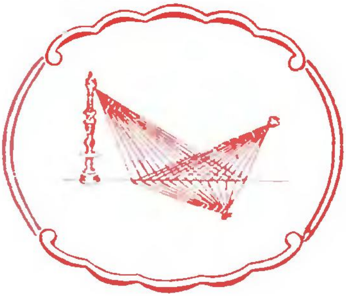
РАССУЖДЕНИЕ О МЕТОДЕ

РЕНЭ ДЕКАРТ

РЕНЭ ДЕКАРТ

РАССУЖДЕНИЕ О МЕТОДЕ
С ПРИЛОЖЕНИЯМИ
ДИОПТРИКА, МЕТЕОРЫ, ГЕОМЕТРИЯ

РЕДАКЦИЯ,
ПЕРЕВОД, СТАТЬИ и КОММЕНТАРИИ
Г. Г. СЛЮСАРЕВА и А. П. ЮШКЕВИЧА



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
1953

РАССУЖДЕНИЕ О МЕТОДЕ

РЕНЭ ДЕКАРТ

РАССУЖДЕНИЕ О МЕТОДЕ,

ЧТОБЫ ХОРОШО НАПРАВЛЯТЬ СВОЙ РАЗУМ И ОТЫСКИВАТЬ ИСТИНУ В НАУКАХ

DISCOURS

DE LA METHODE

Pour bien conduire ſa raiſon, & chercher
la verité dans les ſciences.

PLUS

LA DIOPTRIQVE.

LES METEORES.

ET

LA GEOMETRIE.

Qui ſont des eſſais de cete METHODE.

A LEYDE

De l'Imprimerie de IAN MAIRE.

cIↄ Iↄ c XXXVII.

Avec Priuilege.

Титульный лист первого издания книги Декарта. 1637 г.

Если рассуждение это покажется слишком длинным для прочтения за один раз, то его можно разделить на шесть частей. В первой находятся различные соображения относительно наук; во второй — главные правила метода, который искал автор; в третьей — некоторые из правил нравственности, выведенных автором из этого метода; в четвертой — доводы, с помощью коих он доказывает существование бога и человеческой души, которые составляют основание его метафизики; в пятой — последовательность физических вопросов, какие он исследовал, и, в частности, объяснение движения сердца и некоторых других трудных вопросов, относящихся к медицине, а также различие, существующее между нашей душой и душой животных; и в последней — указание того, что необходимо, чтобы продвинуться в исследовании природы дальше, чем удалось автору, а также объяснение соображений, которые побудили его писать.

Глава I

СООБРАЖЕНИЯ, КАСАЮЩИЕСЯ НАУК

Здравомыслие есть вещь, справедливее всего распространенная в мире: каждый считает себя настолько им наделенным, что даже те, кого всего труднее удовлетворить в каком-либо другом отношении, обыкновенно не стремятся иметь здравого смысла больше, чем у них есть. При этом невероятно, чтобы все заблуждались. Это свидетельствует скорее, что способность правильно рассуждать и отличать истину от заблуждения, — что́ собственно и составляет, как принято выражаться, здравомыслие, или разум, — от природы одинакова у всех людей. А также о том, что различие наших мнений происходит не оттого, что один разумнее другого, а только оттого, что мы направляем наши мысли различными путями и рассматриваем не те же самые предметы. Ибо недостаточно только иметь хороший разум, но главное — это хорошо применять его. Самая великая душа способна как к наибольшим порокам, так и к наибольшим добродетелям, и те, кто ходят очень медленно, могут продвинуться значительно больше, если они следуют прямым путем, по сравнению с теми, которые бегут, но удаляются от него.

Что касается меня, то я никогда не считал свой разум более совершенным, чем у других, и часто даже желал иметь столь быструю мысль или столь ясное и отчетливое воображение, или такую обширную и надежную память, как у некоторых других. Иных качеств, которые требовались бы для совершенства ума, кроме названных, указать не могу; что же касается разума или здравомыслия, то поскольку это есть единственная вещь, делающая нас людьми и отличающая нас от животных, то я хочу верить, что он полностью наличествует в каждом; следую при этом общему мнению философов, которые говорят, что количественное различие может быть только между случайными качествами, а не между формами или природами индивидуумов одного рода.

Однако не побоюсь сказать, что я имел, по моему мнению, счастье с юности попасть на некоторые пути, которые привели меня к соображениям и правилам, позволившим мне составить метод, с помощью которого я могу, как мне кажется, постепенно увеличивать мои знания и довести их мало-помалу до высшей степени, которую позволяет достигнуть посредственность моего ума и краткий срок жизни.

С помощью этого метода я собрал уже многие плоды, хотя в суждении о самом себе стараюсь склоняться более к недоверию, чем к самомнению. И хотя, рассматривая взором философа различные действия и предприятия людей, я не могу найти почти ни одного, которое не казалось бы мне суетным и бесполезным, однако я не могу не чувствовать особого удовлетворения по поводу успехов, какие, по моему мнению, я уже сделал в отыскании истины, и на будущее питаю надежды и осмеливаюсь даже думать, что если между чисто человеческими занятиями есть действительно хорошее и важное занятие, то это именно то, которое я избрал.

Впрочем, возможно, что я ошибаюсь, и то, что я принимаю за золото и алмаз, — не более как крупицы меди и стекла. Я знаю, как мы подвержены ошибкам во всем, что нас касается, и как недоверчиво должны мы относиться к суждениям друзей, когда они высказываются в нашу пользу. Но мне очень хотелось бы показать в этом рассуждении, какими путями я следовал, и изобразить свою жизнь, как на картине, чтобы каждый мог составить свое суждение и чтобы я, узнав из молвы мнения о ней, обрел бы новое средство поучения и присоединил бы его к тем, которыми обычно пользуюсь.

Таким образом, мое намерение состоит не в том, чтобы научить здесь методу, которому каждый должен следовать, чтобы хорошо направлять свой разум, а только в том, чтобы показать, каким образом старался я направлять свой собственный разум. Кто берется давать наставления другим, должен считать себя искуснее тех, кого наставляет, и если он в малейшем окажется несостоятельным, то подлежит порицанию. Но предлагая настоящее сочинение только как рассказ или, если угодно, как вымысел, где среди примеров, достойных подражания, вы, может быть, найдете такие, которым не надо следовать, я надеюсь, что оно окажется полезным некоторым, не повредив при этом никому, и что все будут благодарны за мою откровенность.

С детства я был обучен наукам, и так как меня уверили, что с их помощью можно приобрести ясное и надежное познание всего полезного для жизни, то у меня было чрезвычайно большое желание изучить эти науки. Но как только я окончил курс учения, завершаемый обычно принятием в ряды ученых, я совершенно переменил свое мнение, ибо так запутался в сомнениях и заблуждениях, что, казалось, своими стараниями в учении достиг лишь одного: все более и более убеждался в своем незнании. А между тем я учился в одной из наиболее известных школ в Европе и полагал, что если и есть на земле где-нибудь ученые люди, то именно там и должны они быть. Я изучал там все, что изучали другие, и, не довольствуясь преподаваемыми сведениями, пробегал все попадавшиеся мне под руку книги, где трактуется о наиболее редкостных и любопытнейших науках. Вместе с тем я знал, что думают обо мне другие, и не замечал, чтобы меня считали ниже товарищей, среди которых некоторые уже предназначались к занятию мест наших наставников. Наконец, наш век казался мне цветущим и богатым высокими умами не менее какого-либо из предшествующих веков. Все это дало мне смелость судить по себе о других и думать, что такой науки, какой меня вначале обнадеживали, нет в мире.

Все же я весьма ценил упражнения, которыми занимаются в школах. Я знал, что изучаемые там языки необходимы для понимания сочинений древних; что прелесть вымыслов оживляет ум; что памятные исторические деяния его возвышают и что чтение их в разумных пределах способствует образованию правильного суждения; что чтение хороших книг является как бы беседой с их авторами, наиболее достойными людьми прошлых веков, и при этом беседой подготовленной, в которой авторы раскрывают лучшую часть своих мыслей; что красноречие обладает несравненной силой и красотой, поэзия имеет пленительные тонкости и сладости; что математика представляет искуснейшие изобретения, способные удовлетворить любознательность, облегчить ремесла и уменьшить труд людей; что сочинения, трактующие о нравственности, содержат множество указаний и поучений, очень полезных и склоняющих к добродетели; что богословие научает, как достичь небес; что философия дает средство говорить правдоподобно о всевозможных вещах и удивлять мало сведущих; что юриспруденция, медицина и другие науки приносят почести и богатство тем, кто ими занимается, и что, наконец, полезно ознакомиться со всякими отраслями знания, даже с теми, которые наиболее полны суеверий и заблуждений, чтобы определить их истинную цену и не быть обманутым ими.

Но я полагал, что достаточно уже посвятил времени языкам, а также чтению древних книг с их историями и вымыслами. Ибо беседовать с писателями других веков то же самое, что путешествовать. Полезно в известной мере познакомиться с нравами разных народов, чтобы более здраво судить о наших и не считать смешным и неразумным все то, что не совпадает с нашими модами, как нередко делают люди, ничего не видевшие. Но кто тратит слишком много времени на путешествия, может стать чужим своей стране, и тот, кто слишком интересуется делами прошлых веков, обыкновенно сам становится несведущим в том, что происходит в его время. Кроме того, сказки заставляют представлять возможными такие события, которые в действительности невозможны (и таким образом поощряют нас либо предпринимать то, что выше наших сил, либо надеяться на то, что выше нашего положения). И даже в более достоверных исторических описаниях, в которых значение событий не преувеличивается и не изменяется, авторы почти всегда выпускают низменное и менее достойное славы, чтобы сделать изложение более привлекательным для чтения, и от этого и остальное представляется не таким, как было. Поэтому те, кто сообразуют свою нравственность с такими образцами, могут легко впасть в сумасбродство рыцарей наших романов и замышлять затеи, превышающие их силы.

Я высоко ценил красноречие и был влюблен в поэзию, но полагал, что то и другое является более дарованием ума, чем плодом учения. Те, чей разум сильнее и кто лучше оттачивает свои мысли, так что они становятся ясными и понятными, всегда лучше, чем другие, могут убедить в том, что они предлагают, даже если бы они говорили по нижнебретонски и никогда не учились риторике. А те, кто одарены привлекательностью фантазии и способны нежно и красочно изъясняться, будут лучшими поэтами, хотя бы искусство поэзии было им незнакомо.

Особенно нравилась мне математика верностью и очевидностью своих рассуждений, но я еще не видел ее истинного применения, а полагал, что она служит только ремеслам, и удивился, как на столь прочном и крепком фундаменте не воздвигнуто чего-либо более возвышенного. Наоборот, сочинения древних язычников, трактующие о нравственности, я сравниваю с гордыми и великолепными дворцами, построенными лишь на песке и грязи. Они превозносят добродетели и заставляют дорожить ими превыше всего, но недостаточно научают распознавать их, и часто то, что зовут они этим прекрасным именем, оказывается не чем иным, как бесчувственностью или гордостью, или отчаянием, или отцеубийством.

Я почитал наше богословие и не менее чем кто-либо надеялся обрести путь к небу. Но узнав, как вещь вполне достоверную, что путь этот открыт одинаково как для несведущих, так и для ученейших, и что полученные путем откровения истины, которые к нему ведут, выше нашего разумения, я не осмеливался подвергать их моему слабому рассуждению и полагал, что для их успешного исследования надо получить особую помощь свыше и быть более чем человеком.

О философии скажу одно: видя, что в течение многих веков она разрабатывается превосходнейшими умами и, несмотря на это, в ней доныне нет положения, которое не служило бы предметом споров и, следовательно, не было бы сомнительным, я не нашел в себе такой самонадеянности, чтобы рассчитывать на больший успех, чем другие. И принимая во внимание, сколько относительно одного и того же предмета может быть разных мнений, которые могут быть поддержаны учеными людьми, тогда как истинным среди этих мнений может быть только одно, я стал считать ложным все, что было не более чем только правдоподобным.

Далее, что касается других наук, то поскольку они заимствуют начало от философии, я полагал, что на столь слабых основаниях нельзя построить ничего прочного. Почести и выгоды, которые они обещали, не были для меня достаточной приманкой, чтобы посвятить себя их изучению. Благодаря богу, я не был в положении, которое заставляло бы меня делать из науки ремесло для обеспечения своего благосостояния. И хотя я презрение к славе не считал своей обязанностью, как это делают циники, однако и не придавал себе такой цены, которую мог приобрести лишь обманным путем. Наконец что касается ложных учений, то я достаточно знал им цену, чтобы не быть обманутым обещаниями какого-нибудь алхимика, предсказаниями астролога, проделками мага, всякими хитростями и хвастовством тех, которые выдают себя за людей, знающих более того, что им действительно известно.

Вот почему, как только возраст позволил мне выйти из подчинения моим наставникам, я совсем оставил книжные занятия и решился искать только ту науку, которую мог обрести в самом себе или же в великой книге мира, и употребил остаток моей юности на то, чтобы путешествовать, увидеть дворы и армии, встречаться с людьми разных нравов и положений и собрать разнообразный опыт, испытать себя во встречах, которые пошлет судьба, и повсюду поразмыслить над встречающимися предметами так, чтобы извлечь какую-нибудь пользу из таких занятий. Ибо мне казалось, что я могу встретить более истины в рассуждениях каждого касательно непосредственно интересующих его дел, исход которых немедленно накажет его, если он неправильно рассудил, чем в кабинетных соображениях образованного человека, не завершающихся действием и имеющих для него единственное последствие, а именно: он тем больше извлекает из них тщеславия, чем дальше они от здравого смысла, так как в этом случае ему приходится затратить больше ума и искусства, чтобы сделать их правдоподобными. Я же всегда имел величайшее желание выучиться различать истинное от ложного, чтобы отчетливее разбираться в своих действиях и уверенно двигаться в этой жизни.

Правда, в то время, когда я изучал нравы других людей, то не находил в них ничего, на что бы мог опереться, так как заметил такое же разнообразие, как ранее усмотрел в мнениях философов. Самое важное приобретение, полученное мною, было то, что я научился не придавать особой веры тому, что мне было внушено только посредством примера и обычая, так как видел, как многое из того, что кажется нам смешным и странным, оказывается общепринятым и одобряемым среди других великих народов. Так я мало-помалу освободился от многих ошибок, которые могут заслонить естественный свет и сделать нас менее способными слышать голос разума. После того как я употребил несколько лет на такое изучение в книге мира и приобрел некоторый запас опыта, я принял в один день решение изучить самого себя и употребить все силы ума, чтобы выбрать пути, которым я должен следовать. Это, кажется, удалось мне в более значительной степени, чем если бы я никогда не удалялся из моего отечества и от моих книг.

Глава II

ГЛАВНЫЕ ПРАВИЛА МЕТОДА

Я находился тогда в Германии, где оказался в связи с войной, не кончившейся там и доныне. Когда я возвращался с коронации императора в армию, начавшаяся зима остановила меня на одной из стоянок, где я, не имея никаких развлекающих меня собеседников и, кроме того, не тревожимый, по счастью, никакими заботами и страстями, оставался целый день один в теплой комнате, имея полный досуг предаваться размышлениям. Среди них первым было соображение о том, что часто работа, составленная из многих частей и сделанная руками многих мастеров, не имеет такого совершенства, как работа, над которой трудился один человек. Так, мы видим, что здания, задуманные и исполненные одним архитектором, обыкновенно красивее и лучше устроены, чем те, в переделке которых принимали участие многие, пользуясь старыми стенами, построенными для других целей. Точно так же старинные города, разрастаясь с течением времени из небольших посадов и становясь большими городами, обычно столь плохо распланированы, по сравнению с городами-крепостями, построенными на равнине по замыслу одного инженера, что, хотя при рассматривании этих зданий поодиночке нередко находишь в них никак не меньше искусства, нежели в зданиях крепостей, однако при виде того, как они расположены — здесь маленькое здание, там большое — и как улицы от них становятся искривленными и неравной длины, можно подумать, что это скорее дело случая, чем разумной воли людей. А если иметь в виду, что всегда были должностные лица, заботившиеся о том, чтобы частные постройки служили к украшению города, то станет ясным, как нелегко создать что-либо законченное, имея дело только с чужим творением. Подобным образом я пришел к заключению, что народы, бывшие прежде в полудиком состоянии и постепенно цивилизовавшиеся и составлявшие законы по мере того, как бедствия от совершаемых преступлений и возникавших жалоб принуждали их к этому, не могут иметь такие же хорошие гражданские порядки, как те, которые соблюдают установления какого-нибудь мудрого Законодателя с самого начала своего объединения. Так же очевидно, что истинная религия, законы которой установлены самим богом, должна быть несравненно лучше устроена, чем какая-либо другая. Если же говорить о людских делах, то я полагаю, что Спарта была некогда в столь цветущем состоянии не от того, что законы ее были хороши каждый в отдельности, ибо некоторые из них были очень странны и даже противоречили добрым нравам, но потому, что все они, будучи составлены одним человеком, направлялись к одной цели. Подобным образом мне пришло в голову, что и науки, заключенные в книгах, по крайней мере те, которые лишены доказательств и доводы которых лишь вероятны, сложившись и разросшись мало-помалу из мнений множества разных лиц, не так близки к истине, как простые рассуждения, которые может сделать здравомыслящий человек относительно встречающихся ему предметов.

К тому же думал я: так как все мы были детьми, прежде чем стать взрослыми, и долгое время руководились нашими склонностями и нашими наставниками, часто противоречившими один другому и, возможно, не всегда советовавшими нам лучшее, то почти невозможо, чтобы суждения наши были так чисты и прочны, какими бы они были, если бы мы владели всей полнотой нашего разума с самой минуты рождения и руководствовались бы всегда только им.

Правда, мы не наблюдаем того, чтобы разрушали все дома в городе с единственной целью переделать их по-другому и сделать улицы красивее; но мы видим, что многие ломают свои собственные дома, чтобы их перестроить, а иногда и вынуждены это сделать, когда фундамент их непрочен и дома грозят падением. На этом примере я убедился, что вряд ли приличествует отдельному человеку замышлять переустройство государства, изменяя и разрушая его основы, чтобы вновь его восстановить, или затевать преобразование всей совокупности наук или порядок, установленный в школах для их преподавания. Однако, что касается мнений, приобретенных мною до того времени, я не мог предпринять ничего лучшего, как избавиться от них раз и навсегда, чтобы заменить их потом лучшими или теми же, но после согласования с требованиями разума. И я твердо уверовал, что этим способом мне удастся провести жизнь гораздо лучше, чем если бы я строил ее только на старых основаниях и опирался бы только на те начала, которые воспринял в своей юности, никогда не подвергнув сомнению, истинны ли они или нет. Ибо хотя и предвидел разные трудности, но они не были неустранимыми и их нельзя было сравнивать с теми, которые обнаруживаются при малейших преобразованиях, касающихся общественных дел. Эти громоздкие общественные образования слишком трудно восстанавливать, если они повреждены, трудно даже удержать их от падения, если они поколеблены, и падение их сокрушительно. Далее, что касается их несовершенств, если таковые имеются, — а что они существуют, в этом нетрудно убедиться по их разнообразию, — то обычай, без сомнения, сильно смягчил их и позволил безболезненно устранить и исправить многое, что нельзя было предусмотреть заранее ни при каком благоразумии. Наконец, почти всегда их несовершенства легче переносятся, чем их перемены. Так, большие дороги, извивающиеся между гор, мало-помалу становятся из-за частой езды настолько гладкими и удобными, что гораздо лучше следовать по ним, чем итти по более прямому пути, карабкаясь по скалам и спускаясь в пропасти.

Поэтому я никоим образом не одобряю беспокойного и вздорного нрава тех, которые, не будучи призваны ни по рождению, ни по состоянию к управлению общественными делами, неутомимо тщатся измыслить какие-нибудь новые преобразования. И если бы я мог подумать, что в этом сочинении есть хоть что-нибудь, на основании чего меня можно подозревать в этом сумасбродстве, я очень огорчился бы, что опубликовал его. Мое намерение не простиралось дальше преобразования моих собственных мыслей и построения на участке, полностью принадлежащем мне. Из того, что мое произведение мне настолько понравилось, что я решился показать здесь его образцы, не следует, что я хотел посоветовать кому-либо ему подражать. Те, кого бог наделил своими милостями больше, чем меня, будут, может быть, иметь более возвышенные намерения; но я боюсь — не было бы и мое уж слишком смелым для многих. Само решение отделаться от всех принятых на веру мнений не является примером, которому всякий должен следовать. Мир составлен только из двух сортов умов, ни одному из которых мое намерение не подходит. Во-первых, из тех, которые, мня себя умнее, чем они есть на самом деле, не могут удержаться от поспешных суждений и не имеют достаточно терпения, чтобы вести свои мысли по порядку; отсюда происходит, что, раз решившись усомниться в воспринятых принципах и уклониться от общей дороги, они никогда не пойдут по стезе, которой следует держаться, чтобы итти прямо, и будут пребывать в заблуждении всю жизнь. Во-вторых, из тех, которые достаточно разумны и скромны, чтобы считать себя менее способными отличать истину от лжи, чем другие, у которых они могут поучиться. Эти должны довольствоваться тем, чтобы следовать мнениям других, не занимаясь собственными поисками лучших мнений.

Да я и сам, конечно, был бы в числе этих последних, если бы имел за все время одного учителя или не знал бы существовавшего во все времена различия в мнениях ученых. Но я еще на школьной скамье узнал, что нельзя придумать ничего столь странного и невероятного, что не было бы уже высказано кем-либо из философов. Затем, во время путешествий я убедился, что люди, имеющие понятия, противоречащие нашим, не являются из-за этого варварами или дикарями, и многие из них так же или даже более разумны, чем мы. Тот же человек, с тем же умом, воспитанный с детства среди французов или немцев, становится иным, чем он был бы, живя среди китайцев или каннибалов. И вплоть до мод нашей одежды: та же вещь, которая нравилась нам десять лет тому назад и, может быть, опять понравится нам менее чем лет через десять, теперь кажется нам странной и смешной. Таким образом, привычка и пример убеждают нас больше, чем точное знание. Но при всем том большинство голосов не является доказательством, имеющим какое-нибудь значение для истин, открываемых с некоторым трудом, так как гораздо вероятнее, чтобы истину нашел один человек, чем целый народ. По этим соображениям я не мог выбрать никого, чьи мнения должен был бы предпочесть мнениям других, и оказался как бы вынужденным сам стать своим руководителем.

Но как человек, идущий один в темноте, я решился итти так медленно и с такой оглядкой, что если и мало буду продвигаться вперед, то по крайней мере буду обеспечен от падения. Я даже не хотел сразу полностью отбрасывать ни одно из мнений, которые прокрались в число моих убеждений помимо моего разума, до тех пор, пока не посвящу достаточно времени на составление плана предпринимаемой работы и на разыскание истинного метода для достижения познания всего того, к чему способен мой ум.

Будучи моложе, я изучал немного из области философии — логику, а из математики — анализ геометров и алгебру — три искусства или науки, которые, как мне казалось, должны были способствовать моему намерению. Но, изучив их, я заметил, что в логике ее силлогизмы и большинство других ее правил служат больше для объяснения другим того, что нам известно, или, как искусство Люллия, к тому, чтобы говорить без собственного суждения о том, чего не знаешь, вместо того, чтобы познавать это. Хотя логика содержит немало очень верных и хороших правил, однако к ним примешано столько вредных и излишних, что выделить их почти так же трудно, как вызвать Диану или Минерву из куска необделанного мрамора. Что касается анализа древних и алгебры современников, то, кроме того, что они относятся к вопросам весьма отвлеченным и, повидимому, бесполезным, первый всегда так ограничен рассмотрением фигур, что не может упражнять ум, не утомляя сильно воображение; вторая — настолько подчинилась разным правилам и знакам, что превратилась в темное и запутанное искусство, затрудняющее наш ум, а не в науку, развивающую его. По этой причине я и решил, что следует искать другой метод, который совмещал бы достоинства этих трех и был бы свободен от их недостатков. И подобно тому, как обилие законов доставляет нередко повод к оправданию пороков, и государство лучше управляется, если их не много, но они строго соблюдаются, так и вместо большого числа правил, составляющих логику, я заключил, что было бы достаточно четырех следующих, только бы я принял твердое решение постоянно соблюдать их без единого отступления.

Первое: не принимать за истинное что бы то ни было, прежде чем не признал это несомненно истинным, т. е. старательно избегать поспешности и предубеждения и включать в свои суждения только то, что представляется моему уму так ясно и отчетливо, что никоим образом не сможет дать повод к сомнению.

Второе: делить каждую из рассматриваемых мною трудностей на столько частей, на сколько потребуется, чтобы лучше их разрешить.

Третье: руководить ходом своих мыслей, начиная с предметов простейших и легко познаваемых, и восходить мало-помалу, как по ступеням, до познания наиболее сложных, допуская существование порядка даже среди тех, которые в естественном порядке вещей не предшествуют друг другу.

И *последнее*: делать всюду настолько полные перечни и такие общие обзоры, чтобы быть уверенным, что ничего не пропущено.

Те длинные цепи выводов, сплошь простых и легких, которыми обычно пользуются геометры, чтобы дойти до своих наиболее трудных доказательств, дали мне повод представить себе, что и все вещи, которые могут стать предметом знания людей, находятся между собой в такой же последовательности. Таким образом, если остерегаться принимать за истинное что-либо, что таковым не является, и всегда соблюдать порядок, в каком следует выводить одно из другого, то не может существовать истин ни столь отдаленных, чтобы они были недостижимы, ни столь сокровенных, чтобы нельзя было их раскрыть. Мне не представило большого труда отыскать то, с чего следовало начать, так как я знал, что начинать надо с простейшего и легко познаваемого. Приняв во внимание, что среди всех, искавших истину в науках, только математикам удалось найти некоторые доказательства, т. е. некоторые точные и очевидные соображения, я не сомневался, что и мне следовало начать с того, что было ими обследовано, хотя и не ожидал от этого другой пользы, кроме того, что они приучат мой ум питаться истиной и не довольствоваться ложными доводами. Однако я и не вознамерился изучать все те отдельные науки, которые составляют то, что называют математикой. Я видел, что, хотя их предметы различны, тем не менее все они согласуются между собой в том, что исследуют только различные встречающиеся в них отношения или пропорции, поэтому я решил, что лучше исследовать только эти отношения вообще и искать их только в предметах, которые облегчили бы мне их познание, нисколько, однако, не связывая их этими предметами, чтобы иметь возможность применять их потом ко всем другим подходящим к ним предметам. Затем, приняв во внимание, что для лучшего познания этих отношений мне придется рассматривать каждое соотношение в отдельности и лишь иногда удерживать их в памяти или рассматривать сразу несколько, я предположил, что для лучшего исследования их в отдельности надо представлять их в виде линий, так как не находил ничего более простого или более наглядно представляемого моим воображением и моими чувствами. Но для того чтобы удерживать их и рассматривать одновременно по нескольку, требовалось выразить их возможно наименьшим числом знаков. Таким путем я заимствовал бы все лучшее из геометрического анализа и из алгебры и исправлял бы недостатки одного с помощью другой.

И действительно, смею сказать, что точное соблюдение немногих избранных мною правил позволило мне так легко разрешить все вопросы, которыми занимаются эти две науки, что, начав с простейших и наиболее общих и пользуясь каждой найденной истиной для нахождения новых, я через два или три месяца изучения не только справился со многими вопросами, казавшимися мне прежде трудными, но пришел к тому, что в конце мог, как мне казалось, определять, какими средствами и в каких пределах возможно решать даже незнакомые мне задачи. И при этом я, быть может, не покажусь вам слишком тщеславным, в особенности если вы примете во внимание, что существует лишь одна истина касательно каждой вещи, и кто нашел ее, знает о ней все, что можно знать. Так, например, ребенок, учившийся арифметике, сделав правильно сложение, может быть уверен, что нашел касательно искомой суммы все, что ум человеческий может найти; ибо метод, который учит следовать истинному порядку и точно перечислять все обстоятельства того, что ищется, обладает всем, что дает достоверность правилам арифметики.

Но что больше всего удовлетворяло меня в этом методе — это уверенность в том, что с его помощью я во всем пользовался собственным разумом, если не в совершенстве, то по крайней мере как мог лучше. Кроме того, пользуясь им, я чувствовал, что мой ум привыкает мало-помалу представлять предметы отчетливо и раздельно, и хотя свой метод я не связал еще ни с каким определенным вопросом, я рассчитывал столь же успешно применить его к трудностям других наук, как это сделал в алгебре. Это не значит, что я бы дерзнул немедленно приняться за пересмотр всех представившихся мне наук, так как это противоречило бы порядку, который предписывается методом. Но приняв во внимание, что начала наук должны быть заимствованы из философии, в которой я пока еще не усмотрел достоверных начал, я решил, что прежде всего надлежало установить таковые. А так как это дело важнее всего на свете, причем поспешность или предубеждение в нем опаснее всего, то я не должен был спешить с окончанием этого дела до того времени, пока не достигну возраста более зрелого, чем двадцать три года, которые я имел тогда; пока не употреблю много времени на подготовительную работу, искореняя в моем уме все недоброкачественные мнения, до того приобретенные, накопляя запас опытов, который послужил бы материалом для моих размышлений; пока, упражняясь постоянно в принятом мною методе, смог бы в нем укрепляться более и более.

Глава III

НЕСКОЛЬКО ПРАВИЛ МОРАЛИ, ИЗВЛЕЧЕННЫХ ИЗ ЭТОГО МЕТОДА

Наконец, начиная перестройку помещения, в котором живешь, мало сломать старое, запастись материалами и архитекторами или самому приобрести навыки в архитектуре и, кроме того, иметь тщательно начертанный план, но необходимо предусмотреть другое помещение, где можно было бы с удобством поселиться во время работ; точно так же, чтобы не оставаться в нерешительности в своих действиях, пока разум обязывал меня к этому в моих суждениях, и чтобы иметь возможность прожить это время наиболее счастливо, я составил себе наперед некоторые правила морали — три или четыре, которые охотно вам сообщу.

Во-первых, повиноваться законам и обычаям моей страны, придерживаясь неотступно религии, в которой, по милости божьей, я был воспитан с детства, и руководствуясь во всем остальном мнениями наиболее умеренными, чуждыми крайностей и общепринятыми среди наиболее благоразумных людей, в кругу которых мне придется жить. Не придавая с этого времени никакой цены собственным мнениям, так как я хотел их всех еще подвергнуть проверке, я был убежден, что не могу поступить лучше, как следовать мнениям более благоразумных людей. Несмотря на то, что благоразумные люди могут быть и среди персов, китайцев, так же как и между нами, мне казалось полезнее всего сообразоваться с поступками тех, среди которых я буду жить. А чтобы знать, каковы действительно их мнения, я должен был больше обращать внимание на то, как они поступают, чем на то, что они говорят; и не только потому, что, вследствие испорченности наших нравов, имеется мало людей, готовых высказывать то, что они думают, но и потому, что многие сами этого не знают; ибо поскольку действие мысли, создающей какое-нибудь убеждение, отличается от действия мысли, посредством которой мы сознаем свою убежденность, то они часто независимы одна от другой. Между многими мнениями, одинаково распространенными, я всегда выбирал самые умеренные, как наиболее удобные в практике и, по всей вероятности, лучшие, так как всякая крайность плоха, а также и для того, чтобы в случае ошибки менее отклоняться от истинного пути, чем если бы я, выбрав одну крайность, должен был перейти к другой крайности. В особенности я отнес к крайностям все обещания, в какой-либо мере ограничивающие свободу, — не потому, что я не одобрял законов, которые ради того, чтобы притти на помощь непостоянству слабых духом, позволяют для какого-нибудь доброго намерения или — ради надежности торговли — даже для цели, безразличной добру, давать обеты и заключать договоры, принуждающие к постоянному их соблюдению, но потому, что я не видел ничего в мире, что оставалось бы неизменным, и так как лично я стремился все более и более усовершенствовать свои суждения, а не ухудшать их, то я полагал, что совершил бы большую ошибку против здравого смысла, если бы, одобряя что-либо, я обязал бы себя считать это хорошим и тогда, когда оно перестало быть таковым или я перестал считал его таковым.

Моим вторым правилом было: оставаться наиболее твердым и решительным в своих действиях, насколько это было в моих силах, и, раз приняв какое-либо мнение, хотя бы даже сомнительное, следовать ему, как если бы оно было вполне правильным. В этом я уподоблял себя путникам, заблудившимся в лесу: они не должны кружить или блуждать из стороны в сторону, ни, тем паче, застревать на месте, но должны итти как можно прямее в одну сторону, не меняя направления по ничтожному поводу, хотя бы первоначально всего лишь случайность побудила их избрать именно это направление. Если он и не придет к своей цели, то все-таки выйдет куда-нибудь, где ему, по всей вероятности, будет лучше, чем среди леса. Так как житейские дела часто не терпят отсрочки, то несомненно, что если мы не в состоянии отличить истинное мнение, то должны в таком случае довольствоваться наиблее вероятным. И даже в случае, если мы между несколькими не усматриваем разницы в степени вероятности, все же должны решиться на какое-нибудь одно и принимать его по отношению к практике не как сомнительное, но как вполне верное, по той причине, что были верны соображения, заставившие нас избрать его. Этого оказалось достаточным, чтобы избавить меня от всяких раскаяний и угрызений, обыкновенно беспокоящих совесть слабых и колеблющихся умов, часто непоследовательно резрешающих себе совершать как нечто хорошее то, что потом признают за дурное.

Третьим моим правилом было: всегда стремиться побеждать скорее себя, чем судьбу, изменяя свои желания, а не порядок мира, и вообще привыкнуть к мысли, что в полной нашей власти находятся только наши мнения и что после того, как мы сделали все возможное с окружающими нас предметами, то, что нам не удалось, следует рассматривать как нечто абсолютно невозможное. Этого одного казалось мне достаточно, чтобы помешать мне в будущем желать чего-либо сверх уже достигнутого и таким образом находить удовлетворение. Ибо поскольку наша воля по самой природе вещей стремится только к тому, что наш разум представляет ей так или иначе возможным, то очевидно, что, рассматривая внешние блага одинаково далекими от наших возможностей, мы не станем сожалеть о том, что лишены тех благ, на которые, казалось бы, имеем право по своему рождению, если сами не виновны в этом лишении, как не сожалеем о том, что не владеем Китаем или Мексикой. Обратив, как говорится, нужду в добродетель, мы также не возжелаем стать здоровыми, будучи больными, или свободными, находясь в темнице, как и теперь не желаем иметь тело из столь же несокрушимого вещества, как алмаз, или иметь крылья, чтобы летать, как птицы. Признаюсь, что требуется продолжительное упражнение и повторное размышление, чтобы привыкнуть смотреть на вещи под таким углом. В этом, я думаю, главным образом состоял секрет философов, которые некогда умели поставить себя вне власти судьбы и, несмотря на страдания и бедность, соперничать в блаженстве с богами. Постоянно изощряясь в постижении пределов, поставленных природой, они пришли к убеждению, что в их власти находятся только их мысли, и одного этого было достаточно, чтобы не стремиться ни к чему другому; мыслями же они владычествовали так неограниченно, что имели основание почитать себя богаче, могущественнее, более свободными и счастливыми, чем люди, не имеющие такой философии и никогда не обладающие всем, чего они желают, несмотря на то, что им благоприятствуют и природа и счастье.

Наконец, в завершение этой морали, я предпринял обозрение различных занятий людей в этой жизни, чтобы постараться выбрать лучшее из них. Не касаясь занятий других, о своих я решил, что нет ничего лучшего, как продолжать те, которыми я занимаюсь, т. е. посвятить всю мою жизнь совершенствованию моего разума и подвигаться, насколько буду в силах, в познании истины по принятому мною методу. С тех пор как я начал пользоваться этим методом, я испытал много раз чрезвычайное наслаждение, приятнее и чище которого вряд ли можно получить в этой жизни. Открывая каждый день при помощи моего метода некоторые, на мой взгляд, важные истины, обыкновенно неизвестные другим людям, я проникался таким чувством удовлетворения, что все остальное для меня как бы не существовало. Замечу, что три предыдущие правила имели источником намерение продолжать изыскание истины; так как бог дал каждому из нас способность различать ложное от истинного, то я ни на минуту не счел бы себя обязанным следовать мнениям других, если бы не предполагал использовать собственное суждение для их проверки, когда наступит время. Я упрекал бы себя в том, что следую чужим мнениям, если бы не надеялся, что это меня не лишает возможности найти лучшие, буде таковые имеются. Наконец, я не мог бы ограничить свои желания и быть довольным, если бы не шел по пути, который, я был уверен, не только обеспечивал мне приобретение всех истинных знаний, к которым я способен, но и вел к приобретению всех доступных мне истинных благ. Наша воля стремится к какой-нибудь цели или избегает ее в зависимости от того, представляет ли ее наш разум хорошей или дурной. А потому достаточно правильно судить, чтобы правильно поступать, и достаточно самого правильного рассуждения, дабы и поступать наилучшим образом, т. е. чтобы приобрести все добродетели и вместе с ними все доступные блага. Уверенность в том, что это так, не может не вызвать большого удовлетворения.

Удостоверившись в этих правилах и обеспечив себя ими вместе с истинами религии, которые всегда были первыми в моем веровании, я счел себя вправе избавиться от всех остальных своих мнений. И думая, что лучше достигну цели, общаясь с людьми, чем оставаясь дома, у очага, где у меня возникли эти мысли, я, не дожидаясь окончания зимы, опять отправился путешествовать. Целые девять следующих лет я ничем иным не занимался, как скитался по свету, стараясь быть более зрителем, чем действующим лицом, во всех разыгравшихся передо мною комедиях. По поводу каждого предмета я размышлял, в особенности о том, что может делать его сомнительным и вовлечь нас в ошибку, и искоренял между тем из моего ума все заблуждения, какие прежде могли в него закрасться. Но я не подражал, однако, тем скептикам, которые сомневаются только для того, чтобы сомневаться, и притворяются в постоянной нерешительности. Моя цель, напротив того, была достичь уверенности и, отбросив зыбучие наносы и песок, найти твердую почву. Это мне удавалось, кажется, довольно хорошо, тем более, что при стараниях открыть ложность или сомнительность исследуемых положений не с помощью слабых догадок, а посредством ясных и надежных рассуждений я не встречал ни одного сомнительного положения, из которого нельзя было бы извлечь какого-либо надежного заключения, хотя бы того, что в этом положении нет ничего достоверного. И подобно тому, как при сломе старого здания обыкновенно сохраняют разрушенные части для постройки нового, так и я, разрушая все свои мнения, которые считал необоснованными, делал разные наблюдения и приобретал опыт, послуживший мне потом для установления новых, более надежных мнений. В то же время я продолжал упражняться в принятом мною методе. Таким образом, стараясь вообще вести свои мысли согласно его правилам, я время от времени уделял несколько часов специально на то, чтобы упражняться в приложении метода к трудным проблемам математики или других наук, которые я как бы уподоблял математическим, освобождая их от исходных положений других наук, по моему мнению не достаточно прочных. Примеры этого можно найти во многом, что изложено в этом томе. Таким-то образом, не отличаясь по видимости от тех, чьим единственным занятием является проводить в невинности тихую жизнь, стремясь отделять удовольствия от пороков, и, во избежание скуки при полном досуге, прибегать ко всем пристойным удовольствиям, я жил, не прекращая преследовать свое намерение, и преуспевал в познании истины более, чем если бы только занимался чтением книг и посещением ученых людей.

Впрочем, эти девять лет протекли прежде, чем я принял какое-либо решение относительно трудностей, служащих обычно предметом споров между учеными, и начал обдумывать основания новой философии, более достоверной, чем общепринятая. Пример многих превосходных умов, которые брались за это прежде меня, но, как мне казалось, безуспешно, заставлял меня представлять себе дело окруженным такими трудностями, что я, может быть, долго еще не решился бы приступить к нему, если бы до меня не дошли слухи, будто я его успешно завершил. Не знаю, что дало повод к такому утверждению. Если я и содействовал немного этому своими речами, то лишь признаваясь в своем незнании более откровенно, чем это обыкновенно делают люди, чему-нибудь учившиеся, а может быть, и указывая основания, почему сомневался во многих вещах, считавшихся другими достоверными, но уж никак не похвальбой своего учения. Но имея достаточно совести, чтобы не желать быть принятым за большее, чем я есть на самом деле, я считал, что должен приложить все усилия, чтобы сделаться достойным сложившейся репутации. Ровно восемь лет тому назад это желание побудило меня удалиться от всех мест, где мог иметь знакомства, и уединиться здесь в стране, где продолжительная война породила такие порядки, что содержимые здесь войска кажутся предназначены к тому, чтобы с большей безопасностью пользоваться плодами мира, и где в толпе деятельного народа, более заботящегося о своих делах, чем любопытного к чужим, я могу, не лишая себя всех удобств большого города, жить в таком уединении, как в самой отдаленной пустыне.

Глава IV

ДОВОДЫ, ДОКАЗЫВАЮЩИЕ СУЩЕСТВОВАНИЕ БОГА И БЕССМЕРТИЕ ДУШИ, ИЛИ ОСНОВАНИЕ МЕТАФИЗИКИ

Не знаю даже, должен ли я говорить о первых размышлениях, которые у меня там возникли. Они носят столь метафизический характер и столь необычны, что, может быть, не всем понравятся. Однако чтобы можно было судить, насколько прочны принятые мною основания, я некоторым образом принужден говорить о них. С давних пор я заметил, что в вопросах жизненного поведения необходимо иногда мнениям, заведомо сомнительным, следовать так, как если бы они были бесспорны. Об этом уже было сказано выше. Но так как в это время я желал заняться исключительно изысканием истины, то считал, что должен поступить совсем наоборот, т. е. отбросить как безусловно ложное все, в чем мог вообразить малейший повод к сомнению, и посмотреть, не останется ли после этого в моих воззрениях чего-либо уже вполне несомненного. Таким образом, так как чувства нас иногда обманывают, я допустил, что нет ни одной вещи, которая была бы такова, какой она нам представляется; и поскольку есть люди, которые ошибаются даже в простейших вопросах геометрии и делают в них паралогизмы, то я, считая и себя способным ошибаться не менее других, отбросил как ложные все доводы, которые прежде принимал за доказательства. Наконец, принимая во внимание, что любое представление, которое мы имеем в бодрствующем состоянии, может явиться нам и во сне, не будучи действительностью, я решился представить себе, что все, когда-либо приходившее мне на ум, не более истинно, чем видения моих снов. Но я тотчас обратил внимание на то, что в то самое время, когда я склонялся к мысли об иллюзорности всего на свете, было необходимо, чтобы я сам, таким образом рассуждающий, действительно существовал. И заметив, что истина: *я мыслю, следовательно, я существую*, так тверда и верна, что самые сумасбродные предположения скептиков не могут ее поколебать, я заключил, что могу без опасений принять ее за первый принцип искомой мною философии.

Затем, внимательно исследуя, что такое я сам, я мог вообразить себе, что у меня нет тела, нет никакого мира, места, где я находился бы, но я никак не мог представить себе, что вследствие этого я не существую, а напротив, из того, что я сомневался в истине других предметов, ясно и несомненно следует, что я существую. А если б я перестал мыслить, то хотя бы все остальное, что я когда-либо себе представлял, и было истинным, все же не было основания для заключения о том, что я существую. Из этого я узнал, что я — субстанция, вся сущность или природа которой состоит в мышлении и которая для своего бытия не нуждается в месте и не зависит ни от какой материальной вещи. Таким образом мое Я, или душа, которая делает меня тем, что я есмь, совершенно отлична от тела и ее легче познать, чем тело; и если бы его и вовсе не было, она не перестала бы быть тем, чем она есть.

Затем я рассмотрел, что требуется вообще, чтобы то или иное положение было истинно и достоверно; ибо, найдя одно положение достоверно истинным, я должен был также знать, в чем заключается эта достоверность. И заметив, что в истине положения „*я мыслю, следовательно, я существую*" убеждает меня единственно ясное представление, что для мышления надо существовать, я заключил, что можно взять за общее правило следующее: все, что мы представляем себе вполне ясно и отчетливо, — все истинно. Однако некоторая трудность заключается в правильном различении того, что именно мы способны представлять себе вполне отчетливо.

Вследствие чего, размышляя о том, что раз я сомневаюсь, значит я существо не вполне совершенное, ибо я вполне ясно различал, что полное постижение — это нечто большее, чем сомнение, я стал искать, откуда я приобрел способность мыслить о чем-нибудь более совершенном, чем я сам, и понял, что это должно притти от чего-либо, по природе действительно более совершенного. Что касается мыслей о многих других вещах, находящихся вне меня, как о небе, земле, свете, тепле и тысяче других, то я не так затруднялся ответить, откуда они явились. Ибо заметив, что в моих мыслях о них нет ничего, что ставило бы их выше меня, я мог думать, что если они были истинными, то это зависит от моей природы, насколько она наделена некоторыми совершенствами; если же они ложны, то происходят из ничего, т. е. находятся во мне потому, что у меня чего-то недостает. Но это не может относиться к идее существа, более совершенного, чем я. Получить ее из ничего — вещь явно невозможная; не мог я создать ее сам, ибо допустить, чтобы более совершенное было следствием менее совершенного, так же неприемлемо, как и предположить возникновение какой-либо вещи из ничего. Оставалось допустить, что эта идея вложена в меня тем, чья природа совершеннее моей и кто соединяет в себе все совершенства, доступные моему вооображению, то есть, говоря одним словом, — богом. К этому я добавил, что, поскольку я знаю некоторые совершенства, каких у меня самого нет, то я не являюсь единственным существом, имеющим бытие (если вы разрешите пользоваться схоластическими терминами), но что по необходимости должно быть некоторое другое существо, более совершенное, чем я, от которого я завишу и от которого получил все, что имею. Ибо, если бы я был один и не зависел ни от кого другого, так что имел бы от самого себя то немногое, что я имею общего с высшим существом, то мог бы на том же основании получить от самого себя и все остальное, которого, я знаю, мне недостает. Таким образом, я мог бы сам стать бесконечным, вечным, неизменяемым, всеведущим, всемогущим и, наконец, обладал бы всеми совершенствами, которые я могу приписать божеству. Соответственно этим последним соображениям, для того чтобы познать природу бога, насколько мне это доступно, мне оставалось только рассмотреть все, о чем я имею представление, с точки зрения того, является ли обладание ими совершенством или нет, и я приобрел бы уверенность в том, что все то, что носит признаки несовершенства, отсутствует в нем, а все совершенное находится в нем. Таким образом, у него не может быть сомнений, непостоянства, грусти и тому подобных чувств, отсутствие которых радовало бы меня. Кроме того, у меня были представления о многих телесных и чувственных предметах, ибо хотя я и предполагал, что грежу и все видимое и воображаемое мною является ложным, я все же должен был признать, что представления эти действительно присутствовали в моих мыслях. Но познав отчетливо, что разумная природа во мне отлична от телесной, и сообразив, что всякое соединение свидетельствует о зависимости, а зависимость, очевидно, является недостатком, я заключил отсюда, что состоять из двух природ не было бы совершенством для бога и, следовательно, он не состоит из них. А если во вселенной и имеются какие-либо тела, сознания или иные естества, не имеющие всех совершенств, то существование их должно зависеть от его могущества, так что без него они не могли бы просуществовать и одного мгновения.

После этого я решил искать другие истины. Я остановился на объекте геометров, который я представлял себе непрерывным телом, или пространством, неограниченно простирающимся в длину, ширину и высоту или глубину, делимым на разные части, которые могли иметь разную форму и величину и могли двигаться и перемещаться любым образом (так как геометры наделяют свой объект всеми этими свойствами), и просмотрел некоторые из простейших геометрических доказательств. Приняв во внимание то, что большая достоверность, которую все приписывают им, основывается — в соответствии с правилом, в свое время мною указанным, — лишь на очевидности, я заметил, с другой стороны, что в них самих нет ничего, что убеждало бы меня в самом существовании этого объекта геометров. Например, я ясно видел, что если дан треугольник, необходимо заключить, что сумма трех углов его равна двум прямым, но я не видел в этом еще ничего, что бы убеждало меня в существовании в мире какого-либо треугольника. А между тем, возвращаясь к рассмотрению идеи совершенного существа, я находил, что существование заключается в представлении о нем, точно так же, как в представлении о треугольнике — равенство его углов двум прямым, или как в представлении о сфере — одинаковое расстояние всех ее частей от центра, или еще очевиднее. А потому утверждение, что бог — совершеннейшее существо — есть и существует, по меньшей мере так же достоверно, насколько достоверно геометрическое доказательство.

Причина, почему многие убеждены, что трудно познать бога и уразуметь, что такое душа, заключается в том, что они никогда не поднимаются выше того, что может быть познано чувствами, и так привыкли рассматривать все с помощью воображения, которое представляет собою лишь определенный род мышления о материальных вещах, что все, чего нельзя вообразить, кажется им непонятным. Это явствует также из того, что философы держатся в своих учениях правила, что ничего не может быть в сознании, чего не было прежде в чувствах, а идеи бога и души там никогда не было. Мне кажется, что те, кто хотят пользоваться воображением, чтобы понять эти идеи, поступают так, как если бы хотели пользоваться зрением, чтобы услышать звук или обонять запах, но с той, впрочем, разницей, что чувство зрения убеждает нас в достоверности предметов не менее, чем чувства слуха и обоняния, тогда как ни наше воображение, ни чувства никогда не могут убедить нас в чем-либо, если не вмешается наш разум.

Наконец, если существуют еще люди, которых и приведенные доводы не убедят в существовании бога и их души, то пусть они узнают, что все другое, во что они, быть может, более верят, как, например, что они имеют тело, что есть звезды, земля и тому подобное, — все это менее достоверно. Ибо хотя и есть нравственная уверенность в подлинности этих вещей, так что, не впадая в чудачество, невозможно сомневаться в них, однако, когда дело касается метафизической достоверности, то нельзя, не отступая от логической последовательности, отрицать, что есть основание не быть в них вполне уверенными. Стоит только отметить, что точно так же можно вообразить во сне, что мы имеем другое тело, видим другие звезды, другую землю, тогда как на самом деле ничего этого нет. Ибо откуда мы знаем, что мысли, приходящие во сне, более ложны, чем другие? Ведь часто они столь же живы и выразительны. Пусть лучшие умы разбираются в этом, сколько им угодно; я не думаю, чтобы они могли привести достаточное основание для устранения этого сомнения, если не предположить бытие бога. Ибо, во-первых, само правило, принятое мною, а именно, что вещи, которые мы представляем себе вполне ясно и раздельно, все истинны, имеет силу только вследствие того, что бог существует и является совершенным существом, от которого проистекает все в нас сущее. Отсюда следует, что наши идеи или понятия, будучи реальностями и происходя от бога, должны быть истинны во всем том, что в них есть ясного и отчетливого. И если мы довольно часто имеем такие представления, заключающие в себе ложь, то это именно суть представления, содержащие нечто смутное и темное, по той причине, что они причастны небытию. Они потому в нас неясны и сбивчивы, что мы не совершенны. Очевидно, что одинаково недопустимо, чтобы ложь и несовершенство как таковые проистекали от бога и чтобы истина и совершенство приходили от небытия. Но если бы мы не знали, что все, что есть в нас реального и истинного, происходит от существа совершенного и бесконечного, то как бы ясны и отчетливы ни были наши представления, мы не имели бы основания для уверенности в том, что они обладают совершенством истины.

После того как познание бога и души убедило нас в упомянутом правиле, легко понять, что сновидения нисколько не должны заставлять нас сомневаться в истине мыслей, которые мы имеем наяву. Если и случилось, что и во сне пришли вполне отчетливые мысли, например геометр нашел новое доказательство, то его сон не мешал бы этому доказательству быть верным. Что же касается самого обыкновенного обмана, вызываемого нашими снами, состоящего в том, что они представляют нам различные предметы точно так, как их представляют наши внешние чувства, то неважно, что этот обман дает повод сомневаться в истине подобных представлений, так как они могут обманывать нас и без сна. Так, больные желтухой видят все в желтом цвете, звезды и другие отдаленные предметы кажутся много меньше, чем на самом деле. И, наконец, спим ли мы или бодрствуем, мы должны доверяться в суждениях наших только очевидности нашего разума. Надлежит заметить, что говорю — нашего разума, а не воображения или чувства. Хотя солнце мы видим очень ясно, однако не должны судить, что оно такой величины, как мы его видим; можно также отчетливо представить себе львиную голову на теле козы, но вовсе не следует заключать отсюда, что на свете существует химера. Ибо разум вовсе не требует, чтобы все подобным образом видимое или воображаемое нами было истинным, но он указывает, что все наши представления или понятия должны иметь какое-либо основание истины, ибо невозможно, чтобы бог, всесовершенный и всеправедный, вложил их в нас без такого фундамента. А так как наши рассуждения во время сна никогда не бывают столь ясны и целостны, как во время бодрствования, хотя воображаемые образы бывают иногда так же живы и выразительны, то разум указывает нам, что в мыслях наших, не могущих быть всегда верными по причине нашего несовершенства, во время бодрствования должно быть больше правды, чем во время сна.

Глава V

ПОРЯДОК ФИЗИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ

Мне хотелось бы показать здесь всю цепь других истин, которые я вывел из этих первых. Но так как для этого сразу пришлось бы говорить о многих вопросах, составляющих предмет споров между учеными, с которыми я не желал бы портить отношения, то я предпочитаю воздержаться и указать только, какие это вообще вопросы, предоставляя более мудрым судить, полезно ли подробнее ознакомить с ними публику. Остаюсь тверд в решении не исходить из какого-либо другого принципа, кроме того, которым я воспользовался для доказательства бытия бога и души, и не считать ничего истинным, что не казалось бы мне более ясным и верным, чем казались прежде геометрические доказательства. И тем не менее я осмеливаюсь сказать, что я не только нашел средство в короткое время удовлетворительно решить главные трудности, обычно трактуемые в философии, но открыл также некоторые законы, которые бог так установил в природе и понятия о которых так вложил в наши души, что мы после некоторого размышления не можем сомневаться в том, что законы эти точно соблюдаются во всем, что есть и происходит в мире. Потом, рассматривая совокупность этих законов, мне кажется, что я открыл многие истины, более полезные и более важные, чем все прежде изученное и даже чем то, что надеялся изучить.

Но так как я постарался разъяснить главные из них в особом сочинении, от издания которого меня удерживают некоторые соображения, то полагаю, что лучше всего могу ознакомить с ними, изложив здесь кратко его содержание. Я имел намерение включить в него все, что считал известным мне до его написания относительно природы материальных вещей. Но, подобно художникам, не имеющим возможности на плоской картине изобразить все стороны объемного предмета и избирающим одну из главных, которую ярче изображают, а остальные затемняют и показывают лишь настолько, насколько они видны при рассматривании предмета, — так и я, опасаясь, что буду не в состоянии включить в мой трактат все, что имел в мыслях, решил изложить обстоятельно лишь то, что знаю касательно света, а затем по поводу его прибавить кое-что о солнце и неподвижных звездах, откуда главным образом и происходит свет, о небесных пространствах, через которые он проходит, о планетах, кометах и земле, которые его отражают, и особо обо всех земных телах, — ибо они бывают цветные или прозрачные, или светящиеся, — и, наконец, о человеке, наблюдающем все эти тела. Но чтобы несколько затенить все это и иметь возможность более свободно высказывать свои соображения, не будучи обязанным опровергать мнения, принятые учеными, или им следовать, я решил предоставить весь этот мир их спорам и говорить только о том, что произошло бы в новом мире, если бы бог создал где-либо в воображаемых пространствах достаточно вещества для его образования и привел бы в беспорядочное движение различные части этого вещества так, чтобы образовался хаос, столь запутанный, как только могут вообразить поэты, и затем, лишь оказывая свое обычное содействие природе, предоставил бы ей действовать по законам, им установленным. Таким образом, я прежде всего описал это вещество и старался изобразить его так, что в мире нет ничего, по моему мнению, более ясного и понятного, за исключением того, что сказано было мною о боге и душе. Я даже нарочно предположил, что это вещество не имеет никаких форм и качеств, о которых спорят схоласты, ни вообще чего-либо, познание чего не было бы так естественно для нашего ума, что даже нельзя было бы притвориться не знающим его. Кроме того, я показал, каковы законы природы, и, опираясь в своих доводах только на принцип бесконечного совершенства божия, я постарался доказать все те законы, относительно которых могли быть сомнения, и показать, что даже если бы бог создал много миров, то между ними не было бы ни одного такого, где они не соблюдались бы. Потом я показал, как в силу этих законов бо́льшая часть материи хаоса должна была расположиться так, что образовала бы нечто, подобное нашим небесам, и как при этом некоторые ее части, соединяясь, должны были образовать землю, планеты, кометы, а другие — солнце и неподвижные звезды. И здесь, распространяясь о свете, я подробно объяснил, каков свет, который должен быть в солнце и звездах, как он оттуда мгновенно пробегает неизмеримые небесные пространства и как он отражается от планет и комет к земле. К этому я прибавил соображения, касающиеся сущности, положения, движений и всех разнообразных свойств этих небес и звезд. Таким образом, казалось мне, я достаточно сказал, чтобы могли понять, что среди свойств нашего мира не замечается ничего, что не должно или не могло бы оказаться подобным свойством мира, описанного мною. Затем я говорил особо о земле, и нарочно, не делая предположения, что бог вложил тяготение в вещество, составляющее землю, показал, что все ее частицы тем не менее должны стремиться к центру; показал, как при существовании на ее поверхности воды и воздуха расположение небес и светил, а в особенности луны, должно вызывать на ней приливы и отливы, совершенно подобные тому, какие при тех же обстоятельствах наблюдаются в наших морях, а также некоторое особое течение воды и воздуха от востока к западу, равным образом наблюдаемое под тропиками. Я показал, как горы, моря, родники и реки могли образоваться естественным путем, как металлы — появиться в недрах земли, растения — возрасти на полях и вообще народиться все тела, называемые смешанными и сложными. Не зная, за исключением небесных светил, ничего на свете, что бы производило свет, помимо огня, я постарался как можно понятнее разъяснить все, что относится к его природе: как он образуется, чем поддерживается, как он иногда дает теплоту без света, а иногда свет без теплоты; каким образом он может придавать разным телам разную окраску и различные другие свойства; как он плавит одни тела, а другие делает более твердыми; как он почти все сжигает или превращает в дым и золу и, наконец, как из этой золы, единственно неукротимой силою своего действия, образует стекло. Так как это превращение золы в стекло мне казалось одним из наиболее удивительных в природе, то я описал его с особою охотой.

Однако я не хотел из всего этого сделать вывод, что наш мир был создан описанным мною образом, ибо более вероятно, что бог с самого начала сотворил его таким, каким ему надлежало быть. Но достоверно (это мнение общепринято у богословов), что действие, каким он сохраняет теперь мир, тождественно тому, каким он его создал: так что, если бы даже он дал миру первоначально форму хаоса и, установив законы природы, содействовал ее нормальному развитию, можно полагать, не нанося ущерба чуду творения, что в силу одного этого все чисто материальные вещи могли бы с течением времени сделаться такими, какими мы видим их теперь; к тому же их природа гораздо легче познается, когда мы видим их постепенное развитие, чем когда рассматриваем их как вполне уже образовавшиеся.

От описания неодушевленных тел и растений я перешел к описанию животных и в особенности человека. Но так как я не имел еще достаточно знания, чтобы говорить о них таким же образом, как об остальном, т. е. выводя следствия из причин и показывая, как и из каких семян природа должна их производить, я ограничился предположением, что бог создал тело человека подобным нашему как по внешнему виду членов, так и по внутреннему устройству органов, сотворив его из той самой материи, которую я описывал, и не вложил в него вначале никакой разумной души и ничего, что могло бы служить жизненной или чувствующей душой, а только возбудил в его сердце один из тех огней без света (упомянутый мною ранее), который нагревает сено, сложенное в сыром состоянии, или вызывает брожение в молодом вине, оставленном вместе с виноградными кистями. Рассматривая воздействия, вызванные этим огнем в теле, я нашел все отправления, какие могут происходить в нас, не сопровождаясь мышлением и, следовательно, без участия нашей души, т. е. той отличной от тела части, природа которой, как сказано выше, состоит в мышлении. Это те отправления, которые являются общими как для животных, лишенных разума, так и для нас. Я не нашел ни одного из них, связанных с мышлением, которое являлось бы в то же время единственным, принадлежащим нам как людям. Я нашел их все впоследствии, когда предположил, что бог создал разумную душу и соединил ее с телом определенным, описанным мною образом.

Но чтобы можно было до известной степени видеть, каким образом я рассматривал эти вопросы, я хочу поместить здесь объяснение движения сердца и артерий, первое и важнейшее, что наблюдается у животных, и по чему легко судить обо всех других. А дабы легче понимать излагаемое мною, я желал бы, чтобы лица, несведущие в анатомии, прежде чем читать это, заставили разрезать перед собою сердце какого-нибудь большого животного, имеющего легкие, — оно совершенно подобно человеческому, — и обратили бы внимание на две находящиеся там камеры, или полости. Одна на правой стороне, и ей соответствуют две весьма широкие трубки, а именно: полая вена, главный приемник крови и как бы ствол дерева, ветвями которого являются все другие вены тела, и вена артериальная, неправильно так именуемая, так как в действительности это — артерия, выходящая из сердца и разделяющаяся на многие ветви, распространяющиеся по легким. Другая полость на левой стороне, которой также соответствуют две трубки, столь же или еще более широкие, чем предыдущие, а именно: во-первых, венозная артерия, тоже неудачно названная, ибо она не что иное, как вена, идущая от легких, где она разделена на несколько ветвей, переплетающихся с ветвями артериальной вены и с ветвями прохода, называемого горлом, через которое вдыхается воздух; во-вторых, большая артерия, которая, выходя из сердца, посылает свои ветви по всему телу. Я желал бы также, чтобы читателям тщательно показали одиннадцать пленок, которые, как дверцы, открывают и закрывают четыре отверстия, находящиеся в этих двух полостях, а именно: три — при входе полой вены, расположенные так, что позволяют содержащейся в ней крови втекать в правую полость сердца, но не дают выходить обратно из нее; три — при входе артериальной вены, повернутые в обратную сторону и позволяющие крови, находящейся в этой полости, итти в легкие, но не позволяющие крови, находящейся в легких, обратно течь в сердце; подобным же образом — две при входе венозной артерии, позволяющие крови течь из легких в левую полость сердца, но препятствующие ее возвращению, и три — при входе большой артерии, позволяющие крови выходить из сердца, но препятствующие ей течь обратно. Нет надобности искать иного объяснения числа этих пленок, чем то, что отверстие венозной артерии овальное и благодаря занимаемому им месту легко может закрываться двумя клапанами, тогда как другие отверстия — круглые — удобнее закрываются тремя. Кроме того, я желал бы, чтобы читателям показали, что большая артерия и артериальная вена — более твердого и прочного строения, чем венозная артерия и полая вена, и что эти две последние расширяются перед входом в сердце и образуют как бы два мешка, именуемые ушками сердца и состоящие из вещества, подобного ткани сердца; что в сердце всегда более теплоты, чем в какой-либо иной части тела; и, наконец, что эта теплота способна, как только капля крови войдет в полость сердца, вызвать быстрое набухание и расширение, как это бывает вообще, когда какая-нибудь жидкость капля за каплей падает в горячий сосуд.

После этого, чтобы объяснить движение сердца, мне достаточно сказать, что когда его полости не наполнены кровью, она необходимо должна втекать через полую вену в правую, а через венозную артерию — в левую полость, так как эти два кровеносных сосуда постоянно наполнены кровью, а отверстия, открывающиеся в сторону сердца, не могут быть закупорены. Но как только две капли крови вошли в полости, одна в правую, другая в левую, поскольку капли эти довольно большие, так как входят через широкие отверстия и из сосудов, наполненных кровью, они разрежаются и расширяются под действием теплоты, какую они там находят. Вследствие этого, раздувая все сердце, они толкают и закрывают пять малых дверец, находящихся у входа двух сосудов, откуда они раньше вышли, и препятствуют, таким образом, дальнейшему проникновению крови в сердце. Продолжая расширяться все больше и больше, они толкают и открывают шесть других маленьких дверец, находящихся при входе двух других сосудов, откуда они выходят, раздувая почти одновременно с сердцем ветви артериальной вены и большой артерии. Затем сердце и артерии немедленно опадают и сжимаются по той причине, что вошедшая в артерии кровь охлаждается. Шесть малых дверец закрываются, а пять, соответствующие полой вене и венозной артерии, открываются, давая доступ двум другим каплям, вновь раздувающим, подобно предыдущим, сердце и артерии. А так как кровь, входя в сердце, проходит через два мешка, называемые ушками, то отсюда проистекает, что их движение противоположно движению сердца, и они сжимаются, когда оно раздувается. Впрочем, для того, чтобы те, которые не знают силы математических доказательств и не привыкли различать истинные доводы от правдоподобных, не вздумали без исследования опровергать изложенное, я желаю предупредить их, что указанное мною движение с необходимостью следует из расположения органов в сердце, которое можно видеть глазом, из теплоты, ощущаемой пальцами, и из природы крови, с которой можно ознакомиться на опыте. Движение это также необходимо следует из указанного, как движение часов следует из силы, расположения и фигуры гирь и колес.

Но если спросят, каким образом не истощается венозная кровь, втекая постоянно в сердце, и как не переполняются кровью артерии, куда направляется вся кровь, проходящая через сердце, могу только повторить ответ, приведенный в сочинении английского врача,[1] которому следует воздать хвалу за то, что он первый пробил лед в этом месте и показал, что на концах артерий находится множество мелких протоков, через которые кровь, получаемая ими из сердца, входит в малые ветви вен, откуда снова направляется к сердцу, так что движение ее есть не что иное, как постоянное кругообращение. Он очень хорошо доказывает это обыкновенным опытом хирургов, которые, легко перевязав руку выше места, где вскрывают вену, получают струю более обильную, чем если бы перевязки не было. Но получилось бы обратное, если бы они перевязали руку ниже, между кистью и разрезом, или очень крепко — выше этого последнего. Очевидно, слабо затянутая перевязка препятствует крови, находящейся уже в руке, возвращаться к сердцу через вены, но не мешает притоку новой через артерии, ибо они лежат глубже вен и имеют стенки более плотные и не столь легко сжимаемые, и кровь, идущая из сердца, стремится с большею силою через них к кисти руки, чем возвращаясь оттуда к сердцу через вены. А так как кровь

---

[1] В оригинальном издании имеется на полях ссылка на сочинение Гарвея, открывшего в 1629 г. циркуляцию крови. *Ред.*

выходит из руки через разрез одной из вен, то необходимо должен быть какой-нибудь проток ниже перевязки, т. е. у оконечности руки, через который она может пройти из артерий. Он доказывает также это кровообращение существованием маленьких клапанов, расположенных в разных местах вдоль вен так, что они не позволяют крови итти от середины тела к конечностям, но только возвращаться от конечностей к сердцу, а также опытом, показывающим, что вся кровь тела может вытечь из него в короткое время через одну артерию, если она перерезана, хотя бы она была очень крепко перевязана недалеко от сердца и перерезана между сердцем и перевязкой, так что нет основания допустить, что она пришла откуда либо, кроме сердца.

Но есть много и других оснований, свидетельствующих, что истинная причина движения крови есть та, какую я указал. Во-первых, разница между кровью, выходящей из вен, и кровью, выходящей из артерий, происходит оттого, что кровь, разреженная и как бы дестиллированная при прохождении через сердце, при выходе из него, т. е. в артериях, становится легче, менее густой и более теплой, чем она была в венах перед входом в сердце. Присмотревшись внимательнее, можно заметить, что эта разница ясно наблюдается вблизи сердца, а не в отдаленных от него местах. Затем плотность стенок артериальной вены и большой артерии показывает нам, что кровь ударяет в них сильнее, чем в стенки вен. И отчего левая полость сердца и большая артерия объемистее и шире, чем правая полость и артериальная вена, как не оттого, что кровь венозной артерии, прошедшая только через легкие, по выходе из сердца более тонка и разрежается сильнее и легче, чем кровь, идущая непосредственно из полой вены. И что могут угадать врачи, щупая пульс, если они не знают, что кровь, смотря по изменениям своей природы, от теплоты сердца может расширяться сильнее или слабее прежнего, быстрее или медленнее прежнего? И если рассмотреть, как эта теплота передается други органам, то не следует ли признать, что это производится кровью, которая, пройдя через сердце и нагреваясь там, распространяется оттуда по всему телу. Поэтому, если лишить крови какую-нибудь часть тела, то отнимется от нее и теплота. И даже если бы сердце было нагрето, как раскаленное железо, этого было бы недостаточно для того, чтобы разогревать руки и ноги так, как их греет сердце, если бы только оно постоянно не посылало туда кровь. Затем мы узнаем отсюда, что истинное действие дыхания заключается в том, что оно приносит в легкие достаточно свежего воздуха для того, чтобы кровь, поступающая туда из правой части сердца, где она разрежалась и как бы превращалась в пар, снова обратилась бы из пара в кровь. Без этого, поступая в левую полость сердца, она не могла бы служить там пищей огня. Это подтверждается тем, что у животных, не имеющих легких, в сердце имеется только одна полость, а также тем, что у детей, находящихся в утробе матери и не пользующихся легкими, имеется отверстие, через которое кровь из полой вены вливается в левую полость сердца, и проток, через который кровь из артериальной вены течет в большую артерию, не проходя через легкие. Далее, как бы могло происходить пищеварение в желудке, если бы сердце не посылало туда теплоты с помощью артерий и с нею некоторых наиболее текучих частей крови, способствующих растворению пищи? А действие, обращающее пищевой сок в кровь, не разъясняется ли тем, что он дистиллируется вновь и вновь, проходя через сердце, может быть, более ста или двухсот раз в сутки? И для объяснения питания и образования различных выделений в теле достаточно сказать, что та же сила, при помощи которой кровь, разрежаясь, продвигается из сердца к концам артерий, задерживает некоторые части крови в органах, через которые они проходят, и замещает там другие части, вытесняемые оттуда, и что при этом, смотря по положению, фигуре и малости пор, встречаемых кровью, одни ее части вступают в известные места скорее других, подобно тому, как зерна разделяются между собою, проходя через сито с разными отверстиями, что может наблюдать каждый. Наконец, наиболее замечательное во всем этом — образование жизненного духа, который, как тончайший ветер, или, лучше сказать, как в высшей степени чистое и подвижное пламя, постоянно в большом количестве восходит от сердца к мозгу, а оттуда через нервы к мускулам и приводит члены в движение. При этом нет надобности воображать какую-нибудь иную причину того, что части крови, наиболее подвижные и легко проникающие, служащие для образования жизненного духа, идут от сердца именно в мозг, а не в иное место, кроме той, что артерии, несущие кровь в мозг, идут по наиболее прямому пути. А по законам механики, тождественным с законами природы, когда несколько предметов стремятся двигаться вместе в одну сторону, где нет достаточно места для всех, так же как, в частности, стремятся по направлению к мозгу части крови, выходящие из левой полости сердца, — слабейшие и наименее подвижные оттесняются более сильными, которые и проходят одни.

Я довольно подробно изложил все это в сочинении, которое прежде намеревался издать. Затем я показал там, каково должно быть устройство нервов и мускулов человеческого тела, чтобы его жизненный дух имел в них силу двигать члены, подобно тому, как только что отрезанные головы двигаются и кусают землю, хотя уже не одушевлены. Я показал, какие изменения должны происходить в мозгу, чтобы вызывать бодрствование, сон и сновидения; как свет, звуки, запахи, вкус, тепло и все другие качества внешних предметов могут через посредство чувств запечатлевать там разные представления; как голод, жажда и другие внутренние состояния оказываются способными, в свою очередь, направлять представления в мозг; я показал, что там должно быть принято в качестве вместилища чувств, воспринимающего эти представления, в качестве памяти, сохраняющей их, воображения, способного их различно преобразовывать и производящего новые идеи, могущего путем распределения жизненного духа в мускулах двигать члены рассматриваемого тела столькими различными способами, — как под влиянием внешних предметов, действующих на чувства, так в результате внутренних аффектов — с какими двигаются члены нашего тела в том случае, когда их не направляет сознательная воля. Это не покажется странным тем, которые знают, сколько разных автоматов и самодвижущихся инструментов может сделать человеческое искусство, пользуясь немногими деталями, сравнительно с великим множеством костей, мускулов, нервов, артерий, вен и всех других частей, встречающихся в теле каждого животного; они будут рассматривать это тело как машину, которая, будучи сделана руками божьими, без сравнения лучше устроена и имеет движения более удивительные, чем могут иметь машины, изобретенные людьми.

В особенности я старался показать здесь, что если бы существовали такие машины, которые имели органы и внешний вид обезьяны или другого неразумного животного, то мы не имели бы никакого средства узнать, что они не той же природы, как эти животные. Но если бы сделать машины, которые имели бы сходство с нашим телом и подражали бы нашим действиям, насколько это мыслимо, то мы имели бы все же два верных средства узнать, что это не настоящие люди. Во-первых, такая машина никогда не могла бы пользоваться словами или другими знаками, сочетая их так, как это делаем мы, чтобы сообщать другим свои мысли. Можно, конечно, представить себе, что машина так сделана, что произносит слова и даже некоторые из них произносит в связи с телесным воздействием, вызывающим то или иное изменение в ее органах, как, например, если тронуть ее в каком-нибудь месте и она спросит, что от нее хотят, тронуть в другом — закричит, что ей больно, и тому подобное. Но никак нельзя себе представить, что она расположит слова различным образом, чтобы ответить на смысл сказанного в ее присутствии, на что, однако, способны самые тупые люди. Во-вторых, хотя такая машина многое могла бы сделать так же хорошо и может быть лучше, чем мы, в других непременно оказалась бы несостоятельною и обнаружила бы, что действует не сознательно, а лишь благодаря расположению органов. Ибо в то время как разум — универсальное орудие, могущее служить при самых разных обстоятельствах, органы машины нуждаются в особом расположении для каждого отдельного действия. Отсюда — немыслимо, чтобы в машине было столько различных расположений, чтобы она могла действовать во всех случаях жизни так, как нас заставляет действовать разум.

С помощью этих же двух средств можно узнать разницу между человеком и животным, ибо замечательно, что нет людей настолько тупых и глупых, не исключая и полоумных, которые бы не были способны связать вместе несколько слов и составить из них речь, чтобы передать мысль. Напротив, нет ни одного животного, как бы совершенно оно ни было и в каких бы счастливых условиях ни родилось, которое могло бы сделать нечто подобное. Это происходит не от недостатка органов, ибо сороки и попугаи могут произносить слова, как и мы, но не могут, однако, говорить, как мы, т. е. показывая, что они мыслят о том, что говорят, тогда как люди, родившиеся глухонемыми и лишенные, подобно животным, органов, служащих другим людям для речи, обыкновенно сами изобретают некоторые знаки, которыми они объясняются с людьми, находящимися около них и имеющих досуг изучить их язык. Это свидетельствует не только о том, что животные менее одарены разумом, чем люди, но о том, что они совсем не имеют его. Ибо мы видим, что требуется очень немного разума, чтобы уметь говорить, а поскольку наблюдается известное неравенство между животными одного рода, равно как и между людьми, причем одни легче поддаются обучению, чем другие, поскольку невероятно, чтобы обезьяна или попугай, совершеннейшие в своем роде, не сравнялись с наиболее глупым ребенком — или по крайней мере с ребенком, у которого мозг поврежден, — если бы их душа не обладала природой, совершенно отличной от нашей. И не следует ни смешивать дара слова с отражающими страсти природными движениями, которым могут подражать машины так же, как и животные, ни, подобно некоторым древним, полагать, что животные говорят, но мы не понимаем их языка; если бы это было справедливо, то они, имея органы, сходные с нашими, могли бы объясняться с нами, как и с подобными себе. Замечательно также, что хотя многие животные обнаруживают более, чем мы, искусства в некоторых действиях, однако в других совсем его не обнаруживают, поэтому то, что они лучше нас действуют, не доказывает, что они имеют разум; ибо по такому расчету они обладали бы им в большей мере, чем любой из нас, и делали бы все лучше нас; это доказывает именно, что они разума не имеют, и природа в них действует сообразно расположению их органов, подобно тому, как часы, состоящие только из колес и пружин, точнее показывают и измеряют время, чем мы со всем нашим разумом.

Затем я описал разумную душу и показал, что ее никак нельзя извлечь из свойств материи, как все прочее, о чем я говорил, но что она должна быть особо создана, и недостаточно, чтобы она помещалась в человеческом теле, как кормчий на своем корабле, только разве затем, чтобы двигать его члены; необходимо, чтобы она была теснее соединена и связана с телом, чтобы возбудить чувства и желания, подобные нашим, и таким образом создавать настоящего человека. Впрочем, я здесь несколько распространился о душе по той причине, что это один из важнейших вопросов. За исключением заблуждения отрицающих бога, заблуждения, по-моему, достаточно опровергнутого выше, нет ничего, что бы удаляло слабые умы дальше от прямого пути добродетели, как мысль о том, что душа животных имеет ту же природу, что и наша, и что, следовательно, нам, наравне с мухами и муравьями, не к чему стремиться и не на что надеяться после смерти; тогда как зная, сколь наши души отличны от души животных, гораздо легче понять доводы, доказывающие, что наша душа имеет природу, совершенно не зависимую от тела и, следовательно, не подвержена смерти одновременно с ним. А поскольку не заметно других причин, которые могли бы ее разрушить, то, естественно, из этого складывается заключение об ее бессмертии.

Глава VI

ЧТО НЕОБХОДИМО, ЧТОБЫ ПРОДВИНУТЬСЯ ВПЕРЕД В ИССЛЕДОВАНИИ ПРИРОДЫ

Уже три года прошло с тех пор, как я окончил трактат, содержащий все изложенное. Я начал его пересматривать, чтобы передать в руки издателя, когда узнал, что лица, которых уважаю и чей авторитет для моих действий не меньше, чем авторитет собственного разума по отношению к моим мыслям, не одобрили одного предложения из области астрономии, опубликованного ранее другим автором. Я не хочу сказать, что придерживаюсь этого мнения, но до этого осуждения я не заметил ничего в нем, что бы мог вообразить себе предосудительным с точки зрения религии или государства и что воспрепятствовало бы мне самому написать об этом, если бы разум убедил меня в его достоверности. Это заставило меня опасаться, нет ли все же и среди моих взглядов чего-либо ошибочного, несмотря на то, что я прилагал большое старание, чтобы принимать лишь такие положения, для которых имел совершенно верные доказательства, и не писать ничего, что могло повредить кому-либо. Этого было достаточно, чтобы заставить меня изменить решение опубликовать свой труд. И хотя доводы, по которым я принял свое первоначальное решение, были очень сильны, моя давнишняя ненависть к ремеслу писателя немедленно подсказала мне другие, чтобы уклониться от него. Те и другие доводы таковы, что не только я сам несколько заинтересован в том, чтобы их изложить, но и читатели, может быть, пожелают их узнать.

Я никогда не придавал большого значения мыслям, исходившим из моего разума, и поскольку я не собрал других плодов от метода, которым пользуюсь, за исключением удовлетворения от преодоления некоторых трудностей умозрительных наук, или от того, что старался направить мое поведение согласно правилам, которым этот метод меня учил, я и не считал себя обязанным об этом писать. Что касается нравов, каждый столь избыточно наделен своим собственным мнением о них, что нашлось бы столько реформаторов, сколько голов, если было бы позволено совершать здесь перемены кому-либо, кроме тех, кого бог поставил государями над народами или кому дал благодать и силу быть пророками. И хотя мои умозрения мне очень нравились, я счел, что и другие имеют свои, которые им, может быть, нравятся еще больше. Однако, как только я приобрел некоторые общие понятия относительно физики и заметил, испытывая их в разных трудных частных случаях, как далеко они могут вести и насколько они отличаются от принципов, которыми пользовались до сих пор, я решил, что не могу их скрывать, не греша сильно против закона, который обязывает нас по мере сил наших содействовать общему благу всех людей. Эти основные понятия показали мне, что можно достичь знаний, очень полезных в жизни, и что вместо умозрительной философии, преподаваемой в школах, можно создать практическую, с помощью которой, зная силу и действие огня, воды, воздуха, звезд, небес и всех прочих окружающих нас тел, так же отчетливо, как мы знаем различные ремесла наших мастеров, мы могли бы наравне с последними использовать и эти силы во всех свойственных им применениях и стать, таким образом, как бы господами и владетелями природы. Такие знания желательны не только для того, чтобы изобретать множество приемов, позволяющих без труда наслаждаться плодами земли и всеми благами, на ней находящимися, но главным образом для сохранения здоровья, которое, без сомнения, есть первое благо и основание всех других благ этой жизни. Дух так сильно зависит от темперамента и от расположения органов тела, что если можно найти какое-либо средство сделать вообще людей более мудрыми или более ловкими, чем они были до сих пор, то я думаю, что его надо искать в медицине. Правда, нынешняя медицина содержит мало такого, польза чего была бы значительна, но, не имея намерения хулить ее, я уверен, что нет человека даже среди занимающихся ею по профессии, который не признался бы, что все известное в ней почти ничто по сравнению с тем, что предстоит узнать, и что можно было бы избавиться от множества болезней как тела, так и духа, а может быть даже от старческой слабости, если бы имели достаточно знаний об их причинах и тех лекарствах, которыми снабдила нас природа. Возымев намерение посвятить всю жизнь исканию столь необходимой науки, я, найдя путь, долженствующий, кажется мне, безошибочно привести к ней, если краткость жизни или недостаток опыта тому не помешает, полагал, что нет лучше средства против этих двух препятствий, как добросовестно сообщать публике то немногое, что найду, и побуждать способные умы итти далее, содействуя каждый по своим склонностям и возможностям опытам, которые необходимо сделать, сообщая все приобретенное народу с тем, чтобы последующие начинали там, где кончили их предшественники, и соединяя, таким образом, жизнь и труд многих, мы бы все совместно продвинулись значительно дальше, чем мог бы сделать каждый отдельно.

Что касается опытов, то я заметил, что они тем более необходимы, чем далее мы продвигаемся в знании. Ибо для начала лучше пользоваться лишь теми, которые сами представляются нашим чувствам и о которых нам невозможно оставаться в неведении при малейшем о них размышлении; это лучше, чем искать редких и надуманных. Доводом в пользу этого является то, что такие опыты часто обманывают нас, когда мы не знаем еще причин наиболее простых, а обстоятельства, от которых они зависят, почти всегда так исключительны и скрыты, что их крайне трудно обнаружить. Порядок, которого я здесь придерживался, таков: во-первых, я старался вообще найти начала и первопричины всего, что существует и может существовать в мире, рассматривая для этой цели только бога, сотворившего его, и выводя их только из тех непреложных истин, которые естественно заложены в наших душах. После этого я рассмотрел, каковы первые и наиболее простые следствия, которые можно вывести из этих причин; и мне кажется, что таким путем я нашел небеса, звезды, землю и даже воду, воздух, огонь, минералы на земле и другие вещи, являющиеся наиболее обыкновенными и простыми, а потому и более доступными познанию. Затем, когда я захотел перейти к более частным следствиям, мне представилось их большое разнообразие, и я пришел к мысли, что человеческий ум не в силах отличить формы и виды тел, существующих на земле, от множества других, которые могли бы быть на ней, если бы бог захотел поместить их там. Следовательно, обратить их на пользу можно только, продвигаясь от следствий к причинам и используя многочисленные частные опыты. Именно в силу этого, пробегая мысленным взором предметы, которые когда-либо представлялись моим чувствам, я смею сказать, что не заметил ни одной вещи, которую бы не мог с удобством объяснить с помощью начал, найденных мною. Но я должен также сознаться, что могущество природы так обширно и широко, а начала мои так просты и общи, что мне не представляется никакого частного следствия, которое не могло бы быть выведено из начал несколькими различными способами, так что самым трудным для меня было найти способ, с помощью которого эта зависимость выражалась наилучшим образом. Ибо тут я не знаю другого приема, как вновь подобрать несколько опытов с тем, чтобы их исход различался в зависимости от того, каким способом приходится объяснить это действие. Впрочем, я уже достиг того, что, кажется, хорошо различаю, каких обходных путей требует большинство опытов, которые могли бы служить этой цели. Но я вижу также, что опыты эти такого свойства и столь многочисленны, что для них не хватило бы ни моих рук, ни моего состояния, будь у меня его в тысячу раз больше, чем я имею. Таким образом, впредь я смогу продвигаться в познании природы в соответствии с возможностью производить много или мало опытов. Я обещал себе высказать это в трактате, который я написал. Там же я старался так ясно показать всю пользу, которую может извлечь из этого общество, что тем самым побудил всех желающих общего блага, т. е. тех, кто добродетелен на деле, а не тех, кто лишь притворяется таковым или является таким лишь в мнении других, — сообщать мне о проделанных опытах, а также помочь мне в отыскании тех, которые еще осталось сделать.

Но с тех пор мне представились другие доводы, побудившие меня изменить свое намерение, и я стал думать, что должен по мере открытия новых истин излагать их письменно, если они мне покажутся важными, и прилагать такое старание, как если бы я хотел их напечатать. Это принуждало к более подробному их исследованию, так как, без сомнения, мы более тщательно рассматриваем то, что должно быть просмотрено многими, чем то, что делаем для себя. Часто вещи, казавшиеся мне истинными, когда я лишь начинал думать о них, оказывались ложными, когда я излагал их на бумаге. Вместе с тем, чтобы не терять ни одного случая принести пользу обществу, если я к этому способен и если мои сочинения имеют какую-либо цену, я хотел, чтобы те, к кому они попадут после моей смерти, могли использовать их наилучшим способом. Но я никоим образом не должен соглашаться на издание их при жизни, чтобы ни противоречия, ни споры, которые они могут вызвать, ни известность, какая бы она ни была, которую они могли бы доставить, не отняли бы у меня времени, которое я намерен посвятить изучению. Правда, каждый человек по мере сил обязан заботиться о благе других, и тот, кто не приносит пользы другим, ничего не стоит. Однако верно так же и то, что наши заботы должны простираться дальше настоящего времени, и лучше пренебречь тем, что может принести некоторую пользу живущим людям, с целью заняться тем, что принесет больше пользы нашим потомкам. Мне действительно хочется, чтобы знали, что то немногое, что я узнал, почти ничто по сравнению с тем, чтó мне неизвестно и чтó я не теряю надежды изучить. Те, которые мало-помалу открывают истину в науке, сходны с теми, которые, становясь богаче, тратят меньше труда на бóльшие приобретения, чем они ранее тратили на гораздо меньшие, пока были бедны. Их можно также сравнить с полководцами, силы которых обычно возрастают по мере их побед и которым требуется больше искусства, чтобы удержаться после поражения, чем для того, чтобы брать города и провинции после победы. Ибо стремиться побеждать все трудности и заблуждения, мешающие нам достичь познания истины, есть поистине то же, что давать сражение, а составить ложное мнение относительно какого-либо важного и общего предмета — то же, что потерпеть поражение; впоследствии потребуется больше искусства, чтобы оправиться и притти в прежнее положение, чем его нужно было для достижения больших успехов, когда располагаешь вполне обоснованными принципами.

Что касается меня, то если раньше я и открыл несколько научных истин (содержимое этого тома, я надеюсь, убеждает в том, что это мне удалось), то я могу сказать, что они суть следствия и выводы из пяти или шести преодоленных мной главных затруднений, преодоление которых я рассматриваю как сражение, где счастие было на моей стороне. Я даже не побоялся бы сказать, что, выиграй я еще два или три подобных сражения, — и я считал бы, что привел мои планы в исполнение; возраст же мой не столь преклонен, чтобы я, согласно обычному течению природы, не мог иметь достаточно досуга для совершения этого. Но я полагаю, что я тем более обязан беречь время, остающееся у меня, чем больше у меня надежды хорошо использовать его. А, без сомнения, я имел бы много случаев терять его, если бы обнародовал основания моей физики; хотя почти все они настолько очевидны, что достаточно услышать их, чтобы с ними согласиться, и нет между ними ни одного, которого я не мог бы доказать, однако невозможно, чтобы они совпали со всеми различными мнениями других людей; поэтому я предвижу, что меня будут часто отвлекать возражениями, которые они вызовут.

Можно сказать, что эти возражения были бы мне полезны постольку, поскольку они укажут мне мои ошибки и поскольку, если у меня есть что-либо хорошее, таким путем другие лучше это уразумеют. А так как несколько человек могут видеть больше, чем один, то, пользуясь уже сейчас открытыми мною принципами, они могли бы также помочь мне своими изобретениями. Но хотя я, признаюсь, чрезвычайно склонен впадать в заблуждения и почти никогда не доверяюсь первым приходящим мне мыслям, однако имеющийся у меня опыт не позволяет надеяться мне извлечь пользу от возражений, которые могут быть мне сделаны: ибо я часто проверял суждения как тех, которых я почитал своими друзьями, так и тех, кого я считал беспристрастными, и даже тех, кого злоба и зависть побуждали раскрывать то, что благосклонность скрывала от друзей. Но редко случалось, чтобы мне возражали что-либо не предвиденное мною, разве нечто крайне далекое от моего предмета. Таким образом, я почти никогда не встречал критика моих мнений, который представился бы мне более строгим и более справедливым, чем я сам. И я никогда не замечал, чтобы с помощью диспутов, практикуемых в школах, была бы открыта истина, дотоле неизвестная, ибо когда каждый старается победить, тогда более заботятся набить цену правдоподобию, а не взвешивать доводы той и другой стороны. И те, которые долго были хорошими адвокатами, не становятся благодаря этому лучшими судьями.

Что касается пользы, которую другие получили бы из опубликования моих мыслей, то она также не может быть весьма значительной, так как я эти мысли не развил настолько, чтобы не было необходимости многое к ним добавить, прежде чем их применять на практике. И я думаю, что могу сказать без тщеславия, что если кто-либо способен к этому, то это скорее я, чем кто-либо иной: не потому, чтобы на свете не было множества умов, несравненно лучших, чем мой, но потому, что нельзя понять и усвоить мысль, сообщенную другим так же хорошо, как если бы сам до нее дошел. Это настолько верно в данном случае, что хотя я нередко излагал некоторые из моих положений людям весьма высокого ума, и они, казалось, понимали меня вполне ясно, пока я им излагал, потом, когда они их пересказывали, я замечал, что они почти всегда так изменяли мои мысли, что я не мог признать их за свои. Вследствие этого пользуюсь случаем просить наших потомков никогда не верить, когда им говорят, что та или другая мысль исходит от меня, и считать моим только то, что я сам обнародовал; меня нисколько не удивляют те странности, которые приписываются древним философам, сочинения которых не дошли до нас, и я не считаю их за это неразумными, так как они были лучшими умами своего времени, а полагаю, что их мысли нам переданы плохо. Это видно также из того, что их последователи их не превзошли. Я уверен, что наиболее страстные из нынешних последователей Аристотеля сочли бы себя счастливыми, имей они такое же знание природы, какое имел он, даже при условии, что они никогда не превысят его в этом отношении. Они подобны плющу, который не стремится подняться выше дерева, его поддерживающего, а поднявшись до его вершины, нередко спускается вниз; ибо мне кажется также, что и эти опускаются, становясь менее знающими, чем были бы, воздержавшись от учения: не довольствуясь знанием того, что вразумительно изложено автором, они хотят у него найти, сверх того, решение многих вопросов, о которых он ничего не говорит, а может быть, никогда не думал. Однако их способ философствования очень удобен для посредственных умов, ибо неясность принципов, которыми они пользуются, позволяет им говорить обо всем так смело, как если бы они это знали, и все свои утверждения защищать против самых тонких и искусных противников, не поддаваясь переубеждению. В этом они кажутся мне похожими на слепого, который, чтобы драться на равных условиях со зрячим, завел бы его в темный подвал. Эти люди заинтересованы в том, чтобы я воздержался от опубликования моих принципов философий. Так как они крайне просты и очевидны, то, публикуя их, я как бы приоткрывал окна и впускал свет в подвал, куда противники спустились, чтобы драться. Но даже лучшие умы не имеют повода желать с ними ознакомиться; ибо если они хотят уметь говорить обо всем на свете и приобрести славу ученого человека, они легче достигнут этого, довольствуясь правдоподобием, которое можно легко найти во всякого рода вопросах, чем отыскивая истину, раскрывающуюся с трудом лишь в некоторых из них и требующую откровенного признания в своем неведении, лишь речь заходит о прочих. Если же они предпочитают знание нескольких немногих истин тщеславию казаться все знающими (а это, без сомнения, предпочтительно) и хотят следовать моему примеру, то достаточно того, что я уже сказал в настоящем „Рассуждении"; ибо если они способны пойти дальше меня, то тем более они откроют то, к чему я сам пришел. Поскольку я все исследовал по порядку, то очевидно, что то, что мне еще предстоит открыть, несомненно, само по себе более трудно и сокровенно, чем то, что я встретил до сих пор: им будет менее приятно узнать это от меня, чем самим найти. Кроме того, опыт, который они приобретут, исследуя сначала легкие вопросы и переходя постепенно к более сложным, принесет им более пользы, чем все наставления, которые я мог бы дать. Что касается меня, я убежден, что если бы меня в юности научили всем истинам, доказательства которых я потом искал, если бы я познал их без всякого труда, я, может быть, не узнал бы никаких других, или, по крайней мере, никогда не приобрел бы того опыта и способности, какими я, надеюсь, обладаю теперь, чтобы находить новые по мере того, как я их разыскиваю. Одним словом, если на свете есть какое-либо произведение, которое может быть успешно закончено только тем, кто его начал, то это именно то, над которым я работаю.

Правда, что касается потребных для этого опытов, то они таковы, что один человек не был бы в состоянии их произвести; но, с другой стороны, он не мог бы успешно использовать другие руки, кроме своих, разве только еще руки ремесленников и вообще оплачиваемых людей, которых надежда заработка — весьма действительное средство — побудит в точности делать то, что им предписано. Что касается любителей, которые из любопытства или из желания поучиться могут предложить свои услуги, не говоря уже о том, что они обычно более обещают, чем выполняют, а также делают хорошие предложения, из которых никогда ни одно не удается, они неизбежно потребуют себе платы в виде объяснения некоторых трудностей или, по крайней мере, в виде комплиментов и бесполезных разговоров, что всегда обойдется дороже, как бы мало времени ни было затрачено. Относительно же опытов, произведенных другими, даже если бы последние согласились их сообщить автору (чего, конечно, никогда не сделают те, кто их считает секретами), надлежит сказать, что эти опыты сопровождаются таким количеством условий и не относящихся к делу обстоятельств, что не легко выявить в них истину; кроме того, они оказались бы почти все плохо истолкованными и даже ложными вследствие того, что те, кто их выполнили, старались бы подогнать к своим принципам; а если некоторые из них и пригодились бы, то едва ли они окупят время, потраченное на их отбор. Таким образом, если бы существовал человек, заведомо способный открывать самые важные и самые полезные вещи для общества и если бы другие люди старались ради этого всяческими способами помочь ему в осуществлении его планов, то, по-моему, самое лучшее, что они могли бы сделать для него, это — предоставить ему средства на расходы по опытам, в которых он нуждается, и не позволить никому нарушать его досуг. Но даже, не будучи столь высокого мнения о себе, чтобы обещать что-нибудь необыкновенное, я не обольщаю себя пустой надеждой, что общество должно особенно интересоваться моими планами; я не столь низок душой, чтобы принять от кого бы то ни было милость, которую могут счесть незаслуженной.

Все эти соображения, взятые вместе, были причиной того, что три года тому назад я не захотел опубликовывать уже готовый трактат и даже принял решение в течение моей жизни не выпускать другого, столь же общего, из которого можно было бы узнать основания моей физики. Но потом два новых соображения побудили меня напечатать здесь несколько „Опытов", посвящённых специальным вопросам, и тем самым отчитаться в моих действиях и планах. Первое соображение заключается в том, что если бы я не выполнил этого, то многие, знавшие мое прежнее намерение опубликовать некоторые сочинения, могли бы подумать, что причины моего воздержания менее благоприятны для моего доброго имени, чем это есть на самом деле; хотя я не чрезмерный любитель славы и даже, смею сказать, ненавижу ее, поскольку считаю, что она нарушает покой, который ценю выше всего, однако я никогда не старался скрывать моих действий, словно преступления, и никогда не прибегал к особым предосторожностям, чтобы оставаться неизвестным, как потому, что счел бы это несправедливым по отношению к самому себе, так и потому, что это также причинило бы мне те или иные заботы, нарушающие полное спокойствие ума, которого я ищу; таким образом, оставаясь всегда равнодушным к славе и к неизвестности, я не мог воспрепятствовать приобретению некоторого рода репутации и считал необходимым делать все возможное, чтобы не заслужить дурной. Второе соображение, заставляющее меня написать это сочинение, следующее: с каждым днем все более и более замедляется исполнение моего намерения приобрести знания; это происходит от необходимости проводить большое число опытов, которые без посторонней помощи нельзя было выполнить; я не надеюсь на большое участие общества в моей работе, однако я не хочу погрешить перед самим собою и дать тем, кто переживет меня, повод упрекнуть меня когда-нибудь в том, что, не объяснив им, в чем они могли содействовать моим намерениям, я лишил себя возможности передать им ряд сведений в гораздо лучшем виде.

Тогда я решил, что мне легко выбрать несколько вопросов, которые, не давая повода к большим спорам и не обязывая меня разъяснять мои принципы больше, чем желаю, могут, однако, с достаточной ясностью показать, что я могу и чего не могу достигнуть в науках. Не знаю, удалось ли это мне, и не хочу предварять суждения других, говоря сам о своих сочинениях; но я буду очень рад, если их станут проверять, а для того, чтобы дать к этому больше поводов, я усерднейше прошу всех, кто имеет какие-либо возражения, потрудиться прислать их моему издателю; уведомленный им, я постараюсь дать немедленно ответ. Таким образом, читатели, имея одновременно возражение и ответ, будут легче судить, кто прав. При этом обещаю не давать длинных ответов, но только либо откровенно признаться в своих ошибках, если замечу их, либо, если не смогу их заметить, высказать просто то, что считаю необходимым в защиту написанного мною, не пускаясь в изъяснение каких-либо новых вопросов, чтобы не продолжать спора без конца.

Если же некоторые из положений, излагаемых мною в начале „Диоптрики“ и „Метеоров“, возбудили сначала некоторое недоумение по той причине, что я называю их предположениями и как будто не собираюсь их обосновывать, то прошу иметь терпение прочесть все со вниманием; я надеюсь, что всех удовлетворю, так как доводы даны в такой последовательности, что последние доказываются первыми, которые являются их причинами, а эти в свою очередь доказываются последними, которые представляют собой их следствия. И не следует думать, что я совершаю ошибку, называемую логиками порочным кругом, так как опыт с полной достоверностью подтверждает большинство указываемых следствий; причины, из коих они выводятся, служат не столько для их доказательства, сколько для объяснения, и наоборот, сами доказываются следствиями. Я назвал их предположениями лишь потому, что я считаю возможным вывести их из первых истин, объясненных мной выше; но не хочу этого делать нарочно. Умам, воображающим, что они в один день с двух-трех слов могут узнать все то, что другой обдумывал двадцать лет, и тем более способным впадать в заблуждение и удаляться от истины, чем они проницательнее и живее, хотелось мне помешать использовать случай для возведения на том, что они примут за мои начала, какую-нибудь сумасбродную философию, ошибочность которой будет приписана мне. Что же касается воззрений, принадлежащих целиком мне, я не считаю, что новизна является для них извинением, тем более, что при тщательном рассмотрении их оснований они окажутся, по моему убеждению, настолько простыми и согласными со здравым смыслом, что они покажутся менее необычными и странными, чем всякие другие, какие можно иметь о тех же предметах. Я не хвастаюсь тем, что я их первый открыл, но ставлю себе в заслугу, что принял их не потому, что они были прежде высказаны другими, и не потому, что они никем никогда не были высказаны, но единственно потому, что меня убедил разум.

Хотя бы мастера и не умели сразу применить изобретение, изложенное мною в „Диоптрике“, я не думаю, чтобы из этого следовало, что оно плохое; требуется много искусства и опыта, чтобы построить и наладить описываемые мной машины так, чтобы не опустить ничего существенного; я был бы не менее удивлен, если бы это удалось им сразу, как если бы удалось кому-нибудь в один день выучиться отлично играть на лютне только потому, что у него была хорошая нотная таблица.

Если я пишу по-французски, на языке моей страны, а не по-латыни, на языке моих наставников, то это объясняется надеждой, что те, кто пользуется только естественным своим разумом в его полной чистоте, будут судить о моих мнениях лучше, чем те, кто верит только древним книгам; что касается людей, соединяющих здравый смысл с ученостью, каковых я единственно и желаю иметь своими судьями, то, я уверен, они не будут столь пристрастны к латыни, чтобы отказаться прочесть мои доводы только по той причине, что я изложил их на общенародном языке.

Впрочем, я не хочу здесь говорить более подробно об успехах, какие надеюсь сделать в будущем в науках; не желаю связывать себя перед обществом обещаниями, в исполнении которых я не уверен; я скажу только, что я решился употребить то время, какое остается мне жить, только на то, чтобы постараться приобрести некоторое познание природы, такое, чтобы из него можно было выводить более надежные правила медицины, чем мы имеем до сих пор. Мои наклонности удаляют меня от других намерений, особенно тех, в которых польза для одного непременно сочетается с вредом для другого; поэтому если бы обстоятельства меня принудили заниматься ими, то едва ли смог бы ожидать успеха. Заявляю здесь об этом, хотя знаю, что это заявление не придаст мне особого значения в свете, но я и не добиваюсь этого. Я всегда буду считать себя облагодетельствованным более теми, по милости которых я беспрепятственно смогу пользоваться своим досугом, нежели теми, кто предложил бы мне самые почетные должности на земле.

ДИОПТРИКА

Глава I

О СВЕТЕ

Поведение человека в жизни зависит от чувств, среди которых чувство зрения — наиболее разностороннее и благородное; несомненно, что изобретения, служащие для его усиления, являются самыми полезными из всех остальных. Трудно найти другое изобретение, в большей степени усиливающее его, чем те чудесные зрительные трубы [1], которые, хотя и находятся в употреблении с недавнего времени, уже позволили открыть новые светила на небе и новые предметы на земле в гораздо большем числе, чем это было возможно до сих пор. Отодвигая границы зрения намного дальше, чем позволяло воображение наших предков, они как бы проложили нам путь к гораздо более глубокому и совершенному, чем прежде, знанию природы. Но к стыду нашей науки, это открытие, столь полезное и удивительное, следует приписать случаю и удаче. Приблизительно тридцать лет тому назад некий Яков Меций из голландского города Алкмар, не имевший никакого образования, хотя его отец и брат были математиками по профессии, находил особое удовольствие в изготовлении зеркал и линз, составляемых им зимой даже изо льда, возможность чего подтверждена опытом. Обладая несколькими линзами различной формы, он случайно пришел к мысли посмотреть через две линзы, одна из которых была несколько толще в середине, чем по краям, а другая, наоборот, была значительно толще по краям, чем в середине; он их так удачно пристроил к концам трубы, что, в сущности, создал первую зрительную трубу. Все прочие, появившиеся с тех пор, были изготовлены исключительно согласно этому образцу, причем, насколько мне известно, никто не определил точной фигуры, которую должны иметь эти линзы.

Действительно, хотя впоследствии многие блестящие умы занимались этим вопросом и открыли ряд положений в оптике, имеющих бо̀льшее значение, чем те, которые оставили нам предки, тем не менее, ввиду того, что сложные открытия не сразу доходят до последней степени совершенства, осталось еще немало трудностей, дающих мне повод писать об этом. И поскольку изготовление приборов, о которых я буду говорить, зависит от искусства мастеров, обычно не имеющих образования, я постараюсь быть понятным всем, ничего не пропускать и не предполагать, что какие-либо факты уже известны из изучения других наук. Поэтому я начну с объяснения того, что такое свет и его лучи; далее, после краткого описания частей глаза, я особо остановлюсь на вопросе о том, каким образом осуществляется зрение, и затем, отметив все обстоятельства, способствующие его дальнейшему совершенствованию, научу, как сделать их более благоприятными с помощью тех изобретений, которые будут описаны.

Но поскольку мне придется говорить о свете лишь для того, чтобы объяснить, как его лучи входят в глаз и как они отклоняются различными телами, встречающимися на пути, то мне нет надобности вскрывать его истинную природу; я полагаю, что достаточно будет воспользоваться двумя или тремя сравнениями, позволяющими представить его в наиболее доступном пониманию виде, чтобы объяснить обнаруживаемые из опыта свойства света и в дальнейшем выявить все остальные, которые довольно трудно заметить. В этом я подражаю астрономам, которые, хотя их гипотезы почти всегда ошибочны или недостоверны, делают весьма правильные заключения, опирающиеся на различные выполненные ими наблюдения [2].

Вероятно, вам не раз приходилось, идя ночью без факела по трудным местам, пользоваться палкой, чтобы найти дорогу; вы могли заметить, что посредством этой палки можно ощущать разные предметы, попадавшиеся вам, и отличать, были ли это деревья или камни, песок или вода, трава или грязь, либо что-нибудь другое в этом роде. Конечно, подобное чувство несколько неясно и туманно у людей, мало испытывавших его; но проследите его у тех, кто родился слепым и всю жизнь им пользовался, и вы найдете его таким совершенным и точным, что, пожалуй, они как бы видят руками, и их палка представляет собой какое-то шестое чувство, данное им вместо зрения. Делая из сказанного сравнение, я желаю внушить вам, что свет в телах, называемых светящимися, является не чем иным, как некоторым действием или весьма внезапным и быстрым движением, направляющимся к нашим глазам через воздух и другие прозрачные тела тем же способом, каким перемещение или сопротивление препятствий, встречаемых слепым, проходит к его руке через палку. Вам не должно казаться странным, что лучи света могут мгновенно распространиться от солнца до нас [3], ибо известно, что действие, приводящее в движение один конец палки, в одно мгновение доходит до другого и что оно должно таким же образом распространяться даже в том случае, если бы расстояние было больше, чем то, которое отделяет землю от небес. Вы не найдете также странным, что посредством этого действия мы могли бы видеть всякого рода цвета и что последние в телах, называемых цветными, являются не чем иным, как разными способами, с помощью которых эти тела воспринимают свет и отражают его к нашим глазам: если вы считаете, что разница, усматриваемая слепым между деревьями, камнями, водой и другими подобными предметами с помощью своей палки, не кажется ему меньшей, чем та, которая существует между красным, желтым, зеленым и любым другим цветом, то все-таки несходство между телами является не чем иным, как разными способами двигать палку или сопротивляться ее движениям [4].

Отсюда можно сделать следующий вывод: нет необходимости предполагать, что нечто материальное должно проходить от предметов до наших глаз для того, чтобы мы могли видеть цвета и свет [5], и что в самих предметах есть что-либо похожее на представления и ощущения, которые они у нас вызывают, аналогично тому, как из предметов, ощупываемых слепым, ничто не выделяется, что должно было бы проходить вдоль палки до его руки; так и сопротивление или движение предметов является единственной причиной ощущений, которые он испытывает, и это не имеет ничего общего с представлениями, получаемыми им; следовательно, ваш рассудок будет свободен от маленьких изображений, распространяющихся в воздухе и называемых *„познавательными образами“* [6], которые так много досаждают воображению философов. Можно даже легко решить интересующий вас вопрос о месте, откуда исходит действие, вызывающее ощущение зрения. Подобно тому, как слепой воспринимает тела, располагающиеся вокруг него, не только благодаря противодействию, оказываемому этими телами, когда они движутся навстречу его палке, но и при помощи своей руки, когда они ей сопротивляются, таким же образом следует признать, что видимые предметы ощущаются как посредством воздействия, находящегося в них и стремящегося к глазам, так и того воздействия, которое, находясь в глазах, стремится к ним. Однако, так как это действие есть не что иное, как свет, то надо заметить, что оно может находиться в глазах лишь тех, кто может видеть в потемках, как кошки [7], а что касается обычных людей, то они видят исключительно благодаря воздействию, исходящему из предметов, ибо, как показывает опыт, сами предметы (а не наши глаза, которые их рассматривают), чтобы быть видимыми, должны быть либо освещенными, либо самосветящимися. Но так как имеется большая разница между палкой слепого и воздухом или другими прозрачными телами, через которые мы видим, то я должен привести другое сравнение.

Рассмотрим (в период сбора винограда) наполовину наполненный раздавленным виноградом чан; в дне последнего проделаны одно или два отверстия A и B (рис. 1), через которые может вытекать виноградный сок, содержащийся в чане. Поскольку нет пустоты в природе, как это признают почти все философы, и поскольку во всех телах, замечаемых нами всюду, имеются поры, что достаточно ясно доказывается опытом, постольку необходимо, чтобы эти поры были заполнены материей, весьма разреженной и текучей, которая непрерывно распространяется от небесных светил до нас. Если разреженную материю сравнить с виноградным соком, наполняющим чан, а менее жидкие или более грубые части воздуха и других прозрачных тел сравнить с гроздьями винограда, расположенными между ними, то можно легко понять, что поскольку часть вина, находящаяся, например, около точки C, стремится спуститься по прямой линии через отверстие A, как только последнее открывается, и одновременно через отверстие B, постольку другая часть, которая помещается около D и E, стремится в то же самое время спуститься через эти два отверстия, не мешая друг другу и не встречая сопротивления со стороны гроздей, имеющихся в чане, несмотря на то, что эти грозди, поддерживающие друг друга, совершенно не стремятся спуститься через A и B вместе с соком, вопреки тому, что они могут быть передвинуты разными способами давильщиками винограда.

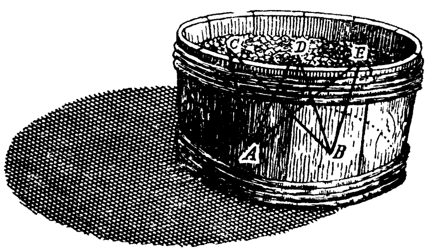


Рис. 1.

Таким образом, все части разреженной материи, которые освещены стороной солнца, обращенной к ним, стремятся по прямой линии к нашим глазам в то мгновение, когда они открыты, не мешая друг другу и не удерживаясь даже грубыми частицами прозрачных тел, расположенными между солнцем и глазами, либо потому, что эти тела перемещаются различными способами, как воздух, почти всегда пребывающий в состоянии движения, либо потому, что они находятся в состоянии покоя, как может находиться стекло или хрусталь. Обратите внимание на то, что следует отличать движение или действие от стремления к движению [8], ибо можно вполне представить себе, что части вина, которые располагаются около C, одновременно стремятся к B и A, вопреки тому, что они не могут в одно и то же время двигаться по этим двум направлениям, и что они стремятся точно по прямой линии к B и A, несмотря на то, что они не могут перемещаться столь точно к A по прямой линии из-за гроздей, находящихся между ними. Следовательно, ввиду того, что это не столько движение, сколько действие светящихся точек, которое надлежит воспринимать как свет, излучаемый ими, вы должны притти к выводу, что лучи света суть не что иное, как линии, вдоль которых стремится это действие. Таким образом, существует бесконечное число лучей, идущих от всех точек светящихся тел ко всем точкам, освещаемым ими, точно так же, как имеется беспредельное количество прямых линий, вдоль которых действие, распространяющееся от поверхности вина CDE, стремится к A; существует безмерное множество и других линий, вдоль которых действие, идущее от тех же точек, стремится к B, причем эти действия, или стремления, не мешают друг другу.

Кстати, эти лучи, когда они проходят только через одно прозрачное однородное тело, должны представляться в виде прямых линий; однако, если лучи наталкиваются на другие тела, они отклоняются или задерживаются таким же образом, как видоизменяется движение мяча либо камня, брошенных в воздух, из-за препятствий, встречаемых ими; поэтому легко поверить, что действие или стремление к движению, о которых я сказал, что их следует принимать за свет, должны следовать тем же законам, что и движение. Чтобы полностью объяснить это третье сравнение, необходимо обратить внимание на то, что тела, встречаемые мячом, пролетающим в воздухе, бывают мягкими, твердыми или жидкими; если тела мягкие, они останавливают и совершенно затормаживают движение мяча, например, когда он ударяется о материю, песок, грязь; если тела твердые, они сразу отбрасывают его в другую сторону, причем несколькими разными способами, что зависит от их поверхности: последняя бывает либо ровной и гладкой, либо шероховатой и неровной; с другой стороны, будучи гладкой, она может оказаться или плоской, или кривой; если она шероховатая, то ее неровность может заключаться в том, что либо она состоит из нескольких частей различной кривизны, каждая из которых достаточно гладкая, либо из ряда углов или острых выступов, либо из частей неодинаковой твердости, находящихся в движении; словом, мяч отбрасывается тысячью всевозможных способов. Надо заметить, что мяч, кроме своего движения, простого и обычного, переносящего его из одного места в другое, может иметь еще второе движение, которое заставляет его вращаться вокруг собственного центра, и что скорость этого вращения может иметь разные величины по отношению к первому движению. Когда несколько мячей, летящих в одном направлении, встречают тело, имеющее ровную и гладкую поверхность, они отклоняются от него одинаково; следовательно, если вся поверхность плоская, то мячи после удара сохраняют между собой то же расстояние, что и до удара; если ее кривизна направлена внутрь или наружу, они приближаются или удаляются в определенном порядке по отношению друг к другу, в большей или меньшей зависимости от этой кривизны. Как видите, здесь мячи A, B, C (рис. 2) при столкновении с поверхностью тел D, E, F отклоняются к точкам G, H, I. Если мячи встречают неровную поверхность, например L или M, они отскакивают в разные стороны, причем каждый в зависимости от того участка поверхности, от которого он отбрасывается; в случае, когда неровность ее состоит лишь в том, что ее участки имеют разную кривизну, мячи не меняют ничего другого в своем движении, кроме направления. Однако неровность поверхности бывает и другого рода: в этом случае она приводит к тому, что мячи, имевшие ранее простое прямолинейное движение, теряют часть его и приобретают вместо него вращательное, которое сравнительно с прямолинейным имеет разные значения и находится в зависимости от расположения встречаемых ими тел; те, кто играет в лапту, ощущают моменты, когда их мяч

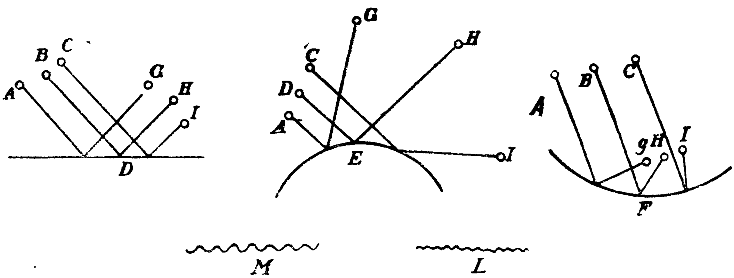


Рис. 2.

ударяется о неправильно вставленный кафель или когда они его касаются, наклоняя лапту (это называется, насколько я знаю, „среза́ть“ или „закручивать“). Наконец, заметьте, если мяч во время движения встречает под косым углом поверхность жидкого тела, через которое он может пройти более или менее легко по сравнению со средой, откуда мяч выходит, он отклоняется и меняет свое направление при проникновении: например, коль скоро мяч, находящийся в воздухе, в точке A (рис. 3), толкают к B, он движется прямолинейно от A до B, если только его вес или какая-либо другая особая причина не помешают этому; но находясь в точке B, где мяч встречает поверхность воды BE, он отклоняется и направляется к I, идя опять прямолинейно от B к I, что легко проверить опытом. Однако следует предположить существование тел, которые при встрече со световыми лучами останавливают последние и отнимают у них всю силу: их называют черными, они имеют цвет темноты. Помимо того, существуют другие тела, которые отражают лучи в том же порядке, в каком и получают: у них поверхность совершенно гладкая, они могут служить зеркалами, как плоскими, так и кривыми; и, наконец, есть тела, отражающие лучи диффузно, в разные стороны. Среди последних одни заставляют лучи отражаться, не меняя ничего в их действии (их называют белыми), другие же вызывают при этом изменение, подобное тому, какое получает движение мяча, когда его „закручивают“: такие тела бывают красными, желтыми, синими или любого другого цвета; я думаю, что можно определить и показать опытным путем, в чем заключается природа каждого из этих цветов, но это переходит границы моей темы.

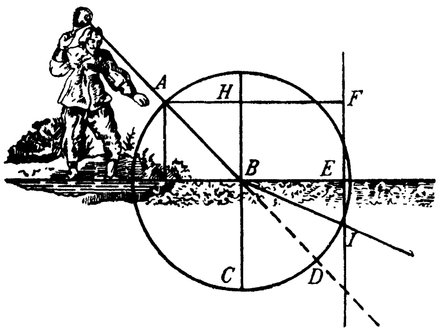


Рис. 3.

Здесь же достаточно будет предупредить, что лучи, падающие на цветные и неполированные тела, отражаются обычно во все стороны, даже если они устремляются в одном направлении. Лучи, падающие на поверхность белого тела AB (рис. 4), исходящие только из источника C, отражаются во всех без исключения направлениях; поэтому в каком бы месте ни расположить глаз (например в точке D), всегда окажется несколько лучей, идущих из каждого участка поверхности AB, которые стремятся к нему. Если предположить, что это тело очень пористо, как бумага или материя, так что свет проходит насквозь и он виден, даже если глаз находится по другую сторону от источника света (например в точке E), то тем не менее в нем всегда отразятся несколько лучей, исходящих из каждой части этого тела.

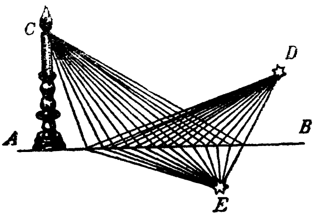


Рис. 4.

Наконец, заметим, что лучи отклоняются так же, как мяч, когда они встречают под косым углом поверхность прозрачного тела, в которую они проникают более или менее легко по сравнению с той средой, откуда они исходят; этот род отклонения называется рефракцией.

Глава II

О РЕФРАКЦИИ

Так как в дальнейшем нам понадобится точно знать величину рефракции и поскольку она может быть довольно удобно представлена путем того сравнения, которым я только что воспользовался, постольку полагаю своевременным сразу ее определить; чтобы сделать понимание более легким, сначала я скажу об отражении.

Предположим, что мяч, брошенный из точки A (рис. 5) в точку B, встречает поверхность земли CBE, которая, препятствуя проникновению мяча, заставляет его отклоняться; рассмотрим, в какую сторону? Чтобы не усложнять изучаемого вопроса новыми затруднениями, предположим, что земля совершенно плоска и тверда и что скорость мяча постоянна как при падении, так и при взлете; при этом мы совсем не будем рассматривать ни причины, заставляющей продолжать его двигаться после того, как его больше не касается ракетка, ни следствия его веса, величины или формы, ибо здесь не преследуется цель детально разбирать данный случай, тем более что ни один из названных факторов не имеет значения при воздействии на свет, к которому должно было бы относиться все сказанное выше. Однако следует заметить, что сила, какого бы происхождения она ни была, побуждающая продолжать двигаться мяч, отличается от той, которая направляет его предпочтительно в одну сторону, а не в другую. Нетрудно понять, что причиной этого является сила, толкнувшая мяч посредством ракетки, от которой зависит его движение, и что указанная сила могла его направить по любой другой линии так же легко, как и в сторону к B; именно положение ракетки вынуждает мяч стремиться к точке B, причем оно могло бы

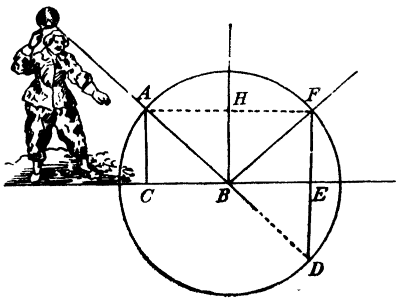


Рис. 5.

заставить мяч лететь таким же образом, даже если бы другая сила толкала его; это указывает на полную возможность отвести мяч при столкновении с землей; таким образом, его направление на точку B может быть изменено, даже если не произошло никаких изменений в силе его движения; поскольку эти две причины совершенно различны, постольку нет необходимости считать, что мяч должен задержаться на некоторое мгновение в точке B, прежде чем вернуться к точке F, как это делают некоторые наши философы: ибо если бы его движение было хоть однажды прервано этой остановкой, не нашлось бы никакой причины, которая заставила бы его возобновить полет. Кроме того, надо заметить, что стремление к движению по некоторому направлению, подобно самому движению и, вообще говоря, любой другой величине, может быть разбито на все составляющие, какие только можно вообразить; нетрудно представить себе, что скорость мяча, летящего из A в B (рис. 6), делится на две составляющие, одна из которых заставляет его спуститься с линии AF к линии CE, а другая одновременно вынуждает мяч переместиться от левой стороны AC к правой FE таким образом, что оба они, соединенные вместе, направляют его в B по прямой линии AB. Далее, легко понять, что встреча мяча с поверхностью земли может изменить

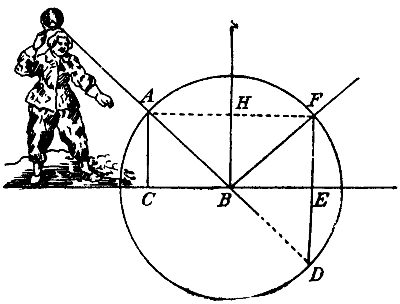


Рис. 6.

лишь одну из этих скоростей, но никак не другую; так как встреча должна помешать скорости, заставляющей мяч спускаться с AF к CE вследствие того, что земля занимает все пространство, находящееся под CE, то как же она могла бы препятствовать другой скорости, побуждающей его перемещаться к правой руке, ввиду того, что она никоим образом не противостоит в этом направлении? Чтобы точно определить, по какому направлению должен вернуться мяч, опишем из центра B круг, проходящий через точку A; в течение времени, понадобившегося ему, чтобы пройти из A в B, он непременно возвратится из B к какой-нибудь точке окружности, так как все точки, отстоящие на таком же расстоянии от точки B, что и точка A, находятся на этой окружности; при этом мы предполагаем, что движение мяча всегда производится с одинаковой скоростью. Далее, чтобы безошибочно выяснить, к какой же из всех точек окружности он должен вернуться, проведем три прямые AC, HB, FE, перпендикулярные CE, причем таким образом, чтобы между AC и HB было расстояние не меньшее и не большее, чем между HB и FE; за промежуток времени, понадобившийся мячу, чтобы продвинуться к правой стороне из A (одной из точек AC) до B (одной из точек HB), он должен переместиться от линии HB до какой-либо точки линии FE; вследствие того, что все точки линии FE удалены от HB как в том направлении, так и в другом, и настолько же, насколько точки линии AC, он имеет такое же стремление направиться в указанную сторону, как и раньше. Однако мяч не может одновременно достичь какой-нибудь точки линии FE и окружности AFD, кроме точек D или F, ибо только в этих двух точках они пересекают друг друга; поэтому, поскольку земля мешает ему пройти через D, постольку надо заключить, что он обязательно должен двигаться к F. Следовательно, вам нетрудно видеть, как совершается отражение: оно происходит согласно углу, всегда равному тому, который принято называть углом падения; если луч, исходя из точки A, падает в точку B на поверхность плоского зеркала CBE, он отражается к F таким образом, что угол отражения FBE будет не более и не менее, чем угол падения ABC.

Рассмотрим теперь рефракцию; прежде всего предположим, что мяч, выброшенный из A (рис. 7) по направлению к B, встречает в точке B не поверхность земли, а кусок материи CBE, которая настолько слаба и редка, что он может прорвать ее и пройти насквозь, теряя только часть своей скорости, например половину. Если это так, то для того чтобы знать, каким путем мяч должен следовать, примем опять во внимание, что его движение совершенно отличается от стремления к движению скорее в одну сторону, чем в другую, откуда вытекает, что их значение должно рассматриваться отдельно; учтем также, что из двух составляющих этого стремления лишь та из них, которая вынуждает мяч спуститься сверху вниз, может быть сколько-нибудь изменена при встрече с материей; что касается составляющей, которая направляет его к правой руке, то она должна остаться такой же, какой была, ибо кусок материи *CBE* нисколько не оказывает сопротивления в этом направлении. Далее, описав из центра *B* окружность *AFD* и начертив под прямыми углами к *CBE* три прямых линии *AC*, *HB*, *FE* таким образом, чтобы расстояние между *FE*

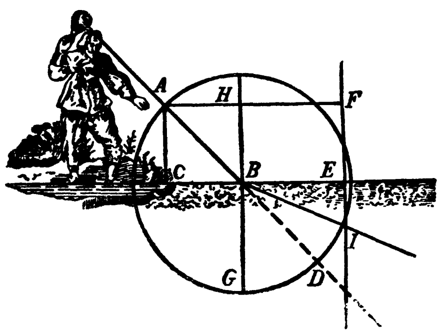


Рис. 7.

и *HB* было в два раза больше, чем между *HB* и *AC*, мы увидим, что мяч должен стремиться к точке *I*; поскольку мяч, проходя через кусок материи *CBE*, теряет половину своей скорости, постольку он должен употребить, чтобы спуститься вниз от точки *B* до какой-нибудь точки окружности *AFD*, в два раза больше времени, чем то, которое ему понадобилось для прохождения от *A* до *B*; так как мяч ничего не теряет из своего стремления продвигаться к правой стороне, то за удвоенное время [по сравнению с тем, которое ему потребовалось, чтобы переместиться от линии *AC* до линии *HB*] он должен проделать в эту сторону путь в два раза больший и, следовательно, достичь некоторой точки прямой FE в то же самое мгновение, когда он приближается к какой-либо точке окружности AFD; это возможно только при условии, если мяч направляется к точке I, ибо она является единственной над куском полотна CBE, где окружность AFD и прямая линия FE пересекаются.

Предположим теперь, что мяч, движущийся от A к D (рис. 8), встречает в точке B не кусок полотна, а воду, поверхность которой BE отнимает у него как раз половину скорости, как в случае с куском полотна; я утверждаю, что этот мяч

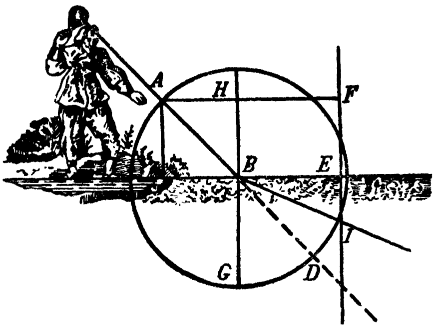


Рис. 8.

неизбежно направится из точки B по прямой линии не к D, а к I, потому что поверхность воды должна его отклонить туда точно так же, как полотно, ибо она отнимает у него столько же силы и оказывает ему сопротивление в том же направлении. Далее, остальная часть воды, заполняющая все пространство от B до I, сопротивляется то больше, то меньше по сравнению с воздухом, наличие которого мы ранее предполагали; однако это не означает, что вода должна в большей или меньшей степени отвести мяч, ибо она легко раздается, открывая ему путь как в одну сторону, так и в другую, по крайней мере, если, как и ранее, исходить из предположения, что ни тяжесть или легкость мяча, ни его величина или форма, ни какая-нибудь иная причина не меняют его направления; можно тут же заметить, что чем более косо падает мяч на поверхность воды или полотна, тем больше он отклоняется ею; следовательно, мяч, опускаясь на нее под прямым углом, как в том случае, когда его бросают из *H* (рис. 9) в *B*, должен пройти насквозь по прямой линии к точке *G*, совершенно не отклоняясь в сторону; однако мяч, выброшенный по направлению, аналогичному *AB*, которое настолько наклонено к поверхности воды или полотна *CBE*, что линия *FE*, проведенная так, как указывалось раньше, не пересекает

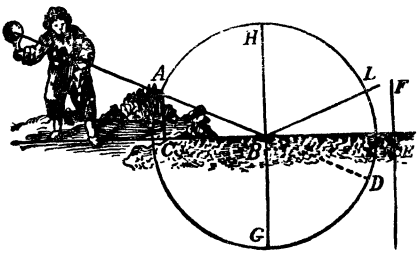


Рис. 9.

окружности *AD*, никоим образом не должен проникать в нее, но выталкивается поверхностью *B* по направлению к воздуху *L* точно так же, как при встрече с землею. Это было неоднократно установлено на горьком опыте, когда, стреляя для развлечения из артиллерийских орудий в дно реки, ранили тех, кто стоял на берегу реки.

Теперь сделаем еще одно предположение: пусть мяч, брошенный из *A* в *B*, отбрасывается снова, находясь в точке *B*, ракеткой *CBE*, увеличивающей силу его движения, например на одну треть, таким образом, чтобы он мог потом совершить за двойной промежуток времени такой же путь, какой он проделывал за тройной; подобное действие следует рассматривать так, как если бы мяч встречал в точке *B* тело такого характера, что он мог бы пройти через его поверхность *CBE* на одну треть легче, чем через воздух. Из приведенного доказательства с очевидностью вытекает, что если описать окружность AD (рис. 10), как было сделано ранее, и провести линии AC, HB и FE таким образом, чтобы между FE и HB было бы расстояние на $^1/_3$ меньшее, чем между HB и AC, то точка I, где прямая линия FE и окружность AD пересекаются, укажет место, к которому мяч, находясь в точке B, должен отклониться.

Однако данный вывод можно истолковать в обратном смысле и сказать, что поскольку мяч, идущий по прямой линии из A в B, отклоняется в точке B и отсюда направляется к точке I, постольку это значит, что сила, или легкость, с какой он входит в тело $CBEI$, относится к той, с которой он выходит из тела $ACBE$, как расстояние, отделяющее AC и HB, относится к расстоянию, отделяющему HB и FI, т. е. как отрезок CB к отрезку CE.

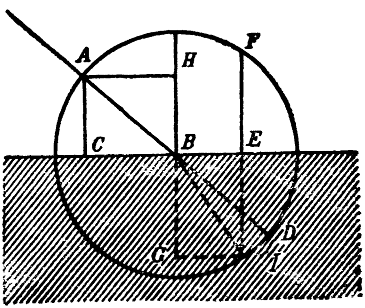


Рис. 10.

Наконец, поскольку действие лучей света следует в этом отношении тем же законам, что и движение мяча, когда лучи света проходят наклонно из одного прозрачного тела в другое, которое пропускает их с большей или меньшей легкостью, чем первое, постольку они отражаются таким образом, что всегда оказываются менее наклонными к поверхности прозрачных тел со стороны, где находится тело, пропускающее их с большей легкостью; и эти наклоны находятся по отношению друг к другу в таком соотношении, в каком одно тело пропускает лучи легче, чем другое. Однако нужно обратить внимание на то, что наклон лучей должен измеряться длиной отрезков прямых линий, таких, как CB или AH, EB или IG и им подобных, путем сравнения одного с другим, а не отношением углов, таких, как ABH и GBI, и еще менее величиной углов, аналогичных DBI, называемых углами преломления, ибо отношение одного из этих углов к другому меняется при различных наклонах лучей, в то время как отношение отрезков AH и IG (рис. 11) и им подобных остается неизменным при всех преломлениях, вызываемых теми же телами. Так, например, если первый луч, проходя по воздуху из A в B и встречая в точке B поверхность стекла CBR, отклоняется в стекле к точке I, второй луч, устремляясь из K в B, отклоняется к L, третий же луч, идя из P в R, отклоняется к S, то между

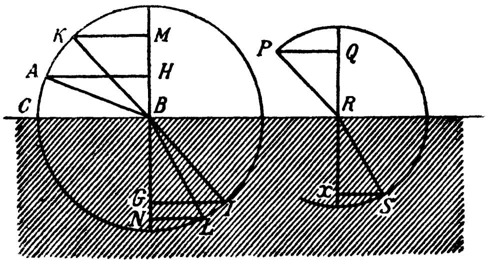


Рис. 11.

отрезками KM и LN должно быть такое же соотношение, какое между AH и IG; однако соотношение, существующее между углами KBM и LBN, не то же самое, что имеется между ABH и IBG [9].

Таким образом, теперь вы видите, как должны измеряться преломления; несмотря на то, что для определения их величины, поскольку они зависят от собственной природы тел, необходимо прибегать к опыту, это возможно сделать с полной определенностью и простотой лишь после того, как они приведены к одному измерению; ибо достаточно их определить только для одного луча, чтобы узнать все преломления, получающиеся на одной и той же поверхности, и можно избежать ошибки, если их рассматривать для нескольких других лучей. Чтобы выяснить значения преломлений, происходящих на поверхности CBR, разделяющей воздух AK от стекла LI (рис. 12), достаточно рассмотреть преломление луча ABI и найти отношение между отрезками AH и IG. Далее, если мы опасаемся, что могли ошибиться в опыте, нам следует повторить его с несколькими лучами, такими, как KBL; находя такое же соотношение между KM и LN, какое между

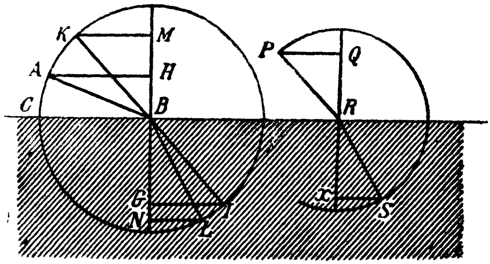


Рис. 12.

AH и IG, мы не будем иметь никакого основания сомневаться в истинности результатов [10].

Но, может быть, вы удивитесь, производя опыты, что лучи света, достигнув поверхностей, где совершается их преломление, больше наклоняются в воздухе, нежели в воде, и еще сильнее в воде, чем в стекле, в противоположность тому, что происходит с мячом, который больше наклоняется в воде, чем в воздухе, и совсем не может проникнуть в стекло; например мяч, выброшенный из A в B (рис. 13), встречая

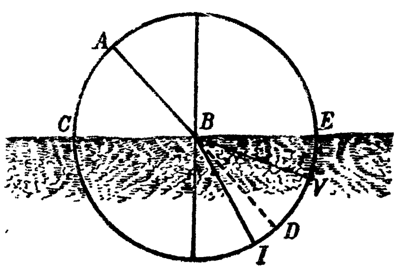


Рис. 13.

в точке *B* поверхность воды *CBE*, устремится из *B* к *V*; луч, наоборот, пойдет из *B* к *I*. Вы это не найдете странным, если, во-первых, вспомните о природе, какую я приписал свету, когда сказал, что свет есть не что иное, как некоторое движение, или воздействие, полученное в весьма разреженной материи, заполняющей поры других тел, и, во-вторых, сообразите, что мяч в своем движении теряет больше, когда он ударяется о мягкое тело, нежели о твердое, и что он катится менее легко по ковру, чем по непокрытому столу; таким образом, действие разреженной материи может

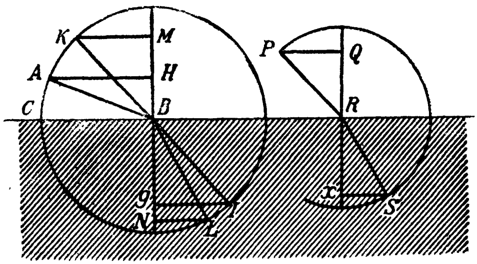


Рис. 14.

значительно сильнее ослабляться частицами воздуха, которые, будучи мягкими и слабо сцепленными, мало ему сопротивляются, нежели частицами воды, которые больше ему сопротивляются, и еще сильнее частицами воды, чем частицами стекла или хрусталя: следовательно, чем тверже частицы прозрачного тела, тем легче они пропускают свет, ибо свет не должен выталкивать никаких частиц со своих мест, аналогично тому, как мяч выталкивает частицы воды, чтобы пробить себе путь через них [11].

Впрочем, зная причину преломления, возникающего в воде, стекле и вообще в прозрачных телах, расположенных вокруг нас, можно заметить, что все преломления, которые совершаются в момент, когда лучи выходят из этих тел и когда они туда входят, должны быть одинаковы: если луч, устремляющийся из точки *A* (рис. 14) к *B*, отклоняется от *B* к *I*, когда он из воздуха проходит в стекло, то луч, возвращающийся из *I* в *B*, должен также отклониться от *B* к *A*. Однако возможно существование иных тел, особенно в небе, где преломления, которые возникают от других причин, не подчиняются закону обратимости[12]. Могут наблюдаться и такие случаи, когда лучи преломляются, хотя они проходят только через одно прозрачное тело; таким же образом часто изменяется движение мяча, поскольку он отклоняется, с одной стороны, под влиянием своего веса, а с другой, под дей-

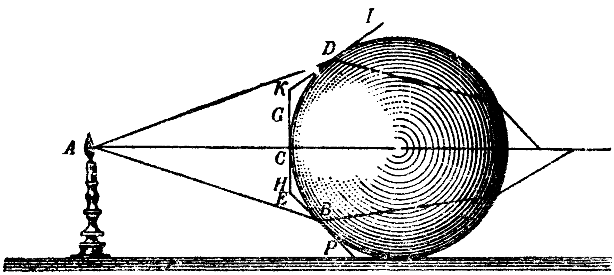


Рис. 15.

ствием толчка или по разным другим причинам; наконец, я осмеливаюсь сказать следующее: все три сравнения, коими я совсем недавно воспользовался, настолько адэкватны, что все особенности, которые могут быть в них отмечены, соответствуют некоторым характерным свойствам света; но я старался объяснить только те из них, которые наиболее важны для моей темы, и мне хочется обратить ваше внимание лишь на то, что кривые поверхности прозрачных тел отклоняют лучи, проходящие через любую их точку так же, как действовали бы плоские поверхности, касающиеся тел в тех же точках: например, преломление лучей *AB*, *AC*, *AD* (рис. 15), которые, исходя из источника *A*, достигают кривой поверхности хрустального шара *BCD*, происходит так, как если бы *AB* падал на плоскую поверхность *EBP*, *AC* на *GCH* и *AD* на *IDK* и т. д.; отсюда вы видите, что эти лучи могут собираться или рассеиваться по-разному в зависимости от кривизны поверхностей, на которые они падают.

Наконец, настало время, чтобы я принялся за описание структуры глаза с целью объяснить вам, каким образом лучи, проникающие в него, вызывают ощущение зрения.

Глава III

О ГЛАЗЕ

Если бы можно было разрезать глаз пополам так, чтобы а) жидкости, заполняющие его, не вытекли, б) ни одна из его частей не сместилась и в) плоскость сечения точно прошла через середину зрачка, то он казался бы таким, каким изображен на рис. 16. Здесь *ABCB* — оболочка, достаточно толстая и твердая, как бы составляющая круглый сосуд, в котором содержатся все внутренние части; *DEF* — другая оболочка, менее плотная, обволакивающая, как обои стену, первую оболочку; *ZH* — так называемый оптический нерв, состоящий из большого числа тонких волокон, концы которых устилают все пространство *GHI*: переплетаясь с большим числом маленьких вен и артерий, они образуют особого рода тело, в высшей степени нежное и деликатное, являющееся как бы третьей оболочкой, покрывающей все дно второй; *K*, *L*, *M* представляют собой нечто вроде слизи или жидкости, очень прозрачной, заполняющей все пространство, находящееся внутри этих оболочек, каждая из которых

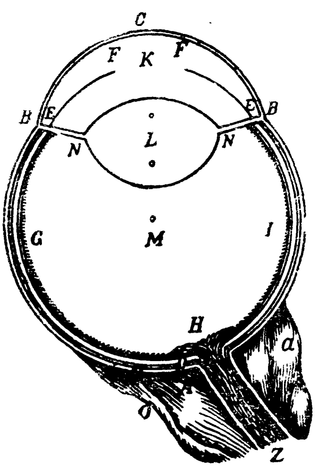


Рис. 16.

имеет вид, изображенный на рисунке. Опыт показывает, что средняя жидкость L, именуемая хрусталиком, вызывает приблизительно то же преломление, что и стекло или хрусталь [13], остальные две — K и M — вызывают несколько меньшее преломление, приблизительно такое, как вода; следовательно, световые лучи свободнее проходят через среднюю жидкость, нежели через крайние, и еще легче через последние две, чем через воздух. В первой оболочке часть BCB прозрачна и несколько больше искривлена, чем остальная — BAB. Во второй — внутренняя поверхность части EF, повернутая к глазному дну, совершенно черная; в середине ее находится маленькое круглое отверстие FF, так называемый зрачок, расположенный в центре глаза, кажущийся довольно черным, когда его наблюдают извне. Это отверстие не сохраняет своих размеров: часть EF оболочки, где это отверстие находится, плавает свободно в очень жидкой среде K; оно кажется маленьким мускулом, могущим сокращаться и расширяться в зависимости от того, какие (ближние или дальние) предметы рассматриваются и какова резкость, с которой они разглядываются [14]; в этом вы можете легко убедиться, следя за глазом ребенка. Если заставить его пристально наблюдать, то нетрудно заметить, что его зрачок становится несколько меньше при рассматривании близкого предмета, нежели далекого (причем последний не должен быть более освещенным); кроме того, если ребенок все время разглядывает один и тот же предмет, его зрачок делается значительно меньше, когда он находится в очень светлой комнате, нежели в затемненной, где закрыто большинство окон; наконец, если ребенок, оставаясь при той же степени освещенности и наблюдая тот же предмет, попытается рассматривать его мельчайшие подробности, его зрачок будет у́же, чем в том случае, когда он обозревает предмет целиком и без внимания [15]. Заметьте, что подобное движение должно быть названо волевым, несмотря на то, что об этом не знают те, кто его делает; оно является зависимым и следует сознательному стремлению наблюдателя, желающего все как можно лучше рассмотреть; движение губ и языка, которые служат для произношения слов, также называется волевым, ибо оно подчиняется осознанным действиям говорящего, несмотря на то, что часто люди не знают, какими должны быть движения для того, чтобы они могли содействовать произношению каждого звука. *EN*, *EN* представляют собой несколько черных волокон, обвивающих вокруг среду, обозначенную буквой *L*; появляясь во второй оболочке в том месте, где кончается третья, они кажутся маленькими сухожилиями, с помощью которых среда *L*, становясь иногда более искривленной, иногда более плоской, в зависимости от того, какие (ближние или дальние) предметы желают рассматривать, отчасти меняет весь вид глазного тела. Это движение можно проследить на опыте; действительно, если перед глазами человека, пристально наблюдающего башню или гору, достаточно удаленные, поставить книгу, он не сможет четко увидеть ни одной буквы до тех пор, пока форма глаза не будет несколько изменена. *OA* представляет собой шесть-семь мускулов, прикрепленных к глазу снаружи, которые могут его двигать во все стороны и, возможно даже, сжимать или растягивать, помогая изменять форму. Я намеренно опускаю много других деталей, отмечаемых в этой теме, которыми анатомы заполняют свои книги, так как изложенного мною, полагаю, вполне достаточно, чтобы объяснить все необходимое для моей цели; остальные подробности, о которых я мог бы дополнительно сообщить, нисколько не окажут содействия пониманию, а лишь отвлекут ваше внимание [16].

Глава IV

О ЧУВСТВАХ ВООБЩЕ

Теперь необходимо рассказать вам о природе чувств вообще, чтобы легче было объяснить чувство времени в частности. Уже достаточно известно, что ощущает душа, а не тело; все знают, что когда она отвлекается, находясь в состоянии экстаза или созерцания, тело лишается чувств несмотря на то, что его касаются многие предметы. Известно также, что душа воспринимает внешние впечатления не столько потому, что она находится в членах, служащих органами внешних чувств, сколько потому, что она находится в мозгу, где и проявляет это свойство, называемое вместилищем чувств [17]; есть раны и болезни, которые, распространяясь лишь на мозг, тормозят вообще все ощущения, хотя остальные части тела не лишены деятельности. Наконец, известно, что с помощью нервов чувства, вызываемые предметами во внешних членах, доходят до души [18], пребывающей в мозгу: бывают различные несчастные случаи, которые повреждают лишь один какой-нибудь нерв, уничтожая ощущение во всех частях тела, где расположены ответвления этого нерва, ничего не изменяя в восприятии других частей тела. Чтобы лучше уяснить, каким образом душа, находясь в мозгу, может посредством нервов получить впечатление от предметов, помещающихся снаружи, надо различать (в нервах) три элемента: во-первых, оболочки, окружающие их, которые, беря свое начало в покровах, облегающих мозг, представляют собой маленькие трубочки, разделенные на несколько ветвей, расходящихся в разные стороны по всем членам так же, как вены и артерии; во-вторых, их внутреннюю субстанцию, распространяющуюся в виде тонких волокон вдоль трубочек, начиная с мозга, откуда они берут свое начало, до оконечностей других членов, к которым она прикрепляется таким образом, что можно предположить в каждой из этих трубочек несколько маленьких волокон, не зависимых друг от друга; в-третьих, животные духи, которые представляют собой нечто вроде газа или очень разреженного воздуха, исходящего из камер или пустот, находящихся в мозгу, и вытекающего через трубочки в мускулы. Анатомы и врачи охотно признают, что три указанных элемента находятся в нервах, но нет уверенности в том, что кто-нибудь установил их назначение; отмечая, что нервы служат для того, чтобы давать членам возможность ощущать, а также двигаться, и что случаются подчас параличи, которые отнимают способность к изменению положения, не лишая при этом чувств, они иногда говорят, что есть два сорта нервов: одни из них предназначены исключительно для ощущений, а другие — только для движений; порой они указывают на то, что способность воспринимать внешние впечатления свойственна оболочкам или перепонкам и что свойство вызывать перемещения присуще внутренней субстанции нервов; все это весьма противоречит опыту и рассудку, ибо кто когда-нибудь нашел нерв, который служил бы для движения и одновременно не порождал бы какого-либо ощущения? И каким образом, если чувство зависит от оболочек, различные ощущения, порождаемые предметами, могли посредством оболочек дойти до мозга? Чтобы избежать несоответствия, надо предположить, что животные духи, текущие по нервам в мускулы и в разной степени вздувающие их поочередно, в зависимости от того, как они распределяются мозгом, вызывают изменение положения всех членов, а что касается тонких волокон, из которых составлена внутренняя субстанция нервов, то они порождают ощущения. Поскольку здесь не нужно говорить о движениях, постольку я желаю лишь объяснить вам, что тонкие волокна, будучи заключены, как я говорил, в трубочки, всегда раздутые животными духами, помещающимися в них, не стеснены, совсем не мешают друг другу и распространяются от мозга до конечностей всех членов, способных к ощущению; таким образом, будет достаточно, если вы коснетесь и приведете в движение ту часть членов, к которой прикреплен один из этих животных духов, подобно тому, как если бы начать тянуть за один конец натянутой бечевы, то мгновенно пришел бы в движение другой; зная, что волокна помещены в трубках, которые, подвергаясь воздействию духов, находятся в несколько вздутом и полуоткрытом состоянии, легко понять, что хотя они гораздо более тонки, чем волокна, выделываемые шелковичными червями, и более слабы, чем нити паутины, тем не менее они могут распространяться от головы до самых далеких членов без всякого риска разорваться, причем различные положения членов не мешают их движениям. Кроме того, не следует полагать, что для восприятия ощущения душа должна созерцать образы, направленные предметами к мозгу, как обычно думают наши философы [19]; по меньшей мере нужно иначе представлять себе природу изображений, чем это делают мыслители, поскольку им важно только их сходство с предметами, которые они воспроизводят; однако философы не в силах показать, как они образованы предметами, получены органами внешних чувств и переданы нервами мозгу; единственная причина этих предположений заключалась в том, что наши представления могут быть легко возбуждены картиной, на которой изображен воспроизводимый предмет: им показалось, что и душа точно так же может быть доведена до восприятия того, что раздражает наши чувства, несколькими маленькими картинками, образующимися в нашей голове; наоборот, мы должны считать, что кроме картинок, много других вещей может возбудить наши представления (мысли), например знаки и слова, совершенно не похожие на те вещи, которые они обозначают. Чтобы не отойти от установленного мнения, мы предпочитаем допустить, что предметы, ощущаемые нами, действительно вызывают свои изображения в нашем мозгу; все же надо заметить, что не существует изображений, полностью похожих на предметы, воспроизводимые ими, иначе не было бы никакого различия между предметом и его изображением: достаточно, чтобы они походили друг на друга лишь в некоторых подробностях. Часто их совершенство обусловливается тем, что они не так похожи, как могли бы быть: например, гравюры, представляющие собой несколько капель чернил, разлитых там и сям по бумаге, дают нам образные представления о лесах, городах, людях и даже сражениях и бурях, хотя из бесконечности разных качеств, которые они воспроизводят в перечисленных предметах, они лишь напоминают их общий вид; к тому же сходство очень несовершенно, так как на абсолютно плоской поверхности гравюры объемные тела и даже, согласно правилам перспективы, окружности представляются посредством овалов удачнее, чем посредством других окружностей, и квадраты изображаются ромбами с бóльшим успехом, чем квадратами; то же самое можно сказать в отношении других фигур; одним словом, во многих случаях, чтобы получить наиболее совершенные изображения и лучше представить предмет, нужно, чтобы изображения не походили на этот предмет.

