случае эхо называют кругосветным. Если сигнал несколько раз огибает земной шар, то эхо получается многократным. Кругосветное эхо наблюдается в том случае, если передатчик обладает достаточной мощностью и поглощение радиоволн в ионосфере слабое.

г) Эффект Кабанова [46]. Как было указано в гл. 2, отражение от реальной поверхности земли, строго говоря, является не зеркальным, а полурассеянным. Чем больше по сравнению с длиной волны размеры неровностей земной поверхности, тем больше характер отражения отличается от зеркального. До недавнего времени считали, что на коротких волнах рассеянное отражение от поверхности земли не может иметь практического значения. Однако в период 1946—1948 гг. Н. И. Кабановым была экспериментально доказана возможность наблюдения в месте передачи «возвратных» рассеянных отражений от земли на больших расстояниях (в тысячи километров). Возвратный отраженный сигнал, очевидно, идет по пути прямого луча, но в обратном направлении (рис. 8.27). Сигнал коротковолнового возвратного рассеянного отражения от земли наблюдается даже на расстояниях 5000—6000 км. Поле коротковолнового возвратного рассеянного отражения от земли на расстояниях 2000—3000 км составляет в среднем сотые доли от поля прямого луча на этом же расстоянии. Возвратное рассеянное отражение наблюдается как в случае

зуши, так и в случае морской поверхности. Однако интенсивность отражений тем больше, чем пересеченнее рельеф отражающего участка земной поверхности (гористая местность наиболее благоприятна). Коротковолновое возвратное рассеянное отражение используется в методе возвратно наклонного зондирования ионосферы, при помощи которого получают данные об условиях прохождения радиоволн на дальних коротковолновых линиях связи. Оно начинает находить применение и в радиолокации.

3. Элементы расчета радиолиний на коротких волнах

а) Постановка задачи. Обычно исходными данными для расчета радиолиний являются координаты корреспондирующих пунктов и необходимая напряженность поля в месте приема. Задача расчета состоит в том, чтобы определить *оптимальные рабочие частоты* (сокращенно ОРЧ), при которых напряженность поля в месте приема имеет величину не ниже необходимой при заданной эквивалентной мощности PG передатчика, где G — коэффициент усиления антенны.

ОРЧ лежит между двумя предельными частотами — *максимальной применимой частотой и наименьшей применимой частотой*.

Если выбрать ОРЧ большой, то, как это следует из предыдущего пункта, луч может упасть дальше от передатчика, чем это нужно, или может вовсе не отразиться от ионосферы.

Наибольшая частота, при которой отраженный луч падает на удалении от передатчика, в точности равному расстоянию между корреспондирующими пунктами, называется максимальной применимой частотой (сокращенно МПЧ). Заданной МПЧ и заданному расстоянию соответствует вполне определенный угол падения луча на ионосферу. Заметим, что максимальная частота, соответствующая этому углу падения, больше МПЧ. Лишь в предельном случае бесконечно тонкого слоя F_2 обе частоты совпадают.

Итак, искомая ОРЧ должна быть меньше МПЧ.

Но, если выбрать ОРЧ слишком низкой, то проводимость ионосферы, как видно из формулы

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m} \frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2}$$

может оказаться настолько большой и поглощение радиоволн настолько сильным, что при заданной мощности передатчика не будет обеспечена требуемая напряженность поля в месте приема.

Поэтому искомая ОРЧ при заданной мощности передатчика не может быть меньше некоторой минимальной частоты. Эта минимальная частота называется *наименьшей применимой частотой* (сокращенно НПЧ).

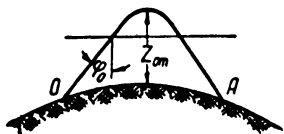


Рис. 8.30. К определению МПЧ.

Таким образом, в результате расчетов радиотрасс на коротких волнах прежде всего должны быть определены МПЧ и НПЧ. Покажем, как могут быть найдены эти частоты.

б) Определение МПЧ по высотночастотным характеристикам. Итак, по заданному расстоянию между корреспондирующими пунктами мы должны определить МПЧ.

Сначала предположим, что расстояние между пунктами не слишком велико, т. е. оно меньше 4000 км. В этом случае можно будет рассчитывать, что луч перекроет заданное расстояние при одном единственном отражении от ионосферы.

Очевидно, что в соответствии с «законом секанса» искомая максимальная частота может быть определена как максимум произведения

$$f_0(z) \sec \varphi_0 = f$$

при фиксированной дальности между корреспондирующими пунктами O и A (рис. 8.30). Эту операцию нахождения максимума при наличии высотночастотных характеристик и так называемых кривых передачи наиболее удобно выполнить графически. При этом на основании теорем эквивалентности высоты z должны быть заменены действующими высотами; истинные криволинейные пути лучей — эквивалентными треугольными.

Кривая передачи представляет собой зависимость высоты z_d эквивалентного треугольника при фиксированной дальности R между пунктами O и A от угла падения φ_0 . Эта зависимость получается из теоремы синусов (рис. 8.31).

$$\frac{a}{\sin \varphi_0} = \frac{a + z_d}{\sin\left(\pi - \frac{\psi}{2} - \varphi_0\right)} = \frac{a + z_d}{\sin\left(\frac{R}{2a} + \varphi_0\right)},$$

$$z_d = a \left[\frac{\sin\left(\frac{R}{2a} + \varphi_0\right)}{\sin \varphi_0} - 1 \right].$$

Отсюда находим

$$z_d = \Phi(\sec \varphi_0). \quad (8.53)$$

Зависимость $z_d = \Phi(\sec \varphi_0)$, как и высоточастотную характеристику, строят в одинаковом полулогарифмическом масштабе. По вертикальным осям откладывают z_d . По горизонтальной оси семейства кривых передачи откладывают $\lg \sec \varphi_0$, а по горизонтальной оси высоточастотной характеристики откладывают $\lg f_0$.

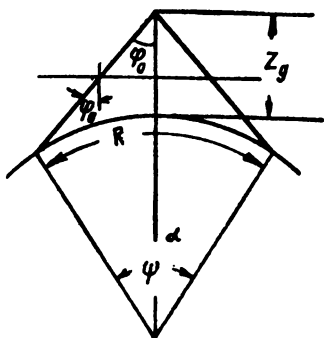


Рис 8.31. К построению кривых передач.

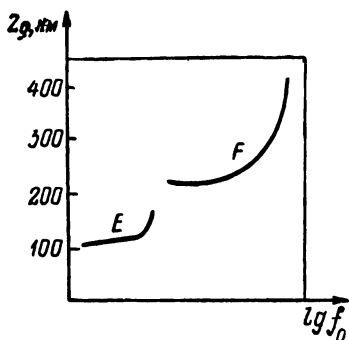


Рис 8.32. Высоточастотная характеристика в полулогарифмическом масштабе.

Высоточастотная характеристика изображена на рис. 8.32. Кривые передачи изображены на рис. 8.33.

График кривых передачи (выполненный на кальке) накладывают на высоточастотную характеристику так, чтобы горизонтальные оси совпали. Затем график кривых передачи смещают горизонтально до тех пор, пока кривая передачи заданной дальности (например R_2 на рис. 8.33) не коснется участка высоточастотной характеристики, соответствующей слою с наибольшей критической частотой, например слою F (рис. 8.34).

Это дает максимальное значение

$$\lg f_0 + \lg \sec \varphi_0 = \lg f.$$

Частота f и есть искомая МПЧ. Последняя формула также определяет угол, под которым надо направить луч. Обычно требующаяся направленность излучения в диапазоне коротких волн обеспечивается применением синфазных и ромбических антенн.

МПЧ изменяются в течение суток соответственно суточному изменению состояния ионосферы. На рис. 8.35

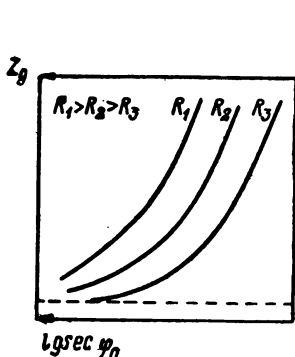


Рис. 8.33. Кривые передачи в полулогарифмическом масштабе.

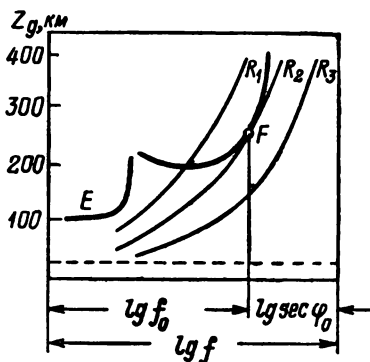


Рис. 8.34. Определение МПЧ.

изображен усредненный ход МПЧ в течение суток для различных расстояний между пунктами для средних широт и средней солнечной активности. Кривая на рисунке показывает, что МПЧ имеют наибольшее значение в полуденные часы и наименьшие на рассвете.

Если расстояние между пунктами имеет большую протяженность (больше 4000 км) и нельзя ограничиться одним отражением (рис. 8.36), то МПЧ определяют для каждого отражения в отдельности.

Наименьшая из этих частот является МПЧ для всей трассы в целом. При этом МПЧ каждого отражения определяют для местного времени точек отражения.

в) Определение НПЧ. Наименьшая применимая частота определяется необходимой напряженностью поля в месте приема. Напряженность же поля при задан-

При рассмотрении поглощения радиоволн в ионосфере обычно различают две области ионосферы: неотклоняющую область, расположенную ниже точки отражения, и отклоняющую область, расположенную в окрестности точки отражения. В неотклоняющей области, где и происходит основное поглощение радиоволн, применимо приближение геометрической оптики и коэффициент поглощения можно рассчитывать, исходя из формулы

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon'} = \omega \sqrt{\mu \left(\epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right)} = \beta - j\alpha = \frac{\omega}{c} (n - j\gamma),$$

откуда

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2c\epsilon_0 n} \approx \frac{80,8N(z)\nu}{2cnf^2} = \frac{\nu}{2cn} \left(\frac{f_0}{f} \right)^2, \quad (8.54)$$

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{60\lambda\sigma}{\epsilon_r} \right)^2} + 1 \right)} \approx \sqrt{\epsilon_r}. \quad (8.55)$$

В отклоняющей области приближение геометрической оптики неприменимо. Однако если отражение происходит от слоя F_2 , то в силу того, что число столкновений ν сравнительно мало, поглощение в отклоняющей области также мало и расчет ослабления во всей ионосфере может быть произведен по формулам (8.54) и (8.55). При этом ошибка будет тем меньше, чем дальше область отражения от области, где расположен максимум слоя. При приближении области отражения к максимуму происходит все большее просачивание электромагнитной энергии в области, расположенные выше максимума. Следует также иметь в виду, что выполнение расчетов ослабления по простым приближенным формулам (8.54) и (8.55) практически оправдывается еще и тем обстоятельством, что в настоящее время достоверно еще неизвестно, как меняется число столкновений ν с высотой. Можно только утверждать, что это число ν в общем более или менее быстро убывает с высотой.

Итак, зная выражение для α , можно рассчитать поле вертикально направленного луча с учетом поглощения по формуле

$$E = E_0 e^{-2 \int_0^{z_{от}} \alpha dz} = E_0 e^{-\Gamma},$$

где

$$\Gamma = \Gamma'(f) = 2 \int_0^{z_{\text{от}}} \alpha dz = \frac{1}{c} \int_0^{z_{\text{от}}} \frac{80,8 \nu N(z) dz}{f^2 \sqrt{1 - \frac{80,8 N(z)}{f^2}}} \quad (8.56)$$

— показатель множителя поглощения вертикально направленной волны, а короче — „показатель поглощения“.

Если волна падает на ионосферу под углом φ_0 (рис. 8.30), то показатель поглощения Γ_{φ_0} должен рассчитываться по формуле Мартина

$$\Gamma_{\varphi_0} = \cos \varphi_0 \Gamma(f'), \quad (8.57)$$

где $\Gamma(f')$ — показатель поглощения вертикального луча частоты

$$f' = f \cos \varphi_0. \quad (8.58)$$

В самом деле согласно рис. 8.30 имеем

$$\Gamma_{\varphi_0} = \int_0^A \alpha dl = \frac{1}{c} \int_0^{z_{\text{от}}} \frac{80,8 N(z) \cdot \nu dz}{f^2 n \cos \varphi}.$$

Но из закона преломления

$$n \sin \varphi = \sin \varphi_0$$

следует, что

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_0}{n} \sqrt{1 - \frac{80,8 N(z)}{f^2 \cos^2 \varphi_0}},$$

и поэтому

$$\Gamma_{\varphi_0} = \frac{1}{c f^2 \cos \varphi_0} \int_0^{z_{\text{от}}} \frac{80,8 N(z) \cdot \nu dz}{\sqrt{1 - \frac{80,8 N(z)}{f^2 \cos^2 \varphi_0}}}. \quad (8.59)$$

Согласно же формуле (8.56) для вертикально направленного луча частоты

$$f' = f \cos \varphi_0,$$

отражающегося на той же высоте $z_{от}$, показатель поглощения равен

$$\Gamma = \frac{1}{cf^2 \cos^2 \varphi_0} \int_0^{z_{от}} \frac{80,8N(z) \cdot \nu dz}{\sqrt{1 - \frac{80,8N(z)}{f^2 \cos^2 \varphi_0}}} . \quad (8.60)$$

Сравнивая (8.59) с (8.60), получаем (8.57) и (8.58).

Если расстояние между корреспондирующими пунктами велико настолько, что должно иметь место несколько отражений (рис. 8.36), то показатель поглощения вдоль всей трассы равен сумме показателей поглощения, соответствующих каждому отражению, т. е.

$$\Gamma_{\varphi_0} = \Gamma_{\varphi 01} + \Gamma_{\varphi 02} + \Gamma_{\varphi 03} + \Gamma_{\varphi 04}.$$

Существенно, что показатели поглощения зависят от концентрации электронов $N(z)$ и поэтому они могут быть рассчитаны по данным радиозондирования. А. Н. Казанцев в 1946 г., предположив определенные зависимости $N(z)$ и $\nu(z)$ для ряда критических частот ионосферных слоев, рассчитал показатели поглощения для различных значений f и φ_0 и предложил метод пересчета этих показателей для других критических частот.

Работы А. Н. Казанцева в дальнейшем послужили основой для прогноза НПЧ.

г) Радиопрогнозы. Из изложенного в настоящем пункте следует, что для поддержания круглосуточной радиосвязи необходимо располагать данными об изменении МПЧ и НПЧ в течение суток. Для этой цели необходимо иметь сравнительно густую сеть ионосферных станций, расположенных по трассе в местах, над которыми происходят отражения луча.

Однако сеть ионосферных станций может быть более редкой, если пользоваться данными радиопрогноза.

Эти данные в СССР определяются Научно-исследовательским институтом земного магнетизма, ионосферы, и распространения радиоволн (НИИЗМИР) [48]. Прогноз МПЧ и НПЧ вырабатывается на основе данных годового и месячного прогнозов активности солнечной деятельности.

