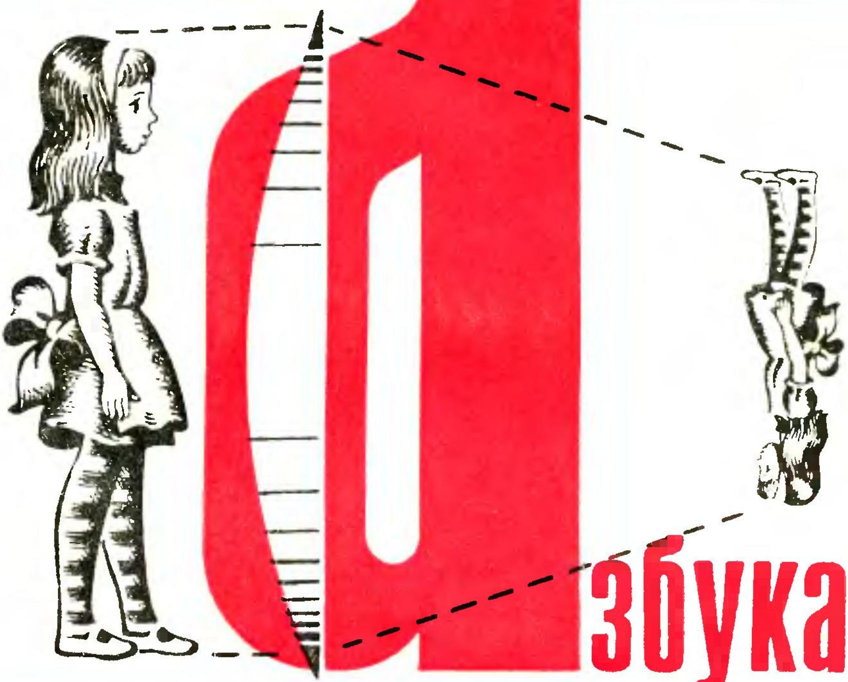
Климент Дьюрелл



Азбука теории относительности

READABLE RELATIVITY

by Clement V. Durell

with a foreword by F. J. Dyson

LONDON · 1962

Климент Дьюрелл

АЗБУКА ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

с предисловием Ф. Дайсона

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МИР“ МОСКВА 1970

УДК 530.1 (07)

Перевод
с пятого английского издани

Е. М. ЛЕЙКИНА

Издание второе

Редактор Л. В. ГЕССЕН

Редакция литературы по физик

Инд. 2-3-2
54-70

Ф. ДАЙСОН

ПРЕДИСЛОВИЕ

Мне посчастливилось учиться в школе, где преподавал Дьюрелл. Почти все наши учебники по математике были написаны им. «Азбука теории относительности» — это одна из примерно пятидесяти книг, которые написал Дьюрелл в свободные от преподавания часы. Пожалуй, это наиболее изящный из его трудов и, безусловно, лучшее популярное введение в теорию относительности, которое кому-либо и когда-либо удавалось написать.

Характерно, что никто из окружающих достаточно хорошо не знал Дьюрелла. Для нас, учеников, он был почти легендарной личностью, а не реальным человеком. Обычно он появлялся в классе точно в половине восьмого и даже ненастным весенним утром настежь распахивал окна. Если кто-либо из учеников отваживался пожаловаться на то, что по комнате гуляет ледяной ветер, Дьюрелл лишь сухо замечал: «Одевайтесь потеплее», — и продолжал урок. Мы мстили, как это принято среди школьников, высмеивая его в непристойных стишках, но было бы совершенно неправильно думать, что мы относились друг к другу неприязненно. Он был для нас чем-то вроде стихии: его не любили и не ненавидели, но все ему подчинялись и уважали его.

Мы жили в атмосфере напряженного труда и борьбы за интеллектуальное превосходство и принимали это как должное. Нам вряд ли могло прийти в голову, что создание подобной обстановки явилось итогом полной усилий и напряжения жизни немногочисленной группы таких людей, как Дьюрелл. Мы трудились над книгами в поте лица своего, ибо пульс жизни был частым, задачи трудными, а отстать было бы равноценно утрате собственного достоинства. Дьюрелл не проявлял повышенного интереса к тем из нас, кто выделялся среди других своими способностями. Каждому доставалась равная доля его внимания. И хотя я, безусловно, был одним из наиболее способных его учеников, мне припоминается лишь единственный случай, когда Дьюрелл дал мне специальное задание. Я потратил кучу времени, мучаясь над особенно запутанной задачей, и в конце концов нашел правильное, но довольно громоздкое решение. Мое решение вернулось обратно с лаконичной пометкой «УЖАСНО», небрежно написанной огромными буквами. Этот листок я бережно хранил многие годы, ибо знал, что к заурядному ученику Дьюрелл не смог бы быть столь безжалостным.

Дьюрелл писал «Азбуку теории относительности», основываясь на своем опыте преподавания теории относительности школьникам. Это в корне отличает эту книгу от многочисленных пособий, написанных людьми, не имевшими подобного опыта. Дьюреллу удалось достичь точности, лаконизма, практичности там, где в изложении других авторов вопрос оказывался запутанным, многословным, абстрактным. Школьники всегда являются наиболее требовательной аудиторией.

В этом предисловии я попытался обрисовать личность Дьюрелла. Нет необходимости говорить что-либо о содержании этой книги, поскольку краткое введение, написанное самим автором, исчерпывающе характеризует его. Хотя я представил читателю Дьюрелла как человека с трудным характером (а так оно и есть), читатель, знакомясь с книгой, не сможет не обнаружить, что автор излагал свои мысли просто и остроумно, с непринужденностью, доступной лишь подлинному мастеру своего дела.

Введение

Изложение теории относительности без математики — все равно что лечение зубов без боли, катание на лыжах без падений и ушибов или чтение, которое не утомляет глаз. Теория относительности уже неоднократно излагалась в популярной форме, но строгости изложения можно достигнуть, только облекая рассуждения в математическую формулу, и эта строгость существенна для усвоения основных принципов теории. В этой книге сделана попытка ограничиться теми определениями, которые соответствовали бы среднему уровню математических знаний большинства людей. Ограничения, налагаемые этим условием, очевидны, однако они неизбежны, коль скоро речь идет об изложении вопросов на общеобразовательном уровне. Однако столь ограниченное применение математики и использование нескольких численных примеров, предназначенных для проверки справедливости идей теории, позволяют сделать эйнштейновское представление о Вселенной неотъемлемой частью общего образования, подобной ньютоновской механике.

Трудно перечислить все пособия, которыми мне пришлось пользоваться при написании этой книги, но следует специально упомянуть книгу Нанна «Относительность и тяготение», а также книги Эддингтона «Пространство, время, тяготение» и «Математическая теория относительности».

Я признателен Гринстриту за разрешение воспользоваться статьями из журнала «Mathematical Gazette», на которые я ссылаюсь в гл. 2, и Эддингтону за его информацию об экспедиции 1922 г. по наблюдению солнечного затмения. Краткое упоминание о работе Адамса, посвященной спектру спутника Сириуса, заимствовано мной из опубликованной им по этому вопросу статьи, с которой меня любезно познакомил Тернер. Хочу также поблагодарить В. Брауна, прочитавшего текст книги и сделавшего ряд полезных замечаний.

Февраль 1926 г.

К. Д.

ГЛАВА ПЕРВАЯ ◇ Научный прогресс

«Мы знаем крайне мало, но тем не менее нельзя не удивляться тому, как много мы знаем, и еще более удивительно то, что столь скудные знания могут сделать нас столь могущественными».

БЕРТРАН РАССЕЛ

Внешний мир

В наши дни всем доводилось слышать об Эйнштейне и его теории относительности. Однако для простых людей эта теория по-прежнему остается скорее хитроумной выдумкой или математическим парадоксом, нежели ступенью научного познания, методом, который играет такую же роль, как и остальные существующие методы (с условием, конечно, что он подвергается опытной проверке и выдерживает испытание). Теория относительности представляет собой раздел физики, а не чистой математики. Ее результаты, конечно, не могли бы быть получены без привлечения чисто математических аргументов сложного и абстрактного характера. Но математика играет подчиненную роль: оно просто обеспечивает аппарат для обработки имеющегося материала и язык, на котором описываются результаты. *Сам же по себе материал является продуктом опыта, наблюдений и измерений.* Основная цель естествознания состоит в изучении того, что́ происходит во внешнем мире, в исследовании нашей Вселенной, и построении простейшей системы постулатов, охватывающих все наблюдаемые явления.

Поэтому единственный возникающий в данном случае вопрос состоит в следующем: позволяет ли теория относительности Эйнштейна построить более гармоничную и правильную картину происходящего во Вселенной, нежели любая другая теория, имеющая дело с теми же фактами, или нет?

Если верить авторам многих газетных и журнальных статей, то в основе теории относительности лежат столь фантастические предположения, что они могут во многом представлять интерес лишь для философов; что же касается людей, верящих лишь в то, что они видят собственными глазами, и относящихся с подозрением к высказываниям, которые, казалось бы, противоречат их собственной практике, то ими такие предположения не могут приниматься всерьез. Поэтому важно выяснить, подтверждают или опровергают известные факты теорию Эйнштейна. Цель этой теории состоит в том, чтобы описать такие категории, как материя, время, пространство. Если кому-либо когда-либо удастся построить более простую и более полную картину внешнего мира, то это будет означать необходимость замены или видоизменения теории относительности. Однако в настоящее время считается, что нет другой теории, которая давала бы столь же полное описание Вселенной, как теория Эйнштейна. История научного прогресса дает нам примеры того, как новые непривычные идеи оказывались камнем преткновения для простых людей; однако, выдержав испытание временем, те же идеи впоследствии легко усваивались новыми поколениями.

Система Птолемея

Пифагора (550 г. до н. э.) принято считать первым человеком, утверждавшим, что Земля представляет собой висящую в пространстве сферу. Подобное утверждение вызывало недоумение простых людей. Во-первых, было непонятно, что поддерживает Землю. Во-вторых, требовалось объяснить, почему люди или предметы на другой стороне Земли, находящиеся «вверх ногами», не сваливаются с нее.

Это был один из первых ударов, нанесенных наукой здравому смыслу, ударов, которые, без сомнения, будут наноситься по мере накопления научных знаний. Однако минуло немало столетий, прежде чем представление о шарообразности Земли стало общепризнанным, во всяком случае за пределами Греции. Для этого потребовались кругосветные путешествия, способствующие приобретению практического навыка. Однако даже сегодня еще сохранились люди, придерживающиеся мнения, что Земля плоская (вспомним рассказ Киплинга «Деревня, которая проголосовала за то, что Земля плоская»), подобно тому как еще есть люди, старающиеся получить квадратуру круга. Но уже греческие ученые делали попытки вычислить длину окружности и диаметр Земли. Аристотель (350 г. до н. э.) утверждал, что жившие в то время математики определили длину окружности Земли в 400 000 стадий (вероятно, около 60 000 *км*). Гораздо более точный результат был найден Эратосфеном (250 г. до н. э.); он получил для длины окружности Земли величину 39 500 *км*, а для радиуса — 6290 *км*. Этот результат значительно точнее грубых методов, использованных в данном случае, так что в действительности он является случайным. Более поздние, но менее точные измерения были выполнены Птолемеем (140 г. н. э.). Его трактат «Альмагест», посвященный главным образом вопросам астрономии, определил развитие научной мысли на последующие 14 столетий. Система Птолемея отвела Земле место в центре Вселенной; Солнце и планеты в этой системе обращались вокруг Земли по орбитам, построенным из окружностей и эпициклов (которые образуются окружностями, катящимися по другой окружности). Шло время, но в теорию вносились лишь небольшие изменения, рассчитанные на получение лучшего согласия с результатами наблюдений, а основной ее принцип до Коперника не вызывал сомнений.

Небезынтересно напомнить, что противоположная точка зрения выдвигалась еще до Птолемея. Некто Аристарх с острова Самос (310—230 гг. до н. э.) утверждал, что центром мира является Солнце, вокруг которого обращаются Земля и планеты. Однако эта доктрина настолько опередила свое время, что не могла быть понята не только простыми людьми, но и учеными того времени. Она покушалась на их здравый смысл, низводя Землю с центрального до рядового положения в природе, и оскорбляла их привычные представления, утверждая, что Земля, которая, как мог видеть и ощущать каждый, покоится (так говорили люди), в действительности несется в пространстве, покрывая ежедневно более миллиона километров. (По оценке Эратосфена расстояние до Солнца составляло 129 млн. *км*.) Сейчас мы все так привыкли к тому, что Солнце есть центр Солнечной системы, что с трудом можем себе представить, каким ударом для простого человека явилось первое серьезное обсуждение этой доктрины.

Система Коперника

Труд Коперника «De Revolutionibus orbium Coelestium» (Об обращениях небесных сфер) был опубликован в 1543 г. Коперник считал, что Солнце покоится в центре Вселенной, а Земля и другие планеты движутся вокруг него по круговым орбитам. Благодаря работе Кеплера (1571—1630), продемонстрировавшей, правда, что орбиты не вполне круговые, гелиоцентрическая точка зрения Коперника получила мощную поддержку. Кеплер установил, что планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце, а размеры орбит, периоды и скорости обращения связаны двумя простыми количественными закономерностями. Впоследствии на основе этих законов Ньютон сформулировал закон всемирного тяготения. Изобретенный в 1608 г. телескоп помог Галилею (1564—1642) открыть спутники Юпитера, и эта модель Солнечной системы в миниатюре убедила его в справедливости воззрений Коперника. После долгих колебаний и многочисленных опасений, которые впоследствии полностью оправдались, Галилей опубликовал в 1630 г. результаты своих наблюдений и размышлений. К несчастью, его высказывания шокировали не только широкую публику, но и восстановили против него церковь.

Защищая свое мнение, Галилей приглашал противников прийти к нему и воспользоваться его телескопом. Однако ни один из профессоров и духовных сановников не ответил на это приглашение. Галилей был вызван в Рим, где инквизиция подвергла его, дряхлого и больного старца, мучительным допросам и принудила «отречься и проклясть свои ошибки и ереси».

Галилей, ослепший и сломленный, скончался невдалеке от Флоренции в 1642 г. Эйнштейну посчастливилось, что в его время уже не существовало инквизиции.

Всемирное тяготение

Работы Коперника, Кеплера, Симона Мариуса и Галилея получили свое завершение в труде Ньютона «Principia» (Начала), опубликованном в 1685 г. Идея о том, что падение тел на Землю вызвано притяжением Земли, не принадлежала Ньютону. Он гениально распространил эту идею на всю Вселенную, сформулировал результат в виде единого закона и получил его подтверждение при рассмотрении движения планет, комет, Земли и Луны. Все неприятности в жизни Ньютона проистекали не из его отношений с простыми людьми, а из взаимоотношений с его коллегами учеными, и многие годы его жизни были отравлены профессиональными спорами вокруг его книги. Считается, что сравнительно небольшому числу ученых сейчас действительно под силу математический аппарат теории относительности Эйнштейна. Однако во времена Ньютона было еще меньше людей, способных оценить идеи «Начал», и, конечно, прошло немало времени, пока идеи Ньютона не стали достоянием каждого образованного человека, как в наши дни.

Механика Галилея и Ньютона

Необходимо хотя бы сжато сформулировать основные принципы, которые Ньютон, использовав наблюдения Кеплера и мысли Галилея, положил в основу своей системы небесной механики. Вслед за Галилеем он утверждал, что если тело покоилось, то оно сохранит состояние покоя, а если двигалось, то будет продолжать равномерное и прямолинейное движение, пока какие-либо внешние причины не вынудят тело изменить свое состояние. Это так называемый *закон инерции*; внешняя причина получила название *силы*, из которой и родилось представление о *массе*.

Для построения механики Ньютон постулировал:

1) понятие абсолютного времени, смысл которого состоит в том, что время течет равномерно безотносительно к чему-либо;

2) понятие абсолютного пространства, которое означает фиксированную систему отсчета, неизменную и неподвижную, позволяющую описать положение и движение любого тела во Вселенной. Земля не находится в состоянии покоя, Солнце также может оказаться движущимся, однако, как утверждал Ньютон, во Вселенной существует нечто, подобное фиксированной системе отсчета, позволяющее описать абсолютное положение и абсолютное движение.

Обычно люди без труда принимали и принимают эти предположения. Действительно, они кажутся столь естественными, что человеку бывает трудно усомниться в их правильности. С другой стороны, идея всемирного тяготения была гораздо более сложной. Она содержала представление о «действии на расстоянии». В то же время повседневная практика указывает на то, что одно тело воздействует на другое либо благодаря непосредственному контакту, либо через какого-то посредника. По-видимому, и сам Ньютон считал, что необходимо дополнительное разъяснение.

В наши дни рядовой человек воспринимает такую идею без протеста. Время и традиция, как всегда, сглаживают необычность новых представлений. Но тем не менее со времен Ньютона не одно поколение ученых делало попытку с помощью физических теорий преодолеть эти затруднения.

Измерительные приборы

Человеческие чувства сами по себе, без помощи специальных приборов не способны выполнять точные измерения времени или пространства.

Время. Наше восприятие отрезка времени любой продолжительности зависит в первую очередь от того, интересно или утомительно для нас то, чем мы в это время заняты. Оценка коротких интервалов времени часто оказывается просто нелепой. В этом можно убедиться, проверяя способность любого из нас оценить длительность минуты, не прибегая, конечно, к счету вслух или про себя.

Известно, что солнечными часами, в которых время задается положением Солнца, пользовались еще в Египте в XV веке до н. э. Согласно преданию, эти часы были завезены в Грецию из Вавилона Анаксимандром в VI веке до н. э. Примерно в то же время стали изготовлять песочные часы и водяные часы. В VI веке н. э. римляне пользовались часами, в которых зубчатые колеса приводились в движение грузом.

Маятниковые часы изобрел Гюйгенс в 1673 г., спустя девяносто лет после открытия Галилеем изохронности колебаний маятника. Сам Галилей в своих экспериментальных исследованиях пользовался водяными часами, которые дали удивительно хорошие результаты. Первый надежный корабельный хронометр был сконструирован в 1761 г. неким йоркширцем по имени Джон Харрисон. Это изобретение имело огромное практическое значение, ибо в те времена мореплаватели умели определять долготу места только с помощью часов. В наше время это изобретение потеряло свое значение, поскольку ежедневно в полдень радиостанции посылают в эфир среднее гринвичское время.

Пространство. Каждый, кому доведется побывать в Оксфорде, должен осмотреть коллекцию Эванса древних научных приборов в старом Ашмолеане. Точность и тщательность изготовления линеек, компасов и астролябий (приборов для измерения углов, задающих положение звезд), некоторые из которых восходят к стародавним временам, можно оценить лишь, увидев их воочию. Чосер написал трактат о пользовании астролябией, чтобы сын его, поступая в Оксфорд, имел достаточные познания в этой области. Принцип нониуса сначала применительно к дуге окружности был открыт португальцем Нуньесом в 1542 г. и вновь открыт французом Верньером в 1631 г.

Искусственное расширение предела человеческих чувств

Открытие телескопа в 1608 г. создало условия для быстрого развития астрономии. Этот прибор, естественно, сразу же привлек к себе всеобщее внимание, и спустя несколько лет телескопами повсеместно пользовались европейские ученые. Телескоп не только расширил пределы астрономических наблюдений, но и намного повысил точность измерений. Современные достижения в значительной степени обязаны двум другим открытиям: фотографии, и особенно ее приложениям к астрономии и спектроскопии, и созданию спектрального анализа. В нашу задачу не входит перечисление удивительно разнообразных применений и замечательных усовершенствований, внесенных в измерения этими методами исследования.

Следует лишь отметить, что расширение наших сведений о Вселенной целиком обязано той последовательной помощи, которую изобретения оказали невооруженному глазу и голым рукам человека, расширив их возможности. Без этой помощи наши сведения о строении мира оставались бы крайне ограниченными. Без помощи телескопа мы в состоянии различить детали предметов, находящихся лишь в непосредственной близости от нас, и то в очень ограниченной степени. Но для получения дальнейших деталей необходим микроскоп. Наши уши позволяют слышать звуки лишь ограниченных тонов; наши глаза чувствительны к цветовому диапазону, значительно более узкому, нежели фотографическая пластинка; если событие протекает очень быстро, то наш мозг получает столь расплывчатое впечатление, что расшифровать его можно лишь с помощью кинофильма, снятого с большой скоростью (рапидом).

Здравый смысл

Многие из наших жизненных представлений окрашены впечатлениями, полученными с помощью органов чувств без участия каких-либо искусственных помощников. То, что мы называем общепринятыми жизненными представлениями, основывается главным образом на знакомстве с вещами, размеры которых ограничены весьма узкими пределами, существующими в узком интервале давлений и температур и движущимися с малыми скоростями на протяжении небольших промежутков времени. Можно утверждать, что это дает столь же правильное представление о Вселенной, какое, скажем, мог бы получить турист, воспользовавшись для ознакомления с внутренним устройством Вестминстерского аббатства замочной скважиной во входной двери.

Следующие друг за другом изобретения позволили ученым расширить эту замочную скважину, а в будущем позволят распахнуть и саму дверь. Если наука в результате изучения вещей очень больших и очень малых, очень близких и очень удаленных, при очень высоких температурах и очень больших скоростях приходит к заключениям, которые, казалось бы, противоречат общепринятому мнению, нашему представлению о Вселенной, полученному с помощью замочной скважины, то, скорей всего, следует считать, что это просто еще один удар, которые не раз получал непосвященный и к которым он в конце концов привыкает.

Не одно поколение ученых предпринимало попытку проникнуть в тайны природы. Постепенно она сбрасывает с себя покрывала таинственности, но каждое новое открытие, по-видимому, лишь обнажает новые пути, требующие дальнейших исследований.

Природа — истинная женщина, которой будет принадлежать последнее слово.

Ученые всех поколений вполне могут повторить слова, которыми Ньютон подвел итог своего жизненного пути: *«Не знаю, каким я могу показаться другим, но самому себе я кажусь лишь мальчиком, который, играя на берегу моря, развлекается тем, что время от времени отыскивает то более плоские голыши, то более красивые раковины, чем обычно, а еще неизведанный великий океан истины простирается передо мной».*

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Почему иногда в кинофильме мы видим, как колеса автомобиля вращаются по часовой стрелке, хотя сам автомобиль едет влево?

2. Камень, привязанный к концу веревки, вращается по горизонтальной окружности. В каком направлении полетит камень, если веревка оборвется?

3. Если предположить, что Земля описывает круговую орбиту радиусом 150 млн. *км* за $365\frac{1}{4}$ дня, то сколько *км* проходит она ежесекундно?

4. Галилей обнаружил, что постоянство ускорения падающих тел проще всего можно продемонстрировать на примере движения не по вертикали, а по наклонной плоскости. Как мог бы кинооператор проиллюстрировать рассуждения Галилея?

5. Если камень и пушинка начинают падать одновременно, то приземлятся ли они одновременно? Совместим ли Ваш ответ с утверждением, что ускорение силы тяжести одинаково для всех тел, находящихся в одном и том же месте, независимо от их веса?

6. Кинокамера снимает бег на 100 *м* со скоростью 150 кадров в секунду. Фильм демонстрируется на экране со скоростью 15 кадров в секунду. Какой покажется (грубо говоря) продолжительность бега зрителям?

7. Опишите устройство нониуса и покажите, каким образом можно сделать точность отсчета равной $^1/_{100}$ *см*?

8. Принимая длину экватора равной 40 000 *км*, найдите ошибку (в *км*) долготы положения на экваторе, если долгота определяется из показаний хронометра с ошибкой во времени 1 *мин.*

9. Эратосфен нашел, что Солнце находится в Сиене[1]) в зените в тот момент, когда в Александрии оно расположено на 7°12′ южнее зенита. Известно, что расстояние между этими пунктами составляло 5000 стадий. Какова величина земного радиуса, полученная из этих данных?

---

[1]) Ныне Асуан. — *Прим. перев.*

ГЛАВА ВТОРАЯ ◇ # Алиса в Зазеркалье

«Я не могу поверить этому», — сказала Алиса.

«Не можешь?» — в словах Королевы звучала жалость. «А ты попробуй еще раз: вдохни поглубже и закрой глаза».

Алиса усмехнулась. «Бесполезно пытаться, — сказала она, — я не могу поверить в невозможное».

«Вероятно, ты мало упражнялась, — ответила Королева. — Когда я была моложе, я ежедневно посвящала этому полчаса. И мне иногда удавалось еще до завтрака поверить в шесть невозможных вещей».

ЛЬЮИС КЭРРОЛ *«Алиса в Зазеркалье»*

Может ли Природа ввести в заблуждение?

Ведя с Природой честную игру, ученые в ее лице встречают противника, который не только выбирает подходящие для себя правила игры, но и может, кроме всего прочего, подложить партнеру свинью или обвести его вокруг пальца. Если оказывается, что свойства пространства не укладываются в наши представления, если они искажают масштабы и путают ход наших часов, то существуют ли вообще какие-либо средства, позволяющие установить истину? Можно ли надеяться, что в конце концов многогранные усилия заставят Природу сбросить маску?

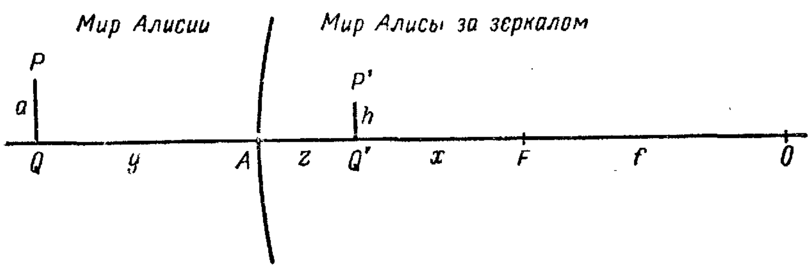
Профессор Гарнет, воспользовавшись идеями Льюиса Кэррола, поучительно проиллюстрировал то, как Природа может вводить в заблуждение, причем, по-видимому, без особого риска оказаться разоблаченной.

В конечном счете мы можем полагаться лишь на те данные, которые получаем с помощью наших органов чувств, проверенные и уточненные приборами, повторными экспериментами и исчерпывающими исследованиями. Наблюдения часто могут быть истолкованы превратно, как в анекдоте, рассказанном сэром Джорджем Гринхилсм.

В конце учебного года в одном инженерном колледже состоялся прием и осмотр научного отдела. Одна молодая посетительница, войдя в физическую лабораторию и увидев в большом вогнутом зеркале свое перевернутое изображение, наивно заметила своему спутнику: «Они повесили это зеркало вверх ногами». Если бы девушка приблизилась к зеркалу, миновав его фокус, то убедилась бы, что рабочие не были ни в чем виноваты. Если Природа ввела ее в заблуждение, то это была всего-навсего хитрость, которую разоблачил бы последующий опыт.

Выпуклое зеркало

Теперь мы, по совету профессора Гарнета, проследим приключения Алисы в стране за выпуклым зеркалом. Прежде всего нужно перечислить некоторые



Фиг. 1.

свойства выпуклого зеркала. Читатели, желающие ознакомиться с построениями и доказательствами, основанными лишь на рассмотрении подобных треугольников и некоторых элементарных алгебраических формулах, могут обратиться к упражнению 9 на стр. 29.

Точка A представляет собой вершину выпуклого зеркала большого радиуса; O — центр кривизны зеркала; отрезок OA — центральный радиус, или ось; средняя точка F отрезка OA — *фокус* зеркала; PQ — предмет высотой a, расположенный перед зеркалом перпендикулярно оси; $P'Q'$ — его изображение в зеркале. Введем следующие обозначения длин:

$$OF = FA = f; \quad FQ' = x; \quad Q'A = z; \quad AQ = y;$$
$$P'Q' = h.$$

Имеют место следующие соотношения:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{y} + \frac{1}{f}; \qquad h = \frac{ax}{f}; \qquad x = f - z.$$

Легко получить общие следствия, вытекающие из этих формул. Поскольку $1/z = 1/y + 1/f$, то $1/z > 1/y$ и, следовательно, $y > z$, а так как $1/f < 1/z$, то $z < f$ или $z < AF$. Поэтому изображение $P'Q'$ всегда оказывается ближе к зеркалу, нежели предмет PQ, и никогда не удаляется от зеркала дальше точки F.

Кроме того, поскольку $h = ax/f$, высота изображения будет пропорциональна x — расстоянию от изображения до F. Поэтому, чем ближе $P'Q'$ к F, тем меньше становится отрезок $P'Q'$, т. е. высота изображения.

Жизнь за зеркалом

«Он спит сейчас, — сказал Твидлди. — А как ты думаешь, что ему снится?»

«Кто это может угадать?» — *ответила Алиса.*

«Да ты ему снишься! — воскликнул Твидлди. — А если бы ты ему перестала сниться, то, как ты думаешь, где бы ты очутилась?»

«Там же, где сейчас, конечно», — ответила Алиса.

«Ничего подобного, — высокомерно возразил Твидлди. — Тебя нигде бы не было: ведь ты только часть его сна!»

«И если Короля разбудят, — добавил Твидлдам, — то ты раз!.. и исчезнешь, как свечка, которую задули».

«Но я же существую реально», — сказала Алиса и принялась плакать.

«От рева ты вовсе не станешь более реальной», — заметил Твидлди [1]).

ЛЬЮИС КЭРРОЛ *«Алиса в Зазеркалье»*

Теперь мы рассмотрим Алису не как сновидение, а как изображение в выпуклом зеркале некой псевдо-Алисы, живущей в нашем собственном мире. Алиса

---

[1]) Твидлди и Твидлдам (по-английски двойники) — персонажи сказки «Алиса в Зазеркалье». — *Прим. перев.*

будет настаивать столь же упорно, как в разговоре с Твидлди, что она — свободная, независимо существующая личность. Однако мы увидим со стороны, что ее действия подчинены движениям и прихотям псевдо-Алисы, которую мы станем называть *Алисия.* Мы сравним наши наблюдения (или наблюдения *Алисии*) с тем, каким представляется Алисе ее собственное существование.

Алиса за зеркалом

Рост *Алисии* равен 4 *фут,* а ширина ее талии 1 *фут.* Вначале *Алисия* стоит в точке A спиной к зеркалу, так что она и Алиса в точности одинаковы и стоят спиной друг к другу. У *Алисии* есть линейка длиной 1 *фут,* которую она держит у зеркала, так что линейка касается зеркала и совпадает с соответствующей футовой линейкой, которую держит Алиса.

Затем *Алисия* начинает удаляться от зеркала вдоль его оси с постоянной скоростью 1 *фут/сек.* Что произойдет при этом с Алисой?

Предположим, что радиус зеркала равен 40 *фут,* так что $AF = FO = f = 20$ *фут.* Далее рост *Алисии* $a = PQ = 4$ *фут.*

Спустя, скажем, 5 *сек,* т. е. при $AQ = y = 5$, окажется, что

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{y} + \frac{1}{f} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4};$$

$$AQ' = z = 4, \text{ а } x = Q'F = f - z = 20 - 4 = 16;$$

$$P'Q' = h = \frac{ax}{f} = \frac{4 \times 16}{20} = \frac{32}{10} = 3{,}2 \text{ фут.}$$

Если в этот момент *Алисия* оглянется, то обнаружит, что Алиса продвинулась всего на 4 *фут,* тогда как она сама прошла 5 *фут,* а рост Алисы уменьшился до 3,2 *фут.*

Футовая линейка, которую Алиса держит вертикально, также сократилась; ее длина в действительности составляет теперь $1 \times x/f = 1 \times 16/20 = 0{,}8$ *фут.*

Алиса отвергнет мысль, что она стала меньше, и, чтобы убедить *Алисию* в противном, она измерит своей футовой линейкой собственный рост, доказав с торжеством, что она по-прежнему в точности в четыре раза выше своей линейки, т. е. 3,2/0,8 = 4.