То же самое должно быть с изображениями, возникающими в нашем мозгу; необходимо заметить, что вопрос заключается только в том, что они могут дать душе возможность ощущать разные качества предметов, которым они соответствуют, а не в том, каким образом они в себе содержат сходство с ними [20]. Когда слепой, о котором мы говорили выше, касается палкой каких-нибудь предметов, очевидно, что эти тела ничего не посылают к нему; однако, передвигая различным образом свою палку в зависимости от разных качеств, присущих предметам, тела приводят в движение нервы его руки и далее те места мозга, откуда идут нервы; это дает возможность душе слепого чувствовать столько же различных качеств в телах, сколько имеется разнообразия в движениях, вызываемых ими в его мозгу.

Глава V

ОБ ИЗОБРАЖЕНИЯХ, КОТОРЫЕ ВОЗНИКАЮТ НА ДНЕ ГЛАЗА

Теперь вы вполне убедились, что для того, чтобы воспринимать ощущения, душа не нуждается в созерцании изображений, подобных предметам; однако указанное обстоятельство не мешает тому, что рассматриваемые нами предметы отпечатывают достаточно совершенные изображения на дне глаза, что было некоторыми весьма остроумно объяснено сравнением с изображениями, появляющимися в камере, когда последняя закрыта, за исключением одного отверстия, впереди которого помещают стекло в виде линзы, причем на некотором расстоянии за ней ставится белое полотно, где свет, исходящий от внешних предметов, создает изображение; они говорят, что камера обозначает глаз, отверстие — зрачок, стекло — хрусталик, или, точнее, все части глаза, вызывающие преломление; белое полотно являет собою внутреннюю оболочку, состоящую из оконечностей оптического нерва [21].

Но вы можете в этом еще лучше убедиться, если, взяв глаз только что умершего человека или, в крайнем случае, быка или другого крупного животного, аккуратно отрежете около дна глаза три оболочки, его обволакивающие, так, чтобы большая часть среды M (рис. 17), находящейся там, осталась бы открытой и целой; затем, прикрыв ее какимнибудь белым телом, настолько тонким, чтобы через него насквозь проходил свет, как, например, куском бумаги или скорлупой яйца RST, вы поставите глаз в отверстие окна, нарочно сделанное для него (как Z), таким образом, чтобы передняя часть BCD была повернута к нескольким предметам, как VXY, освещенным солнцем, а задняя часть с белым телом RST направлена внутрь комнаты P, где вы находитесь и куда не должен проникать никакой свет, кроме попадающего в глаз, о котором вы знаете, что все его части от C до S прозрачны. Когда спустя некоторое время вы посмотрите на белое тело RST, то увидите, может быть не без удивления и удовольствия, картину, которая непосредственно представит в перспективе все наружные предметы около VXY при условии, если вы позаботитесь о том, чтобы глаз сохранял свою естественную форму, соответствующую расстоянию до предметов: ибо если вы будете на него давить сильнее или слабее, чем нужно, картина станет менее резкой; заметим, что следует несколько больше надавливать на него и немного удлинять его фигуру, когда объекты ближе, чем когда они дальше. Но необхо-

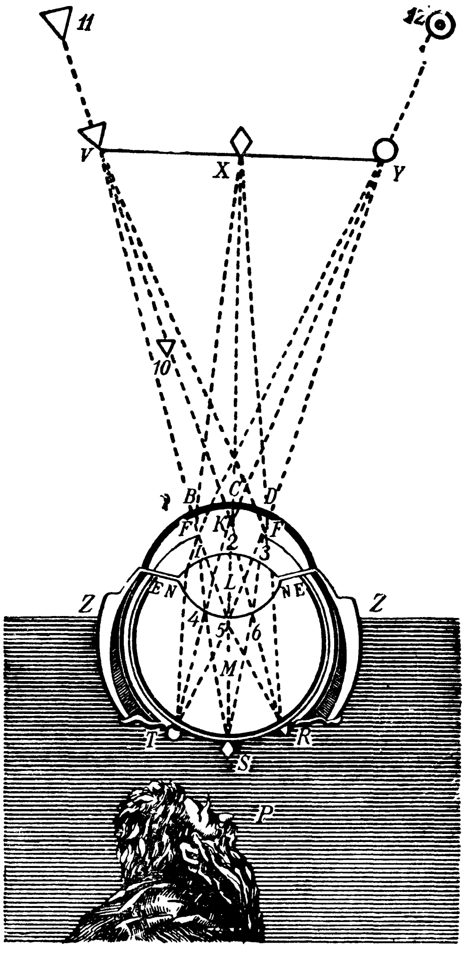


Рис. 17.

димо подробнее объяснить, как образуется эта картина, так как я тем самым смогу сделать понятными некоторые свойства света.

Обратите внимание, во-первых, что из каждой точки предметов *VXY* в глаз проникает столько лучей, достигающих белого тела *RST*, сколько может пропустить отверстие зрачка *FF*; согласно сказанному выше о природе преломления и о трех средах *K*, *L*, *M*, все лучи, идущие из одной и той же точки, искривляются при прохождении через три поверхности *BCD*, *1 2 3* и *4 5 6* таким образом, что они вновь собираются в одну точку; заметим, во-вторых, что картина, о которой идет речь, была бы самой совершенной, если бы фигуры трех поверхностей были такими, что все лучи, исходящие из одной из точек предметов, точно собирались в одной из точек белого тела *RST*; как видите, здесь лучи, идущие из точки *X*, концентрируются в точке *S*, после чего те, которые исходят из точки *V*, также собираются приблизительно в точке *R*; лучи, исходящие из *Y*, сосредоточиваются в точке *T*; наоборот, лучи, проникающие в *S*, идут лишь из точки *X*; те, которые попадают в *R*, направляются из точки *V*; точки *T* достигают лучи, распространяющиеся только из *Y*, и т. д. Если это так и вы помните все сказанное выше о свете и цветах вообще, в частности о белых телах, то вам легко будет понять, что, будучи заперты в комнате *P* и рассматривая белое тело *RST*, вы должны увидеть сходство с предметами *VXY*. Действительно, предположим, что свет — это движение или воздействие, которым солнце или какое-нибудь другое из тел, называемых светящимися, толкает какую-то очень разреженную материю, находящуюся во всех прозрачных телах. Эта материя отбрасывается к *R* предметом *V*, который я полагаю, например, красным. Он обладает свойством придавать маленьким частицам этой разреженной материи, которые были направлены исключительно по прямым линиям светящимися телами, круговое движение около их центров после встречи с ними, причем, поскольку частицы разреженной материи излучаются светящимися телами только по прямым линиям, следует предположить, что результат сложения двух движений, кругового и поступательного, находящихся в определенном соотношении, дает ощущение красного цвета. Несомненно, что действие двух движений, встретивших в точке R (рис. 18) белое тело, т. е. тело, способное отражать действие в любую сторону, не меняя его, должно отсюда отразиться к вашим глазам через поры тела, которое я предположил в этом случае очень тонким и как бы продырявленным насквозь со всех сторон, и таким образом показать точку R красного цвета. Затем предмет X, который я полагаю желтым, также излучает свет по направлению к точке S, а предмет Y, который я представляю себе синим, — к точке T. Из указанных точек свет направляется к вашим глазам; вы должны видеть точку S желтого цвета и точку T синего цвета; таким образом, три точки R, S, T обладают теми же цветами и расположены в том же порядке, что и три точки V, X, Y, и они, очевидно, на них похожи [22].

Совершенство этой картины зависит преимущественно от трех причин и прежде всего от того обстоятельства, что зрачок глаза занимает известную площадь, через которую проходит несколько лучей от каждой точки предмета, в данном случае — $XB14S$, $XC25S$, $YD36S$, и бесконечное число других, устремляющихся из точки X; эти лучи претерпевают в глазу такое преломление, что те из них, которые исходят из различных точек, собираются в такое же количество других точек на белом теле RST; наконец, так как тонкие волокна EN и внутренность оболочки EF являются черными, а камера P полностью закрыта и затемнена, то кроме света, идущего из предмета VXY, другого света, мешающего действию лучей, нет; если бы зрачок был настолько узким, что через него проникал бы лишь один луч от каждой точки предмета к каждой точке тела RST, то у луча не оказалось бы достаточно силы, чтобы отразиться от него в камеру P к нашим глазам. Далее, предположим, что зрачок не совсем узок; тогда, если бы в глазу не совершалось никакого преломления, лучи, исходящие из каждой точки предметов, рассеивались бы по всему пространству RST, так что, например, три точки VXY посылали бы три

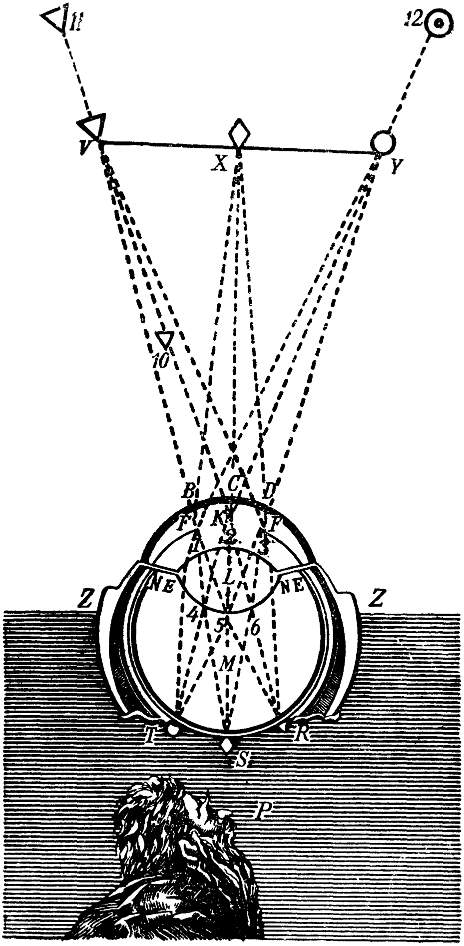


Рис. 18.

луча к точке R, а эти лучи, отражаясь оттуда к нашим глазам, образовали бы точку R цвета среднего между красным, желтым и синим, и совершенно подобную точкам S и T, по направлению к которым те же точки VXY излучали бы (каждая в отдельности) один из своих лучей. Почти то же самое могло случиться, если преломление, совершающееся в глазу, оказалось бы больше или меньше, чем оно должно быть вследствие величины глаза; если преломление было бы слишком велико, лучи, исходящие, например, из точки X (рис. 19), собирались бы раньше, чем они достигали точки S, скажем, в точке M; наоборот, если преломление слишком мало, лучи концентрировались бы дальше, допустим, в точке P, так что они упали бы на белое тело RST в нескольких точках, на которые падали бы также другие лучи, распространяющиеся из других частей предмета. Наконец, если предметы EN и EF не были бы черными и не обладали свойством затормаживать свет, падающий на них, то лучи, приходящие к ним из белого тела RST, могли бы оттуда отразиться, причем лучи из T — к точкам S и R, лучи из R — к точкам T и S и лучи из S — к точкам R и T; это привело бы к взаимному смешению действия одних и других; то же самое совершалось бы с лучами, устремляющимися из камеры P к RST, если бы в камере был другой свет, за исключением того, который посылают предметы VXY.

Однако после того, как мною перечислены положительные качества картины, необходимо показать ее недостатки: первые и главные из них заключаются в том, что какую бы конфигурацию ни имели части глаза, не может быть такого положения, чтобы лучи, исходящие из различных точек, собирались в такое же количество других точек; самое большее, чего можно достигнуть, сводится к тому, что все лучи, распространяющиеся из какой-нибудь точки X, стекаются в другую точку S, которая находится в среде, касающейся дна глаза; в этом случае лишь несколько лучей, направляющихся из точки V, могут сосредоточиться в R; некоторое количество лучей, идущих из точки Y, концентрируются точно в точке T; остальные лучи должны немного отклоняться от этой точки и располагаться вокруг нее (что мною будет объяснено дальше). Указанное обстоятельство является причиной того, что эта картина никогда не бывает столь

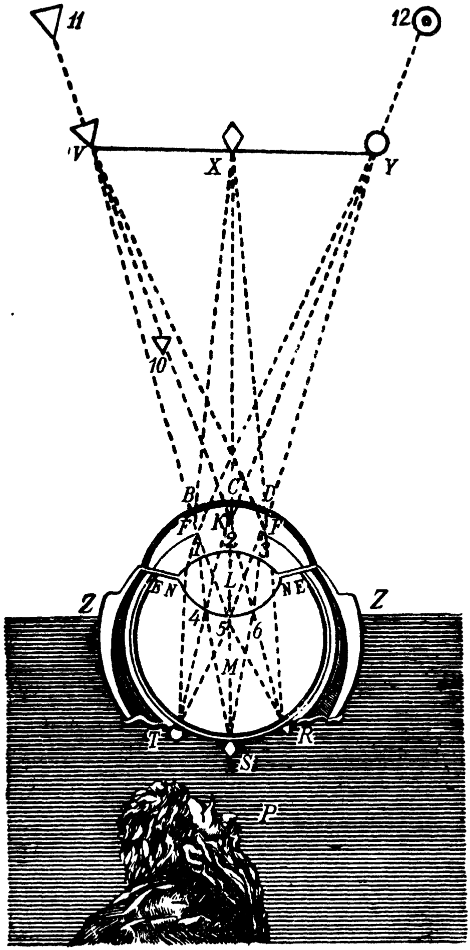


Рис. 19.

резкой на краях, как в середине, что часто отмечалось теми, кто писал об оптике[23], вот почему они говорили, что зрение осуществляется преимущественно по прямой линии, соединяющей центр хрусталика и зрачка, как прямая $XKLS$, которую они называли осью зрения. Обратите внимание на то, что лучи, исходящие из точки V (рис. 20), отклоняются от точки R тем сильнее, чем больше отверстие зрачка; следовательно, если увеличение его размеров делает цвета этой картины более живыми и сильными, то попутно уменьшается резкость изображения. Отсюда вытекает, что зрачок должен иметь какую-то среднюю величину. Заметьте также, что лучи отклонялись бы еще больше от точки R, если точка V, откуда они идут, была бы значительно ближе к глазу, скажем, как точка *10*, или значительно дальше, как точка *11*. Я предполагаю, что форма глаза приспособлена для рассматривания точки V; таким образом, лучи еще ухудшили бы часть R этой картины; вы легко поймете доказательства выдвинутых положений, когда увидите в дальнейшем, какие формы должны иметь прозрачные тела, чтобы заставить все лучи, распространяющиеся из одной точки, собираться в другой точке после прохождения через эти тела. Что касается других недостатков этой картины, то они состоят, во-первых, в том, что ее части опрокинуты, т. е. находятся в положении, противоположном тому, которое имеют предметы, и, во-вторых, в том, что данные части уменьшены и сокращены, одни больше, другие меньше, в зависимости от различных расстояний и расположений предметов, изображаемых ими почти так же, как в картине, где соблюдена перспектива. Здесь вы ясно видите, что точка T, находящаяся на левой стороне, представляет собой Y, помещающуюся на правой, и точка R, расположенная направо, представляет V, находящуюся налево; кроме того, изображение предмета V не должно занимать больше места по направлению к R, чем воспроизведение предмета *10*, которое меньше, но расположено ближе, и не меньше, чем изображение предмета *11*, который значительнее по величине, но пропорционально более удален; впрочем, воспроизведение несколько четче; наконец, прямая линия VXY изображается кривой RST.

Увидев эту картину в глазу мертвого животного и изучив причины, нельзя сомневаться в том, что аналогичное

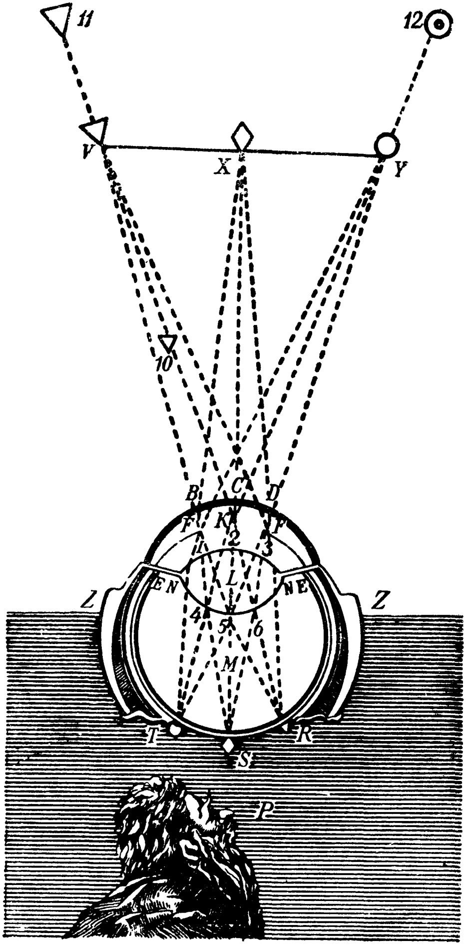


Рис. 20.

изображение возникает в глазу живого человека на внутренней оболочке, вместо которой мы подставили белое полотно RST, причем воспроизведение получается значительно лучшее, ибо среды глаза, будучи полны животных духов, оказываются более прозрачными и к тому же обладают более точной формой, необходимой для данной цели. Возможно также, что в бычьем глазу фигура зрачка, отличная от круглой, не позволяет картине быть столь совершенной.

Нельзя сомневаться и в том, что изображения, возникающие на белом полотне в темной комнате, получаются точно так же и вследствие тех же причин, что и на дне глаза; благодаря тому, что они обычно значительнее по величине и образуются там с большим разнообразием, можно лучше заметить некоторые особенности, о которых я хочу

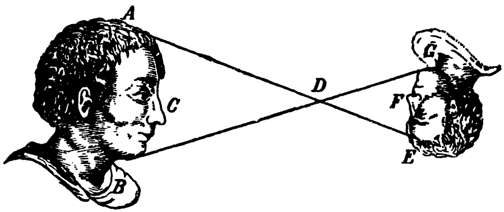


Рис. 21.

вас предупредить, чтобы дать вам возможность испытать их, если вы этого еще никогда не делали. Сначала отметьте следующее: если впереди отверстия, проделанного в темной комнате, не вставлять никакого стекла, то хотя на полотне и появятся кое-какие изображения (при условии, что отверстие очень узко), но они будут весьма размытыми и несовершенными, причем тем в большей степени, чем шире отверстие; изображения будут тем значительнее по размерам, чем больше расстояние между ними и полотном, так что их величина должна иметь то же отношение к этому расстоянию, какое имеет величина предметов, которые его создают, к пространству, отделяющему его от проделанного отверстия. Совершенно очевидно, что если ACB (рис. 21) — предмет, D — отверстие и EGF — изображение, то EG относится к FD, как AB к CD. Далее, поставив стекло в виде линзы перед отверстием, заметьте, что существует одно определенное расстояние, при котором изображения кажутся очень резкими; если несколько удалить или приблизить полотно к стеклу, изображение становится менее отчетливым; это расстояние должно быть измерено промежутком, отделяющим полотно от стекла, а не от отверстия; следовательно, если поместить стекло несколько дальше от отверстия (с той или другой стороны), то полотно должно быть в такой же мере приближено или удалено; дальность расстояния зависит также от формы стекла и от величины промежутка между предметами, коль скоро предмет оставлен на том же месте; чем меньше искривлены поверхности стекла, тем больше должно быть удалено полотно; если пользоваться тем же стеклом при условии, что предметы очень близки, то полотно нужно держать несколько дальше, чем в случае, когда они более удалены; величина изображения зависит от этого расстояния почти таким же образом, как и в случае, когда перед отверстием не было стекла; данное отверстие может быть гораздо больше, если ставят стекло, нежели в случае, когда его оставляют пустым (причем изображения незначительно теряют в своей отчетливости); чем больше отверстие, тем светлее и ярче становятся изображения; поэтому если закрыть часть стекла, они кажутся много темнее, чем раньше, хотя займут столько же места на полотне; чем больше и ярче изображения, тем совершеннее они будут казаться; если бы имелась возможность сделать глаз, глубина которого была бы весьма большой, зрачок — очень широким, а форма поверхностей, создающих некое преломление, — пропорциональной этой величине, то изображения получались бы весьма резкими. В том случае, когда два или несколько довольно плоских стекол в виде линз присоединяются друг к другу, они оказывают приблизительно то же действие, что и одно, если оно так же выпукло, как оба вместе, ибо несущественно общее число поверхностей, где происходят преломления; коль скоро эти стекла удалить на некоторое расстояние друг от друга, то второе стекло может выпрямить изображение, опрокинутое первым, а третье снова может его опрокинуть, и так далее; причины подобных явлений могут

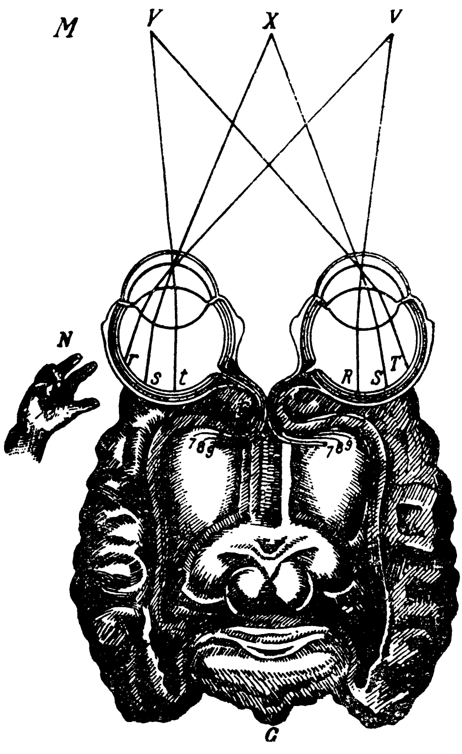


Рис. 22.

быть без труда найдены из всего ранее сказанного мною; когда вы затратите некоторое усилие, то поймете их гораздо легче, чем если бы они оказались здесь лучше объясненными [24].

Впрочем, изображения предметов возникают не только на дне глаза; они проходят оттуда в мозг, в чем вы легко убедитесь, если вспомните, например, что лучи, попадающие в глаз из предмета V (рис. 22), касаются в точке R кончика одного из маленьких волокон оптического нерва, берущего свое начало в точке *7* внутренней поверхности мозга *7 8 9*, а лучи из предмета *X* достигают в точке *S* окончания второго из этих волокон, начало которого находится в точке *8*; лучи из предмета *Y* касаются другого окончания в точке *T*, соответствующей части мозга, помеченной *9*, и т. д.; поскольку свет есть не что иное, как движение или действие, стремящееся вызвать какое-то перемещение, постольку лучи, устремляющиеся из *V* к *R*, приводят в движение все волокно *R 7* и, следовательно, частицы мозга, помеченные цифрой *7*; лучи, направляющиеся из *X* к *S*, заставляют двигаться нерв *S 8*, причем это перемещение другого рода, чем то, которое распространяется по *R 7*, так как предметы *X* и *V* имеют различный цвет; лучи, исходящие из *Y*, непрестанно изменяют положение точки *9*, откуда, очевидно, вновь образуется картина *7 8 9*, достаточно похожая на предметы *VXY*, которая возникает на внутренней поверхности мозга, противостоящей его вогнутости; отсюда я мог бы перенести ее до некоей маленькой железы, находящейся в середине вогнутости и являющейся, в сущности, вместилищем чувств [25]. У меня даже имеются средства показать вам, каким образом она иногда может пройти оттуда через артерии беременной женщины до какого-нибудь члена ребенка, которого она носит в своей утробе и на ком образует родимые пятна, вызывающие столько удивления у ученых.

Глава VI

О ЗРЕНИИ

Хотя эта картина, проходя указанным способом внутрь нашей головы, всегда содержит нечто сходное с предметами, образующими ее, однако не следует уверять себя, как я уже ранее предупреждал вас, что подобное сходство является причиной того, что мы их ощущаем, как будто имеем другие глаза в мозгу, с помощью которых мы могли бы их заметить; скорее всего те движения, из которых эта картина состоит, действуя непосредственно на нашу душу, до тех пор, пока она соединена с телом, так созданы природой, что в душе возбуждаются нужные ощущения; теперь я это объясню вам подробнее. Все качества, замечаемые нами в рассматриваемых предметах, могут быть сведены к шести главным свойствам, а именно: свету, окраске, положению, расстоянию, величине и форме. Касаясь света и окраски, которые только одни принадлежат чувству зрения, надо исходить из того, что наша душа обладает такой природой, что сила движений, совершающихся в частицах мозга, откуда идут тонкие волокна оптических нервов, сообщает ей ощущение света, а род движения — ощущение цвета, аналогично тому, как колебания слуховых нервов придают ей восприятие звука, а действие нервов языка вызывает восприятие вкуса; вообще действия нервов всего тела сообщают душе чувство щекотания, когда они слабы, и боли, когда они слишком сильны, несмотря на то, что во всем этом нет никакого сходства между идеями, постигаемыми ею, и движениями, вызывающими идеи; сказанному здесь вы легко поверите, если вспомните, что раненным в глаз кажется, что они видят бесконечное число искр и молний даже при закрытых глазах или в полной темноте; следовательно, данное ощущение может быть приписано исключительно силе удара, приводящего в действие тонкие волокна оптического нерва подобно тому, как это бы сделал очень яркий свет; та же сила, достигая ушей, могла бы возбудить появление какого-нибудь звука; касаясь тела в других местах, она может вызвать боль. Указанное обстоятельство подтверждается также следующим образом: если заставить себя смотреть на солнце или на какой-нибудь другой яркий свет, то глаза некоторое время сохраняют ощущение света, так что хотя они и закрыты, кажется, что они видят разные цвета, меняющиеся и переходящие из одного в другой по мере того, как они ослабляются; подобное явление возможно только вследствие того, что тонкие волокна оптического нерва, будучи приведены в исключительно сильное движение, не могут так быстро успокоиться, как обычно; однако движение, которое совершается в них после того, как глаза закрылись, будучи недостаточно сильно, чтобы изобразить очень яркий свет, вызвавший его, придает ощущение менее живых цветов; данные цвета меняются, ослабляясь, что указывает на то, что их природа заключается лишь в разнородности движения и является такой, как я раньше предполагал. Наконец, последнее становится очевидным из того, что окраска часто появляется в прозрачных телах, где безусловно ничто не может ее вызвать, за исключением различных способов, которыми воспринимаются световые лучи. Такое явление мы наблюдаем, когда в облаках возникает радуга или когда в граненом стекле замечается аналогичная картина.

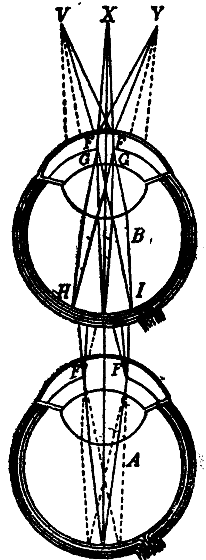


Рис. 23.

Однако здесь надо особенно рассмотреть, чем является количество видимого света, т. е. сила, приводящая в движение каждое маленькое волокно оптического нерва, так как она не всегда равна свету, находящемуся в предметах, и меняется в зависимости от расстояний, отделяющих их от глаза, и величины зрачка, а также от пространства, которое лучи, идущие из каждой точки предмета, могут занимать на дне глаза. Очевидно, что точка X (рис. 23) послала бы больше лучей в глаз B, если бы зрачок FF был открыт до G, и что она направила бы столько же света в глаз B, находящийся близко от него и имеющий очень узкий зрачок, сколько и в глаз A, зрачок которого значительно шире, но который расположен дальше в таком же соотношении. На дно глаза A не попадает больше лучей из различных точек предмета VXY, рассматриваемых одновременно, чем на дно глаза B; однако, поскольку лучи распространяются на площади TR, меньшей, чем площадь HI, заполняемая ими на дне глаза B, постольку они должны действовать с большей силой на каждый кончик оптического нерва, которого они касаются, что очень легко рассчитать; если, например, площадь HI в четыре раза больше, чем TR, и она содержит концы четырех тысяч тонких волокон оптического нерва, а TR — лишь тысячу, то, следовательно, каждое из этих волокон будет приведено в движение на дне глаза A тысячной частью сил, которыми обладают все лучи, входящие туда, а на дне глаза B — только четвертью тысячной части [26]. Необходимо также принять во внимание, что рассматриваемые части тела можно распознать лишь постольку, поскольку они выделяются окраской, и что ясное различие цветов обусловливается не только тем, что все лучи, выходящие из каждой точки предмета, собираются приблизительно в стольких же различных точках на дне глаза и что никакие иные лучи из других мест не достигают данных точек, как это было ранее подробно объяснено, но также и тем, что множество тонких волокон оптического нерва занимают пространство, на котором лежит изображение на дне глаза. Если, например, предмет VXY (рис. 23) состоял бы из десяти тысяч частей, могущих послать лучи по направлению ко дну глаза RST десятью тысячами различных способов и, следовательно, выявить одновременно десять тысяч цветов, то они тем не менее дали бы душе возможность различить не больше одной тысячи, при условии, если на площадке RST имеется только тысяча волокон оптического нерва; таким образом, десять частей предмета действуют одновременно на одно волокно и могут его стимулировать только одним способом, составленным из всех действий одной части, так что пространство, занятое каждым из волокон, должно рассматриваться как одна точка. Этим объясняется, что луч, расцвеченный бесконечным числом цветов, издали будет казаться совершенно белым или целиком синим. Вообще все тела видны менее отчетливо вдали, чем вблизи; наконец, чем больше места на дне глаза занимает изображение одного и того же предмета, тем лучше его можно различить, на что в дальнейшем будет обращено особое внимание.

Что касается расположения каждой части предмета по отношению к нашему телу, то мы замечаем его посредством глаз так же, как при помощи рук; ознакомление с ним зависит не от изображения или воздействия, исходящих от предмета, а только от размещения маленьких частиц мозга, откуда нервы берут свое начало. Это размещение, отчасти меняющееся каждый раз, когда меняется положение членов, обслуживаемых нервами, организовано природой с целью не только указать душе, в каком месте находится та часть тела, которую она приводит в движение (по сравнению с другими), но также и для того, чтобы душа могла переносить оттуда свое внимание ко всем местам, расположенным на прямых линиях, проводимых из конца каждой части и продолженных до бесконечности. Совершенно так же обстоит со слепым, о котором мы так много говорили ранее: когда он поворачивает свою руку A (рис. 24) к точке E или руку C к E, нервы, находящиеся в руке, производят некоторое изменение в его мозгу, дающее возможность душе слепого узнать не только место A или C, но и все другие, располагающиеся на прямой линий AE или CE, так что она может обратить свое внимание на предметы B и D и определить места, где они пребывают, хотя душа не знает и нисколько не думает о тех местах, где помещаются обе руки. Точно так же, когда глаз или голова поворачиваются в какую-нибудь сторону, наша душа предупреждается об этом изменением, которое нервы, находящиеся

Рис. 24.

в мускулах, обслуживающих движения, вызывают в мозгу. Здесь, в глазу RST (рис. 25), изменение положения тонкого волокна оптического нерва, помещающегося в точке R, или S, или T, вызывает изменение расположения частей

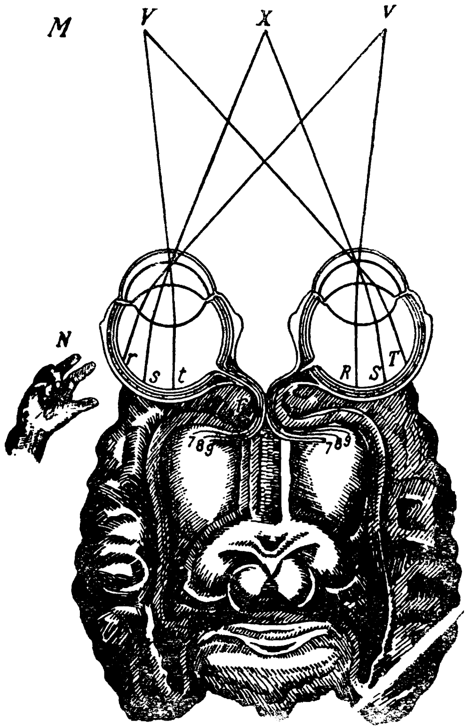


Рис. 25.

мозга *7*, *8* или *9*, вследствие чего душа может знать все места, которые находятся на прямой RV или SX, или TY. Следовательно, вам не должно казаться странным, что предметы можно обозревать в их истинном положении, несмотря на то, что изображения, создаваемые ими в глазу, являются совершенно обратными [27]. Наш слепой может одновременно чувствовать предмет B (рис. 26), лежащий справа, с помощью левой руки и D, находящийся слева, посредством правой. Однако слепой не делает вывода о том, что тело двойное, хотя он касается его двумя руками; подобным образом при помощи глаз, расположенных так, чтобы обратить наше внимание на одно и то же место, мы видим лишь один предмет, несмотря на то, что в каждом глазу получается свое изображение.

Оценка расстояния зависит не от расположения тех или иных изображений предметов, а прежде всего от формы хрусталика; как уже говорилось, форма хрусталика должна быть несколько иной при рассматривании близких предметов, чем далеких, и по мере того, как мы ее меняем, чтобы приспособиться к расстояниям, отделяющим нас от предметов, одновременно меняется некая часть нашего мозга таким образом, который установлен природой для того, чтобы наша душа могла оценить данное расстояние; это обычно происходит без всякого размышления с нашей стороны; вместе с тем, когда мы держим в руке какое-нибудь тело, то придаем ей форму, соответствующую величине и фигуре тела, и ощущаем его подобным способом, причем нет надобности думать о каких бы то ни было движениях. Кроме того, мы оцениваем расстояние благодаря относительному расположению глаз; точно так же и наш слепой, держащий две палки AE и CE, о длине которых он не имеет представления, но знает только интервал, отделяющий его две руки A и C, и величину углов ACE и CAE, может отсюда как бы с помощью естественной геометрии понять, где находится точка E; таким же образом, если оба глаза RST и rst (рис. 25) повернуты к точке X, величины отрезка Ss и двух углов XSs и XsS позволят нам понять, где помещается точка X. Мы можем это уяснить и с помощью лишь одного глаза, меняя его положение следующим образом: сна-

Рис. 26.

чала ставим его в точку S и направляем в сторону X, а затем помещаем в s. Этого достаточно, чтобы величины отрезка Ss

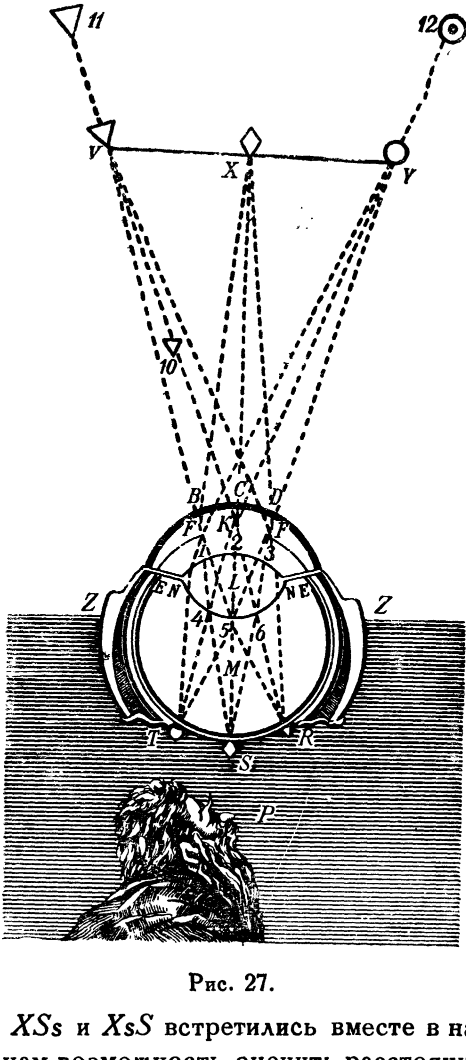


Рис. 27.

и двух углов XSs и XsS встретились вместе в нашем воображении и дали нам возможность оценить расстояние до точки X. Это достигается работой мысли, которая, представляя собой лишь простое воображение, тем не менее напоминает размышления, совершенно подобные рассуждениям, совершаемым землемерами, когда с помощью двух разных пунктов они измеряют расстояния до недоступных мест. Помимо того, существует другой способ определения расстояния, базирующийся на показаниях резкости или нерезкости изображения и, вместе с тем, силы или слабости света. Когда мы внимательно рассматриваем точку *X* (рис. 27), то видим, что лучи, исходящие из предметов *10* и *12*, не собираются столь точно в точках *R* и *T* на дне нашего глаза, как если бы упомянутые предметы находились в точках *V* и *Y*; отсюда мы заключаем, что они дальше или ближе от нас, чем точка *X*. Далее, поскольку свет, устремляющийся к нашему глазу от предмета *10*, более сильный, чем если бы он исходил от того же предмета, но помещенного в точку *V*, постольку можно установить, что предмет *10* располагается ближе; с другой стороны, так как свет, идущий из точки *12*, более слабый, чем если бы он шел из точки *Y*, мы делаем вывод о том, что предмет *11* находится дальше. Наконец, если у нас уже создалось некоторое представление о величине предмета, его расположении, различиях в его форме и окраске или хотя бы о силе света, исходящего от него, то указанное обстоятельство может нам служить не столько для того, чтобы видеть, сколько для того, чтобы вообразить расстояние. Когда мы смотрим издали на различные тела, которые привыкли видеть вблизи и о размерах которых у нас, следовательно, имеется известное понятие, то судим гораздо лучше о расстоянии до них, чем если бы мы не представляли их величины; при обозрении горы, освещенной солнцем и находящейся за лесом в тени, только расположение леса позволяет судить о том, что он ближе; если мы наблюдаем на море два корабля, из которых один меньше другого, но находится соответственно ближе, так что они кажутся одинаковыми, то сможем, основываясь на различиях в их виде и раскраске, узнать, какой из них дальше.

Впрочем, я ничего особенного не могу сказать относительно способов, позволяющих нам оценивать величину и форму предметов, тем более, что все способы основаны на том, что мы определяем расстояние до предметов и расположение их частей; величина предметов оценивается на основании имеющихся у нас знаний о расстояниях, полученных при сравнении размеров изображений, создаваемых предметами на дне глаза, а отнюдь не на основании подлинных размеров изображений; данный вывод вытекает с достаточной очевидностью из того, что хотя изображения, скажем, в сто раз больше, когда предметы очень близко от нас, чем когда они в десять раз дальше, тем не менее мы видим их не увеличенными в сто раз, а почти равными, если только не ошибаемся в определении расстояний. Очевидно также, что форма предметов оценивается на основе приобретенных нами знаний и понятий о расположении отдельных частей предметов, а не на основании сходства изображений, находящихся в глазу, ибо последние обычно содержат только овалы и ромбы, тогда как мы видим окружности и квадраты [28].

Чтобы не было никаких сомнений в том, что зрение совершается так, как я объяснил, вы должны, кроме того, рассмотреть причины, из-за которых иногда случается, что зрение нас обманывает; это происходит, во-первых, потому, что созерцает душа, а не глаз, и, во-вторых, вследствие того, что она наблюдает только посредством мозга; отсюда вытекает, что слабоумные и спящие часто видят (или думают, что видят) разные предметы, которые не находятся перед их глазами: какие-то испарения, воздействуя на мозг, раздражают его части, обычно служащие для зрения, точно так же, как это делали бы предметы, если бы они существовали. Далее, ощущения, приходящие извне, проникают посредством нервов; следовательно, если нервы подвергаются некоторому возбуждению под действием необычной причины, то предметы можно видеть не в тех местах, где они находятся. Например, когда глаз *rst* (рис. 25), направленный на точку *X*, под воздействием пальца поворачивается к точке M, тогда части мозга, откуда идут нервы, располагаются не совсем так, как если бы мускулы глаза повернули его к точке M; в то же время они размещаются иначе, чем если бы глаз смотрел непосредственно в точку X; в результате глаз занимает среднее положение между двумя указанными состояниями, и все обстоит таким образом, как если бы он был устремлен на точку Y; следовательно, предмет M будет казаться расположенным на месте Y, Y — на месте X и X — на месте V; эти предметы, рассматриваемые другим глазом RST, представляются находящимися на своих подлинных местах. В итоге они покажутся двойными.

Подобным образом, если касаться маленького шарика G (рис. 28) двумя скрещенными пальцами A и D, то получается впечатление двух шариков, потому что, пока пальцы находятся в скрещенном положении, мускулы каждого из них стремятся их раздвинуть — A к C и D к F, вследствие чего части мозга, где начинаются нервы, прикрепленные к мускулам, располагаются так, как необходимо для того, чтобы показалось, что A находится в B, а D в E; поэтому и появляется ощущение двух различных шариков H и I. Кроме того, издавна привыкли думать, что зрительные ощущения приходят из тех мест, по направлению к которым мы должны смотреть, чтобы их увидеть; если же случается, что они идут из других мест, мы можем легко быть введены в обман; все, кто болен желтухой или смотрит через желтое стекло, или закрыт в комнате, куда свет проходит только через желтые стекла, относят этот цвет за счет тел, на которые они смотрят. Тот, кто находится в темной комнате, недавно описанной мною, приписывает белому телу RST (рис. 27) цвета предметов VXY, так как он направляет свое зрение только на него. Глаза A, B, C, D, E, F (рис. 29),

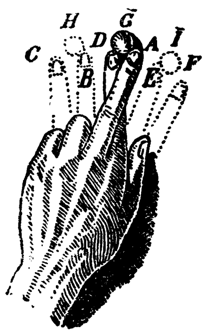


Рис. 28.

рассматривая предметы *T*, *V*, *X*, *Y*, *Z*, *U* через стекла *N*, *O*, *P* и в зеркалах *Q*, *R*, *S*, относят их к точкам *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*; *V* и *Z* кажутся им меньше, а предметы *X* и *U* — больше, чем они есть на самом деле, или представляются

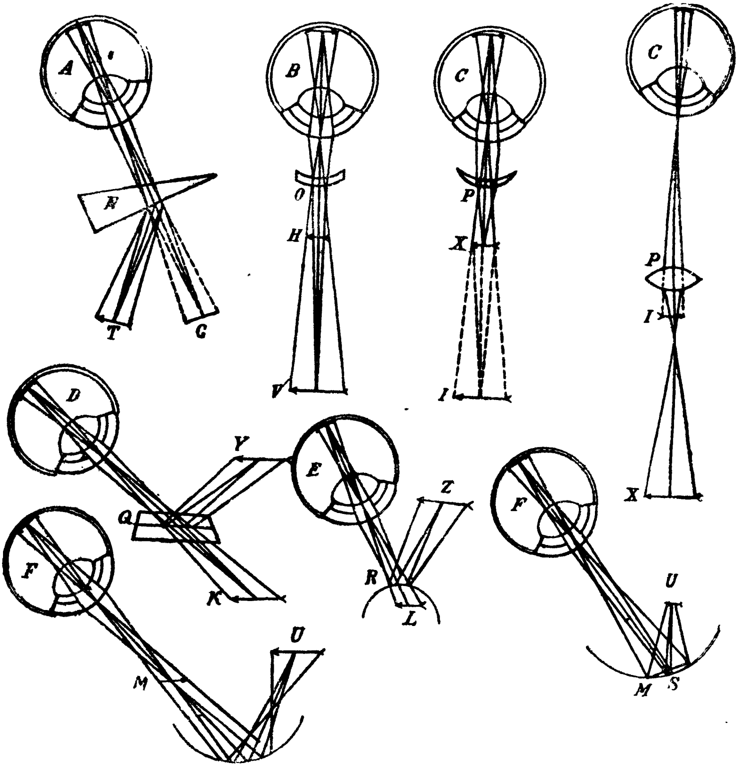


Рис. 29.

меньшими и перевернутыми; последнее объясняется тем, что стекла и зеркала отклоняют лучи, идущие от предметов, таким образом, что глаза могут их видеть отчетливо только тогда, когда они располагаются для того, чтобы смотреть на точки *G*, *H*, *I*, *K*, *L*, *M*, в чем легко убедятся те, кто потрудится изучить данный вопрос; при этом они поймут, насколько предки ошибались в своей катоптрике, когда пытались определять места изображений в вогнутых и выпуклых зеркалах [29]. Надо также заметить, что все средства, которыми мы располагаем для определения расстояний, очень ненадежны; что касается формы глаза, то она почти не меняется, когда предметы находятся от него на расстоянии большем, чем четыре-пять футов; и даже, когда предмет ближе, форма глаза так мало меняется, что трудно получить какие-нибудь точные сведения. Что касается углов, заключенных между прямыми, проведенными из обоих глаз навстречу друг другу и от них к предмету или из двух положений одного и того же предмета, то они почти не меняются при наблюдении издалека; вот почему наш разум едва ли может иметь представление о расстояниях бо́льших, чем сто-двести футов. Указанное обстоятельство может быть подтверждено тем, что луна и солнце, принадлежащие к числу наиболее удаленных тел, видимых нами, диаметры которых равны приблизительно одной сотой их расстояния до нас, кажутся нам обычно не больше, чем один-два фута диаметром, хотя мы хорошо понимаем, что они чрезвычайно велики и исключительно далеки [30]; это происходит не потому, что мы не могли бы их представить себе большими, ибо имеется полная возможность вообразить башни и горы значительными по величине, но по другой причине, а именно: поскольку нельзя мысленно представить их удаленными больше, чем на сто-двести футов, постольку диаметр луны или солнца не может нам казаться превосходящим один-два фута; кроме того, их расположение способствует ложному впечатлению, так как обычно эти светила кажутся меньше, когда они находятся очень высоко на южной стороне небесного свода, чем при восходе или закате, когда между ними и нашими глазами располагаются разные предметы, позволяющие лучше судить о расстояниях. Астрономы, определяя размеры луны или солнца с помощью своих инструментов, часто убеждаются, что причиной кажущегося изменения их величин является не изменение угла, под которым мы их рассматриваем, а то, что они представляются нам ближе или дальше. Отсюда следует, что аксиома древней оптики, согласно которой кажущаяся величина предметов пропорциональна величине угла, под которым мы их видим, не всегда правильна. Одна из причин ошибок заключается в том, что белые или самосветящиеся тела, равно как и все те, которые обладают значительной силой, возбуждающей чувство зрения, кажутся всегда несколько ближе и больше, чем если бы они были темнее. Действительно, причина, вследствие которой они представляются более близкими, заключается в том, что зрачок, во избежание слишком яркого света, сокращается, и это движение настолько тесно связано с тем движением, которое совершает глаз, чтобы отчетливо видеть близкие предметы, и которое позволяет оценить расстояние, что одно никогда не может совершаться без другого, так же как нельзя полностью сжать два первых пальца руки без того, чтобы третий палец слегка не согнулся, как бы желая присоединиться к ним [31]. Причина, вследствие которой белые или самосветящиеся тела кажутся бо́льшими, заключается не только в том, что оценка их величины связана с оценкой расстояния, но еще и в том, что их изображения как бы отпечатываются на дне глаза, причем они имеют увеличенные размеры: это происходит ввиду того, что окончания волокон оптического нерва, устилающего дно глаза, хотя и очень тонки, все же имеют некоторую величину; каждое из них может быть возбуждено в одной части каким-либо одним предметом, а в других — иными; но так как волокно всякий раз может быть раздражено только определенным способом, то оно, если какая-нибудь его маленькая часть возбуждена очень ярким предметом, а остальные части — другими, менее яркими, целиком подвергается раздражению наиболее сильного импульса и передает лишь его изображение, исключая остальные. Допустим, что окончания

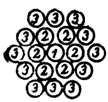


Рис. 30.

тонких волокон обозначаются цифрами *1*, *2*, *3* (рис. 30); тогда лучи, создающие, например, изображение звезды, падают на волокна, отмеченные *1*, и несколько дальше вокруг них на концы шести других, обозначенных *2*, на которые не ложатся другие лучи, за исключением очень слабых, исходящих из частей неба, окружающих эту звезду; ее изображение будет распространяться на площадь, занятую шестью точками *2*, и, кроме того, возможно, на все пространство, заполненное двенадцатью точками, отмеченными *3*, если сила движения настолько велика, что она сообщается даже им. Таким образом, вы видите, что звезды, несмотря на то, что кажутся достаточно малыми, представляются тем не менее бóльшими, чем следовало бы ожидать, исходя из очень большого расстояния, отделяющего их от земли[32]. И хотя они не вполне круглые, но кажутся таковыми. По той же причине квадратная башня, рассматриваемая издали, производит впечатление круглой, и все предметы, рисующие в глазу лишь очень маленькие изображения, не могут дать точного представления об углах. Наконец, оценка расстояния, производимая с помощью величины, формы, цвета или яркости картины, где соблюдается перспектива, достаточно показывает, как легко ошибиться; поскольку предметы, которые на ней изображены, меньше, чем они должны быть согласно нашим представлениям, их контуры мягче, а цвета темнее или слабее, постольку они нам кажутся более далекими, чем есть на самом деле.

Глава VII

О СРЕДСТВАХ УЛУЧШЕНИЯ ЗРЕНИЯ

После того как мы достаточно изучили процесс зрения, подытожим в нескольких словах сказанное ранее и представим себе условия, необходимые для его совершенствования; учитывая все, предусмотренное природой, мы могли бы перечислить то, что может быть пополнено искусственным путем. Все обстоятельства, которые нужно принимать во внимание, следует свести к трем главным, а именно: предметам, внутренним органам, воспринимающим действие предметов, и внешним органам, располагающим эти действия так, чтобы они были восприняты должным образом. Что касается предметов, то здесь надо лишь упомянуть, что одни близки и доступны, другие далеки и недостижимы; одни больше освещены, другие — меньше; о доступных предметах достаточно сообщить, что их можно удалять или приближать, увеличивать или уменьшать свет, который их озаряет, в зависимости от нашего удобства; если говорить об остальных предметах, то следует заметить, что в их расположении мы ничего менять не можем. Что касается внутренних органов, а именно нервов и мозга, то ясно, что и здесь искусственными методами ничего невозможно изменить в их строении, так как нельзя сделать себе новое тело; а если врачи и могут что-нибудь предпринять в этом отношении, то данный вопрос не затрагивает нашей темы. Таким образом, нам остается рассмотреть только внешние органы; сюда относятся прозрачные части глаза, а также различные тела, которые могут быть помещены между ним и предметом; я нахожу, что все, на что воздействуют внешние органы, может быть сведено к четырем пунктам. Во-первых, лучи, которые неизбежно попадают на каждый конец оптического нерва, должны притти, поскольку возможно, из одной части предмета, не претерпев никакого изменения в промежутке, находящемся между ними и глазом: без этого создаваемые ими изображения не могут в полной мере походить на предметы и быть достаточно резкими. Во-вторых, необходимо, чтобы изображения были очень большими не в смысле занимаемого ими пространства (ибо они могут покрывать небольшую площадь, составляющую дно глаза), но в отношении размеров их рисунка или отдельных элементов, что, очевидно, способствует легкости их различения. В-третьих лучи, создающие изображения, должны быть достаточно сильными, чтобы раздражать тонкие волокна оптического нерва и вызывать ощущение света, но не настолько, чтобы повредить зрение. В-четвертых, необходимо, чтобы число предметов, изображение которых одновременно возникает в глазу, было наибольшим, дабы можно было одним взглядом окинуть побольше предметов.

Для первой из указанных целей природа создала несколько способов[33]: поскольку глаз заполнен очень прозрачными и бесцветными жидкостями, постольку всякое воздействие, исходящее извне, доходит до дна глаза, не претерпевая изменений; преломление, вызываемое поверхностями этих жидкостей, приводит к тому, что лучи, по которым передаются воздействия, собираются в одну точку около нерва, если они направляются из одной точки; лучи, идущие из многих точек, концентрируются в таком же числе точек с максимально возможной точностью. Мы должны признать, что в этом отношении природой сделано все возможное, тем более, что опыт подтверждает наше суждение. Мы даже видим, что для уменьшения недостатка, которого нельзя целиком избежать, предусмотрена возможность сокращения зрачка почти в той же мере, как и силы света; благодаря черному цвету, в который окрашены все непрозрачные части глаза, лежащие против нерва, для других лучей исключена возможность дойти до этих мест; наконец, посредством изменения формы хрусталика природа позволила лучам, идущим из предметов, находящихся на разных расстояниях от глаза, собираться с максимально возможной точностью в такое же количество других точек на дне глаза.

Однако в этом отношении дело обстоит не так уж хорошо, чтобы нельзя было кое-что улучшить; природа никому из нас не дала возможности настолько искривлять поверхности глаза, чтобы мы могли отчетливо видеть очень близкие предметы, находящиеся, например, на расстоянии пальца или полпальца; еще хуже обстоит дело с теми, у кого глаза обладают такой формой, что они могут рассматривать только далекие предметы, что случается преимущественно у стариков, а также лиц, зрение которых приспособлено только для наблюдения близких предметов — явление, обычное у молодых людей. Следовательно, можно предполагать, что глаза в первые годы жизни имеют несколько более удлиненную форму, которая в старости меняется в сторону укорочения, увеличиваясь в поперечном направлении [34].

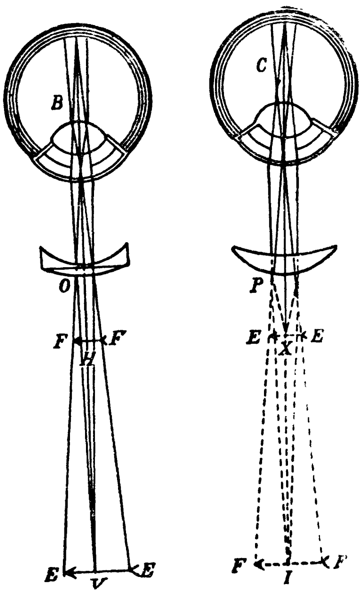


Рис. 31.

Коль скоро мы хотим исправить указанные дефекты искусственным путем, надо будет раньше найти форму линз из стекла или другого прозрачного вещества, которая отклонила бы лучи, падающие на нее, таким образом, чтобы лучи, исходящие из одного предмета, после преломления в ней вели бы себя так, как если бы они распространились от более близких или более далеких предметов. Первый случай относится к близоруким людям, а второй — к старикам и вообще к тем, кто желает видеть предметы, более близкие, чем позволяет им зрение. Рассмотрим, например, глаз B (рис. 31) или C, приспособленный к тому, чтобы все лучи, распространяющиеся из точек H или I, собирались в середине его дна; чтобы лучи, устремляющиеся из точки V или X, концентрировались там же, надлежит впереди поставить стекло O или P, которое направило бы лучи из точек V или X так же, как если бы они исходили из H или I; этим способом будет устранен недостаток глаза. Поскольку линзы, приводящие в этом отношении к одному и тому же результату, могут быть различной формы, постольку для выбора наилучшей из них следует обратить внимание на соблюдение еще двух условий:

во-первых, нужно, чтобы форма была наиболее простой для описания и весьма удобной для шлифовки, и, во-вторых, необходимо, чтобы лучи, идущие из таких точек предмета, как EE, проникали в глаз после преломления в линзе приблизительно так же, как если бы они исходили из других точек, например из FF. Обратите внимание на то, что я говорю „приблизительно“, а не „насколько возможно“; действительно, весьма трудно определить в точности, основываясь на геометрических соображениях, среди бесконечного числа фигур, пригодных для указанной цели, те из них, которые были бы самыми подходящими; кроме того, это оказалось бы совершенно бесполезным, так как сам глаз не концентрирует лучей, идущих из разных точек, в точные изображения этих точек; вот почему можно выбирать лишь приблизительно, тем более, что структура глаза никому доподлинно не известна. С другой стороны, когда прозрачное тело ставится перед глазами, мы должны стараться подражать, поскольку это возможно, природе, чтобы сохранить все преимущества, которыми она нас наделила, и даже приобрести новые, более существенные.

Что касается величины изображения, то надо заметить, что она зависит только от трех причин: во-первых, от расстояния между предметом и местом преломления лучей, исходящих из различных его точек по направлению к сетчатке, во-вторых, от расстояния между изображением и дном глаза и, в-третьих, от преломления этих лучей. Очевидно, что изображение RST (рис. 27) было бы больше, чем оно есть, в случае: а) если бы предмет VXY находился ближе к месту K, где пересекаются лучи VKR и YKT, или, точнее, к поверхности BCD, которая, в сущности, представляет собой место, где они начинают пересекаться (как вы увидите дальше); б) если бы можно было придать глазу более удлиненную форму, чтобы увеличить расстояние от поверхности BCD, где пересекаются лучи, до сетчатки RST; в) если бы удалось изменить величину преломления в таком направлении, чтобы лучи сходились не столько внутри, к середине S, сколько снаружи

И что бы ни придумывали, помимо трех указанных возможностей, нет ничего другого, что могло бы увеличить размеры изображения; при этом последняя возможность весьма ничтожна, так как с ее помощью удается лишь очень незначительно увеличить изображение, к тому же с таким трудом, что проще использовать одну из первых двух, о чем вы сейчас узнаете.

Итак, мы видим, что природа пренебрегла третьим способом. Заставим лучи *VKR* и *YKT* отклониться внутрь к точке *S* на поверхностях *BCD* и *1 2 3*; изображение *RST* стало несколько меньше по сравнению с тем, что могло бы получиться, если бы они отклонились наружу, например к точке 5 на поверхности *4 5 6*, или если бы они прошли без преломления. В случае, когда предметы совершенно недостижимы, первый из приведенных способов отпадает, но коль скоро они доступны, то очевидно, что чем они ближе, тем изображения, создаваемые ими на дне глаза, больше. Отсюда следует, что природа не дала нам возможности рассматривать предметы ближе, чем на фут или половину фута. Чтобы искусственным путем добиться максимально возможного, достаточно ввести линзу *P* (рис. 31), о которой только что говорилось; линза *P* действует таким образом, что все лучи, направляющиеся из наиближайшей точки, проникают в глаз так, как если бы они исходили из самой отдаленной точки; все, чего можно достичь указанным способом, сводится к тому, что между глазом и предметом остается одна двенадцатая или одна пятнадцатая часть того расстояния, которое понадобилось бы в случае отсутствия линзы; следовательно, лучи, идущие из разных точек этого предмета, пересекаются в двенадцать или пятнадцать (или даже большее число) раз ближе к нему, так как они будут пересекаться не на поверхности глаза, а, точнее, на поверхности линзы, которая находится несколько ближе к предмету; изображение должно иметь диаметр в двенадцать или пятнадцать раз больший, чем при отсутствии линзы; таким образом, его площадь будет приблизительно в двести раз больше, и предмет представится примерно в двести раз отчетливее, вследствие чего он покажется увеличенным, причем не в двести раз, а больше или меньше, в зависимости от оценки расстояния. Допустим, что при рассматривании предмета X через стекло P глаз C аккомодируют на расстояние в двадцать-тридцать шагов от него; поскольку расположение предмета X не известно, но предполагают, что он находится в тридцати шагах, постольку он кажется в миллион раз больше, чем в действительности: так блоха делается больше слона, ибо несомненно, что изображение, создаваемое блохой на дне глаза, когда она близка, не меньше, чем то, которое образует слон, когда он находится в тридцати шагах. И только на этом основано изобретение маленьких „труб для блох", состоящих из одного стекла и получивших довольно широкое распространение, хотя до сих пор не выяснена истинная форма, которую они должны иметь. Так как известно, что рассматриваемый объект располагается очень близко, когда применяется эта труба, то он не может казаться настолько большим, каким он представлялся бы тому, кто воображал бы его более удаленным [35].

Остается лишь один способ для увеличения размеров изображений — заставить лучи, идущие из различных точек предмета, пересекаться возможно дальше от центра дна глаза; этот способ, несомненно, самый важный и самый главный из всех, ибо он единственный, который может служить для рассматривания недостижимых предметов так же, как и доступных, и его действие не имеет границ; другими словами, с его помощью можно увеличивать изображение все сильнее и сильнее, до бесконечно больших размеров.

Поскольку первая из трех жидкостей, наполняющих глаз, вызывает приблизительно такое же преломление, какое порождает обычная вода, постольку — если прикладывать к глазу наполненную водой трубу EF (рис. 32), в конце которой имеется стекло GHI, обладающее формой, совершенно подобной той, какая наблюдается у оболочки BCD, ограничивающей эту жидкость и имеющей общий с нею центр кривизны,— у входа в глаз не произойдет никакого преломления; однако то преломление, которое раньше совершалось на поверхности глаза, теперь возникает у входа в трубу *GI*; следовательно, лучи, пересекаясь уже здесь, дадут изображение *RST* значительно большее, чем если бы они пересекались на поверхности *BCD*, и это изображение будет тем больше, чем длиннее труба. Поскольку вода *EF* заменяет жидкость *K*, стекло *GHI* играет роль оболочки *BCD*, а вход в трубу *GI* исполняет функцию глазного зрачка, постольку зрение осуществляется таким образом, как если бы природа сделала глаз глубже на всю длину трубы, причем следует заметить, что истинный зрачок окажется тогда не только бесполезным, но даже вредным, так как он остановит из-за своей малой величины те лучи, которые могли бы итти по краям ко дну глаза, и воспрепятствует образованию изображения на сетчатке. Я должен вас предупредить, что частичные преломления происходят в стекле *GHI* несколько иначе, чем в воде, где они весьма незначительны, так как толщина стекла постоянна; если его первая поверхность отклоняет лучи несколько больше, чем это сделала бы поверхность воды, то вторая поверхность отклоняет их на столько же в обратную сторону; по этой же причине я не говорил о преломлениях, вызываемых оболочками глаза, а касался только тех, которые порождаются жидкостями.

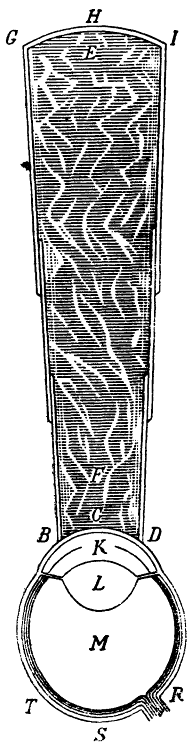


Рис. 32.

Однако было бы очень неудобно приставлять к глазу трубу, заполненную водой по указанному мною способу; кроме того, из-за незнания точной формы оболочки *BCD*, облегающей глаз, нет возможности безошибочно определить форму линзы, которая должна ее заменить. Лучше использовать другое изобретение, состоящее из одной или нескольких линз или других прозрачных тел, также заключенных в трубу, не касающихся глаза и оставляющих между ним и трубой небольшую воздушную прослойку. Начиная от входа в трубу, лучи, идущие из одной и той же точки предмета, соответствующим образом отклоняются, чтобы затем соединиться в той точке на дне глаза, которая служила изображением первой точки, создаваемым через водяную трубу. Лучи, направляющиеся из других точек, после прохождения через трубу, устремляются к глазу точно так же, как если бы они исходили от более близкого предмета. Лучи, распространяющиеся из различных точек и пересекающие друг друга у входа в трубу, не разделяются у выхода из нее, но направляются к глазу точно таким же образом, как если бы они исходили из предмета, более близкого или бо́льших размеров. Допустим, что труба *HF* (рис. 33) целиком заполнена стеклом, одна поверхность которого *GHI* обладает такой формой, которая заставляет все лучи, идущие из точки *X*, распространяться в стекле по направлению к точке *S*. Пусть другая поверхность стекла *KM* снова отклонит лучи таким образом, что они направятся оттуда к глазу подобно тому, как если бы они исходили из точки *x*, расположенной так, что прямые *xC* и *CS* находились бы в том же соотношении, что и *XH* и *HS*; лучи, идущие из точки *V*, непременно пересекут прямые *xC* и *CS* на поверхности *GHI*, когда эти лучи достигнут другого конца трубы, они окажутся достаточно удаленными от первых, так как поверхность *KM* не может их вновь приблизить, особенно если она вогнута, как я предположил; они окажутся отклоненными к глазу так, как если бы эти лучи исходили из точки *y*; поэтому они создают изображение *RST* тем большее, чем длиннее труба, причем для определения формы прозрачных тел, которыми придется пользоваться для этой цели, не требуется знать точно, какова форма поверхности *BCD*.

Так как трудно найти стекло или другие аналогичные тела, которые обладали бы достаточной толщиной, чтобы заполнить всю трубу, и достаточной прозрачностью, чтобы не препятствовать прохождению света, то всю внутренность трубы следует сохранить пустой и поместить на обоих концах только два стекла, которые оказывали бы то же действие, что обе поверхности *GHI* и *KM*. Только на этом одном принципе основаны изобретенные недавно зрительные трубы, образованные из двух стекол, вделанных в два конца трубы, которые и дали мне повод написать данный трактат.

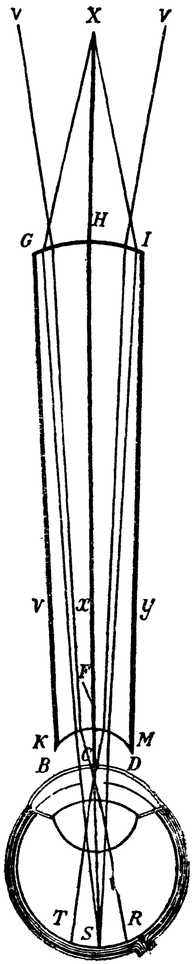


Рис. 33

Что касается третьего условия, необходимого для совершенствования зрения, зависящего от внешних органов, т. е. чтобы импульсы, раздражающие каждое волокно оптического нерва, не были бы ни слишком сильны, ни слишком слабы, то природа позаботилась об этом, дав глазу свойство суживать и расширять зрачки; все же и здесь она оставила возможность ввести улучшения; если импульсы настолько сильны, что невозможно сузить зрачки в такой мере, чтобы их претерпеть, например при рассматривании солнца, то легко помочь этому, прикладывая к глазу какое-либо черное тело, в котором проделано очень узкое отверстие, служащее зрачком, либо, наблюдая через крэп или какое-нибудь другое темное вещество, пропускающее в глаз только такое количество лучей от каждой части предмета, какое необходимо, чтобы раздражить оптический нерв, не нанося ему вреда. Если, наоборот, импульсы слишком слабы для того, чтобы мы были в состоянии их ощущать, то у нас имеется возможность значительно усилить их, по крайней мере тогда, когда предметы доступны, освещая их собранными посредством зеркала или чечевицы лучами солнца с максимально возможной силой и следя за тем, чтобы не повредить этих предметов.

Кроме того, используемые нами зрительные трубы, уже описанные мною, делают зрачок ненужным и заменяют его отверстием, через которое они получают свет с наружной стороны; это отверстие следует увеличивать либо суживать в зависимости от того, хотят ли усиливать или ослаблять зрительные ощущения. Надо заметить, что если отверстие сделать не больше, чем зрачок, то лучи будут действовать на каждую часть сетчатки менее сильно, чем в случае отсутствия трубы, причем в той же пропорции, в которой увеличиваются изображения, если не считать того, что поверхности, поставленные на пути лучей линз, уменьшают силу света. Но можно сделать отверстие значительно шире, тем более, что линза, выпрямляющая лучи, находится ближе к точке, куда их направляет второе стекло. Линза *GgHI* (рис. 34) собирает все лучи, идущие из рассматриваемой точки, в точку *S*, а линза *KLM* выпрямляет их, так что оттуда они направляются к глазу параллельным пучком. Чтобы найти наибольшую ширину, которой должно обладать отверстие трубы, нужно, чтобы расстояние между точками *K* и *M* было равно диаметру зрачка; проведя из точки *S* две прямые линии, проходящие через *K* и *M*, а именно: *SK*, которую необходимо продолжить до *g*, и *SM*, которую надо продлить до *i*,

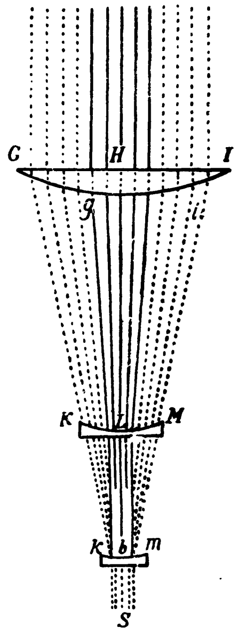


Рис. 34.

получаем *gi* в качестве величины искомого диаметра; совершенно очевидно, что даже если этот диаметр сделать значительнее по величине, в глаз не попадет больше лучей из рассматриваемой точки, а что касается лучей, которые могли бы проникнуть в глаз из других мест, то они не помогли бы зрению, а наоборот, сделали бы его расплывчатым. Коль скоро вместо линзы *KLM* пользуются *kbm*, которая из-за своей формы должна располагаться ближе к точке *S*, расстояние между точками *k* и *m* нужно будет снова брать равным диаметру зрачка; далее, проводя прямые линии *SkG* и *SmI*, получают *GI* в качестве диаметра искомого отверстия, который, как вы видите, больше *gi* в той же пропорции, в какой отрезок *SL* значительнее (по размерам) отрезка *Sb*. В том случае, когда отрезок *Sb* не превышает диаметра глаза, зрение становится таким сильным и ярким, словно мы пользовались трубой, а предметы находились ближе, чем они есть на самом деле, настолько, насколько они кажутся больше; коль скоро длина трубы приводит, например, к тому, что изображение предмета, отдаленного на тридцать лье, на сетчатке глаза так же велико, как если бы он был удален на тридцать шагов, и коль скоро диаметр отверстия будет таким, как я только что определил, то указанный предмет станет так же хорошо виден, как если бы он действительно находился в тридцати шагах и его рассматривали без трубы. В том случае, когда можно еще уменьшить расстояние между точками *S* и *b*, яркость будет еще сильнее [36].

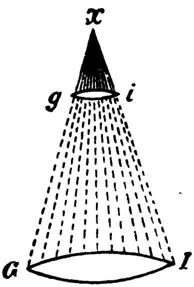


Рис. 35.

Однако приведенные рассуждения справедливы преимущественно в отношении недостижимых предметов; для рассматривания доступных предметов отверстие трубы может быть тем у́же, чем они ближе, при этом яркость не становится слабее. Как вы видите, в маленькую линзу *gi* (рис. 35) попадает лучей, исходящих из точки *x*, не меньше, чем в большую линзу GI; наконец, отверстие не должно быть больше приставляемой к нему линзы, а последняя из-за своей формы не может превышать некоторой величины, которую я впоследствии определю.

Если свет, исходящий из предметов, слишком ярок, его легко ослабить, затемнив края линзы у входа в трубу. Это целесообразнее, нежели ставить впереди несколько мутных или цветных стекол, как поступают некоторые при рассматривании солнца; обратите внимание, что чем меньше отверстие, тем отчетливее зрение, как было сказано ранее по поводу зрачка. Следует также заметить, что лучше закрыть линзу снаружи, чем внутри, чтобы отражения, которые происходят на краях ее поверхности, не направляли в глаз никаких лучей, ибо они, не помогая при наблюдениях, могут только мешать [37].

Осталось разобрать лишь одно условие, выполнение которого желательно для обеспечения работы внешних органов, а именно: предоставление возможности одновременно рассматривать наибольшее число предметов. Это условие связано не с желанием видеть лучше, а со стремлением видеть больше. Вообще говоря, нельзя сразу отчетливо воспринимать зрением свыше одного предмета; удобство обозрения (хотя бы неясного) нескольких предметов полезно главным образом для того, чтобы знать, в какую сторону нужно будет в следующий момент повернуть глаза, дабы рассматривать тот из них, который захочется внимательнее наблюдать. В этом отношении природа сделала все возможное, и никакими способами мы не в состоянии что-либо улучшить. Наоборот, чем больше увеличиваются посредством зрительных труб размеры элементов изображения, создаваемого на сетчатке, тем меньше получается на ней воспроизведений предметов, так как пространство, занимаемое ею, никоим образом нельзя увеличить, разве только, может быть, в очень слабой степени путем оборачивания изображений, что нежелательно по другим причинам [38]. В том случае, когда предметы доступны, весьма несложно переставить тот из них, который должен быть рассмотрен на том месте, откуда его можно наиболее отчетливо видеть через трубу; если же они недостижимы, то легко поставить трубу на приспособление, которое позволяет без труда повернуть ее в желаемую сторону, и тогда ничего не будет пропущено из всего того, что делает это четвертое условие настолько важным.

Наконец, чтобы ничего не упустить, я должен вас предупредить, что дефекты глаза, заключающиеся в том, что хрусталик и зрачок не в состоянии достаточно изменять свою форму, могут понемногу уменьшаться и исправляться путем длительной работы; это происходит по причине того, что хрусталик и оболочка, содержащая зрачок, представляют собою настоящие мускулы; их функции облегчаются и развиваются, когда их тренируют, так же, как и функции всех остальных мускулов нашего тела. Поэтому охотники и матросы, упражняясь в наблюдении очень отдаленных предметов, а также граверы и другие ремесленники, выполняющие исключительно тонкие работы, рассматривая весьма близкие предметы, обычно приобретают умение видеть более отчетливо, чем другие люди. Подобным же образом индейцы, о которых говорят, что они в состоянии пристально смотреть на солнце, не повреждая зрения, вероятно, в былое время, часто рассматривая чрезвычайно яркие предметы, постепенно приучили свои зрачки суживаться сильнее, чем это могут делать наши зрачки [39]. Однако приведенные рассуждения относятся к медицине, цель которой — содействовать улучшению зрения и лечению естественных органов, а не к диоптрике; назначение последней заключается в исправлении тех же недостатков путем применения различных искусственных приспособлений.

Глава VIII

О ФИГУРАХ, КАКИМИ ДОЛЖНЫ ОБЛАДАТЬ ПРОЗРАЧНЫЕ ТЕЛА, ЧТОБЫ ПРЕЛОМЛЯТЬ ЛУЧИ ВСЕМИ СПОСОБАМИ, ПОЛЕЗНЫМИ ДЛЯ ЗРЕНИЯ

Прежде чем подробнее рассказать вам о том, как нужно изготовлять эти искусственные приспособления, чтобы сделать их наиболее совершенными, я обязан предварительно объяснить, какой формой должны обладать поверхности прозрачных тел, чтобы отклонять световые лучи всевозможными способами, могущими служить для моей цели; если мое изложение не будет вполне ясным и понятным всем, ибо это довольно сложный вопрос геометрии, то я постараюсь быть достаточно вразумительным хотя бы для тех, кто знает первые элементы данной науки. Сначала, чтобы не держать их в неведении, я скажу, что все фигуры, о которых пойдет речь, составлены лишь из эллипсов и гипербол, а также окружностей и прямых линий.

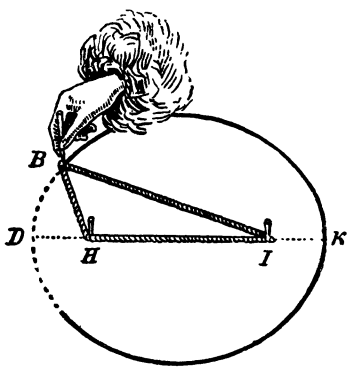


Рис. 36.

Эллипс, или овал, представляет собой кривую, которую описывают математики, отсекая вкось конус или цилиндр; я видел также, как ее применяют садовники при разделении своих цветников, для чего они описывают ее довольно грубым и неточным способом, который, как мне кажется, проще объясняет природу этой кривой, чем сечение цилиндра или конуса. Они вбивают в землю два кола, например один в точке H, другой в точке I, и привязывают к ним оба конца веревки BHI, как показано на рис. 36; далее, натягивая пальцем веревку, причем всегда с одинаковой силой, чтобы она была все время равномерно напряжена, проводят его вокруг двух кольев и таким образом описывают на земле кривую линию DBK, представляющую собой эллипс. Если, не меняя длины веревки BHI, они вобьют колья H и I несколько ближе друг к другу, то опять опишут эллипс, который, однако, будет другого рода, чем предыдущий. В том случае, когда садовники вколотят колья еще ближе друг к другу, они снова опишут эллипс; наконец, коль скоро оба кола соединят вместе, они опишут окружность. Наоборот, если садовники в одинаковой пропорции уменьшат длину веревки и расстояние между кольями, они опишут эллипсы различной величины, но всегда одного рода. Таким образом, вы видите, что существует бесконечное число видов эллипсов, отличающихся друг от друга не меньше, чем от окружности, и что для каждого рода эллипсы могут быть разной величины; если, например, из точки B, произвольно взятой на одном из эллипсов, провести две прямые к точкам H и I, где вбиты оба кола, то эти два отрезка BH и BI, соединенные вместе, будут равны своему большему диаметру DK, что легко доказать построением: часть веревки, идущая от I к B и оттуда изгибающаяся в сторону H, подобна той, которая идет от I к K или D и оттуда делает поворот к H, так что DH равна IK; $HD+DI$, равные $HB+BI$, вместе с тем равны всей линии DK. Наконец, эллипсы, описанные при постоянном соотношении их бо́льшего диаметра DK и расстояния между точками H и I, всегда оказываются одного рода. В связи с известным свойством точек H и I, о чем вы услышите позже, мы их назовем горящими точками [40], одна из которых внутренняя, другая внешняя: если их отнести к половине эллипса, содержащей точку D, I будет внешней точкой; если их отнести к половине, заключающей в себе точку K, I окажется внутренней точкой; следует иметь в виду, что когда мы говорим о горящей точке (фокусе), не указывая, о какой именно, мы всегда подразумеваем внутреннюю. Кроме того, вы должны знать, что коль скоро через точку B проводят две прямые линии LBG и CBE (рис. 37), пересекающие друг друга под прямым углом, одна из которых — LG — делит угол HBI на две равные части, то другая — CE — будет касаться эллипса в точке B; я не привожу здесь доказательства, так как геометры его хорошо знают, а другим было бы не интересно слушать. Но я намерен главным образом объяснить вам следующее: в том случае, когда из точки B, расположенной снаружи эллипса, проводят прямую линию BA, параллельную большому диаметру DK, и, приняв ее равной BI, из точек A и I опускают на LG два перпендикуляра AL и IG, то эти отрезки AL и IG будут находиться в том же соотношении, что и отрезки DK и HI. Следовательно, если линия AB представляет собой световой луч, а эллипс DBK — поверхность твердого прозрачного тела, через которое, согласно вышесказанному, лучи проникают легче, чем через воздух, в том же соотношении, в каком отрезок DK относится к HI, то луч AB будет отклонен в точке B поверхностью прозрачного тела так, что он направится оттуда в точку I. Поскольку точка B на эллипсе взята произвольно, все, что сказано о луче AB, может быть распространено вообще на любые лучи, падающие на какую-либо точку эллипса параллельно оси DK, причем все они будут отклонены таким образом, что пройдут через I.

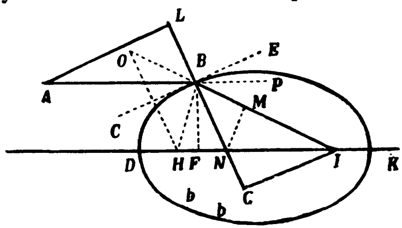


Рис. 37.

Это доказывается следующим образом: если из точки B провести линию BF, перпендикулярную KD, и из точки N, где пересекаются LG и KD, прямую NM, перпендикулярную IB, то AL будет относиться к IG, как BF к NM. Ибо, с одной стороны, треугольники BFN и BLA подобны, потому что они оба прямоугольны, отрезки NF и BA параллельны, а углы *FNB* и *ABL* равны; с другой стороны, и треугольники *NBM* и *IBG* подобны, так как они прямоугольны и у них угол *B* общий. Кроме того, оба треугольника *BFN* и *BMN* находятся между собой в том же отношении, в каком *ALB* и *BGI*, ибо поскольку основания обоих *BA* и *BI* равны, отрезок *BN*, будучи основанием треугольника *BFN*, равен самому себе, потому что он вместе с тем оказывается основанием треугольника *BMN*; отсюда, очевидно, следует, что *BF* относится к *NM* так же, как *AL*, являющаяся стороной треугольника *ALB* (рис. 38), которая соответствует *BF* в треугольнике *BFN*, т. е. противостоит тому же самому углу и относится к *IG*, стороне треугольника *BGI*, соответствующей стороне *NM* треугольника *BNM*. Далее, *BF* относится к *NM*, как *BI* к *NI*, ибо оба треугольника *BIF* и *NIM*, будучи прямоугольными и имея общий угол в точке *I*, подобны. Кроме того, если провести *HO* параллельно *NB* и продолжить *IB* до *O*, мы увидим, что *BI* относится к *NI*, как *OI* к *HI*, потому что треугольники *BNI* и *OHI* подобны. Так как оба угла — *HBG* и *GBI* — одинаковы по построению, *HOB*, который равен *GBI*, в то же время равен *OHB* вследствие того, что он совершенно соответствует по величине *HBG*; следовательно, треугольник *HBO* равнобедренный; поскольку отрезок *OB* равен отрезку *HB*, вся линия *OI* равна линии *DK*, ибо *HB* и *IB*, соединенные вместе, равны ей. Таким образом, чтобы сделать выводы, нужно все повторить с начала до конца: *AL* относится к *IG* как *BI* к *NM*; *BF* относится к *NM*, как *BI* к *NI*, и *BI* относится к *NI*, как *OI* к *HI*, а *OI* равен *DK*; в силу этого *AL* относится к *IG*, как *DK* к *HI*[41].

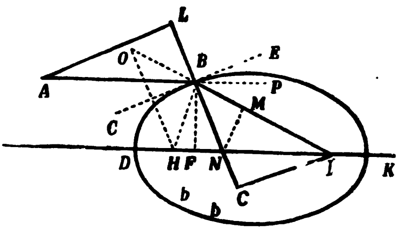


Рис. 38.

Следовательно, для того чтобы начертить эллипс *DBK*, отрезкам *DK* и *HI* придают соотношение, известное из опыта и служащее для определения преломления всех лучей, косо проходящих из воздуха в стекло или другое прозрачное тело, намечаемое к применению; в том случае, когда из стекла делают тело, имеющее фигуру, которую описал бы

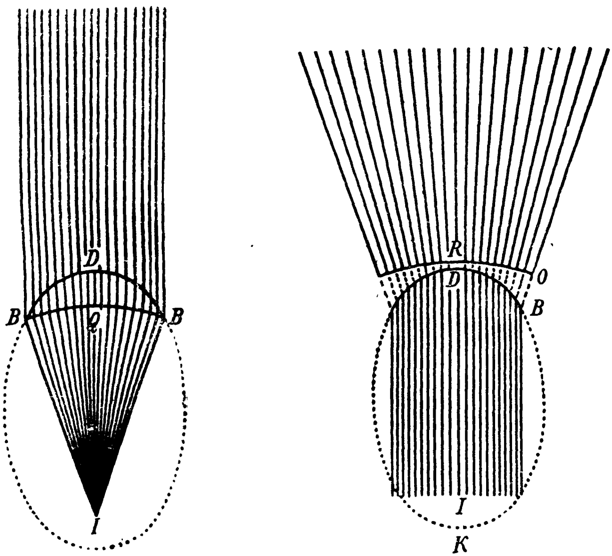


Рис. 39.

этот эллипс, если бы он вращался вокруг оси *DK*, лучи, будучи в воздухе параллельными оси *DK*, как, например, *AB*, проникая в стекло, преломятся таким образом, что непременно соберутся в одном из двух фокусов — *I* или *H*, именно в том, который наиболее удален от того места, откуда они исходят. Ибо вы знаете, что луч *AB* неизбежно отклоняется в точке *B* кривой поверхностью стекла, представляемой эллипсом *DBK*, так же, как он отклоняется плоскостью такого стекла, представляемой прямой линией *CBE*, в которой он обязательно пойдет из *B* к *I*, потому что *AL* и *IG* относятся друг к другу, так же как DK и HI, т. е. согласно законам преломления. Поскольку точка B на эллипсе взята произвольно, все, что мы сказали в отношении луча AB, распространяется и на остальные лучи, падающие параллельно DK, и на любые точки эллипса, так что все они непременно собираются в точку I.

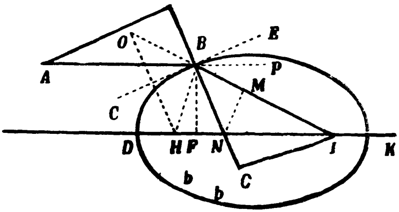


Рис. 40.

Далее, ввиду того, что все лучи, направляющиеся к центру окружности или шара, падая перпендикулярно к их поверхности, не претерпевают никакого преломления, если из центра I (рис. 39) описывают окружность на произвольном расстоянии, лишь бы она проходила между точками D и I, как BQB, кривые DB и QB, вращаясь вокруг оси DQ, опишут фигуру линзы, которая соберет в воздухе, в точке I, лучи, кои на другой стороне линзы, а также в воздухе были параллельны оси, и, наоборот, эта линза превратит лучи, исходящие из точки I, в параллельный пучок.

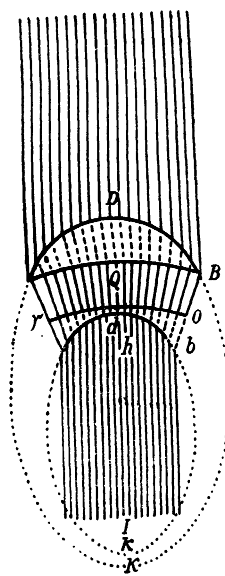


Рис. 41.

Коль скоро из того же центра I описать окружность RO на любом произвольном расстоянии за точкой D и провести прямую линию BO, проходящую через произвольную точку B на эллипсе, при условии, однако, что точка B будет не дальше от D, чем от K, таким образом, чтобы прямая BO направлялась бы в точку I, то линии RO, OB и BD, вращаемые вокруг оси DR, опишут фигуру линзы, которая превратит лучи, распространяющиеся со стороны эллипса параллельно оси, в пучок лучей, расходящийся из точки I; действительно, пусть луч PB (рис. 40) настолько отклоняется вогнутой поверхностью стекла DBA, насколько луч AB — выпуклой поверхностью DBK; следовательно, BO должен быть на той прямой линии, на какой и BI, ибо PB находится на той же прямой, что и BA; так же обстоит дело с другими лучами. Если внутри эллипса DBK (рис. 41) описывают другой эллипс меньшего размера, но того же рода, что и dbk, фокус которого, обозначенный через I, совпадает с фокусом предыдущего эллипса, также обозначенным буквой I, а другой фокус — h — находится на той же прямой линии, направленной в ту же сторону, что и D, и проводят прямую линию Bb через точку B, взятую произвольно, как и раньше, причем эта прямая направлена к точке I, то линии DB, Bb и bd, вращаемые вокруг оси Dd, опишут фигуры линзы, обладающей таким свойством, что все лучи, которые были параллельны до попадания в нее, окажутся снова параллельными по выходе из нее. Вместе с тем они будут более сжаты и займут меньшее пространство со стороны маленького эллипса db, чем со стороны большого. В том случае, когда для уменьшения линзы $DBbd$ из центра C описывают окружности QB и ro, поверхности DBQ и $robd$ представляют собой фигуры и положения двух линз, более тонких, но обладающих тем же свойством.

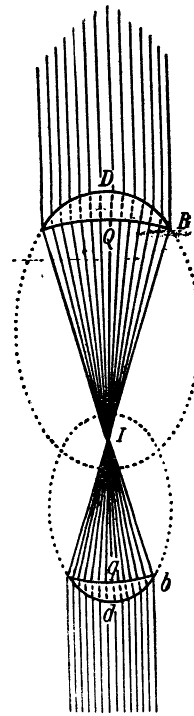


Рис. 42.

Коль скоро две подобные линзы DBQ (рис. 42) и dbq, не равные по величине, соединить так, чтобы их оси были на одной прямой, оба их внешних фокуса, помеченные буквой I, совпадали, а их сферические поверхности BQ и bq оказались обращенными друг к другу, они окажут такое же действие.

Если соединить две подобные по форме линзы DBQ и dbq (рис. 43), не равные по величине, или поставить их на произвольном расстоянии друг от друга, лишь бы только их оси были расположены на одной прямой, а эллиптические

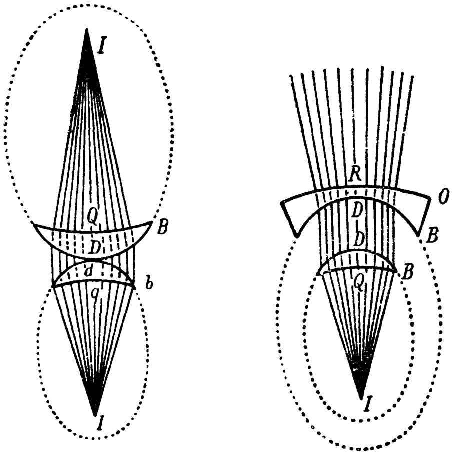


Рис. 43.

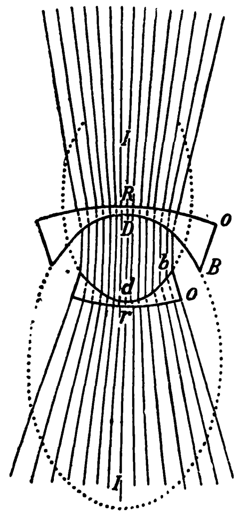


Рис. 44.

поверхности обращены друг к другу, то они соберут все лучи, идущие из фокуса одной из них, помеченного буквой I, в другой фокус, также помеченный буквой I.

Если соединить две разные по форме линзы DBQ и $DBOR$ таким образом, чтобы их поверхности DB и BD были повернуты друг к другу, то они обратят пучок лучей, распространяющихся из точки I фокуса линзы DBQ, в пучок лучей, исходящих из точки I фокуса линзы $BDOR$, или, напротив, соберут лучи, направляющиеся к точке I, в другую точку, обозначенную также буквой I.

Наконец, если соединить две линзы *dbor* и *DBOR* (рис. 44) так, чтобы их поверхности *db* и *BD* были обращены друг к другу, то лучи, стремящиеся после прохождения первой из линз к точке *I*, снова разойдутся по выходе из второй, как если бы они распространялись из другой точки *I*. Можно произвольно менять расстояние до каждой из точек, помеченных *I*, *I*, изменяя величину эллипса, от которого оно зависит. Следовательно, только с помощью эллипса и окружности можно определить линзы, обладающие таким свойством, что лучи, исходящие из одной точки или направленные к одной точке, или параллельные, могут принимать любое из трех перечисленных расположений в любых возможных комбинациях.

Гипербола, так же как и эллипс, представляет собой кривую, которую математики описывают как сечение конуса; чтобы вы поняли ее свойства, я опять воспользуюсь примером с садовником, употребляющим ее для составления рисунка какого-нибудь цветника. Он снова вбивает колья в точках *H* и *I* (рис. 45) и, привязав к концу длинной линейки конец веревки, несколько более короткой, чем в ранее рассмотренном случае, делает круглое отверстие на другом конце линейки, в которое он вводит кол *I*, и петлю на противоположном конце веревки, которую накидывает на второй кол *H*. Затем, ставя палец в точку *X*, где они привязаны друг к другу, садовник опускает его вниз до точки *D*, беспрестанно придерживая веревку вплотную к линейке на участке от точки *X* до места, в котором он ее касается, одновременно натягивая ее и тем самым заставляя линейку вращаться вокруг кола; по мере того как садовник опускает свой

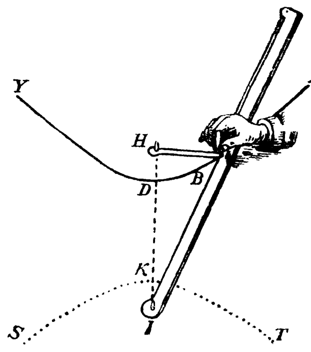


Рис. 45.

палец, он проводит на земле кривую линию XBD, которая оказывается частью гиперболы; затем, вращая линейку по другую сторону к Y, он таким же образом наносит остальную часть YD; кроме того, если садовник накидывает петлю веревки на кол I, а конец линейки насаживает на кол H, он начертит другую гиперболу SKT, совершенно подобную по конфигурации предыдущей, но лежащую на противоположной стороне. Однако в том случае, когда, не меняя ни кольев, ни линейки, садовник удлиняет только веревку, он описывает

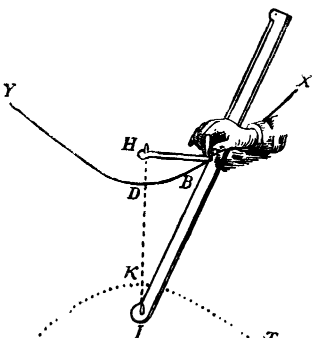


Рис. 46.

гиперболу иного рода, а если сделает ее более длинной, то начертит еще одну гиперболу, отличную от предыдущей; продолжая подобным образом и удлиняя веревку до длины линейки, он опишет вместо гиперболы прямую линию; далее, коль скоро садовник меняет расстояние между кольями в том же соотношении, что и разность длин линейки и веревки, он начертит однородные гиперболы, однако подобные части их будут отличаться по величине. Наконец, если садовник одинаково увеличивает длину веревки и линейки, не меняя ни разности их длин, ни расстояния между двумя кольями, он всегда начертит одну и ту же гиперболу, причем теперь сможет описать ее бо́льшую часть, ибо эта кривая обладает таким свойством, что, хотя она все сильнее и сильнее искривляется в одну сторону, ее можно продлить до бесконечности без того, чтобы ее концы когда-нибудь встретились; отсюда следует, что в некотором отношении она находится в том же родстве с прямой линией, в каком состоит эллипс с окружностью; вы видите также, что существует бесконечное число различного рода гипербол и в каждом из них беспредельное количество подобных кривых. Далее, если, например, через точку *B* (рис. 46), произвольно взятую на одной из гипербол, провести две прямые к двум точкам *H* и *I*, где вбиты колья (точки *H* и *I* мы опять назовем фокусами), то разность двух отрезков *HB* и *IB* всегда будет равна отрезку *DK*, совершенно соответствующему по величине расстоянию между двумя противоположными ветвями гиперболы; указанное обстоятельство вытекает из того, что *BI* длиннее *BH* как раз настолько, насколько линейка длиннее веревки, и что *DI* в такой же мере длиннее *DH*; ибо, если *DI* укоротить на отрезок *KI*, который равняется *DH*, их разность составит *DK*. Наконец, вы видите, что все гипер-

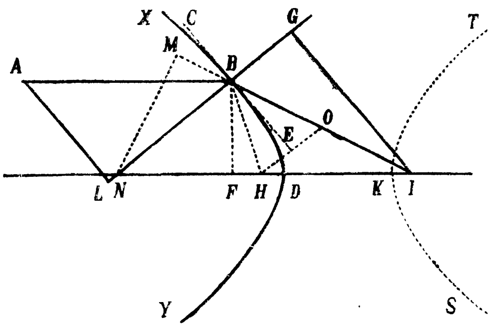


Рис. 47.

болы, начерченные при одном и том же соотношении между *DK* и *HI*, одного рода; кроме того, вам необходимо знать, что коль скоро через точку *B* (рис. 47), произвольно взятую на гиперболе, провести прямую линию *CE*, разделяющую угол *HBI* на две одинаковые части, прямая *CE* коснется гиперболы в точке *B*, доказательство чего геометрам хорошо известно.

Здесь я намерен вам разъяснить, что если через эту же точку *B* провести внутрь гиперболы прямую линию *BA*, параллельную *DK*, и прямую *LG*, пересекающую *CE* под прямым углом, приняв *BA* равным *BI* и опустив из точек *A* и *I* два перпендикуляра *AL* и *IG* на прямую *LG*, то два последних отрезка AL и IG будут находиться в том же соотношении, в каком состоят отрезки DK и HI. Далее, коль скоро стеклянному телу — куску стекла, в котором преломление определяется соотношением между линиями DK и HI, придают форму гиперболы, обнаруживается, что все лучи, параллельные оси в стекле, собираются снаружи в точке I, по крайней мере, если оно выпуклое; в том случае, когда оно вогнутое, лучи рассеиваются, словно они исходят из точки I.

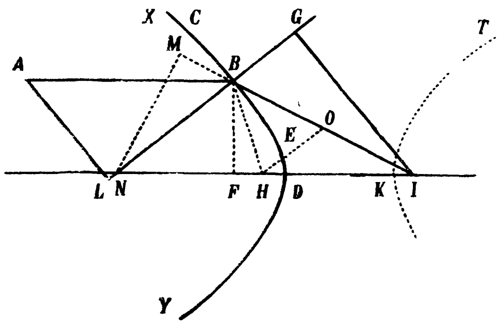


Рис. 48.

Это можно доказать следующим образом: если через точку B (рис. 48) провести прямую BF, перпендикулярную к продолжению KD, и через точку N, в которой LG и KD пересекаются, прямую линию NM, перпендикулярную к продолжению IB, то выяснится, что отрезок AL относится к IG, как BF к NM; действительно, с одной стороны, треугольники BFN и BLA подобны, так как они оба прямоугольны, поскольку NF и BA параллельны, и углы FNB и LBA равны; с другой стороны, треугольники IGB и NMB также подобны, так как они прямоугольны и углы IBG и NBM равны. Помимо того, поскольку тот же отрезок BN служит основанием двум треугольникам BFN и NMB, постольку BA — основание треугольника ALB, — равно BI — основанию треугольника IGB; отсюда следует, что стороны треугольника *BFN* относятся к сторонам треугольника *NMB*, как стороны треугольника *ALB* к сторонам треугольника *IGB*. Далее, *BF* относится к *NM*, как *BI* к *NI*, потому что оба треугольника *BIF* и *NIM*, будучи прямоугольными и имея общий угол *I*, подобны. Кроме того, если *HO* провести параллельно *LG*, то окажется, что *BI* относится к *NI*, как *OI* к *HI*, ибо треугольники *BNI* и *OHI* подобны. Наконец,

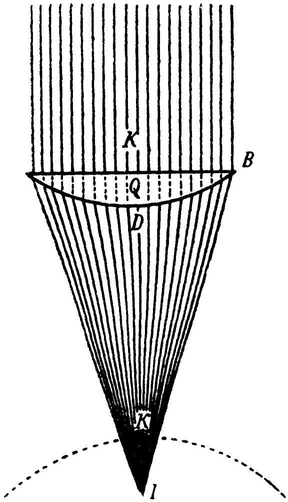


Рис. 49.

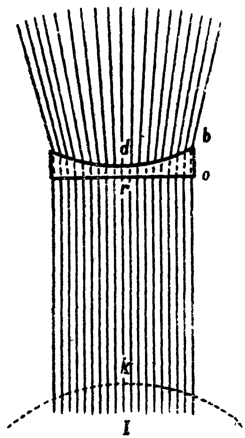


Рис. 50.

так как оба угла *EBH* и *EBI* одинаковы по построению и линия *HO*, которая параллельна *LG*, аналогично последней пересекает *CE* под прямым углом, оба треугольника *BEH* и *BEO* совершенно сходны. Таким образом, поскольку *BH*, основание одного, равно *BO*, основанию другого, постольку разность между *BH* и *BI*, полностью соответствующая по величине *DK*, равна *IO*, так что *AL* относится к *IG*, как *DK* к *HI*. Отсюда следует, что между отрезками *DK* и *HI* надо постоянно соблюдать соотношение, служащее для определения преломления, совершающегося в стекле или другой материи, которую намерены применять, подобно тому как мы поступали, когда чертили эллипсы, за исключением того, что здесь из двух отрезков возможен лишь наиболее короткий, а именно отрезок *DK*, в то время как при вычерчивании эллипса он мог быть наиболее длинным; если такую часть гиперболы, как *DB*, провести произвольной длины и из *B* перпендикулярно *KD* опустить прямую линию *BQ*, то линии *DB* и *QB*, вращаясь вокруг оси *DQ*, создадут фигуру линзы (рис. 49), обладающей тем свойством, что все лучи, проходящие через нее и находящиеся в воздухе параллельно оси со стороны плоской поверхности *BQ*, где, как вы знаете, они не претерпят никакого преломления, соберутся с другой стороны в точке *I*.

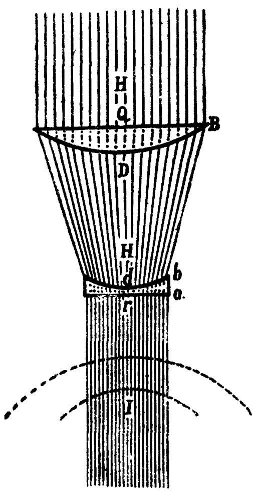


Рис. 51.

Начертив гиперболу *db* (рис. 50), подобную предыдущей, проводим прямую линию *ro* в любом месте при условии, что она, не пересекая этой гиперболы, пойдет перпендикулярно оси *dk*; коль скоро обе точки *b* и *o* соединить другой прямой, параллельной *dk*, то три линии *ro*, *ob* и *bd* при вращении около оси *dk* опишут фигуру линзы, которая обладает свойством рассеивать все лучи, параллельные оси со стороны ее плоской поверхности, словно они исходят из точки *I*.

Если для проведения гиперболы, относящейся к линзе *robd* (рис. 51), линию *HI* взять короче, чем для линзы *DBQ*, и данные линзы расположить так, чтобы их оси *DQ*, *rd* лежали на одной прямой, фокусы *I* совпадали, а обе гиперболические поверхности были бы обращены друг к другу, то эти две линзы превратят пучки лучей, падающие на них параллельно оси, опять в параллельные, но так, что после прохождения пучки сделаются более узкими со стороны линзы *robd*.

Если две подобные линзы DBQ (рис. 52) и dbq, не равные по величине, разместить таким образом, чтобы их оси DQ, dq находились на одной прямой, фокусы, обозначенные I, совпадали, а обе гиперболические поверхности были повернуты друг к другу, то они, как и предыдущие, превратят падающие параллельно оси пучки лучей после их преломления снова в параллельные, но более узкие со стороны меньшей линзы [42].

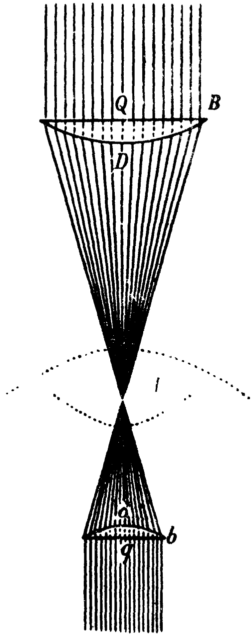


Рис. 52.

Коль скоро плоские поверхности двух линз DBQ и dbq соединить или поместить на любом расстоянии друг от друга, лишь бы только указанные поверхности были обращены друг к другу без обязательного соблюдения условия, чтобы оси располагались на одной прямой, точнее, если составить линзу, которая имела бы фигуру этих двух присоединенных линз, то она все лучи, распространяющиеся из точки I (рис. 53), соберет в точку i, находящуюся на другой стороне.

Если линзу образовать из сочетания двух линз DBQ и $robd$ (рис. 53) так, чтобы обе плоские поверхности соприкасались, она соберет в одну точку I лучи, идущие из точки i.

Наконец, коль скоро линзу составить из двух линз, подобных $robd$, таким образом, чтобы их плоские поверхности соприкасались, она рассеет лучи, падающие на эту линзу и пересекающиеся в точке I на другой стороне так, словно они исходят из точки i.

Сказанное выше, как мне кажется, настолько ясно, что достаточно посмотреть на рисунки, чтобы все понять.

Впрочем, такие же преобразования пучков, какие я только что описал сначала для двух эллиптических линз, а затем для двух гиперболических, могут быть вызваны двумя линзами, из которых одна эллиптическая, а другая гиперболическая. Кроме того, можно создать бесконечное число

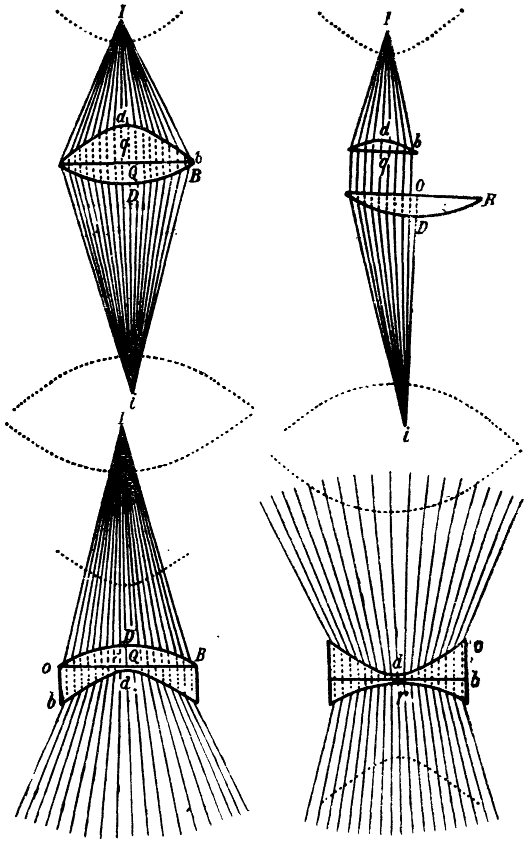


Рис. 53.

линз, которые действовали бы подобно указанным линзам, а именно так, чтобы все лучи, распространяющиеся из точки I, или концентрирующиеся в точке I, или параллельные друг другу, переходили из одной конфигурации в любую другую. Полагаю, однако, что здесь об этом говорить не следует, значительно удобнее дать объяснение несколько позже с помощью геометрии; к тому же описанные линзы особенно пригодны для моих целей, что я постараюсь теперь подтвердить и тем самым показать вам, какие из них являются наиболее подходящими, подчеркивая основные отличия, существующие между ними.

Первое отличие заключается в том, что фигуры одних линз чертить легче, фигуры других — труднее. Несомненно, что за исключением прямой линии, окружности и параболы, которые не могут служить для определения хотя бы одной из перечисленных линз, как всякий легко убедится, не существует более простых кривых, чем эллипс и гипербола; таким образом, поскольку прямая линия проще окружности, а гипербола не сложнее эллипса, линзы, фигуры которых состоят из гипербол и прямых, оказываются наиболее простыми из всех возможных для изготовления. Далее, считая в порядке сложности, следуют фигуры, состоящие из эллипсов и окружностей, а все остальные, не перечисленные здесь, еще сложнее для изготовления.

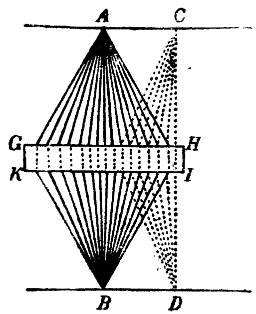


Рис. 54.

Второе отличие заключается в следующем. Среди всех поверхностей, одинаковым образом преобразующих пучки, распространяющиеся из одной определенной точки или идущие параллельно с одной стороны, те из них, которые обладают наименьшей кривизной или у которых она изменяется более плавно, т. е. поверхности, создающие более ровное (равномерное) преломление, создают более точное схождение пучков, направляющихся из соседних точек.

Чтобы возможно лучше понять сказанное, следует обратить внимание на то, что лишь неравномерность кривизны линий, из которых составлены фигуры линз, является препятствием к такому же хорошему схождению лучей, соответствующих другим точкам, какое имеет место для одной основной точки; это относится также к параллельным пучкам. Для преобразования пучка, исходящего из точки *A* (рис. 54), в пучок, сходящийся в точке *B*, необходимо, чтобы у линзы *GHIK*, расположенной между ними, поверхности были совершенно плоскими. Тогда прямая линия *GH*, являющаяся одной из них, приобретет свойство обращать все лучи, исходящие из точки *A* и попадающие в стекло, в параллельные; аналогично другая прямая линия *KI* превращает пучок, концентрирующийся в точке *B*, в параллельный; прямые линии *GH* и *KI* заставили бы лучи, идущие из точки *C*, собраться в точке *D*; и вообще все лучи, направляющиеся из произвольной точки на прямой линии *AC*, которую я полагаю параллельной *GH*, сходились бы в одну из точек на линии *BD*, которую я считаю также параллельной *KI* и настолько же удаленной от нее, насколько *AC* удалена от *GH*. Так как линии *GH* и *KI* совсем не искривлены, все точки линий *AC* и *BD* относятся к ним одинаковым образом. Если бы линза *LMNO* (рис. 55), относительно которой я полагаю, что ее поверхности *LMN* и *LON* являются двумя равными частями сферы, имела свойство превращать пучок лучей, устремляющийся из точки *A*, в пучок лучей, собирающийся в точке *B*, она обладала бы, помимо того, способностью превращать пучок, распространяющийся из точки *C*, в пучок лучей, концентрирующийся в точке *D*; и вообще все лучи, исходящие из точек на поверхности *CA*, которую я предполагаю сферической, имеющей тот же центр, что и поверхность *LMN*, собирались бы в ка-

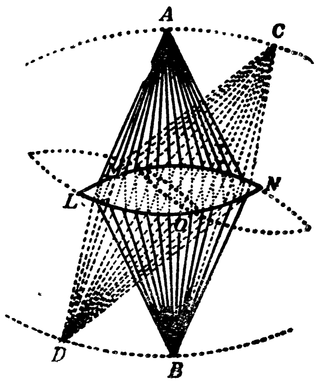


Рис. 55.

кую нибудь точку на поверхности BD, также являющейся сферической, с тем же центром, что LON, и настолько же удаленной от нее, насколько AC удалена от LMN, ибо все части поверхностей LMN и LON одинаково искривлены по отношению ко всем точкам, принадлежащим поверхностям CA и BD. Но ввиду того, что в природе не существует кривых, за исключением прямой и окружности, все части которых одинаково располагаются по отношению к нескольким точкам, и поскольку ни той ни другой не хватает для того, чтобы составить фигуру линзы, точно собирающей лучи, направляющиеся из одной точки в другую, постольку очевидно, что ни одна из необходимых для этой цели кривых не сможет обладать свойством собирать лучи, идущие из нескольких точек в другие точки.

Для выделения линз, обладающих свойством наименьшим образом отклонять лучи от тех точек, где их желательно концентрировать, нужно выбирать поверхности наименее кривые или поверхности, кривизна которых меняется наиболее равномерно, чтобы они в возможно большей степени приближались бы к прямой или к окружности; при этом следует отдавать предпочтение прямой по сравнению с окружностью, потому что части последней одинаково относятся только к точкам, равно удаленным от ее центра, а что касается других точек, то они находятся по отношению к частям окружности в ином положении, чем ее центр. Отсюда легко заключить, что в указанном смысле гипербола лучше эллипса и что невозможно создать линзы другой конфигурации, которые собирали бы лучи, исходящие из различных точек в другие точки так же хорошо, как те линзы, фигура которых состоит из гипербол. Я не буду задерживаться и приводить подробное доказательство; вы можете легко применить сказанное к различным приемам изменения в расположении лучей, относящихся к другим точкам либо собирающихся в параллельные пучки, идущие с разных сторон, и выяснить, что для всех случаев более других подходят гиперболические линзы, или, во всяком случае, они не намного хуже других, так что последние соображения не могут быть противопоставлены преимуществам, свойственным гиперболическим поверхностям, — в частности легкости, с которой они могут быть изготовлены; в этом отношении они превосходят остальные поверхности [43].

Третье отличие между перечисленными линзами заключается в следующем: лучи, пересекающиеся при прохождении,

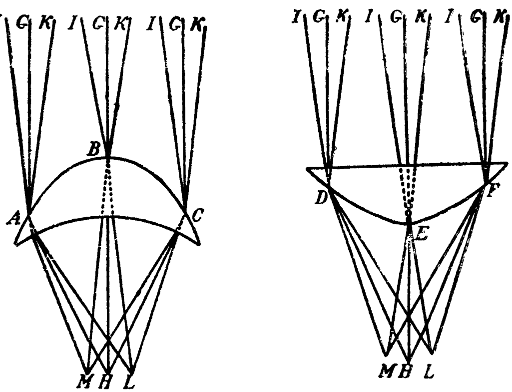


Рис. 56.

оказываются несколько более удаленными с одной стороны по сравнению с другой, в то время как в других линзах совершается как раз обратное явление. Если лучи G, G (рис. 56) распространяются из центра солнца, лучи I, I — с левой стороны его окружности, а K, K — с правой, то они немного больше отклоняются друг от друга после преломления в гиперболической линзе DEF, чем до прохождения через нее; наоборот, они отклоняются меньше после преломления в эллиптической линзе ABC; следовательно, эллиптическая линза сближает точки LHM значительно сильнее, нежели гиперболическая, причем тем больше, чем линза толще; вместе с тем надо иметь в виду, что какую бы толщину ей ни придавали, она может их приблизить только на одну четверть или на одну треть больше, чем гиперболическая: это

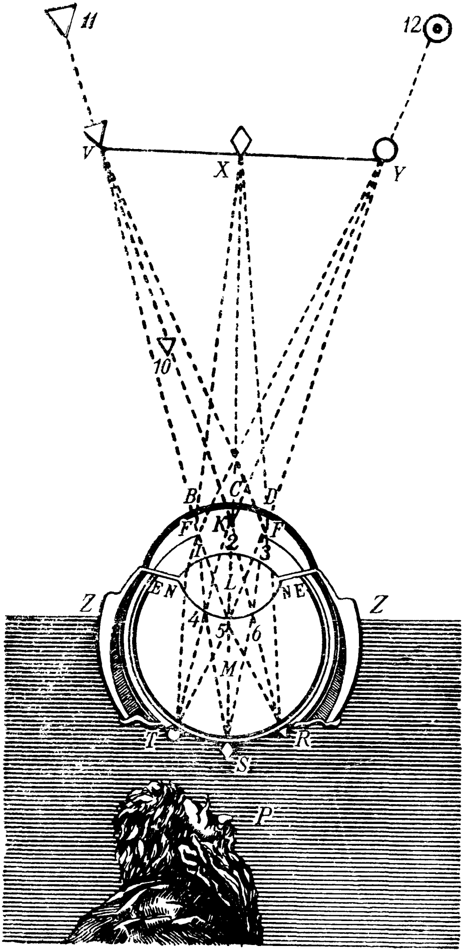


Рис. 57.

измеряется величиной преломления, создаваемого стеклом; например горный хрусталь, где преломление немного сильнее, должен несколько увеличить указанную разницу. Но не существует никакой другой конфигурации линзы, которая могла бы точки *LHM* удалить значительно сильнее, нежели гиперболическая, или сблизить больше, чем эллиптическая [44].

Здесь вы можете, между прочим, отметить, в каком смысле надо понимать сказанное мною выше, а именно, что лучи, направляющиеся из различных точек или идущие параллельными пучками со всех сторон, пересекаются после проникновения через первую поверхность, которая собирает их приблизительно в таком же количестве других точек; точно так же точки предмета *VXY* (рис. 57), как было отмечено раньше, создающие изображение *RST* на дне глаза, пересекаются после преломления на первой же поверхности *BCD*. Указанное обстоятельство зависит от того, например, что три луча *VCR*, *XCS* и *YCT* действительно пересекаются на поверхности *BCD* в точке *C*; следовательно, *VDR* пересекается с *YBT* гораздо выше, а *VBR* с *YDT* гораздо ниже; однако, поскольку лучи следуют к тем же точкам, к которым стремятся *VCR* и *YCT*, постольку можно считать, что они неизбежно пересекутся в этом же месте. Так как именно поверхность *BCD* направляет их в те же точки, то нужно думать, что все лучи должны скреститься как раз в том месте, где она находится, а не выше или ниже; другие поверхности, такие, как *1 2 3* и *4 5 6*, здесь ничего изменить не могут. Равным образом, хотя две кривые палки *ACD* и *BCE* (рис. 58) сильно отклоняются от точек *F* и *G*, через которые они прошли бы, если бы были прямыми и продолжали пересекаться в точке *C*, тем не менее надо полагать, что они непременно скрестятся в точке *C*. Но они могли бы оказаться слишком искривленными, для того чтобы снова пересечься в другой точке. Именно это и совершается с лучами, проходящими через два выпуклых стекла — *DBQ* и *dbq* (рис. 53), вначале пересекающимися на поверхности первого, а затем на поверхности

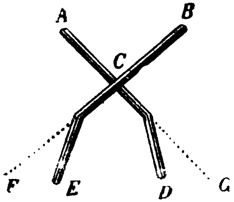


Рис. 58.

второго, во всяком случае с теми, которые направляются с разных сторон [45], ибо в отношении лучей, распространяющихся с одной стороны, можно с уверенностью сказать, что они должны скреститься лишь в фокусе, помеченном точкой *I*.

Заметьте, что лучи солнца, собранные эллиптической линзой *ABC* (рис. 56), должны гореть с бо́льшей силой, чем лучи, собранные гиперболической линзой *DEF*. Это происходит потому, что нужно принимать во внимание не только лучи, идущие из центра солнца, такие, как *G*, *G*, но и все другие, которые, направляясь из других точек его поверхности, имеют не намного больше силы, чем центральные; таким образом, количество теплоты, которое они могут передать, должно измеряться площадью тел, собирающих лучи, и сравнением ее с площадью пространства, где они сосредоточены; например, в том случае, когда диаметр линзы *ABC* в четыре раза больше, чем расстояние между точками *M* и *L*, лучи, сконцентрированные линзой *ABC*, должны иметь в шестнадцать раз больше силы, чем если бы они проходили через плоское стекло, которое бы их не отклоняло. Расстояние между точками *M* и *L* может быть больше или меньше в зависимости от расстояния, отделяющего их от линзы *ABC* или любого другого тела, собирающего лучи, причем ни величина диаметра этого тела, ни любая особенность его конфигурации не могут добавить больше, чем приблизительно одну четверть или одну треть; несомненно, что придуманный отдельными лицами луч, сжигающий на бесконечно большом расстоянии, представляет собой только мечту [46]. Если иметь два стекла (две линзы или два зеркала любого рода, лишь бы только их фигуры были совершенно подобны и одно из них было гораздо больше другого), то наибольшее из них соберет солнечные лучи дальше от себя и на большей площади, нежели наименьшее; однако солнечные лучи не будут обладать большей силой в каждой части этой площади, чем на той, куда их собирает наименьшее зеркало; следовательно, можно изготовить стекла или зеркала чрезвычайно маленькие, располагающие, однако, такой же зажигательной силой, какой обладают самые большие. Зажигательное зеркало, диаметр которого не больше, чем сотая часть расстояния между ним и местом, где сосредоточиваются солнечные лучи, т. е. зеркало, имеющее такое же отношение к этому расстоянию, какое имеет диаметр солнца к расстоянию от него до нас, даже если бы оно было отшлифовано ангелом, не может посредством концентрируемых им лучей нагреть то место, куда оно их собирает, больше, чем лучи, излучаемые непосредственно солнцем; то же справедливо для зажигательных стекол.

Отсюда вы можете сделать вывод о том, что только люди, не слишком сведущие в оптике, убеждены в реальности многих небылиц и что эти зеркала, с помощью которых Архимед якобы сжег издали корабли, либо были чрезвычайно велики, либо, что вероятнее, вовсе не существовали.

Четвертое отличие между стеклами, о которых здесь идет речь, касающееся главным образом линз, меняющих направление лучей, идущих из достаточно близкой точки, заключается в том, что линзы, поверхности которых обращены к этой точке, являются наиболее вогнутыми, и если учесть их диаметр, то надо признать, что они могут собрать большее число лучей, чем другие, несмотря на то, что их диаметр не превышает диаметра остальных линз. В указанном смысле эллиптическая линза *NOP* (рис. 59), края которой *N* и *P* совпадают с малым диаметром эллипса, превосходит гиперболическую *QRS*, хотя последняя может оказаться весьма значительной по размерам, и никакая другая форма линз не в состоянии быть большей величины. Наконец, эти линзы отличаются друг от друга тем, что для получения тождественного действия с помощью лучей, распространяющихся из какой-либо определенной точки или идущих по определенному направлению, число линз должно быть больше в одном случае, чем в других, либо они должны заставить лучи, исходящие из разных точек или движущиеся по разным направлениям, взаимно пересечься наибольшее число раз; вы уже раньше видели, что если надлежит собрать в точку *1* лучи, устремляющиеся из точки *2*, или рассеять их так, как будто они попадали бы из точки *2*, или принудить лучи, направляющиеся в точку *1*, снова разойтись таким образом, словно они следовали бы из точки *2*, то надо применить две эллиптические линзы, в то время как достаточно упо-

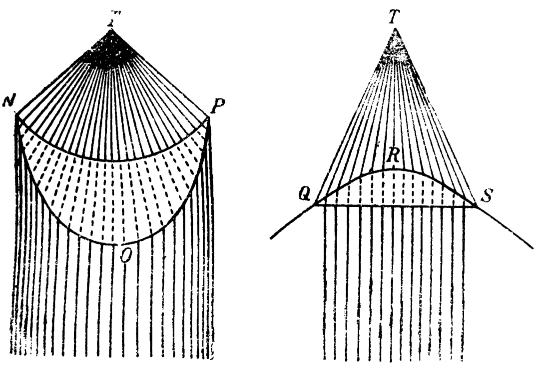


Рис. 59.

требить одну, если линза гиперболическая; вы вместе с тем наблюдали, что пучок параллельных лучей, остающихся параллельными и после преломления, можно поставить в необходимость занимать меньшее место, чем раньше, как с помощью двух гиперболических выпуклых линз, которые заставляют лучи, идущие из разных направлений, пересекаться дважды, так и посредством одной выпуклой и одной вогнутой линз, принуждающих лучи пересекаться один раз. Однако совершенно очевидно, что ни при каких условиях не следует применять некоторого, даже весьма ограниченного количества линз на то, что может быть так же хорошо выполнено при помощи одной, и заставлять лучи пересекаться несколько раз, когда достаточно одного[47].

Из всего сказанного вытекает, что гиперболические и эллиптические линзы следует предпочесть любым другим, какие только могут быть придуманы, и что гиперболические линзы почти во всех отношениях имеют преимущества перед эллиптическими. Теперь я перейду к вопросу о том, каким способом, по моему мнению, надлежит составлять каждый род зрительных труб, чтобы они были наиболее совершенными.

Глава IX

ОПИСАНИЕ ЗРИТЕЛЬНЫХ ТРУБ

Сначала необходимо выбрать прозрачную материю, вполне пригодную для шлифовки, достаточно твердую для того, чтобы сохранить форму, которая ей будет придана, наименее окрашенную и, по возможности, вызывающую минимальное количество отражений [48]. До сих пор не найдено ничего, что могло бы превзойти стекло, которое обладает названными качествами в совершенстве, если оно прозрачно, чисто и выплавлено из чистейшей золы. Хотя горный хрусталь представляется более чистым и прозрачным, однако поскольку его поверхности отражают больше лучей, чем поверхности стекла (чему нас учит опыт), постольку он не так хорошо подходит для наших целей. Чтобы понять, на основании чего совершается отражение, почему оно возникает преимущественно на поверхности стекла и хрусталя, а не внутри, и по какой причине оно больше присуще хрусталю, чем стеклу, вы должны вспомнить все сказанное мною о природе света; я говорил, что свет в прозрачных телах есть не что иное, как действие или стремление к движению какой-то очень разреженной материи, заполняющей их поры; представьте себе, что поры каждого из этих прозрачных тел настолько гладки и прямолинейны, что разреженная материя, которая может войти в них, легко течет вдоль, не встречая никаких препятствий, но что поры двух прозрачных тел разного рода, например воздуха и стекла или воздуха и хрусталя, никогда не соответствуют настолько точно друг другу, чтобы не было каких-нибудь частей разреженной материи, которые, идя, например, из воздуха в стекло, не отражались бы от твердых частей этой поверхности; таким же образом указанные частицы, идя из стекла в воздух, отражаются и возвращаются внутрь стекла, ибо они встречают твердые части поверхности воздуха (в воздухе имеется много таких частиц, которые могут быть названы твердыми, если сравнить их с разреженной материей). Далее, твердые части хрусталя толще, нежели у стекла, и его поры сжаты сильнее, о чем легко судить, так как он более тверд и тяжел; по этой причине можно полагать, что хрусталь должен вызывать весьма сильные отражения и, следовательно, пропускать меньше лучей, чем воздух и стекло, хотя, согласно сказанному выше, он дает больше простора для прохождения тех лучей, которые пропускает.

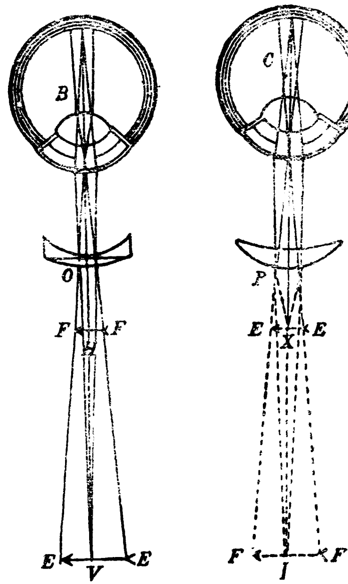


Рис. 60.

Таким образом, если выбрать стекло наиболее чистое, наименее окрашенное, отражающее, по возможности, минимальное количество света, и посредством его постараться исправить дефект тех, кто видит далекие предметы хуже, чем близкие, или наоборот, то наиболее пригодные для этой цели формы линз следует выделить из линз, получающихся с помощью гипербол; например, если глаз *B* или *C* (рис. 60) обладает такой фигурой, что лучи, идущие из точек *H* или *I*, в противоположность лучам, исходящим из точек

V или *X*, концентрируются точно в середине сетчатки, то для того, чтобы глаз отчетливо видел точки *V* и *X*, между ним и предметом располагают линзы *O* или *P*; их поверхности (одна выпуклая, а другая вогнутая) являются гиперболоидальными, причем точки *H* или *I* являются фокусом вогнутой поверхности, которая должна быть обращена к глазу, а *V* или *X* — фокусом выпуклой.

В том случае, когда точка *I* или *V* находится довольно далеко, например на расстоянии, равном пятнадцати или двадцати футам, достаточно воспользоваться плоскостью вместо гиперболоида, фокусом которого должна служить эта точка. Таким образом, одна из поверхностей линзы окажется плоской — или внутренняя, которая повернута к глазу, если точка *I* удалена достаточно, или внешняя, коль скоро удалена точка *V*. При этом условии часть предмета, равную по величине глазному зрачку, можно принять за точку, потому что ее изображение на сетчатке займет не больше площади, чем окончание тонкого волокна оптического нерва. Заметьте, что нет никакой необходимости каждый раз, когда стремятся рассмотреть более или менее удаленные предметы, пользоваться различными линзами; практически довольно иметь две линзы, одна из которых должна быть приспособлена к расстоянию, наименьшему до наблюдаемых предметов, а другая — к наибольшему; впрочем, возможно, что достаточно и одной линзы, которая была бы средней между этими двумя; указанное обстоятельство вытекает из того, что глаза, для которых предназначены линзы, могут довольно легко менять свою форму и приспосабливаться к ним[49].

Если с помощью только одной линзы стремятся сильно увеличить и с достаточной отчетливостью рассмотреть доступные предметы, т. е. предметы, которые можно приблизить к глазу на самое незначительное расстояние, то удобнее всего использовать линзу, у которой одна поверхность, обращенная к глазу, плоская, а другая поверхность имеет вид гиперболоида, фокус которого будет в том месте, где пожелают поставить предмет. Заметьте, я говорю: „удобнее всего“, но, признаюсь, коль скоро поверхности этой линзы придать форму эллипса, фокус которого поместится там же, где расположен предмет, а другой поверхности — форму части сферы, центр которой совпадет с предметом, то действие станет еще сильнее; однако такую линзу труднее изготовить. Этот фокус, будь то фокус гиперболы или эллипса, настолько близок, что если расположить в нем предмет, очень небольшой по своей величине, то между ним и линзой останется столько места, сколько необходимо для того, чтобы пройти свету. Далее, стекло следует вставить в оправу так, чтобы открытой осталась лишь середина, причем по величине открытая площадь должна быть такой же, как у глазного зрачка, даже немного меньше; вещество, внутри которого вправлено стекло, надо зачернить со стороны, обращенной к глазу; его края рекомендуется обить черным бархатом, чтобы его удобно было приставлять к глазу и чтобы никакой свет не проникал в глаз помимо отверстия линзы.

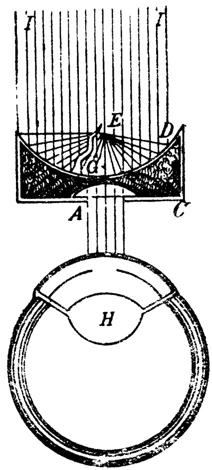


Рис. 61.

Снаружи оправа должна быть окрашена в белый цвет или, что лучше, отполирована; ей следует придать вид вогнутого зеркала, чтобы она отражала на предмет все световые лучи, падающие на нее. Чтобы установить предмет, предназначенный для наблюдения, в определенном месте, можно употреблять маленькие стеклянные или хрустальные склянки, применение которых уже широко распространено во Франции; но для большей точности лучше закрепить его с помощью двух маленьких пружин в виде зажимов, выступающих из оправы трубы. Наконец, чтобы при рассматривании предмета было достаточно света, нужно повернуть его прямо к солнцу. На рис. 61 A — линза, C — внутренняя часть оправы, в которую она вставлена, D — ее внешняя часть, E — предмет, G — зажим, его закрепляющий, H — глаз и I — солнце, лучи которого не проникают непосредственно в глаз, так как этому мешает труба и предмет, а падают на белую окраску трубы или на зеркало D, откуда отражаются сначала к E, а затем к глазу [50].

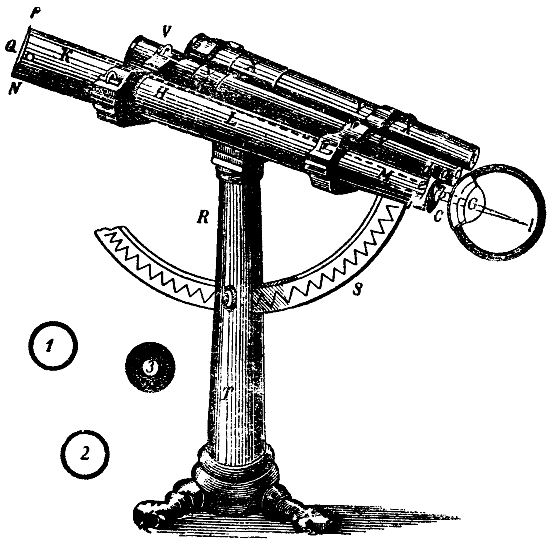


Рис. 62.

Чтобы создать наиболее совершенную трубу для рассматривания небесных светил или других весьма отдаленных и недоступных предметов, ее нужно составить из двух гиперболических линз (одной выпуклой и одной вогнутой), вставленных в оба конца трубы так, как показано на рис. 62. Прежде всего, abc — поверхность вогнутой линзы $abcdef$ — должна иметь форму гиперболы, фокус которой будет находиться на расстоянии, откуда глаз может наиболее отчетливо видеть предметы. Допустим, что глаз G видит предметы, находящиеся около H, более отчетливо, чем все остальные; тогда точка H должна быть фокусом гиперболы abc; для стариков, видящих отдаленные предметы лучше, чем близлежащие, поверхность abc должна быть совершенно плоской; наоборот, для близоруких — достаточно вогнутой. Далее, вторая поверхность — def — должна иметь форму другой гиперболы, фокус I которой отстоит от нее на расстоянии приблизительно одного дюйма, так что он находится на дне глаза, когда эта линза приставлена вплотную к его поверхности. Заметьте, однако, что все эти соотношения не так обязательны, и они могут быть значительно изменены; поэтому нет необходимости специально шлифовать поверхность abc отдельно для близоруких и дальнозорких; можно с успехом пользоваться одной и той же трубой для всех разновидностей глаз, лишь удлиняя или укорачивая ее [51].

Что касается поверхности def, то ввиду трудности, которая может возникнуть при ее изготовлении вследствие большой кривизны, о чем я говорил выше, может быть легче придать ей форму гиперболы, фокус которой был бы несколько более удален; впрочем, этому опыт научит лучше, чем мои рассуждения. Вообще надо сказать, что (при прочих равных условиях), чем точка I ближе, тем предметы кажутся больше, так как нужно аккомодировать глаз на более короткое расстояние; изображения делаются крупнее и ярче, если другая линза имеет большие размеры, но они не становятся отчетливее, коль скоро линза располагается чрезмерно близко, вследствие того, что часть лучей падает слишком косо по сравнению с другими [52]. Что касается размеров линзы и величины той ее части, которая остается открытой, когда она оправлена и вставлена в трубу KLM, то она должна лишь незначительно превысить самое большое отверстие зрачка. Если говорить о толщине линзы, то следует заметить, что чем она меньше, тем лучше; действительно, увеличивая ее, можно получить более крупное изображение вследствие того, что лучи, идущие из различных точек, несколько больше отклоняются в сторону глаза; в то же время мы видим, что этих лучей меньше и изображения менее ярки; преимущества, которые дают крупные изображения, могут быть получены иным способом [53]. Что касается выпуклой линзы $NOPQ$, то ее поверхность NQP, повернутая к предметам, должна быть плоской; поверхность NOP непременно примет форму гиперболы, фокус I которой совпадает с фокусом гиперболы def и должен быть тем более удален от точки O, чем совершеннее труба [54]. Вследствие этого величина диаметра NP определяется прямыми линиями IdN и IfP, проведенными из фокуса I через d и f, окончаниями диаметра гиперболической линзы def, который, согласно предположению, равен диаметру глазного зрачка; однако надо заметить, что чем меньше диаметр линзы $NOPQ$, тем отчетливее видны предметы, причем они не покажутся в уменьшенном виде или в меньшем количестве, а только представятся слабее освещенными [55], поэтому когда они слишком ярки, необходимо (при наличии нескольких кругов черного картона или другого материала, например $1, 2, 3$) закрыть края линзы и ослабить силу света, насколько позволяет яркость предметов. Что касается толщины линзы, то она не оказывает никакого воздействия (если только стекло достаточно чисто и прозрачно), так как она мешает прохождению лучей не больше, чем воздух.

Труба KLM должна быть изготовлена из вещества достаточно крепкого и твердого, чтобы оба стекла, вставленные в концы трубы, всегда сохраняли одно и то же положение; вещество внутри нее надо полностью зачернить, а края около точки M обить черным бархатом, чтобы никакой посторонний свет не мог попасть в глаз помимо линзы $NOPQ$, когда к нему приставлена труба; что касается ее длины и ширины, то они достаточно определены величиной двух линз и их расстоянием. Наконец, необходимо, чтобы труба была прикреплена к какому-нибудь приспособлению, например RST, с помощью которого она может быть легко повернута в любую сторону и закреплена в положении, требуемом для рассматривания предметов[56]. С этой целью на приспособлении нужны одна мушка и два диоптра VV. Кроме того, поскольку зрительные трубы увеличивают размеры предметов, постольку они уменьшают общее количество видимых предметов; поэтому к самым совершенным трубам необходимо присоединять несколько других труб меньшей силы, с помощью которых можно постепенными наводками обнаружить место, где находится предмет, который позволяют увидеть эти совершенные трубы. Здесь XX и YY прикреплены к наиболее совершенной трубе QLM так, что если определенным образом повернуть приспособление, то планета Юпитер сможет одновременно рассматриваться через оба диоптра VV и через трубу XX, в которую, кроме Юпитера, можно увидеть другие, меньшие планеты, сопровождающие ее; если трубу повернуть таким образом, чтобы одна из малых планет оказалась в середине трубы XX, то планета будет видна вместе с тем в другую трубу YY, но уже одна, в значительно увеличенном виде (по сравнению с размерами очертаний, даваемыми предыдущей трубой); поэтому на ней можно увидеть различные области, причем та из них, которая находится в середине, будет наблюдаться в трубу KLM, так что представится возможность различить ее отдельные детали. Однако без помощи указанных двух труб нельзя было бы ни узнать, что эти детали находятся в таком-то месте такой-то планеты, сопровождающей Юпитер, ни найти подлежащее наблюдению место.

Вообще говоря, можно прибавить еще одну или несколько других совершенных труб к данным трем, если только искусство людей в дальнейшем позволит осуществить эту идею. Между самыми совершенными трубами и менее совершенными нет никакой разницы, за исключением того, что у первых их выпуклая линза больше, а фокус дальше; таким образом, если искусство мастеров не обманет наших ожиданий, мы сможем с помощью этого изобретения увидеть такие же маленькие и обособленные предметы, какие мы обычно наблюдаем на земле[57].

Наконец, чтобы создать микроскоп, который позволял бы видеть близкие и доступные предметы как можно отчетливее и в значительно более крупном плане, чем в описанном мною приборе, служащем для этой же цели, его нужно составить из двух гиперболических линз (одной вогнутой, другой

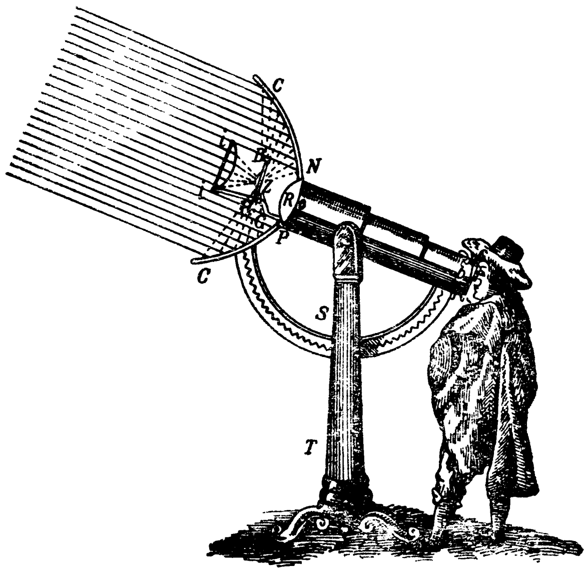


Рис. 63.

выпуклой), вставленных в оба конца трубы, причем вогнутая линза *abcdef* (рис. 63) и внутренняя поверхность *NOP* выпуклой линзы должны быть совершенно такими же, как в предыдущем приборе. Что касается внешней поверхности *NRP*, то она должна быть не плоской, а сильно выпуклой и иметь форму гиперболы, внешний фокус *Z* которой так близок, что если расположить в нем предмет, то между ним и линзой останется столько места, сколько нужно для того, чтобы пройти свету. Диаметр этой линзы может быть не больше, чем в предыдущей трубе, но и не меньше, чем диаметр линзы A (рис. 61); однако она должна быть приблизительно такой, чтобы прямая линия NP проходила через внутренний фокус гиперболы NRP; если линза окажется меньше, она получит меньше лучей, идущих от предмета Z; впрочем, будучи больше, она соберет не намного больше лучей, потому что ее толщина, которая должна быть значительно увеличена по сравнению с предыдущей, ослабит свет больше, чем усилит его увеличение диаметра линзы; кроме того, предмет не сможет так же хорошо освещаться [58]. Микроскоп полезно прикрепить к приспособлению вроде ST, которое позволяет поворачивать его прямо к солнцу. Линзу $NOPR$ необходимо вставить в середину вогнутого параболического зеркала CC, собирающего все солнечные лучи в точку Z на предмете, который нужно закрепить в этом месте с помощью маленького зажима G, выступающего из какой-либо части зеркала CC; посредством зажима около этого предмета надлежит зафиксировать какое-нибудь темное, черное тело, например BB, имеющее величину линзы $NOPR$, которое должно способствовать тому, чтобы ни один солнечный луч не падал прямо на линзу: часть этих лучей, войдя в трубу, могла бы отразиться в глазу и помешать наблюдению; несмотря на то, что труба зачернена изнутри, все же вследствие недостатков зачернения каждый раз, когда падающий свет по яркости подобен солнечному, происходит некоторое отражение. Кроме того, черное тело BB в середине должно иметь отверстие, помеченное Z, величиною с предмет, для того чтобы последний, если он сколько-нибудь прозрачен, мог освещаться лучами, идущими непосредственно от солнца, или (в случае надобности) лучами, собираемыми в точке Z зажигательным стеклом ii такой же величины, как линза $NOPR$, с целью направить со всех сторон на предмет столько света, сколько он может выдержать, не загораясь; при этом часть зеркала CC или линзы ii, чтобы избежать излишне сильного освещения, следует закрыть. Вам должно быть ясно, почему я много забочусь о том, чтобы предмет был достаточно освещен и чтобы в глаз попало возможно больше лучей: стекло *NOPR*, играющее в трубе роль глазного зрачка, где пересекаются лучи, идущие из разных точек, будучи значительно ближе к предмету, чем к глазу, заставляет их распространяться по направлению к окончаниям оптического нерва на площади, значительно большей, чем та, которую занимает изображение предмета, откуда они непосредственно исходят; вы знаете, что чем больше площадь, освещаемая ими, тем слабее лучи, и, наоборот, чем меньше площадь, освещенная лучами, тем они сильнее; от этого зависит длина микроскопа, т. е. расстояние, которое отделяет гиперболу *NOP* от ее фокуса; чем больше расстояние, тем больше места на дне глаза занимает изображение предмета, что делает воспроизведение его деталей более отчетливым; однако это же обстоятельство так сильно ослабляет действие лучей, что изображение перестало бы восприниматься, если бы труба оказалась слишком длинной; ее наибольшая длина может быть определена только посредством опыта, причем она меняется в зависимости от того, какое количество света может упасть на предмет, не сжигая его [59]. Мне известны и иные способы усилить свет, но помимо того, что они трудны для применения, едва ли удастся обнаружить предметы, которые подверглись бы такому освещению. Правда, есть возможность вместо гиперболической линзы *NOPR* найти другие, которые могли бы собрать несколько большее число лучей, но они не в состоянии вызывать столь хорошего схождения лучей, направляющихся из разных точек предмета, на сетчатке глаза или для этого потребовалось бы применить две линзы вместо одной, так что сила лучей скорее была бы больше ослаблена возросшим числом поверхностей линз, чем увеличена их формой, и, наконец изготовление их представило бы значительные трудности [60]. Однако я должен вас предупредить, что поскольку микроскопы могут быть приставлены только к одному глазу, постольку другой глаз полезнее завязать или закрыть какой-нибудь очень темной материей, чтобы зрачок оставался по возможности более расширенным, чем оставить его открытым на свету или закрыть с помощью мускулов, двигающих веко; это абсолютно необходимо, ибо между глазами существует такая взаимосвязь, что в одном глазу не может произойти никакого движения без того, чтобы в другом не совершилось точно такого же. Кроме того, полезно не только приставить микроскоп вплотную к глазу, так, чтобы в него не мог попасть посторонний свет, но и предварительно побыть в темноте с целью сделать зрение более восприимчивым и предрасположить свое воображение к рассматриванию очень далеких и темных предметов, дабы зрачок открылся возможно шире, и таким образом можно было бы видеть предмет при большем увеличении. Ибо вы знаете, что подобное действие зрачка вытекает не из непосредственного желания его открыть, а, что вероятнее, из представления или ощущения, вызываемого темнотой и расстоянием до вещей, рассматриваемых нами [61].

Наконец, если вы немного подумаете о вышесказанном и, в частности, о той помощи, которую должны оказать нам внешние органы, чтобы сделать зрение наиболее совершенным, то легко поймете, что посредством различных видов зрительных труб добавляется все то, что могут дать искусство и техника. Вы также без труда уясните, что зрительные трубы, которыми мы до сих пор располагали, никоим образом не могли быть совершенными, так как между окружностью и гиперболой существует большая разница, и что при изготовлении их пользовались окружностью, добиваясь результатов, которые можно получить только с помощью гипербол; следовательно, успех достигался лишь тогда, когда совершенно случайно вместо сферических поверхностей применяли гиперболические или поверхности другой эквивалентной формы [62]. Именно это обстоятельство служило препятствием при изготовлении зрительных труб, предназначенных для рассматривания недоступных предметов, потому что их выпуклая линза больше, чем линзы других приборов [63]; помимо того, несравненно труднее добиться удачи при выработке крупных изделий, чем мелких, ибо разность между гиперболой и окружностью гораздо значительнее на концах линзы, чем в ее центре. Так как мастерам-оптикам может показаться, что придание линзам гиперболической формы потребует больших усилий, я попытаюсь здесь изложить метод, с помощью которого, по моему мнению, они смогут достичь успеха без затруднений [64].