Сведения о солнечной активности выдаются астрономическими обсерваториями.

Активность солнечной деятельности, как уже было сказано, характеризуется относительными числами солнечных пятен, называемыми числами Вольфа. Числа Вольфа определяются с точностью до 10—15%. С этой же точностью прогнозируются и МПЧ.

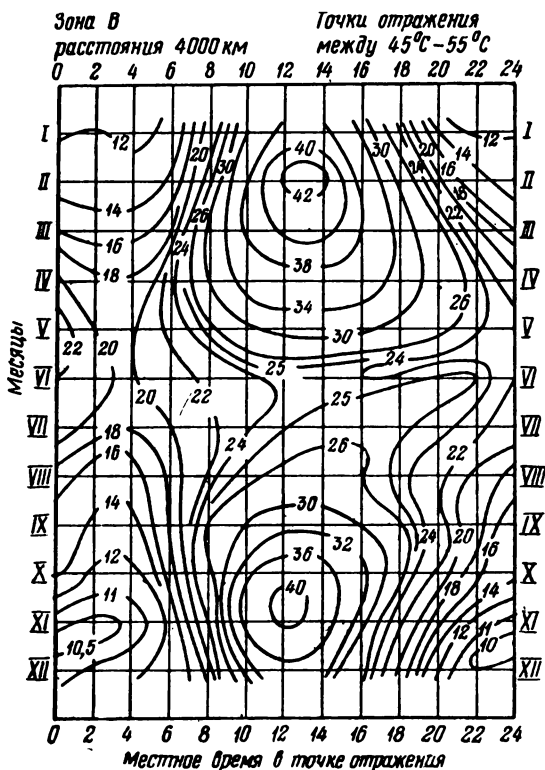


Рис. 8.37. Образец карты годового прогноза МПЧ в мегагерцах.

Радиопрогноз НИИЗМИР составляется на год и на каждый месяц вперед. Данные годового прогноза содержат сведения о средних величинах МПЧ и НПЧ для любого времени суток и месяца, для различных географических широт и расстояний между пунктами 0, 500, 1000, 2000, 3000 и 4000 км.

На рис. 8.37 и 8.38 приведены образцы карт годового прогноза МПЧ и НПЧ для широт 45—55° и расстояния

между пунктами 4000 км. На этих картах нанесены кривые равных значений МПЧ и НПЧ (изоплеты МПЧ и НПЧ).

Для определения МПЧ для других расстояний имеется номограмма, изображенная на рис. 8.39. Пользование этой номограммой ясно из следующего примера. Пусть

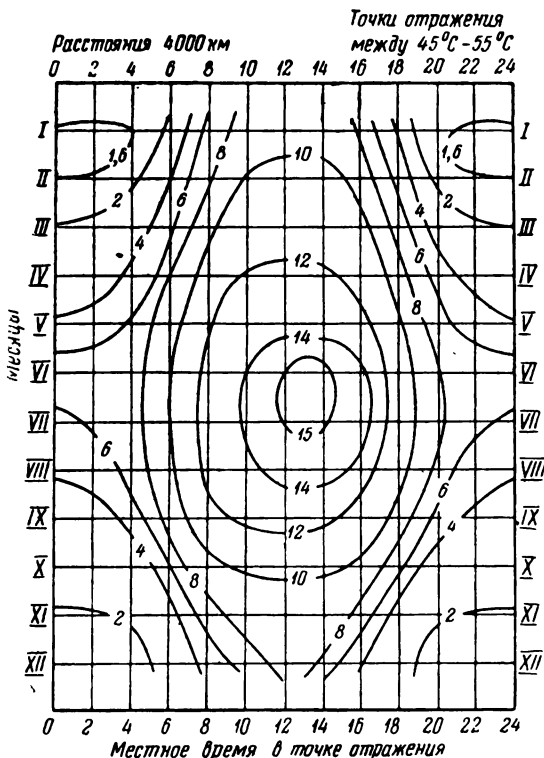


Рис. 8.38. Образец карты годового прогноза НПЧ в мегагерцах.

прогнозируемые значения критической частоты 6 Мгц, а МПЧ для 4000 км 28 Мгц, требуется определить прогнозируемую МПЧ для расстояния 1800 км. Как видно из приведенных пунктирных линий на номограмме, эта МПЧ равна 17,3 Мгц.

НПЧ в прогнозах рассчитаны для средней излучаемой мощности в 1 квт. Пересчет на другие мощности производится при помощи номограмм, приведенных на

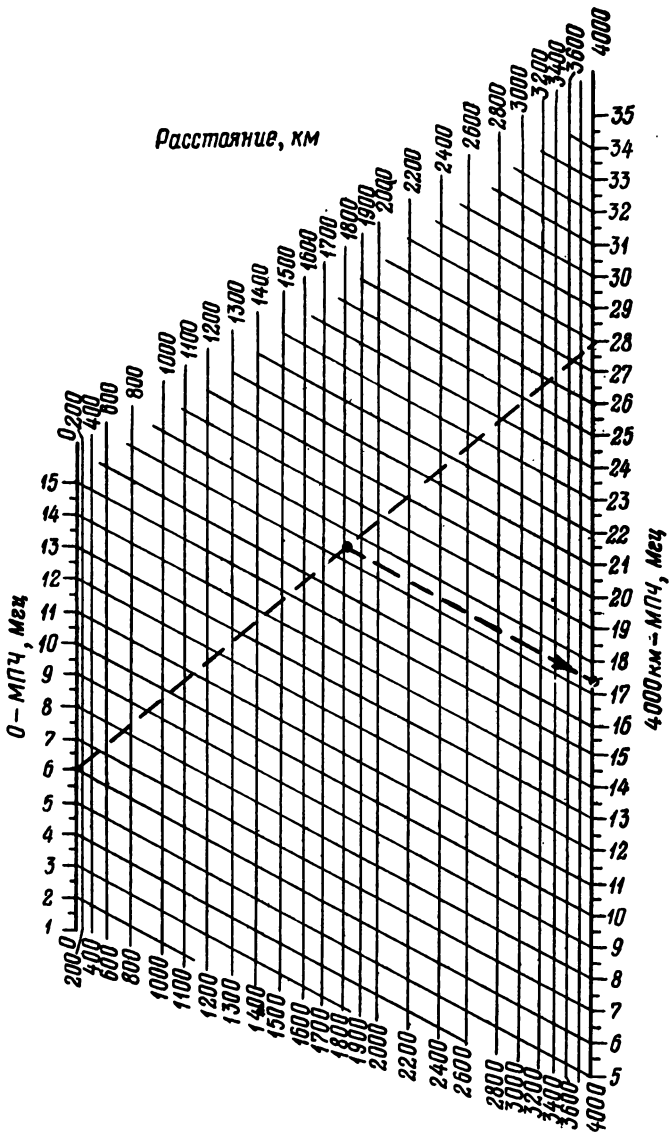


Рис. 8.39. Номограмма для нахождения MPC для расстояний передачи от 0 до 4 000 км.

рис. 8.40 и 8.41, где по шкалам справа и слева нанесены непосредственно прогнозируемые НПЧ; искомые НПЧ находятся по кривым равных значений НПЧ. При расчете НПЧ исходили из требования, чтобы минимальный уровень сигнала превышал уровень атмосферных помех на 15 дБ.

Основными источниками атмосферных помех являются грозовые разряды, создающие непрерывный спектр радиоволн, плотность которого тем больше, чем ниже частота. Уровень атмосферных помех зависит от геогра-

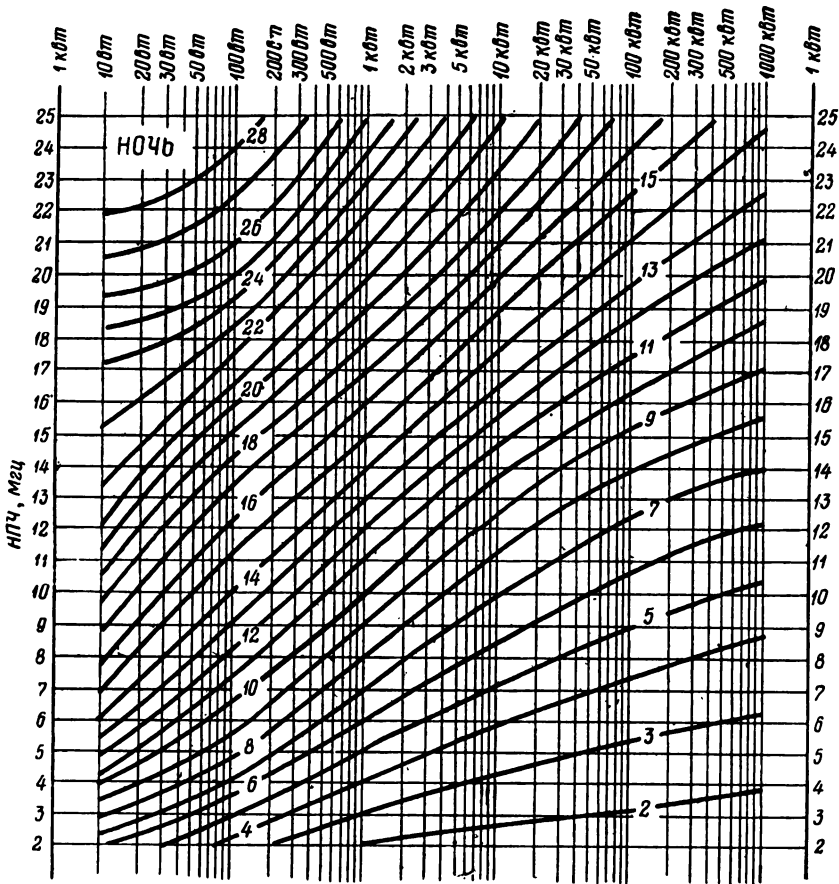


Рис 8.40. Номограмма для пересчета НПЧ для излученной мощности в 1 кВт в НПЧ для других значений излученной мощности (ночью).

фических координат. Имеются географические карты с нанесенными на них кривыми атмосферных помех равного уровня, созданные на основе длительных наблюдений. В городах к атмосферным добавляются еще и индустриальные помехи. Против этих помех применяются специальные меры, главным образом, в месте их возникновения.

д) Расчет радиолиний на основании радио прогнозов. Как уже было указано, основной задачей расчета радиолинии, работающей на коротких

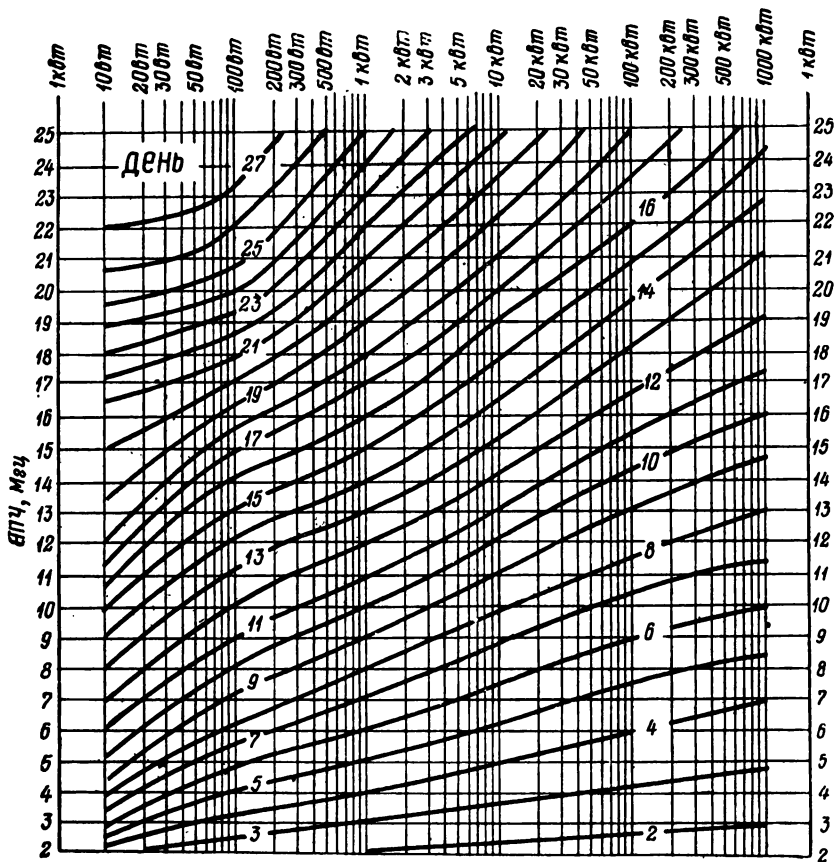


Рис. 8.41. Номограмма для пересчета НПЧ для излученной мощности в 1 кВт в НПЧ для других значений излученной мощности (днем).

волнах, является определение ОРЧ. Эти ОРЧ должны лежать между МПЧ и НПЧ. На основании экспериментальных данных считают, что ОРЧ ни в один момент времени не превзойдет прогнозируемое среднее значение МПЧ, могущей претерпевать случайные изменения вследствие случайных изменений концентраций электронов, если принять, что

$$\text{ОРЧ} = 0,85 \text{ МПЧ.}$$

С другой стороны, при таком выборе ОРЧ будут всегда превосходить прогнозируемые средние значения НПЧ, также претерпевающие случайные изменения.

Для выполнения расчета новой радиолинии, кроме данных прогноза, необходимо иметь:

- 1) «карту мира» (рис. 8.42),
- 2) карту больших кругов земного шара (рис. 8.43),
- 3) кальку, на которой нанесены две взаимно перпендикулярные линии.

Наложив кальку на карту мира так, чтобы одна прямая была совмещена с экватором, а другая с меридианом 45° , наносят на этой кальке корреспондирующие пункты. Затем кальку накладывают на карту больших кругов и, соблюдая совмещение экваторов, передвигают ее до тех пор, пока оба пункта не окажутся на одном большом круге, после чего соединяют оба пункта по линии большого круга.

Далее определяют расстояние между пунктами и положения точек отражения. Если расстояние между пунктами меньше 4000 км, то планируют одну точку отражения, которая должна находиться посередине между пунктами. Если — больше 4000 и меньше 8000 км, то планируют две точки отражения, каждая из которых должна находиться посередине между ближайшим к ней пунктом и точкой отражения от земли.

Расстояния определяются по числам, которыми отмечены штрихпунктирные линии. Расстояния между двумя соседними штрихпунктирными линиями равно 1000 км.

Пример. Пусть требуется составить расписание ОРЧ круглосуточно работающей радиолинии Москва — Петропавловск-Камчатский на февраль месяц 1960 г.