Алисия скажет также, что Алиса похудела: ее талия составляет теперь в ширину 0,8 *фут*; действительно, ее ширина совпадет с длиной футовой линейки, но ведь последняя в любом положении, *перпендикулярном оси*, составляет теперь лишь 0,8 *фут*.

(Дальнейшие численные примеры читатель найдет в упражнениях 1—3 на стр. 28)

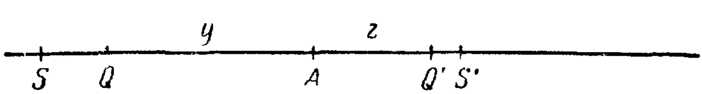
Сжатие в направлении, перпендикулярном оси

Мы видим, что по мере удаления от зеркала Алиса все больше сжимается. Коэффициент сжатия в любом направлении, перпендикулярном оси, равен h/a, т. е. x/f и, следовательно, пропорционален x — расстоянию, на котором Алиса находится от фокуса F.

Ясно, что Алиса не сможет обнаружить это сжатие, так как ее линейка сокращается в той же пропорции, что и ее тело и платье. На самом деле все предметы в мире Алисы независимо от того, из чего они сделаны, ведут себя точно таким же образом. Поэтому мы считаем, что это сжатие есть свойство не вещества, а самого пространства. Оно представляет собой влияние, оказываемое пространством в равной мере на все находящиеся в нем предметы. Поэтому мы говорим, что *одним из законов пространства в мире Алисы является сокращение, происходящее само по себе и в любом направлении, перпендикулярном оси, пропорциональное расстоянию x до фокуса.*

Сжатие в направлении вдоль оси

Затем *Алисия* кладет свою футовую линейку вдоль оси, а Алиса, конечно, делает то же самое.



Фиг. 2.

Пусть Q и S — два последовательных деления на линейке *Алисии*, тогда $AQ = 5$ *фут*, $QS = 0,1$ *фут*, а

$AS=5,1$ *фут*. На линейке Алисы соответствующие штрихи обозначены Q' и S'. Мы уже доказали, что если $AQ=y=5$, то $AQ'=z=4$. Далее если $AS=y=5,1$, то $AS' = z$ дается выражением

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{y}+\frac{1}{f}=\frac{1}{5,1}+\frac{1}{20}=\frac{20+5,1}{5,1\times 20}=\frac{25,1}{102};$$

$$AS'=z=\frac{102}{25,1}\approx 4,064,$$

$$Q'S'=AS'-AQ'=0,064 \text{ фут.}$$

Коэффициент сжатия в направлении вдоль оси в точке Q' равен

$$\frac{Q'S'}{QS}=\frac{0,064}{0,1}=0,64.$$

Но было показано, что коэффициент сжатия в направлении, перпендикулярном оси, в точке Q' равен 0,8.

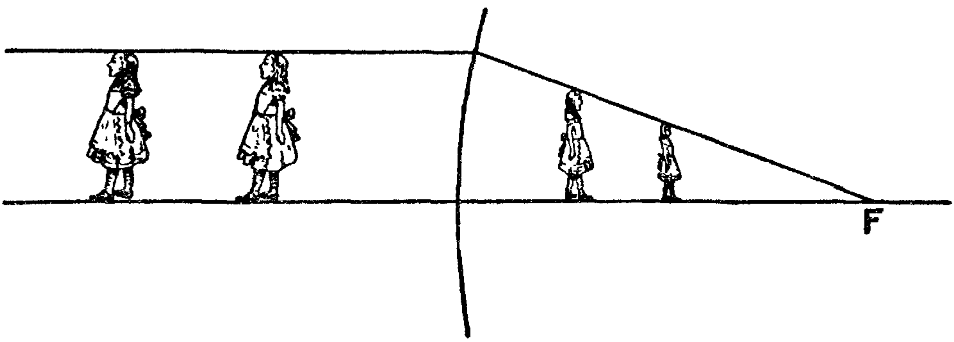
Фиг. 3.

Поскольку $(0,8)^2=0,64$, то мы приходим к выводу, что коэффициент сжатия вдоль оси равен квадрату коэффициента сжатия перпендикулярно оси в той же точке. Доказательство этого утверждения содержится в упражнении 10 на стр. 29. Таким образом, согласно наблюдениям *Алисии*, при удалении от зеркала Алиса становится все тоньше и скорость, с которой она худеет, превышает скорость уменьшения ее роста.

Если Алиса, к примеру, повернется боком и протянет левую руку к зеркалу, а правую от зеркала, то пальцы на ее левой руке окажутся длиннее и толще пальцев на правой руке. Однако общий эффект состоит в том, что пальцы правой руки будут казаться как бы отмороженными, ибо они по сравнению с другой рукой укорачиваются сильней, нежели утоньшаются.

Геометрия в мире Алисы

По мере того как *Алисия* равномерно удаляется от зеркала, делая шаги одинаковой длины, Алиса также удаляется в противоположном направлении. При

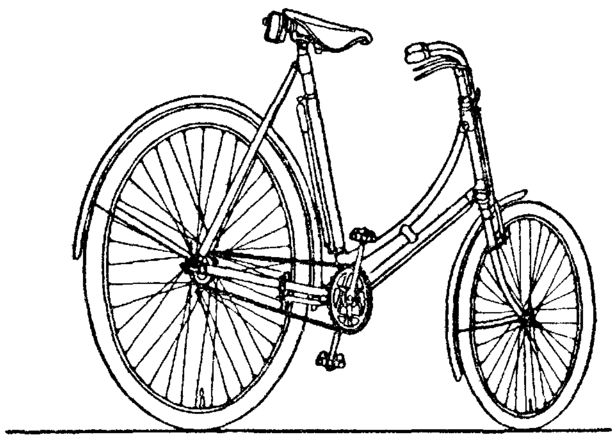


Фиг. 4.

этом (по мнению *Алисии*) шаги Алисы становятся все короче и короче, так что она движется все более и более медленно. И действительно, ведь как бы далеко не ушла *Алисия*, Алиса никогда не сможет продвинуться за точку *F*. Конечно, Алисе кажется, что расстояние, на которое она может удаляться, неограниченно, и то, что *Алисия* называет точкой *F*, по словам Алисы, является точкой на бесконечности. Если Алиса движется на уровне земли, то ей кажется, что ее макушка и подошвы перемещаются по параллельным линиям. Эти линии, естественно, отражают представление Алисы о параллелизме. *Алисия* же видит, что эти линии в действительности сливаются в точке F. Если бы Алиса проложила вдоль оси железнодорожные рельсы, то они вели бы себя точно таким же образом.

Представим себе, что *Алисия* едет на велосипеде вдоль оси в направлении от зеркала. Что будет при этом происходить с колесами велосипеда Алисы?

Сжатие вдоль оси оказывается больше, чем в перпендикулярном направлении. Следовательно, колеса велосипеда Алисы будут не только меньше, чем у машины *Алисии*, но переднее колесо окажется меньше



Фиг. 5.

заднего. И, более того, каждое колесо примет приблизительно эллиптическую форму, причем вертикальный диаметр будет больше горизонтального. Хотя колеса вращаются, вертикальные спицы всегда будут казаться самыми длинными, а горизонтальные — самыми короткими. Спицы как бы удлиняются при повороте из горизонтального в вертикальное положение, а затем при повороте из вертикального в горизонтальное сокращаются.

Сама Алиса, проведя тщательные измерения, убедится, что ее машина вполне нормальная, однако *Алисия* будет думать совсем иначе.

Мы не собираемся утверждать, что живем в мире за зеркалом, а хотели бы лишь указать, что, по-видимому, не существует метода, который позволил бы нам обнаружить это обстоятельство, если бы в действительности так оно и было. Устанавливая свои законы пространства, Природа при желании может сковать своими чарами его обитателей. Но тем не менее остается фактом, что Природе приходится отвечать на некоторые практические вопросы, задаваемые ей учеными. А это вселяет в них надежду, что законы пространства и времени в конце концов будут раскрыты. Если из всего сказанного читатель поймет, что поиски истины отнюдь не просты, а результаты этих поисков могут оказаться неожиданными, то это и будет означать, что данная глава отвечает своей цели.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*[1])

1. Показать, что, когда *Алисия* отойдет от зеркала на 10 *фут*, Алиса продвинется лишь на 6 *фут* 8 *дюйм*, причем ее рост будет 2 *фут* 8 *дюйм*, а ширина 8 *дюйм*. Каким окажется рост Алисы, когда она измерит себя собственной футовой линейкой?

2. Показать, что, когда *Алисия* отойдет от зеркала на 20 *фут*, Алиса продвинется лишь на 10 *фут*. Какими будут рост и ширина талии Алисы в этом положении?

3. Где будет находиться *Алисия* в тот момент, когда рост Алисы уменьшится до 1 *фут?* Какова будет при этом ширина талии Алисы? Чему будет равна длина ее футовой линейки в вертикальном положении? Сколько таких линеек уложится в росте Алисы?

4. Какой будет толщина талии Алисы в упражнении 1? Какую величину получит в результате своего измерения Алиса?

5. Каким будет коэффициент сжатия Алисы в упражнении 2? Как связаны коэффициенты сжатия вдоль и поперек оси?

6. *Алисия*, находясь в 20 *фут* от зеркала, держит в руках дюймовый кубик, ребра которого параллельны и перпендикулярны оси. Какой предмет будет в руках у Алисы?

7. Чему будут равны поперечные размеры Алисы, когда ее рост уменьшится до 1 *фут*?

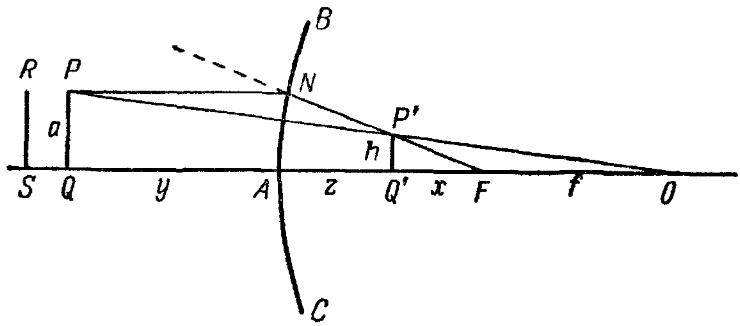
8. Меняется ли по мере удаления от зеркала подобно размерам и внешний вид Алисы? Когда ее рост уменьшился до 1 *фут*,

---

[1]) Предполагается, что рост *Алисии* равен 4 *фут*, а ее талия достигает 1 *фут* в ширину и 6 *дюйм* в толщину; кроме того, f = 20 *фут*. (Напомним, что 1 *фут* = 12 *дюйм*. — *Прим. перев.*)

была изготовлена скульптура Алисы в масштабе 4 : 1. Будет ли эта скульптура похожа на живую Алису?

9. BAC — выпуклое зеркало, радиус которого AO значительно больше высоты предмета PQ. Световой луч, идущий из точки P параллельно оси, падает на зеркало в точке N и затем отражается в направлении, соединяющем эту точку с фокусом F.



Фиг. 6.

Зеркало не меняет направления луча, идущего из точки P к центру зеркала O. Таким образом, изображение точки P будет расположено в точке P' на пересечении NF и PO. Проведем линию $P'Q'$ перпендикулярно OA. Тогда $P'Q'$ окажется изображением PQ. Фокус F является средней точкой отрезка OA. Поскольку радиус зеркала велик, то его кривизна мала и NA можно рассматривать как перпендикуляр к OA.

а) Доказать, что

$$\frac{FO}{PN} = \frac{FP'}{P'N} = \frac{FQ'}{Q'A}.$$

б) Используя обозначения, приведенные на стр 22, доказать, что $1/z = (1/y) + (1/f)$.

в) Доказать, что $P'Q'/NA = Q'F/AF$, а затем доказать, что $h = ax/f$.

г) Показать, что $x = f - z = fz/y$ и $z/y = x/f$.

10. Пусть отрезок PQ на фиг. 6 перемещается в положение RS, а $R'S'$ есть изображение RS, и пусть $AS = y_1$, $AS' = z_1$. Используя формулу $1/z = (1/y) + (1/f)$ и тот факт, что расстояние между RS и PQ мало, доказать, что

$$\frac{Q'S'}{QS} = \frac{z_1 - z}{y_1 - y} = \frac{zz_1}{yy_1} \approx \frac{z^2}{y^2} = \frac{x^2}{f^2} = \left(\frac{h}{a}\right)^2.$$

Какова величина продольного коэффициента сжатия? Читатель с достаточной подготовкой должен показать, что $\delta z/z^2 = \delta y/y^2$, и дать интерпретацию результата.

11. Каким представляется *Алисии* движение стрелок часов Алисы, если: а) часы повернуты к зеркалу, б) часы лежат горизонтально на полу?

11. Алиса вращает волчок, причем ось волчка вертикальна. Что необычного происходит при этом, с точки зрения *Алисии?*

13. Ось зеркала в направлении от A к O ориентирована на восток. Алиса, рост которой уменьшился вдвое по сравнению с ростом *Алисии*, поворачивается и идет на северо-восток. Каким будет направление ее движения, с точки зрения *Алисии?*

14. Алиса считает, что она доказала подобие двух треугольников с помощью наложения. Согласится ли с ней *Алисия?*

ГЛАВА ТРЕТЬЯ ◇

Скорость света

«Первое, что необходимо уяснить, имея в виду эфир, — это его абсолютную непрерывность. Глубоководная рыба, по-видимому, не в состоянии осознать существование воды, ибо она окружена слишком однородной средой. В таких же условиях по отношению эфира находимся и мы».

Сэр ОЛИВЕР ЛОДЖ

Эфир

Те, кому в истекшем столетии довелось принимать участие в физических исследованиях, были щедро вознаграждены открытиями, представляющими огромный интерес и важность. Свет, электричество, магнетизм, строение вещества оказались столь тесно переплетенными, что возникла потребность интерпретировать их на основе единой среды — эфира.

Эфир впервые был постулирован в качестве среды — переносчика света. Как показал опыт, свет распространяется в пространстве со скоростью около 300 000 *км/сек* и, чтобы покрыть расстояние от Земли до Солнца, ему требуется около 8,5 *мин*.

Согласно волновой теории, распространение света представляет собой волновое движение эфира. Работами Вебера, Фарадея, Максвелла и других был установлен замечательный факт: электромагнитное излучение представляет собой волновой процесс, распространяющийся с той же скоростью, что и свет, и поэтому, скорей всего, его переносчиком служит та же среда. Более поздние исследования показали, что электрические заряды дискретны, а сами атомы, из которых построено вещество, можно разложить на группы заряженных частиц. В состав каждого атома входят как отрицательно заряженные частицы, называемые *электронами*, так и положительно заряженные частицы, называемые *протонами*. Атомы отличаются друг от друга численностью и расположением этих частиц. Каждый атом можно рассматривать как миниатюрную солнечную систему ультрамикроскопических размеров, в которой электроны движутся по орбитам вокруг центрального ядра.

Эфир же следовало представлять себе в виде *непрерывной* среды, заполняющей все пространство. Его можно было отождествить с самим пространством: ведь вещество, электричество и т. п. понятия — *дискретные*. Но, отождествляя эфир с пространством, мы должны также наделить его некоторыми физическими свойствами, чтобы он мог служить переносчиком реальных процессов. Некоторые физики приписывали ему вес и плотность. Но если принять точку зрения Эйнштейна, то эфир не будет обладать механическими свойствами такого рода. Эйнштейн считал, что применительно к эфиру представление о движении лишено смысла; эфир присутствует всегда и повсюду. Эйнштейн не утверждал, что эфир покоится. Понятия покоя или движения применимы к эфиру не больше, чем понятие массы применимо к отражению человека в зеркале, хотя луч света, с помощью которого мы воспринимаем отражение, может обладать (и в действительности обладает) массой.

Абсолютное движение

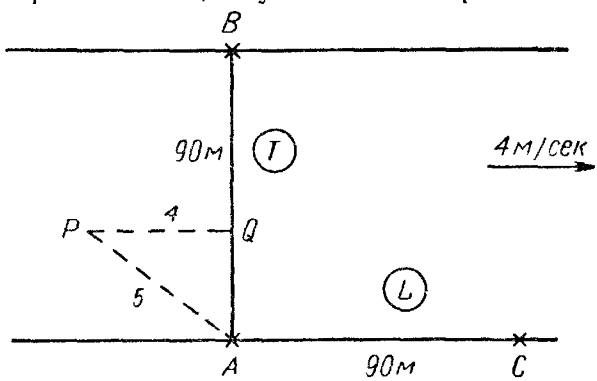
Допустим, что пассажир смотрит из окна своего поезда на проходящий мимо него другой поезд. Если при этом поезд движется равномерно и в поле зрения нет никаких ориентиров, то пассажиру не удастся установить, что же в действительности движется: его собственный или тот, другой поезд, а может быть, оба поезда. Это знакомый всем опыт. *Относительную* скорость двух поездов можно измерить легко, но, чтобы определить то, что мы называем истинной скоростью поезда, необходимо хотя бы мельком взглянуть на землю, которая послужит системой отсчета для измерения скорости.

Теперь предположим, что два воздушных шара движутся друг относительно друга над облаками. Наблюдателю на одном из шаров будет казаться, что сам он стоит на месте, а движется другой шар. Получив данные наблюдений с Земли, он сможет вычислить лишь свою скорость по отношению к Земле. Астроном мог бы продолжить эту работу, сообщив ему скорость данной точки Земли относительно Солнца, а затем скорость Солнца по отношению одной из «неподвижных звезд». Однако и это все не поможет наблюдателю определить его действительную, или *абсолютную, скорость.* Есть ли основание считать какие-либо звезды неподвижными? Ведь известно, что звезды также движутся друг относительно друга. Какой смысл вообще имеет в действительности слово «неподвижный»? Есть ли что-либо во Вселенной, что можно было бы считать неподвижным? Ученым не по душе представление о том, что все измерения, относящиеся к движению, должны быть относительными. Это как бы свидетельствует о том, что сооружение, олицетворяющее механику Вселенной, выстроено на зыбком фундаменте. Поэтому в тот момент, когда физикам потребовалась среда, заполняющая все пространство, на сцене появился эфир, и не только как действующее лицо в теории света и электричества, но и как стандартная система отсчета для измерения абсолютной скорости. Ученые же приступили к измерению скорости Земли относительно эфира. В 1887 г. Майкельсон и Морли поставили классический опыт, который имел отношение к этой проблеме и который можно взять в качестве исходного пункта для изложения специальной теории относительности Эйнштейна. Идею этого опыта легко уяснить на следующей аналогии.

По течению

Пусть скорость воды в реке с прямолинейными параллельными берегами, отстоящими друг от друга на 90 *м*, составляет 4 *м/сек.* Двое гребцов отправляются из пункта *A* на одном берегу, причем один *T* направляется поперек реки к противоположному берегу в пункт B, а другой L, к пункту C, расположенному на 90 *м* ниже по течению, а затем обратно в A. Каждый гребет со скоростью 5 *м/сек* по отношению воды. Сравните время, затраченное каждым из них.

Итак, гребец T, чтобы попасть в пункт B, должен направить свою лодку вверх по течению вдоль линии AP, причем если $AP = 5$ *м* (путь, который лодка проходит относительно воды за 1 *сек*), то его снесет на 4 *м* вниз по течению из P в Q (расстояние, на которое сносит течение в 1 *сек*). При этом точка Q лежит на прямой AB, а угол AQP прямой.



Фиг. 7.

По теореме Пифагора $(AQ)^2+4^2=5^2$, откуда $(AQ)^2=25-16=9$, а $AQ=3$ *м*. Таким образом, лодка ежесекундно проходит вдоль AB расстояние 3 *м*, и, чтобы попасть из A в B, гребцу придется затратить $90/3=30$ *сек*.

Аналогично на обратный путь из B в A потребуется еще 30 *сек*, так что весь путь в оба конца займет 60 *сек*.

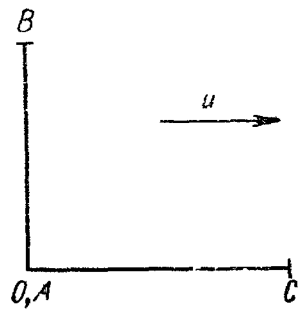
Гребец L, плывя к пункту C, движется относительно воды со скоростью 5 *м/сек*, а течение сносит его ежесекундно еще на 4 *м*. Таким образом, он делает ежесекундно 9 *м*. Время, которое потребуется для того, чтобы попасть из пункта A в пункт C, равно $90/9=10$ *сек*. Однако, возвращаясь из C против течения, гребец будет делать всего $5-4=1$ *м/сек*. Следовательно, из C в A он будет плыть $90/1=90$ *сек*, а полное время вниз и вверх по течению составит $10+90=$ $=100$ *сек*.

Отношение времени, которое потребуется гребцу L, ко времени, которое затратит гребец T, равно $100/60 = 5/3$.

Таким образом, плавание вверх и вниз по течению связано с затратой большего времени, нежели плавание на такое же расстояние поперек течения. Разбор этого примера показывает также, что если известно отношение промежутков времени, занимаемых поездкой на равное расстояние в двух направлениях, то это позволяет вычислить скорость течения реки.

Опыт Майкельсона — Морли

Из опыта известно, что свет всегда распространяется в эфире с постоянной скоростью 300 000 *км/сек*. Предположим, что в определенный момент Земля движется в эфире со скоростью *u км/сек* в направлении от C к A. С точки зрения земного наблюдателя, эфир проносится мимо точки A в направлении от A к C со скоростью *u км/сек*. Допустим, что к концам двух жестких перпендикулярных друг другу стержней AC и AB прикреплены зеркала, обращенные к точке A. В один и тот же момент времени из A посылаются два световых сигнала вдоль отрезков AC и AB.

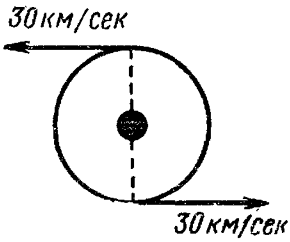


Фиг. 8.

Эти сигналы попадают на зеркала и отражаются обратно к A. Распространение световых сигналов аналогично движению лодок в приведенном выше примере. Так как распространение света представляет собой волновой процесс в эфире, то каждый сигнал распространяется со скоростью 300 000 *км/сек* относительно эфира, подобно тому как каждая из лодок движется со скоростью 5 *м/сек* относительно воды. Кроме того, эфир перемещается в направлении от A к C со скоростью *u км/сек*, аналогично воде, которая течет со скоростью 4 *м/сек*.

Итак, чтобы проплыть любое заданное расстояние вверх и вниз по течению, требуется больше времени, чем на то же расстояние поперек течения и обратно. Следовательно, сигнал из точки C должен вернуться в A позже сигнала, посланного в точку B. Если затем вычислить отношение промежутков времени, затраченного обоими сигналами, то это позволит оценить скорость эфира и равную по величине и противоположную по направлению скорость Земли в эфире.

Опыт Майкельсона — Морли должен был измерить отношение этих промежутков времени. Детальное описание использованного в этом опыте прибора можно найти в любом учебнике по оптике[1]). К удивлению экспериментаторов, в этом состязании не оказалось победителя: оба сигнала вернулись в A одновременно.



Фиг. 9.

Так как Земля движется по своей орбите вокруг Солнца со скоростью приблизительно 30 *км/сек*, то в моменты времени, отстоящие друг от друга на 6 месяцев, разница в скоростях относительно эфира составит 60 *км/сек*. Следовательно, если бы Земля оказалась в один из моментов времени покоящейся относительно эфира, то этого уже не могло случиться полгода спустя. Однако повторение опыта через 6 месяцев по-прежнему не дало никакого результата.

Чтобы исключить возможные ошибки, связанные с различием длин плеч прибора AB и AC, опыт был повторен с поворотом плеч так, что направление AB совпало с предполагаемым направлением потока, а направление AC оказалось перпендикулярным ему. Но и в этом случае не удалось обнаружить никакой разницы. В дальнейшем в качестве AB были испробованы различные направления, и снова безрезультатно. Позднее эксперимент повторялся с усовершенствованной методикой, позволявшей регистрировать

---

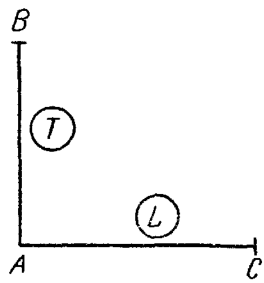
[1]) Можно также рекомендовать прекрасную книгу Б. Джеффа «Майкельсон и скорость света» (ИЛ, 1963), посвященную описанию жизни и научной деятельности этого замечательного ученого. — *Прим. перев.*

малые скорости до $^1/_5$ *км/сек.* И в этом случае был получен результат, противоречивший выводам теории. Стало ясно, что в теории что-то неблагополучно. Ученые оказались вынужденными искать объяснение или модификацию теории, которые позволили бы согласовать расчеты с результатами наблюдений.

Какова же разгадка?

Вернемся к примеру с лодками, которые аналогичны световым сигналам в опыте Майкельсона — Морли. В этом случае обе лодки отправятся одновременно (условия приведены на стр. 34) и, ко всеобщему изумлению, одновременно возвратятся. Как можно совместить подобный результат с выводами, полученными с помощью выкладок?

Первое предположение заключается в том, что L гребет быстрее (относительно воды), нежели T; однако его следует отбросить, ибо этой скорости в опыте Майкельсона — Морли соответствует скорость распространения света в эфире, которая, как мы знаем, постоянна и равна 300 000 *км/сек.*



Фиг. 10.

Следующее предположение заключается в неравенстве путей: длина AC может оказаться меньше длины AB из-за небрежности измерения. Однако оно несостоятельно, так как в опыте Майкельсона — Морли перемена местами жестких плеч AC и AB по-прежнему не приводила к появлению разницы во времени.

Затем Фитцджеральд предположил, что неравенство плеч AB и AC связано не с ошибкой в измерении расстояния, а с автоматическим сокращением длины стержня при его перемещении из положения, перпендикулярного течению, в положение вдоль течения. Приключения Алисы продемонстрировали нам, что подобное сокращение нельзя обнаружить с помощью измерений, поскольку линейка, которой измеряется длина плеча AC, сокращается в той же самой пропорции, что и плечо.

Допустим, что в примере с лодками линейка, отмеряющая 1 *м* поперек течения, сокращается до $^3/_5$ *м* вдоль течения. Если мы отмерим 90 *м*, чтобы получить AC, то посторонний наблюдатель (*Алисия*) скажет, что в действительности длина пути AC вместо 90 *м* равна $^3/_5 \times 90 = 54$ *м*. При этом гребцу L потребуется $54/9 = 6$ *сек*, чтобы спуститься по течению, и $54/1 = 54$ *сек*, чтобы подняться вверх. Таким образом, его полное время составит $6 + 54 = 60$ *сек*, что в точности совпадает со временем, затраченным гребцом T.

Это гипотетическое явление носит название «фитцджеральдово сокращение». Величина его, конечно, зависит от скорости течения. Если скорость течения составляет 4 *м/сек*, а скорость лодки 5 *м/сек*, то коэффициент сжатия оказывается равным $\sqrt{1-(4/5)^2} = \sqrt{9/25} = {}^3/_5$. Из этой записи видно, какой будет величина коэффициента сжатия в других случаях. Иное объяснение было предложено в 1905 г. Эйнштейном.

Гипотеза Эйнштейна

Эйнштейн выдвинул два общих принципа, или аксиомы:

1. Равномерное движение через эфир не поддается обнаружению.

2. При любом волновом процессе скорость распространения волны не зависит от скорости источника.

Остановимся на смысле этих аксиом.

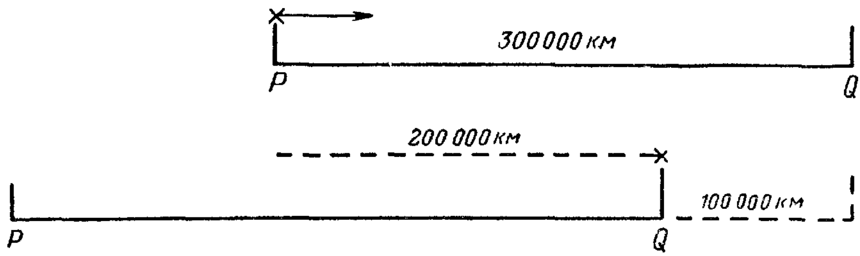
Измерить скорость одного тела по отношению другого не представляет труда. Все наши представления о скорости по существу являются представлениями об относительной скорости: речь идет либо о скоростях различных предметов относительно нас самих, либо о нашей собственной скорости по отношению к чему-либо еще. Например, водитель, глядя на дорогу, по которой он ведет машину, по всей вероятности, оценивает свою собственную скорость относительно дороги.

Но бессмысленно ставить вопрос о скорости относительно эфира, ибо нет никакой возможности отличить один участок эфира от другого. Можно опознать вещество, находящееся в эфире, но сам эфир не поддается отождествлению. И поскольку эфир, образно выражаясь, нельзя разметить верстовыми столбами, то утверждение, что тело движется через эфир, не содержит никакой информации о движении, или, иными словами, не имеет смысла по отношению эфира.

Смысл второй аксиомы, по-видимому, более прозрачен. Представим себе паровоз, идущий по прямолинейному участку пути с постоянной скоростью в совершенно тихую погоду. Если машинист бросит вперед камень, то человек, стоящий у железнодорожного полотна, увидит, что скорость камня равна скорости, которую ему сообщил машинист, плюс скорость паровоза. Чем быстрей идет поезд, тем быстрей будет двигаться камень, хотя усилие машиниста останется прежним. Таким образом, скорость камня в воздухе зависит от скорости источника, в данном случае машиниста.

Допустим, что паровоз дает гудок, который слышен человеку, оставшемуся далеко позади. Мы знаем, что звук распространяется в воздухе в виде волн со скоростью примерно 340 *м/сек*. Движение звуковой волны не похоже на движение камня: скорость распространения звука в воздухе не зависит от скорости паровоза в момент, когда дается гудок, т. е. не зависит от скорости источника. Скорость поезда повлияет на высоту звука, т. е. на музыкальный тон. Однако время, через которое волна достигнет наблюдателя, не зависит от скорости движения паровоза. Если теперь движущееся тело испускает свет, то скорость распространения световых волн в эфире никак не будет связана со скоростью тела.

Пусть точки P и Q расположены на фиксированном расстоянии друг от друга, равном 300 000 *км*. Я занимаю позицию в точке P, посылаю световой сигнал вдоль PQ и измеряю время, за которое свет достигнет точки Q. Если расстояние PQ фиксировано относительно эфира (допустим на момент, что эта фраза имеет смысл), то время окажется равным 1 *сек*. Если в результате моих измерений получится, скажем, лишь $^2/_3$ *сек*, то я могу прийти к выводу, что световой сигнал прошел через эфир лишь $^2/_3 \times 300\,000 = 200\,000$ *км*.



Фиг. 11.

Следовательно, точка Q должна была переместиться за то же время $^2/_3$ *сек* на $300\,000 - 200\,000 = 100\,000$ *км* навстречу сигналу. Это означает, что наш отрезок PQ движется со скоростью $100\,000 : {}^2/_3 = 150\,000$ *км/сек*. Но поскольку я остаюсь в точке P, то и моя скорость относительно эфира также составляет $150\,000$ *км/сек*.

Однако этот результат противоречит первой аксиоме, которая утверждает, что такого рода измерение невозможно. Таким образом, мы вынуждены признать, что время распространения света на это расстояние всегда и при всех условиях будет равно 1 *сек*. Совместная формулировка аксиом Эйнштейна приводит нас к следующему важному результату:

Каждый, кто будет экспериментально измерять скорость света в пустоте, всегда получит один и тот же результат (конечно, в пределах ошибок эксперимента). Скорость света в пустоте является абсолютной константой.

Этот вывод может потрясти каждого, кто тщательно продумает его смысл, и впечатление не ослабнет, если мы рассмотрим значение этого вывода для задачи с лодками.