Глава X

О МЕТОДИКЕ ШЛИФОВКИ СТЕКОЛ

Выбрав стекло или хрусталь, коими намерены пользоваться, надо прежде всего найти отношение, которое, как сказано выше, позволяет определить их преломление; указан-

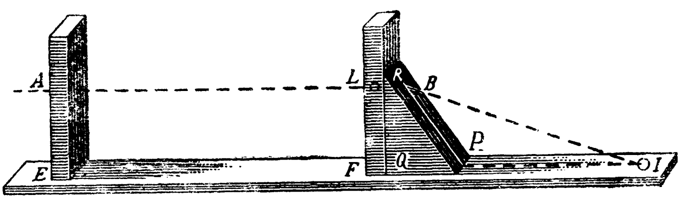


Рис. 64.

ное отношение легко отыскать с помощью такого инструмента: пусть *EFI* (рис. 64) изображает доску или линейку, плоскую и совершенно прямую, изготовленную из любого вещества, не слишком блестящего и непрозрачного, чтобы свет, падающий на нее, можно было легко отличить от темноты. Предположим, что *EA* и *FL* изображают два диоптра, т. е. две маленькие пластинки из какого-нибудь непрозрачного вещества, стоящие перпендикулярно к линейке *EFI*, в которых имеются два небольших круглых отверстия *A* и *L*, лежащих друг против друга таким образом, что луч AL, проходя через них, становится параллельным линии EF; допустим, что RPQ изображает кусок стекла, намеченный вами к измерению, вырезанный в виде треугольника, угол RQP которого прямой, а угол PRQ — более острый, чем RPQ. Три стороны — RQ, QP и RP представляют собой три грани, плоские и отполированные, причем грань QP приставлена к линейке EFI, а другая грань QR — к диоптру FL; луч солнца, проходящий через два отверстия A и L, проникает до точки B через PQR, не преломляясь, так как он встречает перпендикулярно поверхность призмы RQ; но подойдя к точке B, где луч встречает наклонно ее вторую поверхность RP, он не может оттуда выйти, не преломившись по направлению к какой-нибудь точке линейки EF, например к точке I. Цель применения указанного инструмента заключается только в том, чтобы заставить луч солнца пройти через отверстия A и L, дабы узнать этим способом соотношение, связывающее точку I, т. е. центр маленького светового пятна, которое луч образует на линейке EFI, с двумя точками B и P, причем B является точкой, где прямая линия, проходящая через центры двух отверстий A и L, пересекает поверхность RP, а P представляет собой точку, где поверхность RP и поверхность доски EFI пересекаются плоскостью, проходящей через точки B и I и центры двух отверстий A и L.

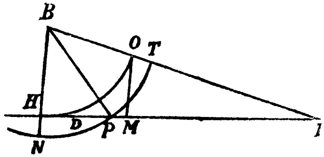


Рис. 65.

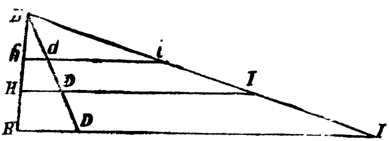


Рис. 66.

Зная расположение трех точек B, P, I, а следовательно, и треугольник, определяемый ими, нужно перенести его с помощью циркуля на бумагу или на другую совершенно гладкую плоскость; затем из центра B (рис. 65) через точку P следует описать окружность NPT и, приняв дугу NP равной PT, провести прямую линию BN, пересекающую продолжение IP в точке H; после этого снова из центра B через точку H необходимо описать окружность HO, пересекающую BI в точке O; отношение отрезков HI и OI представит собой общую меру всех преломлений, которые могут вызываться переходом лучей из воздуха в рассматриваемое стекло; в том случае, когда нет уверенности в правильности результатов, следует вырезать из того же куска стекла другие небольшие прямоугольные треугольники, отличные от первого, и пользоваться ими таким же образом, чтобы найти искомое соотношение; оно окажется всегда одинаковым и, следовательно, можно не сомневаться, что это действительно соотношение,

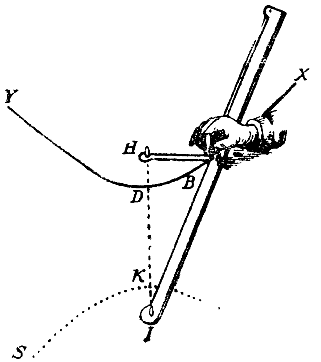


Рис. 67.

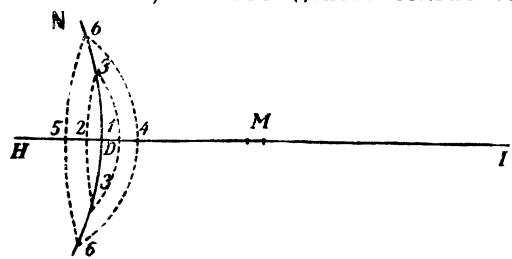


Рис. 68.

подлежащее измерению; коль скоро на прямой линии HI отрезок MI берут равным OI (рис. 65) и HD — равным DM, то D явится вершиной, а H и I будут фокусами гиперболы, форму которой должна иметь линза, чтобы найти применение в трубах, описанных мною [65].

Точки H, D и I можно отдалить друг от друга на любое расстояние, если только провести другую прямую линию, параллельную HI (рис. 66), дальше или ближе, чем она находится от точки B, и прочертить через точку B три прямых линии BH, BD и BI, которые ее пересекут; вы видите, что между точками H, D, I и h, d, i наблюдается то же соотношение, что и между тремя точками H, D, I.

Пользуясь точками H, D и I, легко построить гиперболу (рис. 67), применяя указанный выше способ, т. е. вбить два кола в точках H и I и заставить веревку, привязанную к колу H, так плотно прилегать к линейке, чтобы она не могла, согнувшись в точке I, перейти через точку D. Однако если вы предпочтете чертить гиперболу с помощью обычного циркуля, подыскав несколько точек, через которые она должна пройти, то поставьте острие циркуля в точку H (рис. 68) и, раздвинув его так, чтобы другое острие поместилось немного далее точки D, например в 1, опишите из центра H окружность 133; далее, сделав отрезок $M2$ равным $H1$, проведите из центра I через точку 2 окружность 233, пересекающую предыдущую в точках $3, 3$, через которые эта гипербола должна пройти так же, как через точку D, являющуюся ее вершиной. Можно повторить указанное построение несколько раз, заменяя, например, точку 1 точкой 4, а точки $3, 3$ точками $6, 6$, и получить любое количество точек гиперболы [66].

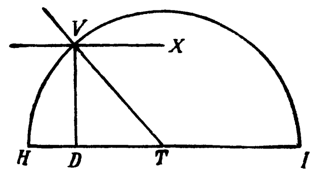


Рис. 69.

Все изложенное выше пригодно только для изготовления грубой модели, приблизительно изображающей форму стекол, подлежащих обработке. Чтобы придать им точную форму, следует воспользоваться другим приемом, с помощью которого можно чертить гиперболы непрерывной линией, подобно тому как описывается окружность посредством циркуля. Я не знаю лучшего способа, чем следующий: сначала необходимо провести окружность HVI (рис. 69) из центра T — середины отрезка HI; затем из точки D нужно восстановить перпендикуляр к HI, пересекающий окружность HVI в точке V; проводя из T прямую линию через точку V, получим угол HTV. Если вращать этот угол вокруг оси HT, то прямая TV опишет поверхность конуса, где сечение, сделанное плоскостью VX, параллельной оси HT, на которую DV падает под прямым углом, окажется гиперболой, равной предыдущей. Все другие плоскости, параллельные этой, также отсекут на конусе подобные, но неравные гиперболы, у которых фокусы будут более или менее удалены в зависимости от расстояния от оси до плоскостей.

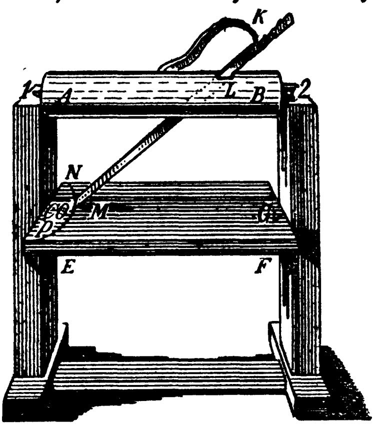


Рис. 70.

На основании сказанного можно изготовить такой станок. Пусть AB — деревянный или металлический цилиндр, который, вращаясь в гнездах 1, 2 (рис. 70), представляет собой ось HI, изображаемую на рис. 69. Предположим, что CG и EF — две пластинки или две доски, плоские и отполированные (главным образом на соприкасающихся сторонах) — расположены так, что мысленно воспроизводимая плоская поверхность, лежащая между ними, параллельная цилиндру AB и пересекающаяся под прямыми углами с воображаемой плоскостью, проходящей через точки 1, 2 и C, O, G, представляет собой плоскость VX (рис. 69), пересекающую конус. Ширина NP верхней пластинки CG равна диаметру подлежащего обработке стекла или несколько превышает его. Наконец, KLM является линейкой, которая, вращаясь вместе с цилиндром AB в гнездах 1, 2 так, что угол ALM остается всегда равным HTV, изображает прямую TV (рис. 69), описывающую конус. Эта линейка проходит через цилиндр таким образом, что она может подниматься и опускаться, скользя по поверхности отверстия L одинакового с ним диаметра; в каком-то месте, например около точки K, располагаются груз или пружина, непрестанно прижимающие ее к пластинке CG, которая ее поддерживает и не дает пройти дальше. Кроме того, конец линейки M представляет собой острие из закаленной стали, обладающей достаточной силой, чтобы отрезать лишь пластинку CG, но не пластинку EF, поме-

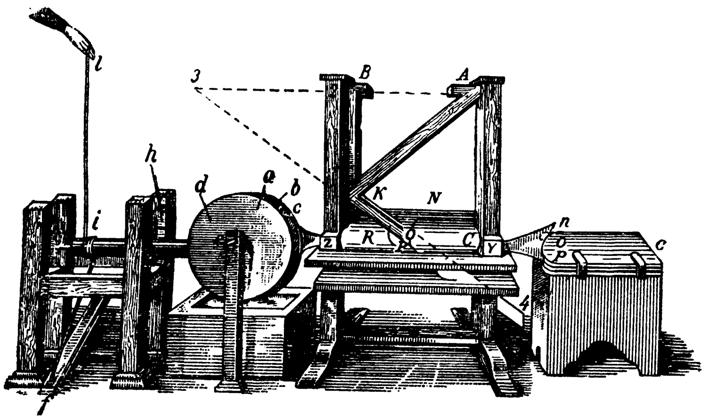


Рис. 71.

щающуюся ниже; отсюда очевидно, что если линейка KLM движется в гнездах $1, 2$ таким образом, что стальное острие M идет из N по направлению к P через O и обратно из P через O по пути к N, то она разделит пластинку CG на две другие — $CNOP$ и $GNOP$, причем их сторона NOP ограничится линией пересечения, выпуклой в $CNOP$ и вогнутой в $GNOP$, которая приобретет форму гиперболы; пластинки $CNOP$ и $GNOP$, изготовленные из стали или другого очень твердого вещества, могут служить не только образцами, но и инструментами для вырезывания колес, которые, как я покажу дальше, придадут стеклам необходимую форму.

Однако описанное приспособление отличается следующим недостатком: стальное острие M повернуто несколько иначе, если оно находится около точек N или P, чем в том случае, когда оно располагается около точки O; вследствие указанной причины режущие кромки, которые оно образует на этих инструментах, не могут быть везде одинаковыми. Я полагаю, что лучше пользоваться другим приспособлением, хотя оно несколько сложнее.

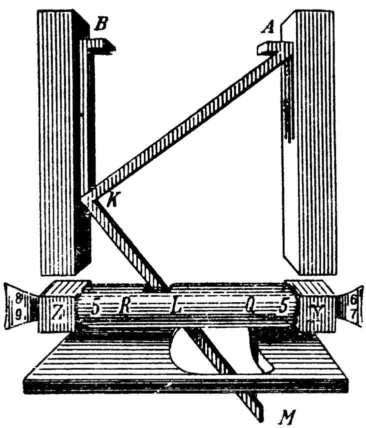


Рис. 72.

Фигура $ABKLM$ (рис. 71 и 72) изображает одну сплошную деталь, целиком передвигающуюся в гнездах $1, 2$, часть которой ABK может быть произвольной формы; однако KLM должна иметь вид линейки или другого тела, обладающего таким свойством, что линии, ограничивающие его поверхности, окажутся параллельными друг другу; она должна быть наклонена так, чтобы прямая 43, проходящая через ее центр, будучи продолженной до пересечения с прямой, проходящей через гнезда 1 и 2, составила с ней угол 234, равный углу, помеченному буквами HTV (рис. 69). Пусть CG и EF (рис. 70) изображают две доски, параллельные оси 12, обращенные друг к другу, поверхности которых, плоские и гладкие, пересекают под прямым углом плоскость $12\ GOC$; однако вместо того чтобы соприкасаться, как ранее, они теперь отдаляются настолько, что могут пропустить цилиндр QR, совершенно круглый, имеющий равномерную толщину; кроме того, каждая доска имеет щель NOP такой длины и ширины, что линейка KLM, проходя через нее, может вращаться вокруг гнезд 1 и 2 столько, сколько необходимо для того, чтобы провести между двумя досками часть гиперболы такой же величины, какую имеет диаметр стекол, подлежащих обработке. Эта линейка проходит вместе с тем через цилиндр *QR* (рис. 72) так, что передвигает его вместе с собой в гнездах *1* и *2*, причем он всегда остается заключенным между двумя досками *CG* и *EF* и параллельным оси *1 2*. Наконец, *Y67* и *Z89* изображают инструменты, с помощью которых мы всегда сможем придать любому телу форму гиперболы; руко-

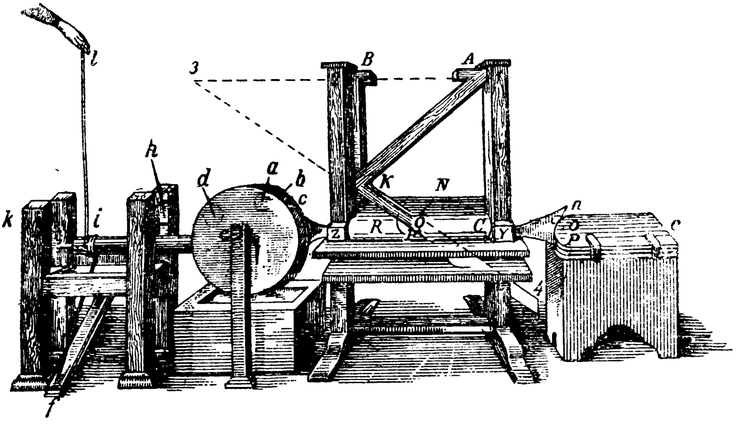


Рис. 73.

ятки *YZ* имеют такую толщину, что их поверхности, совершенно плоские, касаются с той и другой стороны двух досок *CG* и *EF*, не переставая при этом скользить между ними, так как они хорошо отполированы; в каждой из них сделано круглое отверстие *5 5*, внутри которого один из концов цилиндра *QR* расположен так, что последний может вращаться вокруг прямой линии *55*, служащей как бы его осью, не увлекая рукояток, ибо их плоские поверхности, вставленные между досками, препятствуют этому; однако при любом другом движении цилиндр уводит их за собой.

Из всего сказанного вытекает, что в то время, когда линейка *KLM* передвигается из *N* к *O* (рис. 72 и 73), или из *O* к P, или из P к O, либо из O к N, увлекая за собой цилиндр QR, она тем самым перемещает инструменты $Y67$ и $Z8\ 9$ таким образом, что каждая из их частей описывает гиперболу, образуемую пересечением двух линий 34 и 55, из которых одна, а именно 34, описывает конус, а другая, $5\ 5$, лежит в плоскости, пересекающей его. Что касается острия или режущей кромки инструментов, то им можно придать разный вид в зависимости от того, как их намерены применить. Чтобы сообщить выпуклым стеклам нужную форму, сначала следует воспользоваться инструментом $Y6\ 7$ и с его помощью вырезать несколько стальных пластинок приблизительно одинаковой формы с $CNOP$; затем посредством указанных пластинок и инструмента $Z89$ нужно углубить диск d, сообразуясь с его толщиной abc, таким образом, чтобы все сечения, которые могут быть сделаны плоскостями, проходящими через ee — ось диска d, — приобрели фигуру гиперболы, которую чертит это приспособление; наконец, стекло, подлежащее обработке, необходимо прикрепить к станку hfk и приставить его к диску, заставляя двигаться станок вокруг оси hk, притягивая за веревку li и вращая вместе с тем диск вокруг своей оси так, чтобы стекло, помещенное между ними, приняло ту форму, которую ему намерены придать.

Что касается способа использования инструмента $Y\ 6\ 7$, то следует заметить, что одновременно можно обрабатывать только половину пластинок $c\ n\ o\ p$, например пластинки, располагающиеся между точками n и o; с этой целью к приспособлению надлежит добавить брус около точки P, позволяющий линейке KLM при ее перемещении из N к O продвинуться по направлению к точке P настолько, насколько необходимо для того, чтобы прямая $3\ 4$, проходящая через середину линейки, достигла плоскости $1\ 2\ GOC$ (рис. 70), пересекающей доски под прямым углом. Острие инструмента $Y67$ должно иметь такую форму, чтобы все части его режущей кромки лежали в плоскости 12, когда в ней находится линия $3\ 4$; нельзя допускать наличия других частей, которые продвинулись бы дальше к стороне, помеченной P; надо, чтобы весь скос острия был направлен к точке N. Впрочем, скос можно сделать тупым или острым, с большим или меньшим наклоном и любой длины, как это будет найдено наиболее целесообразным. Далее, после того как пластинки выкованы и им придана с помощью напильника наиболее подходящая форма, их надлежит приставить и прижать к инструменту $Y67$; передвигая линейку KLM из N к O и обратно из O к N, можно обработать одну из половинок; чтобы вторую сделать совершенно одинаковой, надо предусмотреть брусок или другой предмет, задерживающий продвижение к инструменту $Y67$ за пределы того положения, в каком они находятся, когда закончится обработка половины NO; тогда, несколько отодвинув инструмент, нужно сменить его острие и поставить на его место другое; необходимо, чтобы лезвие находилось точно в той же плоскости, имело ту же форму и было продвинуто настолько же, насколько и предыдущее, при условии, что весь его скос направится в точку P, так что если приставить два резца друг к другу, то их лезвия совпадут. Перенося к точке N брус, ранее поставленный около точки P, для того чтобы задержать движение линейки KLM, нужно перемещать данную линейку из O к P и из P к O до тех пор, пока пластинки не продвинутся к инструменту $Y67$ настолько, насколько это имело место раньше; когда указанная цель достигнута, их обработка считается законченной.

Что касается диска d, который должен быть изготовлен из какого-нибудь твердого вещества, то прежде надлежит придать ему посредством напильника наиболее правильную форму, а затем будет очень легко окончить его обработку с помощью пластинок $cnop$, если только они были с самого начала так хорошо откованы, что в дальнейшем закал совсем не изменил их формы, и при условии, что они приставляются к диску таким образом, что острие пластинок $cnop$ и ось диска ee находятся в одной общей плоскости и что имеется пружина или груз, прижимающие диск к плоскости, в то время как этот последний вращается вокруг своей оси.

Обработка продолжается с помощью инструмента *Z8 9*, резец которого должен иметь два острия; впрочем, он может иметь любую форму, лишь бы все части острия *8 9* лежали в одной плоскости, пересекающей поверхности досок *CG*, *EF* под прямым углом. Пользование инструментом производится следующим образом: линейка *KLM* передвигается вдоль полюсов *1, 2* так, что она проходит сразу из *P* до *N* и обратно из *N* до *P* при вращении диска вокруг оси. Благодаря этому лезвие инструмента снимает все неровности, которые встречаются на цилиндрической поверхности диска, а его острие устраняет шероховатости находящиеся на боковых поверхностях; отсюда видно, что инструмент должен быть снабжен и лезвием и острием.

После того как отделку диска довели до возможно более высокой степени совершенства, стекло легко может быть обработано с помощью движущихся диска и цилиндра, на котором оно закреплено; однако следует предусмотреть какую-либо пружину или другое приспособление, которое, не препятствуя движению, сообщаемому линзе цилиндром, прижимает стекло к диску, причем нижняя часть диска должна быть всегда погружена в сосуд, содержащий песчаник, наждак или другое вещество, необходимое для шлифовки и полировки стекла.

Теперь вы без труда поймете, каким образом вогнутым стеклам можно придать правильную форму: сначала с помощью инструмента *Z 89* изготовляются пластинки *с п о р*, затем посредством этих пластинок и инструмента *Y 67* вырезается диск; все дальнейшие операции совершаются так, как это описано выше. Заметьте, что диск, которым пользуются для шлифовки выпуклых поверхностей, может иметь любую величину; однако диск, служащий для обработки вогнутых поверхностей, должен быть настолько мал, чтобы его окружность не проходила выше линии *1 2* шлифующего приспособления, когда центр диска находится против линии

55 этого устройства. При полировке вогнутых стекол диск необходимо вращать значительно быстрее, чем цилиндр, тогда как при полировке выпуклых стекол следует поступать наоборот; причина указанного обстоятельства заключается в том, что при движении цилиндра края стекла стираются гораздо быстрее, чем его середина, а при движении диска они стираются меньше. Что касается пользы этих различных движений, то она очевидна: при ручной полировке стекол посредством формы тем единственным способом, который применялся до сих пор, возможно добиться лишь случайной удачи, даже если формы совершенны; если их отполировать с помощью только одного движения цилиндра по лекалу, то все маленькие дефекты лекала оставят круглые царапины на стекле.

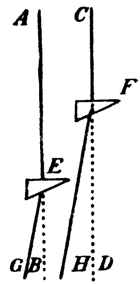


Рис. 74.

Я не привожу здесь доказательства некоторых геометрических свойств, ибо те, кто несколько знаком с этой наукой, легко могут найти их сами, и я убежден, что многие предпочтут поверить мне на слово, чем взять на себя труд читать изложение этих доказательств. Впрочем, чтобы все происходило по порядку, необходимо прежде всего научиться полировать линзы, плоские с одной стороны и выпуклые с другой, имеющие форму гиперболы, фокусы которой были бы в двух или трех футах один от другого: такая длина достаточна для зрительной трубы, вполне хорошо изображающей недоступные предметы. Далее следует попытаться изготовить вогнутые линзы различных форм и глубины; эти попытки надо продолжать до тех пор, пока опытным путем не будет найдена та форма, которая придаст зрительной трубе возможно более совершенный вид и наилучшим образом приспособит ее к глазу, наблюдающему через нее. Ибо вы знаете, что линзы должны быть немного более вогнутыми для близоруких, чем для других людей. После того как будет получена вогнутая линза, ее можно использовать для любых зрительных труб; теперь остается только, имея в виду изготовление труб, предназначенных для наблюдения недоступных предметов, научиться обрабатывать различные выпуклые линзы, которые отстояли бы от вогнутых дальше, чем в первом случае; их следует изготовлять постепенно, одна за другой, с тем расчетом, чтобы расстояние, отделяющее их от вогнутой линзы, непрерывно возрастало до предельно допустимой величины; при этом диаметры линз соответственно становятся больше. Однако необходимо заметить, что поскольку выпуклые линзы находятся далеко от вогнутых и, следовательно, от глаза, постольку они должны быть обработаны более точно, ибо один и тот же дефект вызывает тем большее отклонение лучей от того места, куда они должны итти, чем больше расстояние до него [67]. Если линза F (рис. 74) отклоняет луч CF таким же образом, как линза E отклоняет AE, так что углы AEG и CFH оказываются равными, то луч CF, направляясь к H, удаляется на значительно большее расстояние от точки D, куда ему надлежало итти, чем AE от точки B, направляясь к G.

Наконец, последнее и главное, чему, по моему мнению, следует учиться, — это изготовить двояковыпуклые линзы для микроскопов; сначала необходимо овладеть обработкой линз для коротких микроскопов, так как они наиболее просты, затем для более длинных и, наконец, для самых длинных микроскопов, которыми еще можно пользоваться. Затруднения, с которыми вы встретитесь при изготовлении микроскопов, могут сильно ослабить желание заниматься ими; поэтому я должен вас предупредить о том, что, хотя они не вызывают такого интереса, как трубы, позволяющие нам как бы подняться на небеса и обнаружить на светилах такие же тела, какие мы видим на земле, все же я считаю их значительно более полезными, ибо с их помощью можно будет увидеть устройство маленьких частиц, из которых состоят животные и растения и, возможно, другие тела, окружающие нас. Микроскопы принесут большую пользу при ознакомлении с природой этих тел: действительно, согласно мнению некоторых философов, все тела состоят исключительно из частиц элементов, смешанных различным образом; по моему мнению, вся их природа и существо, по крайней мере для неодушевленных предметов, заключается лишь в величине, форме и движении их частиц [68].

Когда линзы шлифуют с обеих сторон, трудно добиться того, чтобы вершины двух гипербол были прямо противоположны друг другу; в этом случае можно поступать следующим образом: сначала их края надлежит округлить на станке так, чтобы их окружность была абсолютно равна окружности подставок, к которым они будут прикреплены для полировки; затем в момент прикрепления линз, пока гипс, вар или цемент, с помощью которых их присоединяют, еще свежи и мягки, их пропускают вместе с подставками через кольцо, в которое они едва-едва входят [69]. Я не буду вам говорить ни о многочисленных предосторожностях, которые следует соблюдать при обработке, ни о различных приемах, необходимых при изготовлении зрительных труб, так как ни один из них не настолько труден, чтобы остановить искусных людей. Ибо я не рассчитываю здесь на обычных мастеров и хочу надеяться, что опубликованные в этом трактате открытия будут признаны достаточно интересными и значительными, чтобы побудить нескольких из наиболее любопытных и искусных мастеров нашего века предпринять попытку к их осуществлению.

МЕТЕОРЫ

Глава I

О ПРИРОДЕ ЗЕМНЫХ ТЕЛ

Мы по своей природе больше удивляемся вещам, которые находятся выше нас, чем тем, которые находятся на той же высоте или ниже; и хотя облака лежат отнюдь не выше вершин некоторых гор, а часто можно видеть и облака более низкие, чем шпили наших колоколен, но чтобы наблюдать их, нужно обращать очи к небу [1]. А поэтому мы представляем их себе столь высокими, что поэты и художники изображают их, как трон бога; в их толковании, бог собственными руками открывает и закрывает там врата ветров, проливает росу на цветы и низвергает молнии на скалы. Это заставляет меня надеяться, что если я объясню здесь их природу так, чтобы не осталось повода дивиться тому, что человек в них видит и что из них исходит, то можно будет подобным же образом подойти и к причинам всего того, что есть удивительного над землей [2].

В этой первой части я буду говорить о природе земных тел вообще, чтобы иметь возможность лучше объяснить в дальнейшем природу летучих веществ и паров [3]. Затем, поскольку эти пары, поднимаясь из морской воды, иногда образуют соль над поверхностью моря, я воспользуюсь случаем и немного остановлюсь на описании этого явления, чтобы на его примере попытаться выяснить, можно ли познать форму этих тел, которые, по мнению философов, составлены из элементов путем полного смешения, а также форму метеоров, которые, по их мнению, составлены из элементов путем неполного смешения [4]. После этого, проводя пары через воздух, я рассмотрю, откуда являются ветры; заставляя их собраться в некоторых местах, я опишу природу облаков; заставляя эти облака рассеяться, я скажу, откуда происходят дождь, град и снег; при этом я не забуду о таком снеге, части которого имеют форму маленьких, очень правильных шестиугольных звездочек; хотя древние никогда его не наблюдали, тем не менее он является одним из самых редкостных чудес природы. Я не забуду также ни бурь, ни грома, ни молнии, ни различных огней, которые загораются в воздухе, ни световых явлений, которые в нем наблюдаются; но, в особенности, я постараюсь хорошо описать радугу и объяснить ее цвета так, чтобы можно было понять также природу всех цветов, которые мы находим в других предметах; к этому я прибавлю причину радуг, обычно наблюдаемых в облаках, и колец, окружающих светила, и, наконец, причину солнц или лун, которые иногда появляются по нескольку одновременно.

Правда, что познание этих вещей зависит от общих начал природы, которые, сколько мне известно, еще хорошо не объяснены; мне вначале придется пользоваться некоторыми допущениями, как это я сделал в „Диоптрике“; но я постараюсь сделать их столь доступными и ясными, что вам, вероятно, будет нетрудно принять их на веру, даже если я их не докажу.

Прежде всего я предполагаю, что вода, земля, воздух и все такого рода тела, которые нас окружают, состоят из многочисленных мелких частиц различной формы и размеров, которые никогда не бывают настолько правильно расположены и не настолько точно прилегают друг к другу, чтобы вокруг них не оставалось промежутков; что эти промежутки не пустые, а наполнены той весьма разреженной материей, при посредстве которой, как я сказал выше, передается действие света. Затем я предполагаю, что мелкие частицы, из которых состоит вода, длинны, гладки и скользки, наподобие маленьких угрей; хотя они соединяются и переплетаются друг с другом, но никогда не связываются и не сцепляются так, чтобы их нельзя было легко разъединить. Напротив, почти все частицы как земли, так даже и воздуха и бóльшей части других тел имеют самые различные формы и размеры, так что достаточно малейшего их переплетения, чтобы они связывались и сцеплялись между собой наподобие ветвей кустарников, растущих вместе в изгороди; и соединяясь таким образом, они образуют тела, твердые, как земля, дерево или другие, им подобные. Между тем, если они только наложены друг на друга, не связываясь совсем или связываясь очень слабо, и притом так малы, что могут быть перемещены и разъединены движением окружающей их разреженной материи, они должны занимать большое пространство и образовать жидкие тела, очень редкие и почти лишенные плотности, как масла или воздух. Далее, нужно предполагать, что разреженная материя, наполняющая промежутки между частицами этих тел, имеет то свойство, что никогда не перестает двигаться то туда, то сюда чрезвычайно быстро, однако не всегда с одинаковой скоростью во всех местах и во всякое время: она движется обыкновенно несколько быстрее у поверхности земли, чем высоко в воздухе, где находятся облака; быстрее в местах, близких к экватору, чем близ полюсов, а в одном и том же месте — быстрее летом, чем зимой, и днем, чем ночью. Причина этого очевидна, если предположить, что свет — это не что иное, как известное движение или действие, посредством которого светящиеся тела сдвигают эту разреженную материю во все стороны вокруг себя по прямой линии, как это было сказано в „Диоптрике". Ибо отсюда следует, что лучи солнца, как прямые, так и отраженные, должны приводить ее в движение, больше днем, чем ночью, и летом, чем зимой, и под экватором, чем у полюсов, и у земли, чем в облаках. Затем нужно также подумать о том, что эта разреженная материя состоит из различных частиц, которые хотя все очень малы, но в неодинаковой степени, и что более объемистые, или, лучше сказать, менее мелкие, всегда обладают большей силой, как и вообще все большие тела обладают большей силой, чем маленькие, когда приведены в движение в одинаковой мере. Отсюда следует, что чем менее разрежена эта материя, т. е. чем из менее мелких частиц она состоит, тем больше она может приводить в движение частицы других тел; отсюда следует также, что она обычно менее всего разрежена в тех местах и в то время, когда она находится в наибольшем движении, именно у поверхности земли она плотнее, чем в облаках, у экватора, чем у полюсов, и летом, чем зимой, и днем, чем ночью. Причина в том, что самые большие из этих частиц, обладая большей силой, могут лучше продвигаться к тем местам, где возмущение более сильно, и благодаря этому им легче продолжать свое движение. Однако всегда имеется некоторое количество очень маленьких частиц, которые проскальзывают между большими; а нужно заметить, что у всех земных тел имеется много пор, через которые могут пройти эти мельчайшие частицы, но есть тела, у которых эти поры так узки или имеют такое расположение, что более крупные частицы в них проникнуть не могут; это обычно тела, которые кажутся холодными, если до них дотронуться или даже если к ним только приблизиться. Поскольку мрамор и металлы кажутся более холодными на ощупь, чем дерево, следует полагать, что их поры не пропускают так легко менее мелкие частицы этой материи, а поры льда пропускают их с еще бóльшим трудом, чем поры мрамора или металлов, поскольку он является еще более холодным. Ибо я предполагаю здесь, что для объяснения холода и тепла нужно представить себе только то, что мелкие частицы тел, которых мы касаемся, приводятся в движение более быстрое, чем обычно, или мелкими частицами этой разреженной материи, или какими-либо другими возможными причинами, а эти частицы тел в свою очередь приводят в движение в большей степени волокна наших нервов, являющихся органами осязания; и когда они колеблют их сильнее, чем обычно, это вызывает в нас ощущение тепла, а когда они колеблют их слабее, это вызывает ощущение холода. И очень легко также понять, что хотя эта разреженная материя не разделяет частицы твердых тел, которые подобны переплетающимся ветвям, так, как она разделяет частицы воды и других тел, находящихся в жидком состоянии, но она все же их приводит в движение и заставляет сотрясаться в большей или меньшей степени в зависимости от того, насколько сильно ее движение и насколько велики ее частицы. Так, ветер может колебать все ветви кустарников, составляющих изгородь, но это не значит, что он сдвигает кустарники с их мест. В общем, надо считать, что между силой этой разреженной материи и сопротивлением частиц других тел существует определенное соотношение, а именно, если она колеблется в той же мере, как это ей свойственно для слоев близ земли, и бывает не более разреженной, чем ей свойственно, то она обладает силой колебать и приводить в движение независимо друг от друга мелкие частицы воды, между которыми она проскальзывает, и даже сгибать их; таким образом она приводит воду в жидкое состояние. Но если она не колеблется сильнее и является не более разреженной, чем это ей свойственно в верхних слоях воздуха, или чем она бывает иногда зимой вблизи земли, то у нее уже не хватает силы, чтобы таким образом сгибать и колебать частицы. Тогда частицы останавливаются в беспорядочном соединении, налагаясь друг на друга, и образуют твердое тело, именно лед. Таким образом, разницу между водой и льдом можно уподобить разнице между кучкой маленьких угрей, живых или мертвых, плавающих в рыбачьей лодке, через отверстия которой проходит колеблющая их речная вода, и кучкой тех же угрей, высохших и застывших от холода на берегу. А так как вода замерзает лишь тогда, когда материя, находящаяся между ее частицами, оказывается менее плотной, чем обыкновенно, то отсюда следует, что поры льда, которые образуются в это время, поскольку они приспособлены только к размерам частиц этой менее плотной материи, располагаются так, что не могут пропустить материю большей плотности. Поэтому лед всегда очень холоден, даже если хранить его до лета, и сохраняет свою твердость, не размягчаясь мало-помалу, как воск, ибо тепло проникает внутрь лишь по мере того, как поверхность становится жидкой.

Нужно еще заметить здесь следующее: среди длинных и гладких частиц, из которых, как я сказал, состоит вода, большая часть сгибается или перестает сгибаться в зависимости от того, имеет ли материя, их окружающая, несколько больше или меньше силы, чем обычно, как я уже только что объяснил. Но есть и частицы больших размеров, которые, будучи не в состоянии гнуться таким образом, образуют соли; и более мелкие, которые всегда могут сгибаться и образуют летучие жидкости, или спирты, которые никогда не замерзают. И когда частицы обыкновенной воды совсем перестают сгибаться, их наиболее естественный вид не таков, чтоб они были все прямые, как тростники, но многие из них искривлены различным образом; а потому они уже не могут поместиться в таком малом пространстве, как в том случае, когда разреженная материя, имея достаточно силы, чтобы их согнуть, заставляет их приспособить свои формы друг к другу. Правда также, что если она обладает большей силой, чем для этого необходимо, она в дальнейшем является причиной того, что они займут большее пространство[5]. Это можно видеть на опыте, если, налив теплой водой колбу или иной сосуд с достаточно длинным узким горлышком, выставить ее на воздух во время мороза: ибо эта вода явственно начнет опускаться мало-помалу, пока не дойдет до известной степени холода, затем расширится и будет подниматься также мало-помалу, пока вся не замерзнет. Итак, тот же холод, который сгустил или сжал ее вначале, разредит его потом. И можно видеть также из опыта, что вода, которую долго держали на огне, замерзнет скорее, чем другая; причина в том, что те из ее частиц, которым труднее перестать гнуться, испаряются во время ее нагревания.

Но чтобы вы могли легче принять все эти предположения, знайте, что я не мыслю мелкие частицы земных тел в виде атомов или неделимых частиц; напротив, считая их состоящими из одной и той же материи, я полагаю, что каждая из них может быть делима бесконечным множеством способов и что они различаются между собой лишь так же, как отличаются камни разнообразной формы, отколотые от одной и той же скалы. Знайте также, что, желая хранить мир с философами, я не думаю отрицать ничего из того, что они приписывают телам сверх указанного мною, как их *существенные формы*, их *реальные качества* и тому подобные вещи; но мне кажется, мои доводы должны встретить тем большее одобрение, что я поставлю их в зависимость от меньшего числа причин.

Глава II

ПАРЫ И ЛЕТУЧИЕ ТЕЛА

Если вы примете во внимание, что разреженная материя, находящаяся в порах земных тел, колеблется иногда сильнее, иногда слабее, либо под влиянием солнца, либо под влиянием возможных причин, а потому она колеблет сильнее и мелкие частицы этих тел, то вы легко поймете и следующее: те частицы, которые достаточно малы и притом имеют такую форму или такие положения, что легко могут отделиться от соседних, тут и там отделяются друг от друга и поднимаются в воздух. Причина этого не в том, чтоб у них была какая-либо склонность подниматься, или солнце обладало бы какой-либо силой, их притягивающей; причина в том, что для них не находится места, куда они могли бы продолжать двигаться столь же легко, подобно тому, как поднимается пыль на проселочной дороге только оттого, что ее поднимают и приводят в движение ноги прохожих [6]. Ибо, хотя частицы этой пыли гораздо крупнее и тяжелее, чем маленькие частички, о которых мы говорим, но тем не менее и они поднимаются к небу, и можно даже видеть, что они поднимаются гораздо выше, когда на большой площади ходит множество людей, чем когда ее топчет один человек. Поэтому не приходится удивляться и тому, что действие солнца поднимает на значительную высоту маленькие частички материи, из которой составляются пары и летучие тела, ибо это действие всегда распространяется одновременно на целую половину земли и пребывает над нею целые дни. Но заметьте, что эти частички, поднятые в воздух солнцем, должны по большей части иметь ту форму, какую я приписал частичкам воды, ибо нет иных частиц, которые могли бы так легко быть отделены от тел, в которых они находятся. И только их я буду называть собственно парами, чтобы отличить их от частиц, имеющих менее правильные формы и за которыми я сохраню название летучих выделений, поскольку не знаю названия более подходящего. Но и к летучим выделениям я буду причислять те частицы, которые, имея примерно ту же форму, что частицы воды, но более тонкие, образуют летучие вещества, или спирты, ибо они легко могут воспламеняться; я исключаю отсюда те частицы, которые, разделяясь на несколько ветвей, так тонки, что им свойственно лишь образовать воздух. Что касается тех, которые разделяются на ветви, но несколько более грубы, то они, правда, не могут сами по себе выходить из твердых тел, в которых они находятся, но если в этих телах возникает огонь, он их немедленно изгоняет в виде дыма. Также, если вода проникает в поры этих тел, она нередко отделяет эти частицы и уносит с собою вверх, подобно тому, как ветер, проходя через изгородь, уносит листья или соломинки, застрявшие в ее ветвях, или, вернее, как сама вода выносит на верх реторты мелкие частицы тех масл, которые алхимики обычно извлекают из сухих растений: напитывая их большим количеством воды, они перегоняют все вместе, и таким образом достигают того, что малое количество масла, в них содержащееся, поднимается вместе с большим количеством воды, находящейся между ними. И действительно,

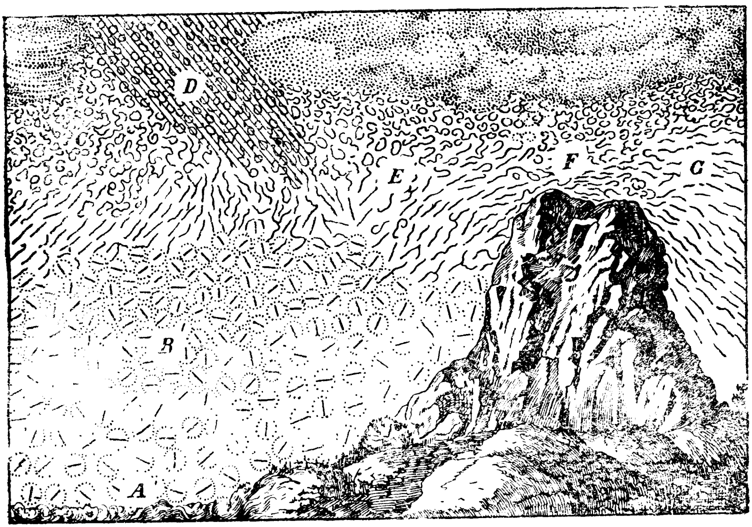


Рис. 75.

бóльшая часть этих растений — те же, которые обычно составляют существо этих масл. Заметьте также, что пары всегда занимают больше места, чем вода, хотя они состоят из тех же частиц. Причина этого в том, что, когда эти частицы образуют воду, они движутся с силой, достаточной только для того, чтобы гнуться и переплетаться, скользя одна по другой, как вы это можете видеть в *A* [7] (рис. 75), в то время как, если они имеют форму пара, их движение так сильно, что они начинают очень быстро вращаться кругом во все стороны и растягиваются во всю свою длину; таким образом, каждая из них обладает достаточной силой, чтобы прогнать из своего окружения все те из подобных ей частиц, которые стремятся проникнуть в маленькую сферу, которую она описывает, как вы это можете видеть в B. Точно так же, если вы заставите вращаться с достаточной скоростью стержень LM (рис. 76), через который перекинута веревка NP, вы увидите, что веревка будет держаться в воздухе совершенно прямо, в натянутом положении, занимая таким образом все пространство, заключенное в круге $NOPQ$, так что если только внести туда какое-нибудь иное тело, она тотчас же ударит его с силой, достаточной, чтоб его удалить. Если же вы заставите ее вращаться более медленно она сама собой обмотается вокруг стержня, и, следовательно, уже не будет занимать столь большое пространство.

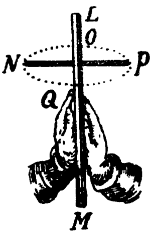


Рис. 76.

Далее, нужно заметить, что эти пары могут быть в большей или меньшей степени сжатыми или расширенными, и более или менее теплыми или холодными, и более или менее прозрачными или темными, и более или менее влажными или сухими. Ибо, во-первых, когда их частицы, перестав колебаться настолько сильно, чтобы удержаться вытянутыми в прямую линию, начинают изгибаться и сближаться между собой, как изображено в C и в D (рис. 75), или когда они прижаты между горами или сжаты действием различных ветров, которые, имея противоположные направления, мешают друг другу колебать воздух; или когда они находятся под какими-либо облаками, — они не могут занять такое пространство, какого требовала бы сила их колебания, как можно видеть в E; бывает, наконец, и так, что истратив бо́льшую часть своего возбуждения на то, чтоб переместиться по нескольку вместе в одну и ту же сторону, они уже не вращаются так сильно, как обыкновенно, как можно видеть в F; или, выйдя из пространства E, они дают начало ветру, дующему в направлении к G; ясно, что пары, которые из них образуются, будут более сгущенными или более сжатыми, чем тогда, когда не имеет места ни один из этих трех случаев. И ясно также, что если пар, находящийся в E, движется так же, как и пар, находящийся в B, то он должен быть гораздо теплее, ибо его частицы, как более сжатые, обладают большей силой; точно так же жар раскаленного железа гораздо сильнее, чем жар угля или пламени.

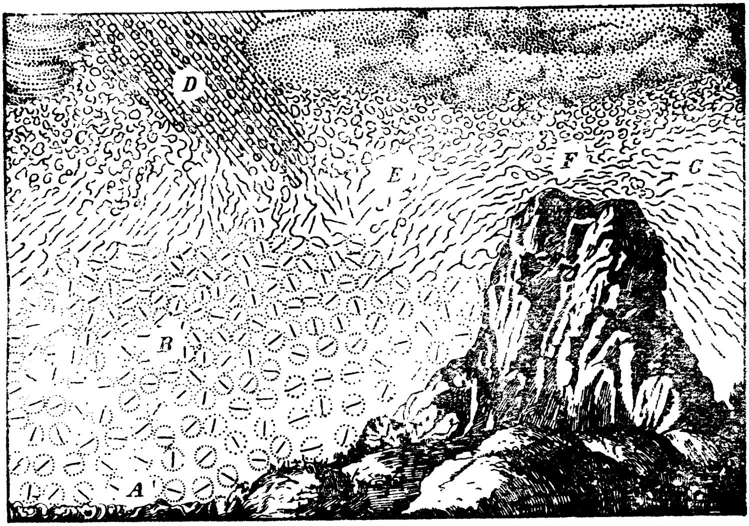


Рис. 77

По этой же причине нередко летом ощущается более сильная и более удушливая жара тогда, когда воздух, находясь в состоянии покоя и как бы одинаково сжатый со всех сторон, бывает чреват дождем, чем когда он более чист и ясен. Что касается паров, находящихся в C (рис. 77), то они более холодны, чем пары, находящиеся в B, хотя их частицы и несколько более сжаты, ибо я предполагаю, что они колеблются значительно слабее. И, наоборот, пар, находящийся в D, будет теплее, поскольку предполагается, что его частицы значительно более сжаты и колеблются лишь немного слабее; а пар, находящийся в F, холоднее находящегося в E, хотя его частицы и не менее сжаты и колеблются не менее сильно, ибо они стремятся двигаться согласно в одном и том же направлении и вследствие этого не могут колебать в той же мере мелкие частицы других тел; так, ветер, который дует все время однообразно, хотя он и очень силен, не может колебать ветви и листья в лесу в той же мере, как ветер более слабый, но менее равномерный. И вы можете усмотреть на опыте, что именно в этом колебании мелких частиц земных тел заключается причина тепла, если будете дуть с достаточной силой на свои сложенные пальцы; вы тогда заметите, что дыхание, исходящее из ваших губ, покажется вам холодным поверх вашей руки, где, проходя очень быстро и с одинаковой силой, оно не вызывает никаких колебаний, тогда как оно покажется вам довольно теплым в промежутках между пальцами, где, проходя более неровно и медленно, оно будет колебать более сильно их маленькие частицы. Дыхание, далее, кажется всегда теплым, если дуть с сильно открытым ртом, и холодным, если дуть с ртом, почти закрытым. По той же самой причине сильные ветры обычно кажутся холодными, и мало теплых ветров, которые не были бы медленными [8].

Кроме того, пары, изображенные и в B, и в E, и в F (рис. 78), прозрачны, и на глаз их нельзя отличить от остального воздуха, ибо поскольку они движутся очень быстро и с той же силой, как разреженная материя, которая их окружает, они не могут помешать ей испытывать действие светящихся тел, а наоборот, испытывают его вместе с нею. Пары же, находящиеся в C, начинают становиться непрозрачными или темными, ибо их частицы не повинуются более этой разреженной материи в такой мере, чтобы она могла перемещать их всяческими способами. А пар, изображенный в D, совсем не может быть столь же темным, как пар в C, ибо он теплее его: подобно тому как вы видите, что зимой благодаря холоду дыхание или пот разгоряченных лошадей обнаруживаются в виде густого дыма, очень плотного и темного, тогда как летом, когда воздух становится теплее, они остаются невидимыми [9]. И не следует сомневаться в том, что воздух часто может содержать иногда столько же или больше паров, когда их совершенно не видно, чем когда они видны; ибо как могло бы случиться без проявления чуда, чтобы при теплой погоде и среди дня солнце, светя-

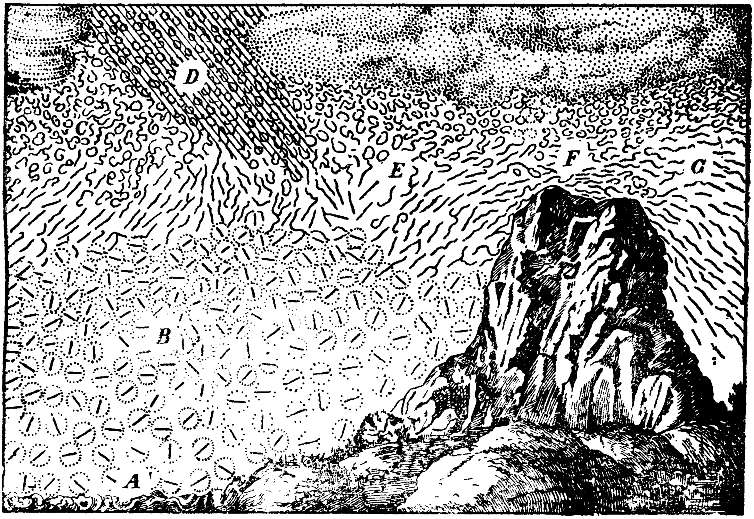


Рис. 78.

щее на озеро или на болото, не извлекало бы оттуда много паров; можно даже заметить, как воды тогда мелеют и высыхают значительно больше, чем в холодную и пасмурную погоду. Далее, пары в *E* более влажны, т. е. более склонны превращаться в воду и, подобно воде, смачивать или увлажнять другие тела, чем пары в *F*. Ибо последние, наоборот, сухи, поскольку, ударяя с силой влажные тела, встречающиеся на их пути, они могут изгонять из них и уносить с собою находящиеся в них частицы воды и таким образом их высушивать. Точно так же мы ощущаем, что бурные ветры всегда сухи, и нет влажных ветров, которые не были бы слабыми. И можно сказать, что те же пары, когда они находятся в E, более влажны, чем когда они находятся в D, потому что их частицы, двигаясь с большей силой, могут лучше проникать в поры других тел и делать их более влажными; но можно сказать также, в другом смысле, что они менее влажны, ибо слишком сильное колебание этих частиц мешает им принять так легко форму воды.

Что касается летучих выделений, то они могут иметь гораздо больше различных свойств, чем пары, ибо между их частицами может быть больше различия. Но достаточно заметить здесь, что самые крупные из них представляют как бы не что иное, как землю, которую можно видеть на дне сосуда, после того как на нем осела снеговая или дождевая вода; самые же мелкие — не что иное, как спирты или летучие вещества, которые всегда поднимаются в первую очередь из тел, подвергаемых перегонке. Среди же частиц промежуточных размеров одни обладают природой летучих солей, другие — природой масл, или вернее, дыма, который исходит из масл при их сжигании. И хотя бóльшая часть этих испарений поднимается в воздух лишь вместе с парами, но затем они легко от них отделяются: или сами собой, подобно тому, как масла отделяются от воды, с которой их перегоняют; или благодаря движению ветров, собирающих их вместе в одно или несколько тел, подобно тому как крестьянки, сбивая сливки, отделяют масло от сыворотки; или даже, нередко, только благодаря тому, что, будучи более или менее тяжелыми, чем пары, или двигаясь с большей или меньшей силой, они собираются в области более низкой или более высокой, чем эти последние. И обычно масла поднимаются менее высоко, чем спирты, а те летучие выделения, которые представляют собою лишь землю, еще менее высоко, чем масла [10]. Но нет таких, которые останавливались бы ниже, чем частицы, из которых состоит обыкновенная соль; и хотя последние не принадлежат собственно ни к летучим выделениям, ни к парам, ибо не поднимаются никогда выше, чем самая поверхность воды [11], все же, поскольку они появляются там путем испарения этой воды и поскольку в них есть много очень замечательных вещей, я не хочу о них совсем умолчать.

Глава III

О СОЛИ [12]

Соленость моря зависит только от этих более крупных частиц его воды, которые, как я сказал ранее, не могут быть ни согнуты, подобно другим, действием разреженной материи, ни даже приведены в движение без посредства частиц более мелких. Ибо, во-первых, если бы вода не состояла из нескольких частей, как я предположил выше, ей было бы одинаково легко или трудно разделяться различным образом и в различных направлениях, и она не проникала бы так легко, как это имеет место в действительности, в тела с относительно широкими порами, как в известь или в песок; а с другой стороны, она могла бы также проникать в известной мере в тела с более узкими порами, как в стекло и в металлы. Кроме того, если бы эти частицы не имели той формы, какую я им приписал, то, войдя однажды в поры других тел, они не могли бы быть удалены из них так легко только колебаниями, вызванными ветром или теплом; мы достаточно ясно можем убедиться в этом, если обратимся к маслам или другим жирным жидкостям, частицы которых, как мы говорили, имеют другую форму: ибо их почти никогда нельзя полностью удалить из тел, куда они однажды проникли. Наконец, мы никогда не видим в природе тел, которые были бы так сходны между собой, чтобы не обнаружилось хоть малейшего неравенства в их величине, а потому для нас не должно быть затруднительным представить себе, что частицы воды не являются в точности одинаковыми, и что, в частности, в море, которое служит вместилищем всех вод, должны встречаться столь крупные частицы, что они не могут сгибаться, подобно другим, под действием силы, обычно их движущей. И я хочу попытаться показать вам здесь, что одного этого достаточно, чтобы наделить их всеми свойствами, присущими соли. Во-первых, не удивительно, что они имеют острый и резкий вкус, сильно отличающийся от вкуса пресной воды; ибо, поскольку разреженная материя, которая их окружает, не может их согнуть, они должны всегда входить острием в поры языка и таким образом проникают достаточно далеко, чтобы вызвать укол; тогда как частицы, образующие пресную воду, текут лишь на поверхности в лежачем положении и благодаря легкости, с какой они гнутся, не могут дать почти никакого ощущения вкуса. Когда частицы соли подобным же образом проникают своими остриями в поры мяса, которое желают сохранить от порчи, они не только отнимают у него влагу, но и являются в нем чем-то вроде маленьких палочек, тут и там воткнутых в его части; здесь они, оставаясь твердыми и не сгибаясь, поддерживают эти части и препятствуют другим, более гибким частицам, также находящимся в мясе, приводить его части в беспорядок своим движением и вызывать гниение тела, которое они образуют. Вследствие этого мясо с течением времени становится более жестким, тогда как частицы пресной воды, сгибаясь и проскальзывая там и сям в его поры, могли бы содействовать его размягчению и разложению. Далее, не удивительно, что соленая вода плотнее пресной, ибо она состоит из частиц, которые, будучи более крупными и более массивными, могут поместиться в меньшем пространстве; ведь от этого и зависит плотность.

Однако нужно рассмотреть, почему эти более массивные частицы оказываются смешанными с менее массивными, когда, казалось бы, они естественно должны бы опуститься вниз; и причина, по крайней мере для частиц обыкновенной соли, заключается в том, что они одинаково крупны с обоих концов и совершенно прямолинейны, наподобие маленьких палочек. Ибо если бы имелись в море частицы, которые были бы с одного конца толще, чем с другого, и, следовательно, тяжелее, то с тех пор как мир существует, они бы опустились на дно; или если бы имелись частицы изогнутые, они могли бы встретить твердые тела и соединиться с ними, так как, однажды войдя в их поры, они не могли бы выйти из них так же легко, как частицы ровные и прямые. Но эти частицы, налагаясь поперек друг на друга, дают возможность частицам пресной воды, находящимся в постоянном движении, накручиваться и навиваться на них, располагаясь и размещаясь на них в известном порядке, и благодаря этому они могут продолжать двигаться легче и быстрее, чем если бы они были одни; ибо, когда они таким образом накручены на другие частицы, сила разреженной материи, приводящей их в движение, тратится только на то, чтоб заставлять их очень быстро вращаться вокруг тех частиц, которые они охватывают; при этом они там и сям переходят с одной частицы на другую, оставаясь сложенными. Между тем, если б они были разрознены, как это имеет место для пресной воды, они необходимо сплетались бы между собой так, что часть силы, присущей разреженной материи, шла бы на их сгибание, на их разделение друг от друга. Поэтому она уже не может заставить их двигаться ни столь легко, ни столь быстро. Стало быть, если верно, что эти частицы пресной воды могут лучше двигаться тогда, когда они накручены на частицы соли, чем когда они одни, то не удивительно, что они на них накручиваются, когда оказываются вблизи, а затем, охватив их, они препятствуют тому, чтобы различие в тяжести их разделило.

Отсюда происходит то, что соль легко тает в пресной воде или даже если ее только выставить на воздух в сырую погоду, причем, однако, в определенном количестве воды тает лишь определенное количество соли, именно такое, чтобы сгибающиеся частицы этой воды могли охватить частицы соли, накручиваясь на них[13]. А поскольку прозрачные тела тем более прозрачны, чем менее они противодействуют движениям разреженной материи, находящейся в их порах, мы поймем отсюда, что морская вода, естественно, должна быть более прозрачной и давать несколько более сильное преломление, чем речная вода. Ясно также, что морская вода не должна и замерзать так легко, раз мы знаем, что вода замерзает лишь тогда, когда разреженная материя, заключенная между частичками, не имеет силы их колебать; в этом можно даже усмотреть и разгадку секрета изготовления льда летом, одного из самых красивых среди известных пытливым умам, хотя он и не столь уже необычен. Кладут соль, смешанную с равным количеством снега или толченого льда, вокруг сосуда, наполненного пресной водой, и без всяких иных приемов, по мере того как эта соль и этот снег тают, образуя одно целое, вода, заключенная в сосуде, превращается в лед.

Причина этого заключается в том, что, поскольку разреженная материя, окружавшая частицы этой воды, более груба, а поэтому обладает большей силой, чем материя, окружавшая частицы снега, то она будет занимать место последней по мере того, как частицы снега, растаивая, накручиваются на частицы соли; ибо ей легче двигаться в порах воды соленой, чем пресной, а она непрестанно стремится перейти из одного тела в другое, чтобы войти в те тела, где ее движение встречает наименьшее препятствие. Таким образом, более разреженная материя, находившаяся в снеге, входит в воду, замещая ту, которая из нее вышла; а так как у нее нет силы, достаточной для поддержания колебаний этой воды, то последняя и замерзает. Но одно из главнейших свойств частиц соли — это то, что они в высшей степени устойчивы, т. е. не могут быть подняты в виде пара, как частицы пресной воды. Причина этого не только в том, что, будучи толще, они более тяжелы, но еще и в том, что, будучи длинными и прямыми, они никак не могут долго оставаться взвешенными в воздухе; поднимаются ли они выше или же опускаются, один из их концов необходимо направляется вниз, и они будут держаться по прямой, перпендикулярной земле, так как и для поднятия, и для опускания им гораздо легче рассекать воздух в этом положении, чем в каком-либо другом.

С частицами пресной воды дело обстоит совсем иначе, ибо, легко сгибаясь, они никогда не бывают вполне прямыми, разве только если они быстро вращаются по кругу, тогда как частицы соли никогда не могут вращаться таким образом: встречаясь и сталкиваясь друг с другом и не имея возможности согнуться, чтобы друг к другу приспособиться, они немедленно были бы вынуждены остановиться. Но если они взвешены в воздухе одним концом вниз, как я уже сказал, то они, очевидно, должны будут скорее опускаться, чем подниматься, ибо сила, которая могла бы толкать их вверх, действует гораздо слабее, чем если бы они были расположены поперек. Она действует в настолько меньшей степени, насколько количество воздуха, оказывающее сопротивление концу частицы, меньше того количества, которое оказывало бы сопротивление ее длине; вес же ее — все один и тот же и действует тем сильнее, чем меньше сопротивление [14]. Прибавим к этому еще, что морская вода становится более пресной, когда проходит через песок, ибо частицы соли, не могущие согнуться, не могут течь по мелким обходным путям вокруг песчинок, как текут частицы пресной воды. Мы поймем поэтому, что, поскольку источники и реки состоят только из воды, которая была поднята в виде пара или которая прошла через большие слои песка, они не могут быть солеными, а также поймем, что все эти пресные воды, вливаясь в море, не должны делать его ни более обширным, ни менее соленым, ибо из него непрестанно истекает такое же количество воды; часть ее поднимается в воздух в виде паров и вновь падает на землю в виде дождя или снега, но бо́льшая часть проникает подземными путями под горы. Там тепло, содержащееся в земле, поднимает воду опять в виде паров к вершинам гор, и там она наполняет истоки ручьев и рек [15]. Мы поймем также, что морская вода должна быть более соленой под экватором, чем у полюсов, если мы примем во внимание, что солнце, имея там большую силу, извлекает из нее большое количество паров, которые затем не всегда выпадают обратно в тех же местах, откуда поднялись, но обычно в других местах, более близких к полюсам, как вам это станет более ясно позднее.

Далее, хотя я не имею намерения останавливаться специально на объяснении природы огня, я добавлю еще, почему морская вода менее пригодна для тушения пожаров, чем

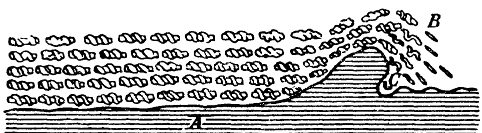


Рис. 79.

речная, и почему при волнении она искрится ночью [16]; вы могли бы убедиться, что частицы соли могут быть легко смещены благодаря тому, что они как бы взвешены между частичками пресной воды, и, следовательно, будучи прямыми и несгибаемыми, обладают большой силой после того, как они приведены в колебание; таким образом, они не только могут увеличивать пламя, если их туда бросить, но могут и сами быть причиной пламени, когда выбрасываются из воды, в которой они находятся. Если море, находящееся в A (рис. 79), устремляется с силой к C и встречает песчаный вал или какое-либо другое препятствие, заставляющее его подняться в B, то удар, который это движение сообщает частицам соли, может быть причиной того, что первые взлетающие в воздух частицы отделятся от частиц пресной воды, которые их обволакивают; тогда, находясь около B в одиночку, на известных расстояниях друг от друга, они вызывают искры, наподобие тех, какие дают камешки при ударе. Правда, для этого необходимо, чтобы частицы соли были очень прямыми и скользкими, иначе они не смогут достаточно легко отделиться от частиц пресной воды; поэтому ни рассол, ни морская вода, долго хранившаяся в каком-либо сосуде, не вызывают этого явления. Необходимо также, чтобы частицы пресной воды не охватывали слишком тесно частицы соли, а потому эти искры появляются в большем числе тогда, когда тепло, чем когда холодно; нужно, далее, чтобы волнение моря было достаточно сильно, а отсюда вытекает, что огонь не исходит одновременно из всех волн; наконец нужно, чтобы частички соли двигались концами вперед, как стрелы, а не поперек; вследствие этого не все капельки, исходящие из одной и той же воды, светят одинаково сильно.

Однако рассмотрим теперь, каким образом соль при своем возникновении плавает по воде, несмотря на то, что ее частицы очень тверды и очень тяжелы, и как она образует мелкие зернышки с квадратными гранями, очень похожие на бриллианты, ограненные в форме плиток, с той только разницей, что самая большая из их граней несколько вогнута. Прежде всего для этого необходимо, чтобы морская вода удерживалась в каких-либо ямах во избежание как постоянного движения волн, так и притока пресной воды, которую дожди и реки постоянно несут в океан; далее, необходима теплая и сухая погода, ибо тогда действие солнца будет иметь достаточно силы, чтоб заставить испаряться частицы пресной воды, обволакивающие частицы соли. И нужно заметить, что поверхность воды всегда очень ровна и гладка, как и поверхность всех остальных жидкостей; причина этого в том, что ее частицы движутся относительно друг друга одинаковым образом и с одинаковыми колебаниями и что соприкасающиеся частицы воздуха также движутся одинаково относительно друг друга, но первые движутся иным образом и с иными колебаниями, чем вторые; и в особенности в том, что разреженная материя, окружающая частицы воздуха, движется совсем иначе, чем материя, окружающая частицы воды; благодаря этому их поверхности при трении друг о друга полируются так, как если бы это были твердые тела. Разница лишь в том, что здесь это происходит гораздо легче, почти в одно мгновение, и поэтому их частицы, никаким способом не связанные между собой, все сразу располагаются в порядке, необходимом для этой цели. Это служит причиной также и того, что разделить воду на поверхности гораздо труднее, чем в глубине; действительно, можно видеть на опыте, что все достаточно малые тела, хотя бы и состоящие из очень тяжелого вещества, как, например, маленькие стальные иголки, могут плавать и держаться на воде, пока она не разделена, но когда она разделена[17], они без остановки опускаются до самого дна. В связи с этим нужно еще заметить, что когда теплота воздуха достаточна для образования соли, она может не только заставить выйти из морской воды некоторые из находящихся в ней сгибаемых частиц и поднять их в виде паров, но и заставить их подняться с такой скоростью, что прежде, чем они будут иметь возможность освободиться от обматывающих их частиц соли, они окажутся над поверхностью воды; тогда, унося их с собой, они могут окончательно от них освободиться лишь после того, как закрылись отверстия в поверхности, через которые они вышли. Благодаря этому частицы соли плавают на поверхности совсем отдельно, как изображено в D (рис. 80); ибо, располагаясь на ней в длину, они оказываются недостаточно тяжелыми, чтобы уйти в воду, как стальные иголки, о которых я только что говорил, и лишь немного искривляют и опускают под собою поверхность воды, по причине своего веса, точно так же, как эти иголки. Таким образом, первые из них, будучи рассеяны тут и там по этой поверхности, делают в ней ряд ямок или мелких углублений; затем следующие, которые

Рис. 80.

идут за ними, очутившись на склонах этих ямок, скатываются и соскальзывают на дно, где они встречаются с первыми. И нужно в особенности заметить здесь, что с какой бы стороны они ни пришли, они должны лечь в точности рядом с этими первыми, как вы видите в E, так по крайней мере (рис. 81) должны лечь вторые, а нередко и третьи по той причине, что таким способом они опускаются несколько ниже, чем если бы они заняли какое-либо другое положение, а не то, которое можно видеть в F, или в G, или в H. А движение тепла, которое всегда хоть сколько-нибудь колеблет поверхность (воды), содействует тому, что они располагаются таким образом. Далее, если в каждой ямке получается по две или три частицы рядом друг с другом, то частицы, которые попадут туда потом, могут еще присоединиться к ним в том же направлении, если они не имеют там определенного расположения; но если случается так, что они имеют больший наклон к концам предыдущих, чем к сторонам, они ложатся поперек под прямыми углами, как вы можете видеть в K, ибо таким образом они также могут опуститься несколько ниже, чем это могло бы иметь место, если бы они расположились по-иному, как в L или в M. А поскольку таких, которые ложатся против концов двух или трех первых, и таких, которые ложатся против их сторон, имеется примерно одинаковое число, то отсюда происходит, что, располагаясь таким образом вместе по нескольку сотен, они первоначально образуют маленькую плитку, которая на взгляд кажется вполне квадратной и которая является как бы основанием крупинки соли, начинающей образовываться. И нужно заметить, что если имеется всего три или четыре частицы, расположенные в одном направлении, как в N, то лежащие в середине опускаются немного ниже, чем лежащие по краям; но когда присоединяются другие, ложащиеся поперек, как в O, они помогают другим частицам на

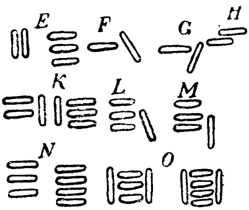


Рис. 81.

краях опускаться почти на столько же, как и частицы посредине.

Таким образом, маленькая квадратная плитка, служащая основанием крупинки соли и образующаяся обычно из нескольких сотен частиц, соединенных вместе, может представляться глазу только совершенно плоской, тогда как на деле она всегда немного искривлена. Однако по мере того, как эта плитка растет, она все более опускается, но так медленно, что поверхность воды изгибается под нею, не разрываясь. И когда она достигла определенной величины, она опускается так сильно, что частицы соли, еще присоединяющиеся к ней, не останавливаются у ее краев, а проходят поверху, и движутся там в том же направлении и таким же образом, как предыдущие двигались по воде; вследствие этого они вновь образуют квадратную плитку, которая в свою очередь понемногу опускается; затем частички соли, присоединяющиеся к ней, опять могут пройти поверх нее и образовать третью плитку, и так далее. Но следует заметить, что частички соли, образующие вторую из этих плиток, уже не катятся так легко по первой плитке, как частички, образующие эту первую плитку, катились по воде; ибо они встречают здесь поверхность не настолько ровную, которая позволила бы им течь так же свободно; а потому они не продвигаются до самой середины, и так как последняя таким образом остается пустой, вторая плитка уже не опускается сразу в той же мере, как и первая, но успевает немного увеличиться, прежде чем начнет образовываться третья. Так как вновь середина этой последней остается пустой, она станет немного больше, чем вторая, и так далее, пока вся крупинка соли, образованная большим числом таких маленьких плиток одна над другой, не будет завершена, т. е. пока она не соприкоснется с краями других соседних крупинок и уже не сможет расти далее. Что касается размеров первой плитки, служащей ей основанием, то они зависят от степени теплоты, колеблющей воду во время образования этой плитки, ибо чем сильнее вода колеблется, тем больше плавающие над нею частички соли искривляют ее поверхность; поэтому основание оказывается меньше, и вода может колебаться так сильно, что частички соли пойдут ко дну, не успев образовать никаких крупинок. Покатость четырех граней, исходящих из четырех сторон этого основания, зависит лишь от уже упомянутых причин, если за все время, нужное для образования крупинки, теплота остается неизменной; но если она возрастает, покатость будет меньше, а если убывает, то, наоборот, больше, так что если она то возрастает, то убывает, вдоль граней образуются как бы маленькие ступеньки. Что касается четырех ребер или сторон, соединяющих эти четыре грани, то они обычно не бывают ни слишком острыми, ни слишком гладкими; ибо частички, соединяющиеся на сторонах крупинки, почти всегда располагаются вдоль; но те из них, которые направляются к углам, легче могут расположиться по-иному, а именно так, как изображено в *R* (рис. 82). Поэтому ребра оказываются несколько притупленными и неодинаковыми, вследствие чего крупинки соли часто расщепляются здесь легче, чем в других местах, и пустое пространство, остающееся посередине, становится скорее круглым, чем квадратным. Кроме того, поскольку частицы, образующие эти крупинки, соединяются неопределенно, но соблюдая тот порядок, о котором я только что говорил, то часто случается, что их концы не соприкасаются, а между ними остается достаточно места, чтобы могло поместиться несколько частиц пресной воды; они там задерживаются и располагаются кругом, как видно в *P* (рис. 83), причем движутся лишь с умеренной скоростью. Но если их колеблет очень сильный жар, они с большой силой стремятся вытянуться и выпрямиться, как это было указано выше для того случая, когда вода расширяется в пар; тогда они внезапно разлетаются, ломая стенки своей клетки [18]. В этом при-

Рис. 82.

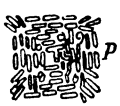


Рис. 83.

чина того, почему цельные крупинки соли разлетаются с треском в разные стороны, когда их бросают в огонь, и почему этого не происходит, если соль истолчена в порошок: в этом случае маленькие клетки уже разрушены. Кроме того, морская вода не может состоять из одних только частиц, мною описанных, и среди них всегда встречаются и частицы, форма которых такова, что они могут сохраняться в морской воде, хотя они и гораздо подвижнее; внедряясь между частичками соли во время ее образования, они придают ей как очень приятный запах фиалок, свойственный белой соли, когда она только что получена, так и грязный цвет, который свойствен черной соли, а также и все другие разнообразные свойства, которые наблюдаются в солях и которые зависят от различных сортов воды, из которых они образуются[19]. Наконец, вы не удивитесь тому, что соль так рассыпчата и поддается размельчению, если вы вспомните о том, каким образом связаны ее частицы; ни тому, что она всегда бела и прозрачна, когда она чиста, если подумаете о том, что среди ее частиц всегда заключено известное количество частиц пресной воды; ни тому, что она гораздо труднее тает, когда она размельчена в порошок и высушена, так что в ней уже совсем не остается пресной воды, если заметите, что она одна не может растаять, пока ее частицы не согнутся; а они могут сгибаться лишь с трудом. Действительно, хотя и можно предположить, что когда-то частицы в море были в разной степени, — одни более, другие менее, — сгибаемы, нужно все же считать, что все те, которые могли обвиться вокруг каких-либо других, постепенно размягчались и стали более гибкими, тогда как те, которые не обвивались, остались совершенно жесткими, так что теперь уже имеется большая разница в этом отношении между частицами соли и частицами пресной воды. Но и те, и другие должны быть круглыми, а именно, частицы пресной воды — наподобие веревок, частицы же соли — наподобие цилиндров или палочек, ибо все тела, которые движутся различным образом и в течение долгого времени, имеют обыкновение округляться. Отсюда можно также познать, какова природа той чрезвычайно кислой и крепкой жидкости, которая может растворять золото и которую алхимики называют царской водкой. Ее можно извлечь лишь силой очень жаркого огня или из чистой соли, или из соли, смешанной с каким-либо другим очень сухим и очень твердым телом, как кирпич, который служит лишь для того, чтоб помешать соли растаять; поэтому очевидно, что частицы ее те же, что первоначально составляли воду, но они смогли подняться в реторте и стать из твердых летучими лишь после того, как под действием огня и взаимных столкновений они из твердых и несгибаемых, какими были, стали легко гнущимися, а из круглых цилиндрических стали плоскими и острыми, подобно листьям ириса или шпажника; иначе они не могли бы согнуться. Дальше, легко понять причину, почему эти частицы имеют вкус, совершенно отличный от вкуса соли; располагаясь на языке в длину и нажимая своими лезвиями на оконечности его нервов, они должны колебать их совершенно по-иному, чем прежде, а следовательно, вызывать другой вкус, именно тот, который называют кислым. Можно было бы таким образом уяснить все свойства этой воды, но это завело бы нас слишком далеко, и будет лучше, если, возвращаясь к рассмотрению паров, мы начнем исследовать, как они движутся в воздухе и как они являются там причиной ветров.

Глава IV

О ВЕТРАХ

Всякое движение воздуха, которое может быть ощущаемо, называется ветром, а всякое невидимое и неощутимое тело называется воздухом. Так, если вода сильно разрежена и превратилась в очень тонкий пар, говорят, что она преобразовалась в воздух, хотя тот распространенный воздух, которым мы дышим, состоит по большей части лишь из частиц, форма которых очень отлична от формы частиц воды, значительно более подвижных. Точно так же воздух, который выходит из раздувального меха или перемещается при колебаниях веера, называется ветром, хотя те более распространенные ветры, которые господствуют на поверхности моря или суши, представляют обычно не что иное, как движение паров, которые, расширяясь, переходят из занимаемого ими места в другое, где им удобнее расшириться. То же мы видим в шариках, называемых эолипилями, в которых небольшое количество воды, улетучиваясь в виде пара, вызывает ветер достаточно ощутимый и сильный по сравнению с малым количеством материи, его образующей; и поскольку этот искусственный ветер может во многом помочь нам понять, каковы ветры естественные, будет полезно, если я его здесь объясню. Пусть $ABCDE$ (рис. 84) — шарик из меди или иного какого-либо вещества, вполне замкнутый и пустой, который имеет лишь очень маленькое отверстие в точке, обозначенной D; часть этого шарика ABC наполняется водой, а часть AEC остается пустой, т. е. содержащей только воздух, и шарик ставится на огонь; тогда, вследствие того, что теплота приводит в движение мелкие частички воды, некоторые из них поднимаются над поверхностью AC, где они вытягиваются и сталкиваются друг с другом, вращаясь, и стараются удалиться друг от друга, как было объяснено выше; и так как они могут отдалиться лишь по мере того, как некоторые из них выйдут через отверстие D, все силы, которые сталкивают их между собой, согласно направляются на то, чтобы прогнать в это отверстие все те частицы, которые находятся к нему всего ближе; таким образом, возникает ветер, который будет дуть отсюда к F. А так как всегда имеются новые частицы этой воды,

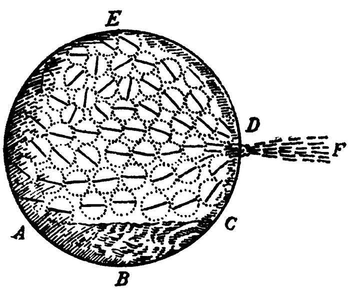


Рис. 84.

которые, будучи подняты действием тепла над поверхностью AC, расширяются и удаляются друг от друга по мере того, как часть их выходит через отверстие D, то этот ветер не прекращается, пока не улетучится вся вода, находившаяся в шарике, или не прекратится действие тепла, заставляющее ее испаряться. И обычные ветры, господствующие в воздухе, образуются приблизительно таким же образом, как сейчас сказано; они различаются принципиально лишь в двух отношениях: первое, что пары, из которых они состоят, поднимаются не только с поверхности воды, как в этом шарике, а также с влажной земли, со снега и с облаков, откуда они исходят в большем изобилии, чем из чистой воды, ибо их частицы в этих ветрах почти все уже разделены и разъединены, а потому их тем более легко выделить в воздух. Второе — то, что эти пары не заключены в воздухе, как в эолипиле; им только препятствует равномерно распространиться во все стороны сопротивление или каких-либо других паров, или каких-либо облаков, или каких-либо гор, или, наконец, какого-либо ветра, который стремится к тому месту, где они находятся; но зато часто имеются в другом месте другие пары, которые, сгущаясь и сжимаясь в то время, как первые расширяются, заставляют их перемещаться в пространство, которое они им уступают [20]. Так, например, вообразим себе, что в данный момент имеются пары в месте, отмеченном в воздухе через F (рис. 85), и они расширяются и стремятся занять пространство гораздо более обширное, чем они занимают, а в то же время имеются другие пары в G, которые, сжимаясь и переходя в воду или в снег, покидают большую часть того пространства, в котором они находились. Нет сомнения в том, что пары, находящиеся в F, устремятся к G и образуют ветер, который будет дуть в этом направлении; особенно, если вы представите себе при этом, что им препятствуют распространиться в A и в B возвышающиеся там горы, а в E они не могут распространиться, так как там воздух сжат и сгущен другим ветром, дующим из C в D, и наконец, что над ними имеются облака [21], которые не дают им подняться выше к небу. Когда пары переходят таким образом из одного места в другое, они уносят или прогоняют перед собой весь воздух, который имеется на их пути, и все испарения, находящиеся в промежутках; так что, хотя они почти одни являются причиной ветров, но все же не они одни их образуют; и даже, хотя расширение и сгущение этих летучих тел, испарений и этого воздуха

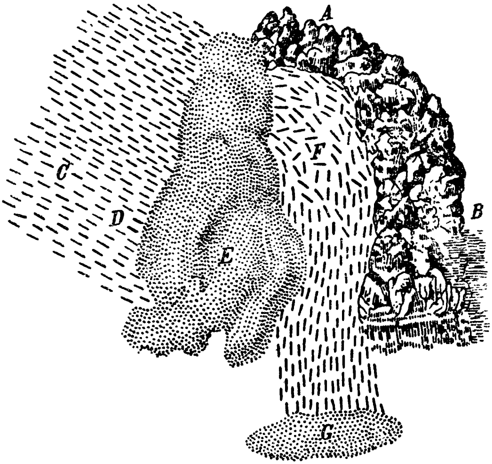


Рис. 85.

могут содействовать возникновению ветров, однако это так мало в сравнении с расширением и сгущением паров, что их можно не принимать во внимание. Действительно, когда воздух расширяется, он занимает лишь примерно вдвое или втрое большее пространство, чем когда он немного сжат; между тем пары занимают пространство более чем в две или три тысячи раз большее, а летучие тела расширяются, т. е. извлекаются из земных тел, лишь под действием очень большого тепла; они почти никогда, даже при большом холоде, не могут затем быть конденсированы в такой же мере, как были первоначально; между тем, чтобы вода расширилась в пар, нужно лишь очень мало тепла; а чтобы пары вновь превратились в воду, нужно очень немного холода.

Рассмотрим теперь, в частности, свойства и происхождение главнейших ветров. Прежде всего, наблюдения показывают, что весь воздух движется вокруг земли с востока на запад[22]; это нам сейчас придется принять на веру, ибо причину этого можно выяснить должным образом, лишь объяснив всю механику вселенной, что я не намерен здесь делать. Но, кроме того, наблюдения показывают, что восточные ветры обычно гораздо более сухи и делают воздух гораздо более чистым и ясным, чем западные; причина этого в том, что последние, двигаясь в направлении, обратном обычному ходу паров, останавливают их и заставляют сгущаться в облака, тогда как первые прогоняют их и рассеивают. Кроме того, наблюдается, что восточные ветры дуют по преимуществу утром, а западные — вечером, причина чего будет вам очевидна, если вы рассмотрите (рис. 86) землю $ABCD$ и солнце S, которое, освещая половину земли ABC и создавая полдень в B и полночь в D, садится в то же время для народов, живущих в A, и встает для народов, живущих в C. Поскольку пары, находящиеся в B, сильно расширяются под влиянием дневного тепла, они перемещаются к D, частично через A, а частично через C, и занимают в D место, покинутое теми парами, которые сгустились там под влиянием ночной прохлады; таким образом, они дают начало западному ветру в A, где солнце садится, и восточному — в C, где оно восходит. Нужно еще заметить, что ветер, образующийся в C, обычно бывает сильнее и движется быстрее, чем ветер

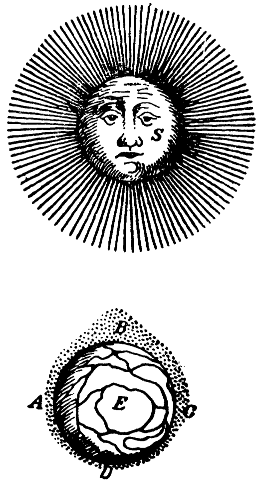


Рис. 86.

в A, отчасти потому, что его направление совпадает с направлением общей массы воздуха, отчасти потому, что та часть земли, которая находится между C и D, остается без солнечного освещения дольше, чем часть, находящаяся между D и A, а вследствие этого конденсация паров должна наступить тем раньше и быть значительнее. Наблюдается также, что северные ветры дуют преимущественно днем, причем они идут сверху вниз и бывают очень сильными, притом и холодными и сухими; причина этого заключается в том, что земля $EBFD$ (рис. 87) покрыта у полюсов E и F множеством облаков и туманов, потому что там ее не согревает солнце, а в B, где солнце светит отвесно, оно вызывает большое количество паров, которые, приходя в сильное движение под действием света, очень быстро поднимаются вверх. Этот подъем прекращается тогда, когда они поднимутся настолько, что вследствие сопротивления, оказываемого их весом, для них станет более легко повернуть и направиться с обеих сторон к I и M над облаками G и K, чем продолжать подниматься вверх по прямой линии. Эти облака в то же время нагреваются и разрежаются солнцем, а потому обращаются в пары, которые направляются из G в H, из K в L, а не к E и F; ибо плотный воздух, находящийся у полюсов, оказывает им большее противодействие, чем пары, исходящие от земли в полдень, так как они находятся в сильном движении и могут перемещаться в любом направлении, вследствие чего могут легко уступить им место. Таким образом, если мы примем F за северный полюс, то движение этих паров из K в L вызывает северный ветер, который дует днем в Европе; и этот ветер дует сверху вниз, ибо идет от облаков к земле, и обычно очень силен, ибо возбуждается самым большим теплом, какое только возможно, именно полуденным, и материей, легче всего превращаемой в пар,

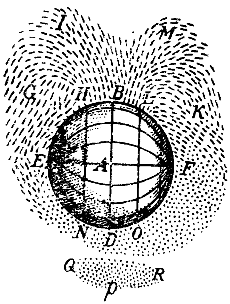


Рис. 87.

именно облаками. Наконец, этот ветер очень холоден и очень сух, с одной стороны, по причине своей силы, как это было сказано выше о сильных ветрах, которые всегда сухи и холодны; с другой стороны, он сух потому, что образуется обычно лишь более крупными частицами пресной воды, смешанной с воздухом, влажность же зависит главным образом от частиц более мелких, а этих последних совсем нет в облаках, где он зарождается. Действительно, как вы увидите далее, они обладают скорее природой льда, чем природой воды. Этот ветер днем холоден потому, что несет с собою к югу очень разреженную материю, находившуюся на севере, от которой главным образом зависит холод.

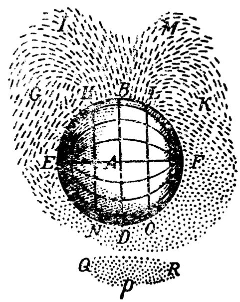


Рис. 88.

Наоборот, южные ветры дуют чаще всего ночью и направлены снизу вверх; и они медленны и влажны: причину этого также можно обнаружить, если посмотреть вновь на землю *EBFD* (рис. 88) и принять во внимание, что часть *D*, находящаяся под экватором, где, по моему предположению, теперь ночь, еще сохраняет достаточно тепла, сообщенного ей солнцем в течение дня, и потому из нее исходит некоторое количество паров. Воздух же, находящийся вверху в *P*, не может удержать такое их количество, ибо обычно более грубые и тяжелые тела дольше удерживают тепло, чем легкие и тонкие, и твердые — дольше, чем жидкие. Вследствие этого пары, находящиеся в *P*, вместо того чтоб продолжать свой путь в *Q* и *R*, останавливаются и сгущаются в виде облаков, которые препятствуют парам, исходящим из земли *D*, подниматься выше, заставляют их перемещаться с обеих сторон к *N* и к *O*, и таким образом создают южный ветер, дующий преимущественно ночью и направленный снизу вверх, именно — от земли в воздух. Этот ветер должен непременно быть очень слабым как потому, что его движение замедляется плотностью ночного воздуха, так и потому, что его вещество, исходя только из земли или из воды, не может расширяться так быстро и в таком большом количестве, как вещество других ветров, исходящее обычно из облаков. Наконец, он тепел и влажен вследствие слабости своего движения; влажен он еще и потому, что состоит как из самых тонких частиц воды, так и из самых крупных, ибо они выходят из земли вместе; а тепел потому, что несет с собою к северу разреженную материю, которая находилась на юге. Можно также наблюдать, что в марте и вообще в течение всей весны ветры бывают суше, а изменения воздуха внезапнее и чаще, чем в любое другое время года. Причину этого мы увидим опять-таки, рассматривая землю $EBFD$ и приняв во внимание, что солнце, стоящее против круга BAD, изображающего экватор, а три месяца назад стоявшее против круга HN, изображающего тропик Козерога, гораздо меньше нагрело ту половину земли BFD, где сейчас весна, чем ту половину BED, где сейчас осень; вследствие этого половина BFD значительно больше покрыта снегом и весь окружающий воздух гораздо плотнее и более наполнен облаками, чем воздух, окружающий другую половину BED. Поэтому днем там выделится значительно больше паров, а ночью, наоборот, значительно больше сгустится, ибо масса земли нагревается там менее; а так как сила солнца остается та же, то должна получиться бóльшая разница между дневным теплом и ночным холодом. Таким образом, эти восточные ветры, которые дуют преимущественно утром, и северные, дующие в середине дня, как те, так и другие очень сухи и более часты, чем в любое другое время. Западные ветры, дующие вечером, должны быть здесь достаточно сильны по той же причине, что и восточные, дующие утром, а поэтому, если только правильный ход этих ветров ускорится или замедлится, или изменит направление в силу каких-либо особых причин, которые во всякой стране могут в большей или меньшей мере расширять или сгущать воздух, то они встретятся и дадут начало дождям и бурям, которые затем обычно прекращаются, ибо берут перевес восточные и северные ветры, прогоняющие облака. Я думаю, что греки называли орнитиями именно эти восточные и северные ветры, так как с ними возвращались птицы, появляющиеся весной; но что касается этезий, которые они наблюдали после летнего солнцестояния, то весьма правдоподобно, что они берут начало от паров, которые солнце поднимает с суши и вод на севере после того, как пребывало долгое время над тропиком Рака; ибо вы знаете, что оно останавливается значительно дольше в тропиках, чем в пространстве между ними; и нужно полагать, что в течение месяцев марта, апреля и мая оно растворяет в пары и ветры бóльшую часть облаков и снегов, находящихся у нашего полюса, но не может нагреть там землю и воду достаточно сильно, чтоб поднять оттуда новые пары; они дадут начало новым ветрам лишь несколько недель спустя, когда господствующий там шестимесячный день немного перейдет за свою середину.

Однако эти правильные ветры были бы всегда таковы, как я только что описал, если бы земная поверхность была всюду одинаково покрыта водами или всюду одинаково лишена воды, так что не было бы никакого разнообразия морей, суши и гор; ни каких-либо иных причин, вызывающих расширение паров, кроме присутствия солнца, или сгущение их, кроме его отсутствия. Но следует заметить, что когда солнце светит, оно обычно извлекает больше паров из морей, чем с материков, ибо материки, будучи во многих местах сухими, не могут дать ему столько влаги; и, наоборот, когда оно отсутствует, полученное от него тепло извлекает больше паров из материков, чем из морей, ибо это тепло сильнее там задерживается. Вот почему на берегах морей часто наблюдается, что ветер днем дует с моря, а ночью с суши; потому же так называемые *блуждающие* огни ночью ведут путешественников к воде, ибо они пассивно следуют току воздуха, идущего от соседней земли, когда воздух, находящийся у воды, конденсируется. Нужно также заметить, что воздух, соприкасающийся с поверхностью вод, до известной степени следует их течению; поэтому ветры вдоль берегов морей часто меняют направления вместе с приливами и отливами, а вдоль больших рек можно ощущать в тихую погоду легкие ветры, следующие их течению. Далее, надо еще заметить, что пары, исходящие от воды, более влажны и более плотны, чем исходящие с материков, и что в них всегда имеется значительно больше воздуха и испарений, вследствие чего одни и те же бури обычно более сильны на море, чем на суше [23] и один и тот же ветер может быть сухим в одной стране и влажным — в другой. Так, говорят, что южные ветры, которые почти везде влажны, в Египте являются сухими, ибо воздух для них берется из остальной Африки, где имеются только сухие и выжженные пространства; несомненно, именно поэтому там почти никогда не бывает дождя. Действительно, хотя северные ветры, приходящие с моря, и там влажны, но так как они при этом самые холодные из всех, какие там бывают, они не могут легко вызывать дождь, как вы увидите ниже. Кроме того, необходимо принять во внимание, что свет луны, весьма неодинаковый в зависимости от того, удаляется ли она от солнца или к нему приближается, содействует расширению паров, как и свет других светил; но это происходит лишь в той же степени, в какой этот свет воздействует на наши глаза, поскольку они надежнее всего позволяют нам судить о силе света; таким образом, свет звезд можно почти совсем не принимать в расчет в сравнении со светом луны, а лунный свет — в сравнении со светом солнца [24]. Наконец, нужно учесть, что пары поднимаются далеко не одинаково с разных частей земли; ибо горы нагреваются светилами иначе, чем долины, и леса иначе, чем луга, и возделанные поля иначе, чем пустыни, и даже некоторые почвы сами по себе теплее других или легче других могут быть нагреты; кроме того, в воздухе образуются очень неодинаковые облака, которые могут переноситься из одной области в другую самыми слабыми ветрами, а также поддерживаться на различных расстояниях от земли, иногда по нескольку вместе, одно над другим. Тогда опять-таки светила иначе действуют на самые высокие из них, чем на самые низкие, иначе, чем на поверхность земли, лежащую под ними, а для одних и тех же мест на земле — иначе, когда над нею нет облаков, чем когда они имеются, и после того, как шел дождь или снег, — иначе, чем до этого. Вследствие этого почти невозможно предвидеть те особые ветры, которые должны дуть в любой день в любой стране на земле, и бывает даже несколько противоположных ветров, которые проходят одни над другими; но вполне возможно определить вообще, какие ветры должны быть наиболее частыми и наиболее сильными, и в каких местах и в какие времена года они должны господствовать, если в точности учесть все, что было здесь указано. Еще лучше можно будет определить это на больших морях, главным образом в местах, очень удаленных от земли, ибо, поскольку поверхность моря не имеет тех различий, какие мы видим на материках, там зарождается гораздо меньше неправильных ветров, а ветры, дующие с берегов, сюда дойти не могут; об этом в достаточной мере свидетельствует опыт наших матросов, которые именно по этой причине дали самому большому из океанов название Тихого. И я не знаю ничего более достойного замечания, чем то, что почти все внезапные изменения в воздухе, например когда он становится более теплым, или менее плотным, или более влажным, чем свойственно данному времени года, зависят от ветров [25], не только от тех, какие дуют в тех самых местах, где происходят эти изменения, но также и от ветров поблизости и от причин, их вызывающих. Положим, например, что мы ощущаем где-нибудь южный ветер, который обусловлен какой-нибудь особой причиной и зародился очень близко отсюда, а потому не приносит много тепла, а в это же время в соседних странах дует северный ветер, возникший далеко или на достаточной высоте; тогда очень разреженная материя, которую последний несет с собой, легко может дойти до нас и вызвать здесь необычайный холод; этот южный ветер, если исходит только из соседнего озера, может быть очень влажным, тогда как если бы он исходил из пустынных пространств, лежащих далее, был бы гораздо суше; поскольку он возник лишь от расширения паров этого озера, и в его возникновении не участвовала конденсация каких-либо других паров, находящихся к северу, он должен сделать наш воздух гораздо более плотным и тяжелым, чем в том случае, когда он вызван лишь этой конденсацией, без какого-либо расширения паров в направлении к югу. Если мы прибавим к этому, что разреженная материя и пары, находящиеся в порах земли, при перемещении в различных направлениях действуют подобно ветрам, несущим с собою испарения всех родов, смотря по местностям, где они проходят; и, кроме того, что облака, опускаясь, могут вызывать ветер, прогоняющий воздух сверху вниз, как я расскажу позднее, — то, я полагаю, мы получим все причины тех изменений воздуха, которые приходится наблюдать.

Глава V

ОБ ОБЛАКАХ

После того как мы рассмотрели, каким образом пары, расширяясь, вызывают ветры, нам надо посмотреть, каким образом они, сгущаясь и сжимаясь, образуют облака и туманы; именно, когда они становятся значительно менее прозрачными, чем чистый воздух, то, если они доходят до поверхности земли, их называют туманами; если же они взвешены более высоко, их называют облаками [26]. И нужно заметить, что менее прозрачными, чем чистый воздух, они становятся потому, что когда их движение замедляется и их частицы сближаются до соприкосновения, они соединяются и собираются в отдельные маленькие кучки, которые представляют собою капли воды или частицы льда. Пока они держатся вполне отдельно и плавают в воздухе, они не могут помешать прохождению света, но когда они собираются вместе, то хотя капли воды или частицы льда и прозрачны, но все же каждая из их поверхностей отражает часть лучей, на нее падающих, как было сказано в „Диоптрике“ обо всех прозрачных телах; а эти поверхности легко могут встречаться в таком большом числе, что заставят отразиться все или почти все лучи. Капли воды образуются тогда, когда разреженная материя, окружающая мелкие частицы паров, уже не имеет силы настолько, чтобы заставить их расшириться и вытеснить одна другую, но еще имеет достаточно силы, чтоб заставить их согнуться, и далее, заставить те частицы, которые сталкиваются, соединиться и слиться в шарик. И поверхность этого шарика становится сразу же совсем ровной и совсем гладкой, ибо соприкасающиеся с нею частицы воздуха движутся по-иному, чем ее собственные, а разреженная материя, содержащаяся в ее порах, также движется по-иному, чем та, которая находится в порах воздуха, как уже было объяснено выше, когда мы говорили о поверхности воды в море; по той же причине она становится в точности шарообразной. Вы нередко видели, что вода в реке вертится и образует водовороты в тех местах, где имеется какое-либо препятствие, мешающее ей перемещаться по прямой линии настолько быстро, насколько требует сила ее движения; точно так же разреженная материя, протекающая через поры других тел, подобно тому, как река течет между водорослями, растущими в ее ложе, свободнее переходит с одного места в другое или в воздухе, или в воде, чем из воздуха в воду или обратно — из воды в воздух. Поэтому, как уже было упомянуто выше, она должна вращаться внутри этой капли, а также вне ее, в окружающем ее воздухе, но иным образом, чем внутри, и в силу этого все частицы ее поверхности должны расположиться вокруг; ибо они не могут не повиноваться ее движениям, поскольку вода — тело жидкое. Этого, без сомнения, уже достаточно, чтоб понять, что капли воды должны быть вполне шарообразными в том смысле, что их сечения параллельны земной поверхности;[1] ибо нет никакой причины, чтоб какая-либо из частиц их окружности приблизилась к их центрам или удалилась от них больше, чем остальные в этом направлении, так как окружающий воздух не толкает их в большей степени ни с той, ни с другой стороны, по крайней мере если он тих и спокоен, как мы предполагаем. Но, рассматривая их в другом направлении, можно ожидать при столь малой их величине, что их вес не обладает достаточной силой, чтоб они могли разделить воздух и спуститься, разве только если они вследствие этого станут немного более плоскими и менее протяженными в высоту, чем в ширину, как в *T* или *V* (рис. 89); поэтому нужно учесть, что воздух имеется у них как по сторонам, так и внизу, и что если их вес недостаточен, чтоб заставить нижнюю из частиц покинуть свое место и дать им опуститься, то он будет недостаточен и для того, чтобы частица, находящаяся сбоку, сдвинулась и дала им расшириться. И наоборот, можно предположить, что если их вес заставляет их опускаться, воздух сделает их несколько более узкими и длинными, как *X* или *Y*; нужно опять-таки учесть, что так как они полностью окружены воздухом, то воздух, который они раздвигают и место которого они займут опускаясь, должен в то же время подняться вверх, чтоб заполнить освобожденное ими место. А это возможно только, когда он будет течь вдоль всей их поверхности, где он находит для себя более короткий и более легкий путь, если они круглы, чем если бы они имели какую-либо другую форму; ибо каждый знает, что из всех форм шарообразная — самая емкая, т. е. она имеет наименьшую поверхность по отношению к объему тела, ею вмещаемого. Таким образом, с какой бы точки зрения ни смотреть, эти капли всегда должны оставаться шарообразными, если только этому не воспрепятствует сила

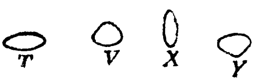


Рис. 89.

[1] *Так в тексте.*

ветра или какая-либо другая особая причина. Что касается их размеров, то они зависят от того, насколько близко лежат друг к другу частицы паров, когда капли начинают образовываться, а также от того, в большей или меньшей мере они затем колеблются, и от количества других паров, которые могут к ним присоединиться. Ибо каждая состоит вначале только из двух-трех мелких частиц паров, которые встречаются друг с другом; но непосредственно за этим, при некоторой плотности пара, две-три капли, образовавшиеся таким путем, при столкновении сливаются в одну, а потом две-три из них в свою очередь опять в одну, и так далее, пока уже не останется возможности сталкиваться. И когда они держатся в воздухе, к ним могут присоединяться еще и другие пары и увеличивать их размеры, пока, наконец, их вес не заставит их упасть в виде дождя или росы[27].

Что касается мелких частиц льда, то они образуются тогда, когда холод настолько силен, что частицы пара не могут быть согнуты разреженной материей, заключенной между ними. И если этот холод наступает лишь тогда, когда капли уже образовались, то, замораживая их, он не изменяет их шарообразной формы, если только не сопровождается достаточно сильным ветром, который может заставить их стать несколько более плоскими с той стороны, с какой он их встречает; если же, наоборот, холод наступает раньше, чем капли начали образовываться, частички пара сливаются лишь вдоль и образуют только ледяные нити очень рыхлого строения; если, наконец, холод наступает в промежутке между этими двумя моментами, что и бывает чаще всего, он замораживает частички пара по мере того, как они сгибаются и собираются по нескольку вместе, не давая им возможности слиться достаточно тесно, чтоб образовать капли; таким путем получаются мелкие ледяные узелки и клубочки совершенно белого цвета, ибо они состоят из нескольких нитей, которые, хотя и прилегают друг к другу, но тем не менее не сливаются вместе и имеют свои самостоятельные поверхности. Эти узелки покрыты как бы пухом или волосками, ибо всегда есть такие частички пара, которые, не успев согнуться и собраться в одно место одновременно с другими, оседают на узелках совершенно прямо и образуют покрывающие их тонкие волоски; смотря по тому, наступает ли мороз более постепенно или более внезапно, и будет ли пар более или менее плотным, эти узелки принимают бо́льшие или меньшие размеры, а окружающие их нити получаются более жесткими и короткими или более рыхлыми и более длинными.

И вы можете видеть отсюда, что требуется всегда две вещи для превращения паров в воду или в лед, а именно — их частицы должны быть достаточно близки, чтоб иметь возможность соприкасаться, и вокруг них должен быть достаточный холод, чтобы, соприкасаясь, они могли соединиться и удержаться около друг друга. Ибо даже очень большого холода было бы недостаточно, если бы они были рассеяны в воздухе так далеко, что никак не могли бы соприкоснуться; точно так же было бы недостаточно, если бы они были совсем близко друг от друга и сильно сжаты, но если бы их теплота, или, иными словами, сила их колебания, была настолько сильна, что препятствовала бы им соединиться. Так, мы видим, что вверху в воздухе не всегда образуются облака, хотя там достаточно холодно для этого; нужно еще, чтобы западный ветер, противоположный обычному направлению движения паров, собрал и сгустил их там, где он заканчивается; или чтобы один или несколько других ветров, дующих с различных сторон, сжали и сгустили их в пространстве между собою; или чтобы один из этих ветров погнал их к уже образовавшемуся облаку; или, наконец, чтобы они сами по себе собрались под каким-либо облаком по мере того, как выходят из земли. Точно так же не всегда образуются и туманы вокруг нас — ни зимой, хотя воздух тогда достаточно холоден, ни летом, хотя пары тогда достаточно обильны; они образуются лишь тогда, когда холод воздуха и обилие паров действуют вместе в одну сторону. Это часто бывает вечером или ночью после достаточно жаркого дня, и чаще весной, чем в другие времена года, даже чем осенью, ибо весной разница между дневным теплом и ночным холодом больше. Они чаще образуются в болотистых и приморских местах, чем на материках, далеких от морей, и на морях, далеких от материков, ибо вода, которая скорее теряет тепло, чем суша, охлаждает воздух, в котором сгущаются пары, в изобилии выделяемые влажной и теплой землей. Но самые большие туманы образуются, как и облака, в тех местах, где заканчивается путь двух или нескольких ветров; ибо ветры гонят к этим местам пары, которые там сгущаются или в туманы, если близкий к земле воздух очень холоден, или в облака, если он недостаточно холоден, так что они могут сгуститься лишь на большей высоте. И заметьте, что капельки воды или частички льда, из которых состоят туманы, могут быть лишь очень малыми; ибо, если бы они были сколько-нибудь крупными, их тяжесть заставила бы их достаточно быстро опуститься на землю, так что мы назвали бы это не туманом, а дождем или снегом. Кроме того, если там, где есть туман, подует какой-либо ветер, он его быстро рассеивает, в особенности, если он состоит из водяных капелек. Ибо при малейшем движении воздуха эти капельки, соединяясь по нескольку вместе, увеличиваются и падают в виде дождя или росы. Заметьте также, что облака возникают на различных расстояниях от земли, смотря по тому, насколько высоко смогут подняться пары, прежде чем сгустятся достаточно, чтобы образовать облака; поэтому часто можно видеть одни облака над другими и даже можно видеть, что их перемещают различные ветры. И это чаще всего бывает в горных странах, ибо теплота, поднимающая пары, действует там более неравномерно, чем в других местах. Нужно, кроме того, заметить, что самые высокие из этих облаков почти никогда не могут состоять из водяных капелек, а состоят только из частиц льда; ибо несомненно, что воздух, в котором они находятся, более холоден, или, во всяком случае, столь же холоден, как и воздух, находящийся на вершинах высоких гор, который даже среди лета настолько холоден, что препятствует там таянию снега [28]. И чем выше поднимаются пары, тем больше они встречают там холода, который их обращает в лед, и тем меньше могут их там уплотнять ветры. Отсюда следует, что, по крайней мере в обычных случаях, наиболее высокие части облаков состоят только из очень рыхлых ледяных нитей, рассеянных в воздухе на больших расстояниях; затем, немного ниже, образуются узелки, или клубочки, этого льда, очень маленькие и покрытые волосками, а под ними еще другие, немного крупнее; наконец, иногда на самом низком уровне образуются капли воды. И когда воздух, в котором они находятся, вполне тих и спокоен, или если он вполне равномерно увлекается каким-либо ветром, то как эти капельки, так и эти ледяные частицы могут оставаться удаленными на большие расстояния и без всякого определенного порядка, так что в этом случае форма облаков ничем не отличается от формы туманов. Но так как они часто движутся под действием ветров, которые не занимают равномерно всего окружающего их пространства и поэтому не могут перемещать их с той же скоростью, как и этот воздух, то ветры протекают под ними и над ними, сжимая их и вынуждая принять форму, которая меньше всего препятствует их движению; вследствие этого их поверхности, находящиеся на пути ветров, становятся совсем плоскими и гладкими. Важно отметить следующее: все маленькие узелки, или клубочки, снега, лежащие на этих поверхностях, располагаются всегда так, что вокруг каждого из них находится шесть других, которые с ним соприкасаются или которые, во всяком случае, все одинаково от него удалены. Предположим, например, что над участком земли AB (рис. 90) дует ветер с запада D, противоположный обычному направлению движения воздуха или другому ветру, дующему с востока C, и что оба эти ветра вначале остановили друг друга приблизительно в пространстве FGP, где они сгустили некоторое количество паров и превратили их в беспорядочную массу; в то же время, поскольку их силы в этом месте уравновесились и оказались равными, воздух остался тихим и ясным. Часто бывает, что два ветра дуют противоположно друг другу таким образом; действительно,

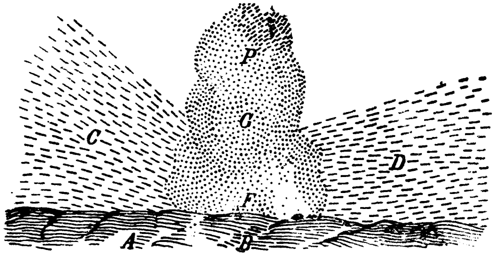


Рис. 90.

вокруг земли всегда дуют несколько различных ветров одновременно, и обычно каждый из них следует своему пути, не отклоняясь от него до того места, где он встретит обратный ветер, оказывающий ему сопротивление; но их силы долгое время не могут уравновеситься, и поскольку в это про-

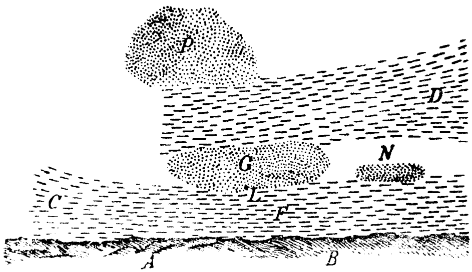


Рис. 91.

странство все более притекает воздух, то если они не прекратятся оба одновременно, что бывает редко, более сильный из них должен, наконец, пойти под облаком или над ним, или даже через него, или кругом, как ему более удобно. Таким образом, либо он совсем заглушает другой ветер, либо, по крайней мере, заставляет его отклониться. Здесь я предполагаю, что западный ветер, избрав направление между G и P (рис. 91), принудил восточный пройти внизу в F, где он заставил находившийся здесь туман выпасть в виде росы, и поддержал над собою облако G, которое, будучи сжато между двумя ветрами, сделалось совсем плоским и широким, а маленькие клубочки льда, находящиеся на его поверхности как вверху, так и внизу, так же как и на нижней поверхности облака, должны были расположиться так, чтобы каждый из них был окружен шестью другими. Действительно, нельзя представить себе никакой причины, которая воспрепятствовала бы им в этом, и, естественно, все одинаковые шарообразные тела, движимые в одной плоскости более или менее одинаковыми силами, располагаются подобным же способом [29]. Вы можете видеть это на опыте, если бросить в беспорядке на тарелку ряд или два круглых бус, снятых с ниток, и слегка дуть на них таким образом, чтобы они сблизились друг с другом. Но заметьте, что я говорю здесь только о верхних или нижних поверхностях, отнюдь не о боковых, потому что неодинаковое количество материи, которое ветры могут нагнать или, наоборот, унести в каждый момент, обычно делает форму их обвода очень неправильной и неравномерной. Кроме того, маленькие ледяные узелки, образующие внутренность облака G, должны расположиться так же, как и узелки на поверхностях; но это не столь очевидно. Рассмотрим теперь те узелки, которые могут образоваться под облаком уже после того, как оно полностью сформировалось; в то время, пока оно остается взвешенным в пространстве G, из различных мест земли в A выходят пары, которые, понемногу охлаждаясь в воздухе, превращаются в мелкие ледяные узелки, гонимые ветром в L, и эти узелки должны расположиться так, чтобы каждый из них был окружен шестью другими, одинаково его сжимающими и лежащими в той же плоскости. Таким образом, эти узелки образуют сначала нечто вроде листка, располагающегося под облаком, потом еще второй листок, располагающийся под первым, и так далее, пока хватает вещества. Заметим дальше, что ветер, проходящий между землею и этим облаком, с большей силой действует на самый нижний из этих листков, чем на следующий, лежащий выше, и сильнее на этот последний, чем на выше лежащий, и так далее; поэтому он может уносить их и заставлять их перемещаться отдельно друг от друга, причем сглаживает их поверхности, пригибая с двух сторон маленькие волоски, окружающие клубочки, из которых эти листки состоят. Может даже случиться так, что ветер заставит часть листков выскользнуть из-под облака G и перенестись вверх, как в N (рис. 92), где

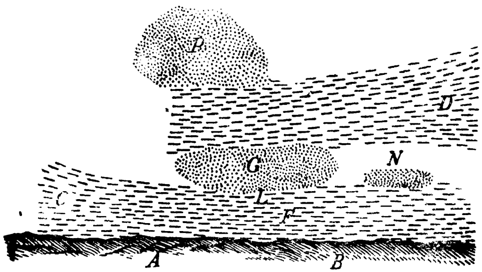


Рис. 92.

они образуют новое облако. Притом я говорил здесь лишь о ледяных частицах, скапливающихся в виде узелков, или клубочков; то же может быть легко распространено на капли воды, если только ветер не настолько силен, чтобы заставить их сталкиваться, или если вокруг них имеются какие-либо разделяющие их летучие тела, или, как часто бывает, какие-либо пары, еще не способные принять форму воды; как только капли соприкоснутся, они соберутся по нескольку в одну и станут тогда столь крупными и столь тяжелыми, что уже будут вынуждены падать в виде дождя.

Однако то, что я сказал выше относительно контуров каждого облака, обычно очень неровных, распространяется лишь на те облака, которые занимают в вышину и в длину меньше места, чем окружающие их ветры; действительно, в пространстве, где встречаются два или более ветра, бывает иногда такое большое изобилие паров, что они вынуждают эти ветры вращаться вокруг них вместо того, чтобы пройти поверх них или ниже их. Тогда образуется чрезвычайно большое облако, которое, будучи одинаково сжато со всех сторон ветрами, становится совершенно круглым и весьма гладким по окружности; если эти ветры сравнительно теплы или если облако подвергается действию солнечного тепла, то оно даже приобретает как бы корку или пленку из слившихся вместе ледяных частиц; эта пленка может стать очень большой и плотной и все же не падать под влиянием своей тяжести, потому что ее поддерживает вся остальная часть облака.

Глава VI

О СНЕГЕ, О ДОЖДЕ И О ГРАДЕ

Есть несколько причин, препятствующих обычно облакам опуститься сразу после того, как они образовались. Во-первых, частички льда или капельки воды, из которых они состоят, очень малы и потому имеют бóльшую поверхность сравнительно с количеством материи в них, вследствие чего сопротивление воздуха, разделяемого ими при падении, с большей силой препятствует им падать, чем их вес к этому принуждает [30]. Далее, ветры, которые обыкновенно сильнее у земли, где воздух плотнее, чем вверху, и поэтому действуют в большей степени снизу вверх, чем сверху вниз, часто не только их поддерживают, но даже заставляют их подняться выше той области воздуха, где они находятся. То же самое могут вызвать и пары, которые, поднимаясь из земли или приходя с какой-либо стороны, заставляют разрежаться воздух, находящийся под ними; или одно только тепло этого воздуха, которое, расширяя его, толкает вверх водяные капельки или ледяные частицы; или холод воздуха, находящегося над ними, который, сжимаясь, их притягивает, и тому подобные явления. В частности, ледяные частицы, толкаемые ветром друг к другу, соприкасаются, не соединяясь, однако, полностью, и образуют тело настолько легкое и протяженное, что если только действие тепла, растопляющего некоторые из его частиц, не сделает его более плотным и тяжелым, то оно почти никогда не сможет опуститься до земли. Но, как сказано было выше, вода известным образом расширяется при замерзании под действием холода, и поэтому следует заметить, что тепло, которое обычно расширяет все другие вещества, чаще всего уплотняет вещество облаков. Это легко проверить на снеге, состоящем из того же вещества, что и облака, с той лишь разницей, что он уже более уплотнен; действительно, мы видим, что если его поместить в теплое место, он сжимается и значительно уменьшается в объеме еще раньше, чем из него выйдет вода, или чем он потеряет в весе. При этом оконечности частичек льда, из которых состоит снег, тают, как более рыхлые, скорее, чем остальные части; и растаивая, т. е. сгибаясь и становясь как бы гибкими и подвижными вследствие движения окружающей их разреженной материи, они скользят и присоединяются к соседним частичкам льда, не разъединяясь в то же время с теми частичками, с которыми они связаны; таким образом, они сближают их между собою. Но поскольку эти частички, образующие облака, находятся обычно на бо́льших расстояниях, чем частички снега, лежащего на земле, они не могут просто приблизиться к соседним частицам, не удалившись в то же время от каких-либо других, вследствие чего, хотя первоначально они были равномерно рассеяны в воздухе, они затем разделяются на несколько отдельных кучек, или хлопьев, растущих тем быстрее, чем более сжаты были частицы облака и чем медленнее действует тепло. И даже если ветер или какое-либо расширение всего воздуха, находящегося над облаком, или иная подобная причина, заставят хлопья, расположенные выше, спуститься первыми, они прилипают к хлопьям, расположенным ниже, встречая их на своем пути, и таким образом увеличивают их размеры. После этого теплота, понемногу сгущая их и утяжеляя, легко может заставить их опуститься до самой земли, и когда они таким образом опускаются, не вполне растаявшие, они образуют снежинки; но если воздух, через который они проходят, настолько тепел, что они в нем тают, как это всегда имеет место летом, а в нашем климате часто и в другие времена года, то они превращаются в капли дождя. Иногда случается, что после того как они таким путем растаяли или почти растаяли, подует холодный ветер; тогда, замораживая их вновь, он превращает их в град.

Град этот может быть разных родов. Во-первых, если холодный ветер, который был его причиной, встречает уже готовые капли воды, он превращает их в ледяные зерна, совершенно прозрачные и круглые, лишь немного сплющивая их с той стороны, с которой он их толкает. Если же он встречает хлопья снега, почти растаявшие, но такие, которые еще не округлились в водяные капли, тогда получается тот угловатый град и те неправильные формы, которые встречаются иногда в очень крупных градинках по той причине, что они образованы холодным ветром, который, перемещая облако сверху вниз, толкает многие из этих хлопьев друг к другу и заставляет их смерзаться в одно целое. Здесь нужно еще заметить, что когда этот ветер приближается к хлопьям, которые уже тают, он является причиной того, что тепло окружающего их воздуха, иными словами разреженная материя, наименее подвижная и легкая, какая имеется в этом воздухе, уходит в их поры, ибо воздух не может сразу в них проникнуть. Точно так же иногда на земле, во время дождя или ветра, охлаждающего наружный воздух, в дома входит больше тепла, чем до этого. И теплота, находящаяся в порах этих хлопьев, держится больше у их поверхности, чем внутри, потому что разреженная материя, служащая ее причиной, легче может продолжать там свои движения; и там она растопляет их все больше и больше, до тех пор, пока они начинают вновь замерзать. Даже самые жидкие из частиц, т. е. наиболее подвижные из них, находящиеся в других местах, также стремятся сюда, тогда как те, которые не могут растаять, остаются в центре; вследствие этого каждая из этих градин обычно состоит снаружи из сплошного прозрачного льда, а в средине имеется немного снега, как вы можете убедиться, если ее разломаете. А так как град выпадает почти всегда только летом, это должно убедить вас в том, что и летом облака могут состоять из ледяных частиц, так же как и зимой. Причина, почему зимой не может выпадать такой град, во всяком случае град с более или менее крупными зернами, лежит в том, что зимой до облаков не доходит достаточно тепла, чтобы произвести должное действие, разве только если они находятся так низко, что их вещество, совсем или почти совсем растаяв, не успеет замерзнуть вновь, прежде чем опустится до земли. Если снег еще не растаял в такой мере, а лишь немного нагрет и размягчен, то, когда появляется ветер, обращающий его в град, это вещество делается отнюдь не прозрачным, а остается белым, как сахар. И если хлопья этого снега достаточно малы, а именно размеров горошины или меньше, то каждая превращается в более или менее круглую градинку; но если их размеры больше, хлопья тают и разделяются на мелкие острые зерна в виде пирамид; ибо тепло, которое уходит в поры этих хлопьев в момент, когда их начинает окружать холодный ветер, уплотняет и сжимает все их части, направляясь от их окружностей к центрам, вследствие чего они становятся почти круглыми; а холод, проникая в них непосредственно вслед за этим и замораживая их, делает их значительно более твердыми, чем снег. Если они сравнительно крупны, теплота, находящаяся внутри них, продолжает еще сжимать и сгущать их внутренние части, причем они все время стремятся к центру, а внешние части уже настолько отвердели и замерзли вследствие холода, что не могут следовать за ними; поэтому необходимо, чтобы они расщеплялись внутри, по плоскостям или прямым линиям, направленным к центру, и чтобы трещины в них увеличивались по мере того, как мороз проникает все дальше; и, наконец, они трескаются и разделяются на острые кусочки, которые также представляют собою градины. Я не определяю, на сколько таких градин могут разделяться эти частицы, но мне кажется, что обыкновенно их должно быть не менее восьми, хотя возможно, что они могут разделяться и на двенадцать, и на двадцать, и на двадцать четыре, а скорее даже на тридцать две или даже гораздо больше, если они более крупны и состоят из более тонких снежинок и если холод, превращающий их в град, более резок и наступает более внезапно [31]. Я неоднократно наблюдал град, зерна которого имели приблизительно форму сегментов шарика, разделенного на восемь равных частей тремя сечениями, пересекающимися в центре под прямыми углами. Приходилось мне наблюдать и другие, которые, будучи более длинными и более мелкими, составляли на вид около четвертой части описанных выше, и хотя их ребра, сжимаясь, притупились и округлились, они все же имели форму, близкую к форме сахарной головы. И я наблюдал также, что до или после выпадения этих последних, или даже вместе с ними, обыкновенно выпадали и другие, имевшие круглую форму.

Но различные виды этих градин не представляют ничего любопытного или примечательного в сравнении со снежинками, образующимися, как я описал ранее, из маленьких узелков, или клубочков, льда, которые ветер располагает в форме листиков; когда теплота начинает растоплять мелкие волоски этих листиков, она вначале пригибает нижние и верхние, как более подверженные ее действию, и заставляет небольшое количество воды, выделяющееся из них, распределиться по их поверхностям; здесь она тотчас же заполняет маленькие неровности, которые на них имеются, и делает их столь же ровными и гладкими, как и поверхности жидких тел. Хотя эта вода тотчас же замерзает снова, потому что тепла тут как раз достаточно, чтобы растаяли мелкие, окруженные воздухом волоски, но его не хватает на что-либо другое, и его недостаточно, чтобы не дать замерзнуть вновь их материи, когда она находится на этих ледяных поверхностях. Далее, это тепло, размягчая и сгибая также и мелкие волоски, сохранившиеся вокруг каждого узелка в той области, где он соприкасается с другими, ему подобными, является причиной того, что те из волосков, которые наиболее удалены от шести соседних узлов, сгибаясь в любую сторону, соединяются с теми, которые находятся напротив этих шести узлов. Действительно, охлаждаясь благодаря близости этих узлов, они не могут растаять, а напротив, заставляют снова замерзнуть вещество остальных, как только

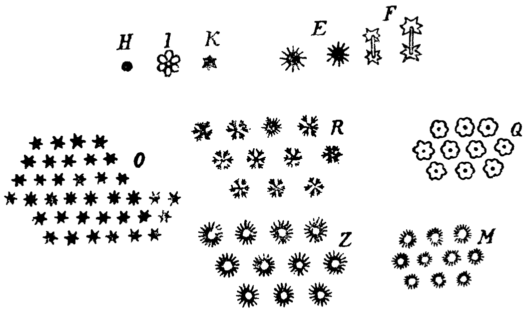


Рис. 93.

оно смешивается с их веществом. Вследствие этого вокруг каждого узелка образуется шесть концов, или лучей, которые могут иметь различные формы, смотря по тому, будут ли узелки более или менее крупными и сжатыми, а их волоски — более или менее жесткими и длинными, и будет ли тепло, сливающее их, более или менее умеренным, и будет ли ветер, сопровождающий это тепло (если оно вообще сопровождается ветром), слабее или сильнее. Таким образом, внешняя поверхность облака, которая вначале была такова, как это можно видеть в *Z* или в *M* (рис. 93), в дальнейшем становится такой, как это можно видеть в *O* или в *Q*, и каждая из ледяных частиц, из которых она состоит, имеет вид маленькой розочки или звезды очень совершенной формы [32].

Чтобы вы не думали, что я говорю голословно, я приведу наблюдение, сделанное мною зимой прошедшего 1635 года. Четвертого февраля, после того как воздух был сначала исключительно холоден, вечером в Амстердаме, где я тогда находился, выпало немного гололеда, т. е. дождя, который замерзал, падая на землю, а затем пошел очень мелкий град. Относительно него я предположил, что его зерна, которые примерно имели размеры, изображенные в *H*, представляли собою капли того же дождя, замерзшие наверху в воздухе. Во всяком случае, они были не в точности круглыми, какими, без сомнения, были ранее дождевые капли, а одна их сторона была заметно более плоской, чем другая, так что они подходили по виду к той части нашего глаза, которая носит название хрусталика. Отсюда я заключил, что ветер, который был в то время очень силен и холоден, имел достаточно силы, чтобы изменить таким образом форму капель, замораживая их. Но что более всего меня удивило, это то, что среди градин, которые падали последними, я заметил несколько таких, вокруг которых было шесть маленьких зубчиков, напоминавших часовые колеса, как вы можете видеть в *I*, и поскольку эти зубчики были совершенно белые, как сахар, тогда как зерна, состоявшие из прозрачного льда, казались почти черными, они, очевидно, состояли из очень тонкого снега, который прилип к ним, когда они образовались, подобно тому как изморозь прилипает к растениям. Я убедился в этом еще лучше, когда в самом конце я встретил одну или две градины, окруженные бесчисленными мелкими волосками, состоявшими из более бледного и тонкого снега, чем тот снег, из которого состояли мелкие зубчики вокруг других градин. Разницу между ними можно было бы сравнить с разницей между нетронутой золой, которой покрываются потухшие угли, и золой, которая прогорела и скопилась в очаге. Мне было только трудно представить себе, что могло создать и так строго соразмерить эти шесть зубчиков вокруг каждой градинки в свободном воздухе и при движении такого сильного ветра; однако, наконец, я понял, что этот ветер легко мог унести несколько из этих градин под какое-либо облако или поверх него, и дальше поддержать их там по причине их малой величины; а там они должны были расположиться так, чтоб каждая из них была окружена шестью другими, лежащими в той же плоскости, согласно обычной закономерности природы. Кроме того, можно было считать весьма правдоподобным, что теплота, которая должна была находиться незадолго до этого высоко в воздухе, чтобы вызвать дождь, наблюдаемый мною, выделила там некоторое количество паров, и тот же ветер погнал их на градины, где они и замерзли в виде очень рыхлых мелких волосков, а может быть даже помогли поддерживать эти градины. Последние легко могли бы так и оставаться взвешенными, пока вновь не появилась бы некоторая теплота, которая сначала растопила бы все волоски, окружающие каждую из градин, исключая те, которые располагались напротив средины какой-либо из шести соседних градин, ибо там их холод помешал бы ее действию. Тогда вещество этих растаявших волосков тотчас же проникло бы в промежутки между шестью скоплениями тех, которые не растаяли; оно их укрепило бы и сделало бы менее проницаемыми для теплоты и замерзло бы между ними, образуя таким путем шесть зубчиков, о которых мы говорим. В то же время бесчисленные волоски, которые я наблюдал вокруг некоторых из последних упавших градин, остались совершенно незатронутыми этим теплом. На другое утро, около восьми часов, я наблюдал еще другой род града, вернее снега, о котором я никогда прежде не слышал: это были мелкие ледяные пластинки, совершенно плоские, очень гладкие, очень прозрачные, толщиной примерно с лист довольно толстой бумаги, а величиной, как указано в *K*, но они имели столь совершенную шестиугольную форму, их шесть сторон были столь прямы, а шесть углов столь точно равны, что ничего подобного по точности не может сделать человек. Я сразу усмотрел, что эти пластинки должны были первоначально представлять собою маленькие сгустки льда, расположенные, как я сказал выше, и сжатые очень сильным ветром, сопровождаемым достаточным теплом; это тепло растопило все их волоски и в такой мере наполнило все их поры полученной отсюда влагой, что из белых, какими они были вначале, они стали прозрачными. Этот ветер в то же время так сильно прижимал их друг к другу, что между каждыми двумя из них не осталось никакого промежутка, а проходя под ними и над ними, он и сделал их поверхности плоскими и таким образом придал им форму именно таких пластинок. Однако осталась еще некоторая трудность, заключавшаяся в том, что, хотя эти клубочки льда наполовину растаяли и были при этом прижаты друг к другу, они не слиплись между собою, а остались разделенными, ибо, хотя я обратил на это особое внимание, я ни разу не мог встретить двух градин, которые были бы соединены вместе. Но я скоро нашел этому удовлетворительное объяснение, рассмотрев, каким образом ветер всегда колышет и заставляет последовательно изгибаться все частицы водной поверхности, протекая над нею, и в то же время не делает ее жесткой или неоднородной; отсюда я понял, что он непременно должен изгибать и волновать совершенно так же поверхности облаков, и приводя все время в движение каждую из ледяных частиц несколько иначе, чем соседние, он не дает им вполне склеиться друг с другом. Однако он при этом не приводит их в беспорядок, хотя продолжает уравнивать и сглаживать их маленькие поверхности; нам приходится иногда видеть, как ветер сглаживает таким же образом поверхность волн, которые он поднимает в дорожной пыли.

После этого облака появилось другое, которое выделило лишь мелкие розочки или колесики с шестью зубцами, закругленными в форме полукругов, как это можно видеть в *Q* (рис. 94); они все были прозрачны и совершенно плоски, примерно той же толщины, как и пластинки, им предшествовавшие, и были так совершенно сформированы и соразмерены, что это даже трудно себе представить. В середине некоторых из них я заметил даже крошечную белую точку, точно это был след ножки циркуля, которым пользовались, чтоб вычертить их окружность. Однако мне было легко представить себе, что они образовались таким же путем, как и пластинки, но только ветер менее сжимал их, и тепло могло быть не столь сильным. Потому их кончики не совсем растаяли, а лишь немного укоротились и закруглились в форме зубчиков; что же касается белой точки, которая имелась в средине некоторых

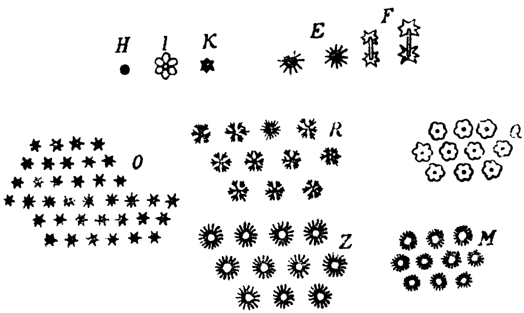


Рис. 94.

из них, то я не сомневался, что она произошла оттого, что теплота, сделавшая их из белых прозрачными, была недостаточно сильна, чтобы проникнуть к их центру. После этого выпало еще несколько таких же колесиков, попарно соединенных осью, или, поскольку начала этих осей были очень толстыми, скорее можно сказать, что это были маленькие хрустальные столбики, каждый конец которых был украшен розой из шести лепестков, несколько более широких, чем основание столбиков [33]. Затем стали выпадать и более рыхлые градины, и нередко розы или звезды, находившиеся на их концах, были неодинаковы. Затем стали выпадать более короткие, и чем дальше, тем все короче, пока, наконец, эти звезды не слились совсем; выпали также двойные с двенадцатью концами или лучами, довольно длинными и прекрасно соразмеренными, причем у одних они все были равны, а у других попеременно равны и не равны, как можно видеть в F и E. Все это дало мне повод предположить, что частицы льда, принадлежащие двум различным плоскостям, или листкам, наслаивающимся в облаках, легче могут соединяться между собой, чем те, которые принадлежат одному и тому же листку; действительно, хотя ветер обычно действует сильнее на более низкие из этих листков, чем на более высокие, и потому первые движутся немного быстрее, однако он может действовать иногда на те и другие с одинаковой силой и колеблет их одинаковым образом, в особенности тогда, когда имеется всего два или три один над другим. Тогда, пробираясь между клубочками, их образующими, он заставляет те из них, которые соответствуют друг другу в разных листках, держаться как бы неподвижно относительно друг друга, несмотря на движение и колебание листков, потому что таким путем ему легче пройти. В то же время теплота, которой близость клубочков из двух различных листков в той же мере мешает растопить те из их волосков, которые находятся друг против друга, как и близость клубочков из одного и того же листка, растапливает лишь другие волоски поблизости. Они, тут же проникая между теми, что остались, и замерзая там вновь, образуют оси или столбики, соединяющие эти клубочки; при этом они превращаются в розы или звездочки. Меня нисколько не удивляли утолщения, которые я наблюдал в основаниях этих столбиков, ибо я хорошо знал, что одной материи мелких волосков, окружавших два клубочка, было бы недостаточно для их образования; я представил себе, что друг над другом находилось, может быть, четыре или пять листков, и теплота, действуя более сильно на два или три средние из них, чем на первый и последний, поскольку они были более защищены от ветра, почти полностью растопила составляющие их клубочки и превратила их в столбики. Я не удивился также и тому, что часто наблюдал две звездочки неодинаковых размеров, соединенные вместе, ибо, учитывая, что лучи более крупной из них были всегда длиннее и острее, чем у второй, я заключил, что причиною этого была большая теплота вокруг более маленькой, чем вокруг второй, и она поэтому в большей степени растопила и притупила кончики ее лучей; а может быть, эта наименьшая получилась из более маленького ледяного клубочка. Не удивили меня и выпавшие позднее двойные звездочки с двенадцатью лучами, ибо я заключил, что каждая из них образована двумя простыми из шести лучей, слитыми в одну действием тепла, которое, действуя сильнее между двумя листками, в которых они находились, чем снаружи, полностью растопило мелкие ледяные нити, их соединявшие, и таким образом спаяло их вместе; подобно этому оно укоротило и те из них, которые соединяли между собою другие, выпавшие, как я видел, непосредственно до этого.

Замечу, что среди тысяч мелких звездочек, которые я наблюдал в этот день, я, хотя и обратил на это особое внимание, не мог обнаружить ни одной, у которой было бы больше или меньше шести лучей, исключая очень небольшое число двойных звездочек, у которых их было двенадцать и четыре или пять других, у которых их было восемь; эти последние были не в точности круглые, как все остальные, а немного продолговатые, и в общем такие, как показано в *O* (рис. 94). Из этого я заключил, что они образовались в месте соединения оконечностей двух листков, которые ветер столкнул друг с другом в то время, как теплота превращала их маленькие клубочки в звездочки: у них был именно такой вид, какой должен получиться в этом случае. Поскольку это соединение происходит по совершенно прямой линии, оно не может быть в такой же мере нарушено волнением, производимым ветрами, как соединение частиц одного и того же листка. Кроме того, и тепло может действовать сильнее между краями этих листков, когда они приближаются друг к другу, чем в других местах, и поскольку оно уже успевает наполовину растопить находившиеся там ледяные частицы, холод, сменяющий тепло в момент, когда частицы начинают соприкасаться, легко может склеить их вместе. Далее, кроме прозрачных звездочек, о которых я говорил до сих пор, в этот день выпадало множество других, белых, как сахар, причем у некоторых из них была та же форма, что и у прозрачных; но у большей части лучи были более острые и рыхлые и разделялись часто на три разветвления, из которых два боковых сгибались по обе стороны наружу, а среднее оставалось прямым, так что они как бы изображали цветок лилии, как это видно в *R*; иногда они делились на несколько разветвлений, напоминающих перья или листья папоротника и тому подобные вещи. И среди этих звездочек падали также и другие ледяные частицы в виде нитей или без всякой определенной формы. Причины этого нетрудно понять, ибо, что касается белизны этих звездочек, то она зависит лишь от недостаточного проникновения теплоты в глубину их вещества, как ясно следует из того, что все очень тонкие звездочки были прозрачными. Если иногда лучи у белых звездочек были не менее короткими и притупленными, чем у прозрачных, то это не потому, что их настолько растопило тепло, а потому, что их больше сжал ветер; обычно же они были более длинными и острыми, так как меньше растаяли; а если эти лучи разделялись на несколько ветвей, то это потому, что тепло покинуло составлявшие их мелкие волоски, как только они начали приближаться друг к другу, чтобы соединиться; если они разделились только на три ветви, то потому, что тепло покинуло их немного позднее; боковые ветви сложились по обе стороны наружу, когда это тепло уходило, ибо близость средней ветви сделала их сразу же более холодными и менее гибкими со стороны этой ветви, что и придало каждому лучу форму цветка лилии. А частички льда, не имевшие никакой определенной формы, убедили меня в том, что не все облака состоят из мелких узелков, или клубочков, но есть и такие, которые состоят только из беспорядочно перемешанных нитей. Что касается причины, которая заставляла эти звездочки падать, то она стала мне вполне ясной, если принять во внимание большую силу ветра, дувшего в течение всего этого дня, ибо я понял, что он мог легко разбросать их и порвать листки, построенные из них, после того как он их образовал; когда они таким образом пришли в беспорядок, они уже легко могли рассечь воздух, так как были совсем плоские и достаточно тяжелые, чтобы опуститься вниз. Но если некоторые из таких звездочек выпадают и в тихую погоду, то это потому, что нижний воздух, сжимаясь, притягивает к себе все облако, или верхний, расширяясь, толкает его вниз и также приводит их в беспорядок; из этого следует, что они должны обычно сопровождаться более обильным снегом, чего в этот день не случилось. На следующий день выпали снежные хлопья, которые казались состоявшими из бесчисленного множества мельчайших звездочек, слипшихся вместе: однако, разглядев их ближе, я нашел, что находившиеся внутри были построены не так правильно, как находившиеся снаружи, и что они легко могли произойти от распадения облака, подобного тому, которое выше было обозначено через *G* (рис. 92). Затем, когда этот снег перестал вследствие внезапного ветра грозового характера, выпало немного белого града [[31]], очень продолговатого и мелкого, каждое зерно которого имело форму сахарной головы; и поскольку тотчас вслед за этим воздух стал совсем ясным и чистым, я заключил, что этот град образовался из наиболее высокой части облаков, где снег был очень тонок и состоял из весьма рыхлых нитей, как я описывал выше. Наконец, после того как через три дня я увидел выпадение снега, полностью состоявшего из мелких узелков или клубочков, окруженных большим числом перепутанных волосков и не имевших совершенно звездчатой формы, я убедился в правильности всего, что представлял себе по этому вопросу.

Что касается облаков, состоящих лишь из водяных капель, то здесь легко понять сказанное мною о том, как они опускаются в виде дождя, а именно: либо благодаря собственной тяжести, когда капли становятся достаточно крупными; либо потому, что воздух, находившийся под ними, уходит прочь или находившийся над ними их сжимает, и поэтому они получают возможность опуститься; либо потому, что все эти причины действуют совместно. При этом, когда удаляется воздух, находившийся внизу, образуется самый мелкий дождь, какой только возможен, так что иногда он даже так мелок, что его называют уже не дождем, а опускающимся туманом; наоборот, дождь бывает очень крупный, когда облако опускается лишь вследствие того, что на него давит воздух сверху, ибо самые верхние из его капель опускаются первыми и встречаются с другими, которые увеличивают их объем[35]; более того, мне случалось наблюдать летом, во время тихой погоды, сопровождавшейся гнетущей и удушливой жарой, что подобный же дождь начинал итти еще раньше, чем появились какие-либо облака; причина этого в том, что в воздухе имелось много паров, находившихся, без сомнения, под давлением ветров из других мест, как о том свидетельствовали затишье и тяжесть воздуха; поэтому капли, в которые превращались эти пары, становились, падая, очень крупными и падали по мере того, как они образовывались.

Что касается туманов, то, когда земля охлаждается и находящийся в ее порах воздух сжимается, они получают возможность опуститься и превращаются в росу, если состоят из водяных капель, и в изморозь или иней, если состоят из уже замерзших паров или, вернее, замерзающих по мере того, как они достигают земли. И это происходит главным образом ночью или утром, ибо это как раз то время, когда земля, удаляясь от солнца, охлаждается. Но ветер также очень часто прибивает туманы к земле, достигая тех мест, где они находятся; он может даже переносить их вещество и образовать из него росу или иней в тех местах, где они вовсе не наблюдались; и в этих случаях иней появляется на растениях лишь с той стороны, где их касается ветер [36].

Что касается росы, выпадающей только вечером, то ее влияние проявляется лишь насморками и головными болями, которые она причиняет в некоторых странах [37]. Она состоит из особых летучих веществ, тонких и резких, которые, будучи более неподвижными, чем пары, поднимаются лишь в теплых странах и в ясные дни опускаются вновь, как только их покидает солнечная теплота; поэтому в разных странах она обладает различными свойствами, смотря по качеству почвы, откуда исходят эти испарения, а в некоторых местах эта роса и вовсе неизвестна. Я не хочу сказать, что она не сопровождается обыкновенной росой, начинающей падать уже с вечера, но я утверждаю, что эта последняя никоим образом не является причиной болезней, в которых ее обвиняют. Подобные же летучие вещества образуют манну и разные соки, опускающиеся из воздуха в течение ночи, ибо пары могли бы превратиться лишь в воду или в лед, а эти соки не только различны в различных странах, но есть и такие, которые оседают только на некоторых определенных телах, очевидно потому, что их частицы имеют такую форму, которая не позволяет им сцепиться с другими частицами и на них задержаться [38].

Если роса не выпадает вовсе, и утром туманы поднимаются вверх, и земля остается совсем сухой, — это признак будущего дождя, ибо это случается лишь тогда, когда земля, не успев достаточно охладиться ночью или необычно нагревшись утром, выделяет большое количество паров, которые, отталкивая эти туманы к небу, заставляют их капли встречаться и увеличиваться в размерах, а вскоре затем они выпадают в виде дождя [39]. Признаком дождя является и то, что воздух содержит очень много облаков, но с утра, тем не менее, солнце светит с ясного неба, ибо это означает, что на востоке нет других облаков в воздухе, соседнем с нашим, которые препятствовали бы солнечному теплу сгущать пары, находящиеся над ними, и даже поднимать из земли новые пары, присоединяющиеся к ним. Но эта причина имеет силу только для утра, и если дождь не пойдет до полудня, она не даст возможности судить о том, что будет к вечеру [40]. Я не буду говорить о многих других признаках дождя, ибо они по большей части очень ненадежны. Вам надо учесть, что та же теплота, которая обычно требуется, чтоб сгустить облака и выделить из них дождь, может иногда, наоборот, расширить их и превратить в пары, которые в одних случаях незаметно теряются в пространстве, а в других — вызывают ветры, смотря по тому, будут ли части этих облаков более стеснены или раздвинуты; кроме того, эта теплота в большей или меньшей степени сопровождается влажностью и воздух поблизости расширяется в большей или меньшей степени или сгущается; вы поймете тогда, что все эти вещи слишком изменчивы и недостоверны, чтобы люди могли их предвидеть.

Глава VII

О БУРЯХ; О МОЛНИИ И О ДРУГИХ ОГНЯХ, ЗАЖИГАЮЩИХСЯ В ВОЗДУХЕ [41]

Облака вызывают ветры не только тогда, когда они расходятся в виде паров; иногда они опускаются столь внезапно, что прогоняют с большой силой весь воздух, находящийся над ними, и вызывают тогда очень сильный, но мало продолжительный ветер. Его подобие мы можем наблюдать, если растянем в воздухе на некоторой высоте занавес и затем совершенно ровно опустим его на землю. Сильным дождям почти всегда предшествует такой ветер, который явственно действует сверху вниз, и то, что он холоден, доказывает его происхождение из облаков, где воздух обычно холоднее, чем вокруг нас; именно этот ветер является причиной того, что когда ласточки летают очень низко, они предвещают нам дождь, ибо он прибивает вниз различных мошек, которыми они питаются и которые в хорошую погоду имеют обыкновение залетать высоко и резвиться в воздухе. Иногда также, если даже облако очень мало и лишь немного опускается, и ветер настолько слаб, что почти незаметен на вольном воздухе, он все же завывает у нас в трубах, поднимает золу и сор в камине и вызывает в них маленькие вихри, которые кажутся удивительными тому, кому непонятна причина их, и за которыми обычно следует дождь. Но если облако, которое опускается вниз, очень тяжело и занимает значительное пространство, — а это бывает чаще на морях, чем в других местах, ибо пары там распределены более равномерно, так что если там где-либо образуется малейшее облако, оно тотчас же распространяется на все соседние места, — то следствием этого непременно бывает буря, которая тем сильнее, чем больше и плотнее облако, и длится тем дольше, чем с большей высоты оно спускается. Я представляю себе, что именно таким путем возникают ураганы, которых так страшатся моряки во время своих длительных плаваний, в особенности по ту сторону мыса Доброй Надежды, где пары, поднимающиеся из Эфиопского моря, очень обширного и сильно нагреваемого солнцем, легко могут вызвать нисходящий ветер, останавливая естественный ход ветров, идущих из Индийского океана. Этот ветер собирает пары в одно облако, и оно, будучи первоначально вызвано неоднородностью между двумя большими океанами и сушей, должно вырасти гораздо больше, чем облака, образующиеся в наших местностях, где они вызываются значительно меньшими неоднородностями между нашими долинами, озерами и горами. Так как в тех местах почти никогда не бывает других облаков, то моряки, как только образуется облако — даже столь малое, что фламандцы сравнивают его с бычьим глазом и так его и называют, — все же спешат спустить паруса и подготовиться к встрече бури, которая сразу и налетает, даже когда остальной воздух кажется очень спокойным и ясным. Мне даже думается, что буря должна быть тем сильнее, чем меньше казалось облако вначале, ибо, поскольку оно не может стать достаточно плотным, чтобы затемнить воздух и быть видимым, не обладая в то же время значительными размерами, значит, оно кажется малым лишь вследствие его чрезвычайно большого расстояния, а чем с большей высоты опускается плотное тело, тем более стремительно его падение. Таким образом, это облако, находясь весьма высоко и становясь внезапно очень большим и плотным, опускается все целиком, с большой силой прогоняя находящийся под ним воздух, и вызывает таким образом ветер, свойственный буре. Нужно еще заметить, что пары, примешанные к воздуху, расширяются при его движении, и, кроме того, из моря в это время также выходят пары, вызванные его волнением, что значительно увеличивает силу ветра и, замедляя опускание облака, заставляет грозу продолжаться более длительное время. Кроме того, к этим парам бывают обычно примешаны и летучие тела, которые — поскольку облако не может прогнать их так далеко, как прогоняет пары, по причине меньшей твердости и более неправильной формы их частиц — отделяются от паров волнением воздуха, подобно тому как при сбивании сливок масло отделяется от сыворотки, что было уже указано нами выше. Благодаря этому они собираются тут и там в отдельные кучки, парящие высоко близ облака, и в конце концов оседают на канатах и на мачтах кораблей, когда облако опускается вниз; и там, захваченные сильным движением, они образуют огни, называемые огнями Св. Эльма, которые ободряют моряков и дают им надежду на хорошую погоду. Правда, что иногда эти бури бывают всего сильнее в конце; иногда наблюдается несколько облаков одно за другим, причем под каждым из них находятся такие огни. Может быть поэтому древние, когда видели один огонь, называли его звездой Елены и считали дурным предзнаменованием, ожидая усиления бури; когда они видели два, они называли их Кастором и Поллуксом и считали хорошим признаком, поскольку чаще всего им не приходилось видеть больше двух, за исключением тех случаев, когда гроза была особенно сильна; тогда они видели три огня, и это считалось также дурным предзнаменованием. Однако я слышал от наших моряков, что они иногда видели до четырех и пяти таких огней, может быть потому, что их корабли больше и имеют больше мачт, чем корабли древних, а может быть потому, что они путешествуют в странах, где весьма обильны эти испарения; я, впрочем, могу говорить о том, что делается в этих морях, лишь предположительно, ибо никогда их не видел и имею о них лишь весьма неполные сведения.

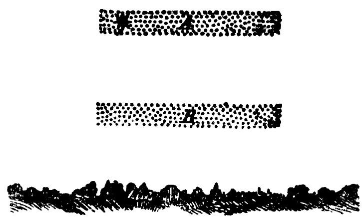


Рис. 95.