Расчеты производим в следующем порядке:

1. По географической карте определяем географические координаты пунктов

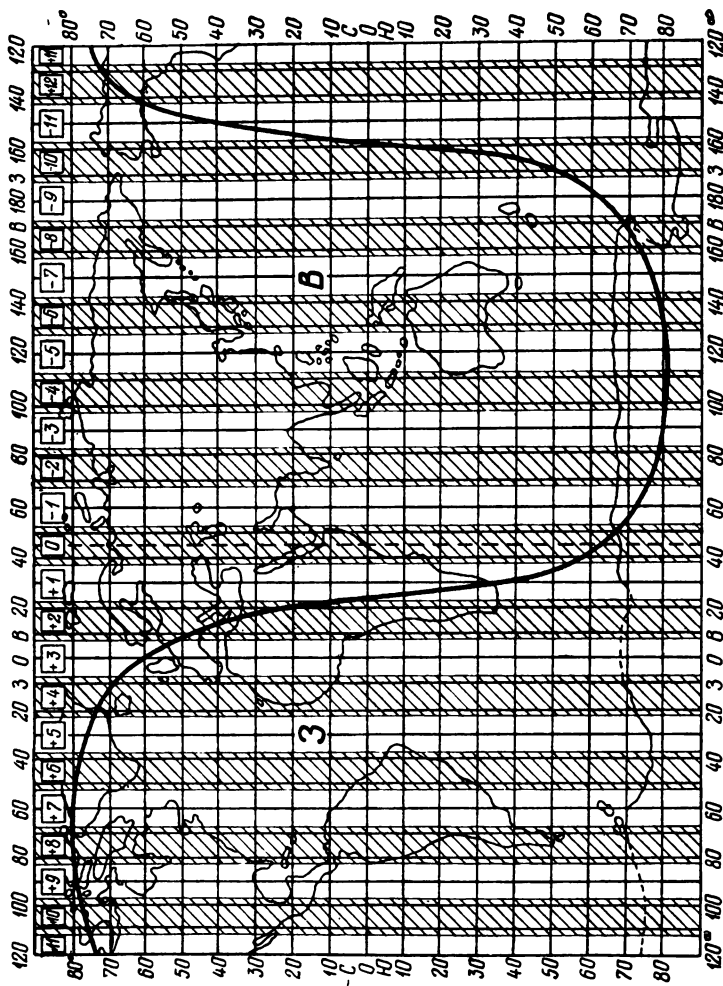


Рис. 8.42. Карта мира
 В (восток), З (запад).
 Граница между зонами В
 и З отмечена пунктиром —
 проведена по меридиану
 45° восточной долготы.

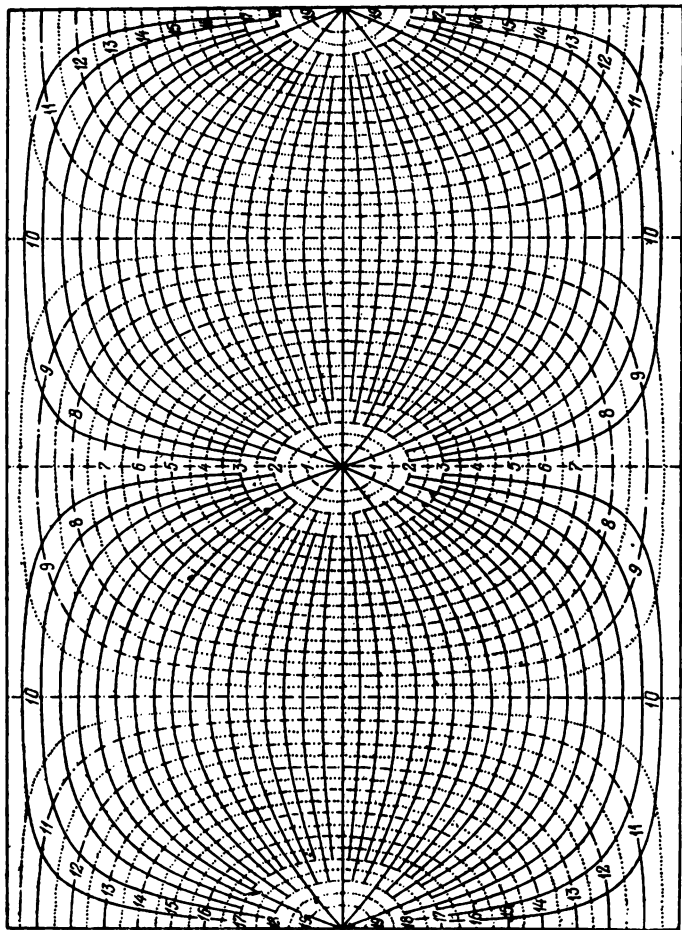


Рис. 8.43. Карта больших кругов земного шара.

Наименование пунктов	Широта	Долгота
Москва	55,8°	37,6°
Петропавловск-Камчатский . .	53,3°	158,5°

2. С помощью карты мира наносим корреспондирующие пункты на кальку указанным выше способом.

3. С помощью карты больших кругов земного шара определяем: расстояние между пунктами — оно равно 6 800 км; точки отражения — первая удалена от Москвы на расстояние 1700 км, вторая на — 5100 км; расстояние от Москвы до точки отражения луча по поверхности земли равно 3400 км.

4. С помощью карты мира определяем координаты точек отражения и поправку времени относительно декретного Московского времени.

Точки отражения	Широта	Долгота	Поправка времени, час
1-я точка	68°	63°	+2
2-я точка	67°	143°	+7

5. По картам прогноза МПЧ на февраль месяца 1960 г., приведенным на рис. 8.44 и 8.45, определяем критические и МПЧ для дальности 4000 км для различного времени суток Московского декретного времени.

		Московское декретное время											
		0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
1-я точка	$f_{кр}$	5	4,5	4,5	7	10,5	12	12	10,5	8	6	5	5
	МПЧ 4000	12	11	11,5	19	30	36	37	32	22	16	13	11,5
2-я точка	$f_{кр}$	5,5	8,5	12	12,3	11,5	9	6,5	5,5	4,5	4,8	4,8	4,8
	МПЧ 4000	17	26	34	37	34	27	18	13	11,8	11,8	11	10,5

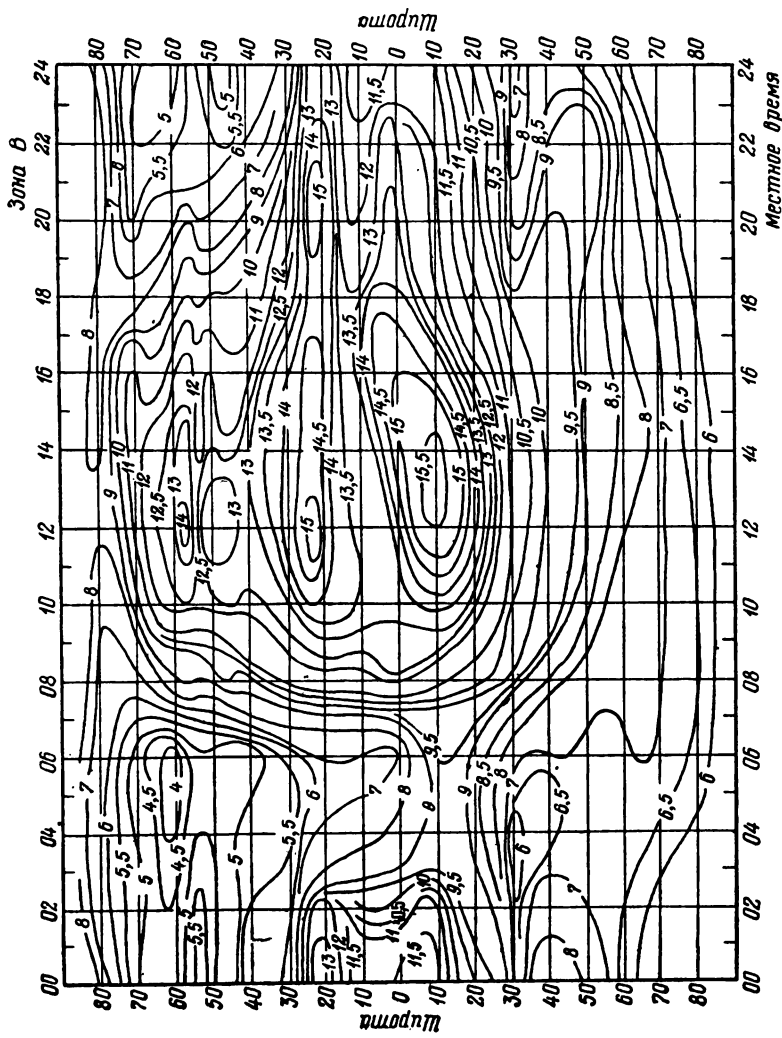


Рис. 8.44. Карта прогноза МПЧ—изоплеты критических частот.

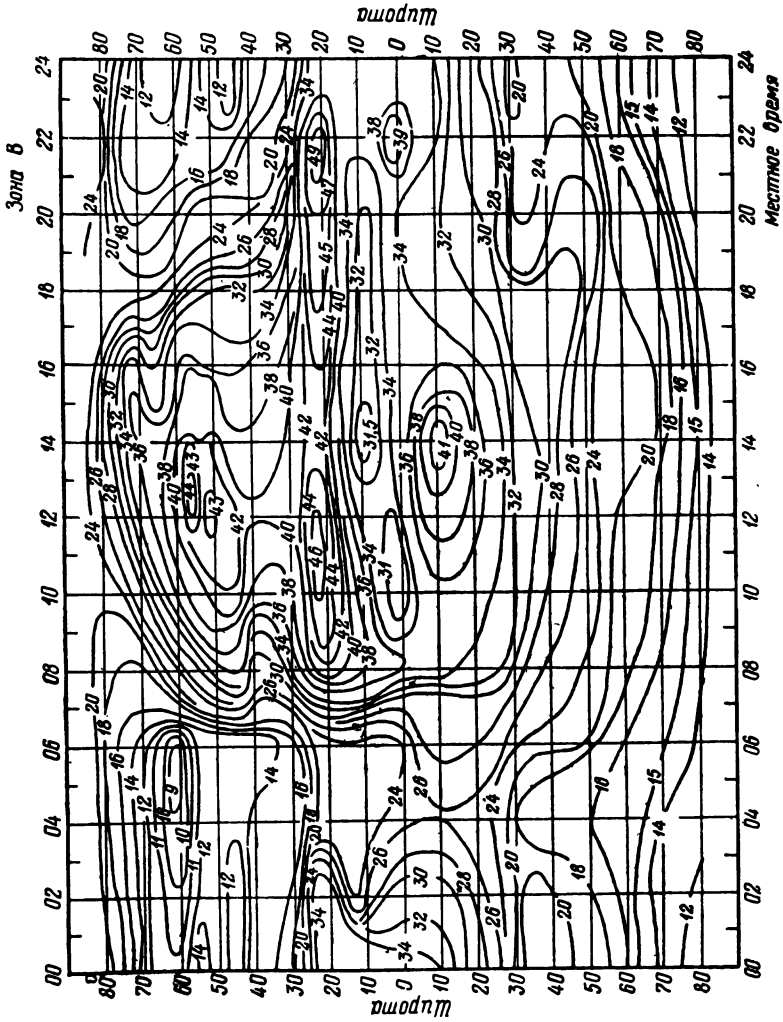


Рис. 8.45. Карта прогноза МПЧ—изоплеты МПЧ для дальности 4000 км.

6. С помощью номограммы, приведенной на рис. 8.39, находим МПЧ, соответствующие расстоянию 3400 км, МПЧ трассы в целом и ОРЧ.

Московское декретное время	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
МПЧ: 1-й точки	11,5	10,5	11	16	28,2	34,0	35,5	30,5	21,3	15,5	12,5	11,2
МПЧ 2-й точки	16,4	24,8	32,5	35,4	32,5	25,6	17,2	12,5	11,5	11,4	10,5	10
МПЧ трассы	11,5	10,5	11	16	28,2	25,6	17,2	12,5	11,5	11,4	10,5	10
ОРЧ	9,8	9	9,4	13,6	24	21,8	14,6	10,6	9,8	9,7	8,9	8,5

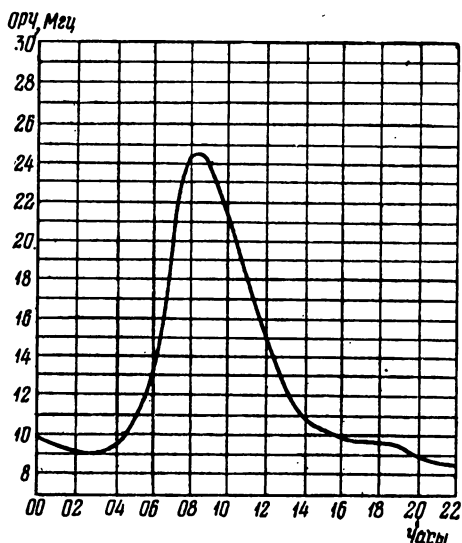


Рис. 8.46. Суточный ход ОРЧ (пример).

На рис. 8.46 приведен суточный ход ОРЧ, прогнозируемый на февраль 1960 г. для рассматриваемой трассы Москва — Петропавловск-Камчатский.

4. Средние волны $100 \text{ м} < \lambda < 1000 \text{ м}$

Средние волны могут распространяться поверхностной волной на большие расстояния, чем короткие волны,

как вследствие меньшего поглощения почвой, так и вследствие дифракции. Однако при этом дальность распространения не превышает нескольких сотен км. Пространственной же волной радиоволны этого диапазона в ночное время могут распространяться на значительно большие расстояния.

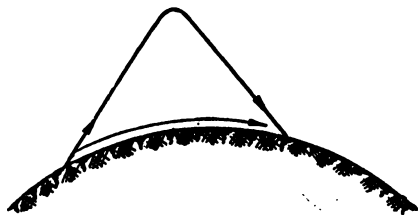
а) Особенности распространения пространственной волны

Средние волны проникают через слой D и отражаются от слоя E. Поэтому испытываемое ими поглощение в дневное время столь значительно, что поле пространственной волны практически пренебрежимо мало.

В ночное время вследствие исчезновения слоя D поглощение резко падает.

Таким образом, поле пространственной волны большей части диапазона средних волн испытывает весьма

Рис. 8.47. Интерференция пространственной и поверхностной волн.



значительные изменения в течение суток и в соответствии с этим пространственная волна днем почти отсутствует. Ночью же пространственная волна распространяется на весьма большие расстояния.

На средних, как и на коротких волнах, наблюдаются замирания силы приема. Объясняются эти замирания или интерференцией пространственной и поверхностной волн (рис. 8.47), или интерференцией нескольких волн, претерпевших различное число отражений от ионосферы (рис. 8.27). Поскольку концентрация электронов все время флюктуирует, то изменяется разность хода интерферирующих волн, что и вызывает замирания. Замирания первого типа наблюдаются в часы полусвеченности, когда поле пространственной и поле поверхностной волн сравнимы. Замирания второго типа наблюдаются в ночное время.

Одной из мер борьбы с замираниями первого типа является применение специальных так называемых анти-

фединговых передающих антенн. Диаграмма направленности такой антенны в вертикальной плоскости или настильна, или, наоборот, приподнята. В первом случае ослаблена пространственная волна, а во втором — поверхностная. Так, у антифединговых антенн радиовещательных станций характеристика направленности прижата к земле, вследствие чего обеспечивается излучение радиоволн, распространяющихся в основном поверхностной волной.