Существенно, конечно, отметить фундаментальное различие световых волн в эфире и звуковых волн в воздухе. Если наблюдатель, измеряя скорость звука, получает результат, отличный от стандартного (примерно 340 *м/сек*), то это дает ему право вычислить скорость распространения звука в воздухе. Нет причин, почему он не мог бы это сделать. Кроме того, он может сравнить свой результат с данными, полученными другими методами. Однако с эфиром дело обстоит совсем иначе; наблюдатель не может определить свою скорость относительно эфира, и это обстоятельство связано с тем, что измеренная им скорость распространения света должна совпадать со стандартным значением.

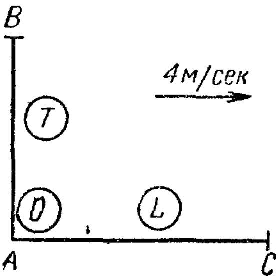
Применение гипотезы Эйнштейна

Никто не в состоянии обнаружить движение относительно эфира. Неподвижный наблюдатель O без труда измерит скорость, с которой гребец L удаляется от него. Она будет равна по величине и противоположна по направлению скорости, с которой, по мнению гребца L, от него удаляется наблюдатель O. Если каждый из них выразит измеренную им скорость в долях скорости света, то результаты будут иметь одинаковую величину и противоположные знаки. Таким образом, понятие относительной скорости не приводит к каким-либо трудностям. Однако и O и L с равным основанием считают, что именно он находится в состоянии покоя относительно эфира, и производят свои измерения, основываясь на этом предположении. Таким образом, они глядят на мир с разных точек зрения.

Поэтому, чтобы объяснить загадку двух лодок, мы должны рассмотреть по отдельности точку зрения каждого из участников, гребцов T и L и постороннего наблюдателя O, который, как мы будем считать, находится вместе с T и L в момент их старта. Чтобы провести более близкую аналогию с опытом Майкельсона — Морли, представим себе, что берега реки исчезли и единственное, что попадает в поле нашего зрения, — это безбрежная водная гладь, лишенная каких-либо ориентиров, а именно этого и требует представление об эфире.

По утверждению O, однообразный океан перемещается в направлении от A к C со скоростью 4 *м/сек*.

Чтобы доказать это, он опускает на воду кусок пробки и следит за тем, как она движется в направлении к C со скоростью 4 *м/сек*. Гребцы T и L утверждают, что вода неподвижна; каждый, сидя в своей лодке, опускает на воду кусок пробки, который остается в том самом месте, где его опустили. Наблюдатель O утверждает, естественно, что куски плывут с той же скоростью, что и лодки. Затем L и T приходят к единому мнению, что O движется от них в направлении от C к A со скоростью 4 *м/сек*; они считают, что пробка, опущенная на воду наблюдателем O, стоит на месте, а движется в направлении от них сам O.



Фиг. 12.

Утверждение о том, что скорость света абсолютно постоянна или что каждый, кто измеряет скорость света, получает один и тот же результат, применительно к движению лодок означает следующее: T, L и O, измеряя скорость, с которой лодка плывет по воде, получат один и тот же результат, ибо лодка является аналогом светового сигнала в опыте Майкельсона — Морли. Мы будем считать, что это стандартное значение скорости составляет 5 *м/сек*.

В этих условиях нам надлежит объяснить определенные экспериментальные результаты, а именно тот факт, что лодки (т. е. световые сигналы) возвратятся в A в один и тот же момент времени.

Будем считать, что отрезки AB и AC представляют собой деревянные планки, плавающие на воде. По мнению T и L, эти планки неподвижны, как и вода, которая им кажется также неподвижной.

Наблюдатель O считает, что планки плывут вместе с водой, как гребцы T и L. У гребцов T и L и наблюдателя O имеется метровая линейка; у T она расположена вдоль отрезка AB, а у L — вдоль отрезка AC; наблюдатель O сравнивает свою линейку с линейкой T, наложив одну на другую; линейки совпадают. Пока линейка, принадлежащая гребцу T, расположена перпендикулярно течению, она будет идентична линейке наблюдателя O. Однако после того как L, сравнив свою линейку с линейкой T, ориентирует ее по течению вдоль отрезка AC, то, с точки зрения наблюдателя O, эта линейка сократится, хотя как L, так и T останутся в неведении о происшедшем и не должны осознать этот факт, поскольку они не имеют никакого представления о течении, уносящем их с собой (об этом см. дальше).

В данном случае T и L удовлетворятся непосредственными измерениями длин отрезков AB и AC и получат величину 90 *м*. Не зная о наличии течения, T и L придут к выводу, что время, затраченное на плавание к B и C и обратно к A, в обоих случаях составляет $2 \times 90/5 = 36$ *сек*. По окончании плавания их часы должны подтвердить этот вывод, ибо в противном случае гребцы обнаружили бы наличие течения и смогли вычислить его скорость.

Пусть O хронометрирует плавание T. В соответствии с тем, что говорилось на стр. 34, ему кажется, что T движется вдоль AB туда и обратно со скоростью 3 *м/сек* и поэтому затрачивает на всю поездку $2 \times 90/3 = 60$ *сек*. Следовательно, O утверждает, что часы T отсчитывают всего лишь 36 *сек* вместо 60 *сек*. Таким образом, по мнению O, часы T отстают.

Поскольку L и T затрачивают в точности одно и то же время на свои поездки, то по часам O гребцу L также потребуется 60 *сек*. Однако опять-таки на основании сказанного на стр. 34 наблюдатель O считает, что L движется вперед от A к C со скоростью 9 *м/сек*, а возвращается из C в A со скоростью 1 *м/сек*. Следовательно, если $AC = 90$ *м*, то полное время составило бы $90/9 + 90/1 = 10 + 90 = 100$ *сек*. Однако по часам O полное время составляет всего 60 *сек*. Поэтому O считает, что длина пути AC равна лишь $60/100 \times 90 = 54$ *м*. (Заметим для проверки, что $54/9 + 54/1 = 6 + 54 = 60$ *сек*.)

Но измеряя длину AC с помощью своей метровой линейки, гребец L получил 90 *м*. Поэтому O вынужден заключить, что длина линейки гребца L равна $54/90 = 3/5$. Итак, O утверждает, что течение вызывает сокращение длины метровой линейки L, когда ее располагают по течению, до $^3/_5$ *м*.

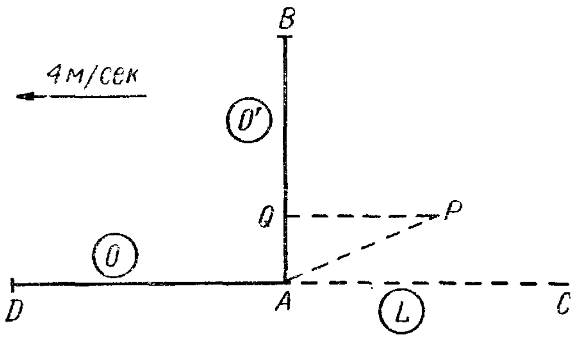
Кроме того, поскольку время поездки по часам L составляет 36 *сек*, то O считает, что часы L отстают в точности так же, как часы гребца T. Эти результаты можно подытожить следующим образом.

Наблюдатель O утверждает, что: 1) в системе, где находятся гребцы L и T, часы идут медленнее; по прошествии 5 *мин* их стрелки показывают лишь 3 *мин* (60/36 = 5/3); 2) в этой системе метровая линейка отмеряет 1 *м*, если ее располагают вдоль AB, т. е. под прямым углом к направлению течения, а вдоль AC (направления течения) она отмеряет всего $^3/_5$ *м*.

Гребцы T и L утверждают, что: 1) их часы идут точно; 2) их метровые линейки сохраняют истинную длину независимо от их расположения.

Кто же прав?

По-видимому, бессмысленно предполагать, что все в одинаковой степени правы. Посмотрим, однако, что думает гребец L о наблюдателе O. Допустим, что O



Фиг. 13.

и его ассистент O' «разметили» в воздухе над поверхностью воды два курса AD и AB на продолжении CA и вдоль AB каждый длиной 90 *м*. В этом случае L скажет, что существует воздушный поток со скоростью 4 *м/сек*, сносящий O и O' в направлении от C к A. Конечно, O и O' будут утверждать, что воздух неподвижен, а L движется по течению в направлении от A к C со скоростью 4 *м/сек*.

Допустим теперь, что O и O' летят со скоростью 5 *м/сек* (относительно воздуха), причем O' летит к B и обратно к A. Одновременно с ним начинает полет O и летит к D и обратно к A. Оба возвращаются в A в один и тот же момент времени. Это экспериментальный факт, обнаруженный в опыте Майкельсона — Морли и нуждающийся в объяснении.

Ясно, что представление L (или T) об O и O' в точности совпадает с мнением O о T и L. Арифметические выкладки оказываются точно такими же, и нет нужды их повторять.

Результаты можно суммировать следующим образом.

Гребцы L и T утверждают: 1) в системе, где находятся наблюдатели O и O', часы идут медленнее; по прошествии 5 *мин* их стрелки показывают 3 *мин*; 2) в этой системе метровая линейка отмеряет 1 *м*, если ее располагают вдоль AB под прямым углом к направлению потока, а вдоль AD (направление потока) она отмеряет всего $^3/_5$ *м*.

Наблюдатели O и O' утверждают: 1) их часы идут точно; 2) их метровые линейки сохраняют истинную длину независимо от расположения.

Таким образом, становится ясно, что любой аргумент в пользу точки зрения O или O' в равной степени может быть использован и для подкрепления точки зрения T и L. Мы должны признать, что справедливы обе точки зрения и что каждая из систем (система, с которой связаны наблюдатели O и O', и система, с которой связаны гребцы T и L) имеет свои собственные масштабы измерения времени и длины. Если одна система движется относительно другой, то масштабы времени и длины в них автоматически оказываются различными.

Предположим, что два человека сходятся вместе, чтобы сверить свои часы и, убедившись, что они идут одинаково, а также сравнив свои метровые линейки и, убедившись, что они совпадают, они расходятся и движутся с постоянной скоростью вдоль линии AC. Вообразим, далее, что где-то на линии AC происходят два взрыва в разные моменты времени и в различных местах. Каждый из наблюдателей, учитывая время распространения звука, сможет измерить промежуток времени между этими двумя событиями и расстояние между точками, в которых они произошли. Но их измерения дадут различные промежутки времени и расстояния, поскольку наблюдатели используют различные масштабы времени и длины.

Существует, конечно, одна величина, для которой их результаты будут одинаковыми, — скорость света. Каждый из них, пользуясь своими часами и линейками, найдет из опыта, что свет распространяется со скоростью 300 000 *км/сек*.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Футовая линейка оказывается равной 10 *дюйм*. Какова истинная длина забора, если по измерениям она составляет 12 *ярд*[1])? Какой по измерению наблюдателя будет длина забора, если его истинная длина составляет 20 *ярд*?

2. Метровая линейка сжалась до $^3/_4$ ее собственной длины. Какова истинная длина отрезка, равного, согласно измерениям, y *м*? Если метровая линейка используется для измерения отрезка, истинная длина которого равна z *м*, то какой при этом получится результат?

3. Наблюдатель O утверждает, что два события происходят в точках, удаленных друг от друга на 18 *фут*, и с промежутком времени 12 *сек*. Какой результат получит наблюдатель L, часы которого отсчитывают 45 *мин* каждый час по часам O, а его футовая линейка, согласно измерениям O, составляет 8 *дюйм*?

4. Скорость течения 3 *м/сек*, а человек может грести со скоростью 5 *м/сек*. Ширина реки 40 *м*. Найдите время, которое потребуется гребцу, чтобы: а) пересечь реку и вернуться назад, б) спуститься на 40 *м* вниз по течению и подняться вверх.

5. Исходя из условий предыдущей задачи, найдите, как далеко гребец может спуститься по течению, чтобы на путь туда и обратно он затратил то же время, что и при плавании поперек реки и обратно?

6. Установлено, что ружейная пуля пролетает в первую секунду 340 *м*. Выстрел производится из поезда вдоль железнодорожного полотна в тот момент, когда расстояние до цели со-

---

[1]) Напомним, что 1 *ярд* = 3 *фут*, а 1 *фут* = 12 *дюйм*. — *Прим. перев.*

ставляет 340 *м*. Предполагая, что погода безветренная, скажите, что раньше достигнет цели: пуля или звук выстрела, если поезд: а) приближается к цели, б) стоит на месте, в) удаляется от цели?

7. Скорость течения *u* *м/сек*; скорость, с которой может грести человек, *c* *м/сек*. Ширина реки *x* *м*. Время, которое затрачивается на плавание к противоположному берегу и обратно, совпадает со временем, которое затрачивается, чтобы спуститься вниз по течению на x_1 *м* и подняться вверх. Докажите, что:

а) $$\frac{2x}{\sqrt{c^2-u^2}}=\frac{x_1}{c+u}+\frac{x_1}{c-u},$$

б) $$x_1=x\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}.$$

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ ◇ Часы

> Алиса удивленно озиралась:
> «Ну и ну! Мне кажется, что мы находились все время под этим деревом! Ничего не изменилось вокруг».
> «Так оно и есть, — сказала Королева. — Что же должно было измениться?»
> «В нашей стране, — сказала Алиса, — если вы бежите, да еще так долго и так быстро, как мы, то обычно прибегаете в другое место».
> «Что за медленная страна, — сказала Королева. — Здесь, как видишь, надо бежать что есть мочи, чтобы только удержаться на месте. А если тебе надо попасть в другое место, то ты должна бежать по крайней мере вдвое быстрей, чем бежали мы».
>
> ЛЬЮИС КЭРРОЛ *«Алиса в Зазеркалье»*

Наблюдения в различных местах

Если несколько наблюдателей зарегистрируют моменты времени ряда событий и им придет в голову сравнить свои результаты, то для этого им потребуется сверить часы. Конечно, лучше всего синхронизовать ход часов, но достаточно и просто заметить разность хода часов каждого наблюдателя по сравнению с эталонными часами. Эталонные британские часы показывают так называемое гринвичское время.

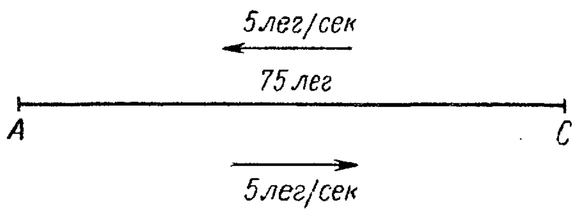
Произвести синхронизацию часов нетрудно, если наблюдатели и их часы находятся в одном месте, но если наблюдательные пункты удалены, прямое сравнение невозможно и мы вынуждены доверять косвенным методам, которые могут быть подвергнуты критике. Перевозку часов с одного пункта в другой нельзя признать надежной процедурой, поскольку путешествие само по себе может нарушить ход часов. Лучше всего посылать сигналы со стандартной станции во все другие пункты и использовать эти сигналы для синхронизации часов или измерения их разницы хода. И действительно подобная процедура осуществляется ежедневно с помощью радиосигналов, посылаемых в полдень из Гринвича. Радиосигналы распространяются со скоростью света, и поэтому для тех сравнительно небольших расстояний, с которыми мы имеем дело на Земле, время их распространения обычно оказывается пренебрежимо малым. Однако на больших расстояниях, таких, как расстояние от Земли до Солнца, время, затрачиваемое на передачу сигнала, оказывается существенным, и его следует учитывать при сверке часов. Мы увидим, однако, что эта процедура содержит еще одну трудность, устранить которую не в наших силах. Ее лучше всего можно проиллюстрировать на численном примере. Чтобы избежать больших чисел и привести в соответствие выкладки этой главы с расчетами предыдущих глав, мы на некоторое время введем новую единицу длины:

$$1 \text{ \textit{лег}} = 60\,000 \text{ \textit{км}}.$$

Таким образом, скорость света составляет 5 *лег/сек*.

Синхронизация часов

Допустим, что два наблюдателя A и C покоятся друг относительно друга и, согласно измерениям, выполненным их собственными линейками, находятся на расстоянии 75 *лег* друг от друга. Это расстояние примерно в 12 раз больше расстояния от Луны до Земли.



Фиг. 14.

Посмотрим, каким способом наблюдатели A и C будут синхронизовать свои часы.

Так как свет проходит ежесекундно 5 *лег*, то световой луч, посланный одним из наблюдателей другому, по расчетам A и C, затратит $75/5=15$ *сек*, чтобы преодолеть разделяющее их пространство. Существует договоренность, что в тот момент, когда часы A покажут ноль часов, он пошлет световой сигнал наблюдателю C, а последний, получив этот сигнал, немедленно пошлет его обратно наблюдателю A.

Таким образом, C поставит свои часы на 15 *сек* вперед, но *не включит их*, пока не придет сигнал от A. Немедленно по получении сигнала C включает свои часы и считает, что теперь их показания совпадают с показаниями часов A. Это мнение разделяет и A; когда его часы отсчитают 15 *сек*, он скажет самому себе: «В этот момент C получил мой сигнал». Наблюдатель A убедится в этом при получении ответного сигнала от C в тот момент, когда его часы отсчитают 30 *сек*. Мы знаем, что прием наблюдателем A отраженного сигнала должен произойти именно в этот момент, ибо в противном случае A смог бы вычислить свою скорость относительно эфира (ср. стр. 40), что, как мы уже видели, невозможно. Аналогичным образом наблюдатель C в тот момент, когда стрелки его часов будут показывать 30 *сек*, говорит самому себе: «В этот момент A принимает отраженный сигнал». Это мнение подтверждается тем, что если затем A по тем же причинам, что и раньше, снова пошлет сигнал C, то сигнал достигнет этого наблюдателя, когда его часы покажут 45 *сек*.

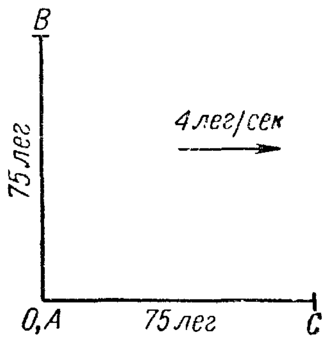
Теперь не может быть никаких неясностей как относительно момента события с наблюдателем C по его часам, так и относительно момента события с наблюдателем A по его часам. Однако мы увидим, что, к сожалению, существует большая неопределенность в отношении момента, когда происходят события с наблюдателем C по часам A, и наоборот. Если бы часы A и C были строго синхронизованы, то этой неопределенности не существовало бы. Но если есть основания считать, что A и C ошибаются, полагаясь на синхронизацию своих часов, то это значит, что не существует прямого метода, с помощью которого каждый из них смог бы по своим часам определить, когда произошло событие у другого наблюдателя. Когда A видит, что его часы отсчитали 15 *сек*, то он говорит, что в этот момент сигнал достигает C, однако у него нет прямого метода, который позволил бы подтвердить правильность этого мнения. Заручившись показаниями очевидцев, мы покажем, что относительно измеренного по часам A момента времени, когда сигнал достигает C, имеются различные, но в равной степени достоверные суждения.

Мнение постороннего наблюдателя

Введем теперь постороннего наблюдателя O, считающего, что система, в которой находятся A и C, удаляется от него в направлении от A к C со скоростью 4 *лег/сек*.

Каждый наблюдатель действует в предположении, что сам он находится в состоянии покоя. Рассмотрим представление наблюдателя O и будем считать, что O покоится, а наблюдатели A и C движутся относительно O. Однако если мы захотим проанализировать точку зрения A или C, то мы должны будем считать, что они покоятся, а O удаляется от них в противоположном направлении.

Допустим, что наблюдатель A, проходя через то место, где находится наблюдатель O, посылает первый световой сигнал и что в этот же момент O также устанавливает свои часы на нуль. Проще всего установить связь O с системой AC, представив себе, что A сочетает передачу сигнала с проведением опыта Майкельсона — Морли.



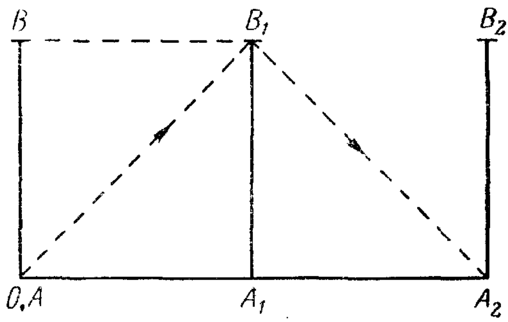
Фиг. 15.

В направлении AB под прямым углом к AC наблюдатель A отмеряет своей линейкой отрезок длиной 75 *лег* и помещает в точке B зеркало. Одновременно с сигналом к C он посылает еще один световой сигнал к B, и, как мы знаем, оба луча, отразившись, возвращаются к A в один и тот же момент.

Наблюдатели O и A придерживаются единого мнения, что длина AB равна 75 *лег*, поскольку в направлении, перпендикулярном движению, их линейки имеют одну и ту же длину. Точно так же A, C и O считают, что скорость света составляет 5 *лег/сек*.

Фиг. 16 иллюстрирует *представление* наблюдателя *O* о пути, по которому распространяется световой сигнал к зеркалу *B*.

В тот момент, когда свет достигает зеркала *B*, плечо *AB* занимает положение A_1B_1, так что сигнал выходит из точки *O,A* и попадает на зеркало в положении B_1. Следовательно, путь к зеркалу равен OB_1. В момент возвращения к *A* плечо *AB* занимает положение A_2B_2, так что путь назад равен B_1A_2.



Фиг. 16.

Плечо *AB* движется со скоростью 4 *лег/сек*, а сигнал распространяется вдоль *OB* со скоростью 5 *лег/сек*. Допустим, что время распространения сигнала составляет *t сек*. Тогда $OB_1 = 5t$ *лег*, $BB_1 = 4t$ *лег*, $OB = 75$ *лег*.

По теореме Пифагора $(5t)^2 = (4t)^2 + (75)^2$ или $25t^2 - 16t^2 = (75)^2$. Отсюда $9t^2 = (75)^2$, или $3t = 75$. Таким образом,

$$t = \frac{75}{3} = 25 \text{ сек.}$$

Итак, полное время, затрачиваемое светом на пути «туда» и «обратно», *по часам O* составляет $2 \times 25 = 50$ *сек*.

Однако в опыте Майкельсона—Морли свет возвращается от *C* в тот же момент времени, что и от *B*. Иными словами, *по часам O* свет вернется от *C* к *A* спустя 50 *сек*.

Однако *часы A* отсчитают лишь 30 *сек* к моменту возвращения света из *C* в *A*. Таким образом, по утверждению *O*, возвращение света в *A* происходит по его часам спустя 50 *сек*, а по часам *A* — спустя 30 *сек*.

Итак, хотя часы *A* и *O* были сверены в ноль часов, в дальнейшем их показания расходятся. Поэтому мы можем утверждать, что синхронизация часов *A* и *O* нарушается. Выясним теперь мнение *O* относительно времени, через которое первый сигнал достигает точки *C*.

Наблюдатель *O* утверждает, что световой сигнал распространяется от *A* к *C* со скоростью 5 *лег/сек*, а точка *C* убегает от него со скоростью 4 *лег/сек*, так что сигнал догоняет эту точку со скоростью $5-4=1$ *лег/сек*. Но на обратном пути сигнал распространяется в направлении *A* со скоростью 5 *лег/сек*, а сама точка движется ему навстречу со скоростью 4 *лег/сек*, так что скорость, с которой сигнал достигает цели, составляет $5+4=9$ *лег/сек*. Расстояние, которое требуется пройти свету, одно и то же в обоих случаях. По мнению *A* и *C*, оно составляет 75 *лег*. Наблюдатель *O* не согласен с ними, но у нас нет необходимости интересоваться его оценкой расстояния. Поэтому распространение света от *A* к *C* займет в девять раз больше времени, чем в обратном направлении. Таким образом, $^9/_{10}$ полного времени затрачивается на путь «туда» и $^1/_{10}$ на путь «обратно». По часам *O* полное время составляет 50 *сек*. По его утверждению, путь от *A* к *C* занимает $^9/_{10}$ от 50, или 45 *сек*, обратный путь занимает $^1/_{10}$ от 50, или 5 *сек*. Наблюдатель *O считает*, что по *его часам* сигнал достигает *C* спустя 45 *сек*.

Так как по часам *A* полное время распространения света в оба конца равно 30 *сек*, то *O утверждает*, что по *этим часам* свет достигает *C* спустя $^9/_{10}$ от 30, т. е. через 27 *сек*.

Далее, когда свет попадает к *C*, именно в этот момент запускаются часы этого наблюдателя, установленные на 15 *сек* вперед.

Итак, событие, которое состоит в том, что световой сигнал достигает *C*, регистрируется наблюдателем *O* следующим образом:

по своим часам — спустя 45 *сек*;
по часам *A* — спустя 27 *сек*;
по часам *C* — спустя 15 *сек*.

Таково мнение *наблюдателя O*. Наблюдатель *A*, конечно, не согласен с *O*. Когда часы *A* отсчитают 27 *сек*, то, по мнению *A*, пройдет уже много времени после того, как сигнал отразится от *C*. Кроме того, наблюдатель *O* утверждает, что часы *C* были пущены с отставанием на $27-15=12$ *сек* по сравнению с часами *A*.

Можно легко продолжить расчеты моментов времени, в которые *O* будет регистрировать дальнейшие события. Рассмотрим возвращение светового сигнала от *C* к *A*. Наблюдатель *C* посылает сигнал к *A* и регистрирует его возвращение после отражения от *A* спустя $2 \times 75/5 = 30$ *сек* по своим часам.

Но *O* утверждает, что время, затрачиваемое на распространение света от *C* к *A*, составляет лишь $^1/_{10}$ от полного времени. Поэтому *O* утверждает, что по часам *C* сигналу для возвращения от *C* к *A* потребуется $^1/_{10}$ от 30, или 3 *сек*. Часы наблюдателя *C* в тот момент, когда сигнал отразился от его зеркала, показывали 15 *сек*. Таким образом, когда световой сигнал вернется к *A*, на этих часах, *согласно O*, будет $15+3=18$ *сек*.

Таким образом, событие, которое состоит в возвращении светового сигнала к *A*, регистрируется *наблюдателем O* следующим образом:

по своим часам — спустя 50 *сек*;
по часам *A* — спустя 30 *сек*;
по часам *C* — спустя 18 *сек*.

Сравним, как эти два события регистрируются *наблюдателем O*.

Таблица 1

	По часам O	По часам A	По часам C
Событие *I* — сигнал достиг наблюдателя *C*	45 *сек*	27 *сек*	15 *сек*
Событие *II* — сигнал вернулся к *A*	50 *сек*	30 *сек*	18 *сек*
Промежуток времени между событиями	5 *сек*	3 *сек*	3 *сек*

Таким образом, *O утверждает*, что часы наблюдателей *A* и *C* идут с одной скоростью (и те и другие часы отмеряют *промежуток* в 3 *сек*), однако их ход замедлен (они отсчитывают 3 *сек*, хотя в действительности прошло 5 *сек*), причем часы *C* отстают на 12 *сек* от часов *A*.

Что думают другие наблюдатели

Результаты вычислений, проделанных *O*, зависят от того факта, что система, в которой находятся наблюдатели *A* и *C*, удаляется от него со скоростью 4 *лег/сек*. Допустим, что имеется еще один наблюдатель *P*, относительно которого система *AC* движется со скоростью 3 *лег/сек* в направлении от *A* к *C*. В этом случае с помощью тех же аргументов, что были использованы для получения результатов, относящихся к наблюдателю *O*, можно получить и результаты для различных событий, относящихся к *P*. При этом численные значения будут иными, и представление *P* о ходе часов *A* и *C* в количественном отношении не будет совпадать с представлением *O*.

Наблюдатель *P* будет утверждать, что *A* и *C* не удалось синхронизовать свои часы, но он получит иную оценку отставания часов *C* от часов *A* и по-иному оценит численную величину скорости хода этих часов. Мы предоставляем читателю самому произвести необходимые выкладки (см. упражнение 2 на стр. 58).

Таким образом, каждый наблюдатель обладает своим собственным масштабом времени. Мнение одного наблюдателя о величине промежутка времени, разделяющего два события, не будет совпадать с мнением другого наблюдателя, движущегося относительно первого. Это согласуется с тем, что говорилось в предыдущей главе. Только что рассмотренный пример показывает также, что не удается синхронизовать часы, расположенные в различных местах.

Действительно, хотя наблюдатели в системе, где часы покоятся, считают, что им удалось обеспечить их синхронизацию, наблюдатели других систем не только будут отрицать это, но и по-разному количественно оценят разницу в ходе часов. Таким образом, никакая синхронизация часов не может получить всеобщего одобрения или даже одобрения наблюдателей хотя бы в двух системах отсчета.

Одновременные события

Допустим, что после того как наблюдатели A и C, как им кажется, синхронизовали свои часы, в точке A произошло одно событие, а в точке C — другое. Если каждый из наблюдателей регистрирует моменты, когда события происходят в том месте, где он находится, и если эти оба результата совпадут, то A и C будут говорить, что оба события произошли одновременно.

Однако из нашего примера следует, что, по мнению наблюдателя O, событие в точке A произошло раньше, чем в точке C, так как по его измерениям часы C отсчитывают 15 *сек*, а по часам A пройдет 27 *сек*.

Таким образом, если A и C оба утверждают, что событие произошло спустя 27 *сек*, то, по мнению O, в момент, когда совершается событие в точке A, часы C отсчитают лишь 15 *сек*, и поэтому событие в точке C еще не произойдет. Промежуток времени между этими событиями равен 27—15=12 *сек*, если его измерять часами, идущими со скоростью часов A и C, Это эквивалентно 20 *сек* по часам O, так как 5 *сек* по этим часам соответствуют 3 *сек* по часам A или C. Таким образом, O утверждает, что по его часам событие в точке A опережает событие в точке C на 20 *сек*.

Итак, A и C называют одновременными два события, которые, с точки зрения O, разделены конечным промежутком времени. Другие посторонние наблюдатели согласятся с O, что события не одновременны, однако получат иную величину промежутка времени между ними.

Таким образом, утверждение о том, что два события в различных местах происходят в одно и то же время, вообще не имеет какого-либо смысла.

Если события одновременны по масштабам времени одной системы, то в соответствии с масштабами времени других систем они разделены конечным промежутком времени. Поскольку нет оснований предпочитать мнение какого-то одного наблюдателя мнению любого другого, то мы и не можем утверждать, что чье-либо одно мнение правильнее любого другого. Поэтому само по себе утверждение, что два события, происходящие в различных местах, одновременны, не будет иметь смысла до тех пор, пока мы, кроме того, не укажем, в какой системе отсчета производится измерение времени.

Единство пространства и времени

Итак, время по своей природе не является абсолютной категорией, а представляет собой свойство той системы отсчета, в которой оно измеряется, и в каждой системе существует свой собственный масштаб времени.

У каждого наблюдателя имеются, конечно, свои собственные масштабы времени и длины, которые он считает абсолютными, так как, по его мнению, его собственная система отсчета покоится. Однако это оказывается в известном смысле заблуждением, поскольку переход в другую систему приведет к изменению каждого из масштабов; изменение масштаба времени связано с изменением масштаба длины. Как мы уже видели, посторонние наблюдатели не согласны с A и C и друг с другом как относительно величины расстояния между точками, в которых произошли события, так и относительно величины промежутка времени между событиями.

Сошлемся на известную фразу Минковского: «*Отныне пространство и время превращаются в простой мираж, и лишь их своеобразное единство может претендовать на независимость или абсолютное существование*», т. е. существование, заслуживающее признания в равной мере всех посторонних наблюдателей и к которому они применяют одинаковые масштабы измерений. Мы увидим в дальнейшем, какую форму принимает это единство.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Согласно измерениям A и C, их разделяет расстояние в 50 *лег*. Посторонний наблюдатель P замечает, что система AC удаляется от него в направлении от A к C со скоростью 3 *лег/сек*. Наблюдатель A минует P в поль часов по своим часам и часам P. В этот же момент A посылает световой сигнал C для синхронизации часов, причем этот сигнал отражается и возвращается к A. Какое время, по мнению P, будут показывать часы всех трех наблюдателей в момент, когда: а) сигнал достигнет C, б) сигнал вернется к A?