Что касается гроз, сопровождающихся громом, молниями, вихрями и громовыми стрелами, которые мне приходилось видеть на суше, то я не сомневаюсь, что они обусловлены нахождением нескольких облаков одного над другим; тогда нередко случается, что более высокие внезапно опускаются на ниже лежащие, так как если два облака *A* и *B* (рис. 95) состоят только из очень редкого снега, рассеянного на большом пространстве, и вокруг верхнего *A* находится более теплый воздух, чем вокруг нижнего *B*, то очевидно, что теплота этого воздуха может понемногу сгустить его и сделать более тяжелым; вследствие этого выше расположенные частицы, начиная опускаться раньше, будут сбивать вниз и увлекать за собою много других, и все они вместе с большим шумом упадут на нижнее облако. Я вспоминаю, как однажды в мае видел нечто подобное в Альпах, когда снега были нагреты и стали тяжелыми под действием солнца и малейшего движения воздуха было достаточно, чтобы внезапно обвалились большие их массы, называемые, кажется, лавинами, которые, громыхая в долинах, сильно напоминали раскаты грома. Отсюда становится понятным и то, почему в наших местах грозы бывают зимой реже, чем летом, ибо зимой тепло не может дойти так легко до высоких облаков и рассеять их; и почему если во время сильной жары, когда после северного ветра, длившегося очень недолго, затем ощущается тепло влажное и душное, то это признак, что скоро будет гром; ибо это указывает на то, что северный ветер, пройдя около земли, прогнал тепло в те области воздуха, где образуются самые высокие облака, а после этого он сам был вытеснен расширением нижнего воздуха под влиянием теплых паров, в нем содержащихся, в те области, где образуются самые низкие облака. Вследствие этого наиболее высокие облака, сгущаясь, опускаются, а более низкие, оставаясь разреженными, даже как бы отталкиваются и приподнимаются расширением нижнего воздуха и должны им противодействовать, и нередко может случиться, что они не дадут ни одной частичке упасть на землю. Шум, который таким образом возникает над нами, должен, вследствие резонирования в воздухе, быть слышен лучше, чем шум лавин, и должен быть сам по себе более сильным, так как падение снега его усиливает. Заметьте также, что все различные шумы, производимые громом, могут быть объяснены уже одним тем, что в одних случаях части верхних облаков падают все одновременно, в других — одна за другой, иногда более быстро, иногда более медленно, а нижние облака могут быть более или менее крупными и густыми, и оказывают большее или меньшее сопротивление. Что касается различий в молниях, в вихрях и зарницах, то они зависят лишь от природы летучих тел в том пространстве, которое находится между двумя облаками, и от того, каким образом верхнее облако падает на нижнее: если сначала была большая жара и засуха, так что в этом пространстве содержится большое количество летучих тел, весьма тонких и способных легко воспламеняться, то как бы мало ни было верхнее облако и как бы медленно оно ни опускалось, все же, прогоняя воздух, находящийся между ним и нижним облаком, оно вызывает там молнию, т. е. легкое пламя, которое тотчас же и исчезает.

Поэтому мы можем видеть молнии, не слыша никакого грома, а бывает даже и так, что облака недостаточно густы, чтобы быть видимыми. Если же, наоборот, в воздухе нет летучих испарений, которым свойственно воспламеняться, то можно слышать шум грома [42], причем никакой молнии не появляется, и если самое высокое облако падает лишь частями, следующими друг за другом, оно причиняет только молнию и гром; но если оно падает все целиком и с большой скоростью, оно может вызвать вихри и удары молнии.

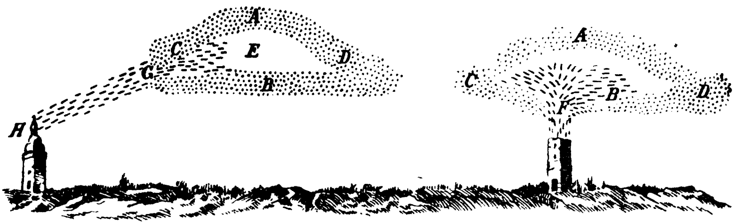


Рис. 96.

Действительно, надо заметить, что его края, как C и D (рис. 96), должны опускаться немного скорее, чем середина, поскольку воздуху, находящемуся внизу, предоставляется более короткий путь для выхода, и он легче уступает у краев; поэтому края скорее коснутся нижнего облака, чем середина, и между обоими [облаками] будет заключено большое количество воздуха, как можно видеть в E; в дальнейшем, когда середина верхнего облака, еще продолжая опускаться, начинает сжимать и вытеснять этот воздух, последнему приходится прорвать нижнее облако, чтобы из него выйти, как это можно видеть в F, или приоткрыть один из его краев, как можно видеть в G. Прорвав таким образом это облако, воздух стремительно опускается к земле, а затем вновь поднимается, вращаясь, ибо он со всех сторон встречает сопротивление, мешающее ему продолжать движение по прямой линии с такой скоростью, какой требует сила его движения. Вследствие этого он образует вихрь, который может не сопровождаться ни громом, ни молнией, если в этом воздухе нет летучих тел, способных воспламеняться; но если они имеются, они собираются все вместе; и так как воздух бурно гонит их к земле, они образуют молнию. Эта молния может сжигать платье и как бы сбривать волосы, оставляя тело нетронутым, если эти испарения, которые обычно имеют запах серы, содержат только жир и масла и дают слабое пламя, способное охватывать только горючие тела; наоборот, она может разбить кости, не повредив мышц, или расплавить шпагу, не испортив ножны, если эти испарения, очень тонкие и проникающие, имеют природу летучих солей или серной кислоты; тогда, не тратя никакого усилия на преодоление тел, ей уступающих, она разбивает и ломает все то, что оказывает ей сильное сопротивление. Так, царская водка растворяет самые твердые металлы и нисколько не действует на воск. Наконец, иногда молния может принять вид твердого камня, ломающего и сокрушающего все на своем пути, если среди этих острых испарений имеется некоторое количество жирных и содержащих серу; а особенно, если имеются еще и более грубые, подобные осадку, находящемуся в дождевой воде, если дать ей отстояться в каком-либо сосуде. Это можно увидеть на опыте: если в известной пропорции смешать такой осадок с селитрой и серой и зажечь эту смесь, из нее внезапно образуется камень. Если облако разрывается сбоку, как в *G*, молния устремляется вкось и попадает преимущественно в верхушки башен и скал, как можно видеть в *H*. Но и в этом случае, когда облако разрывается снизу, есть какие-то причины, почему она все же скорее поражает высокие и выдающиеся места, чем иные. Например, если у облака *B* нет причин прорваться в некоторой точке предпочтительнее, чем в другой, то оно несомненно прорвется в точке, отмеченной через *F*, вследствие сопротивления находящейся внизу колокольни. Отметим причину, вызывающую обычно за каждым ударом грома поток дождя и прекращение грома, если этот дождь очень обилен. Если сила, с которой верхнее облако обрушивается на нижнее, падая на него, достаточно велика, чтобы заставить его целиком опуститься, то, очевидно, гром должен прекратиться; а если она недостаточна, то она тем не менее может нередко вызвать несколько снежных хлопьев, которые, растаивая в воздухе, образуют дождь. Есть причина и тому, что большой шум, как колокольный звон и пушечная пальба, могут уменьшить действие грозы; ибо он помогает рассеять и опустить нижнее облако, разрушая снег, из которого оно состоит; об этом хорошо знают те, кто имеет обыкновение путешествовать в долинах, угрожающих лавинами; они стараются даже не говорить и не кашлять, когда проходят по этим местам, из страха, чтобы от звука их голоса не обрушился снег.

Мы уже говорили о том, что иногда молния бывает без грома; например, в тех областях воздуха, где встречается много летучих тел и мало паров, могут образоваться облака столь редкие и легкие, что когда они с достаточной высоты падают друг на друга, все же не слышно никакого грома, и в воздухе они не вызывают грозы, хотя и сосредоточивают и соединяют различные летучие тела; из них они образуют не только маленькие огоньки, похожие на звезды, падающие с неба или пролетающие через него, но и довольно большие огненные шары, которые, достигая нас, представляют как бы молнию в маленьком виде [43]. Поскольку бывают летучие тела разного рода, облака, сжимая их, образуют иногда из них вещества, по цвету и густоте представляющиеся то молоком, то кровью, то мясом, или приобретающие при горении такой вид, что их принимают за железо или камни, или, наконец, дающие начало, после того как сгнили, разным мелким животным; об этом иногда пишут как о чудесах, сообщая, что шел дождь из железа, или из крови, или из саранчи и т. п. [44].

Более того, даже если в воздухе нет никаких облаков, эти летучие тела могут соединяться и загораться от простого дуновения ветров, особенно если имеется два или несколько противоположных течений, которые встречаются друг с другом; наконец, если нет ни ветров, ни облаков, то потому, что тонкое и острое вещество, имеющее природу солей, проникает в поры другого, жирного и содержащего серу. Тогда могут образоваться маленькие огоньки в воздухе — как вверху, так и внизу; вверху это будут звезды, пересекающие небо, а внизу — блуждающие огоньки, играющие в воздухе; некоторые из них останавливаются около различных предметов, например в волосах, в гривах лошадей или на остриях пик, натертых маслом для чистки, и т. п. [45]. Несомненно, что бывает достаточно не только сильного движения, но иногда и одного смешения двух различных тел, чтоб их воспламенить; это можно видеть, если лить воду на известь или плотно закрыть сено раньше, чем оно высохло, и на множестве других примеров, ежедневно встречающихся в химии. Но все эти огни слабы в сравнении с молнией, и причина этого в том, что они состоят лишь из наиболее мягких и липких частиц масел, хотя самые деятельные и острые из солей также принимают участие в их образовании; эти последние не остаются среди других, а, воспламенив их, сразу уходят в свободный воздух. Между тем молния состоит именно из этих деятельных и острых испарений, которые уносят с собою на землю остальные испарения, когда их сжимают и гонят облака. Те, кто знает, какой силой и скоростью обладает пламя селитры и серы, смешанных вместе, тогда как жирная часть серы, свободная от летучих примесей, обладала бы ими лишь в слабой степени, не найдут в этом ничего странного. Что касается продолжительности огней, которые останавливаются или порхают около нас, то они могут быть больше или меньше в зависимости от того, насколько спокойно их пламя и насколько их материя плотна и сжата; но продолжительность огней, которые видны только в воздухе на большой высоте, всегда может быть лишь очень короткой, потому что даже если бы их материя не была в высокой степени разреженной, они спустились бы под действием тяжести. По моему мнению, философы правы, когда сравнивают их с пламенем, пробегающим вдоль всего столба дыма от только что потушенного факела, если поднести его к другому факелу и зажечь от него. Но меня удивляет, как после этого они могли вообразить, что кометы и огненные столбы или полосы, появляющиеся иногда на небе, состоят из летучих тел, поскольку они продолжаются несравненно дольше.

Я попытался подробно объяснить их образование и их природу в другом сочинении и считаю, что они относятся к метеорам не в большей мере, чем землетрясения и различные минералы, присоединенные сюда же некоторыми писателями; я остановлюсь здесь лишь на огнях особого вида, появляющихся на небе в тихую погоду и дающих повод праздному люду воображать себе эскадроны привидений, сражающиеся в воздухе; в них они видят предзнаменование победы или поражения стороны, за которую они стоят, смотря по тому, преобладает ли в их воображении страх или надежда [46]. Поскольку я никогда не видел подобного зрелища и поскольку я знаю, как часто рассказы о таких вещах искажаются и преувеличиваются суеверием и невежеством, я коснусь лишь в нескольких словах всех причин, которые могут их породить. Первая из них та, что в воздухе находятся облака настолько маленькие, что их можно принять за такое же количество воинов, и они, падая друг на друга, задерживают достаточное количество летучих тел, чтобы вызвать множество мелких молний и выбросить маленькие огоньки, а также, может быть, произвести небольшие шумы, так что все это создает впечатление сражающихся воинов. Вторая причина также в том, что в воздухе имеются подобные облака, но они не падают друг на друга, а заимствуют свой свет от огней и молний какой-либо большой бури, которая разыгрывается так далеко от этого места, что самую бурю тут нельзя заметить. А третья, — что эти облака или другие, расположенные ближе к северу, от которых они получают свой свет, находятся достаточно высоко, чтоб до них могли доходить солнечные лучи; ибо если принять во внимание преломления и отражения, вызванные двумя-тремя подобными облаками, то окажется, что им вовсе не надо быть очень уж высокими, чтобы произвести на небе в северном направлении такие световые явления после сумерек и даже захода солнца.

Но это скорее относится уже не к этой части, а к следующей, где я собираюсь говорить о всех явлениях, которые можно видеть в воздухе, хотя их там нет; на этом я заканчиваю объяснение тех явлений, которые не только в нем видны, но в действительности существуют.

Глава VIII

О РАДУГЕ [47]

Радуга — столь замечательное чудо природы, и над ее причинами, до сих пор столь мало известными, во все времена столь настойчиво задумывались пытливые умы, что мне трудно найти вопрос, на котором я лучше мог бы показать, каким образом при помощи применяемого мною метода можно притти к знаниям, которыми не обладали те, чьими сочинениями мы располагаем. Во-первых, когда я принял во внимание, что радуга может появляться не только на небе, но также и в воздухе вблизи нас, каждый раз, когда в нем находятся капли воды, освещенные солнцем, как это иногда можно видеть на опыте в фонтанах, мне было легко заключить, что она зависит от того, каким образом лучи света действуют на эти капли, а от них достигают нашего глаза; далее, зная, что эти капли шарообразны, как было доказано выше, и видя, что и при больших, и при малых каплях радуга появляется всегда одинаковым образом, я поставил себе целью создать очень большую каплю, чтобы иметь возможность лучше ее рассмотреть. Для этого я наполнил водой большой стеклянный сосуд, вполне круглый и вполне прозрачный, и пришел к следующему

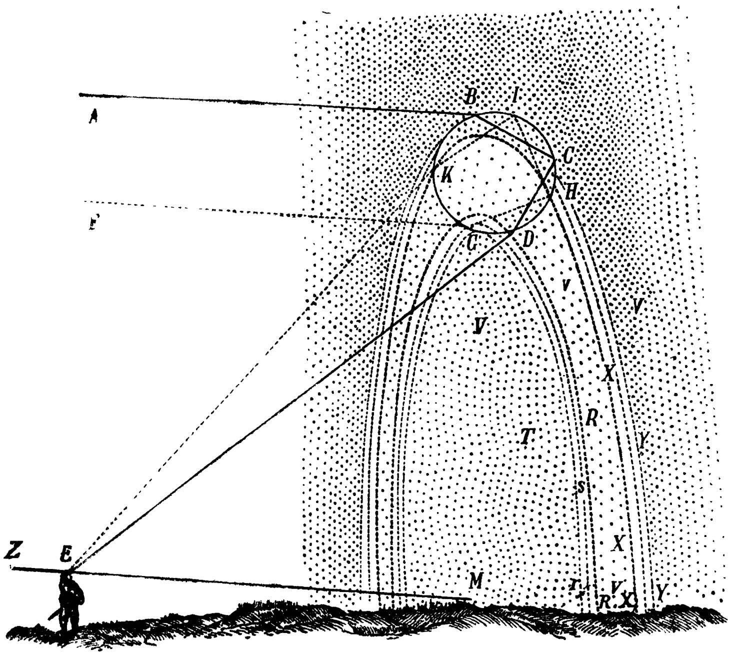


Рис. 97.

выводу: если, например, солнце (рис. 97) находится в части неба, обозначенной через AFZ, а мой глаз — в точке E, и я помещал свой шар в BCD, его часть D казалась мне совершенно красной и значительно более яркой, чем остальное; если я приближался к сосуду или удалялся от него и помещал его вправо или влево [от себя], или даже поворачивал вокруг своей головы, эта часть казалась все такой же красной, если только линия DE составляла угол около 42 градусов с линией EM, соединяющей центр глаза с центром солнца. Но если я несколько увеличивал этот угол, красный цвет исчезал, если же я его немного уменьшал, то он исчезал не так внезапно, а предварительно разделялся как бы на две менее яркие части, в которых можно было видеть желтый цвет, голубой и другие цвета. Далее, глядя на то место шара, которое обозначено через K, я заметил, что когда угол составлял около 52 градусов, эта часть K также представлялась красной, но менее яркой, чем D; а если я его немного увеличивал, то в ней появлялись и другие более слабые цвета; если же я его чуть-чуть уменьшал или сильно увеличивал, больше никакой окраски не появлялось. Это было для меня явным доказательством того, что если весь воздух, находящийся в M, наполнен такими шариками или, на их месте, каплями воды, то в каждой из этих капель, — для которых линии, проведенные к глазу E, составят угол около 42 градусов с EM и которые я обозначаю через R, — должна появиться точка очень яркого красного цвета; и поскольку мы обозреваем эти точки все вместе, отмечая места, где они находятся, лишь углом, под которым мы их видим, они должны представиться нам в виде непрерывного круга красного цвета. Точно так же должны существовать и точки в S и T, для которых линии, проведенные из E, составляют с EM более острые углы и которые образуют круги более слабой окраски; в этом и состоит первая и главная радуга. Далее, если угол MEX составляет 52 градуса, то в каплях, обозначенных X, должен появиться красный круг, а в каплях, обозначенных Y, — круги более слабых цветов; они вызывают появление второй, побочной радуги; и наконец во всех остальных каплях, обозначенных через V, не появится никаких цветов. Когда я затем рассмотрел подробнее, почему в шарике BCD часть D представлялась красной, я нашел, что здесь дело в лучах солнца, которые, проходя из A в B, преломлялись, входя в воду в точке B, и шли в C, откуда они отражались в D, и преломлялись вновь при выходе из воды, направляясь в E, ибо как только я помещал непрозрачное или темное тело в каком-либо участке линий *AB*, *CD*, *BC* или *DE*, этот красный цвет исчезал, а если я закрывал весь шар, кроме точек *B* и *D*, и помещал темные тела во всяких иных местах, красный цвет продолжал появляться. Затем, отыскивая причину красного

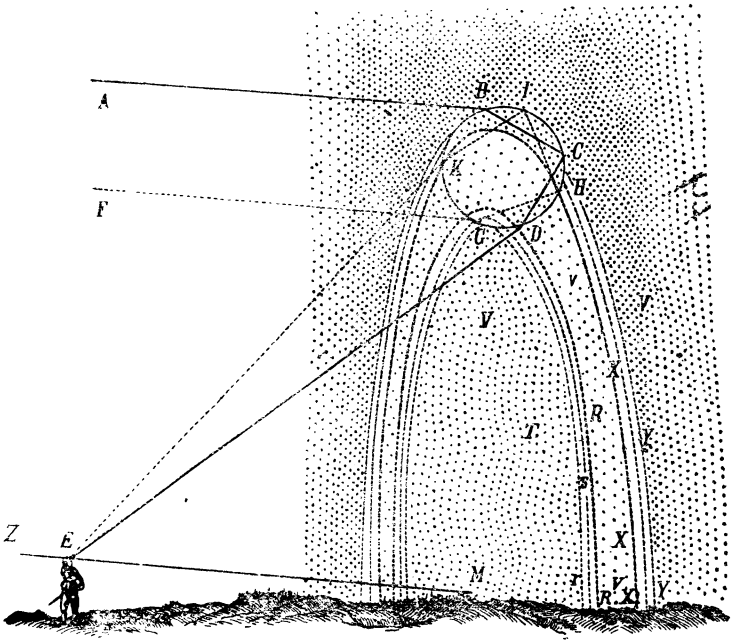


Рис. 98.

цвета, появлявшегося в *K* (рис. 98), я нашел, что это были солнечные лучи, идущие из *F* и *G*, где они преломлялись по направлению к *H*, а из *H* отражались в *I*, а из *I* вновь отражались в *K* и, наконец, преломлялись в точке *K* и направлялись в *E*. Таким образом, первая радуга происходит от лучей, которые достигают глаза после двух преломлений и одного отражения, а вторая — от других лучей, которые его достигают лишь после двух преломлений и двух отражений; поэтому она не может быть такой яркой, как первая.

Но оставалась еще главная трудность, а именно — выяснить: почему при наличии многих других лучей (которые после двух преломлений и одного или двух отражений могут попасть в глаз, когда шар находится в ином положении) все же лишь те лучи, о которых я говорил, дают различные цвета. Чтоб разрешить эту трудность, я подумал: нет ли еще какого-нибудь предмета, где цвета проявлялись бы подобным же образом, чтобы, сравнив их между собой, я мог судить о причине этих цветов? Затем, вспомнив, что такие цвета можно видеть при помощи хрустальной призмы или треугольника, я рассмотрел такую призму, как изображено здесь, *MNP* (рис. 99) с двумя совершенно плоскими поверхностями *MN* и *NP*, наклоненными друг к другу под углами 30 или 40°, так что если лучи солнца *ABC* проходят через *MN* под прямыми или почти прямыми углами и потому не претерпевают заметного преломления, то они должны испытывать значительное преломление, выходя через *NP*. И, закрывая одну из этих поверхностей темным предметом, в котором имелось достаточно узкое отверстие *DE*, я заметил, что лучи, проходя через это отверстие и падая оттуда на белое полотно или бумагу *FGH*, дают все цвета радуги, причем красное всегда рисуется в *F*, а синее или фиолетовое — в *H*. Из этого я заключил, во-первых, что кривизна поверхностей водяных капель не является необходимым условием для появления этих цветов, ибо поверхности кристалла были совсем плоские; не существенна и величина угла, под которым они видны, ибо здесь угол может быть изменен, причем они не изменяются; и хотя мы можем заставить лучи, идущие в *F*, преломляться больше или

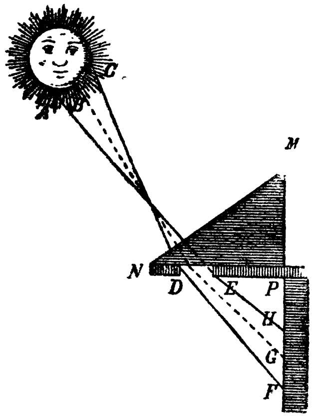


Рис. 99.

меньше, чем лучи, идущие в H, все же они всегда будут давать красный цвет, а лучи, идущие в H, всегда дадут синий; не играет роли и отражение, ибо здесь его вовсе нет; ни, наконец, многократные преломления, ибо здесь имеет место только одно. Но я заключил, что одно преломление все же необходимо, и притом такое, действию которого не противодействовала бы обратная рефракция; ибо опыт показывает, что если поверхности MN и NP параллельны, то лучи, преломляясь в одной из них в одну сторону в такой же мере, как вторая преломляет их в другую, не дали бы упомянутых цветов. Я не сомневался, что необходим также и свет, ибо без света ничего не видно; и, кроме того, я заметил, что необходима и тень, т. е. ограничение этого света: ибо если удалить темное тело, находящееся на NP, цвета FGH перестают появляться; а если сделать отверстие DE достаточно большим, то красное, оранжевое и желтое, получающиеся в F, не распространятся вследствие этого далее; то же относится и к зеленому, синему и фиолетовому, получающимся в H, и весь избыток пространства, заключенный между ними в G, останется белым. После этого я попытался объяснить, почему эти цвета в F иные, чем в H, хотя и преломление, и тень, и свет участвуют в их возникновении одинаковым образом. Принимая во внимание происхождение света, как я объяснил его в „Диоптрике", — а именно как действие или движение некоторой весьма разреженной материи, частички которой надо представить себе в виде маленьких шариков, катающихся в порах земных тел, — я понял, что эти шарики могут кататься различным образом, в зависимости от различных причин, определяющих их движение. В частности, всякое преломление, направленное в одну сторону, заставляет их вращаться в одном направлении, но когда у них не имеется соседних, которые двигались бы значительно быстрее или медленнее, чем они, их вращение будет лишь примерно одинаково с их движением по прямой линии. Если же по одну их сторону имеются шарики, движущиеся менее быстро, по другую — движущиеся быстрее или с такой же скоростью, как это бывает на границе тени и света, то если они встречают движущиеся медленнее с той стороны, в которую они катятся (как это имеет место для шариков, составляющих луч *EH*) (рис. 100), их скорость вращения замедляется по сравнению со скоростью движения по прямой; обратное получается, если они встречают их с другой стороны, как это имеет место для шариков, составляющих луч *DF*. Чтобы лучше это понять, представьте себе, что мы толкнули шарик *1234* (рис. 101) из *V* к *X* так, что он движется только по прямой линии, и обе его стороны *13* опускаются с одинаковой скоростью к поверхности воды *YY*, где движение стороны *3*, которая раньше встречает эту поверхность, замедляется, тогда как движение стороны *1* еще продолжается; тогда весь шарик непременно начнет вращаться в порядке цифр *123*. Представьте себе теперь, что наш шарик окружен четырьмя другими, *Q*, *R*, *S*, *T*, из которых два, *Q* и *R*, стремятся двигаться к *X* быстрее, чем он, а два других, *S* и *T*, стремятся к *X* с меньшей силой; тогда, очевидно, *Q* будет толкать часть, обозначенную через *1*, а *S* — задерживать часть, обозначенную через *3*, и его вращение усилится; *R* и *T* этому препятствовать не будут, ибо *R* стремится двигаться к *X* быстрее, чем он за ним следует, а *T* не стремится следовать за ним столь быстро, как он его опережает, что и объясняет действие луча *DF*. Далее, наоборот, если *Q* и *R* стремятся к *X* медленнее, чем он, а *S* и *T* — быстрее, то *R* препятствует вращению части, обозначенной через *1*, а *T* — части, обозначенной *3*, а *Q* и *S*

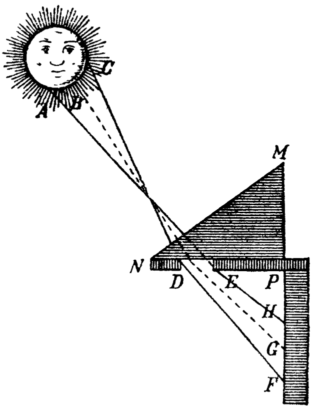


Рис. 100.

не будут играть здесь никакой роли, что объясняет действие луча *EH* в рис. 100. Но следует заметить, что поскольку шарик *1 2 3 4* имеет правильную сферическую форму, легко может случиться, что если два других, *R* и *T*, сожмут его слишком сильно, он отразится, вращаясь вокруг оси *4 2*, вместо того чтобы замедлить свое вращение под их действием; таким образом, изменяя в некоторый момент свое положение, он затем станет вращаться в порядке цифр *3 2 1*; ибо два шарика, *R* и *T*, которые заставили его начать поворот, принуждают его продолжать, пока он не закончит пол-оборота в этом направлении, и они смогут ускорить его вращение, вместо того чтоб его замедлить. Это помогло мне разрешить главное затруднение, встретившееся мне в этом вопросе; на основании этого всего, как мне кажется, доказывается с очевидностью, что природа цветов, появляющихся в *F*, заключается лишь в том, что частицы разреженной материи, передающей действие света, стремятся с большей силой вращаться, чем двигаться по прямой линии; таким образом те, которые вращаются с гораздо большей силой, дают красный цвет, а те, которые вращаются лишь немного сильнее, дают желтый. Наоборот, природа цветов, которые видны в *H*, зависит лишь от того, что эти мелкие частицы вращаются не столь сильно, как это им свойственно, когда не существует особой причины, им препятствующей, так что зеленый цвет появляется там, где они вращаются немного медленнее, а синий — там, где они вращаются медленнее; обычно на краях этого синего примешивается алый, который, придавая ему яркость

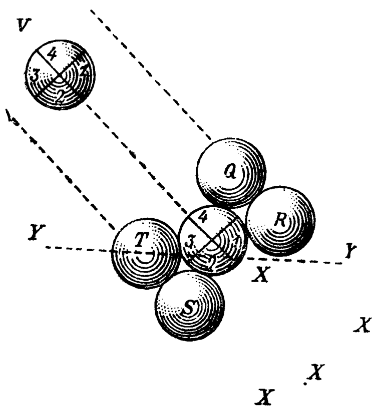


Рис. 101.

и блеск, изменяет его в фиолетовый или пурпуровый. Это происходит, без сомнения, оттого, что та же причина, которая обычно задерживает вращение частиц разреженной материи, имеет тогда достаточно силы, чтоб заставить некоторые из них изменить положение, и должна ускорить вращение одних, замедляя в то же время вращение других. И во всем этом рассуждение так совершенно согласуется с опытом, что, по-моему, хорошо познав то и другое, невозможно сомневаться в том, что дело происходит именно так, как я это сейчас объяснил. Ибо если верно, что ощущение света, которое мы испытываем, причиняется движением или стремлением к движению некоторой материи, касающейся наших глаз, как на это указывают и многие другие соображения, то несомненно, что различные движения этой материи должны вызывать в нас различные ощущения; а так как в этих движениях не может быть иных различий, чем те, о которых я упоминал, то и опыт не обнаруживает нам иных различий в ощущениях, которыми себя проявляют эти движения, кроме различий в цветах. Нет возможности найти в кристалле MNP (рис. 102) что-либо другое, что могло бы служить причиной цветов, кроме только способа, каким он отбрасывает мелкие частицы тонкой материи на полотно FGH, а оттуда в наши глаза. Отсюда, мне кажется, достаточно очевидно, что не следует искать чего-либо иного и в тех цветах, какими представляются окрашенными другие предметы; ибо обычный опыт свидетельствует о том, что для составления всех других цветов достаточно света, или белого, и тени, или черного, наряду с цветами радуги, происхождение которых было здесь объяснено. Я ничего не нахожу хорошего в различии, какое

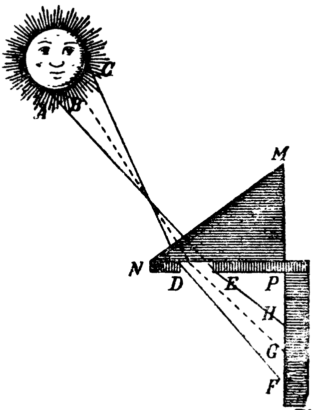


Рис. 102.

делают философы, говоря, что есть цвета, которые надо считать истинными, и другие, которые являются лишь ложными или кажущимися, ибо поскольку вся их истинная природа в том, чтобы представляться нам, то, мне думается, говорить, что они ложны и что они представляются, это противоречиво. Но я признаю, что тень и преломление не всегда необходимы, чтобы их произвести, и что наряду с этим величина, форма, расположение и движение частиц тех тел, которые называются окрашенными, могут различным образом содействовать свету в том, чтобы усиливать или ослаблять вращение частиц разреженной материи. Я даже вначале усомнился в отношении радуги, получаются ли ее цвета совершенно так же, как и в кристалле *MNP*, ибо в ней я не мог обнаружить тени, которой бы заканчивался свет; я еще не знал, почему цвета появлялись там лишь под известными углами, пока я не взял перо и не вычислил подробно хода всех лучей, которые падают на различные точки водяной капли, чтоб узнать, под какими углами они могут попасть в наш глаз после двух преломлений и одного или двух отражений. Тогда я нашел, что после одного отражения и двух преломлений оказывается гораздо больше лучей, которые могут быть видны под углом от 41 до 42 градусов, чем таких, которые видны под каким-либо меньшим углом, и нет ни одного, который был бы виден под бо́льшим. Далее я нашел также, что после двух отражений и двух преломлений имеется гораздо больше лучей, падающих в глаз под углом от 51 до 52 градусов, чем таких, которые падали бы под каким-либо бо́льшим углом, и нет совсем таких, которые падали бы под меньшим. Вследствие этого получается тень, ограничивающая по одну и по другую сторону свет, который, пройдя через бесчисленное количество дождевых капель, освещенных солнцем, попадает в глаз под углом в 42 градуса или немного менее и дает, таким образом, первую и главную радугу; получается также и тень, ограничивающая свет, падающий под углом в 51 градус или немного больше и дающий внешнюю радугу; ибо, если глаз не получает никаких световых лучей или получает их значительно меньше от одного какого-либо предмета, чем от другого, к нему близкого, то, значит, он видит тень. Это ясно доказывает, что цвета этих радуг возникают от той же причины, что и цвета, получаемые при помощи кристалла *MNP* (рис. 103), и что полудиаметр внутренней радуги не должен быть более 42 градусов, а внешней радуги — меньше 51 градуса; наконец, первая должна быть значительно резче ограничена по внешней окружности, чем по внутренней, а вторая — наоборот, как это и можно видеть на опыте. Но чтобы те, кто знают математику, могли судить, достаточно ли правильны сделанные мною вычисления для этих лучей, мне следует их здесь пояснить.

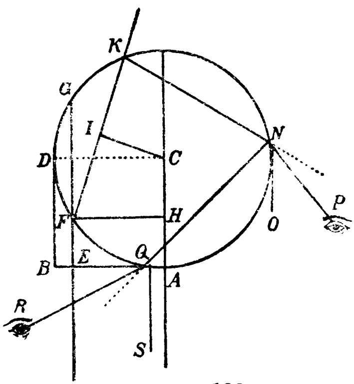


Рис. 103.

Пусть *AFD* (рис. 103) — капля воды, полудиаметр которой *CD* или *AB* я делю на столько равных частей, сколько я хочу вычислить лучей, чтобы на долю одних пришлось столько же света, сколько и на долю других[48]. Затем я рассматриваю один из этих лучей в отдельности, например *EF*, который, вместо того чтобы пройти прямо в *G*, отклоняется в *K*, а из *K* отражается в *N*, а оттуда идет в глаз *P*; или отражается еще раз из *N* в *Q*, и оттуда отклоняется к глазу *R*. Если провести *CI* под прямым углом к *FK*, я знаю из того, что было сказано в „Диоптрике“, что *AE* или *HF* и *CI* находятся между собой в отношении, которым измеряется преломление воды; так что если *HF* содержит 8000 частей таких, каких *AB* содержит 10000, то *CI* будет содержать их примерно 5984, ибо преломление воды немного больше, чем отношение трех к четырем, и, насколько точно я мог его измерить, оно составляет 187 к 250. Имея, таким образом, две прямые HF и CI, я легко нахожу две дуги: FG, которая равна 73 градусам 44 минутам, и FK, которая равна 106.30. Затем, вычитая удвоенную дугу FK из суммы дуги FG и 180 градусов, я получаю 40.44 для величины угла ONP, ибо я предполагаю ON параллельным EF. И, отнимая эти 40.44 из FK, я получаю 65.46 для угла SQR, ибо я полагаю также SQ параллельным EF. Вычисляя таким же способом все другие лучи, параллельные EF, которые проходят через деления диаметра AB, я составляю следующую таблицу:

Линия HF	Линия CI	Дуга FG	Дуга FK	Угол ONP	Угол SQR
1000	748	168.30	171.22	5.40	165.45
2000	1496	156.55	162.48	11.19	151.29
3000	2244	145.4	154.4	17.56	136.8
4000	2992	132.50	145.10	22.30	122.4
5000	3740	120	136.4	27.52	108.12
6000	4488	106.16	126.40	32.56	93.44
7000	5236	91.8	116.51	37.26	79.25
8000	5984	73.44	106.30	40.44	65.46
9000	6732	51.41	95.22	40.57	54.25
10000	7480	0	83.10	31.40	69.30

Легко видеть из этой таблицы, что имеется гораздо больше лучей, составляющих угол ONP приблизительно в 40 градусов, чем лучей, которые составляли бы меньший угол или угол SQR приблизительно в 54 градуса, чем лучей, которые составляли бы бóльший угол; чтобы сделать ее еще более точной, я даю:

Линия HF	Линия CI	Дуга FG	Дуга FK	Угол ONP	Угол SQR
8000	5984	73.44	106.30	40.44	65.46
8100	6058	71.48	105.25	40.58	64.37
8200	6133	69.50	104.20	41.10	63.10

Продолжение

Линия *HF*	Линия *CI*	Дуга *FG*	Дуга *FK*	Угол *ONP*	Угол *SQR*
8300	6208	67.48	103.14	41.20	62.54
8400	6283	65.44	102.9	41.26	61.43
8500	6358	63.34	101.2	41.30	60.32
8600	6432	61.22	99.56	41.30	58.26
8700	6507	59.4	98.48	41.28	57.20
8800	6582	56.42	97.40	41.22	56.18
8900	6657	54.16	96.32	41.12	55.20
9000	6732	51.41	95.22	40.57	54.25
9100	6806	49.0	94.12	40.36	53.36
9200	6881	46.8	93.2	40.4	52.58
9300	6956	43.8	91.51	39.26	52.25
9400	7031	39.54	90.38	38.38	52.0
9500	7106	36.24	89.26	37.32	51.54
9600	7180	32.30	88.12	36.6	52.6
9700	7255	28.8	86.58	34.12	52.46
9800	7330	22.57	85.43	31.31	54.12

и я вижу отсюда, что самый большой угол *ONP* может быть равен 41 градусу 30 минутам, а самый маленький *SQR* — 51 градусу 54 минутам; прибавляя или отнимая приблизительно 17 минут для полудиаметра солнца, имею 41.47 для наибольшего полудиаметра внутренней радуги и 51.37 — для наименьшего полудиаметра внешней.

Правда, когда вода бывает теплая, ее преломление немного меньше, чем когда она холодная, что может несколько изменить эти вычисления, но это могло бы увеличить полудиаметр внутренней радуги лишь самое большее на один или два градуса, и тогда полудиаметр внешней будет почти в два раза меньше. Это заслуживает быть отмеченным, ибо отсюда можно доказать, что преломление воды не может быть ни больше, ни меньше, чем я предполагаю; действительно, если бы оно было больше, оно сделало бы полудиаметр внутренней радуги меньшим, чем 41 градус, тогда как согласно общепринятому мнению его считают за 45, а если предположить его настолько малым, чтобы этот полудиаметр действительно получился равным 45, то окажется, что полудиаметр внешней радуги будет также не более 45, тогда как он кажется глазу значительно больше, чем для внутренней. И Мавролик, который, как мне кажется, первый определил один из них в 45 градусов, определяет другой приблизительно в 56, что показывает, как мало можно верить наблюдениям, не сопровождаемым правильными рассуждениями.

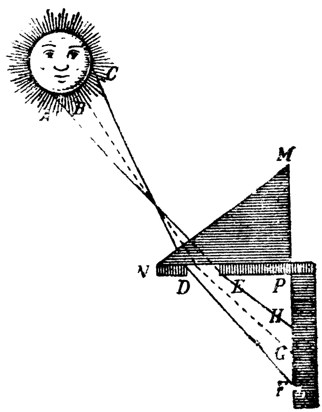


Рис. 104.

Впрочем, мне не стоило труда узнать, почему красный цвет находится снаружи у внутренней радуги или почему он находится внутри у внешней; ибо та же причина, по которой красный цвет виден через призму *MNP* (рис. 104) в *F*, а не в *H*, вызывает следующее: если поместить глаз на месте белого полотна *FGH* и смотреть на эту призму, мы увидим красный цвет в более толстой ее части *MP*, а синий — в *N*; это происходит потому, что окрашенный в красное луч, идущий в *F*, исходит из *C*, т. е. части солнца, более близкой к *MP*; и по той же причине, поскольку центр водяных капель, а стало быть более толстая их часть, находится снаружи по отношению к окрашенным точкам, образующим внутреннюю радугу, то и красный цвет должен появляться в ней снаружи; и поскольку этот центр находится внутри по отношению к точкам, образующим внешнюю радугу, то и красный цвет также должен появляться в ней внутри.

Итак, я полагаю, что в этом вопросе не остается более никаких трудностей, разве только в отношении некоторых неправильностей, которые здесь встречаются, например если радуга бывает не в точности круглая или ее центр не лежит на прямой, проходящей через глаз и через солнце, что может случиться, когда ветер изменяет форму дождевых капель; ибо, если капли хоть немного теряют свою округлость, это уже создает большую разницу в угле, под которым должны быть видны цвета. Иногда, как мне говорили, случалось видеть и радугу, настолько перевернутую, что ее рога были направлены вверх, как изображено здесь в *FF* (рис. 105); по-моему, это могло бы быть связано только

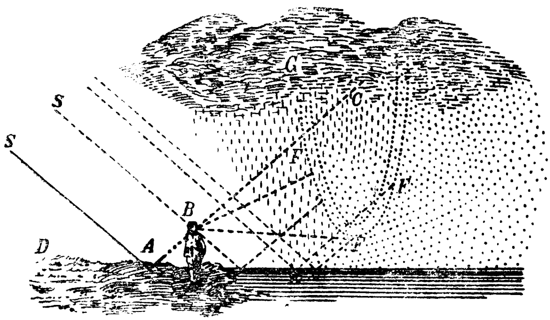


Рис. 105.

с отражением солнечных лучей от водной поверхности моря или какого-либо озера; тогда, исходя из части *SS* небесного свода, они падали бы на воду *DAE* и отсюда отражались бы к дождевым каплям *CF*, и глаз видел бы дугу *FF* с центром в точке *C*, так что, если бы продолжить *CB* до *A*, — причем *AS* проходит через центр солнца, — углы *SAD* и *BAE* были бы равны, а угол *CBF* был бы примерно равен 42 градусам. Однако для этого нужно также, чтобы не было никакого ветра, который мог бы вызывать волны на поверхности воды в *E*, и может быть еще, чтобы имелось какое-нибудь облако, как *G*, которое препятствовало бы свету солнца, идущему прямо по направлению к дождю, пересиливать свет, падающий туда от воды *E*; поэтому такая радуга встречается редко. Кроме того, глаз может занимать такое положение относительно солнца и относительно дождя, что будет видеть нижнюю часть, заканчивающую дугу радуги, не видя верхней, и тогда ее можно будет принять за перевернутую дугу, хотя она будет видна не на небе, а на воде или на земле.

Мне говорили также, что иногда случалось видеть и третью радугу над двумя обычными, но она была гораздо слабее и была примерно настолько же удалена от второй, как вторая от первой; по-моему, этого быть не могло, разве

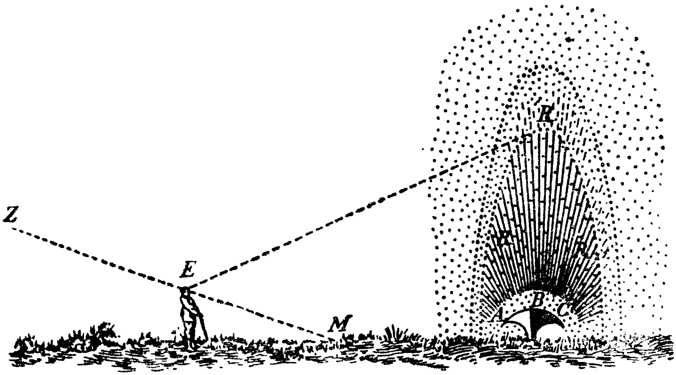


Рис. 106.

только если к дождю были примешаны градины, очень крупные и прозрачные, в которых преломление значительно больше, чем в воде [49], и тогда внешняя радуга должна была быть гораздо больше и потому казалась расположенной над другой. А внутренняя, которая по той же причине должна была быть меньше внутренней дождевой, могла остаться вовсе незамеченной вследствие большой яркости этой последней; или, может быть, их края слились и их сочли за одну, но такую, в которой цвета расположены иначе, чем обыкновенно.

Это заставляет меня вспомнить одно изобретение, с помощью которого можно показывать знамения на небе, что может повергнуть в большое удивление тех, кому не известны их причины. Я предполагаю, что вы уже знаете, как можно показать радугу при помощи фонтана. Если вода, выходя через мелкие отверстия ABC (рис. 106), бьет достаточно высоко и разбивается в воздухе во все стороны в R и если солнце находится в Z, так что ZEM располагается по прямой линии, угол MER равен примерно 42 градусам, глаз E не преминет увидеть в R радугу, вполне подобную той, какая появляется на небе. К этому нужно теперь добавить, что есть масла, спирты и другие жидкости, в которых преломление происходит в значительно большей или меньшей степени, чем в обыкновенной воде, но которые от этого не менее светлы и прозрачны; тогда, если расположить друг за другом несколько фонтанов, состоящих из различных подобных жидкостей, можно было бы с их помощью увидеть целый участок неба, покрытый радужными цветами; для этого нужно, чтобы жидкости с более сильным преломлением находились ближе к зрителям и не поднимались настолько высоко, чтобы заслонять находящиеся позади. При этом, поскольку, закрывая часть отверстий ABC, можно заставить исчезнуть по желанию ту или иную часть радуги RR, не уничтожая остальных, то легко понять, что точно так же, закрывая и открывая определенным образом отверстия этих различных фонтанов, можно достичь того, что часть, представляющаяся окрашенной, будет иметь форму креста или столба, или иного предмета, вызывающего удивление. Но я должен признать, что для этого требуется много искусства и расходов, так как нужно соразмерить эти фонтаны и заставить жидкости бить настолько высоко, чтобы изображения были видны издалека для целой толпы народа и чтобы при этом фокус не мог быть разоблачен.

Глава IX

ОБ ОКРАСКЕ ОБЛАКОВ И О КРУГАХ ИЛИ ВЕНЦАХ, КОТОРЫЕ ИНОГДА ВИДНЫ ВОКРУГ СВЕТИЛ

После того, что я сказал о природе цветов, мне кажется, уже мало осталось добавить относительно тех цветов, которые видны в облаках; прежде всего, если говорить о их белизне или об их темноте и черном цвете, то они зависят лишь от того, в какой степени, большей или меньшей, облака освещаются светилами или затемняются самими собой или соседними облаками. Здесь надо, однако, отметить два обстоятельства. Одно, что поверхности прозрачных тел отражают часть лучей, на них падающих, как я уже сказал выше; вследствие этого свет может легче проникнуть сквозь три слоя воды, чем через малое количество пены, хотя она не что иное, как вода; но в ней имеется много поверхностей, и первая из них отражает часть этого света, а вторая — еще часть, и так далее, так что вскоре не остается никакого или почти никакого света, который прошел бы насквозь. И поэтому ни толченое стекло, ни снег, ни облака, если они сколько-нибудь густы, не могут быть прозрачными [50]. Второе, что надо здесь отметить, следующее: хотя действие светящихся тел состоит только в том, что они толкают по прямой линии разреженную материю, касающуюся наших глаз, однако обычное движение мелких частиц этой материи, по крайней мере тех, которые находятся в воздухе вокруг нас, состоит в том, что они катятся так же, как мяч катится по земле, хотя ему дали толчок лишь по прямой линии. Их заставляют катиться таким образом как раз те тела, которые называются белыми: то же относится, без сомнения, и к телам, которые непрозрачны лишь вследствие многочисленности своих поверхностей, как пена, толченое стекло и облака.

Отсюда же можно понять, почему небо совершенно чистое и без всяких облаков кажется нам голубым, раз мы знаем, что оно само по себе не дает никакого света и что оно казалось бы совершенно черным, если бы над нами не было никаких паров и летучих веществ; на самом же деле, они всегда имеются в большем или меньшем количестве, и отражают к нашему глазу некоторые лучи, иными словами, отталкивают к нам мелкие частицы разреженной материи, отброшенные к ним солнцем или другими светилами;

таким образом, когда этих паров достаточно много, первые из них сначала отталкивают к нам разреженную материю, а затем она сталкивается с остальными, которые заставляют ее мелкие частички катиться и вращаться прежде, чем они дойдут до нас. Тогда небо кажется белым; если же паров не настолько много, чтобы они могли заставить ее частицы вращаться, оно должно казаться голубым, согласно тому, что было сказано ранее о природе голубого цвета. И по той же причине морская вода в тех местах, где она очень чиста и очень глубока, кажется голубой, ибо отражает с поверхности лишь немного лучей, и ни один из тех, что в нее проникают, не возвращается обратно. Более того, мы можем понять теперь, почему, когда солнце восходит или заходит, целая часть неба, где оно находится, представляется красной. Это бывает тогда, когда между нами и солнцем нет такого количества облаков или скорее тумана, чтобы свет не мог сквозь них проникнуть; но он проникает сквозь них у самой земли не так легко, как несколько выше, а чем выше, тем легче, так как свет, претерпевая преломление в этих туманах, заставляет частицы разреженной материи, его передающие, вращаться в том же направлении, в каком вращался бы двигающийся с той же стороны мяч, катясь по земле. Таким образом, вращение ниже лежащих частиц всегда усиливается действием выше лежащих, ибо оно сильнее, чем у этих более низких, а вы знаете, что это вызывает появление красного цвета, который, отражаясь затем в облаках, может распространиться на небе во все стороны; нужно заметить, что когда красный цвет появляется утром, он предвещает ветры или дождь. В самом деле, он свидетельствует о том, что на востоке мало облаков, и солнце сможет поднять до полудня много паров, и о том, что туманы, вызывающие этот красный цвет, начинают подниматься; вечером же он является признаком хорошей погоды, так как если на западе облаков мало или нет вовсе, то должны господствовать восточные ветры, и туманы ночью опустятся.

Я не останавливаюсь более подробно на других цветах, которые можно видеть в облаках, ибо полагаю, что их причины уже все объяснены сказанным мною; но вокруг светил иногда появляются круги, объяснение которых мне не следует опускать[51]. Они подобны радуге в том отношении, что бывают круглые или почти круглые, и окружают всегда солнце или какое-либо другое светило; это показывает, что они происходят от какого-то отражения или преломления, углы которых почти одинаковы; они подобны ей также в том отношении, что окрашены, и, стало быть, здесь имеет место преломление и тень, ограничивающая тот свет, который их производит. Но они отличны от радуги в том отношении, что радуга бывает видна только тогда, когда дождь идет в том направлении, где она находится, причем в том месте, где находится наблюдатель, дождя может не быть, а эти кольца никогда не видны в том месте, где идет дождь; это показывает, что они вызываются преломлением не в каплях воды или в градинах, а в тех мелких прозрачных ледяных кристаллах, о которых говорилось выше. Трудно было бы представить себе в облаках иную причину, которая могла бы произвести подобное действие; и хотя мы знаем, что такие кристаллы падают только тогда, когда холодно, но разум убеждает нас в том, что они образуются и во всякое время года. Поскольку необходимо известное тепло, чтобы сделать их прозрачными из белых, какими они бывают первоначально, можно считать правдоподобным, что лето более для этого благоприятно, чем зима. Далее, хотя бóльшая часть падающих звездочек представляется глазу совершенно плоскими и гладкими, тем не менее они все немного толще в середине, чем по краям, как можно видеть у некоторых из них; чем больше или меньше эта разница, тем больше или меньше и вызываемые ими кольца, так как они бывают разных величин. Если те, которые наблюдаются чаще всего, имеют, как пишут некоторые, диаметр около 45 градусов, то я думаю, что частицы льда, образующие кольца такой величины, имеют выпуклость, более всего им свойственную и, может быть, наибольшую, какую они обычно приобретают, прежде чем окончательно растаять. Пусть, например, ABC (рис. 107) — солнце, D — глаз, EFG — несколько мелких ледяных частиц, находящихся рядом друг с другом, как они располагаются при своем образовании; пусть их выпуклость такова, что луч, идущий, например, из точки A на край частицы, обозначенной через G, а из точки C — на край, обозначенный через F, возвращается в D, и пусть в D приходят еще некоторые лучи из числа тех, которые проходят через другие ледяные частицы, находящиеся в E, но не приходит ни один из лучей, проходящих через частицы, находящиеся по ту сторону круга GG. Ясно, что лучи AD, CD и т. п., идущие по прямой линии, дают изображение солнца обычной величины; другие лучи, преломляющиеся в EE, должны сделать всю площадь, заключенную в кольце FF, достаточно яркой, вследствие чего пространство между кругами GG и FF представляется как бы венцом, окрашенным в цвета радуги. При этом красное у них должно быть внутри, в F, а голубое — снаружи, в G, как это обычно и наблюдается. Если имеется два или несколько слоев ледяных частиц один над другим, то, если только это не препятствует прохождению солнечных лучей, те из лучей, которые пройдут через две частицы по их краям, преломляясь почти вдвое сильнее, чем другие, дадут еще один окрашенный круг значительно большей

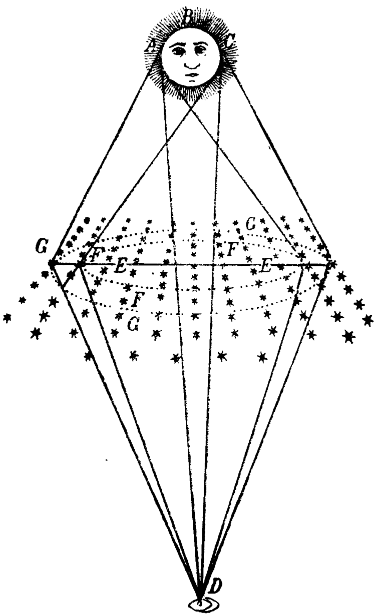


Рис. 107.

окружности, но менее явственный, чем первый; и мы тогда увидим два венца один внутри другого, причем внутренний ярче окрашен, как это иногда и наблюдалось. Кроме того, вы можете хорошо представить себе, почему такие венцы обычно не образуются вокруг светил, находящихся очень низко над горизонтом: это происходит оттого, что лучи падают на ледяные частицы слишком отлого, чтобы пройти сквозь них; их цвета не так ярки, как цвета радуги, так как они образуются путем значительно более слабых преломлений; они появляются вокруг луны чаще, чем радуга, и даже наблюдаются иногда вокруг звезд, когда ледяные частички, лежащие на пути лучей, очень мало выпуклы, так что образуют очень маленькие венцы; поскольку они вызываются не столь большим числом преломлений и отражений, то свету, их образующему, не нужно быть столь сильным. Но часто они бывают и белыми, не столько из-за недостатка света, сколько из-за того, что материя, в которой они образуются, не вполне прозрачна.

Можно было бы представить себе и другие кольца, которые, подобно радуге, образовались бы в водяных каплях, например после двух преломлений без каких-либо отражений; но тогда ничто не определяло бы их диаметра, и свет не ограничивался бы тенью, как это требуется для появления цветов; или двумя преломлениями и тремя или четырьмя отражениями, но тогда их свет был бы чрезвычайно слаб, и его легко мог бы уничтожить свет, отражающийся от поверхности этих же самых капель. Поэтому я сомневаюсь, чтобы они вообще могли появляться, а вычисление показывает, что их диаметр должен бы быть значительно больше диаметра тех венцов, которые обычно наблюдаются.

Наконец, что касается венцов, которые видны иногда вокруг ламп или факелов, то их причину следует искать не в воздухе, а в самом глазу, который на них смотрит. Мне случилось видеть на опыте убедительное подтверждение этого прошлым летом. Я путешествовал ночью на корабле и весь вечер опирался головой на свою руку, которой я прикрывал мой правый глаз, в то время как левым я смотрел на небо. В каюту, где я находился, принесли свечу; и тут, открыв оба глаза, я увидел вокруг пламени два венца, окраска которых была столь яркой, какой я никогда не наблюдал в радуге. Больший из них AB (рис. 108), который был красным в A и синим в B; CD — меньший, который был также красным в C, но в D он был белым и простирался до самого пламени. После этого, закрыв правый глаз, я заметил, что венцы исчезли; напротив, когда я открывал и закрывал левый глаз, они продолжали появляться; это

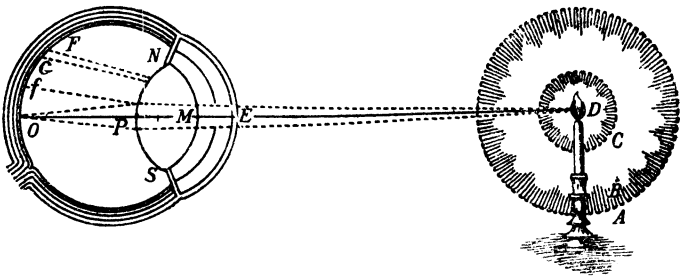


Рис. 108.

убедило меня в том, что они происходили в зависимости от какого-то определенного искажения роговицы правого глаза, которое произошло, когда я его держал закрытым; вследствие этого не только большая часть лучей от пламени, которые в него попадали, давала изображение пламени в O, где они собирались, но были некоторые лучи, которые отклонились настолько, что распространились на всю область fO, где и дали венец CD; и другие — на область FG, где они дали венец AB. Я не определяю, какое именно это было искажение, ибо несколько различных видов искажений могут дать тот же результат; например, если на какой-либо из поверхностей E, M, P глаза, имеющих сферическую форму с центрами на линии EO, имеется хотя бы одна или две маленькие морщинки, какие часто бывают в виде прямых линий, пересекающихся на прямой EO, то они вызывают появление больших лучей, рассеянных тут и там вокруг факелов; или если между E и P (рис. 109) находится какое-нибудь непрозрачное тело, или оно находится где-либо в стороне, но имеет вид круга, или, наконец, если жидкости или ткани в глазу каким-нибудь образом изменили свои свойства или форму, то могут получиться такие явления; действительно, те, у кого болят глаза, часто видят такие венцы, которые не всем кажутся одинаковыми. Нужно только заметить, что внешняя часть венцов, как A и C, обычно бывает красной, в противоположность тому, что мы видим вокруг светил, и причина этого станет вам ясной, если вы учтете, что в образовании их цветов

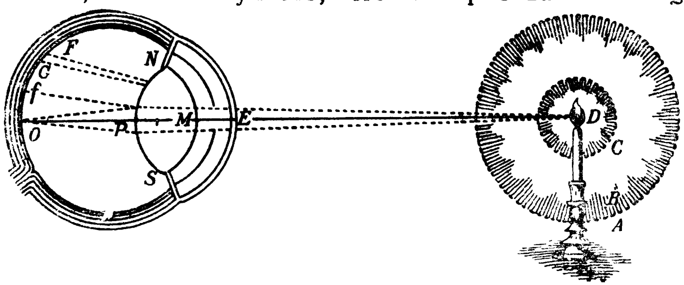


Рис. 109.

хрусталик PNM играет роль стеклянной призмы, о которой мы говорили, а дно глаза FGf — роль полотна, помещенного позади. Но вы спросите, может быть: почему же, если хрусталик обладает этой способностью, он не окрашивает таким же образом все предметы, которые мы видим? Если вы рассматриваете лишь те лучи, которые исходят от всех точек этих предметов ко всем точкам глазного дна, то одни, которые проходят по его стороне, обозначенной через N, и другие — по стороне, обозначенной через S, оказывают противоположные действия, которые взаимно уничтожаются, во всяком случае, поскольку это относится к возникновению цветов; здесь лучи, идущие к FGf, проходят только через N. И все это так хорошо согласуется с тем, что я сказал о природе цветов, что может, по-моему, в большой мере служить для подтверждения истинности сказанного [52].

Глава X

О ПОЯВЛЕНИИ НЕСКОЛЬКИХ СОЛНЦ

Иногда приходится видеть в облаках и другие кольца, отличающиеся от тех, о которых я только что говорил, тем, что они всегда бывают совершенно белыми, и светила не находятся в их центре, а кольца обычно проходят через центр солнца или луны и кажутся параллельными или почти параллельными горизонту. Но так как они появляются только в больших, совершенно круглых облаках, о которых говорилось выше, и так как иногда в одних и тех же облаках бывает видно несколько солнц или несколько лун, то мне надлежит объяснить вместе и то, и другое. Пусть, например, *A* (рис. 110) представляет юг, где находится солнце, сопровождаемое теплым ветром, дующим в *B*, а *C* — север, откуда исходит холодный ветер, также направленный в *B*; там, по моему предположению, оба эти ветра встречают или собирают облако, состоящее из частиц снега и простирающееся так далеко в глубину и в ширину, что эти ветры не могут пройти — один над облаком, другой под ним, как это бывает обычно, а вынуждены обходить его кругом. Благодаря этому они округляют это облако, но, поскольку южный ветер является теплым, он растопляет некоторое количество снега по краю облака; однако этот снег сейчас же замерзает вновь — частью под влиянием холодного северного ветра, частью благодаря близости снега, лежащего внутри и еще не успевшего растаять; таким образом, может получиться как бы большое ледяное кольцо[53], непрерывное и прозрачное, и его поверхность

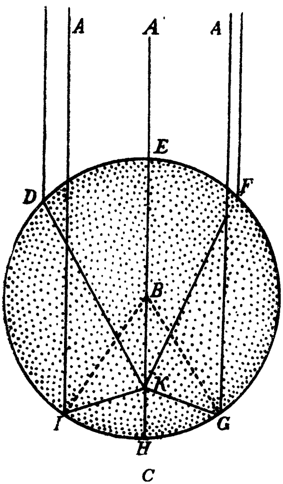


Рис. 110.

будет достаточно гладкой, ибо ветры, которые его округляют, весьма равномерны. Кроме того, лед будет более толстым со стороны *DEF*, которую я предполагаю обращенной к теплому ветру и к солнцу, чем со стороны *GHI*, где снег не мог растаять так легко. Наконец, нужно заметить, что при этом состоянии воздуха и при отсутствии грозы вокруг облака *B* не может быть достаточного количества тепла, чтоб образовать таким путем лед, а также в находящейся внизу земле не может быть достаточно тепла, чтоб вызвать пары, которые поддерживали бы лед, поднимая и прогоняя к небу всю массу облака, которую он окружает. Из этого ясно, что свет солнца, которое, по моему предположению, стоит достаточно высоко на юге, падая на лед *DEFGHI* и отражаясь от него на белизну окружающего снега, должен заставить этот снег представиться тем, кто находится внизу, в виде большого, совершенно белого круга. Для этого достаточно даже, чтобы облако было круглым и немного более сжатым по окружности, чем посредине, а ледяное кольцо могло бы и не образоваться. Но если оно образовалось, то можно, находясь внизу в точке *K*, видеть до шести солнц, которые кажутся вставленными в белый круг, как шесть алмазов, вставленных в кольцо, а именно: первое — в *E*, от лучей, исходящих прямо от солнца, которое я полагаю в *A*; два следующих — в *D* и *F*, вызванных преломлением лучей, проходящих через лед в этих местах, где вследствие того, что толщина льда уменьшается, лучи преломляются внутрь, как при прохождении через стеклянную призму, о которой говорилось выше; поэтому края обоих этих солнц окрашены в красный цвет со стороны, обращенной к *E*, где лед толще, и в синий — с другой стороны, где он тоньше. Четвертое солнце появляется благодаря отражению в точке *H*, а два последних, также благодаря отражению,— в *G* и *I*; таким образом, я предполагаю, что можно описать круг с центром в *K* и проходящий через *B* в центре облака, так что углы *KGB* и *KBG* или *BGA* равны, как и углы *KIB* или *KBI* или *BIA*:

ибо вам известно, что отражение происходит всегда под равными углами, и что лед, являясь телом гладким, должен дать изображение солнца во всех тех местах, откуда его лучи могут отражаться к глазу. А так как лучи, непосредственно излученные, всегда ярче преломленных, а эти последние все же ярче отраженных, то солнце должно казаться более ярким в *E* (рис. 111), чем в *D* или в *F*, а здесь все же ярче, чем в *G* или *H*, или *I*, и эти три солнца *G*, *H* и *I* не должны иметь вокруг краев цветного ореола, какое имеют *D* и *F*, а должны быть только белыми. Если же зрители находятся не в *K*, а в каком-либо месте, более близком к *B*, так что круг, в центре которого помещаются их глаза и который проходит через *B*, не пересекает окружности облака, то они не смогут видеть двух солнц *G* и *I*, а увидят только четыре остальных; а если, наоборот, они отступят дальше к *H* или еще дальше к *C*, то они смогут видеть только пять солнц *D*, *E*, *F*, *G* и *I*; отступив еще дальше, они увидят лишь три солнца *D*, *E*, *F*, которые уже не будут находиться внутри белого круга, а будут как бы пересечены белой полосой. Далее, если солнце настолько низко над горизонтом, что не может освещать часть облака *GHI*, или же если облако еще не образовалось, то, очевидно, должны быть видны только три солнца *D*, *E*, *F*.

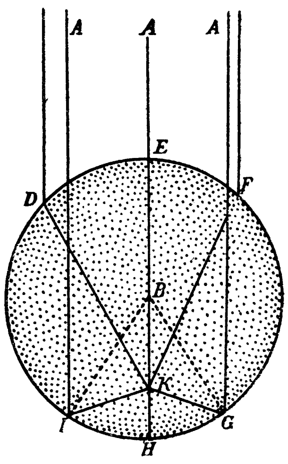


Рис. 111.

Однако до сих пор я рассматривал лишь плоскость этого облака, а надо изучить в нем еще целый ряд явлений, имеющих отношение к его профилю. Во-первых, хотя солнце не находится на прямой, идущей из *E* (рис. 112) в глаз *K*, тем не менее оно появляется именно там, в особенности, если лед не простирается на слишком большую высоту или глубину; ибо в этом случае поверхность льда будет так искривлена, что в любом месте она почти всегда сможет отразить его лучи по направлению *K*. Если он имеет толщину, представленную фигурой, заключенной между линиями *123* и *456*, то очевидно, что лучи солнца, пройдя через него, смогут попасть в глаз *K* не только тогда, когда оно будет находиться на прямой *A2*, но и тогда, когда оно будет значительно ниже, например на прямой *S1*, или значительно выше, например на прямой *T3*, и поэтому всегда будет представляться так, как если бы оно находилось в *E*; ибо поскольку

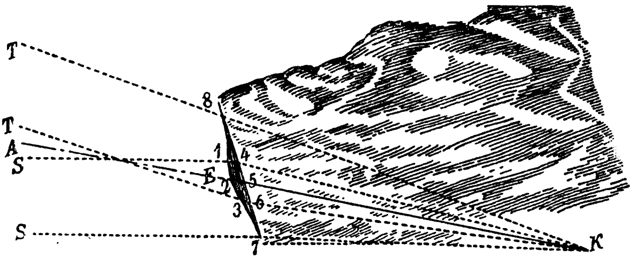


Рис. 112.

ледяное кольцо не предполагается широким, разница между прямыми *4K*, *5K* и *6K* незначительна. Заметьте, что вследствие этого солнце может быть видимо даже после того, как оно зашло, а тень солнечных часов может сместиться вперед или назад, и часы покажут не то время, какое есть на самом деле. Однако если солнце будет значительно ниже, чем это нужно, чтоб оно было видно в *E*, так что его лучи проходят также по прямой линии подо льдом в глаз *K*, как прямая *S7K*, которую я предполагаю параллельной *S1*, тогда, кроме шести предыдущих солнц, будет видно еще и седьмое под ними, которое, будучи более ярко, уничтожит тени, которые они могли бы произвести на часах. Тем не менее, если солнце так высоко, что его лучи могут пройти по прямой в *K* надо льдом, как *T8K*, которую я предполагаю параллельной *T3*, и если облако, расположенное на пути, не столь плотно, чтоб этому препятствовать, то можно будет видеть седьмое солнце над шестью остальными. Если лед *123*, *456* (рис. 113) простирается дальше и вверх, и вниз, например до точек *8* и *7*, причем солнце находится в *A*, можно будет видеть в *E* три солнца одно над другим, а именно — в точках *8*, *5* и *7*; и далее, можно будет также видеть три солнца одно под другим в *D* (рис. 114) и три в *F*, так что может появиться до двенадцати солнц, вставленных в белый круг *DEFGHI*. А если солнце будет немного ниже, чем в *S*, или немного выше, чем в *T*, то могут еще появиться три солнца в *E*, именно два в белом круге, а третье — под ним или над ним;

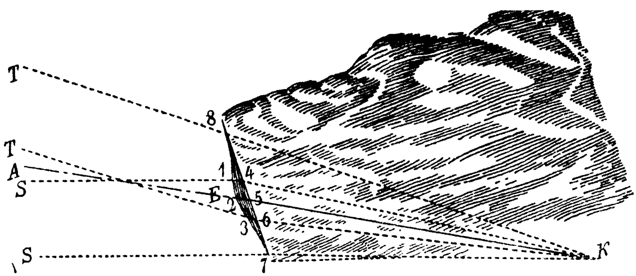


Рис. 113.

и затем может еще появиться два в *D* и два в *F*. Но мне не известно, чтобы когда-либо наблюдалось сразу так много солнц; если даже их наблюдалось три — одно над другим, как это случалось не раз, то обычно не замечалось еще солнца рядом с ними; если наблюдались три солнца рядом, что часто бывает, то для появления еще солнца над или под ними нужно, чтобы ширина льда между точками *7* и *8* не шла ни в какое сравнение с величиной всей окружности облака, так что глаз должен быть очень близко к точке *E*, когда эта ширина кажется ему достаточно большой, чтоб различить три солнца одно над другим; наоборот, он должен быть очень удален от этой точки, чтобы лучи, преломленные по направлению к *D* и к *F*, где толщина льда наименьшая, могли до него дойти.

Редко случается, чтобы облако было так велико, что можно было бы наблюдать более трех солнц одновременно. Однако говорят, что в 1625 г. польский король видел их до шести. И всего три года назад тюбингенский математик [54] видел четыре солнца, обозначенных здесь буквами D, E, F, H (рис. 114); он даже особо отмечает в своей записке, что два солнца D и F были красными со стороны находящегося в середине солнца E, которое он называет истинным солнцем, и синими с другой стороны, и что четвертое H было очень бледно и мало заметно; этим подтверждается в большой степени то, что я сказал. Но самое прекрасное и замечательное зрелище, о каком мне пришлось слышать в этом отношении, было кольцо с пятью солнцами, которое появилось в Риме в году 1629, 20 марта, около двух или трех часов пополудни; чтоб вы могли убедиться в том, что оно соответствует моему изложению, я приведу описание в тех самых словах, в каких оно было тогда обнародовано.

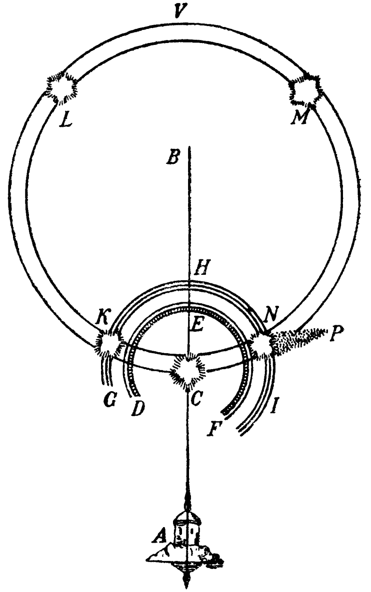


Рис. 114.

„*A* observator romanus. *B* vertex loco observatoris incumbens. *C* sol verus observatus. *AB* planum verticale, in quo et oculus observatoris et sol observatus existunt, in quo et vertex loci *B* jacet, ideoque omnia per lineam verticalem

„*A* — римский наблюдатель, *B* — зенит места наблюдения, *C* — наблюдаемое истинное солнце, *AB* — вертикальная плоскость (рис. 114), в которой находится глаз наблюдателя и истинное солнце и в которой лежит и зенит места наблю-

AB repraesentantur; in hanc enim totum planum verticale procumbit. Circa solem *C* apparuere duae incompletae irides eidem homocentricae, diversicolores, quarum minor sive interior *DEF* plenior et perfectior fuit, curta tamen sive aperta a *D* ad *F*, et in perpetuo conatu sese claudendi stabat, et quandoque claudebat, sed mox denuo aperiebat. Altera, sed debilis, semper et vix conspicabilis, fuit *GHI*, exterior et secundaria, variegata tamen et ipsa suis coloribus, sed admodum instabilis. Tertia et unicolor, eaque valde magna iris, fuit *KLMN*, tota alba quales saepe visuntur in paraselenis circa lunam: haec fuit arcus excentricus, integer ab initio, solis per medium incedens; circa finem tamen ab *M* versus *N* debilis et lacer, imo quasi nullus. Caeterum, in communibus circuli hujus intersectionibus cum iride exteriore *GHI*, emerserunt duo parhelia non usque adeo perfecta, *N* et *K*, quorum hoc debilius, illud autem fortius et luculentis splendescebat; amborum medius nitor aemulabatur solarem, sed latera colori-

дения; поэтому все изображается вертикальной линией *AB*, ибо через нее проходит всякая вертикальная плоскость. Вокруг солнца *C* появились две неполные радуги с общим центром, разноцветные, из которых меньшая, или внутренняя, *DEF* была ярче и совершеннее, однако она была отрезана или открыта от *D* к *F*; она как бы все время стремилась замкнуться, иногда замыкалась, но вскоре вновь открывалась; другая, *GHI*, более слабая и все время мало заметная, это внешняя, или вторая, радуга, отливающая цветами, но весьма неустойчивая. Третья радуга, *KLMN*, одноцветная, очень большая, была вся белая, как это часто наблюдается в параселенах вокруг луны. Это была эксцентрическая дуга, сначала сплошная, проходящая через центр солнца, около конца от *M* до *N* слабая и расплывчатая, почти незаметная. В точках пересечения этого круга с внешней радугой *GHI* выступили два паргелия, не совсем полных, *N* и *K*, из которых второй сиял слабее, bus iridis pingebantur; neque rotundi ac praecisi, sed in inaequales et lacunosi, ipsorum ambitus cernebantur. *N*, inquietum spectrum, ejaculabatur caudam spissam subigneam *NOP*, cunjugi reciprocatione. *L* et *M* fuere trans zenith *B*, prioribus minus vivaces, sed rotundiores et albi, instar circuli sui cui inhaerebant, lac, seu argentum purum experimentes, quanquam *M* media tertia jam prope disparuerat; nec nisi exiqua sui vestigia subinde praebuit, quippe et circulus ex illa parte dedecerat. Sol *N* defecit ante solem *K*, illoque deficiente roboratur *K*, qui omnium ultimus disparuit, etc.".

а первый — сильнее и ярче. У обоих блеск средней части соперничал с солнечным, а края были окрашены в цвета радуги, контуры их не были круглыми и четко ограниченными, но были неровными, с пробелами. *N*, радужное сияние, выбросило из себя большой переливающийся огненный хвост *NOP*. *L* и *M* находились по ту сторону зенита *B*, менее яркие, чем предыдущие, но более круглые и белые, как кольцо, на котором они держались, наподобие молока или чистого серебра; хотя *M* уже исчез в середине 3-го часа, но иногда еще показывался в виде незначительных следов; большое кольцо также угасло в этой части. Солнце *N* погасло ранее солнца *K*, и с его ослаблением усиливалось *K*, которое исчезло последним из всех, и т. д.".

CKLMN (рис. 114) представляло собой белое кольцо, в котором было видно пять солнц; нужно себе представить, что, поскольку зритель находился в *A*, кольцо висело в воздухе над ним, так что точка *B* соответствовала макушке его головы, а два солнца — *L* и *M* — были у него за плечами, когда он был обращен к трем остальным — *K*, *C* и *N*; два из них — *K* и *N* — были окрашены по краям и не были ни столь круглыми, ни столь яркими, как солнце, находившееся в C, следовательно, они были образованы преломленными лучами, тогда как два другие, L и M, были достаточно круглые, менее яркие и совершенно белые, без примеси каких-либо других цветов по краям; они были вызваны отраженными лучами. Многое могло служить препятствием появлению еще шестого солнца в V (рис. 115); наиболее правдоподобная причина заключается в том, что вследствие высоты облака глаз был так близок к V, что все лучи, достигающие льда, отражались далее точки A, и хотя точка B изображена здесь дальше от солнц L и M, чем от центра облака, но это не препятствует соблюдению правила, указанного мною выше относительно места, где они должны появиться. Наблюдатель, находясь ближе к дуге LVM, чем к другим частям кольца, должен был по сравнению с ней считать ее большей, чем она была на самом деле; кроме того, эти облака никогда не бывают совершенно круглыми, хотя и представляются глазу таковыми.

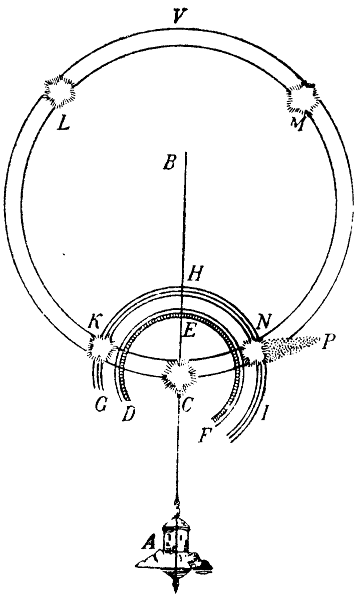


Рис. 115.

Отметим еще два примечательных обстоятельства. Первое то, что солнце N, находившееся на западе и имевшее изменчивую и неопределенную форму, отбрасывало от себя как бы большой огненный хвост NOP, представляющийся то длиннее, то короче. Это можно объяснить только тем, что изображенное в N солнце было искажено и неправильно, подобно тому, как это можно видеть, когда солнце отражается в слегка волнующейся воде или когда на него смотрят через оконное стекло с неровными поверхностями. Вероятно, лед в этом месте имел неровную поверхность, поскольку уже начал таять. Это подтверждается и тем, что белое кольцо между M и N (рис. 116) было как бы разорвано и отсутствовало, а солнце N исчезло ранее солнца K, которое, казалось, становилось ярче, тогда как другое постепенно расплывалось.

Второе, что должно быть отмечено, это следующее: вокруг солнца C было два венца, окрашенных в те же цвета, что и радуга; внутренний венец DEF был гораздо ярче и светлее, чем внешний GHI, так что я нимало не сомневаюсь, что они были вызваны преломлением, подобно тому, как сказано мною ранее, но не в том непрерывном слое льда, где были видны солнца K и N, а в другом, разделенном на множество мелких частиц, находившемся над ним и под ним. Вполне правдоподобно, что та же причина, которая могла образовать целое ледяное кольцо из нескольких внешних частей облака, расположила и другие соседние так, что они вызвали эти венцы. Так что если эти венцы и не наблюдались всегда с появлением нескольких солнц, то это потому, что облако не всегда простирается по ту сторону окружающего его ледяного круга, или оно так непрозрачно и темно, что сквозь него нельзя видеть венцы. Эти венцы наблюдаются всегда вокруг истинного солнца и у них нет никакой связи с теми солнцами, которые являются лишь кажущимися; дей-

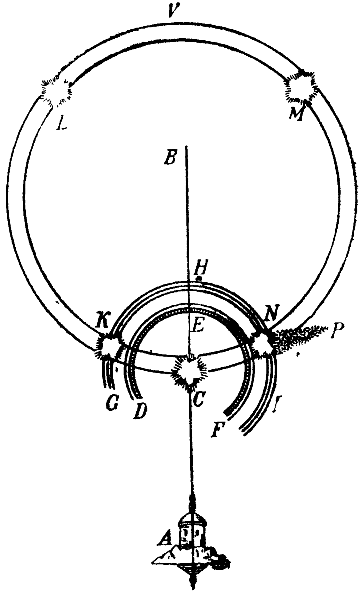


Рис. 116.

ствительно, хотя два солнца K и N встречаются здесь на пересечении внешнего венца и белого круга, но это дело чисто случайное, и я уверен, что явление не наблюдалось в местах, находившихся в некотором расстоянии от Рима, где оно было наблюдено.

Я не вывожу отсюда заключения, что центр венцов всегда лежит на прямой, проходящей из глаза к солнцу, с той же точностью, как центр радуги; ибо здесь разница в том, что водяные капли, будучи шарообразными, дают всегда одно и то же преломление, где бы они ни находились; тогда как ледяные частицы, будучи плоскими, дают тем большее преломление, чем под бо́льшим углом на них смотрят. Поскольку эти частицы образуются от вращения ветра вдоль окружности облака, они должны быть расположены здесь в ином направлении, чем когда они образуются над облаком или под ним, поэтому и может случиться, что наблюдаются два венца — один внутри другого, почти одинаковые по величине; центры этих венцов не вполне совпадают.

Далее, может случиться, что кроме ветров, окружающих это облако, дуют еще и иные, над ним или под ним; они впоследствии образуют там ледяные поверхности и таким образом являются причиной других разновидностей этого явления. Это может быть вызвано соседними облаками или дождем, если он там идет, так как лучи, отражаясь ото льда в одном из этих облаков по направлению к дождевым каплям, дадут в них части радуги, расположенные весьма различными способами; зрители, находящиеся не точно под таким облаком, а в стороне, между несколькими облаками, смогут увидеть другие кольца и другие солнца. Но мне кажется, что нет надобности вас этим дольше занимать; я надеюсь, что те, кто понял все сказанное в этом сочинении, не будут усматривать ничего непонятного в этих облаках: они будут в состоянии все понять и ничему не удивляться.

ГЕОМЕТРИЯ

ПРЕДУВЕДОМЛЕНИЕ

До сих пор я старался быть понятным для всех [1]. Однако я опасаюсь, что этот трактат сможет быть прочитан лишь теми, кому уже известно содержание книг по геометрии, ибо, поскольку в последних содержится ряд вполне доказанных истин, я счел излишним их повторять, хотя и пользовался ими.

Книга I

О ЗАДАЧАХ, КОТОРЫЕ МОЖНО ПОСТРОИТЬ, ПОЛЬЗУЯСЬ ТОЛЬКО КРУГАМИ И ПРЯМЫМИ ЛИНИЯМИ [2]

Все задачи геометрии можно легко привести к таким терминам, что для их построения нужно будет затем знать лишь длину некоторых прямых линий [3].

Как исчисление арифметики относится к построениям геометрии

Подобно тому как вся арифметика заключается только в четырех или пяти действиях, именно в сложении, вычитании, умножении, делении и извлечении корней, которое можно считать некоторого рода делением [4], подобно этому в геометрии, чтобы подготовить искомые линии к определению, нужно только прибавить к этим линиям или отнять от них другие; или же нужно, имея линию, которую я, дабы удобнее установить более тесную связь с числами, назову единицей и которая обыкновенно может быть выбрана произвольно, и имея еще две другие линии, — найти четвертую линию, так относящуюся к одной из этих двух, как другая к единице, а это то же самое, что умножение; или же найти четвертую линию, так относящуюся к одной из этих двух, как единица к другой, а это то же самое, что деление; или, наконец, найти одну или же две, или несколько средних пропорциональных между единицей и какой-либо другой линией, а это то же самое, что извлечь квадратный или же кубический и т. д. корень. С целью быть более понятным, я без опасений введу эти арифметические термины в геометрию.

Умножение

Пусть, например, AB (рис. 117) является единицей, и требуется умножить BD на BC; для этого я должен только

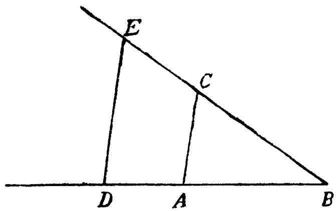


Рис. 117.

соединить точки A и C, затем провести DE параллельно CA, и BE будет результатом этого умножения.

Деление

Или же, если BE нужно разделить на BD, то, соединив точки E и D, я провожу AC параллельно DE, и BC будет результатом этого деления.

Извлечение квадратного корня

Или, если нужно извлечь квадратный корень из GH (рис. 118), то я прибавляю к GH, по продолжению, прямую FG, являющуюся единицей, и, разделив FH в точке K на две равные части, описываю из центра K окружность FIH [5]; если затем

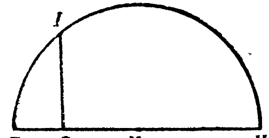


Рис. 118.

провести от точки G до точки I прямую, перпендикулярную к FH, то GI будет искомым корнем. Я здесь ничего не говорю ни о кубическом, ни о других корнях, так как мне будет удобнее рассмотреть их дальше.

Как можно употреблять буквенные обозначения [les chiffres] в геометрии

Но часто нет нужды проводить эти линии на бумаге, а достаточно их обозначить какими-нибудь буквами, каждую линию одной буквой [6]. Так, чтобы прибавить линию BD к GH, я называю одну из них a, а другую b и пишу $a+b$; и я пишу $a-b$ при вычитании b из a; и ab при их перемножении; и $\frac{a}{b}$ при делении a на b; и aa или a^2 при умножении a на самоё себя; и a^3 при умножении ее еще раз на a, и так до бесконечности; и $\sqrt{a^2+b^2}$ при извлечении квадратного корня из a^2+b^2; и $\sqrt{C \cdot a^3-b^3+abb}$ при извлечении кубического корня из a^3-b^3+abb, и т. д. [7].

При этом следует заметить, что под a^2 или b^3, или тому подобным я обыкновенно понимаю лишь сами простые линии, хотя, чтобы пользоваться наименованиями, употребительными в алгебре, я их называю квадратами или кубами, и т. д.

Следует также заметить, что если единица в рассматриваемом вопросе не определена, то все части одной и той же линии должны всегда [8] выражаться одним и тем же числом измерений [9]; так, например, здесь a^3 имеет столько же измерений, как и abb или b^3, из которых я составил линию, названную мною $\sqrt{C \cdot a^3-b^3+abb}$; но если единица определена, то дело обстоит иначе, ибо тогда повсюду, где имеется слишком много или слишком мало измерений, можно подразумевать единицу; так, если нужно извлечь кубический корень из $aabb-b$, то следует представлять себе, что величина [10] $aabb$ поделена один раз на единицу, а величина b два раза умножена на нее.

Между прочим, чтобы легче было вспомнить названия этих линий, всегда следует по мере их установления или же изменения составлять их отдельный список, записывая, например, так:

$AB = 1$, т. е. AB равно 1,

$GH = a$,

$BD = b$, и т. д. [11].

Как следует получать уравнения, служащие для решения задач

Итак, желая решить какую-нибудь задачу, следует сперва ее рассматривать как уже решенную и дать названия всем линиям, которые представляются необходимыми для ее построения, притом неизвестным так же, как и известным. Затем, не проводя никакого различия между этими известными и неизвестными линиями, нужно обозреть трудность, следуя тому порядку, который показывает наиболее естественным образом, как они взаимно зависят друг от друга, до тех пор, пока не будет найдено средство выразить одну и ту же величину двояким образом: это то, что называется уравнением, ибо члены, полученные одним из этих двух способов, равны членам, полученным другим. И следует найти столько подобных уравнений, сколько было предположено неизвестных линий. Или же, если не удастся найти их столько и если, тем не менее, ничто не опущено из требуемого в вопросе, то это свидетельствует о том, что вопрос не вполне определен; в этом случае для всех неизвестных линий, которым не соответствуют никакие уравнения, можно взять произвольные известные линии. Если после этого их останется еще несколько, то чтобы выразить каждую из этих неизвестных линий, нужно по порядку воспользоваться каждым из оставшихся уравнений, либо рассматривать его отдельно, либо же сравнивать его с другими, и поступать так, приводя[12] их до тех пор, пока не останется только одна из них, которая равна какой-нибудь другой известной или же у которой квадрат или куб, или квадрат квадрата, или сверхтело, или квадрат куба и так далее не окажется равным тому, что получится при сложении или вычитании двух или нескольких других величин, из которых одна является известной, а другие состоят из каких-либо средних пропорциональных между единицей и этим квадратом или кубом, или квадратом квадрата и т. д., умноженных на другие известные величины[13]. Я это записываю так:

$$z = b$$

или

$$z^2 = -az + bb,$$

или

$$z^3 = +az^2 + bbz - c^3,$$

или

$$z^4 = az^3 - c^3 z + d^4,$$

и т. д.[14], т. е. z, которую я считаю неизвестной величиной, равна b; или же квадрат z равен квадрату b минус величина a, умноженная на z; или же куб z равен величине a, умноженной на квадрат z плюс квадрат b, умноженный на z минус куб c; и так далее.

Если задача может быть построена при помощи кругов и прямых линий или же конических сечений, или даже с помощью какой-нибудь другой линии, не более, чем на одну или две степени[15] более сложной, то все неизвестные величины всегда могут быть таким путем сведены только к одной. Я, однако, не стану задерживаться и излагать это подробнее, ибо тогда я лишил бы вас удовольствия разобрать это самостоятельно, а также пользы, которую приобрел бы при этом упражнении ваш ум и которая, на мой взгляд, составляет основную выгоду, извлекаемую из этой науки. Кроме того, я не нахожу в этом вопросе таких затруднений, которых бы не мог преодолеть тот, кто хоть несколько сведущ в обычной геометрии и алгебре и кто внимательно познакомится со всем тем, что есть в этом сочинении.

Поэтому я ограничусь здесь предупреждением, что если только, приводя эти уравнения, вы не упустите случая воспользоваться всеми делениями, которые окажется возможным выполнить [16], то неизбежно получите наиболее простые выражения, к которым может быть приведен вопрос.

Каковы плоские задачи [17]

Если вопрос может быть решен средствами обыкновенной геометрии, т. е. при употреблении только прямых линий и окружностей, начерченных на плоской поверхности, то, когда будет вполне приведено последнее уравнение, в нем будет содержаться самое большее один неизвестный квадрат, приравненный к результату сложения или вычитания его корня, умноженного на какую-нибудь известную величину, и какой-нибудь другой, также известной величины.

Как они решаются

Тогда этот корень или неизвестную линию найти легко. Так, например, если я имею

$$z^2 = az + bb,$$

то я строю прямоугольный треугольник NLM (рис. 119), одна сторона которого LM равна b, квадратному корню из известной величины bb, а другая LN равна $\frac{1}{2}a$, половине другой известной величины, которая умножалась на z — линию, принятую мной за неизвестную. Если затем продолжить MN, основание [18] этого треугольника, до O так, чтобы NO было равно NL, то вся линия OM и будет искомой линией z. Выражается эта линия так:

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}\ [19].$$

Если же я имею

$$yy = -ay + bb$$

и искомой величиной является y, то я строю тот же прямоугольный треугольник NLM и от его основания MN отнимаю

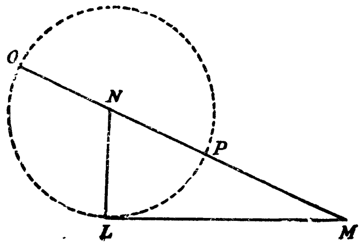


Рис. 119.

NP, равную NL; остаток PM и будет искомым корнем y. Таким образом, я имею

$$y = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}.$$

И точно так же, если бы я имел

$$x^4 = -ax^2 + b^2,$$

то PM было бы x^2, и я получил бы

$$x = \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}},$$

и так далее.

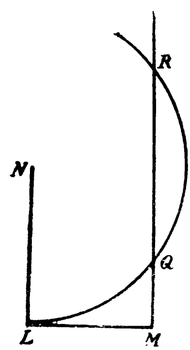


Рис. 120.

Наконец, если я имею

$$z^2 = az - bb,$$

то я полагаю, как и раньше, NL (рис. 120) равной $\frac{1}{2}a$ и LM равной b; а затем, вместо того чтобы соединять точки M и N, я провожу MQR параллельно LN и из центра N описываю окружность, проходящую через L и пересекающую MQR

в точках Q и R. Искомой линией z будет MQ или же MR, так как в этом случае она выражается двояким образом, а именно

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$$

и

$$z = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}.$$

Если же окружность, имеющая центр в точке N и проходящая через точку L, не пересекает и не касается прямой MQR, то уравнение не имеет ни одного корня, так что можно утверждать, что построение предложенной задачи невозможно [20].

Впрочем, те же корни можно найти бесчисленным множеством других способов, и я хотел привести эти способы лишь ради их крайней простоты и с целью показать, что все задачи обыкновенной геометрии можно построить, не прибегая ни к чему сверх того немногого, что содержится в разъясненных мной четырех фигурах. Я полагаю, что древние не заметили этого, ибо в противном случае они не написали бы столько толстых книг, в которых уже одна только последовательность предложений показывает нам, что они не обладали истинным методом, который позволил бы найти их все, а лишь собрали им встретившиеся.

Пример из Паппа

Только что сказанное ясно видно и из того, что пишет в начале своей седьмой книги Папп [21]. Остановившись сперва несколько на перечислении всего того, что было написано по геометрии его предшественниками, Папп переходит под конец к одному вопросу, который, по его словам, не могли полностью решить ни Эвклид [22], ни Аполлоний [23], ни кто-либо другой. Вот его собственные слова.[1]

---

[1] Я привожу латинский перевод, а не греческий текст, чтобы каждый мог легче его понять.

„Quem autem dicit (Apollonius) in tertio libro locum ad tres et quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius; sed neque paululum quid addere iis quae Euclides scripsit, per ea tantum conica quae usque ad Euclidis tempora praemonstrata sunt, etc.“.

„Однако вопрос о геометрическом месте к трем или четырем линиям, который, по словам Аполлония в его III книге [24], не был разрешен с достаточной полнотой Эвклидом, не смог быть разрешен до конца ни им самим, ни кем-либо другим. Не было даже ничего добавлено к тому, что написал об этом Эвклид,— по крайней мере, если говорить лишь об уже исследованных во времена Эвклида конических сечениях, и т. д.“.

И несколько дальше он поясняет, в чем состоит этот вопрос:

„At locus ad tres et quatuor lineas, in quo (Apollonius) magnifice se jactat, et ostentat, nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est hujusmodi. Si positione datis tribus rectis lineis ab uno et eodem puncto, ad tres lineas in datis angulis rectae lineae ducantur, et data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquae: punctum contingit datum solidum locum,

„Вот каково то место к трем или четырем линиям, по поводу которого Аполлоний расточает себе великие похвалы, не обнаруживая никакой благодарности к своему предшественнику. Если даны по положению три прямые, и из одной и той же точки проведены под данным углом к этим трем прямым другие три прямые и если дано отношение прямоугольника, за-hoc est unam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quatuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineae ducantur; et rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data sit: similiter punctum datam coni sectionem positione continget. Siquidem igitur ad duas tantum, locus planus ostensus est. Quod si ad plures quam quatuor, punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat: earum unam, neque primam, et quae manifestissima videtur, composuerunt ostendentes utilem esse. Propositiones autem ipsarum hae sunt:

ключенного двумя из проведенных прямых к квадрату третьей, то точка будет находиться на данном по положению телесном месте [25], т. е. на одном из трех конических сечений. Далее, если провести к четырем данным по положению прямым под данными углами четыре других прямых и если дано отношение прямоугольника на двух проведенных прямых к прямоугольнику на двух других, то точка также будет находиться на данном по положению коническом сечении. С другой стороны, если прямых будет только две, то установлено, что место будет плоским. В случае же, когда прямых больше четырех, точка будет находиться на месте, принадлежащем к числу до сих пор не известных, которые называют просто линиями и о природе или свойствах которых ничего не известно. Одну из этих линий, не первую, но которая представлялась наиболее очевидной, они построили и показали, что она приносит пользу [26]. Вот предложения, относящиеся к этим местам:

„Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectae lineae in datis angulis, et data sit proportio solidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, et data quapiam linea, punctum positione datam lineam continget. Si autem ad sex, et data sit proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis continetur; rursus punctum continget positione datam lineam. Quod si ad plures quam sex, non adhuc habent dicere, an data sit proportio cujuspiam contenti quatuor lineis ad id quod reliquis continetur, quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus".

„Если к пяти данным по положению прямым из какой-нибудь точки провести под данными углами другие прямые и если дано отношение прямоугольного параллелепипеда, заключенного тремя проведенными прямыми, к прямоугольному параллелепипеду, заключенному двумя другими и какой-либо данной, то точка будет находиться на данной по положению линии. Если данных прямых будет шесть и если будет дано отношение тела, заключенного тремя проведенными прямыми, к телу, заключенному тремя другими, то точка также будет находиться на данной по положению линии. Если же прямых больше шести, то уже нельзя говорить о данном отношении чего-либо, заключенного четырьмя прямыми, к тому, что заключено другими, потому что не существует ничего, что содержало бы больше, чем три измерения".

Прошу вас попутно заметить, что боязнь древних употреблять в геометрии арифметические термины, которая могла быть вызвана лишь тем, что они не понимали достаточно ясно связи между этими науками, породила много неясностей и неудобств в их способе изъясняться. Так, Папп продолжает следующим образом:

„Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt; neque unum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur. Licebit autem per conjunctas proportiones haec, et dicere, et demonstrare universe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectae lineae in datis angulis, et data sit proportio conjuncta ex ea, quam habet una ductarum ad unam, et altera ad alteram, et alia ad aliam, et reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, et reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. Et similiter, quotcumque sint impares vel pares multitudine, cum haec, ut dixi, loco ad quatuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita ut linea nota sit, etc.".

„Однако незадолго до нас стали позволять себе выражаться подобным образом, не указывая, впрочем, при этом на что-либо сколько-нибудь вразумительное [27]. Но эти предложения можно и высказать и доказать общим образом посредством сложных отношений [28] следующим путем. Если к данным по положению прямым провести из какой-нибудь точки под данными углами другие и если дано отношение, составленное из отношения одной проведенной прямой к другой, отношения другой пары проведенных прямых, отношения третьей пары и, наконец, отношения последней проведенной прямой к данной прямой — если прямых всего семь — или же отношения двух последних прямых — если их восемь, — то точка будет находиться на данных по положению линиях. То же самое можно сказать при любом четном или нечетном числе прямых. Но, как я говорил, ни одно из мест, следующих за местом к четырем прямым, еще не было установлено так, чтобы линия стала известной, и т. д.".

Таким образом, вопрос, начало решению которого положил Эвклид, продолжение дал Аполлоний, но который не был решен до конца никем, заключался в следующем. Если имеются три, четыре или большее количество данных по положению прямых, то, во-первых, требуется найти такую точку, из которой можно провести к каждой из этих прямых по одной прямой, образующей с нею заданный угол, так, чтобы прямоугольник, построенный на двух проведенных из одной точки прямых, имел бы данное отношение к квадрату третьей, если прямых лишь три, а если их четыре, то он имел бы данное отношение к прямоугольнику на двух других; или же, если прямых пять, параллелепипед, составленный из трех прямых, имел бы данное отношение к параллелепипеду, составленному из двух других прямых и некоторой данной линии; или же, если их шесть, параллелепипед, составленный из трех прямых, имел бы данное отношение к параллелепипеду из трех других; или же, если их семь, то чтобы произведение четырех из них друг на друга[29] имело бы данное отношение к произведению трех других и еще некоторой данной линии; или же, если их восемь, то чтобы произведение четырех имело бы данное отношение к произведению четырех других. Таким образом, задача может быть распространена и на любое иное число линий. Затем, так как поставленным здесь условиям всегда может удовлетворять бесчисленное количество различных точек, требуется еще узнать и провести линию, на которой все они должны находиться. И Папп говорит, что если даны только три или четыре прямые, то такой линией является одно из трех конических сечений; но он не пытается ни определить, ни описать ее, ни также выяснить, каковы те линии, на которы должны находиться все эти точки, когда вопрос предложен в большем числе линий. Он только добавляет, что древние придумали одну такую линию, полезность которой при этом они показали, но ту, которая казалась наиболее очевидной и все же не была первой. Это дало мне повод испытать, нельзя ли посредством метода, которым я пользуюсь, пойти столь же далеко, как и древние [30].

Ответ на вопрос Паппа

В первую очередь я выяснил, что если вопрос предложен только в трех, четырех или пяти линиях, то искомые точки всегда можно найти при помощи простой геометрии, т. е. пользуясь только линейкой и циркулем и не делая ничего, кроме того, о чем уже говорилось; исключением является лишь случай с пятью данными линиями, когда все они параллельны. В этом случае, а также если вопрос предложен в шести или семи, или восьми, или девяти линиях, искомые точки всегда можно найти при помощи геометрии тел, т. е. посредством какого-нибудь из трех конических сечений; исключением является лишь случай с девятью данными линиями, когда все они параллельны. В этом случае, а также в случае четырнадцати, пятнадцати, шестнадцати и семнадцати линий нужно применить кривую, еще одной степенью [degré] более сложную, чем предыдущая, и т. д. до бесконечности.

Затем я установил также, что если имеются лишь три или четыре данные линии, то все искомые точки находятся иногда не только на каком-либо коническом сечении, но и на окружности круга или же прямой. Далее, если данных линий пять или шесть, или семь, или восемь, то все эти точки находятся на какой-либо из линий, одной степенью более сложной, чем конические сечения, и невозможно вообразить себе среди них такую, которая не могла бы принести пользу в этом вопросе; но опять-таки эти точки могут находиться и на коническом сечении или на окружности или на прямой. Если же прямых девять, десять, одиннадцать или двенадцать, то эти точки находятся на линии, которая может быть лишь одной степенью более сложной, чем предыдущие; и все эти, одним порядком более сложные линии могут при этом пригодиться [31], и т. д. до бесконечности.

Наконец, первая и наиболее простая из всех после конических сечений линия — это линия, которая может быть описана пересечением параболы и прямой по способу, кото-

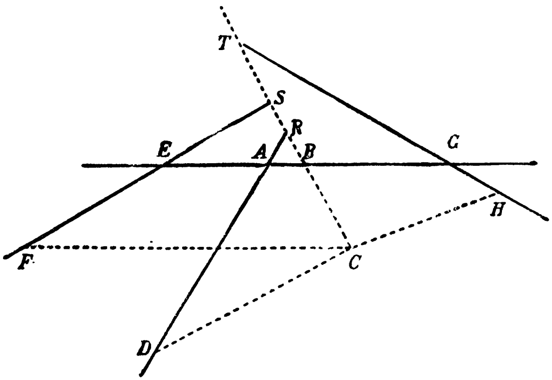


Рис. 121.

рый скоро будет разъяснен. Таким образом, я полагаю, что полностью удовлетворил тому, чего, по словам Паппа, искали здесь древние; и я попытаюсь изложить доказательство в немногих словах, ибо мне уже наскучило так много об этом писать.

Допустим, что AB, AD, EF, GH (рис. 121) и т. д. суть несколько данных по положению линий; требуется найти некоторую точку, например C, такую, что если провести от нее к данным прямым другие прямые, например CB, CD, CF и CH, образующие с ними данные углы CBA, CDA, CFE, CHG и т. д., то произведение одной части этих линий будет равно произведению других, или же они будут находиться между собой в каком-нибудь другом данном отношении,— это отнюдь не затрудняет вопроса [32].

Как нужно в этом примере установить члены, чтобы притти к уравнению

В первую очередь я предполагаю, что дело уже сделано, и чтобы избежать смешения всех этих линий, принимаю одну из данных и одну из искомых линий, например AB и CB (рис. 122), за главные, к которым я постараюсь также отнести все остальные. Обозначим отрезок линии AB, находящийся между точками A и B, через x, а BC через y. Затем продолжим все данные линии до пересечения с этими двумя, также продолженными, если это нужно и если они к ним не параллельны. Пусть, как вы здесь видите, они пересекают линию AB в точках A, E, G и BC в точках R, S, T. Далее, так как все углы треугольника ARB даны, то дано также отношение между сторонами AB и BR, которое я полагаю равным отношению z к b. Так как AB есть x, то RB будет $\frac{bx}{z}$ и вся CR будет $y + \frac{bx}{z}$, ибо точка B находится между C и R; если же R находилась бы между C и B, то CR была бы $y - \frac{bx}{z}$, и если бы C находилась между B и R, то CR была бы $-y + \frac{bx}{z}$. Три угла треугольника DRC также даны, а значит, дано и отношение между сторонами CR и CD, которое я полагаю равным отношению z к c; и так как CR есть $y + \frac{bx}{z}$, то CD будет $\frac{cy}{z} + \frac{bcx}{zz}$. Далее, так как линии AB, AD и EF даны по положению, то дано также и расстояние между точками A и E. Если назвать это расстояние k, то EB будет равно $k + x$, но она была бы $k - x$, если бы точка B находилась между E и A, и $-k + x$, если бы точка E лежала между A и B. Затем, так как даны все углы треугольника ESB, то дано также отношение BE к BS, которое я полагаю равным отношению z к d; так что BS есть $\frac{dk + dx}{z}$, и вся линия CS будет $\frac{zy + dk + dx}{z}$; но она была бы

$\frac{zy - dk - dx}{z}$, если бы точка S лежала между B и C и она была бы $\frac{-zy + dk + dx}{z}$, если бы C лежала между B и S. Кроме того, даны три угла треугольника FSC и, следовательно, отношение CS к CF, которое положим равным отношению z к e; тогда вся линия CF будет $\frac{ezy + dek + dex}{zz}$. Точно так же дана AG, которую я называю l; значит, BG будет $l - x$. Затем из треугольника BGT известно отношение BG

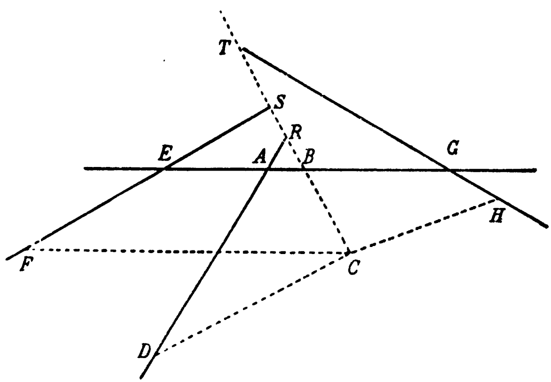


Рис. 122.

к BT, которое положим равным отношению z к f; значит BT будет $\frac{fl - fx}{z}$ и $CT = \frac{zy + fl - fx}{z}$. Затем, опять-таки благодаря треугольнику TCH, дано отношение TC к CH; положив его равным отношению z к g, мы получим, что

$$CH = \frac{+gzy + fgl - fgx}{zz}.$$

Итак, вы видите, что каково бы ни было число данных по положению линий, каждая из линий, проведенных выше под данными углами из точки C, согласно условиям вопроса всегда может быть выражена при помощи трех членов. Один из них представляет собой неизвестную величину y, умноженную или деленную на какую-нибудь другую известную величину; другой — неизвестную величину x, также умноженную или деленную на какую-нибудь другую известную величину, а третий — вполне известную величину. Исключение встретится только тогда, когда прямые параллельны либо линии AB, причем исчезает член, содержащий величину x, либо же линии CB, причем исчезает член, содержащий величину y. Это обстоятельство слишком очевидно для того, чтобы стоило задерживаться на его объяснении. Что касается знаков $+$ и $-$, присоединяющихся к этим членам, то они могут варьировать всеми мыслимыми способами.

Далее вы видите также, что если перемножить некоторые из этих линий друг с другом, то встречающиеся в произведении величины x и y могут каждая обладать лишь таким числом измерений, сколько перемножалось линий, для выражения которых они служат. Таким образом, в произведении только двух линий они никогда не имеют больше двух измерений, в произведении трех линий — больше трех, и так далее, до бесконечности.

Как находят, что задача плоская, если она предложена не более чем в пяти линиях

Далее, так как для определения точки C требуется выполнение лишь одного условия, а именно того, что произведение некоторого числа этих линий должно быть равно или же (что отнюдь не сложнее) должно находиться в данном отношении к произведению других, то одну из неизвестных величин x или y можно выбрать произвольно, а другую найти из этого уравнения. При этом видно, что если вопрос предложен не более чем в пяти линиях, то величина x, которая не служит для выражения первой линии, всегда может иметь в уравнении не более чем два измерения. Так что если взять для y какую-нибудь известную величину, то останется только

$$xx = + \text{ или } -ax + \text{ или } -bb;$$

и, значит, величину x можно будет найти описанным выше образом при помощи циркуля и линейки. Придавая линии y последовательно бесконечное количество различных значений, мы найдем также бесконечное количество значений x и, таким образом, получим бесконечное количество различных точек, вроде той, которая обозначена C: они опишут требуемую кривую линию.

Если вопрос предложен в шести или большем числе линий и если между данными имеются линии, параллельные BA или BC, то также может оказаться, что одна из двух величин x или y имеет в уравнении лишь два [33] измерения, и, значит, точку C можно найти при помощи линейки и циркуля. Но, наоборот, если все прямые параллельны, то даже когда вопрос предложен только в пяти линиях, найти таким образом точку C нельзя; вследствие того, что в этом случае величина x совсем не содержится в уравнении, уже нельзя вместо величины, названной y, взять известную величину, а нужно найти ее самоё. И поскольку она в этом случае будет иметь три измерения, то найти ее можно лишь, извлекши корень кубического уравнения, что, вообще говоря, невозможно выполнить, не прибегая к помощи по меньшей мере одного конического сечения. Далее, если дано до девяти линий, которые не все параллельны между собой, то всегда можно сделать так, чтобы уравнение восходило не выше квадрата квадрата. В этом случае его также всегда можно решить по способу, который я объясню в дальнейшем, при помощи конических сечений. Далее, если дано до тринадцати линий, то можно добиться того, чтобы уравнение восходило не выше квадрата куба, благодаря чему уравнение можно будет решать по способу, который я также изложу в дальнейшем, при помощи некоторой линии, лишь одной степенью более сложной, чем конические сечения. Вышеизложенное составляет первую часть того, что мне нужно здесь доказать. Прежде чем перейти ко второй части, я должен высказать некоторые общие соображения о природе кривых линий.

Книга II

О ПРИРОДЕ КРИВЫХ ЛИНИЙ

Какие кривые линии могут быть допущены в геометрии

Древние хорошо заметили, что среди задач геометрии одни являются плоскими, другие телесными и третьи линейными: это значит, что одни из них можно построить, проводя лишь прямые линии и круги, тогда как другие требуют применения по меньшей мере какого-нибудь конического сечения и, наконец, третьи — какой-нибудь другой, более сложной линии. Однако меня удивляет, что вместе с тем древние не различали разных порядков этих более сложных линий, и я не могу понять, почему они называли их механическими, а не геометрическими. Действительно, если считать, что это было вызвано необходимостью употреблять при их проведении какие-нибудь машины, то в силу тех же соображений пришлось бы исключить круги и прямые, так как и их начертить на бумаге можно лишь при помощи циркуля и линейки, которые тоже можно назвать машинами. Точно так же это различие не могло быть вызвано и тем, что необходимые для их проведения инструменты более сложны, чем линейка и циркуль, и не могут быть столь же точными: на этом основании следовало бы скорее исключить их уже из механики, стремящейся к точности выполняемых рукою работ, чем из геометрии, преследующей лишь точность рассуждений, которая может быть, несомненно, столь же совершенна в случае этих линий, как и в случае других. Я бы не сказал также, что это вызывалось желанием древних не увеличивать числа своих постулатов и что они удовлетворились признанием своего права соединить две данные точки прямой линией и описать из данного центра окружность, проходящую через данную точку; ведь не постеснялись же они при изучении конических сечений допустить еще, кроме того, что всякий данный конус можно пересечь данной плоскостью. Чтобы провести все кривые, которые я здесь намерен ввести, нужно только то предположение, что две или несколько линий можно перемещать друг вдоль друга и что их пересечения образуют другие линии; это предположение мне представляется ничуть не более трудным. Правда, древние не включали полностью в свою геометрию и конических сечений, и я не собираюсь изменять узаконенные обычаем названия; но мне кажется совершенно ясным, что если — как это и делают — почитать геометрическим то, что определенно [precis] и точно [exact], а механическим то, что не таково, и если рассматривать геометрию как науку, которая учит вообще познанию мер всех тел, то из нее так же мало следует исключать самые сложные, как и самые простые линии, если только можно представить себе, что эти линии описаны непрерывным движением или же несколькими такими последовательными движениями, из которых последующие вполне определяются им предшествующими, — ибо этим путем всегда можно точно узнать их меру. Возможно, что допустить линии, более сложные, чем конические сечения, древним геометрам помешало то обстоятельство, что из этих кривых они в первую очередь случайно познакомились со спиралью, [34] квадратрисой [35] и им подобными. Эти кривые действительно принадлежат только механике и не относятся к тем, которые должны, на мой взгляд, быть здесь допущены, так как их представляют себе описанными двумя отдельными движениями, между которыми не существует никакого отношения, которое можно было бы точно измерить. И хотя они потом изучали конхоиду [36], циссоиду [37] и еще некоторые другие кривые, относящиеся к геометрии, но они не приняли их во внимание в большей мере, чем предыдущие, быть может, потому, что недостаточно полно исследовали их свойства. Возможно также, заметив, что они еще недостаточно знают о конических сечениях и что осталось еще много неизвестного даже из того, что можно получить при помощи линейки и циркуля, они решили, что им не следует приступать к более трудному делу. Но так как я надеюсь, что впредь те, кто сумеет пользоваться предлагаемым здесь геометрическим исчислением, не найдут уже достаточным того, на чем можно было бы остановиться в области плоских и телесных задач, то считаю своевременным предложить им обратиться к другим изысканиям, которые всегда дадут им материал для упражнения [38].

Взгляните на линии AB, AD, AF (рис. 123) и им подобные, которые я предполагаю описанными при помощи инструмента

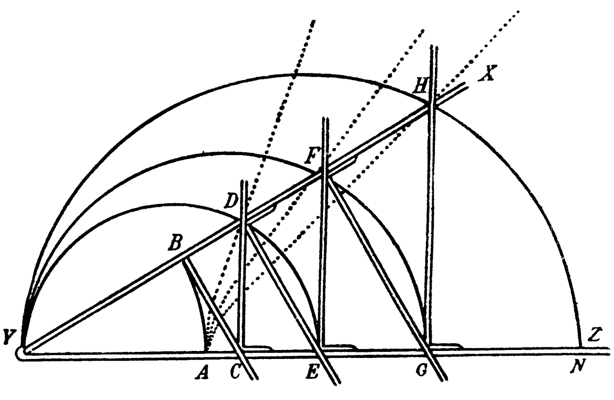


Рис. 123.

YZ [39], который составлен из нескольких линеек, соединенных таким образом, что, закрепив неподвижно на линии AN линейку, обозначенную YZ, можно растворять и складывать угол XYZ; при этом, когда угол сложен, точки B, C, D, F, G, H [40] — все собираются в точке A, но по мере того как угол растворяется, линейка BC, соединенная под прямым углом с XY в точке B, толкает по направлению к Z линейку CD, передвигающуюся вдоль YZ, образуя всегда с нею прямые углы; а CD толкает DE, передвигающуюся таким же образом вдоль YX и всегда параллельную BC; DE толкает EF; EF

толкает FG; последняя толкает GH, и можно вообразить себе бесчисленное количество других линеек, последовательно толкающих друг друга аналогичным образом, причем одни образуют всегда одинаковые углы с YX, а другие с YZ. По мере того как растворяется таким образом угол XYZ, точка B описывает линию AB, представляющую собою окружность, а точки D, F, H, в которых пересекаются другие линейки, описывают другие кривые линии — AD, AF, AH, из которых последние по порядку сложнее первой из них, а эта первая сложнее окружности. Но я не вижу ничего, что мешало бы составить столь же ясное и отчетливое понятие о способе описания первой кривой, как и о способе описания круга или, по крайней мере, конических сечений, а также ничего, что могло бы помешать понять вторую, третью и все остальные кривые, которые можно описать столь же хорошо, как и первую. Поэтому я не вижу, почему ими всеми нельзя было бы в равной мере пользоваться в геометрических рассуждениях [41].

Способ, при помощи которого можно распределить все кривые линии по определенным родам и узнать отношение, существующее между всеми их точками и точками прямых

Я мог бы привести здесь и другие способы проведения и представления кривых линий, возрастающих по степени сложности все более и более, до бесконечности. Но чтобы охватить совокупность всех встречающихся в природе кривых и распределить их по порядку по определенным родам, лучше всего указать на то обстоятельство, что все точки линий, которые можно назвать геометрическими, т. е. которые подходят под какую-либо точную и определенную меру, обязательно находятся в некотором отношении ко всем точкам прямой линии, которое может быть выражено некоторым уравнением, одним и тем же для всех точек данной линии.

И если уравнение будет восходить лишь до прямоугольника двух неопределенных величин или же до квадрата одной из них, то кривая будет первого и самого простого рода, к какому принадлежат только круг, парабола, гипербола и эллипс. Но если уравнение будет восходить до трех или четырех измерений обеих или одной из двух неопределенных величин — ибо здесь для обнаружения отношения одной точки к другой необходимы две такие величины, — то кривая будет второго рода. И если уравнение будет восходить до пяти или шести измерений, то она будет третьего рода, и так далее для других кривых, до бесконечности [42].

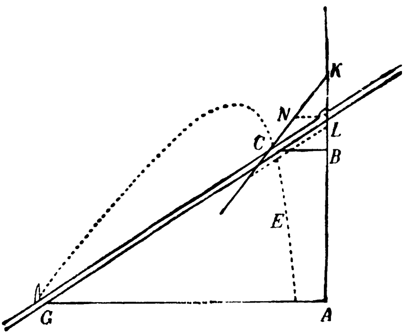


Рис. 124.

Например, я хочу узнать, какого рода линия EC (рис. 124), которую я представляю себе описанной пересечением линейки GL и прямолинейной плоской фигуры $CNKL$, сторона KN которой неопределенно продолжена по направлению к C и которая, передвигаясь по лежащей под ней плоскости вдоль прямой, т. е. так, что ее диаметр KL всегда оказывается приложенным к какому-либо участку линии BA, продолженной в обоих направлениях, заставляет вращаться эту линейку GL вокруг точки G, в силу того, что линейка соединена с фигурой таким образом, что постоянно проходит через точку L [43]. Я выбираю некоторую прямую, например AB, чтобы к различным ее точкам отнести все точки этой кривой EC, и выбираю на ней некоторую точку, допустим A, чтобы начать с нее вычисление. Я говорю, что выбираю и ту и другую, потому что их можно брать произвольным образом. Действительно, хотя и существует много способов сделать уравнение более коротким и удобным, но все же, какими бы прямую и точку ни взяли, всегда можно сделать так, чтобы линия оказалась того же самого рода; это легко доказать [44]. Выбрав затем на кривой произвольную точку, например C, к которой я предполагаю приложенным описывающий кривую инструмент, я провожу из точки C прямую CB, параллельную GA; и так как CB и BA суть две неопределенные и неизвестные величины, я называю одну из них y, а другую x. Но чтобы найти отношение одной из них к другой, я рассматриваю также известные величины, определяющие построение этой кривой, а именно GA, которую я называю a, KL, которую я называю b, и NL, параллельную GA, которую я называю c. Затем я говорю, что как NL относится к LK или c к b, так CB, или y, относится к BK, которая, следовательно, есть $\frac{b}{c}y$; а BL будет $\frac{b}{c}y - b$; и AL будет $x + \frac{b}{c}y - b$. Кроме того, как CB относятся к LB, или y к $\frac{b}{c}y - b$, так a, или GA, относится к LA, или $x + \frac{b}{c}y - b$. Таким образом, если перемножить вторую линию с третьей, то получится $\frac{ab}{c}y - ab$, что равно $xy + \frac{b}{c}yy - by$, получающемуся от перемножения первой линии с последней. Следовательно, искомое уравнение будет

$$yy = cy - \frac{c}{b}xy + ay - ac,$$

и из него видно, что линия EC — первого рода, и, действительно, она не что иное, как гипербола [45].

Если в описывающем кривую инструменте заменить прямую линию CNK этой гиперболой или какой-нибудь другой кривой первого рода, ограничивающей фигуру $CNKL$, то пересечение этой линии и линейки GL опишет вместо гиперболы EC другую кривую, которая будет второго рода. Так, если CNK будет кругом с центром L, то будет описана первая конхоида древних, а если это будет парабола с диаметром KB, то будет описана кривая, которая, как я говорил, является первой и простейшей в вопросе Паппа, когда имеется всего лишь пять данных по положению прямых. Но если вместо одной из этих кривых первого рода, ограничивающая фигуру $CNKL$ кривая будет второго рода, то при ее помощи будет описана кривая третьего рода, а если это будет кривая третьего рода, то будет описана кривая четвертого рода, и так далее до бесконечности, как это легко показать при помощи вычисления [46]. И если только кривая принадлежит к числу линий, называемых мною геометрическими, то каким бы другим способом ни вообразить себе ее описание, всегда можно будет найти уравнение, определяющее таким образом все ее точки.

Кроме того, кривые линии, для которых это уравнение восходит до квадрата квадрата, я отношу к тому же роду, что и линии, для которых оно восходит только до куба, а линии, уравнение которых восходит до квадрата куба,— к тому же роду, что и линии, для которых оно восходит только до сверхтела, и т. д. Причиной этого является то обстоятельство, что существует общее правило, позволяющее все затруднения, связанные с квадратом квадрата, приводить к кубу, а все затруднения, связанные с квадратом куба, к сверхтелу, так что эти первые не следует считать более сложными, чем последние.

Нужно, однако, заметить, что хотя линии каждого рода в большинстве своем одинаково сложны, так что они могут служить для определения одних и тех же точек и построения одних и тех же задач, но среди них все же имеются некоторые более простые линии, действие которых более ограничено. Так, например, к первому роду, помимо одинаково сложных эллипса, гиперболы и параболы, принадлежит и явно более простой круг. Среди кривых второго рода имеется обыкновенная конхоида, происходящая из круга, и еще некоторые другие кривые, которые хотя и не обладают такой силой, как большинство кривых их рода, но все же не могут быть отнесены к первому роду.

Продолжение выяснения вопроса Паппа, приведенного в предыдущей книге

Сведя таким образом все кривые линии к определенным родам, я теперь легко могу продолжить доказательство данного выше ответа на вопрос Паппа. Действительно, во-первых, я раньше показал, что в случае лишь трех или четырех данных прямых служащее для определения искомых точек уравнение восходит лишь до квадрата, а отсюда ясно, что кривая, на которой лежат эти точки, необходимо будет одной из кривых первого рода, ибо это самое уравнение выражает отношение всех точек линий первого рода к точкам прямой. И если дано не более восьми прямых, то уравнение восходит не выше квадрата квадрата, и, следовательно, искомая линия будет только второго или более низкого рода. И если дано не более двенадцати линий, то уравнение восходит лишь до квадрата куба, и, следовательно, искомая линия будет только третьего или более низкого рода и так далее. Затем, так как положение данных прямых может варьировать произвольным образом, вследствие чего в уравнении будут меняться всеми мыслимыми способами как известные величины, так и знаки $+$ и $-$, то ясно, что нет такой кривой первого рода, которая не была бы полезна для этого вопроса, когда он предложен для четырех прямых; ни такой кривой второго рода, которая не была бы полезна, когда он предложен для восьми; ни третьего рода, когда он предложен для двенадцати, и т. д. Поэтому нет такой кривой, которая подпала бы под исчисление и могла быть допущена в геометрию и которая не оказалась бы полезной для случая некоторого числа линий.

Решение этого вопроса, когда он предложен лишь в трех или четырех линиях

Однако здесь мне необходимо заняться особо определением и изложением способа отыскания искомой линии, служащей для любого из случаев, когда дано лишь три или четыре прямых. При этом заодно выяснится, что первый род кривых содержит только три конических сечения и круг.

Обратимся снова (рис. 125) к приведенным выше четырем линиям AB, AD, EF и GH, и пусть требуется найти другую линию, на которой находится бесчисленное количество точек, подобных точке C, такой, что если провести из нее к данным прямым под данными углами четыре линии CB, CD, CF и

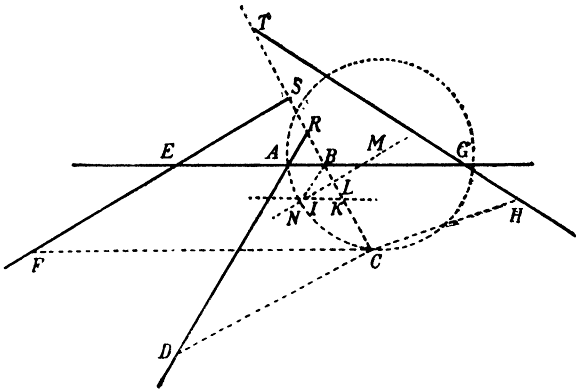


Рис. 125.

CH, то CB, умноженная на CF, даст выражение, равное CD, умноженной на CH, т. е. если положить

$$CB = y,\ CD = \frac{czy + bcx}{zz},\ CF = \frac{ezy + dek + dex}{zz} \text{ и}$$

$$CH = \frac{gzy + fgl - fgx}{zz},$$

то уравнение будет

$$yy = \frac{\left.\begin{matrix} -dekzz \\ +cfglz \end{matrix}\right\} y \quad \left.\begin{matrix} -dezzx \\ -cfgzx \\ +bcgzx \end{matrix}\right\} xy \quad \begin{matrix} +bcfglx \\ -bcfgxx \\ \end{matrix}}{ezzz - cgzz} \quad [47],$$

по крайней мере, если предположить, что ez больше cg, ибо если бы оно было меньше, то нужно было бы переменить все знаки + и —. Если бы величина y в этом уравнении оказалась нулем или меньше, чем ничто [48], при допущении, что точка C находится в углу DAG, то нужно было бы допустить еще, что точка C находится в углу DAE, или EAR, или RAG_1 и изменить в уравнении знаки + и —, как необходимо для этой цели. Если бы значение y оказалось нулем во всех этих четырех положениях, то в предложенном случае вопрос был бы невозможен. Мы здесь, однако, допустим, что он возможен. Вместо величины $\frac{cfglz - dekzz}{ez^3 - cgzz}$ будем для краткости писать $2m$, а вместо $\frac{dezz + cfgz - bcgz}{ez^3 - cgzz}$ будем писать $\frac{2n}{z}$ [49]. Тогда мы получим уравнение

$$yy = 2my - \frac{2n}{z}xy + \frac{bcfglx - bcfgxx}{ez^3 - cgzz},$$

корень которого есть

$$y = m - \frac{nx}{z} + \sqrt{mm - \frac{2mnx}{z} + \frac{nnxx}{zz} + \frac{bcfglx - bcfgxx}{ez^3 - cgzz}}.$$

Будем, опять ради краткости,

вместо $-\frac{2mn}{z} + \frac{bcfgl}{ez^3 - cgzz}$ писать o

и вместо $\frac{nn}{zz} - \frac{bcfg}{ez^3 - cgzz}$ писать [—] $\frac{p}{m}$ [50].

Ибо, так как все эти величины даны, мы вправе называть их как угодно. Таким образом мы получим

$$y = m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m}xx},$$

и это должно представлять собой длину линии BC при неопределенной AB или x. Очевидно, что если вопрос предложен только в трех или четырех линиях, то всегда можно получить такие члены, за исключением того, что некоторые из них могут отсутствовать и что знаки $+$ и $-$ могут варьировать по-разному.

Затем я провожу KI (рис. 126), равную и параллельную BA, так, чтобы она отсекла от BC часть BK, равную m, потому что у нас здесь имеется $+m$; я бы ее прибавил, проведя IK с другой стороны, если бы мы имели $-m$; и я совсем не проводил бы ее, если бы величина m была нулем. Затем я

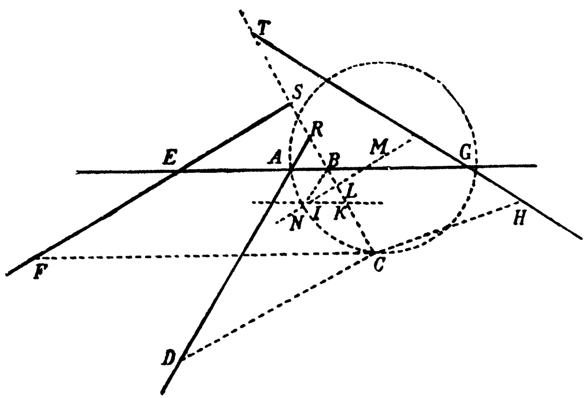


Рис. 126.

провожу еще IL так, чтобы линия IK относилась к KL, как z к n; и так как IK есть x, то KL будет $\frac{n}{z}x$. Тем самым я знаю также отношение KL к IL, которое полагаю равным отношению n к a; и так как KL есть $\frac{n}{z}x$, то IL будет $\frac{a}{z}x$. И я помещаю точку K между L и C, так как здесь у нас имеется $-\frac{n}{z}x$, но я поместил бы L между K и C, если бы имел $+\frac{n}{z}x$, и совсем не провел бы эту линию IL, если бы $\frac{n}{z}x$ было нулем.

Теперь в выражении для линии LC у меня остаются лишь следующие члены:

$$LC = \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m}xx} \quad [51];$$

отсюда я вижу, что если бы они отсутствовали, то точка C лежала бы на прямой IL; далее, если бы эти члены были таковы, что корень извлекался бы, т. е. если бы mm и $\frac{p}{m}xx$ отмечены были одним и тем же знаком $+$ [или $-$] [52] и oo было равно $4pm$, или же если бы члены mm и ox, или ox и $\frac{p}{m}xx$, были нулями, то точка C находилась бы на другой прямой, найти которую не труднее, чем IL [53]. Но если это не так, то точка C будет всегда лежать на одном из трех конических сечений или же на окружности; при этом один из диаметров лежит на линии IL, а линия LC является одной из ординат, сопряженных с этим диаметром, или же, наоборот, линия LC параллельна диаметру, относительно которого IL будет сопряженной ординатой [54]. Притом, если член $\frac{p}{m}xx$ отсутствует, то это коническое сечение представляет собой параболу; если он отмечен знаком $+$, то гиперболу, и, наконец, если он отмечен знаком $-$, то эллипс. Исключением будет лишь тот случай, когда величина aam равна pzz и угол ILC прямой, — тогда вместо эллипса получится круг. Если сечение окажется параболой, то ее прямая сторона [55] будет равна $\frac{oz}{a}$, а диаметр всегда будет лежать на линии IL. Чтобы найти точку N, являющуюся ее вершиной, нужно положить IN равным $\frac{amm}{oz}$ и поместить точку I между L и N, если члены будут $+mm+ox$, или же поместить точку L между I и N, если члены будут $+mm-ox$, или же N между I и L, если бы члены были $-mm+ox$; но $-mm$ никогда не может получиться при нашем способе подбора членов. И, наконец, точка N совпала бы с точкой I, если бы величина mm была нулем. Теперь легко отыскать эту параболу на основании первой задачи первой книги Аполлония [56].

Если искомая линия есть окружность или эллипс или же гипербола, то в первую очередь нужно найти точку M, которая является ее центром и которая всегда лежит на прямой IL. Ее можно найти на этой прямой, положив IM равным $\frac{aom}{2pz}$, так что если величина o равна нулю, то центр находится как раз в точке I (рис. 127). Далее, если искомая линия есть окруж-

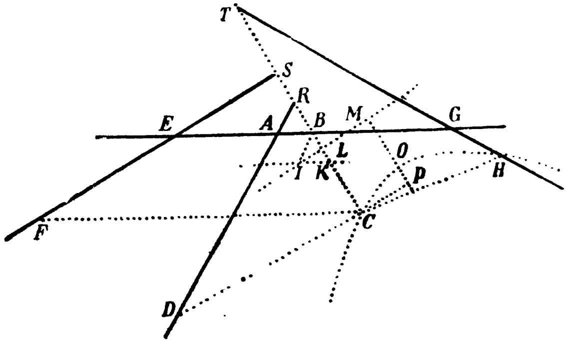


Рис. 127.

ность или эллипс и если мы будем иметь $+ox$, то точку M нужно брать с той стороны от точки I, с которой лежит точка L; если же мы будем иметь $-ox$, то ее нужно брать с другой стороны. Наоборот, в случае гиперболы, если мы будем иметь $-ox$, то центр M должен быть расположен со стороны точки L, а если $+ox$, то он должен быть расположен с другой стороны. Далее, прямая сторона фигуры должна быть $\sqrt{\frac{oozz}{aa}+\frac{4mpzz}{aa}}$, если мы имеем $+mm$ и искомая линия есть круг или эллипс, или же если мы имеем $-mm$ и искомая линия есть гипербола. И она должна быть $\sqrt{\frac{oozz}{aa}-\frac{4mpzz}{aa}}$, если в случае, когда искомая линия есть круг или эллипс мы имеем $-mm$, или же в случае, когда она есть гипербола и величина oo больше $4mp$, мы имеем $+mm$. Затем, если величина mm есть нуль, то прямая сторона есть $\frac{oz}{a}$, а если ox есть нуль, то она есть $\sqrt{\frac{4mpzz}{aa}}$. Для определения поперечной стороны [57] нужно найти линию, относящуюся к прямой стороне, как aam к pzz, так что если прямая сторона есть

$$\sqrt{\frac{oozz}{aa}+\frac{4mpzz}{aa}},$$

то поперечная сторона есть

$$\sqrt{\frac{aaoomm}{ppzz}+\frac{4aam^3}{pzz}}.$$

Во всех этих случаях диаметр сечения будет находиться на линии IM, а LC есть одна из сопряженных с ним ординат. И если положить MN равной половине поперечной стороны и взять ее с той же стороны от точки M, что и точка L, то точка N будет вершиной этого диаметра. В результате будет легко отыскать это сечение на основании второй и третьей задач первой книги Аполлония.

Но если сечение есть гипербола и вместе с тем мы имеем $+mm$, а величина oo есть нуль или меньше $4pm$, то из центра M нужно провести линию MOP, параллельную LC, и линию CP, параллельную LM, и положить MO равной $\sqrt{mm-\frac{oom}{4p}}$ или же, если величина ox есть нуль, равной m. Точку O нужно рассматривать как вершину этой гиперболы, диаметром которой будет OP, а CP сопряженной с ним ординатой; ее прямая сторона есть $\sqrt{\frac{4a^4m^4}{pp\,z^4}-\frac{a^4oom^3}{p^3z^4}}$, а поперечная сторона $\sqrt{4mm-\frac{oom}{p}}$, за исключением случая, когда ox есть нуль, ибо в этом случае прямая сторона есть

$\frac{2aamm}{pzz}$, а поперечная $2m$. Теперь ее легко отыскать на основании третьей задачи первой книги Аполлония [58].

Доказательство всего только что изложенного

Доказательства всего этого очевидны. Действительно, составив площадь по величинам, найденным для прямой и поперечной сторон и для отрезка диаметра NL или OP, согласно теоремам 11, 12 и 13 первой книги Аполлония [59], мы найдем все те самые члены, которые составляют квадрат линии CP или CL — сопряженной с этим диаметром ординатой. (рис. 127). Так, например, в данном случае (рис. 128), отняв IM,

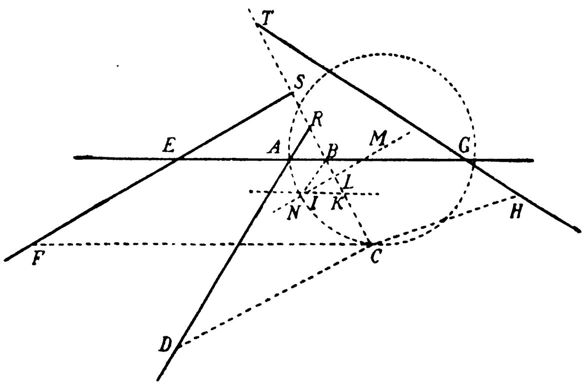


Рис. 128.

равную $\frac{aom}{2pz}$, от NM, равной $\frac{am}{2pz}\sqrt{oo+4mp}$, я получу IN; прибавив к последней IL, равную $\frac{a}{z}x$, я получу NL, равную

$$\frac{a}{z}x - \frac{aom}{2pz} + \frac{am}{2pz}\sqrt{oo+4mp};$$

если умножить это на $\frac{z}{a}\sqrt{oo+4mp}$, т. е. на прямую сторону фигуры, то в прямоугольнике получится

$$x\sqrt{oo+4mp}-\frac{om}{2p}\sqrt{oo+4mp}+\frac{moo}{2p}+2mm;$$

от этого нужно отнять площадь, относящуюся к квадрату NL, как прямая сторона к поперечной; квадрат же NL равен

$$\frac{aa}{zz}xx-\frac{aaom}{pzz}x+\frac{aam}{pzz}x\sqrt{oo+4mp}+\frac{aaoomm}{2ppzz}+$$
$$+\frac{aam^3}{pzz}-\frac{aaomm}{2ppzz}\sqrt{oo+4mp}.$$

Это выражение нужно еще разделить на aam и умножить на pzz, ибо эти члены выражают отношение между поперечной стороной и прямой стороной, и тогда получится

$$\frac{p}{m}xx-ox+x\sqrt{oo+4mp}+\frac{oom}{2p}-\frac{om}{2p}\sqrt{oo+4mp}+mm,$$

что и нужно отнять от предыдущего прямоугольника. В результате для квадрата CL мы найдем $mm+ox-\frac{p}{m}xx$, и, значит, CL будет ординатой, сопряженной в эллипсе или в круге с отрезком диаметра NL.

Если желательно выразить все данные величины в числах (рис. 128), то мы положим, например, что $EA=3$, $AG=5$, $AB=BR$, $BS=\frac{1}{2}BE$, $GB=BT$, $CD=\frac{3}{2}CR$, $CF=2CS$, $CH=\frac{2}{3}CT$, и что угол ABR имеет 60 радиусов и, наконец, что прямоугольник из двух линий CB и CF равен прямоугольнику из двух других CD и CH; ибо все эти вещи необходимы для полной определенности вопроса. Положив вместе с тем $AB=x$ и $CB=y$, мы вышеописанным способом найдем:

$$yy=2y-xy+5x-xx$$

и

$$y=1-\frac{1}{2}x+\sqrt{1+4x-\frac{3}{4}xx}.$$

Поэтому BK должно быть 1, а KL половиной KI, и так как угол IKL или ABR имеет 60 градусов, а KIL, являющийся половиной KIB или IKL, 30 градусов, то угол ILK будет прямой. И так как IK или AB названа x, то KL будет $\frac{1}{2}x$; IL есть $x\sqrt{\frac{3}{4}}$; величина, названная раньше z, будет 1; величина, названная a, будет $\sqrt{\frac{3}{4}}$; величина m будет 1, o будет 4 и величина p будет $\frac{3}{4}$. Следовательно, мы получим $\sqrt{\frac{16}{3}}$ для IM и $\sqrt{\frac{19}{3}}$ для NM; и так как aam, равная $\frac{3}{4}$, равна здесь pzz, а угол ILC прямой, то мы найдем, что кривая линия NC есть круг. Таким же образом легко исследовать все прочие случаи.

Каковы плоские и телесные места и способ их нахождения

Так как все уравнения, восходящие не выше квадрата, содержатся в только что изложенном, то тем самым здесь полностью решена не только поставленная древними задача о месте для трех и четырех линий, но и все, что относится к так называвшемуся древними синтезу [composition] телесных мест и, следовательно, также плоских мест, ибо они заключаются в телесных. Эти места получаются, когда требуется найти точку, для полного определения которой недостает одного условия, и когда, как в разобранном примере, в качестве искомой точки могут быть взяты все точки некоторой определенной линии. Если эта линия — прямая или окружность, то ее называют плоским местом; если же это парабола, гипербола или эллипс, то ее называют телесным местом. При этом всегда и при любых обстоятельствах можно притти к уравнению, содержащему две неизвестные величины и аналогичному какому-нибудь из только что мною решенных. Если линия, определяющая таким образом искомую точку, одним порядком сложнее, чем конические сечения, то ее можно по аналогии назвать сверхтелесным местом, и так далее. Если же для определения точки недостает двух условий, то место, на котором она находится, будет поверхностью; эта поверхность может быть плоской, или шаровой, или же более сложной [60].

Но высшей целью древних в этом вопросе было получить построение телесных мест, и очевидно, что все, что написал Аполлоний о конических сечениях, было написано с намерением найти эти построения.

Кроме того, теперь видно, что к принятому мною за первый род у кривых линий не могут принадлежать никакие линии, кроме круга, параболы, гиперболы и эллипса, — это и составляет все, что я собирался доказать.

Какова первая и простейшая из всех кривых, служащих для решения вопроса древних, когда он предложен для пяти линий

Если вопрос древних предложен в пяти параллельных линиях, то, очевидно, искомая точка будет всегда находиться на прямой. Но если он предложен в пяти линиях, из которых четыре параллельны, а пятая пересекает их под прямыми углами, равно как и все линии, проведенные из искомой точки, также пересекают их под прямыми углами, и, наконец, если параллелепипед, составленный из трех линий, проведенных к трем параллельным линиям, равен параллелепипеду, составленному из двух линий, проведенных одна — к четвертой параллельной, а другая — к прямой, пересекающей параллельные линии под прямыми углами, и из третьей данной линии, — случай, на мой взгляд, простейший, какой только можно вообразить, после предыдущего, — то искомая точка находится на кривой, описываемой при движении параболы по вышеизложенному способу.

Положим, например, что данными линиями [61] будут AB, IH, ED, GF и GA (рис. 129) и что требуется найти точку C, обладающую тем свойством, что если провести из нее под прямыми углами к данным линиям прямые CB, CF, CD, CH и CM, то параллелепипед из трех прямых CF, CD и CH будет равен параллелепипеду из двух других — CB и CM — и еще третьей, — допустим, AI. Я полагаю $CB=y$, $CM=x$, AI или AE, или $GE=a$, так что если точка C лежит между линиями AB и DE, то я получаю: $CF=2a-y$, $CD=a-y$ и $CH=y+a$. Перемножив эти три выражения, я получаю $y^3-2ayy-aay+2a^3$, что равно произведению трех других линий, т. е. axy. После этого я рассматриваю кривую CEG, которую представляю себе описанной пересечением параболы CKN, перемещаемой так, что ее диаметр KL постоянно находится на прямой AB, и линейки GL, вращающейся тем временем вокруг точки G так, что она постоянно проходит в плоскости этой параболы через точку L. Я полагаю $KL=a$, а главную прямую сторону, т. е. ту, которая отнесена к оси этой параболы,

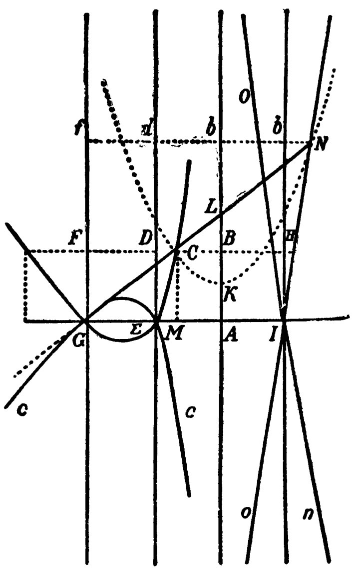


Рис. 129.

также равной a, $GA=2a$, CB или $MA=y$, CM или $AB=x$. Затем, в силу подобия треугольников GMC и CBL, GM, т. е. $2a-y$, относится к MC, т. е. x, как CB, т. е. y, к BL, которая, следовательно, будет $\frac{xy}{2a-y}$. И так как LK есть a, то BK будет $a-\frac{xy}{2a-y}$ или же $\frac{2aa-ay-xy}{2a-y}$. Наконец, так как тот же BK, будучи отрезком диаметра параболы, относится к сопряженной с ним ординате BC, как BC к прямой стороне, т. е. a, то вычисление показывает, что $y^3-2ayy-aay+2a^3$ равно axy и что, следовательно, C и есть искомая. Эта точка может быть взята в произвольном месте линии CEG или же на сопряженной с ней $cEGc$, описываемой таким же путем, с той лишь разницей, что вершина параболы обращена в другую сторону, или же она может лежать на противоположных им линиях NIo и nIO, описанных пересечением линии GL по другую сторону параболы KN.

Но и в случае, если данные параллельные прямые AB, IH, ED и GF не находятся на одинаковых расстояниях друг от друга и прямая GA, а также проведенные к ним из точки C линии пересекают их уже не под прямыми углами, эта точка C будет все же находиться на кривой той же природы. Даже когда среди данных линий нет параллельных, точка C может все-таки иногда находиться на такой кривой. Но если даны четыре паралелльные и пятая пересекающая их прямая и если параллелепипед из трех линий, проведенных из искомой точки — одна к этой пятой линии, а две других к двум параллельным, — равен параллелепипеду из двух линий, проведенных к двум другим параллельным, и из третьей данной линии, — то искомая точка будет находиться на кривой иной природы. Именно, эта кривая такова, что все прямые линии — ординаты, сопряженные с ее диаметром, равны ординатам какого-нибудь конического сечения, а отрезки этого диаметра между вершиной и ординатами находятся в том же отношении к некоторой данной линии, в каком эта данная линия находится к отрезкам диаметра конического сечения, в котором такие линии служат сопряженными ординатами. По правде говоря, я не могу сказать, что эта линия менее проста, чем предшествующая, но я все же нахожу, что предшествующую линию следует считать первой, так как ее описание и вычисление в некотором смысле легче [62].

Я не стану задерживаться на распределении линий, применимых в других случаях, по родам, ибо я не собирался изложить здесь все; и показав способ нахождения бесконечного количества точек, через которые проходят линии, я полагаю, что вместе с тем дал средства, достаточные для их описания.

Какие из кривых, которые описывают, находя ряд их точек, могут быть допущены в геометрии

Следует, кстати, заметить, что существует большое различие между этим способом нахождения ряда точек для проведения кривой и тем способом, которым пользуются в случае спирали и подобных ей кривых. При помощи последнего способа находят не все без различия точки искомой кривой, а только те, которые могут быть определены какой-либо более простой мерой, чем та, которая требуется для получения всей линии; при этом, собственно говоря, не находят ни одной из точек линии, т. е. ни одной из точек, настолько для нее специфических, что их нельзя найти иначе, как через нее. Между тем линии, применяемые в предложенном вопросе, не имеют ни одной такой точки, которая не могла бы быть определена по только что изложенному способу. И хотя этот способ нахождения искомой кривой линии посредством отыскания нескольких, безразлично каких, ее точек распространяется только на те линии, которые могут быть описаны также правильным и непрерывным движением, его все же не следует целиком исключить из геометрии [63].

Какие из кривых, которые описывают с помощью веревки, могут быть допущены в геометрии

Из геометрии не следует исключать и тот способ, при котором пользуются нитью или изогнутой веревкой для определения равенства или разности [64] двух или нескольких прямых, которые можно провести под какими-нибудь углами из любой точки искомой кривой к каким-нибудь другим точкам или линиям, как мы это сделали в „Диоптрике“ для объяснения эллипса и гиперболы. Правда, в геометрии нельзя принять никаких линий, подобных веревкам, т. е. становящихся то прямыми, то кривыми, ибо отношение между прямыми и кривыми неизвестно и, даже, думаю, не может быть познано людьми, и поэтому отсюда нельзя было бы вывести ничего точного и надежного [65]. Но так как в этих построениях веревкой пользуются только для определения прямых, длины которых вполне известны, это не должно вести к их исключению.

Для разыскания всех свойств кривых достаточно знать отношение всех их точек к точкам прямых и способ проведения других линий, пересекающих кривые во всех этих точках под прямыми углами

Из одного того, что на основании изложенного выше способа известно отношение всех точек кривой линии ко всем точкам некоторой прямой, легко также найти их отношение ко всем другим данным точкам и линиям и, следовательно, определить диаметры, оси, центры и другие линии и точки, к которым каждая кривая находится в более специальном или более простом отношении, чем к другим линиям и точкам; и таким образом придумать различные способы их описания и выбрать среди них наиболее легкие. Основываясь только на этом, можно даже найти почти все из того, что может быть определено относительно величины заключенного ими пространства; мне нет надобности пояснять это более подробно [66]. Наконец, все прочие свойства, какие только могут быть приписаны кривым линиям, зависят лишь от величины углов, образуемых ими с некоторыми другими линиями. Но если можно провести прямые, пересекающие их под прямыми углами, или — что для меня здесь одно и то же — прямые, пересекающие касательные [les contingentes] к ним в точках их встречи с другими кривыми, с которыми они образуют подлежащие измерению углы, то величину этих углов не труднее отыскать, чем в случае, если бы эти углы заключались между двумя прямыми. Поэтому я думаю, что приведу здесь все, что требуется из начал учения о кривых, когда дам общий способ проведения прямых, пересекающих под прямыми углами кривые линии в любых точках. И я смею сказать, что эта задача является наиболее полезной и общей не только среди известных мне, но также среди всех тех задач, которые я когда-либо желал знать в геометрии.