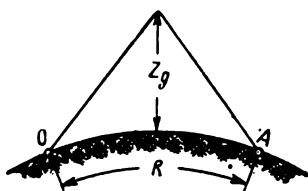


Рис. 8.48. К расчету напряженности поля на средних волнах.

При распространении средних волн, возможно проявление нелинейных эффектов. К ним относится Люксембургско-Горьковский эффект. Сущность этого эффекта состоит в том, что при пересечении в ионосфере лучей передающих радиостанций, работающих на совершенно различных частотах, в приемнике, обладающем большой избирательностью и настроенном на частоту маломощной станции, будут прослушиваться и сигналы более мощной станции.

Объясняется это явление тем, что скорость электронов, определяющая число столкновений ν , зависит от напряженности поля. Соответственно изменению напряженности поля меняется число столкновений ν , а следовательно, и проводимость. Вместе с проводимостью будет меняться и поглощение радиоволн. Вследствие этого, если через одну и ту же область ионосферы одновременно проходят сигналы мощной и маломощной станций, то сигналы последней станции будут промодулированы сигналами мощной станции.

б) Расчет напряженности поля

Поскольку при распространении пространственной волны в ночное время и ее отражении от слоя E поглощение незначительно, то при расчете напряженности поля вовсе пренебрегают этим поглощением, и считают, что распространение по треугольному пути (рис. 8.48) происходит, как в свободном пространстве. Соответственно вертикальная составляющая напряженности поля, если рассматривать антенну как вертикальный диполь, согласно рис. 8.48 может быть рассчитана по формуле

$$E_v = \frac{300 \sqrt{P_{\text{квт}}}}{l} \cos^2 \theta \frac{\text{мв}}{\text{м}} = \frac{300 \sqrt{P_{\text{квт}}} R^2}{(R^2 + 4z_d^2)^{3/2}} \frac{\text{мв}}{\text{м}}, \quad (8.61)$$

где l — длина геометрического пути луча, θ — угол возвышения.

В формуле (8.61) все длины выражены в километрах.

5. Длинные волны $1000 \text{ м} < \lambda < 10000 \text{ м}$

Длинные волны вследствие отсутствия поглощения землей, которая практически является для них проводником, и большого дифракционного поля распространяются поверхностной волной на сравнительно большие расстояния. Однако уже на расстояниях 1000—2000 км поле пространственной волны значительно превосходит поле поверхностной волны. Поэтому в радиолиниях большой протяженности (во много тысяч километров) используется пространственная волна.

В диапазоне длинных волн в наименшем ионосферном слое число столкновений

$$\nu \gg \omega \left(\nu \approx 10^6 \frac{1}{\text{сек}} \right).$$

Ввиду этого теория, развитая в гл. 7, здесь непригодна. Более того, вследствие большой длины волны здесь не удовлетворяется неравенство (7.37) и приближение геометрической оптики вообще здесь неприменимо.

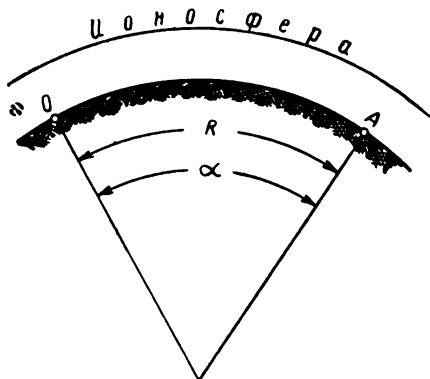


Рис. 8.49. К расчету напряженности поля на длинных волнах.

Однако экстраполяция теоретических результатов и экспериментальных данных, полученных для других диапазонов волн, дает основание полагать, что распространение длинных волн между землей и ионосферой происходит примерно так, как по сферическому волноводу, в котором имеет место поглощение.

Для расчета напряженности поля в диапазоне длинных волн применима полуэмпирическая формула Остина

$$E = \frac{120\pi I_m h_d}{\lambda R} \sqrt{\frac{\alpha}{\sin \alpha}} e^{-\frac{0,0011}{\lambda^{0,6}} R} \frac{мв}{м}, \quad (8.62)$$

где h_d — действующая высота антенны,

α — геоцентрический угол, соответствующий дальности R между корреспондирующими пунктами (рис. 8.49). Все длины здесь выражены в километрах.

6. Сверхдлинные волны $10\,000\ м < \lambda < 100\,000\ м$

В силу того, что длина волны диапазона сверхдлинных волн сравнима с расстоянием от нижней границы ионосферы до поверхности земли, понятия о поверхностной и пространственной волнах здесь теряют смысл. Со значительно большим основанием, чем в случае длинных волн, здесь можно говорить о волноводном распространении по сферическому волноводу. Поэтому сверхдлинные волны распространяются вокруг Земли с весьма незначительным ослаблением. Это обстоятельство и послужило одной из основных причин применения сверхдлинных волн в новейшей навигационной аппаратуре.

Расчет напряженности поля в коротковолновой части этого диапазона может быть выполнен по формуле Остина (8.62). В длинноволновой же части расчетные данные, полученные по формуле Остина, не согласуются с результатами измерений. Теоретические формулы для расчета напряженности поля, годные для этой части диапазона сверхдлинных волн, были получены Альпертом, Уэйтом и другими исследователями [21, 23]. Однако рамки этой книги не позволяют подробно остановиться на данном вопросе.

ГЛАВА 9.

ОШИБКИ, ВНОСИМЫЕ АТМОСФЕРОЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ КООРДИНАТ РАДИОТЕХНИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Как известно при определении координат объекта радиотехническими методами считается, что измеренный угол между касательной к поверхности земли в точке расположения радиолокатора и направлением прихода отраженной от цели волны и есть угол возвышения цели. Дальность же до цели определяется путем умножения измеренного времени запаздывания отраженного от цели импульса относительно зондирующего импульса на скорость света в пустоте.

Однако вследствие рефракции радиоволн направление прихода отраженной волны не совпадает с истинным направлением на цель. Также и дальность, определенная указанным выше способом, не совпадает с истинной дальностью до цели, так как скорость распространения сигнала в атмосфере отлична от скорости его распространения в вакууме.

Отсюда следует, что измерение координат объектов радиотехническими методами сопровождается погрешностями. Эти погрешности можно разделить на систематические и несистематические. В регулярно неоднородной атмосфере, где диэлектрическая непроницаемость и соответственно показатель преломления меняются по вполне определенному закону, который для конкретных условий может быть установлен экспериментально, погрешности носят систематический характер и, следовательно, могут быть исключены путем внесения поправок. Однако в атмосфере, как было уже указано, имеются и нерегулярные, случайные неоднородности, перемещающиеся друг относительно друга. Эти неоднородности приводят к местным пульсациям показателя преломления, вызы-

вающим несистематические, случайные погрешности при измерении координат объектов, исключить которые невозможно.

§ 1. ОШИБКИ, ВНОСИМЫЕ АТМОСФЕРОЙ С РЕГУЛЯРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Будем в дальнейшем считать атмосферу слоисто неоднородной средой, т. е. будем полагать, что ее показатель преломления зависит только от высоты. Тогда в атмосфере будет наблюдаться рефракция, которая может явиться причиной значительных погрешностей при определении угловых координат объекта. Что же касается погрешностей, возникающих при измерении дальности, то они в тропосфере будут пренебрежимо малыми прежде всего потому, что в тропосфере скорость распространения сигнала очень мало отличается от скорости в вакууме, а погрешности в дальности, обусловленные искривлением луча, вообще очень малы.

Значительные погрешности при измерении дальности могут возникнуть, когда объект находится в ионосфере, где показатель преломления может заметно отличаться от единицы и, следовательно, скорость распространения сигнала может заметно отличаться от скорости в вакууме. Кроме того, наличие дисперсии в ионосфере вызывает расплывание импульса, что также приводит к погрешностям при измерении дальности.

Сначала рассмотрим поправки на рефракцию. Лучевая трактовка позволяет получить простые формулы для расчета этих поправок. Прежде всего выведем формулы для расчета астрономической рефракции, т. е. рефракции луча, исходящего из бесконечно удаленного источника.

Из рис. 9.1 видно, что это есть угол β_{∞} , на который поворачивается касательная к лучу после прохождения его через всю толщу преломляющей атмосферы.

Воспользовавшись формулой (6.24)

$$\Delta\beta = \Delta\alpha - \Delta\theta,$$

где, как видно из рис. 6.4 и формулы (6.26),

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta z}{r \operatorname{tg} \theta}$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta z}{\operatorname{tg} \theta} \cdot \frac{\Delta n}{\Delta z} \cdot \frac{1}{n} + \frac{\Delta z}{r \operatorname{tg} \theta},$$

получим

$$\Delta\beta = - \frac{\Delta z}{\operatorname{tg} \theta} \frac{\Delta n}{\Delta z} \frac{1}{n}.$$

Так как согласно уравнению луча

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{n^2 r^2 - q^2}}{q},$$

где

$$q = n_0 a \cos \theta_0,$$

то

$$\Delta\beta = - q \frac{\Delta z}{\sqrt{n^2 r^2 - q^2}} \frac{\Delta n}{\Delta z} \frac{1}{n}$$

и

$$\beta_\infty = - \int_0^{z_r} \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{\sqrt{\left(\frac{nr}{q}\right)^2 - 1}}, \quad (9.1)$$

где z_r — высота границы преломляющей атмосферы. Это и есть формула для расчета астрономической рефракции. Для достаточно коротких волн, а именно коротковолновой части УКВ, выражение (9.1) может быть значительно

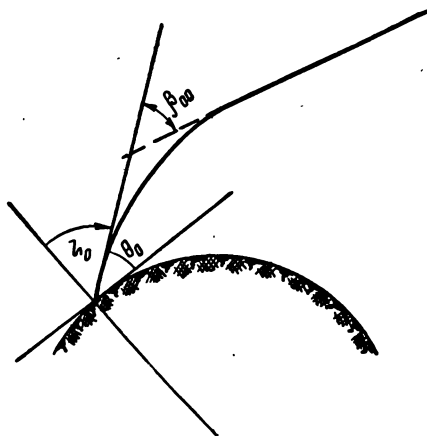


Рис. 9.1. К расчету астрономической рефракции.

упрощено, если угол возвышения θ_0 не слишком мал или, иначе, если зенитный угол

$$\zeta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_0$$

не слишком близок к 90° .

В самом деле, показатель преломления для таких волн в пределах всей преломляющей атмосферы незначительно отличается от единицы и можно положить

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 \approx 1.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \beta_\infty &\approx - \int_0^{z_r} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{n} \frac{\sin \zeta_0}{\sqrt{\cos^2 \zeta_0 + \frac{2z}{a} + \frac{z^2}{a^2}}} \approx \\ &\approx - \int_0^{z_r} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{n} \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{a}\right)} \frac{\operatorname{tg} \zeta_0}{\sqrt{1 + A^2 \operatorname{tg}^2 \zeta_0}}, \end{aligned}$$

где

$$A^2 = \frac{2z/a + z^2/a^2}{(1 + z/a)^2}.$$

Если зенитный угол ζ_0 таков, что выполняется неравенство

$$A^2 \operatorname{tg}^2 \zeta_0 < 1, \quad (9.2)$$

то корень можно разложить в ряд и тогда получим

$$\begin{aligned} \beta_\infty &= - \int_0^{z_r} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{n} \left(\operatorname{tg} \zeta_0 - \frac{1}{2} A^2 \operatorname{tg}^3 \zeta_0 + \frac{3}{8} A^4 \operatorname{tg}^5 \zeta_0 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{5}{16} A^6 \operatorname{tg}^7 \zeta_0 + \dots \right) \left(1 + \frac{z}{a}\right)^{-1}. \quad (9.3) \end{aligned}$$

Отсюда видно, что выражение для угла астрономической рефракции можно представить в виде [24]

$$\beta_\infty = K \operatorname{tg} \zeta_0 - M \operatorname{tg}^3 \zeta_0 + L \operatorname{tg}^5 \zeta_0 - N \operatorname{tg}^7 \zeta_0 + \dots \quad (9.4)$$

Очевидно, что для зенитных углов, удовлетворяющих неравенству

$$A^2 \operatorname{tg}^2 \zeta_0 \ll 1, \quad (9.5)$$

можно ограничиться первым членом ряда и считать

$$\beta_{\infty} \approx K \operatorname{tg} \zeta_0. \quad (9.6)$$

Можно также считать $z \ll a$. Тогда, как видно из (9.3), при достаточно высоких частотах

$$\begin{aligned} K &\approx - \int_{n_0}^1 \frac{dn}{n} = - \ln n \Big|_{n=n_0}^{n=1} = \ln n_0 = \ln [1 + (n_0 - 1)] \approx \\ &\approx n_0 - 1 \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\beta_{\infty} \approx (n_0 - 1) \operatorname{tg} \zeta_0. \quad (9.7)$$

Из (9.7) следует, что при выполнении условия (9.5) угол астрономической рефракции не зависит от закона изменения показателя преломления с высотой, а зависит лишь от значения показателя преломления у поверхности Земли. Это обстоятельство было впервые отмечено Лапласом в отношении астрономической рефракции оптических волн и было им сформулировано в виде теоремы, названной впоследствии теоремой Лапласа.

Заметим, что при вычислении угла астрономической рефракции с точностью до I'' формула (9.7) оказывается справедливой вплоть до угла $\zeta_0 = 70^\circ$. При меньшей точности формула (9.7) будет применима и для больших зенитных углов.

Углы астрономической рефракции, рассчитанные по предыдущим формулам, увеличиваются с увеличением зенитного угла от 0° при $\zeta_0 = 0$ до 2° при углах, близких к $\zeta_0 = 90^\circ$.

Получим теперь формулы поправок на рефракцию для случая, когда излучающий объект находится на конечном расстоянии в пределах преломляющей атмосферы.

Этот искомый угол (поправка) равен разности углов между кажущимся направлением на объект, характеризуемым углом возвышения θ_0 , и истинным направлением на объект, характеризуемым углом возвышения θ_n , т. е.

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta_n. \quad (9.8)$$

Угол θ_n можно найти из следующих соотношений.

Согласно рис. 9.2 имеем:

$$\alpha = \theta + \beta - \theta_0, \quad (9.9)$$

где угол θ определяется из уравнения луча

$$\cos \theta = \frac{n_0 a \cos \theta_0}{n(a+z)}, \quad (9.10)$$

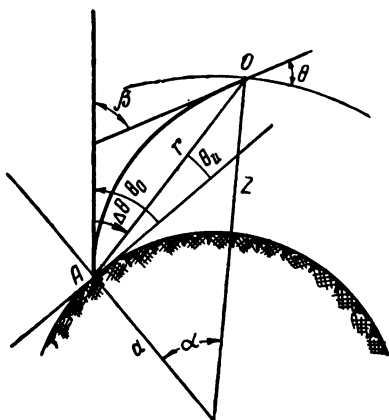


Рис. 9.2. К расчету рефракции радиоволн, излученных источником, находящимся на конечном расстоянии.