2. Повторите решение предыдущей задачи при условии, что расстояние между A и C равно 75 *лег*.

3. Пусть в упражнении 1 в системе A и C имеется наблюдатель D, находящийся от A на расстоянии 100 *лег* по другую сторону от C. Допустим, что часы у A и D синхронизованы. Какой, по мнению P, будет разница в показаниях этих часов в *сек*: а) по часам A, б) по часам P?

4. Повторите решение упражнения 1, предположив, что система AC удаляется от P в направлении от C к A со скоростью 3 *лег/сек*.

5. Допустим, что в точке, где находится наблюдатель A, происходит событие I, а в точке C — событие II. Пусть, согласно часам этих наблюдателей, указанные события будут одновременными. Принимая условия упражнения 1, определите, какое событие, по мнению P, произойдет первым? Повторите решение, приняв условия упражнения 4.

6. В различных точках системы AC происходят два одновременных события I и II. Посторонний наблюдатель O утверждает, что событие I происходит до события II. Может ли какой-либо другой посторонний наблюдатель утверждать обратное?

7. Используя условия упражнения 1, найдите расстояние между A и C по оценке наблюдателя P.

ГЛАВА ПЯТАЯ ◇

Алгебраические соотношения между событиями в двух системах

> «Прогресс науки состоит в установлении взаимосвязей, в настойчивых и изобретательных поисках, доказывающих, что события нашего вечно изменчивого мира — всего лишь отражения немногочисленных общих соотношений, называемых законами. Отыскание общего и частного, вечного и преходящего и составляет задачу научного мышления».
>
> А. УАЙТХЕД

Обобщения

В предыдущих главах мы показали на численных примерах, что, с точки зрения любого очевидца, масштабы измерения расстояния и времени меняются при переходе от одной системы к другой. Истинную природу этих изменений не удастся установить, пока мы не перейдем от численных примеров к общим формулам.

Поэтому мы приступим сейчас к нахождению алгебраической связи между двумя системами, движущимися с постоянной скоростью друг относительно друга. Этими формулами можно будет затем пользоваться при решении отдельных численных задач.

Формулировка проблемы

Начнем с детальной формулировки проблемы, которую мы намереваемся решить в этой главе. Пусть система AC движется относительно наблюдателя O в направлении от A к C со скоростью u.

В тот момент, когда наблюдатель A проходит мимо O, они устанавливают свои часы на ноль. Наблюдатели A и C покоятся друг относительно друга, и по их измерениям расстояние между ними составляет x_1; эти наблюдатели считают, что их часы синхронизованы.

Пусть одно событие (I) происходит в точке A в ноль часов по часам A. Другое событие (II) происходит в точке C на t_1 *сек* позже по часам C. Таким образом, в системе AC расстояние между событиями равно x_1, а промежуток времени составляет t_1. Результаты измерения обеих этих величин наблюдателями A и C полностью согласуются между собой. Каждый из них считает, что он сам и его партнер покоятся относительно эфира. Результаты их измерений расстояния совпадают, поскольку они могут пользоваться для измерения длины AC одной и той же линейкой. Результаты их измерений промежутка времени совпадают, ибо в противном случае они могли бы вычислить скорость их системы относительно эфира.

Рассмотрим теперь точку зрения наблюдателя O. Он утверждает, что событие I происходит в точке O в ноль часов, а событие II в точке C, скажем, t *сек* спустя по его часам. По мнению O, он сам покоится, а A и C удаляются от него. Поэтому расстоянием, разделяющим два события, O считает расстояние от себя до C в тот момент, когда происходит событие II. Допустим, что по его измерениям это расстояние составляет x. В этом случае O скажет, что расстояние между двумя событиями составляет x, а промежуток времени равен t.

Короче, расстояние и промежуток времени между двумя событиями по измерениям A или C равны x_1 и t_1, а по измерениям O — равны x и t.

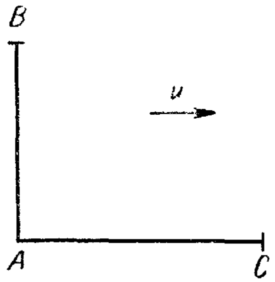
Что представляют собой формулы, связывающие x и t с x_1 и t_1?

Прежде чем приступить к решению этой общей задачи, выясним мнение наблюдателя O относительно измерительной линейки, которой пользуется наблюдатель A или наблюдатель C, хода их часов и предпринятых этими наблюдателями попыток синхронизовать часы.

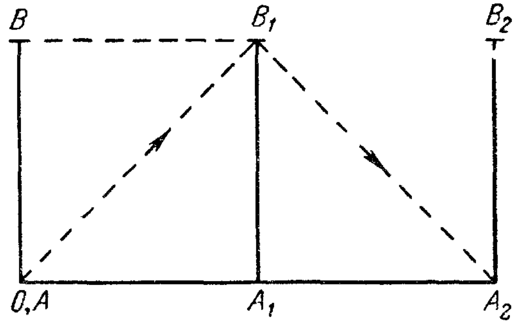
Измерительные линейки

Отмерим длину AC, равную x_1, вдоль направления движения A относительно O. Чему, по мнению O, будет равна длина AC? Допустим, что O наблюдает за тем, как A производит опыт Майкельсона—Морли. Наблюдатели A и C считают, что длины AC и AB равны x_1. Наблюдатель O согласен с тем, что длина AB равна x_1, но утверждает, что длина AC иная, скажем z.

Наблюдатель O утверждает, что плечо AB удаляется от него со скоростью u, так что луч света, посланный в направлении зеркала B, попадет на него, когда линия AB занимает положение A_1B_1; таким образом, путь луча равен AB_1. Аналогично, луч света



Фиг. 17.



Фиг. 18.

вернется в точку A, когда плечо AB переместится в положение A_2B_2, так что обратный путь будет равен B_1A_2.

Допустим, что по часам наблюдателя O время распространения сигнала из A в B_1 и из B_1 в A_2 составляет k. Наблюдатель O производит такие вычисления:

$AB_1 = kc$ (свет распространяется вдоль AB_1 со скоростью c);

$BB_1 = ku$ (линия AB перемещается со скоростью u);

$AB = x_1$ (результаты измерений наблюдателей A и O в направлении, перпендикулярном движению, совпадают).

По теореме Пифагора

$$c^2k^2 = k^2u^2 + x_1^2, \quad \text{или} \quad c^2k^2 - u^2k^2 = x_1^2,$$

откуда $k^2(c^2 - u^2) = x_1^2$, так что

$$k^2 = \frac{x_1^2}{c^2 - u^2}.$$

По часам наблюдателя O полное время, которое сигнал тратит на путь от A к B и обратно, составляет $2k$. По этим же часам полное время, которое сигнал тратит на путь от A к C и обратно, равен $2k$.

Но наблюдатель O может также привести и такие аргументы. Свет распространяется со скоростью c из точки A в точку C, причем последняя находится на расстоянии z и удаляется со скоростью u. Таким образом, сигнал нагоняет зеркало в точке C со скоростью $(c—u)$. По часам наблюдателя O на это потребуется время $z/(c—u)$.

На обратном пути свет распространяется со скоростью c в направлении зеркала A на расстоянии z, причем зеркало движется навстречу ему со скоростью u. Таким образом, свет приближается к зеркалу со скоростью $(c+u)$. Время, которое будет затрачено на пути от C к A по часам наблюдателя O, составит $z/(c+u)$, а полное время распространения A к C и обратно равно

$$\frac{z}{c+u}+\frac{z}{c-u}=\frac{z(c-u)+z(c+u)}{(c+u)(c-u)}=$$
$$=\frac{zc-zu+zc+zu}{c^2-u^2}=\frac{2zc}{c^2-u^2}.$$

Но по часам наблюдателя O это полное время равно $2k$.

Таким образом, $2zc/(c^2—u^2)=2k$ или $zc=k(c^2—u^2)$. Далее, $z^2c^2=k^2(c^2—u^2)^2$, но $k^2=x_1^2/(c^2-u^2)$; поэтому

$$z^2c^2=\frac{x_1^2}{c^2-u^2}\left(c^2-u^2\right)^2=x_1^2\left(c^2-u^2\right).$$

Итак, $cz=x_1\sqrt{c^2-u^2}$, или

$$z=x_1\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}.$$

Таким образом, наблюдатель O утверждает, что длина, равная по измерениям наблюдателей A и C в направлении движения x_1, в действительности составляет $x_1\sqrt{1-(u^2/c^2)}$. Иными словами, отрезок, согласно измерениям A и C, равный 1 *см*, по мнению наблюдателя O, в действительности составляет $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ *см*.

Итак, $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ должно быть меньше единицы; следовательно, согласно O, измерительные линейки наблюдателей A и C *сокращаются*, если их расположить вдоль направления движения. Коэффициент сжатия равен $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$.

Сравнение часов наблюдателей A и C с часами наблюдателя O

Как показали приведенные численные примеры, все согласны с тем, что часы наблюдателей A и C идут с одинаковой скоростью. Соответствующие аргументы могут быть сформулированы следующим образом.

Существенный момент рассуждений заключается в том, что каждый наблюдатель считает себя покоящимся относительно эфира и что все его измерения должны подтверждать этот факт. Наблюдатель не может провести какой-либо опыт, выявляющий его движение относительно эфира. Наблюдатели A и C оба считают, что расстояние между ними равно x_1. Поэтому они приходят к выводу, что световой сигнал, посланный любым из них другому и отраженный обратно, вернется через промежуток времени, равный $2x_1/c$, и их часы подтверждают это. Но опыт, в котором A посылает сигнал C и принимает его от C, тождествен опыту, в котором C посылает сигнал A и получает его обратно. Как по часам A, так и по часам C в обоих опытах будет зарегистрирован промежуток времени $2x_1/c$. Это означает, что часы A и C должны идти с одинаковой скоростью. Как мы видели на численных примерах, наблюдатель O допускает это, но утверждает, что ход и тех и других часов замедлен, а момент их запуска не синхронизован. Вычислим теперь существующую, с точки зрения O, разницу показаний часов A и C.

Для синхронизации часов наблюдатель A намерен в ноль часов по своим часам послать световой сигнал C. Так как они согласились, что длина AC равна x_1, то по их расчетам сигналу потребуется время x_1/c, чтобы достигнуть наблюдателя C. Следовательно, C устанавливает свои часы на время x_1/c и запускает их в тот момент, когда к нему приходит световой сигнал. Но мы уже знаем, что по часам O время распространения сигнала от A к C составляет $z/(c-u)$, а полное время, затраченное светом на пути туда и обратно, равно $2zc/(c^2-u^2)$. Таким образом, наблюдатель O утверждает, что путь к A занимает следующую долю полного времени:

$$\frac{z}{c-u} : \frac{2zc}{c^2-u^2} = \frac{z}{c-u} \frac{(c-u)(c+u)}{2zc} = \frac{c+u}{2c}.$$

По часам A время, затраченное на распространение света в оба конца, составляет $2x_1/c$. Поэтому O утверждает, что, когда сигнал достигнет C, часы A отсчитывают промежуток времени, равный

$$\frac{2x_1}{c} \frac{c+u}{2c} = \frac{x_1}{c}\left(1+\frac{u}{c}\right).$$

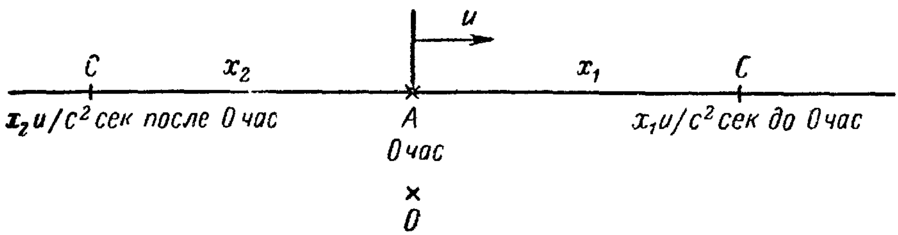
Но в этот момент будут запущены часы C, установленные на x_1/c. Итак, часы A опережают часы C на

$$\frac{x_1}{c}\left(1+\frac{u}{c}\right) - \frac{x_1}{c} = \frac{x_1}{c} + \frac{x_1 u}{c^2} - \frac{x_1}{c} = \frac{x_1 u}{c^2}.$$

Таким образом, в то время, как A и C считают, что они синхронизовали свои часы, O утверждает, что часы C отстали от часов A на время $x_1 u/c^2$.

Разница в показаниях часов зависит от величины x_1, т. е. от длины AC. Таким образом, чем дальше находится наблюдатель C от наблюдателя A по направлению движения системы отсчета AC от O, тем больше, согласно O, часы C будут отставать от часов A. Допустим, что система AC движется от O на восток. Тогда часы A будут опережать любые часы, расположенные восточнее, и отставать от всех часов, расположенных западнее. Оба эти утверждения выражают полученный выше результат, поскольку если C находится к западу от A, то x_1/c будет отрицательно, а часы, показывающие отрицательное время относительно других часов, просто отстают от них.

Мы вынуждены поэтому считать, что каждая точка на линии, вдоль которой движется AC, имеет свое собственное время. Наблюдатели в системе AC думают, что все эти часы синхронизованы, однако O утверждает, что каждый регистрирует местное время, отличие которого от времени, показываемого часами A, дается написанной на стр. 65 формулой. Мы можем проиллюстрировать эти факты с помощью фиг. 19,



Фиг. 19.

изображающей, согласно O, локальное время в момент прохождения наблюдателем A точки O, которая принимается за начало отсчета времени обоими наблюдателями. Расстояния на этой диаграмме представляют собой результаты измерений, выполненных наблюдателями A или C.

Ход часов

Пусть, согласно измерениям наблюдателей A и C, промежуток времени между двумя событиями равен 1 *сек*. Каким будет этот промежуток по часам наблюдателя O?

Из предыдущего мы знаем, что по часам наблюдателя O время, которое свет затрачивает на путь из A в C и обратно, равно $2\,k$, причем

$$k^2 = \frac{x_1^2}{c^2 - u^2}, \quad \text{или} \quad k = \frac{x_1}{\sqrt{c^2 - u^2}}.$$

Однако наблюдатель A считает, что по его часам на путь из A в C и обратно затрачивается время $2x_1/c$, и наблюдатель O должен согласиться с ним. Таким образом, O утверждает, что промежуток времени $2x_1/c$ по часам A эквивалентен промежутку времени, равному $2k = 2x_1/\sqrt{c^2-u^2} = 2x_1/c\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ по его собственным часам. Иными словами, согласно O, 1 *сек* по часам A соответствует по его часам

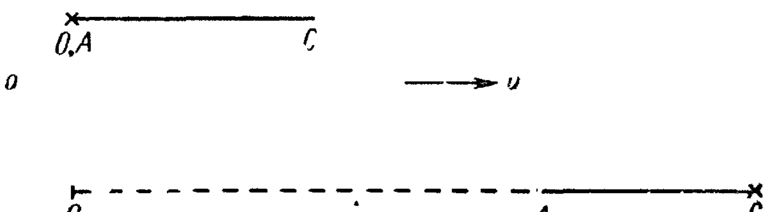
$$\frac{1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\ \textit{сек}.$$

Важно напомнить, что это утверждение представляет собой точку зрения O относительно хода часов A.

Поскольку $\sqrt{1-(u^2/c^2)} < 1$, то $1/\sqrt{1-(u^2/c^2)} > 1$ и, таким образом, O считает, что часы A идут медленнее. Но, естественно, в равной степени и A считает, что медленнее идут часы O. Результаты всегда будут зависеть от точки зрения, с которой рассматривается развитие событий.

Расстояние и промежуток времени между двумя событиями

Данные, характеризующие два события, детально разбирались на стр. 61. На фиг. 20 изображено представление наблюдателя O об этих событиях.



Фиг. 20.

Событие I происходит в ноль часов в точке A, в тот момент, когда A минует O. Событие II происходит в точке C спустя время t по часам O. Наблюдатели A и C утверждают, что расстояние между двумя событиями равно x_1, т. е. по их измерениям длина AC составляет x_1. Наблюдатель O утверждает, что событие I происходит в точке O, а событие II — в точке C спустя время t по его часам. Таким образом, по словам O, расстояние между двумя событиями равно x, что является результатом его измерения длины OC. Он считает также, что в момент события II измерение длины OA дает величину ut, так как A движется от него со скоростью u. Итак, O утверждает, что в соответствии с этим правилом $AC = x - ut$.

Измерение длины AC, выполненное A, дает величину x_1, а O утверждает, что 1 *см*, отмеренный наблюдателем A, в действительности равен $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ *см* (см. стр. 64). Таким образом, O считает, что отрезок AC на самом деле равен $x_1\sqrt{1-(u^2/c^2)}$, откуда $x_1\sqrt{1-(u^2/c^2)} = x - ut$, или

$$x_1 = \frac{x - ut}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Это соотношение имеет огромное значение.

В свою очередь допустим, что, когда в точке, где находится наблюдатель C, происходит событие II, его часы показывают время t_1. Тогда оба наблюдателя A и C придут к выводу, что промежуток времени между событиями равен t_1.

Далее, O утверждает, что часы наблюдателя A опережают часы наблюдателя C на время x_1u/c^2 (см. стр. 65). Таким образом, по словам O, в тот момент, когда происходит событие II, часы наблюдателя A показывают время t_1+x_1u/c^2. Однако мы знаем, что 1 *сек* по часам A соответствует $1/\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ *сек* по часам O. Итак, в тот момент, когда происходит событие II, часы O показывают время $(t_1 + x_1u/c^2)/\sqrt{1-(u^2/c^2)}$. Но по этим часам прошло время t. Следовательно,

$$t = \frac{t_1 + (x_1u/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Отсюда $t_1 + (x_1u/c^2) = t\sqrt{1-(u^2/c^2)}$. Поскольку

$$x_1 = \frac{x - ut}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}},$$

то

$$t_1 = t\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} - \frac{u(x-ut)}{c^2\sqrt{1-(u^2/c^2)}} =$$

$$= \frac{t(c^2-u^2)-u(x-ut)}{c^2\sqrt{1-(u^2/c^2)}} = \frac{tc^2-u^2t-ux+u^2t}{c^2\sqrt{1-(u^2/c^2)}}$$

и окончательно

$$\underline{t_1 = \frac{t-(xu/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.}$$

Мы получили еще одно очень важное соотношение. Еще раз сформулируем полученный результат.

Согласно наблюдателям A и C, два события происходят на расстоянии x_1 друг от друга с промежутком времени t_1, а, по мнению наблюдателя O, расстояние и промежуток времени равны x и t. Система отсчета AC движется относительно наблюдателя O со скоростью u. Расстояния считаются положительными, если наблюдатель A движется в направлении от O. В этом случае результаты измерений A и O связаны формулами

$$x_1 = \frac{x-ut}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}, \qquad t_1 = \frac{t-(xu/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Если нам известны результаты измерений расстояния и промежутка времени между событиями в одной системе, то можно вычислить эти интервалы в любой другой системе, движущейся с постоянной скоростью относительно первой вдоль линии, соединяющей точки, в которых происходят события.

Мнение наблюдателя *A* о данных наблюдателя *O*

В предыдущих разделах мы часто указывали на то, что не существует наблюдателя, измерениям которого следовало бы отдать предпочтение по сравнению с измерениями любых других наблюдателей. Поэтому необходимо продемонстрировать, что полученные формулы совместимы с этой точкой зрения. Если использовать те же обозначения, что и прежде, то, по утверждению наблюдателя A, наблюдатель O будет удаляться от него со скоростью $-u$.

Пусть теперь наблюдатель A утверждает, что расстояние и промежуток времени между событиями равны x_1 и t_1. Только что полученные формулы показывают, что, с точки зрения O, расстояние должно быть равно

$$\frac{x_1-(-u)\,t_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=\frac{x_1+ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}},$$

а промежуток времени должен составлять

$$\frac{t_1-[(-u)\,x_1/c^2]}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=\frac{t_1+(ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Таким образом, полученные формулы будут эквивалентны следующим:

$$x=\frac{x_1+ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad t=\frac{t_1+(ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Без этих формул не было бы взаимных соотношений между результатами наблюдений O и A, требуемых теорией относительности. Проблему можно сформулировать следующим образом. Пусть дано

$$x_1=\frac{x-ut}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad t_1=\frac{t-(ux/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Докажем, что

$$x=\frac{x_1+ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad t=\frac{t_1+(ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

1) Имеем

$$x_1+ut_1=\frac{x-ut}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}+\frac{u\,[t-(ux/c^2)]}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=$$

$$=\frac{x-ut+ut-(u^2x/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=\frac{x\,[1-(u^2/c^2)]}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=x\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}.$$

Таким образом,

$$x=\frac{x_1+ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

2) Имеем

$$t_1+\frac{ux_1}{c^2}=\frac{t-(ux/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}+\frac{(1/c^2)\,u\,(x-ut)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=$$

$$=\frac{t-(ux/c^2)+(ux/c^2)-(u^2t/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=\frac{t\,[1-(u^2/c^2)]}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=$$

$$=t\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\,.$$

Таким образом,

$$t=\frac{t_1+(ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\,.$$

Итак, мы видим, что соотношения, выражающие мнение наблюдателя A о происходящем в системе наблюдателя O, совместимы с соотношениями, выражающими мнение наблюдателя O о системе наблюдателя A, и могут быть получены из них [1]).

Скорость света

В формулы, связывающие две системы, входит выражение $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$, которое становится мнимым, если $u>c$, т. е. если скорость одной системы относительно другой превышает скорость света. Поэтому мы утверждаем, что тело не может двигаться со скоростью, превышающей скорость света. Во всех полученных нами результатах u/c всегда заключено между -1 и $+1$. Обычно u/c обозначают через β, а $\sqrt{1-\beta^2}$ — через $1/\gamma$, так что $\gamma=1/\sqrt{1-\beta^2}$. Очевидно, что $\beta<1$, а $\gamma>1$. В этом случае стандартные формулы принимают вид

$$x_1=\gamma(x-ut),\qquad t_1=\gamma\left(1-\frac{ux}{c^2}\right)$$

или

$$x=\gamma(x_1+ut_1),\qquad t=\gamma\left(t_1+\frac{ux_1}{c^2}\right),$$

---

[1]) Эти соотношения, выражающие взаимные преобразования расстояний и промежутков времени при переходе от одной системы отсчета к другой, принято называть *преобразованиями Лоренца*. — *Прим. перев.*

причем

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} > 1.$$

Результаты, приведенные на стр. 63 и 68, можно сформулировать следующим образом:

1) наблюдатель O утверждает, что длина отрезка в направлении движения, равная, согласно измерениям наблюдателя A, 1 *см*, составляет $1/\gamma$ *см*;

2) наблюдатель O утверждает, что промежуток времени, равный по часам наблюдателя A 1 *сек*, составляет γ *сек*.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Наблюдатель A удаляется от наблюдателя O в направлении на восток со скоростью $^3/_5$ c. Чему, по мнению O, равны: а) длина принадлежащей A метровой линейки, б) скорость хода часов A? Что думает наблюдатель A о длине метровой линейки O и ходе его часов?

2. Два наблюдателя A и C, находящиеся друг относительно друга в состоянии покоя на расстоянии 5 *лакс* [1]), произвели синхронизацию своих часов; система AC удаляется от O в направлении от A к C со скоростью $^7/_{25}$ *лакс/сек*. Наблюдатель A минует O в ноль часов по своим часам и по часам O. Каково мнение O относительно разницы во времени по часам A и C?

Наблюдатель D расположен в системе AC, причем расстояние $DA = 10$ *лакс*, а $DC = 15$ *лакс*. Какой будет, по мнению O, разница в показаниях часов D и A? Какое время, с точки зрения O, будут показывать часы A, C и D, если часы O отсчитали 25 *сек*?

3. В условиях упражнения 1 наблюдатель A находит, что два события происходят с промежутком времени 5 *сек* на расстоянии одно от другого 3 *лакс*, причем место, где произошло второе событие, расположено к востоку от места, где произошло первое. Какое расстояние и какой промежуток времени измерит наблюдатель O?

4. Решите задачу упражнения 3 при условии, что место, где произошло событие II, расположено западнее места, где произошло первое.

---

[1]) См. примечание на стр. 75.

5. Дано

$$x_1 = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad x = \frac{x_1 + ut_1}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

Докажите, что

$$t_1 = \frac{t - (ux/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad t = \frac{t_1 + (ux_1/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

6. Допустим, что событие I состоит в том, что наблюдатель A посылает световой сигнал, а событие II — в том, что наблюдатель C получает этот сигнал. Покажите, что в обычных обозначениях: а) $x_1 = ct_1$, б) $x = ct$. Что это означает с точки зрения наблюдателя O?

7. Используя формулы, приведенные на стр. 70 и 71, докажите, что $x^2 - c^2t^2$ всегда равно $x_1^2 - c^2t_1^2$.

ГЛАВА ШЕСТАЯ ◇

Интервал между событиями

«Это результат того, что ты живешь назад, — доброжелательно сказала Королева, — сначала всегда немного кружится голова, но зато есть большое преимущество: твоя память работает в обоих направлениях».

«Я уверена, что моя память работает только в одном направлении, — заметила Алиса. — Я не могу вспомнить то, что еще не произошло».

«О, это плохая память, если она работает только назад», — ответила Королева.

ЛЬЮИС КЭРРОЛ *«Алиса в Зазеркалье»*

Историческое событие считается фиксированным, если нам известно, когда и где оно произошло. При сообщении соответствующих сведений обычно отправляются от некоторого принимаемого за стандартное события. Так, «когда» указывают, как правило, по отношению к началу нашей эры, например t лет нашей эры. Если событие произошло на Земле, то «где» можно выразить через широту и долготу места, считая стандартами гринвичский меридиан и экватор. Астрономы, характеризуя место, где в пространстве произошло событие, наряду с измерением расстояния прибегают к понятиям прямого восхождения, склонения.

Таким образом, любое событие фиксируется указанием промежутка времени и расстояния, отделяющих это событие от некоего стандартного события, действительного или гипотетического. Как мы уже видели, результаты подобных измерений оказываются различными в разных системах отсчета. Утверждение, что битвы при Ватерлоо и Гастингсе разделены промежутком времени в 749 лет, понятно, коль скоро оно адресовано жителям Земли, но оно не передаст никакой информации или передаст фактически ложную информацию наблюдателю, который быстро движется вдоль линии, соединяющей Гастингс с Ватерлоо. Если бы эти два события регистрировались в иной системе, то расстояние (и промежуток времени) оказалось бы иным. Ясно, что было бы желательно попытаться найти такую характеристику, связывающую два события, численное значение которой оставалось бы одним и тем же в любой системе.

Если бы это удалось сделать, то такую характеристику можно было бы рассматривать как нечто абсолютное, не зависящее от наблюдателя и сохраняющее одно и то же значение с любой точки зрения. В этом смысле масштабы времени и расстояния не абсолютны — они меняются от системы к системе. Но имеется некая комбинация этих величин, относительно которой мнения различных наблюдателей оказываются одинаковыми, — комбинация, при измерении которой все наблюдатели получают один и тот же результат. Рассмотрим сначала численный пример, который продемонстрирует нам природу этой комбинации.

Измерение различными наблюдателями интервала между двумя событиями

В системе отсчета наблюдателя A происходят два события, причем, по мнению A, второе событие происходит на 12 *сек* позднее первого на расстоянии 4 *лакс* к востоку от него[1]). Точки, в которых происходят события I и II, мы назовем соответственно E и F.

Будем записывать результаты измерения расстояния и промежутка времени между событиями в виде (4; 12). Это сокращение соответствует в наших прежних обозначениях

$$x_1 = 4 \text{ лакс}, \qquad t_1 = 12 \text{ сек}.$$

1) Наблюдатель O утверждает, что система отсчета наблюдателя A движется от него на восток со скоростью $^3/_5$ *лакс/сек*. Каковы будут расстояние и

---

[1]) Для упрощения выкладок мы введем еще одну единицу длины 1 *лакс* — 300 000 *км*. Скорость света $c = 300\,000$ *км/сек* = 1 *лакс/сек*.

промежуток времени между событиями по измерениям этого наблюдателя?

Мы имеем соотношения

$$x=\frac{x_1+ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}, \qquad t=\frac{t_1+(ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}},$$

где x и t измеряются наблюдателем O, $x_1=4$, $t_1=12$ и $u={}^3/_5$. Отсюда

$$\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}.$$

Таким образом,

$$x=\frac{4+{}^3/_5\times 12}{{}^4/_5}=\frac{20+36}{4}=\frac{56}{4}=14$$

и

$$t=\frac{12+{}^3/_5\times 4}{{}^4/_5}=\frac{60+12}{4}=\frac{72}{4}=18.$$

Итак, согласно измерениям наблюдателя O, получается 14 *лакс* и 18 *сек,* или, короче, (14; 18).

2) Наблюдатель P утверждает, что система отсчета наблюдателя A движется от него на запад со скоростью ${}^3/_5$ *лакс/сек.* Каковы будут расстояние и промежуток времени между событиями по измерениям этого наблюдателя?

Воспользуемся теми же формулами, что и выше, с $x_1=4$, $t_1=12$, $u=-{}^3/_5$. Тогда $\sqrt{1-(u^2/c^2)}=\sqrt{1-{}^9/_{25}}=$ $=\sqrt{{}^{16}/_{25}}={}^4/_5$.

Таким образом,

$$x=\frac{4+(-{}^3/_5)\times 12}{{}^4/_5}=\frac{20-36}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

и

$$t=\frac{12+(-{}^3/_5)\times 4}{{}^4/_5}=\frac{60-12}{4}=\frac{48}{4}=12.$$

Итак, согласно измерениям наблюдателя P, получается —4 *лакс* и 12 *сек,* или, короче, (—4; 12). Полученный результат означает, что событие *II*, по мнению наблюдателя P, происходит на расстоянии 4 *лакс* к западу от места, где произошло событие *I*.

3) Наблюдатель Q утверждает, что система наблюдателя A движется от него на восток со скоростью $^4/_5$ *лакс/сек*. Каковы результаты его измерений?

В данном случае $x_1=4$, $t_1=12$ и $u=^4/_5$. Поэтому $\sqrt{1-(u^2/c^2)}=\sqrt{1-^{16}/_{25}}=\sqrt{^9/_{25}}=^3/_5$. Следовательно,

$$x=\frac{4+^4/_5\times 12}{^3/_5}=\frac{20+48}{3}=\frac{68}{3}$$

и

$$t=\frac{12+^4/_5\times 4}{^3/_5}=\frac{60+16}{3}=\frac{76}{3}.$$

По измерениям Q получается $^{68}/_3$ *лакс* и $^{76}/_3$ *сек*, или $(^{68}/_3, ^{76}/_3)$.

Мы выпишем результаты, полученные еще тремя наблюдателями, предоставляя читателям самостоятельно провести соответствующие вычисления.

4) С точки зрения наблюдателя R, $u=-^4/_5$. Покажите, что в этом случае получается $(-^{28}/_3, ^{44}/_3)$.

5) С точки зрения наблюдателя S, $u=^{12}/_3$. Покажите, что в этом случае получается $(^{196}/_5, ^{204}/_5)$.

6) С точки зрения наблюдателя T, $u=-^7/_{25}$. Покажите, что в этом случае получается $(^2/_3, ^{34}/_3)$.

Результаты мы собрали в табл. 2, расположив их в порядке увеличения расстояний (независимо от знака).

Таблица 2

	T	A	P	R	O	Q	S
u, *лакс/сек*	$-^7/_{25}$	0	$-^3/_5$	$-^4/_5$	$^3/_5$	$^4/_5$	$^{12}/_{13}$
x, *лакс*	$^2/_3$	4	-4	$-9^1/_3$	14	$22^2/_3$	$39^1/_5$
t, *сек*	$11^1/_3$	12	12	$14^2/_3$	18	$25^1/_3$	$40^4/_5$

Эта таблица показывает, что если при переходе от одной системы к другой расстояние возрастает (независимо от знака), то увеличивается также и промежуток времени между событиями.