Общий способ нахождения прямых линий, пересекающих данные кривые или же их касательные под прямыми углами

Допустим, что CE — кривая линия (рис. 130) и что требуется через точку C провести прямую, образующую с ней прямые углы [67]. Я предполагаю, что это уже сделано и что искомая линия есть CP. Я продолжаю ее до точки P, где она встречает прямую GA, которую я считаю той прямой, к точкам которой относят все точки линии CE; так что, положив MA или $CB = y$ и CM или $BA = x$, я имею некоторое уравнение, выражающее отношение между x и y. Далее я полагаю $PC = s$ и $PA = v$, или $PM = v - y$; затем из прямоугольного треугольника PMC я имею, что ss, квадрат основания, равен $xx + vv - 2vy + yy$ — квадратам двух сторон, т. е. я имею, что

$$x = \sqrt{ss - vv + 2vy - yy} \quad \text{или же} \quad y = v + \sqrt{ss - xx}.$$

Пользуясь этим уравнением, я удаляю из уравнения, выражающего для меня отношение всех точек кривой CE к точкам прямой GA, одну из двух неопределенных величин x или y. Это легко сделать, если я желаю удалить x, поставив повсюду $\sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$ вместо x, квадрат этого выражения вместо xx, его куб вместо x^3 и так далее, и если я желаю удалить y, то поставив вместо него $v + \sqrt{ss - xx}$ и квадрат или куб этого выражения вместо yy или y^3 и т. д. Таким образом всегда получается уравнение, в котором имеется только одна неопределенная величина x или y.

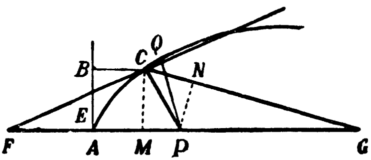


Рис. 130.

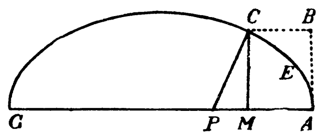


Рис. 131.

Например (рис. 131), если CE есть эллипс, MA — отрезок его диаметра, для которого CM является сопряженной ординатой, r — его прямая сторона и q поперечная, то, согласно теореме 13 первой книги Аполлония, имеем: $xx = ry - \frac{r}{q}yy$. Если отсюда удалить xx, то останется:

$$ss - vv + 2vy - yy = ry - \frac{r}{q}yy,$$

или же

$$yy + \frac{qry - 2qvy + qvv - qss}{q - r} \text{ равно ничему,}$$

ибо здесь лучше рассматривать все выражения вместе, чем приравнивать одну его часть другой.

Точно так же если CE есть кривая, описываемая при движении параболы по вышеизложенному способу, и если положить b вместо GA, c вместо KL и d вместо прямой стороны, соответствующей диаметру параболы KL (рис. 132), то уравнение, выражающее отношение между x и y, будет:

$$y^3 - byy - cdy + bcd + dxy = 0.$$

Удаляя отсюда x, мы получим:

$$y^3 - byy - cdy + bcd + dy\sqrt{ss - vv + 2vy - yy},$$

и, располагая по порядку эти члены посредством умножения:

$$y^6 - 2by^5 \left.\begin{matrix} -2cd \\ +bb \\ +dd \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} +4bcd \\ -2ddv \end{matrix}\right\} y^3 \left.\begin{matrix} -2bbcd \\ +ccdd \\ -ddss \\ +ddvv \end{matrix}\right\} yy - 2bccddy + bbccdd = 0$$

и так далее.

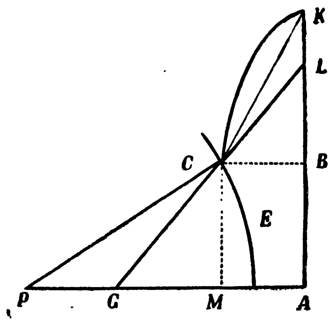


Рис. 132.

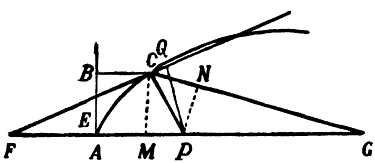


Рис. 133.

Даже тогда, когда точки кривой линии относятся к точкам некоторой прямой не по способу, указанному мною, но по любому другому способу, какой только можно вообразить, можно, тем не менее, всегда получить подобное уравнение. Допустим, например, что CE (рис. 133) представляет собой линию, отношение [rapport] которой к трем точкам F, G и A таково, что прямые, проведенные из каждой ее точки, вроде C, к точке F, превосходят линию FA на величину, находящуюся в некотором данном отношении (proportion) к другой величине, на которую GA превосходит линии, проведенные из тех же точек до G [68]. Положим $GA = b$, $AF = c$ и, выбрав на кривой произвольную точку C, допустим, что величина, на которую CF превосходит FA, относится к величине, на которую GA превосходит GC, как d к e. Тогда, если эта неопределенная величина названа z, FC будет $c+z$, а GC будет $b-\frac{e}{d}z$. Далее, если положить $MA=y$, то GM будет $b-y$, а FM будет $c+y$. Так как треугольник CMG прямоугольный, то, отнимая квадрат GM от квадрата GC, мы получим квадрат CM, который будет

$$\frac{ee}{dd}zz-\frac{2be}{d}z+2by-yy.$$

Затем, отнимая квадрат FM от квадрата FC, мы получим еще квадрат CM, выраженный через другие члены, именно

$$zz+2cz-2cy-yy;$$

и так как эти члены равны предыдущим, то они позволят узнать y или MA, которая будет

$$\frac{ddzz+2cddz-eezz+2bdez}{2bdd+2cdd}.$$

Подставляя это выражение вместо y в квадрат CM, мы найдем, что он выражается через следующие члены:

$$\frac{bddzz+ceezz+2bcddz-2bc\,dez}{bdd+cdd}-yy.$$

Далее, если допустить, что прямая PC пересекает кривую в точке C под прямым углом, и положить, как и ранее, $PC=s$ и $PA=v$, то PM будет $v-y$; и так как треугольник PCM прямоугольный, то для квадрата CM мы будем иметь $ss-vv+2vy-yy$. Отсюда, вновь подставляя вместо y равное ему выражение, мы получим в качестве искомого уравнения:

$$zz+\frac{2bcddz-2bcdez-2cddvz-2bdevz-bddss+bddvv-cddss+cddvv}{bdd+cee+eev-ddv}=0.$$

Найдя такое уравнение, мы, вместо того чтобы воспользоваться им для нахождения величин x или y или z, уже известных нам, поскольку известна точка C, применим его к отысканию v или s, определяющих искомую точку P. Для этого нужно принять во внимание, что если точка P такова, как этого желают, то окружность, для которой она является центром и которая проходит через точку C, касается в ней кривой CE, не пересекая ее; но если эта точка P будет хоть немного ближе или же дальше от точки A, чем следует, то эта окружность пересечет кривую не только в точке C, но обязательно еще в какой-нибудь другой (рис. 134). Далее нужно также иметь в виду, что когда эта окружность пересекает кривую CE, то уравнение, с помощью которого ищут величину x или y, или другую, им подобную, допуская, что PA и PC известны, обязательно имеет два неравных корня. Так, например, если эта окружность пересекает кривую в точках C и E и если провести EQ параллельно CM, то названия неопределенных величин x и y будут столь же пригодны для линий EQ и QA, как и для CM и MA. Далее, в силу свойств круга, PE равно PC, так что если мы будем искать линии EQ и QA через PE и PA, которые предположим данными, то получим то же уравнение, которое получили бы, если бы искали CM и MA через PC и PA. Из этого, очевидно, вытекает, что значение x или y, или другой подобной величины, принятой нами, будет в этом уравнении двояким, т. е. будут иметься два неравных между собой корня, из которых один будет CM, а другой EQ, если мы ищем x, или же один будет MA, а другой QA, если мы ищем y, и т. д. Правда, если точка E расположена не на той же стороне кривой, что и C, то из двух корней лишь один будет истинным, другой же будет обратным[69] или меньшим,

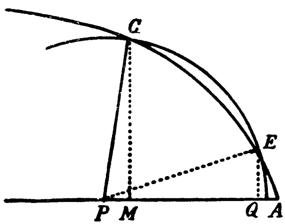


Рис. 134.

чем ничто; но чем ближе эти две точки C и E друг к другу, тем меньше разность между этими двумя корнями, и они, наконец, совершенно равны, если обе точки совпадают в одну, т. е. если круг, проходящий через точку C, касается в ней кривой CE, не пересекая ее.

Кроме того, следует принять во внимание, что когда в уравнении есть два равных корня, оно обязательно имеет такой же вид, как если бы была умножена сама на себя величина, предполагаемая неизвестной, минус равная ей известная величина. Если при этом последнее выражение не будет иметь того же числа измерений, как предыдущее, то его умножают на другое выражение, имеющее недостающее ему число измерений; так что между каждым из членов одного выражения и каждым из членов другого можно будет получить свое особое уравнение.

Например, я утверждаю, что первое найденное выше уравнение, именно

$$yy + \frac{qry - 2qvy + qvv - qss}{q - r},$$

должно иметь тот же вид, какой получается, если принять e равным y и умножить $y - e$ на самое себя, что дает

$$yy - 2ey + ee.$$

Вследствие этого теперь можно сравнить между собой каждый из их членов в отдельности и сказать, что так как первый из них, yy, одинаков и в том и в другом уравнении, то второй член, который в одном из них есть $\frac{qry - 2qvy}{q - r}$, равен второму в другом, который есть $-2ey$.

Если ищут величину v, представляющую собой величину линии PA (рис. 135), то отсюда имеют

$$v = e - \frac{r}{y} e + \frac{1}{2} r$$

или же, поскольку мы приняли, что e равно y,

$$v = y - \frac{r}{q}y + \frac{1}{2}r.$$

И таким же образом можно было бы найти при помощи третьего члена

$$ee = \frac{qvv - qss}{q - r},$$

но так как величина v достаточно определяет точку P, которую мы только и ищем, то нет нужды итти дальше.

Точно так же второе найденное выше выражение, именно

$$y^6 - 2by^5 \left.\begin{matrix} -2cd \\ +\ bb \\ +\ dd \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} +4bcd \\ -\ ddv \end{matrix}\right\} y^3 \left.\begin{matrix} -2bbcd \\ +\ ccdd \\ -\ ddss \\ +\ ddvv \end{matrix}\right\} yy - 2bccddy + bbccdd,$$

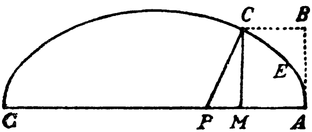


Рис. 135.

должно иметь тот же вид, что и сумма, получающаяся при умножении $yy - 2ey + ee$ на $y^4 + fy^3 + ggyy + h^3y + k^4$, т. е.

$$y^6 \left.\begin{matrix} +\ f \\ -2e \end{matrix}\right\} y^5 \left.\begin{matrix} +\ gg \\ -2ef \\ +\ ee \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} +h^3 \\ -2egg \\ +eef \end{matrix}\right\} y^3 \left.\begin{matrix} +k^4 \\ -2eh^3 \\ +eegg \end{matrix}\right\} yy \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} -2ek^4 \\ +eeh^3 \end{matrix}\right\} y + eek^4.$$

Из этих двух уравнений я получаю, таким образом, шесть других, служащих для нахождения шести величин — f, g, h, k, v и s. Из этого легко усмотреть, что какого бы рода ни была предложенная кривая, по указанному способу всегда получается столько уравнений, сколько должны мы принять неизвестных величин. Но для того чтобы распутать по порядку эти уравнения и, наконец, найти величину v, которая только и нужна и в связи с которой ищутся другие величины, необходимо в первую очередь при помощи второго члена найти f — первую из неизвестных величин последнего выражения. Мы найдем, что

$$f = 2e - 2b.$$

Затем при помощи последнего члена следует найти k — последнюю из неизвестных величин того же выражения. Мы найдем, что

$$k^4 = \frac{bbccdd}{ee}.$$

После этого при помощи третьего члена следует найти вторую величину g, причем получится, что

$$gg = 3ee - 4be - 2cd + bb + dd.$$

Затем при помощи предпоследнего члена следует найти предпоследнюю величину h, которая такова, что

$$h^3 = \frac{2bbccdd}{e^3} - \frac{2bccdd}{ee}.$$

Если бы в этом выражении имелись еще такие величины, то нужно было бы, следуя тому же порядку, так же продолжать вплоть до последней, ибо это всегда можно сделать тем же самым образом.

Далее, при помощи следующего в том же порядке члена, в данном случае являющегося четвертым, нужно найти величину v, причем получится

$$v = \frac{2e^3}{dd} - \frac{3bee}{dd} + \frac{bbe}{dd} - \frac{2ce}{d} + e + \frac{2bc}{d} + \frac{bcc}{ee} - \frac{bbcc}{e^3}.$$

Заменяя здесь e через равную ей величину y, мы получим для линии AP, что

$$v = \frac{2y^3}{dd} - \frac{3byy}{dd} + \frac{bby}{dd} - \frac{2cy}{d} + y + \frac{2bc}{d} + \frac{bcc}{yy} - \frac{bbcc}{y^3}.$$

Подобным же образом третье уравнение

$$zz + \frac{2bcddz - 2bcdez - 2cddvz - 2bdevz - bddss + bddvv - cddss + cddvv}{bdd + cee + eev - ddv},$$

если принять f равной z, имеет такой же вид, как и

$$zz - 2fz + ff.$$

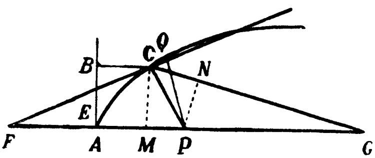


Рис. 136.

Поэтому опять-таки получится уравнение между $-2f$ или $-2z$ и

$$\frac{+2bcdd - 2bcde - 2cddv - 2bdev}{bdd + cee + eev - ddv},$$

откуда мы найдем, что величина v есть

$$\frac{bcdd - bcde + bddz + ceez}{cdd + bde - eez + ddz}.$$

Поэтому если составить линию AP (рис. 136) по этому выражению, которое равно v и все величины которого известны, и провести из найденной таким образом точки P прямую к точке C, то эта прямая пересечет в ней кривую CE под прямыми углами, а это и требовалось сделать. И я не вижу ничего, что могло бы помешать распространить таким же образом эту задачу на все кривые линии, которые подпадают под какое-нибудь геометрическое исчисление.

Следует даже заметить относительно последнего выражения, произвольно выбираемого для дополнения числа измерений другого выражения, когда число его измерений недостаточно, например относительно взятого выше

$$y^4 + fy^3 + ggyy + h^3 y + k^4,$$

что знаки $+$ и $-$ в нем можно брать произвольно, причем линия AP или v от этого не изменится: в этом вы можете легко убедиться на опыте сами; я же был бы принужден написать значительно больший том, чем желаю, если бы стал останавливаться на доказательстве всех упомянутых мною теорем. Мне все же хочется попутно сообщить вам, что идея введения двух одинакового вида уравнений с целью сравнить все члены одного с соответствующими членами другого и таким образом породить несколько уравнений из одного, — пример чего вы здесь видели, — может пригодиться в бесчисленном множестве других задач и является не из последних в применяемом мною методе.

Я не стану проводить построений, позволяющих на основе изложенных вычислений провести искомые касательные или перпендикуляры. Ибо их всегда нетрудно найти, хотя нередко требуется известное искусство, чтобы сделать эти построения короткими и простыми.

Пример построения этой задачи для конхоиды

Так, например, если DC — первая конхоида древних (рис. 137), A — ее полюс, а BH — линейка, так что все прямые, направленные к A и заключающиеся между кривой CD и прямой BH, вроде DB и CE, равны, и если требуется найти линию CG, пересекающую кривую в точке C под прямыми углами, то для нахождения, по изложенному здесь методу, той точки линии BH, через которую должна пройти линия CG, пришлось бы заняться вычислениями столь же или даже более длинными, чем предшествующие. А между тем построение, которое затем следовало бы извлечь из этих вычислений, очень просто. Нужно лишь на прямой CA взять CF, равную

CH — перпендикуляру к HB, — затем через точку F провести FG, параллельную BA и равную EA; таким образом,

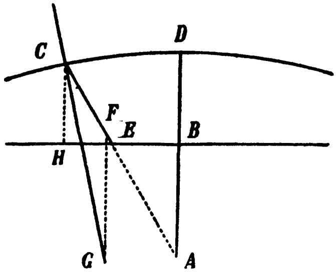


Рис. 137.

получится точка G, через которую должна проходить искомая линия CG [70].

Исследование четырех новых родов овалов, употребляющихся в оптике

В заключение, для того чтобы вы знали, что предложенное здесь рассмотрение кривых линий небесполезно и что эти линии обладают рядом свойств, ничуть не уступающих

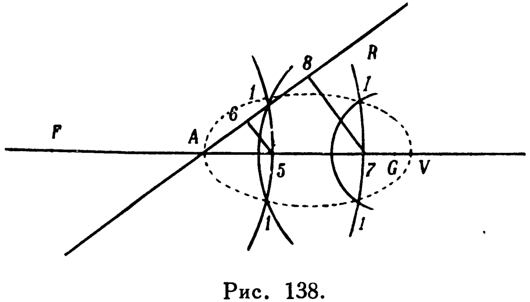


Рис. 138.

свойствам конических сечений, я прибавлю еще здесь исследование определенных овалов, которые, как вы увидите, очень полезны в теории катоптрики и диоптрики [71]. Вот способы, которыми я их описываю.

В первую очередь (рис. 138), проведя прямые FA и AR, пересекающиеся в точке A безразлично под какими углами, я на одной из них беру произвольную точку F; при этом я возьму ее дальше от точки A или ближе к ней, в зависимости от того, хочу ли я получить эти овалы бóльшими или меньшими. Из точки F, как из центра, я описываю окружность, проходящую несколько дальше точки A, например через точку 5. Затем из точки 5 я провожу прямую 56, пересекающую другую прямую в точке 6 так, чтобы $A6$ была меньше $A5$ в некотором любом данном отношении, и если желательно пользоваться этими кривыми в диоптрике, то именно в том отношении, которое измеряет преломление. Затем на линии FA, с той стороны, где находится точка 5, я беру произвольным образом еще точку G, т. е. так, чтобы линии AF и GA находились в любом данном отношении. Затем на линии $A6$ я беру RA, равную GA, и из центра G описываю окружность радиусом, равным $R6$; эта окружность пересекает другую окружность с обеих сторон в точке 1, являющейся одной из тех точек, через которые должен проходить первый из искомых овалов. Далее, я снова описываю из центра F окружность, проходящую вблизи точки 5 по ту или другую ее сторону, например через точку 7, и, проведя прямую 78 параллельно 56, из центра G описываю другую окружность радиусом, равным $R8$. Эта окружность пересекает окружность, проходящую через точку 7, в точке 1, опять-таки принадлежащей к числу точек того же овала. И так можно найти сколько угодно других точек, снова проводя другие параллельные 78 линии и другие окружности с центрами F и G[72].

Второй овал (рис. 139) отличается лиш тем, что вместо AR нужно, по другую сторону от точки A, взять AS, равную AG, и что радиус окружности, описываемой из центра G, для пересечения окружности, описываемой из центра F и проходящей через точку 5, берется равным линии $S6$ или же — в случае пересечения окружности, проходящей через точку

7, — равным $S8$, и так далее. В результате эти окружности будут пересекаться в точках, помеченных 2, 2 и принадлежащих второму овалу $A2X$.

Для третьего и четвертого овалов (рис. 140) вместо линии AG следует взять линию AH, находящуюся по другую сторону от точки A, именно по ту сторону, на которой находится точка F.

Кроме того, следует заметить, что при описании всех этих овалов эта линия AH должна быть больше, чем линия AF.

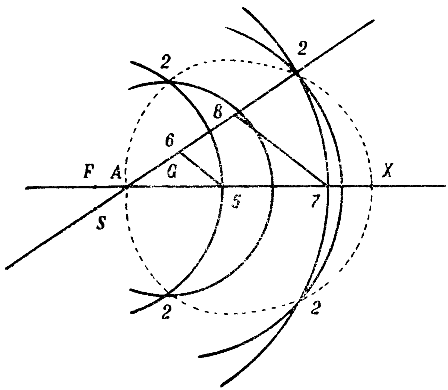


Рис. 139.

Линия же AF может быть даже равна нулю, так что точка F окажется там, где находится точка A. Чтобы описать третий овал $A3Y$, я, положив линии AR и AS равными AH, провожу из центра H окружность радиусом, равным $S6$. Эта окружность пересекает окружность, имеющую центр F и проходящую через точку 5, в точке 3. Затем я описываю из центра H другую окружность радиусом, равным $S8$. Эта окружность пересекает окружность, проходящую через точку 7, в точке, помеченной также 3, и т. д. Наконец, для последнего овала (рис. 141) я описываю из центра H окружности радиусами, равными линиям $R6$, $R8$ и им подобным; эти окружности пересекают другие окружности в точках, помеченных 4.

Можно было бы найти еще бесчисленное множество других способов описания этих овалов. Так, например, первый овал AV в случае, когда линии FA и AG равны, можно вычертить

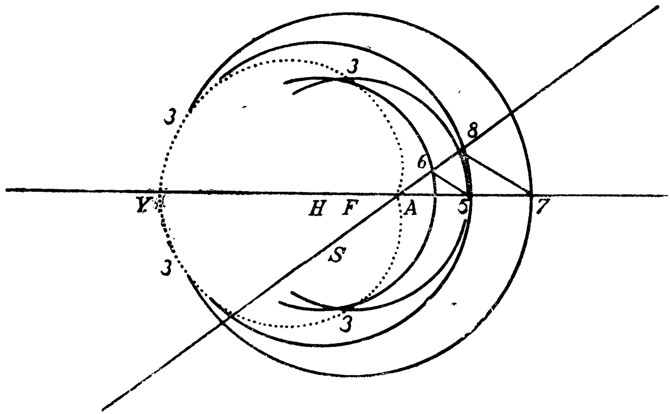


Рис. 140.

следующим образом: разделим линию FG (рис. 142) в точке L так, чтобы FL относилась к LG, как $A5$ к $A6$ (рис. 141), т. е. так, чтобы они находились в отношении, измеряющем преломления. Затем, разделив AL в точке K на две равные части, заставим некоторую линейку, например FE, вращаться вокруг F, придерживая пальцем в C веревку EC. Веревка,

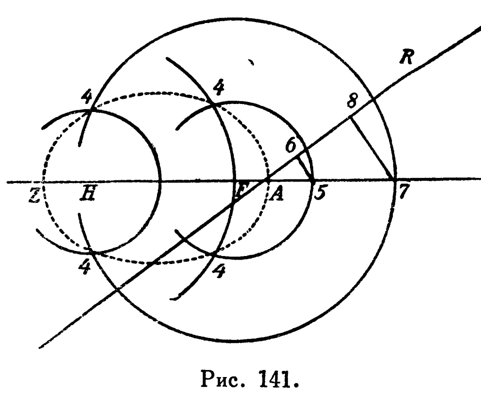


Рис. 141.

будучи привязана в одном из концов этой линейки, сгибается в точке C по направлению к точке K, затем в K она снова сгибается по направлению к C и в C — по направлению к G, где привязан ее другой конец; длина веревки, таким образом, складывается из длин линий GA плюс AL плюс FE минус AF. При движении точка C опишет этот овал, наподобие того, что говорилось в „Диоптрике" об эллипсе и гиперболе. Но я не хочу дольше задерживаться на этом.

Хотя кажется, что все эти овалы имеют почти одинаковую природу, но тем не менее они принадлежат к четырем раз-

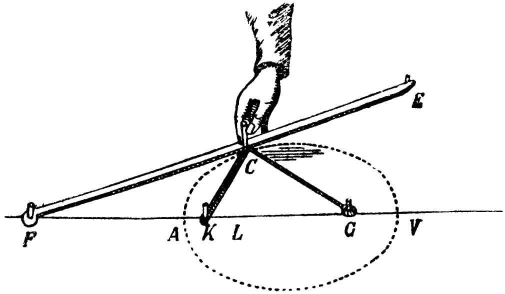


Рис. 142.

личным родам, в каждый из которых входит бесчисленное множество других родов, которые в свою очередь содержат в себе столько же различных видов кривых, сколько содержит род эллипсов или же род гипербол. Действительно, в зависимости от различия отношений между линиями $A5$ и $A6$ или им подобными различным окажется подчиненный род [genre subalterne] этих овалов. Далее, при изменении отношения между линиями AF и AG или AH (рис. 140) будет меняться вид овалов в каждом подчиненном роде. А в зависимости от того, больше или меньше AG или AH, овалы различаются по величине. Если линии $A5$ и $A6$ равны, то вместо овалов первого и третьего рода описываются прямые линии, вместо овалов второго рода — все возможные гиперболы и вместо овалов последнего рода — все эллипсы.

Свойства этих овалов, связанные с отражениями и преломлениями

Кроме того, в каждом из этих овалов следует различать две части, обладающие различными свойствами. Именно, часть первого овала (рис. 143), расположенная близ *A*, направляет все находящиеся в воздухе и исходящие из *F* лучи в точку *G*, если они на своем пути встречают выпуклое стекло, поверхность которого есть *1A1* и в котором преломления, согласно сказанному в „Диоптрике“, могут быть измерены отношением

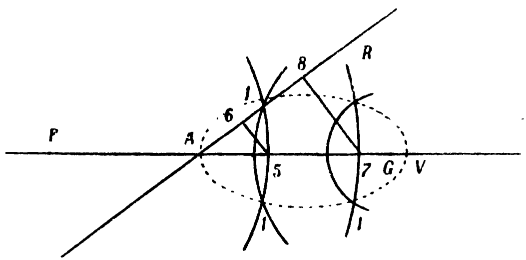


Рис. 143.

линий *A5* и *A6* или им подобных, с помощью которых описан этот овал.

Та же часть, которая находится близ *V*, отражает все исходящие из точки *G* лучи в точку *F*, если они там встречают вогнутую поверхность зеркала, форма которого есть *1V1* и которое сделано из такого вещества, что ослабляет силу этих лучей в отношении, равном отношению линий *A5* и *A6*. Действительно, из доказанного в „Диоптрике“ ясно, что в этом случае углы отражения будут неравными, так же как и углы преломления, и отношение их можно будет измерить таким же образом.

Во втором овале часть *2A2* (рис. 139) также годится для отражений, углы которых принимаются неравными. Действительно, если бы она была поверхностью зеркала, составленного из того же вещества, что и предыдущее, она бы отражала все лучи, исходящие из точки G, так, что они после отражения казались бы исходящими из точки F. Следует заметить, что если взять линию AG значительно большей, чем AF, то зеркало будет выпуклым в середине близ A и вогнутым у краев; действительно, именно такова форма линии, которая в этом случае представляет скорее сердце, чем овал.

Но другая часть овала $2X2$ годится для преломления и такова, что когда лучи, которые, будучи в воздухе, стремятся к точке F, то они поворачиваются в направлении точки G, проходя сквозь поверхность стекла, имеющего такую форму.

Третий овал полностью годится для преломлений. Лучи, которые, будучи в воздухе, направляются к точке F, пройдя сквозь поверхность формы $A3Y3$ (рис. 140), направятся в стекле к точке H. Эта поверхность повсюду выпуклая и лишь около точки A слегка вогнутая, так что она, подобно предшествующей, имеет форму сердца. Разница между обеими частями этого овала состоит в том, что точка F ближе, чем точка H, к одной из них и дальше, чем та же точка H, от другой.

Таким же образом последний овал полностью годится для отражений. Если лучи, исходящие из точки H, встречают вогнутую поверхность зеркала, состоящего из того же вещества, что и предшествующие, и имеющего форму $A4Z4$ (рис. 141), то все они отражаются и собираются в точку F.

Таким образом, точки F и G или H можно назвать фокусами[73] этих овалов, по примеру фокусов эллипсов и гипербол, получивших такое название в „Диоптрике“.

Доказательство тех свойств этих овалов, которые связаны с отражениями и преломлениями

Я не буду останавливаться на ряде других преломлений и отражений, даваемых этими овалами, так как, будучи лишь обратными или противоположными приведенным, они легко могут быть выведены из них. Но я должен дать доказательство всего сказанного мной. С этой целью выберем, например, в первой части первого из этих овалов произвольную точку G (рис. 144); затем проведем прямую CP, пересекающую кривую в точке C под прямыми углами, что легко сделать согласно предшествующей задаче. Действительно, принимая b за AG, c за AF, $c+z$ за FC, допустим, что отношение d к e, которое я здесь всегда буду считать измеряющим преломления предложенного стекла, является также отношением линий $A5$ и $A6$ или же им подобных, применявшихся при описании овала.

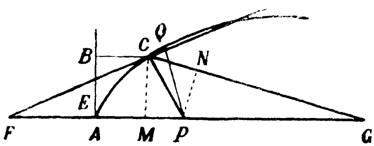


Рис. 144.

Для GC это даст $b - \frac{e}{d}z$ и мы найдем, что линия AP есть, как и было показано выше,

$$\frac{bcdd - bcde + bddz + ceez}{bde + cdd + ddz - eez}.$$

Затем, опустив из точки P перпендикуляр PQ на прямую CF и перпендикуляр PN на GC, мы увидим, что если PQ относится к PN, как d к e, т. е. как линии, измеряющие преломления выпуклого стекла AC, то луч, идущий из точки F в точку C, преломится, попавши в это стекло, так, что затем направится в G. Это вполне очевидно из того, что говорилось в „Диоптрике“. Проверим теперь посредством вычислений, что PQ относится к PN, как d к e. Прямоугольные треугольники PQF и CMF подобны, из чего следует, что CF относится к CM, как FP к PQ; следовательно, FP, умноженная на CM и деленная на CF, равна PQ. Точно так же подобны прямоугольные треугольники PNG и CMG, из чего следует, что GP, умноженная на CM и деленная на CG, равна PN. Далее, отношение двух величин не изменяется от умножения или деления их обеих на одну и ту же величину. Значит, если FP, умноженная на CM и деленная на CF, относится к GP, также умноженной на CM и деленной на CG, как d к e, то, разделив каждое из обоих выражений на CM, затем умножив оба их на CF и еще на CG, мы получим, что FP, умноженная на CG, относится к GP, умноженной на CF, как d к e. Но, по построению, FP есть

$$c+\frac{bcdd-bcde+bddz+ceez}{bde+cdd+ddz-eez},$$

или же

$$FP=\frac{bcdd+ccdd+bddz+cddz}{bde+cdd+ddz-eez}$$

и CG есть $b-\frac{e}{d}z$.

Значит, умножая FP на CG, мы получим:

$$\frac{bbcdd+bccdd+bbddz+bcddz-bcdez-ccdez-bdezz-cdezz}{bde+cdd+ddz-eez}.$$

Далее, GP есть

$$b\frac{-bcdd+bcde-bddz-ceez}{bde+cdd+ddz-eez}$$ [74],

или же

$$GP=\frac{bbde+bcde-beez-ceez}{bde+cdd+ddz-eez}$$

и CF есть $c+z$.

Значит, умножая GP на CF, мы получим

$$\frac{bbcde+bccde-bceez-cceez+bbdez+bcdez-beezz-ceezz}{bde+cdd+ddz-eez}.$$

Так как первое из этих выражений, деленное на d, таково же, что и второе, деленное на e, то очевидно, что FP, умноженная на CG, относится к GP, умноженной на CF, т. е. что PQ относится к PN, как d к e. А это только и требовалось доказать.

Знайте, что это же доказательство распространяется на все сказанное о других преломлениях или отражениях в предложенных овалах; для этого нужно лишь изменить в процессе вычислений знаки + и —. Поэтому мне нет необходимости задерживаться на этом; каждый сумеет разобрать другие случаи самостоятельно.

Однако теперь я должен восполнить то, что мною было пропущено в „Диоптрике“. Указав там, что стекла, которые в равной мере собирают все проходящие через них и исходящие из одной точки предмета лучи в некоторой другой точке, могут быть разной формы и отметив, что те из этих стекол, которые весьма выпуклы с одной стороны и вогнуты с другой, обладают большей зажигательной силой, чем стекла, равновыпуклые с обеих сторон, которые, наоборот, лучше для очков, я, учитывая трудности, представляемые для мастеров их шлифовкой, ограничился в „Диоптрике“ рассмотрением лишь тех стекол, которые считал наилучшими с практической точки зрения. Поэтому, чтобы в теоретической части этой науки больше не оставалось ничего пожелать, я должен еще выяснить форму тех стекол, которые имеют одну из поверхностей сколь угодно выпуклой или вогнутой и тем не менее собирают все исходящие из одной точки или параллельные лучи в другой точке [75]. Я должен буду также выяснить форму стекол, дающих то же самое, но или одинаково выпуклых с обеих сторон, или же таких, что выпуклость одной из их поверхностей находится в данном отношении к выпуклости другой.

Как можно изготовить стекло, одна из поверхностей которого имеет любую выпуклость или вогнутость и которое собирает в данной точке все лучи, исходящие из другой данной точки

В первом случае мы примем, что точки G, Y, C и F даны и что лучи, исходящие из точки G, или же лучи, параллельные GA, должны, пройдя стекло, собираться в точке F.

Стекло это (рис. 145) вогнутое настолько, что если Y есть середина его внутренней поверхности, то край стекла помещается в C; таким образом, хорда CMC и YM — стрела дуги CYC — даны. Вопрос сводится к тому, что, во-первых, нужно установить, какой из ранее рассмотренных овалов должен служить формой поверхности стекла YC, для того чтобы все лучи, которые, находясь в нем, направлялись к одной и той же неизвестной еще точке, скажем H, выйдя из него, направлялись к другой точке, именно к F. Ибо нет ни одного явления, связанного с изменением отношений этих лучей при отражении или преломлении от одной точки к другой [76], которого нельзя было бы произвести с помощью какого-нибудь из этих овалов. Легко видеть, что требуемое в данном

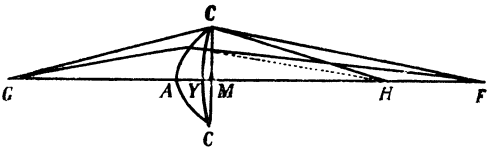


Рис. 145.

случае может быть достигнуто или частью третьего овала, несколько ранее обозначенной $3A3$, или частью его, обозначенной $3Y3$, или же, наконец, частью второго, обозначенной $2X2$. И так как здесь все эти три поверхности попадают под одинаковый расчет, то для каждой из них Y должна быть вершиной, C — одной из точек контура и F — одним из фокусов; после этого остается найти лишь точку H, которая должна быть другим фокусом. И мы находим ее, заметив, что разность линий FY и FC должна относиться к разности линий HY и HC, как d к e, т. е. как наибольшая из линий, измеряющих преломления предложенного стекла, к наименьшей, что очевидно из описания этих овалов. И так как линии FY и FC даны, то дана также их разность, и, значит, дана и разность HY и HC, поскольку дано отношение между этими двумя разностями. Далее, так как YM дана, то дана и разность между MH и HC; наконец, так как дана CM, то остается лишь найти MH — сторону прямоугольного треугольника CMH, у которого дана другая сторона CM, а также разность основания CH и искомой стороны MH. Из этого легко определить MH. Действительно, если принять k за избыток CH над MH и n за длину линии CM, то MH будет $\frac{nn}{2k} - \frac{1}{2}k$. Если найденная таким образом точка H отстоит от точки Y дальше, чем точка F, то линия CY должна быть первой частью овала третьего рода, обозначенной немного ранее $3A3$. Если же HY меньше FY или же HY превосходит HF настолько, что отношение их разности ко всей FY больше, чем отношение меньшей из измеряющих преломления линий e к большей d, т. е. положив $HF = c$, $HY = c + h$, если dh больше, чем $2ce + eh$, то CY должна быть второй частью того же овала третьего рода, обозначенной немного ранее $3Y3$. Если же dh равно или меньше, нежели $2ce + eh$, то CY должно быть второй частью овала второго рода, обозначенной выше $2X2$. И, наконец, если точка H совпадает с точкой F, что происходит лишь когда FY и FC равны, то линия YC будет окружностью.

После этого требуется найти другую поверхность этого стекла CAC. Если принять, что падающие на нее лучи параллельны, эта поверхность должна быть эллипсом с фокусом H и тогда ее легко найти. Если же допустить, что лучи исходят из точки G, то поверхность должна быть первой частью овала первого рода, два фокуса которого будут G и H и который проходит через точку C. Отсюда мы найдем вершину овала A, заметив, что GC превосходит GA на величину, относящуюся к величине, на которую HA превосходит HC, как d к e. Действительно, если принять k за разность CH и HM и AM обозначить x, то для разности AH и CH получится $x - k$; далее, если принять g за разность данных величин GC и GM, то для разности GC и GA получится $g + x$; и так как последняя, $g + x$, относится к другой разности, $x - k$, как d к e, то

$$ge + ex = dx - dk,$$

значит, линия x или AM, определяющая искомую точку A, есть

$$\frac{ge + dk}{d - e}.$$

Как изготовить стекло, которое давало бы тот же эффект, что и предшествующее, и выпуклость одной поверхности которого находилась бы в данном отношении к выпуклости другой

Во втором случае мы примем, что даны лишь точки G, C и F, отношение линий AM и YM и что требуется найти форму стекла ACY, собирающего в точке F все лучи, исходящие из точки G.

Мы снова здесь можем воспользоваться двумя овалами, один из которых — AC — имеет фокусы G и H, а другой — CY — фокусы F и H (рис. 146). Чтобы найти их, я в первую очередь допущу, что общая их точка H известна, и я буду искать AM по трем точкам — G, C, H — с помощью только что изложенного способа: именно, я приму k за разность CH и HM, g за разность GC и GM и, поскольку AC — первая часть овала первого рода, я найду для AM величину $\frac{ge + dk}{d - e}$. Затем по трем точкам — F, C, H — я также ищу MY так, чтобы CY была первой частью овала третьего рода. Приняв y за MY, f за разность CF и FM, для разности CF и FY я получу $f + y$. Затем, имея уже k, разность CH и HM, я получу, что разность CH и HY есть $k + y$. И я знаю, что эта разность должна относиться к $f + y$, как e к d, ибо мы имеем дело с овалом третьего рода. Отсюда я нахожу, что y или MY есть $\frac{fe - dk}{d - e}$. Затем, сложив обе найденные для AM и MY величины, я для всей AY найду $\frac{ge + fe}{d - e}$. Из этого следует, что с какой бы стороны ни взять точку H, эта линия AY всегда образуется из величины, относящейся к той величине, на которую GC и CF обе вместе превосходят всю GF, как e, меньшая из двух линий, служащих для измерения преломлений предложенного стекла, к разности этих двух линий $d-e$. Это довольно красивая теорема. Найдя таким обра-

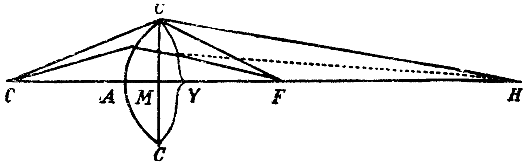


Рис. 146.

зом всю линию AY, ее следует разделить в отношении, в котором должны находиться ее части AM и MY. На основании этого, так как точка M уже известна, мы тогда найдем также точки A и Y и затем, согласно предшествующей задаче, точку H. Но прежде нужно посмотреть, будет ли найденная таким образом линия AM больше, меньше или равна $\frac{ge}{d-e}$. Если она больше, то мы из этого видим, что кривая AC должна быть первой частью овала первого рода, а CY — первой частью овала третьего рода, какими мы их здесь и предположили. Но если она меньше, то это показывает, что CY должна быть первой частью овала первого рода, а AC — первой частью овала третьего рода. Наконец, если AM равна $\frac{ge}{d-e}$, то кривые AC и CY должны быть двумя гиперболами.

Обе эти задачи можно было бы распространить на бесчисленное множество других случаев, на выводе которых я не останавливаюсь, так как они совершенно не применяются в „Диоптрике".

Можно было бы также пойти еще дальше и указать, какой следует сделать поверхность стекла, чтобы оно собирало все исходящие из данной точки лучи в другой данной точке, если дана другая его поверхность, являющаяся либо плоской, либо составленной из конических сечений или кругов. Это отнюдь не труднее изложенного мною выше, или, вернее, это значительно легче, так как путь к решению уже открыт. Но я предпочитаю предоставить эти поиски другим, для того чтобы некоторые трудности, которые, быть может, им при этом встретятся, заставили их лучше оценить открытие доказанных здесь вещей.

Как можно применять то, что здесь говорилось о кривых, описанных на плоской поверхности [superficie plate], к кривым, описываемым в пространстве трех измерений

Наконец, я здесь повсюду говорил лишь о тех кривых, которые можно описать на плоской поверхности. Однако сказанное о них можно легко перенести на все кривые, какие только можно представить образованными правильным движением точек какого-нибудь тела в пространстве трех измерений. Именно этого можно достигнуть, проведя из каждой точки рассматриваемой кривой по два перпендикуляра к двум пересекающимся под прямым углом плоскостям,— один к одной, и другой — к другой. В самом деле, концы этих перпендикуляров описывают две другие кривые — по одной в каждой из этих плоскостей. Все точки последних кривых можно определить и отнести к точкам прямой, общей этим двум плоскостям, по вышеизложенному способу, а благодаря этому будут вполне определены и точки кривой, имеющей три измерения [la courbe qui a trois dimensions]. Точно так же, если желательно провести прямую, пересекающую эту кривую в данной точке под прямыми углами, нужно лишь провести в обеих плоскостях две другие прямые, по одной в каждой из них, пересекающие под прямыми углами расположенные в них кривые в тех двух точках, на которые падают перпендикуляры, проведенные из данной точки. Действительно, восставив две другие плоскости, каждая из которых проходит через одну из этих прямых и перпендикулярна к плоскости, в которой расположена соответствующая прямая, мы в пересечении этих двух плоскостей получим искомую прямую. Я полагаю теперь, что ничего не пропустил из начал, необходимых для познания кривых линий [77].

Книга III

О ПОСТРОЕНИИ ТЕЛЕСНЫХ, ИЛИ ПРЕВОСХОДЯЩИХ ТЕЛЕСНЫЕ, ЗАДАЧ

Какими кривыми можно пользоваться при построении любой задачи

Хотя в геометрию должны быть допущены все кривые линии, которые можно описать посредством какого-либо правильного движения, — это вовсе не значит, что для построения всякой задачи дозволительно без различия воспользоваться любой первой попавшейся кривой. Необходимо всегда стараться выбрать наиболее простую кривую, позволяющую решить эту задачу. Нужно также заметить, что под наиболее простыми кривыми не следует понимать только те, которые проще всего описать, или те, которые дают наиболее легкое построение или доказательство предложенной задачи, но в особенности те, которые принадлежат к простейшему роду, позволяющему определить искомую величину [78].

Пример: нахождение нескольких средних пропорциональных

Так, например, я не думаю, чтобы существовал более простой и более очевидно доказываемый способ нахождения произвольного числа средних пропорциональных, чем применение кривых, описываемых рассмотренным выше инструментом XYZ (рис. 147).

Действительно, для нахождения двух средних пропорциональных между YA и YE нужно лишь описать окружность диаметра YE; если эта окружность пересекает кривую AD в точке D, то YD является одной из искомых средних пропорциональных. Доказательство этого непосредственно ясно при приложении инструмента к линии YD; ибо

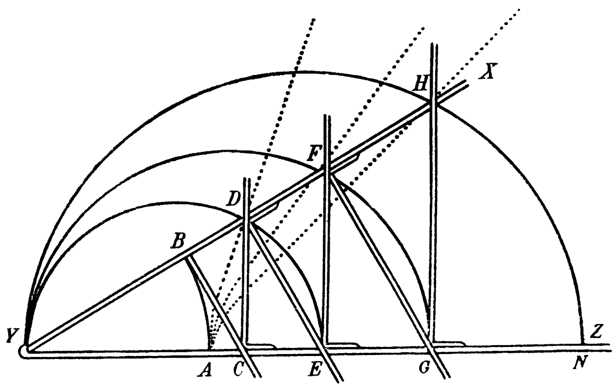


Рис. 147.

как YA, или равная ей YB, относится к YC, так YC относится к YD и YD к YE.

Точно так же для нахождения четырех средних пропорциональных между YA и YG или же шести между YA и YN нужно лишь провести окружность YFG, которая, пересекая AF в точке F, определяет одну из этих четырех средних пропорциональных — прямую YF или же, соответственно, окружность YHN, которая, пересекая AH в точке H, определяет одну из шести средних пропорциональных — YH, и так далее.

Однако так как кривая AD — второго рода, а две средние пропорциональные можно найти при помощи конических сечений, принадлежащих к первому роду, и так как четыре или шесть средних пропорциональных можно найти при помощи линий менее сложного рода, чем AF и AH, то мы бы погрешили в геометрии, употребляя их здесь. С другой стороны, было бы ошибкой бесполезно тратить усилия в поисках построения задачи с помощью более простого рода линий, чем допускает ее природа.

О природе уравнений

Чтобы иметь здесь возможность дать некоторые правила для избежания обеих этих ошибок, я должен предварительно привести некоторые общие сведения о природе уравнений, т. е. о суммах [79], составленных из нескольких членов, которые частью известны, а частью неизвестны и из которых одни равны другим или же, лучше, которые, рассматриваемые все вместе, равны ничему [80]; ибо уравнения часто удобнее рассматривать именно последним образом.

Сколько корней может иметь любое уравнение

Итак, знайте, что всякое уравнение может иметь столько же различных корней или же значений неизвестной величины, сколько последняя имеет измерений; ибо если, например, принять x равным 2, или же $x-2$ равным ничему, а также $x=3$ или же $x-3=0$, то, перемножив оба эти уравнения

$$x-2=0 \quad \text{и} \quad x-3=0,$$

мы получим

$$xx-5x+6=0 \text{ или же } xx=5x-6,$$

уравнение, в котором величина x имеет значение 2 и вместе с тем значение 3. Если принять еще, что $x-4=0$, и умножить это выражение на

$$xx-5x+6=0,$$

то мы получим

$$x^3-9xx+26x-24=0,$$

другое уравнение, в котором x, обладая тремя измерениями, имеет вместе с тем три значения, а именно 2, 3 и 4[81].

Каковы ложные корни

Однако часто случается, что некоторые из этих корней ложны, или же меньше, чем ничто[82]. Например, если допустить, что x выражает собой также недостаток какой-нибудь величины, скажем 5, то мы получим $x+5=0$, и если это умножить на $x^3-9xx+26x-24=0$, то получится

$$x^4-4x^3-19xx+106x-120=0,$$

— уравнение, у которого четыре корня, именно три истинных [vraies] — 2, 3, 4 — и один ложный [fausse] — 5.

Как можно уменьшить число измерений уравнения, если известен какой-нибудь из его корней

Отсюда очевидно, что сумму уравнения, обладающего несколькими корнями, всегда можно разделить на двучлен, составленный из неизвестной величины минус значение любого из истинных корней, либо плюс значение какого-либо из ложных корней[83]. Таким способом можно на столько же уменьшить измерения уравнения.

Как проверить, является ли какая-либо данная величина значением какого-либо корня

И обратно, если выражение уравнения нельзя разделить на двучлен, составленный из неизвестной + или — какая-нибудь другая величина, то это показывает, что эта другая величина не есть значение какого-либо из корней уравнения. Например, вышеприведенное уравнение

$$x^4-4x^3-19xx+106x-120=0$$

может быть разделено на $x-2$, и на $x-3$, и на $x-4$, и на $x+5$, но не на $x+$ или $-$ какая бы то ни была другая величина. Это показывает, что оно может иметь лишь четыре корня: 2, 3, 4 и 5.

Сколько может иметься у всякого уравнения истинных корней

Отсюда также видно, сколько может иметься у всякого уравнения истинных корней и сколько ложных. Именно, истинных корней может быть столько, сколько раз в нем изменяются знаки $+$ и $-$, а ложных столько, сколько раз встречаются подряд два знака $+$ или два знака $-$. Например, из того, что в последнем уравнении после $+x^4$ имеется $-4x^3$, что представляет собой перемену знака $+$ на $-$, после $-19xx$ имеется $+106x$, после $+106x$ имеется -120, что дает еще две перемены знака, мы узнаем, что существуют три истинных корня. Имеется также один ложный корень, ибо встречаются подряд два знака минус: у $4x^3$ и $19xx$ [84].

Как делают, чтобы ложные корни уравнения стали истинными, а истинные ложными

Легко далее сделать так, чтобы все корни одного и того же уравнения, бывшие ложными, стали истинными, и вместе с тем все бывшие истинными стали ложными; именно, это можно сделать, изменив на обратные все знаки $+$ или $-$, стоящие на втором, четвертом, шестом и других, обозначаемых четными числами местах, не изменяя знаки первого, третьего, пятого и им подобных, обозначаемых нечетными числами, мест. Например, если вместо

$$+x^4-4x^3-19xx+106x-120=0$$

написать

$$+x^4+4x^3-19xx-106x-120=0,$$

то получится уравнение, обладающее только одним истинным корнем — 5 — и тремя ложными — 2, 3 и 4.

Как можно, не зная корней уравнения, увеличить их или уменьшить

Если угодно, не зная значения корней уравнения, увеличить или уменьшить их на какую-нибудь известную величину, то нужно лишь взять вместо неизвестного термина [terme inconnu] другой больший или меньший, чем первый, на эту самую величину, и подставить его везде вместо первого [85]. Например, если корень уравнения

$$x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 = 0$$

желательно увеличить на 3, то вместо x нужно взять y и представить себе, что эта величина y больше x на 3, так что $y-3$ равно x. Затем вместо xx нужно будет поставить квадрат величины $y-3$, т. е. $yy-6y+9$, вместо x^3 — ее куб, то есть $y^3-9yy+27y-27$, и, наконец, вместо x^4 квадрат квадрата ее, т. е. $y^4-12y^3+54yy-108y+81$ Таким образом, выписав предшествующее выражение и подставив в нем везде y вместо x, мы получим

$$\begin{array}{rrrrrl}
y^4 & -12y^3 & +54yy & -108y & +81 & \\
 & +4y^3 & -36yy & +108y & -108 & \\
 & & -19yy & +114y & -171 & \\
 & & & -106y & +318 & \\
 & & & & -120 & \\
\hline
y^4 & -8y^3 & -1yy & +8y & * & =0
\end{array}$$ [86]

или же

$$y^3 - 8yy - 1y + 8 = 0,$$

где истинный корень, бывший раньше 5, теперь есть 8, так как к нему прибавлено число 3.

Наоборот, если корень того же уравнения желательно уменьшить на три, то следует положить

$$y+3=x \quad \text{и} \quad yy+6y+9=xx,$$

и так далее. В результате вместо

$$x^4+4x^3-19xx-106x-120=0$$

получится

$$\begin{array}{r}
y^4+12y^3+54yy+108y+81 \\
+4y^3+36yy+108y+108 \\
-19yy-114y-171 \\
-106y-318 \\
-120 \\
\hline
y^4+16y^3+71yy-4y\quad-420=0.
\end{array}$$

Увеличивая истинные корни, мы уменьшаем ложные, и наоборот

Нужно заметить, что, увеличивая истинные корни уравнения, мы уменьшаем на ту же величину ложные, и наоборот: уменьшая истинные, мы увеличиваем ложные [87]. Далее, когда те или другие корни уменьшаются на равную им величину, они обращаются в ничто, а когда корни уменьшаются на величину, превосходящую их, то из истинных они становятся ложными, а из ложных истинными. Так, если здесь увеличить истинный корень, который был 5, на 3, то также на 3 уменьшится каждый из ложных корней, так что корень, бывший 4, станет лишь 1, бывший 3 — ничем, а бывший 2 станет истинным и будет 1, так как —2 + 3 дает +1. Именно поэтому в уравнении

$$y^3-8yy-1y+8=0$$

имеются теперь лишь 3 корня, из которых 1 и 8 истинны, а один, также 1, ложный. А в уравнении

$$y^4+16y^3+71yy-4y-420=0$$

имеется лишь один истинный корень, 2, так как $+5-3$ дает $+2$, и три ложных: 5, 6 и 7.

Как удалить второй член уравнения

С помощью этого способа изменения значения найденных корней можно сделать две вещи, которые получат некоторое применение в дальнейшем. Первая заключается в том, что всегда возможно удалить второй член рассматриваемого уравнения [88]. А именно, когда один из первых двух членов отмечен знаком $+$, а другой знаком $-$, это достигается уменьшением истинных корней на известную величину во втором члене [89], деленную на число измерений первого члена; когда же оба они имеют знак $+$ или же оба имеют знак $-$, это достигается путем их увеличения на ту же величину. Например, чтобы удалить второй член последнего уравнения

$$y^4+16y^3+71yy-4y-420=0,$$

мы, поделив 16 на 4, ибо член y^4 имеет 4 измерения, получим снова 4. Поэтому я полагаю $z-4=y$ и пишу

$$\begin{array}{rrrrr}
z^4 & -16z^3 & +\ 96zz & -256z & +\ 256 \\
 & +16z^3 & -192zz & +768z & -1024 \\
 & & +\ 71zz & -568z & +1136 \\
 & & & -\ \ 4z & +\ \ 16 \\
 & & & & -\ 420 \\
\hline
z^4 & \star & -25zz & -60z & -36\ =0;
\end{array}$$

здесь истинный корень, бывший раньше 2, есть 6, так как он увеличен на 4, а ложные, бывшие 5, 6 и 7, из-за уменьшения каждого из них на 4 суть лишь 1, 2 и 3.

Точно так же, если желательно удалить второй член уравнения

$$x^4 - 2ax^3 \left.\begin{matrix} +2aa \\ -cc \end{matrix}\right\} xx - 2a^3 x + a^4 = 0,$$

то, поскольку при делении $2a$ на 4 получается $\frac{1}{2}a$, нужно положить $z + \frac{1}{2}a = x$ и написать

$$\begin{array}{l}
z^4 + 2az^3 + \frac{3}{2}aazz + \frac{1}{2}a^3 z + \frac{1}{16}a^4 \\
\quad -2az^3 - 3aazz - \frac{3}{2}a^3 \Big| z - \frac{1}{4}a^4 \\
\qquad\qquad +2aa \Big| zz + 2a^3 \quad + \frac{1}{2}a^4 \\
\qquad\qquad -cc \Big| \quad -acc \quad -\frac{1}{4}aacc \\
\qquad\qquad\qquad\quad -2a^3 \quad -a^4 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +a^4 \\
\hline
z^4 \star \left.\begin{matrix} +\frac{1}{2}aa \\ -cc \end{matrix}\right| zz \left.\begin{matrix} -a^3 \\ -acc \end{matrix}\right| z \begin{matrix} +\frac{5}{16}a^4 \\ -\frac{1}{4}aacc \end{matrix} = 0,
\end{array}$$

и если потом будет найдено значение z, то, прибавив к нему $\frac{1}{2}a$, мы получим значение x.

Как можно сделать, чтобы все ложные корни уравнения стали истинными, но истинные не стали бы ложными

Вторая вещь, которая получит некоторое применение в дальнейшем, состоит в том, что посредством увеличения значений истинных корней на величину, большую величины любого из ложных, всегда можно сделать все корни истинными, так что уже более не встретятся подряд два знака $+$ или два знака $-$, а также сделать известную величину в третьем члене больше квадрата половины известной величины во втором. Хотя все это производится при условии, что ложные корни не известны, но легко составить приблизительное суждение об их величине и взять затем величину, превосходящую их настолько или же больше, чем требуется для такой цели [90]. Например, если мы имеем

$$x^6+nx^5-6nnx^4+36n^3x^3-216n^4x^2+1296n^5x-7776n^6=0,$$

то, положив $y-6\ n=0$, найдем

$$\begin{array}{rrrrrrrrrrrr}
y^6 & -36n & y^5 & +540nn & y^4 & -4320n^3 & y^3 & +19440n^4 & yy & -46656n^5 & y & +46656n^6 \\
 & +n & & -30nn & & +360n^3 & & -2160n^4 & & +6480n^5 & & -7776n^6 \\
 & & & -6nn & & +144n^3 & & -1296n^4 & & +5184n^5 & & -7776n^6 \\
 & & & & & +36n^3 & & -648n^4 & & +3888n^5 & & -7776n^6 \\
 & & & & & & & -216n^4 & & +2592n^5 & & -7776n^6 \\
 & & & & & & & & & +1296n^5 & & -7776n^6 \\
 & & & & & & & & & & & -7776n^6 \\
\hline
\end{array}$$

$$y^6-35ny^5+504nny^4-3780n^3y^3+15120n^4y^2-27216n^5y\ *=0.$$

Здесь очевидно, что величина $504nn$, известная величина в третьем члене, больше квадрата $\frac{35}{2}n$, половины известной величины во втором; и не бывает случая, чтобы величину, на которую увеличивают истинные корни, потребовалось для этой цели взять большей в сравнении с данными величинами, чем в этом случае.

Как заполняют в уравнении все места

Так как последний член в этом уравнении отсутствует, то, если это нежелательно, нужно еще хотя бы немного увеличить значение корней; и как бы мало ни было увеличение, оно будет достаточным для этой цели. Точно так же обстоит дело, когда угодно увеличить число измерений какого-нибудь уравнения и заполнить все места его членов. Например, если вместо

$$x^5****-b=0$$

желательно получить уравнение, в котором неизвестная величина имеет шесть измерений и не отсутствует ни один из членов, то вместо

$$x^5 * * * * - b = 0$$

сперва нужно написать

$$x^6 * * * * - bx = 0;$$

затем, положив $y - a = x$, мы получим

$$y^6 - 6ay^5 + 15aay^4 - 20a^3y^3 + 15a^4yy \left.\begin{matrix} - 6a^5 \\ - b \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} y + a^6 \\ + ab \end{matrix}\right\} = 0.$$

Здесь очевидно, что сколь малой ни предположить величину a, все места уравнения все равно будут заполнены.

Как можно, не зная корней, их умножать и делить

Далее, не зная значений истинных[91] корней уравнения, их все можно умножить или разделить на произвольную известную величину. Этого можно достигнуть, предположив, что неизвестная величина, умноженная или разделенная на величину, на которую требуется умножить или разделить корни, равна некоторой другой, а затем, умножив или разделив известную величину во втором члене на ту самую величину, на которую требуется умножить или разделить корни; известную величину в третьем — на ее квадрат; известную величину в четвертом — на ее куб, и так далее — до последнего члена.

Как приводят в уравнении дробные числа к целым

Это может служить для приведения к целым и рациональным числам дробей, а часто также и глухих чисел[92], находящихся в членах уравнений. Например, если

$$x^3 - \sqrt{3}xx + \frac{26}{27}x - \frac{8}{27\sqrt{3}} = 0,$$

и если вместо этого уравнения желательно получить другое, все члены которого выражаются рациональными числами, то нужно принять $y = x\sqrt{3}$ и известную величину во втором члене, равную также $\sqrt{3}$, умножить на $\sqrt{3}$; известную величину в третьем, $\frac{26}{27}$, на его квадрат, т. е. на 3, и известную величину в последнем, $\frac{8}{27\sqrt{3}}$, на его куб, т. е. на $3\sqrt{3}$. Это даст

$$y^3 - 3yy + \frac{26}{9}y - \frac{8}{9} = 0\,.$$

Если затем вместо этого уравнения желательно получить еще другое, в котором все известные величины выражались бы только целыми числами, то следует принять $z = 3y$; и, умножив 3 на 3, $\frac{29}{9}$ на 9 и $\frac{8}{9}$ на 27, мы найдем

$$z^3 - 9zz + 26z - 24 = 0.$$

Так как корни здесь суть 2, 3 и 4, то мы видим, что корни предыдущего уравнения были $\frac{2}{3}$, 1 и $\frac{4}{3}$, а корни первого

$$\frac{2}{9}\sqrt{3},\ \ \frac{1}{3}\sqrt{3}\ \ \text{и}\ \ \frac{4}{9}\sqrt{3}.$$

Как сделать известную величину в каком-либо члене уравнения равной любой величине

Это же действие может служить для того, чтобы известную величину в каком-либо члене уравнения сделать равной какой-либо другой величине. Например, если вместо уравнения

$$x^3 * - bbx + c^3 = 0$$

желательно получить другое уравнение, в котором известная величина в члене, занимающем третье место, здесь bb, была бы $3aa$, то нужно принять $y = x\sqrt{\frac{3aa}{bb}}$ и затем написать

$$y^3 * - 3aay + \frac{3a^3c^3}{b^3}\sqrt{3} = 0.$$

Как истинные, так и ложные корни могут быть или действительными, или воображаемыми

Наконец, как истинные, так и ложные корни не всегда бывают действительными, оказываясь иногда лишь воображаемыми [imaginaires][93]. Другими словами, хотя всегда можно вообразить себе [imaginer] у каждого уравнения столько корней, сколько я сказал, но иногда не существует ни одной величины, которая соответствует этим воображаемым корням. Так, например, хотя у уравнения

$$x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0$$

можно вообразить себе три корня, но на самом деле оно имеет только один действительный, именно 2. Что касается двух других корней, то сколько бы их ни увеличивать, уменьшать или умножать так, как я только что объяснил, все равно их не удастся сделать иными, чем воображаемыми.

Приведение кубических уравнений в случае плоской задачи

Если в поисках построения какой-нибудь задачи получается уравнение, в котором известная величина имеет три измерения, и если, во-первых, имеющиеся в уравнении известные величины содержат дроби, то посредством объясненного выше умножения их следует привести к целым числам. Если же они содержат глухие числа, то их также следует по возможности привести к рациональным числам при помощи как того же умножения, так и различных иных способов, найти которые довольно легко. Затем, рассматривая по порядку все величины, на которые делится нацело последний член, следует установить, не может ли какая-нибудь из них при соединении с неизвестной величиной знаком + или — образовать двучлен, на который делилось бы все выражение [94]. И если это так, то задача является плоской, т. е. может быть построена при помощи линейки и циркуля. Действительно, либо искомым корнем будет входящая в двучлен известная величина, либо же уравнение, после деления на двучлен, приводится к двум измерениям, так что корень можно будет потом найти на основании сказанного в первой книге.

Если, например,

$$y^6 - 8y^4 - 124y^2 - 64 = 0,$$

то последний член, 64, можно разделить нацело на 1, 2, 4, 8, 16, 32 и 64. На этом основании следует по порядку рассмотреть, нельзя ли разделить уравнение на какой-нибудь из двучленов: $yy - 1$ или $yy + 1$; $yy - 2$ или $yy + 2$; $yy - 4$, и т. д.; при этом мы найдем, что оно делится на $yy - 16$ следующим образом:

$$\begin{array}{cccccc}
+y^6 & -8y^4 & -124yy & \underline{-64} & =0 & \\
\underline{-1y^6} & \underline{-8y^4} & \underline{-\;\;4yy} & & & -16 \\
0 & \underline{-16y^4} & \underline{-128yy} & & & \\
 & 16 & 16 & & & \\
\hline
 & +y^4 & +8yy & +4 & =0 & [95].
\end{array}$$

Способ деления уравнения на двучлен, содержащий его корень

Я начинаю с последнего и делю —64 на —16, это дает +4, что я и записываю в частном. Затем я умножаю +4 на $+yy$, что дает $+4yy$, почему я и записываю в делимом выражении $-4yy$, ибо в нем всегда следует писать знак + и —, противоположный знаку, получающемуся при умножении. Прибавив $-124yy$ к $-4yy$, я нахожу $-128yy$ и это снова делю на —16, причем получаю $+8yy$, которые нужно поставить в частном. Умножая это на yy, я, для прибавления к подлежащему делению члену, который также есть $-8y^4$, получаю $-8y^4$; вместе они дают $-16y^4$, и это я делю на -16. Это дает $+1y^4$ для частного и $-1y^6$ для прибавления к $+1y^6$, что дает 0 и свидетельствует об окончании деления. Но если бы осталась какая-нибудь величина или же если бы какой-нибудь из предшествующих членов нельзя было разделить нацело, то это обнаружило бы, что деление невозможно.

Аналогично, если

$$y^6 \left.\begin{matrix} +aa \\ -2cc \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} -a^4 \\ +c^4 \end{matrix}\right\} yy \left.\begin{matrix} -a^6 \\ -2a^4cc \\ -aac^4 \end{matrix}\right\} = 0,$$

то последний член можно нацело разделить на a, на aa, $aa+cc$, a^3+acc и т. п. Но рассмотреть нужно лишь два выражения, именно aa и $aa+cc$, ибо остальные, давая в частном или больше, или меньше измерений, чем их имеет известная величина в предпоследнем члене, не позволили бы произвести деление. При этом заметьте, что измерение y^6 я здесь принимаю равным лишь трем, так как во всем выражении нет ни y^5, ни y^3, ни y. Испытывая двучлен

$$yy-aa-cc=0,$$

мы увидим, что деление на него можно произвести так:

$$y^6 \left.\begin{matrix} +aa \\ -2cc \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} -a^4 \\ +c^4 \end{matrix}\right\} yy \left.\begin{matrix} -a^6 \\ -2a^4cc \\ \underline{-aac^4} \end{matrix}\right\} = 0$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -aa-cc$$

$$\left.\begin{matrix} \underline{-y^6} & -2aa \\ 0 & \underline{+cc} \end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix} -a^4 \\ \underline{-aacc} \end{matrix}\right\} yy$$
$$\underline{\qquad -aa-cc \qquad\qquad -aa-cc \qquad}$$

$$+y^4 \left.\begin{matrix} +2aa \\ -cc \end{matrix}\right\} yy \left.\begin{matrix} +a^4 \\ +aacc \end{matrix}\right\} = 0,$$

что показывает, что искомый корень есть $aa + cc$. Это легко проверить умножением.

Каковы телесные задачи, когда уравнение является кубическим

Но если нельзя найти такой двучлен, на который делится, таким образом, вся сумма предложенного уравнения, то зависящая от последнего задача, несомненно, телесная. После этого было бы не меньшей ошибкой пытаться ее построить при помощи лишь кругов и прямых линий, чем применять конические сечения к построению задач, для которых требуются только круги; ибо в конце концов все, что свидетельствует о каком-либо незнании, называется ошибкой.

О приведении уравнений с четырьмя измерениями в случае плоской задачи и о телесных задачах

Если имеется уравнение, в котором неизвестная величина имеет четыре измерения, то после удаления из него глухих и дробных чисел, если они имеются, следует таким же образом выяснить, нельзя ли найти двучлен, на который делилось бы все выражение, причем двучлен составляется из величин, на которые делится нацело последний член. Если такой двучлен удастся найти, то либо искомым корнем будет входящая в него известная величина, либо, по крайней мере после деления, останется уравнение, которое имеет всего три измерения и которое нужно будет затем, в свою очередь, подвергнуть такому же исследованию. Если же такой двучлен найти не удастся, то нужно по указанному выше способу путем увеличения или уменьшения значения корня удалить второй член выражения и затем привести последнее к другому выражению, содержащему лишь три измерения. Это проделывается следующим образом: вместо

$$+x^4 * \cdot pxx \cdot qx \cdot r = 0$$

нужно написать

$$+y^6 \cdot 2py^4 \left.\begin{matrix} +pp \\ \cdot 4r \end{matrix}\right\} yy - qq = 0 \quad [^{96}].$$

Что касается опущенных мною знаков $+$ и $-$, то если в предшествующем уравнении было $+p$, в последующем надо поставить $+2p$, а если было $-p$, то надо поставить $-2p$; наоборот, если было $+r$, то надо поставить $-4r$, а если было $-r$, то надо поставить $+4r$; далее, было ли $+q$ или $-q$, надо все равно поставить $-qq$ и $+pp$, по крайней мере, если предположить что x^4 и y^6 отмечены знаком $+$; в случае же знака $-$ при них все было бы наоборот.

Если, например, мы имеем

$$+x^4 * -4xx - 8x + 35 = 0,$$

то вместо этого нужно написать

$$y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 = 0 \quad [^{97}].$$

Действительно, так как величина, названная мною p, равняется здесь -4, то вместо $2py^4$ нужно поставить $-8y^4$; далее, так как величина, названная мною r, равняется здесь 35, то вместо $\left.\begin{matrix} +pp \\ +4r \end{matrix}\right\} yy$ нужно поставить $\left.\begin{matrix} +16 \\ -140 \end{matrix}\right\} yy$, т. е. $-124yy$, и, наконец, так как q равно 8, то вместо $-qq$ нужно поставить -64.

Аналогично, вместо

$$+x^4 * -17xx - 20x - 6 = 0$$

нужно написать

$$+y^6 - 34y^4 + 313yy - 400 = 0,$$

ибо 34 вдвое больше 17, 313 представляет собой квадрат 17, сложенный с учетверенным 6, и 400 есть квадрат 20.

Аналогично также вместо

$$+z^4 * \left.\begin{matrix}+\frac{1}{2}aa\\ -cc\end{matrix}\right\} zz \left.\begin{matrix}-a^3\\ +acc\end{matrix}\right\} z \left.\begin{matrix}+\frac{5}{16}a^4\\ -\frac{1}{4}aacc\end{matrix}\right\} = 0$$

нужно написать

$$y^6 \left.\begin{matrix}+aa\\ -2cc\end{matrix}\right\} y^4 \left.\begin{matrix}-a^4\\ +c^4\end{matrix}\right\} yy \left.\begin{matrix}-a^6\\ -2a^4cc\\ -aac^4\end{matrix}\right\} = 0,$$

так как p есть $+\frac{1}{2}aa - cc$, и pp есть $\frac{1}{4}a^4 - aacc + c^4$, и $4r$ есть $-\frac{5}{4}a^4 + aacc$ и, наконец, $-qq$ есть $-a^6 - 2a^4cc - aac^4$.

После того как уравнение приведено таким путем к трем измерениям, следует, по уже изложенному способу, определить значение yy, а если его нельзя найти, то не следует итти дальше, так как это непременно означает, что задача телесная. Если же значение yy будет найдено, то предшествующее уравнение можно, пользуясь им, разделить на два других, в каждом из которых неизвестная величина будет обладать только двумя измерениями и корни которых будут те же, что и его корни. Именно, вместо уравнения

$$+x^4 * \cdot pxx \cdot qx \cdot r = 0$$

нужно написать два других:

$$+xx - yx + \frac{1}{2}yy \cdot \frac{1}{2}p \cdot \frac{q}{2y} = 0$$

и

$$+xx + yx + \frac{1}{2}yy \cdot \frac{1}{2}p \cdot \frac{q}{2y} = 0.$$

Что касается опущенных мною знаков $+$ и $-$, то если в предыдущем уравнении было $+p$, в каждом из данных надо поставить $+\frac{1}{2}p$, а если было $-p$, то надо поставить

$-\frac{1}{2}p$. Далее, если в первоначальном уравнении имеется $+q$, то в уравнении, где имеется $-yx$, надо поставить $+\frac{q}{2y}$, а в уравнении, где имеется $+yx$, надо поставить $-\frac{q}{2y}$. Наоборот, если там имеется $-q$, то в уравнении, где имеется $-yx$, надо поставить $-\frac{q}{2y}$, а в уравнении, где имеется $+yx$, надо поставить $+\frac{q}{2y}$. Таким путем легко узнать все корни предложенного уравнения и, следовательно, построить задачу, решение которой содержится в нем, пользуясь лишь кругами и прямыми линиями.

Например, так как, взяв

$$y^6 - 34y^4 + 313yy - 400 = 0$$

вместо

$$x^4 * -17xx - 20x - 6 = 0,$$

мы найдем, что yy есть 16, то вместо данного уравнения

$$+x^4 * -17xx - 20x - 6 = 0$$

нужно написать два других:

$$+xx - 4x - 3 = 0$$

и

$$+xx + 4x + 2 = 0,$$

ибо y есть 4, $\frac{1}{2}yy$ есть 8, p есть 17 и q есть 20. Таким образом,

$$+\frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}p - \frac{q}{2y} \text{ дает } -3,$$

$$+\frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}p + \frac{q}{2y} \text{ дает } +2.$$

Извлекая корни этих двух уравнений, мы найдем как раз все те корни, которые получились бы из уравнения, содержащего x^4,— именно один истинный, $\sqrt{7}+2$, и три ложных:

$$\sqrt{7}-2,\quad 2+\sqrt{2} \text{ и } 2-\sqrt{2}.$$

Аналогично, если

$$x^4 * -4xx-8x+35=0 \ [^{98}],$$

то, так как корень уравнения

$$y^6-8y^4-124yy-64=0$$

снова есть 16, нужно написать

$$xx-4x+5=0$$

и

$$xx+4x+7=0.$$

Действительно, здесь

$$+\frac{1}{2}yy-\frac{1}{2}p-\frac{q}{2y} \text{ дает } 5$$

и

$$+\frac{1}{2}yy-\frac{1}{2}p+\frac{q}{2y} \text{ дает } 7.$$

Так как у обоих последних уравнений мы не найдем ни истинных, ни ложных корней, то из этого узнаем, что четыре корня того уравнения, из которого получены данные,— воображаемые. Задача, для которой было найдено уравнение, по природе своей плоская, но она не может быть построена никоим образом, ибо данные величины входить в таком сочетании [se joindre] не могут.

Аналогично, если

$$z^4 * \left.\begin{matrix} +\frac{1}{2}da \\ -\ cc \end{matrix}\right\} zz \left.\begin{matrix} -a^3 \\ -acc \end{matrix}\right\} z \begin{matrix} +\frac{5}{16}a^4 \\ -\frac{1}{4}aacc \end{matrix} =0,$$

то, так как мы найдем для yy значение $aa+cc$, нужно будет написать

$$zz-\sqrt{aa+cc}\ z+\frac{3}{4}aa-\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}=0$$

и

$$zz+\sqrt{aa+cc}\ z+\frac{3}{4}aa+\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}=0.$$

Действительно, y есть $\sqrt{aa+cc}$, $+\frac{1}{2}yy+\frac{1}{2}p$ есть $\frac{3}{4}aa$, и $\frac{q}{2y}$ есть $\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}$. Из этого видно, что значение z есть

$$\frac{1}{2}\sqrt{aa+cc}+\sqrt{-\frac{1}{2}aa+\frac{1}{4}cc+\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}$$

или же

$$\frac{1}{2}\sqrt{aa+cc}-\sqrt{-\frac{1}{2}aa+\frac{1}{4}cc+\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}.$$

Так как мы положили выше $z+\frac{1}{2}a=x$, то узнаем, что величина x, для нахождения которой мы произвели все эти действия, есть

$$+\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}aa+\frac{1}{4}cc}-\sqrt{\frac{1}{4}cc-\frac{1}{2}aa+\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}.$$

Пример употребления этих приведений

Чтобы можно было лучше уяснить всю пользу этого правила, я применю его к решению какой-нибудь задачи.

Допустим, например (рис. 148), что даны квадрат AD и линия BN и что требуется так продолжить сторону AC до E, чтобы линия EF, проведенная из E к B, была равна NB. Из работ Паппа известно, что если продолжить сперва BD до G, так, чтобы DG была равна DN, и описать круг диаметра BG, а затем продолжить прямую AC, то она пересечет окружность этого круга в искомой точке E. Но тем, кто не знаком с этим построением, найти его будет довольно трудно. Если бы они стали искать его при помощи предложенного мною здесь способа, то им никогда не пришло бы в голову принять за неизвестную величину DG; в качестве нее они скорее взяли бы CF или FD, ибо как раз эти величины легче всего приводят к уравнению. При этом получилось бы уравнение, привести которое, не прибегнув к изложенному мною выше правилу, было бы отнюдь не легко. В самом деле, полагая BD или CD равными a, EF равной c, DF равной x, мы найдем, что CF равна $a-x$ и что CF или $a-x$ относится к FE или c, как FD или x относится к BF, которая, следовательно, есть $\frac{cx}{a-x}$. Затем, так как треугольник BDF прямоугольный и одна из сторон его равна x, а другая a, то их квадраты, т. е. $xx+aa$, равны квадрату основания, который есть $\frac{ccxx}{xx-2ax+aa}$. Таким образом, умножая все на $xx-2ax+aa$, мы найдем, что уравнение будет

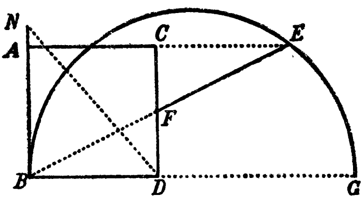


Рис. 148.

$$x^4-2ax^3+2aaxx-2a^3x+a^4=ccxx$$

или же

$$x^4-2ax^3 \left.\begin{matrix}+2aa\\-cc\end{matrix}\right\} xx-2a^3x+a^4=0.$$

Отсюда мы при помощи предыдущих правил узнаем, что его корень, представляющий собой длину линии DF, есть

$$\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}aa+\frac{1}{4}cc}-\sqrt{\frac{1}{4}cc-\frac{1}{2}aa+\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}.$$

Если бы в качестве неизвестной величины взяты были BF или CE [99], или BE, то мы снова пришли бы к уравнению, которое имело бы четыре измерения, но которое привести было бы легче. Притти к этому уравнению было бы довольно легко; между тем, если бы мы взяли DG, то уравнение, правда, очень простое, было бы получить значительно труднее. Я указываю на это с целью предупредить вас, что когда предложенная задача не телесна и когда, решая ее одним путем, приходишь к очень сложному уравнению, то, решая ее другим путем, можно обыкновенно притти к более простому уравнению [100].

Я мог бы к этому добавить еще несколько различных правил приведения уравнений, восходящих до куба или квадрата квадрата, но они были бы лишними, ибо в случае плоских задач построение их всегда можно найти, пользуясь уже приведенными правилами.

Общее правило приведения уравнений выше квадрато-квадратных

Я мог бы также добавить и другие правила для уравнений, восходящих до сверхтела или до квадрата куба, или же выше. Однако я предпочитаю объединить их все воедино и указать вообще, что если, пытаясь привести эти уравнения к уравнениям той же формы и с тем же числом измерений и получающимся при перемножении двух других уравнений меньшего числа измерений, и перебрав все способы, какими можно произвести такое перемножение, мы увидим, что осуществить это никак нельзя, — то можно быть уверенным, что наши уравнения не могут быть приведены к более простым. Следовательно, если неизвестная величина имеет три или четыре измерения, то задача, в которой ее ищут, будет телесной, а если она имеет пять или шесть измерений, то задача будет на один порядок сложнее, и т. д.

Я не привел здесь доказательств большей части сказанного по той причине, что они кажутся мне столь легкими, что если вы только потрудитесь методически проверить, не ошибся ли я, то эти доказательства представятся сами собой. И будет полезнее познакомиться с ними таким путем, чем путем простого чтения.

Общий способ построения всех телесных задач, приводящихся к уравнению трех или четырех измерений

Если мы удостоверились, что предложенная задача телесная, то будет ли уравнение, служащее для ее решения, восходить до квадрата квадрата или же только до куба, корень его всегда можно найти посредством любого из трех конических сечений или даже части одного из них, хотя бы столь малой, насколько это лишь возможно, и пользуясь еще только прямыми и кругами. Но я удовольствуюсь здесь тем, что дам общее правило нахождения всех корней посредством параболы, ибо в некотором отношении оно является простейшим.

В первую очередь, если имеется еще второй член уравнения, то следует его удалить. Тогда, если неизвестная величина имеет только три измерения, мы приведем уравнение к виду

$$z^3 = * \cdot apz \cdot aaq,$$

а если неизвестная имеет четыре измерения, то к виду

$$z^4 = * \cdot apzz \cdot aaqz \cdot a^3 r,$$

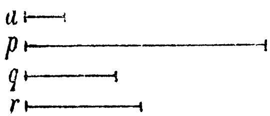
или же, принимая a за единицу, к виду

$$z^3 = * \cdot pz \cdot q$$

и к виду

$$z^4 = * \cdot pzz \cdot qz \cdot r.$$

Далее, предположим, что парабола FAG (рис. 149) уже описана, что ось ее есть $ACDKL$, что ее прямая сторона есть a, или 1, что отрезок AC равен половине этого и что, наконец, точка C находится внутри параболы, а точка A является ее вершиной. Затем следует положить $CD=\frac{1}{2}p$ и в случае, если в уравнении стоит $+p$, взять ее с той же стороны, с которой расположена точка A относительно точки C [101], а если в нем стоит $-p$, то с другой стороны. Далее, в точ-



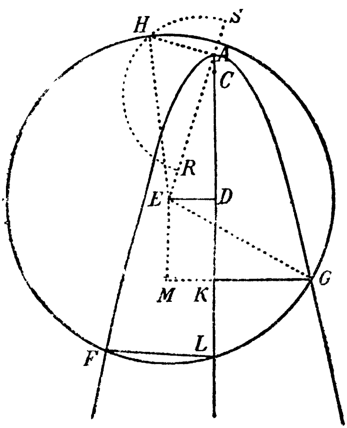


Рис. 149.

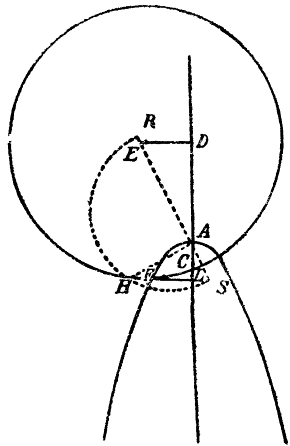


Рис. 150.

ке D или же, если величина p есть нуль, в точке C следует восстановить перпендикуляр и продолжить его до E так, чтобы он был равен $\frac{1}{2}q$. И, наконец, из центра E нужно описать окружность FG, полудиаметр которой, в случае, если уравнение лишь кубическое, так что величина r есть нуль, будет AE. Но если в уравнении имеется $+r$, то на одной стороне продолженной линии AE (рис. 150) нужно взять AR, равную r, а на другой AS, равную прямой стороне параболы, т. е. 1, и затем, описав окружность с диаметром RS, восстановить перпендикуляр AH к AE, пересекающий окружность

RHS в точке *H*, через которую должна проходить окружность *FHG*. Если же в уравнении имеется $-r$, то, найдя указанным образом линию *AH*, нужно в другую окружность, с диаметром *AE* (рис. 151), вписать равную *AH* линию *AI*; тогда первая искомая окружность *FIG* должна проходить через точку *I* [102].

Окружность *FG* может пересечь параболу или коснуться ее в одной, или в двух, или в трех, или в четырех точках, и если из них опустить перпендикуляры на ось, то получатся все корни уравнения — как истинные, так и ложные. А именно, если величина q отмечена знаком $+$, то истинными корнями будут значения тех перпендикуляров, которые, подобно *FL*, находятся с той же стороны параболы, что и центр окружности *E*; остальные, вроде *GK*, будут ложными. Наоборот, если величина q отмечена знаком $-$, то истинные корни будут находиться с другой стороны, а ложные, или меньшие, чем ничто, — с той же стороны, что и центр окружности *E*. Наконец, если окружность не пересекает и не касается параболы ни в одной точке, то это означает, что уравнение не имеет ни истинных, ни ложных корней и что все они воображаемые. Таким образом, приведенное правило является настолько общим и полным, как этого только можно пожелать [103].

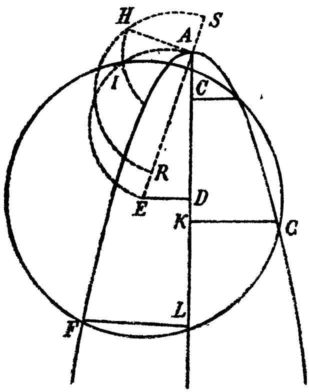


Рис. 151.

Доказать сказанное очень легко. Действительно, если найденная в этом построении линия *GK* называется z, то из свойства параболы, согласно которому *GK* должна быть средней пропорциональной между *AK* и прямой стороной, т. е. 1, следует, что *AK* будет zz. Далее, если от *AK* (рис. 152) отнять AC, т. е. $\frac{1}{2}$, и CD, т. е. $\frac{1}{2}p$, то останется DK или EM, т. е. $zz - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}$, квадрат чего есть

$$z^4 - pzz - zz + \frac{1}{4}pp + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}.$$

А так как DE или KM есть $\frac{1}{2}q$, то вся GM есть $z + \frac{1}{2}q$, квадрат чего есть

$$zz + qz + \frac{1}{4}qq.$$

Складывая оба эти квадрата, мы получим

$$z^4 - pzz + qz + \frac{1}{4}qq +$$

$$+ \frac{1}{4}pp + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4},$$

что выражает собой квадрат линии GE, основания прямоугольного треугольника EMG.

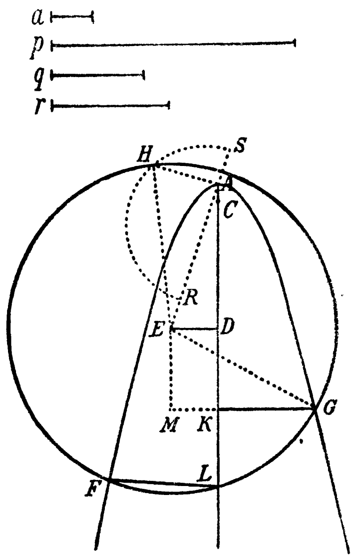


Рис. 152.

Но так как та же линия GE, с другой стороны, является полудиаметром круга FG, то ее можно выразить еще и через другие члены. Именно, так как

$$ED \text{ есть } \frac{1}{2}q \quad \text{и} \quad AD \text{ есть } \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}$$

и угол ADE прямой, то EA есть

$$\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}pp + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}}.$$

Далее, так как HA есть средняя пропорциональная между AS, т. е. 1, и AR, т. е. r, то она есть $\sqrt{r}$; и так как угол EAH прямой, то квадрат HE или EG будет

$$\frac{1}{4}qq+\frac{1}{4}pp+\frac{1}{2}p+\frac{1}{4}+r,$$

и, таким образом, между этим выражением и предшествующим получается уравнение, которое есть то же, что и

$$z^4= \star\, pzz-qz+r.$$

Следовательно, найденная линия GK, названная нами z, является корнем этого уравнения, что и требовалось доказать. Если вы примените такие же вычисления во всех прочих случаях этого правила, меняя в соответствии с обстоятельствами знаки + и —, то вы также найдете требуемое решение, и мне нет необходимости на этом останавливаться.

Нахождение двух средних пропорциональных

Допустим, что при помощи этого правила хотят найти две средние пропорциональные между линиями a и q. Всякий знает, что если принять z за одну из них, то как a относится к z, так z относится к $\frac{zz}{a}$ и $\frac{zz}{a}$ к $\frac{z^3}{aa}$; и таким образом между q и $\frac{z^3}{aa}$ имеется уравнение, т. е.

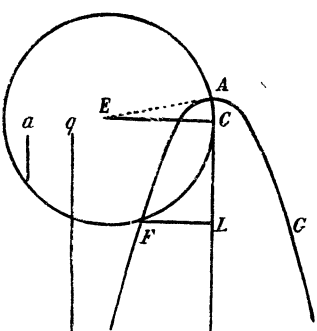


Рис. 153.

$$z^3= \star\star\, aaq.$$

Если описаны парабола FAG (рис. 153) и часть ее оси AC, равная $\frac{1}{2}a$, т. е. половине прямой стороны, то в точке C нужно восстановить перпендикуляр CE, равный $\frac{1}{2}q$, а из центра E

описать проходящую через точку A окружность AF и мы найдем в качестве искомых средних пропорциональных FL и LA.

Способ деления угла на три равные части

Точно так же, если угодно разделить на три равные части угол NOP (рис. 154) или же дугу, или часть круга $NQTP$[101], то, положив радиус круга $NO=1$, хорду [la subtendue] данной

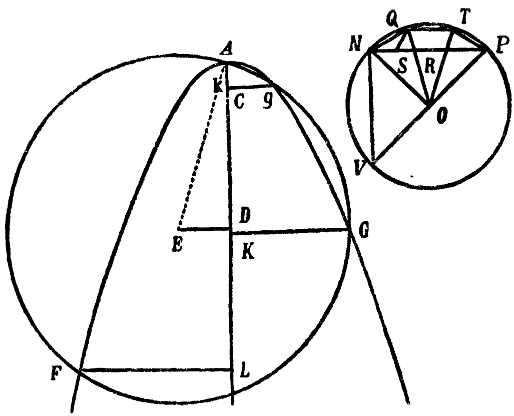


Рис. 154.

дуги $NP=q$ и хорду трети дуги $NQ=z$, мы получим уравнение

$$z^3 = * 3z - q.$$

Действительно, если провести линии NQ, OQ, OT и провести QS параллельно TO, то ясно, что, как NO относится к NQ, так NQ к QR и QR к RS. И так как NO есть 1, NQ есть z, то QR есть zz, и RS есть z^3. Далее, так как для того чтобы линия NP, т. е. q, была втрое больше NQ, т. е. z, недостает только RS или z^3, то

$$q = 3z - z^3 \text{ или же } z^3 = * 3z - q.$$

Если парабола FAG описана и CA, половина ее прямой стороны, есть $\frac{1}{2}$, то, взяв $CD = \frac{3}{2}$, а перпендикуляр $DE = \frac{1}{2}q$, опишем из центра E через точку A окружность $FAgG$; эта окружность пересечет параболу в трех точках F, g, G, не считая еще точки A — вершины. Это показывает, что данное уравнение имеет три корня, именно два истинных, GK и gk, и третий — ложный, FL. В качестве искомой линии NQ из двух истинных корней следует взять меньший, gk. Действительно, другой корень, GK, равен NV, — хорде одной трети дуги NVP, дополняющей другую дугу, NQP, до окружности. Ложный корень FL, как в этом легко убедиться с помощью вычисления, равен QN и NV, обоим вместе.

Все телесные задачи могут быть приведены к этим двум построениям

Было бы лишним задерживаться здесь, приводя еще другие примеры, ибо все задачи, являющиеся только телесными, можно привести таким образом, что это правило потребуется для их построения лишь в той мере, в какой оно служит для нахождения двух средних пропорциональных или же для деления угла на три равные части. Вы это поймете, если примете во внимание, что встречающиеся в телесных задачах трудности всегда можно выразить посредством уравнений, восходящих не выше куба или квадрата квадрата, и что все уравнения, восходящие до квадрата квадрата, приводятся к квадратным при помощи некоторых других уравнений, восходящих лишь до куба, и что, наконец, из последних можно удалить второй член. Таким образом среди них нет таких, которые не могли бы быть приведены к одной из следующих трех форм:

$$z^3 = * - pz + q,$$
$$z^3 = * + pz + q,$$
$$z^3 = * + pz - q.$$

Если мы имеем $z^3 = \star - pz + q$, то правило, приписываемое Кардано некоему Сципиону Ферро [105], учит, что корень есть

$$\sqrt{C. + \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}} - \sqrt{C. - \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}}.$$

Точно так же, если $z^3 = \star + pz + q$ и квадрат половины последнего члена больше куба трети известной величины

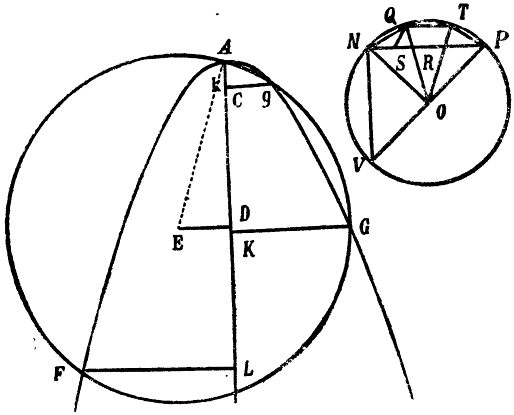


Рис. 155.

в предпоследнем, то подобное же правило учит нас, что корень есть

$$\sqrt{C. + \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C. + \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}.$$

Из этого вытекает, что все задачи, трудности которых приводятся к одной из этих двух форм, можно построить, используя конические сечения только для извлечения кубических корней из некоторых данных величин, т. е. для нахождения двух средних пропорциональных между этими величинами и единицей.

Допустим далее, что $z^3 = \star + pz + q$ и что квадрат половины последнего члена не больше куба трети известной величины в предпоследнем. Если представить себе круг $NQPV$ (рис. 155), полудиаметр NO которого равен $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, т. е. средней пропорциональной между третью данной величины p и единицей, а также вписать в этот круг линию NP, равную $\frac{3q}{p}$, т. е. относящуюся к другой данной величине q, как единица к трети p, то нужно будет только разделить каждую из обеих дуг NQP и NVP на три равные части, и мы тогда получим хорду трети одной из дуг, NQ, и хорду трети другой, NV, которые, взятые вместе, составят искомый корень.

Наконец, допустим что $z^3 = * pz - q$. Если опять-таки представить себе круг $NQPV$, радиус NO которого есть $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, и вписанную в него прямую NP, равную $\frac{3q}{p}$, то NQ, хорда трети дуги NQP, будет одним из искомых корней, а NV, хорда трети другой дуги, — другим. Это справедливо, когда квадрат половины последнего члена не более куба трети известной величины в предпоследнем; ибо если бы он был более, то линию NP нельзя было бы вписать в круг, так как она тогда была бы длиннее его диаметра. По этой причине оба истинных корня данного уравнения являлись бы лишь воображаемыми, и из действительных корней имелся бы только ложный, равный, согласно правилу Кардано,

$$\sqrt{C.\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C.\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$$ [106].

Способ выражения всех корней кубических уравнений и, следовательно, всех уравнений, восходящих не выше квадрата квадрата

Следует заметить, впрочем, что этот способ выражения корней при помощи того отношения, которое они имеют к сторонам некоторых кубов, у которых известен только объем, ничуть не понятнее и не проще, чем способ выражения их при помощи того отношения, которое они имеют к хордам некоторых дуг или частей кругов, утроенное кратное которых дано. При этом все корни кубических уравнений, которые не могут быть выражены при помощи правил Кардано, можно выразить столь же или более ясно изложенным здесь способом.

Если, например, думают, что знают корень уравнения

$$z^3 = * + pz + q,$$

ибо известно, что он состоит из двух линий, одна из которых является стороной куба, объем которого равен сумме $\frac{1}{2}q$ и стороны квадрата с площадью $\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3$, а другая — стороной другого куба, объем которого равен разности $\frac{1}{2}q$ и стороны этого квадрата с площадью $\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3$, а это все, что мы узнаем из правила Кардано, то несомненно, что корень уравнения

$$z^3 = * + pz - q$$

познается столь же или более отчетливо, когда его рассматривают как вписанный в круг полудиаметра $\sqrt{\frac{1}{3}p}$ и знают, что он является хордой такой дуги, что дуга втрое большая имеет хорду $\frac{3q}{p}$. Эти выражения даже значительно проще первых, и они были бы еще короче, если бы для обозначения хорд пользовались каким-нибудь особым знаком, подобно тому как для обозначения стороны кубов пользуются знаком $\sqrt{C}$ [107].

Из вышеизложенного следует, что, пользуясь вышеприведенными правилами, можно выразить корни всех уравнений, восходящих до квадрата квадрата включительно. И я поэтому не знаю, чего еще можно пожелать в этом вопросе, ибо самая сущность этих корней не позволяет ни выразить их в более простых выражениях, ни определить их посредством какого-нибудь другого построения, которое было бы одновременно и более общим, и более легким.

Почему телесные задачи нельзя построить без помощи конических сечений, а более сложные — без помощи каких-либо других, более сложных линий

Правда, я не сказал еще, на чем основываюсь, позволяя себе таким образом утверждать, что данная вещь возможна или же что она невозможна. Но если обратить внимание на то, как при помощи употребляемого мной метода все, что попадает под рассмотрение геометров, приводится к одному и тому же роду задач, а именно к отысканию значения корней какого-нибудь уравнения, перечислить все способы нахождения которых нетрудно, то можно признать, что этого достаточно для убедительного доказательства того, что метод выбран был самый общий и самый простой. В частности для телесных задач, которых, по моим словам, нельзя построить, не прибегая к более сложным линиям, чем круговая, мое утверждение можно вывести из того, что все они приводятся к двум построениям, в одном из которых требуется получить обе точки, определяющие две средние пропорциональные между двумя данными линиями, а в другом — две точки, делящие на три равные части данную дугу. Действительно, поскольку кривизна [la courbure] круга зависит лишь от простого отношения всех его частей к одной точке, служащей его центром, то и пользоваться ею можно лишь при определении одной точки между двумя крайними точками или при определении одной средней пропорциональной между двумя данными прямыми, или при делении дуги пополам. Между тем кривизна конических сечений, зависящая всегда от двух различных вещей, позволяет определить также и две различные точки[103].

На том же основании ни одна из задач, на один порядок более сложных, чем телесные, и предполагающих нахождение четырех средних пропорциональных или же деление угла на пять равных частей не может быть построена с помощью какого бы то ни было из конических сечений. Поэтому я полагаю, что сделаю самое лучшее из того, что могу, если приведу общее правило их построения при помощи кривой, описываемой пересечением параболы и прямой по вышеизложенному способу. Действительно, я смею утверждать, что в природе не существует более простой, пригодной для этой же цели кривой. И вы видели, как эта кривая непосредственно следует за коническими сечениями в этом вопросе, который столь усердно изучали древние и решение которого дает по порядку все кривые, подлежащие включению в геометрию.

Общий способ построения всех задач, приводящихся к уравнению, имеющему не более шести измерений

Вы уже знаете, каким образом можно при определении величин, нужных для построения этих задач, привести последние к какому-либо уравнению, восходящему не выше квадрата куба или сверхтела. Вы знаете также, как путем увеличения корней этого уравнения можно всегда сделать все его корни истинными и вместе с тем известную величину в третьем члене большей, чем квадрат половины ее во втором. Вы знаете, наконец, каким образом уравнение, восходящее лишь до сверхтела, можно повысить до квадрата куба, а также заполнить все места всех его членов. Для того чтобы все встречающиеся здесь затруднения можно было разрешить при помощи одного правила, я требую, чтобы все это уже было сделано и чтобы, таким образом, они были всегда уже приведены к уравнению

$$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + syy - ty + v = 0,$$

причем величина, названная здесь q, больше квадрата половины величины, названной p.

Неопределенно продолжив в обе стороны линию BK и восставив в точке B перпендикуляр AB длиной в $\frac{1}{2}p$, нужно в какой-либо отдельной плоскости описать параболу CDF (рис. 156), прямая сторона которой есть $\sqrt{\frac{t}{\sqrt{v}}+q-\frac{1}{4}pp}$, что я для краткости назову n. Затем плоскость этой параболы нужно наложить на плоскость линий AB и BK так, чтобы ее ось DE оказалась как раз в верхней части прямой линии BK. Приняв часть этой оси между точками E и D равной $\frac{2\sqrt{v}}{pn}$, в точке E следует так приложить длинную линейку, чтобы, будучи приложена также и в точке A нижней плоскости, она всегда оставалась связанной с этими двумя точками при перемещении параболы вверх и вниз вдоль линии BK, на которой находится ее ось. Пересечение параболы и линейки, происходящее в точке C, опишет тогда кривую ACN, которая нам как раз и нужна для построения предложенной задачи. Действительно, описав таким образом кривую, возьмем на линии BK точку L с той стороны, к которой

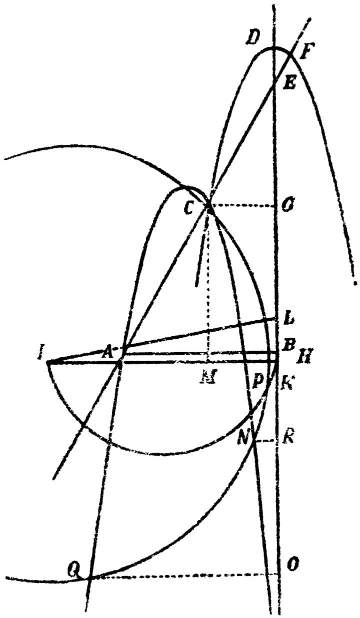


Рис. 156.

обращена вершина параболы, и проведем BL, равную DE, т. е. $\frac{2\sqrt{v}}{pn}$. Затем отложим на той же линии BK в направлении от L к B линию LH, равную $\frac{t}{2n\sqrt{v}}$; в найденной таким образом точке H восставим к BK в сторону кривой ACN перпендикуляр HI, длина которого будет $\frac{r}{2nn}+\frac{\sqrt{v}}{nn}+\frac{pt}{4nn\sqrt{v}}$, что для краткости назовем $\frac{m}{nn}$. Потом, соединив точки L и I, опишем окружность LPI диаметра IL и впишем в эту окружность линию LP, длина которой равна $\sqrt{\frac{s+p\sqrt{v}}{nn}}$. И, наконец, из центра I, через найденную таким образом точку P, опишем окружность PCN. Эта окружность пересечет или коснется кривой ACN в таком числе точек, сколько будет корней уравнения; и таким образом перпендикуляры, опущенные из этих точек на линию BK, как CG, NR, QO и им подобные, будут искомыми корнями. Правило это не допускает никаких исключений или отклонений. Действительно, если бы величина s была столь велика по сравнению с другими, p, q, r, s, t и v, что линия LP оказалась бы больше диаметра круга IL и поэтому не могла бы быть в него вписана, то предложенное уравнение вовсе не имело бы корней, отличных от воображаемых. То же самое случилось бы, если бы окружность IP была столь мала, что ни в одной точке не пересекала бы кривую ACN. Окружность может пересечь кривую ACN в шести различных точках, так же как уравнение может иметь шесть различных корней. Если же она пересекает ее в меньшем числе точек, то это свидетельствует о том, что некоторые из этих корней равны или же лишь воображаемы.

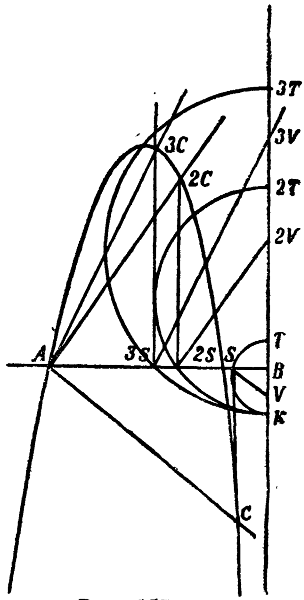


Рис. 157.

Если проведение линии ACN посредством перемещения параболы кажется вам неудобным, то легко найти многие другие способы ее описания. Возьмем, например, в качестве AB, BL и BK, принятой за главную прямую сторону параболы, те же величины, что и ранее. Затем из взятого произвольным образом на BK (рис. 157) центра опишем полуокружность

KST так, чтобы она где-либо пересекала линию AB, скажем, в точке S. От точки T, где кончается полуокружность, отложим в направлении к K линию TV, равную BL, и затем, проведя линию SV, проведем из точки A параллельную ей линию AC. Далее, через точку S проведем еще SC параллельно BK; C, точка пересечения этих двух параллелей, будет одной из точек искомой кривой. Аналогичным образом можно найти сколько угодно других точек.

Все это довольно легко доказать. Действительно, приложим линейку AE и параболу FD вместе в точке C, что можно сделать, ибо точка C лежит на кривой ACN, описываемой при их пересечении (рис. 158). Если CG назвать y, то GD будет $\frac{yy}{n}$, ибо прямая сторона n относится к CG, как CG к GD. Отнимая DE, т. е. $\frac{2\sqrt{v}}{pn}$, от GD, мы для GE получим $\frac{yy}{n}-\frac{2\sqrt{v}}{pn}$. Затем, так как AB относится к BE, как CG к GE, и AB есть $\frac{1}{2}p$, то BE будет $\frac{py}{2n}-\frac{\sqrt{v}}{ny}$.

Точно то же будет, если предположить, что точка C кривой находится при пересечении прямых: SC, параллельной BK, и AC, параллельной SV. SB, равная CG, есть y, и так как BK равна прямой стороне параболы, названной мной n, то BT есть $\frac{yy}{n}$. Действительно, KB относится к BS, как BS к BT. И так как TV равна BL, т. е. $\frac{2\sqrt{v}}{pn}$, то BV есть $\frac{yy}{n}-\frac{2\sqrt{v}}{pn}$. А так как SB относится к BV, как AB к BE, то BE, как и раньше, будет $\frac{py}{2n}-\frac{\sqrt{v}}{ny}$. Отсюда ясно, что с помощью обоих способов описывается одна и та же кривая.

Затем, так как BL и DE равны то равны, также DL и BE. Значит, прибавив LH, т. е. $\frac{t}{2n\sqrt{v}}$, к DL, т. е. $\frac{py}{2n}-\frac{\sqrt{v}}{ny}$, мы получим всю DH, которая есть

$$\frac{py}{2n}-\frac{\sqrt{v}}{ny}+\frac{t}{2n\sqrt{v}}.$$

Отняв отсюда линию GD, т. е. $\frac{yy}{n}$, получим GH, т. е.

$$\frac{py}{2n}-\frac{\sqrt{v}}{ng}+\frac{t}{2n\sqrt{v}}-\frac{yy}{n}.$$

Это я запишу по порядку так:

$$GH=\frac{-y^3+\frac{1}{2}pyy+\frac{ty}{2\sqrt{v}}-\sqrt{v}}{ny}.$$

Квадрат GH будет

$$\frac{y^6-py^5\left.\begin{matrix}-\frac{t}{\sqrt{v}}\\+\frac{1}{2}pp\end{matrix}\right\}y^4\left.\begin{matrix}+2\sqrt{v}\\+\frac{pt}{2\sqrt{v}}\end{matrix}\right\}y^3\left.\begin{matrix}-p\sqrt{v}\\+\frac{tt}{4v}\end{matrix}\right\}yy-ty+v}{nnyy}.$$

И в каком другом месте этой кривой мы бы ни вообразили себе точку C, в направлении ли N, или же в направлении Q, мы всегда найдем, что квадрат прямой, заключенной между точкой H и точкой, в которую падает перпендикуляр, опущенный из точки C на BH, всегда сможет быть выражен в тех же членах и с теми же знаками $+$ и $-$.

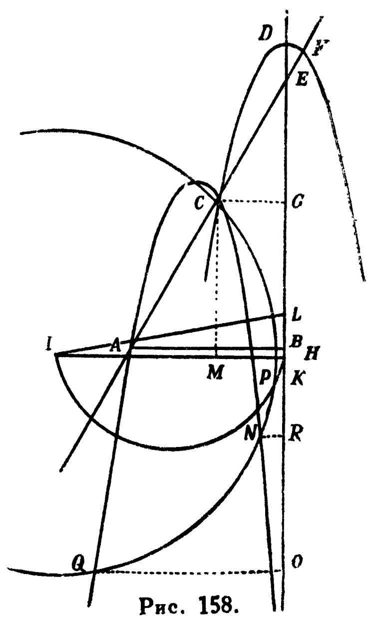


Рис. 158.

Затем, так как IH есть $\frac{m}{nn}$, а LH есть $\frac{t}{2n\sqrt{v}}$ и угол IHL прямой, то IL есть

$$\sqrt{\frac{mm}{n^4}+\frac{tt}{4nnv}}.$$

Так как LP есть

$$\sqrt{\frac{s}{nn}+\frac{p\sqrt{v}}{nn}}$$

и угол IPL также прямой, то IP или IC есть

$$\sqrt{\frac{mm}{n^4}+\frac{tt}{4nnv}-\frac{s}{nn}-\frac{p\sqrt{v}}{nn}}.$$

Опустим перпендикуляр CM на IH; IM будет разностью между IH и HM или CG, т. е. между $\frac{m}{nn}$ и y, и квадрат ее будет всегда

$$\frac{mm}{n^4}-\frac{2my}{nn}+yy.$$

Отняв это от квадрата IC, мы получим в остатке для квадрата CM, равного найденному уже квадрату GH, выражение

$$\frac{tt}{4nnv}-\frac{s}{nn}-\frac{p\sqrt{v}}{nn}-yy.$$

Или же, представив это выражение, как и выражение для квадрата GH, поделенным на $nnyy$, мы получим

$$\frac{-nny^4+2my^3-p\sqrt{v}\,yy-syy+\frac{tt}{4v}\,yy}{nnyy}.$$

Затем, восстанавливая

$$\frac{t}{\sqrt{v}}y^4+qy^4-\frac{1}{4}ppy^4 \text{ вместо } nny^4,$$

и

$$ry^3+2\sqrt{v}\,y^3+\frac{pt}{2\sqrt{v}}y^3 \text{ вместо } 2my^3$$

и умножив оба выражения на $nnyy$, получим

$$y^6-py^5\left.\begin{matrix}-\frac{t}{\sqrt{v}}\\+\frac{1}{4}pp\end{matrix}\right\}y^4\left.\begin{matrix}+2\sqrt{v}\\+\frac{pt}{2\sqrt{v}}\end{matrix}\right\}y^3\left.\begin{matrix}-p\sqrt{v}\\+\frac{tt}{4v}\end{matrix}\right\}yy-ty+v$$

равным

$$\left.\begin{matrix}-\frac{t}{\sqrt{v}}\\-q\\+\frac{1}{4}pp\end{matrix}\right\}y^4\left.\begin{matrix}+r\\+2\sqrt{v}\\+\frac{pt}{2\sqrt{v}}\end{matrix}\right\}y^3\left.\begin{matrix}-p\sqrt{v}\\-s\\+\frac{tt}{4v}\end{matrix}\right\}yy,$$

т. е. получим

$$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + syy - ty + v = 0.$$

Отсюда явствует, что CG, NR, QO и им подобные линии являются корнями этого уравнения, что и требовалось доказать [109].

Таким же образом, если желательно найти четыре средние пропорциональные между линиями a и b и если принять первую из них равной x, то получится уравнение

$$x^5 * * * * - a^4 b = 0$$

или же

$$x^6 * * * * - a^4 bx * = 0.$$

Положив $y - a = x$, мы найдем

$$y^6 - 6ay^5 + 15aay^4 - 20a^3 y^3 + 15a^4 yy \left.\begin{matrix} -6a^5 \\ \\ -a^4 b \end{matrix}\right\} y \left.\begin{matrix} +a^6 \\ \\ +a^5 b \end{matrix}\right\} = 0.$$

Поэтому нужно взять $3a$ для линии AB,

$$\sqrt{\frac{6a^3 + aab}{\sqrt{aa + ab}} + 6aa}$$

для BK, или же для названной мной n прямой стороны параболы; $\frac{a}{3n} \sqrt{aa + ab}$ для DE или BL.

После того как в соответствии с мерой этих трех линий будет описана кривая ACN, нужно будет взять

$$LH = \frac{6a^3 + aab}{2n\sqrt{aa + ab}},$$

$$HI = \frac{10a^3}{nn} + \frac{aa}{nn}\sqrt{aa + ab} + \frac{18a^4 + 3a^3 b}{2nn\sqrt{aa + ab}}$$

и

$$LP = \sqrt{\frac{15a^4 + 6a^3\sqrt{aa + ab}}{nn}}.$$

Действительно, окружность, имеющая центр в точке I, пройдет через найденную указанным путем точку P и пересечет кривую в двух точках — C и N. Опустив из них на BK перпендикуляры NR и CG и отняв меньший, NR, от большего, CG, мы получим остаток x, первую из четырех искомых средних пропорциональных.

Аналогичным образом легко разделить угол на пять равных частей, вписать в круг фигуру с одиннадцатью или тринадцатью равными сторонами и придумать бесчисленное множество других примеров на это правило.

Следует, однако, заметить, что в некоторых из этих примеров может случиться, что окружность будет пересекать параболу второго рода столь наклонно, что окажется затруднительным установить их точку пересечения, так что такое построение будет практически неудобным. В таком случае легко помочь делу, установив наподобие приведенного другие правила, что можно осуществить множеством способов.

Однако в мои цели не входит написать большую книгу. Я скорее стремлюсь в немногих словах выразить многое. С тем, что я так и сделал, может быть, согласятся, обратив внимание на то, что, приведя все задачи одного рода к одному построению, я вместе с тем дал способ приводить их к бесчисленному множеству других, отличных, и решать каждую из них бесчисленным множеством способов. После того как я дал построение всех плоских задач посредством пересечения прямой линии и окружности, всех телесных — посредством пересечения снова окружности и параболы и, наконец, всех задач, на одну степень более сложных, — посредством пересечения опять-таки окружности и линии, на одну степень более сложной, чем парабола, — для построения все более и более, вплоть до бесконечности, сложных задач, нужно лишь следовать по тому же пути. Действительно, имея два или три первых члена математической прогрессии, нетрудно найти все остальные. И я надеюсь, что наши потомки будут благодарны мне не только за то, что я здесь разъяснил, но и за то, что мною было добровольно опущено, с целью предоставить им самим удовольствие найти это.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПОСЛЕСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

В феврале 1950 г. исполнилось триста лет со дня смерти Декарта. По предложению безвременно скончавшегося академика С. И. Вавилова, поддержанному Комиссией Академии Наук СССР по истории физико-математических наук, был предпринят полный перевод произведения Декарта „Рассуждение о методе“ (Discours de la Méthode) вместе с его приложениями — „Диоптрикой“ (Dioptrique), „Метеорами“ (Météores), „Геометрией“ (Geométrie).

Само „Рассуждение о методе“ (без приложений) переводилось на русский язык неоднократно. Первый из этих переводов, наиболее близкий к оригинальному тексту Декарта, принадлежит профессору Московского университета, историку физики Н. А. Любимову, однако чрезмерное подражание оригиналу, вплоть до архаичности языка и сохранения необычайно длинных предложений французского философа, весьма затрудняет чтение этого перевода. Несколько новых переводов, выполненных впоследствии другими авторами, наоборот, легко читаются, но местами значительно отходят по смыслу от оригинала.

К сожалению, остались непереведенными приложения к „Discours de la Méthode“, „Dioptrique“ и „Météores“, т. е. как раз тот материал, который послужил автору в качестве иллюстрации или, точнее, в качестве основы для разработки самого метода. Известно, что „Рассуждение о методе“ было составлено лишь после того, как были закончены „Диоптрика“, „Метеоры“ и „Геометрия“. К тому же эти приложения составляют, пожалуй, наиболее крупный вклад Декарта в точное естествознание, находившееся тогда в самом начале своего развития.

При жизни автора было выпущено в свет (Яном Мэром в Лейдене, в 1637 г.) всего одно издание — „Discours de la Méthode“.

Семь лет спустя Эльзевиром в Амстердаме был издан выполненный Э. де Курселем перевод на латинский язык „Discours de la Méthode“ и „Essais“ (за исключением „Géométrie“, которая была отдельно переведена Скаутеном на латинский язык). Этот перевод был просмотрен Декартом; он ввел, помимо стилистических исправлений, небольшое число добавлений.

Настоящий перевод выполнен с французского текста, но с учетом дополнений, имеющихся в латинском переводе; последний использовался также в сомнительных местах оригинала.

Перевод дополнен примечаниями и тремя статьями, посвященными отдельным частям произведения Декарта.

Переводы „Discours de la Méthode“, „Dioptrique“ и примечания к ним выполнены Г. Г. Слюсаревым, перевод „Géomètrie“, а также примечания к ней сделаны А. П. Юшкевичем. В переводе „Dioptrique“ принимал участие А. Г. Перов.

Статьи „Философское учение Ренэ Декарта“, „Декарт и оптика XVII века“ и „О «Геометрии» Декарта“ составлены соответственно Т. И. Ойзерманом, Г. Г. Слюсаревым и А. П. Юшкевичем.

Иллюстрации заимствованы из французского издания Адама и Таннери (Париж, 1898), в точности воспроизведшего рисунки оригинального издания Я. Мэра. В настоящем издании сохранен встречающийся у Мэра обычай повторять один и тот же рисунок на разных страницах (удобный для читателя), если в них делается ссылка на этот рисунок. Однако в отличие от Мэра все рисунки в данной книге перенумерованы.

ФИЛОСОФСКОЕ УЧЕНИЕ РЕНЭ ДЕКАРТА

Французский философ, математик, естествоиспытатель Ренэ Декарт был одним из основоположников науки и, в частности, философии нового времени. Его учение было идейным знаменем антифеодальной борьбы на заре капиталистического развития. Это было время, когда открытие Америки и морского пути вокруг Африки „создало для подымающейся буржуазии новое поле деятельности. Ост-индский и китайский рынки, колонизация Америки, обмен с колониями, увеличение количества средств обмена и товаров вообще дали неслыханный до тех пор толчок торговле, мореплаванию, промышленности и тем самым вызвали в распадавшемся феодальном обществе быстрое развитие революционного элемента“.[1] Буржуазия, стремившаяся к развитию производительных сил, нуждалась в науке, которая бы исследовала свойства физических тел и формы проявления сил природы. „До того же времени, — говорит Энгельс, — наука была смиренной служанкой церкви, и ей не позволено было выходить за рамки, установленные верой... Теперь наука восстала против церкви; буржуазия нуждалась в науке и приняла участие в этом восстании“.[2]

Вместе с развитием мореходства, ткацкого и часового дела, металлургии, красильной промышленности и т. п. развивались

---

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс. Манифест коммунистической партии. Госполитиздат, 1951, стр. 33.

[2] К. Маркс и Ф. Энгельс, Избранные произведения, т. II. Госполитиздат, 1948, стр. 93.

астрономия, механика, математика, физика, анатомия и другие науки.

Великий польский ученый Н. Коперник провозгласил в 1543 г. новое, гелиоцентрическое миропонимание, явившееся революционным актом, посредством которого естествознание впервые заявило о своей независимости от теологии. Д. Бруно — неустрашимый проповедник гелиоцентрического учения — разрабатывал облеченный в пантеистическую форму материализм и третировал схоластов, именуя их „бездельниками, педантами, жуликами, шутами, шарлатанами". Галилей разработал основы теоретической механики. Кеплер открыл законы движения планет вокруг Солнца. Телескоп и микроскоп гигантски раздвинули сферу научных исследований. Т. Мор и Т. Кампанелла выступили с первыми социалистическими утопиями.

В этих условиях возникла философия Ренэ Декарта, который, как правильно отмечает руководитель французской коммунистической партии Морис Торез, „воплотил интеллектуальное устремление и дерзания поднимающейся прогрессивной буржуазии".[1]

В первой половине XVII в. — время жизни Декарта — Франция переживала процесс, охарактеризованный Марксом как „первоначальное накопление капитала, т. е. его исторический генезис".[2] Феодальные отношения все еще господствовали, особенно в деревне. Однако развитие производительных сил и связанного с ними общественного разделения труда, распространение товарно-денежных отношений, разложение, в основном, натурального хозяйства, превращение натуральных крестьянских повинностей в денежные, классовая дифференциация в среде крестьянского населения, налоговый гнет — все это с неизбежностью вело к экспроприации мелкого производителя и превращению его в наемного раба

[1] La nouvelle critique, revue du marxisme militant, sept.—oct. 1950, стр. 121.

[2] К. Маркс. Капитал, т. I. Госполитиздат, 1952, стр. 764.

капитала. „Экспроприация непосредственных производителей, — говорит Маркс, — производится с самым беспощадным вандализмом и под давлением самых подлых, самых грязных, самых мелочных и самых бешеных страстей. Частная собственность, добытая трудом собственника, основанная, так сказать, на срастании отдельного независимого работника с его орудиями и средствами труда, вытесняется капиталистической частной собственностью, которая покоится на эксплуатации чужой, но формально свободной рабочей силы“.[1]

Вместе с возрастанием товарности крестьянского хозяйства происходило усиление эксплоатации массы крестьян со стороны помещиков, ростовщиков, купеческого капитала. Государственные налоги с крестьян, составлявшие, по существу, централизованную феодальную ренту и важный источник дохода высшего дворянства, служившего при королевском дворе и в армии, непрерывно возрастали. Налоговая система весьма способствовала разорению непосредственного производителя. Королевское правительство продавало кредитовавшим его буржуа право взимания налогов. Государственный долг делается одним из сильнейших рычагов первоначального накопления. Откупщики выкачивали из трудящихся значительно бо́льшие суммы, чем те, которыми они ссужали монархию. Продавались не только права на взимание налогов, но и государственные должности, а также дворянское звание. Откупа и титулы доставались, главным образом, верхнему слою буржуазии: банкирам, откупщикам налогов, акционерам привилегированных торговых компаний. Наряду с дворянством шпаги (старым потомственным дворянством), приходившим во все больший упадок и жившим в значительной мере на подачки двора, умножалось, в гораздо большей мере, чем в XVI в., чиновничество, образовавшее особую касту, буржуазную по происхождению, но по положению близкую к дворянству.

---

[1] К. Маркс. Капитал, т. I. Госполитиздат, 1952, стр. 765.

Наиболее интенсивно развивались капиталистические отношения в городах, где концентрировалось мануфактурное производство, все более и более подчинявшее себе ремесленников. Предприниматели, владельцы мануфактур, оптовые и розничные торговцы требовали ликвидации цехов, внутренних таможенных пошлин и других феодальных препон развитию промышленного производства. Эти буржуазные круги требовали от правительства поощрительной протекционистской политики.

Политическим выражением упадка феодальных сеньерий и развития экономического могущества буржуазии явилось утверждение абсолютной монархии, которая во времена Декарта достигает расцвета.

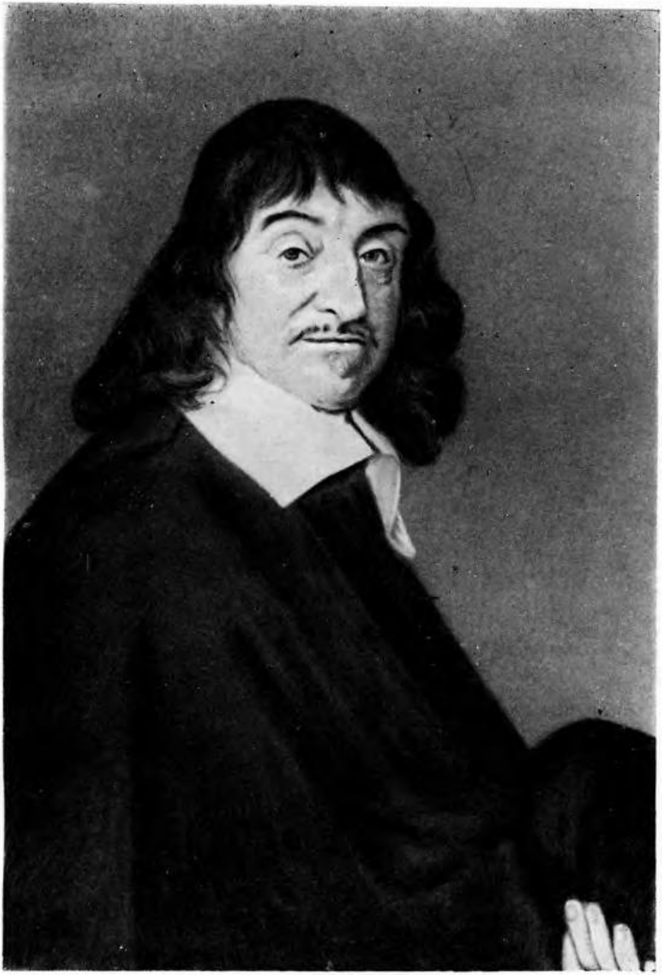
„... *абсолютная монархия*, — говорит Маркс, — возникает в переходные эпохи, когда старые феодальные сословия разлагаются, а средневековое сословие горожан складывается в современный класс буржуазии, и ни одна из спорящих сторон не взяла еще перевеса над другой. Таким образом, элементы, на которых зиждется абсолютная монархия, ни в коем случае не являются ее продуктом, наоборот, они образуют ее социальную основу...“.[1]

Энгельс указывает, что абсолютизм представляет собой государственное выражение компромисса между дворянством и буржуазией, временно устраивающее и тот и другой класс. „При этом, — указывает Энгельс, — на долю дворянства, отстраненного от политических дел, выпадает грабеж крестьян, государственной казны и косвенное политическое влияние через двор, армию, церковь и высшую администрацию; на долю буржуазии — покровительственные пошлины, монополии и *относительно* упорядоченное управление и судопроизводство“.[2]

Неограниченная монархия выражала общие интересы всего дворянского сословия (и духовенства) в противовес сепаратистским тенденциям его аристократической верхушки. Абсо-

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. V, стр. 212.

[2] К. Маркс и Ф. Энгельс, Избранные письма. 1948, стр. 407.



РЕНЕ ДЕКАРТ

С портрета Франса Гальса (Париж. Лувр).

лютизм защищал буржуазию от произвола дворянства и поощрял промышленное развитие и торговлю. Государственные налоги, доведенные до предела абсолютной монархией, являлись одним из важнейших факторов первоначального накопления капитала. Наконец, бюрократически-военный централизованный государственный аппарат, созданный абсолютизмом, выражая общие интересы всех эксплоататорских классов, подавлял многочисленные восстания крестьянства и городского плебса, прогрессирующее ограбление которых, с одной стороны, поддерживало существование привилегированных сословий, а с другой, — питало капиталистическое развитие Франции.

Десятки крупных и мелких восстаний происходят в различных местностях Франции на протяжении всей первой половины XVII в. Недаром один из интендантов сообщал правительству о крестьянах: „Как только они видят налогового пристава, они тотчас берутся за оружие". Восстания, носившие преимущественно антиналоговый характер, по существу были направлены против абсолютизма и поддерживавших его дворянства и буржуазии. Крупнейшее из этих восстаний — восстание так называемых „босоногих", происходившее в Нормандии в 1639 г., — потребовало от правительства значительных средств и усилий для подавления. Не только в деревнях, но и в Париже, Бордо, Марселе, Лионе, Орлеане, Руане, Амьене, Дижоне и других городах Франции периодически происходят восстания городских „низов". Все эти восстания вынуждали и дворянство и буржуазию объединяться, несмотря на разделявшие их противоречия, вокруг абсолютизма, укрепление которого служило гарантией существования всех имущих классов.

Французская буржуазия первой половины XVII в. еще не стремилась непосредственно к завоеванию власти. Она хотела лишь равенства прав со „старшими братьями" (сословиями), как оскорбительно для дворянского слуха выражались представители буржуазии и чиновничества.

Абсолютизм поощрял развитие капиталистического производства. Маркс следующим образом характеризует роль абсолютной монархии в развитии капитализма: „Нарождающейся буржуазии нужна государственная власть, и она действительно применяет государственную власть, чтобы «регулировать» заработную плату, т. е. принудительно удерживать ее в границах, благоприятствующих выколачиванию прибавочной стоимости, чтобы удлинять рабочий день и таким образом удерживать самого рабочего в нормальной зависимости от капитала. В этом существенный момент так называемого первоначального накопления“.[1]

Ришелье — могущественный первый министр французской абсолютной монархии (1624—1642) — субсидировал крупные мануфактуры, заморские компании, колониальные экспедиции, строительство дорог, каналов и рекомендовал королю „даровать торговле некую прерогативу“. По инициативе государственной власти создавались промышленные предприятия, которые обеспечивались всякого рода привилегиями, гарантиями, монополиями. Для поощрения отечественного производства и защиты его от голландской и английской конкуренции правительство осуществляло протекционистскую политику. „Система протекционизма, — указывает Маркс, — была искусственным средством фабриковать фабрикантов, экспроприировать независимых рабочих, капитализировать национальные средства производства и средства к жизни, насильственно сокращать переход от старого способа производства к современному“.[2]

Все вышеуказанные особенности первоначального накопления капитала во Франции вполне объясняют, почему буржуазия, развивавшаяся в недрах феодального экономического строя, революционизируя общественное производство, оставалась вместе с тем в течение долгого времени политически

---

[1] К. Маркс. Капитал, т. I. Госполитиздат, 1952, стр. 741.
[2] Там же, стр. 760.

консервативной. Декарт, будучи идеологом французской буржуазии этой эпохи, отразил в своей философии всю ее двойственность.

Ренэ Декарт решительно выступил против господствовавшего в его время схоластического мировоззрения. В своем произведении „Рассуждение о методе“ он иронически утверждал, что современная ему философия „дает средство говорить правдоподобно о всевозможных вещах и удивлять мало сведущих (13),[1] что вообще „нельзя придумать ничего столь странного и невероятного, что не было бы уже высказано кем-либо из философов“ (20). Неудивительно поэтому, — отмечает Декарт, — что люди, более всего занимающиеся философией, часто менее мудры и не столь правильно пользуются своим рассудком, чем те, которые никогда не посвящали себя философским занятиям. В этом же произведении Декарт утверждал, в противовес высокомерию аристократов, что способность отличать истину от заблуждения, здравомыслие или разум „от природы одинакова у всех людей“ (10), что гораздо более истины в повседневных рассуждениях обычного человека „касательно непосредственно интересующих его дел, исход которых немедленно накажет его, если он неправильно рассудил, чем в кабинетных соображениях образованного человека, не завершающихся действием“ (16), и подчеркивал поэтому, что свое „Рассуждение о методе“ он преднамеренно написал не по-латыни, а по-французски, „на языке моей страны“ (66). Декарт настаивал на необходимости отделаться от всех принятых на веру мнений и, выступая против господствовавшей во Франции религиозной нетерпимости, против санкционированных авторитетом церкви догматов, говорил, что „люди, имеющие понятия, противоречащие нашим, не являются из-за этого варварами или дикарями, и многие из них так же или даже более разумны, чем мы“ (20—21). Декарт отверг

[1] Цифры в круглых скобках означают страницы настоящего издания.

схоластическую ученость, которая, по его мнению, делает людей менее способными к восприятию доводов разума и игнорирует данные повседневного опыта и все знания, не освященные церковной или светской властью. Обращаясь к „великой книге мира“, т. е. к природе, он вслед за Бэконом провозгласил необходимость создания такой философии, которая служила бы практике, увеличивая господство человека над силами природы. Он утверждал, что „вместо умозрительной философии, преподаваемой в школах, можно создать практическую, с помощью которой, зная силу и действие огня, воды, воздуха, звезд, небес и всех прочих окружающих нас тел, так же отчетливо, как мы знаем различные ремесла наших мастеров, мы могли бы наравне с последними использовать и эти силы во всех свойственных им применениях и стать, таким образом, как бы господами и владетелями природы“ (54).

И. В. Сталин в своем классическом труде „Экономические проблемы социализма в СССР“ показывает, что прогрессивные общественные классы использовали в интересах общественного развития экономические законы, поскольку интересы этих классов совпадали с объективной исторической необходимостью.[1] Положения Декарта, обосновывающие необходимость создания условий, благоприятствующих дальнейшему развитию производства, овладению стихийными силами природы, выражали стремление буржуазии XVII в. привести производственные отношения в соответствие с новыми производительными силами.

Глубоко прав Морис Торез, подчеркивавший в своей произнесенной в Сорбонне в 1946 г. речи революционный смысл положения Декарта о всемогуществе человеческого разума, который характеризовался великим французским ученым как „всеобщее оружие“, с помощью которого можно не только

---

[1] И. В. Сталин. Экономические проблемы социализма в СССР. Госполитиздат, 1952, стр. 49—50.

познавать окружающие явления, но и улучшить человеческую жизнь. Реакционность современной буржуазии ярко проявляется в том, что она принижает мышление, оплевывает разум, подобно тому как это делали средневековые мракобесы.

Ренэ Декарт ополчался против средневекового мракобесия, провозглашая разум великой человеческой силой, перед которой открываются все тайны вселенной. Совершенно несомненно, что „естественный свет разума", о котором постоянно говорит Декарт, объективно, независимо даже от намерений мыслителя, противопоставлялся откровению, религиозным догматам, мистицизму, ссылающемуся на сверхъестественный источник знания. Рационализм Декарта был философской идеологией буржуазии, революционизирующей общественное производство, открывающей перед ним новые исторические перспективы. „Я показал, — писал Декарт, — как горы, моря, родники и реки могли образоваться *естественным путем* (разрядка наша, — *Т. О.*), как металлы — появиться в недрах земли, растения — возрасти на полях и вообще народиться все тела, называемые смешанными и сложными" (41—42).

Известно, что Декарт, ища наиболее подходящих для своей научной работы условий, покинул на двадцать лет Францию, где свирепствовала католическая иезуитская реакция, и поселился в Голландии, которая в XVII в. была образцовой капиталистической страной. Здесь, как писал он одному из своих друзей, „в толпе деятельного народа, более заботящегося о своих делах, чем любопытного к чужим, я могу, не лишая себя всех удобств большого города, жить в таком уединении, как в самой отдаленной пустыне" (32). Но и в Голландии, враждебной католицизму, Декарт подвергался преследованиям, учение его публично осуждалось, произведения запрещались, а автору приходилось прибегать к заступничеству французского посла.

Живя в Голландии, Декарт тем не менее был идеологом французской буржуазии, которая еще не была способна к завоеванию политической власти и, выступая против старого способа производства, развивая новые производственные отношения, оставалась политически консервативной. Неудивительно поэтому, что в учении Декарта сочетается вера в могущество человеческого разума и враждебность к схоластическому мракобесию с традиционными религиозными верованиями и консерватизмом в области политики. Новатор в философии, великий муж науки разделял вместе со своими рядовыми современниками религиозные и политические предрассудки своего времени. Так, например, он писал, что его первым нравственным правилом было „повиноваться законам и обычаям моей страны, придерживаясь неотступно религии, в которой, по милости божьей, я был воспитан с детства, и руководствуясь во всем остальном мнениями наиболее умеренными, чуждыми крайностей и общепринятыми среди наиболее благоразумных людей, в кругу которых мне придется жить“ (26). Соответственно этому Декарт утверждал, что почти всегда несовершенства общественных порядков легче переносятся, чем их перемены, ввиду чего надлежит лишь постепенно, не ломая старого, осуществлять нововведения. При этом он, столь решительно выступивший против научных предрассудков своего времени, вполне одобрял политические предрассудки господствующих классов, заявляя, что он не одобряет „беспокойного и вздорного нрава тех, которые, не будучи призваны ни по рождению, ни по состоянию к управлению общественными делами, неутомимо тщатся измыслить какие-нибудь новые преобразования“ (19—20).

Общеизвестно, что Декарт предпочитал выступать в печати под псевдонимом и особенно опасался обвинений со стороны церкви. Он отказался даже от опубликования подготовленного им труда, узнав об осуждении Галилея как сторонника Коперника, из учения которого исходил и Декарт. В своих „Началах философии“ он даже утверждал, что „не воспользовался ни одним началом, которое не было бы принято и одобрено Аристотелем и всеми остальными философами всех времен; поэтому моя философия вовсе не нова, она наиболее древняя и общераспространенная".[1] Однако все эти личные качества, свидетельствующие о чрезвычайной осторожности Декарта, нисколько, конечно, не объясняют основных черт его философского учения. Дуалистический характер учения Декарта, сосуществование в нем прогрессивных и консервативных черт объяснялись социальными условиями того времени, положением французской буржуазии в период первоначального накопления капитала, кризиса феодальной системы и развития абсолютистского централизованного государства.

Ренэ Декарт является классическим представителем дуализма. Его философская система разделяется на „метафизику" и „физику" (природоведение), где метафизика является идеалистическим учением, а физика имеет по существу материалистический характер. В своей материалистической части философия Декарта противопоставлялась ее создателем основанному на христианском догматическом вероучении теологическому идеализму, который проповедовался во Франции господствовавшей реакционной схоластической философией. Декарт был противником этой средневековой философии, которая повсеместно преподавалась в его время. Он утверждал, как уже подчеркивалось выше, что схоластическая философия извращает „естественный свет разума", ввиду чего именно те, которые меньше всего ее изучали, наиболее способны постигнуть подлинную философию. Эта часть философского учения Декарта была продиктована стремлением молодой тогда еще французской буржуазии отвоевать у теологии, у схоластики природоведение, с тем чтобы построить его на материалистических началах. Именно поэтому Декарт стал ближайшим предшественником французского материализма XVIII в., на что указали Маркс и Энгельс в „Святом семействе".

Но в то же время как дуалист Декарт признавал существование двух субстанций — материальной и духовной, а

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 536.

соответственно этому необходимость двух, в корне отличающихся друг от друга исходных принципов исследования: поскольку речь идет о материальных явлениях, они должны быть объяснены из их материальной основы, поскольку же изучается психика, она может быть понята лишь из якобы лежащей в ее основе духовной субстанции. Больше того, Декарт утверждал, что и материальная и духовная субстанции были созданы богом, который, правда, в дальнейшем уже не вмешивается в дела вселенной.

Реакционная буржуазная философия эпохи империализма неоднократно выступала с тупоумной претензией подняться „выше“ материализма и идеализма, преодолеть эти якобы устаревшие и „односторонние“ противоположности и создать учение, которое было бы и не материалистическим, и не идеалистическим. Как показал В. И. Ленин в своем гениальном труде „Материализм и эмпириокритицизм“, буржуазная претензия „превзойти“ материализм и идеализм для отыскания третьего пути является в сущности лишь завуалированной попыткой обновления идеализма, изрядно дискредитированного в связи с новыми данными науки и практики. Дуализм Декарта не имеет ничего общего с подобными шарлатанскими попытками, свойственными современным философствующим оруженосцам империалистической буржуазии. Декарт не претендовал на „синтез“ материализма и идеализма; не сумев провести материализм в понимании психических явлений, он старался отделить учение о природе (физику) от идеалистического учения о сверхприродном (метафизики). При этом учение о природе занимает в его философии главное место, как это будет показано ниже.

Современные буржуазные исследователи философии Декарта, вроде Ж. Шевалье, Ж. Лапорта, А. Койра и других, всячески тщатся свести философию Декарта к одной лишь метафизике, т. е. к идеализму, рассматривая физику Декарта как что-то вообще не относящееся к философии.

Так, Ж. Лапорт в весьма объемистой работе „Рационализм Декарта" обходит молчанием материалистическое учение Декарта о природе, стремясь убедить читателя, будто великий французский мыслитель занимался лишь доказательством бытия бога и бессмертия души и именно для этого разрабатывал свой знаменитый метод. То же утверждает и Шевалье, который в своей переизданной в 1949 г. книге „Декарт" посвящает физике Декарта лишь одну небольшую главу, рассматривая ее вместе с аналитической геометрией как свидетельство того, что Декарт был не только философом, но и ученым в специальных, нефилософских областях знания. Само собой разумеется, что подобное истолкование учения Декарта необходимо современным фальсификаторам истории философии для того, чтобы замаскировать характерное для Декарта материалистическое понимание явлений природы.

На самом же деле Декарт, неоднократно подчеркивавший значение развиваемых им взглядов для успеха практической деятельности людей, считал свою натурфилософию главным достижением созданного им метода исследования. Сам Декарт, характеризуя свою философию, писал: „Вся философия подобна как бы дереву, корни которого — метафизика, ствол — физика, а ветви, исходящие от этого ствола, — все прочие науки, сводящиеся к трем главным: медицине, механике и этике".[1] Как мы видим, Декарт рассматривает философию как всеобъемлющую науку, включающую в себя все важнейшие области знания. Высоко оценивая метафизику, которая, по его мнению, призвана открыть начала и первопричины всего, что существует и может существовать в мире, Декарт видит в ней лишь исходный пункт своей философии, в то время как физика и ее порождения составляют, по его мнению, содержание всех многообразных человеческих знаний. Это делает понятным следующее его утверждение: „Подобно тому как плоды собирают не с корней и не со ствола дерева,

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 421.

а только с концов его ветвей, так и особая полезность философии зависит от тех ее частей, которые могут быть изучены только под конец".[1]

Марксизм учит отличать объективное содержание философских учений от той субъективной формы, в которой они изложены. Это одно из основных требований материалистического понимания развития философских идей. Игнорирование этого требования приводит к грубейшим ошибкам вроде зачисления Спинозы в лагерь протестанской теологии. Следуя этому, направленному против поверхностно эмпиристских оценок явлений требованию марксизма, можно с уверенностью сказать, что не „Метафизические размышления" образуют главное в учении Декарта, а его метод и учение о природе. Именно поэтому Декарт считал гелиоцентрическую систему Коперника основой своей философии, в связи с чем он писал после осуждения Галилея папской инквизицией: „Я сознаюсь, что если это учение ложно, то ложны и все основания моей философии, так как они взаимно опираются друг на друга. Это учение находится в такой тесной связи со всеми частями моей философии, что я не могу отказаться от него, не изуродовав всего остального" („Correspondance" за 1638 г.).

Достаточно самого беглого ознакомления с „метафизикой" Декарта, с его доказательствами бытия бога и бессмертия души, чтобы стало очевидно, что в этих вопросах он повторяет традиционную схоластическую аргументацию, не претендуя на новаторство, о чем и сам он говорит в своем обращении к декану и докторам богословского факультета Сорбонны, — обращении, которым открываются „Метафизические размышления". Впрочем, богословский факультет Сорбонны, как и следовало ожидать, отказался одобрить „Метафизические размышления" Декарта, поскольку они содержали наряду с традиционными сентенциями о боге и душе столь высокую оценку разумных способностей человека, которая объективно

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 421.

носила антитеологический характер. А между тем в этом произведении он почти дословно повторяет знаменитое онтологическое „доказательство“ бытия божия, данное Ансельмом Кентерберийским, утверждая, что „из одного лишь присутствия во мне идеи вещи более совершенной, чем я, следует, что эта вещь действительно существует“,[1] поскольку „я, существо конечное, не обладал бы идеей субстанции бесконечной, если бы она не была вложена в меня какой-нибудь действительно бесконечной субстанцией“.[2]

Уже современники Декарта, в том числе такие выдающиеся материалисты, как Гоббс и Гассенди, отмечали несостоятельность и неоригинальность этого положения Декарта, с помощью которого с таким же основанием, т. е., в сущности, без всякого основания, можно доказать бытие совершенного острова и т. д. Попытка Декарта показать, что его „доказательство“ бытия божия отличается от аналогичного рассуждения Ансельма не убедила его оппонентов.

Столь же традиционный характер носит предлагаемое Декартом „доказательство“ существования бессмертной души. Он говорит о том, что душа, в отличие от материи, неделима, не состоит из частей, на которые она могла бы разложиться, что свидетельствует де о том, что „наша душа имеет природу, совершенно не зависимую от тела и, следовательно, не подвержена смерти одновременно с ним“ (53). Подобные аргументы известны были, пожалуй, всем преподавателям философии и богословия, они были уже известны, конечно, Декарту и тогда, когда он обучался в иезуитской школе Ля-Флеш. Таким образом, все эти метафизические рассуждения Декарта (к ним следует отнести и положение о существовании врожденных идей, так же как и утверждение о том, что познание бога гораздо доступнее человеку, чем познание материального мира) составляют слабую сторону философии Декарта,

---

[1] Рене Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 327.

[2] Там же, стр. 363.

теоретически выражают политическую консервативность тогдашней французской буржуазии.

Совершенно иная картина открывается перед нами, когда мы знакомимся с физикой Декарта, а также с основными положениями его рационалистического метода. Маркс и Энгельс писали по поводу учения Декарта о природе: „В своей *физике Декарт* приписывает *материи* самостоятельную творческую силу и *механическое* движение рассматривает как проявление жизни материи... *В границах* его физики *материя* представляет собой единственную *субстанцию*, единственное основание бытия и познания“.[1] Это положение основоположников марксизма раскрывает главное и решающее в философии Декарта, то, что делает его действительно великим мыслителем и зачинателем науки и философии нового времени. Вот почему Ленин, приводя это положение Маркса и развивая его, указывает: „*Декарт* в своей физике объявляет материю единственной субстанцией. Механический французский материализм берет физику Декарта и откидывает его метафизику“.[2]

Формулируя исходные принципы своего учения о природе, Декарт, как и почти все современные ему естествоиспытатели и даже философы материалистического направления, ссылается на бога как творца всего существующего. Однако эта ссылка носит общий и ни к чему не обязывающий характер. „Бог, — говорит он, — так чудесно установил эти законы, что даже при предположении, что он не создал ничего, кроме сказанного (т. е. материи вместе с присущим ей движением, — *Т. О.*), и не внес в материю никакого порядка и никакой соразмерности, а, наоборот, оставил только самый запутанный и невообразимый хаос, какой только могут описать поэты, то и в таком случае этих законов было бы достаточно, чтобы заставить частицы хаоса распутаться и расположиться в таком прекрасном порядке, что мир примет исключительно

---

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. III, стр. 154.

[2] В. И. Ленин. Философские тетради. 1947, стр. 29.

совершенную форму, в которой окажется не только свет, но и все прочее, как важное, так и неважное, имеющееся в действительном мире".[1] Этим самым, конечно, полностью отвергается и божественное предопределение и какой бы то ни было телеологизм. Декарт даже утверждал, что и такое существеннейшее свойство материи, как тяготение, может быть выведено из самой материи без допущения божественного [бытия. Неслучайно поэтому глава богословского факультета в Утрехте Воэций считал Декарта завзятым безбожником. Известно, что к Воэцию присоединились и другие реакционеры, вследствие чего не только в утрехтском, но и в лейденском университете было запрещено преподавание картезианского учения. А в 1663 г. произведения Декарта были внесены в папский индекс запрещенных книг, учрежденный еще в 1559 г. Формальное признание сотворения мира в его первоначальном (весьма несовершенном, как подчеркивает Декарт) виде сочетается у французского мыслителя с признанием безграничности вселенной, из чего логически следует ее несотворимость, ибо нельзя сотворить то, что не имеет ни начала, ни конца. Декарт утверждает, что „этот мир, или протяженная субстанция, составляющая его, не имеет никаких пределов для своего протяжения, ибо, даже придумав, будто существуют где-либо его границы, мы не только можем вообразить за ними беспредельно протяженные пространства, но и постигаем, что они действительно таковы, какими мы их воображаем".[2] Этот тезис нельзя рассматривать как случайно брошенную фразу, которой сам автор не придает особого значения. Совсем напротив, это положение прямо и непосредственно следует из того определения материи, которое дается Декартом. По его мнению, единственным атрибутом материи является протяженность. Все остальные чувственно воспринимаемые качества Декарт считает модусами,

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 195.
[2] Там же, стр. 476.

т. е. преходящими состояниями материи — возникающими и исчезающими.

Определение материи как протяжения сугубо механистично, ибо оно отвергает качественное многообразие, присущее материи, абсолютизирует количественную определенность материальных явлений и сводит их познание к одному лишь механическому описанию и математическому подсчету. Однако во времена Декарта эта механико-математическая трактовка материи играла прогрессивную роль. Достаточно указать хотя бы на то, что она позволяла нацело отвергнуть ставшее уже в это время совершенно схоластическим и бессодержательным представление об абсолютной пустоте, которого все еще придерживался Гассенди, несмотря на свой материализм. Декарт отвергал также, в противоположность своему современнику Гассенди, античное представление об атомах как якобы последних, неделимых элементарных частицах материи, условием существования которых является абсолютная пустота. Он доказывал, и это вытекало из выдвинутого им количественного определения материи, что любая частица материи бесконечно делима. Это положение Декарта несомненно носило прогрессивный характер, оно способствовало выработке научного представления об атоме, а также о молекуле, что было уже делом последующего научного развития. В этой связи нельзя не отметить выступления Декарта против игравшего не малую роль в тогдашнем естествознании схоластического аргумента о том, что природа якобы боится пустоты. Столь же решительно выступал Декарт против признаваемого многими учеными его времени actio in distans, т. е. воздействия одного тела на другое через пустоту, утверждая, что всякое тело воздействует на другое, сколь бы ни было оно от него отдалено, лишь через другие соприкасающиеся с ним тела, т. е. через определенную материальную среду.