а угол β находится согласно (9.1) по формуле

$$\beta = - \int_0^z \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \frac{dz}{\sqrt{\left(\frac{nr}{q}\right)^2 - 1}}; \quad (9.11)$$

здесь обычно приходится выполнять численное интегрирование, причем закон изменения показателя преломления с высотой задается; далее из того же рисунка получим

$$\left. \begin{aligned} OA = r = \sqrt{(a+z)^2 + a^2 - 2a(a+z) \cos \alpha} \\ \frac{r}{\sin \alpha} = \frac{a+z}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_n\right)} = \frac{a+z}{\cos \theta_n}, \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

$$\theta_n = \arccos \left(\frac{a+z}{r} \sin \alpha \right). \quad (9.13)$$

При вычислении поправок на рефракцию по формулам (9.8) — (9.13) исходными параметрами являются угол прихода луча θ_0 и высота z объекта.

На рис. 9.3 приведены рассчитанные Г. Мильманом [52] поправки $\Delta\theta$ на тропосферную и стратосферную рефракцию в зависимости от высоты z объекта над землей. Поправки вычислены для сухой и влажной атмосферы при типичных для этих случаев законах убывания показателя преломления с высотой. Реальные поправки, по-видимому, редко будут выходить за эти предельные поправки для указанных на рисунке углов возвышения.

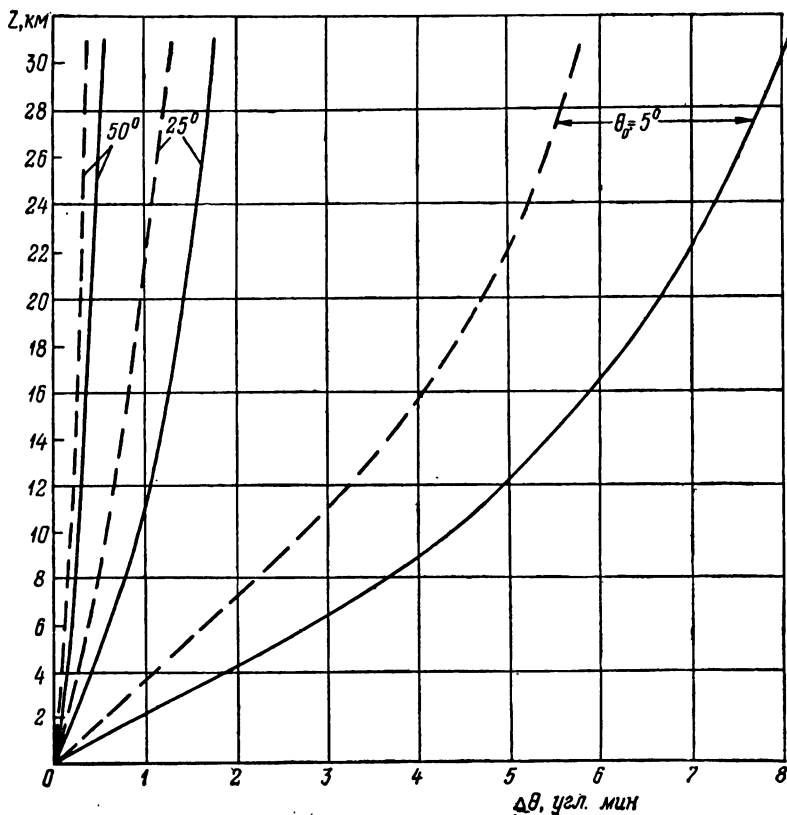


Рис. 9.3. Кривые поправок на тропосферную и стратосферную рефракцию.

100%-ная относительная влажность, $N_0 = (n-1) 10^6 = 338$ (сплошная линия); сухой воздух, $N_0 = (n_0-1) 10^6 = 262$ (штриховая линия).

Очевидно, что для получения истинного угла возвышения поправку следует вычесть из измеренного угла.

Рассмотрим теперь поправки к дальности. Как уже было сказано погрешности при измерении дальности обусловлены дисперсией радиоволн в ионосфере.

Это связано с тем, что при измерении дальности до объекта определяется не истинное расстояние, а групповой путь луча, равный

$$L = c \int_l dt_{\text{гр}} = c \int_l \frac{dl}{v_{\text{гр}}} = \int \frac{dl}{n}, \quad (9.14)$$

где $t_{\text{гр}}$ — время, затрачиваемое на прохождение импульсом пути l с групповой скоростью $v_{\text{гр}}$.

Групповой путь всегда больше истинного расстояния, поскольку $v_{\text{гр}} < c$. Следовательно, поправка к дальности равна

$$\Delta r = L - r.$$

Не вдаваясь в подробности вычислений по формуле (9.14), которые оказываются достаточно громоздкими, приведем лишь результаты этих вычислений.

Одновременно с результатами вычислений поправок к дальности приведем и результаты вычислений поправок на рефракцию в ионосфере.

На рис. 9.4—9.7 изображены рассчитанные В. А. Мисурой кривые поправок на ионосферную рефракцию при измерении угла возвышения и дальности r для различных частот больше максимальных. По осям поправок отложены произведения соответствующих поправок (для угла в минутах и для дальности в километрах) и квадрата отношения частоты сигнала к плазменной частоте. На рис. 9.4 и 9.6 параметром является угол возвышения, а на рис. 9.5 и 9.7 — высота. Обозначения даны на рис. 9.2. Расчетная модель ионосферы — парабола с экспонентой — приведена на рис. 8.14. Очевидно, что для получения истинных значений угла возвышения и дальности соответствующие поправки следует вычесть из измеренных значений углов и дальности.

Поправки рассчитаны для максимальных концентраций электронов, соответствующих максимуму солнечной активности, или близких к ним. Поэтому поправки можно рассматривать как предельные или близкие к ним.

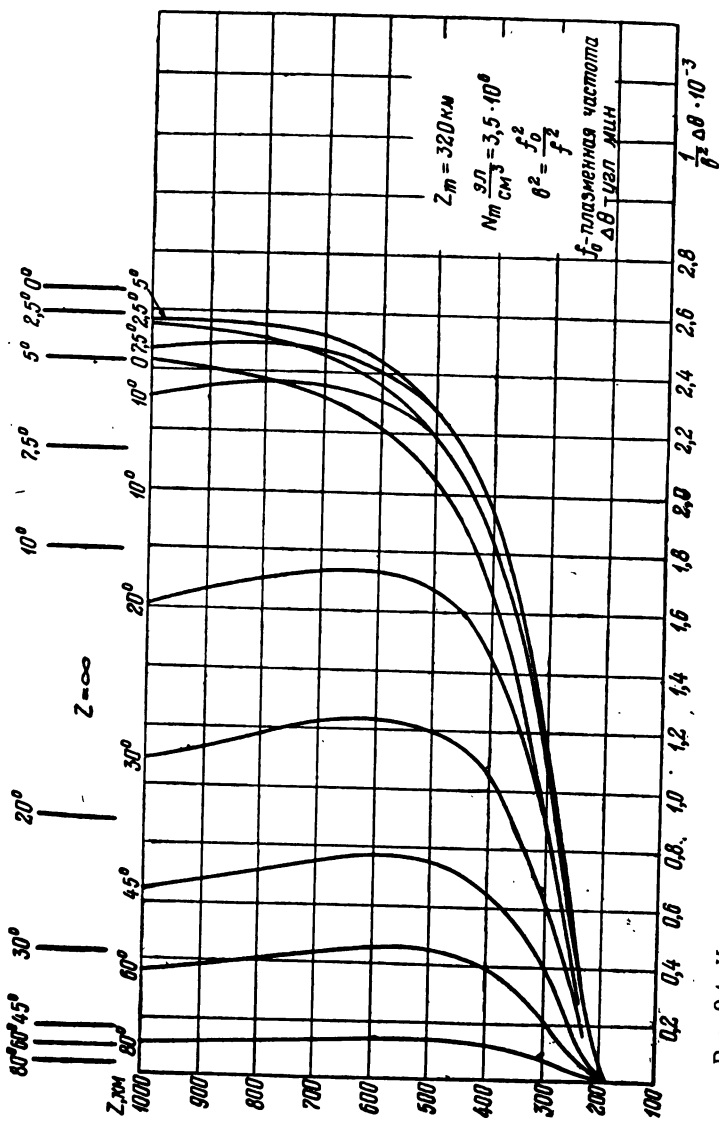


Рис. 9 4. Кривые поправок на ионосферную рефракцию для различных углов возвышения.

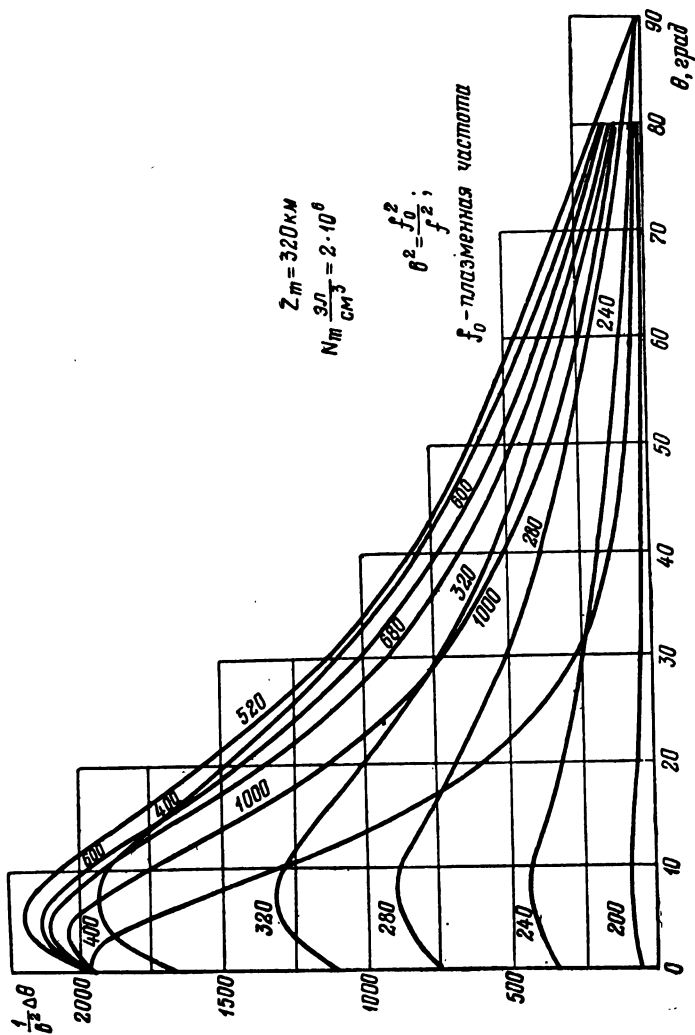


Рис. 9.5. Кривые поправок на ионосферную рефракцию для различных высот.

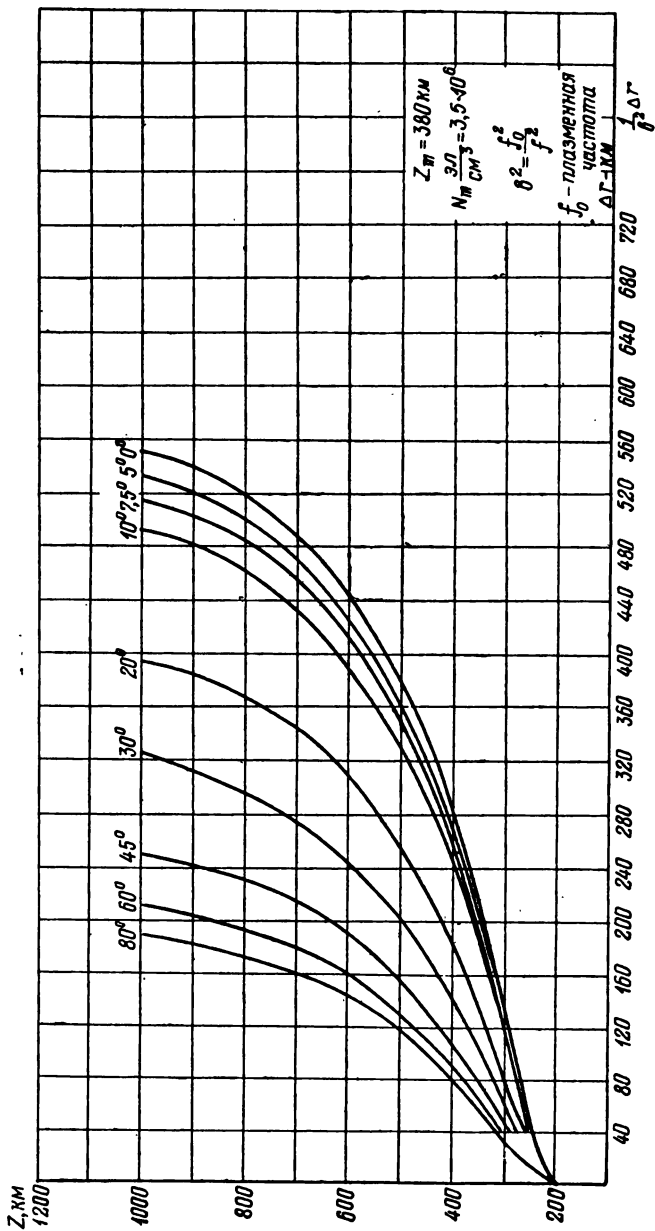


Рис. 9.6. Кривые поправок при измерении дальности для различных углов возвышения.

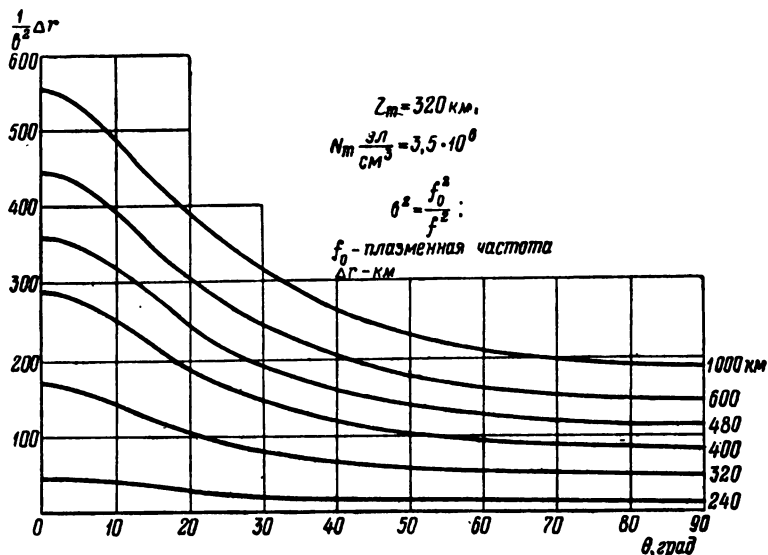


Рис. 9.7. Кривые поправок при измерении [дальности] для различных высот.