Каким соотношением связаны величины t и x? Беглый взгляд, брошенный на таблицу, не может под-сказать сколько-нибудь очевидного решения. Однако если выписать соответствующие значения c^2t^2 и x^2, то это позволит без труда угадать ответ. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

	T	A	P	R	O	Q	S
c^2t^2	$128^4/_9$	144	144	$215^1/_9$	324	$641^7/_9$	$1664^{16}/_{25}$
x^2	$^4/_9$	16	16	$87^1/_9$	196	$513^7/_9$	$1536^{16}/_{25}$
$c^2t^2-x^2$	128	128	128	128	128	128	128

Так, в случае наблюдателя R имеем $t=14^2/_3$ и $x=-9^1/_3$, так что ($c=1$ *лакс/сек*)

$$c^2t^2=1^2\times(14^2/_3)^2=\frac{44}{3}\times\frac{44}{3}=\frac{1936}{9}=215^1/_9$$

и

$$x^2=(-9^1/_3)^2=\frac{28}{3}\times\frac{28}{3}=\frac{784}{9}=87^1/_9.$$

Очевидно, что в каждом случае $c^2t^2-x^2=128$. Несмотря на то, что расстояния x и промежутки времени t меняются при переходе от одной системы к другой, все наблюдатели согласятся, что величина $c^2t^2-x^2$ равна 128.

Обозначим $c^2t^2-x^2$ через s^2, так что в рассмотренном выше случае $s^2=128$, или же $s=\sqrt{128}=11{,}3$ по измерениям всех наблюдателей. Мы говорим, что 11,3 характеризует величину *интервала* между двумя событиями. Этот термин принадлежит Уайтхеду.

Интервал между двумя событиями, определяемый формулой

$$s^2=c^2t^2-x^2,$$

представляет собой совершенно новое понятие; он не совпадает ни с временем, ни с расстоянием, а является своего рода синтезом этих понятий. Важность этого понятия определяется тем, что величина интервала не зависит от того, в какой системе производилось его измерение. Все наблюдатели приписывают ему одно и то же численное значение при условии, что они измеряют время и расстояние соответственно в одинаковых единицах. Таким образом, интервал характеризует нечто абсолютное — свойство, присущее связи двух событий безотносительно к условиям, в которых события наблюдались.

Формальное рассмотрение интервала

Если в наших прежних обозначениях интервал между двумя событиями по измерениям наблюдателя A равен x_1 и t_1, а по измерениям наблюдателя O интервал между теми же событиями равен x и t, то можно доказать, что $c^2t^2 - x^2 = c^2t_1^2 - x_1^2$.

Воспользуемся для этого формулами

$$x = \frac{x_1 + ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}, \quad t = \frac{t_1 + (ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Тогда

$$c^2t^2 - x^2 = \frac{c^2\,[t_1 + (ux_1/c^2)]^2}{1-(u^2/c^2)} - \frac{(x_1+ut_1)^2}{1-(u^2/c^2)} =$$

$$= \frac{c^2t_1^2 + 2t_1ux_1 + \left(u^2x_1^2/c^2\right) - x_1^2 - 2x_1ut_1 - u^2t_1^2}{1-(u^2/c^2)} =$$

$$= \frac{c^2t_1^2\left[1-\left(u^2/c^2\right)\right] - x_1^2\left[1-\left(u^2/c^2\right)\right]}{1-(u^2/c^2)} = c^2t_1^2 - x_1^2.$$

Если теперь мы обозначим $c^2t^2 - x^2$ через s^2, то $c^2t_1^2 - x_1^2$ также будет равно s^2, и поэтому величина s, вычисленная одним наблюдателем, будет в точности такой же, как и величина s, найденная любым другим наблюдателем. Следовательно, величина интервала между двумя событиями в соответствии с данным выше определением остается безразличной к переходу от одной системы к другой. Такого рода выражение называют *инвариантом*. Величина инварианта не зависит от условий наблюдения; она характеризует объективное соотношение между самими событиями или их физическое свойство.

Вещественная и мнимая части интервала

В обсуждавшемся выше числовом примере (см. стр. 78) величина $c^2t^2 - x^2$ была положительной, и поэтому корень квадратный из этой величины, т. е. s, был вещественным числом. Однако если ct оказывается меньше x, то $s^2 = c^2t^2 - x^2$ отрицательно. В подобном случае s будет равно квадратному корню из отрицательного числа (например, $\sqrt{-10}$) и, следовательно, интервал будет мнимым числом. Это, конечно, не означает, что события оказываются воображаемыми. Просто величина той характеристики, которую мы называем интервалом между событиями, в некоторых случаях выражается мнимым числом. Легко видеть, когда это случается.

Предположим, что событие I происходит в точке E, а событие II — в точке F и что интервал равен $(x; t)$. Тогда световому сигналу потребуется x/c *сек*, чтобы попасть из E в F. Допустим теперь, что промежуток времени между событиями меньше этого времени. В данном случае ct меньше x и, следовательно, $s^2 = c^2t^2 - x^2$ отрицательно.

Таким образом, интервал будет мнимым в том случае, когда промежуток времени между событиями оказывается меньше того времени, которое необходимо для пересылки светового сигнала из одного места в другое. Иными словами, если интервал мнимый, то, сигнал, посланный из точки E, в которой произошло событие I, не сможет достигнуть точки F, где происходит событие II, до того, как это событие действительно произойдет. Это обстоятельство будет обнаружено в равной степени всеми наблюдателями, так как если один из наблюдателей получит мнимый интервал, то такой же результат будет получен всеми остальными.

Если, однако, s вещественно, то ct будет больше x. Следовательно, коль скоро в точке E произошло событие I, в точку F посылается радиосигнал, и каждый согласится с тем, что этот сигнал достигнет F до того, как произойдет событие II[1]).

Нетрудно пояснить и промежуточный случай, когда s равно нулю. Это означает, что $ct=x$ или что промежуток времени между событиями равен тому времени, которое потребуется световому сигналу, чтобы покрыть расстояние между двумя точками. Допустим, что событие I означает посылку из точки E светового сигнала, а событие II — прием этого сигнала в точке F. Тогда $ct=x$, и интервал равен нулю.

Солнце находится от Земли на расстоянии 150 млн. *км* (или 500 *лакс*). Если событие I происходит на Солнце, а событие II происходит на Земле спустя 8 *мин* 20 *сек* (т. е. всего спустя 500 *сек*), то интервал между этими событиями будет равен нулю.

Важно напомнить, что когда наблюдатель регистрирует время определенного события, то он приводит исправленное значение с учетом времени распространения света. Иными словами, наблюдатель имеет дело с истинным временем, в момент которого по его расчету происходит событие. Например, наблюдаемое время затмения одного из спутников Юпитера зависит от того, насколько Юпитер удален от Земли в момент наблюдения этого явления. Чтобы определить время, когда затмение действительно произошло, необходимо учесть время распространения света до Земли. Именно расхождение вычисленного времени затмения спутников Юпитера с наблюдаемым позволило датскому астроному Рёмеру в 1675 г. впервые вычислить скорость света.

Последовательность двух событий во времени

Допустим, что по измерениям наблюдателя O интервал между событием I в точке E и событием II

---

[1]) Интервал, для которого $s^2 < 0$ (s — мнимое), называют *пространственноподобным*, а интервал, для которого $s^2 > 0$ (s — вещественное), — *времениподобным*. — *Прим. перев.*

в точке F составляет $(x; t)$, причем t и x положительны. Это означает, что событие II происходит после события I и расстояние в направлении от E к F считается положительным. Допустим, что другой наблюдатель A движется относительно наблюдателя O в направлении от E к F со скоростью u, причем u также положительно. По измерению A промежуток времени между событиями составит t_1. Мы знаем, что

$$t_1 = \frac{t - (ux/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

Если t_1 положительно, то A считает, что событие II происходит *позже* события I; если t_1 отрицательно, то A считает, что событие II происходит *раньше* события I.

Может ли так оказаться, что после введения всех надлежащих поправок (как указывалось выше) наблюдатели A и O разойдутся во мнении относительно последовательности, в которой происходят события? Ответ связан с природой интервала между событиями.

а) Мнимый интервал

Если интервал мнимый, то c^2t^2 меньше x^2, и, таким образом, поскольку и t и x положительны, то ct меньше x. Напишем $t = fx/c^2$, где $f/c < 1$.

В этом случае

$$t_1 = \frac{t - (ux/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = \frac{(fx/c^2) - (ux/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = \frac{(x/c^2)(f - u)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

Далее, u/c никогда не превышает единицы; это означает, что ни один наблюдатель не может двигаться быстрее света. Однако u/c может принимать любое значение, заключенное между 0 и 1, ибо мы можем считать, что наблюдатель A удаляется от наблюдателя O с любой скоростью вплоть до c.

Поскольку $f/c < 1$, то можно вообразить наблюдателя A, который удаляется от наблюдателя O со скоростью, превышающей f, т. е. $u > f$. Но если $u > f$, то $f - u$ отрицательно, а следовательно, отрицательно и t_1. В этом случае наблюдатель A скажет, что событие II происходит *раньше*, чем событие I.

С другой стороны, поскольку $f/c < 1$, то можно выбрать наблюдателя *B*, который удаляется от наблюдателя *O* со скоростью, в точности равной f, т. е. $u=f$. Но поскольку $u=f$, то $f-u=0$ и $t_1=0$. Таким образом, наблюдатель *B* скажет, что событие *II* происходит *одновременно* с событием *I*.

Кроме того, очевидно, можно выбрать наблюдателя *C*, который будет удаляться от наблюдателя *O* со скоростью, меньшей f, т. е. $u<f$. В этом случае $f-u$ положительно и t_1 положительно.

Таким образом, наблюдатель *C* согласится с наблюдателем *O*, что событие *II* происходит *позже* события *I*.

Все наблюдатели имеют в равной степени право на свою точку зрения. Их результаты представляют собой, конечно, истинное время в отличие от наблюдаемого. Это означает, что наблюдатель отмечает по своим часам время, когда он увидел, что событие произошло, и вводит поправку, учитывающую время, затраченное световым сигналом на пути к нему. Таким способом наблюдатель получает величину, которую он называет истинным временем, характеризующим момент, когда произошло событие. Но поскольку ни одному из наблюдателей нельзя отдать предпочтение, мы вынуждены заключить, что *бессмысленно говорить о последовательности во времени событий, интервал между которыми оказывается мнимым.*

Относительно таких событий можно лишь говорить, что в медленно движущейся системе событие *II* происходит *после* события *I*, в быстро движущейся системе событие *II* происходит *до* события *I* и что существует такая система, в которой оба события оказываются *одновременными.* По-иному это утверждение можно сформулировать, основываясь на том, что никакое событие не может явиться следствием другого события, происходящего после него.

Если некий наблюдатель утверждает, что событие *I* происходит до события *II*, тогда как другой наблюдатель с равным основанием утверждает, что событие *II* происходит раньше события *I*, то бессмысленно считать, что между этими событиями существует какая-либо причинная связь. Это имеет место в тех случаях, когда ct оказывается меньше x, т. е. когда промежуток времени между событиями оказывается меньше времени, необходимого световому сигналу, чтобы пройти расстояние, разделяющее точки, в которых происходят события.

Если теперь вместо слов «причинная связь» мы подставим слово «сила» или «воздействие» и скажем, что ни одно событие не может оказывать воздействие на другое, то по существу мы тем самым утверждаем, что ни одно воздействие не может распространяться со скоростью, превышающей скорость света. Например, если мы считаем, что Земля испытывает гравитационное притяжение со стороны Солнца, то, чтобы достигнуть Земли, этому воздействию нужно по крайней мере 500 *сек*. Однако, как мы увидим в дальнейшем, теория Эйнштейна вообще упраздняет гравитационные силы.

б) Вещественный интервал

Если интервал оказывается вещественным, то c^2t^2 будет больше x^2 и, следовательно, ct больше x.

Положим $t = fx/c^2$, так что $f/c > 1$. Тогда, как и прежде,

$$t_1 = \frac{(x/c^2)(f-u)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

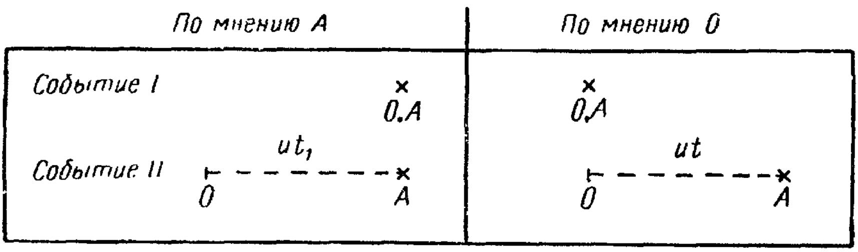
Далее, u/c всегда меньше единицы, а f/c больше единицы, так что $f > u$ и t_1 всегда положительно.

Поэтому каждый наблюдатель согласится с наблюдателем O, что событие II происходит *после* события I.

Следовательно, если интервал вещественный, то последовательность двух событий во времени оказывается вполне определенной и одинаковой с точки зрения всех наблюдателей. Различные наблюдатели рассматривают Вселенную в различные моменты времени, производя над ней как бы разные временны́е сечения. Однако все в одинаковой мере приписывают событию I момент времени, предшествующий моменту, в который происходит событие II. Для каждого из них событие I является моментом истории, ведущей к событию II. Поэтому можно утверждать, что событие I хотя и косвенно, но ведет к событию II. Если интервал вещественный, то мы вправе говорить, что между событиями существует некая причинная связь.

Собственное время

Используя наши прежние обозначения, предположим, что наблюдатель A регистрирует два события, происходящие с ним самим. По его утверждению, промежуток времени между событиями равен t_1, а



Фиг. 21.

расстояние равно нулю, так как оба события происходят в одном и том же месте, а именно там, где находится этот наблюдатель. Интервал между событиями $s^2 = c^2t_1^2 - 0 = c^2t_1^2$, или $s = ct_1$.

Обратимся теперь к наблюдателю O, который утверждает, что система наблюдателя A удаляется от него со скоростью u. Допустим, как обычно, что событие I происходит в ноль часов, когда A минует O. В этом случае по измерениям O интервал между событиями будет равен (x, t). Фиг. 21 отражает две точки зрения. Поскольку оба события происходят с наблюдателем A, то, по мнению O, расстояние x равно ut. Кроме того, согласно наблюдателю O, интервал $s^2 = c^2t^2 - x^2$.

Таким образом,

$$c^2t_1^2 = s^2 = c^2t^2 - x^2 = c^2t^2 - u^2t^2 = c^2t^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)$$

и

$$t_1 = t\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Итак, t_1, представляет собой промежуток времени, измеряемый A, т. е. лицом, с которым и происходят события. Это время, в соответствии с которым каждый индивидуум регистрирует события его собственной жизни. Оно называется «собственным временем» рассматриваемого индивидуума. Поскольку $\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ меньше единицы, то мы видим, что $t_1<t$ и, следовательно, собственное время между двумя событиями будет меньше промежутка времени, измеренного любым другим наблюдателем. Если рассмотреть историю жизни отдельного индивидуума, то величина промежутка времени между двумя событиями будет зависеть от наблюдателя. Но если считать, что у каждого индивидуума имеются свои собственные часы, и его измерения промежутка времени мы будем называть «собственным временем», то этот промежуток будет короче любого другого, измеренного посторонним наблюдателем. Каждый индивидуум измеряет интервал между двумя событиями полностью во времени, тогда как при измерении другими наблюдателями этот интервал частично обусловлен временем, а частично расстоянием. Наблюдатель, измерения которого дают большее расстояние, автоматически получает и компенсирующее большее время. Поэтому интервал между двумя событиями равен собственному времени между ними, т. е. промежутку времени, измеренному наблюдателем, с которым эти события происходят. Если интервал мнимый, то события, конечно, не могут произойти с одним и тем же лицом и «собственное время» теряет смысл.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Используя данные, приведенные на стр. 75—77, подтвердите результаты наблюдений R, S и T, описанные в тексте.

2. Можно ли, используя данные, приведенные на стр. 75, найти такого наблюдателя, который будет утверждать, что события происходят в одном и том же месте?

Если можно, то какую скорость этот наблюдатель будет приписывать наблюдателю A и каким будет, согласно его измерениям, промежуток времени?

3. Наблюдатель A задал интервал между двумя событиями в следующем виде: $x_1 = 3$ *лакс*; $t_1 = 5$ *сек*. Наблюдатель O утверждает, что система наблюдателя A движется со скоростью $u = (^5/_{13})c$. Какими будут по измерению O расстояние, время и интервал?

4. По измерениям наблюдателя A интервал между двумя событиями равен 5 *лакс*, 13 *сек*, а по измерению наблюдателя O промежуток времени составляет 15 *сек*. Каким будет по измерению O расстояние между событиями, интервал, и какую скорость наблюдатель O припишет наблюдателю A?

5. Наблюдатель O утверждает, что событие I в точке E характеризуется $x = 5$ *лакс* и $t = 2$ *сек*, а событие II в точке F характеризуется $x' = 12$ *лакс* и $t' = 6$ *сек*. Каковы по измерениям O расстояние и промежуток времени между событиями? Если наблюдатель A удаляется от O в направлении от E к F со скоростью $^3/_5\ c$, то каким будет промежуток времени, с точки зрения A? Дайте интерпретацию этому результату. Каков интервал между событиями?

6. По утверждению наблюдателя O, два события происходят одновременно в различных местах. Что можно сказать об интервале между этими событиями и их последовательности во времени?

7. По утверждению наблюдателя O, два события происходят в одном месте, но в разное время. Что можно сказать об интервале между этими событиями и их последовательности во времени?

8. Можно ли в условиях упражнения 5 найти такого наблюдателя, для которого события были бы одновременными?

9. В один и тот же день были зарегистрированы следующие события:

событие I — землетрясение в Токио в 12 *час*;
событие II — образование пятен на Солнце в 12 *час* 06 *мин*;
событие III — исчезновение пятен в 12 *час* 12 *мин*.

Что можно сказать относительно последовательности этих событий во времени?

10. Я встал в 7 *час* утра, а лег спать в 10 *час* вечера по Гринвичу. Некий наблюдатель утверждает, что моя постель прошла за это время расстояние 72 000 *лакс*. Сколько времени, по его утверждению, я бодрствовал? Если находящийся в Гринвиче наблюдатель утверждает, что я передвигался почти со скоростью света все время, пока я бодрствовал, то сколько времени прошло по моему мнению?

ГЛАВА СЕДЬМАЯ ◇ Четвертое измерение

«Между временем и тремя измерениями пространства нет никакой разницы, за исключением того, что во времени движется наше сознание... Цивилизованный человек с помощью воздушного шара в состоянии преодолеть силу тяжести; почему же он не может рассчитывать на то, что в конце концов ему удастся затормозить или ускорить свое движение во времени, а может быть, даже научиться двигаться в ином направлении?»

Г. УЭЛЛС

До сих пор мы рассматривали только такие события, которые происходили на прямой линии, соединяющей различные системы. Все сказанное легко распространить также на события, происходящие в любых точках пространства.

Точки на плоскости

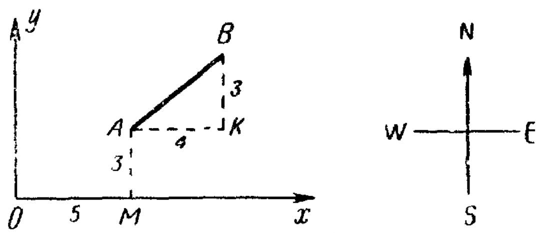
Если на плоскости провести две взаимно перпендикулярные линии, то положение любой точки можно будет задать с помощью расстояния до этих линий. Например, выберем точку O и проведем от нее линию Ox на восток и линию Oy на север (фиг. 22). Допустим, что точка A расположена в 5 *км* к востоку и в 3 *км* к северу от точки O; тем самым мы фиксируем ее положение. Если мы направимся из O и пройдем 5 *км* в направлении оси x, т. е. на восток к точке M, а затем 3 *км* в направлении оси y, т. е. на север вдоль MA, то попадем в точку A. Числа 5 и 3 называются координатами точки A. Мы говорим, что точка A задана $x=5$ и $y=3$, или что ее координаты $(5, 3)$; координата x всегда указывается первой. Допустим, что B — другая точка на плоскости с координатами $(9, 6)$. Тогда мы можем попасть из A в B, переместившись вдоль оси x еще на $9-5=4$ *км* и вдоль оси y на $6-3=3$ *км*. На фиг. 22 $AK=4$ и $KB=3$. Таким образом,

$$(AB)^2=(AK)^2+(BK)^2=4^2+3^2.$$

Аналогично, если расстояние между A и B по оси x составляет X, а по оси y составляет Y, так что $AK=X$ и $BK=Y$, то

$$(AB)^2=X^2+Y^2.$$

Координаты точки представляют собой просто расстояния от точки O, измеренные в направлении осей



Фиг. 22.

x и y. Если нам известны координаты двух любых точек A и B, то расстояние от A до B в координатах x и y можно найти, производя, как и выше, вычитание соответствующих координат этих точек.

Допустим теперь, что, по утверждению наблюдателя O, система AB удаляется от него в направлении Ox со скоростью u и что событие I происходит в точке A, а событие II — в точке B спустя время T. В этом случае наблюдатель O говорит, что расстояние и промежуток времени между событиями равны X (вдоль оси x), Y (вдоль оси y) и T. В системе A промежуток времени оказывается иным, скажем T_1. Расстояние вдоль оси x тоже другое, скажем X_1, а расстояние вдоль оси y сохраняется прежним, так как линейки наблюдателей O и A одинаковы в направлении, перпендикулярном скорости, т. е. $Y=Y_1$.

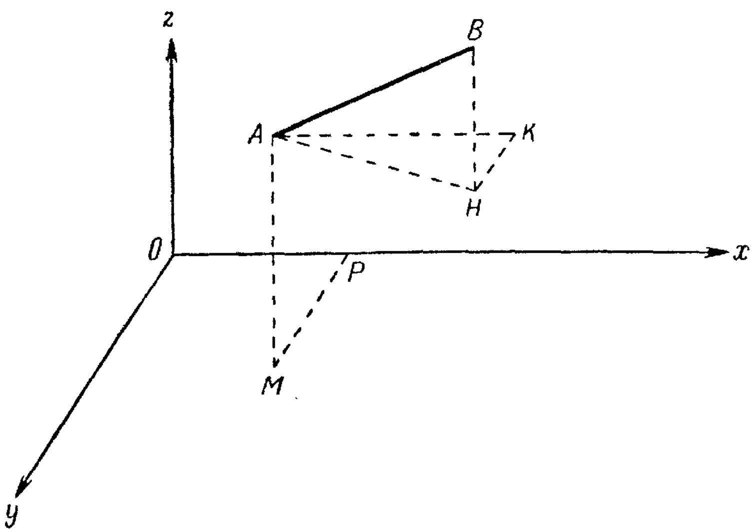
Мы уже доказали, что $c^2T^2-X^2=c^2T_1^2-X_1^2$. Поскольку $Y=Y_1$, то $c^2T^2-X^2-Y^2=c^2T_1^2-X_1^2-Y_1^2$. Но если по измерениям O длина AB равна r, а по измерениям A длина AB составляет r_1, то мы знаем, что $X^2+Y^2=r^2$ и $X_1^2+Y_1^2=r_1^2$, так что

$$c^2T^2-r^2=c^2T_1^2-r_1^2.$$

Обозначим поэтому $s^2=c^2T^2-X^2-Y^2=c^2T^2-r^2$ и назовем s *интервалом* между событиями, координаты которых и время, согласно O, равны $(X, Y; T)$, а согласно A, равны $(X_1, Y_1; T_1)$, а расстояния соответственно равны r и r_1.

Точки в пространстве

Чтобы фиксировать положение произвольной точки в пространстве, выберем три взаимно перпендикулярные плоскости, называемые плоскостями отсчета, и измерим расстояние точки до каждой из этих плоскостей.



Фиг. 23.

Допустим, что мы провели на горизонтальной плоскости линию Ox на восток, линию Oy на юг, а линия Oz проведена вертикально вверх (фиг. 23). Положение точки A будет фиксировано в пространстве, если мы скажем, что она находится на 4 *км* восточнее O, на 3 *км* южнее O и поднята относительно O на 2 *км*. Если мы отправимся из точки O и пройдем 4 *км* вдоль оси x, т. е. на восток к P, затем 3 *км* вдоль оси y, т. е. на юг вдоль PM к M, а затем поднимемся на 2 *км* вдоль оси z, т. е. вертикально вверх вдоль MA, то мы попадем в точку A. Расстояния 3, 4, 2 называются координатами A. Мы говорим, что точка A задается $x=4$, $y=3$, $z=2$ или что координаты этой точки $(4, 3, 2)$. Координаты обычно пишутся в таком порядке: x, y, z.

Допустим теперь, что мы движемся из точки A в некую точку B, проходя расстояние X вдоль AK до точки K, затем расстояние Y вдоль KH до точки H и, наконец, расстояние Z вдоль HB до точки B. Мы говорим, что расстояние от A до B равно в координатах X, Y, Z. Поскольку угол AKH прямой, то

$$(AH)^2 = (AK)^2 + (KH)^2 = X^2 + Y^2.$$

Угол AHB также прямой, так что

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (HB)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2.$$

Полученный результат показывает, что длину AB можно вычислить, коль скоро мы знаем расстояние от B до A, а эти расстояния, как и прежде, можно найти, вычитая из координат точки B координаты точки A.

Допустим теперь, что, по словам наблюдателя O, система AB удаляется от него в направлении Ox со скоростью u и что событие I происходит в точке A, а событие II — в точке B спустя время T.

В этом случае O утверждает, что интервал между событиями равен $(X, Y, Z; T)$. Допустим, что, по утверждению A, этот интервал равен $(X_1, Y_1, Z_1; T_1)$. Мы знаем, что, хотя T и X не равны соответственно T_1 и X_1, тем не менее

$$c^2T^2 - X^2 = cT_1^2 - X_1^2.$$

Далее, $Y=Y_1$ и $Z=Z_1$, поскольку линейки наблюдателей A и O совпадают в направлении, перпендикулярном движению. Поэтому

$$c^2T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = c^2T_1^2 - X_1^2 - Y_1^2 - Z_1^2.$$

Предположим, что длина AB по измерениям O и A составляет соответственно r и r_1. Тогда $r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$ и $r_1^2 = X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2$. Следовательно,

$$c^2T^2 - r^2 = c^2T_1^2 - r_1^2.$$

Поэтому мы полагаем $s^2 = c^2T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = c^2T^2 - r^2$ и будем называть s интервалом между событиями, причем координаты и время, согласно O, равны $(X, Y, Z; T)$, а согласно A, равны $(X_1, Y_1, Z_1; T_1)$; расстояния между событиями, согласно O и A, равны соответственно r и r_1.

Таким путем мы использовали представление об *интервале* применительно к двум произвольным событиям, происходящим в любых точках пространства и времени, и тем самым построили функцию или выражение, которое вполне может быть названо *физической реальностью.*

Четырехмерное пространство-время

Мы видели, что расстояние и промежуток времени между двумя событиями задаются значениями четырех различных переменных, каждая из которых может меняться независимо от других, а именно $X, Y, Z; T$.

Хотя каждый наблюдатель четко разделяет пространство и время, подобное разграничение у различных наблюдателей оказывается не одинаковым: то, что по измерениям одного наблюдателя является «временем», согласно другому содержит в себе наряду со временем также и расстояние. Таким образом, разграничение между пространством и временем оказывается субъективным. Иначе говоря, наблюдатель, производя соответствующую операцию, находится, не сознавая того, под влиянием внешних обстоятельств. Поэтому мы не можем считать, что такое разграничение соответствует объективной физической реальности. Мы должны сделать вывод, что живем в четырехмерном мире, который каждым наблюдателем произвольно разбивается на три пространственных измерения и одно измерение времени, которые в действительности образуют единое целое под названием *пространство-время.*

Вследствие того, что люди на Земле никогда не движутся друг относительно друга с действительно высокими скоростями, их пространственно-временные системы отсчета практически все совпадают. Если бы это было не так, то жизнь оказалась бы невероятно сложной и запутанной. И в то же время разграничение между пространством и временем, которое провел бы обитатель космического тела, несущегося со скоростью, близкой к скорости света, было бы настолько не похоже на то, как это делает наблюдающий за ним физик, что их совместное существование вряд ли было бы мыслимо.

Каждый наблюдатель «проводит» во Вселенной свои собственные пространственно-временные координатные оси. Допустим, что наблюдатель *А* собрал большое число событий, происшедших в один и тот же момент времени. Набор этих событий образует нечто вроде сечения Вселенной по времени, выполненного наблюдателем *А*. Однако события, которые *А* считает одновременными, не будут такими с точки зрения наблюдателя *О*. Допустим, что наблюдатель *О* выбрал в перечне, составленном *А*, одно событие и в свою очередь составляет список событий, одновременных с этим событием. Мы знаем, что список наблюдателя *О* не будет совпадать со списком наблюдателя *А*. Другими словами, сечение по времени, произведенное во Вселенной наблюдателем *О*, окажется иным, нежели у *А*. Некоторые события могут встретиться и тут и там, но в общем случае расхождений будет гораздо больше, нежели совпадений.

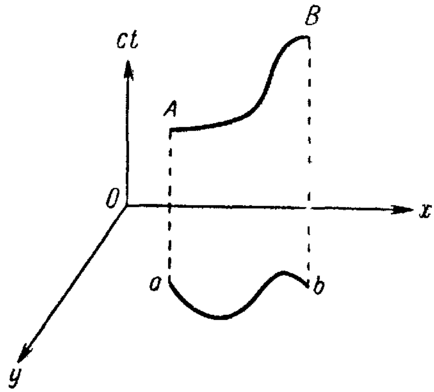
Мы рассматриваем Вселенную как набор событий, происходящих в самых разных местах и в самое различное время, т. е. как многообразие, которое математики называют *континуумом.* Разница между наблюдателями *О* и *А* заключается просто в том, что они производят различные временные сечения. Сама по себе Вселенная вечна (и безгранична). Но каждый отдельный индивидуум воспринимает ее лишь ограниченный отрезок времени или видит лишь свое собственное сечение Вселенной по времени. История оставила нам картины подобных сечений по времени, запечатленные нашими предками, а Герберт Уэллс сделал попытку предсказать сечения, в которых Вселенная предстанет взору наших потомков. Но непосредственное знакомство выходит за пределы наших возможностей просто потому, что мы не в состоянии поставить себя в такую ситуацию, для которой было бы характерно данное сечение по времени. Но все события прошлого, настоящего и будущего присутствуют в нашем четырехмерном пространственно-временно́м континууме. Лишенная прошлого или настоящего Вселенная уподобилась бы набору отдельных кадров, которые, однако, можно превратить в непрерывный кинофильм. Было бы, конечно, абсурдом пытаться нарисовать картину четырехмерной Вселенной. Но при этом может возникнуть мысль исследовать структуру трехмерного мира, обитатели которого выделяют в нем две пространственные оси и одну ось времени.

Плоский мир

Вообразим себе червя, который может ползать по обширной горизонтальной плоскости, но не в состоянии подняться над ней или проникнуть под нее. Еще лучше, вообразим, что у червя нет никакого представления о существовании понятий «выше» и «ниже». Это означает, что червь живет в трехмерном континууме, два пространственных измерения которого и одна ось времени и образуют пространственно-временно́й мир.

Проведем на плоскости две взаимно перпендикулярные прямые линии Ox и Oy, а ось времени изобразим перпендикуляром к плоскости Oct (фиг. 24). Червь не в силах представить себе линию Oct, точно так же, как мы не в состоянии вообразить четвертую ось, дополняющую три взаимно перпендикулярные оси нашего пространства.