Выдающейся исторической заслугой Декарта является связанная с даваемым им определением материи постановка вопроса о материальном единстве мира. Декарт отвергает схоластическое противопоставление земного небесному, якобы состоящему из иных элементов, чем „тленная“ земля. Он уверенно заявляет, что „материя неба не разнится от материи Земли“, ввиду чего „во всем мире существует только одна материя“.[1] Не трудно понять, что это положение направлено против мистического раздвоения мира на посюстороннее и потустороннее, оно, следовательно, подрывает спиритуализм, одним из главных основоположников которого современные философствующее мракобесы считают Декарта.

Движение, согласно учению Декарта, представляет собой модус материи. Эта ограниченная, превзойденная в XVIII в. Толандом и французскими материалистами точка зрения несомненно вытекала из механико-математического представления о материи, фактически исключавшего анализ ее внутреннего состояния. Однако это же ограниченное механико-математическое определение материи как протяжения, исключающего пустоту, вело к признанию всеобщности движения. Для Демокрита, Эпикура и их французского последователя, Гассенди, предпосылкой движения было наличие пустоты, свободного, незанятого места. Декарт отверг эту теоретическую посылку, став на ту точку зрения, что движение одного тела предполагает перемещение другого, третьего и т. д., ввиду чего, по мнению Декарта, все всегда находится в движении, которое носит вихревой характер. Соответственно этому Декарт утверждал, что „в мире нет неподвижных точек“,[2] и вслед за Галилеем признавал относительный характер движения. Такое понимание движения наносило серьезный удар схоластическим представлениям, согласно которым нормальное состояние тела — покой, а движение представляет нарушение этого нормального состояния, ввиду чего каждое движущееся тело стремится к покою. Вопреки этому

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 476.

[2] Там же, стр. 471.

антинаучному представлению (кстати сказать, широко популяризируемому современными социологами американо-английской буржуазии) Декарт, исходя из принципа относительности движения, доказывал, что покой предполагает движение и, следовательно, также носит относительный характер.

Само собой разумеется, что речь идет исключительно о механическом движении, т. е. о перемещении тела в пространстве по отношению к другим телам. Как ни ограничена подобная трактовка движения, оставляющая без внимания качественное многообразие движения, его роль в качественном изменении, развитии материи, тем не менее в условиях XVII, да и XVIII вв. она была необходимой и прогрессивной ступенью развития познания. Энгельс говорит по этому поводу: „Само собою разумеется, что изучение природы движения должно было исходить от низших, простейших форм его и должно было научиться понимать их прежде, чем могло дать что-нибудь для объяснения высших и более сложных форм его. И действительно, мы видим, что в историческом развитии естествознания раньше всего разрабатывается теория простого перемещения, механика небесных тел и земных масс...“.[1]

Прогрессивность декартовского понимания движения в исторических условиях XVII в. станет особенно очевидной, если вспомнить, что схоласты признавали великое множество разнообразных „форм“ движения, исключающих перемещение тела в пространстве. Схоласты весьма невразумительно, что отмечает Декарт, определяли движение как „действие существа в возможности, и постольку, поскольку оно в возможности“, различали motus ad formam, motus ad calorem, motus ad quantitem (движение к форме, движение к теплоте, движение к количеству) и т. п., причем для каждого случая устанавливалось долженствующее его объяснить „скрытое“ качество, „тайная“ сила, „аппетит“. Все это было отвергнуто Декартом

---

[1] Ф. Энгельс. Диалектика природы. Госполитиздат, 1952, стр. 44.

с помощью разработанного им научно-философского представления о механическом движении материи.

Отстаивая принцип неуничтожимости материи, ибо невозможно „предположить возникновение какой-либо вещи из ничего“ (34), Декарт приходит к признанию неуничтожимости движения материи. Выдвигая и обосновывая закон сохранения количества движения, Декарт теоретически обосновывает материализм нового времени. Правда, и здесь, как и в других случаях, он ссылается на бога, который „при сотворении материи наделил отдельные ее части различными движениями и сохраняет их все тем же образом и на основании тех самых законов, по каким их создал. . .“,[1] однако эта ссылка, еще раз свидетельствующая о дуализме Декарта, о теологической непоследовательности его мировоззрения, не умаляет значения установленного им материалистического принципа природоведения, согласно которому количество движения в природе не возрастает и не уменьшается, хотя в отдельных телах его может быть то больше, то меньше.

Средневековые схоласты признавали существование абсолютно отличных друг от друга в качественном отношении элементов, каковыми являлись, по их мнению, ртуть, сера, соль и т. д. Декарт решительно отвергает это воззрение, враждебно противостоящее материалистическому представлению о единстве мира. Однако механистическая математическая концепция природы не позволяет ему дать удовлетворительного объяснения качественному многообразию явлений природы. Не удивительно поэтому, что, по его мнению, существует всего лишь три элемента, различающиеся друг от друга главным образом формой и размерами своих частиц. Так, например, в одном из писем 1646 г. Декарт говорит, имея в виду средневековых алхимиков: „По моему мнению, их соль, сера и ртуть различаются между собой не более, чем четыре элемента философов, и не более, чем вода отличается

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 485—486.

от льда, пены и снега, ибо я считаю, что все тела состоят из одной и той же материи и ничто не отличает их между собой, за исключением того, что частицы материи, составляющие одно из этих тел, имеют иную фигуру или иначе расположены, нежели частицы, из которых состоят другие". Это положение Декарта наглядно характеризует его концепцию. Мы видим, как признание материального единства мира, будучи истолковано в механистическом духе, приводит философа к представлению о качественной однородности материи. Отвергая схоластические бесчисленные „материи", Декарт говорит, что материя всюду одна и та же. Свою крайне одностороннюю точку зрения он пытается подкрепить ярким сравнением воды, снега, льда, пены, представляющих различные формы проявления одного и того же вещества. Но в этом-то сравнении и обнаруживается метафизичность Декарта, сводящего все качественные различия к количественным и не видящего других проявлений качественного многообразия, кроме агрегатных состояний тел. Декарт утверждает, что все тела образуются из трех элементов: огня, воздуха и земли. Огонь „можно рассматривать как самую тонкую и самую пронизывающую жидкость на свете". Огонь состоит из мельчайших частиц, лишенных определенной величины или фигуры: „...все его частицы движутся с такой необычайной скоростью и так малы, что нет других тел, способных их задержать; кроме того, эти частицы не имеют определенной величины, фигуры или расположения".[1] Воздух характеризуется Декартом как „очень разбавленная жидкость", частицы которой, в отличие от огня, обладают определенной величиной и фигурой. Все частицы воздуха Декарт считает круглыми и сравнивает их с мельчайшими песчинками или пылинками. Он убежден, что этот второй элемент нигде в мире не существует в чистом виде, а всегда бывает с примесью некоторого количества материи первого элемента. Что ка-

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 190.

сается третьего элемента — земли, то Декарт говорит о ней следующее: „Я полагаю, что частицы ее настолько больше и движутся настолько медленнее в сравнении с частицами второго, насколько величина и движение частиц второго отличаются от величины и движения частиц первого. Я даже думаю, что достаточно рассматривать третий элемент как одну или много больших масс, частицы которых имеют очень мало движения или совершенно не имеют никакого движения, которое заставило бы их изменить положение в отношении друг к другу“.[1]

Итак, элементы отличаются друг от друга прежде всего величиной, в связи с чем находится и присущая им скорость движения и даже фигура. Как ни наивно с точки зрения элементарнейшей химии это представление об элементах, берущее за исходное сложные, химически разложимые вещества, оно не лишено все же исторического значения. По мнению Декарта, вышеуказанные элементы существовали не всегда, они возникли в результате движения материи и трения друг о друга различных материальных масс. Но отсюда следует, что природа имеет свою историю, что солнечная система произошла из первоначального, недифференцированного состояния материи, еще не распавшейся на мелкие, средние и крупные частицы, образующие огонь, воздух и землю. Вихреобразное движение этой, выражаясь языком Канта, первоначальной туманности вызвало в связи с различием скорости в центре и на периферии образование элементов: из огня возникли солнце и звезды, из воздуха — небо, из земли — планеты и кометы. Такова космогоническая теория Декарта, представляющая собой первую крупную попытку исторического рассмотрения солнечной системы.

Декарт глубоко сознавал, насколько его космогония противоречит теологической концепции сотворения мира, насколько идея развития враждебна идее божественного творения. Поэтому, очевидно, он счел необходимым оговориться,

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 189.

что выдвигаемая им космогоническая теория имеет своей целью лишь объяснение строения природы и ее многообразных явлений, для чего все эти явления условно рассматриваются как образовавшиеся в ходе более или менее длительного изменения, развития. Природа этих явлений, — подчеркивал Декарт,— „гораздо легче познается, когда мы видим их постепенное развитие, чем когда рассматриваем их как вполне уже образовавшиеся“ (42). В другом месте Декарт утверждает: „. . . я не сомневаюсь в том, что мир изначально создан был во всем своем совершенстве, так что тогда же существовали Солнце, Земля, Луна и звезды; на Земле не только имелись зародыши растений, но и сами растения покрывали некоторую ее часть; Адам и Ева были созданы не детьми, а взрослыми“. Тем не менее, — продолжает далее Декарт, — „мы лучше разъясним, какова вообще природа всех сущих в мире вещей, если сможем вообразить некоторые весьма понятные и весьма простые начала, исходя из коих мы ясно сможем показать происхождение светил, Земли и всего прочего видимого мира как бы из некоторых семян; и хотя мы знаем, что в действительности все это не так возникло, мы объясним все лучше, чем описав мир таким, каков он есть или каким, как мы верим, он был сотворен“.[1]

Едва ли может быть сомнение в том, что это утверждение Декарта относительно условности принципа развития является лишь уловкой, маскировкой действительных взглядов. Идея развития в учении Декарта неразрывно связана с его представлением об элементах и свойственных им различиях. Однако эта идея развития не выходит у Декарта за пределы метафизической концепции, с характерным для нее односторонним представлением об изменении как об увеличении или же уменьшении того, что существовало и раньше. Декарт далек от научного понимания качественного изменения на основе постепенных количественных изменений, приводящих к перерыву непрерывности, скачку. Однако в XVII в., когда наука,

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 510—511.

по словам Энгельса, еще глубоко увязала в теологии, идея возникновения и развития солнечной системы даже в этой своей ограниченной форме имела революционное значение.

Правда, космогоническая теория Декарта не могла удовлетворительно объяснить имевшиеся уже в его время данные о строении солнечной системы, особенностях движения планет вокруг Солнца и т. д. Поэтому гипотеза Декарта не получила признания и в среде передовых естествоиспытателей того времени, далеко не чуждых идее развития. Тем не менее сама постановка вопроса о возникновении и развитии солнечной системы сыграла выдающуюся роль в исторической подготовке канто-лапласовской космогонической гипотезы.

Отмечая, что приведенная выше фраза Декарта об условности принципа развития является не более чем маскировкой, применявшейся в тех или иных случаях по существу всеми прогрессивными деятелями науки XVII в., следует также указать, что в этом положении Декарта содержится и вполне рациональное указание на познавательное значение принципа развития. Декарт утверждает, что для глубокого понимания сущности изучаемых явлений необходимо их рассматривать не как готовые, раз навсегда данные вещи, а как нечто возникшее и лишь в результате многообразных изменений ставшее таковым. Это гносеологическое истолкование идеи развития является одной из глубоких диалектических догадок Декарта.

Физика Декарта не ограничивается одной лишь неорганической природой, в ней содержится замечательная для своего времени попытка натуралистического объяснения сущности жизни. Декарт по существу первый в истории науки предпринял попытку, правда, весьма не совершенную вследствие своей сугубой механистичности, объяснить жизнедеятельность животных, исходя из представления о взаимодействии их органов по общим законам неживой природы, что нанесло ощутимый удар спиритуалистическому противопоставлению живого и неживого. Рассматривая природу как самодействующую машину, своеобразный автомат, он распространяет это представление на все живое, в том числе и на человека, исключая присущую последнему сознательную деятельность. Речь идет, таким образом, о внутреннем, объективном, независимо от сознания совершающемся физиологическом механизме. Так, характеризуя жизнедеятельность животных, он отмечает, что „природа в них действует сообразно расположению их органов, подобно тому как часы, состоящие только из колес и пружин, точнее показывают и измеряют время, чем мы со всем нашим разумом“ (52). Декарт приходит к выводу, что „если бы существовали такие машины, которые имели бы органы и внешний вид обезьяны или другого неразумного животного, то мы не имели бы никакого средства узнать, что они не той же природы, как эти животные (50).

Это рассуждение Декарта опиралось на естественно-научные открытия его времени, в частности, на открытие системы кровообращения, сделанное Гарвеем. Декарт в своем „Рассуждении о методе“показывает, что система кровообращения представляет определенный, действующий автоматически, совершенно независимо от сознания, механизм; с аналогичной точки зрения он рассматривает другие формы жизнедеятельности. Однако главным теоретическим источником подобного представления о машинообразности физиологических актов служили, конечно, данные механики. Следствием этого явилось упрощенное и иногда даже фантастическое объяснение некоторых физиологических процессов, например того же кровообращения. Не имея представления о биохимическом процессе и специфическом, свойственном лишь живому организму обмене белковых веществ, Декарт объясняет физиологические процессы различными механическими сочетаниями все тех же пресловутых трех элементов — огня, воздуха и земли. Поэтому и получается у него, что движущей силой кровообращения оказывается мифический „тончайший ветер“, который „как в высшей степени чистое и подвижное пламя, постоянно в большом количестве восходит от сердца к мозгу, а оттуда через нервы к мускулам и приводит члены в движение“ (49).

Характеризуя социальный источник картезианского механицизма, Маркс говорит: „...Декарт, с его определением животных как простых машин, смотрит на дело глазами мануфактурного периода в отличие от средних веков, которым животное представлялось помощником человека...“.[1]

Развитие механики, из которой исходил Декарт в объяснении немеханических явлений, базировалось на развитии капиталистического производства. В этом прогрессивное для XVII—XVIII вв. значение механистического истолкования неживой и живой природы, свойственного всем передовым мыслителям того времени. Во времена Декарта противники механистического истолкования природы находились в лагере реакции и критиковали механистицизм справа, противопоставляя ему теологическое, в особенности телеологическое, истолкование явлений.

Историческое значение картезианского представления о животных как простых машинах заключалось в том, что в нем впервые в истории содержится научная догадка о действительном, рефлекторном механизме, присущем живым существам. Конечно, правильное понимание рефлекса невозможно на базе механики, исключающей выявление специфики живого организма. Однако поскольку высшие формы движения материи не исключают, а включают в себя и механическое движение, постольку эта научная догадка имела фактическое основание. Декарт распространял выработанное естествознанием понятие естественной причинности на поведение животных, реагирующих определенным образом на столь же определенные воздействия внешней среды. Как отмечает великий русский физиолог И. П. Павлов, высоко ценивший научное наследие Декарта, „именно идея детерминизма составляла для Декарта сущность понятия рефлекса, и отсюда вытекало представление Декарта о животном организме как о машине“.[2]

---

[1] К. Маркс. Капитал, т. I. Госполитиздат, 1952, стр. 396.

[2] И. П. Павлов, Избранные произведения, Госполитиздат, 1951, стр. 381.

Однако и в этих представлениях Декарта проявилась его теологическая непоследовательность, связанная с дуализмом.

Выше уже указывалось, что естественному, без божественного вмешательства происходящему, процессу взаимодействия явлений природы Декарт предпосылает утверждение о сотворении материи и движения богом. Точно так же материалистическое истолкование жизнедеятельности Декарт ограничивает лишь теми движениями, которые, как говорит он, происходят независимо от мышления и воли. Что же касается актов мышления и воли, то здесь надо, по его мнению, допустить независимую от тела, нематериальную душу. В конечном счете метафизика Декарта врывается здесь в область физики, и Декарт в сущности отказывается от научного объяснения высших психических функций человека. Вместо рационального объяснения этих функций он ссылается на существование духовной субстанции, которая сводится им к мышлению. Конечно, эта „гипотеза“, подобно схоластическим „тайным“ качествам, ничего не объясняет. Ведь сразу же встает вопрос: почему „механизм нашего тела“, независимый от сознания, оказывается неразрывно связанным и с волей, и с мышлением? Если тело и душа независимы друг от друга, то почему их единство необходимо для жизни? Каким образом чувственные ощущения, переживания, непосредственно связанные с „механизмом нашего тела“, вместе с тем оказывают влияние на якобы независимые от них мышление и волю? И как последние, в свою очередь, могут оказать влияние на человеческие переживания, ощущения, восприятия, являющиеся, по мысли Декарта, проявлениями все того же объективного механизма жизнедеятельности? На все эти вопросы учение Декарта не дает, конечно, ответа. Утверждение Декарта, что „разумная душа“ невыводима из материи, свидетельствует лишь о бессилии механистического истолкования психических процессов. Что же касается его утверждений о том, что душа тесно связана с телом и направляет „машину человеческого тела“, что смерть человека обусловлена материальными причинами и не зависит от души, что „душа удаляется после смерти только по той причине, что это тепло (свойственное телу, — *Т. О.*) прекращается и разрушаются те органы, которые служат для движения тела“,[1] то все это свидетельствует лишь о несостоятельности попыток Декарта преодолеть противоречия, связанные с дуализмом, о невозможности согласовать идеалистическое представление о психике с материалистическим представлением о теле, с повседневным опытом и данными науки.

Таковы основные черты физики, вернее, натурфилософии Декарта, явившейся одним из главных теоретических источников французского материализма XVIII в. Это философское учение о природе, не выходящее в общем и целом за границы непоследовательного, метафизического материализма, подытожило достижения естествознания XVI и начала XVII вв.

Энгельс говорит о естествознании этого времени: „Для естествоиспытателей рассматриваемого нами периода он (мир, — *Т. О.*) был чем-то окостенелым, неизменным, а для большинства чем-то созданным сразу. Наука все еще глубоко увязает в теологии. Она повсюду ищет и находит в качестве последней причины толчок извне, необъяснимый из самой природы“.[2] Метафизическая форма буржуазного материализма с самого начала вступала в конфликт с основной материалистической задачей — вывести мир из него самого. Этот конфликт не мог преодолеть Декарт, ограниченность философии которого к тому же заключалась не только в метафизическом подходе к природе, но и в дуалистическом решении вопроса об отношении сознания к бытию. Французские материалисты, отбросив картезианскую метафизику и сохранив и развив далее его физику, сделали плодотворную попытку преодоления вышеуказанного противоречия, в рамках которого движется метафизический материализм. Они настойчиво пытались объяс-

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 597.

[2] Ф. Энгельс. Диалектика природы. Госполитиздат, 1952, стр. 7.

нить мир из него самого, доказывая, что нет никакого основания „прибегать к содействию сверхестественных сил, чтобы понять образование наблюдаемых нами вещей и явлений".[1] Однако лишь последующее развитие естествознания дало эмпирическое доказательство этих выводов, и только диалектический материализм смог теоретически обосновать самодвижение, саморазвитие материи.

Важнейшим завоеванием философии Р. Декарта является его учение о методе. Развитие производительных сил ставило перед естествознанием задачу точного, объективного изучения, измерения, описания, классификации всего того, что так или иначе вовлекалось в сферу общественного производства. Такого рода потребность в действительном познании окружающих человека явлений материальной природы была совершенно чуждой схоластической псевдонауке, стремившейся привести эмпирические данные в соответствие с религиозными догматами и положениями канонизированных мыслителей прошлого. Схоластическая ученость интересовалась не истиной, а догматами. Вот почему настойчивые заявления Декарта о том, что его интересует одна только истина, свидетельствовали, вопреки утверждениям буржуазных историков философии, не о „беспартийности" Декарта, а о его враждебности схоластике. Главное произведение Декарта называется „Рассуждение о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках". Учению о методе посвящены труд Декарта „Правила для руководства ума" и, в значительной мере, другие его сочинения.

Ф. Бэкон, которого Маркс характеризует как основоположника английского материализма и естествознания нового времени, первый выдвинул вопрос о методе на передний план. Декарт является в этом отношении его преемником и продолжателем. Исходя из открытий Галилея, Кеплера, из своих собственных естественно-научных достижений, Декарт обосно-

---

[1] П. Гольбах. Система природы. 1925, стр. 25—26.

вывает механико-математическую методологию науки о природе, рассматривая ее как логику механистического естествознания, как „всеобщую науку“, указывающую путь правильного, плодотворного исследования всех явлений окружающего мира. Само собой разумеется, что метод, созданный Декартом, не был простым воспроизведением тех эмпирически найденных исследовательских приемов, которые применяли, зачастую непоследовательно, его выдающиеся современники-естествоиспытатели, а представлял собой дальнейшее их творческое развитие, систематизацию, философское обобщение и обоснование. Вот почему Декарт, высоко оценивая Галилея за то, что он, отрешившись от схоластики, применяет математические приемы исследования физических явлений, упрекает его за некоторые уступки схоластике, сказавшиеся, например, в признании положения о том, что природа боится пустоты.

Декарт глубоко верит в величайшее, можно сказать даже, решающее значение правильного научного метода для познания. „Уж лучше, — говорит он, — совсем не помышлять об отыскании каких бы то ни было истин, чем делать это без всякого метода, ибо совершенно несомненно то, что подобные беспорядочные занятия и темные мудрствования помрачают естественный свет и ослепляют ум“.[1] По мнению Декарта, польза развиваемого им метода такова, что приступать без него к научным занятиям скорее вредно, чем полезно, ибо познающие без правильного метода уподобляются слепым, хотя они и обладают зрением. Не трудно понять, что эти положения направлены не только против схоластов, но и против тех современных Декарту естествоиспытателей, которые сочетали опытное исследование с мистикой, астрономию с астрологией и приходили к фантастическим выводам, которые были ни чем не лучше схоластических „открытий“. Это показывает, что Декарт был глубоко неудовлетворен методологией естествознания своего времени. И это неудиви-

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 89.

тельно: ведь даже такой выдающийся представитель науки того времени, как Кеплер, занимался составлением гороскопов.

Свой метод Декарт связывает прежде всего с необходимостью познания природы. Именно поэтому он противопоставляет его откровению, которое де „разом подымает нас до безошибочной веры“ и потому не пригодно для изучения природы. Декарт осуждает тех, которые хотят „одним прыжком“ достигнуть истины. Это значит, что в изучении природы Декарт рекомендует рассчитывать не на помощь свыше, а лишь на свои собственные силы, на правильный научный метод, который хоть и не сразу, но зато наверняка в конечном счете приведет к истинному знанию.

По мысли Декарта, недостаточно только иметь хороший разум, главное — это хорошо применять его. Декарт доходит даже до того, что считает способность к разумному мышлению, в общем, одинаковой у всех людей и все различие, наблюдающееся в интеллектуальном уровне различных людей, сводит лишь к большему или меньшему уменью методически мыслить. С этим связано даваемое им определение научного метода, сущность которого составляет „точные и простые правила, строгое соблюдение которых всегда препятствует принятию ложного за истинное и, без излишней траты умственных сил, но постепенно и непрерывно увеличивая знания, способствует тому, что ум достигает истинного познания всего, что ему доступно“.[1] Конечно, сведение метода к правилам познающего истину мышления, к правилам, рассматриваемым лишь как приемы, изобретенные разумом, — характерная черта метафизического подхода к действительности.

И. В. Сталин, характеризуя существо диалектического подхода, подчеркивает: „Диалектический метод говорит, что жизнь нужно рассматривать именно такой, какова она в действительности“.[2] Это значит, что научный метод должен

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 89.

[2] И. Сталин, Соч., т. I, стр. 298.

быть *аналогом* действительности, отражением присущих ей законов, познание которых применяется к дальнейшему изучению объективной реальности. Таков марксистский диалектический метод, основные черты которого отражают основные законы развития природы и общества. Декарт безусловно был далек от такого подлинно научного понимания метода. Однако предложенная им система методического, последовательного и доказательного теоретического мышления сыграла громадную роль в борьбе против схоластики. Основные черты картезианского метода были выражением необходимости аналитического изучения, описания, классификации явлений природы, порожденной развитием капиталистического уклада.

Подобно своему предшественнику Ф. Бэкону, Декарт считал основной, решающей предпосылкой правильного методического познающего мышления отказ от всего принятого на веру, универсальное сомнение во всем. Но так как задачей этого методологического сомнения является нахождение критерия истины и безусловно достоверного исходного пункта последующих логических умозаключений, то Декарт считает возможным сомневаться во всем, даже в том, что в дальнейшем окажется истиной. Поэтому Декарт подвергает сомнению не только положения схоластической лженауки, но и данные естествознания и вообще данные чувственного восприятия. „Так как, — пишет он, — чувства нас иногда обманывают, я допустил, что нет ни одной вещи, которая была бы такова, какой она нам представляется“ (32), ибо благоразумие требует не доверять всецело тому, что хоть однажды нас обмануло. Декарт решительно настаивает на том, что необходимо хотя бы раз в жизни предпринять решительную попытку отделаться от всех мнений, принятых на веру, и начать все сначала, с самого основания. Не следует ставить каких бы то ни было границ сомнению. „Я стану думать, — пишет Декарт, — что небо, воздух, земля, цвета, формы, звуки и все остальные внешние вещи — лишь иллюзии и грезы... Я буду считать себя не имеющим ни рук, ни глаз, ни тела, ни крови, не имеющим никаких чувств, но ошибочно уверенным в обладании всем этим".[1] Таким образом, сомнение, по Декарту, не должно останавливаться даже перед крайностями солипсизма, но при всем этом оно должно быть не убеждением в отсутствии чего-либо достоверного (что нарушало бы принцип методологического сомнения), а лишь условным приемом, предварительным постулатом. Декарт решительно подчеркивает, что он не собирается подражать скептикам, которые „сомневаются только для того, чтобы сомневаться, и притворяются в постоянной нерешительности. Моя цель, напротив того, была достичь уверенности и, отбросив зыбучие наносы и песок, найти твердую почву" (30).

Вывод, к которому приходит Декарт, таков: можно сомневаться во всем, кроме того, что ты сомневаешься. Акт сомнения, мышления всегда, как бы далеко ни простиралось сомнение, остается несомненно существующим. Я мыслю, следовательно существую (cogito, ergo sum), — таково, по мысли Декарта, основное, незыблемое, не вызывающее каких бы то ни было сомнений положение, которое может быть исходным пунктом всех логических выводов, всего познания. Таким образом, по мнению Декарта, здание науки может быть воздвигнуто на абсолютно нерушимом фундаменте, ввиду чего всякое скептическое отношение к основам познания вообще и логического мышления в особенности должно быть признано в корне несостоятельным. Существует такое теоретическое положение, сомнения в котором просто невозможны, — оно и должно быть исходным пунктом теоретического познания, подобно тому как аксиомы образуют начала в геометрии. Исторически прогрессивное значение декартовского „cogito ergo sum" заключается, следовательно, в его направленности против скептицизма, в постановке вопроса об основе процесса познания.

---

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 340.

Однако нельзя не отметить, что эта постановка вопроса носит сугубо метафизический и идеалистический характер. Декарт не видит того, что сама жизнь, практика должна быть первой, отправной предпосылкой теории познания. Не видит он и того, что существование внешнего мира, объективной реальности не может быть доказано логическими рассуждениями: оно постоянно доказывается практикой. „Вопрос о том, свойственна ли человеческому мышлению предметная истина, вовсе не есть вопрос теории, а вопрос *практический*. На практике должен человек доказать истинность, т. е. действительность и силу, посюсторонность своего мышления. Спор о действительности или недействительности мышления, изолированного от практики, есть чисто *схоластический* вопрос“.[1] В свете этого высказывания Маркса становится очевидным, что декартовское „cogito, ergo sum“ является в определенном отношении уступкой схоластике и идеализму, что же касается методологического сомнения Декарта, сыгравшего известную прогрессивную роль, то оно используется Декартом для обоснования идеалистического тезиса о независимости мышления от внешнего мира. Разве ощущения, практические действия человека не свидетельствуют о его существовании? Почему же Декарт говорит именно о мышлении как о неопровержимом свидетельстве бытия человека? Это необходимо ему для того, чтобы затем сделать вывод, что „я — субстанция, вся сущность или природа которой состоит в мышлении и которая для своего бытия не нуждается в месте и не зависит ни от какой материальной вещи“ (33). Само собой разумеется, что этот вывод, как отмечали еще Гоббс и Гассенди, совершенно несостоятелен и даже формально не вытекает из установленного Декартом основоположения. Тщетны также попытки Декарта доказать, что основоположение — я мыслю, следовательно существую — не является умозаключением, а представляет собой непосредственное, интуитивно данное и

---

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. IV, стр. 589.

потому безусловно истинное. Во всем этом сказывается лишь стремление Декарта противопоставить туманным, неопределенным и путанным догмам схоластики ясное и отчетливое знание. Но стремление это остается лишь постановкой вопроса, не получающей научного разрешения.

Отмечая несостоятельность и в сущности бесплодность этой отправной теоретической предпосылки метода Декарта, мы должны все же подчеркнуть, что заслугой этого мыслителя была развернутая постановка вопроса о критерии истины.

Декарт полагал, что неотъемлемым признаком истины является ясность и отчетливость, интуитивно осознаваемая самоочевидность, исключающая какое бы то ни было сомнение. Это и составляет содержание первого правила устанавливаемого им метода познания: „Не принимать за истинное что бы то ни было, прежде чем не признал это несомненно истинным, т. е. старательно избегать поспешности и предубеждения и включать в свои суждения только то, что представляется моему уму так ясно и отчетливо, что никоим образом не сможет дать повод к сомнению" (22).

Не трудно, конечно, показать, что декартовский критерий истины носит субъективный характер, поскольку он изолирует познающее мышление от внешнего мира и не видит, что лишь в сопоставлении представлений, понятий с предметами, которые они отражают, обнаруживается истина или заблуждение. Практика является критерием истины. Но для Декарта, как и для всех буржуазных философов, практика представляется лишь в виде деятельности, преследующей определенную выгоду, обычно независимую от познания истины. Отделяя познание от практики, Декарт в нем самом пытается отыскать то, что отделяет истину от заблуждения. Критерий истины, устанавливаемый Декартом, в сущности носит психологический характер. Многое из того, что представлялось Декарту ясным, отчетливым, самоочевидным, в действительности было одним лишь заблуждением. Так, например, Декарт считал, что утверждение о том, что бог существует, а душа независима от тела, столь же ясно и отчетливо, столь же очевидно, как геометрические доказательства. Возражая тем, которые резонно утверждали, что и те представления, которые не вызывают каких бы то ни было сомнений вследствие своей ясности и отчетливости, могут оказаться заблуждением, Декарт прибегал к аргументам из арсенала схоластики: бог не может быть обманщиком. Пытаясь найти объективную опору для своего субъективного критерия истины, Декарт утверждал, что этот критерий „имеет силу только вследствие того, что бог существует и является совершенным существом. . .“ (37).

Однако не одни лишь идеалистические аргументы являются опорой Декарта. Важнейшим аргументом, на который он ссылается, является математическая аксиоматика и дедукция. Математика издавна привлекала Декарта „верностью и очевидностью своих рассуждений“, он убежден, что „среди всех искавших истину в науках только математикам удалось найти некоторые доказательства“ (23). С этой точки зрения аксиома, говорящая о том, что целое больше части, не требует доказательства вследствие своей ясности, отчетливости, самоочевидности. Декарт не пытается вскрыть источник этих неотъемлемых, по его мнению, признаков истины. Математическая аксиоматика, так же как и мышление, рассматривается изолированно от практики. Известно, что тайна аксиоматической самоочевидности была раскрыта лишь диалектическим материализмом. Ленин писал: „. . . практическая деятельность человека миллиарды раз должна была приводить сознание человека к повторению разных логических фигур, *дабы* эти фигуры *могли* получить значение *аксиом*“.[1]

Декарт считает математический метод универсальным, одинаково применимым во всех областях познания. И в этом, конечно, сказывается ограниченность понимания и предмета, и метода познания. Однако в то время эта ограниченность

---

[1] В. И. Ленин. Философские тетради. 1947, стр. 164.

имела свое историческое оправдание, она отражала задачи механистического естествознания, для которого математика являлась важнейшей теоретической опорой. Еще Галилей ставил вопрос о том, что математика является не только определенной областью знаний, но и могущественным средством изощрения познавательных способностей. Декарт продолжает здесь бесспорно прогрессивную традицию, он противопоставляет математические доказательства всем другим, в особенности схоластическим, теологическим и т. д. Математика рассматривается Декартом как прямое и непосредственное выражение могущества разума, познания.

Основными моментами рационалистического метода Декарта являются интуиция и дедукция. Интуиция оказывается, по Декарту, разумным постижением аксиоматически очевидного, ясного и отчетливого в познании. В качестве примера интуитивного постижения истины Декарт приводит такие аксиомы, как то, что треугольник ограничен тремя линиями, а шар имеет лишь одну поверхность. „Под *интуицией*, — говорит Декарт, — я разумею не веру в шаткое свидетельство чувств и не обманчивое суждение беспорядочного воображения, но понятие ясного и внимательного ума, настолько простое и отчетливое, что оно не оставляет никакого сомнения в том, что мы мыслим...“.[1]

Совершенно несомненно, что картезианская интуиция является столь же несостоятельной, как и картезианский критерий истины. Но столь же несомненно, что она вкорне враждебна схоластическому пониманию интуиции как мистического откровения, алогичного по своему характеру. Она прямо и непосредственно направлена против схоластической силлогистики, нанизывающей одно понятие на другое, затемняющей их смысл, доказывающей то, что противоречит всякой логике, всякому опыту. Отсюда понятна лживость утверждений современных интуитивистов, ссылающихся для подтверждения своих ирра-

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 86.

ционалистических концепций на Декарта. В действительности современные интуитивисты возвращаются не к Декарту, а к средневековому алогизму, который противопоставлял интуицию разуму, претендуя на сверхразумное знание. Указывая на исторически прогрессивную тенденцию в понимании интуиции у Декарта, а также у Спинозы и Локка, следует все же иметь в виду, что это понимание выражало беспомощность философии того времени в решении проблемы критерия истины, оно означало по существу отступление от материалистического требования привести понятия в соответствие с объективной реальностью в сторону идеализма.

Если Бэкон выдвигал на первый план индукцию как метод экспериментального естествознания, то Декарт, исходивший из данных математики, в особенности геометрии, подчеркивал значение дедукции, истолковывая последнюю в антисхоластическом духе. Сущность дедукции Декарт сводил к разделению сложного на простые составные части, каждая из которых рассматривалась им как нечто общее многим сложным телам, как то общее, из которого должно быть выведено особенное и единичное. Таким образом, дедукция, по Декарту, необходима для анализа, составляющего, по его мнению, путь к постижению истины. Соответственно этому Декарт формулирует и остальные три правила своего метода:

„*Второе:* делить каждую из рассматриваемых мною трудностей на столько частей, на сколько потребуется, чтобы лучше их разрешить.

„*Третье:* руководить ходом своих мыслей, начиная с предметов простейших и легко познаваемых, и восходить малопомалу, как по ступеням, до познания наиболее сложных, допуская существование порядка даже среди тех, которые в естественном порядке вещей не предшествуют друг другу.

„*И последнее*: делать всюду настолько полные перечни и такие общие обзоры, чтобы быть уверенным, что ничего не пропущено“ (22—23).

Различие между простым и сложным устанавливается Декартом в соответствии с его учением об истине: он называет простым лишь то, что познается ясно и отчетливо. Такими простыми частями существующих сложных тел Декарт считает фигуру, протяжение, движение и т. п. Следовательно, каждый объект познания должен быть сведен к этим простым частям. Целое, полагал Декарт, может быть познано по составляющим его частям. Познание должно восходить от более простого, общего, известного, к сложному, частному, еще неизвестному. Главный секрет метода, излагаемого Декартом, заключается, по его же словам, в том, что „все вещи можно разбить по определенным классам",[1] классифицировать и благодаря этому познавать.

Диалектика целого и части остается вне поля зрения Декарта. Как и Бэкон, он видит путь познания в сведении сложного к простому. Но если Бэкон понимал под простым элементарные, первичные качества и формы, то Декарт в соответствии со своей количественной концепцией, доводящей до предела механистицизм, лишь намечавшийся у его предшественника, считает этим простым фигуру, протяжение, перемещение тела в пространстве.

Выдвигая на первый план дедукцию, Декарт не отрицает значения индукции, хотя и считает ее второстепенным приемом исследования. Последняя как раз и предполагается четвертым правилом его метода. Поэтому, определяя индукцию, Декарт характеризует ее как „столь тщательное и точное исследование всего относящегося к тому или иному вопросу, что с помощью ее мы можем с достоверностью и очевидностью утверждать: мы ничего не упустили в нем по нашему недосмотру".[2]

Таковы основные особенности картезианского метода, теоретически обобщившего приемы исследования, свойственные естествознанию его времени.

---

[1] **Рене Декарт**, Избранные произведения, 1950, стр. 96.

[2] **Там же**, стр. 102.

Метод Декарта сугубо рационалистичен. Так, разум определяется Декартом как способность к ясному и отчетливому, т. е. истинному, представлению о предметах. Разум не способен ошибаться,— вот главный вывод, характеризующий рационализм Декарта. „Откуда же, — спрашивает Декарт, — рождаются мои заблуждения? Очевидно, только из того, что воля, будучи более обширной, чем ум (entendement), не удерживается мной в границах, но распространяется также на вещи, которые я не постигаю".[1] Свободная воля, эта средневековая химера, необходима Декарту не для объяснения первородного греха человека и т. п., а для возвеличения разума. Воля избирает вместо истины заблуждение, подобно тому как она может выбрать зло вместо добра.

Рационализм, как известно, считает источником познания объективного мира не ощущения, а сам разум, непосредственно не отражающий явлений в их конкретной единичности. Однако рационализм Декарта отличается высокой оценкой чувственных данных, поскольку речь идет о познании природы. Но если, по мнению Декарта, разум не способен ошибаться, то чувства, воображение и память хотя и служат познанию, но могут и ошибаться. Поэтому их следует, по Декарту, относить к вспомогательным средствам познания. Тем не менее значение их, по признанию самого Декарта, весьма велико в деле опытного познания природы. Потому-то Декарт полагает, что после установления „начал и первопричин" дальнейшее познание может носить лишь опытный, чувственный характер: „...впредь я смогу продвигаться в познании природы в соответствии с возможностью производить много или мало опытов" (57). С этим же связана высокая оценка познавательного значения зрительного восприятия внешнего мира. В „Диоптрике" Декарт утверждает относительно зрения, что изобретения, служащие для усиления его мощи, являются наиболее полезными из всех остальных.

[1] Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950, стр. 376.

Таковы главные положения философского учения Декарта.

В 1946 г. мировая общественность отметила 350 лет со дня рождения Ренэ Декарта. В 1950 г. исполнилось 300 лет со дня смерти этого великого мужа науки. Буржуазные философы, вынужденные высказаться о Декарте в связи с этими памятными датами, сделали все возможное, чтобы исказить действительный облик гениального мыслителя, используя для этого идеалистическую метафизику Декарта, служившую уже в XVII в. основой для реакционных выводов Мальбранша и других идеалистов. „Декарт, — заявил французский профессор А. Койр, — был глубоко и искренне религиозный ум".[1] Неудивительно поэтому, что американский университет в Буффало поспешил перевести книжку этого профессора на английский язык. Профессор Сорбонны Ж. Лапорт посвятил Декарту две книги, в которых доказывается, что он был в основном правоверным католиком, стремившимся следовать за Фомой Аквинатом. Борьба Декарта против схоластики, громадный шаг вперед, сделанный им от средневековья к новому времени, совершенно игнорируются. „Был ли Декарт рационалистом?" — вопрошает Лапорт в своей книге „Рационализм Декарта", опубликованной в 1945 г. Само собой разумеется, что на этот вопрос дается отрицательный ответ, и основоположник рационализма выдается за средневекового иррационалиста. В том же духе рассуждает в своей, посвященной Декарту, книге и П. Дюпон, утверждающий, что волна спиритуализма, поднявшаяся во французской буржуазной философии в начале XX в., наглядно свидетельствует о непреходящем значении философии Декарта, являющегося, по мнению этого фальсификатора истории, „интегральным католиком".

О спиритуализме Декарта много и нудно рассуждает Ж. Шевалье в своей увенчанной премией и неоднократно переиздававшейся книге „Декарт". Этот философствующий

[1] Descartes after three hundred years by Alexandre Koyre. The University of Buffalo studies, v. 19, No 1, March. 1951, p. 27.

мракобес утверждает, что спиритуализм является специфической чертой французской нации, умалчивая о том, что именно Франция дала миру блестящую плеяду выдающихся материалистов. Мистифицированный Декарт объявляется воплощением спиритуализма. „Но это, — заявляет Шевалье, — не немецкий туманный, заумный спиритуализм, это французский, полный здравого смысла, тесно связанный с фактами, реалистический, вытекающий из повседневного эмпирического опыта нормальных людей... спиритуализм“.

Не трудно понять, за что награждена книга Шевалье: она несомненно является своеобразным шедевром в области философского шарлатанства.

Глава французских экзистенсиалистов Ж. П. Сартр превращает Декарта в экзистенсиалиста, лидер неотомистов Жильсон объявляет Декарта родоначальником неосхоластики, американские персоналисты находят у него теологическое обоснование индивидуализма. „Основатель рационализма выдается теперь за мистика“,[1] — правильно отмечает французский марксист Анри Лефевр. Все это свидетельствует лишь об идейном распаде современной буржуазной философии. Этот маразм одинаково проявляется и в неуклюжих попытках дипломированных лакеев церкви выдать Декарта за своего единомышленника, и в откровенных заявлениях таких философствующих реакционеров, как Ж. Маритэн или А. Боннар, которые объявляют учение Декарта национальным несчастьем и предлагают выбросить его за борт.

Дело, конечно, не в том, восхваляют или хулят Декарта философские прислужники современной буржуазии. И в том, и другом случае обнаруживается одно и то же: действительный, исторический Декарт совершенно чужд и даже враждебен империалистической буржуазии.

Товарищ Сталин в своем историческом выступлении на XIX съезде партии говорил: „Раньше буржуазия позволяла

---

[1] Descartes par Henri Lefebvre. Paris, 1947, стр. 9.

себе либеральничать, отстаивала буржуазно-демократические свободы и тем создавала себе популярность в народе. Теперь от либерализма не осталось и следа. Нет больше так называемой «свободы личности», — права личности признаются теперь только за тѐми, у которых есть капитал, а все прочие граждане считаются сырым человеческим материалом, пригодным лишь для эксплуатации. Растоптан принцип равноправия людей и наций, он заменен принципом полноправия эксплуататорского меньшинства и бесправия эксплуатируемого большинства граждан. Знамя буржуазно-демократических свобод выброшено за борт".[1]

Давно прошли те времена, когда буржуазия, борясь против феодализма, провозглашала своим знаменем разум и истину, выступала против духовной диктатуры церкви, освобождая науку и философию от клерикального гнета. Современная буржуазия возрождает все средневековое, превозносит все отживающее и под стягом антиинтеллектуализма и алогизма выступает против развития, объявляя нормальным состоянием покой, неизменность, раболепие перед прошлым, смирение, неверие в будущее и т. д.

Декарт провозглашал стремление к истине высшим назначением человека, а нынешние буржуазные философы утверждают, что следует возвыситься над истиной и заблуждением, ибо истина лишь условность, грамматическая форма, выгодное предположение.

Декарт не сомневался в познаваемости мира, он возвышал человеческий разум, в то время как современные философствующие мракобесы всячески тщатся доказать, что познание мира невозможно, не нужно и даже опасно, а специфической особенностью разума является фатальное стремление к иллюзиям.

Французские коммунисты, основываясь на указаниях Маркса, Энгельса, Ленина, Сталина, успешно разоблачают буржуазную

[1] И. В. Сталин. Речь на XIX съезде партии. Госполитиздат, 1952, стр. 11—12.

фальсификацию учения Декарта, доказывая, что прогрессивные идеи этого мыслителя и связанные с ним научные традиции уже неприемлемы для буржуазии, ставшей на путь империалистической реакции. Когда-то Декарт писал: „Я отношусь к числу тех, кто больше всего любит жизнь“. Но современная буржуазия, проникнутая человеконенавистнической идеологией, ненавидит все живое, развивающееся, устремленное в будущее, полное оптимистической веры в неисчерпаемые силы жизни. Не случайно поэтому, что прогрессивные идеи Декарта ныне служат оружием в борьбе передовых сил против империалистической реакции.

Т. И. Ойзерман.

ДЕКАРТ И ОПТИКА XVII ВЕКА

Декарту-философу посвящена огромная литература, и можно без преувеличения сказать, что Декарт-философ почти полностью затмил Декарта-математика, о котором вспоминают только как о создателе аналитической геометрии, и совсем затмил Декарта-физика, про которого д'Аламбер через сто лет после его смерти писал: „Его физика совершенно забыта, и вихри, составляющие ее основание, стали почти смешными". При этом он добавил, что главная заслуга Декарта заключается в том, что он сформулировал метод сомнения и дал пример его применения, отбросив ярмо схоластики. „Однако он заменил его детской игрушкой, пригодной лишь для потехи ума, а не для его удовлетворения".

Впрочем, следует отметить, что приведенное мнение д'Аламбера, хотя оно и было разделено большинством ученых той эпохи, впоследствии потерпело значительные изменения. Естественно, что неудачи картезианской физики, — а именно: неправильность положения о мгновенном распространении света, неверные законы ударов двух тел, справедливые нападки Лейбница на декартовы формулы сохранения движения, а также Ньютона на вихри, — давали противникам картезианства сильнейшие аргументы против Декарта; к ним присоединился и Вольтер, высмеивавший в своих сатирических произведениях основные положения картезианцев. Физика Ньютона, опирающаяся на опыт, не признаю-щая гипотез (по крайней мере, в принципе) победила и отодвинула декартову физику на задний план.

Однако в конце XVIII в. произошел очередной поворот в развитии физики. Богатый физический опыт, накопленный в XVII и XVIII ст. последователями Ньютона, а также учениками и последователями Декарта — Рого и особенно Мариоттом, сумевшими отойти от ошибок учителя, сохранив его метод, и, наконец, Мальбраншем, заменившим картезианскую гипотезу бесконечно жесткого эфира более гибкой теорией упругого эфира и построившего некоторое подобие волновой теории света, — требовал теоретической разработки. С этой целью можно было у Декарта заимствовать его учение, которое в значительной степени послужило началом новой ветви физики, а именно — теоретической физики.

Многие идеи Декарта, подвергнувшиеся впоследствии тем или другим изменениям, в усовершенствованном виде нашли применение в различных областях физики; даже его вихри при соответствующем изменении могли бы быть использованы в качестве силовых линий.

Развитию идей Декарта благоприятствовала обстановка всеобщей революции в исследовании природы.

Энгельс в „Диалектике природы“ пишет: „Коперник бросил — хотя и робко и, так сказать, лишь на смертном одре — вызов церковному авторитету в вопросах природы. Отсюда начинает свое летосчисление освобождение естествознания от теологии, хотя выяснение между ними отдельных взаимных претензий затянулось до наших дней и в иных головах далеко еще не завершилось даже и теперь. Но с этого времени пошло гигантскими шагами также и развитие наук...“. [1]

---

[1] Ф. Энгельс. Диалектика природы. Госполитиздат, 1952, стр. 5.

В этом движении вперед Энгельс признавал большие заслуги Декарта, указывая, что у него можно найти некоторые основные идеи современной философии и физики.

„Неуничтожимость движения, — говорит Энгельс, — выражена в положении *Декарта*, что *во вселенной сохраняется всегда одно и то же количество движения*“.[1]

В том же произведении Энгельс пишет: „Когда механическая теория теплоты привела новые доказательства в подтверждение положения о сохранении энергии и снова выдвинула его на передний план, то это несомненно было огромным ее успехом; но могло ли бы это положение фигурировать в качестве чего-то столь абсолютно нового, если бы господа физики вспомнили, что оно было выдвинуто уже Декартом?“.[2]

Любопытно, что главный интерес возбуждали именно те отделы физики Декарта, которые содержат наибольшее число ошибок: общие взгляды на мир, космогония, механика... Оптика же — наиболее ценный вклад Декарта в физику — осталась в стороне, и мало кто вспоминает великого философа и физика при изложении вопросов оптики, лишь теорию радуги и закон преломления связывают с именем Декарта. В связи с этим интересно отметить следующее место из „Диалектики природы“, где Энгельс упоминает о работе Декарта по оптике: „*Декарт* открыл, что приливы и отливы вызываются притяжением луны. Он же одновременно со Снеллиусом открыл основной закон преломления света, притом формулировал его по-своему, отлично от Снеллиуса“.[3]

Следует отметить, что в то время, когда ряд ученых, преимущественно голландцев, обвинял Декарта в научном плагиате, Энгельс занял правильную позицию в знаменитом

---

[1] **Ф. Энгельс. Диалектика природы. Госполитиздат, 1952, стр. 195.**

[2] **Там же, стр. 23.**

[3] **Там же, стр. 223.**

споре о приоритете открытия закона преломления. К этому вопросу мы еще вернемся несколько позже.

Как упоминалось выше, в конце XVII и начале XVIII столетия казалось, что слава Декарта окончательно померкла, и картезианство было повержено в прах восходящей звездой Ньютона. Но именно тогда произошел поворот в пользу Декарта.

Немалую роль в этом повороте сыграл и наш великий Ломоносов.

„Славный и первый из новых философов Картезий осмелился Аристотелеву философию опровергнуть и учить по своему мнению и вымыслу, — пишет Ломоносов в предисловии к переводу „Вольфианской экспериментальной физики“. — Мы, кроме других его заслуг, особливо за то благодарны, что тем ученых людей ободрил против Аристотеля, против себя самого и против прочих философов в правде спорить, и тем самым открыл дорогу к вольному философствованию и к вящему наук приращению“.[1]

Ломоносов для ряда своих работ использовал некоторые положения Декарта. Это совершенно понятно, ибо для того времени метод Декарта был наиболее прогрессивным, картезинская физика строилась в духе материализма, хотя и механистического.

В своей речи „Слово о происхождении света, новую теорию о цветах составляющую“ (1 VI 1756) Ломоносов решительно стал опять на сторону Декарта, отвергнув доводы и возражения Ньютона, точнее — его последователей. Громадную роль Декарта в борьбе со схоластикой путем изучения самой природы отметил Лобачевский в речи „О важнейших предметах воспитания“ (5 VII 1828): „Математики открыли прямые средства к приобретению познаний. Еще не с давнего времени пользуемся мы этими средствами. Их указал нам великий Бэкон. «Оставьте, — говорил он, — трудиться напрасно, стараясь извлечь из разума всю мудрость;

[1] М. В. Ломоносов, Полн. собр. соч., т. I, Изд. АН СССР, 1950, стр. 423.

спрашивайте природу, она хранит все истины и на вопросы ваши будет отвечать вам непременно и удовлетворительно». Наконец, гений Декарта произвел эту счастливую перемену, и благодаря его дарованиям мы живем уже в такие времена, когда едва тень древней схоластики ходит по университетам".

Из всех произведений Декарта наибольший интерес с точки зрения точных наук представляет „Рассуждение о методе", содержащее его основные работы по оптике, метеорологии и математике, с изложением метода „отыскивания истины в науках". „Рассуждение о методе" интересно еще тем, что является основным и почти исключительным источником сведений о жизни (в особенности о юношеских годах) Декарта.

„Рассуждение о методе" — первое по времени публикации произведение Декарта, но далеко не первая проба пера. Наоборот, его автор к моменту составления этой книги успел накопить значительный материал, особенно по геометрии и оптике, и у него лежала большая рукопись, не сданная в печать вследствие причин, о которых мы расскажем ниже.

Какова была цель Декарта при написании этой книги? Чтобы уяснить ее, необходимо обратиться к юношеским годам будущего философа, так как уже тогда у него родилась мысль о полном переустройстве всех наук, которая продолжала непрерывно развиваться по мере того, как увеличивались его знания и опыт. Вместе с тем мы постараемся показать, почему в качестве приложений своего метода Декарт избрал диоптрику, науку о метеорах (частично относящуюся теперь к метеорологии) и геометрию.

Ренэ Декарт родился 31 марта 1596 г. в Ля-Эй, — маленьком городке на границе между французскими провинциями Турен и Пуату. Его отец, Иоахим Декарт, мелкопоместный дворянин и советник парламента в Бретани, поместил своего сына в коллегию (гимназию) в городе Ля-Флеш, только что организованную иезуитами и впоследствии получившую репутацию наилучшего иезуитского учебного заведения Франции. Ренэ тогда было восемь лет. По собственному признанию, впрочем заслуживающему мало доверия, так как он считал себя обязанным проявлять во всех случаях жизни скромность, не всегда искреннюю, он ничем не выделялся среди своих сверстников. Однако в более поздние годы, как он сам об этом подробно повествует в „Рассуждении" (см. гл. I), овладев элементами наук, литературы и философии настолько, насколько позволяли его исключительные способности, хорошая школьная подготовка и самостоятельное образование, явившееся результатом чтения большого числа книг по разнообразным областям знаний, он разочаровался во всем том, что изучал. Ни в одной из известных ему наук он не мог найти истины. По его мнению, даже математические построения, с которыми ему пришлось встречаться, не лишены были логических ошибок.

Естественно, что у Декарта появилась мысль о пересмотре всех наук, для чего необходимо было в первую очередь найти метод, согласно которому могла быть осуществлена их перестройка. Первые идеи о методе появились у Декарта, когда он сидел еще на школьной скамье; тогда же постепенно развивались его наклонности: сначала к точным наукам, в особенности к геометрии, а затем к физике, преимущественно к оптике и космогонии — модным по тому времени вопросам.

Учителя коллегии держали своих воспитанников в курсе последних научных открытий. В 1611 г. (Декарту было пятнадцать лет), в годовщину смерти короля Франции Генриха IV, в коллегии было организовано торжество, на котором был зачитан сонет со следующим заглавием: „На смерть короля Генриха Великого и на открытие нескольких новых планет, или блуждающих звезд, вокруг Юпитера, сделанное в этом году Галилеем, известным математиком великого герцога флорентийского".

Зрительные трубы, только что появившиеся, в то время, продавались в лавках на мосту близ собора Парижской богоматери. Все восхищались новыми небесными светилами, открытыми Галилеем с помощью этих зрительных труб и названными им „светилами Медичи". Даже в Риме учитель философии иезуитской коллегии давал своим воспитанникам в числе тем для сочинений и темы о новых открытиях. Мало кто мог тогда предвидеть последствия, которые возникли в результате открытий Галилея, и оказались столь пагубными для могущества и авторитета церкви.

Эти замечательные события — появление зрительных труб и открытия новых светил на небе — не могли не оставить глубоких следов в жадно воспринимавшем все новое молодом воспитаннике и в скором времени сказались в его первых философских работах и обнаружились в его письмах к Мерсенну и другим. В частности, тот интерес, который возбудили зрительные трубы — таинственные приборы, открытые благодаря случайности, действие которых в значительной степени оставалось еще невыясненным, — нашел свое отражение в письме к Ферриэ от 13 ноября 1629 г.[1] Этот интерес не ослабевал и в дальнейшем: именно он послужил стимулом к сочинению „Диоптрики". Открытые Галилеем вращение спутников Юпитера вокруг планеты и фазы Венеры, наглядно подтвердившие правильность учения Коперника, произвели на Декарта громадное впечатление и сделали его убежденным сторонником Коперника, каким он остался до конца своей жизни, хотя принужден был скрывать это после драматических событий 1633 г. (осуждение Галилея). Свои взгляды на вселенную Декарт изложил в „Трактате о свете" (по первому замыслу — „Мир"), который он начал писать в 1622 г.

Окончив коллегию в 1612 г., Декарт, как можно предполагать, судя по косвенным данным, занялся самообразованием; однако об этом периоде жизни Декарта почти ничего не известно. Сам Декарт писал о себе, что к концу 1619 г. он создал научный метод, а также правила поведе-

[1] Всю переписку Декарта см. в „Correspondance", опубликованной Ш. Адамом и Г. Мильо (тт. I—IV, Париж, 1936—1947).

РЕНЕ ДЕКАРТ

С эскиза Франса Гальса (Киев, Музей западного и восточного искусства).

ния. Что касается его принципов философии и физики, то они у него постепенно развивались и окончательно сформировались лишь девять лет спустя, а именно около 1628 г. Об этом свидетельствует „Рассуждение о методе“.

В 1617 г. Декарт уехал в Голландию и оттуда в качестве вольнонаемного офицера отправился в путешествие по Европе, во время которого он заводил знакомство с учеными тех стран, где ему доводилось побывать. В частности, около 1619 г. он посетил в Ульме известного математика Фаульбахера, с которым он имел несколько бесед на математические темы, произведших на него сильное впечатление и оказавших определенное влияние на его первые работы по геометрии. Тогда же у него возникла идея о новой математической науке, более общей, охватывающей все существующие отдельные математические дисциплины как частные случаи или приложения. Впрочем, его подлинные намерения остались неясными; однако известно, что десятилетие, последовавшее за посещением Фаульбахера, было посвящено работе по математике, а также поискам методики построения наук. У нас нет сведений, свидетельствующих о том, что Декарт в эти годы сколько-нибудь интенсивно занимался физикой, хотя он, вероятно, не забывал о зрительных трубах. Как раз в это время появилась книга Мерсенна „Questiones celeberrimae in Genesim“, в которой последний затрагивает самые различные вопросы. В ней была помещена заметка о работах по оптике любителя-оптика, а по профессии казначея — Клавдия Мидоржа, парижского сенатора, занимавшегося преимущественно катоптрикой, т. е. отражательными зеркалами, которым он придавал параболическую форму. Нам не известно, какого качества были эти зеркала; по всей вероятности плохого, ибо они не нашли применения, — в противном случае весть об употреблении этих отражательных зеркал дошла бы до нас; кроме того, мы знаем, что до Ньютона никому не удавалось изготовить хороших зеркал, главным образом потому, что еще не был найден подходящий для них материал. Во всяком случае выбор формы зеркала, а именно параболической, делает честь Мидоржу, так как эта форма действительно приводит к наилучшим результатам, если только зеркало предназначалось для рассматривания далеких предметов. Декарт же был сторонником гиперболических поверхностей, что, впрочем, тоже было правильно, если имелось в виду исправление сферической аберрации линз, а это был как раз тот вопрос, которым интересовался Декарт.

Интерес Декарта к оптике носил не только теоретический характер. Он сообщил о своем изобретении, касающемся оптических поверхностей, опытному мастеру-оптику Ферриэ, убедив его в пользе специальных шлифовальных машин. Эта беседа нашла отражение в письме Пейреска (Пейресциус), адресованном 8 января 1628 г. его приятелю Дюпюи, в котором первый перечисляет инструменты, оставленные неким просвещенным любителем наук Алльомом, и среди них машину, изготовленную для него Ферриэ и описывающую кривую, необходимую для вогнутых поверхностей линз и зеркал. Немного спустя Декарт пригласил к себе в Голландию Ферриэ с тем, чтобы иметь возможность наблюдать за его работой; он завел знакомство с инженером Этьенном Вильбрессие, с которым проделал эксперименты по оптике; он изучал преломление света вместе с Мидоржем, беседовал с астрономом Мореном (будущим противником Коперника).

После двукратного непродолжительного пребывания в Голландии (в 1619 и 1621 гг.) Декарт в 1628 г. переехал туда на более продолжительный срок. Обычно считают, что причиной его отъезда из Франции послужило желание поселиться в более свободной стране, где он мог бы спокойно излагать свои мысли, без страха подвергнуться преследованиям и репрессиям со стороны иезуитской реакции. С юных лет Декарт придавал большое значение знакомству с учеными: возможно, с целью собирания материала для своего „Рассуждения о методе“, возможно, для обмена мыслями по поводу философских и научных вопросов. Голландия, молодая, сильная, быстро развивающаяся страна, только что опередившая Испанию и завоевавшая первенство в Европе, лихорадочно строила новые университеты, академии. Научная жизнь кипела, и если крупных голландских ученых было еще не так много, то можно было ожидать, что их число быстро возрастет.

Декарт сразу заводит знакомство с двумя врачами (он с ранних лет увлекался анатомией и медициной), с математиком Гортензием, бывшим учеником Снеллиуса (заметим, что Декарту уже более двух лет был известен закон преломления), с математиком Гоолем, с которым впоследствии он очень подружился, с семьей Скаутен, состоящей в основном из математиков, и многими учеными других специальностей. Упомянем еще о знакомстве с секретарем принца Оранжского — Константином Гюйгенсом, известным писателем и поэтом, любителем научных диковинок, особенно в области оптики и гидравлики. Отметим, что второй из его пятерых детей, маленький Христиан, выделялся своими способностями к математике, и Декарт предсказал ему большое будущее.

Декарт вел в Голландии тихую, уединенную жизнь, работая с утра до вечера, лишь изредка посещая своих друзей.

В результате многолетних философских размышлений Декарт за девять месяцев пребывания в Голландии написал „Маленький трактат по метафизике“. В этом трактате Декарт, повторяя традиционную схоластическую аргументацию о бессмертии души, прежде всего доказывает существование бога, причем с помощью новых аргументов, имеющих много общего с теми, которыми пользовались его современники-атеисты для доказательства противоположного тезиса. Главные положения этого трактата заключались в том, что бог создал мир, притом единственный; в те годы Декарт еще не разделял смелых взглядов Джордано Бруно на множественность миров, но вскоре к ним присоединился. По Декарту, в реальном мире все может быть сведено к трем категориям: к пространству, форме и движению. Помимо этих трех категорий, свойственных неодушевленным предметам, существует еще душа, которой наделены люди и только люди, в отличие от животных, представляющих собою усовершенствованные механизмы — автоматы.

Таким образом, Декарт считал, что внешний мир может быть описан с помощью чисто математических понятий: пространства, формы и движения. Отсюда следует, что все науки, которые в настоящее время принято называть точными, могут быть выведены из математики. В частности, физика, которая в то время под влиянием Леонардо да Винчи, Галилея, Бэкона начала быстро развиваться, должна была стать простым приложением математики. К этому стремился также и Декарт, и в этом основная цель его метафизики. Метафизику он считал частью философии — основы всех наук.

Естественно, что Декарт должен был приступить к осуществлению своей идеи. Он постепенно накапливал материал, подтверждающий его взгляды. Что касается математики, то таким материалом служил ряд его крупных работ по геометрии; но основным полем применения его идей должна была стать физика, которой он, в сущности, до тех пор мало занимался.

20 марта 1629 г. наблюдалось весьма редкое и эффектное явление природы, а именно — паргелий, т. е. образование нескольких солнц на небе. Это явление описал астроном иезуит Шейнер (будущий враг Галилея). Приятель Декарта — математик Ренери, узнав от Гассенди (или правильнее Гассенд, как себя называл уроженец южной Франции, один из крупнейших физиков той эпохи, открывший путь к признанию учения Коперника во Франции) об описании Шейнера, сообщил об этом Декарту и предложил ему принять участие в объяснении явления, природа которого в то время была неизвестной. Не удовлетворяясь частными решениями, Декарт

решил изучить вопрос о метеорах во всей его полноте и заодно дать новое построение физики, согласно своим воззрениям. Весь этот материал мог составить основу большого трактата о мире. Поскольку такое заглавие звучало слишком высокопарно, он придумал более скромное название — „Трактат о свете“, которое должно было заинтересовать просвещенных людей и ученых и позволить рассмотреть любые вопросы физики.

„Трактат о свете“ был опубликован (в незаконченном виде) лишь после смерти Декарта. На нем следует остановиться, так как этот трактат многое объясняет из того, что вошло позже в „Рассуждение о методе“.

Все важнейшие сведения об этой книге можно получить из переписки Декарта, в особенности с Мерсенном. Кроме того, в „Рассуждении о методе“ содержится краткое резюме трактата; более полное, хотя также сокращенное, изложение приведено в „Началах философии“.

Декарт принялся за работу в начале 1630 г. Прежде всего он начал борьбу с мнением, распространенным среди большинства людей, заключающимся в том, что внешние предметы тождественны тем впечатлениям, которые они создают у нас: многие представляют себе, что рассматриваемый предмет на самом деле имеет тот цвет, тот запах и т. д., которые дают ощущения; в действительности эти ощущения, по Декарту, вызываются различными свойствами ощущаемых предметов, например более или менее быстрым вращением частиц, создающим ощущение цвета.

Такую же ошибку, по мнению Декарта, делают и ученые, но ее труднее обнаружить под философской терминологией. Так называемые „действительные качества“, „субстанциональные формы“, которыми пользовались философы — современники Декарта, представляют собой лишь ощущения, которые мы испытываем, переносим наружу и приписываем внешним предметам. Схоластическая философия лишь переводит на свой наукообразный язык эти ошибочные представления и должна разделить их судьбу.

К этому вопросу Декарт возвращается и в „Рассуждении о методе“. Однако он не мог перейти к предложенной им математической физике до тех пор, пока в неодушевленной природе оставалось что-нибудь еще помимо установленных им чисто математических понятий, а именно: пространства, формы и движения. Материя у него отождествляется с пространством. Материя — это протяженность, и, наоборот, пространство заполнено материей.

Отсюда вытекает, что пустоты не может быть: там, где есть пустота, нет пространства; с другой стороны, отсутствие пустоты подтверждается опытом, по идее совпадающим с знаменитым опытом Торричелли с винной бочкой, которая не опорожняется до тех пор, пока второе отверстие остается закрытым. Таким образом, Декарт не признает пустоты точно так же, как и его современники; боязнь пустоты Декарт заменяет принципиальным отрицанием ее.

Вместо отживших, подлежавших забвению и уничтожению, категорий качества и субстанциональных форм Декарт ввел категорию движения материальных частиц, с помощью которой он получил возможность объяснять природу теплоты и света, отделить твердые тела от жидких и газообразных. С особой силой он выступает против понятия „качества“; с этой целью он специально подбирает и выписывает из Парижа с помощью Мерсенна необходимый ему литературный материал.

Первые пять глав „Трактата“ заполнены общими соображениями. Далее начинается изложение космогонической теории Декарта. Эта теория не получила такой известности, как теория происхождения миров Канта, хотя по своей оригинальности и смелости она нисколько не уступает последней. Декарт строил ее в то время, когда церковь, с опозданием понявшая опасность, возникшую для нее в связи с распространением учения Коперника, особенно после того, как Галилей стал приводить убедительные доказательства вращения земли, начала преследовать сторонников теории Коперника.

Осторожный Декарт прибег к способу, который формально спасал его от возможных обвинений в ереси и вместе с тем никого не вводил в заблуждение. Сам Декарт пишет по этому поводу в письме к Мерсенну следующее: „Я должен... рассмотреть тысячи различных вещей для того, чтобы способ, с помощью которого я мог бы выразить истину, не поражал бы ничьего воображения и не противоречил общепринятым мнениям“ („Correspondance“, т. I, стр. 194). Он измышляет особый мир, отличный от реального, называя его „мир моего сочинения“ (fable de mon monde); все космогонические теории, которые далее будут изложены, относятся только к вымышленному миру. Этот мир подчиняется нескольким непременным законам, установленным богом, — в частности, законам движения.

Основное свойство декартова условного мира заключается в том, что в нем не может быть чудес: бог все создал раз и навсегда, а в дальнейшем сохраняет лишь то, что создал; другими словами, он не вмешивается в ход событий и установленные им же законы не изменяет. Никакого сверхъестественного вмешательства быть не может. Эта концепция, с точки зрения ее последствий, не отличается по существу от тезиса, принятого атеистами более поздней эпохи. По этому поводу Паскаль высказался так: „Я не могу простить Декарту следующего: во всей философии он охотно бы обошелся без бога, но не мог удержаться, чтоб не дать ему щелчка по носу, заставив его привести мир в движение. После этого он более уже никаких дел с богом не имел“.[1]

Более того, его космогоническая теория, согласно которой материя, заполняющая пространство, вращаясь по окружностям и образуя знаменитые декартовы вихри, сгущается в звезды, не препятствует тому, чтобы в безграничном про-

[1] Penseés, I Art X, 41

странстве Декарта не оказалось других миров, аналогичных нашему. Хотя это „еретическое“ положение в явном виде не высказано,[1] тем не менее его возможность не отрицается, и оно напрашивается само собой.

Чтобы у читателя не возникало сомнений относительно того, что автор понимает под выражением „мир моего сочинения“, он обозначает вымышленные планеты, описываемые им, теми же астрономическими символами — ☿, ♀, ♂, ♃, ♄ и т. д., которыми принято обозначать планеты солнечной системы; для большего сходства он приписывает этим планетам спутников, аналогичных Луне и только что открытым спутникам Юпитера. Впрочем, прием Декарта никого не обманывал, в особенности его противников. Иезуит Даниэль в своем памфлете „Путешествие в мир Декарта“ (1702), направленном против картезианской философии, пишет: „Я плохо понимаю, что это за мир Декарта, в который вы хотите меня ввести. Читая Декарта, я полагал, что его мир есть не что иное, как мир, в котором мы живем, но объясненный согласно философским принципам. Я ясно помню слова Декарта в одном из его писем, что он «счел бы себя ничего не знающим в физике, если бы представлял лишь природу вещей и не умел показать, что иной она быть не может». Я воспринял эти слова как некоторое хвастовство; однако когда Декарт в другом месте говорит, что не претендует объяснить происходящее в действительном мире и описывает лишь то, что должно происходить в мире, им воображаемом, то я убежден, что он был бы весьма недоволен, если бы ему поверили“.

Действительно, сам Декарт в „Рассуждении о методе“ (см. стр. 40) пишет, что его прием имеет целью свободно высказывать то, что он думает, не тратя времени на опровержение общепринятых среди ученых взглядов.

Космогония заканчивается главами XI и XII „Трактата“, где говорится о тяготении и приливах, объясняемых, согласно Де-

[1] Позже в „Рассуждении о методе“ Декарт прямо говорит о множестве миров.

карту, совместным вращением земли и неба вокруг оси земли, причем небо вращается значительно скорее, нежели земля; это вытекает из космогонической теории вихрей. Вместе с тем ясно, что Декарт разделял мысли Коперника о вращении земли, так же как и многие просвещенные люди той эпохи; однако он вполне отдавал себе отчет в опасности, таящейся в приверженности к этим идеям, и принимал меры к ограждению себя от этой опасности; атмосфера накалялась, и хотя церковь пока ограничивалась преимущественно мерами морального воздействия, чувствовалось приближение нового похода церкви, направленного против коперниковой „ереси". Напомним, что Декарт писал свою космогонию приблизительно в 1631—1632 гг., а Галилей был осужден годом позже, в 1633 г.

Последние три главы — XIII, XIV и XV — посвящены вопросу о свете и находятся в такой тесной связи с „Диоптрикой", что в отношении многих отдельных мест этих глав невозможно сказать, были ли они составлены Декартом до написания „Диоптрики" или после; он повторяет в них то, что уже было опубликовано в последнем произведении; это замечание относится главным образом к первой главе „Диоптрики".

Но вместе с тем в указанных произведениях в изложении вопроса о свете имеется и существенная разница. В „Трактате о свете" Декарт изучает главным образом законы распространения света, идущего от звезд к земным наблюдателям. В XIII главе он излагает законы распространения света, в XIV — перечисляет основные его свойства, а в XV — объясняет, почему „жители планеты, называемой Землей, могут видеть это небо совершенно подобным нашему". Следует помнить что „Земля", описываемая в „Трактате", есть условная „Земля", — не та, на которой мы живем.

В первой главе „Диоптрики" также рассматриваются свойства света, но с другой точки зрения и в более узкой области: автор преследует главным образом цель вывести закон преломления, для чего ему было достаточно описать „поведение“ света при переходе через границу двух сред.

Взгляды Декарта на природу света представляют большой интерес не только потому, что они свидетельствуют о переломе, происшедшем в физике в эпоху Бруно и Галилея, но еще и потому, что они явились результатом его собственного метода изучения любого научного вопроса.

В законченном виде он изложил основные черты своего метода лишь в 1637 г., но отдельные положения были разработаны им гораздо раньше, — некоторые, как мы видели, уже на школьной скамье. Стремление свести все к пространству (материи) и движению особенно ярко выявляется в его работах о природе света.

Именно в указанных выше главах автор „Трактата о свете“ приводит перечень тех основных свойств света, из которых могут быть выведены вся геометрическая оптика и световая энергетика (фотометрия):

1) свет распространяется во все стороны вокруг светящихся тел;

2) свет распространяется на любое расстояние;

3) распространение света происходит мгновенно;

4) свет распространяется прямолинейно в виде световых лучей;

5) лучи, исходящие из разных точек, могут собираться в одну точку;

6) лучи, исходящие из одной точки, могут расходиться в разные точки;

7) различные лучи могут проходить через одну и ту же точку, не мешая друг другу;

8) если сила лучей весьма различна, они могут мешать друг другу;

9) направление этих лучей может быть изменено при отражении или преломлении;

10) сила лучей может быть увеличена или уменьшена различными свойствами передающей их материи.

Намерение Декарта свести сложнейшее для того времени явление распространения света к небольшому числу простых, наглядных, всем понятных положений, на основании которых средствами только одной математики может быть построена теоретическая и даже прикладная оптика, удалось вполне. В сущности, по истечении трех веков развития оптики этот перечень свойств световых лучей, установленный Декартом, до сих пор лежит в основе геометрической оптики, правда, в несколько более сжатом и сокращенном виде, как об этом свидетельствует большинство изданных за последнее десятилетие учебников по оптике, в которых приводится следующий установившийся перечень четырех основных положений геометрической оптики:

1) в однородной среде свет распространяется по прямым линиям — лучам;

2) на границе двух сред происходит преломление или

3) отражение по определенным законам;

4) лучи распространяются независимо друг от друга.

Естественно, современное изложение более сжато и ясно. По существу, оно отличается от декартова двумя положениями: положением о мгновенном распространении света, навеянным Декарту аналогией с палкой, передающей, по его представлению, любое движение мгновенно, и положением, согласно которому лучи могут мешать друг другу, если их сила неравна. Первое подтверждалось опытами Галилея, пытавшегося определить скорость света,[1] что ему, однако, не удалось, и только в 1675 г. Рёмер впервые установил, что эта скорость конечна.

Вопрос о скорости света имел большое принципиальное значение, и Декарт в одном письме к Бекману (или к Гортензию, — адресат точно не установлен) от 22 августа 1634 г.

---

[1] См. например: „Оптика Ньютона“, пер. С. И. Вавилова, М.—Л., 1927, стр. 332 и сб. „Галилео Галилей“, статья С. И. Вавилова, 1949, стр. 48.

подробно излагает свое доказательство мгновенности распространения света.

Приводим некоторые места этого письма:

„Я недавно говорил, когда мы были вместе, что свет достигает наших глаз мгновенно; даже прибавил, что это было для меня настолько достоверным, что если бы кто-нибудь доказал мне неправильность этого положения, я готов был бы согласиться с тем, что я ничего не понимаю в философии.

„Вы, наоборот, утверждаете, что свет может распространяться лишь за некоторый промежуток времени; и вы добавляете, что вы придумали опыт, который ясно показал, кто из нас ошибается...“.

Опыт по идее повторяет эксперимент Галилея с качанием факела перед зеркалом, расположенным на большом расстоянии.

„...Я вас поставил в известность о том, что мы располагаем другим опытом, выполненным много раз с высшей тщательностью и вниманием тысячами людей, который с очевидностью показывает, что нет никакого промежутка времени или отставания этого рода между мгновением, когда свет испускается светящимся предметом, и мгновением, когда он входит в наш глаз“.

Декарт совершенно правильно доказывает, что если даже принимать скорость света в десять раз больше, чем та, которая могла бы быть обнаружена в опыте своего корреспондента, то свету нужен был бы промежуток по крайней мере в час, чтобы добираться от Луны до Земли, а при наблюдении лунных затмений этот час был бы давно обнаружен и, — пишет Декарт, — не только час, даже минута, даже полминуты.

Декарт не мог подозревать, что свет распространяется от Луны до Земли за одну с небольшим секунду!

Восьмое положение, согласно которому лучи могут мешать друг другу, если сила лучей неравна, представляет немалый интерес: в самом деле, если лучи „мешают“ друг другу, то это значит, что они „интерферируют“ друг с другом, как это следует из перевода с латинского языка. Несмотря на то, что интеференция света была впервые осуществлена Юнгом и Френелем в начале XIX столетия опытным путем, сама идея интерференции могла появиться гораздо раньше, так как явление колец Ньютона, основанное на интерференции лучей, наблюдалось и ранее XVII столетия, но не находило объяснения. Как известно, Гримальди, изучая в 1665 г. некоторые диффракционные явления, поставил опыт, по идее напоминающий знаменитый опыт Юнга; хотя опыт и не привел к определенным выводам вследствие ряда причин, на которых не стоит останавливаться, но он показывает, что идея интерференции в современном смысле слова уже не была чуждой передовым ученым XVII столетия. Что касается Декарта, то он не только знал диффракционные явления, но умел их создавать, как об этом свидетельствует его письмо к Мерсенну от января 1630 г., в котором он описывает свои опыты наблюдения пламени свечи через хвост гусиного пера и даже через волос; таким образом, он наблюдал диффракцию, причем в довольно чистом виде. „Что касается этого сияния, которое обычно наблюдается около пламени свечи, — пишет Декарт, — оно не имеет ничего общего с коронами, иногда замечаемыми вокруг светил; оно на самом деле ничем не отделено от пламени и представляет собой не что иное, как дополнительный свет, нечто вроде пучка лучей, проходящих непосредственно через глазной зрачок и распространяющихся так же, как луч солнца, который проникает через малое отверстие в комнату и рассеивается по сторонам. Чтобы увидеть более яркие цвета, потрудитесь рассматривать пламя свечи с семи или восьми шагов через гусиное перо или единственный волос, спускающийся сверху вниз и проходящий через середину вашего глаза, приложив волос вплотную к нему: тогда вы сможете наблюдать большое разнообразие красивых цветов“.

Тем не менее Декарт не понимал природы диффракции, и его „интерференция“ лучей имеет совершенно особый характер, навеянный неудачной аналогией с ветром. Именно так он объясняет положение 7, не взирая на то, что оно находится в прямом противоречии с положением 8, которое гласит: „если сила лучей весьма различна, они могут мешать друг другу“.

„Чтобы понять, как часть этих лучей, направляясь из одних точек и стремясь к другим, проходит через одну и ту же точку, не мешая друг другу (например подобно тому, как два луча AN и DL на рис. 1 проходят через точку E), следует учесть, что каждая из частиц второго элемента[1] может одновременно подвергнуться нескольким различным импульсам. Благодаря этому частица, находящаяся, например, в точке E, может быть сразу толкаема и по направлению к L (действием, исходящим из области солнца, обозначенной D) и к N (действием, порождаемым областью, обозначенной A). Легко убедиться, что через три трубки FG, HI, KL (рис. 2) можно толкать воздух из F к G, из H к I и из K к L, хотя они и соединены в точке N так, что весь воздух, проходящий через середину каждой из них, должным образом проходит также и через середину обеих других“ („Трактат о свете“).

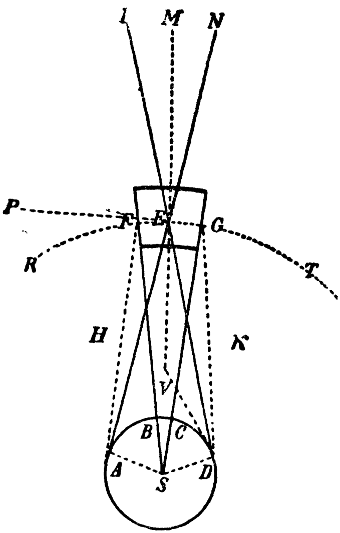


Рис. 1.

Относительно положения 8 Декарт в этом же произведении пишет: „Это же сравнение объясняет, почему сильный свет

[1] Второй элемент, по Декарту, образует „небо“ и состоит из таких же частиц, как и первый, образующий источник света: Солнце или звезды. По воззрениям Декарта, „небо“ вращается вместе со звездой, но гораздо быстрее ее.

препятствует действию более слабого. Если толкать воздух через F значительное сильнее, чем через H или K, то он направится только к G и совершенно не пойдет ни к I, ни к K".

Вероятно, приведенные здесь рассуждения навеяны опытами по распространению света через мутные среды.

Несмотря на то, что объяснения Декарта несовершенны, его принципы, рассеянные там и сям по главам „Трактата о свете", а позже в „Диоптрике", в основном верны, и мы позже увидим, что большинство главных положений фотометрии были известны Декарту; он делал из них абсолютно правильные выводы и в этой области опередил на 100—120 лет физиков своего времени.

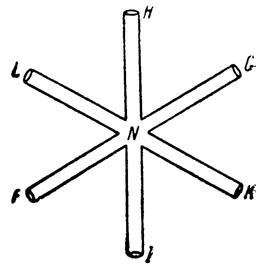


Рис. 2.

Глава XV „Трактата о свете" представляет собой изложение некоторой особой оптики небесных светил; автор решает здесь трудную задачу, заключающуюся в том, чтобы дать ясно понять своим читателям, что под своим вымышленным, условным миром он имеет в виду тот мир, в котором мы живем. Декарт объясняет, почему вид неба условного нового мира, созданного им, должен казаться читателям совершенно подобным нашему; он утверждает, что это вытекает в основном из прямолинейного распространения света, являющегося следствием воздействия декартовых вихрей на особые „небеса" различной величины. Эти небеса являются как бы оптическими средами; граница между отдельными небесами играет роль поверхностей, преломляющих лучи, исходящие от звезд. Поэтому происходит ряд явлений, подобных оптическим: звезды видны не в том направлении, в каком они в действительности находятся (рефракция особого типа, отличная от земной), одна звезда может быть одновременно видна в нескольких точках неба или совсем не видна; этими же явлениями объясняются хвосты комет, представляющих собой, согласно Декарту, светила, превосходящие по своей величине звезды.

Отметим замечание автора о том, что звезды находятся на таких больших расстояниях от Земли, что люди не могли бы заметить звездных параллаксов; приводим его соображения (с несущественными изменениями):

„Линии, соединяющие землю со звездами, необходимо предположить столь длинными по сравнению с диаметром окружности, описываемой Землей вокруг Солнца, что находящиеся на Земле люди видят звезды как бы неподвижными и прикрепленными к одним и тем же местам небосвода, вне зависимости от того, в каком месте своей орбиты находится Земля; иными словами, пользуясь терминами астрономии, мы должны предположить эти линии столь протяженными по сравнению с диаметром Земли, что люди не могли бы заметить звездных параллаксов".

Исчезновение и появление новых звезд объясняется в главе XV все тем же преломлением, совершающимся на границе двух небес.

Мерцание планет, вызываемое их вращением вокруг своей оси, меньше, нежели мерцание неподвижных звезд, вращающихся сравнительно быстрее.

Луна, лишенная этого движения, совершенно не мерцает. (Очевидно, Декарт имеет в виду то обстоятельство, что Луна обращена к земным наблюдателям всегда одной и той же стороной).

События, о которых будет сказано дальше, не дали возможности автору закончить этот труд.

22 июня 1633 г. Декарт сообщил Мерсенну: „Мой «Трактат» почти закончен, но мне надо еще его исправить и описать". (По-французски „décrire"; здесь, видимо, описка или опечатка, — очевидно, он хотел сказать „récrire", т. е. написать снова). Однако Декарту не удалось осуществить свое намерение.

23 июня 1633 г. в Риме был осужден инквизицией Галилей за книгу „Диалоги о двух величайших системах мира“ (Птолемея и Коперника), опубликованную годом раньше.

Об осуждении Галилея Декарт узнал пятью месяцами позже почти случайно и сразу же приостановил свою работу по завершению „Трактата“.

Декарт описывает свое впечатление об осуждении Галилея в письме к Мерсенну следующим образом: „Должен сказать вам, что, осведомившись на днях в Лейдене и Амстердаме о том, нет ли там «Системы мира» Галилея, так как мне стало известно, что эта книга напечатана в Италии в прошлом году, я получил ответ, что книга была действительно напечатана, но все ее экземпляры сожжены в Риме и Галилей приговорен к какому-то наказанию. Это меня так поразило, что я решил сжечь все мои бумаги, по крайней мере никому их не показывать; ибо я не в состоянии был вообразить себе, чтобы он, итальянец, пользовавшийся расположением даже папы, мог быть осужден за то, без сомнения, что хотел доказать движение земли; насколько я знаю, это было осуждено некоторыми кардиналами, но, как мне стало известно, затем публично преподавалось даже в Риме. Признаюсь, если движение земли есть ложь, то ложь и все основания моей философии, так как они явно ведут к этому же заключению. Учение о движении земли так тесно связано со всеми частями моего «Трактата», что если его исключить, то все остальное делается негодным. Но так как я ни за что в мире не пожелаю, чтобы мною было написано сочинение, в котором оказалось бы хотя одно слово, не одобренное церковью, то я лучше уничтожу его, чем выпущу с пропусками“. (См. „Correspondance“ за 1638 г.).

В Голландии на учение Коперника смотрели благосклонно. Не случайно, что сразу после осуждения Галилея братья Эльзевир поспешили напечатать латинский перевод „Диалогов“. Естественно, что ни жизнь, ни репутация Декарта в то время не подвергались никакой опасности в случае опубликования „Трактата" в Голландии, — скорее наоборот: „Трактат" был бы встречен там доброжелательно хотя бы потому, что протестантская церковь не прочь была блеснуть своим показным либерализмом на фоне католической реакции.

Однако Декарт, не питая особых надежд на защиту просвещенной общественности Франции и не доверяя временному и напускному либерализму голландских властей, а также в силу присущей ему осторожности решил отложить опубликование своего „Трактата" до более благоприятного времени.

Впечатление от приговора, вынесенного Галилею, наложило свой отпечаток почти на все последующие произведения Декарта. Его осторожность, усугубленная воспитанием в иезуитской коллегии, обострилась еще больше после того, как ему стало известно о приговоре. По выражению одного французского комментатора, он стал „философом в маске". Наличие этой маски сказалось в трудно объяснимом увлечении теологией, выразившемся в „открытии" четырех новых доказательств существования бога (которые, впрочем, отцы иезуиты встретили прохладно, находя их чересчур краткими).[1]

Здесь уместно напомнить, что бог у Декарта не только свидетельствует о его благонадежности; он, кроме того, служит опорой его метафизики и физики: бог создал мир и законы, управляющие им; эти законы, раз установленные, являются вечными и неизменными; другими словами, вторичное вмешательство бога в дела мира невозможно. Последнее, конечно, лишь подразумевается; однако такие читатели, как Паскаль, сумели уловить мысль Декарта об ограниченности власти бога и не скрывали своего возмущения этим лицемерным приемом.

---

[1] Oeuvres de Descartes, изданные Ш. Адамом и Полем Таннери, т. XII, стр. 237.

К маскировке Декарт прибегает и в описаниях физических явлений: имя Коперника замалчивается и уступает место более приемлемому для церкви имени Тихо-Браге; вообще все вопросы, связанные с вращением земли, обходятся.

После осуждения Галилея у Декарта пропало всякое настроение писать, и он замолчал бы на много лет, если бы не то давление, которое на него оказывали приятели, в частности Мерсенн, хорошо осведомленный о том, что у него лежит большой, почти законченный труд, опубликование которого с нетерпением ожидалось многими просвещенными современниками; к тому же он и сам неоднократно давал неосторожные обязательства обнародовать свои новые философские идеи. Все были того мнения, что основная причина его отъезда в Голландию заключалась в необходимости уединиться, уйти от политических и религиозных бурь для спокойной работы над своей книгой.

При таких обстоятельствах Мерсенн, которому не чужда была некоторая наклонность к подстрекательству, опубликовал в предисловии к своей „Мировой гармонии" одно из писем Декарта (1634), не называя его имени, предупредив своих читателей, что развитие идей, изложенных в этом письме, станет известным, как только автор пожелает.

Пришлось Декарту взяться за перо. Используя часть уже написанного, но не опубликованного труда и развивая его в новых направлениях, наименее опасных с точки зрения возможных последствий, он в течение нескольких месяцев 1634/35 г. подготовил к печати три небольших трактата: „Диоптрика", „Метеоры", „Геометрия". Декарт добавил к ним предисловие, которое он назвал „Рассуждение о методе".

Первая часть „Диоптрики", по крайней мере две первые главы, трактующие о преломлении, были написаны еще в 1632 г. и присланы для ознакомления Гоолю. Последняя глава, касающаяся станка, изобретенного Декартом, составлена в 1629—1630 гг., после длительной переписки с мастером-оптиком Ферриэ, с которым мы уже встречались. Трактат о метеорах был написан летом 1635 г. Весь труд был готов в 1635 г. Тогда же Декарт прочел за три вечера свою рукопись Константину Гюйгенсу.

Наибольшую трудность, очевидно, представляло составление предисловия и заглавия для всей книги. Вначале Декарт намеревался дать следующее название своему трактату: „Проект всеобщей науки, которая могла бы возвысить наш разум до состояния высшего совершенства; кроме того, «Диоптрика», «Метеоры» и «Геометрия», где наиболее любопытные примеры, выбранные автором в качестве приложений всеобщей науки, предлагаемой им, объясняются таким образом, что даже те, которые не учились, могут их понять". Чересчур напыщенное заглавие было затем заменено другим, излишне кратким: „Трактат о методе". После замечаний Мерсенна Декарт несколько раз менял заглавие и, наконец, остановился на следующем варианте, а именно:

Рассуждение о методе,
чтобы хорошо направлять свой разум
и отыскивать истину в науках.
Кроме того,
Диоптрика, Метеоры
и Геометрия,
которые являются приложением этого метода.

Вследствие скромности автора, а может быть и осторожности, фамилия его не была указана.

Страшная чума, свирепствовавшая в Лейдене в 1635 г., оказалась причиной задержки поисков издателя. Лишь в 1636 г. лейденский издатель Ян Мэр согласился напечатать труд Декарта; сын математика Скаутена, друга Декарта, выполнил чертежи для „Диоптрики", а возможно, и для „Метеоров". В конце 1636 г. были получены первые оттиски и переданы через Константина Гюйгенса (отца Христиана) Мерсенну.

Заботясь об интересах своего издателя, Декарт стал хлопотать через Мерсенна о привилегии — единоличном праве для своего издателя на печатание труда Декарта во Франции.

Мерсенн использовал этот случай, чтобы обратить внимание читающей публики на новое произведение и обеспечить ему успех. Обстоятельства сложились благоприятно для нашего автора: начальник канцелярии Сегье, в ведении которого находились дела о привилегиях, будучи писателем и родственником кардинала Берюлла, покровителя Декарта в молодости, предоставил привилегию и дал весьма хвалебный отзыв о книге. При этом он обнародовал фамилию автора, чем сильно смутил и взволновал Декарта, опасавшегося нападок и неприятностей в связи с некоторыми положениями первой части его книги.

„Рассуждение о методе" с его приложениями было опубликовано 8 июня 1637 г.

Мы уже ознакомились в общих чертах с содержанием „Трактата о свете", не оконченного и опубликованного лишь в 1664 г., после смерти автора; материал, послуживший основанием для этого труда, в значительной мере был использован при составлении „Рассуждения", но с большими изменениями. Материал для написания „Диоптрики" Декарт начал собирать приблизительно в 1632 г., а для „Геометрии" — чуть ли не со школьной скамьи. О создании „Метеоров" мы знаем очень мало; известно лишь, что он начал ими заниматься после появления римского паргелия в 1629 г.

Когда Декарт начал составлять свою „Диоптрику", он предназначал ее в качестве одной из глав своего „Трактата о свете". Отметим, что учение о свете в „Диоптрике" носит совершенно иной характер, чем в „Трактате о свете", а именно гораздо более прикладной, на что указывал сам Декарт в „Рассуждении".

В начале XVII в. появились зрительные трубы и микроскопы; интерес, возбужденный ими, был так велик, что трудно назвать крупного физика того времени, который не занимался бы оптикой. В числе их был и Декарт, написавший в связи с этим специальный трактат, а именно „Диоптрику". В седьмой главе „Диоптрики" мы находим фразу, конец которой заслуживает особого внимания: „Этим объясняется действие зрительных труб, состоящих из двух стекол, приставленных к краям трубы, **которые дали мне повод написать трактат**".[1]

Не только новизна и широкие перспективы, уже отчасти обнаруженные Галилеем, привлекали к новым приборам внимание физиков, но и таинственность, окружавшая их изобретение (см. примеч. 1 на стр. 560). Утверждение Декарта о том, что заслуга этого изобретения принадлежит Мецию, оспаривалось даже современниками. Зрительные трубы умели изготовлять лишь несколько человек во всем мире, но даже и они не были в состоянии объяснить принцип их действия. Хотя Галилей без посторонней помощи и построил себе телескоп, но вопрос о том, насколько ясно он представлял себе теорию этого прибора, остался нерешенным. Ни трудов, ни заметок по оптике он не оставил, несмотря на его большой интерес к этому вопросу, о котором свидетельствует его намерение (отмеченное в его труде „Sidereus Nuncius", 1610) написать историю зрительной трубы. К сожалению, он этого своего намерения не выполнил.

Лучшим знатоком оптики XVI в. можно считать Кеплера, посвятившего ей два крупных произведения, из которых наибольший интерес представляет его „Диоптрика" — весьма совершенный для того времени трактат, освещающий все вопросы, связанные с оптикой, с такой полнотой, какая только была возможна в первый период развития этой науки. При всех высоких достоинствах этого трактата он, в сущности, основан на неверной формулировке закона преломления, а именно на принятом физиками того времени законе, согласно

---

[1] Разрядка моя, — *Г. С.*

которому отношение углов преломления к углам падения есть величина постоянная.

Кеплеру хорошо было известно, что закон пропорциональности углов неточен; его таблицы, составленные с большей точностью, очень хорошо показывали отступления от этого закона; больше того, Кеплер знал о полном внутреннем отражении и даже определил значение угла полного внутреннего отражения для горного хрусталя, причем ошибка измерения не превышает 10′. В своей „Диоптрике" он задолго до Декарта указал, что гиперболическая форма преломляющей поверхности линзы при параллельных пучках более выгодна, чем сферическая, но этот совершенно верный вывод был сделан на основании грубых приближений. При том младенческом состоянии, в котором находилась оптика, замена точного закона приближенным, обладающим тем свойством, что при малых углах погрешность весьма незначительна, не имела большого значения: вся современная оптика „параксиальных лучей", которой мы широко пользуемся на практике, опирается на упрощенный закон пропорциональности углов. Кроме того, Кеплер на основании своих опытов рассматривал и описывал свойства линз почти исключительно с качественной стороны (в редких случаях, причем приближенно — с количественной); точное знание закона преломления было бы для того времени бесполезным, потому что тогда еще не умели подходить к задаче элементарного построения изображений через простые линзы. Хотя это может казаться парадоксальным, большие успехи Кеплера в оптике в большей части вызываются тем, что он отказался от решения слишком трудной для своего времени общей задачи диоптрического действия сферы и упростил ее для малых углов (Кеплер ограничивал их конкретной величиной 30°), что дало ему возможность отметить простые соотношения и подготовить почву для более поздних работ Гаусса и других математиков по созданию параксиальной оптики. В сущности, точный закон преломления стал необходимым значительно позже;

Декарт, открывший его раньше, чем можно было использовать на практике, придав ему преувеличенное для того времени значение, пришел к неправильному методу исправления аберраций линз: причина этого кроется в незнании явлений дисперсии света. Дисперсия и преломление так тесно связаны между собою, что то искусственное разделение, которое случайно произошло, надолго задержало развитие этой области науки. Декарт, в сущности, открыл в линзах то, что мы теперь называем сферической аберрацией; но последняя не могла быть обнаружена вследствие плохого качества стекла, неправильной формы преломляющих поверхностей и, главным образом, дисперсии материала линз, которая была объяснена только 60 лет спустя Ньютоном. Исправление же сферической аберрации было второстепенным делом.

Впрочем, все эти соображения нисколько не умаляют заслуги Декарта в открытии точного закона преломления и в его применении. Нередко крупное научное открытие возникает настолько рано, что оно не может еще найти своего рационального приложения вследствие слишком низкого уровня знаний, теоретических и технических, присущего данной эпохе.

Среди предшественников Декарта наиболее выдающимся в области изучения глаза и зрения был тот же Кеплер, который этому вопросу посвятил часть V главы своих „Paralipomena ad Vitellionem“ (1604); он правильно представлял себе роль хрусталика и сетчатки, не смущался, подобно некоторым своим современникам, обратными изображениями предметов на сетчатке, понимая, что правильное представление создается сознанием, опирающимся на опыт. Представления Кеплера об аккомодации, о близорукости и дальнозоркости, впрочем, уже известные Мавролику, мало чем отличаются от современных. Декарт использовал и развил труды Кеплера, „своего учителя“,[1] а также своих совре-

[1] Из письма к Мерсенну от III 1638.

менников — Ж. Тарда, написавшего в 1620 г. „Телескоп“ (трактат о глазе и процессе зрения, содержащий оригинальную догадку о том, как произошло изобретение зрительной трубы) и немецкого иезуита Шейнера, изложившего в 1630 г. в своей книге „Rosa Ursina“[1] мало оригинальную, заимствованную у Леонардо да Винчи и делла Порта теорию зрения, отличавшуюся от предшествующих только разъяснением действия очковых линз.

Вообще состояние физиологии в современном понимании этого слова (прежде оно обозначало собственно „науку о природе“ и лишь позже его значение ограничилось кругом вопросов, связанных только с жизненными явлениями) в эпоху, когда жил Декарт, определялось исключительно наследием древних ученых, для которых „живого тела“ не существовало. Как известно, до Гарвея (1620-е годы) считали, что кровеносные сосуды заполнены воздухом, а не кровью. В литературе по анатомии и физиологии первыми названы произведения Декарта и Гарвея.

Напомним, что в эпоху, предшествовавшую Декарту (и даже несколько позже), были очень распространены взгляды на зрение, заимствованные у древних и основанные на понятии „espèces intentionelles“, т. е. маленьких частиц, вылетающих из тел, подобных по форме этим телам, и вызывающих у человека ощущения, воспроизводящие образ предмета, из которого эти частицы вылетели. Такое упрощенное объяснение, распространившееся, впрочем, и на все остальные органы чувств человека, встречалось в учебниках и находило поддержку церкви.

Так обстояло дело с изучением анатомии и физиологии глаза. В еще худшем состоянии пребывала наука о физической стороне явлений, непосредственно воспринимаемых глазом, т. е. то, что мы теперь называем фотометрией, или

---

[1] „Rosa“ — здесь значит солнце; прилагательное „Ursina“ указывает на то, что книга посвящается герцогу Браччиано из рода Урси, или Орсини.

измерением световой энергии, точнее, измерением количественных показателей световой энергии; к тому же особенной потребности в науке, изучающей эти показатели, не было. Правда, в трактатах некоторых авторов, питавших пристрастие к чудесному, поклонников магии, — таких, как Кирхер и делла Порта, — можно найти упоминание об оптических приборах, ослепляющих и сжигающих на большом расстоянии; у Кеплера мы встречаем знаменитую фантастическую легенду об Архимеде, с помощью нескольких зеркал сжигающем флот неприятеля, осаждавшего его родной город Сиракузы. Более основательно проблемой фотометрии занимался Мавролик, который в своей книге „Photismi de Lumine“, написанной в 1567 и изданной в 1611 г., приводит ряд фотометрических теорем; Леонардо да Винчи, в связи со своими профессиональными потребностями художника, изучал некоторые вопросы фотометрии и даже изобрел простейший фотометр-палочку для измерения освещенности того или другого приемника света; у Галилея встречаются соображения, связанные с отражением света от гладких и шероховатых поверхностей („Диалог о двух главнейших системах мира“) и с освещенностью от прямых и косых лучей. Однако большинство этих работ основывается главным образом на интуиции их авторов. В отдельных направлениях Декарт пошел значительно дальше своих предшественников, поэтому справедливо ставить его имя рядом с именами Бугера, Ламберта и других основателей учения о световой энергии.

Вопрос о цвете также привлек внимание Декарта. Этот вопрос имеет большую давность, и это замечательное свойство источников света и освещаемых ими предметов всегда привлекало внимание пытливых умов. Однако в эпоху Декарта учение о цвете находилось приблизительно в том же состоянии, в каком оно пребывало у древних: цвет почитался за качество, свойственное телам и обусловливаемое смесью света и темноты. К этому вопросу мы вернемся несколько дальше (стр. 503 и 504).

При всей важности указанных вопросов, основной темой „Диоптрики“ Декарт избрал изучение новых зрительных труб и микроскопов. Обратим внимание на характерное различие между изложением этого вопроса у Декарта и тем способом изложения, который стал классическим в настоящее время. Сейчас рассматривают сначала общие законы распространения света, причем особо развивают теорию всех категорий оптических систем вообще, после чего приступают к описанию глаза в качестве иллюстрации оптической системы. Глаз представляется как естественная, без нашего участия осуществленная оптическая система, в которой выполняются изложенные Декартом в предыдущих главах законы распространения лучей. Автор „Диоптрики“ описывает свойства глаза с поразительной для того времени разносторонностью и ищет способы усовершенствования этих свойств; постепенно он приводит нас к пониманию зрительных труб как добавления к глазу.

Отметим, что такой способ описания вовсе не был обязательным для того времени; у Кеплера мы находим обычный порядок изложения, принятый в настоящее время. Но бесспорно, что метод Декарта имеет такое же право на существование, как и современный: всякий оптический инструмент может рассматриваться как некоторое добавление к глазу, улучшающее какие-нибудь свойства последнего.

Отделив зрительную трубу от глаза, как это делает не в переносном, а в прямом смысле автор „Диоптрики“, он, естественно, изучает ее свойства уже в качестве самостоятельной системы и, вооруженный своим точным законом преломления, интересуется той стороной теории зрительных труб, которая непосредственно связана с глазом. После того как Декарт на основании точной формулировки закона преломления вывел наиболее выгодные формы преломляющих поверхностей, он перешел к чисто технической стороне вопроса — к методике изготовления линз, обладающих этой формой.

Как обстояло дело с изготовлением зрительных труб в начале XVII в.? Мастеров-оптиков, умеющих изготовлять линзы для телескопов и микроскопов, было так мало, что их знали наперечет. Когда ученому физику или астроному нужен был оптический прибор, ему чаще всего приходилось самому учиться искусству шлифовать стекла. Так поступали Мидорж, математик Дебон, построивший себе настоящую домашнюю обсерваторию, по всей вероятности Гассенди и другие. Из профессионалов наибольшей известностью во Франции пользовался Ферриэ, конструктор математических и физических приборов, работавший для физика Морена, Мерсенна, Мидоржа и, в особенности, для Декарта.

В Голландии тоже существовала школа мастеров-оптиков, начало которой исходило от мастеров Янсена и Липпергея из города Миддельбурга и Якова Меция (из Алкмара), упомянутого Декартом и многими другими авторами. Но искусство мастеров этой школы было очень невелико. Сам Декарт и его приятель Константин Гюйгенс искали опытных голландских мастеров и не находили. Некий токарь, фамилия которого не известна, работавший по их заказу, не сумел удовлетворить Декарта, изготовив линзу не с гиперболической поверхностью, а со сферической (письма Гюйгенсу от 8 и 11 XII 1635).

Только полвека спустя появился замечательный мастер-оптик Гартсукер (1656—1725), выходец из этой школы, заслуживший настолько блестящую репутацию, что Петр I посетил его во время своего пребывания в Голландии и по его рекомендации пригласил к себе в дворцовую мастерскую его ученика — Логина Шеппера.[1]

Косвенное суждение о качестве линз того времени известно из письма Декарта к Гюйгенсу от 11 XII 1635, где он

---

[1] Сведения о состоянии оптики того времени можно найти в произведении астронома Гевелия (1611—1687) „Machina coelestis", изд. 1673 и 1679 гг

излагает способ определения качества линз, по идее совпадающий с так называемым методом Гартмана и состоящий в том, что перед линзой ставится экран с отверстиями, через которые проходят световые пучки, хорошая или плохая сходимость которых позволяет определять качество оптической системы. Однако источником света Декарту служит солнце, и пересечение лучей он определяет на глаз. Поскольку такой грубый способ удовлетворял его автора, то можно считать, что линзы того времени были во много раз хуже современных. О качестве стекла мы ничего не знаем, так как оптики XVII в. не могли подозревать, какое огромное значение оно имеет для получения хороших изображений и никто из них этим вопросом не занимался. Все же Декарт дважды упоминает об изготовлении стекла — в „Рассуждении о методе“, где мы находим слова, посвященные силе огня и стеклу: „...как из этой золы, единственно неукротимой силой своего действия он образует стекло“ (стр. 42) и в начале IX главы „Диоптрики“, где он пишет относительно стекла следующее: „Еще не найден материал, имеющий эти свойства [необходимые для изготовления трубы, — *Ред.*], который превосходил бы стекло, когда оно очень чисто и прозрачно и состоит из наиболее чистой золы“.[1]

Таким образом во времена Декарта общие требования, предъявляемые к качеству употребляемого для изготовления линз стекла, ограничивались прозрачностью, отсутствием окраски и грубых включений.

При таких обстоятельствах зрительные трубы не могли давать хороших изображений. Оптики декартовой эпохи не в силах были определить влияния плохого качества поверхностей и неоднородности стекла; впрочем, они и не ставили себе такой задачи. Этот вопрос в настоящее время только поставлен, но еще окончательно не решен, ибо он относится

[1] Под золой (cendres) Декарт, очевидно, понимает вещество, получаемое от сжигания особых сортов растений и содержащее сравнительно большое количество поташа, необходимого для варки стекла.

к самым сложным проблемам прикладной оптики нашего времени.

Несмотря на то, что диоптрика как наука была в зачаточном состоянии, эта наука отличалась именно теми особенностями, которые должны были привлечь внимание Декарта, обладателя нового метода нахождения истины в науках. Прежде всего она легко поддавалась упрощению, ее можно было свести к небольшому числу положений и в дальнейшем развивать как чисто математическую дисциплину. При этом она предоставляла большие возможности для важнейших практических применений, что в высшей степени соблазняло Декарта. В первой главе он предупреждает читателя о том, что имеет в виду мастеровых и поэтому постарается изъясняться просто и понятно; вследствие этого свое произведение он написал на французском, а не на латинском языке, на каком полагалось писать научные книги.

По этой же причине Декарт не затрагивает глубоких вопросов о природе света (теория вихрей, из которой как одно из следствий вытекает прямолинейное распространение света, излагается в „Трактате о свете“), а ограничивается лишь аналогиями. Свет представляет собой чрезвычайно кратковременное, даже мгновенное движение частиц материи, или действие, направляемое к глазу посредством воздуха или других прозрачных тел точно так же, как движение или сопротивление тел, встречаемых слепым, передается его руке через палку, — таково удачное сравнение Декарта, подчеркивающее весьма передовое для своего времени его воззрение.

По этому поводу Пуассон заметил: „Как это ни поразительно, но нас обучают смотреть с помощью слепого, лишенного зрения; нас учит тому, что происходит в глазе, человек, сам лишенный возможности его применять. . . Нет ничего, что могло бы лучше объяснить процесс зрения и свойства последнего“.[1] Декарту не чуждо было стремление оживить

[1] „Commentaires et remarques sur la méthode de René Descartes“, Vendôme, 1670, стр. 178—179.

изложение и облегчить понимание его читателю; отсюда сравнение света с виноградным соком, выдавленным из гроздей, неоднократно встречающееся в его произведениях, или другая аналогия, для которой привлекается игра в лапту, чтобы доказать закон преломления. Попутно автор „Диоптрики" расправился с так называемыми „espèces intentionnelles", о которых говорилось выше; за это он впоследствии подвергся жестоким нападкам со стороны его противников после опубликования книги. Попутно он затрагивает вопрос о цвете, объясняя, что цвета представляют собою не что иное, как разные способы восприятия света телами. В дальнейшем он указывал, что различие между цветами обусловливается неодинаковыми скоростями вращения шариков (атомов), составляющих эфир. Как уже было сказано, таких же взглядов придерживались некоторые крупнейшие ученые, например Ломоносов.

Однако наряду с прогрессивными взглядами Декарта в его высказываниях нашло свое отражение уже отжившее в то время поверье, согласно которому кошки видят в темноте благодаря свету, излучаемому их глазами.

Мимоходом Декарт делает важнейшее замечание: „Обратите внимание на то, что следует отличать движение или действие от стремления к движению...". В этом мы можем усмотреть некоторые зачатки теории упругого эфира, но необходимо отметить, что такие предположения встречались и раньше.

Все сказанное выше о свете и цвете служит вступлением к доказательству закона преломления, на котором автор „Диоптрики" останавливается очень подробно и к которому мы отсылаем читателя. Рассмотрим здесь лишь один из вопросов, наиболее интересовавших историков физики,—вопрос о приоритете, т. е. о том, знал ли Декарт о работе Снеллиуса, в которой последний изложил тот же закон преломления, но выразил его другим способом.

Как известно, знаменитый голландский физик Христиан Гюйгенс, сын друга Декарта, во время своего первого путешествия в Голландию узнал от профессора математики Гортензия о работе Снеллиуса и даже видел рукопись, в которой излагался закон преломления. Труд Снеллиуса не вышел в свет, и рукопись была утеряна; о содержании работы известно только из слов соотечественника Снеллиуса — Гюйгенса. Последний обвинил Декарта в том, что он использовал труд Снеллиуса в своей „Диоптрике". Это обвинение поддерживал крупнейший немецкий математик Лейбниц. Тщательное изучение переписки Декарта с его голландскими корреспондентами показывает, что обвинения Гюйгенса не обоснованы.[1]

Сам по себе вопрос приоритета большого значения не имел. Можно лишь поражаться тому, что Кеплер, обладавший исключительно тонким математическим чутьем, не открыл точного закона преломления (возможно, случайно, вследствие неудачного выбора угла, по которому измерялось преломление); но здесь важно другое обстоятельство. Доказательство закона, предложенное Декартом, представляет собой первую попытку объяснить механизм распространения света через прозрачные среды. Хотя это объяснение не соответствовало взглядам того времени на природу света ни современников, ни последователей Декарта, но сама форма доказательства применима к целому ряду явлений, в которых отношение скоростей играет основную роль; в частности,

[1] Глубокое искажение фактов можно найти, например, в хорошо известной книге М. Борна „Оптика", где примечание к первой странице исторического очерка гласит: „Снеллиус письменно сообщил о своем открытии другим исследователям и в том числе Декарту, который опубликовал его в своей «Диоптрике»". Это примечание Борна ни на чем не основано. Более подробно о приоритете в открытии закона преломления см.: D. S. Korteweg. Descartes et Snellius. Rev. d. Metaphysique et de Morale, 1896; G. Milhaud. Descartes et la loi des sinus. Rev. gen. des sci., 1907.

волновая теория Гюйгенса приводит к доказательству закона преломления, по существу мало отличному от предложенного Декартом.

Но прежде чем перейти к зрительным трубам, Декарт занялся глазом и аппаратом передачи визуальных ощущений. Каким было состояние знаний о глазе, мы видели выше. Некоторые основные сведения, добытые экспериментально, были известны из трудов Кеплера, Тарда, Шейнера, но Декарт значительно развил знания своих современников о глазе. Хотя в принципе он признавал эксперимент только в качестве орудия для проверки правильности той или иной гипотезы, но для глаза он сделал исключение. Было очевидно, что метод умозрительных заключений в этом вопросе ненадежен; кроме того, развившееся у Декарта с 1628 г. пристрастие к анатомии и медицине, свойственное семейству Декартов (дедушка его был врачом), нашло здесь широкое поле для исследований. Будучи первоклассным анатомом, он посвятил физиологии массу времени, изучая общие вопросы, связанные с его представлением о душе и теле; с этими вопросами он знакомит читателя в „Рассуждении о методе" и еще подробнее в „Началах философии", где он предполагал объяснить жизненные процессы.

Исследование бычьего глаза привело Декарта к новым открытиям. Многие опыты он проводил, наблюдая за живыми людьми. Адаптацию он изучал преимущественно у детей и получил ряд интересных, хотя и не вполне верных результатов в отношении влияния воображаемых представлений на величину глазного зрачка. Если в его взглядах на адаптацию и встречаются кое-какие ошибки, все же в основе их лежит правильная идея, близкая значительно позже развившемуся понятию условного рефлекса. Физиолог Геффдинг и историк физики Любимов приписывают именно Декарту первое высказывание об этом понятии; это мнение подтверждается следующим местом из 2-й части „Трактата о свете":

„Чтобы понять, каким образом наша механика побуждается внешним предметом, действующим на ее органы чувств, к выполнению различных движений членов, представим, что такие нити, идущие от внутренних частей мозга и образующие сердцевину нервов, расположены в частях органа того или иного чувства так, что легко могут быть приведены в действие предметом, влияющим на это чувство. Как только нити приведены в движение достаточной силы, они начинают тянуть части мозга, из которых выходят. Благодаря этому открываются отверстия пор, расположенных на внутренней поверхности мозга. Через эти поры *животные духи*, находящиеся в полостях мозга, втекают в нервы и мускулы, служащие для управления машиной движения, совершенно таким же образом, каким, естественно, побуждаемся мы, когда наши чувства поражены аналогичным образом".

Понятие „животных духов", которое также принадлежит Декарту и которым он широко пользуется при объяснении передачи ощущений в мозг, долго считалось достоверным, и мы находим его в диссертации Ломоносова „De particulis physicis insensibilibus" („О нечувствительных частицах", — т. е. о том, что мы сейчас называем атомами).

О том, что у Декарта в зародыше была идея условного рефлекса, можно судить по некоторым местам „Диоптрики", и в особенности по книге. „О страдательных состояниях души".

Великий русский физиолог И. П. Павлов не случайно установил у себя бюст французского философа.

В одной из глав „Диоптрики", посвященной той ветви естественных наук, которую мы в настоящее время называем физиологической оптикой, Декарт касается также нового для той эпохи вопроса о передаче ощущений с сетчатки в мозг, и в общих чертах его объяснение можно считать правильным, кроме заключения о передаче всех ощущений в одну из желез мозга.

Несколько наивным является даваемое им в той же главе истолкование происхождения родимых пятен, основанное на передаче от матери к ребенку зрительных восприятий, вызывающих пятна на его теле; но нужно помнить, что одна из основных целей Декарта, высказанных в „Рассуждении о методе“, заключалась в том, чтобы не оставлять без объяснения ничего таинственного и чудесного.

В главе, посвященной зрению, трактуется о совершенно новых для картезианской эпохи понятиях: об ощущении расстояния, основывающемся на различных явлениях, происходящих в глазе, и описанном в современном духе. Мы находим довольно правильную классификацию качеств объектов зрения: света, цвета, положения, расстояния, величины, формы, с указанием реакции глаза на все перечисленные факторы. Здесь мы впервые встречаемся с зарождением идеи разрешающей силы глаза.

Однако наиболее существенное состоит в том, что у Декарта впервые встречается рассуждение о „количестве света“ („Диоптрика“, гл. VI, стр. 111) с указанием на то, что это количество зависит от расстояния до предмета, величины глазного зрачка, площади, занимаемой на сетчатке изображением предмета. Все количественные соотношения, перечисленные автором, правильны, и если выразить их формулами, то получится полный список основных формул фотометрии; однако терминология Декарта, естественно, весьма несовершенна.

Значительное внимание уделяется обманам зрения; в „Диоптрике“ можно найти много нового материала, посвященного этому вопросу: автор хорошо понимает, что причина большинства так называемых „оптических обманов“ заключается не в глазе, а в интерпретации приемником ощущений той картины, которая образуется на сетчатке. Особенно интересно и близко к истине истолкование явления, которое мы теперь называем иррадиацией.

Что касается оценки расстояния между наблюдателем и рассматриваемыми предметами, то мы находим у Декарта такие объяснения, которые можно почти целиком ввести в современный учебник. Единственно спорным является оценка порога стереоскопического эффекта на основании кажущегося диаметра луны: существование связи между этими двумя величинами более чем сомнительно, так как оценка кажущегося линейного диаметра луны совершенно произвольна и зависит от обстоятельств, не подлежащих определению.

Тем не менее количественное определение, приведенное Декартом (сто или двести футов), не так уж сильно отличается от принятой в настоящее время (порядка шестисот футов), в особенности если принять во внимание большую сложность этого вопроса, далеко еще не решенного и сейчас.

Изложив теорию зрения, Декарт, как и следовало ожидать, перешел к способам его усовершенствования. Прежде всего, приемник световых ощущений — мозг — слишком сложен, для того чтобы можно было пытаться в нем что-нибудь изменить. Это же относится и к глазу. Что же требуется от глаза? Декарт считает, что необходимо выполнение четырех условий: 1) чтобы на каждой точке сетчатки получалось изображение одной точки предмета; 2) чтобы, выражаясь современным языком, разрешающая сила была максимальна; 3) чтобы яркость предметов лежала в определенных пределах, не слишком малых и не слишком больших; 4) чтобы угол поля зрения был наибольшим.

Ни у кого из предшественников Декарта такого ясного, совершенно правильного с современной точки зрения представления об основных требованиях, предъявляемых к оптическим системам, не было. Когда в настоящее время выполняется расчет любой оптической системы, то он должен удовлетворять тем же перечисленным выше четырем условиям, отмеченным Декартом, обеспечивающим: 1) хорошее качество изображения, 2) определенную разрешающую силу, 3) заданную светосилу и 4) заданное поле зрения, — если только эти условия не противоречат друг другу.

Далее Декарт последовательно изучает, как можно улучшить эти четыре основные свойства глаза, рассматриваемого как оптический прибор. Попутно он касается дефектов глаза и дает довольно правдоподобное, хотя и оказавшееся неверным объяснение изменений в аккомодации глаза, связанных с возрастом.

Рассмотрев вопрос о способе увеличения изображения далеких предметов на сетчатке, Декарт подходит к решению этой задачи следующим образом: представим себе, предлагает он читателю, что мы прилагаем к глазу трубу, заполненную водой и закрытую с переднего конца искривленной стеклянной пластинкой определенного радиуса кривизны. Эту трубу рядом последовательных, не влияющих на ее действие изменений он превращает в обыкновенную зрительную трубу.

Таким оригинальным путем Декарт пришел к описанию зрительной трубы. Этот своеобразный способ прост, нагляден, легко понятен и все же он не удовлетворяет читателя, особенно если последний знаком с классическим подходом к теории оптических систем. Мы теперь привыкли к кардинальным точкам, фокусным расстояниям, дифференцированному понятию „увеличения“ и ко всем абстрактным, но очень удобным для применений понятиям, без которых немыслим современный подход к задачам прикладной оптики. В этом отношении кеплерова „Диоптрика“ ближе к современности, чем декартова, и, конечно, с помощью декартовой трудно составить проект зрительной трубы, удовлетворяющей современным техническим условиям, тем самым четырем условиям, которые выше перечислялись.

Такое чисто описательное изложение является недостатком декартовой диоптрики. А между тем из отдельных, мимоходом брошенных автором замечаний становится ясной полнейшая осведомленность его во всех основных и даже второстепенных оптических понятиях; иллюстрацией могут служить его вполне правильные рассуждения о роли отверстия первой линзы трубы, свидетельствующие о том, что Декарт первый ввел понятие зрачков, имеющих такое важное значение в теории оптических приборов. Так же отчетливо Декарт представляет себе обратную зависимость, связывающую угол поля зрения и увеличение трубы.

Таким образом, ограничившись общими замечаниями об основных свойствах зрительных труб, Декарт переходит к вопросу, который он считает главным в своей книге: к вопросу о наилучшей форме преломляющих поверхностей. Под наилучшей формой Декарт понимает тот вид поверхностей, с помощью которой можно все лучи свести в одну точку; теперь мы сказали бы, что форма декартовых поверхностей определяется условием устранения сферической аберрации.

Огромной заслугой Декарта является то, что он понял основное приложение, вытекающее из открытого им точного закона преломления, — определение формы преломляющих поверхностей линз, образующих идеальное изображение. Никто до Декарта (исключая, конечно, Снеллиуса, который также знал точный закон преломления) не мог строго решить этой задачи; Кеплер ее решил лишь приближенно.

Сам Декарт нигде не говорит об аберрациях и, вероятно, очень смутно представлял себе их существование; но его выводы о форме поверхностей совершенно правильны, если иметь в виду получение хороших изображений на оси оптической системы. К сожалению, отсутствие сведений о дисперсии стекла сводит на нет все результаты Декарта, так как прежде всего нужно было позаботиться об исправлении хроматической аберрации; лишь Ньютон, полвека спустя, нашел принципиально правильное решение вопроса: ввел понятие аберраций, вычислил наиболее существенные из них (хроматическую, сферическую, астигматизм), но, как известно, основываясь на неправильно выполненном эксперименте, пришел к неверному выводу о принципиальной невозможности создавать из линз системы, полностью исправленные в отношении хроматических аберраций.

В настоящее время кажется странным, что такой гениальный ученый, как Декарт, посвятивший столько лет жизни оптике и создавший такую глубокую и разностороннюю, хотя и не полную теорию зрительных труб, не сумел обнаружить дисперсию стекол, хотя проделал почти в точности тот же эксперимент, который навел Ньютона на правильное объяснение этого явления.

Общеизвестно, что одна из основных черт картезианской философии заключается в отрицании опыта как основы физических гипотез: теорию создает разум, а опыту предоставляется лишь второстепенная роль, — он предназначается для суждения о правильности той или другой теории. И все же ссылаться на это обстоятельство для объяснения декартовой неудачи в отношении дисперсии нельзя. В области оптики Декарт оценивал значение опыта очень высоко и сам усиленно экспериментировал; правда, в „Диоптрике“ он умалчивает об этом, но в его письмах к современникам встречаются частые упоминания о проделанных им опытах и описания приборов для экспериментирования. В уже цитированном выше письме к Гоолю Декарт весьма подробно характеризует прибор для измерения рефракции, основанный на применении точного закона преломления. Особенно интересно письмо к Константину Гюйгенсу от 11 XII 1635, в котором Декарт сообщает, что тщательно определял показатель преломления стекла, хрусталя и горного хрусталя, для чего по его заказу изготовляли специальные призмы. Наконец, в VIII главе „Метеоров“ описывается старательно выполненное им исследование преломления, происходящего в стеклянных шарах, наполненных водой, с целью выяснения природы радуги, прекрасно объяснившее это явление не только качественно, но и количественно, поскольку Декарт проделал большие вычисления на основании своего закона преломления.

Однако при наблюдении цветов возник ряд вопросов, для выяснения которых Декарт проводит опыт, весьма напоминающий опыт Ньютона с призмой и приведший последнего к открытию дисперсии. В опыте с призмой и щелью, через которую проходит солнечный свет, Декарт отчетливо отмечает постоянство последовательности цветов спектра и ищет причину этого явления: он расширяет щель — цвет пропадает; следовательно, темнота необходима для образования цветов; тем самым подтверждается традиционная, признанная всеми современниками Декарта, теория образования цветов из смеси света и темноты. Однако автор „Метеоров" дает усовершенствованный вариант этой теории: по Декарту, цвета образуются более или менее быстро вращающимися под влиянием световых лучей шариками — атомами, составляющими эфир; цвета зависят от скорости вращения, которая, в свою очередь, зависит от соотношения темноты и света. Что касается связи между цветом и преломлением, то она осталась незамеченной! Может быть, в этом виновата недостаточная точность измерений показателей преломления, вызванная отсутствием каких-либо оптических инструментов и методики измерения, а без этой точности нельзя было уверенно установить связь между цветом и показателем преломления. Об этой точности можно судить на основании вычислений, выполненных Декартом и приведенных в главе из „Метеоров", посвященной радуге. Точность, ограниченная тем, что источник света — солнце — обладает слишком большими угловыми размерами для малой дисперсии призм или шариков, действительно незначительна; можно сказать, она предельно мала; однако при большей тщательности и в ту эпоху Декарт мог бы обнаружить связь между цветом и показателем преломления. Он был на волоске от открытия, и только несоблюдение основного правила его метода (ничего не принимать за истину, что не является очевидным) не дало ему возможности опередить Ньютона; сила традиций и предвзятое мнение, как слишком часто бывает, одержали верх.

Декарт наблюдал хроматические явления не только в призмах и шариках: он должен был их увидеть и в зрительных трубах, действие которых он так правильно объяснил. Невероятно, чтобы он хоть раз не навел трубу на звезды или микроскоп на какие-либо пылинки; цветные ореолы вокруг изображений этих объектов должны были натолкнуть его на правильное объяснение. Однако в произведениях Декарта мы не находим указаний на то, чтобы он когда-нибудь наблюдал через зрительные трубы! Последнее обстоятельство представляется весьма странным, ибо Декарт отнюдь не пренебрегал практической стороной изготовления и применения этих труб. Наоборот, богатая переписка и две главы его „Диоптрики“ (IX и X) свидетельствуют о том, что он с большим интересом относился к этим вопросам. Возможно, низкое качество стекла и неопытность мастеров-оптиков привели к тому, что цветные ореолы пропадали в общем тумане нерезкости, хотя при таких условиях Галилей едва ли увидел бы на Сатурне неясные, но все же заметные образования, которые он принял за спутников. Всегда труднее объяснить, почему какое-нибудь открытие не было сделано, чем выяснить причины, вследствие которых оно осуществилось.

Задача определения формы линзы, исправленной в отношении сферической аберрации, которую в настоящее время любой студент второго курса решает на основании принципа Ферма, в эпоху Декарта представляла ввиду новизны исключительные трудности. Вообще говоря, решение такой задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения первого порядка; к счастью, она представляет особо выгодный частный случай этого вопроса благодаря простоте формулировки закона преломления. Решение еще больше упрощается, когда на преломляющую поверхность падает параллельный пучок: тогда эллиптические и гиперболические поверхности, хорошо изученные Декартом, дают искомый результат. Комбинируя гиперболические и эллиптические поверхности со сферическими, Декарт с помощью двух линз полностью исправляет сферическую аберрацию для произвольного положения предмета. Несколько позже он нашел более общее решение этого вопроса, заменив две линзы одной с преломляющей поверхностью четвертого порядка; такими поверхностями он систематически занимался, так как эти поверхности представляют большой математический интерес. Эти поверхности заслуженно получили название „декартовых овалов“.[1]

В замечательной главе о форме преломляющих поверхностей Декарт-физик вторично касается некоторых энергетических вопросов и излагает положение об освещенности предметов, известное в настоящее время под названием „принцип Чиколева—Манжена“; он приходит к выводу, что знаменитые архимедовы зеркала либо имели громадную величину, либо их вовсе не существовало.[2] Кроме того, „сжигающий на бесконечно большом расстоянии луч, который кто-то выдумал, представляет собой лишь мечту“, — пишет он по поводу предложения одного из изобретателей „лучей, сжигающих на расстоянии“ (как позже стало известно, Жан-Баттиста делла Порта).

Покончив с теоретическими соображениями, автор „Диоптрики“ переходит к технической стороне конструкции зрительных труб и микроскопов; описание отдельных деталей указанных приборов свидетельствует о том, что Декарт сам с ними не мало работал (хотя, как мы видели выше, он нигде об этом не пишет). В его конструкции можно даже найти весьма полезное приспособление, а именно зеркало, служащее для освещения непрозрачных тел, прикрепленное к объективной части микроскопа, которое применяется до сих пор и известно под названием „зеркала Либеркюна“, хотя последнее абсолютно ничем не отличается от зеркала Декарта.

Другое предложенное им приспособление — так называемый искатель — представляет собой вспомогательную трубу, прикрепленную к главной, обладающей меньшим увеличением, но большим углом поля зрения; назначение искателя — облегчить нахождение невидимых глазом небесных объектов. В этой же главе Декарт высказывает мысль о том, что от мастерства

1 „Геометрия“, стр. 352.

2 Более подробно Декарт пишет об этом в письме Мерсенну в январе 1630 г.

оптиков зависит возможность увидеть на небесных светилах такие же мелкие предметы, какие мы наблюдаем на земле!

Подобные же высказывания можно встретить и у современных ему изобретателей; это свидетельствует о том, что они не подозревают наличия диффракционных явлений. Совсем в другом положении был Декарт: он знал ряд диффракционных явлений — рассеяние от сильно освещенных отверстий малых размеров, цветное рассеяние от отдельного волоса и совокупности близко расположенных волос (гусиное перо); но он не мог угадать, что эти эффектные, но непонятные явления ставят границу беспредельному улучшению качества изображения, — даже Гримальди и Гук, которым обычно приписывают открытие диффракции, отнюдь не подозревали ее влияния на качество изображений. От наблюдения тех странных явлений, которые происходили в тенях предметов, когда источник света имеет весьма малые размеры, до понимания связи между разрешающей силой оптического прибора и апертурой последнего — громадное расстояние, которое было преодолено лишь полтора века спустя благодаря работам Френеля и Фуко.

В одной из глав „Диоптрики“ Декарт проявляет себя и как физиолог; здесь мы находим два любопытных замечания, относящихся к явлению адаптации: 1) прежде чем приступить к наблюдению через трубу, необходимо „смягчить“ свое зрение пребыванием в темноте и 2) настроить свое воображение на рассматривание далеких предметов, что должно вызвать расширение глазного зрачка. Первый совет, несомненно, правилен, второй же может вызвать сомнение, однако с точки зрения взглядов Павлова на условные рефлексы он заслуживает серьезного внимания и подтверждает уже высказанное мнение о том, что Декарт предугадывал возникновение учения о рефлексах.

Углубляясь все дальше в практику, автор „Диоптрики“ посвящает последнюю главу трактата вопросу шлифовки гиперболических поверхностей. В наше время станок, предложенный им для этой цели, может показаться детской игрушкой, но надо помнить, что в то время техника шлифовки стекол (даже при сферических поверхностях) только что родилась; не более двух-трех десятков лет отделяют начало производства зрительных труб (не считая единичных образцов, изготовленных несколько ранее) от момента, когда Декарт занялся своим специальным станком. Прежде чем изложить свои мысли в „Диоптрике“, он вел длительную и подробную переписку с мастером Ферриэ, привлекал к работе голландских токарей-оптиков и вообще проявлял в этом деле необычный для него энтузиазм.

Не все физики разделяли надежды Декарта на блестящие перспективы линз с гиперболическими поверхностями. Судя по письму Гюйгенса к Декарту (28 X 1635), голландский математик Гортензий брался изготовить зрительную трубу из линз со сферическими поверхностями, с помощью которой оказалось бы возможным читать книгу с расстояния в лье (4 километра). Все же большинство ученых поддерживало Декарта; Мидорж и Мерсенн помогали ему не словом, а делом, подыскивая для него мастеров. Несмотря на все усилия, станок, предназначенный для шлифовки несферических поверхностей, построен не был. Возможно, что одной из причин явилось то обстоятельство, что мастеру Ферриэ удалось изготовить линзу с гиперболической поверхностью и без специального станка.

Конечно, состояние техники изготовления линз было слишком низко, чтобы применение линз с поверхностями особого вида могло принести заметную пользу. Вскоре после Декарта была открыта дисперсия, и основным усовершенствованием в технике изготовления оптических систем явилось применение ахроматизованных линз; помимо хроматизма, одновременно удалось исправить и сферическую аберрацию, причем без применения асферических поверхностей; естественно, что интерес к последним пропал. Но прошло три века, и снова строятся станки, уже точные и производительные, для шлифовки параболических и других поверхностей. В самое последнее время была предложена конструкция станка, основная идея которого заимствована у Декарта.

С помощью специальных станков, шлифующих несферические поверхности, можно заметно повысить оптические качества некоторых типов оптических систем. Немалая заслуга в этих трудных изысканиях принадлежит советским оптикам.

Метеорологические явления для Декарта представляли особый интерес, ибо они своей величественностью больше всего поражали а также пугали народное воображение: казалось, что ими управляли какие-то таинственные, сверхъестественные силы; поэтому посвященный этим явлениям трактат не мог не привлечь всеобщего внимания; кроме того, помимо своей воли, Декарт оказался вовлеченным в научное соревнование со своим соперником Гассенди, пытавшимся объяснить замечательное явление ложного солнца, наблюдавшееся Шейнером в Риме в марте 1629 г. От этого соревнования, организованного их приятелями, нельзя было отказаться, тем более, что Гассенди в глазах своих современников пользовался большим авторитетом, по мнению Декарта, совершенно незаслуженным.

Декарт вообще не жаловал своих коллег; об этом свидетельствует его переписка, из которой можно почерпнуть высказанные им мнения о крупнейших ученых-современниках — Ферма, Гассенди, Робервале, Гоббсе, не говоря уже о более мелких (например Бекман), которых он просто презирал. Исключение он делал лишь для своего друга Мерсенна; впрочем, это не помешало ему дать уничтожающий отзыв о зеркальной трубе, изобретенной Мерсенном, хотя она и до сего времени упоминается и находит полезное применение.

И, наконец, самым главным для Декарта стимулом к изучению метеорологии послужили те широкие возможности, которые последняя предоставляла для применения его метода. В этой почти неисследованной научной области необходимо было начать работу с самых основ, очистить ее от элементов чудесного, от множества народных предрассудков и превратить эту дисциплину, засоренную больше, чем всякие другие, духом схоластики и метафизики, в точную науку, отнеся ее к отделу физики. При этом Декарт преследовал цель избавить человеческий разум от удивления и восхищения,— чувств, по его мнению, вредных для человека, потому что они парализуют и тормозят его творческие силы и влекут на путь религиозного восторга. С первой же страницы „Метеоров“ автор обещает доказать примерами, что самые поразительные явления на земле имеют естественные причины.

Заканчивая трактат, он утверждает, что в будущем и на небе не останется никаких явлений, которые могли бы вызвать удивление или восторг.

Основным вопросом „Метеоров“ Декарт считал вопрос об облаках, являющихся, по его мнению, причиной всех метеорологических явлений. Облака, поднимаемые ветром, собираются в атмосфере в виде туч, которые затем превращаются в осадки, как то: дождь, снег, град; из туч рождаются бури, гром и молния, природу которых Декарт объяснил весьма примитивно, т. к. в его время еще не были известны основные свойства электричества.

Закончив изложение явлений, происходящих в атмосфере и наблюдаемых нами, Декарт приступает к описанию и объяснению других атмосферных явлений, которые „мы видим, несмотря на то, что их там нет“: радуга, гало вокруг светил, ложные солнца. Иллюстрацией последних служило знаменитое ложное солнце, наблюдавшееся в Риме в 1629 г.

Природу радуги Декарт изучал, исследуя явление преломления световых лучей в стеклянных шарах, заполненных водой; обобщив полученные результаты, он использовал их при объяснении возникновения радуги во множестве капель воды и в облаках.

Глава о бурях содержит много материала, заимствованного из рассказов путешественников и моряков. Декарт дает простые объяснения многим явлениям, считавшимся до него сверхъестественными, как, например, блуждающим огням (огням святого Эльма), фантастическим картинам, якобы появлявшимся в небесах по ночам или в сумерках и наблюдавшимся одновременно многими зрителями, (например эскадроны, воюющие друг с другом, всадники-привидения и т. д.).

Не занимая читателей вымышленными чудесами, Декарт обращает их внимание на истинные явления природы, например изумительные по своей красоте шестиконечные звездочки, из коих составляются снежинки, — одно из наиболее замечательных, но непонятных для наших предков чудес природы, как об этом говорит автор „Метеоров“ в шестой главе. До Декарта снежные кристаллы были исследованы и Кеплером (1611), написавшим о них трактат, и Гассенди (1629); сам Декарт изучал снежные кристаллы зимой 1635 г., а град — летом того же года.

Начиная с 1637 г. Декарт неоднократно выражал пожелание, чтобы его „Метеоры“ заменили старые учебники физики в иезуитских коллегиях. Однако этому не суждено было осуществиться, так как не настало еще время для перестройки преподавания в духе материалистических воззрений; тем более это было невозможно в иезуитских школах. Все же утешением для Декарта послужило то обстоятельство, что иезуит Фурнье употребил большую часть материалов второй главы „Метеоров“ для своего произведения „Гидрография, или теория и практика мореходства“, опубликованного в 1643 г., где, в частности, использованы мысли Декарта о причинах возникновения ветров постоянного направления (пассаты и муссоны).

В третьей главе „Метеоров“ Декарт изучает свойства морской соли: ее вкус, способность сохранять пищу от порчи, делать воду более плотной, понижать температуру замерзания воды и многие другие. Вопрос о морской соли подробно рассматривался во всех трактатах о метеорах как в самое древнее время, так и в эпоху Декарта. Небезинтересно в связи с этим познакомиться с содержанием трактатов, посвященных метеорам.

В большом трактате Евстахия Сен-Поля „Summa Philosophia“ (1611) глава о метеорах содержит изложение следующих вопросов: пары и испарения; ощущение огня, света, сырости, сухости; кометы, молнии, блуждающие огни; тучи, дожди, туманы. . .; морская соль, приливы и отливы. . . землетрясение; ветер.

Другой автор — Шарль Раконис — в конце первого тома своего „Курса философии“ (1637) делает дополнение, содержащее сведения о метеорах, и придерживается такого же порядка в изложении вопросов. Любопытно, что у обоих физиков раздел о кометах находится вне связи с разделом о звездах и планетах и присоединен к описанию явлений, связанных с огнем: молний, блуждающих огней и т. д.; землетрясения отнесены к области метеорологии и связываются с ветром. Кометы и землетрясения были исключены Декартом из метеоров, и все последующие авторы трактатов о метеорах последовали его примеру.

Вопрос о морской воде позволил Декарту построить стройную и логическую, хотя и неверную, потому что не опирающуюся на эксперимент, теорию, и тем самым показать, насколько его метод был плодотворнее метода, лежавшего в основе метафизической теории „субстанциональных форм“ и аналогичных абстрактных понятий, выражающих чисто формальные качества вещей, с помощью которых по сути дела ничего не объяснялось.

Как бы ни были произвольны и мало обоснованы представления и построения Декарта, их наглядность, естественность и логичность делали их весьма плодотворными, позволявшими развивать вширь и вглубь любую область науки, по крайней мере до тех пор, пока опыт не опровергал их неправильности.

Далее Декарт переходит к изучению жидкостей.

Частицы жидких тел аналогичны маленьким угрям, только что выловленным из воды и лежащим кучей на дне лодки, — они соприкасаются и переплетаются между собой, но, будучи скользкими, никогда не завязываются узлом и не сцепляются, вследствие чего их всегда легко отделить друг от друга. Наоборот, частицы, из которых состоят твердые тела, прикреплены друг к другу и переплетены, как веточки кустов, растущих рядом и образующих живую изгородь.

Доказав, что все явления природы могут быть объяснены простыми причинами и что самые чудесные из них находят естественное истолкование, Декарт наносит сильный удар по предрассудкам, весьма распространенным в его эпоху. Он даже вводит специальное выражение „наука о чудесах", напоминающее заглавие одного из произведений Порта — „Естественная магия"; однако в отличие от Порта, который сам увлекался не только естественной, но и сверхъестественной магией, Декарт не признает ничего недоступного пониманию.

Несмотря на блестящее остроумие и изобретательность представлений и доказательств Декарта, первые семь глав „Метеоров" представляют лишь исторический интерес. Настоящей науки о метеорах в эпоху Декарта не могло быть, и даже гений не в состоянии был бы ее создать при полном отсутствии самых элементарных понятий об электричестве, а также о свойствах жидких и твердых тел.

Иначе обстоит дело с последними главами, особенно с восьмой, в которой трактуется вопрос о радуге. Здесь Декарт нашел замечательные возможности для применения своего математического гения; это явление сводится к действию на свет водяных капель, имеющих вид шаров; оно целиком подчиняется законам оптики, а Декарт был (по признанию его современников) наиболее крупным оптиком своего времени. Правда, для полного решения вопроса о природе радуги ему нехватало знания дисперсии и диффракции — тех камней преткновения, на которые натолкнулась и в результате коих отчасти потерпела крушение его теория зрительных труб и микроскопов.

Декарт начинает изложение главы VIII следующими словами: „Радуга — столь замечательное чудо природы, и над ее причинами, до сих пор столь мало известными, во все времена столь настойчиво задумывались пытливые умы, что мне трудно найти вопрос, на котором я лучше мог бы показать, каким образом при помощи применяемого мною метода можно притти к знаниям, которыми не обладали те, чьими сочинениями мы располагаем“.

Несомненно, что Декарт несколько преувеличивает степень неведения, в котором пребывали люди науки в отношении знаний о природе радуги. Ни одним метеорологическим явлением так много не занимались философы предшествующих столетий и современники Декарта, как радугой. Уже Вителлио, собрав материалы о радуге из произведений авторов древности, начиная с Аристотеля, указал на роль преломления при образовании радуги (что не принималось во внимание ранее). Теодорик (1311) описал ход светового луча через дождевую каплю при образовании главной радуги и радуги второго порядка. Его объяснения правильны с качественной стороны. Количественно Теодорик решить задачу не мог, не зная закона преломления. Впрочем, его произведение „De radialibus impressionibus“ было скрыто в библиотеке монахов-проповедников в Базеле и увидело свет только в 1814 г., вследствие чего Декарт не мог его знать.

И. Флейшер (1571) в своем сочинении „De iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis“ замечает, что лучи, образующие радугу, претерпевают два преломления и одно отражение, причем отражение происходит не в той же капле, а в другой, находящейся позади нее. Путем измерения он определил, что радиус дуги равен 42°.

Франциск Мавролик в трактате „Theoremata de lumine et umbrae“ также коснулся теории радуги и привел свое объяснение, ныне забытое.

Помимо того, изучением радуги занимался Марк Антоний де Доминис (1611), автор теории цветов. Он делал опыты, весьма схожие с теми, которые Декарт описывает в VIII главе „Метеоров“. Результаты наблюдений привели его к следующим выводам: лучи, падающие на часть поверхности шара, обращенную к источнику света, и преломляющиеся в направлении к противоположной части поверхности, не все проходят сквозь последнюю; часть их отражается вниз и после повторного преломления вновь выходит из шара через его верхнюю часть. При этом луч, выходящий из нижней части поверхности, пробегает внутри него наименьшее расстояние, а следовательно, получает самую незначительную примесь темноты и кажется красным, в то время как другие лучи, которым приходится проходить внутри шара более длинные пути, постепенно темнеют. Когда солнце озаряет дождевые капли, свет в них видоизменяется совершенно так же, как в шаре, и мы получаем от одной капли красный цвет, от другой зеленый, и т. д. А так как те же условия встречаются в небе на дугах, окружающих точку, противоположную солнцу, то мы видим концентрические цветные круги, общим центром которых является упомянутая точка.

Однако определить радиусы концентрических дуг де Доминис не мог, так как не знал закона преломления.

Из числа авторов, занимавшихся изучением радуги, следует еще упомянуть Герриота, давшего в 1606 г. свое объяснение явления радуги.

Мы не знаем, какие из перечисленных сочинений были известны Декарту, — в своих работах он редко ссылался на кого-нибудь. Впрочем, что касается вопроса о природе радуги, то здесь он делает исключение и приводит высказывания Мавролика, и то лишь для того, чтобы опровергнуть его со свойственным ему пренебрежением к физикам — как предшественникам, так и современникам.

Можно оспаривать приоритет Декарта в объяснении явления радуги, — Ньютон, не питавший симпатий к Декарту, приписывал приоритет Доминису; но нельзя не согласиться с тем, что Декарт по сравнению с Доминисом сделал большой шаг вперед, что обусловлено знанием точного закона преломления. Вместо общих, расплывчатых качественных описаний явления Декарт приводит четкий количественный расчет, первый точный тригонометрический расчет хода лучей через оптическую линзу (шаровой формы). Его теория радуги — наиболее совершенное произведение, равноценное его лучшим математическим работам. В согласии с основными положениями своего метода Декарт разбил задачу на простейшие составляющие; в данном случае он отделил экспериментальную часть от вычислительной.

Его эксперименты с шаровыми линзами своей простотой, логической последовательностью исполнения напоминают опыты, которые после него проделал Ньютон с призмами для изучения дисперсии.

Лишь упорно преследовавшая Декарта предвзятая мысль о вращении придуманных им частиц эфира, которая так наглядно объясняла цветные явления при преломлении лучей, идущих от стеклянных призм и шаров, помешала ему открыть дисперсию. Повидимому, при более тщательной постановке опыта он был бы в состоянии измерить значения показателей преломления с точностью, достаточной для того, чтобы обнаружить связь между цветом и показателем преломления. Например, для воды Декарт приводит значение показателя преломления, равное $\frac{250}{187}$, т. е. 1.337, вместо правильного значения 1.334. Такая точность — треть процента — делает честь автору измерений.

Вычислительная часть его работы представляет большой интерес; она содержит все, что нужно для нахождения соотношений, связывающих цвета и значение показателя преломления. Декарт пишет: „Впрочем, я без труда узнал, почему красный цвет находится снаружи внутренней части радуги. . .“ и объясняет этот факт большей толщиной стекла призмы, проходимой красными лучами, по сравнению с остальными.

Здесь же встречается упоминание о том, что показатель преломления теплой воды несколько меньше, чем холодной (очевидно, по причине того, что теплая вода менее плотная, чем холодная).

Последние главы „Метеоров“, в которых Декарт пытается объяснить цвет неба, появление колец вокруг солнца и луны при определенных атмосферных условиях, а также так называемые „ложные“ солнца (паргелии), по мнению автора, представляли собой основной предмет трактата о метеорах; об этом свидетельствуют его письма к Мерсенну от 8 X 1629, от 18 X 1629, от (?) 1630, 3 V 1634, а также Гоолю от 19 V 1635, в которых он спрашивает своего друга относительно подробностей, известных ему об этих явлениях; особенно интересовало Декарта явление „короны вокруг свечи“, неоднократно наблюдавшееся людьми, пользовавшимися доверием Декарта, но упорно ускользавшее от самого Декарта, пока тот случайно не натолкнулся на него во время одной поездки по Зюдерзее на судне, перевозившем его из Фризы в Амстердам. Тем не менее состояние естественных наук эпохи Декарта было таково, что автор „Метеоров“ оказался бессильным решить сложнейшие задачи, связанные с этими явлениями, и его объяснения представляют лишь исторический интерес.