§ 2. ОШИБКИ, ВНОСИМЫЕ АТМОСФЕРОЙ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

1. Методы оценки случайных погрешностей

Метод нахождения статистических характеристик рассматриваемых здесь случайных погрешностей определяется соотношением размеров неоднородностей и размера существенного эллипсоида распространения радиоволн.

Наибольшее поперечное сечение этого эллипсоида зависит от расстояния L между корреспондирующими пунктами и длины волны λ и имеет величину порядка

$$\sqrt{\lambda L}.$$

Если размеры неоднородностей, имеющие порядок величины L_0 , достаточно велики, т. е.

$$L_0 \gg \sqrt{\lambda L}, \tag{9.15}$$

то применима геометрикооптическая трактовка. В самом деле, в этом случае можно пренебречь изменениями ди-

электрической проницаемости поперек эллипсоида и можно ограничиться учетом этих изменений лишь вдоль большой оси эллипсоида, т. е. вдоль луча.

Если же размеры неоднородностей таковы, что

$$L_0 \ll \sqrt{\lambda L}, \quad (9.16)$$

то геометрическая трактовка неприменима.

Действительно, в этом случае в пределах существенного эллипсоида, в его поперечных сечениях, укладывается большое число неоднородностей и диэлектрическая проницаемость существенно меняется не только вдоль большой оси, но и в направлениях, перпендикулярных этой оси. В этом случае, поскольку диэлектрическая проницаемость является случайной функцией координат, можно считать, что каждая из неоднородностей рассеивает радиоволны независимо от других, т. е. некогерентно. Следовательно, каждая из неоднородностей может рассматриваться как независимый источник вторичных волн и можно полагать, что в точку приема одновременно с первичной волной приходит множество вторичных волн со случайными амплитудами и фазами. Такая трактовка вопроса позволяет сравнительно просто выполнить необходимые оценки погрешностей и в случае (9.16).

Неоднородности, размеры которых при заданной длине волны и расстояниях порядка L удовлетворяют неравенству (9.15), называются крупномасштабными. Неоднородности же, размеры которых удовлетворяют неравенству (9.16), называются мелкомасштабными.

В последующих вычислениях мы примем, что флуктуация $\Delta \epsilon_r$ диэлектрической проницаемости ϵ_r в пределах всей атмосферы невелика по сравнению со средним значением ϵ_r , приближенно равным единице, и соответственно невелика по сравнению с единицей и флуктуация $\Delta n = \alpha$ показателя преломления n , т. е.

$$|\alpha| = \left| \frac{\Delta \epsilon_r}{2} \right| \ll 1, \quad (9.17)$$

так как

$$n = 1 + \alpha = \sqrt{1 + \Delta \epsilon_r} \approx 1 + \frac{\Delta \epsilon_r}{2}.$$

При этом имеется в виду, что для определения координат объектов применяются достаточно высокие частоты

ты, так что и в ионосфере показатель преломления незначительно отличается от единицы.

Предполагается также, что атмосфера статистически однородна и изотропна. Это предположение вынужденное ввиду отсутствия достаточного количества данных, которые позволили бы учесть неоднородность и анизотропию.

Таким образом, мы полагаем, что корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости и соответственно флуктуаций показателя преломления зависит только от расстояния r между точками, в которых эти флуктуации происходят, т. е. справедлива формула (6.89)

$$B = B(r) = B \left[\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \right]. \quad (6.89)$$

Мы примем наиболее распространенные выражения для функции $B(r)$

$$B(r) = \overline{\Delta \epsilon_r^2} e^{-\frac{r}{L_0}}, \quad (6.103)$$

$$B(r) = \overline{\Delta \epsilon_r^2} e^{-\left(\frac{r}{L_0}\right)^2}. \quad (8.49)$$

Соответствующие выражения для коэффициента корреляции таковы:

$$\rho = e^{-\frac{r}{l_0}} \quad (6.103a)$$

и

$$\rho = e^{-\left(\frac{r}{L_0}\right)^2}. \quad (8.49a)$$

Отметим, что в силу (9.17) коэффициент корреляции флуктуаций показателя преломления и флуктуаций диэлектрической проницаемости один и тот же.

2. Погрешности в случае крупномасштабных неоднородностей

а) Погрешности при измерении дальности

Время, затрачиваемое на прохождение волной пути l с фазовой скоростью v_ϕ или, иначе, „фазовое запаздывание“ равно

$$t_{\phi} = \int_l \frac{dl}{v_{\phi}} = \frac{1}{c} \int_l n dl = \frac{1}{c} \int_l (1 + \alpha) dl. \quad (9.18)$$

Время, затрачиваемое на прохождение волной пути l с групповой скоростью v_{gp} или, иначе, „групповое запаздывание“ равно

$$t_{gp} = \int_l \frac{dl}{v_{gp}} = \frac{1}{c} \int_l \frac{l}{n} = \frac{1}{c} \int_l (1 - \alpha) dl. \quad (9.19)$$

Сопоставляя равенства (9.18) и (9.19), видим, что флуктуации фазового и группового запаздывания равны по величине и противоположны по знаку, т. е.

$$\Delta t_{\phi} = t_{\phi} - \bar{t}_{\phi} = -\Delta t_{gp} = -(t_{gp} - \bar{t}_{gp}) = \frac{1}{c} \int_l \alpha dl, \quad (9.20)$$

где черта сверху означает среднее время запаздывания. Отсюда следует, что статистические характеристики обеих флуктуаций одинаковы.

Из равенства (9.20) также следует, что флуктуация $\Delta\psi$ фазы ψ приходящей волны и флуктуация ΔL группового пути L связаны между собой равенством

$$\Delta\psi = \frac{\omega}{c} \int \alpha dl = -\frac{\omega}{c} \Delta L, \quad (9.21)$$

т. е. эти флуктуации по абсолютной величине прямо пропорциональны друг другу. Следовательно, по статистическим характеристикам одной из этих флуктуаций нетрудно найти статистические характеристики другой. Имея это в виду, рассмотрим флуктуации фазы.

Найдем средний квадрат флуктуации фазы. Имеем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\int_0^L \alpha dl \int_0^L \alpha dl} = \frac{\omega^2}{c^2} \int_0^L \int_0^L \overline{\alpha_1 \alpha_2} dl_1 dl_2, \quad (9.22)$$

где черта сверху, как и раньше, означает усреднение по времени.

Учитывая, что

$$\overline{\alpha_1 \alpha_2} = \overline{\alpha^2} \cdot \rho, \quad (9.23)$$

где $\overline{\alpha^2}$ — средний квадрат флуктуаций показателя прелом-

ления, и, пренебрегая искривлением луча, вместо (9.22) можем написать

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\alpha}^2 \int_0^L \int_0^L \rho(r_2 - r_1) dr_1 dr_2, \quad (9.24)$$

причем в силу зависимости коэффициента корреляции ρ только от расстояния между точками, в которых происходят флуктуации, должно иметь место равенство

$$\rho = \rho(|r_2 - r_1|) = \rho(r_1 - r_2) = \rho(r_2 - r_1). \quad (9.25)$$

Имея это в виду, введем вместо r_2 новую переменную η по формуле

$$\eta = r_2 - r_1 \quad (9.26)$$

и получим

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\alpha}^2 \int_0^L dr_1 \int_{-r_1}^{L-r_1} \rho(\eta) d\eta. \quad (9.27)$$

Поскольку коэффициент корреляции $\rho(r)$ есть достаточно быстро убывающая функция расстояния r , во внутреннем интеграле можем растянуть пределы интегрирования до бесконечности и, пользуясь в соответствии с (9.25) чётностью функции $\rho(\eta)$, находим [13]

$$\overline{\Delta\psi^2} = 2 \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\alpha}^2 \int_0^L dr_1 \int_0^\infty \rho(r) dr = 2 \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\alpha}^2 L \int_0^\infty \rho(r) dr. \quad (9.28)$$

Если подставить выражение для коэффициента корреляции из (6.103а), то, поскольку

$$\int_0^\infty \rho(r) dr = \int_0^\infty e^{-\frac{r}{L_0}} dr = L_0,$$

получим

$$\overline{\Delta\psi^2} = 2 \frac{\omega^2}{c^2} \bar{\alpha}^2 L L_0. \quad (9.29)$$

Если подставить выражение для коэффициента корреляции из (8.49а), то, поскольку

$$\int_0^\infty \rho(r) dr = \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{L_0^2}} dr = \frac{\sqrt{\pi}}{2} L_0,$$

находим

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \overline{\alpha^2} \sqrt{\pi} LL_0. \quad (9.30)$$

Соответствующие значения средних квадратов флюктуаций группового пути согласно (9.21) равны

$$\overline{\Delta L^2} = 2\overline{\alpha^2} LL_0, \quad (9.29a)$$

$$\overline{\Delta L^2} = \overline{\alpha^2} \sqrt{\pi} LL_0. \quad (9.30a)$$

Например, при $\alpha^2 = 10^{-10}$, $L_0 = 10$ км, $L = 1000$ км расчет по формуле (9.30a) дает $\sqrt{\overline{\Delta L^2}} = 1,33$ м.

б) Погрешности
при измерении угла прихода

Интегрируя уравнение луча (6.21)

$$\frac{\partial (l^\circ n)}{\partial l} = \nabla n, \quad (6.21)$$

находим

$$n l^\circ - n_0 l_0^0 = \int_0^L \Delta n dl$$

или, учитывая неравенство (9.17), имеем

$$l^\circ - l_0^0 \approx \int_0^L \nabla \alpha dl. \quad (9.31)$$

Возводя обе части этого равенства в квадрат, для левой части находим

$$(l^\circ - l_0^0)^2 = 2(1 - l^\circ l_0^0) = 2(1 - \cos \Delta\theta) \approx \Delta\theta^2,$$

где $\Delta\theta$ — угол между направлениями касательных к лучу в точках выхода и прихода, или, короче, флюктуация угла прихода.

Таким образом

$$\Delta\theta^2 = \int_0^L \int_0^L (\nabla \alpha)_1 (\nabla \alpha)_2 dl_1 dl_2. \quad (9.32)$$

Индексы у скобок означают значения градиента функции

$\alpha(x, y, z)$ в точках, в которых происходят флуктуации, так что

$$(\nabla\alpha)_1(\nabla\alpha)_2 = \frac{\partial\alpha}{\partial x}\Big|_{x=x_1} \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial x}\Big|_{x=x_2} + \frac{\partial\alpha}{\partial y}\Big|_{y=y_1} \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial y}\Big|_{y=y_2} + \\ + \frac{\partial\alpha}{\partial z}\Big|_{z=z_1} \cdot \frac{\partial\alpha}{\partial z}\Big|_{z=z_2}$$

или, полагая

$$\alpha(x_1, y_1, z_1) \cdot \alpha(x_2, y_2, z_2) = f(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2),$$

т. е. рассматривая произведение слева как функцию шести переменных $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$, можем написать

$$(\nabla\alpha)_1(\nabla\alpha)_2 = \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2 f}{\partial y_2 \partial y_1} + \frac{\partial^2 f}{\partial z_2 \partial z_1}.$$

Усредняя обе части последнего равенства по промежутку времени T , получаем

$$\overline{(\nabla\alpha)_1(\nabla\alpha)_2} = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2 f}{\partial y_2 \partial y_1} + \frac{\partial^2 f}{\partial z_2 \partial z_1} \right) dt = \\ = \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2}{\partial y_2 \partial y_1} + \frac{\partial^2}{\partial z_2 \partial z_1} \right) \frac{1}{T} \int_0^T f dt.$$

Отсюда следует, что

$$\overline{(\nabla\alpha)_1(\nabla\alpha)_2} = \nabla_2 \nabla_1 \overline{f} = \nabla_2 \nabla_1 \overline{\alpha_1 \alpha_2}, \quad (9.33)$$

где оператор

$$\nabla_2 \nabla_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial^2}{\partial y_2 \partial y_1} + \frac{\partial^2}{\partial z_2 \partial z_1}. \quad (9.34)$$

Таким образом, усредняя обе части равенства (9.32) по времени и учитывая (9.33), находим

$$\overline{\Delta\theta^2} = \int_0^L \int_0^L \overline{(\nabla\alpha)_1(\nabla\alpha)_2} dl_1 dl_2 = \int_0^L \int_0^L \nabla_2 \nabla_1 \overline{\alpha_1 \alpha_2} dl_1 dl_2. \quad (9.35)$$

Выражая $\overline{\alpha_1 \alpha_2}$ через коэффициент корреляции и пренебрегая искривлением луча, получаем:

$$\overline{\Delta\theta^2} = \overline{\alpha^2} \int_0^L \int_0^L \nabla_2 \nabla_1 \rho(r_2 - r_1) dr_1 dr_2. \quad (9.36)$$

Здесь, как и в случае интеграла в (9.24), вводим новую переменную η по формуле (9.26) и, учитывая, что

$$\nabla_2 = -\nabla_1 = \nabla, \quad \nabla_2 \nabla_1 = -\nabla^2,$$

получаем

$$\overline{\Delta \theta^2} = -\overline{\alpha^2} \int_0^L dr_1 \int_{-r_1}^{L-r_1} \nabla^2 \rho(\eta) d\eta. \quad (9.37)$$

Во внутреннем интеграле растягиваем пределы интегрирования до бесконечности и, учитывая, что $\rho(\eta)$ функция четная, находим

$$\overline{\Delta \theta^2} = -2 \overline{\alpha^2} \int_0^L dr_1 \int_0^\infty \nabla^2 \rho(r) dr = -2 \overline{\alpha^2} L \int_0^\infty \nabla^2 \rho(r) dr, \quad (9.38)$$

где

$$\nabla^2 \rho(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\rho}{dr} \right). \quad (9.39)$$

Если взять выражение коэффициента корреляции (6.103а), то интеграл в (9.38) оказывается расходящимся. Следовательно, в данном случае коэффициент корреляции в виде (6.103а) непригоден.

Возьмем выражение коэффициента корреляции в виде (8.49а). Так как

$$\nabla^2 \rho(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\rho}{dr} \right) = \frac{4}{L_0^4} r^2 e^{-\frac{r^2}{L_0^2}} - \frac{6}{L_0^2} e^{-\frac{r^2}{L_0^2}},$$

то после выполнения интегрирования получаем

$$\overline{\Delta \theta^2} = \frac{4 \overline{\alpha^2} L \sqrt{\pi}}{L_0}. \quad (9.40)$$

Например, при $\alpha^2 = 10^{-10}$, $L_0 = 10$ км, $L = 1000$ км расчет по формуле (9.40) дает $\sqrt{\overline{\Delta \theta^2}} = 55''$.

3. Погрешности в случае мелкомасштабных неоднородностей

а) Общие соотношения

В данном случае геометрооптическая трактовка неприменима.

Однако, как уже было ранее указано, здесь можно считать, что поле в точке приема есть сумма полей первичной волны и вторичных некогерентных волн, создаваемых неоднородностями.

При этом можно считать поляризацию всех волн одинаковой.

Пусть E_0 — напряженность поля первичной волны, а E_k — напряженность поля рассеяния, создаваемого неоднородностью с объемом рассеяния ΔV_k .