Допустим, что жизнь червя начинается в точке a с координатами x_1 и y_1 в тот момент, когда часы наблюдателя, покоящегося в точке O, показывают время t_1. Поэтому наблюдатель O сопоставляет в пространстве с этим событием точку A с координатами x_1, y_1, ct_1. По мере того как червь перемещается по плоскости с места на место, каждому событию его жизни сопоставляется точка в пространстве. Наконец, червь умирает в точке b с координатами x_2 и y_2 в тот момент, когда часы наблюдателя O показывают время t_2. Поэтому наблюдатель O сопоставляет в пространстве этому событию, т. е. смерти червя, точку B с координатами x_2, y_2, ct_2. Вся история жизни червя от рождения до смерти будет изображаться пространственной кривой, начинающейся в точке A и заканчивающейся в точке B. Следуя Минковскому, мы говорим, что кривая AB представляет собой *мировую линию* червя. Допустим теперь, что на плоскости имеется множество червей и других предметов. Каждому из них соответствует своя мировая линия, а все многообразие этих мировых линий и составляет пространственно-временну́ю Вселенную червей. Столкновение двух любых предметов, представляющее в действительности некое событие, изображается пересечением двух мировых линий. Если наблюдатель O составит список одновременны́х событий, то это будет равнозначно проведению сечения этих мировых линий по времени, т. е. отысканию на мировых линиях точек, лежащих на одинаковой высоте над плоскостью xOy.



Фиг. 24.

Медленно движущиеся черви согласятся с выводами наблюдателя O; что же касается результатов измерений расстояния и времени, проведенных червем R, который движется с большой скоростью, то они окажутся столь не похожими на предыдущие, что построенные червем R мировые линии будут иметь, так сказать, совершенно иной вид. Однако вид вряд ли имеет значение. Если две мировые линии наблюдателя O пересекаются друг с другом, то соответствующие мировые линии R также должны пересекаться, ибо любое пересечение означает пространственно-временно́е событие. Следовательно, если мы вообразим, что мировые линии наблюдателя O образуют в пространстве громадную сетку, то мировые линии червя R также будут образовывать пространственную сетку. Ячейки одной из сеток могут быть совершенно не похожи по форме и размерам на ячейки другой сетки. Однако каждой ячейке и каждой из вершин данной ячейки в сетке наблюдателя O будут однозначно соответствовать ячейка и вершина той же ячейки в сетке R.

Прямолинейные мировые линии

Мировые линии, очевидно, могут иметь любую форму. Если наблюдатель задан, то форма линий будет характеристикой истории червя. Какой смысл имеет утверждение, что мировая линия является прямой?

Выберем начало отсчета O с таким расчетом, чтобы, с точки зрения наблюдателя O, рождение червя происходило в точке O в ноль часов, а смерть — в точке P с координатами x_1, y_1 спустя время t_1. Проведем отрезок PC длиной ct_1, параллельный оси времени, и отрезок PM, перпендикулярный оси x, так что $OM=x_1$ и $PM=y_1$.

Итак, точки O и C в пространстве-времени описывают рождение и гибель червя. Предположим, что мировой линией червя является прямая OC. Пусть K будет произвольной точкой на отрезке OC, которая соответствует некоему событию в жизни червя; координаты этой точки обозначим через x, y и ct. На фиг. 25 $ON=x$, $NQ=y$ и $QK=ct$.

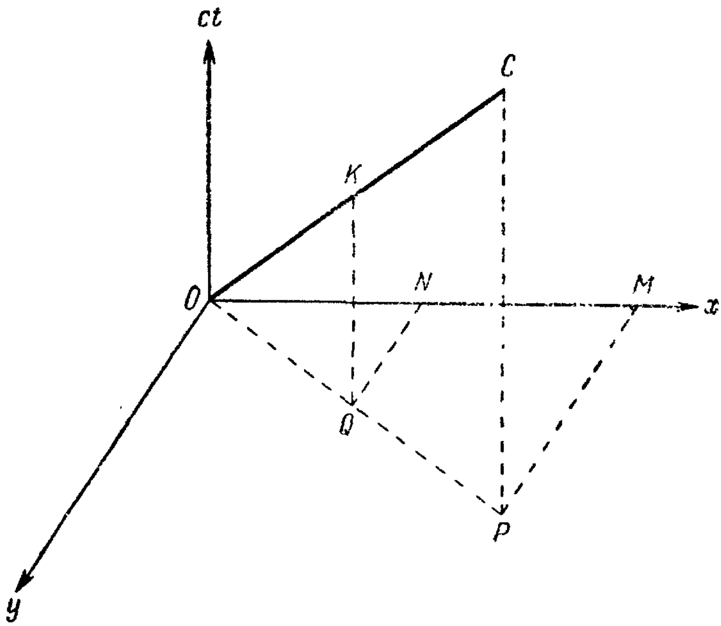
Эти координаты характеризуют расстояние и промежуток времени от места и момента рождения червя. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{KQ}{CP}=\frac{OQ}{OP}=\frac{QN}{PM}=\frac{ON}{OM}.$$

Таким образом,

$$\frac{t}{t_1}=\frac{OQ}{OP}=\frac{y}{y_1}=\frac{x}{x_1}.$$

Это означает, что расстояния и промежутки времени, отмеренные от места и момента рождения



Фиг. 25.

червя, увеличиваются в одной и той же неизменной пропорции. Кроме того, интервал между событием и точкой O возрастает с той же постоянной скоростью.

Таким образом, наблюдатель скажет, что червь, мировая линия которого прямая, движется по прямолинейному пути с постоянной скоростью. В ньютоновской механике это означало бы, что червь движется свободно, не подвергаясь воздействию каких-либо сил.

Эти представления можно пояснить с помощью численного примера.

Допустим, что жизненный путь червя описывается табл. 4, в которой расстояния выражены в единицах построенные червем R мировые линии будут иметь, так сказать, совершенно иной вид. Однако вид вряд ли имеет значение. Если две мировые линии наблюдателя O пересекаются друг с другом, то соответствующие мировые линии R также должны пересекаться, ибо любое пересечение означает пространственно-временнóе событие. Следовательно, если мы вообразим, что мировые линии наблюдателя O образуют в пространстве громадную сетку, то мировые линии червя R также будут образовывать пространственную сетку. Ячейки одной из сеток могут быть совершенно не похожи по форме и размерам на ячейки другой сетки. Однако каждой ячейке и каждой из вершин данной ячейки в сетке наблюдателя O будут однозначно соответствовать ячейка и вершина той же ячейки в сетке R.

Прямолинейные мировые линии

Мировые линии, очевидно, могут иметь любую форму. Если наблюдатель задан, то форма линий будет характеристикой истории червя. Какой смысл имеет утверждение, что мировая линия является прямой?

Выберем начало отсчета O с таким расчетом, чтобы, с точки зрения наблюдателя O, рождение червя происходило в точке O в ноль часов, а смерть — в точке P с координатами x_1, y_1 спустя время t_1. Проведем отрезок PC длиной ct_1, параллельный оси времени, и отрезок PM, перпендикулярный оси x, так что $OM=x_1$ и $PM=y_1$.

Итак, точки O и C в пространстве-времени описывают рождение и гибель червя. Предположим, что мировой линией червя является прямая OC. Пусть K будет произвольной точкой на отрезке OC, которая соответствует некоему событию в жизни червя; координаты этой точки обозначим через x, y и ct. На фиг. 25 $ON=x$, $NQ=y$ и $QK=ct$.

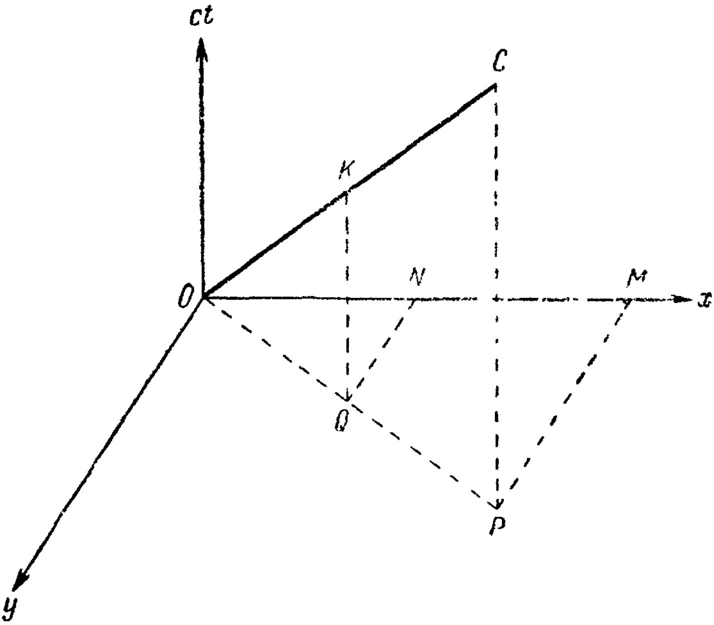
Эти координаты характеризуют расстояние и промежуток времени от места и момента рождения червя. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{KQ}{CP}=\frac{OQ}{OP}=\frac{QN}{PM}=\frac{ON}{OM}.$$

Таким образом,

$$\frac{t}{t_1}=\frac{OQ}{OP}=\frac{y}{y_1}=\frac{x}{x_1}.$$

Это означает, что расстояния и промежутки времени, отмеренные от места и момента рождения



Фиг. 25.

червя, увеличиваются в одной и той же неизменной пропорции. Кроме того, интервал между событием и точкой O возрастает с той же постоянной скоростью.

Таким образом, наблюдатель скажет, что червь, мировая линия которого прямая, движется по прямолинейному пути с постоянной скоростью. В ньютоновской механике это означало бы, что червь движется свободно, не подвергаясь воздействию каких-либо сил.

Эти представления можно пояснить с помощью численного примера.

Допустим, что жизненный путь червя описывается табл. 4, в которой расстояния выражены в единицах *лакс* (см. примечание на стр. 75), а время в *сек*, так что скорость света $c=1$ *лакс/сек*.

Таблица 4

Событие	A	B	C	D	E	F	G	H	K
ct	0	13	26	39	52	65	78	91	104
x	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	0	4	8	12	16	20	24	28	32

Как видно из табл. 4, расстояния и промежутки времени, измеренные от начала отсчета, возрастают с одинаковой постоянной скоростью.

Рассмотрим, например, события D и E. В этом случае $cT=52-39=13$, $X=12-9=3$, $Y=16-12=4$. Расстояние от E до D равно $r=\sqrt{X^2+Y^2}=\sqrt{9+16}=$ $=\sqrt{25}=5$, а интервал между этими событиями равен $s=\sqrt{c^2T^2-X^2-Y^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$.

Такие же численные результаты мы должны получить для любой пары соседних событий.

Далее, расстояние от A до K представляет собой сумму расстояний от A до B, от B до C, от C до D, от H до K, а интервал между A и K представляет собой аналогичную сумму соответствующих интервалов. Расстояние между соседними событиями равно 5, поэтому суммарное расстояние для восьми пар событий составляет $8\times 5=40$. В то же время расстояние непосредственно от A до K равно

$$r=\sqrt{(24)^2+(32)^2}=\sqrt{576+1024}=\sqrt{1600}=40.$$

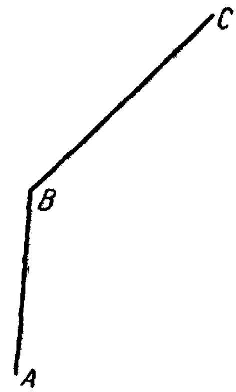
Аналогичным образом интервал между соседними событиями равен 12, и, следовательно, суммарный интервал для восьми пар событий составляет $8\times 12=96$. В то же время интервал непосредственно между A и K равен

$$s=\sqrt{(104)^2-(24)^2-(32)^2}=\sqrt{10816-1600}=$$
$$=\sqrt{9216}=96.$$

Криволинейные мировые линии

Утверждение, что полная длина *прямолинейного* отрезка равна сумме длин всех его частей, является фундаментальным положением обычной геометрии. И мы видели, что в соответствии с этим, если мировая линия *прямолинейная*, то интервал между первым и последним событиями равен сумме интервалов между соседними событиями, измеренных вдоль этой линии.

Если же речь идет о *кривой*, то расстояние от конечной до начальной точки на кривой оказывается меньше суммарной длины различных участков этой линии. В противоположность этому мы покажем, что если мировая линия *криволинейная*, то интервал между начальным и конечным событием будет *больше* суммы интервалов между соседними событиями, измеренных вдоль мировой линии.



Фиг. 26.

Мировая линия характеризует историю действительного тела; она описывает движение этого тела с точки зрения некоего наблюдателя. Но скорость тела не может превосходить скорость света. Поэтому если промежуток времени и расстояние между двумя событиями в истории тела равны соответственно T и r, то мы знаем, что $cT > r$ и интервал между этими событиями будет вещественным. В приведенном выше численном примере $r = 5$ при $cT = 13$.

Вернемся к рассмотрению червя, мировая линия которого состоит из двух отрезков прямой AB и BC (фиг. 26). Предположим, что, регистрируя события A, B и C, наблюдатель O получает следующие результаты:

$$\text{для события } A: \quad ct = 0, \quad x = 0, \quad y = 0;$$

$$\text{для события } B: \quad ct = 13, \quad x = 2, \quad y = 5;$$

$$\text{для события } C: \quad ct = 26, \quad x = 6, \quad y = 8.$$

В этом случае для каждого из отрезков мы имеем

для отрезка AB: $cT_1 = 13$; $X_1 = 2$; $Y_1 = 5$;

для отрезка BC: $cT_2 = 26 - 13 = 13$;

$X_2 = 6 - 2 = 4$;

$Y_2 = 8 - 5 = 3$.

$$\frac{T_1}{T_2} = 1; \quad \frac{X_1}{X_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{5}{3}.$$

Так как координаты увеличиваются в разных пропорциях, мировая линия ABC не будет прямолинейной. Интервал от B до A равен

$$s = \sqrt{(13)^2 - 2^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 4 - 25} = \sqrt{140}.$$

Интервал от C до B равен

$$s = \sqrt{(13)^2 - 4^2 - 3^2} = \sqrt{169 - 16 - 9} = \sqrt{144} = 12.$$

Интервал от C до A равен

$$s = \sqrt{(26)^2 - 6^2 - 8^2} = \sqrt{676 - 36 - 64} = \sqrt{576} = 24.$$

Но $\sqrt{140}$ меньше 12. Таким образом, сумма интервалов между A и B и между B и C *меньше* интервала между A и C. Мы видим, что, если мировая линия ABC не прямолинейная, интервал между A и C оказывается больше того, что можно было бы назвать интервалом, *измеренным вдоль мировой линии ABC*. Мы приведем сейчас общее доказательство этого утверждения.

Прямолинейные и криволинейные мировые линии

Если мировая линия тела ABC прямолинейная, то мы знаем, что тело движется по прямой с постоянной скоростью. Пусть расстояние и промежуток времени между A и B равны r_1 и T_1, а между B и C равны r_2 и T_2, тогда можно сделать два вывода:

1) расстояние от C до A равно $r_1 + r_2$;

2) $r_1/cT_1 = r_2/cT_2$, так как эти отношения есть не что иное, как скорости тела (в единицах c) на отрезках AB и BC.

Кроме того, промежуток времени, разделяющий два события, C и A, равен T_1+T_2. Но это утверждение справедливо независимо от характера мировой линии, коль скоро тело движется.

Если нарушается одно из следствий (1) и (2), то мировая линия перестает быть прямой и отрезки AB и BC не будут лежать на одной прямой.

Следствие (1) справедливо только при условии, что *пространственной* траекторией тела является прямая линия; следствие (2) имеет место в том случае, когда тело движется с постоянной скоростью. Каждое из них является необходимым условием *равномерного* движения. Таким образом, если тело движется по прямой, но с переменной скоростью, то следствие (1) справедливо, а следствие (2) нарушается. Если тело движется с постоянной скоростью, скажем, вдоль двух сторон плоского треугольника, то следствие (1) нарушается, а следствие (2) остается справедливым. Но в любом из этих случаев мировая линия не будет прямолинейной. Если же тело движется вдоль плоской кривой с переменной скоростью, то, конечно, нарушаются оба следствия.

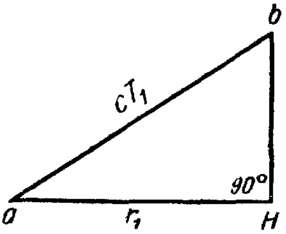
Интервал вдоль мировой линии

Если мировая линия AB прямолинейная, то в наших прежних обозначениях интервал между A и B будет равен $s=\sqrt{c^2T_1^2-r_1^2}$. Интервал можно изобразить прямоугольным треугольником abH (фиг. 27), в котором сторона $ab=cT_1$, сторона $aH=r_1$, а угол $abH=90°$. В этом случае, по теореме Пифагора, $(bH)^2+r_1^2=c^2T_1^2$, или $(bH)^2=c^2T_1^2-r_1^2$, так что

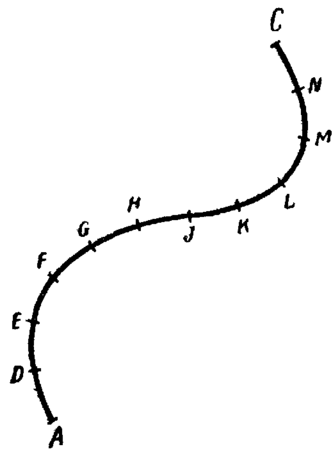
$$bH=\sqrt{c^2T_1^2-r_1^2}.$$

Сторона bH характеризует величину интервала s.

Теперь предположим, что мировая линия AC криволинейная. Рассмотрим последовательность многочисленных событий: D, E, F, G, ..., N (фиг. 28). Если число событий выбрано достаточно большим, то каждый из участков мировой линии AD, DE, EF, ... будет почти прямолинейным. В этом случае мы можем найти интервал между каждой парой событий, как это делалось выше. Если затем просуммировать все интервалы для соседних событий, то можно будет сказать, что мы вычислили *интервал между A и C вдоль мировой линии.* Мы докажем, что интервал вдоль мировой линии меньше интервала между A и C. Для этого достаточно показать, что если AB и BC представляют собой две *различные* прямолинейные мировые линии, то сумма интервалов между A и B и между B и C будет меньше интервала между A и C. Затем последовательность рассуждений такова: интервал AC больше суммы интервалов AD и DC, которая больше суммы интервалов AD, DE и EC, которая больше суммы интервалов AD, DE, EF и FC и так далее.



Ф и г. 27.



Ф и г. 28.

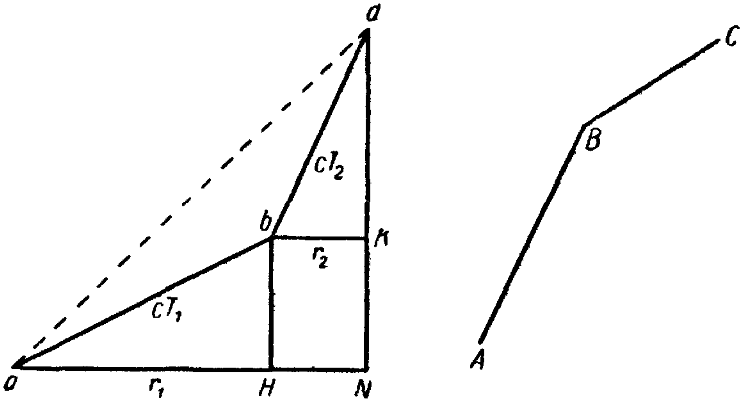
Максимальный интервал

Предположим, что два различных прямолинейных отрезка AB и BC образуют мировую линию тела, причем первому из них соответствует расстояние r_1 и промежуток времени T_1, а второму r_2 и T_2.

Предположим также, что события A и C разделены расстоянием r и промежутком времени T. В этом случае $T = T_1 + T_2$, а r не может быть больше $r_1 + r_2$. Поскольку отрезки AB и BC не лежат на одной прямой, то мы знаем, что либо r_1/cT_1 не равно r_2/cT_2, либо

r_1+r_2 превышает r. Может так оказаться, что верно и то и другое, но всегда должно быть справедливо по крайней мере одно из этих утверждений.

Мы будем изображать интервалы между A и B и между B и C так, как это делалось выше.



Фиг. 29.

Начертим треугольники aHb и bKd (фиг. 29) так, чтобы bK было параллельно aH, причем $aH=r_1$, $ab=cT_1$, $\angle aHb=90°$ и, кроме того, $bK=r_2$, $bd=cT_2$, $\angle bKd=90°$. Продолжим dK и aH до пересечения в точке N; мы получим прямоугольник $bKNH$. Интервалы между A и B и между B и C изображаются отрезками dK и bH, но $bH=KN$. Поэтому сумма интервалов между A и B и между B и A равна $dK+bH=dK+KN=dN$. Интервал между A и C равен $\sqrt{c^2T^2-r^2}=\sqrt{c^2(T_1+T_2)^2-r^2}$.

Если r_1/cT_1 не равно r_2/cT_2, то треугольники abH и bdK не будут подобны и соответственно углы baH и dbK не будут равны между собой. Это означает, что отрезки ab и bd не лежат на одной прямой и, следовательно, $ab+bd$ больше ad, или $cT_1+cT_2>ad$.

Кроме того, r не может превосходить r_1+r_2, а $r_1+r_2=aH+bK=aH+HN=aN$. Таким образом, интервал между A и C равен

$$s=\sqrt{(cT_1+cT_2)^2-r^2}>\sqrt{(ad)^2-(r_1+r_2)^2}=$$
$$=\sqrt{(ad)^2-(aN)^2},$$

или $s > dN$, так как $(ad)^2 = (aN)^2 + (Nd)^2$ и в свою очередь s больше суммы интервалов между A и B и между B и C.

Если же $r_1/cT_1 = r_2/cT_2$, так что отрезки ab и bd располагаются на одной прямой, то сумма $r_1 + r_2$ должна превышать r.

Пусть отрезок ab лежит на одной прямой с отрезком bd. Тогда $ad = ab + bd = cT_1 + cT_2$, а интервал между A и C

$$s = \sqrt{(cT_1 + cT_2)^2 - r^2} = \sqrt{(ad)^2 - r^2} > \sqrt{(ad)^2 - (r_1 + r_2)^2},$$

или $s > \sqrt{(ad)^2 - (aN)^2}$. Как и выше, получаем, что $s > dN$ или что s больше суммы интервалов между A и B и между B и C.

Следовательно, если мировая линия между событиями A и C не прямолинейная, то интервал между этими событиями, измеренный вдоль мировой линии, меньше прямолинейного интервала между A и C, т. е. он меньше интервала, измеренного вдоль *прямолинейной* мировой линии, соединяющей эти события.

Геодезический закон движения

Первый закон Ньютона утверждает, что в отсутствие сил движение тела описывается прямолинейной мировой линией. Теперь мы можем дать более общую формулировку этого закона.

Если тело движется свободно и если A и C представляют собой два события в его истории, то путь, проходимый телом в пространстве-времени между этими событиями, оказывается таким, что интервал между A и C вдоль этого пути будет максимальным.

Поразительная особенность этого утверждения состоит в том, что оно выделяет особый путь и в то же время не зависит от выбора системы отсчета, или, что то же самое, от точки зрения наблюдателя. Две точки в пространстве-времени соединяет бесчисленное множество путей, и среди этих путей имеется один, который отличается от остальных тем, что, по единодушному мнению всех наблюдателей, интервал вдоль этого пути оказывается наибольшим по сравнению со всеми прочими. Мировая линия, обладающая этим уникальным свойством, носит название *геодезической линии.*

Интересно отметить, что если бы тело двигалось по кривой между A и C со скоростью света, то интервал для каждого из отрезков пути был бы равен нулю, так как для светового луча $cT=r$, и поэтому полный интервал, измеренный вдоль этой криволинейной мировой линии, также оказался бы равным нулю. В действительности, мы можем соединить события A и C криволинейной мировой линией, интервал вдоль которой может принимать любое, наперед заданное значение от максимально возможного до нуля. Что же касается геодезической траектории, то она представляет собой единственно возможный путь свободно движущегося тела.

Единственной характеристикой, носящей объективный характер, с которой нам довелось пока столкнуться, оказался так называемый «интервал». Пространство и время сами по себе являются простым выражением связи наблюдателя с предметом, за которым он ведет наблюдение. Физической же реальностью является интервал.

Из сказанного ранее мы знаем, что интервал между двумя событиями в истории тела равен «собственному времени» этого тела, т. е. тому промежутку времени, который измеряется часами, связанными с этим телом. Поэтому выводы этой главы можно сформулировать следующим образом: предоставленные самим себе тела во Вселенной движутся по такому пути, вдоль которого собственное время между их рождением и гибелью оказывается максимальным. Тело «выбирает» тот путь, который обеспечивает ему наибольшую продолжительность жизни (с его точки зрения). Если A и B — два события в жизни тела, то путь между этими событиями выбирается таким, чтобы он занимал наибольший промежуток времени (по его собственным часам).

Это правило было названо Бертраном Расселом «Законом космической ленности». В теории относительности оно вытеснило прежнюю тенденцию тел следовать «линии наименьшего сопротивления».

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Событие A задается $x = 1$, $y = 3$, $z = 8$ и $ct = 35$, а событие B задается $x = 4$, $y = 7$, $z = 20$ и $ct = 120$. Чему равен интервал между этими событиями?

2. Мировая линия тела в упражнении 1 представляет собой прямую, соединяющую точки A и B. Каковы пространственные координаты события, происходящего с телом при $ct = 52$? Каковы координаты события, происходящего с телом при $z = 14$?

3. В условиях упражнения 1 посторонний наблюдатель утверждает, что события A и B происходят в одном и том же месте. Какой промежуток времени он припишет этим событиям? Каков характер прямолинейной мировой линии, соединяющей A и B, по мнению этого наблюдателя, и как им исчисляется время?

4. Каков в общих чертах характер мировых линий: 1) станции метрополитена, 2) поезда на одной из станций метрополитена, с точки зрения а) рабочего на перроне, б) машиниста поезда, в) наблюдателя на Солнце?

5. Положение тела в пространстве-времени задается координатами $x = 27a$, $y = 36a$, $z = 60a$ и $ct = 85a$, причем историю тела можно проследить, задавая a последовательно все целочисленные значения от 0 до 4. Что вы можете сказать о характере мировой линии этого тела? Каков интервал между событиями, отвечающими $a = 4$ и $a = 0$?

6. Пусть движение тела происходит в плоскости и три события из его жизни A, B и C задаются координатами $x = 0$, $y = 0$, $ct = 0$; $x = 6$, $y = 15$, $ct = 17$; $x = 18$, $y = 24$, $ct = 34$. Чему равны: а) интервал между A и C, б) сумма интервалов между A и B и между B и C? Является ли движение частицы свободным?

ГЛАВА ВОСЬМАЯ ◇ # Масса и импульс

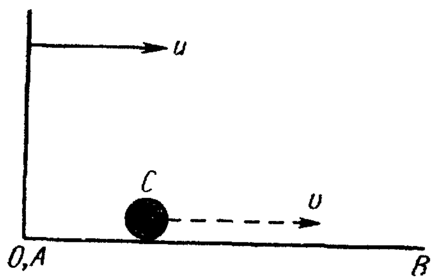
«Мы знакомимся с изменчивыми состояниями или свойствами материи и даем одному состоянию одно имя, другому — другое, как если бы это был человек или собака. Ничего другого о сущности материи, за исключением движения, мы вообще и не знаем».

С. БАТЛЕР

Сложение скоростей

Допустим (фиг. 30), что в системе отсчета AB тело C начинает двигаться из точки A в ноль часов (как по часам наблюдателя A, так и по часам наблюдателя O) и движется в направлении B с постоянной скоростью, причем, согласно измерениям наблюдателя A, тело проходит путь x_1 от A до B за время t_1. Допустим, что по его измерениям скорость C составляет v. Тогда

$$v = \frac{x_1}{t_1}.$$



Фиг. 30.

Предположим, кроме того, что, по мнению наблюдателя O, система AB движется в направлении от точки A к точке B со скоростью u. Какую скорость припишет наблюдатель O телу C?

Наблюдатель O утверждает, что перемещение в точку B, которая находится на расстоянии x, занимает время t, причем (см. стр. 70)

$$x = \frac{x_1 + ut_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} \quad \text{и} \quad t = \frac{t_1 + (ux_1/c^2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}.$$

Итак, наблюдатель O считает, что скорость тела C составляет x/t, где

$$\frac{x}{t}=\frac{x_1+ut_1}{t_1+(ux_1/c^2)}=\frac{(x_1/t_1)+u}{1+(ux_1/t_1c^2)}=\frac{v+u}{1+(uv/c^2)}.$$

Полученный результат можно сформулировать следующим образом. Пусть тело C движется со скоростью v в системе отсчета наблюдателя A вдоль линии AB, а сама система удаляется от наблюдателя O в направлении от точки A к точке B со скоростью u. Тогда измеренная наблюдателем O скорость тела C будет равна

$$\frac{u+v}{1+(uv/c^2)}.$$

Этот результат противоречит правилу сложения скоростей в механике Ньютона. Если пассажир, едущий со скоростью 20 *фут/сек*, бросает бутылку в направлении движения поезда со скоростью 10 *фут/сек*, то, по мнению стоящего у полотна рабочего, бутылка летела со скоростью $20+10=30$ *фут/сек*. Выведенная формула показывает, что простое сложение скоростей, строго говоря, не дает абсолютно точного результата. Но для столь малых скоростей, как только что рассмотренные, поправка, конечно, оказывается незаметной. Действительно, 1 *фут/сек* — это примерно одна миллиардная доля скорости света ($c/10^9$).

Поскольку скорости равны $2c/10^8$ и $c/10^8$, то суммарная скорость составляет

$$\frac{2c/10^8+c/10^8}{1+(2c^2/10^{16}c^2)}=\frac{3c/10^8}{1+(2/10^{16})}=\frac{30}{1{,}0000000000000002}\ \textit{фут/сек},$$

что неотличимо от величины 30 *фут/сек*.

Но для частиц, движущихся с очень большими скоростями, например для бета-частиц, испускаемых радиоактивными веществами со скоростями, которые достигают 0,99 c, поправка, вносимая этой формулой, оказывается значительной.

Интересен крайний случай, когда тело C движется со скоростью света, т. е. $v=c$.

Следуя ньютоновскому закону сложения скоростей, наблюдатель O приписал бы в этом случае телу

C скорость $c+u$. Однако релятивистская формула дает

$$\frac{c+u}{1+(uc/c^2)}=c.$$

Таким образом, в данном случае результаты измерений наблюдателя O оказываются тождественными с результатами наблюдателя A. То, что сейчас было получено, есть не что иное, как повторение утверждения, лежащего в основе всей теории, а именно: все наблюдатели, измеряющие скорость света, должны получать один и тот же результат.

Поперечная скорость

Предположим далее, что тело C начинает двигаться в ноль часов из точки A и движется с постоянной скоростью w под прямым углом к AB. Какую скорость в этом случае припишет телу C наблюдатель O?

Допустим, что, по утверждению наблюдателя A, тело C проходит путь y_1 за время t_1, так что $w=y_1/t_1$.

Наблюдатель O утверждает, что тело C проходит путь y за время t, причем $y=y_1$, а $t=(t_1+ux_1/c^2)/\sqrt{1-(u^2/c^2)}$. Но $x_1=0$, так как, согласно наблюдателю A, тело C движется перпендикулярно AB. Поэтому

$$t=\frac{t_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}$$

и

$$\frac{y}{t}=y_1:\ \frac{t_1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\ \frac{y_1}{t_1}=w\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\,.$$

Итак, наблюдатель O утверждает, что тело C движется со скоростью $w\sqrt{1-(u^2/c^2)}$ в направлении, перпендикулярном AB, и со скоростью u вдоль AB.