Однако трактат о метеорах при всех его недостатках представляет блестящий образец борьбы материалистического учения с предрассудками, с верой в чудеса и бесплодной формальной метафизикой средних веков, находившейся под защитой церкви и реакционных философов.

Последняя иллюстрация к „Рассуждению о методе“ — „Геометрия“ — была написана в течение нескольких недель в тот промежуток времени, когда набирались и печатались „Метеоры“. Однако материал для „Геометрии“ был готов уже давно. (О содержании „Геометрии“ см. статью А. П. Юшкевича).

Появление в свет первого большого произведения Декарта, ставшего уже знаменитым благодаря своим блестящим работам в области геометрии, естественно, должно было вызвать интерес просвещенных людей того времени. Напомним, что вокруг книги „Рассуждение о методе“, еще до ее появления, Мерсенном и некоторыми другими приятелями Декарта (в том числе лионским геометром Дезаргом) был поднят шум, весьма рассердивший автора этого труда. Причина заключалась не столько в его скромности, носившей несколько показной характер, сколько в опасении, что несмотря на все принятые им меры предосторожности, истинные убеждения Декарта будут преждевременно разгаданы его противниками, приверженцами Аристотеля и схоластической доктрины, а развитие и распространение этих убеждений окажется под ударом.

Декарт с нетерпением ждал отзывов о своей книге. По его просьбе немало экземпляров его книги было доставлено известным представителям философских наук. Декарта особенно интересовало мнение его бывших учителей иезуитов и их коллег — Бурдена и его ученика Ватье, Ноэля, Фурнье, — так как их мнение могло иметь решающее влияние на дальнейшую судьбу учения Декарта.

В общем, впечатление, вызванное „Рассуждением", не оправдало надежд друзей Декарта. Читатели, особенно в первое время, предпочитали молчать. Ватье вежливо, в общих чертах, похвалил трактат, умолчав о своем окончательном суждении. Бурден, автор курса математики, а также труда по оптике, высказал ряд возражений против некоторых тезисов „Диоптрики"; на защиту Декарта выступил его приятель Дезарг. Среди возражений были указания на чрезмерную краткость доказательства существования бога.

Несколько экземпляров книги было послано через Мерсенна видным представителям церкви в Риме; оттуда не последовало ответа. Три экземпляра были отправлены в Голландию знакомому Декарта — профессору Племпию, ставшему вскоре ректором Лувенского университета; он передал два из них своим коллегам Фромонду и Фурнье. Фромонд отозвался первым и прислал Декарту восемнадцать возражений (три против „Рассуждений", шесть против „Диоптрики", девять против „Метеоров"), защищая учение схоластов, в частности субстанциональные формы. Значительно позже ответил и сам Племпий, стоявший на позициях старой школы; между ним и Декартом велась длительная полемика. Некоторые возражения были получены также от иезуита Цирманса, профессора математики в Лувенском университете; после горячих похвал „второму Колумбу", открывшему новый мир в науке, он раскритиковал теорию радуги, чем вызвал пространные возражения Декарта.

Многие экземпляры „Рассуждения" были разосланы в разные города; в большинстве случаев ответа не последовало. С особым волнением Декарт ждал отзыва профессора Collège de France[1] Морена, сторонника птоломеевой системы астрономии, противника Коперника и Галилея, к тому же убежденного астролога, в общем типичного представителя существовавших в ту эпоху отсталых взглядов. Последнее обстоятельство, очевидно, и объясняет интерес Декарта к мнению Морена. По примеру своих коллег Морен ответил осторожно, высказав несколько возражений против декартовой теории о природе света. Началась оживленная переписка, которая внезапно оборвалась в тот момент, когда автор „Диоптрики" обнаружил из ответа парижского профессора, что он ничего не понял в его описании свойств света.

Военный интендант Пети, любитель науки, в свободное от службы время занимавшийся опытами по преломлению света, прислал Декарту несколько иронических замечаний по поводу доказательств существования бога, сообщив при этом, что он намеревается собрать ряд возражений против „Диоптрики". Почувствовав в своем противнике скрытого безбожника, Декарт из осторожности оставил письмо без ответа, несмотря на все уговоры Мерсенна, очевидно, рассчитывавшего на особо захватывающий поединок. Более того, получив от Пети обещанные возражения под названием „Антидиоптрика", Декарт отказался их прочесть, считая опасной

[1] Collège de France — учебное заведение открытого типа, основанное в 1530 г.; в нем крупнейшие ученые страны читали публичные лекции.

переписку с таким компрометирующим противником (см. „Correspondance“ за 1638 г.).

Решительным противником Декарта выступил советник тулузского парламента, знаменитый математик Ферма, к которому „Диоптрика“ попала вопреки желанию ее автора. Ферма напал прежде всего на декартово доказательство закона преломления и отражения; у него на этот счет были свои, давно продуманные соображения. Ферма сам много занимался оптикой, и ему принадлежит наиболее замечательное по краткости формулировки обобщение законов Декарта, известное под названием принципа Ферма. Впрочем, нападки Ферма были в основном направлены на некоторые приемы решения задач на максимум и минимум.

Особое место среди противников Декарта занимают Гоббс и Гассенди. Знаменитый английский философ Гоббс по некоторым своим воззрениям был близок к Декарту. Оба враги схоластики, оба последовательные механисты, они придавали мышлению основную роль в познании: для обоих мышление обусловливает надежный метод исследования. Оба направляют свои усилия на создание этого метода, и для обоих математика служит его базой. Оба считают, что наши ощущения являются чисто субъективными и не отражают истинных качеств предметов, что наши представления об объективной реальности не являются достоверными знаниями. „Видимое солнце, — пишет Гоббс — не есть то солнце, которое существует независимо от нас“.

Резко разделялись они по своим воззрениям на бога и на человеческую душу. Для дуалиста Декарта совмещались материалистические взгляды на неодушевленный мир с верой в бога и бессмертие души; Гоббс был атеистом. Он высмеивает аргументы, высказанные Декартом в доказательство бытия божия, и возражает против духовной субстанции, независимой от телесного организма. Познакомившись во Франции с Гассенди и Мерсенном, Гоббс был вовлечен последним в спор с Декартом из-за приоритета в вопросе о природе света. Начавшийся спор о приоритете стал разгораться дальше, не без стараний Мерсенна, общего обоим противникам приятеля; но легковесные, а порой и нечестные возражения Гоббса, в которых использовались даже явные опечатки и нечеткость рисунков (см. в „Correspondance" письмо Декарта Мерсенну от 21 апреля 1641 г.), вызвали весьма презрительное суждение Декарта о нем.

Гассенди по своим воззрениям был также близок к Декарту; такой же враг схоластики, материалист, передовой астроном, сторонник учения Коперника и выдающийся физик того времени, но в то же время верный католик, стремящийся примирить религию и материалистический взгляд на мир, Гассенди яростно боролся с Декартом по вопросам, не представляющим для нас никакого интереса: о доказательствах существования бога, о сущности души, которая для обоих коренным образом отличалась от тела. Это расхождение в их философских воззрениях было предметом длительной полемики, закончившейся серьезной ссорой, потребовавшей вмешательства общих им друзей — Сорбиера и Мерсенна, помиривших противников в торжественной обстановке.

Гоббса и Гассенди, по существу единомышленников Декарта, обычно относят к стану его врагов из-за их громких пререканий по второстепенным вопросам.

Однако следует отметить небольшую, но авторитетную группу друзей и учеников Декарта, поддерживавших его учение и оказавших ему посильную помощь.

Первый по времени и самый близкий к Декарту ученик его Жилльо, — бывший в юности не то его слугой, не то секретарем и ставший благодаря своим удивительным способностям и стараниям Декарта придворным математиком португальского короля, — помогал своему учителю в его борьбе против Ферма и других, менее крупных геометров. Значительно более существенную помощь оказывал Декарту советник парламента города Блюа, математик и оптик Флоримон Дебон, увлекавшийся вопросами преломления света и изготовлением зрительных труб, для чего он завел собственную мастерскую. Не меньшую поддержку получал Декарт от лионского математика Дезарга, оригинальные идеи которого были поняты и оценены значительно позже, отчасти благодаря Декарту. Уже приблизительно с 1630 г., Дезарг следил за работами Декарта по оптике и восхищался ими; он помогал Мерсенну в его хлопотах по изданию „Рассуждения о методе". Кроме того, Дезарг собирался заинтересовать кардинала Ришелье, фактического руководителя французского правительства, предложением Декарта об организации производства зрительных труб. Однако Ришелье, будучи не вполне уверенным в успехе, не поддержал этого предложения.[1]

Если к этому небольшому числу сторонников добавить еще Мерсенна, самого ярого поклонника и популяризатора его идей, а также теолога Жибиэфа, оказывавшего большую поддержку Декарту в трудные моменты его жизни, по ошибке причисленного некоторыми авторами к его противникам, то мы получим почти исчерпывающий список первых картезианцев.

Пока с передовыми философами эпохи шла оживленная, иногда резкая, но в общем благожелательная полемика по различным вопросам философии, математики и физики, представители церкви в Риме, Франции и Голландии заняли выжидательную позицию, высказываясь лишь по второстепенным вопросам. За внешне корректной формой произведения Декарта они ясно чувствовали нечто враждебное и угрожающее основам религии и древней идеалистической философии, но искусная маскировка, препятствуя осуществлению прямого опровержения, служила Декарту хорошей защитной броней. Однако у этой брони было множество слабых мест, быстро обнаруженных опытным и бдительным противником. Тот же Племпий, убежденный сторонник старых воззрений, чутко прислуши-

[1] Petro Borello. Vitae Renati Cartesii, summi Philosophi, Compendium. Parisiis, 1656.

ваясь к сигналам из Рима, где поднималась очередная волна реакции, начал новую кампанию нападок на систему Декарта, увлекая на свою сторону ученых нидерландских университетов; формально картезианство было осуждено лишь много позже (1662), но уже вскоре после опубликования „Рассуждения о методе“ передовое учение Декарта натолкнулось на все растущую враждебность со стороны представителей церкви и реакционных профессоров. Лишь редкие, выдающиеся умы сумели понять свежие, еще не вполне зрелые материалистические мысли Декарта. Они оказались в меньшинстве и не смогли спасти картезианство от жестоких нападок церковников и схоластов. В довершение, быстрые успехи учения Ньютона ускорили кажущееся поражение картезианства, чему немало способствовали серьезные недостатки метода Декарта и ряд неудачных применений его, вызванных тем, что создатель новой физики во многих отношениях оставался, сам того не замечая, в плену старых воззрений.

Лишь много лет спустя, оглядываясь назад с вершин развивающейся науки, просвещенное человечество осознало великие заслуги Декарта в создании прогрессивного миропонимания и новых научных дисциплин и отвело ему среди самых великих мыслителей прошлого то место, которое он заслуживает.

Г. Г. Слюсарев.

О „ГЕОМЕТРИИ“ ДЕКАРТА

I

„Геометрия“ Декарта сразу же после ее выхода в 1637 г. стала предметом споров. Спорили о том, оригинально ли творение французского мыслителя, спорили и о том, насколько оно значительно.

Уже через год после издания „Геометрии“ Ж. де Богран обвинил Декарта в заимствовании ряда основных положений у знаменитого алгебраиста Ф. Виета. Сходное обвинение выдвинул позднее англичанин Дж. Валлис, который, впрочем, движимый националистическими чувствами, заявил, что источником для Декарта послужило сочинение по алгебре Т. Герриота. Напротив, многочисленные сторонники и поклонники Декарта считали вполне оригинальными как его метод в целом, так и частные его открытия.

Беспочвенные обвинения в плагиате были со временем полностью опровергнуты, и документальные свидетельства — переписка, черновые бумаги и т. п. — показали, что все главные идеи и теоремы „Геометрии“ принадлежат Декарту, хотя отдельные результаты, излагаемые в ней, были ранее получены Виетом, Герриотом и А. Жираром. Но в других формах вопрос об оригинальности „Геометрии“ продолжали обсуждать и в XIX и XX вв. Так же разделились мнения в вопросе о том, являлся ли Декарт создателем аналитической геометрии. Французский геометр середины прошлого века М. Шаль применил к учению Декарта о приложении алгебры к теории кривых линий слова, сказанные некогда Монтескье о своем „Духе законов“: proles sine matre creata, т. е. „дитя, появившееся на свет, не имея матери“.[1] Напротив, Г. Мильо в 1921 г. писал: „Революция, которую Конт и историки XIX в. усмотрели в аналитической геометрии Декарта, — самообман. Не может быть и речи ни о революции, ни о творении, радикально преобразовавшем математику и обновившем науку, а только о нормальном развитии, после возвращения к грекам, руководящих идей их анализа“.[2] Времена меняются: ученые периода подъема капитализма готовы были признать революционный характер математики Декарта, но буржуазные ученые эпохи империалистических войн и пролетарских революций отказываются видеть революционные сдвиги даже в истории математики.

Единодушия не было и в оценке значения „Геометрии“. Математики-картезианцы видели в методе своего учителя квинтэссенцию математической мудрости и, во всяком случае, единственно возможный общий метод математического исследования. Эту концепцию подвергли критике еще Ньютон и Лейбниц. Оба они отдавали, с некоторыми оговорками, должное реформированной Декартом алгебре и ее приложению к изучению кривых, но оба отмечали ограниченность алгебраического метода Декарта, его принципиальную недостаточность в разработке математики бесконечного и необходимость в новых методах для исследования трансцендентных проблем.

Ф. Энгельс охарактеризовал подлинное значение математического творчества Декарта в следующих выразительных словах: „Поворотным пунктом в математике была декартова *переменная величина*. Благодаря этому в математику вошли

---

[1] М. Шаль. Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов, т. I. М., 1883, стр. 103.

[2] G. Milhaud. Descartes savant. Paris, 1921, стр. 141.

движение и ***диалектика*** и благодаря этому же *стало немедленно необходимым* ***дифференциальное*** *и интегральное исчисление*, зачатки которого вскоре были заложены и которое было в целом завершено, а не открыто, Ньютоном и Лейбницем".[1] И действительно, в том представлении о переменной величине, которое красной нитью проходит через труд Декарта, а также в той форме, какую он выбрал для введения переменной в математику, содержались ростки фундаментальных идей новой математики.

Отметим прежде всего, что переменные величины введены были Декартом — если и не явно, то по существу — в двух проявлениях. С одной стороны, это отрезки переменной длины, текущие координатные отрезки точки, своим движением описывающей плоскую кривую. С другой стороны, это численные переменные, выражающие длины, а для ординат — и направления координатных отрезков. Такой двуликий геометрический и числовой образ переменной обусловливал взаимопроникновение геометрических и арифметико-алгебраических методов и ставшее в очередь дня применение алгебры к геометрии. Само понятие о числе, под которым ранее понималось обычно положительное рациональное, Декарт — опять-таки, если и не явно, то фактически — распространил на всю область вещественных чисел: без этого немыслимо было аналитическое изучение непрерывных пространственных фигур, их взаимосвязей и движения. Тем самым Декарт порывал с восходившей к античности традицией, считавшей разнородными объекты арифметики и геометрии, дискретное число и непрерывную протяженную величину и придерживавшейся того правила, что нельзя переносить доказательства из одного рода в другой, например доказательства арифметики — на величины, не являющиеся числами.[2]

---

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. XIV, 1931, стр. 426—427.

[2] Аристотель. Аналитики. Госполитиздат, 1952, стр. 197—198.

Далее, переменные величины, как и параметры, т. е. величины, определенные в каждой задаче, но не фиксированные по значению, Декарт ввел в виде букв (x, y, z — для переменных или неизвестных; a, b, c — для параметров). Благодаря такому обозначению составленные из переменных и постоянных выражения смогли стать предметом исчисления буквенной алгебры.

Наконец, разработанное им буквенное исчисление Декарт применил к уравнениям, связывающим переменные величины. Эти уравнения, пока только алгебраические, явились первой достаточно общей формой функциональных зависимостей и вместе с тем основой аналитического исследования плоских алгебраических кривых.

Так в декартовой „Геометрии“ развивалась новая математика — наука о функциональных зависимостях, записанных в символических выражениях, подчиненных правилам некоторого алгорифма и, вместе с тем, геометрически представимых с помощью плоских линий. Анализ (простейших) алгебраических функций в сочетании с координатами — таков был новый, декартов метод исследования количественных и пространственных взаимосвязей, а, значит, и проблем механики, астрономии, физики и т. д. И сильные стороны, и недостаточность декартова метода раскрылись очень быстро. Об ограниченности его уже упоминалось, но не следует забывать, что в декартовой математике таились ростки и более глубокого синтеза геометрии и анализа в XIX—XX вв., и многомерных геометрий, и алгорифма исчисления бесконечно малых, даже математической логики. Декартова математика, как указал Энгельс, развилась в первую очередь в направлении дифференциального и интегрального исчисления.

Творение Декарта носило революционный характер. Но у Декарта, разумеется, были и предшественники. Его новаторские идеи возникли не на пустом месте; он отправлялся от античной теории конических сечений и от алгебраических исследований восточных и европейских математиков средних веков. Краткий экскурс в прошлое алгебры и геометрии позволит лучше выявить грандиозность и своеобразие метода Декарта.

II

Еще за два тысячелетия до н. э. в древнем Вавилоне умели решать системы линейных уравнений, полные квадратные уравнения и некоторые задачи, приводящие к кубическим уравнениям с целым положительным корнем. Приемы решения вавилонян были числовые. Такие же числовые приемы были известны и греческим математикам, узнавшим их, вероятно, от ученых Востока. Однако в теоретической науке греков, в математике Эвклида, Архимеда и Аполлония развитие алгебры приняло иной характер. Для решения геометрических задач первой и второй степени были разработаны приемы преобразования прямоугольных площадей в другие прямоугольные площади, в целом равносильные преобразованиям линейных или квадратичных выражений и определению их положительных корней. Совокупность этих приемов в XIX в. получила название „геометрической алгебры". Понятно, что складывать, вычитать и приравнивать в геометрической алгебре можно было только члены одинаковой размерности: в ней действовал закон однородности. Умножению здесь соответствовало образование прямоугольной площади по сторонам; делению — разыскание по площади и стороне прямоугольника другой его стороны. Буквенной символической алгебры греческая математика почти не знала. Зачатки ее появляются уже в эпоху заката античной математики, в трудах Диофанта (III в. н. э.) — автора, которого за это, видимо, особенно высоко ставил Декарт.

Греки не ввели понятия об иррациональном числе как таковом. Число для них было собранием единиц. Даже дроби до Диофанта не относили к категории чисел, хотя алгорифм исчисления дробей был знаком во всех деталях. Для изучения отношений однородных величин, которые могут быть и несоизмеримыми, Эвдокс создал тщательно развитую теорию, в которой равенство или неравенство двух отношений определялось путем сравнения целых кратных членов этих отношений.

Если отвлечься от некоторых моментов, то можно сказать, что определение равенства отношений у Эвдокса было равносильно определению равенства вещественных чисел в теории сечений Дедекинда. Учение об отношениях, между прочим, позволяло свести задачу об извлечении корня с натуральным показателем к вставке нескольких средних пропорциональных между двумя величинами.

Геометрическая алгебра и учение об отношениях явились теоретическим фундаментом значительной части „Начал“ Эвклида, интеграционных приемов Архимеда и труда Аполлония о конических сечениях. Исходным пунктом исследований Аполлония служило установление планиметрических свойств, так называемых симптомов плоских сечений обыкновенного конуса. С помощью геометрической алгебры Аполлоний выражал те соотношения между прямоугольными площадями, построенными некоторым образом на хордах конических сечений и на отрезках, отсекаемых этими хордами на сопряженных с ними диаметрах, которые мы теперь записываем в прямолинейных координатах уравнениями относительно вершины. Изучение свойств конических сечений, продвинутое Аполлонием весьма далеко, строилось на этих симптомах.

В частности, доказывалось, что симптом каждого вида конических сечений — эллипса, параболы и гиперболы — сохраняется при любом выборе семейства параллельных хорд и сопряженного диаметра, т. е., по-нашему, инвариантен относительно линейных преобразований координат. Аполлоний располагал и общей характеристикой всех трех видов конических сечений как геометрических мест к некоторым четырем прямым,[1] характеристикой, до некоторой степени заменявшей наше общее уравнение второй степени.

Если заменить геометрическую алгебру символической, то симптомы Аполлония перейдут в уравнения аналитической геометрии, а некоторые его геометрические преобразования — в преобразования алгебраических выражений. Значит ли это, что у Аполлония имелась аналитическая геометрия? К такому выводу с некоторыми оговорками склонялся Цейтен и со всей определенностью вновь выразил его недавно Дж. Кулидж, писавший: „...сущность аналитической геометрии заключается в изучении мест с помощью их уравнений, а это было известно грекам и являлось основой их учения о конических сечениях“.[1] Кулидж оставляет за Декартом расширение круга рассматриваемых линий, арифметизацию геометрии и связанный с этим отказ от принципа однородности. Однако хотя у Аполлония действительно существовали начатки аналитико-геометрических приемов исследования конических сечений, облеченные в форму равенств и преобразований геометрической алгебры, но в целом его теория не была аналитико-геометрической.

Прежде всего, изучение кривых не опиралось на одно только рассмотрение свойств определяющего ее уравнения. Геометрическая форма преобразований требовала многократных обращений к чертежу и синтетическим построениям. Это отмечал и Цейтен: „Геометрическая форма, при-

[1] Геометрическое место к четырем прямым есть плоская кривая, для всех точек которой имеет место равенство

$$l_1 l_2 = k\ l_3, l_4,$$

где l_1, l_2, l_3, l_4 суть длины отрезков, проведенных в определенных направлениях к четырем неизменным прямым; k — постоянная. Папп (конец III в. н. э) обобщил эту задачу на случай любого числа прямых. Подробнее см.: Г. Цейтен. История математики в древности и в средние века. Пер. П. С. Юшкевича. М.—Л., 1938, стр. 143—144.

[1] J. Coolidge. A history of geometrical methods. Oxford, 1940. стр. 119.

данная методом древних самой алгебре, была причиной многочисленных комбинаций между средствами и объектом геометрического исследования, — комбинаций, которые должны были оставаться довольно чуждыми аналитической геометрии, в особенности поскольку последняя стремилась превратить геометрические проблемы целиком в задачи исчисления“.[1] Так, средствами элементарной геометрии развивалась теория фокусов эллипса и гиперболы; так, синтетическими средствами исследовано было и геометрическое место к четырем прямым и пр. И несомненно, что еще Ньютон правильно понял дух античной теории конических сечений, когда, завершая свой вывод теоремы о том, что место к четырем прямым есть коническое сечение, писал: „Такое решение, как приведенное выше, т. е. исполняемое не с помощью исчисления, но геометрическим построением, и изыскивалось древними“.[2]

Не касаясь того, что связанные с кривой отрезки диаметров и хорд не являлись для древних характеристиками положения отдельных точек ее на плоскости (т. е. координатами), что грекам чуждо было понятие об отрицательном числе и пр., замечу еще, что Аполлоний был далек от идеи текущих координат подвижной точки на кривой и тем более от идеи о функциональной зависимости и о кривой как ее геометрическом изображении. Наконец, мы не находим у него идеи об общем методе исследования алгебраических линий, для создания которого средства геометрической алгебры были совершенно недостаточны. Говорить об аналитической геометрии у древних еще меньше оснований, чем усматривать в гениальных, но частных интегрированиях Архимеда интегральное исчисление в подлинном смысле этого слова.[3]

[1] Г. Цейтен, ук. соч., стр. 138.

[2] И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. Цит. по: Собр. трудов акад. А. Н. Крылова, т. VII, М.—Л., 1936, стр. 122.

[3] См. также: Д. Д. Мордухай-Болтовской. Из прошлого аналитической геометрии. Тр. Института истории естествознания, т. IV, 1952, стр. 216—219.

Конические сечения служили древним для геометрического построения решений задач третьей степени, — для этого строились координатные отрезки точек пересечения двух линий, выражавшие положительный корень соответствующего кубического уравнения. Так, Менехм решил задачу об удвоении куба, а Архимед — задачу о делении шара плоскостью на два сегмента, объемы которых находятся в данном отношении. Греки применяли для решения таких или же трансцендентных задач и другие кривые — циссоиду, конхоиду, квадратрису, спираль Архимеда, — для описания которых предложены были специальные механизмы.[1] Они не дали, впрочем, и наброска общей теории высших кривых. Не соединили они в одно целое и разработанные ими геометрико-алгебраические приемы. Алгебра как самостоятельная наука, со своим собственным предметом и методом, родилась позднее.

Впервые выделили алгебру как особую науку замечательные ученые Средней Азии. Уже для хорезмийца Мухамеда ибн Муса ал-Хорезми (около 830 г.) алгебра являлась учением о решении уравнений первых двух степеней, а знаменитый таджикский математик и поэт XI в. Омар Хайям писал: „Алгебра представляет собой научное искусство. Ее предмет — абсолютное (т. е. натуральное, — *А. Ю.*) число и измеримые величины, неизвестные, но отнесенные к чему-либо известному, так что их можно определить... Как известно, алгебраические решения производятся только при помощи уравнений, т. е. приравнивая одни степени другим".[2] В своих сочинениях математики Средней Азии приводили словесно выраженные правила решения квадратных уравне-

---

[1] Задачи, разрешимые с помощью прямой и круга (плоских мест), древние называли плоскими; задачи третьей степени, для построения которых необходимы были конические сечения (телесные места), — телесными. Все высшие кривые именовались линейными местами.

[2] F. Woepcke. L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmî. Paris, 1851, стр. 5—7.

ний, доказывая их с помощью геометрических построений. Выражения корня кубических уравнений в радикалах они не нашли и для построения их корней применяли, вслед за греками, пересечение конических сечений. На этой основе Хайям произвел детальную классификацию кубических уравнений и с большой полнотой рассмотрел вопрос о числе их положительных решений. Впрочем, исследования Хайяма, как и замечательные работы среднеазиатских математиков по приближенному вычислению корней уравнений с численными коэффициентами, в Европе оставались долгое время неизвестными. Зато огромное влияние на развитие европейской математики оказали сочинения аль-Хорезми. По ним средневековые ученые Западной Европы знакомились и с позиционной десятичной нумерацией, распространявшейся из Индии, и с решением квадратных уравнений и их применением к решению различных, в том числе геометрических, задач.[1]

В средневековой Европе алгебра развивалась главным образом в направлении арифметизации, с одной стороны, и выработки буквенного алгорифма алгебраических операций — с другой. Самое начало XVI в. ознаменовано было открытием С. дель Ферро решения в радикалах одного вида трехчленных кубических уравнений, которое вновь нашел в 1535 г. Н. Тарталья. В том же году Тарталья нашел аналогичные правила для решения других трехчленных уравнений 3-й степени, не содержавших члена 2-й степени. В 1545 г. Дж. Кардано опубликовал приемы Тарталья, собственное правило преобразования полного уравнения к форме, не содержащей члена с квадратом, и метод Л. Феррари для решения уравнений 4-й степени. В XVI же веке, несмотря на возражения со стороны некоторых крупных ученых, в математике укореняются отрицательные числа, с которыми впервые встретились алгебраисты Китая и Индии, а также мни-

---

[1] Подробнее см. мою статью: „О математике народов Средней Азии в IX—XV вв.“. Историко-математические исследования, вып. 4, 1951.

мые числа, возникшие при рассмотрении так называемого неприводимого случая кубического уравнения. Мощный рост приближенных вычислений и составление обширных тригонометрических и затем логарифмических таблиц, наряду с применением десятичных дробей, вводили в математику и вещественное число во всем его объеме, как фактически равноправное с натуральным числом. Оторванная от прежних геометрических толкований, операция возведения в степень при этом подверглась обобщению на произвольные натуральные показатели и почти одновременно на дробные, нулевой и отрицательные.

Успехи были достигнуты и в развитии алгебраической символики, которое частью отражало установление более общих понятий о числе и об операциях алгебры, частью обусловливалось огромным ростом вычислений. Путем сокращения математических терминов или же изобретения специальных значков было введено много конкурировавших между собой символов операций, знаки нескольких первых натуральных степеней неизвестной величины, знак равенства.

Все эти открытия производили чрезвычайно сильное впечатление на умы ученых XVI в. Алгебра все более выступала в их глазах как наиболее мощный математический метод, и постепенно складывалось убеждение, что от применения алгебры в геометрии и тригонометрии и от сочетания их приемов следует ожидать нового усиления математических методов. Обнаруженные общие приемы решения классов задач 2-й, 3-й и 4-й степеней порождали уверенность в существовании еще более общих алгебраических методов, равно пригодных для изучения ранее раздельных категорий непрерывной величины и числа. „Нет сомнения в том, — писал в 1588 г. Б. Перерий, — что существует некая общая математическая наука, которая должна исследовать общие свойства величины и числа и которая, однако, не числится среди математических наук, будучи отличной и от геометрии и от арифметики“.[1] Такими же идеями руководился и крупнейший алгебраист XVI в. Ф. Виет.

Свое замечательное сочинение по „новой алгебре“ — „Введение в искусство анализа“ (1591) — Виет начинает с того, что подчеркивает именно общность и силу анализа. „Все математики, — писал он, — знали, что под их алгеброй и альмукабалой были скрыты несравненные сокровища, но не умели их найти; задачи, которые они считали наиболее трудными, совершенно легко решаются целыми десятками с помощью нашего искусства, представляющего поэтому самый верный путь для математических изысканий“.[2] А в заключительных словах „Введения“ утверждалось, что теперь можно будет решить любую задачу — nullum non problema solvere. Для того чтобы достичь этой цели, Виет строит систему математических объектов, частью геометрических, частью псевдогеометрических, операции над которыми весьма отличны от арифметических. Эти объекты-скаляры образуют шкалу, лестницу величин и суть сторона, квадрат, куб, квадратоквадрат и пр., принадлежащие к различным размерностям — длины, площади, объема, площаде-площади и пр. Сложение и вычитание скаляров подчинено закону однородности, как в античной математике. Умножению чисел соответствует „проведение“ величин, именно — образование нового скаляра, размерность которого равна сумме размерностей сомножителей; делению аналогично соответствует „приложение“ скаляров, при котором размерности вычитаются.

Алгебре скаляров Виет придал желательную степень общности, введя новую символику. Он строит исчисление общих величин, обозначая их каким-либо „видом“ или „формой вещей“, конкретно — буквами алфавита. Данные величины обозначаются прописными гласными: A, E, I, . . . , искомые — согласными: B, D, F. . . На этой основе развивается

---

[1] Цит. по: И. Тимченко. Основания теории аналитических функций, ч. 1. Одесса, 1899, стр. 104—105.

[2] Цит. по: И. Тимченко, ук. соч., стр. 106.

алгорифм основных операций буквенной алгебры. Введение буквенного коэффициента явилось одной из главнейших заслуг Виета: только теперь становилось возможным строить алгебраическое исчисление как оперативный механизм.

Исчисление скаляров Виета явилось в его трудах основой приложения алгебры к геометрии, и обратно. Одним из ценных результатов такого взаимодействия явилось установление Виетом формул для косинуса и синуса кратных дуг и приложение соотношения

$$(2\cos\varphi)^3 - 3\,(2\cos\varphi) = 2\cos 3\varphi$$

к решению кубического уравнения в неприводимом случае, т. е. к трисекции угла; это позволяло обойтись без рассмотрения мнимостей. Эти же формулы дали Виету средство решения и уравнений высших степеней, возникающих в задачах о делении угла на 5, 7 и т. д. равных частей. Но Виет даже не поставил более общую проблему алгебраического исследования кривых линий.

Построив первое алгебраическое исчисление, Виет вместе с тем сделал много важных отдельных открытий. Он ввел ряд линейных преобразований корней, установил в несколько отличной от принятой позднее форме связь между корнями и коэффициентами. Свойства уравнений алгебры скаляров Виет переносил на числовые уравнения, для которых применял особую символику и которые строго отличал от первых.

Однако примыкая во многом к античной традиции, Виет невольно ограничил возможности своего аналитического искусства. В его шкале величин не нашли себе места дробные и отрицательные степени; принцип однородности требовал всякий раз введения дополнительных множителей и отягощал аппарат вычислений. Виет отвергал не только мнимые, но и отрицательные числа. Символика его не годилась для высших степеней. Наконец, как ни глубоки были его идеи о шкале величин (позднее своеобразно реализованные в геометрических исчислениях XIX в.), скаляры Виета не составляли поля и не могли служить основой новой числовой алгебры. Числовая и видовая символическая алгебры, несмотря на сходство управлявших ими механизмов, вели еще раздельное существование. Новое радикальное преобразование алгебры и новое применение ее в геометрии явились уже делом Декарта.

III

Научное мировоззрение и конкретные научные исследования на рубеже XVI и XVII вв., и особенно в XVII в., получили, как известно, новое направление. Для типичных представителей средневековой европейской схоластики (к которым, разумеется, не следует относить людей вроде Р. Бэкона) миропознание сводилось к определению разрозненных „качеств“ вещей с помощью немногих категорий логики. Наука XVI и XVII вв. все более обращалась к активному изучению природы. Служа возвышению энергичной и еще полной веры в свое будущее буржуазии, служа орудием в руках инженеров, химиков, строителей, мореплавателей и артиллеристов, новая наука не могла опираться на изучение старинных богословских и философских авторитетов и на чисто словесное толкование понятий. Напротив, наука нового времени отстаивала в решительной борьбе со старым мировоззрением концепцию изучения мира путем эксперимента, измерения и рациональной обработки материалов наблюдения. Изменяется сама методика опытного естествознания. Технические открытия — зрительная труба, микроскоп, термометр и пр. — позволяют все с большей точностью раскрывать количественные отношения в явлениях природы. Изменяется и методика обработки данных опыта; количественные связи выдвигаются на первый план не только в астрономии, но и в механике и в других отделах физики, ставя перед математикой ряд новых задач.

Характерным устремлением крупнейших мыслителей этой эпохи являлись поиски более совершенных и сильных научных методов исследования. Представители ряда разных философских систем и различных областей знания были воодушевлены общим желанием выявить научные приемы, гарантирующие от ошибок и бесполезных блужданий, ведущие к истине прямой и верной дорогой. Процесс отпочковывания точных наук от философии в это время еще не был закончен и, как писали Маркс и Энгельс, „метафизика XVII столетия еще заключала в себе *положительное*, земное содержание (вспомним Декарта, Лейбница и др.). Она делала открытия в математике, физике и других точных науках, которые казались связанными с нею“.[1]

Задачи общественной практики, в первую очередь механики и оптики, требовали интенсивной разработки математики. Проблемы траектории брошенных тел, задачи гидромеханики, вопросы проведения касательной к траектории снаряда или проведения нормали к поверхности линзы, вычисление размеров криволинейных фигур и их центров тяжести — таков далеко не полный перечень фундаментальных проблем, возникавших на рубеже XVI и XVII вв. В математике поэтому крупнейшие умы того времени видели метод, который необходим для прогресса естествознания, и совершенствование самой математики явилось соответственно неотложной потребностью науки. Математика должна была снабдить естественные науки, особенно механику и оптику, методом изучения зависимостей между переменными величинами. Понятие функции еще не было выделено, — термин этот ввел впервые Лейбниц в конце XVII столетия, — но идея функции уже родилась в исследованиях количественных связей природных явлений и ей нужно было только дать определенное математическое выражение.[2] Движение и его математический экви-

---

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. III, стр. 155.

[2] В зачаточном виде идея функциональной зависимости и ее графического представления, не подчиненного, однако, определенным количественным законам, имелась у отдельных средневековых философов, например Н. Оресма (ум. в 1382 г.). Введенные Виетом параметры алге-

валент — общая переменная величина — тем легче и быстрее проникали в математику XVII в., что одни и те же люди работали в областях математики и математического естествознания.

IV

Рукописное наследие Декарта от 1618 г. и следующих лет показывает, что уже в молодости его живо интересовали вопросы механики и оптики, астрономии и акустики. В математике он, подобно Галилею, видел универсальный метод изучения материального мира и в значительной мере от математики ожидал, что она поможет человеку стать владыкой природы. Проблемы отвлеченной науки сами по себе имели в глазах Декарта малый интерес; наука и философия предназначены, по Декарту, для усиления мощи человека, для подчинения его воле сил и действий огня, воды, воздуха и других окружающих вещей, для исправления слабостей человеческого организма, для возвышения его характера. Математика, в частности, должна была стать основой физики: „Вся моя физика есть лишь геометрия“, — писал он позднее.[1] Большую заслугу Галилея он усматривал в математическом исследовании физических проблем: „Галилей рассуждает много лучше, чем это обычно делают, — он именно, насколько может, расстается с ошибками школы и старается изучать вопросы с помощью математических рассуждений... Я считаю, что нет другого способа найти истину“.[2]

Идеи математики Декарта переплетались с его концепцией физики. Мировоззрение французского философа не было целостным, но физика его, как и других крупных естество-

---

браических уравнений в сущности также были переменными величинами, но он, как и другие ученые его времени, не трактовал корень уравнения как функцию коэффициентов.

[1] Oeuvres de Descartes, Paris, 1897—1910, т. II, стр. 268.

[2] Там же, т. V, стр. 380. — Впрочем, Декарт не оценил должным образом значения трудов Галилея по механике.

испытателей XVII в., была материалистической и механистической. „В своей *физике*, — писали Маркс и Энгельс, — *Декарт* приписывает *материи* самостоятельную творческую силу и *механическое* движение рассматривает как проявление жизни материи. Он совершенно отделяет свою *физику* от своей *метафизики. В границах* его физики *материя* представляет собой единственную *субстанцию*, единственное основание бытия и познания“.[1] Но природа материи заключается в ее трехмерной протяженности, а все свойства сводятся к делимости и подвижности. При этом под движением Декарт понимал не аристотелево качественное изменение, но „перемещение одной части материи или одного тела из соседства тех тел, которые его непосредственно касались и рассматривались как бы покоящимися, в соседство других тел“.[2]

Идея движения даже первоначальнее и проще, чем идея линии или поверхности, поскольку геометры линию определяют посредством движения точки, а поверхность — посредством движения линии. Поэтому математика призвана была дать общий метод исследования пространственных образов и их движения.

Таким образом, математика для Декарта являлась общей наукой о пространственных образах, их расположении и измерении. Все науки, трактующие о таких объектах, Декарт относил к математическим. „К области математики, — заявлял он, — относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера, и совершенно несущественно, будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое“. А отсюда он приходил к заключению, что „должна существовать некая общая наука, объясняющая все относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным словом, но старым, уже вошедшим в употребление именем

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. III, стр. 154.

[2] Р. Декарт. Начала философии. Пер. Н. Сретенского. Казань, 1914, стр. 49.

всеобщей математики (Mathesis universalis), ибо она содержит в себе все то, благодаря чему другие науки называются частями математики“.[1] Однако наличные арифметика и геометрия не обладали в глазах Декарта должной силой метода, и лишь некоторые следы настоящей математики он усматривал в сочинениях Паппа и Диофанта. Создание всеобщей математики Декарт и поставил в центр своих научных занятий.

План всеобщей математики у Декарта начал складываться не позднее 1619 г., т. е. когда ему было около 23 лет. Записи самого Декарта и его знакомого, И. Бекмана, показывают, что главными руководствами Декарта в то время были труды немецких алгебраистов арифметического направления и некоторые сочинения древних; с работами Виета он познакомился много позднее, когда его взгляды сложились достаточно полно. В 1619—1621 гг. Декарт пытается вывести закон падения тел, изучает вопрос о давлении жидкостей, пишет книгу по математической теории гармонии, открывает важное соотношение между числом ребер, граней и вершин выпуклых многогранников, позднее вновь найденное Эйлером. Он занимается также теорией кубических уравнений и построением их корней с помощью механизмов, похожих на мезолабий александрийца Эратосфена, и особое внимание устремляет на проблему решения алгебраических уравнений в целом. В частности, мы встречаем здесь описание механизма для деления угла на произвольное число равных частей и механизма для вставки

---

[1] Р. Декарт. Правила для руководства ума. М., 1936, стр. 68. Ср. там же: „Все соотношения, которые могут существовать между однородными предметами, приводятся к двум: порядку и мере“ (в правиле 14-м). — В менее отчетливом виде такое определение математических наук имеется в „Метафизике“ Аристотеля (кн. 13, гл. 3), но Аристотель говорил при этом лишь о постоянной мере или отношении. — Ср. материалистическое, но в некотором роде метафизическое и ограниченное понимание предмета математики у Декарта с классическим определением математики, данным Энгельсом: К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. XIV, стр. 39.

любого числа средних пропорциональных, который Декарт позднее описал в своей „Геометрии“ (а в то время применял к решению уравнений 3-й степени).[1]

В замечательном письме от 26 марта 1619 г. Декарт мог уже сообщить Бекману целый ряд глубоких мыслей о разрабатывавшейся им „совершенно новой науке“, которая дает средства общим образом решать любые вопросы относительно как дискретных, так и непрерывных величин. Декарт выражает надежду, что сумеет доказать, что все проблемы в области непрерывных величин сводятся к разысканию пересечения некоторых линий. При этом проблемы разделяются на три класса. Для решения одних достаточно прямых и кругов. Другие можно решить лишь с помощью иных линий, однако таких, которые возникают в результате „единого движения“ и могут быть описаны посредством „новых циркулей“; эти линии, по мнению Декарта, являются не менее геометрическими и точными, чем предыдущие. Наконец, третий класс проблем можно решать только с помощью линий, порождаемых „различными, взаимно не соподчиненными движениями“, вроде квадратрисы. Декарт утверждает, что всякая задача относится к одному из трех указанных классов и ставит перед собой цель установить точнее, какие именно вопросы решаются посредством первых двух типов линий, „после чего в геометрии почти ничего не останется искать“.[2]

В этом гениальном наброске, одним из отправных пунктов которого послужило античное деление геометрических задач и кривых на плоские, телесные и линейные, был ясно намечен ряд основных положений „Геометрии“. В центр дальнейших изысканий были поставлены проблема классификации задач по типу необходимых для их решения кривых и классификация кривых по типу порождающих их движе-

---

[1] Oeuvres de Descartes, т. X, стр. 234—247.

[2] Там же, стр. 156—157.

ний. Первый раздел второй книги „Геометрии“ („Какие кривые линии могут быть допущены в геометрии“) лишь глубже и детальнее развивал идеи, изложенные в этом письме 1619 г.

Шесть или семь лет спустя Декарт открывает закон преломления света, несколько ранее найденный В. Снеллиусом. В поисках линз, преломляющих по этому закону лучи, исходящие из данной точки одной среды в данную точку другой, он сталкивается с проблемой отыскания кривой по свойству ее нормалей, т. е. по существу с первой из обратных задач на касательные, в которых позднее распознали задачу интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Требовалось найти кривую, для которой синусы углов, образуемых нормалью с радиус-векторами, соединяющими точки кривой с источником света и с точкой схода преломленных лучей, имеют данное отношение. Получив с помощью бесконечно малых решение в виде овалов, носящих его имя, Декарт затем доказал это их свойство алгебраически, с помощью изобретенного им приема проведения нормалей и касательных. В черновиках 1629 г. мы встречаем употребление координат. В качестве оси берется прямая, соединяющая три фокуса овала B, C, R; расстояние от вершины A до основания D перпендикуляра, опущенного на ось из любой точки E кривой, обозначается x, а полуразность радиус-векторов CE и RE обозначается y, причем x и y Декарт называет „неопределенными количествами“ и говорит, что „одна из них, остающаяся неопределенной, обозначает все точки кривой, а другая определяется способом, по которому должна быть описана кривая“. Данные линии обозначены буквами a, b.[1] К этому же времени относится геометрическое построение корней произвольного уравнения 4-й степени без второго члена с помощью параболы и окружности, уравнения которых мы бы записали в виде $x^2=y$ и

$$\left(x-\frac{q}{2}\right)^2+\left(y-\frac{p+1}{2}\right)^2=\left(\frac{p+1}{2}\right)^2+\left(\frac{q}{2}\right)^2+r.$$

[1] Oeuvres de Descartes, т. X, стр. 310.

Декарт отмечает, что число действительных корней равно числу общих точек кривых. Отсутствие точек пересечения означает, что уравнение не имеет „истинных“ (verae) корней, но только „воображаемые“ (imaginariae). Истинные корни подразделяются на „явные“ (explicitae) и „неявные“ (implicitae), т. е. положительные и отрицательные, и Декарт указывает, как располагаются отрезки, выражающие те и другие корни.[1] Все это вошло в состав „Геометрии“.

Еще два года спустя Декарт сделал новый шаг вперед в классификации плоских кривых. В конце 1631 г. голландский ученый Я. Гооль обратил внимание Декарта на задачу Паппа о геометрическом месте к 4 n прямым. В письме от января 1632 г. Декарт сообщил Гоолю резюме своего решения.[2] При любом числе данных прямых искомые точки лежат на кривой, описываемой единым непрерывным движением. Такие кривые определяются с помощью „простых отношений“, именно геометрических отношений, другими словами, степеней; по числу отношений, другими словами, по степени, их можно разбить на роды. К первому роду Декарт отнес конические сечения, решающие задачу в случае не более, чем 4 прямых, ко второму — линии не выше 4-й степени, возникающие в случае не более, чем 8 прямых, к третьему — кривые не выше 6-й степени, и т. п. К этому Декарт добавил неверное, вообще говоря, утверждение, что всякая кривая рода n может служить местом к 4 n прямым (эта ошибка была повторена и в „Геометрии“). Таким образом, в 1632 г. Декарт предложил классификацию алгебраических плоских кривых — одно из последних недостававших звеньев его всеобщей математики.

---

[1] Oeuvres de Descartes, т. X, стр. 344—346.

[2] Там же, т. I, стр. 232—235.

Наконец, около 1629 г. Декарт существенно продвинулся и в реформе основ алгебраического алгорифма. Для представления общей непрерывной величины и ее степеней он решил воспользоваться, как это делал ранее Виет, геометрическим образом. Однако, в отличие от Виета, построившего лестницу скаляров, он, после некоторых поисков, счел целесообразным ограничиться представлением величин отрезками; а для обозначения последних стал применять строчные буквы латинского алфавита — начальные для данных и конечные для искомых или переменных. Ход мыслей Декарта отчетливо выражен в „Рассуждении о методе“, где он писал: „Я видел, что хотя их предметы различны, тем не менее все они согласуются между собой в том, что исследуют только различные встречающиеся в них отношения или пропорции, поэтому я решил, что лучше исследовать только эти отношения вообще и искать их только в предметах, которые облегчили бы мне их познание, нисколько, однако, не связывая их этими предметами, чтобы иметь возможность применять их ко всем другим подходящим к ним предметам. Затем, приняв во внимание, что для лучшего познания этих отношений мне придется рассматривать каждое соотношение в отдельности и лишь иногда удерживать их в памяти или рассматривать сразу несколько, я предположил, что для лучшего исследования их в отдельности надо представлять их в виде линий, так как не находил ничего более простого или более наглядно представляемого моим воображением и моими чувствами. Но для того чтобы удерживать их и рассматривать одновременно по нескольку, требовалось выразить их возможно наименьшим числом знаков. Таким путем я заимствовал бы все лучшее из геометрического анализа и из алгебры, и исправлял бы недостатки одного с помощью другой“ (23—24).[1]

[1] Цифры в круглых скобках означают страницы настоящего издания.

В результате, как видно, за много лет до выхода „Геометрии“ Декарт владел уже концепцией той новой науки, над созданием которой начал трудиться около 1619 г. Основные черты всеобщей математики были таковы. Все задачи математических наук могут быть выражены с помощью уравнений той или иной степени. Общий метод решения уравнений состоит в построении их корней как отрезков — ординат точек пересечения некоторых плоских кривых. Эти плоские кривые выражаются алгебраическими уравнениями с двумя текущими координатами и сами выступают как геометрические образы алгебраических функций. Классификация линий играла решающую роль при выборе кривых, нужных для построения задачи. Буквенное исчисление отрезков сливалось в органическое целое с геометрией линий, и только синтез их давал универсальный метод решения проблем в области непрерывных величин. Исторически, однако, из всеобщей математики Декарта выросли две науки: числовая буквенная алгебра и аналитическая геометрия. Даже в рассматриваемом труде Декарта изложение обеих наук велось в основном раздельно и только в начале (построение исчисления отрезков) и в конце (решение уравнений 5-й и 6-й степеней) они выступали в слитном единстве.

V

Основным элементом декартовой алгебры, как уже говорилось, являлся отрезок. „Геометрия“ и начинается с разъяснения операций над отрезками. При этом Декарт строит поле отрезков, изоморфное полю вещественных чисел. Для этого вводится единичный отрезок, и операции умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня приводятся к разысканию пропорциональных отрезков. Так, произведение двух отрезков — a и b — представляет собой отрезок c, отношение которого к a равно отношению отрезка b к единичному отрезку I. Геометрическое построение произведения опирается при этом на теорию подобия и, в конечном итоге, основывается на эвдоксовой теории отношений. Для построения корня любой степени Декарт использует механизм, изобретенный им еще около 1619 г. В новой алгебре закон однородности автоматически выполнялся сам собой, и буквенное исчисление уже не страдало от необходимости введения дополнительных коэффициентов: члены любого равенства или выражения можно было подразумевать помноженными или поделенными на l такое число раз, какое требуется для линейности.

Выражение величин отрезками, а не числами связано было с недостаточной еще полнотой самого понятия о числе. Хотя математики уже давно свободно обращались с любыми вещественными числами, но под числом продолжали, следуя античной традиции, понимать меру дискретного множества, т. е. число натуральное и иногда еще дробь. Так, комментатор Декарта Ф. Дебон подчеркивал, что общие отношения величин нужно рассматривать как отношения отрезков, ибо „этого не дают числа, которые не в состоянии выразить отношения, имеющиеся между несоизмеримыми количествами“.[1]

Трактуя фактически всякое количество как отрезок и введя отрезок — единицу, Декарт подводил к новому определению вещественного числа, которое через полвека сформулировал Ньютон.[2] Алгебра отрезков Декарта строилась в результате как числовая.

О тенденции Декарта еще решительнее освободить алгебру от геометрических элементов свидетельствует небольшое сочинение — „Исчисление г. Декарта“, — написанное кем-либо из его последователей и самим Декартом рекомендовавшееся в качестве введения к его „Геометрии“. В этом введении, рукопись которого была найдена в конце

[1] Geometria R. des Cartes, 1695, ч. I, стр. 107.

[2] Ср. стр. 302—303, 336, 377—378 этого издания.

прошлого века, излагаются правила буквенного исчисления вне всякой связи с геометрическими построениями или истолкованиями: правила сложения и вычитания, умножения и деления, действий с дробями и радикалами. Декарт видел в алгебре не только, говоря по-современному, учение о разыскании корней целых рациональных функций (что было и оставалось долгое время главной ее целью), но и учение об общих свойствах алгебраических операций (что было и оставалось долгое время только вспомогательным средством). Это, однако, не дает никаких оснований вслед за П. Бутру усматривать в алгебре Декарта „чистую технику" и систему „условных определений", лишь недостаточно детально исследованных Декартом.[1] Декарт строил операции своей алгебры по подобию операций арифметических и геометрических, которые, в свою очередь, должны были выражать реальные связи вещей реального мира.

Декарт не ограничился расширением области чисел любыми положительными. По-иному он ввел в алгебру и отрицательные числа, хотя именовал их в своем сочинении „ложными корнями". Рассмотрение направленных отрезков ординат (не абсцисс!) дало, наконец, отрицательным числам истолкование, которое вскоре им обеспечило почти общее признание. Мнимые числа играли у Декарта чисто формальную роль, служа признаком невозможности задачи и символом, позволяющим формулировать общую теорему о числе корней алгебраического уравнения.[2]

Основные теоремы алгебры Декарт изложил в третьей книге „Геометрии". Изложение теории уравнений он начинает с важного замечания, что их удобнее записывать с правой частью, равной нулю: это было необходимо для формули-

---

[1] P. Boutroux. L'idéal scientifique des mathématiciens. Paris, 1920, стр. 96—100. — „Исчисление г. Декарта" есть в русском переводе, см.: Р. Декарт. Геометрия. М.—Л., 1938, стр. 117—137.

[2] Аналогично трактовал отрицательные и мнимые корни современник Декарта А. Жирар в „Новом открытии в алгебре" (1629).

ровки свойств симметрических функций корней, правил знаков, общих выражений корней в радикалах и пр. Далее он рассматривает составление уравнений путем перемножения линейных двучленов. Этот прием позволяет ему формулировать свойство делимости многочлена на разность $x-a$, где a — корень, теорему о числе корней уравнения (дополненных в случае нужды мнимыми корнями) и известное правило знаков Декарта для определения числа положительных корней. Далее приводятся преобразования корней, ставится вопрос о границах действительных корней и дается новое решение уравнения четвертой степени путем разложения на квадратичные множители и открытого Декартом способа неопределенных коэффициентов. Весьма важно также утверждение, что если уравнение с целыми коэффициентами и старшим из них, равным единице, не имеет целых корней, то оно не имеет и дробных. Особый интерес представляет постановка проблемы приводимости, т. е. представления целой рациональной функции в виде произведения двух аналогичных функций. Декарт указал, что корни кубического уравнения с целыми коэффициентами и старшим из них, равным единице, строятся с помощью циркуля и линейки (т. е. уравнение разрешается в квадратичных радикалах), в том и только в том случае, если уравнение имеет целый корень, и что для разрешимости теми же средствами уравнения 4-й степени его кубическая резольвента должна быть приводимой. Доказано было это только 200 лет спустя П. Ванцелем.

Все эти теоремы имели одно назначение — способствовать разысканию корней уравнений. Но общим методом решения этой задачи оставалось геометрическое построение корней. В конце сочинения дается детальный разбор такого построения уравнений 5-й и 6-й степеней с помощью окружности и предложенной Декартом кривой третьего порядка (так называемая парабола Декарта или трезубец Ньютона). Декарт не пошел в этом вопросе по пути создания приближенных числовых методов. Декарт удовлетворился и принужден был удовлетвориться в общем случае геометрическим построением, которое вполне соответствовало декартовой концепции числа и в теоретическом смысле позволяло совершенно строго решать задачи. Выбор кривых при этом определялся главным образом требованием применять кривые возможно низшей степени и опирался на классификацию линий, приведенную во второй части сочинения.

VI

Приложение алгебры к геометрии Декарт основывает прежде всего на замечании, с которого и начинается его сочинение, о том, что „все задачи геометрии можно легко привести к таким терминам, что для их построения нужно будет затем знать лишь длину некоторых прямых линий“. Геометрические построения сопрягаются в исчислении отрезков с операциями арифметики. Поэтому для решения задач геометрии следует итти обычным в алгебре путем: обозначить данные и искомые буквами и составить уравнения. Если уравнение содержит одну неизвестную, то возникает проблема его решения, если две, то является вопрос о его геометрическом смысле, т. е. о геометрической интерпретации алгебраической функции.

Изложение геометрических отделов труда Декарта было далеко от строгой последовательности и не имело в виду удобства читателя.[1] Мы позволим себе отойти от него и начнем с одного из главных вопросов: какие линии вообще, по Декарту, относятся к области геометрии? Древние, — говорит Декарт (это мнение его не подтверждается, впрочем,

---

[1] Беспорядочность структуры „Геометрии“ признавал сам автор, советуя после первой книги читать более легкую третью, ранее второй, содержащей приложение алгебры к геометрии. См.: Oeuvres de Descartes, т. II, стр. 22—23.

достаточно убедительно),[1] отличали геометрические линии от механических, описываемых различными приборами, — вроде циссоиды, конхоиды, спирали, квадратрисы. С таким делением Декарт не был согласен. Кинематическое образование линий его не отпугивало, — напротив, он положил его в самый фундамент учения о кривых. Изгнание механизмов нельзя мотивировать их большей сложностью, чем линейка и циркуль. Геометрия преследует не точность чертежа, но точность рассуждений. И если считать геометрическим то, что определенно и точно, то в геометрии должны быть допущены все линии, которые описываются „непрерывным движением или же несколькими такими последовательными движениями, из которых последующие вполне определяются им предшествующими, — ибо этим путем всегда можно точно узнать их меру“. Напротив того, исключению подлежат линии вроде спирали Архимеда и квадратрисы, которые „представляют себе описанными двумя отдельными движениями, между которыми не существует никакого отношения, которое можно было бы точно измерить“ (321). Несколько далее Декарт описывает уже упоминавшийся шарнирный механизм, позволяющий строить любое число средних пропорциональных.

Указанный кинематический признак деления всех плоских кривых на геометрические и механические не был здесь сформулирован еще с достаточной математической четкостью. Декарт сейчас же облекает его, однако, в более осязательную аналитическую форму, вводя прямолинейные координаты. Выбрав какую-либо прямую за ось координат и направление второй оси (ее на чертежах Декарта нет), он без доказательства утверждает, что все точки геометрических линий „обязательно находятся в некотором отношении ко всем точкам прямой линии, которое может быть выражено некоторым уравнением, одним и тем же для всех точек данной линии“ (323). В этом

---

[1] См.: P. Tannery. Mémoires scientifiques. Paris, 1912, т. II, стр. 10—11.

поистине замечательном по идейной глубине месте своего сочинения Декарт сразу вводит и метод координат, и понятие о функции как аналитическом выражении кинематически построенной кривой и об алгебраических и трансцендентных (по терминологии Лейбница) кривых. Тут же дается классификация алгебраических кривых по родам (Декарт в связи с уже знакомым нам решением задачи Паппа и с тем, что решение уравнений 4-й степени сводится к кубическим, неудачно объединяет в n-ый род кривые порядка $2n-1$ и $2n$) и, опять-таки без доказательства, формулируется фундаментальное положение об инвариантности рода кривой при линейных преобразованиях координатной системы. Стоит отметить, что в своей кинематической классификации кривых Декарт предвосхитил одну из главных теорем кинематики механизмов, гласящую, что с помощью плоских шарнирных механизмов, в которых движение первых звеньев полностью определяет движения остальных, можно описывать дуги любых алгебраических кривых и нельзя описать ни одной трансцендентной. Эта теорема была доказана только в 1876 г. А. Кемпе.[1]

Исключение механических кривых связано было с тем, что общим методом исследований Декарта являлась алгебра; к этому вопросу мы еще вернемся позже.

В качестве примеров употребления координатного метода Декарт выводит уравнение одной гиперболы и, несколько дальше, „трезубца", а также производит детальный разбор задачи Паппа в случае четырех прямых. При этом он путем преобразований в косоугольной системе координат показывает, что общее уравнение 2-й степени принадлежит коническому сечению или вырождается — при исчезновении старших членов — в прямую. В этой части исследования он существенно опирается на свойства конических сечений, известные из труда Аполлония. Декарт дает также решение задачи Паппа в одном частном случае для пяти линий (произведе-

[1] На это обстоятельство обратила мое внимание С. А. Яновская.

ние расстояний до трех параллельных прямых пропорционально произведению расстояний до двух других, из которых одна параллельна первым трем), получая при этом уравнение упомянутого трезубца. В одном месте он дает и полный разбор уравнения 2-й степени с численными коэффициентами.

Во второй книге „Геометрии“ Декарт изложил другое свое капитальное открытие: алгебраический прием проведения нормалей к плоским кривым. Для этого он, применяя изобретенный им метод неопределенных коэффициентов, выводит условие слияния в одну точку двух точек пересечения кривой с окружностью, проходящей через данную точку кривой и имеющей центр на оси абсцисс. Такой прием прилагается к эллипсу, конхоиде и овалам. Задаче о нормалях Декарт придавал особенное значение, говоря, что она „является наиболее полезной и общей не только среди известных мне, но также среди всех тех задач, которые я когда-либо желал знать в геометрии“ (342). Наконец, последний раздел второй книги „Геометрии“ содержал весьма скупые (и в одном пункте даже неточные) указания относительно возможности изучать пространственные кривые, проектируя их на две взаимно перпендикулярные плоскости.

Таким образом, Декарт действительно применил реформированную им алгебру к геометрии. К нему восходит создание координатного метода в геометрии (хотя в астрономии и географии координаты применялись ранее), классификация (правда, несовершенная) линий, вывод первого уравнения кривой третьего порядка, общая постановка задачи об изучении геометрических свойств линий по аналитическим свойствам их уравнений и о сведе́нии всех геометрических вопросов к решению уравнений.[1] Но творец аналитической геометрии

---

[1] Примером такого вопроса является задача вставить между сторонами прямого угла отрезок данной величины так, чтобы его продолжение прошло через данную точку на биссектрисе этого угла. Декарт разбирает эту задачу в третьей части сочинения и приводит ее к уравнению 4-й

не провел арифметизацию своего „геометрического исчисления“ далеко. Опорным пунктом изучения конических сечений оставались известные от древности симптомы, и изучение кривых по уравнениям было едва лишь начато. Для Декарта аналитическое рассмотрение самих конических сечений не представляло интереса, ибо их свойства были и без того достаточно изучены. Область фактически рассмотренных Декартом кривых затрагивала лишь отдельные высшие кривые (трезубец; кривые, описываемые упоминавшимся механизмом; овалы — линии четвертого порядка; в переписке — Декартов лист). Несовершенной была и координатная система Декарта, в которой из-за отсутствия второй оси координаты лишены были полного равноправия; отрицательные абсциссы не рассматривались. Эти пробелы не помешали, впрочем, огромному влиянию „Геометрии“ на современников и потомков.[1]

Характеристика математического творчества Декарта была бы неполной, если бы мы ограничились рассмотрением только „Геометрии“. В своей переписке Декарт дал решение и ряда других актуальных задач, в том числе задач, требовавших применения бесконечно малых. Так, он нашел квадратуры парабол высших порядков $y = x^n$ и объемы тел вращения их сегментов, определил для этих площадей и объемов центры тяжести и построил касательные к параболам. С помощью метода неделимых он дал квадратуру циклоиды, а опираясь на идею о мгновенном центре вращения построил касательные к обыкновенной, укороченной и удлиненной циклоидам. Он далее исследовал свойства открытой им логарифмической

степени, разрешимому в квадратичных радикалах. Этой задачей занимались также Жирар и позднее Ньютон („Всеобщая арифметика“, задача XXIV).

[1] Одновременно с Декартом и самостоятельно пришел к созданию аналитической геометрии Ферма, применявший алгебру Виета. Свои результаты Ферма изложил во „Введении в изучение плоских и телесных мест“, которое было опубликовано только в 1679 г., — до того оно было известно по рукописям. См. русский перевод: Р. Декарт. Геометрия, стр. 137—154.

спирали и дал приближенное построение и описание свойств кривой, определенной свойством касательных, которые мы бы записали уравнением $by' = x - y$ (так называемая задача Дебона). В полемике с Ферма он обсуждал предложенный последним метод максимумов и минимумов и метод касательных и хотя допустил при этом сперва некоторые ошибки, но в результате спора и сам получил некоторые интересные результаты.

Декарт хорошо понимал, что его алгебраический метод не может, вообще говоря, служить для решения подобных задач. Но он оставался при убеждении, что этот метод есть единственный универсальный прием математики. „Я не думаю, — говорил он, например, по поводу задачи Дебона, — чтобы возможно было найти общим образом правило, обратное моему правилу для касательных или же правилу, которым пользуется г. де Ферма“.[1] А ту область, в которой действуют методы алгебры, он считал исследованной им в достаточной мере, гордо замечая, что „ничего не пропустил из начал, необходимых для познания кривых линий“ (367). С такой же уверенностью он заканчивал „Геометрию“ словами: „Я надеюсь, что наши потомки будут благодарны мне не только за то, что я здесь разъяснил, но и за то, что мною было добровольно опущено, с целью предоставить им самим удовольствие найти это“ (408). Потомство действительно высоко оценило гениальные новаторские идеи Декарта, но оно же весьма скоро подвергло справедливой критике метафизическую ограниченность его „всеобщей математики“.

Для распространения идей Декарта главное значение приобрели четыре латинских издания „Геометрии“, первое из которых вышло в 1649 г. В этих изданиях, особенно начиная со второго (1659—1661), к тексту Декарта были приложены совершенно необходимые для понимания его трудного сочинения комментарии и ряд дополнений Ф. Скаутена, Ф. Дебона, Э. Бартолина, Я. де Витта, И. Гудде и других,

---

[1] Р. Декарт. Геометрия, стр. 192.

существенно развивавших далее и алгебру, и аналитическую геометрию конических сечений. Работы этих и других прямых последователей Декарта, вплоть до М. Ролля, тщетно боровшегося на рубеже XVII и XVIII вв. с идеями дифференциального исчисления, показывают, однако, что картезианцы продолжали верить в универсальность метода своего учителя. Более глубокое развитие и алгебра, и аналитическая геометрия нашли не в школе Декарта, а у Ньютона и Лейбница, преодолевших слабые стороны „всеобщей математики".

Лейбниц, например, высоко оценив открытия Декарта и Виета, писал: „. . .чтобы сохранить за своим методом всеобщность и достаточность, г. Декарт счел подходящим исключить из геометрии все задачи и все линии, которые нельзя подчинить этому методу, под тем предлогом, что все это лишь механика. Но так как эти проблемы и эти линии могут быть построены или представлены при помощи некоторых точных движений, так как они имеют важные свойства и так как ими часто пользуется природа, то можно сказать, что он здесь допустил ошибку, подобную той, в какой упрекал некоторых древних, ограничившихся построениями, в которых требуется только линейка и циркуль, как если бы все прочее относилось к механике".[1]

Именно Ньютон и Лейбниц оказались лучшими продолжателями начатого Декартом дела. Декарт заложил надежный фундамент нового алгебраического исчисления и ввел в математику алгебраическую функцию. Ньютон и Лейбниц в их исчислении бесконечномалых, которое включало и представление функций степенными рядами, заложили фундамент нового алгорифма, позволившего подвергнуть систематическому исследованию неизмеримо более обширный класс аналитических функций. Вместе с тем и общие идеи Декарта, и частные его результаты оказали мощное влияние на все последующее развитие математики, в том числе на творчество

---

[1] См.: Успехи математических наук, т. III, вып. 1, стр. 165.

Лейбница и Ньютона. Так, лейбницевы поиски „всеобщей характеристики“ — этого исчисления понятий, с которым было тесно связано открытие дифференциального и интегрального исчисления, — примыкали к декартову построению „всеобщей математики“, и образцом, который стоял при этом перед Лейбницем, являлся алгорифм буквенной алгебры.

Алгебра и аналитическая геометрия Декарта получили прямое продолжение в работах Ньютона. Во „Всеобщей арифметике“ (1707) Ньютон, несмотря на резкую критику своего предшественника в некоторых принципиальных пунктах, во многом отправлялся от „Геометрии“. Он отказывается от плана создания всеобщей математики на алгебраической основе, но создает всеобщую арифметику, и при этом энергично проводит в жизнь тенденции арифметизации алгебры, явственно наметившиеся у Декарта. Алгебра отрезков, в которой такую роль играло геометрическое построение корней, преобразуется в числовую алгебру. Для этого с самого начала формулируется определение вещественного числа как отвлеченного отношения произвольной величины к однородной с ней, принятой за единицу. Для решения численных уравнений предлагаются эффективные приемы вычисления их корней с любой степенью приближения, а за построением корней сохраняется скромная роль вспомогательного графического приема, полезного иногда для отыскания первых двух-трех цифр корня. При этом Ньютон отверг принцип Декарта — применение кривых с уравнениями возможно более низких степеней, поставив на его место практическое требование удобства описания кривых, которому вполне могут удовлетворять и некоторые трансцендентные линии. Во многих местах „Всеобщей арифметики“ Ньютон отправлялся от Декарта или его комментаторов. Он несколько совершенствует символику Декарта, дает новую теорему о числе действительных и мнимых корней уравнения, исследует границы действительных корней, продвигает далее изучение проблемы приводимости. В теории рядов он, как и Лейбниц, впервые дал широкое применение способу неопределенных коэффициентов, о котором сам Декарт в „Геометрии“ прозорливо писал, что прием этот „может пригодиться в бесчисленном множестве других задач и является не из последних в применяемом мной методе“ (351).[1]

В той же „Всеобщей арифметике“, значительный отдел которой отведен был алгебраическому решению многочисленных задач геометрии, и особенно в „Перечислении кривых третьего порядка“ (1704), Ньютон продолжил работу Декарта над созданием аналитической геометрии. Он внес полную ясность в вопрос о знаках координат, дал современную классификацию алгебраических кривых и впервые исследовал почти во всех деталях новый большой класс кривых третьего порядка. Учение о конических сечениях аналитически изложено было, впрочем, лишь во второй части „Введения в анализ“ Эйлера (1749).

Интересно отметить, что и Ньютон и Лейбниц усмотрели в аналитической геометрии Декарта еще одну ограниченность. Приложение алгебры к геометрии Ньютон считал чуждым истинному духу геометрических доказательств и лично предпочитал синтетические доказательства, блестящие образцы которых можно найти в „Математических началах натуральной философии“ и которыми он, видимо, пользовался и в „Перечислении кривых третьего порядка“ (сочинение это было опубликовано без доказательств). Лейбниц также считал метод координат чуждым геометрии как таковой. „Я, — писал он, — еще недоволен алгеброй в том отношении, что она в области геометрии не доставляет ни кратчайших путей, ни наиболее красивых построений“; он полагал, что следует создать чисто геометрический анализ, который бы столь же непосредственно выражал положение, как алгебра выражает величину. Эти идеи Ньютона и Лейбница реализованы были много позднее в проективной геометрии и различных геометрических исчислениях XIX в.[2]

---

[1] Ср. мою статью, приложенную к переводу „Всеобщей арифметики“ Ньютона, М., 1948.

[2] См.: Успехи математических наук, т. III, вып. 1, стр. 198 и сл.

„Геометрия“ Декарта определила развитие алгебры и аналитической геометрии на долгое время. В этих областях ученые XVIII в. работали преимущественно в направлениях, намеченных автором „Рассуждения о методе“. Только в начале XIX в. и алгебра и геометрия вступили в новую, более высокую стадию развития: алгебра соединяет свою судьбу с теорией групп, а геометрия преобразуется в общее учение о многомерных пространствах. Но мы не должны забывать, что исходным пунктом математики XIX столетия были плодотворные идеи Декарта о переменной величине и функциональной зависимости, о синтезе числа и протяжения — арифметики и геометрии — и о значении математических алгорифмов.

А. П. Юшкевич.

КОММЕНТАРИИ И ПРИМЕЧАНИЯ

К „Диоптрике“

[1] (к стр. 69). Вопрос об изобретении зрительных труб принадлежит к тем, которые возбудили наибольший интерес среди историков физики последних столетий. Даже в настоящее время нет полного единодушия относительно того, кто является истинным изобретателем. Несомненно, что случай позволил не одному пытливому исследователю, обладающему очковыми линзами, — а они появились еще в XIII в. и в XV в. были всем известны, — открыть зрительную трубу; Леонардо да Винчи в своих трудах описывает как однолинзовый телескоп (т. е. телескоп без окуляра, в котором последний заменяется глазом), так, повидимому, и настоящую трубу из двух линз. Известны и другие аналогичные открытия, причем для всех характерно то полное отсутствие интереса, которое они вызывали у своих авторов, рассматривающих эти трубы как курьезные игрушки. Согласно изысканиям Данжона и Кудэ, приоритет открытия принадлежит Жан-Баттиста делла-Порта, хотя последний, повидимому, не придавал зрительной трубе больше значения, чем занимательной безделушке. Схема построения зрительной трубы была известна Порта уже в 1580 г.; такие трубы изготовлялись в Италии в 90-х годах XVI ст., вероятно, по его идее, но по военным соображениям держались в секрете. Слухи об этих трубах вместе с некоторыми конкретными указаниями дошли до голландских оптиков из Миддельбурга. Захариас Янсен первым стал изготовлять и продавать такие трубы; его примеру последовал другой оптик этого города, его сосед, Ганс Липпергей, каким-то образом выведавший о работе Янсена. Секрет зрительной трубы стал постепенно распространяться по Голландии и дошел до упомянутого Декартом Якова Меция. Любопытно, что это изобретение вернулось на родину только много лет спустя и попало в руки Галилея; с этого момента началась новая эра в оптике.

Более подробно об этом вопросе см. весьма интересную статью С. И. Вавилова в сборнике „Галилео Галилей“, под ред. А. М. Деборина (1943).

[2] (к стр. 70). Ссылки Декарта на неправильность и неопределенность гипотез в астрономии становятся понятными, если вспомнить, что в то время, когда он писал свою „Диоптрику“, спор между сторонниками теории Коперника и ее противниками еще не мог считаться решенным, хотя все наиболее передовые ученые того времени склонялись на сторону Коперника.

Это место очень характерно для „философа в маске“. „Диоптрика“ составлялась автором в неспокойное время: начатая за несколько лет до осуждения Галилея, она была закончена, когда Декарт пребывал еще под впечатлением этого устрашающего события. Будучи сам убежденным сторонником теории Коперника и лишенный возможности признать это из страха перед возможными последствиями, а также отрицать, потому что слишком многим его убеждение было известно, он избегает каких бы то ни было определенных высказываний на этот счет. Рассматриваемое суждение об астрономах может служить образцом такой компромиссной манеры: не цитируя ни одной фамилии, Декарт ограничивается общими словами об ошибочных гипотезах в астрономии, указывая, что и они приносят пользу.

[3] (к стр. 71). До конца XVII в., когда Ромер на основании своих наблюдений над спутниками Юпитера доказал конечную скорость распространения света, мгновенное распространение последнего считалось очевидным. Впрочем, Галилей сомневался в этом и попытался опытным путем измерить скорость света.

Опыт, проведенный на расстоянии в одну милю тогдашними средствами, естественно, дал отрицательный результат, который, впрочем, не разубедил Галилея в его мнении о конечной скорости света. Все же большинство ученых держалось противоположного взгляда и для подтверждения его пользовались подчас весьма странными аргументами. (См.: Г. Галилей. Беседы и математические доказательства. Русский перевод Долгова: 1943, стр. 110 и сл.).

[4] (к стр. 71). Такое определение цветов по существу нельзя признать неправильным, но оно мало плодотворно. Декарт правильно описывает роль самих тел, рассеивающих свет, но он упускает из виду, или, точнее, не знает, что цвет зависит от источника света. Через полвека Ньютон открыл дисперсию света и сложный состав дневного света, — это был следующий шаг в теории цвета. Роль приемника световой энергии — глаза — в процессе ощущения цветов была исследована лишь в XIX в

[5] (к стр. 72). В этом месте Декарт высказывается против существования частичек или корпускул, переносящих свет, и является здесь

сторонником теории передающей среды, которую он нигде не называет (если исключить одно упоминание слова „эфир“ в письме Мерсенну от 8 октября 1629 г. в связи с вопросом о разрежении воздуха). К вопросу об этой среде он возвращается в письме к тому же Мерсенну от 15 апреля 1630 г., отвечая на некоторые вопросы последнего: „Эти маленькие частицы, которые входят, когда тело разрежается, и выходят, когда тело сгущается, и проходят через самые твердые предметы, состоят из одной материи, общей всему тому, что зримо и ощутимо; не следует их рассматривать ни как атомы, ни как твердые тела, но как субстанцию в высшей степени текучую и субтильную, заполняющую поры других тел. . . Тепло и разреженный воздух представляют собой не что иное, как смесь с этой материей“. Упоминание об атомах встречается в III главе „Трактата о свете“. „Если вы постараетесь проследить за теми маленькими телами, которые обычно называют атомами и которые видны в лучах Солнца, то увидите, что они беспрестанно летают и так, и этак, и тысячами разных способов, хотя нет никакого ветра, который бы их приводил в движение“. В письме к своему другу Ренери от 2 июня 1631 г. Декарт дважды упоминает об эфире, сравнивая воздух с шерстью, а эфир, заполняющий поры воздуха, с вихрями ветра, дующего внутри этой шерсти.

Более полные сведения о взглядах Декарта на эфир и атомы можно получить в первых главах „Трактата о свете“, (Ренэ Декарт, Избранные произведения, 1950), а кое-что повторяется в первой главе „Метеоров“.

Для понимания дальнейшего достаточно представить себе эфир в виде несжимаемого, бесконечно упругого тела, заполняющего все поры тел и передающего мгновенно движения или стремления к движению, происходящие в светящихся телах. Впрочем, такие взгляды уже ранее встречались у греческих философов.

6 (к стр. 72). У Декарта познавательные образы — Espèces intentionelles. По Демокриту, все предметы излучают постоянно вокруг себя образы, повторяющие их внешний вид в сильно уменьшенном размере. Эти частицы-образы проникают в тело через органы чувств и запечатлеваются в душе. Отпечатки, схожие с предметом, создают зрительные, а может быть, и другие впечатления. (Не безинтересно отметить, что слова „впечатление“ и „отпечаток“ имеют общий корень: как видно, идеи Демокрита не лишены наглядности).

Учение Демокрита было использовано и искажено Аристотелем; согласно последнему, все объекты, которые мы себе мысленно представляем, проникают в наше сознание через органы чувств не непосредственно, но в виде образов, т. е. изображений предметов, лишенных всякой материи: так, воск воспринимает след печати, хотя последняя не оставляет на нем никаких материальных частиц.

Эти представления почти без всяких изменений дошли до современников Декарта — Гоббса и Гассенди, которые развивали их, не внося существенных исправлений. Декарт объявил себя решительным противником этих воззрений.

[7] (к стр. 72). Среди древних философов, как Евклид, Птоломей, современников и последователей Демокрита (V в. до н. э.), существовало мнение, что глаза излучают лучи, ощупывающие предметы и передающие обратно зрительные ощущения. Демокрит, а позже сам Аристотель, восставали против этой теории и полагали, что свет излучается рассматриваемыми предметами. Поэтому представляется несколько удивительным, что Декарт двадцать веков спустя высказывает такие же взгляды, по крайней мере по отношению к зрению ночных зверей, у которых, по его мнению, глаза содержат определенный запас света.

[8] (к стр. 74). Достойно внимания, что Декарт подчеркивает различие между движением и „стремлением“ к движению. Это представляет собою следующий шаг по пути к эфиру. Все же было бы поспешным причислить Декарта к предшественникам волновой теории, как это будет доказано в дальнейшем: закон преломления выводится им из соображений, заимствованных из чисто корпускулярных воззрений (стр. 78 и след настоящего издания). Впрочем, желая избегнуть упрека в непоследовательности, Декарт пишет, что „действие или стремление к действию должно следовать тем же законам, что и движение“. Это дает ему возможность заменить свою неопределенную разреженную среду — прообраз эфира — движением мячей, основные свойства которых хорошо известны.

[9] (к стр. 86). Это описание явления преломления света через поверхность, разделяющую две среды, и сопровождающих его процессов отражения, рассеяния и поглощения, если исключить все то, что относится к цвету, по существу, если не по форме, мало отличается от современного изложения и не лишено наглядности.

Декарт заканчивает свое знаменитое доказательство закона преломления указанием, что пропорциональность имеет место между синусами углов падения и преломления, а не между самими углами, как это обычно предполагали ранее. Впрочем, уже из таблицы Птоломея, приведенной в конце этого примечания, явствует, что пропорциональность между углами соблюдается лишь при малых углах, а при больших имеются значительные отступления от пропорциональности. Кеплер также совершенно точно знал, что нет пропорциональности между углами, так как ему было известно о полном внутреннем отражении, но при своих рассуждениях он исходил из этой пропорциональности для простоты выкладок.

Вся цепь рассуждений Декарта проведена в духе физики XVIII—XIX вв., а моментами, можно даже сказать — в духе современной физики, лишь старинный слог и характерная для XVII в. манера изложения выдают истинную эпоху, когда Декарт писал свою „Диоптрику". Интересно для контраста читать произведения современников его, большинство которых находилось в значительной степени во власти схоластики и предрассудков. С этой целью следует перелистать книгу одного из наиболее крупных и передовых умов того времени, уважаемого Декартом (их было весьма мало) Кеплера, которого он звал своим учителем, книгу, известную под названием „Ad Vitellionem Paralipomena, seu astronomiae pars optica" („Дополнения к Вителлию, или оптическая часть астрономии", 1604). Об этой книге, по рассказу французского каноника Жана Тарда, посетившего Галилея, последний, на вопрос, заданный ему относительно преломления лучей и изготовления объективов, ответил, что эта наука еще мало развита и что излагал ее только Кеплер, математик императора, написавший об этом особую книгу, но настолько темную, что автор, повидимому, не понимал сам себя. Впрочем, справедливости ради необходимо добавить, что несколько лет позже Кеплер написал свою „Диоптрику", представляющую в некоторой степени новое издание „Paralipomena", выбросив из последней всю магию и схоластику. Обе „Диоптрики" — Кеплера и Декарта — являлись редкими исключениями в эту переходную эпоху.

По существу доказательства следует обратить внимание на следующее: аналогия с мячом действительно приводит к закону синусов, но приходится ее автору прибегнуть к мало убедительным рассуждениям, чтобы доказать, что в более плотной среде угол луча с нормалью меньше (а не больше), чем в менее плотной. Однако это обстоятельство практического значения не имеет, так как отношение показателей всегда определяется из измерений.

Несколько слов об исторической стороне вопроса, поскольку он вызвал страстные споры. Закон преломления был открыт голландским математиком и физиком Виллибрордом Снеллиусом, умершим в 1626 г., не успев его опубликовать. После его смерти математик Гооль, с которым впоследствии Декарт поддерживал переписку, обнаружил среди его бумаг заметку о законе преломления. Точная дата открытия не известна; неизвестно также, кому Снеллиус сообщал о своем открытии, и сообщал ли кому-нибудь о нем.

Декарт владел этим законом приблизительно с 1627 г., насколько можно судить по письму его к Гоолю от 2 ноября 1632 г. в котором он указывает, что пять лет тому назад (т. е. в 1627 г.) он заказывал линзу с гиперболической поверхностью,—это свидетельствует о том, что точный закон преломления был ему известен.

В своем письме Гюйгенсу от 1 ноября 1632 г. Гооль сообщает, что оба — Снеллиус и Декарт — пришли к одному и тому же закону, „но различными путями: француз — через принципы и причины, голландец — через следствия и эксперименты“.

Гюйгенс, а после него Лейбниц, обвиняют Декарта в том, что во время одной из его поездок в Голландию (1619 и 1628) он получил от математика Гортензия сведения о труде Снеллиуса и использовал его, нигде не сославшись на него. На основании последних работ, посвященных этому вопросу, Декарт дошел до формулировки закона преломления самостоятельно.

Отмечая мимоходом несущественность вопроса о том, знал ли Декарт о работе Снеллиуса или нет, остановимся подробнее на развитии работ, связанных с преломлением. Вопрос о преломлении света при переходе его из одной среды в другую занимал внимание ученых с древнейших времен. Астроном и физик Птоломей (70—147), наблюдавший изменение видимого положения звезд вследствие атмосферной рефракции, желая определить количественную сторону явления, занялся изучением преломления на границе двух сред и построил ряд таблиц, приводящих соотношение между углом падения и углом преломления. Как видно из прилагаемой таблицы (см. статью С. И. Вавилова, упомянутую на стр. 561 этого издания), точность измерений очень высока для своего времени.

Угол падения (в градусах) . .	10	20	30	40	50	60	70	80
Истинный угол преломления	8	15.5	22.5	28	35	40.5	45	50
Угол преломления, по Птоломею	7.5	15	22	29	35	40.5	45	47.5

От Птоломея до Кеплера положение мало изменилось. Точные методы измерения углов еще не появились: все они опираются на применение оптических инструментов; но Кеплеру, автору первой в мире „Диоптрики“, содержащей описание зрительных труб, необходимо было знать точный закон преломления, и он много лет своей жизни трудился над этим вопросом, проделав большое число измерений и построив подробные таблицы углов преломления. Великий астроном и математик, открывший на основании неимоверно запутанных результатов наблюдений Тихо-Браге и других законы движения небесных светил, вращающихся около солнца, несмотря на продолжительные искания, не смог найти правильной формулировки закона преломления. В этом ему помешал неудачной выбор величин, а именно угла падения и угла отклонения луча (т. е. разность между углами преломления и падения). Между этими углами не существует простой зависимости. Кеплер должен был отказаться от точной формулировки и применять закон пропорциональности углов, неправильность которого для него не вызывала сомнений; впрочем, для первых шагов в теории оптических систем этого было вполне достаточно.

Большая заслуга Декарта заключается в том, что он понял необходимость точной формулировки закона преломления для выяснения вопроса о причине плохого качества изображения, даваемого оптическими инструментами его эпохи. В связи с этим необходимо остановиться подробнее на значении термина „точная формулировка" и объяснить, почему, опираясь на неверную формулировку закона, Кеплер получил ряд правильных формул и результатов. Напишем точный закон преломления в виде

$$n' \sin i' = n \sin i.$$

Разлагая $\sin i$ и $\sin i'$ в ряд по степеням i и i', получаем

$$n'\left(i' - \frac{i'^3}{6} \ldots\right) = n\left(i - \frac{i^3}{6} \ldots\right).$$

Из этой формулы мы видим, что при бесконечно малых i и i' отношение синусов превращается в отношение углов. А вся так называемая параксиальная оптика, т. е. та элементарная оптика кардинальных точек, из которой вытекают формулы, связывающие положение предмета с положением изображения, выводится в предположении бесконечномалых углов. Отступления от точной пропорциональности углов падения и преломления сказываются только при вычислении аберраций оптических систем. Этим объясняется, почему теория аберраций могла возникнуть только после того, как стал известен закон преломления в своей точной формулировке, т. е. после Декарта. Сам Декарт, зная об аберрациях, в частности сферической, исправил ее, придавая преломляющим поверхностям специально подобранную форму.

10 (к стр. 87). Такой способ определения показателей преломления по многим довольно очевидным причинам точностью не отличается, хотя в принципе правилен. Любопытно, что Декарт нигде не говорит о полном внутреннем отражении, непосредственно вытекающем из его закона преломления и позволяющем с гораздо большей точностью решить поставленную им задачу. Явление полного внутреннего отражения было известно еще до него: Кеплер глухо упоминает о нем в своей „Диоптрике" (стр. 10),[1] отмечая, что максимальная рефракция в горном кристалле равна приблизительно 48° (точный расчет дает 48° 10′). Странно, что Декарт умалчивает о явлении столь важного

[1] Страница указана по переводу на немецкий язык Плена (Лейпциг, 1904).

прикладного значения и с такой простотой вытекающем из его закона преломления.

11 (к стр. 88). Такие рассуждения и доказательства, основанные на аналогиях, постепенно вышли из употребления: они мало убедительны, ибо, согласно старинной французской пословице, — comparaison n'est pas raison (сравнение — не объяснение).

12 (к стр. 89). В настоящее время это называется „принципом обратного хода света“. Этот принцип не имеет исключений; следующие строки, в которых Декарт допускает наличие таких тел, которые не подчиняются этому принципу, основаны на недоразумении. Действительно, существуют среды, проходя через которые лучи искривляются: это неоднородные среды, т. е. среды, внутри которых показатель преломления меняет свое значение, например окружающая нас атмосфера. Однако и в этих средах принцип обратного хода света удовлетворяется с полной строгостью. То же самое, конечно, происходит и во всех других случаях.

13 (к стр. 91). Стеклообразная структура хрусталика ввела Декарта в обман: на самом деле показатель преломления хрусталика мало отличается от показателя воды и равен 1.39.

14 (к стр. 91). Это явление хорошо исследовано в настоящее время под названием „адаптации“. Известно также, что изменение диаметра зрачка вызывается рядом сильных ощущений (страх, ужас, боль), что правильно отмечено Декартом; впрочем, эти явления уже описаны в древнейших литературных произведениях. Но особый интерес представляют наблюдения, выполненные Декартом над зрительными ощущениями детей.

Прежде всего обращает внимание объективное явление сужения зрачка при приближении рассматриваемого объекта; Декарт, естественно, не мог понимать значения различных привходящих обстоятельств, сопровождающих опыт. В настоящее время работами Н. И. Пинегина установлено, что увеличение площади раздражителя (светящегося тела) вызывает сужение зрачка; очевидно, такое же действие оказывает приближение этого раздражителя. Вероятно, Декарт применял в качестве объекта факел или подобное яркое тело.

Но еще более интересны замечания Декарта относительно влияния на величину зрачка мысли о ярком свете или темноте. Этот факт проверен; как указывает Кравков, „у лиц с живым воображением уже при одной мысли о ярком свете или темноте путем условного рефлекса вызывается соответствующее сужение или расширение зрачков“ (Кравков. Глаз и его работа. 1950, стр. 88).

Ряд мест в этой главе „Диоптрики“, а также в других произведениях Декарта свидетельствует о том, что их автор, как правильно отмечает большинство комментаторов Декарта, предвосхитил учение об условных рефлексах, что для XVII столетия следует считать крупным достижением, так как это учение принадлежит к самым тонким и сложным. Лишь в XIX столетии Сеченов и в особенности гениальный физиолог Павлов выяснили природу условных рефлексов и показали их громадное значение в физиологии человека. Павлов высоко ценил Декарта, о чем свидетельствует бюст последнего, стоявший на его рабочем столе в Колтушах.

[15] (к стр. 91). Эффект сужения зрачка при внимательном рассматривании предмета в современной литературе по физиологии зрения не описан, и, вероятно, не подвергался исследованию. Тем не менее можно его считать вполне возможным, по крайней мере когда наблюдатель присматривается в плохих условиях освещения, например в сумерках, в темной комнате. Опытами доказано, что наилучшая острота зрения получается при диаметре зрачка 2.5—3 мм. Не представляется невероятным, чтобы в результате условного рефлекса желание внимательно присматриваться к предмету приводило к тому, что зрачок сужается до указанной величины; однако это явление усложняется адаптацией, которая может вызывать обратный результат. Несомненно, что рассматриваемый вопрос может представить интерес для современных физиологов.

[16] (к стр. 92). Трудно себе представить, что это описание основных свойств глаза, под которым мог бы подписаться современный оптик после добавления нескольких несущественных поправок, выполнено более 300 лет назад, когда наука об анатомии только рождалась и такие гениальные мыслители, как Галилей, плохо разбирались в роли и работе глаза.

[17] (к стр. 93). В XVII в. слова „sens commun“ имели иной смысл, чем в настоящее время, когда их нельзя перевести иначе, как с помощью слов: здравый смысл. Декарт этими словами выражает понятие, объединяющее в себе все разновидности чувства (зрение, осязание и т. д.); можно перевести их словами: „вместилище чувств“.

[18] (к стр. 93). Душа, по Декарту, в противоположность телу — понятие, лишенное протяженности и материи, представляет собой приемник ощущений и впечатлений и связана с телом через посредство нервов.

Более подробно о душе см. гл. VI.

[19] (к стр. 95). Намек на „познавательные образы“; см. примеч. 6.

[20] (к стр. 96). Декарт принадлежал к той школе философов, для которых сами по себе ощущения не позволяют правильно воспринимать внешний мир. Такого же направления были древнегреческие элейские философы, к которым принадлежали Ксенофан и Парменид. Послед-

ние учили, что лишь разум на основании ощущений позволяет познать подлинное бытие. Эти воззрения противопоставлялись взглядам софистов, например Протагора, считавшего, что человек есть мера всех вещей, и отрицавшего объективное существование внешних объектов.

К последователям элейской школы принадлежал и Демокрит, создавший наивную теорию познавательных образов — частиц, воспроизводящих в микроскопических масштабах предметы, из которых они выбрасывались, чтобы попасть в глаз и создавать в мозгу отпечатки предмета.

Декарт, высмеивая „познавательные образы“, заменяет их гораздо более совершенной, основанной на первых успехах анатомии и физиологии, теорией. Обычно считают, что Декарт преувеличивает роль разума и принижает влияние чувств, — эта ошибка была позже исправлена французскими энциклопедистами. Для Декарта такое преувеличение роли разума в познании окружающих предметов естественно: разум — основа его философской системы.

Согласно диалектическому материализму, отражение в сознании человека материальных объектов представляет собой сложный процесс, совершающийся в диалектическом развитии. Этот процесс проходит „от живого созерцания к абстрактному мышлению *и от него к практике*...“ (В. И. Ленин. Философские тетради. 1947, стр. 146).

Декарт заканчивает главу изложением идеи, глубина которой станет понятной лишь позже: душа может ощущать столько же качеств в каком-нибудь осязаемом теле, сколько имеется разновидностей в движениях, вызываемых этим телом в мозгу. Короче — каждой разновидности движения соответствует ощущение качества. Примером, иллюстрирующим эту идею, может служить теория цветов Декарта (гл. I), согласно которой каждый цвет вызывается определенной комбинацией вращательного и поступательного движения частиц эфира, передающих ощущения цвета от предмета к мозгу человека.

21 (к стр. 97). Первые опыты с „камерой обскурой“ были произведены Леонардо да Винчи и делла Порта; но никто до Декарта не давал такого правильного и близкого к современным воззрениям объяснения; естественно, слабым местом является вопрос о цветах.

22 (к стр. 100). Эта теория цветов является передовой по сравнению с тем, что предлагали предшественники Декарта, для которых цвет представляет собой результат смешения черного с белым. Однако автор проявляет любопытную непоследовательность, оставляя в стороне роль приемника световой энергии — сетчатки.

Ощущение цвета является субъективным и обусловливается строением светочувствительного слоя сетчатки. Объективным является, как правильно указывает Декарт, движение частиц, называемых им атомами, передающих энергию от предмета к мозгу (см. примеч. 21).

23 (к стр. 103). При первом чтении нельзя понять причину нерезкости изображения на краях сетчатки. Декарт ее объясняет лишь много позже, в VIII главе. Речь идет, согласно автору, о сферической аберрации (по современной терминологии). Здесь Декарт делает ту ошибку, какую совершает позже при изучении линз и зрительной трубы, а именно: он значительно переоценивает значение сферической аберрации по сравнению с другими аберрациями, которых, впрочем, он знает очень мало. На самом деле сферическая аберрация глаза, которая, кстати, только в последнее время была подробно исследована, в обычных условиях нами не ощущается, так как мы приспособились к ней. Причина правильно отмеченного Декартом падения резкости по мере того как изображение предмета уходит от оси глаза (точнее, от центра желтого пятна) заключается в том, что структура сетчатки, на которую принимается изображение, быстро изменяется и делается все грубее и грубее по мере удаления от желтого пятна.

В рассуждении Декарта есть еще одна ошибка. Сферическая аберрация остается постоянной при изменении положения изображения. Поэтому то ухудшение, о котором пишет Декарт, не может быть объяснено указанной аберрацией даже при отсутствии влияния структуры. Обвинять Декарта в указанных ошибках было бы по меньшей мере несправедливо, принимая во внимание, во-первых, что исследованием структуры сетчатки начали заниматься лишь в XIX в.; во-вторых, теория аберраций в достаточно полном объеме была разработана только во второй половине того же XIX в.

Любопытно отметить, что еще и в настоящее время встречается такая переоценка роли аберраций. Итальянский оптик Арджентиери обратил внимание на то, что кривизна поверхности сетчатки как раз соответствует кривизне поверхности изображения, даваемого оптической системой глаза, откуда напрашивается вывод, что форма и даже отчасти размеры глазного яблока приспособились к условию устранения аберрации. Такое постепенное приспособление действительно совершается, когда к этому имеются серьезные побудительные причины. Но в данном случае, откуда могут появиться достаточно сильные стимулы к исправлению аберрации, которая даже не ощущается нами и к тому же тонет в нерезкости, вызываемой огрублением структуры сетчатки на ее периферии?

24 (к стр. 108). В этих рассуждениях, которые несколько отступают от основной темы главы, Декарт высказывает несколько положений

геометрической оптики, правда в очень общих чертах, касаясь лишь качественной стороны законов оптики.

Любопытно отметить, что Декарт, обладавший точной формулировкой закона преломления, не попытался построить более совершенную теорию оптических систем, чем это сделал Кеплер. Это было тем более необходимо, что теория Кеплера, изложенная в его „Диоптрике“, очень несовершенна, даже с точки зрения его упрощенного закона преломления. Несомненно, что решение этой задачи было вполне по силам Декарту, но, повидимому, он не оценил значения ее. К тому же в те времена еще не установилось то стремление к точным математическим формулировкам, которое начало развиваться несколько позже и по отношению к физике, например в работах Ньютона.

25 (к стр. 109). Как свидетельствует переписка Декарта, последний начал интересоваться вопросами анатомии и происхождения животных и людей очень рано. Уже в 1629 г. в его письмах к своим корреспондентам, в частности к Мерсенну, встречаются указания на его занятия по медицине и смежным наукам.

26 (к стр. 112). Мы встречаем здесь впервые после Мавролика, высказавшего в середине XVI в. ряд фотометрических положений, и Галилея, у которого встречаются некоторые соображения о рассеянии лучей в связи с отраженным от Луны светом, о которых Декарт, вероятно, не знал, — совершенно правильные, но не доведенные до конца рассуждения о фотометрии. Еще один, сам собой напрашивающийся шаг — и Декарт пришел бы к известному положению о том, что кажущаяся яркость протяженных предметов не изменяется, когда меняется расстояние до предметов (конечно при постоянной величине зрачка). В дальнейших рассуждениях, связанных с цветом, обнаруживается любопытная смесь верных и неверных высказываний, причем достаточно ввести незначительные поправки, чтобы получить правильные и для того времени оригинальные результаты.

27 (к стр. 114). Этим безукоризненным даже с современной точки зрения рассуждением Декарт кладет конец очень распространенному в те времена и встречающемуся еще и в настоящее время мнению, согласно которому мы на самом деле видим предметы перевернутыми, и лишь особым усилием нашей воли заставляем себя воображать правильно расположенными. Такую же точку зрения излагал до него Кеплер.

28 (к стр. 118). Все перечисленные Декартом признаки, по которым мы оцениваем расстояние до предметов, и в настоящее время не устарели и указываются в специальных руководствах. Есть различие только в терминологии, которая в „Диоптрике“, естественно, отличается от современной. Например, не ясно, что следует понимать под словами „свет сильнее“? В настоящее время для определения различных фото-

метрических понятий мы располагаем рядом таких терминов, как яркость, освещенность, поток, сила света, и т. д.; естественно, в эпоху Декарта четкой дифференциации между этими понятиями не было. В рассматриваемом месте следует понимать эти слова так: „световой поток больше". Действительно, приближаясь к глазу, предмет посылает на зрачок более сильный поток. Но сетчатка в случае протяженных предметов реагирует не на поток, а на яркость предмета, а последняя не зависит от положения предмета относительно глаза; этот фотометрический признак едва ли полезен для определения расстояния.

29 (к стр. 121). Здесь в рассуждениях Декарта имеется неясность. Очевидно, что световые лучи, встречая на своем пути зеркало, меняют свое направление; но осталось без объяснения замечание автора „Диоптрики" о том, что это явление вводило в обман древних физиков, искавших изображения в этих зеркалах. Изображения выглядят точно так же, как и предметы: как последние, они излучают световые лучи, если не непосредственно, то по таким же законам, как и предметы, освещенные источником, роль которого в случае изображений играет так называемый „выходной" зрачок оптической системы. Единственное, что действительно отличает изображения от создающих их предметов, это их полная прозрачность, отсутствие материальности, столь непривычной для наших зрительных восприятий и сильно затрудняющей определение их положения, тем более, что такой лишенный материи предмет невольно проектируется на ближайший за ним, реально ощущаемый объект, чаще всего — само зеркало.

30 (к стр. 121). Остроумное рассуждение, но мало убедительное: большинство лиц, опрашиваемых относительно кажущихся размеров луны и солнца, указывают гораздо меньшие величины: с тарелку, с блюдечко, с яблоко, даже с гривенник. В этих оценках произвол настолько велик, что положить их в основу для определения границы ощущения глубины рискованно. Так называемый порог глубины, или пороговый бинокулярный параллакс, т. е. наименьший угол, под которым видно расстояние между глазами из наиболее удаленной точки, еще отличимой от бесконечности, зависит от многих причин, но в среднем, как это определено в опытах Гассовского и Никольской, равно 10—12″, что соответствует расстоянию в 2—2.5 км, т. е. в пятьдесят раз больше, чем предполагал Декарт! Однако приведенные здесь числа являются результатом весьма тонких опытов; в обычных условиях рассматривания окружающих нас предметов этот порог кажется нам намного меньше, и представления Декарта являются довольно правдоподобными.

31 (к стр. 122). Очень характерное для Декарта предположение. См. примеч. 14.

32 (к стр. 123). Рассуждение о причине, почему яркие тела кажутся больше других при одинаковых угловых размерах, принято и сейчас.

Явление, описанное Декартом, называется иррадиацией; оно было уже описано Кеплером.

33 (к стр. 125). Четыре условия, поставленные Декартом, могут быть коротко изложены следующим образом:

1) изображения должны быть безаберрационными;
2) увеличение должно быть значительным;
3) яркость не должна быть ни слишком мала, ни слишком велика;
4) поле зрения должно быть наибольшим.

34 (к стр. 126). Остроумное, но неправильное объяснение так называемой „старческой“ дальнозоркости (пресбиопия). На самом деле описанное Декартом явление вызывается склерозом мускулов, управляющих аккомодацией.

35 (к стр. 129). Декарт пришел к описанию микроскопа (или лупы) довольно оригинальным путем, исходя от очковой линзы. По существу все его рассуждения правильны, так же как и его исходное положение о том, что увеличение, или, точнее, величина изображения на сетчатке, зависит от трех величин, перечисленных в тексте. Но выбор этих величин оказался неудачным. К этому вопросу мы вернемся в следующем примечании.

36 (к стр. 134). Изложение действия зрительных труб и сложных микроскопов свидетельствует о богатом воображении и замечательных способностях автора „Диоптрики“, но одновременно с тем о полном отсутствии общей теории оптических систем даже в самом элементарном виде. Декарт не владел или не знал, или, как иногда у него бывало, нарочно игнорировал „Диоптрику“ Кеплера. С помощью общих положений, изложенных в этой книге, с небольшим числом дополнений, которые позволяют ввести те новые сведения о показателях и о законе преломления, полученные им, Декарт мог изложить более кратко и просто, и при этом гораздо более общо, теорию микроскопов и зрительных труб. В этой части своей книги ее автор отступил от правил, преподанных им в первой основной программной части „Рассуждения о методе“.

37 (к стр. 135). Способ для ослабления яркости, предлагаемый Декартом, не может быть рекомендован, и наоборот, отвергаемый им — применение темных или цветных фильтров — предпочтительнее (при условии, что поверхность этих фильтров достаточно хороша). Уменьшение диаметра зрачка приводит к уменьшению сферической аберрации, и этот факт для Декарта имеет решающее значение, поскольку он знает о его существовании, но в действительности гораздо большее значение имеет диффракция, вызывающая в изображении нерезкость тем большую, чем меньше диаметр зрачка. О диффракции, однако, Декарт не знал: она была открыта позже (1665) Гримальди.

[38] (к стр. 135). Давая правильное освещение значения вопроса о поле зрения, Декарт приходит все же к неверному выводу о невозможности увеличивать его техническими средствами.

В эпоху, когда писал Декарт, были известны две категории зрительных труб: трубы Кеплера и трубы Галилея, отличающиеся друг от друга тем, что в первой из них окуляр представлял собой простую положительную линзу, во второй — простую отрицательную линзу. В первом случае поле зрения может быть увеличено заменой простой линзы системой положительных линз большого диаметра, так как, грубо говоря, при прочих равных условиях величина поля зрения пропорциональна диаметру окуляра; следуя этому принципу, идя на значительное усложнение конструкции окуляров, современные оптики увеличили поле зрения более, чем вдвое. Но и в трубе Галилея увеличение поля зрения также возможно, но другим приемом, а именно увеличением диаметра объектива. Так как по этому направлению нельзя итти далеко, при равных увеличениях поле зрения труб Кеплера всегда больше. Этим объясняется с первого взгляда непонятная фраза Декарта: „путем его оборачивания". Действительно, труба Галилея дает прямое изображение, в то время как труба Кеплера дает обратное, но при большем поле.

[39] (к стр. 136). Исправление дефектов глаза тренировкой или усиленной работой последнего, или даже специальной гимнастикой глаза относится к самым сложным вопросам глазной медицины, еще не получившим окончательного разрешения.

Поверье об индейцах, пристально рассматривающих солнце, не лишено основания: путем тренировки можно усиливать сопротивляемость ослепляющему действию солнца.

[40] (к стр. 138). Буквально: горящие точки. Почти на всех языках аналогичные по смыслу термины обозначают фокусы оптических систем. Происхождение этих слов легко понять: если направить оптическую систему на солнце, то в этой точке происходит концентрация световой энергии, и легко воспламеняющиеся предметы, помещаемые в этой точке, загораются. Латинское слово focus (фокус) имеет приблизительно тот же смысл, а именно: очаг. Оно было введено Кеплером.

В издании Мэра на рис. 37, 38 и 40 изображены два отрезка ab, в тексте не упомянутые. В настоящем издании они выпущены.

[41] (к стр. 140). Это доказательство может быть получено проще на основании принципа Ферма, современника и соотечественника Декарта. Из этого принципа вытекает, что в идеальной оптической системе оптический путь, отделяющий точку-объект от точки-изображения, одинаков для всех лучей.

Приводим доказательство. Предположим, что точка A лежит на директрисе эллипса, тогда $HB = eAB$, где e — эксцентриситет эллипса.

Согласно основному свойству эллипса, $HB+BI=2a$, где a — длина полуоси эллипса. Из принципа Ферма имеем

$$n\,\overline{AB}+n'\overline{BI}=C \quad \text{или} \quad n\overline{AB}+n'(2a-\overline{HB})=C$$

$$n\overline{AB}+n'(2\,a-e\,\overline{AB})=\overline{AB}(n-n'e)=C-2an'$$

Итак, если брать $e=\frac{n}{n'}$, оптический путь ABH от директрисы до фокуса одинаков для всех лучей. Вместо директрисы, очевидно, можно рассматривать любую другую прямую, параллельную ей, прибавляется лишь некоторая постоянная добавочная оптическая длина.

Это же доказательство приложимо для гиперболы, но там фокус оказывается мнимым.

В „Диоптрике" Декарт рассматривает только случай, когда на преломляющую поверхность падает параллельный пучок. Правда, он остроумно обходит это ограничение тем, что в случае сходящихся или расходящихся пучков он применяет системы двух линз, эллиптических или гиперболических, между которыми проходит пучок параллельных лучей. Но несколько позже, в „Геометрии", он решает общий вопрос о преломляющих поверхностях, отражающих безаберрационно любую точку в любую другую. Эти поверхности получили название „декартовых овалов". Впрочем, следует отметить, что они не получили практического применения. Причина заключается прежде всего в том, что изготовление таких поверхностей представляет большие трудности, и, кроме того, необходимость в них отпадает в силу того, что исправление сферической аберрации, а вместе с ней и хроматической, о существовании которой Декарту было неизвестно, может быть выполнено с помощью одних сферических поверхностей, хотя и не так совершенно, как с помощью овала Декарта, впрочем, вполне достаточно для практики.

Уже Кеплер в своей „Диоптрике" отметил, что форма преломляющей поверхности, при которой параллельный пучок сводится строго в точку, „приблизительно гиперболична" (стр. 27).[1] Кеплеру было известно, что при больших углах падения рефракция (т. е. угол между преломленным и падающими лучами) оказывается больше, чем следует согласно закону пропорциональности углов. Его чутье подсказало ему правильное решение.

Любопытно, что при рассуждениях о форме преломляющей поверхности он использует известное ему свойство полного внутреннего отражения и численное значение этого угла для случая горного хрусталя (см. примеч. 10). Он полагал, очевидно из соображений исправления

[1] См. примечание на стр. 566.

аберрации глаза, что сечение поверхности хрусталика имеет вид гиперболы.

[42] (к стр. 151). Системы, обладающие тем свойством, что параллельные пучки, падающие на систему, выходят из нее параллельными же пучками, но другого сечения (в общем случае), заслуживают того, чтобы на них остановиться подробнее.

К этим системам, известным в настоящее время под названием телескопических, относятся все зрительные трубы как земные, так и астрономические, и поэтому они имеют большое значение, особенно для оптиков XVII в. Эти системы обладают свойствами, совершенно отличными от свойств других оптических систем: например, угловое линейное и продольное увеличение этих систем не зависит от положения предмета. Сам Декарт не исследовал свойств телескопических систем, как, впрочем, и других; даже вопрос увеличения этих систем, важность которого очевидна, не был затронут Декартом, несмотря на то, что он посвятил им целую главу.

[43] (к стр. 156). На этих страницах Декарт рассматривает очень важный вопрос об аберрациях пучков, исходящих из точек, отличных от осевых. Однако его рассуждения имеют общий, качественный характер, мало убедительны, а иногда и неверны. Не всегда меньшие кривизны поверхностей вызывают меньшие аберрации наклонных пучков. Явление аберраций гораздо сложнее, чем представлял себе Декарт. Эта сложность может быть охарактеризована тем, что вопрос об аберрациях полностью был решен только в конце XIX ст., хотя за это решение брались такие математики, как Ньютон, изучивший сферическую аберрацию, хроматическую, определивший фокусы астигматических пучков, как Леонард Эйлер в Петербурге, Клеро в Париже и многие другие.

Тем не менее чутье и здравый смысл и на этот раз не обманули Декарта: и посейчас конструктора-оптики при выборе оптических схем руководятся аналогичными соображениями.

[44] (к стр. 158). Эффект, о котором пишет здесь Декарт, имеет второстепенное значение; он зависит преимущественно от толщины линзы. Гораздо большее значение имеет для вопроса об увеличении оптической системы (хотя он об этом умалчивает) фокусное расстояние окуляра. К сожалению, это понятие, до которого почти дошел Кеплер в своей „Диоптрике“, осталось совсем чуждым Декарту, так как последний не позаботился построить общей, хотя бы упрощенной, теории изображений в оптических системах.

[45] (к стр. 159). Несомненно, мы видим здесь первую попытку ввести совершенно новое понятие входного зрачка и вообще зрачка. Автор вполне отдает себе отчет в абстрактности этого понятия и в возможных недоразумениях, которые это понятие может вызвать у читателя. Понятие зрачка

оптической системы после Декарта было забыто, и появилось снова не ранее XIX в. (Аббе, Шлейермахер).

46 (к стр. 159). Текст не отличается ясностью, причина все одна и та же — отсутствие общей теории оптических систем. Рассуждение Декарта о связи между расстоянием ML и расстоянием от линзы до изображения лишь приблизительно верно, потому что автор оперирует с плохо определяемыми понятиями. Если он ввел бы понятие фокусного расстояния, то он смог бы формулировать положение о строгой пропорциональности между величиной изображения и фокусным расстоянием, а из этой пропорциональности вытекает отчасти невозможность луча, „сжигающего на бесконечности“, так как с ней связан закон рассеяния света.

Фантастический вымысел о луче, „сжигающем на бесконечности“, который некоторые современные изобретатели повторяют под разными названиями и в различных вариантах, употребляя в качестве источников энергии „светящиеся точки“ в комбинации с „идеальными“ оптическими системами, был придуман Жан-Баттистой делла Порта. Кеплер в своей „Диоптрике“ уже доказывал, может быть не очень убедительно, опираясь больше на здравый смысл, чем на прочные физические основы, нелепость этого вымысла.

Следующее положение о двух подобных линзах или зеркалах тоже в общем верно, хотя на практике может не оправдаться: несомненно, что большое зеркало быстрее воспламенит освещаемый предмет, чем подобное ему малое, так как освещаемая большим зеркалом площадь больше, чем площадь, освещаемая малым, а это создает более благоприятные условия для разгорания, как легко проверить на простом опыте. Эти высказывания Декарта, а также и следующие, будучи математически сформулированными, приводят к ряду важнейших энергетических и фотометрических соотношений, в частности к формуле Чиколева — Манжена, опубликованной двести лет спустя. Из этих соотношений вытекает невозможность сжигания на расстоянии, как справедливо замечает Декарт. Впрочем, необходимо добавить, что все известные оптики того времени, даже предшественники Декарта, как Кеплер, держались такого же мнения, хотя едва ли были в состоянии это мнение научно обосновать.

47 (к стр. 161). После блестящих страниц, посвященных энергетике, последние абзацы восьмой главы производят впечатление формальных и навеянных соображениями чисто геометрического характера. Такие места редко встречаются в „Диоптрике“, где в основном преобладает прикладной, можно было бы сказать даже, пользуясь современным термином, технический характер. Излишне подробные соображения о преимуществах гиперболических поверхностей над эллиптическими, даже

в такое время, когда сводящая на нет результаты этих рассуждений дисперсия еще не была известна, не могли представлять серьезного интереса, тем более, что они носят слишком общий, далекий от практики характер.

Декарт справедливо отмечает большое значение угла, внутри которого лучи излучаются предметом и попадают на оптическую систему (по современной терминологии — апертурного угла). Этот угол при прочих равных условиях определяет световой поток, падающий на оптическую систему. Замечания Декарта, относящиеся к энергетическим понятиям, разбросаны по всему произведению и лишены общей связи; если их собрать воедино, можно было бы получить довольно полный трактат по фотометрии.

Замечание Декарта о преимуществе оптических систем, в которых происходит только „одно перекрещивание лучей", по сравнению с теми, где их происходит два, вызывает удивление: опасение, которое вызывает у Декарта перекрещивание лучей, хотя оно почему-то высказывается иногда и по сие время, непонятно. Единственное соображение, которое могло бы оправдать это опасение, заключается в том, что при пересечении лучи могут взаимно ослабить друг друга, но в „Трактате о свете", как было указано в статье настоящего издания „Декарт и оптика XVII века", автор в списке основных положений о распространении лучей отметил, что лучи, проходящие через одну общую точку, друг другу не мешают.

Таким образом, вывод Декарта о преимуществе труб, в которых лучи не пересекаются и которые мы теперь называем трубами Галилея, над трубами, где это пересечение происходит и которые мы называем трубами Кеплера, противоречит правильно высказанному им самим в другом месте положению.

В действительности, при равных условиях, т. е. при одинаковом числе линз и одной и той же величине выходного зрачка, обе системы с точки зрения яркости изображений равноценны.

48 (к стр. 162). Декарт придавал большое значение отражательной способности выбираемого материала. Отраженного света он избегал, очевидно, только из тех соображений, чтобы количество проходящего света не уменьшалось; из этого можно заключить, что он сильно переоценивал величину отраженного света. Измерить ее было очень трудно из-за полного отсутствия фотометрической аппаратуры, навыков и даже соответствующих понятий, появившихся сто лет спустя (Бугер).

Впрочем, необходимо отметить, что опасения Декарта были сильно преувеличены: в желтых лучах показатель преломления кварца (горного хрусталя) равен 1.544, а показатель преломления обыкновенного стекла хорошего сорта, например зеркального, колеблется в пределах 1.52—1.53, так что коэффициенты отражения кварца и стекла равны соответственно

4.3 и 4.6%. Разница в 0.3% совершенно неощутима. Очевидно Декарт был введен в заблуждение какими-то другими, оставшимися неизвестными обстоятельствами, например плохой полировкой стекла.

49 (к стр. 164). Нельзя не отметить одной непоследовательности Декарта в последних рассуждениях, вызванной, повидимому, тем, что на численную сторону описываемых им явлений он не обращал достаточно внимания. Применение эллиптических или гиперболических поверхностей, настоятельно рекомендованных Декартом, вследствие очень незначительного относительного отверстия очковых линз, а следовательно, ничтожно-малого значения сферической аберрации, совершенно не обнаруживаемой глазом, не дает никаких преимуществ по сравнению с простыми сферическими поверхностями. Более того, форма очковых линз должна определяться не на основании условия уничтожения сферической аберрации, с которой можно не считаться ввиду ее малости, а из условия улучшения качества изображения на краю поля, для чего необходимо исправить астигматизм. Этого, конечно, Декарт не мог знать, но вычисление сферической аберрации было вполне в его силах, так как он знал закон преломления. Кроме того, Декарт вполне ясно представлял себе возможность отступлений от точных величин, полученных либо путем расчета, либо другими путями, пример чему он дает здесь же, допуская применения одной пары очковых линз для различных положений предмета.

50 (к стр. 166). В этом описании лупы, или простого микроскопа, мы встречаем все ту же, характерную для Декарта, ошибку, а именно переоценку роли сферической аберрации. Впрочем, в случае сильных луп сферической аберрацией пренебречь нельзя, но еще большее значение имеет хроматическая аберрация, о которой Декарт, конечно, не знал. Зато все остальные примечания его указывают на тот большой опыт, которым владел уже в те времена Декарт в отношении работы микроскопа: принимаются меры для устранения рассеянного света, используется передняя часть оправы лупы для освещения наблюдаемого обьекта, и т. д. Однако следует отметить, что при наблюдении прозрачных предметов описанная Декартом конструкция лупы обладает тем недостатком, что глаз будет ослеплен; впрочем, этот недостаток легко исправим.

51 (к стр. 167). И здесь Декарт допускает возможность отступить от строгого выполнения условия устранения сферической аберрации. Очевидно, на такое допущение натолкнула его широко распространенная практика фокусировки с помощью раздвижения окуляра. Это совершенно справедливое допущение должно было ему подсказать возможность замены гиперболических поверхностей более простыми для изготовления сферических, но авторское самолюбие не позволяет ему

ступить на этот путь. В его переписке можно найти не одно возражение против гиперболических поверхностей: например, голландский математик Гортензий (письмо Гюйгенса Декарту от 28 X 1635) брался изготовить трубу из линз, с преломляющими поверхностями сферической формы, позволяющей читать книгу на расстоянии в четыре километра; на все нападки такого рода Декарт реагировал весьма болезненно. До конца своей жизни он остался верен гиперболическим поверхностям, к которым он впоследствии добавил овальные поверхности четвертого порядка, названные его именем.

52 (к стр. 167). Не ясно. Если поверхность строго гиперболическая и линзы изготовлены точно по рецепту автора, наклон лучей не имеет значения. Мы знаем теперь, после Френеля, что при больших наклонах лучей бо́льшая часть падающего пучка отражается, отчего возникают значительные потери, но этого не мог знать Декарт.

Хотя он придавал большое значение потерям световой энергии вследствие отражения (см. его замечание на стр. 162 о непригодности горного хрусталя из-за больших потерь, какие он якобы вызывает), но он неправильно оценивал величину этих потерь. В связи с этим возникает еще раз вопрос о том, было ли ему известно явление полного внутреннего отражения; наиболее вероятный ответ, повидимому, должен быть отрицательным, так как он нигде об этом не пишет. Напомним, что Кеплеру это явление было известно из эксперимента.

53 (к стр. 168). Влияние толщины линз истолковано своеобразно: на самом деле в обоих приведенных здесь отношениях роль толщины незначительна.

54 (к стр. 168). Из этого места вытекает, что совершенство зрительной трубы определяется у Декарта ее увеличением; это и следовало ожидать, так как Декарт рассуждает с точки зрения чисто геометрической оптики.

Этот вывод является единственно возможным из тех, к которым мог притти Декарт, так так он исходил из положений геометрической оптики и, разумеется, не мог учесть значения диффракции: те диффракционные явления, которые он знал (см. статью в настоящем издании: „Декарт и оптика XVI века“), не могли подсказать ему правильного решения. Наш автор вполне правильно определяет размеры зрачков (по современной терминологии), исходя из соображений яркости изображения; законы геометрической оптики, которым он вполне доверяет, приводят его к заключению о необходимости значительно уменьшить размеры этих зрачков при рассматривании ярких объектов (солнце), и с точки зрения геометрической оптики такое уменьшение площади зрачков выгодно, так как оно уменьшает аберрации системы.

В связи с этим еще раз возникает вопрос: производил ли когда-нибудь Декарт наблюдение солнца с помощью рекомендуемого им приема? — для чего достаточно после окуляра ставить непрозрачную пластинку с малым отверстием, порядка сотых миллиметра. Если он его производил, он должен был заметить значительную расплывчатость изображения, которую, впрочем, можно было объяснить многими причинами, помимо диффракции; Декарт правильно поступил, умалчивая об этом.

55 (к стр. 168). Декарт определяет величину диаметра объектива совершенно правильно с точки зрения соображений яркости: при его способе расчета обеспечивается заполнение глазного зрачка светом.

Следующие за этим соображения о возможности уменьшения размера объектива, что должно вызвать, по его мнению, увеличение резкости изображения, верны с точки зрения геометрической оптики; но волновая природа света приводит не к улучшению, а к ухудшению качества изображения вследствие увеличения размеров диффракционного кружка.

56 (к стр. 169). Такие вспомогательные зрительные трубы, закрепленные на главной трубе, и сейчас применяются, хотя в обиход начинает входить способ наводки по делительным кругам. При отсутствии кругов приходится пользоваться „искателем“ — вспомогательной трубой малого увеличения, обладающей вследствие этого большим полем зрения.

57 (к стр. 170). Единственным препятствием к возможности получения любых увеличений, по Декарту, может оказаться несовершенное искусство мастеров. Это следует понимать так, что единственными границами для достижения бесконечно больших увеличений являются отступления формы поверхностей от идеальной и недостаточно хорошее качество стекла, из которого изготовляются линзы. Для эпохи Декарта этот взгляд был единственно возможным.

В настоящее время к этому препятствию мы бы добавили следующие: 1) диффракционные явления, преодоление которых требует применения все бо́льших и бо́льших размеров линз и зеркал; 2) хроматические аберрации (отсутствующие в зеркальных системах); 3) движение воздуха в земной атмосфере, еще незамечаемое во времена Декарта из-за малых увеличений труб и плохого качества изображений; оно может быть преодолено единственно тем, что обсерватории строятся в специально подобранных, обычно горных, местностях.

58 (к стр. 171). В этом описании сложного микроскопа Декарт по-прежнему обращает главное внимание на форму поверхностей преломления. Кроме того, он определяет параметр гиперболической поверхности таким образом, чтобы получить максимально возможную яркость изображения. Хотя в настоящее время повышение яркости достигается

другими способами, но нельзя не удивляться глубоким познаниям Декарта в совершенно новой и неизведанной области световой энергетики. Отметим также, что предложенное им для повышения освещенности наблюдаемого предмета средство и сейчас применяется в почти неизмененном виде под названием „зеркало Либеркюна". Декарт также додумался до конденсора, показанного на рисунке в виде плосковыпуклой линзы, и почти до ирисовой диафрагмы, которую он заменяет отверстиями в кусках черной материи. Конечно, в его глазах конденсор играет только роль осветителя. Лишь много позже будет показано влияние апертуры конденсора на качество изображения, но не подлежит сомнению, что для своего времени микроскоп, описанный Декартом, представляет собой достаточно усовершенствованный прибор.

Мы мало знаем о микроскопах, изготовляемых в начале XVII в.; известно только, что ими занимались Липпергей, Меций, братья Янсен в Голландии, Дребель в Англии, Галилей в Италии.

Последний немало усовершенствовал микроскоп, применяя сложные конструкции с подвижным столиком и тонкими движениями; но как решался вопрос об освещении наблюдаемых предметов — неизвестно.

Неизвестно также, пользовался ли Декарт описываемыми им микроскопами для своих работ по анатомии. Об этом в „Диоптрике" он не сообщает; а в дошедшей до нас переписке он обходит молчанием этот вопрос.

59 (к стр. 172). В общем рассуждения Декарта правильны, но отсутствие формул придает им неопределенный характер. Если пренебрегать потерями света при прохождении лучей через оптическую систему, яркость изображения равна яркости предмета, когда выходной зрачок микроскопа больше глазного зрачка. Если площадь первого меньше в k раз площади второго, то яркость падает в k раз. Обычно в результате больших увеличений площадь выходного зрачка в десятки раз меньше площади глазного зрачка, так что необходимо сильно освещать предмет. Солнце — чересчур яркий, опасный источник, притом неудобный и ненадежный. Яркости неба вполне достаточно для средних увеличений.

60 (к стр. 172). Опять излишнее опасение световых потерь вследствие отражений от поверхностей. В действительности потери вследствие отражения на поверхностях линзы не превышают 8—10%, а присутствие дополнительной линзы, позволяющей увеличить апертуру системы, может повысить световой поток на 40—50%.

61 (к стр. 173). Весьма любопытные замечания, подтверждающие тот факт, что у Декарта имелись неясные, часто неверные, но все же определенные представления об условных рефлексах.

Первый совет — завязывать один глаз, чтобы расширить зрачок второго, — не достигает своей цели: опыт показывает, что зрачки глаз, поставленные в различных условиях освещаемости, имеют различные величины диаметров.

Связь между движениями мускулов обоих глаз, о которой упоминает Декарт, безусловно существует, но в более слабой степени; как известно, тренировка имеет большое значение в этом вопросе, и тренированный наблюдатель может добиться полной „независимости“ между движениями обоих глаз.

Особый интерес представляет безусловно правильное указание „attendrir la vue“ (обострить зрение или, точнее, усилить чувствительность зрительных восприятий), а также совет „предрасположить свое воображение“ на рассматривание далеких темных предметов, — прием, несомненно относящийся к области теории условных рефлексов, что подтверждается примечанием, заканчивающим абзац.

Замечание о больших размерах предмета непонятно: увеличение площади глазного зрачка не влияет на размеры изображения, а только на кажущуюся яркость его, о чем Декарт прекрасно знал.

62 (к стр. 173). В конце IX главы еще ярче, чем прежде, выступает убеждение Декарта в том, что единственной причиной плохого качества зрительных труб и микроскопов является сферическая аберрация, вызываемая сферической формой преломляющих поверхностей. Нет никаких оснований считать, что Декарт произвел численные вычисления, которые могли бы пролить свет на вопрос, насколько велика аберрация. Эти вычисления не представляли для него никакой трудности; они убедили бы его в том, что можно применять и сферические преломляющие поверхности. Трудно понять, что при большом числе зрительных труб и микроскопов, распространенных в кругу просвещеннейших лиц того времени, никто не обратил внимания на хроматическую аберрацию, которая так бросается в глаза при наблюдениях звезд и мелких частиц. Единственное, что можно предположить по этому поводу, заключается в том, что скверное качество изготовления и плохое стекло настолько смазывали картину изображений, что цветная радуга вокруг изображения становилась незаметной. По той же причине, очевидно, ни один наблюдатель не увидел диффракционных колец около изображений мельчайших частей в микроскопе, хотя в условиях малых апертур, применяемых в те времена, и такого яркого и концентрированного источника света, каким являлось солнце, эти кольца должны были выступать особенно интенсивно.

63 (к стр. 174). Во французском тексте „outre qu'il est moins aisé de rencontrer en beaucoup qu'en peu“ смысл слова „rencontrer“ не ясен.

Обратимся к латинскому переводу, хотя следует помнить, что автор этого перевода де Курсель позволял себе иногда довольно большие отступления от оригинала, которые, впрочем, Декарт в большинстве случаев оставлял без изменения.

Латинский перевод этого места гласит: „Non modo difficilius est feliciter aberrare in poliendo magno vitro quam in parvo, sed praeterea major est differentia inter superficias... hyperbolicam & sphaericam...".

Буквальный перевод на русский язых выглядит следующим образом: „Не только оказывается труднее удачно ошибиться (т. е. так, чтобы вместо сферы получить гиперболу, — *Ред.*) при полировке большой линзы, чем при полировке малой, — но, кроме того, разница между поверхностями гиперболической и сферической больше...".

Латинский текст откровеннее, чем французский, свидетельствует о крайне низкой технике шлифовки линз времен Декарта, когда изготовление гиперболической линзы было результатом счастливой ошибки и гиперболическая поверхность получалась случайно, как неудавшаяся сферическая!

[64] (к стр. 174). Это рассуждение, которое с первого взгляда может казаться убедительным, на самом деле требует поправки. Если бы даже большие зрительные трубы делались по подобию малых, то угловые аберрации оставались бы те же во всех трубах. Но большие трубы изготовляются с меньшими относительными отверстиями объективов по многим причинам, одна из которых заключается в трудности обрабатывать большие линзы. Поэтому при переходе от малых труб к большим разность между гиперболической поверхностью и сферической не увеличивается, а, наоборот, уменьшается. Тем не менее и в настоящее время изготовление точных несферических поверхностей представляет большие затруднения, которые преодолеваются только с помощью весьма тонких приемов испытания и ретуши.

[65] (к стр. 176). Это подробное описание прибора для определения значеиия показателя преломления позволяет приблизительно оценить точность результатов измерения. Большие размеры углового источника света (солнца), грубость применяемых приспособлеиий (досок) и дисперсия призмы сильно ограничивают ее, и нельзя рассчитывать даже на третий знак после запятой. Любопытно, что Декарт ни слова не говорит о дисперсии, хотя именно в этих измерениях она не может не обращать на себя внимания.

Очертание гиперболической поверхности Декарт получает графическим путем. Если учесть, что при изготовлении линзы с гиперболической поверхностью получится еще меньшая точность, нельзя удивляться тому, что качество зрительной трубы могло оказаться только плохим.

[66] (к стр. 177). Для точек *4, 5, 6* Декарт повторяет буквально все рассуждение, относящиеся к точкам *1, 2, 3.* Оно в переводе опущено.

[67] (к стр. 186). Весьма правильное замечание, делающее честь ее автору, так как оно опирается на довольно тонкие соображения, связан-

ные с волновыми аберрациями, о которых, конечно, Декарт не мог знать; само же рассуждение, приводимое им, мало убедительно. Как уже происходило неоднократно, верное чутье подсказывало ему правильное решение.

68 (к стр. 187). Декарт верно предсказал тот громадный переворот в науке и технике, который был вызван появлением микроскопа. Здесь же он напоминает о своих взглядах на материю.

69 (к стр. 187). Повидимому, впервые в научной (или вообще во всей) литературе приводятся приемы центрировки линз, притом с гиперболическими поверхностями. Для эпохи, к которой относится декартова „Диоптрика“, указываемые Декартом приемы казались излишне строгими. В настоящее время точность изготовления увеличилась в сотни раз. Для точной центрировки применяется точнейшая аппаратура, и работа ее основывается на те самые законы преломления, которые открыл Декарт.

К „Метеорам“

1 (к стр. 191). Это столь категорическое утверждение неправильно, ибо, как известно, высота облаков перистых форм доходит до 11—13 км, а в отдельных случаях бывает и порядка 15—16 км. Но формы облаков во времена Декарта еще не изучались и наблюдались облака преимущественно слоистого и кучевого типа, о высоте которых судили по отношению к горам, холмам и высоким постройкам — башням и колокольням.

2 (к стр. 191). Здесь, как и во всех своих работах, Декарт преследует свою основную цель — объяснить естественными причинами то, что может казаться человеку сверхъестественным, особенно явления, наблюдаемые на небе, которые с древних времен поражали человеческое воображение. Удивление, преклонение перед явлениями природы тормозят развитие науки, заставляя человека думать, что перед ним нечто непостижимое, и останавливая поиски пытливого ума. Значение Декарта в этом отношении было оценено нашим великим Ломоносовым: „Славный и первый из новых философов Картезий осмелился Аристотелеву философию перевернуть и учить по своему мнению и вымыслу“ (М. В. Ломоносов, Полн. собр. соч., изд. АН СССР, т. I, 1950, стр. 423). Все же он во многих своих представлениях, как и другие ученые того времени, отчасти следует положениям, установленным Аристотелем. Это и не удивительно, поскольку все естествознание очень долгое время находилось под влиянием аристотелевой физики. Гельман в своих „Beiträge zur Geschichte der Meteorologie“ („Очерки по истории метеорологии“), т. II, указывает, что все учебники метеорологии

вплоть до XVII в. сводились к комментариям Аристотеля, причем некоторые авторы только объясняли его положения, другие же добавляли к этому и собственные мысли и рассуждения. С начала XVII в. уже намечается переход к не-аристотелевским учебникам. Гельман считает, что французский курс „Traité de Météorologie" („Трактат по метеорологии") Луи Котта, изданный в 1744 г., был „первым большим учебником метеорологии, который уже не излагает учения Аристотеля, а существенным образом основывается на результатах метеорологических наблюдений". Необходимо добавить, что систематических метеорологичесиих наблюдений во времена Декарта еще не было и не могло быть, так как и основные приборы — термометр и барометр — были тогда только что изобретены.

3 (к стр. 191). Говоря о летучих телах и парах, Декарт отдает дань традиции, сохранившейся со времен Аристотеля до XVII и даже начала XVIII в. В одном из курсов философии 1637 г. дается специальное определение летучих тел и испарений: „Definitio exhalationis et vaporis. Exhalatio est spiritus calidus et siccus, qui e terra, vel terreo corpore edicitur. Vapor est spiritus calidus et humidus qui ex aqua, vel aquae corpore edicitur" („Определение летучих тел и паров. Летучее тело — это дух теплый и сухой, который исходит от земли или от земных тел. Пар — это дух теплый и влажный, который исходит от воды или водных тел"). При объяснении метеоров Декарт пользуется, в основном, лишь понятием паров.

4 (к стр. 192). Это также представление, свойственное средним векам, например, де С. Поль в „Summa Philosophia" (1-е изд. 1609 г., 2-е — 1611 г.) говорит „О несовершенном смешении, или метеорах" („De mixtis imperfectis seu Meteoris"). Многие современники Декарта делили метеоры на четыре группы по четырем стихиям — огонь, вода, земля и воздух; но Декарт не следует этому делению.

5 (к стр. 196). Разницу между тремя аггрегатными состояниями воды Декарт объясняет большей или меньшей гибкостью ее частиц. Он объясняет и свойство воды расширяться при замерзании тем, что частицы, перестав гнуться под действием разреженной материи и в то же время утратив прямолинейную форму, уже не могут уместиться в прежнем пространстве. О том, что и другие тела могут встречаться во всех трех состояниях, Декарт, конечно, еще не мог знать. Соли, по его мнению, имеют частицы очень больших размеров, вообще неспособные гнуться, и потому всегда тверды; а спирты, наоборот, состоят из частиц совсем мелких, которые всегда могут быть согнуты, а потому никогда не замерзают.

6 (к стр. 198). Один из приемов, нередко применяемых Декартом в его рассуждениях, — объяснение путем сравнения с каким-нибудь

общеизвестным фактом обыденной жизни. Нельзя, однако, сказать, чтобы эти сравнения всегда были убедительны, например, объяснение, почему пары занимают больше места, чем вода, по аналогии с пращой (стр. 199 настоящего издания). Но необходимо помнить, что в то время не было еще никаких правильных представлений о законах газов, о парах и вообще о явлениях испарения.

7 (к стр. 199). Одна из существенных внешних особенностей „Météores“ Декарта — наличие чертежей, поясняющих описания текста. В метеорологических руководствах того времени помещались по большей части лишь графические изображения направлений ветра от различных стран горизонта, т. е. розы ветров.

8 (к стр. 202). Конечно, при прочих равных условиях сильный ветер, вследствие увеличения испарения, ощущается как более холодный, но удивительно, что Декарт, нередко стремящийся проверить все на опыте, так безоговорочно утверждает, что сильные ветры — всегда холодные. Сильные и теплые ветры, особенно во Франции, да и в Голландии, где Декарт провел большую часть жизни, в летнее время не так уж редки, чтобы их можно было совсем не заметить. Кроме того, Декарт смешивает здесь в одно влияние температуры и влажности воздуха.

9 (к стр. 203). Под паром Декарт разумеет как невидимый водяной пар, так и мельчайшие капельки воды, становящиеся видимыми. Этому не приходится удивляться, поскольку в общежитии и в настоящее время нередко говорят о паре, выходящем из чайника, из котла паровоза, изо рта человека при дыхании на морозе, и т. п. Объяснение невидимости (прозрачности) паров во всяком случае остроумно. Деление паров на влажные и сухие приводит Декарта далее к заключению, что сильные ветры всегда сухи, а влажные — всегда слабы, что, конечно, неверно.

10 (к стр. 204). Деление летучих тел („exhalaisons“) на земли, спирты, летучие соли и масла сообразно величине частиц — также представление, принятое в то время и позднее, вплоть до XVIII в., под влиянием учения Аристотеля.

11 (к стр. 205). Декарт совершенно категорически утверждает, что частицы соли никогда не могут подняться выше поверхности воды; ему, конечно, не могло быть известно, что частицы соли встречаются и в высоких слоях атмосферы, где служат ядрами конденсации.

12 (к стр. 205). Хотя соль никак не может быть отнесена к „метеорам“, однако Декарт посвящает ей здесь целое рассуждение: это также дань средневековой традиции, по которой в трактатах о метеорах полагалось говорить о соли. Декарт последовательно выводит все свойства соли, вплоть до ее вкуса и противогнилостного действия, из

формы ее частиц, по его представлению, острых и негнущихся. С этим связано и объяснение замерзания воды, окруженной смесью соли и снега или льда.

13 (к стр. 207). Правильное утверждение, что в данном количестве воды при определенной температуре может растаять лишь определенное количество соли (правда, влияния температуры Декарт не учитывает), объясняется совершенно фантастическим представлением о накручивании одних частиц на другие.

14 (к стр. 209) Интересно, что Декарт высказывает вполне отчетливо мысль о сопротивлении воздуха движущемуся телу и о зависимости величины этого сопротивления для длинного тела от направления движения.

15 (к стр. 210). Следует отметить, что здесь Декарт уже вполне отдает себе отчет о круговороте воды в природе.

16 (к стр. 210). Во времена Декарта не было ничего известно о микроорганизмах, вызывающих фосфоресценцию моря, но он логически выводит особенности этого явления из свойств соли.

17 (к стр. 212). Здесь имеется как бы намек на явления поверхностного натяжения, открытые значительно позднее; но весь процесс кристаллизации соли получает совершенно произвольное объяснение.

18 (к стр. 215). Кристаллики соли, как известно, содержат мелкие полости, наполненные маточным раствором, вследствие чего крупная соль в огне трещит и разбрасывается.

19 (к стр. 216). В этих описаниях сказывается влияние алхимиков, разумевших под „солями" далеко не то, что разумеет под ними современная химия, а вообще различные вещества, сходные с поваренной солью по вкусу, цвету, растворимости в воде и другим свойствам.

20 (к стр. 219). В основе всего учения Декарта о ветрах лежит понятие о парах. Приводя в виде примера шарик, называемый им „эолипиль", Декарт создает дальше довольно последовательную, но не имеющую ничего общего с действительностью теорию происхождения ветров. Нельзя, однако, забывать, что Декарт не мог иметь об этом правильных представлений, поскольку тогда не только не существовало понятия о градиенте давления, но и самое давление воздуха было вновь открытым явлением. Знаменитый „великий опыт" Паскаля относится к 1648 г., на 13 лет позднее написания „Метеоров". Интересно попутно отметить, что Декарт проявлял живой интерес к этому опыту и есть даже указания, что ему принадлежит первоначальная его идея. А. Хргиан в „Очерках истории метеорологии" (Гидрометеоиздат, 1948) говорит: „Декарт в письме к Мерсенну 13 XII 1647 утверждал, что ему эта идея принадлежит и им подсказана Паскалю. Однако нам трудно обвинять Паскаля в плагиате". Отсюда, казалось бы, следует, что Декарт, если только у А. Хргиана

нет ошибки в дате, дал Паскалю идею опыта задолго до его фактического выполнения. Адам в своей биографии Декарта ссылается на два письма последнего не к Мерсенну, а к Каркави от 1649 г., где Декарт жалуется, что Паскаль, опубликовав свое „Изложение великого опыта“ („Récit de la grande expérience“), ничего не сообщил об этом Декарту, хотя обязан ему идеей опыта. В дальнейшем Декарт вел барометрические наблюдения в Стокгольме, где провел последний год своей жизни; одной из целей этих наблюдений было сравнение, по просьбе Паскаля, высоты стояния барометра в Стокгольме и Клермон-Ферране.

21 (к стр. 220). Уже здесь высказывается представление об облаках как о сплошных телах в воздухе, которые могут, например, оказывать препятствие движению паров. В дальнейшем это представление развивается еще подробнее.

22 (к стр. 221). Возникновение ветров от солнечного нагревания и замещение поднимающегося теплого воздуха более холодным из соседних мест — теория, в первом приближении имеющая в себе зерно истины, но здесь надо было говорить о воздухе, а не о парах; объяснение якобы наблюдаемого факта, что утром дуют преимущественно восточные, а вечером западные ветры, не верно. Любопытна ссылка на „всю механику вселенной“. Это явный намек на вращение земли, которое действительно оказывает влияние на движение воздушных масс, согласно теореме Кориолиса. Декарт не мог подозревать об этом явлении, но, несомненно, понимал, что вращение земли должно как-то сказываться на циркуляции воздуха. Как всегда после осуждения Галилея, Декарт обходит молчанием вращение земли.

Представление о ветрах, дующих сверху вниз и снизу вверх, совершенно несостоятельно. Несколько позже и Мариотт, говоря о причине ветров и о годовой смене направления пассатов, указывает, что когда солнце находится в южном полушарии над тропиком Козерога, воздух там расширяется настолько, что создает движение с юга на север, т. е. пассат. Здесь, таким обрззом, имеется в виду расширение воздуха в горизонтальном направлении. Лишь в 1686 г. Галлей опубликовал более правильную теорию пассатов, а затем Гедли дал уточненное их объяснение, хотя и ему была неизвестна причина отклонения ветра вправо (в северном полушарии) при движении воздушного потока по параллели.

23 (к стр. 225). Декарт ясно подчеркивает, что неоднородность земной поверхности, неравномерное распределение воды и суши вносят значительные изменения в предложенную им схему „циркуляции“. Интересно его замечание, что в отсутствие солнца сообщенное им ранее тепло сильнее „запечатлевается“ на материках, чем на морях, тогда как если говорить о сохранении тепла, дело обстоит как раз наоборот. Еще категоричнее он высказывается на стр. 233: „...вода, кото-

рая скорее теряет тепло, чем суша". Но поскольку Декарт объясняет ветры движением паров, у него получается правильная картина бризов — ночью с суши, днем с моря. Сила ветра, по его представлению, тем больше, чем больше его влажность, а потому на море ветер должен быть сильнее, чем на суше, что и действительно имеет место, но не по этой причине. Роль трения воздуха о земную и водную поверхности в то время совершенно не была известна.

24 (к стр. 226). Таким образом, Декарт практически отвергает влияние на погоду планет и звезд и не придает большого значения даже луне, в чем идет впереди не только ученых своего времени, но и „лунных пророков", появлявшихся еще и в XX в.

25 (к стр. 227). Интересно отметить это указание: слова „чем свойственно данному времени года" являются как бы намеком на некоторую климатическую норму, в которую ветры вносят изменения в ту или другую сторону. Отчетливо осознанное представление о такой норме относится, конечно, к значительно более позднему времени.

26 (к стр. 228). Вполне правильно указание Декарта на тождество облаков и туманов, а главное то, что он считает и те и другие состоящими из капелек воды. Как известно, позднее, вплоть до XIX в., многие ученые придерживались взгляда, что облака и туманы состоят из пузырьков, наполненных воздухом. Но само образование капель или ледяных кристаллов из частиц воды, хотя изложено Декартом вполне последовательно с точки зрения его общих теорий, но объяснено по существу неправильно. Интересны все же его попытки связать различные формы гидрометеоров с условиями их образования — различными моментами наступления мороза, и т. п.

27 (к стр. 231). Роса „падает" — распространенное в то время неверное представление и до наших дней сохранившееся в поэтических описаниях; то же Декарт повторяет и на стр. 233.

28 (к стр. 234). Во времена Декарта уже было известно, что температура воздуха понижается с высотой; в начале XVIII в. была примерно оценена величина этого падения. Что облака могут встречаться в различных ярусах, что они могут состоять одновременно из ледяных и водяных частиц — это правильно, но само строение облаков и их образование описывается Декартом достаточно наивно. Мы видели, что ветры он представляет себе в виде каких-то отдельных масс, которые могут течь рядом друг с другом, совершенно не смешиваясь и внезапно где-то „кончаясь". Подобно этому и облака он мыслит в виде ограниченных, как бы застывших в определенной форме тел, иногда еще и покрытых ледяной коркой.

29 (к стр. 236). Утверждение и пояснение на примере с бусами вполне произвольно: почему шесть, а не другое число?

30 (к стр. 238). Это совершенно правильно, но все, что говорится далее, не имеет под собой никакого основания. Прежде всего, сила ветра, как правило, возрастает, а не убывает с высотой; вообще, все, что касается образования и строения гидрометеоров, отчасти вытекает из первоначальных основных положений Декарта, но с физической точки зрения не выдерживает критики. Между прочим (что вполне простительно) Декарт смешивает град с крупой и ледяным дождем, а также приписывает образование крупных градин не столько вертикальным, сколько горизонтальным перемещением воздуха, хотя, как мы видели выше, он вполне допускает существование даже особых вертикальных ветров.

31 (к стр. 242). Это совершенно произвольное утверждение, хотя и приходится иногда наблюдать ледяные частички в форме пирамидок.

32 (к стр. 243). Наблюдения Декарта над формой снежинок бесспорно представляют интерес, но в объяснении их он ограничивается формулой „согласно обычной закономерности природы“. Этому не приходится удивляться, ибо и до сих пор причина образования снежинок той или иной формы еще полностью не изучена, хотя во многих странах ведутся исследования над связью этих форм с условиями погоды. Формы, близкие к снежинкам, удалось получить проф. Леману для иодоформа, который кристаллизуется также в виде шестиугольников.

Вопросом о форме снежинок занимался, между прочим, и Кеплер в своем сочинении „De nive sexangula“, 1611 г., где, задавая себе вопрос: „почему снег шестиугольный?“, отвечал сам себе: „причина этого мне еще не открыта“. Проф. Б. П. Вейнберг замечает в свой книге „Снег, лед, град и ледники“, что мы недалеко ушли от этого ответа Кеплера, хотя нас отделяет от него более трех столетий. Снег, который имеет большое значение в народнохозяйственной жизни, нередко был в XVI и XVII вв. даже предметом церковных проповедей, которые в Германии так и назывались: „Schneepredigte“ („снежные проповеди“).

33 (к стр. 247). Довольно редкая форма снежинок, носящая название „запонок“.

34 (к стр. 251). Это и формы, описанные ниже, представляют собою, очевидно, не град, а ледяной дождь, временами крупу и снег.

35 (к стр. 252). Образование крупных капель дождя от слияния более мелких — бесспорный факт, представление же о ветре, давящем сверху на облако или уходящем снизу из-под облака, является одним из теоретических построений Декарта, не имеющих ничего общего с действительностью.