Тогда можно написать

$$E = E_0 + \sum_k E_k = E_0 \left(1 + \sum_k \frac{E_k}{E_0} \right). \quad (9.41)$$

Так как

$$\left| \sum_k \frac{E_k}{E_0} \right| \ll 1, \quad (9.42)$$

то из (9.41) получаем

$$\ln E = \ln E_0 + \ln \left(1 + \sum_k \frac{E_k}{E_0} \right) \approx \ln E_0 + \sum_k \frac{E_k}{E_0}. \quad (9.43)$$

Поля этих волн всегда можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} E &= A e^{j\psi}, \\ E_0 &= A_0 e^{j\psi_0}, \\ E_k &= A_k e^{j\psi_k}. \end{aligned} \right\} \quad (9.44)$$

Подставляя эти выражения в (9.43), имеем

$$\ln A + j\psi = \ln A_0 + j\psi_0 + \sum_k \frac{A_k}{A_0} e^{j(\psi_k - \psi_0)} \quad (9.45)$$

или

$$\ln A = \ln A_0 + \sum_k \frac{A_k}{A_0} \cos(\psi_k - \psi_0), \quad (9.46)$$

$$\psi = \psi_0 + \sum_k \frac{A_k}{A_0} \sin(\psi_k - \psi_0). \quad (9.47)$$

Поскольку A_k, ψ_k — случайные величины, то они определяют собой флуктуации фазы, амплитуды и угла прихода волны.

Пользуясь последними двумя равенствами, можно найти статистические характеристики этих флюктуаций.

б) Погрешности при измерении дальности
Из (9.47) для флюктуации фазы находим выражение

$$\Delta\psi = \psi - \psi_0 = \sum_k \frac{A_k}{A_0} \sin(\psi_k - \psi_0). \quad (9.48)$$

Откуда для среднего квадрата флюктуации фазы получаем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \overline{\sum_i \sum_k \frac{A_i A_k}{A_0^2} \sin(\psi_i - \psi_0) \sin(\psi_k - \psi_0)}. \quad (9.49)$$

В силу статистической независимости величин A_k , ψ_k имеем [14]

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{A_k^2}{A_0^2}. \quad (9.50)$$

Пусть $P_{\text{перв}}$ — мощность первичной волны, а $\Delta P_{\text{расс}k}$ — мощность рассеяния, создаваемая неоднородностью с рассеивающим объемом ΔV_k , попадающие в приемник.

Очевидно, что можно считать

$$A_k^2 \sim \Delta P_{\text{расс}k}, \quad A_0^2 \sim P_{\text{перв}},$$

причем коэффициент пропорциональности в обоих случаях один и тот же.

Откуда вместо (9.50) получаем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{\Delta P_{\text{расс}k}}{P_{\text{перв}}}. \quad (9.51)$$

Выразим правую часть этого равенства через коэффициент рассеяния σ .

Как следует из (6.106), значение коэффициента рассеяния σ_k , соответствующее элементарному объему рассеяния ΔV_k , может определяться из следующего соотношения:

$$\Delta P_{\text{расс}k} = \sigma_k S_{\text{перв}} \cdot \Delta V_k \cdot \Delta \Omega_k, \quad (9.52)$$

где $S_{\text{перв}}$ — плотность потока энергии первичной волны, которую считаем плоской, падающей на элементарный рассеивающий объем ΔV_k ; $\Delta \Omega_k$ — телесный угол, под которым виден раскрыв приемной антенны из элементарного объема ΔV_k .

Этот угол можно рассчитать по формуле

$$\Delta\Omega_k \approx \frac{A_{\text{эфф}} \cos \theta_k}{r_k^2}, \quad (9.53)$$

где r_k — расстояние от элементарного объема до приемной антенны,

θ_k — угол рассеяния (9.8).

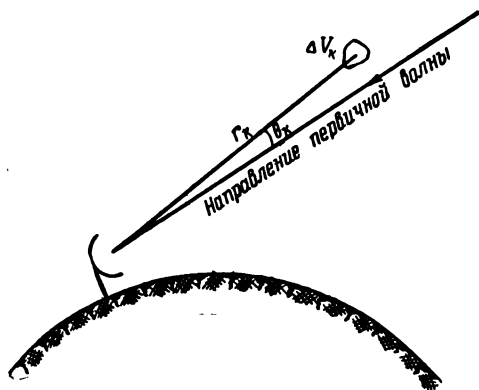


Рис 9.8. К расчету погрешности в случае мелкомасштабных неоднородностей.

Воспользовавшись соотношением

$$S_{\text{перв}} = \frac{P_{\text{перв}}}{A_{\text{эфф}}} \quad (9.54)$$

и, комбинируя (9.52) и (9.53), находим

$$\frac{\Delta P_{\text{расс } k}}{P_{\text{перв}}} = \frac{\sigma_k \cos \theta_k \cdot \Delta V_k}{r_k^2}. \quad (9.55)$$

Сравнивая (9.51) с (9.55), получаем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{\sigma_k \cos \theta_k \Delta V_k}{r_k^2} \quad (9.56)$$

или

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{1}{2} \int_V \frac{\sigma(\theta) \cos \theta}{r^2} dV. \quad (9.57)$$

Применяя сферическую систему координат с началом в точке приема, имеем

$$dV = r^2 \sin \theta d\theta dr d\varphi$$

и вместо (9.57) можем написать

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{1}{2} \int_0^L dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\beta \sigma(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi L \int_0^\beta \sigma(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta, \quad (9.58)$$

где β — половина ширины диаграммы направленности антенны, которую считаем осесимметричной.

Коэффициент рассеяния $\sigma(\theta)$ в случае применения коэффициента корреляции в виде (6.103а) согласно (6.111) равен

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\zeta^3} \frac{\overline{\Delta\epsilon_r^2}}{\left[1 + \left(\frac{2}{\zeta} \sin \frac{\theta}{2}\right)^2\right]^2}, \quad (6.111a)$$

где

$$\zeta = \frac{\lambda}{2\pi L_0}. \quad (8.51)$$

Если же взять коэффициент корреляции в виде (8.49а), то, как уже было указано,

$$\sigma = \frac{\pi}{8\lambda} \frac{1}{\zeta^3} \overline{\Delta\epsilon_r^2} e^{-\left(\frac{1}{\zeta} \sin \frac{\theta}{2}\right)^2}. \quad (8.50)$$

Так как обычно

$$\beta \ll 1, \quad (9.59)$$

то под знаком интеграла в (9.58) можно считать

$$\cos \theta \approx 1, \quad \sin \theta \approx \theta, \quad \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta^2}{4}$$

и тогда после выполнения интегрирования при использовании выражения для σ из (6.111) получаем:

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \overline{\Delta\epsilon_r^2} \frac{LL_0}{1 + \frac{\beta^2}{2}}. \quad (9.60)$$

При использовании же σ из (8.50) имеем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\pi^{5/2}}{2\lambda^2} \overline{\Delta\epsilon_r^2} LL_0 \left(1 - e^{-\frac{\beta^2}{4\zeta^2}}\right). \quad (9.61)$$

Формулы (9.60) и (9.61) упрощаются, если имеет место неравенство

$$\beta^2 \gg \zeta^2. \quad (9.62)$$

Тогда соответственно получаем

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} LL_0 \overline{\Delta\epsilon_r^2}, \quad (9.63)$$

$$\overline{\Delta\psi^2} = \frac{\pi^{3/2}}{2\lambda^2} LL_0 \overline{\Delta\epsilon_r^2}. \quad (9.64)$$

Средний квадрат флуктуации измеренной дальности согласно (9.21) находим по формуле

$$\overline{\Delta L^2} = \frac{c^2}{\omega^2} \overline{\Delta\psi^2}.$$

В заключение этого подраздела отметим, что, как нетрудно усмотреть из сравнения формул (9.46), (9.47) и следующих после них выкладок, имеет место равенство

$$\overline{\Delta\psi^2} = \overline{\left(\ln \frac{A}{A_0}\right)^2}. \quad (9.65)$$

Это соотношение устанавливает связь между флуктуациями фазы и флуктуациями амплитуды.

в) Погрешности в измерении угла прихода
Согласно (9.55) и (9.58)

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{перв}}} = \int_V \frac{\sigma \cos \theta}{r^2} dV = \int_0^L dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\beta} \sigma(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta. \quad (9.66)$$

Учитывая, что $\sin \theta d\theta d\varphi = d\Omega$

— элемент телесного угла, (9.66) можем представить в виде

$$\frac{P_{\text{расс}}}{P_{\text{перв}}} = \int_0^L dr \int_0^{\beta} \sigma(\theta) \cos \theta d\Omega = L \int_0^{\beta} \sigma(\theta) \cos \theta d\Omega, \quad (9.67)$$

откуда следует, что

$$\frac{1}{P_{\text{перв}}} \frac{dP_{\text{расс}}}{d\Omega} = L \sigma(\theta) \cos \theta. \quad (9.68)$$

Очевидно, что выражение $\frac{1}{P_{\text{перв}}} \frac{dP_{\text{расс}}}{d\Omega}$ играет роль плотности функции распределения мощности рассеяния $P_{\text{расс}}$ по телесному углу Ω .

Отсюда следует, что средний квадрат флуктуации угла прихода может рассчитываться по формуле [51]

$$\overline{\Delta\theta^2} = \overline{\theta^2} = \int_0^{\beta} \frac{1}{P_{\text{перв}}} \frac{dP_{\text{расс}}}{d\Omega} \theta^2 d\Omega. \quad (9.69)$$

Учитывая равенство (9.68), находим

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\theta^2} &= L \int_0^{\beta} \sigma(\theta) \theta^2 \cos \theta d\Omega = L \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\beta} \theta^2 \sigma(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta = \\ &= 2\pi L \int_0^{\beta} \theta^2 \sigma(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta. \end{aligned} \quad (9.70)$$

Подставляя выражение для σ из (6.111a) и учитывая (9.59), после выполнения интегрирования получаем

$$\overline{\Delta\theta^2} = \frac{\pi}{\lambda} \zeta L \cdot \overline{\Delta\varepsilon_r^2} \left[\ln \left(1 + \frac{\beta^2}{\zeta^2} \right) - \frac{\beta^2}{\zeta^2} \frac{1}{1 + \frac{\beta^2}{\zeta^2}} \right]. \quad (9.71)$$

Если же в (9.70) подставлять σ из (8.50), учитывая (9.59), после выполнения интегрирования найдем

$$\overline{\Delta\theta^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\overline{\Delta\varepsilon_r^2}}{L_0} L \left[4 - \left(\frac{\beta^2}{\zeta^2} - 4 \right) e^{-\frac{\beta^2}{4\zeta^2}} \right]. \quad (9.72)$$

Если выполняется неравенство (9.62), то вместо (9.71) и (9.72) можно пользоваться соответственно формулами

$$\overline{\Delta\theta^2} = \frac{\pi}{\lambda} \zeta L \cdot \overline{\Delta\varepsilon_r^2} \left[\ln \frac{\beta^2}{\zeta^2} - 1 \right], \quad (9.73)$$

$$\overline{\Delta\theta^2} = \sqrt{\pi} \cdot \overline{\Delta\varepsilon_r^2} \frac{L}{L_0}. \quad (9.74)$$

Полученные в настоящем параграфе формулы и могут быть использованы для расчета среднеквадратичных ошибок, вносимых атмосферой со случайными неоднородностями в измерения радиотехническими методами координат объектов, если известны величины $\overline{\Delta\varepsilon_r^2}$ или $\overline{\alpha^2}$ и L_0 .

Однако точные значения последних параметров пока неизвестны. Поэтому практически эти формулы могут служить только для оценки указанных ошибок.

С другой стороны, указанные формулы могут быть использованы для оценки по измеренным значениям $\overline{\Delta\psi^2}$ и $\overline{\Delta\theta^2}$ средних вдоль трассы распространения радиоволн значений $\overline{\Delta\varepsilon_r^2}$ или $\overline{\alpha^2}$ и L_0 .

ЛИТЕРАТУРА

А. Книги

1. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. Госиздательство технико-теоретической литературы, 1953.

К главам 2, 3, 5, 6, 7, 8

2. Долуханов М. П. Распространение радиоволн. Госиздат по вопросам связи и радио. 1952 и 1960.

3. Кессених В. И. Распространение радиоволн. Госиздат, технико-теоретической литературы, 1952.

4. Щукин А. Н. Распространение радиоволн. Связьиздат, 1940.

К главам 1, 2, 3, 4, 5, 6

5. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. Изд. АН СССР, 1961.

К главам 2, 3, 4, 5, 6

6. Введенский Б. А. и Аренберг А. Г. Распространение ультракоротких радиоволн. Госиздат литературы по вопросам связи и радио, 1938.

7. Введенский Б. А. и Аренберг А. Г. Вопросы распространения ультракоротких волн. «Советское радио», 1948.

8. Перевод с английского под ред. Б. А. Шиллерова. Распространения ультракоротких радиоволн. «Советское радио», 1954.

9. Аренберг А. Г. Распространение дециметровых и сантиметровых волн. «Советское радио», 1957.

К главам 2, 5, 6

10. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. Изд. АН СССР, 1957.

К главам 7, 8

11. Альперт Я. Л. Распространение радиоволн и ионосфера. Изд. АН СССР, 1960.

12. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. Госизд. физико-математической литературы, 1960.

К главам 6 и 9

13. Чернов Л. А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. Изд. АН СССР, 1958.

14. Татарский В. И. Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. Изд. АН СССР, 1959.

К главе 5

15. Новейшие исследования распространения радиоволн вдоль земной поверхности. Сборник I. Гостехиздат, 1945.
16. Исследования по распространению радиоволн. Сборник II. Изд. АН СССР, 1948.
17. Фок В. А. Диффракция радиоволн вокруг земной поверхности. Изд. АН СССР, 1946.
18. Азрилянт П. А. и Белкина М. Г. Численные результаты теории диффракции радиоволн вокруг земной поверхности. «Советское радио», 1957.

К главе 6

19. Сборник статей. Перевод с английского под редакцией В. И. Сифорова. Вопросы дальней связи на ультракоротких волнах. Связьиздат, 1957.
20. Высоковский Д. М. Некоторые вопросы дальнего тропосферного распространения ультракоротких радиоволн. Изд. АН СССР, 1958.

К главе 8

21. Альперт Я. Л. О распространении электромагнитных волн низкой частоты над земной поверхностью. Изд. АН СССР, 1955.
22. Предварительные итоги научных исследований с помощью первых советских искусственных спутников Земли и ракет. Изд. АН СССР, 1958.
23. Сборник статей под редакцией В. Б. Пестрякова. Распространение длинных и сверхдлинных радиоволн, 1960.

К главе 9

24. Крылов А. Н. Ньютонова теория астрономической рефракции. Изд. АН СССР, 1935.