Наконец, предположим, что наблюдатель A приписывает телу C скорость v в направлении AB и скорость w в перпендикулярном направлении. Спустя время t_1 по часам наблюдателя A тело пройдет путь x_1 вдоль AB и путь y_1 в перпендикулярном направлении, причем $v=x_1/t_1$ и $w=y_1/t_1$.

Наблюдатель O утверждает, что прошло время t и что пути, пройденные телом C в двух направлениях, соответственно равны x и y, причем

$$x = \frac{x_1 + ut_1}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}, \quad y = y_1 \quad \text{и} \quad t = \frac{t_1 + (ux_1/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

Таким образом, наблюдатель O считает, что скорость тела в направлении AB равна x/t, т. е.

$$\frac{x_1 + ut_1}{t_1 + (ux_1/c^2)} = \frac{u + v}{1 + (uv/c^2)},$$

а скорость тела C в направлении, перпендикулярном AB, составляет y/t, т. е.

$$\frac{y}{t} = y_1 \frac{t_1 + (ux_1/c^2)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \frac{y_1}{t_1 + (ux_1/c^2)} =$$
$$= \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \frac{y_1/t_1}{1 + (ux_1/t_1c^2)} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \frac{w}{1 + (uv/c^2)}.$$

Итак, скорость тела C в направлении, перпендикулярном AB, равна

$$\frac{w\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}{1 + (uv/c^2)}.$$

Таким образом, ясно, что результат, который получает наблюдатель O при измерении поперечной скорости тела, зависит от величины продольной скорости этого тела.

Интересной иллюстрацией этого закона сложения скоростей является случай распространения света в движущейся среде.

Коэффициент увлечения Френеля

Скорость света зависит от свойств среды, в которой он распространяется. В вакууме скорость света равна 300 000 *км/сек*, в воздухе она почти такая же. В других средах скорость света может оказаться значительно меньшей. Если *показатель преломления* среды равен μ, то скорость света в среде составляет c/μ; при этом μ, конечно, всегда превышает единицу. Для воды $\mu \approx 1{,}33$.

Допустим, что световой луч распространяется в воде с показателем преломления μ; вода протекает в том же направлении по трубе со скоростью u. С какой скоростью относительно трубы распространяется световой луч?

Если считать эфир покоящимся, то следует ожидать, что *движение* воды не будет оказывать влияния на скорость распространения света. В этом случае скорость света будет составлять c/μ.

Если считать, что эфир увлекается водой, то, согласно ньютоновскому закону сложения скоростей, скорость света относительно трубы составит $c/\mu+u$.

Эксперименты, выполненные Физо в 1851 г. и Гуком в 1868 г., показали, что в действительности скорость распространения света имеет промежуточное значение, равное $c/\mu+u[1-(1/\mu^2)]$. Френель предположил, что полученный результат обусловлен увлечением эфира, т. е., иными словами, это эфир лишь частично увлекается водяным потоком.

Теория относительности дает иное объяснение. Световой луч распространяется в воде со скоростью c/μ, причем сама вода движется со скоростью u. Таким образом, посторонний наблюдатель, воспользовавшись правилом сложения скоростей (см. стр. 108), скажет, что скорость света равна

$$\frac{(c/\mu)+u}{1+cu/\mu c^2}=\frac{(c/\mu)+u}{1+(u/\mu c)}=\frac{[(c/\mu)+u]\,[1-(u/\mu c)]}{[1+(u/\mu c)]\,[1-(u/\mu c)]}=$$

$$=\frac{(c/\mu)+u-(u/\mu^2)-(u^2/\mu c)}{1-(u^2/\mu^2c^2)}.$$

Скорость протекания воды u мала по сравнению со скоростью света. Поэтому, пренебрегая u/c, мы получаем достаточно точное приближение. В этом случае скорость света будет равна

$$\frac{c}{\mu}+u-\frac{u}{\mu^2}=\frac{c}{\mu}+u\left(1-\frac{1}{\mu^2}\right).$$

Полученный результат согласуется с тем, что требует эксперимент. Таким образом, мы видим, что экспериментальный результат хорошо совпадает с предсказываемым теорией относительности. Выражение

$1-(1/\mu^2)$ называют *коэффициентом увлечения Френеля.* Подробное описание опытов Физо и Гука читатель может найти в любом учебнике по оптике.

Масса

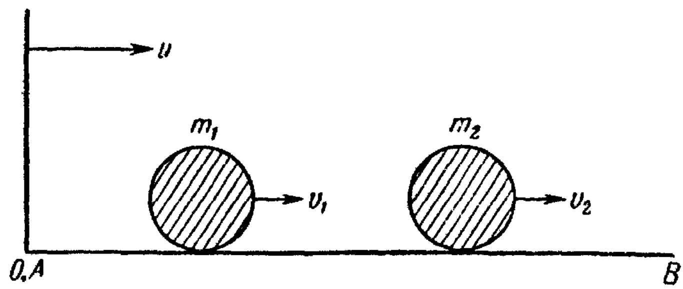
В ньютоновской механике каждому телу приписывается число, характеризующее некое свойство тела, которое называют его *массой.* Масса данного тела считается неизменной характеристикой, которая не зависит от его положения или скорости, а также от любого оказываемого на тело воздействия, если, конечно, при этом тело не исчезает по частям. Ньютон считал, что масса тела характеризует количество содержащейся в нем материи: эта фраза не является определением массы, а лишь указывает на природу концепции, о которой идет речь. Второй закон Ньютона утверждает, что скорость изменения «количества движения» тела пропорциональна приложенной силе, и этот закон можно рассматривать либо как ньютоновское определение понятия массы, либо как способ измерения силы. Закон показывает, что если «количество движения» тела определить как произведение его массы и скорости, то увеличение в единицу времени количества движения будет являться мерой силы, действующей на тело. Вместо понятия «количество движения» обычно пользуются термином «импульс»:

$$\text{импульс} = \text{масса} \times \text{скорость}.$$

Понятие импульса в ньютоновской механике играет важную роль. Рассмотрим произвольное количество тел, находящихся в состоянии движения: если на систему не действуют *внешние* силы, то полный импульс системы будет оставаться постоянным. Входящие в состав системы тела могут взаимодействовать друг с другом, например, благодаря взаимным соударениям. Участвующие в таких взаимодействиях силы не являются внешними и не влияют на суммарный импульс системы в целом. В результате соударений и т. п. может происходить передача импульса от одного тела другому: импульс, теряемый одним телом, приобретается другим или другими телами, входящими в состав системы. Но количество движения или импульс системы в целом будет оставаться прежним, пока на систему не действуют внешние силы, сообщающие импульс всей системе. Образно говоря, импульс подобен статье закона, которую нельзя обойти. Если общество людей обладает достаточным количеством денег и если эти люди не получают денег от посторонних и не выплачивают им денег, а просто обмениваются деньгами друг с другом, совершая финансовые операции, то суммарный капитал общества будет оставаться постоянным; любой член общества может увеличить свои денежные запасы лишь за счет другого или других членов. Полезно, быть может, продолжить эту аналогию.

Мы сопоставляем суммарному капиталу определенного круга людей и числу членов этого общества полное количество движения (импульс) замкнутой системы тел и число тел в этой системе. Изучающий это общество наблюдатель может иметь денежные стандарты, отличные от стандартов членов общества. Но, по его оценке, полный капитал общества будет оставаться одним и тем же, какой бы обмен деньгами не происходил между отдельными членами общества. Оценка полного капитала таким наблюдателем будет отличаться от оценки другого наблюдателя, имеющего иные денежные стандарты, однако, какой бы она ни была по своей величине, она будет оставаться постоянной, пока новые деньги не будут введены в оборот или не изымутся из оборота. Допустим, что у наблюдателя может двоиться в глазах; в этом случае, пересчитав членов общества, он получит результат иной, чем наблюдатель с нормальным зрением. Но коль скоро нет случаев рождения и смерти, эмиграции и иммиграции, полученная в результате переписи цифра будет оставаться постоянной независимо от поведения членов общества. Наблюдатель производит численное измерение двух характеристик общества, а именно его капитала и числа его членов. Обе эти характеристики присущи самому обществу и не зависят от наблюдателя, хотя различные наблюдатели могут пользоваться различными приемами измерений. Но при перечисленных условиях мы можем утверждать, что имеют место законы сохранения капитала и членства в обществе.

Таким образом, имея дело с замкнутой системой, содержащей любое количество тел и не подверженной воздействию внешних сил, мы будем утверждать, что в ней имеют место законы сохранения импульса и массы. Различные наблюдатели могут получать разные числовые выражения этих законов, но независимо от того, какие внутренние силы вызывают перераспределение импульса или массы, мы утверждаем, что величины полного импульса и полной массы, полученные любым наблюдателем, будут оставаться постоянными.



Фиг. 31.

Предположим теперь, что система отсчета AB содержит два тела с массами m_1 и m_2 (фиг. 31), которые движутся со скоростями v_1 и v_2 в направлении от точки A к точке B. Допустим, что, по утверждению наблюдателя O, система наблюдателя A удаляется от него в направлении от A к B со скоростью u. Наблюдатель A утверждает, что полная масса тел системы равна, скажем, b, т. е.

$$m_1 + m_2 = b,$$

а полный импульс системы равен, скажем, d, т. е.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = d.$$

Итак, b и d — определенные постоянные, которые выражают измеренные наблюдателем A величины полной массы и полного импульса системы, независимо от того, что происходит с телами в отсутствие внешних сил. Тела могут соударяться, благодаря чему будет происходить передача импульса; соударение может сопровождаться развалом одного или обоих тел на несколько частей и т. п. Несмотря на все это, наблюдатель A, рассматривая систему в целом, всегда будет получать одни и те же значения b и d; таким образом, эти значения характеризуют внутреннее свойство системы.

Если наблюдатель O считает принципы ньютоновской механики правильными и согласен с наблюдателем A в том, что полная масса всегда равна $m_1 + m_2 = b$, то он будет утверждать, что полный импульс равен

$$m_1(u+v_1) + m_2(u+v_2) = m_1u + m_1v_1 + m_2u + m_2v_2 = \\ = u(m_1+m_2) + m_1v_1 + m_2v_2 = ub + d.$$

Таким образом, наблюдатель O не согласится с измеренной наблюдателем A величиной полного импульса, но подтвердит, что полный импульс всегда остается постоянным, независимо от того, какие бы катастрофы не происходили внутри системы. Другими словами, если один наблюдатель, следя за поведением системы, утверждает, что полная масса и полный импульс сохраняют свои значения, то любой другой наблюдатель согласится с этим утверждением, хотя и может возразить против численных значений этих констант.

Но если наблюдатель O основывает свои наблюдения на законах механики Эйнштейна, то он будет утверждать, что скорости тел равны

$$\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)} \quad \text{и} \quad \frac{u+v_2}{1+(uv_2/c^2)},$$

а полный импульс системы равен

$$\frac{m_1(u+v_1)}{1+(uv_1/c^2)} + \frac{m_2(u+v_2)}{1+(uv_2/c^2)} = \\ = u\left[\frac{m_1}{1+(uv_1/c^2)} + \frac{m_2}{1+(uv_2/c^2)}\right] + \frac{m_1v_1}{1+(uv_1/c^2)} + \frac{m_2v_2}{1+(uv_2/c^2)}.$$

Итак, по мнению A, какие бы ни происходили с телами катастрофы, величины m_1+m_2 и $m_1v_1+m_2v_2$ останутся неизменными, хотя компоненты этих сумм m_1, m_2, v_1 и v_2 могут меняться по величине самым различным образом. Мы видим, что этих условий оказывается уже недостаточно, чтобы выражение для импульса, полученное наблюдателем O, сохранялось неизменным, так как мы не можем записать его с помощью только u, b и d.

Иными словами, если один наблюдатель, следя за поведением системы тел, приходит к выводу, что полная масса и полный импульс никогда не изменяют своей величины, то этого недостаточно, чтобы заставить другого наблюдателя принять ту же самую точку зрения.

Это означает, что мы вынуждены отказаться от закона сохранения импульса как свойства системы тел и считаться с его зависимостью от точки зрения наблюдателя.

Подобный шаг лишил бы механику одного из наиболее важных основных законов. Эта жертва оказалась ненужной благодаря новой концепции массы, введенной Эйнштейном.

Эйнштейновское определение массы

Вместо того, чтобы считать массу тела не зависимой от его скорости, мы примем, что если масса тела, покоящегося в системе отсчета A, равна m, то при движении тела в этой системе со скоростью v его масса, измеренная наблюдателем A, окажется равной

$$\frac{m}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Интересно отметить, что задолго до того, как Эйнштейн ввел это определение массы, из экспериментальных исследований были получены указания, что масса тел, движущихся с очень большими скоростями, зависит от их скорости. Дж. Дж. Томсон, изучая поведение электронов, показал, что большая скорость приводит к кажущемуся увеличению массы в формуле

$mv^2/2$. Можно показать (см. упражнение 7 на стр. 124), что если v/c мало, то $m + (mv^2/2c^2)$ будет приближенным выражением для $m/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$.

Приняв это определение массы, мы можем доказать, что если один наблюдатель утверждает, что и масса и импульс системы тел остаются постоянными, то все прочие наблюдатели согласятся с ним. Определение импульса остается прежним:

$$\text{масса} \times \text{скорость}.$$

Таким образом, если тело в состоянии покоя в системе отсчета A обладает массой m, то при движении в этой системе со скоростью v его масса будет равна

$$\frac{m}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

а импульс

$$\frac{mv}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Законы сохранения массы и импульса

В тех же обозначениях, что и на стр. 114, мы можем написать, что, согласно наблюдателю A, полная масса равна, скажем, b, т. е.

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}} + \frac{m_2}{\sqrt{1-(v_2^2/c^2)}} = b,$$

а полный импульс равен, скажем, d, т. е.

$$\frac{m_1 v_1}{\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}} + \frac{m_2 v_2}{\sqrt{1-(v_2^2/c^2)}} = d.$$

Какие бы (внутренние) превращения ни претерпевала система тел, вычисляя полную массу и полный импульс, наблюдатель A всегда будет получать значения b и d.

Давайте рассмотрим теперь расчет наблюдателя O. По его мнению, скорости тел равны

$$\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)} \quad \text{и} \quad \frac{u+v_2}{1+(uv_2/c^2)}.$$

Таким образом, масса первого тела равна

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-\left[\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)}\right]^2\frac{1}{c^2}}}.$$

Далее

$$1-\left[\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)}\right]^2\frac{1}{c^2}=\frac{[1+(uv_1/c^2)]^2-(u+v_1)^2/c^2}{[1+(uv_1/c^2)]^2}=$$

$$=\frac{1+\left(2uv_1/c^2\right)+\left(u^2v_1^2/c^4\right)-\left(u^2/c^2\right)-\left(2uv_1/c^2\right)-\left(v_1^2/c^2\right)}{\left[1+\left(uv_1^2/c^2\right)\right]^2}=$$

$$=\frac{1+\left(u^2v_1^2/c^4\right)-\left(u^2/c^2\right)-\left(v_1^2/c^2\right)}{[1+(uv_1/c^2)]^2}=\frac{\left[1-\left(u^2/c^2\right)\right]\left[1-\left(v_1^2/c^2\right)\right]}{[1+(uv_1/c^2)]^2}.$$

Итак, масса первого тела равна

$$m_1:\sqrt{\frac{\left[1-\left(u^2/c^2\right)\right]\left[1-\left(v_1^2/c^2\right)\right]}{\left[1+\left(uv_1/c^2\right)\right]^2}}=\frac{m_1\left[1+\left(uv_1/c^2\right)\right]}{\sqrt{1-\left(u^2/c^2\right)}\sqrt{1-\left(v_1^2/c^2\right)}},$$

а полная масса равна

$$\frac{m_1\,[1+(uv_1/c^2)]}{\sqrt{1-\left(u^2/c^2\right)}\sqrt{1-\left(v_1^2/c^2\right)}}+\frac{m_2\,[1+(uv_2/c^2)]}{\sqrt{1-\left(u^2/c^2\right)}\sqrt{1-\left(v_2^2/c^2\right)}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-\left(u^2/c^2\right)}}\left\{\frac{m_1+(m_1uv_1/c^2)}{\sqrt{1-\left(v_1^2/c^2\right)}}+\frac{m_2+(m_2uv_2/c^2)}{\sqrt{1-\left(v_2^2/c^2\right)}}\right\}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-\left(u^2/c^2\right)}}\left\{\frac{m_1}{\sqrt{1-\left(v_1^2/c^2\right)}}+\frac{m_2}{\sqrt{1-\left(v_2^2/c^2\right)}}+\right.$$

$$\left.+\frac{u}{c^2}\left[\frac{m_1v_1}{\sqrt{1-\left(v_1^2/c^2\right)}}+\frac{m_2v_2}{\sqrt{1-\left(v_2^2/c^2\right)}}\right]\right\}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\left(b+\frac{u}{c^2}d\right).$$

Итак, хотя наблюдатели O и A приписывают полной массе различные значения, коль скоро полная масса и полный импульс, по мнению A, остаются постоянными, наблюдатель O также обнаружит, что полная масса всегда остается одной и той же.

Согласно наблюдателю O, импульс первого тела равен

$$\frac{m_1}{\sqrt{1-\left[\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)}\right]^2\frac{1}{c^2}}}\,\frac{u+v_1}{1+\frac{uv_1}{c^2}}.$$

Используя только что полученные результаты, мы видим, что это выражение равно

$$\frac{m_1\,[1+(uv_1/c^2)]}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}\,\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}}\,\frac{u+v_1}{1+(uv_1/c^2)}=$$

$$=\frac{m_1\,(u+v_1)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}\,\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}},$$

а полный импульс равен

$$\frac{m_1\,(u+v_1)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}\,\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}}+\frac{m_2\,(u+v_2)}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}\,\sqrt{1-(v_2^2/c^2)}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\left\{u\left[\frac{m_1}{\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}}+\frac{m_2}{\sqrt{1-(v_2^2/c^2)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{m_1v_1}{\sqrt{1-(v_1^2/c^2)}}+\frac{m_2v_2}{\sqrt{1-(v_2^2/c^2)}}\right\}=\frac{1}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\,(ub+d).$$

Хотя наблюдатели A и O приписывают полному импульсу различные значения, тем не менее, коль скоро наблюдатель A обнаружит, что масса и полный импульс остаются постоянными, наблюдатель O также придет к выводу, что полный импульс не меняет своей величины.

Итак, если мы примем эйнштейновское определение массы, то нам удастся спасти не только закон сохранения массы, но и закон сохранения импульса. Обе эти величины представляют собой свойства самой системы тел, не зависящие от наблюдателя, хотя различные наблюдатели применяют для измерения этих величин различные стандарты.

Предыдущее рассмотрение касалось лишь случая, когда направление движения совпадает с направлением, в котором система отсчета наблюдателя A удаляется от наблюдателя O. Если тело находится в системе отсчета наблюдателя A в состоянии покоя и имеет массу m, то мы утверждаем, что масса этого тела, когда его скорость в системе наблюдателя A достигнет v, по измерениям наблюдателя A равна $m/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ независимо от направления движения тела. Чтобы получить законы сохранения массы и импульса в общем случае, необходимо, конечно, учитывать правило сложения поперечных скоростей; метод остается прежним, изменяются лишь конкретные выкладки. Мы предлагаем читателю проделать их в качестве упражнения.

Для тела, находящегося в состоянии покоя в некой системе отсчета, мерой его массы в этой системе служит «собственная масса». В приведенных выше рассуждениях m представляла собой собственную массу тела в системе отсчета наблюдателя A.

Если тело покоится в системе отсчета наблюдателя A, то, по утверждению наблюдателя O, его масса составляет $m/\sqrt{1-(u^2/c^2)}$. На стр. 117 указывалось, что если u/c мало, то написанное выражение для массы приблизительно равно $m[1+(u^2/2c^2)]$ или $m+(mu^2/2c)$.

Читатели, знакомые с элементарной механикой, узнают в величине $mu^2/2$ так называемую «кинетическую энергию» тела, т. е. то количество работы, которое тело способно совершить благодаря своему движению. Термин «потенциальная энергия» используется для обозначения той работы, которую тело может совершить в силу своего положения или конфигурации. К примеру, говорят, что сжатая пружина обладает потенциальной энергией. Согласно точке зрения наблюдателя O, масса тела приблизительно равна $m+mu^2/2c$, т. е. сумме собственной массы тела и величины, пропорциональной его кинетической энергии.

Таким образом, природа собственной массы оказывается такой, что мы можем представлять себе собственную массу m тела как его потенциальную энергию в системе, где это тело покоится.

Следовательно, измеренная наблюдателем O масса тела эквивалентна сумме потенциальной и кинетической энергии этого тела. Сам факт увеличения массы тела со скоростью эквивалентен утверждению, что увеличение кинетической энергии проявляется в увеличении кажущейся массы. Это приводит нас к отождествлению массы и энергии и к рассмотрению закона сохранения массы как эквивалентной формулировки закона сохранения энергии.

Импульс и интервал

Сравнительное усложнение выкладок, использованных нами при доказательстве законов сохранения массы и импульса, по-видимому, делает тем более удивительным простой конечный результат. Было ли новое определение массы счастливой находкой или же существовали некоторые аргументы, которые подсказывали возможный вид выражения, инвариантного при переходе от одной системы к другой?

Если от скорости, представляющей собой перемещение в единицу времени, перейти к перемещению, отнесенному на единичный интервал (в долях c), то мы получим новое определение импульса для случая равномерного движения в системе отсчета наблюдателя A, т. е. $mx/(s/c)$, где $s^2=c^2t^2-x^2$. Далее,

$$\frac{s^2}{t^2}=c^2-\frac{x^2}{t^2}=c^2-v^2$$

и

$$\frac{s}{ct}=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \quad \text{а} \quad \frac{ct}{s}=\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Следовательно,

$$\frac{mx}{s/c}=m\left(\frac{x}{t}\right)\left(\frac{ct}{s}\right)=\frac{mv}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Если m — собственная масса тела в системе отсчета наблюдателя A, то мы можем утверждать, что импульс тела равен произведению

> собственной массы на перемещение, отнесенное к единице интервала (в долях c),

либо

> модифицированной массы на перемещение в единицу времени.

Таким образом, чтобы избежать нарушения закона сохранения импульса, мы должны были бы видоизменить наше определение скорости либо, как это и было сделано выше, модифицировать определение массы.

Принципы специальной теории относительности

В этой книге мы все время рассматривали всевозможные явления с точек зрения различных наблюдателей и пытались установить соответствие между получаемыми ими результатами. Если сформулирован какой-либо закон, охватывающий ряд физических явлений, то его правомочность должна быть признана в равной степени всеми наблюдателями. Если получено математическое выражение закона, то оно должно сохранять свой вид при переходе из системы отсчета одного наблюдателя в систему отсчета другого наблюдателя. Иными словами, математическая запись закона должна оставаться инвариантной при любом изменении системы отсчета. Мы уже видели, что интервал между двумя событиями является инвариантом. Закон, не удовлетворяющий этому требованию, не может быть справедливым. В этом и состоит принцип относительности Эйнштейна. До сих пор мы имели дело с системами отсчета, которые двигались друг относительно друга с постоянной скоростью. Это обстоятельство нашло свое выражение в наименовании теории, названной *специальной теорией относительности* и сформулированной Эйнштейном в 1905 г. В *общей теории относительности* рассматриваются соотношения между системами отсчета, движущимися друг относительно друга с переменной скоростью; полученные в этой области результаты Эйнштейн не публиковал до 1915 г., а из-за войны они не привлекли к себе внимания в Англии вплоть до 1917 г.

Принцип специальной теории относительности Эйнштейна можно сформулировать следующим образом: *каждый закон природы, справедливый в одной системе отсчета* (скажем, в системе наблюдателя A), *должен* *быть справедлив и в любой другой системе отсчета* (скажем, в системе наблюдателя O) *при условии, что эти системы движутся друг относительно друга с постоянной скоростью.*

Это эквивалентно утверждению, что не существует такого эксперимента, который позволил бы обнаружить равномерное движение через эфир. В противном случае, если бы закон оказался справедлив только в одной системе, это указывало бы на уникальный характер этой системы и позволило бы использовать такую систему в качестве стандартной. В равной степени, если бы удалось обнаружить равномерное движение через эфир, то у нас появился бы однозначный критерий, позволяющий отличить эту абсолютную систему от всех остальных.

Задача теории относительности заключается в *отделении субъективных впечатлений наблюдателя и соотношений, связывающих его с тем, что он наблюдает, от реальных свойств наблюдаемого явления.* Центральное место, занимаемое в теории *интервалом*, обусловлено тем, что он представляет собой физическую реальность. Сам термин «теория относительности» может до некоторой степени ввести в заблуждение, ибо он как бы подчеркивает относительный характер физических исследований. Заслуга Эйнштейна заключается в том, что ему удалось сформулировать физические принципы, которые не зависят от наблюдателя. Поэтому его работу с бо́льшим основанием следовало бы назвать теорией физической реальности, или теорией пространственно-временны́х событий.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Тело C движется в системе отсчета наблюдателя A вдоль линии AB со скоростью $\frac{1}{2}c$. Наблюдатель O утверждает, что система отсчета наблюдателя A движется в направлении от точки A к точке B со скоростью: а) $\frac{1}{2}c$, б) $\frac{9}{10}c$. Какова скорость тела C, по мнению наблюдателя O?

2. Повторите решения упражнения 1, считая, что тело C движется в системе отсчета наблюдателя A в направлении от точки B к точке A.

3. Тело C движется в системе отсчета наблюдателя A со скоростью $^1/_2\,c$ под прямым углом к AB. Наблюдатель O утверждает, что система отсчета наблюдателя A движется в направлении от точки A к точке B со скоростью $^3/_5\,c$. Какова скорость тела C, по мнению наблюдателя O?

4. Тело C покоится в системе отсчета наблюдателя A, причем, согласно измерениям этого наблюдателя, его масса равна 2. Если теперь тело C движется со скоростью $^3/_5\,c$ вдоль AB в системе отсчета наблюдателя A, то какой по мнению A будет масса этого тела? Если наблюдатель O утверждает, что система отсчета наблюдателя A движется вдоль AB со скоростью $^1/_2\,c$, то какой будет масса тела по мнению этого наблюдателя?

5. Пусть тело C движется в соответствии с условиями упражнения 4. Найдите импульс этого тела, измеренный: а) наблюдателем A, б) наблюдателем O.

6. Тело с собственной массой, равной 5, движется со скоростью $^1/_{10}\,c$. Покажите, что увеличение массы приблизительно равно кинетической энергии тела (т. е. произведению половины массы на квадрат скорости), деленной на c^2.

7. Покажите, что

$$\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)=1-\frac{3}{4}\,\frac{v^4}{c^4}-\frac{v^6}{4c^6}$$

и что если v^4/c^4 мало, то $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ приблизительно равно $1+(v^2/2c^2)$.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ ◇

Общая теория относительности

«Я сделал столь удивительное открытие, что от изумления не могу прийти в себя: из ничего я создал новый, ни на что не похожий мир».

ДЖ. БОЛЬЯИ

В специальной теории относительности мы имеем дело с особым типом наблюдателей, а именно с наблюдателями, движущимися относительно происходящего события с *постоянной* скоростью. Как мы уже видели, эта теория не дает оснований поручить кому-либо из наблюдателей роль арбитра. Теперь необходимо перейти к рассмотрению более общего случая и выяснить, что изменится, если наблюдатели и события будут двигаться друг относительно друга с переменной скоростью? Движения такого рода широко распространены; их исследование и составляет предмет так называемой *общей теории относительности.*

Сила и ускорение

Если камень падает с вершины башни, то его скорость непрерывно возрастает. Если сопростивление воздуха пренебрежимо, то скорость будет увеличиваться равномерно: спустя 1 *сек* она достигнет 9,8 *м/сек*, через 2 *сек* скорость составит 19,6 *м/сек*, спустя 3 *сек* — 29,4 *м/сек* и т. д. Мы говорим, что тело движется с *постоянным ускорением*, величина которого составляет 9,8 *м/сек* за 1 *сек*, или 9,8 *м/сек*^{2}. Ускорение тела представляет собой *увеличение его скорости в* *единицу времени.* Если скорость уменьшается, то ускорение будет отрицательным. Согласно положениям ньютоновской механики, тело ускоряется (т. е. его скорость меняется по величине или по направлению, или и то и другое) *тогда и только тогда*, когда на тело действует сила. Величина силы характеризуется увеличением импульса в единицу времени, или, иными словами, произведением массы на увеличение скорости в единицу времени, или, иначе, произведением массы на ускорение.

Если тело A оказывает давление на тело B, то нетрудно представить себе природу силы, с которой A воздействует на B. Вообразим, что B бомбардируется несметным количеством молекул, испускаемых телом A, которые движутся с очень большими скоростями и передают часть своего импульса молекулам тела B. Поэтому легко понять природу силы, которая действует, как нам кажется, за счет непосредственного контакта; такого рода силы играют большую роль в обычной жизни. Сиденье стула, на котором я сижу, бомбардирует меня своими молекулами, причем каждая из них передает мне часть своего импульса и создает у меня ощущение силы, которую я называю давлением, оказываемым стулом. Но приобретаемый мною импульс тут же «расходуется». Причина заключается в том, что, согласно Ньютону, существует сила притяжения, направленная к центру Земли. Сила, с которой Земля воздействует на меня, представляет собой силу тяжести.

Ясно, что эта сила совершенно иной природы; она действует не за счет непосредственного контакта, а неуловимо присутствует во всем пространстве, уменьшаясь обратно пропорционально квадрату расстояния от источника. Мы уже упоминали (стр. 14) о том, что гипотеза «действия на расстоянии» сопряжена с трудностями, о которых обычно забывают, привыкнув к этой особенности силы тяжести. Однако силе тяжести присуща еще более достопримечательная особенность.

Проведем опыт, в котором два тела будут двигаться под действием земного притяжения, не подвергаясь в то же время действию каких-либо других сил. Ньютон брал цилиндр, в который он помещал пушинку и монету. Затем из цилиндра откачивался воздух; оба предмета одновременно начинали падать; они падали все время рядом и касались дна в один и тот же момент времени. Если отвлечься от действия других сил, то все тела независимо от их размера, формы или массы будут падать под действием силы тяжести с одинаковым ускорением (если падение происходит в одном и том же месте). Другими словами, ускорение тела, обусловленное силой тяжести, зависит только от положения тела в пространстве и не зависит от его размеров, формы, состава и массы. Ускорение зависит от положения тела: из эксперимента известно, что вблизи поверхности Земли ускорение составляет приблизительно 9,8 *м/сек* за 1 *сек.* За пределами Земли ускорение меняется обратно пропорционально квадрату расстояния до центра Земли. Если радиус Земли равен 6400 *км*, то на расстоянии 12 800 *км* от центра Земли ускорение силы тяжести составит $9{,}8/2^2 = 2{,}45$ *м/сек*^{2}, а на расстоянии 19 200 *км* оно будет $9{,}8/3^2 \approx 1{,}1$ *м/сек*^{2} и т. п. Если мы на время ограничимся рассмотрением тел, удаленных от поверхности Земли и друг от друга не более чем на 1—3 *км*, то ускорение силы тяжести будет практически постоянным, и можно считать, что тела находятся в однородном силовом поле.

Силовое поле

Пусть наблюдатель, следя за движением тела, обнаруживает, что тело движется по криволинейному пути. Тогда он скажет, что на тело должна действовать сила. Этого требуют законы Ньютона.

Допустим, однако, что другой наблюдатель, следящий за той же последовательностью событий, утверждает, что тело движется равномерно и прямолинейно и, стало быть, на тело не действуют никакие силы. Кто же прав? Может ли так оказаться, что два в одинаковой степени искренних и компетентных наблюдателя придут к столь различным выводам в вопросе о том, какой является траектория тела, прямолинейной или криволинейной? Могут ли быть в равной степени справедливы утверждения, что на тело действует сила и на тело не действуют силы? Можно ли утверждать, что в силу обстоятельств один из наблюдателей в большей мере, нежели другие, правомочен решать о том, что происходит?