36 (к стр. 253). Правильно подмеченный факт, что изморозь (но не иней) образуется с наветренной стороны, получает неправильное объ-

яснение. Здесь Декарт вполне отчетливо высказывает мысль, что роса и иней, как и изморозь, образуются из опускающегося тумана.

37 (к стр. 253). Такого особого вида росы метеорология не различает. Есть указания, что во Франции под „serein“ разумеется пар, разрежающийся в мелкий дождь после захода солнца, причем прозрачность воздуха заметным образом не нарушается. Повидимому, в некоторых местностях этому явлению приписывалось вредное действие, сходное с простудой.

38 (к стр. 253). О каких „соках“ здесь говорится, трудно себе представить; возможно, что это явления, сходные с так называемыми „чудесными дождями“, о которых будет речь ниже.

39 (к стр. 253). Обильная роса обычно сопутствует устойчивой антициклонической погоде; отсутствие росы, наоборот, наблюдается чаще всего при пасмурном небе и бывает связано с переменой погоды к худшему, так что это указание имеет свое основание.

40 (к стр. 254). Такой местный признак погоды связан со взглядом Декарта на облака как на своего рода твердые тела, которые могут „стоять“ на западе или на востоке.

41 (к стр. 254). Описание бурь, даваемое Декартом, также вполне отвечает его представлениям об облаках как об ограниченных, более или менее компактных телах. Вся эта глава логически вытекает из общих построений Декарта, но в ней нет ничего приемлемого с точки зрения современной науки. Как уже было указано, истинные причины ветров не могли быть известны во времена Декарта, а атмосферное электричество было открыто более чем на 100 лет позднее. Заслуга Декарта в том, что наиболее „сверхъестественные“ и поражавшие воображение человека явления он свел к естественным и объяснимым причинам. Какие взгляды на эти явления господствовали в то время, да еще и после Декарта, видно, например, из „Гидрографии“ Фурнье (Fournier. Hydrographie, 1643), который, будучи поклонником Декарта, пишет, однако, в своей книге: „Так как все же причины такого пламени естественны и лишь в редких случаях демоны замешиваются среди этих огней, то является слабостью ума предполагать, что все появляющиеся огни, все происходящие бури и громы возбуждаются каким-либо врагом, который пользуется магией и использует силы демонов для удовлетворения своей страсти“. Для объяснения молнии Декарту приходится уже прибегать к „летучим телам“.

42 (к стр. 259). Грома без молнии не бывает; иногда среди дня молния может остаться не замеченной тем или иным наблюдателем. Молнии без грома (не говоря о зарницах) наблюдаются преимущественно в тропических странах; это по большей части так называемые тихие разряды в большом масштабе.

43 (к стр. 261). Здесь, очевидно, имеется в виду шаровая молния.

44 (к стр. 261). Своеобразное объяснение так называемых „чудесных дождей“, которые, как известно, происходят оттого, что при бурных вихревых движениях воздуха с земли захватываются различные предметы или даже мелкие животные, которые затем выпадают из облаков, иногда в больших расстояниях от того места, где были подняты. Любопытно объяснение, согласно которому эти мелкие животные, или насекомые, происходят от гниения различных веществ в воздухе. Такое воззрение на происхождение насекомых держалось до конца XIX ст.

45 (к стр. 262). Призвав на помощь „летучие тела“, Декарт применяет их далее к объяснению совершенно разнородных явлений: метеоров в тесном смысле, или падающих звезд, блуждающих огней, свечения на концах острых предметов или по существу тех же огней Эльма, о которых была речь ранее, и даже воспламенения недосушенного сена.

46 (к стр. 263). Чтобы не оставлять необъясненным ничего „сверхъестественного“, Декарт останавливается и на особых световых явлениях — „знамениях“ на небе, описания которых встречаются в различных древних записях, в частности, и в русских летописях; это могут быть и искажения светил у горизонта под влиянием рефракции, и галосы, и, может быть, полярные сияния, известные в Европе уже с XVI в., и различные оптические явления, как правильно указывает Декарт, „искаженные и преувеличенные невежеством и суеверием“.

47 (к стр. 264). Декарт первый дал стройную теорию радуги, вошедшую затем как первое приближение во все учебники, вплоть до нашего времени. Объяснение радуги преломлением и отражением света было еще раньше намечено далматским ученым де-Доминисом (1566—1624), но оно не носило такого законченного характера, хотя Ньютон, может быть в силу своего враждебного отношения к Декарту, считал творцом теории радуги именно не его, а де-Доминиса. Теория Декарта основана на вполне точных геометрических построениях и расчетах, но она не могла объяснить ни цветов радуги (объяснение, которое дает здесь Декарт, совершенно несостоятельно), ни появления дополнительных радуг, ни многих других частностей этого явления. В отношении цветов теория радуги была дополнена Ньютоном, полная же теория радуги дана лишь в XIX в. Эрн (1836) и далее Пернтером (1897), с учетом диффракции света.

48 (к стр. 274). Остроумный метод расчета световой энергии, находящий применение и в настоящее время в тех случаях, когда нельзя пользоваться аналитическим способом.

49 (к стр. 279). На самом деле показатели преломления льда меньше показателя воды: 1.31 вместо 1.333, так что объяснение Декарта оказывается несостоятельным.

50 (к стр. 281). Интересно отметить, что Декарт говорит об отражении световых лучей многочисленными поверхностями таких тел, как пена, толченое стекло, элементы облаков, подходя таким образом к представлению о рассеянии света мелкими частицами.

51 (к стр. 283). Декарт не проводит резкого различия между венцами и кругами (галосами, или гало) вокруг светил. Галосы действительно вызываются преломлением света в ледяных кристаллах; венцы же связаны с дифракцией в мелких каплях облаков или туманов, а иногда даже частичках пыли; но явление диффракции Декарту известно не было. Венцы вокруг искусственных источников света Декарт даже считает чем-то вроде обмана зрения, приписывая их особенностям глаза наблюдателя.

52 (к стр. 287). Наиболее вероятное объяснение явления, о котором говорит Декарт, заключается в том, что после длительного нажима рукой на правый глаз форма роговицы последнего временно изменилась (такой опыт каждому легко осуществить) и, очевидно, приняла неправильную, несимметричную форму, что вследствие большой хроматической аберрации глаза (которую мы не ощущаем при нормальной работе глаза) вызвало описанное Декартом явление. Особенно примечательно его замечание о влиянии на картину „маленькой морщинки в виде прямых линий." Оно свидетельствует о том, что Декарт превосходно разбирался в процессе зрения.

53 (к стр. 288). Круги и ложные солнца, о которых Декарт здесь говорит, представляют сложное явление галосов; сюда относится и часто наблюдаемый круг в 22 градуса и круг в 45 градусов (точнее 46), о которых Декарт упоминает[1] наряду с описанием венцов. Эти явления зависят от преломления лучей солнца (иногда и луны) в ледяных кристалликах, имеющих форму призм; от ориентировки этих призм зависит и самая форма явления, которая бывает весьма разнообразной. Удивительно, как Декарт, видевший разложение света в призме и наблюдавший выпадение призматических кристалликов из облаков, не пришел к мысли об истинной причине галосов и ложных солнц, а счел нужным прибегать для их объяснения к опять-таки последовательным и логичным, но совершенно неправильным построениям в виде ледяных поверхностей и колец вокруг облаков.

54 (к стр. 293). Речь идет о Шикарде (Schickardus), профессоре Тюбингенского университета.

К „Геометрии"

1 (к стр. 300). В 1649 г. Фр. ван Скаутен (1615—1660) выпустил в Лейдене у Я. Мэра первый латинский перевод „Геометрии" (Geometria,

[1] См. стр. 283 настоящего издания.

à Renato Des Cartes) Для современников сочинение Декарта представляло значительные трудности. Поэтому Скаутен присоединил к работе Декарта „Краткие замечания“ Фл. Дебона (1601—1652), а также собственные примечания.

Второе латинское издание содержало значительно больший материал и состояло из двух томов, выпущенных в одном переплете в Амстердаме у Эльзевиров (1659—1661). Примечания Скаутена в этом издании подверглись значительной переработке и заняли весьма большое место. Включены были „Начала всеобщей математики“, составленные по указаниям Скаутена Эр. Бартолином (1625—1698) и вышедшие ранее отдельно в 1651 г., и ряд других сочинений.

Третье латинское издание выпущено было в 1683 г. Оно было дополнено принадлежащим Декарту „Кратким курсом музыки“. Четвертое, последнее, издание выпустил Як. Бернулли (1654—1705) во Франкфурте-на-Майне у книгопродавца Фр. Кнох (1695). В нем были помещены, кроме прежнего материала, „Беглые заметки“ Як. Бернулли, излагавшие некоторые собственные геометрические изыскания автора.

В итоге латинское издание „Геометрии“ состояло из следующих сочинений (страницы указаны по изданию 1695 г.):

Renati des Cartes Geometria (1—106) (Ренэ Декарт. Геометрия). Florimondi de Beaune in illam Notae breves (107—142). (Ф. Дебон. Краткие замечания). Francisci a Schooten in eam den Commentarii recogniti et aucti (143—344) (Ф. Скаутен. Проверенные и дополненные комментарии). Francisci a Schooten Appendix de Cubicarum Aequationum Resolutione (345—368) (Ф. Скаутен. Приложение о решении кубических уравнений). Francisci a Schooten Additamendum in quo continetur solutio artificiosissima difficilis cujusdam Problematis; et Generalis Regula de extrahendis quibuscunque Radicibus Binomiis (369—400) (Ф. Скаутен. Искуснейшее решение некоторой трудной задачи и общее правило извлечения любого корня из двучлена). Johannis Huddenii Epistolae duae, quarum altera de Aequationum Reductione, altera de Maximis et Minimis agit (401—516) (И. Гудде. Два письма, из которых в одном говорится о приведении уравнений, а в другом о максимумах и минимумах). Henrici van Heuraet Epistola de Curvarum Linearum in Rectas transmutatione (517—520) (Г. ван Гейрет. Письмо о преобразовании кривых линий в прямые). Francisci a Schooten Principia Matheseos Universalis seu Introductio ad Cartesianae Geometriae methodum Conscripta ab Erasmo Bartholino (1—48) (Ф. Скаутен. Начала всеобщей математики или введение в метод декартовой геометрии. Составил Э. Бартоли). Florimondi de Beaune duo Tractatus posthumi. Alter de Natura et Constitutione, alter de Limitibus Aequationum (49—116) (Ф. Дебон. Два посмертных трактата: первый о природе и образовании уравнений, второй — о пределах уравнений). Erasmi Bartholinis Ad Tractatum

38*

de limitibus aequationum Epistola praeliminaris (117—152) (Э. Бартолин. Вводное письмо к трактату о пределах уравнений). Johannis de Witt. Elementa Curvarum linearum (153—340) (И. де Витт. Начала кривых линий). Francisci a Schooten Tractatus de concinnandis demonstrationibus Geometricis ex Calculo Algebraico (341—422) (Ф. Скаутен. Трактат о проведении геометрических доказательств с помощью алгебраического исчисления). Jacobi Bernoulli. Notae et Animadversiones tumultuariae in universum opus (423—468) (Як. Бернулли. Беглые заметки ко всему труду). Renati des Cartes Musica (1—48) Compendium. (Ренэ Декарт. Краткий курс музыки).

Французское издание „Геометрии" опубликовано было также в 11-томном собрании сочинений Декарта, выпущенном В. Кузеном в 1824—1826 гг. Отдельно „Геометрия" была издана по-французски в Париже в 1886 г; запись формул в этом издании современная. Последнее и лучшее французское издание — в полном 12-томном собрании сочинений Декарта под редакцией Ш. Адама и П. Таннери: Oeuvres de Descartes, publiées par Charles Adam et Paul Tannery, Paris, 1897—1910 (далее цитируется как Oeuvres, с указанием тома). „Геометрия" занимает там страницы 367—485 VI тома. XII том этого издания содержит весьма обстоятельную биографию Декарта, написанную Ш. Адамом.

Немецкий перевод „Геометрии" с небольшим числом примечаний выпустил Л. Шлезингер (1-е изд., Берлин, 1894; 2-е изд., Лейпциг, 1923).

Имеется английский перевод с факсимиле первого издания 1637 г. The Geometry of René Descartes. Translated from the French and Latin by David Eugene Smith and Marcia L. Latham. With a Fac simile of the First Edition 1637. Chicago, 1925.

2 (к стр. 301). Разделение математических предложений на теоремы и задачи встречается еще в античной математике. Разные школы и лица вкладывали в эти термины различное содержание. Для Декарта и его последователей теорема представляла собой общее предложение, утверждающее свойство, присущее всем объектам рассматриваемой области. Задача отличается от теоремы тем, что условиям ее удовлетворяют не все объекты рассматриваемой области, но лишь некоторая — конечная или бесконечная — их часть. Если, например, требуется внутри равностороннего треугольника найти точку, для которой сумма расстояний от трех сторон треугольника равна его высоте, то налицо теорема, ибо всякая точка треугольника обладает этим свойством. Решая вопрос о местонахождении такой точки, Скаутен в комментариях к „Геометрии" после ряда выкладок приходит к тождеству и заключает: „Отсюда ясно, что если мы приходим к уравнению, на обеих сторонах которого стоит одна и та же величина, то предложенный вопрос является не задачей, но теоремой; или что условие, из которого было выведено это уравне-

ние, содержится в данном вопросе, и он не может существовать без этого условия... поэтому искомую точку E можно брать внутри треугольника ABC, где угодно“ (изд. 1695 г., стр. 229. Далее цитируется как Geometria).

Напротив, отыскание в плоскости точки, равноудаленной от двух данных точек A и B, является задачей: условию удовлетворяет совокупиость точек плоскости, лежащих на прямой, перпендикулярной к отрезку AB в его середине. Впрочем, достаточно изменить область объектов предложеиия, чтобы оно из задачи превратилось в теорему: все точки прямой, перпендикулярной к отрезку в его середине, равно удалены от его концов. См. также: Г. Г. Цейтен. История математики в древности и в средние века, пер. П. С. Юшкевича, М., 1938, стр. 68—69 (далее цитируется как Цейтен, ч. I).

„Построение задачи“ — геометрическое решение ее, включающее геометрическое доказательство истинности решения. Для древних „основное значение геометрического построения заключается в доказательстве реального существования того самого объекта, к нахождению которого приводит это построение“ (Цейтен, ч. I, стр. 70).

3 (к стр. 301). Там, где мы бы сказали „отрезок“, Декарт почти всегда говорит: la ligne droite — „прямая линия“. „Отрезок линии“ встречается у Декарта редко („Le segment de la ligne“, Oeuvres, т. VI, стр. 383; ср. стр. 316 настоящего издания). Твердое терминологическое разграничение отрезка, луча и прямой — дело Я. Штейнера (1796—1863).

4 (к стр. 301). Следуя древним, Декарт представляет квадратный корень с помощью пропорции: если $1 : x = x : a$, то $x = \sqrt{a}$. Аналогично $x_1 = \sqrt[n]{a}$ можно выразить с помощью $n-1$ средней пропорциональной $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$:

$$1 : x_1 = x_1 : x_2 = x_2 : x_3 = \ldots = x_{n-1} : a.$$

Декарт рассматривал извлечение корня как вид деления. „При делении, замечает Скаутен, делимое относится к делителю, как частное к единице. При извлечении же квадратного корня данное число, или делимое, относится к корню, или делителю, как корень, или частное к единице (Geometria, стр. 147). Эту связь обоих действий Декарт подчеркнул еще в „Правилах для руководства ума“, написанных около 1628 г.: „Что касается таких делений, в которых делитель не дан, а только обозначен некоторым отношением, как, например, когда говорят, что нужно извлечь квадратный или кубический и т. д. корень, то заметим, что в этих случаях делитель и все остальные члены нужно представлять как линии, образующие ряд непрерывно-пропорциональных, из которых первой является единица и последней делимая величина" („Правила для руководства ума", М., 1936, стр. 171).

5 (к стр. 302). Слово le cercle, обозначающее у Декарта и круг и окружность, переводится везде, где речь идет о пересечении линий, словом окружность. В редких случаях Декарт говорит об „окружности круга".

6 (к стр. 303). Буквенное обозначение величин, предполагаемых данными, но численно не фиксированных, восходит к древним грекам. В „Началах" Эвклида (около 300 г. до н. э.) величины часто выражались отрезками прямых, которые назывались в тексте с помощью двух букв, отмечавших их концы; у Архимеда (287—212 гг. до н. э.) такую же роль играла одна буква (не две)

В средние века обозначение величин с помощью букв изредка встречалось у Леонардо Пизанского (около 1202), выделявшего их в тексте точками (например так: . *a*.) Буквы широко применял при решении задач Иордан Неморарий (около 1200 г.). Николай Оресм (1323—1382) снабжал буквы даже числовыми множителями, вроде 4. *a*. Однако при этом аппарат формул и правил преобразований, составляющий ядро современной алгебры, в это время еще совершенно отсутствовал.

Неморарий, например, изображал результаты действий над буквами каждый раз другими буквами и вместо стройной системы соподчиненных формул получал хаотическое нагромождение новых и новых буквенных знаков, лишенное силы операторного исчисления. Лишь значительно позднее слабые и разрозненные начатки удобного буквенного алгорифма попадаются у Христофора Рудольфа (около 1525 г.) и у Дж. Кардано (1501—1576).

Быстрее развивалась символика неизвестных, искомых величин. Буквенное обозначение одной неизвестной мы находим у александрийского математика Диофанта (вероятно, III в.); ее знак ς являлся, повидимому, сокращением какого-либо соответствующего слова. Для степеней неизвестной Диофант применял сокращения их названий и некоторые комбинации этих сокращений. Так, квадрат неизвестной обозначался δ^{υ} (от δυναμις — состояние, сила), куб $\varkappa^{\upsilon}$ (κυβος — куб), четвертая степень $\delta^{\upsilon}\delta^{\upsilon}$, пятая $\delta^{\upsilon}\varkappa^{\upsilon}$ и шестая $\varkappa^{\upsilon}\varkappa^{\upsilon}$. Несколько веков спустя индусы стали обозначать различные неизвестные, присваивая им сокращенные наименования различных цветов.

Вслед за алгебраистами народов Средней Азии, особенно хорезмийцем Мухамедом бен-Муса ал-Хорезми (около 830 г.), математики европейского средневековья долго называли неизвестную „вещью", по-латыни res, по-итальянски cosa, (откуда старонемецкое название алгебры coss, косс), квадрат ее — quadratus или census (состояние, сила), куб —

cubus. В XV—XVI вв. начали появляться и совершенствоваться знаки для степеней неизвестных величин. Так, Ник. Шюке (1484) писал $7^3\,\tilde{m}$, что соответствует нашему $7x^{-3}$. Если Кардано записал бы еще наше уравнение $x^3+5x=12$ в форме cubus $\tilde{p}5$ rebus aequantur 12, то у Рафаэля Бомбелли (1572) оно уже имело бы вид $1^3\ \tilde{p}\ 5^1$ aequ. 12, а у Виета $1\ C+5\ Q$ aequatur 12. Довольно сходные приемы можно встретить у Иоста Бюрги (1552—1632), Иоганна Кеплера (1571—1630) и др. Немецкие коссисты ввели ряд особых значков, соответствующих нашим x, x^2, x^3 и т. д. и получивших широкое распространение. Недостатком их являлось громоздкое обозначение высших степеней. Кроме того, все эти обозначения относились к целым положительным степеням одной неизвестной. Симон Стевин (1548—1620) предложил отмечать неизвестные по порядку, начиная со второй, сокращениями sec., ter., и т. п. Коссист Мих. Штифель (1487—1567) обозначал — отнюдь не систематически — степени различных неизвестных готическими буквами, выписывая нужное число раз основание степени: $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}\,\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}\,\mathfrak{A}\,\mathfrak{A}$, ... $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}$, ... Эта символика подходила только для небольших целых положительных степеней.

Все это существенно подготовило возникновение символической алгебры. Ее необходимость и возможность заключались и в том факте, что правила решения формулировались для уравнений общего вида, которые выражали, например, так: „кубы вместе с корнями равны числам“, причем число кубов и корней, так же как и свободный член, мыслилось любым (положительным). Принципиальный поворот был сделан Франсуа Виетом (1540—1603), который ввел важнейший элемент символической алгебры: общий буквенный коэффициент уравнений („Введение в искусство анализа“ — In artem analyticen Isagoge, 1591). Благодаря этому стало возможным изучение свойств общих алгебраических уравнений и употребление общих формул. Виет подчеркивал значение ясного и систематического обозначения. „Так как, — писал он, — для того чтобы можно было опираться на некое вспомогательное средство, необходим всегда одинаковый и наглядный символ, то данные величины должны отличаться от искомых неизвестных, например, тем, что неизвестные величины будут обозначены буквой A или другой гласной E, I, O, U, Y, а данные — буквами B, G, D или другими согласными“. В употреблении прописных букв Виет, как и во многих других случаях, примыкал к древним. Уравнения в записи Виета содержали еще довольно большое количество слов (равно, умноженный на, и т. д.).

Томас Герриот (1560—1621) записывал уравнения совсем без слов (опубл. в 1631 г.). Для выражения целой положительной степени неизвестной он выписывал все множители подряд: a^5 у него выглядело так: $aaaaa$. Прописные буквы он заменил строчными.

Материалы, сохранившиеся от раннего периода деятельности Декарта, не дают полной картины развития его символики. В 1619 г. Декарт в письмах к своему ученому другу Исааку Бекману (1570?—1637), пользовался коссическими знаками, следуя той книге, которая, вероятно, служила одним из главных источников его первого ознакомления с математикой, именно „Алгебре" Христофора Клавия (1537—1612; ср. Oeuvres de Descartes, т. X, стр. 154 и сл.). Эти обозначения встречаются у Декарта и значительно позднее (в 1628 г.), а если опереться на даты, установленные П. Таннери, — даже после выхода „Геометрии", именно в 1638 и 1640 гг. (Oeuvres, т. X, стр. 297, 298). В 1619—1620 гг. у Декарта можно найти и другое обозначение, взятое у Клавия и латинизировавшее коссические знаки: a^2 обозначалось aq, a^4 через aqq (Oeuvres, т. X, стр. 247, 248; также около 1629 г., там же, стр. 289, 294). Обозначение величин, представленных отрезками, буквами e и k, служившими для названия этих отрезков, применялось Декартом и Бекманом в 1618—1619 гг. (Oeuvres, т. X, стр. 55).

К 1619 г. относится также использование значка O для представления произвольного коэффициента уравнения. В письме 26 марта 1619 г. правая часть уравнения $x^2 = ax + b$ записывается в виде $Ox + ON$ (я ставлю x вместо коссического знака; N — от numerus, число). „Этот знак O, — писал в примечании Г. Энештрем,— есть, вероятно, нуль и имеет своим назначением то же, что и точки, которые Декарт позднее употребил в своей „Геометрии", т. е. отмечает место некоторой величины, зависящей от рассматриваемого вопроса" (Oeuvres, т. X, стр. 156; ср. прим. 96).

В „Правилах для руководства ума" 1628 г. Декарт сделал шаг вперед: „Для большего удобства мы воспользуемся строчными буквами a, b, c и т. д., чтобы выражать уже известные величины, и прописными A, B, C для выражения неизвестных величин. Часто мы будем ставить цифры 1, 2, 3, 4 и т. д. либо впереди этих знаков, для указания числа величин, либо позади, для того чтобы обозначать количество отношений, которые будут в них мыслиться. Так, например, если я записываю $2a^3$, то это одно и то же, как если бы я говорил: удвоенная величина, обозначаемая буквой a, содержащая 3 отношения". (Русск. пер., стр. 157—158).

Впервые знаки x и y, а также обозначения yy, y^3, y^4 мы находим в рукописи, относимой Таннери примерно к 1629 г. (Oeuvres, т. X, стр. 310 и сл.). Впоследствии они полностью вытесняют другие символы. Вначале, следуя, быть может, обратному порядку алфавита, первую неизвестную Декарт обозначал z, следующую y, третью x, но уже в III книге „Геометрии" в качестве первой неизвестной всегда берется x,— возможно потому, что по начертанию своему x была сходной с привычным для Декарта коссическим знаком неизвестной. Запись aa или xx, наряду с более последовательной, но не более экономной a^2 или x^2, сохранялась вплоть до К. Ф. Гаусса (1777—1855).

Современное общее обозначение любых степеней (дробных и отрицательных) по способу Декарта, который сам ввел его лишь для целых положительных показателей, есть в основном заслуга И. Ньютона (1642—1727), который применил его около 1667 г. У Декарта начальные буквы алфавита обозначали сами по себе положительные величины, и для выражения отрицательных величин он присоединял знак минуса. Применение букв с предстоящим знаком $+$ для выражения как положительных, так и отрицательных данных величин — дело Гудде (1628—1704; см. прим. 96).

Влияние Виета на создание Декартом его алгебраической символики весьма мало вероятно для первого периода творчества Декарта, когда он находился под влиянием коссистов; в иезуитской школе, где получил образование Декарт, его также вряд ли могли ознакомить с сочинениями гугенота Виета. В переписке Декарта имя Виета впервые встречается в 1632 г. „Благодарю вас, — писал он Мерсенну в мае 1632 г., — за присланную книгу по анализу; но, между нами, я не вижу в ней большой пользы, не вижу также, чтобы кто-нибудь, прочтя ее, смог не только что решить любую проблему (nullum non problema solvere), но и решить какую бы то ни было проблему, как бы она ни была легка. Дело не в том, что я не желаю верить, что авторы весьма ученые люди, но моего разумения недостаточно, чтобы судить о том, что содержится в этой книге...“ (Oeuvres, т. I, стр. 245). Приведенными латинскими словами заканчивалось „Введение в искусство анализа“ Виета, которое вышло вторым изданием в 1624 г., так что весьма возможно, что с этим трудом Декарт познакомился именно весной 1632 г. Правда, слова Декарта об „авторах“ наводят на мысль, что Мерсенн послал Декарту Fr. Vietae ad Logisticen Speciosam Notae priores („Первые заметки о видовой логистике“), изданные и снабженные примечаниями Ж. Богграном (1631, ср.: Oeuvres, т. I, стр. 248). Быть может, Мерсенн переслал Декарту оба сочинения Виета? Или же, быть может, с „Введением“ Декарт познакомился ранее, а заявление Виета насчет nullum non problema solvere цитировал, рассчитывая на память своего корреспондента? (Ср. прим. 85).

Труд Герриота Декарт, по его словам, увидел лишь после выхода в свет „Геометрии“ (Oeuvres, т. II, стр. 455 и сл.; ср. прим. 81).

Подробнее об истории алгебраических обозначений см. J. Tropfke. Geschichte der Elementar-Mathematik, Berlin, 1921, t. II; F. Cajory, A. History of mathematical notations, Chicago—London, 1928, t. I.

7 (к стр. 303). Знак корня $\sqrt{\ }$, довольно быстро вытеснивший полное или сокращенное словесное обозначение его R (от Radix), применявшееся итальяицами и французами в XV—XVI вв., возник у коссистов около 1480 г. Вначале квадратный корень представлялся точкой, ставившейся впереди подкоренного выражения, корень четвертой степени — двумя точками, н т. п. У Хр. Рудольфа к точке присоединяется штришок и в результате появляется знак $\surd$. Для обозначения корней высших степеней коссисты и следовавшие за ними авторы ставили после радикала знак степени. Так поступал и Декарт. Символ $\surd$ Декарт употреблял еще около 1619 г. Подкоренное выражение он, как и некоторые другие, выделял сперва точками (Oeuvres, т. X, стр. 247; также около 1629 г., там же, стр. 288—289). В 1629 г. у него встречается придуманная им объединительная черта над подкоренным выражением (Oeuvres, т. X, стр. 292). В „Геометрии“ имеются лишь квадратные и кубические корни, высшие попадаются в переписке. Здесь Декарт обозначает $\sqrt[3]{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$ и т. д. через $\surd 3)$, $\surd 4)$, ставя после показателя корня скобку и употребляя выделительные точки. Например, $\sqrt[3]{20+\sqrt{392}}$ он пишет в виде $\surd 3).\ 20+\surd 392$ (Oeuvres, т. III, стр. 190). Запись Герриота была сходной. Современная форма $\sqrt[3]{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$ введена была Альб. Жираром (1595?—1632), но окончательно утвердилась лишь в XVIII в.

8 (к стр. 303). У Декарта стоит ordinairement — обыкновенно; в латинском переводе Скаутена: semper — всегда.

9 (к стр. 303). Словом „измерение“ переведен термин dimension, введенный в применении к членам алгебраического уравнения Декартом. (Ср. прим. 15).

10 (к стр. 303). Слово quantité везде переведено через „величина“. — Здесь, как видно, Декарт освобождается от неудобств, связанных с „принципом однородности“ Виета.

11 (к стр. 304). Почти все математики XVI в. выражали равенство полным или сокращенным словом „равно“. Так поступал около 1619—1620 гг. и Декарт (Oeuvres, т. X, стр. 234). Придуманный им знак $\propto$ попадается среди рукописей, отнесенных Таннери примерно к 1629 г. (Oeuvres, т. X, стр. 292 и сл.). Происхождение его не известно. Применялся этот знак в XVII в. довольно часто.

Современный нам знак равенства (=) ввел Роб. Рекорд (1510—1558), писавший, что не может быть двух более равных вещей, чем пара параллельных линий одинаковой длины; его символ был только значительно длиннее нашего. Знак Рекорда прежде всего получил широкое применение в Англии. Во Франции он привился не скоро, тем более, что Виет понимал под $a = b$ разность между большей и меньшей из величин a, b. У Декарта символ $=$ обозначал иногда $\pm$; в таком смысле он употребляется перед радикалом в выражении для корня квадратного уравнения (письмо от 23 авг. 1638 г., Oeuvres, т. II, стр. 314 и сл.). В письме от 30 сент. 1640 г. Декарт применил знак $=$ в нашем смысле, в связи с аналогичным пользованием им адресатом (Oeuvres, т. III, стр. 190). В настоящем издании знак равенства Декарта заменен на современный.

12 (к стр. 305). Словом „приводя“ переведено декартовское en les demeslant. В латинском переводе это место гласит: „atque ita, reducenda illas, efficere oportet. . .“ (Geometria, стр. 4). Декарт охотно употреблял слово demesler (распутывать, выделять) в применении к неизвестным или уравнениям, но часто пользовался также терминами reduire, reduction.

13 (к стр. 305). Следуя традиции, восходящей к древним и к математикам среднего Востока, а в более близкое время к коссистам, Декарт называет последовательные целые степени геометрическими и затем квазигеометрическими терминами. Четвертая степень — это квадрат квадрата (quarré de quarré; лат. quadrato-quadratum; коссическое zensus de zensu), пятая — sursolide (sursolidum у Адама Ризе, 1489? — 1559, или surdesolidum у Штифеля; также и supersolidus), шестая — квадратокуб (quarré de cube, quadratocubus; коссическое zensicubus), седьмая — в письме от 30 сент. 1640 г. (Oeuvres, т. III, стр. 188) B-sursolide (от bissursolidum). Точное происхождение слова sursolidum не известно; по смыслу этот варваризм должен выражать в шкале квазигеометрических величин некое сверхтело.

14 (к стр. 305). В латинском издании „Геометрии“ последнее уравнение имеет вид

$$z^4 \propto + az^3 + b^2z^2 - c^3z + d^4.$$

15 (к стр. 305). Декарт говорит здесь degré. Далее этим термином он пользуется в конце первой книги, в „Ответе на вопрос Паппа“. Из текста этого ответа видно, что „степени“ кривых совпадают с их „родами“ (genres), на которые подразделил Декарт алгебраические кривые в классификации, излагаемой в начале второй книги.

16 (к стр. 306). Не ясно, что понимал Декарт под „всеми делениями, которые окажется возможным выполнить“. Скаутен говорит, что „сложение и вычитание не делает членов какого-либо вопроса более трудными (difficiliores). . . При умножении же члены запутываются (involvuntur) и усложняются (intricantur), а измерения увеличиваются; напротив, при делении члены распутываются, а измерения уменьшаются. То же следует иметь в виду относительно извлечения корня, которое, как было сказано выше, есть лишь род деления. Поэтому для нахождения про-

стейших членов, к которым может быть приведен вопрос, следует тщательнейшим образом следить за тем, чтобы при приведении уравнений были испробованы все деления и извлечения, какие возможно сделать" (Geometria, стр. 162). Таким образом, Скаутен добавляет, что нужно произвести всевозможные извлечения корней, под которыми следует понимать, в соответствии с словоупотреблением той эпохи, не только извлечение корней в нашем смысле слова, но и определение одного неизвестного через другие неизвестные уравнения. Это можно поставить в связь с тем описанием решения задач, которое содержится в так называемом „Исчислении господина Декарта" (ср.: Р. Декарт. Геометрия. М. — Л., 1938, стр. 130). Что касается понижения степени, упоминаемого Скаутеном, то, быть может, он имел в виду деление левой части уравнения на двучлен формы $x - a$, о котором много говорится в третьей части „Геометрии".

В одной рукописи от 1619—1621 гг. Декарт говорит о „приведении с помощью деления" (reductio per divisionem) при удалении второго члена из уравнения, в современной записи имеющего форму

$$z^3 = a_2z^2 + a_1z + a_0.$$

Декарт, вероятно, производил преобразование корня („деление") посредством подстановки $z = \frac{a_2}{3} x$, после чего уравнение приводилось к

$$x^3 = 3x^2 + \frac{9a_1}{a_2^2} x + \frac{27a_0}{a_2^3},$$

затем полагал $x = y + 1$ и получал уравнение вида

$$y^3 = b_1y + bo$$

(Oeuvres, т. X, стр. 244—246).

17 (к стр. 306). Плоскими называли задачи, которые можно построить посредством прямой и окружности. Термин этот, возникший у греков, связан, быть может, с тем, что такие задачи (приводящие к уравнениям 2-й степени) выражались древними в их так называемой геометрической алгебре с помощью отношений между прямоугольными площадями, лежащими в одной плоскости. Отсюда же и термин „плоское место". Но возможно, что плоскими эти задачи называли потому, что служащие для их построения прямая и окружность с самого начала рассматривались как планиметрические линии (см.: Цейтен, ч. I, стр. 142—143).

18 (к стр. 306). Термины „гипотенуза" и „катет", появившиеся еще у греков, в XVII в. применялись широко. Декарт называет здесь катеты сторонами (les costés), а гипотенузу основанием (la baze). В поздневгре-

ческой и последующей литературе гипотенуза иногда называлась основанием, ибо треугольник рисовали так, что гипотенуза была горизонтальной.

19 (к стр. 306). Второй, отрицательный корень Декарт здесь во внимание не принимает, но в третьей книге такие корни употребляются и строятся (ср. прим. 82).

Скаутен приводит второй корень, „меньший, чем нуль, и называемый г. Декартом ложным“, и доказывает его существование проверкой — возведением в квадрат. Корень этот, согласно Скаутену, изображается отрезком *PM*, который на самом деле дает абсолютную величину второго корня. Аналогичные указания делает Скаутен по поводу следующих далее уравнений (Geometria, стр. 162, 163).

20 (к стр. 308). В этом случае уравнение имеет мнимые корни. Об отношении Декарта к ним см. книгу III и прим. 93.

21 (к стр. 308). Папп — александрийский математик конца III в. — эпохи эпигонства и нарастающего упадка античной культуры и науки. Автор ценного „Математического сборника“, большая часть которого сохранилась.

22 (к стр. 308). Эвклид — александрийский ученый, живший около 300 г. до н. э., автор знаменитых „Начал“, в 13 книгах которых были изложены система геометрии, теоретическая арифметика и геометрическая алгебра древних, а также ряда других трудов. Четыре книги „Конических сечений“ Эвклида, о которых говорится далее в тексте Паппа, полностью утеряны.

23 (к стр. 308). Аполлоний Пергский — греческий геометр (265?—170 до н. э.) автор основоположного труда „Конические сечения“, из восьми книг которого полностью сохранились первые семь (последние три в арабском переводе).

24 (к стр. 309). Перевод Ф. Коммандино (1509—1575), которым пользовался Декарт (изд. 1588 г.), не вполне точен. Здесь должно быть не „в его III книге“, а „по поводу его III книги“. Вот собственные слова Аполлония из вступления к I книге „Конических сечений“: „III книга содержит ряд замечательных теорем, полезных для синтеза телесных мест и определения условий возможности задач. Большинство этих теорем и притом наилучшие — новы; после того как я нашел их, я увидел, что Эвклид не выполнил синтеза места к 3-й и 4-й линиям, но дал лишь часть его и даже с этим не вполне справился, ибо без наших открытий не было возможности выполнить полный синтез“.

25 (к стр. 310). Телесными называли задачи, которые можно построить посредством конических сечений. Термин этот, возникший у греков, связан, быть может, с тем, что такие задачи, приводящиеся к уравнениям 3-й (или 4-й) степени, выражались отношениями между параллелепипедами.

Отсюда же термин „телесное место" для обозначения конических сечений. Но возможно, что телесными эти задачи называли потому, что служащие для их построения конические сечения первоначально были определены именно как сечения тела-конуса, а не через свои планиметрические свойства. Остальные кривые греки называли линейными местами (Цейтен, ч. I, стр. 143).

26 (к стр. 310). Пользуясь новым изданием Паппа, П. Таннери в примечании к „Геометрии" (Oeuvres, т. VI, стр. 721—722) переводит это место совершенно иначе: „и не было дано синтеза ни для одной из этих линий, ни показано, что он пригодился бы для этих мест, даже для той линии, которая, казалось бы, является первой и наиболее естественно встречающейся".

Смысл терминов „анализ" и „синтез" можно кратко передать следующим образом. Решая задачу с помощью анализа, представляют себе прежде всего, что задача решена. Исходя из этого, далее стараются вывести цепь умозаключений, приводящих, в конце концов, к какому-либо истинному положению. Анализ показывает, как может быть решена задача, если она разрешима. „Синтез заключается затем в том, чтобы, прежде всего, реально выполнить это решение, т. е. определить искомые величины и фигуры таким образом, чтобы удовлетворить получившимся в результате преобразования условиям; после этого остается еще доказать, что и первоначально заданные условия удовлетворены. При отсутствии более простого способа это доказательство совершается обыкновенно с помощью преобразования условий в обратном порядке по сравнению с тем, который имел место в анализе, и приводит к выводу, что если выполнены новые условия, которыми заменили первоначальные, то эти первоначальные условия тем самым тоже по необходимости удовлетворяются" (Цейтен, ч. I, стр. 71—72).

27 (к стр. 312). Во французском переводе Таннери здесь еще добавлено: „говоря о заключенном такими-то линиями по отношению к квадрату такой-то прямой или к заключенному такими-то другими" (Oeuvres, т. VI, стр. 722).

28 (к стр. 312). Сложное или составное отношение соответствовало у древних нашему произведению вещественных чисел. Так, составленное из двух отношений $a:b$ и $b:c$ сложное отношение представляло $a:c$. То, что теперь называют произведением двух или трех сомножителей греки выражали с помощью площадей прямоугольников или объемов параллелепипедов, либо же с помощью сложных отношений. Последний способ имел то преимущество, что был пригоден при любом числе сомножителей. Слово „прямоугольник" в смысле произведения удержалось до XVII в., квадрат отношения греки назвали „двойным отношением", куб — „тройным" и т. д. (Цейтен, ч. I, стр. 101—102).

29 (к стр. 313). Здесь Декарт говорит о „произведении“ сомножителей (ce qui se produist lorsqu'on en multiplie quatre l'une par l'autre). Латинские термины producere, productum часто встречаются уже с XIII в., слова multiplicare, multiplicatio — в I в. н. э.

30 (к стр. 314). Об истории задачи Паппа, послужившей для Декарта пробным камнем силы изобретенного им математического метода, Таннери писал (Oeuvres, т. VI, стр. 722—724): „Способ, посредством которого древние изучали место к трем или четырем прямым, был мастерски разъяснен в замечательном сочинении г. Цейтена из Копенгагена, переведенном на немецкий язык г. Фишер-Бенцсном под заглавием «Die Lehre von den Kegelschnitten in Altertum»“ (1886). Поэтому мы отметим здесь лишь то, что в словах Аполлония и Паппа могло ввести в XVII в. в заблуждение относительно подлинной истории этой задачи.

Она, по всей вероятности, была поставлена и решена посредством геометрического анализа древних в одном сочинении, несколько предшествовавшем времени Эвклида, именно в пяти книгах „Телесных мест“ Аристея (которые, между прочим, наверное содержали элементы ряда теорий, недостающих в „Конических сечениях“ Аполлония, — теорий, которые поэтому считали неизвестными Аполлонию, вроде свойств фокуса параболы, директрис конических сечений и т. д.). Синтез, весь ход которого указывался анализом, был интересен лишь в качестве упражнения или приложения к отдельным данным; но было важно объединить и установить различные необходимые теоремы либо для облегчения синтеза, либо для придания ему полноты. Именно это (а не сам синтез) и было, повидимому, той целью, которую поставил себе Эвклид в части четырех книг его „Конических сечений“, — сочинеиии, уже более не изучавшемся во времена Паппа; Эвклид, повидимому, ограничился в них тем, что объединил синтетические труды более древних геометров, в частности для облегчения изучения „Телесных мест“ Аристея. Аполлоний в третьей книге „Конических сечений“ восполнил оставленную незавершенной теорию (одним из больших его достижений было, в частности, одновременное исследование двух противолежащих гипербол, или, как выражаемся мы, двух ветвей одной гиперболы); но эта книга могла быть использована в вопросе о месте к трем или четырем прямым лишь в том случае, если было уже известно решение с помощью анализа, которое одно лишь могло пролить свет на подлинное значение теорем Аполлония и на способ их применения.

В начале XVII в. математики, не располагавшие более ни сочинением Аристея, ни „Коническими сечениями“ Эвклида и имевшие на руках лишь четыре первые книги Аполлония да весьма недостаточные указания Паппа, должны были для решения вопроса о месте к трем или четырем прямым заново открыть древний анализ, приемы которого им были неизвестны, или же дойти до поистине трудной догадки. Поэтому для иллюстрации употребления нового аналитического метода, задуманного Декартом с целью облегчить приложение алгебраического исчисления к геометрии, он не мог бы найти более разительного примера, чем это геометрическое место.

Задача была поставлена Гоолем перед Мидоржем по крайней мере уже в 1630 г. (Oeuvres, т. I, стр. 256, строка 18) и перед Декартом в 1631 г. (там же, т. I, стр. 232—235). Еще до выхода „Геометрии" Декарт указал на нее Мерсенну в 1634 г. как на задачу, которую следует предложить Робервалю (там же, т. I, стр. 288). Ферма решил ее ранее 1637 г. по образцу древних (Oeuvres de Fermat, т. II, стр. 105, строка 2); однако сохранилось только очень изящное его решение для места к трем прямым. Роберваль занялся ею, повидимому, позднее; но 4 авг. 1640 г. он писал Ферма: „После этого открытия (именно — его метода касательных [примеч. Поля Таннери]), я взялся за телесные места к трем и четырем линиям, которые я полностью восстановил, хотя, чтобы ничто не было опущено, требуется не менее рассуждений, чем в первых шести книгах «Начал» Таким образом, он должен был дать полный синтез". (Oeuvres de Fermat, т. II, стр. 201.)

Декарт решил задачу Паппа в конце 1631 г.; это видно из письма Гоолю от января 1632 г. (там же, т. I, стр. 233—234), в котором Декарт сжато формулирует основные результаты исследования.

Я. К. Гооль (Gool) — профессор математики и восточных языков в Лейдене (1596—1667). Кл. Мидорж (1585—1647) — французский геометр. Жиль Роберваль (1602—1675) — профессор математики в Коллеж де Франс, один из предшественников творцов исчисления бесконечно малых.

О задаче Паппа в древности см. также: Цейтен, ч. I, стр. 143—145. Замечательно изящное, чисто геометрическое решение задачи Паппа дал Ньютон. См. его „Математические начала натуральной философии" (1686) в „Собр. трудов акад. А. Н. Крылова" (т. VII, М.—Л., 1936, стр. 121—122).

[31] (к стр. 315). У Декарта здесь стоит: mais toutes celles qui sont d'un degré plus composées y peuvent servir. Перевод Скаутена передает мысль Декарта яснее: quemadmodum etiam nulla earum imaginari licet, quae ibidem utilis esse non possit (Geometria, стр. 12).

[32] (к стр. 315). В общем виде задача Паппа формулируется следующим образом. Дано $2n$ прямых с уравнениями (в произвольной косоугольной системе)

$$d_i = x + k_i y + l_i = 0 (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2n).$$

Длины отрезков, проведенных из точки $M(x,\ y)$ к этим прямым под данными углами отличаются от левых сторон di лишь постоянными множителями (такие выражения и получает далее Декарт). Уравнение геометрического места к $2n$ прямым имеет поэтому вид

$$d_1 d_2 \ldots d_n = \pm \lambda\, d_{n+1} d_{n+2} \ldots d_{2n},$$

а места к $(2n-1)$-ой прямой — вид

$$d_1 d_2 \ldots d_n = \pm \lambda\, d_{n+1} d_{n+2} \ldots d_{2n-1}.$$

Между прочим, это общее определение для места к трем прямым дало бы

$$d_1 d_2 = \pm \lambda d_3,$$

а не

$$d_1 d_2 = \pm \lambda d_3^2,$$

как его определяли древние (ср. прим. 58).

Наш двойной знак $\pm$ у Декарта отсутствует; его заменяет в соответствующем пункте исследования замечание, что точки геометрического места следует представлять себе в различных углах (четвертях).

О классификации кривых Декарта см. прим. 42.

Утверждения относительно построения точек этих кривых Декарт доказывает далее. Если, например, рассматривается место к 3, 4 или 5 прямым, то, выбрав одну из них за ось абсцисс, так, чтобы один из множителей левой части уравнения оказался просто y, и придавая y какое-либо значение, мы для определения x получаем квадратное уравнение, и точки места, следовательно, строятся циркулем и линейкой. Но в случае пяти параллельных прямых уравнение места, не содержащее теперь x, оказывается относительно y кубическим

$$y\,(y + c_1)\,(y + c_2) = \pm \lambda\,(y + c_3)\,(y + c_4),$$

и для построения точек здесь необходимо, вообще говоря, прибегнуть к коническим сечениям.

Декарт не заметил, что построение точек места к шести прямым также представляет собой плоскую задачу. В самом деле, если одну из трех прямых первой группы взять за ось абсцисс, а одну из трех прямых другой группы за ось ординат, то уравнение места запишется в виде

$$y\,(x + k_1 y + l_1)\,(x + k_2 y + l_2) = \pm \lambda x\,(x + k_3 y + l_3)\,(x + k_4 y + l_4)$$

или

$$\frac{y}{x}\left[x\left(1 + k_1 \frac{y}{x}\right) + l_1\right]\left[x\left(1 + k_2 \frac{y}{x}\right) + l_2\right] =$$

$$= \pm \lambda \left[x\left(1 + k_3 \frac{y}{x}\right) + l_3\right]\left[x\left(1 + k_4 \frac{y}{x}\right) + l_4\right).$$

Для определения абсциссы точки пересечения кривой с прямыми, проходящими через начало, $\frac{y}{x} = \text{const}$, возникает квадратное уравнение.

Утверждая, что всякая кривая n-го рода, т. е. по-нашему $2n$-го порядка, представляет собой место к $4n$ прямым, Декарт ошибался. В общем случае это неверно, хотя и справедливо при $n=1$ и $n=2$. В самом деле, общее уравнение кривой $2n$-го порядка содержит $\frac{2n(2n+3)}{2}$ коэффициентов, а в уравнении геометрического места параметров, которыми можно распорядиться, $8n+1$. При $n>2$ система уравнений для определения коэффициентов становится, вообще говоря, несовместной.

При чтении дальнейших выкладок Декарта следует иметь в виду, что в его время не принято было выражать отношения сторон в данных треугольниках с помощью тригонометрии, символика которой была развита весьма недостаточно.

33 (к стр. 319). У Скаутена добавлено aut etiam unam, т. е. „или же одно“ (Geometria, стр. 15).

34 (к стр. 321). Спираль Архимеда — трансцендентная линия, описываемая точкой, равномерно движущейся по прямой, равномерно вращающейся вокруг какой-либо своей неподвижной точки. Уравнение ее в полярных координатах имеет вид $\rho = a\varphi$.

35 (к стр. 321). Квадратриса Гиппия из Элиды (вторая половина V в. до н. э.) — трансцендентная кривая. В квадрат $ABCD$ вписывается четверть круга; радиус $AB = r$ равномерно вращается вокруг центра A, сторона BC равномерно перемещается параллельно самой себе вдоль AB; при этом AB и BC совпадают с AD одновременно. Квадратрисой является место точек пересечения этих движущихся прямых. Ее полярное уравнение $\rho = \frac{2r}{\pi}\frac{\varphi}{\sin\varphi}$; в прямоугольных декартовых координатах оно имеет вид $y = x \operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2r}$. Квадратриса была сперва применена к трисекции угла и позднее к задаче о квадратуре круга.

36 (к стр. 321). Если из данной точки A проводить прямые AM, пересекающие данную прямую CD, и от точек их пересечения N откладывать на AM в обе стороны отрезки данной длины $NM = b$, то место точек M и будет конхоидой Никомеда (около 180 г. до н. э.). Пусть расстояние от A до CD есть a, тогда уравнение конхоиды будет $(x-a)^2(x^2+y^2) - b^2x^2 = 0$ и в полярных координатах $\rho = \frac{a}{\cos\varphi} \pm b$. Знаку плюс (+) в последнем уравнении соответствует так называемая „первая“ конхоида, знаку минус (—) при $b < a$ — „вторая“. (Ср. прим. 100).

[37] (к стр. 321). Даны круг с центром O, два взаимно перпендикулярных диаметра AB и CD (горизонтальный) и касательная в точке D. Из точки C проводятся прямые, пересекающие касательную в E и окружность в F. Точки M циссоиды Диоклеса (около 180 г. до н. э.) получаются, если на отрезках CF откладывать отрезки $CM = EF$. Уравнение циссоиды

$$x^3 = y^2 (2a - x),$$

где a — радиус круга (ось абсцисс — вдоль CD, начало в C).

Все названные кривые были, повидимому, построены в связи с поисками решения классических задач древности: удвоения куба, трисекции угла и квадратуры круга. Об их истории см.: Цейтен, ч. I.

[38] (к стр. 322). Декарт, таким образом, включает в геометрию те линии, которые „описаны непрерывным движением или же несколькими такими последовательными движениями, из которых последующие вполне определяются им предшествующими“, и исключает из нее линии, которые „представляют себе описанными двумя отдельными движениями, между которыми не существует никакого отношения, которое можно было бы точно измерить“. Несколько далее он утверждает, что первые, „геометрические“ линии „обязательно находятся в некотором отношении ко всем точкам прямой линии, которое может быть выражено некоторым уравнением, одним и тем же для всех точек данной линии“, т. е. что уравнения „геометрических“ линий в прямолинейной системе координат — обязательно алгебраические. Тем самым Декарт ограничил геометрию изучением алгебраических кривых. Связано это было с тем, что общим методом математического исследования для Декарта являлась исключительно алгебра. Хотя Декарт с успехом изучал отдельные трансцендентные линии (ср. прим. 65, 67), но он был убежден, что общих приемов их исследования быть не может. Лейбниц и Ньютон подвергли впоследствии глубокой и действенной критике эту концепцию Декарта. Вместе с тем установленное Декартом ограниченне предмета геометрии отразилось в том, что аналитическая геометрия в собственном смысле слова изучает лишь алгебраические кривые, обладающие рядом специфических свойств, выделяющих их среди всех линий.

Как видно из приведенного текста, Декарт, рассматривая кинематические свойства геометрических и механических кривых, различает два соответствующих им способа их описания. Геометрические линии описываются непрерывным движеиием механизма, в котором движение одних элементов полностью определяется движениями некоторых других; при описании механических кривых отдельные движения между собой независимы, как в случае спирали Архимеда (об образовании линии с помощью „двойного“ движения писали и древние, например Симпликий в начале VI в. н. э.). Непосредственно затем Декарт приводит пример механизма, точки которого могут описывать некоторые алгебраические линии любого порядка и который позволяет строить любое число средних пропорциональных. В этих не вполне отчетливо формулированных положениях Декарта содержится одна из важнейших теорем кинематики механизмов, согласно которой с помощью плоских шарнирных механизмов, в которых движения начальных звеньев полностью определяют движения всех остальных, можно описывать дуги любых плоских алгебраических кривых и нельзя описать ни одной трансцендентной. Теорема эта была доказана в 1876 г. А. Б. Кемпе. Следует заметить, что интерес к теории шарнирных механизмов особенно возрос лишь в середине XIX в. в связи с важной в машиностроении проблемой перевода системы круговых движений в движение строго прямолинейное. С этой проблемой был связан ряд замечательных теоретических и практических исследований П. Л. Чебышева (1821—1894), его ученика Липкина, одесского профессора В. Н. Лигина (1846—1900), А. Поселье и других.

Идея классификации кривых по типу порождающих их движений возникла у Декарта еще в 1619 г. (см. письмо к Бекману от 16 марта 1619 г., Oeuvres, т. X, стр. 155—156).

Терминология Декарта была вытеснена современной после того как Лейбниц ввел вместо слов „геометрические кривые“ — „алгебраические кривые“, а вместо „механические“ — „трансцендентные“ (1684 г.; см.: Лейбниц, Избранные отрывки из математических сочинений. Успехи матем. наук, III [I], 1948, стр. 173—174). Термин „геометрические“ для Лейбница был неприемлем, ибо он возражал против исключения из геометрии, т. е. математики, „механических“ кривых.

[39] (к стр. 322). В латинском издании стоит XYZ.

[40] (к стр. 322). В латинском издании добавлена буква E.

[41] (к стр. 323). Этот инструмент был изобретен Декартом между 1619 и 1621 гг. Декарт описал его в личных заметках (Cogitationes privatae) и применил к построению корней уравнения $x^3 = x + 2$ (Oeuvres, т. X, стр. 234—240). В начале третьей книги „Геометрии“ Декарт употребил его для построения любого числа средних пропорциональных. Механизм Декарта напоминает иной, но по идее родственный, механизм александрийского ученого Эратосфена (276—195? гг. до н. э.) для построения двух средних пропорциональных. Описание мезолабия Эратосфена дал Эвтокий Аскалонский в сохранившемся комментарии к сочинению Архимеда „О шаре и цилиндре“. О мезолабии Эратосфена см. статью В. В. Бобынина в Энциклопедическом словаре Брокгауза и Ефрона, т. 16, 1896.

Уравнения линий, описываемых инструментом Декарта, суть

$$r^2 (x^2 + y^2)^{2k-1} = x^{4k} \quad (k = 0;\ 1;\ 2;\ \ldots).$$

42 (к стр. 324). Декарт первый дал классификацию алгебраических кривых, необходимую ему и для того, чтобы при решении алгебраических задач и уравнений выбирать подходящие кривые (ср. прим. 78). Правильно связав разделение кривых на роды с порядком их уравнений, Декарт, однако, относит к n-му роду кривые со степенями уравнений $2n$ и $2n-1$. Эта лишенная научного значения классификация была принята Декартом вероятно потому, что он считал возможным сведение уравнений 6-й, 8-й и т. д. степеней к уравнениям 5-й, 7-й и т. д. степеней, — подобно тому как это имеет место для уравнений 4-й и 3-й степеней (см. стр. 326 настоящего издания), а также потому, что местом к 3 или 4 прямым служит линия с уравнением 2-й степени или прямая, место к 8 прямым — линия с уравнением 4-й или 3-й степени и т. д. (Ср. письмо к Гоолю от января 1632 г., Oeuvres, т. I, стр. 233—234). Несколько далее Декарт утверждает, что род кривой не зависит от выбора системы координат (ср. прим. 44).

Современная классификация плоских линий по числу возможных точек пересечения с прямой, т. е. по степеням их уравнений, дана была И. Ньютоном в „Перечислении кривых третьего порядка“ (1704; см.: И. Ньютон, Математические работы, пер. Д. Д. Мордухай-Болтовского, М.—Л. 1937, стр. 194).

43 (к стр. 324). Далее у Декарта следует первый пример составления уравнения кривой по ее свойству. Здесь, как и в начатом, но еще не доведенном до конца разборе задачи Паппа, одна прямая — горизонтальная — берется за ось y, и на ней выбирается начало отсчета; расстояния точек кривой от нее, отмеряемые в некотором направлении, обозначаются x. В данном примере система берется прямоугольной. Вторая ось не проводится. Начиная с этого примера, координаты неизменно обозначаются x и y.

Термины „абсцисса“ и „ордината“ в „Геометрии“ Декарта еще не употребляются. Вместо них служат названия segmens de diametre и appliqué par ordre (в латинском издании quae ad diametrum ordinatim adplicantur). Эти названия были связаны с греческой терминологией: Аполлоний называл сопряженные с диаметром конического сечения параллельные хорды „по порядку проведенными“, а отрезки диаметра между его концами и точками пересечения с сопряженными хордами — „отсекаемыми на диаметре по порядку проведенными“ линиями. В латинском переводе Ф. Коммандино (1566) эти обороты речи переданы были через ordinatim applicatae и quae ab ipsis ex diametro ad verticem abscinduntur. Отсюда и терминология Декарта. В переписке Декарт иногда применял и слово ordonnée. Слова „абсцисса“ и „ордината“ ввел в употребление Лейбниц (в 1675 и 1684 гг.; см.: Leibnizens mathem. Schriften, Halle, 1859, т. V, стр. 123), ему же принадлежит слово „координаты“ (1692; там же, стр. 268) и понятие о криволинейных координатах.

Применение координатного метода ветречается впервые в рукописях Декарта об овалах от 1629 г. (Oeuvres, т. X, стр. 310 и сл.).

Об отрицательных координатах см. прим. 69.

Вторая ось введена была впервые в 1730 г. в „Commentaires sur la Geometrie de M. Descartes“ Кл. Рабюеля (1669—1728). Там же было впервые в печати сформулировано правило знаков координат в разных четвертях.

44 (к стр. 325). Неясно, обладал ли Декарт полным доказательством теоремы об инвариантности порядка кривой относительно преобразования системы прямолинейных координат. В комментарии Скаутена теорема эта была подвергнута более подробному рассмотрению. Он переносит, как сказали бы мы, начало координат в точку $(-a, 0)$ и вращает систему по часовой стрелке на угол φ, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{b}{a}$ (ось абсцисс горизонтальна). Далее он выражает новые ординату и абсциссу через старые; приводимые им выражения $\frac{ab+bx+ay}{\sqrt{a^2+b^2}}$ и $\frac{a^2+ax-by}{\sqrt{a^2+b^2}}$ принимают современный вид при введении тригонометрических функций (так стал поступать лишь Эйлер, 1707—1783). Отсюда почти сразу видно, что род кривой не изменится.

Преобразование Скаутена не является наиболее общим, однако он понимал ясно, что при других преобразованиях рассуждения не меняются: „Это можно было бы,—писал он,—показать таким же образом и для всяких других заданных по положению прямых линий, если бы мы не стремились быть по возможности краткими“ (Geometria, стр. 178; ср.: Г. Вилейтнер. Хрестоматия по истории математики, пер. П. С. Юшкевича и А. П. Юшкевича, М., 1936, стр. 149).

45 (к стр. 325). Скаутен дает построение этой гиперболы и ее асимптот и приводит другие примеры составления уравнений линий (Geometria, стр. 171—175).

46 (к стр. 326). Кривая, возникающая, когда движущейся линией является парабола с диаметром KB, имеет уравнение

$$y^3 - 2ay^2 - a^2y + 2a^3 = axy,$$

которое Декарт приводит на стр. 339. Принадлежит она, по терминологии Ньютона, к „трезубцам“ (И. Ньютон, Математические работы, стр. 205; иногда ее называют „параболой Декарта“). Правильно выведя уравнение „трезубца“, Декарт по недосмотру пришел к неверному заключению, что род описываемой кривой вообще на единицу выше, чем род кривой движущейся. Действительно, пусть в подвижной системе координат с началом L уравнение данной кривой CK есть $f(x', y)=0$, причем $BL=x'$, $BC=y$. Тогда из подобия треугольников CBL и GAL следует, что абсцисса $x=AB$ точки описываемой кривой GCE в неподвижной системе координат с началом A удовлетворяет уравнению $x'=\frac{xy}{a-y}$, так что уравнение GCE будет $f\left(\frac{xy}{a-y}, y\right)=0$. Уравнение „трезубца“ получится при $a=2a'$ и $y^2=a(a-x')$. Ошибку Декарта отметил в одном частном случае еще Ферма (Oeuvres de Fermat, т. I, стр. 121—122). Цейтен справедливо отметил, что способ описания кривых, предлагаемый здесь Декартом, „взят из построения конхоиды, для которой движущейся кривой является окружность с центром в точке пересечения вращающейся прямой и оси абсцисс“. (См.: Г. Г. Цейтен. История математики в XVI и XVII вв., пер. П. Новикова, под ред. М. Выгодского. М.—Л., 1938, стр. 220. Далее цитируется: Цейтен, ч. II). (Ср. прим. 109).

47 (к стр. 328). Когда коэффициенты уравнения — многочлены, Декарт объединяет их фигурной скобкой или вертикальной чертой, располагая друг под другом отдельные члены, или же просто выписывает их указанным образом без какого-либо объединяющего знака. Употребление скобок восходит к Штифелю. Односторонняя фигурная скобка применялась Виетом. Круглую скобку Декарт употреблял под знаком радикала (см. прим. 7). В повседневное употребление круглые скобки ввел Лейбниц.

48 (к стр. 329). В оригинале: se trouvoit nulle, ou moindre que rien.

49 (к стр. 329). О замене $\frac{dezz+cfgz-bcgz}{ez^3-cgzz}$ на $\frac{2n}{z}$ Вилейтнер писал: „Несмотря на свое первоначальное замечание, что нет надобности в соблюдении однородности выражений, Декарт все-таки обозначает отвлеченное число как отношение отрезков $\frac{n}{z}$. Но здесь это имеет то основание, что он все время имеет в виду геометрическое построение отрезка y по данному x. Поэтому естественно, что он считает более удобным выражение типа $\frac{n}{z}x$, которое немедленно может быть построено“ (Г. Вилейтнер. Как рождалась современная математика, пер. А. А. Мочульского, под ред. А. Я. Хинчина. М., 1933, стр. 44).

50 (к стр. 329). Знак минус перед $\frac{p}{m}$, отсутствующий в оригинальном и латинских изданиях, поставлен П. Таннери (Oeuvres, т. VI, стр. 399). Однако в изданиях Скаутена ошибки нет, так как под радика-

лом в выражении для y у него стоит $\sqrt{mm+ox+\frac{p}{m}xx}$ (Geometria, стр. 27—28).

51 (к стр. 331). Получив в системе координат, в которой осью абсцисс служила прямая AB, началом точка A, и ординаты брались параллельно BC, уравнение кривой в виде

$$y=m-\frac{n}{z}x+\sqrt{mm+ox-\frac{p}{m}xx},$$

Декарт меняет систему координат. За новую ось абсцисс он принимает MN, диаметр кривой, сохраняя прежнее направление ординат; при этом все ординаты уменьшаются на величину $m-\frac{n}{z}x$. Абсциссы Декарт умножает на постоянную $\frac{a}{z}$. Начало будет находиться теперь в I, точке пересечения прямой MN с прямой (отсутствующей у Декарта), проходящей через A параллельно ординатам. Эти преобразования можно записать уравнениями

$$LC=y'=y-\left(m-\frac{n}{z}x\right), \qquad IL=x'=\frac{a}{z}x.$$

В новых координатах x', y' уравнение приняло бы вид

$$y'=\sqrt{mm+\frac{ozx'}{a}-\frac{pzz}{maa}x'x'},$$

но Декарт пользуется уравнением

$$LC=\sqrt{mm+ox-\frac{p}{m}xx},$$

связывающим y' и x.

Далее следует подробный анализ этого уравнения, показывающий, что место к 3 или 4 прямым или кривая первого рода есть коническое сечение. В 1649 г. Декарт вернулся к задаче Паппа в связи с некоторыми возражениями Роберваля. Большинство этих возражений было неосновательно. Но в одном пункте Роберваль углубил исследование Декарта. Он подробнее рассмотрел вопрос о возможности нахождения точки C в 4 разных углах и пришел к выводу, что геометрическое место может представлять собой два разных конических сечения. Для нас это ясно из уравнений $d_1d_2=+\lambda d_3d_4$ и $d_1d_2=-\lambda d_3d_4$ (см. прим. 32). См. переписку по этому вопросу в Oeuvres, т. V, стр. 373, 394—397 и замечания Таннери (там же, стр. 422—423). Ранее, в 1639 г., Декарт возможность такого случая отрицал (Oeuvres, т. II, стр. 576, 580).

[52] (к стр. 331). Таннери указал, что „слова в квадратных скобках, написанные по недосмотру, были опущены Скаутеном в издании 1659 г.“ (Oeuvres, т. VI, стр. 401).

[53] (к стр. 331). Хотя Декарт хорошо знал, что уравнение первой степени принадлежит прямой, он не выписал такое уравнение отдельно и его не исследовал. Однако у Декарта нет представления о „вырождении“ кривой второго порядка в пару прямых. Не встречается и указаний на возможность вырождения кривой в точку.

Ферма начал свое „Введение в изучение плоских и телесных мест“ (написанное около 1636 г., но изданное лишь в 1675 г.) с рассмотрения уравнения прямой. Утверждение, что уравнение прямой — первой степени, высказал в печати впервые Дебон в 1649 г. (Geometria, стр. 127). Дебон указал также впервые, что уравнения $x = c$ или $y = c$ выражают прямые, параллельные — по нашей терминологии — осям координат (там же, стр. 130).

[54] (к стр. 331). Таннери указал, что „в этом втором случае прямая IL, как не пересекающая коническое сечение, не рассматривалась тогда как диаметр“ (Oeuvres, т. VI, стр. 401).

[55] (к стр. 331). Прямая сторона (costé droit, latus rectum) конического сечения (термин восходит к Аполлонию) численно равна нашему удвоенному параметру. Слово „параметр“ ввел в учение о конических сечениях Мидорж (1631); его параметр был вдвое больше нашего.

[56] (к стр. 332). Здесь и далее Декарт ссылается на „Конические сечения“ Аполлония, теоремы и определения которых являлись предпосылкой его исследованиям. Декарт не определял конические сечения теми или иными свойствами с целью вывода их уравнений и дальнейшего изучения кривых с помощью анализа уравнения. Он идет здесь обратным путем, показывая, что уравнение второй степени выражает известные свойства какого-либо из конических сечений (ср. прим. 59).

Скаутен снабдил этот текст Декарта подробнейшими комментариями и дал построение соответствующих кривых (Geometria, стр. 181—225).

[57] (к стр. 333). Поперечная сторона (costé traversant, latus transversum) есть диаметр конического сечения (не обязательно главный). Этот термин также восходит к Аполлонию.

[58] (к стр. 334). Декарт прошел мимо случая, когда уравнение второй степени не содержит y^2 и x^2. Этот пробел частично восполнил Дебон, показавший, что уравнение соответствующего вида представляет гиперболу. У Дебона было выписано 17 различных форм этого уравнения в зависимости от различных комбинаций знаков коэффициентов, или их обращения в нуль, но отсутствовали случаи, когда все коэффи-

циенты положительны, а также $xy=0$. Впрочем, писал Дебон, он мог бы вывести все 17 форм из одной

$$xy+cy+bx-df=0.$$

Дебон заметил, что такое уравнение не может получиться при рассмотрении классической задачи Паппа о месте к 3 или 4 прямым; оно характеризует место точек, для которых произведение расстояний от двух взаимно перпендикулярных прямых пропорционально расстоянию от третьей (Geometria, стр. 127—130; ср. прим. 32).

Дебон послал свои замечания Декарту в начале 1639 г. Декарт полностью одобрил их содержание. 20 февраля 1639 г. он писал Дебону: „Я поистине могу сказать, что не нашел в них ни одного слова, с которым бы не был вполне согласен". Далее Декарт писал, что обнаруженный Дебоном пробел был плодом недосмотра: „Кроме того я пропустил случай, когда нет yy и имеется лишь xy вместе с некоторыми другими членами, что всегда дает в качестве места гиперболу, для которой линия, названная мной AB, есть асимптота или параллельна асимптоте. И в уравнении [стр. 329 этого издания], из которого я сделал образец для всех прочих, нет члена, составленного из известных величин; это хорошо для вопроса Паппа, ибо такой член никогда не получается тогда по способу, каким я его привел; но для того, чтобы ничего не было пропущено касательно мест, таковой следовало поставить". Указав затем на некоторые другие допущенные им пропуски („я не дал анализа этих мест, а только их построение", и др.), Декарт прибавлял: „Впрочем, могу уверить, что все это я пропустил намеренно, кроме случая с асимптотой, про который забыл" (Oeuvres, т. II, стр. 510—511). Этот случай, вероятно, имел в виду Декарт, когда 31 марта 1638 г. писал Мерсенну: „Впрочем, один случай, из числа наиболее легких, я пропустил в силу его чрезмерной простоты... Мне легко будет добавить о нем в трех словах во втором издании" (Oeuvres, т. II, стр. 84). К этому мнению склонялся Таннери (Oeuvres, т. VI, стр. 725).

В январе 1638 г. Декарт мог узнать о своем пробеле по ставшей ему доступной рукописи „Введение в изучение плоских и телесных мест" Ферма, где имелся разбор уравнения гиперболы, отнесенной к асимптотам (ср.: Oeuvres, т. I, стр. 508).

59 (к стр. 334). В теореме 13 книги I „Конических сечений" Аполлоний показывает, что замкнутое плоское сечение косоугольного кругового конуса обладает следующим свойством: квадрат полухорды, сопряженной с некоторым диаметром, равен прямоугольнику, построенному на прямой стороне и отрезке диаметра между вершиной и этой полухордой, уменьшенному на прямоугольник, одна из сторон которого есть тот же отрезок диаметра, а другая относится к первой, как пря-

мая сторона к диаметру. Это свойство лежит по существу в основе всех дальнейших исследований, относящихся к эллипсу; в дальнейшем оно распространяется на любые диаметры и сопряженные с ними хорды. Если начало координат взять в левой вершине диаметра, принятого за ось OX, ординаты взять параллельными сопряженным хордам, обозначить прямую сторону l и длину диаметра d, то сейчас же получается уравнение эллипса

$$y^2 = lx - \frac{l}{d} x^2.$$

В теоремах 11 и 12 выведены были аналогичные свойства гиперболы и параболы, выражающиеся соответственно уравнениями

$$y^2 = lx + \frac{l}{d} x^2 \quad \text{и} \quad y^2 = lx.$$

Постоянное применение Декартом и Ферма косоугольных координат было связано с тем, что определяющие свойства конических сечений Аполлоний вывел для произвольных диаметров и сопряженных хорд. Несколько далее у Декарта следует первый образец уравнения кривой второго порядка с числовыми коэффициентами. См.: Г. Вилейтнер. Хрестоматия по истории математики, стр. 124—130 и перевод первой книги „Конических сечений" Аполлония, опубликованный Ив. Ягодинским в Изв. Северокавк. Гос. унив., т. III (XV), 1928.

60 (к стр. 337). В одном из примеров Скаутена требуется внутри равностороннего треугольника найти точку, для которой сумма перпендикуляров, опущенных на стороны, равна высоте. Осью абсцисс служит основание, начало берется в левой вершине, ординаты суть перпендикуляры к основанию. Для определения точки, — писал Скаутен, — нужны два условия — уравнения, а так как при решении задачи для x и y никаких условий не получается, точку можно брать внутри треугольника где угодно (Geometria, стр. 229). Заменяя сумму перпендикуляров некоторой комбинацией суммы и разности, Скаутен распространяет задачу и на случай, когда точки берутся вне треугольника.

В качестве кривой поверхности, возникающей при недостаче двух условий, Скаутен приводит гиперболоид вращения, все точки которого обладают одним свойством: разность расстояний их от двух данных точек, фокусов образующей гиперболы, постоянна (Geometria, стр. 233). Развивая далее ту же мысль, Скаутен говорит, что при недостаче трех условий местом является тело. В примере требуется найти точку внутри тетраэдра, для которой сумма перпендикуляров, опущенных на его грани, равна его высоте. Как и в аналогичной плоской задаче, при решении получается тождество: требование выполняется для любой точки, и местом служит ограниченная часть пространства. При введении некоторых разностей и здесь получается случай, когда точки лежат вне тетраэдра.

В связи с последней задачей Скаутен мимоходом указал на способ аналитического определения положения точки в пространстве: „для определения этой точки требуются три корня или неизвестные величины, из которых одна служит для определения длины перпендикуляра, опущенного из искомой точки на одну из плоскостей, а другие две — для определения места этого перпендикуляра в этой же плоскости" (стр. 233—234). Однако Скаутен, как и Декарт, не построил пространственную систему координат: их внимание целиком было поглощено вопросами плоской геометрии. Нет у Скаутена и уравнения поверхности.

Ф. Лагир (1640—1718), у которого в 1679 г. встречается уравнение поверхности, мог непосредственно отправляться от „Геометрии" Декарта и комментария Скаутена. Он даже получает это уравнение в примере с двумя „недостающими условиями" (Г. Вилейтнер. Хрестоматия, стр. 150—152). Ср. прим. 77.

61 (к стр. 337). Здесь в оригинале Декарта явная описка — les lignes cherchées, — исправленная Скаутеном на datae lineae (Geometria, стр. 35).

62 (к стр. 339). Таннери сделал здесь следующее замечание: „Декарт очень ясно объясняет свое решение для рассмотренного им первого простого случая места к пяти прямым. Но что касается второго случая, то сказанное Декартом страдает неясностью, — вероятно, намеренной а при буквальном понимании — даже не точно. Предположив, что место отнесено к диаметру (допустим, оси x) и сопряженной оси, проходящей через вершину (оси y), он говорит, что ординаты y равны ординатам конического сечения, абсциссы z которого образуют с соответствующими абсциссами x геометрического места постоянное произведение, скажем, m^2. Другими словами, тогда было бы

$$y^2 = 2pz - \frac{p}{a}z^2, \qquad zx = m^2.$$

Но понятно, если только не принять член с z^2 равным нулю, то уравнение будет относительно x и y 4-й, а не 3-й степени, как это должно быть для места к пяти линиям; а с другой стороны, если коническое сечение есть просто парабола $y^2 = 2pz$, то уравнение места примет вид $xy^2 = k^3$, что нельзя привести к виду, изучаемому Декартом.

Он должен был взять 4 прямые, параллельные симметрично относительно оси x и принять пересекающую их прямую за ось y. Тогда уравнения пяти прямых будут

$$y - a = 0, \quad y + a = 0, \quad y - b = 0, \quad y + b = 0, \quad x = 0,$$

а уравнение геометрического места

$$x(y^2 - b^2) = m(y^2 - a^2).$$

Полагая $ma^2 = b^2c$, $c - m = n$, $x = c + x'$, это уравнение можно привести к виду

$$y^2 = \frac{b^2x'}{x' + n}.$$

Полагая затем $x' + n = \frac{n^2}{z}$, имеем $y^2 = \frac{b^2}{n}(n - z)$. Таким образом, мы действительно приходим к уравнению параболы; но только абсциссы геометрического места отсчитываются не от вершины, как говорит Декарт, а от точки пересечения оси x с перпендикуляром, служащим асимптотой для двух ветвей кривой“ (Oeuvres, т. VI, стр. 725).

63 (к стр. 340). Текст этого абзаца не вполне ясен. Общий смысл ответа на вопрос, стоящий в заголовке, таков, что в геометрии следует допускать те линии, все точки которых можно построить единым и непрерывным движением и координаты которых, соответственно, связаны одной и той же алгебраической зависимостью. В случае же механических кривых лишь некоторые принадлежащие им точки, для них не характерные, „могут быть определены какой-либо более простой мерой, чем та, которая требует для получения всей линии“. Ср. прим. 38.

64 (к стр. 340). У Декарта сказано: pour determiner l'esgalité ou la difference. В переводе Скаутена: ad determinandam summam vel differentiam, т. е. для определения суммы или разности (Geometria, стр. 39). Таннери полагал, что следует читать „для определения равенства суммы или разности“ (Oeuvres, т. VI, стр. 412).

Изучением кривых, образуемых при помощи точек-фокусов и закрепленных в них или свободно их огибающих нитей, занимались позднее: в 1686 г. Э. В. Чирнгауз (1651—1708), в 1688 г. Н. Фацио де Дюилье (1664—1753) и в 1696 г. Г. Ф. де Лопиталь (1661—1704) (см.: „Анализ бесконечно малых“ последнего, М., 1935, пер. Н. Леви, стр. 394—395).

65 (к стр. 341). Декарт полагал, что выразить длину окружности через радиус алгебраически невозможно и что вообще нельзя алгебраически выразить через единичный отрезок длины дуг и других геометрических, т. е. алгебраических, кривых. Если не считать исследований, связанных с измерением окружности, то первым удалось произвести спрямление логарифмической спирали ($\rho = e^{\kappa\varphi}$), открытой почти одновременно Декартом и учеником Галилея Э. Торичелли (1608—1647). Декарт нашел эту кривую в 1638 г., решая одну задачу механики (Oeuvres, т. II, стр. 232—233); основным свойством служило то, что

радиус-векторы пересекают касательные в их концах под постоянным углом. В письме к Мерсенну от 12 сент. 1638 г. Декарт сообщил, что длина дуги этой спирали пропорциональна радиус-вектору конца дуги. Вероятно, этот результат Декарт получил, рассматривая бесконечно-малый прямоугольный треугольник со сторонами ds, $d\rho$, $\rho d\varphi$ и постоянным по определению углом между ds и $d\rho$. Тот же результат найден был вскоре Торичелли. Около 1657 г. Хр. Рену (1637—1723), Ферма и Г. ван Гейрету (род. 1633) удалось произвести спрямление другой трансцендентной кривой — циклоиды. Первое алгебраическое выражение для длины дуги алгебраической кривой — именно полукубической параболы $ay^2 = x^3$ — найдено было около 1658 г. В. Нейлем (1637—1670), Гейретом и Ферма. Ранее других был опубликован результат Гейрета в виде письма к Скаутену (Geometria, стр. 517—520).

66 (к стр. 341). В начале этого раздела Декарт намечает по существу целую программу аналитико-геометрических исследований, самим им фактически почти не выполненную (выведение из уравнения линии различных ее свойств). Но за этим следует утверждение, смысл которого недостаточно ясен. Декарт говорит, что, „основываясь только на этом, т. е. на уравнении кривой, возможно найти „почти все“, относящееся к квадратурам. О методе квадрирования он, однако, ничего не сообщает.

В письме к Мерсенну от 13 июля 1638 г. (Oeuvres, т. II, стр. 347—250) Декарт без доказательства привел решение поставленной перед ним Ферма задачи об определении некоторых центров тяжести. Сообщаемые им результаты были таковы:

1. Площадь сегмента параболы $y = ax^n$ находится к площади вписанного треугольника с вершиной на конце оси в отношении $\frac{2n}{n+1}$.

2. Объем сегмента соответствующего параболоида вращения находится к объему вписанного конуса в отношении $\frac{3n}{n+2}$.

3. Центр тяжести сегмента параболы делит отрезок ее оси в отношении $\frac{n+1}{n}$.

4. Центр тяжести сегмента параболоида делит отрезок оси вращения в отношении $\frac{n+2}{n}$.

5. Отношение проекции дкасательной на ось OY к ординате равно n.

Для понимания первых четырех теорем нужно учесть, что Декарт, не придавая отрицательных значений абсциссам, мыслил кривые, „составленные по образцу параболы“, симметричными относительно оси OY и при нечетном n. Также поступил в 1659 г. Валлис в случае кубической параболы (через год он заметил свою оплошность) (ср. прим. 69).

Первые четыре теоремы связаны с вычислениями, равносильными определению интеграла $\int_0^a x^n dx$ для любого натурального n. К сожалению, неизвестно, каким путем шел Декарт. „Я, — писал он, — не привожу доказательств всего этого, ибо записать их стоило бы слишком большого труда“, хотя сами решения называет легкими (Oeuvres, т. II, стр. 247—250). Возможно, что Декарт применял здесь метод неделимых, изложенный Б. Кавальери (1591?—1647) в так называемой „Геометрии неделимых“ 1635 г. Таково мнение Таннери и Вилейтнера. В пользу этого свидетельствует и другое письмо Декарта к Мерсенну от 27 июля 1638 г., в котором он дал вывод квадратуры циклоиды (Oeuvres, т. II, стр. 257—263), основанный на методе неделимых; следует заметить, что этот вывод Декарта был отличен от более раннего вывода Роберваля (1634). Неясно, однако, как суммировал Декарт ряд степеней натуральных чисел.

Как бы то ни было, владел своим приемом Декарт весьма уверенно, ибо решил задачи Ферма в двухмесячный срок. В „Геометрии неделимых“ решались задачи, приводящиеся к $\int_0^a x^2 dx$. Более общие теоремы, соответствующие вычислению степенных интегралов до $n = 9$, Кавальери доказал в 1639 г. (опубл. 1647), а в справедливости общего положения о квадратуре кривых $y = ax^n$ (n — натуральное число) полностью убедился в 1641 г., когда узнал о результатах Ферма (см. письмо Кавальери к Мерсенну от 24 ноября 1641 г.; Oeuvres de Fermat, т. IV, стр. 71—81). Для натурального n квадратуру парабол $y = ax^n$ Ферма произвел не позднее 1636 г., а не позднее 1644 г., почти одновременно с Торичелли, обобщил найденное правило на рациональные показатели >0; не позднее 1646 г. Торичелли овладел также случаем любого рационального показателя, это же удалось затем Ферма (опубл. 1679 г.). Ферма опирался при этом на замену криволинейных частей площади прямоугольными и предельный переход (или двойной предельный переход). Основание площади он делил в случае n натурального на равные части, что требовало применения известного ему неравенства

$$\sum_{k=1}^{k=m} k^n > \frac{m^{n+1}}{n+1} > \sum_{k=1}^{k=m-1} k^n,$$

а для общего случая на отрезки, абсциссы концов которых образуют геометрическую прогрессию, — это сводило квадратуру к суммированию бесконечной убывающей геометрической прогрессии (Oeuvres de Fermat, т. II, стр. 73, 74, 81, 82 и т. I, стр. 255). О дальнейшем развитии интеграционных приемов см.: Цейтен, ч. II. (О методах касательных см. прим. 67).

67 (к стр. 342). Вопрос о проведении нормалей к кривым был у Декарта тесно связан с его занятиями оптикой, причем речь шла не об отыскании уравнения нормали, но о ее построении. Этой задаче Декарт придавал огромное практическое значение. Вместе с тем ее решение должно было служить блестящим показателем силы метода Декарта. Овладел своим приемом Декарт не позднее 1629 г. (Oeuvres, т. X, стр. 310—328, 335—342).

Построение нормали в „Геометрии" носит алгебраический характер и основано на методе неопределенных коэффициентов, — другом крупнейшем открытии Декарта. Чтобы построить нормаль в точке $M(a, b)$ кривой Декарт ищет точку $N(c, O)$ пересечения нормали с осью абсцисс. Уравнение окружности с центром в N и радиусом NM будет $(x-c)^2+y^2=(a-c)^2+b^2$. Если NM есть нормаль, то точки пересечения окружности с кривой, соседние с M, должны слиться с последней. Координаты общих точек окружности и кривой найдутся при совместном решении их уравнений. При совпадении точек в M корень x уравнения, получающегося при исключении y, будет по крайней мере двукратным, а это наложит на искомую величину c некоторое определяющее ее условие.

Для определения c Декарт применил метод неопределенных коэффициентов, основанный на том, что из тождества двух целых алгебраических многочленов следует тождество их коэффициентов при членах одинаковой степени. Так как уравнение для абсцисс точек пересечения окружности и кривой должно иметь двукратный корень $x-a$, то левая часть его должна содержать множитель $(x-a)^2$. Декарт приравнивает эту левую часть произведению из $(x-a)^2$ на многочлен со степенью на 2 меньшей, чем эта левая часть, и с неопределенными коэффициентами. Сравнивая затем члены одинаковой степени, он получает уравнения, позволяющие найти введенные неопределенные величины и связанную с ними искомую c. Понятно, как важно было в этой связи для Декарта записывать уравнения в приведенном виде $f(x)=0$.

Прием Декарта удобнее применять к построению касательной, находя условие, при котором сливаются две точки пересечения данной кривой и прямой, уравнение которой лишь первой степени. Такой способ изложил Скаутен (Geometria, стр. 246—247). Иногда его можно встретить и в учебниках нашего времени.

Связанная с декартовым приемом построения нормалей задача об отыскании кратных корней алгебраических уравнений привела И. Гудде к интересным исследованиям, также приложенным в латинском издании

„Геометрии“. Для нахождения двукратных корней уравнения $f(x)=0$ Гудде определял по существу общий делитель уравнений $f(x)=0$ и $f'(x)=0$; при этом $f'(x)$ у Гудде заменяло выражение, составленное путем умножения членов данного уравнения на члены какой-либо арифметической прогрессии, в частности прогрессии n, $n-1$, ..., 1, 0, где n — степень $f(x)$ (Geometria, стр. 433—434). Свое правило Гудде распространил на случай трехкратных корней (стр. 435), а также использовал для отыскания экстремумов (стр. 509) (ср.: Цейтен, ч. II, стр. 340—342).

Метод неопределенных коэффициентов Декарт применил, по всей вероятности, еще к решению уравнения четвертой степени (см. прим. 97). Более широкое применение этот важный прием получил впервые у Ньютона, который с блеском приложил его к разложению функций в степенные ряды, к обращению рядов, интегрированию дифференциальных уравнений и пр., а затем и у Лейбница.

Декарт ясно понимал, что его прием построения нормалей пригоден в прямолинейных координатах только для алгебраических линий. В переписке Декарт разработал и другие приемы решения задачи на нормали и касательные, которые применил и к другим кривым.

В январе 1638 г. Декарт познакомился через Мерсенна с методом максимумов и минимумов, а также с методом проведения касательных, предложенным Ферма. Метод касательных, изобретенный Ферма не позднее 1629 г., по существу состоял в разыскании подкасательной с помощью соотношения, равносильного современному $s_t=\frac{y\,dx}{dy}$; при этом для вычисления $dy=df(x)$ Ферма пренебрегал в разности $f(x+h)-f(x)$ членами со степенями h выше первой (экстремумы Ферма находил, отбрасывая в равенстве $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=0$, члены, содержащие степени h). Некоторые неясности в мемуаре Ферма вызвали ряд возражений Декарта, ответных разъяснений, интересных задач (например о проведении касательной к так называемому „декартову листу“ $x^3+y^3=axy$, о так называемых краевых экстремумах и др.). В споре между Декартом и Ферма приняли участие и другие ученые: Роберваль, Э. Паскаль, Ж. Дезарг (см. прим. 77), Кл. Гарди (ум. 1678). Для разработки идей и методов дифференциального исчисления спор этот оказался весьма плодотворным. Размышляя над этими проблемами, Декарт выдвинул и новую точку зрения на касательную. До того касательная определялась, как и в древности, как прямая, имеющая одну общую точку с кривой; в некоторых письмах Декарт трактует ее как предельное положение секущей, вращающейся вокруг некоторой точки вне кривой так, что ее точки пересечения с кривой сливаются в одну, или же секущей, вращающейся вокруг одной из точек пересечения с кривой. В своих выкладках Декарт применял при этом и отбрасывание членов с высшими степенями приращения аргумента.

В письме к Мерсенну от 23 августа 1638 г. Декарт дал также построение касательной к циклоидам, основанное на рассмогрении кривой как многоугольника с бесчисленным множеством сторон и на идее о мгновенном центре вращения (нормаль к циклоиде должна пройти через точку касания соответствующего положения образующего круга с основанием циклоиды). Прием Декарта, пригодный и для других кривых, образуемых при качении, был в более совершенной форме изложен затем Гюйгенсом в 1673 г. Почти одновременно построение касательной к циклоиде дали Роберваль, опиравшийся на сложение скоростей по правилу параллелограмма (см. прим. 72), и Ферма.

Метод Ферма, разумеется, обладал большей общностью и содержал подлинные ростки дифференциального исчисления.

См. переписку Декарта в кн.: Р. Декарт. Геометрия. М.—Л., 1938, стр. 157 и сл., а также: Цейтен, ч. II, стр. 333 и сл.

68 (к стр. 344). В этом примере речь идет об уравнении вида $y=f(r-c)$, где $y=AM$ — декартова координата, а r — радиус-вектор точки кривой относительно лежащей на оси y точки F. Кривая принадлежит к овалам Декарта, о которых он говорит несколько далее. Если положить $FC=r$, $GC=r_1$, то из определяющего свойства $\frac{CF-FA}{GA-GC}=\frac{d}{e}$ следует уравнение кривой в биполярной системе $er+dr_1=ce+db$ (см. прим. 72). Через z Декарт обозначает далее $CF-FA$.

69 (к стр. 346). У Декарта — renversée, у Скаутена — inversa (Geometria, стр. 45). Таким образом, ординаты, расположенные по обратную сторону от оси абсцисс, соответствуют здесь отрицательным числам. Однако, как было сказано, отрицательные абсциссы Декарт не рассматривал (ср. прим. 66). Так же поступали Ферма, де Витт, да и некоторые позднейшие математики. С этим нередко связано было неточное или неполное вычерчивание кривых по уравнениям или данным свойствам; Ньютон в „Перечислении кривых третьего порядка" (1704) учитывал знаки обеих координат уже вполне точно.

70 (к стр. 352). Скаутен сопроводил это место обширным комментарием. Выведя уравнение конхоиды, при $BH=x$ и $HC=y$, $AB=b$ и $CE=c$, получающее вид

$$x^2y^2=b^2c^2+2bc^2y+(c^2-b^2)y^2-2by^3-y^4,$$

он сперва дает доказательство построения общим способом Декарта. Приводит он и доказательство „по способу Ферма", в котором требует, чтобы отрезок PC (P — точка пересечения нормали и DA) был минимальным (Geometria, стр. 249—255). На стр. 258 и сл. Скаутен еще приводит доказательство построения касательной в точках перегиба, предложенного Хр. Гюйгенсом (1629—1695). Опирается он на то, что в точке перегиба сливаются три точки пересечения конхоиды и прямой, так что соответствующее уравнение имеет тройной корень. Впервые способ нахождения точек перегиба нашел Ферма (он находил для этого экстремум угла касательной к кривой с осью абсцисс).

Цейтен полагает, что построение нормали к конхоиде Декарт получил с помощью инфинитезимальных рассуждений (см. прим. 72).

71 (к стр. 352). Катоптрика — часть оптики, изучающая законы отражения света; диоптрика изучает законы преломления света. Закон диоптрики о постоянстве для двух данных сред отношения синусов углов, образуемых с нормалью преломляемым и преломленным лучами, был открыт около 1620 г. В. Снеллиусом (1581—1626) и независимо, но позднее Декартом, — вероятно, около 1627 г. Он изложен в „Диоптрике“.

72 (к стр. 353). Положим данные отношения $\frac{A6}{A5}=\frac{m}{n}$, $AF=p$, $AG=q$, примем за полюсы биполярной системы координат точки F и G, точку *1* назовем M и обозначим $MG=r_1$ и $MF=r_2$. Тогда

$$r_1=MG=K6=AK-A6=q-A6=q-\frac{m}{n}A5$$

и

$$r_2=MF=F5=AF+A5=p+A5.$$

Следовательно,

$$nr_1+mr_2=mp+nq=\text{const}.$$

Если считать радиус-векторы r_1, r_2 положительными, взять $k<1$ и обозначить расстояние между фокусами d, то биполярные уравнения всех четырех видов овалов можно записать в виде

$$(1)\ r_1+kr_2=q+kp,\quad q+p=d,$$

$$(2)\ r_1-kr_2=q-kp,\quad q+p=d,$$

$$(3)\ r_1-kr_2=q-kp,\quad q-p=d,$$

$$(4)\ r_1+kr_2=q+kp,\quad q-p=d.$$

Таннери указал, что классификация Декарта, отвечавшая его специальным целям, лишена теоретического значения. Существует лишь два вида овалов, причем встречаются они сопряженными парами, каждая из которых выражается одним уравнением (четвертой степени в прямолинейных координатах и линейным в биполярных), если допустить отрицательные значения радиус-векторов. Одна из кривых (сердцевидная; 2-й и 3-й роды Декарта) всегда объемлет другую, подлинный овал (3-й и 4-й роды), если только все три фокуса (один внешний, два внутренних) находятся на конечных расстояниях. Наличие трех фокусов было известно Декарту (в рукописном наследии; это свойство вновь открыл М. Шаль, 1793—1880). Овалы 3-го и 4-го рода геометрически тождественны с овалами 2-го и, соответственно, 1-го родов. Различие, устанавливаемое Декартом, связано только с выбором фокусов, служащих полюсами. Так, овал, принадлежащий к 1-му роду при отнесении его к внешнему и внутреннему фокусам, оказывается овалом 4-го рода, если отнести его к двум внутренним фокусам. При удалении одного фокуса в бесконечность кривая будет коническим сечением; при совпадении двух фокусов — улиткой Паскаля (см. замечания Таннери в „Oeuvres“ Декарта, т. X, стр. 325—328).

Для Декарта важны были излагаемые далее свойства нормалей к овалам. Нормаль в точке M образует с обоими радиус-векторами углы, синусы которых относятся, как m к n, так что если овал разделяет две среды с показателем преломления $\frac{m}{n}$, то все лучи, исходящие из одного фокуса F, будут по преломлении встречаться в другом фокусе G. В связи с этим позднее овалы получили наименование апланатических, т. е. неотклоняющих кривых. О значении их для оптики см. примечания к „Диоптрике“. Об истории их исследования и иных свойствах — в кн. Лориа (G. Loria. Spezielle algebraische und transzendente Kurven, t. I, Leipzig, 1911).

Декарт нашел овалы около 1629 г. при поисках кривых, обладающих указанным оптическим свойством (Oeuvres, т. X, стр. 310—328). Восстанавливая ход мыслей Декарта, Цейтен принимает, что последний знал, что величины, которые мы могли бы обозначить через dr_1 и dr_2 и которые пропорциональны проекциям скорости точки, движущейся по кривой, на радиус-векторы, пропорциональны косинусам углов, образуемых с ними касательной, или синусам углов, образуемых нормалью. „В соответствии с этим, — писал Цейтен, — Декарт нашел, что нормаль к кривым, изображаемым уравнениями вида

$$ar + br_1 + c = 0$$

и получившим имя «декартовых овалов», делит угол между радиусами-векторами на части, синусы которых относятся, как b к a. Несомненно, что он первоначально получил этот результат, исходя из прямых геометрических инфинитезимальных соображений, а не из тех пространных выкладок, на которых он обосновал его в своей «Геометрии», следуя своему общему алгебраическому методу... Иначе он вряд ли, не имея заранее готового простого результата, довел бы до конца сложные выкладки. Сверх того, нужно принять во внимание, что сам Декарт в другом месте указывает, что к той задаче, которую он поставил себе сначала, этот метод неприменим. Задача, поставленная и решенная Декартом, была задачей, обратной той, которую он решает алгебраическим методом; она формулируется так: найти кривую, нормаль к которой в любой ее точке обладает тем свойством, что отношение между синусами углов, образуемых ею с прямыми, соединяющими точку с двумя данными прямыми, имеет данное значение“ (Цейтен, ч. II, стр. 335—336).

Эти же соображения, по мнению Цейтена, Декарт использовал и при построении нормали к конхоиде. Именно, нормаль будет диагональю параллелограмма, стороны которого, направленные вдоль радиус-вектора CA и отрезка CH, перпендикулярного к асимптоте, обратно пропорциональны скоростям изменения, т. е. бесконечно-малым изменениям AC и CH. Так как, в силу подобия треугольников CHE и ABE,

$$(AC - EC)\,CH = EC \cdot AB,$$

то

$$-\frac{d(AC)}{d(CH)} = \frac{AC - EC}{CH} = \frac{FG}{FC}.$$

Упоминаемая Цейтеном задача о разыскании кривой по данному свойству нормали явилась одной из первых в серии так называемых „обратных“ задач на касательные, равносильных нашим задачам на интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка. Среди этих задач особую известность получила поставленная перед Декартом задача Дебона (найти кривую, у которой отношение подкасательной к ординате равно отношению данной линии к разности абсциссы и ординаты; это соответствует уравнению $y' = \frac{x - y}{b}$). С помощью преобразований, равносильных замене переменных, Декарт фактически свел задачу к интеграции уравнения $y' = \frac{-y}{b\sqrt{2}}$, установил, что кривая „механическая“ и указал в кинематической форме на связь ее свойств со свойствами логарифмов (см. его письмо к Дебону от 20 февраля 1639 г.: Р. Декарт. Геометрия, стр. 192 и сл.). О значении обратных задач на касательные в истории исчисления бесконечно-малых см.: Цейтен, ч. II, стр. 359 и сл.

Декартово обозначение точек цифрами привело впоследствии Лейбница к изобретению индексации букв.

73 (к стр. 358). Декарт называл фокусы poins brûlans. Слово focus (очаг) ввел в 1609 г. И. Кеплер (1571—1630).

74 (к стр. 360). Эта запись обозначает

$$b + \frac{-bcdd + bcde - bddz - ceez}{bde + cdd + ddz - eez}.$$

75 (к стр. 361). У Декарта: en un mesme point; у Скаутена: in alio puncto (Geometria, стр. 60).

76 (к стр. 362). У Скаутена слова „от одной точки к другой“ отсутствуют (Geometria, стр. 61).

77 (к стр. 367). Вопроса о распространении своего метода на линии в пространстве трех измерений Декарт касается очень бегло. Он замечает, что пространственную кривую можно задать с помощью ее ортогональных проекций на две взаимно-перпендикулярные плоскости, и что проекции эти затем можно отнести к оси — общей прямой названных плоскостей. Кроме того, Декарт добавил, что проекции нормали на эти две взаимно перпендикулярные плоскости являются нормалями к проекциям самой кривой. Этими указаниями Декарт и ограничился. Скаутен в своих комментариях не продвинулся далее сколько-нибудь значительно (ср. прим. 60). Как видно, Декарт не ввел явным образом пространственных координат. Нет у него и уравнений поверхностей, в том числе тех цилиндрических поверхностей, с помощью которых он рекомендует определять пространственную кривую.

Насколько мало Декарт продумал вопросы геометрии пространства, свидетельствует его замечание о построении нормали. Он не отметил, что кривая в пространстве обладает, вообще говоря, бесчисленным множеством нормалей, образующих нормальную плоскость. Более того, его замечание несправедливо даже в отношении плоских кривых и, в частности, прямых, рассматриваемых в пространстве. Проекциями касательной будут, действительно, касательные к проекциям кривой (не в этом ли корень ошибки Декарта?), но угол между проекцией нормали и проекцией касательной не будет, вообще говоря, прямым.

Современник Декарта и творец проективной геометрии Ж. Дезарг (1593—1661?) в 1636 г. численно определил положение точки в пространстве посредством трех взаимно-перпендикулярных координат, но не воспользовался им в аналитико-геометрических целях. Ферма в „Введении в изучение поверхностных мест“ (Isagoge ad locos ad superficiem, около 1643) также не дал распространения координатного метода на трехмерное пространство; основным содержанием этого сочинения явилось исследование поверхностей второго порядка с помощью сечений и решение некоторых задач, приводящих к таким поверхностям (например место точек, для которых сумма квадратов отрезков, проведенных под данными углами к нескольким данным плоскостям, есть сфероид; обобщение задачи Паппа с прямых на 3 или 4 плоскости и др.). В другом сочинении Ферма мельком упомянул, что уравнение с тремя переменными представляет собой поверхностное геометрическое место.

Более определенное распространение координатного метода на пространство впервые встречается у Ф. Лагира в 1679 г., записавшего уравнение, возникающее в одной задаче с двумя недостающими условиями (ср. прим. 60) в виде

$$aa + 2\,ax = yy + vv;$$

впрочем, какова эта поверхность (параболоид вращения), Лагир не рассмотрел. А. Паран (1666—1716) вывел уравнение шаровой и некоторых других поверхностей (1705); А. Пито (1695—1771) рассмотрел винтовую линию (около 1724 г.). В конце XVII в. свободно владели идеей пространственных координат Лейбниц и братья Бернулли. Настоящие основы аналитической и отчасти дифференциальной геометрии в пространстве были заложены в „Исследованиях о кривых двоякой кривизны“ (Recherches sur les courbes à double courbure, 1731) А. Клеро (1713—1765).

[78] (к стр. 367). Указания Декарта относительно выбора кривых при построении задач вызвали некоторые замечания Ферма (1660), а затем принципиальную и резкую критику со стороны Ньютона, для которого „линейное построение“ уравнений уже являлось не общим приемом решения алгебраических задач, но только средством разыскания двух-трех первых цифр корня, дальнейшее уточнение которого производится аналитически. „Выбор наших линий для построения задач, — писал Ньютон, — определяется не простотой уравнения, но легкостью описания линий. . . Если бы в геометрию включена была трохоида (циклоида, — *А. Ю.*), то при ее помощи мы могли бы разделить угол в данном отношении. Станете ли вы упрекать тех, кто применит эту линию для деления угла в отношении двух чисел, упрекать на том основании, что эта кривая не определяется уравнением и что применять должно лишь те линии, которые определяются уравнениями? Если бы дело обстояло так, то для деления угла, например, на 10001 часть мы должны были бы применить кривую, определяемую уравнением более ста измерений и которую не мог бы ни описать, ни еще менее уразуметь ни один смертный. И кто не нашел бы нелепым, если бы этой линии отдали предпочтение перед трохоидой, которая представляет собой хорошо известную линию, легко описываемую посредством движения колеса или круга“ (опубл. 1707; см.: Исаак Ньютон. Всеобщая арифметика или книга об арифметических синтезе и анализе. Изд. АН СССР, 1948, стр. 296—297).

79 (к стр. 369). У Декарта: „des sommes, composées de plusieurs termes“. Впрочем, иногда термин somme означает у Декарта вовсе не сумму и применяется, например, к одночленам.

80 (к стр. 369). У Декарта: „sont esgaux à rien“. Декарт здесь не употребил слова нуль (zero), хорошо знакомого, впрочем, математикам значительно ранее.

Запись алгебраического уравнения в канонической форме $f(x)=0$ случайно встречалась еще у М. Штифеля в 1544 г. Герриот также иногда записывал уравнения в подобном виде, чаще, однако, уединяя с правой стороны свободный положительный член. Систематическое употребление этой, столь важной для формулировки многих теорем алгебры, записи — дело Декарта (ср. прим. 67).

81 (к стр. 370). Составление уравнений путем перемножения линейных двучленов было хорошо известно Виету (Цейтен, ч. II, стр. 120—121) и было последовательно использовано Т. Герриотом в „Практике аналитического искусства“ (Artis analyticae praxis, 1631). Дж. Валлис в 1685 г. заявил, что большинство открытий Декарта содержалось в этом сочинении и обвинил Декарта в плагиате. Однако с книгой Герриота Декарт познакомился лишь после издания „Геометрии“. В декабре 1638 г. Декарт писал Константину Гюйгенсу (отцу знаменитого ученого): „Сударь, я так редко обращаюсь к своим книгам, что среди них — хотя у меня их всего лишь с полдюжины — скрывалась, оказывается, незамеченной более шести месяцев одна из ваших книг — это Генриотти... Я хотел увидеть эту книгу, ибо мне говорили, что в ней содержится некое исчисление для геометрии, сходное с моим; я нашел, что это верно, но он углубляется в существо дела столь мало и на множестве страниц учит столь малому числу вещей, что у меня нет оснований иметь претензии к его мыслям за то, что они предупредили меня“ (Oeuvres, т. II, стр. 456; см. также стр. 457—461).

Наличие двух корней квадратного уравнения (с положительными корнями!) было известно еще в древности, а трех корней кубического уравнения — уже первым решавшим его математикам: Н. Тарталья (1500—1557), Кардано и другим. Общая теорема о числе корней алгебраического уравнения была высказана А. Жираром в его „Новом изобретении в алгебре“ (Invention nouvelle en l'algèbre, 1629), причем он имел в виду и корни мнимые (см. прим. 93). Была ли эта книга знакома Декарту — неизвестно. В письмах Декарта Жирар фигурирует только как издатель сочинений С. Стевина. О возможности такого знакомства говорят пребывание Декарта в Голландии, где издано было сочинение Жирара, и наличие одной общей задачи в обоих трудах; впрочем, эта задача была известна от древних авторов (см. прим. 100).

Условная формулировка теоремы о числе корней уравнения в данном тексте „Геометрии“ („всякое уравнение может иметь“ и т. д.) связана с тем, что пока Декарт имеет в виду действительные корни. Далее он привлекает еще воображаемые корни и формулирует теорему в более общем виде. Истинность теоремы для Декарта и его современников вытекала в случае уравнений с действительными корнями из возможности составить уравнение n-й степени по данным n его корням, а в общем случае из убеждения, что всегда можно примыслить недостающее число „воображаемых“ корней, природа которых, впрочем, долгое время оставалась неясной (ср. прим. 93). Общее доказательство основной теоремы алгебры стремились найти Ж. д'Аламбер (1717—1786), в 1746 г., Эйлер в 1749 г., Лагранж (1736—1813) в 1778 г. и другие. Во всех этих доказательствах имелись те или иные пробелы. Несколько различных, почти вполне строгих доказательств предложил К. Гаусс; первое из них было опубликовано в 1799 г.

82 (к стр. 370). Греческие математики не знали отрицательных чисел. Впервые встречаются отрицательные числа у математиков Китая (не позднее начала н. э.), а затем у индусских математиков: последние уже в VII в. толковали их в некоторых задачах как выражение долга (в противоположность положительным, „имуществу“) и им не чуждо было представление о связи положительных и отрицательных чисел с противоположными направлениями на прямой. Бхаскаре (XII в.) известна была двузначность квадратного корня из положительного числа. В XV в. отрицательные числа начинают встречаться у европейских математиков. Введение новой категории чисел сопровождалось долгой идейной борьбой. Ряд крупнейших ученых не признавали отрицательных чисел и стремились обходиться без них, хотя бы ценой усложнения математических теорий и методов исследования: к ним, например, принадлежали Виет и Герриот. Последний даже пытался доказать, что алгебраические уравнения могут иметь только положительные решения. Но и те математики, которые, осознав пользу отрицательных чисел, применяли их в практике, длительное время толковали их лишь как воображаемые. М. Штифель писал о них, как о нелепых числах (numeri absurdi), существующих только в нашем воображении и тем не менее весьма полезных в математике. Алгебра, — писал он, — „ввиду неограниченности запаса своих средств обычно пользуется и тем, что существует, и тем, что представляется как существующее“; для полноты и целостности арифметики необходимо представлять себе ниже единицы ее доли, а ниже нуля — числа воображаемые. Кардано называл отрицательные числа то „воображаемыми“, „придуманными“ (numeri ficti), то „чистый минус“ (minus purum), в противовес найденным им minus sophisticum, позднее названным „мнимыми числами“, — то

„ложными“ или „воображаемыми“ корнями (radices falsae или fictae). Валлис в 1657 г. рассматривал отрицательные числа как воображаемые (imaginaria), но не абсурдные; в 1685 г. он их вместе с положительными назвал „действительными“ (real), в противоположность мнимым (imaginary).

Подобное отношение к отрицательным числам связано было с тем, что алгебраисты, в ряде важнейших пунктов опиравшиеся на геометрию, не располагали геометрической интерпретацией новой категории чисел. Крупный шаг вперед сделал Жирар, установивший, что „решение с помощью минуса (par moins) объясняется в геометрии возвращением вспять (en rétrogradant) и минус отступает там, где плюс движется вперед“ (1629).

Декарт, следуя в терминологии за учеными XVI в. („ложные числа“), не считал отрицательные числа, означающие недостаток величины, лишь воображаемыми, какими являлись для него числа вроде $\sqrt{-1}$, хотя его понимание отрицательного числа не отличалось ясностью, — например, говоря об отрицательных числах, он всегда имеет в виду абсолютные величины. Геометрически он толковал отрицательные корни как отрезки ординат, расположенные по другую сторону от оси, чем отрезки, изображающие положительные числа (но об отрицательных абсциссах он, как говорилось, нигде в „Геометрии“ не упоминает). Фактически свое равноправие отрицательные числа получили именно в „Геометрии“. В комментариях Скаутена даются пояснения в духе Жирара (Geometria, стр. 283—287; ср. прим. 93); подробно истолковывал реальный смысл отрицательных чисел Валлис.

Интересно отметить, что разбирая около 1629 г. найденное им построение корней уравнения 4-й степени с помощью параболы и окружности (ср. прим. 102), Декарт указал, что при отсутствии точек пересечения кривых уравнение не имеет истинных (verae) корней, но только воображаемые (imaginariae). Истинные корни он при этом подразделил на явные (explicitae) и неявные (implicitae), причем пояснил, как располагаются в обоих случаях выражающие корни отрезки (Oeuvres, т. X, стр. 344—346).

Следует иметь в виду, что когда математики XVII в. говорили о „фиктивности“ или ложности отрицательных чисел, они часто хотели, по существу, сказать, что новое понятие не совпадает с традиционным определением числа (собрания единиц или отношения целых), а вовсе не то, что оно лишено всякого реального содержания. Вместе с тем многие свойства отрицательных чисел вызывали у математиков XVII в. недоумения. Так, Лейбниц усматривал в равенстве $\frac{1}{-1}=\frac{-1}{1}$ парадокс (первый член первого отношения больше второго, а первый член второго отношения меньше второго), который объяснял тем, что оба эти отношения только воображаемые и что выражение „—1 меньше нуля" лишь „терпимо истинное" (toleranter vera).

Обсуждение природы отрицательных чисел и попытки обоснования правил операций над ними интенсивно продолжались в XVIII в. К. Маклореном (1698—1746), Эйлером, д'Аламбером и другими. Не приведя к действительно строгой теории, эти попытки во многом подготовили почву для позднейших исследований. А. Кестнер (1719—1800) уже отметил соотносительность положительного и отрицательного чисел, называя их противоположными количествами и подчеркивая, что безразлично, какое из двух противоположных количеств назвать положительным и какое отрицательным. Идейная борьба вокруг этого понятия при этом продолжалась и в XVIII в. и даже в XIX. В самом конце XVIII в. Л. Карно писал, что „гораздо труднее вразумительно объяснить, что такое изолированное отрицательное количество, чем понять, что такое бесконечно-малое количество, потому что последнее... есть количество действительное, в то время как первое является фиктивным понятием [être de raison], ибо его можно получить лишь путем невыполнимого действия" („Размышления о метафизике исчисления бесконечно-малых", пер. Н. Соловьева. М., 1933, стр. 230). Современная трактовка теории отрицательных чисел была дана Н. И. Лобачевским (1792—1856), У. Гамильтоном (1809—1877), Г. Грассманом (1805—1865) и другими в 30-е и 40-е годы XIX в.

Знаки + и — появились в печати в 1489 г. у И. Видмана. Термины numerus negativus и numerus positivus появились в XVI в., — первый из них у П. Рамэ (1515—1572) в 1569 г. Термины nombre négatif и positif применял в 1638 г. де Богран (см.: Oeuvres, т. V, стр. 506).

[83] (к стр. 370). Эта важная теорема, для Декарта прямо вытекающая из его способа образования уравнений, формулируется здесь, повидимому, впервые.

[84] (к стр. 371). Декарт знал, что при наличии мнимых корней его правило следует формулировать в условной форме („может быть", а не „есть"), но некоторые современники его, в том числе Валлис, поняли это утверждение как безоговорочное и обвинили его в ошибке. Декарт сам отчасти подал повод к этому недоразумению, не оговорив, когда его правило действует и в первом же примере употребляя его как безусловное. Скаутен отметил, что Декарт заранее ограничивал действие правила только уравнениями с действительными корнями (о которых пока что и идет речь в тексте „Геометрии"); вместе с тем Скаутен показал, как применять правило при отсутствии каких-либо членов (Geometria, стр. 285—287). Более отчетливо сформулировал правило Ньютон во „Всеобщей арифметике" (1707), приведя там же способ определения числа мнимых корней, опять-таки применимый не всегда. Найти свое правило Декарт

мог, заметив, что умножение многочлена с действительными корнями на $x-a$ увеличивает число перемен знака на 1.

В более полной формулировке правило Декарта гласит: число положительных корней алгебраического уравнения равно или на четное число менее числа перемен знака в ряду его коэффициентов (коэффициенты, равные нулю, не считаются).

Правила Декарта и Ньютона положили начало многочисленным попыткам их доказательства и усовершенствования. Доказательство теоремы Декарта для случая действительных корней дали: в 1728 г. И. А. Зегнер (1704—1777), в 1741 г. де Гюа де Мальв (1712—1785) и другие. Общее доказательство дал Гаусс (1828). Важное правило знаков нашли Ф. Д. Бюдан в 1822 г. и Ж. Б. Фурье (1768—1830; опубликовано в 1831 г.). Полное решение вопроса о числе действительных и комплексных корней дается в теореме Ж. Б. Штурма (1803—1855), опубликованной в 1829—1835 гг.

Первые попытки связать наличие положительных корней с характером коэффициентов уравнения встречаются у Кардано (Цейтен, ч. II, стр. 102—103).

85 (к стр. 372). Приемы увеличения или уменьшения корней на данную величину, как и ряд других приемов линейного или дробно-линейного преобразования корней, были даны еще Виетом в сочинении „Об исследовании и усовершенствовании уравнений“ („De aequationum recognitione et emendatione“), выпущенном после смерти автора в 1615 г. парижским математиком Ал. Андерсоном (ср. также прим. 88). Это дало повод поклоннику и издателю сочинений Виета Ж. де Бограну обвинить Декарта в плагиате (см. большое письмо Ботрана Мерсенну, написанное весной 1638 г., в Oeuvres, т. V, стр. 504—509).

Из письма Декарта к Мерсенну в мае 1632 г. видно, что он тогда был уже знаком или познакомился с „Введением в искусство анализа“ Виета (1591), в котором излагались принципы алгебры Виета, и с замечаниями Виета к его видовой логистике (Fr. Vietae ad Logisticen speciosam Notae priores; Oeuvres, т. I, стр. 245 и 248). Судя по тому, что основные идеи „всеобщей математики“ Декарта сложились задолго до 1630 г. и частью в 1619—1621 гг., знакомство с этими сочинениями не было определяющим в его математическом развитии (ср. прим. 6).

Менее ясно, какова была роль первого названного труда Виета. В декабре 1637 г. Декарт писал: „Мнение автора «Геостатики» (т. е. Ботрана, — *А. Ю.*) о моих сочинениях трогает меня весьма мало... Относительно же того, что написанное мной могло быть легко взято у Виета, то, напротив, причиной трудного понимания моего трактата является то, что я в нем старался помещать только такие вещи, которые, как я полагал, не были известны ни ему, ни кому-либо другому. Это можно увидеть, сравнив то, что я написал о числе корней, имеющихся во всяком уравнении, на стр. 372 (стр. 369 настоящего издания, — *А. Ю.*), т. е. на месте, с которого я начинаю приводить правила моей алгебры, и то, что написал об этом Виет в самом конце своей книги „De emendatione aequationum“, ибо тогда увидят, что я определяю это общим образом во всех уравнениях, между тем как он, дав лишь несколько частных примеров, — которым, однако, придал такое значение, что пожелал ими закончить свою книгу, — показал тем самым, что он не мог этого определить общим образом. Таким образом, я начал там, где он кончил; впрочем, я это сделал неумышленно, ибо я больше раз перелистал Виета со времени получения вашего последнего письма, чем это делал когда-либо до сих пор, найдя его случайно здесь у одного из моих друзей. И, между нами, я не нахожу, что он знал об этом столько, сколько я полагал, хотя он и был весьма искусен“ (Oeuvres, т. I, стр. 478—480; ср. также письмо от 31 марта 1638 г., т. II, стр. 82).

Повидимому „De aequationum. . .“ кое в чем послужило для третьей главы „Геометрии“: для Декарта достаточно было перелистать книгу, чтобы заметить в ией интересные для себя вещи. Но, конечно, то, что Декарт мог оттуда позаимствовать, составляло весьма малую часть содержания третьей главы „Геометрии“; что же касается преобразований корней, то они у Декарта изложены много проще, чем у Виета. В заключении „De aequationum. . .“, о котором говорнт Декарт, Виет составляет по 2, 3, 4 и 5 положительным корням соответственные уравнения 2-й, ..., 5-й степеней (ср. прим. 94); см. также: Цейтен, ч. II, стр. 119—121. (Ср. прим. 88).

86 (к стр. 372). Звездочки обозначали у Декарта отсутствие каких-либо членов в уравнении. Они часто употреблялись с той же целью и в XVIII в. Корень, равный 0, Декарт, как видно, не учитывает.

87 (к стр. 373). Эта формулировка Декарта связана была с тем, что он имел в виду абсолютные значения корней. Богран в письме, упомянутом в прим. 85, писал: „Несомненно, напротив, что нельзя увеличить положительные корни уравнения, не увеличивая отрицательных, ни уменьшить одни, не уменьшая на ту же величину другие“ (Oeuvres, т. V, стр. 506).

88 (к стр. 374). Линейное преобразование корней кубического уравнения, с помощью которого удаляется член второй степени, предложено было Кардано (1545); Виет его распространил на уравнения любой степени в „De aequationum. . .“. Для квадратного уравнения аналогичное преобразование было известно, по всей вероятности, еще в древности, даже в Вавилоне (см.: М. Я. Выгодский. Арифметика и алгебра в древнем

мире. М.—Л., 1941). Кардано, между прочим, иногда применял и преобразование вида $x = \frac{k}{y}$.

89 (к стр. 374). Т. е. коэффициент второго члена; у Декарта: la quantité connue de ce second membre, у Скаутена: quantitas cognita secundi termini (Geometria, стр. 73). Термин „коэффициент" возник из выражения longitudo coefficiens (содействующая длина), примененного Виетом в упомянутых выше „Notae priores" для наименования величины D, введенной им в сумме $(A+B)^2+D(A+B)$, чтобы сообщить второму слагаемому размерность, требуемую принципом однородности. Ньютон во „Всеобщей арифметике" говорил о „предстоящих числах" (numeri praefixi), Г. Лопиталь — об „умножающей величине" (la quantité qui multiplie). Термин „коэффициент" в нашем понимании употребляли в XVII в. У Оутред (1574—1660), Валлис, автор распространенного руководства „Математический мир" („Mundus mathematicus", 1674), К. Дешаль (1621—1678) и другие.

90 (к стр. 376). Вопросу о границах корней в латинском издании „Геометрии" посвящена статья Дебона „О пределах уравнений". Дебон ограничился уравнениями до 4-й степени включительно и рассмотрел большое число частных случаев, в зависимости от знаков коэффициентов и отсутствия тех или иных членов. Например, переписывая уравнение $x^2 - lx + m^2 = 0$ в виде $m^2 = lx - x^2$, он получает, что положительный корень $x < l$, а так как $x^2 = lx - m^2$, то $x > \frac{m^2}{l}$. М. Ролль (1652—1719) установил в 1690—1692 гг., что между двумя соседними корнями уравнения, которые мы бы записали $f^{(n+1)}_{(x)} = 0$, может заключаться не более одного корня уравнения $f^{(n)}_{(x)} = 0$. Вместе с тем он нашел, что верхней границей действительных корней уравнения $a_0x^n + a_1x^n + \ldots + a_n = 0$ является число $\left|\frac{a_m}{a_0}\right| + 1$, где a_m — наибольший по абсолютной величине отрицательный коэффициент уравнения (эту же границу привел позднее Маклорен в курсе алгебры в 1748 г.). На этой основе Ролль разработал так называемый „метод каскадов" для отделения действительных корней (С. А. Яновская. Мишель Ролль как критик анализа бесконечно-малых. Тр. Инст. истории естествознания, т. I, М., 1947). Ньютон во „Всеобщей арифметике" привел известное правило, также опирающееся на свойства производных; кроме того, он указал на неравенство

$$|x| < \sqrt[2n]{s_{2n}}\,, \quad s_{2n} = \sum x^{2n}$$

и некоторые другие, тесно с ним связанные (русск. пер., стр. 265—

268). Разысканием возможно более тесных границ действительных корней много занимались и в XVIII—XIX вв.

91 (к стр. 377). В переводе Скаутена слово „истинные“ (написанное Декартом, вероятно, по недосмотру) отсутствует.

92 (к стр. 377). Наши иррациональные числа Декарт называет nombres sours, от латинского surdus (глухой, немой), с помощью которого в европейской литературе еще в XIII в. передали арабский термин, в свою очередь бывший переводом греческого αλογοσ (невыразимый, немой, не имеющий отношения). Термин surdus применял и Ньютон во „Всеобщей арифметике“. В средневековой же литературе (начиная с V в.) говорится об „иррациональных“ отношениях.

Открытие несоизмеримых отрезков (прежде всего стороны и диагонали квадрата) сделано было греческими математиками около 500 г. до н. э.; за ним вскоре последовало открытие, по современной терминологии, иррациональности квадратных корней из любых натуральных чисел, не являющихся квадратами целых. Греческие математики не создали понятия об иррациональном числе как таковом. Необходимость оперировать в геометрии с несоизмеримыми отношениями привела их, однако, к созданию общей теории отношений, разработанной Эвдоксом (410?—356?) и изложенной в пятой книге „Начал“ Эвклида. Определение равенства двух отношений в этой теории очень близко к дедекиндову определению сечения в области рациональных чисел. Греки же разработали весьма детальную классификацию некоторых квадратичных и биквадратичных иррациональностей; см. „Начала“ Евклида в пер. Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И. Н. Веселовского (М.—Л., 1948 и 1949). Индусские и многие среднеазиатские средневековые математики, напротив, не строя общей теории, свободно оперировали квадратичными числовыми иррациональностями. Математики Средней Азии (О. Хайям и Насирэддин, 1201—1274) подошли и к пониманию отношения двух несоизмеримых величин как числа.

Европейские математики вплоть до XVII в. не признавали иррациональности за подлинные числа, понимая под числом только то, что измеряется единицей. Арифметика имела дело с целыми числами; непрерывные величины принадлежали геометрии. Лишь постепенно подходили ученые к признанию принципиального равноправия иррациональных чисел с рациональными. Так, Валлис, понимая еще под числом множество единиц, говорил все же, что над „глухими корнями“ можно производить арифметические действия так же, как над числами в собственном смысле слова, и подчеркивал, что приближения к значениям таких корней можно получать с любой степенью точности. Для Валлиса и рациональные дроби не были подлинными числами, хотя и вполне реальными понятиями (ср. прим. 82).

У Декарта иррациональные числа также выступают фактически на равных правах с рациональными. Новое, более широкое определение числа дал Ньютон: „Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой за единицу. Число бывает трех видов: целое, дробное и иррациональное [surdus]. Целое число есть то, что измеряется единицей; дробное — кратной долей единицы; иррациональное число несоизмеримо с единицей“ („Всеобщая арифметика“, стр. 8). В основе этого определения лежала еще античная теория отношений. Это Ньютоново определение приняли Эйлер и некоторые другие ученые XVIII в.

Попытки непосредственно определить понятие об иррациональном числе через понятие о числе рациональном появляются во второй половине XVIII в. Так, А. Г. Кестнер и русский математик П. А. Рахманов (ум. 1813) рассматривали иррациональные числа как пределы рациональных, например десятичных, приближений; на этой же точке зрения стоял О. Коши (1789—1857). Вместе с тем некоторые крупные ученые XVIII в. (д'Аламбер; акад. С. Е. Гурьев, 1764—1813) да и XIX в. продолжали стоять на позициях античной математики.

Строгие теории иррациональных чисел, вызванные к жизни задачами обоснования и развития математического анализа, были созданы во второй половине XIX в. Р. Дедекиндом (1831—1916), К. Вейерштрассом (1815—1897) и Г. Кантором (1845—1918).

93 (к стр. 379). Древние математики не встретились с мнимыми величинами; их оберегали от этого „диоризмы“ — ограничения в условиях задач, при которых могли получаться только действительные (и положительные) решения. Некоторые индусские ученые прямо указывали, что отрицательные числа не могут быть квадратами. Открытие мнимых чисел связано было с решением кубических уравнений в радикалах (см. прим. 107): в так называемом неприводимом случае под знаком квадратичного радикала в формуле для корней стоит отрицательное число, между тем как все три корня действительные.

Открытие это сделано было Кардано (1545). Р. Бомбелли (1572) довольно подробно разработал правила действий над мнимостями и на частных примерах показал, что в неприводимом случае в формуле Кардано получается действительная сумма двух содержащих мнимости выражений $a+b\sqrt{-1}$ и $a-b\sqrt{-1}$.

Мнимые величины, которые Кардано именовал софистическими, не получили признания у многих выдающихся математиков, среди них у Виета. Жирар, напротив, настаивал на их использовании, ибо только с их помощью возможно сообщить ряду важных теорем алгебры общий характер. „Могут сказать, — писал он, — для чего служат эти невозможные [impossibles] решения. Отвечаю: для трех вещей — для верности общего правила, потому что других решений нет и в силу своей полезности“. Декарт, называя эти числа воображаемыми, мнимыми (imaginaires) — этот термин он употреблял еще около 1629 г. (ср. прим. 82), — указывал, что если при построении корней уравнения при помощи двух подходящих кривых последние не пересекаются, то это означает, что все корни — воображаемые. Скаутен говорил: „Истинные и ложные корни какого-либо уравнения всегда действительны или же существуют, т. е. обозначают какую-либо величину или же нехватку величины, и значение их можно выразить арифметически или геометрически; но воображаемые не таковы“ (Geometria, стр. 287). Ньютон во „Всеобщей арифметике“ обосновывал необходимость „невозможных“, по его терминологии (impossibiles), корней тем, что если бы их не было, то задачи, решение которых невозможно и которые приводят к этим уравнениям, оказались бы возможными (русск. перев., стр. 248); эту же мысль высказал ранее Валлис.

Декарт различал положительные и отрицательные мнимости. Так поступал и Ньютон; при этом правилу знаков Декарта можно придать общий характер, приписывая тот или иной знак мнимым корням („Всеобщая арифметика“, стр. 251—252).

Представления математиков XVII и XVIII вв. о природе мнимых величин были весьма неполны. Не было ясно, среди многого другого, исчерпывается ли область мнимых чисел числами вида $a+b\sqrt{-1}$, ибо недостаточно разработаны были операции в комплексной области: например, Лейбницу не ясна была природа $\sqrt{\sqrt{-1}}$. Но уже Валлис высказал мнение, что мнимые корни алгебраических уравнений связаны с извлечением квадратных корней из отрицательных чисел. Ник. Бернулли (1687—1759) в 1743 г. сообщил Эйлеру, что, по его мнению, всякий мнимый корень уравнения имеет вид $a+b\sqrt{-1}$. В 1746 г. А. Клеро показал, что мнимые корни уравнения четвертой степени всегда имеют именно такой вид. На сопряженность мнимых корней уравнения указал Валлис; Эйлер в одном письме 1742 г. и д'Аламбер в 1746 г. высказали то же мнение и показали, что алгебраический многочлен с действительными коэффициентами раскладывается в произведение действительных линейных и квадратичных множителей; это как раз и отрицал Лейбниц, нашедший, что $x^4+a^4=(x^2+a^2\sqrt{-1})(x^2-a^2\sqrt{-1})$, но не заметивший, что x^4+ $+a^4=(x^2+\sqrt{2}\,ax+a^2)(x^2-\sqrt{2}\,ax+a^2)$. Д'Аламбер же показал, что алгебраическое выражение, составленное из чисел вида $a+b\sqrt{-1}$, само имеет вид $A+B\sqrt{-1}$. Вопрос о возведении в мнимую степень и о логарифме любого комплексного числа, отличного от нуля, удовлетворительно разрешил Эйлер в 1740—1749 гг.; впрочем, связь между тригонометрическими и показательной функциями обнаружил еще в 1714 г. Р. Котес (1682—1716) и весьма близко подходил к ней И. Бернулли.

На протяжении XVIII в. математики получили, применяя мнимые величины, немало парадоксов. И хотя польза мнимых чисел была засвидетельствована многими важными открытиями, сделанными при их помощи, ученые были отнюдь не единодушны даже в трактовке некоторых основных операций (так, д'Аламбер не признал эйлеровой теории логарифмов). Мнимости продолжали рассматривать как полезные, но лишенные реального смысла символы. Л. Карно писал: „Никто ведь не сомневается в точности результатов, получаемых при вычислениях с мнимыми количествами, хотя они представляют собой только алгебраические формы и иероглифы нелепых количеств" („Размышления о метафизике исчисления бесконечно-малых", стр. 255).

Первая попытка геометрической интерпретации чисто мнимых чисел сделана была Валлисом, который еще в одном письме от 1673 г. заметил, что $\sqrt{-n^2}$ можно рассматривать как среднюю пропорциональную между отрезками n и $-n$; подробнее та же мысль была развита им в курсе алгебры 1685 г. Аналогичную идею положил в основу своей весьма еще несовершенной интерпретации Г. Кюн (1690—1769) в одной работе 1750—1751 гг. Современная геометрическая интерпретация была предложена К. Весселем (1745—1818) в 1799 г. и Ж. Арганом (1768—1822) в 1806 г. Арифметическая теория комплексных чисел была разработана затем Гауссом (которому принадлежит указанный только что термин) и Коши. Дальнейшие обобщения понятия о числе в этом направлении даны были У. Гамильтоном (кватернионы) и Г. Грассманом (гипер-комплексные числовые системы). Символ i ввел Эйлер.

94 (к стр. 380). В этом месте Декарт неявно воспользовался одной из зависимостей между корнями и коэффициентами уравнения. Эти зависимости в общем виде были установлены Виетом в конце сочинения „De aequationum. . .". В случае наличия отрицательных корней Виет комбинировал положительные корни $f(x)=0$ с таковыми же уравнения $f(-x)=0$; о равенстве суммы корней коэффициенту при члене второй степени в кубическом уравнении знал еще Кардано. Ж. Пелетье (1517—1582) указал в 1558 г., что целый корень алгебраического уравнения с целыми коэффициентами и коэффициентом в старшем члене, равным 1, есть делитель свободного члена. Выражения первых четырех степенных сумм корней через коэффициенты дал Жирар, общие рекуррентные соотношения — Ньютон. Далее симметрическими функциями корней занимались Маклорен, Эйлер, Э. Варинг (1734—1798), Ж. Лагранж и другие.

Декартов прием отыскания линейных множителей несколько упростил Я. ван Вессенер (Geometria, стр. 307).

Ньютон во „Всеобщей арифметике“ обобщил решаемую здесь Декартом задачу, занявшись для многочлена с целыми коэффициентами разысканием рациональных делителей первой и второй степени (русск. пер., стр. 44 и сл.).

Поставленная Декартом проблема приводимости, т. е. возможности представления целой рациональной функции $f(x)$ с рациональными коэффициентами в виде произведения двух аналогичных функций $f_1(x), f_2(x)$ после Ньютона становится одной из центральных проблем высшей алгебры. Ею занимались Эйлер, Варинг, Лагранж, Гаусс, петербургский академик Ф. Т. Шуберт (1758—1825), Ф. Эйзенштейн (1823—1852), нашедший в 1850 г. важный критерий неприводимости, Л. Кронекер (1823—1891) и другие.

Далее (стр. 308, 382) Декарт дает точный ответ на вопрос, когда корни кубического уравнения с целыми коэффициентами и старшим из них, равным единице, строятся с помощью циркуля и линейки (т. е. уравнение разрешимо в квадратичных радикалах): это имеет место тогда, когда уравнение приводимо, что может быть лишь при наличии целого корня. Затем Декарт утверждает, что для разрешимости теми же средствами уравнения 4-й степени его кубическая (относительно y^2) резольвента должна разрешаться в квадратичных радикалах (ср. прим. 108).

95 (к стр. 380). Таннери указал, что строкой выше в обоих случаях при 16 нехватает знака минуса (Oeuvres, т. VI, стр. 455).

96 (к стр. 383). Точки между членами уравнения означают, что перед коэффициентом может стоять и плюс и минус. Сами по себе буквенные коэффициенты у Декарта означали еще положительные числа. С тою же целью точками пользовался и Ньютон. Применение буквы с предстоящим знаком $+$ для обозначения как положительного, так и отрицательного числа предложено Гудде (1657 г.; см., например, Geometria, стр. 487).

97 (к стр. 383). Уравнение четвертой степени впервые решил ученик Кардано — Л. Феррари (1522—1565), решение которого опубликовал Кардано в 1545 г. Декарт не указал, как нашел свое решение. Скаутен дал вывод с помощью метода неопределенных коэффициентов. Положив

$$x^4 - px^2 - qx + r = (x^2 + yx + z)(x^2 - yx + v),$$

он для отыскания y, z, v получил уравнения

$$z - y^2 + v = -p, \quad -zy + vy = -q, \quad vz = r,$$

$$y^6 - 2py^4 + (p^2 - 4r)y^2 - q^2 = 0$$

(Geometria, стр. 315). Дебон получил ту же резольвенту несколько иначе (там же, стр. 137—138). Другие приемы были предложены также Эйлером и Лагранжем. Термин резольвента принадлежит Эйлеру.

98 (к стр. 386). Звездочка в этом уравнении в оригинальном издании „Геометрии" отсутствует. В издании Скаутена она имеется (Geometria, стр. 61).

99 (к стр. 388). Скаутен в этом месте выбросил „или CE" и поставил „или CE" после FD на стр. 388, строка 5 (Geometria, стр. 83—84).

100 (к стр. 389). Разбираемая здесь Декартом задача на „вставку" (т. е. на проведение между двумя данными линиями отрезка данной длины, который сам или продолжение которого проходит через данную точку), восходит, как указывает и Декарт, к древности. К „вставкам" античные математики нередко сводили задачи, которые не удавалось решить с помощью циркуля и линейки, например трисекцию угла; со вставкой связано было определение конхоиды (см. прим. 36). Вставки удобно производить механически при помощи линейки, на которой нанесен отрезок данной длины. К трисекции угла и решению кубического уравнения вставки применял Виет.

Задачей, разбираемой Декартом, занимались также Жирар, М. Гетальди (1566—1627), Гюйгенс и Ньютон. Жирар (1629) привел задачу к уравнению четвертой степени и разобрал, как связан выбор знаков перед радикалами, входящими в выражения для корней, с отсчетом частей, составляющих отрезок, в том или ином направлении. Скаутен в своих комментариях привел более простое решение, чем Декарт (Geometria, стр. 315—317). Решая ту же задачу во „Всеобщей арифметике", Ньютон в связи с ней подробно развил соображения о наиболее выгодном выборе неизвестной и советовал выбирать такую величину, для которой нет равноправной в отношении к другим величинам, входящим в задачу. Ньютон сообщает три решения, из которых одно приводит сразу к квадратному уравнению („Всеобщая арифметика", стр. 155—157; см. также: Цейтен, ч. I, стр. 63—65 и ч. II, стр. 123, 130—132).

101 (к стр. 392). У Декарта здесь имеется описка. Вместо qu'est le point A au regard du point C должно быть: qu'est le point C au regard du point A (указание Таннери в Oeuvres, т. VI, стр. 465).

102 (к стр. 391). Излагаемое здесь построение корней уравнений 3-й и 4-й степеней Декарт нашел не позднее 1629 г. (Oeuvres, т. X, стр. 344—346). Корни уравнения

$$x^4 = px^2 + qx + r$$

строятся здесь с помощью параболы $y = x^2$ и окружности

$$\left(x - \frac{q}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{p+1}{2}\right)^2 = R^2, \quad R^2 = \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 + r.$$

103 (к стр. 392). Задачи, приводящиеся к кубическим уравнениям, находятся еще в вавилонских текстах, относящихся ко второму тысяче-

летию до н. э.; решение их в то время производилось с помощью проб (решение заранее подбиралось целым). Если не считать задачи об удвоении куба, приводящейся к двучленному уравнению $x^3=2a^3$, то первая задача на кубическое уравнение в греческой математике встречается у Архимеда; в ней требовалось разбить шар данного радиуса плоскостью на два сегмента, объемы которых находятся в данном отношении; задача эта приводится к уравнению вида $x^3+b^2c=ax^2$ и была построена Архимедом с помощью пересечения параболы $x^2=\frac{b^2}{e}y$ и гиперболы $(a-x)y=e$. Крупный шаг вперед сделали в учении о кубических уравнениях математики Средней Азии, особенно Омар Хайям (около 1040—1123), который дал построения корней трехчленных и четырехчленных уравнений с помощью систематически подобранных конических сечений и на этой основе произвел подробный, хотя и не исчерпывающий анализ всех типов уравнений 3-й степени, имеющих положительные корни. Исследование Хайяма осталось неизвестным европейским математикам XVII в.; в нем есть интересные точки соприкосновения с алгеброй Декарта (см. мою статью „Омар Хайям и его алгебра“, в „Тр. Инст. истории естествознания“, т. II, 1948).

Одновременно с Декартом построил корни уравнений 3-й и 4-й степени с помощью параболы и окружности Ферма (Декарт. Геометрия, стр. 148 и сл.). Ньютон также дал построения кубических уравнений с помощью конических сечений. Соглашаясь с Декартом, что аналитически проще построение с помощью параболы, затем — с помощью гиперболы и на последнем месте — с помощью эллипса, он отмечал, однако, что „если при описании фигур считаться с простотой их вычерчивания, то этот порядок нужно изменить“ (Всеобщая арифметика, стр. 335). Но еще более простым и удобным он считал построение с помощью конхоиды (там же, стр. 301 и сл.) и циссоиды (там же, стр. 323 и сл.). Построениями такого рода много занимались и другие математики: Валлис (применявший кубическую параболу и прямую), Лопиталь, Э. Галлей (1656—1742) и другие (см. также прим. 78 и 105).

104 (к стр. 395). О классических задачах построения двух средних пропорциональных и трисекции угла см.: Цейтен, ч. I, по указателю (см. также прим. 107).

105 (к стр. 397). Правило решения уравнения $x^3+px=q$ в радикалах открыл, но не обнародовал С. дель Ферро (1465—1526). Около 1535 г. Н. Тарталья (1500—1557) вновь нашел это правило, а также правила для уравнений $x^3=px+q$ и $x^3+q=px$. Кардано опубликовал эти приемы в 1545 г.; он же свел общее кубическое уравнение к указанным типам. Виет (опубликовано в 1615 г.) решил уравнение

$$x^3+3ax=2b$$

подстановкой

$$x = \frac{a - y^2}{y},$$

дающей резольвенту

$$y^6 + 2by^3 = a^3.$$

Гудде для решения уравнения

$$x^3 = qx + r$$

полагал

$$x = y + z$$

и получал известным образом

$$3zy = q, \quad z^3 + y^3 = r$$

(Geometria, стр. 501—516).

[106] (к стр. 398). Это выражение дает, как указал Таннери, абсолютную величину корня (Oeuvres, т. VI, стр. 473).

[107] (к стр. 399). В этом и предыдущем параграфе Декарт касается так называемого „неприводимого“ случая кубического уравнения

$$x^3 = px + q,$$

когда при $\left(\frac{q}{2}\right)^2 < \left(\frac{p}{3}\right)^3$ действительные корни выступают в форме суммы двух мнимых чисел (ср. прим. 93). Тригонометрическое решение для этого случая, основанное на сведéнии задачи к трисекции угла и формуле

$$(2\cos\varphi)^3 - 3(2\cos\varphi) = 2\cos 3\varphi,$$

дал Виет (1593); аналогичные решения дали Жирар (1629), а за ним Скаутен (Geometria, стр. 349). А. Клеро представил все три корня в виде бесконечных рядов с действительными членами (1746).

Попытки получить в этом случае выражение корня в радикалах и в действительной форме были безуспешны. В. Молламе в 1890 г. доказал, что такое выражение невозможно (ср. прим. 93).

[108] (к стр. 400). Доказательство того, что решение неприводимых уравнений 3-й степени невыполнимо с помощью циркуля и линейки (т. е. доказательство неразрешимости этими средствами задач о трисекции угла и об удвоении куба в общем случае) дал в 1837 г. П. Л. Ванцель (1814—1848). Соображения, которыми подкрепляет свою догадку Декарт, доказательной силы не имеют. См.: Цейтен, ч. II, стр. 223.

[109] (к стр. 407). Уравнение

$$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + sy^2 - ty + v = 0$$

Декарт решает с помощью пересечения окружности

$$x^2+y^2-2\frac{m}{n^2}y=\frac{t^2}{4n^2v}-\frac{s}{n^2}-\frac{p\sqrt{v}}{n^2},$$

где

$$n=\sqrt{\frac{t}{\sqrt{v}}+q-\frac{1}{4}p^2}\,,\quad m=\frac{r}{2}+\sqrt{v}+\frac{pt}{4\sqrt{v}}\,,$$

и „трезубца“ — кривой, описание которой он привел на стр. 337—339 и уравнение которой

$$nxy-y^3+\frac{1}{2}py^2+\frac{ty}{2\sqrt{v}}-\sqrt{v}=0.$$

В латинском издании „Геометрии“ это построение не комментировано (см.: Цейтен, ч. II, стр. 223—224).

Ньютон посвятил построению корней уравнений высших степеней небольшой раздел „Перечисления кривых третьего порядка“ (1704), где, в частности, предлагает строить корни уравнения 9-й степени с помощью кубической параболы $y=x^3$ и кривой 3-го порядка

$$y^3+bxy^2+cy^2+dx^2y+exy+fx^3+gx^2+hx+k=0.$$

(См.: И. Ньютон. Математические работы, стр. 208).

В 1750 г. Г. Крамер подробно изложил прием построения корней с помощью прямой $y=a$ и параболической кривой

$$y=bx+cx^2+\ldots+px^n.$$

Такими построениями занимались и другие математики XVIII и частью XIX вв.

Непосредственно далее Скаутен дает заголовок: „Нахождение четырех средних пропорциональных“ (Geometria, стр. 104).

ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДЕКАРТА

№№ по пор.	Название	Когда написано	Год и место издания
1	Физико-математические изыскания, философские фрагменты [1]	1618—1621	Частично в 1701 г., остальное в 1908 г.
2	Compendium Musicae (Краткий курс музыкального искусства)	1618	Утрехт, 1650
3	Traité de la Méchanique (Трактат о механике)	1618	Париж, 1668
4	Regulae ad Directionem Ingenii (Правила для руководства ума)	1628—1629	Амстердам, 1701 (посмертное издание)
5	Le Monde (Мир)	1630—1633	Лейден, 1662
6	Traité de l'homme, Description du corps humain (Трактат о человеке, описание человеческого тела)		Париж, 1664
7	Discours de la Méthode, Essais. Dioptrique, Météores, Geometrie (Рассуждение о методе и его приложения: Диоптрика, Метеоры, Геометрия)	1633—1636	Лейден, 1637

[1] Отрывки из первых произведений Декарта, ставшие известными из дневников и рукописей Бекмана, Байэ, Лейбница.

№№ по пор.	Название	Когда написано	Год и место издания
8	Meditationes de Prima Philosophia, in qua de Dei existentia et Animae immortalis demonstratur. Objectiones cum Responsionibus Authoris (Размышления о началах философии, в которых доказывается существование бога и бессмертность души. Возражения и ответы автора)	1640—1641	Париж, 1641
9	Epistola ad P. Dinet (Письмо к патеру Динэ)[1]	1642	Амстердам, 1642
10	Epistola ad Celeberrimum Virum Gisbertum Voëtium (Письмо к Воецию)	1643	Амстердам, 1643
11	Principia Philosophiae (Начала философии)	?	Амстердам, 1644
12	Querela Apologetica — Lettre apologetique aux magistrats de la Ville d'Utrech (sic!) (Оправдательное письмо магистратуре города Утрехта)	1644	Амстердам, 1656
13	Notae in Programma (Remarques de R. Descartes sur un Placart...) (Возражения Декарта на пасквиль...)	1647	Амстердам, 1648
14	Passions de l'ame (О страдательных состояниях души)	1649	Париж, Амстердам, 1649
15	Recherches de la Vérité par la lumière naturelle (Искание естественным светом)	1628 или 1641(?)	Амстердам, 1701
16	Oeuvres inédites de Descartes, par Foucher de Careil (Неопубликованные произведения Декарта, изд. Фушэ де Карей)		Париж, 1859—1860

[1] Здесь приведены только те письма Декарта, которые были опубликованы самим Декартом или предназначались им к опубликованию. Все эти письма носят полемический характер.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

СОДЕРЖАНИЕ

Геометрия

Приложения

Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета Академии Наук СССР

*

Редактор Издательства *О. И. Дейнека.* Технический редактор *А. В. Смирнова*
Корректор *Н. П. Ракова*

*

РИСО АН СССР № 4561. Пл. № 12—59Р. М.-24543. Подписано к печати 21/IV 1953 г.
Бумага 70X92$^1/_{16}$. Бум. л. 20.5. Печ. л. 47.97. Уч.-изд. л. 34.8+3 вкл. (0.15 уч.-изд. л.).
Тираж 5000. Зак. № 229. Номинал по прейскуранту 1952 г. 26 р. 50 к.

1-я типография Издательства Академии Наук СССР. Ленинград, В. О., 9 линия, 12

ИСПРАВЛЕНИЯ И ОПЕЧАТКИ

Страница	*Строка*	*Напечатано*	*Должно быть*
27	9 сверху	считал	считать
196	2 снизу	его	ее
197	10 „	возможных	иных возможных
321	11 сверху	[precis]	[précis]
335	9 снизу	радиусов	градусов
404	4 „	равны то равны,	равны, то равны
464	1 „	Милько	Мильо
471	13 „	концениця	концепция
484	4 „	Скоутена	Скаутена
565	7 сверху	Снеллиус	Снеллиуса
566	14 „	$n'\left(i' - \frac{i^3}{6} \cdots\right)$	$n'\left(i' - \frac{i'^3}{6} \cdots\right)$
568	2 снизу	элейскими	элейские
586	18 „	екам	векам
621	20 „	требует	требуется
629	4 сверху	непременим	неприменим
633	11 „	Даламбер	д'Аламбер
650	Правая колонка, 16 снизу	Иоста	Иост

Ренэ Декарт. Рассуждение о методе.