Б. Журнальные статьи

Обзорные статьи

25. Долуханов М. П. Исследование распространения радиоволн вдоль поверхности земли в СССР. «Радиотехника и электроника», 1957, № 11.
 26. Введенский Б. А., Соколов А. В. Исследование тропосферного распространения метровых, дециметровых и сантиметровых радиоволн в СССР. «Радиотехника и электроника», 1957, № 11.
 27. Казанцев А. Н. Исследование ионосферного распространения радиоволн в СССР 1957, № 11.
- Некоторые новейшие статьи по отдельным вопросам.
28. Басс Ф. Г. и Боcharов В. Г. К теории рассеяния электромагнитных волн на статистически неоднородной поверхности. «Радиотехника и электроника», 1958, № 2.

29. Браудэ С. Я., Комаров Н. Н., Островский И. Е. О статистическом характере рассеяния сантиметровых радиоволн взволнованной поверхностью моря. «Радиотехника и электроника», 1958, № 2.

30. Калинин Ю. К. Возмущение поля плоской радиоволны неоднородностями земной поверхности. «Радиотехника и электроника», 1958, № 4.

31. Казанцев А. Н., Романова Т. С., Клементенко А. Я. Поглощение радиоволн в ионосфере по радионаблюдениям за искусственными спутниками земли. «Радиотехника и электроника», 1958, № 9.

32. Калинин Ю. К., Фейнберг Е. Л. Распространение земной волны над неоднородной сферической поверхностью земли. «Радиотехника и электроника», 1958, № 9.

33. Калинин Ю. К. К вопросу о диффракции радиоволн над неоднородной сферической поверхностью земли. «Радиотехника и электроника», 1958, № 10.

34. Фок В. А., Вайнштейн Л. А., Белкина М. Г. Распространение радиоволн по приземному волноводу. «Радиотехника и электроника», 1958, № 12.

35. Евдокимов М. А. Изучение рассеяния радиоволн на тропосферных неоднородностях показателя преломления методом радиотехнических измерений. «Радиотехника и электроника», 1958, № 12.

36. Жевакин С. А., Троицкий В. С. Поглощение сантиметровых волн в слоистой атмосфере. «Радиотехника и электроника», 1959, № 1.

37. Альперт Я. Л., Бородин С. В. О скорости распространения электромагнитных волн. «Радиотехника и электроника», 1959, № 2.

38. Пономаренко Л. М. Определение напряженности электрического поля в диапазоне УКВ в области глубокой тени за счет когерентного рассеяния в атмосфере. «Радиотехника и электроника», 1959, № 6.

39. Бенедиктов Е. А. Об одном методе определения поглощения радиоволн в ионосфере. «Радиотехника и электроника», 1959, № 7.

40. Евдокимов М. А. К вопросу о зависимости рассеянной мощности сигнала от длины волны и расстояния. «Радиотехника и электроника», 1959, № 8.

41. Атаев О. М. Определение числа соударений в ионосфере. «Радиотехника и электроника», 1959, № 9.

42. Арманд Н. А., Введенский Б. А. О механизме потерь усиления узконаправленных антенн при дальнем тропосферном распространении ультракоротких радиоволн. «Радиотехника и электроника», 1959, № 10.

43. Кокурин Ю. Л. О зависимости нерегулярной рефракции радиоволн в ионосфере от зенитного угла. «Радиотехника и электроника», 1959, № 12.

44. Петровский А. Д., Фейнберг Е. Л. О приближенном граничном условии в теории распространения радиоволн вдоль земли. «Радиотехника и электроника», 1960 № 3.

45. Б а с с Ф. Г. Граничные условия для электромагнитного поля на поверхности земли с произвольным значением диэлектрической проницаемости. «Радиотехника и электроника», 1960, № 3.

46. К а б а н о в Н. И. Дальнее рассеянное отражение от Земли на коротких волнах. «Радиотехника и электроника», 1960, № 10.

47. А л ь п е р т Я. Л. Изучение ионосферы и межпланетного газа с помощью искусственных спутников Земли и ракет. «Успехи физических наук», 1960, № 3.

48. Радиопрогноз на 1960 г. Гидрометиздат, 1959.

49. К е р б л а й Т. С. Некоторые особенности распределения критических частот слоя F_2 для высокой солнечной активности. Сборник статей «Исследование ионосферы». Изд. АН СССР, № 5, 1960.

50. Ш а п и р о Б. С. Расчет распределения ионизации с высотой при помощи электронных цифровых машин. Сборник статей «Исследование ионосферы». Изд. АН СССР, 1960, № 5.

51. W h e e l o n A. D. and M u c h m o r e R. B. Line—of sight propagation Phenomena II. Scattered components. PIRE, 1955, № 10.

52. M i l l m a n G. H. Atmospheric effects on VHF and UHF Propagation. PIRE, 1958, № 8.

53. N i c o l e t M. H. The constitution and composition of the upper Atmosphere. PIRE, 1959, № 2.

54. M a r t y n D. F. The Normal F Region of the Ionosphere. PIRE, 1959, № 2.

55. A p p l e t o n E. V. The Normal E Region of the Ionosphere PIRE, 1959, № 2.

56. G i b b o n J. J. and W a y n i e k. The Normal D. Region of the Ionosphere. PIRE, 1959, № 2.

57. T h o m a s J. J. The Distribution of Electrons in the Ionosphere. PIRE, 1959, № 2.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
1. Свободное распространение радиоволн	5
2. Влияние земли на распространение радиоволн	5
3. Влияние атмосферы на распространение радиоволн	7
4. Диапазоны радиоволн	8
5. Метод изучения свободного распространения радиоволн	9
6. Основные исходные положения теории	10
Глава 1. Область пространства, существенная для распространения радиоволн	12
§ 1. Распространение радиоволн в однородной непоглощающей среде	12
1. Сведение системы уравнений электромагнитного поля к волновому уравнению	12
2. Решение волнового уравнения. Расходящиеся волны. Условие излучения	14
§ 2. Принцип Гюйгенса — Френеля	20
§ 3. Область, существенная для распространения радиоволн	28
1. Специальный выбор вспомогательной функции φ	28
2. Зоны Френеля	31
3. Метод стационарной фазы	37
4. Дифракция от края непрозрачного экрана	38
Глава 2. Отражение радиоволн от плоской земли	46
§ 1. Постановка задачи. Метод зеркальных изображений	46
§ 2. Зоны Френеля при отражении. Участок поверхности, существенный при отражении	51
§ 3. Коэффициенты отражения	57
1. Отражательная трактовка	57
2. Виды поляризации	58
3. Законы отражения и преломления плоских волн	58
4. Коэффициент отражения при горизонтальной поляризации	64
5. Коэффициент отражения при вертикальной поляризации	68
6. Сравнение отражения радиоволн при различных видах поляризации	72
7. Случай произвольной поляризации	74
§ 4. Отражение от поверхности земли с хаотично разбросанными неровностями. Экспериментальные данные	82
1. Зеркальное, диффузное, полурассеянное отражение	82
2. Результаты измерений коэффициентов отражения	86

Глава 3. Поле излучателей, поднятых над землей . . .	89
§ 1. Интерференционное поле. Интерференционные формулы	89
1. Краткие сведения о реальных излучателях радиоволн — антеннах	89
2. Интерференционный множитель	92
3. Поле горизонтального диполя	98
4. Поле вертикального диполя	100
5. Поле горизонтального и вертикального диполей при малых углах возвышения. Квадратичная формула Введенского	104
6. Некоторые экспериментальные данные	105
§ 2. Влияние пологих неровностей на поле излучения поднятых диполей при вертикальной и горизонтальной поляризациях	106
§ 3. Учет сферичности земли в интерференционных формулах	111
1. Расстояние прямой видимости	111
2. Приведенные высоты	112
§ 4. Пределы применимости отражательной трактовки	114
Глава 4. Зоны видимости радиолокационных станций . .	119
§ 1. Максимальная дальность действия радиолокационной станции в свободном пространстве	119
1. Максимальная дальность радиосвязи	119
2. Максимальная дальность действия радиолокатора в свободном пространстве	121
3. Понятие о зоне видимости радиолокационной станции	123
§ 2. Определение максимальной дальности действия радиолокационной станции с учетом влияния земли	125
1. Формула дальности	125
2. Построение диаграмм видимости	126
3. Максимальная дальность действия радиолокационной станции при малых углах возвышения	129
§ 3. Влияние рельефа местности на дальность действия радиолокационных станций	130
1. Учет влияния рельефа местности на зоны видимости радиолокационной станции	130
2. О возможностях увеличения дальности действия радиолокационной станции целесообразным выбором позиции	142
§ 4. Ошибки в измерении угла места цели, обусловленные отражением радиоволн от земли	147
Глава 5. Распространение радиоволн вдоль поверхности земли	151
§ 1. Постановка задачи. Понятие о множителе ослабления. Приближенные соотношения	151
§ 2. Приближенные граничные условия	155
1. Формулировка приближенных граничных условий	155
2. Связь между вертикальной и горизонтальной составляющими поля	161
3. Эллипс поляризации	163

§ 3. Поле вертикального диполя, расположенного на плоской земле	165
§ 4. Поле горизонтального диполя, расположенного на плоской земле. Определение поля с помощью теоремы взаимности	179
§ 5. Результаты сопоставления теории с экспериментом и некоторые сведения из истории вопроса	183
1. Предельные дальности, для которых применима формула Шулейкина—Ван дер Поля	183
2. Поверхностные волны Ценнека	184
3. Некоторые замечания по истории вопроса	188
§ 6. Влияние неоднородностей и неровностей на распространение радиоволн	189
1. „Взлетная“ и „посадочная“ площадки	190
2. Трасса, состоящая из двух или трех разнородных участков	192
3. Береговая рефракция	196
4. Трасса с хаотически распределенными неоднородностями почвы	202
5. Об условиях применимости теории распространения радиоволн вдоль неоднородной трассы	203
6. Влияние малых хаотически разбросанных выступов на поверхности земли	204
§ 7. Распространение радиоволн над сферической землей	205
1. Постановка задачи и формальное ее решение	205
2. Теория дифракции радиоволн вокруг земной поверхности	216
3. Дифракционная формула Введенского	232
4. Закономерности, характеризующие дифракционное поле	238

Глава 6. Распространение радиоволн в тропосфере 244

1. Электрические параметры тропосферы	245
§ 2. Рефракция радиоволн	248
1. Геометрическая оптика	249
2. Уравнение луча	251
3. Радиус кривизны луча	255
4. Эквивалентный радиус Земли	259
5. Приведенный показатель преломления и модуль приведенного показателя преломления	261
6. Виды рефракции	262
7. Сверхрефракция. Волноводное распространение	267
§ 3. Рассеяние радиоволн неоднородностями турбулентной тропосферы	276
1. Понятие о турбулентном движении воздуха и пульсациях диэлектрической проницаемости тропосферы	276
2. Поток энергии рассеяния	280
3. Характеристика пульсаций диэлектрической проницаемости. Спектральная плотность корреляционной функции пульсаций	289
4. Коэффициент рассеяния	294
5. Некоторые особенности приема рассеянного излучения	296

	6. Результаты наблюдений дальнего тропосферного распространения радиоволн и сравнения их с данными теории рассеяния	302
§ 4.	Ослабление радиоволн. Рассеяние радиоволн гидрометеорами	309
	1. Поглощение и рассеяние	309
	2. Дисперсия и поглощение радиоволн в газах тропосферы	310
	3. Поглощение и рассеяние радиоволн в гидрометеорах	314
	4. Максимальная дальность действия радиолинии при учете ослабления в тропосфере	324
	5. Радиолокационное отражение от атмосферных образований	326

Глава 7. Теория распространения радиоволн в ионосфере 331

§ 1.	Электрические параметры ионосферы	332
§ 2.	Решение уравнений электромагнитного поля для слоисто-неоднородной среды	337
	1. Исходные уравнения	337
	2. Приближение геометрической оптики	338
	3. Волновая теория отражения от слоистой среды	344
§ 3.	Распространение радиоволн в простом слое	349
	1. Распространение вертикально направленной волны в простом слое. Критическая частота	349
	2. Распространение наклонно направленной волны в простом слое. Максимальные частоты	353
	3. Сферически-слоистая ионосфера	355
§ 4.	Влияние магнитного поля Земли	356
	1. Исходные уравнения	356
	2. Двойное лучепреломление	359
	3. Вращение плоскости поляризации (эффект Фарадея)	362
§ 5.	Дисперсия радиоволн в ионосфере	364
	1. Скорость распространения сигнала	364
	2. Расплывание импульса	368

Глава 8. Экспериментальные данные о распространении радиоволн в ионосфере 373

§ 1.	Методика радиозондирования ионосферы с поверхности земли	373
	1. Идея метода зондирования	373
	2. Действующая высота	373
	3. Теоремы эквивалентности	376
	4. Ионосферные станции. Высотно-частотные характеристики ионосферы	379
	5. Определение концентрации электронов по высотно-частотным характеристикам	382
§ 2.	Радиометоды исследования верхней ионосферы при помощи искусственных спутников Земли и ракет	388
	1. Измерение угла поворота плоскости поляризации радиоволн, проходящих сквозь ионосферу	388

2. Связь доплеровского смещения частоты с электронной концентрацией	392
3. Наблюдение за радиовосходом и радиозаходом искусственных спутников Земли	397
§ 3. Строение ионосферы	398
1. Распределение концентрации электронов по высоте	398
2. Суточные, сезонные и 11-летние изменения состояния ионосферы	400
3. Широтные и долготные изменения критических частот	405
4. Происхождение ионосферы. Образование ионосферного простого слоя Крючкова-Чепмана	406
5. Замечания о физике атмосферы и тонкой структуре ионосферы	410
6. Нерегулярные изменения состояния ионосферы	413
7. Нерегулярные неоднородности в ионосфере	414
§ 4. Особенности распространения пространственных волн различных диапазонов. Расчет радиолиний, работающих на пространственной волне	416
1. Ультракороткие волны $0,001 м < λ < 10 м$	416
2. Короткие волны $10 м < λ < 100 м$. Особенности распространения	417
3. Элементы расчета радиолиний на коротких волнах	423
4. Средние волны $100 м < λ < 1000 м$	442
5. Длинные волны $1000 м < λ < 10 000 м$	445
6. Сверхдлинные волны $10 000 м < λ < 100 000 м$	446
Глава 9. Ошибки, вносимые атмосферой при измерении координат радиотехническими методами	447
§ 1. Ошибки, вносимые атмосферой с регулярной неоднородностью	448
§ 2. Ошибки, вносимые атмосферой со случайными неоднородностями	458
1. Методы оценки случайных погрешностей	458
2. Погрешности в случае крупномасштабных неоднородностей	460
3. Погрешности в случае мелкомасштабных неоднородностей	465
Литература	472

Ф. Б. Черный

РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Редактор *В. Г. Машарова*

Техн. редактор *А. А. Свешников*

Обложка *Б. В. Смурова*

Сдано в набор 1.VIII.1961

Г-84535

Объем 24,6

Уч.-изд. л. 22,145.

Подп. к печати 26.II.1962.

Тираж 23 000 экз.

Цена в переплете № 5—1 р. 21 к., в переплете № 7—1 р. 26 к.

Заказ 463