Допустим, что жизнь наблюдателя *A* проходит в большом герметическом стеклянном ящике. Предположим, что жилище этого наблюдателя поднято над уровнем Земли на несколько сот метров и падает с этой высоты. Наблюдатель *B* находится на поверхности Земли и наблюдает за поведением *A* в мощный телескоп. Для простоты мы будем предполагать, что сопротивления воздуха не существует.

В основе измерений наблюдателя *B* лежит тот факт, что он считает себя покоящимся на земной поверхности, а наблюдателя *A* — падающим вертикально с ускорением 9,8 $м/сек^2$. Все предметы в доме наблюдателя *A* ведут себя аналогичным образом — картины на стенах, трубка во рту этого наблюдателя, теннисный мячик, который он держит в одной руке, и пружинные весы, которые он держит в другой. Если наблюдатель *A* бросит через комнату мячик, то наблюдатель *B* скажет, что мячик описывает в пространстве кривую, называемую параболой, по которой движется любое падающее тело, имеющее скорость в горизонтальном направлении.

Рассмотрим теперь впечатления наблюдателя *A*. Если он захочет украсить стену картиной, то ему придется лишь поднять ее, прислонить к стене и оставить в таком положении. Вешать ее на крюк не придется. Когда наблюдатель *A* отнимет свои руки, картина останется там, где он ее только что держал. По утверждению наблюдателя *B*, стена и картина падают с одинаковой скоростью. Если наблюдатель *A* вынет трубку изо рта и выпустит ее из рук, то трубка останется неподвижно висеть в воздухе, а наблюдателю *B* будет казаться, что трубка и сам *A* падают рядом. Если наблюдатель *A* бросит через комнату мячик, то он придет к заключению, что мячик движется прямолинейно, пока не ударится о какой-нибудь предмет в комнате, тогда как, по мнению B, траектория полета мяча криволинейная. Прикрепив к пружинным весам стол, наблюдатель A обнаружит, что вес стола равен нулю, а взобравшись на платформу медицинских весов, он узнает, что его собственный вес также стал равен нулю. Эти опыты убедят наблюдателя A в том, что он находится в состоянии покоя в пространстве, которое свободно от силы тяжести, тогда как наблюдатель B в такой же степени будет убежден, что A падает в однородном силовом поле. Приведенные в предыдущих главах рассуждения позволят нам легко уладить это расхождение во взглядах. Наблюдатель B выбрал систему отсчета, связанную с Землей, тогда как система отсчета наблюдателя A связана со стеклянным ящиком. Эти системы движутся друг относительно друга с постоянным ускорением. Благодаря этому траектория, названная наблюдателем A прямолинейной, по словам B, оказывается криволинейной, а область пространства, свободная, как заявляет A, от действия сил, по утверждению B, находится в однородном силовом поле. И, наоборот, наблюдатель A утверждает, что Земля и наблюдатель B падают на него с постоянным ускорением. Если B позволит мячику катиться по столу, то A скажет, что в действительности мячик описывает в пространстве параболу, и т. п. Иными словами, представление этих наблюдателей оказываются взаимными.

Принцип эквивалентности

Естественно, что нам в большей степени импонирует точка зрения наблюдателя B. Но это недальновидный подход, ибо он вытекает из того, что наши привычки обусловлены жизнью в тех же условиях, что и у наблюдателя B. Если бы мы оказались потомками астронавтов, привыкших к свободному падению, то наши симпатии были бы на стороне наблюдателя A. Однако теория относительности запрещает нам отдавать предпочтение какому-то одному наблюдателю перед остальными. Не должно быть ни пристрастия, ни предубеждения: любой закон природы должен в одинаковой степени приниматься всеми наблюдателями. Это означает, что любой закон должен иметь инвариантный вид, т. е. оставаться безучастным к переходу от одной системы к другой. Сила тяжести — простая иллюзия. Это, конечно, не означает, что ваш прыжок с крыши не приведет к печальным последствиям. Но Эйнштейн отрицает, что ваше неизбежное падение на Землю вызвано земным притяжением. Несколько ниже мы сможем изложить данное Эйнштейном объяснение последовательности событий в этом примере.

До сих пор мы рассматривали влияние силы тяжести только в небольшой области пространства. В ньютоновской теории считается, что эта область «заполнена» однородным силовым полем. Мы уже видели, что в таком случае его эффекты могут исчезнуть при выборе подходящей системы отсчета. Существование однородного силового поля (этот факт подтверждает наблюдатель B) отрицается наблюдателем A, система отсчета которого движется с постоянным ускорением относительно системы B. Наблюдатель в другой системе отсчета доказывал бы, что существует иное силовое поле. Поэтому можно сказать, что эти силовые поля приписываются наблюдателем Вселенной благодаря той обстановке, в которой он оказывается. Подходящим выбором системы отсчета можно нейтрализовать любое *однородное* силовое поле. А отсюда следует, что однородное силовое поле представляет собой не свойство наблюдаемых вещей, а искусственно, но в то же время бессознательно созданную наблюдателем фикцию.

Выбрав систему отсчета, наблюдатель A нейтрализует тем самым в своей окрестности то, что наблюдатель B называет полем силы тяжести, но в результате наблюдателю A будет казаться, что B падает на него с ускорением 9,8 *м/сек*^{2}. Если бы A мог видеть то, что происходит с другой стороны земного шара, и обнаружил бы там летчика C, самолет которого потерпел аварию, то он приписал бы этому летчику ускорение 19,6 *м/сек*^{2}. Таким образом, наблюдатель A

утверждает, что B находится в силовом поле, а C — в силовом поле удвоенной интенсивности. Самолетам, которые потерпели аварии и падают в разных точках земного шара, наблюдатель A тоже будет приписывать силовые поля различной интенсивности и направления. Следовательно, хотя выбор наблюдателем A системы отсчета и приводит к исчезновению силы тяжести в ее окрестности, но в остальной части пространства дело усложняется тем, что там возникают силовые поля различной величины и направлений. Однако это не имеет значения для A. Выводы, которые можно сделать из этих замечаний, содержатся в принципе эквивалентности Эйнштейна.

Если ограничиться небольшой областью пространства, то покоящееся поле силы тяжести будет эквивалентно системе отсчета, движущейся с постоянным ускорением в свободном от силы тяжести пространстве; нельзя придумать эксперимент, который позволил бы разграничить эти возможности.

Таким образом, мы видим, что, хотя появление поля силы тяжести обусловлено наличием материальных тел, все же любой наблюдатель, подобный обитателю стеклянного ящика, может выбрать себе такую систему отсчета, в которой эффекты поля силы тяжести будут компенсированы. Это означает, что в этой малой области пространства, но не за ее пределами, справедливы принципы специальной теории относительности. Подобный вывод имеет огромное значение, ибо он позволяет нам пользоваться в надлежащих пределах результатами, полученными при рассмотрении пространства-времени, на свойства которого не влияет наличие материальных тел.

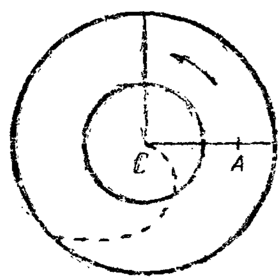
Искривление пространства-времени

Давайте рассмотрим мировую линию тела, которое движется в области пространства-времени, где присутствует вещество, и допустим, что вместе с телом движется некий наблюдатель. Выбирая подходящую систему отсчета, наблюдатель сможет в каждой точке пространства-времени нейтрализовать в непосредственной близости от себя поле силы тяжести. Он может воспользоваться своими часами для измерения интервала между событиями, которыми сопровождается его путешествие, при условии, что эти события происходят в непосредственной близости друг от друга. Этот интервал будет равен просто собственному времени, измеренному по его часам. Произведя затем суммирование, он найдет полный интервал между любыми двумя событиями на своем пути, измеренный вдоль его мировой линии. Если тело движется свободно, то сопровождающий это тело наблюдатель скажет, что мировая линия тела прямолинейна и что, следовательно, его пути в пространстве-времени будет отвечать максимальная величина интервала. Если масштаб интервала, кроме того, окажется одним и тем же для всех наблюдателей, то путь должен быть таким, что все прочие наблюдатели также получат вдоль него максимальное значение интервала. Однако эти наблюдатели уже не будут считать мировую линию прямолинейной; с их точки зрения, в этом случае нельзя применять специальную теорию относительности. Утверждение, что геодезическая линия (т. е. путь, соответствующий максимальному значению интервала) прямолинейная, основано на специальной теории относительности, в которой пространство-время считается однородным. Но это уже не так.

Упомянутые наблюдатели считают, что наличие вещества служит причиной искривления в его окрестности пространства-времени. В результате этого геодезическая линия оказывается криволинейной. Согласно Ньютону, Земля движется вокруг Солнца по эллиптической траектории благодаря притяжению Солнца. Однако, согласно Эйнштейну, наличие Солнца приводит к возмущению в его окрестности пространства-времени и Земля просто «выбирает себе дорогу» в этой запутанной области, следуя такому пути (который, возможно, следовало бы назвать спиральным эллипсом в пространстве-времени?), вдоль которого после надлежащего учета искривления пространства-времени интервал между двумя любыми заданными событиями принимает максимальное значение. Иными словами, земная орбита искривлена не из-за силы, действующей со стороны Солнца, а потому, что в искривленном пространстве-времени около Солнца геодезическая линия будет не прямолинейной, а криволинейной. Пробиться через препятствия легче кружным путем, подобно тому как часто оказывается проще выбраться из леса, в котором встречаются густые заросли, окольным путем, нежели пытаясь пройти напрямик. Значение концепции искривленного пространства можно более четко проиллюстрировать на специальном примере силового поля.

Жизнь на вращающемся диске

Представим себе большой плоский диск с центром C, который, по утверждению наблюдателя O, вращается вокруг оси, проходящей через точку C перпендикулярно плоскости диска. Представим себе, что на диске живет другой наблюдатель A, начало системы отсчета которого находится в точке C, а оси лежат в плоскости диска и направлены вдоль и перпендикулярно CA.



Фиг. 32

Наблюдатель A считает, что диск находится в состоянии покоя, а наблюдатель O движется по кругу в противоположном направлении. Но A отдает себе отчет в том, что он вынужден прикрепить себя к диску, чтобы удержаться на ногах. По его представлению, существует поле силы тяжести, действующее в направлении от C и пропорциональное расстоянию от этой точки. Однако наблюдатель O утверждает, что A движется с постоянной скоростью по окружности с центром в C, поэтому A имеет ускорение, направленное к C и создаваемое его опорой, подобно тому как камень, привязанный к концу веревки и вращающийся по кругу, удерживается на окружности благодаря натяжению веревки. Допустим, что из точки C в направлении наблюдателя O с постоянной скоростью начинает двигаться тело. В этом случае O, конечно, скажет, что тело движется по прямой в поле, свободном от сил. Каким будет казаться движение тела наблюдателю A? Ему кажется, что диск покоится, а вращается наблюдатель O. Следовательно, A будет утверждать, что тело движется вдоль линии OC, которая сама вращается. Поэтому, проведя траекторию тела в своей системе отсчета, связанной с диском, наблюдатель A скажет, что тело описывает своего рода спиральную кривую, и припишет эту криволинейную орбиту действию поля силы тяжести, которое, по его мнению, существует. Итак, то, что наблюдатель O считает прямолинейной траекторией в поле, лишенном сил, по мнению A, есть криволинейная траектория в поле силы тяжести.

Допустим, что на диске начерчен круг с центром в точке C и что наблюдатель A с помощью своей линейки измеряет его диаметр и длину его окружности. Допустим, что по измерениям A диаметр оказался в 1 000 000 раз больше использованной им линейки. Наблюдатель O согласится с этим результатом, так как в любом радиальном направлении линейка не будет иметь продольной скорости относительно O. Но если наблюдатель A расположит свою линейку по касательной к окружности и станет измерять ее длину небольшими отрезками, то линейка, с точки зрения наблюдателя O, будет в этом случае иметь продольную скорость и поэтому, по мнению O, она испытывает сокращение. Наблюдателю O известно, что длина окружности равна произведению π на ее диаметр, где число $\pi = 3{,}14159265...$ Таким образом, если бы линейка не испытывала сжатия, то она уложилась бы на длине окружности 3 141 592 раза. Однако вследствие сокращения длины линейки число отрезков увеличится. Наблюдая, как A производит измерение, наблюдатель O обнаружит, что, пользуясь испытавшей сокращение линейкой, этот наблюдатель уложит ее на длине окружности, скажем, 3 300 000 раз. Что касается любого счета, то тут оба наблюдателя должны прийти к единому мнению. Для наблюдателя A этот результат окажется неожиданным, поскольку он остается в неведении относительно сокращения линейки и будет вынужден прийти к выводу, что отношение длины окружности к ее диаметру уже не равно 3,14159..., а в данном случае составляет 3,3.

Наблюдатель A вновь повторяет это измерение на концентрической окружности с большим диаметром. Допустим, что диаметр удвоился. В этом случае оба наблюдателя придут к выводу, что длина диаметра в 2 000 000 раз больше линейки. Кроме того, наблюдатель O утверждает, что скорость наблюдателя A также увеличилась в два раза, поэтому сокращение будет больше, чем прежде, и линейка уложится на длине окружности примерно 8 000 000 раз (см. упражнение 7 на стр. 140). Следовательно, наблюдатель A вынужден будет сказать, что отношение длины окружности к ее диаметру составляет $\frac{8\,000\,000}{2\,000\,000} = 4$.

Итак, мы видим, что в системе наблюдателя A длина окружности не пропорциональна ее диаметру; иными словами, две окружности разного размера не будут подобны друг другу (т. е. будут иметь разную форму). Это означает, что геометрия A не совпадает с геометрией Евклида, и мы считаем, что пространство A — неевклидово.

Система отсчета наблюдателя A имеет еще две любопытные особенности. Поскольку скорость A относительно наблюдателя O возрастает пропорционально расстоянию A от центра C, то O утверждает, что в системе отсчета A часы несинхронизованы.

Чем дальше часы от C, тем более замедлен, по мнению O, их ход. Поэтому наблюдатель O утверждает, что в системе отсчета A масштаб времени не будет единым. Мы видели, что уже в специальной теории относительности, по мнению наблюдателя O, наблюдатель A безуспешно пытался синхронизовать свои часы. Однако O допускал, что ход всех часов в системе A одинаков: в этой системе время текло равномерно, хотя его масштаб отличался от масштаба, использованного наблюдателем O. Однако теперь появилась новая нерегулярность, ибо и скорость хода часов A оказалась зависящей от их удаления от точки C.

Нерегулярность в пространственных измерениях сопровождается также нерегулярностью и во временных измерениях. Пространство-время в системе A оказывается искривленным как в отношении пространства, так и в отношении времени.

Наблюдатель O, конечно, считает, что как пространство, так и время однородны: неевклидов характер пространства A и нерегулярность времени в его системе обусловлены полем силы тяжести, которое возникает благодаря выбору наблюдателем A своей системы отсчета. Выбор системы отсчета наблюдателем O делает область пространства-времени однородной; выбор системы отсчета наблюдателем A эквивалентен созданию поля силы тяжести, которое проявляется в искривлении пространства и времени.

Поле силы тяжести

Наличие вещества порождает в его окрестности поле силы тяжести. Но вместо того, чтобы говорить о существовании силового поля, мы теперь говорим о наличии искривления пространства-времени.

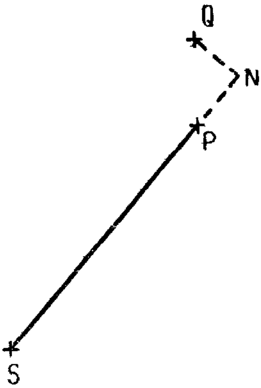
Инвариантное выражение для интервала между двумя событиями $s^2=c^2t^2-x^2-y^2-z^2$ было получено в предположении, что пространство-время однородно. Так как в окрестности вещества это предположение несправедливо, выражение для s^2 при наличии поля силы тяжести потребует модификации, чтобы сохранять свойства при переходе от одной системы к другой. Автоматически возникает необходимость в новой геометрии с иными формулами, связывающими измеряемые величины.

В последнее столетие были исследованы различные варианты геометрий. До этого считалось, что единственной логически последовательной является геометрия Евклида. Характерной особенностью геометрии Евклида является то, что сумма углов треугольника там равна двум прямым углам. Но сейчас общепризнано существование в такой же степени последовательных геометрий, противоречащих геометрии Евклида. В так называемой *гиперболической геометрии* сумма углов каждого треугольника меньше двух прямых, а в *эллиптической геометрии* сумма углов треугольника всегда больше двух прямых. Если мы спросим, какая же из этих геометрий истинная, то единственный ответ, который можно дать в этом случае, таков: та, которая применима к нашему миру.

Гаусс пытался ответить на этот вопрос, измеряя углы большого треугольника, вершинами которого служили вершины трех гор. Однако отличие суммы этих углов от двух прямых углов оказалось меньше вероятной ошибки эксперимента. Нет сомнений в том, что только треугольники со сторонами астрономических масштабов могут дать убедительный ответ на поставленный таким образом вопрос. Эксперимент Гаусса вряд ли мог привести к решению этой проблемы. Существующие в настоящее время аргументы указывают на то, что геометрия нашей Вселенной — эллиптическая. Подобное утверждение содержит допущение, что Вселенная имеет конечную протяженность, конечна, но безгранична, подобно тому как поверхность сферы конечна, но не имеет границы.

В наши дни каждому образованному человеку понятны основные положения ньютоновской механики. Но содержание «Начал», в которых приведено формальное рассмотрение, способен воспринять лишь специалист. Точно так же лишь специалист-математик способен оценить и понять тот путь, которым шел Эйнштейн при выводе законов геометрии пространства-времени нашей Вселенной и формулировке этих законов в наиболее общем виде. Однако характер идей, отличающих теорию Эйнштейна от механики Ньютона, можно проиллюстрировать, не прибегая к математическим выкладкам. Кроме того, можно дать простую формулировку эйнштейновского закона тяготения в наиболее интересном, с нашей точки зрения, специальном случае, а именно для области пространства-времени в окрестности Солнца.

Допустим, что S — центр массивного тела, подобного Солнцу, а P и Q — два события, происходящие в соседних точках пространства-времени. Проведем из Q перпендикуляр QN к линии, проходящей через S и P. Так как событие Q происходит вблизи P, то можно считать QN и PN малыми по сравнению с SP. Предположим, кроме того, что промежуток времени между P и Q равен t, причем t также мало. Если теперь m — гравитационный радиус массивного тела[1]), находящегося в точке S, то интервал между P и Q будет равен



Фиг. 33.

$$s^2 = \left(1 - \frac{2n}{SP}\right) c^2 t^2 - (QN)^2 - \left(1 + \frac{2m}{SP}\right)(PN)^2.$$

Метод расчета m приведен в упражнениях 5 и 6 на стр. 140. Для Солнца $m = 0{,}000\,004\,9$ *лакс*, а для Земли $m = 0{,}000\,000\,000\,02$ *лакс*. Отметим, что если $m = 0$, то $s^2 = c^2t^2 - (QN)^2 - (PN)^2 = c^2t^2 - (PQ)^2$, т. е. мы получим обычное выражение для интервала в специальной теории относительности. Подстановка $m = 0$ эквивалентна, конечно, отсутствию вещества и его влияния на свойства пространства-времени, в котором происходят рассматриваемые события. Таким образом, введение дополнительных членов, содержащих m, характеризует те изменения в формулах, которые возникают вследствие искривления пространства-времени в окрестности отдельного массивного тела.

Если тело свободно движется в окрестности другого массивного тела, то его траектория будет такой, что интервал вдоль этой траектории, вычисленный по приведенной выше формуле, будет максимальным. Ньютоновский закон всемирного тяготения заменяется геометрической формулой Эйнштейна для области пространства-времени, геометрическим пространственно-временны́м законом. Формулу Эйнштейна можно

---

[1]) Гравитационный радиус тела m связан с его массой M соотношением $m = M/c^2$, причем гравитационная постоянная равна 1. — *Прим. перев.*

проверить, рассматривая траектории планет около Солнца. Если интервал вычисляется по приведенной выше формуле, то будут ли эти траектории геодезическими линиями в пространстве-времени? Хорошо известно, что траектории планет очень точно совпадают с результатами расчетов, выполненных на основе механики Ньютона. Именно благодаря этому согласию наблюдаемых орбит с вычисленными на основе ньютоновского закона всемирного тяготения этот закон был общепризнанным вплоть до времен Эйнштейна. Но мы увидим в следующей главе, что, сколь бы хорошим ни было согласие расчетов с результатами наблюдений, замена законов механики Ньютона геометрическим законом Эйнштейна обеспечивает еще более высокую точность: эти законы можно рассматривать как первое приближение к закону Эйнштейна.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. Игрушечный пистолет нацелен в яблочко мишени. В момент вылета пули мишень начинает падать. Попадет ли пуля в яблочко, если пренебречь сопротивлением воздуха? Сравните, какой покажется траектория пули мальчику, держащему пистолет, и микробу на яблочке мишени

2. Допустим, что наблюдатель A, вес которого на Земле равен 10 *стоун* [1]), находится на весах в стеклянном ящике (см. стр. 128) и замечает, что вес его меняется от нуля до: а) 10 *стоун*, б) 20 *стоун*, в) 100 *стоун*. Что скажет этот наблюдатель относительно силы тяжести? Как объяснит ее наблюдатель B, стоящий на Земле?

3. За неким телом наблюдают трое. Один из наблюдателей утверждает, что тело покоится, второй — что оно движется прямолинейно, а третий — что тело движется по криволинейной траектории. Могут ли все трое быть в одинаковой степени правы?

4. Допустим, что диск на стр. 133 вращается со скоростью 5 оборотов в минуту и что тело движется над диском вдоль линии CO с постоянной скоростью 5 *м/мин*. Нарисуйте положения тела через каждую секунду на протяжении интервала в 12 *сек*,

---

[1]) *Стоун* — мера веса, 1 *стоун* равен приблизительно 6,36 *кг*.— *Прим. перев.*

с точки зрения наблюдателя A, который пользуется нанесенными на диске линиями в качестве своей системы отсчета.

5. Пусть масса Солнца равна M. Тогда ускорение планеты, находящейся на расстоянии r от Солнца, приблизительно равно M/r^2 и направлено к центру Солнца. Если планета движется по орбите со скоростью v, то ее центробежное ускорение равно v^2/r. Следовательно, $M/r^2 = v^2/r$ или $M = rv^2/c^2$. Считая расстояние от Земли до Солнца равным 150 000 000 *км*, покажите, что гравитационный радиус Солнца составляет примерно 1,5 *км*.

6. Считая расстояние от Луны до Земли равным 384 000 *км*, а период обращения равным $27^1/_3$ *дня* и воспользовавшись формулой упражнения 5, покажите, что гравитационный радиус Земли составляет примерно 5 *мм*.

7. Докажите, что, согласно наблюдателю O, в измерениях длин двух окружностей на вращающемся диске (стр. 134, 135): а) в первом случае скорость A задается $1 - u^2/c^2 = (314/330)^2$; б) коэффициент сжатия вдоль большой окружности равен примерно 0,79; в) длина большой окружности примерно в 7 970 000 раз больше длины линейки.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ ◇

Проверка общей теории относительности Эйнштейна

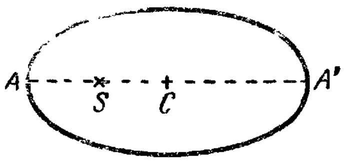
«В одном отношении дедуктивная теория является противником экспериментальной физики. Последняя всегда стремится с помощью решающих опытов вскрыть природу фундаментальных вещей, а первая — преуменьшить достигнутые успехи, демонстрируя, сколь разнообразны представления о природе вещей, совместимые с известными опытными данными».

А. ЭДДИНГТОН

Научная теория сохраняет свое значение лишь постольку, поскольку она соответствует опытным фактам. Если после учета всех возможных ошибок эксперимента между теорией и результатами наблюдений все же останется расхождение, то это будет означать, что теория нуждается в изменении.

Движение перигелия Меркурия

Долгое время считалось, что наблюдаемая орбита планеты Меркурий значительно отличается от рассчитанной на основе ньютоновского закона всемирного тяготения. Если бы Меркурий был единственной планетой в Солнечной системе, то его траекторией была бы кривая, называемая эллипсом, причем Солнце располагалось бы в точке S, носящей наименование фокуса эллипса; центр эллипса C не совпадает с его фокусом. Если через точки C и S провести прямую, то она пересечет эллипс в точках A и A', как показано на фиг. 34. Ближе всего к Солнцу планета окажется в тот момент, когда она будет находиться в точке A; точка A' соответствует максимальному удалению планеты от Солнца. Точка A носит название *перигелия* орбиты. Согласно ньютоновской механике, притяжение других планет нарушает регулярность движения, и вместо того, чтобы год за годом двигаться по одной и той же орбите, планета будет описывать эллипс, перигелий которого непрерывно смещается. Иными словами, линия SA непрерывно поворачивается относительно неподвижных звезд. Вычисления, выполненные на основе ньютоновского закона всемирного тяготения, показывают, что суммарное влияние всех известных планет могло бы привести к повороту перигелия в столетие на 532 *угл. сек.* Наблюдения же показали, что в действительности вековая скорость вращения достигает 574 *угл. сек.* Следовательно, существует расхождение, составляющее 42 *угл. сек* за столетие и требующее своего объяснения. Обнаруженное различие может показаться очень маленькой ошибкой. В самом деле, оно не превышает угла, под которым глаз видит пятикопеечную монету на расстоянии примерно 120 *м*.



Фиг. 34.

Однако в действительности эта величина значительно превосходит все возможные ошибки наблюдений.

Нерегулярности в движении планеты Уран послужили толчком к открытию новой планеты — Нептуна. В 1846 г. Адамс и Леверье независимо вычислили траекторию планеты, которая могла бы приводить к наблюдавшимся искажениям орбиты Урана. Леверье послал расчеты положения этой гипотетической планеты на небосводе в Берлин доктору Галле, который тут же исследовал в свой телескоп указанную часть неба и обнаружил там новую планету — Нептун, причем положение этой планеты оказалось очень близким к предсказанному. Аналогичным образом пытались объяснить нерегулярности в движении Меркурия. Для этого была придумана планета, которой дали имя Вулкан. Однако обнаружить Вулкан так и не удалось, и это подорвало веру в его существование. Но если мы заменим ньютоновский закон всемирного тяготения эйнштейновским законом пространства-времени, то расхождение исчезнет. Вывод результата в теории Эйнштейна связан с необходимостью использовать математические выкладки, выходящие за рамки нашей книги. Однако даваемая этой теорией поправка носит очень простой характер: если планета движется по орбите со скоростью v, то линия, соединяющая перигелий с Солнцем, поворачивается за один оборот на дополнительный угол, равный $12\ v^2/c^2$ прямым углам. Читатель легко докажет (см. упражнение 3 на стр. 151), что в случае Меркурия это соответствует с точностью до секунды требуемым 42 *угл. сек* в столетие.

Очень жаль, что эту поправку нельзя проверить на примерах остальных планет. Это связано с тем, что либо малыми оказываются скорости планет, либо их орбиты имеют почти круговую форму, вследствие чего нельзя измерить точное положение перигелия планеты. Но тот факт, что теория относительности позволяет столь точно вычислить необходимую поправку к движению Меркурия, служит веским и ярким подтверждением справедливости этой теории.

Помимо демонстрации того, что новая теория устраняет аномалию, которая до того времени не имела удовлетворительного объяснения. Эйнштейн также предсказал два эффекта, которые, будучи подвергнуты опытной проверке, позволили бы сделать выбор между старой и новой теориями.

Смещение спектральных линий

Атомные колебания можно рассматривать как идеальные естественные часы. Если измерить интервал между началом и концом колебаний двух тождественных атомов, то мы должны получить один и тот же результат, где бы это ни происходило. Допустим теперь, что один атом находится вблизи поверхности Солнца, а второй — в лаборатории на Земле. Мы можем считать, что с каждым из атомов события происходят в одном и том же месте.

Предположим, что период колебаний солнечного атома равен t_1, а земного атома равен t_2; тогда для солнечного атома

$s^2=(1-2m/SP)c^2t_1^2$, где $SP=690\,000$ *км*, а $m\approx 1{,}5$ *км*;

для земного атома

$s^2=(1-2m/SQ)c^2t_2^2$, где $SQ=150\,000\,000$ *км*, $m=1{,}5$ *км*.

Оба значения s^2 равны, т. е.

$$\left(1-\frac{2m}{SP}\right)c^2t_1^2=\left(1-\frac{2m}{SQ}\right)c^2t_2^2.$$

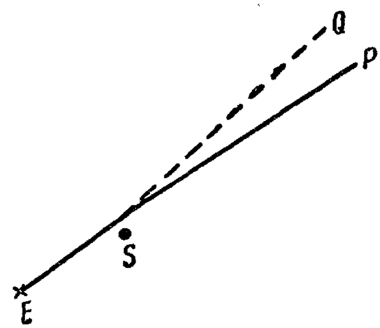
Ясно, что t_1 будет несколько больше t_2. Читатель может показать, что t_1/t_2 приблизительно равно 1,000 002. Следовательно, солнечный атом колеблется чуть медленнее земного. Но период колебаний характеризует окраску света, и поэтому по сравнению со спектром земного атома солнечный спектр должен быть несколько смещен в красную область.

Однако смещение оказывается столь ничтожным, что не поддается измерению. Тем не менее некоторое время назад профессор Эддингтон отметил случай, когда можно ожидать большего смещения. Это спутник Сириуса, известный под названием «белого карлика», принадлежащий к довольно редкому типу звезд с очень низкой светимостью. Считается, что плотность таких звезд в 30 000 раз превышает плотность воды (эта цифра звучит неправдоподобно!). Радиус звезды составляет около 19 000 *км*. Следовательно, поле силы тяжести в его окрестности будет столь интенсивным, что смещение, по всей видимости, станет измеримым. Сотрудник обсерватории Маунт Вильсон Адамс получил результаты для смещения некоторых линий в водородном спектре этой звезды, которые подтверждают предсказания Эйнштейна, хотя измерения сопряжены со значительными трудностями.

Искривление светового луча

Еще Ньютон допускал, что свет может иметь вес. Сейчас общепризнано, что свет, падающий на любой предмет, оказывает на него давление. Это эквивалентно утверждению, что свет обладает массой. Естественно, что соответствующие величины довольно малы. В книге Эддингтона «Пространство, время, тяготение» говорится, что масса солнечного света, падающего на Землю каждые двадцать четыре часа, составляет около 160 *тонн*. Но если свет обладает массой, то независимо от того, подчиняется ли он законам Ньютона или Эйнштейна, световой луч, проходя вблизи Солнца, должен, подобно планетам или кометам, двигаться по криволинейной траектории. Тот факт, что свет «движется» значительно быстрее любой планеты или кометы, естественно, означает, что отклонение света вблизи Солнца будет гораздо более слабым.

Если, распространяясь от звезды P в направлении Земли E, свет проходит вблизи Солнца S, то он будет несколько отклоняться, так что отрезок ES не лежит на одной прямой с SP. В этом случае с Земли будет казаться, что звезда находится в направлении EQ, хотя истинное направление будет соответствовать линии EP. Смещение кажущегося положения звезды относительно ее истинного положения на небе характеризуется углом PEQ. Это смещение можно вычислить, однако теории Ньютона и Эйнштейна приводят к различным результатам. Мы уже указывали, что ньютоновскую механику можно рассматривать как первое приближение к теории Эйнштейна. Последняя, так сказать, добавляет к закону Ньютона некоторую поправку, обусловленную искривлением пространства в окрестности вещества. Если формулу, приведенную на стр. 138, заменить выражением $s^2 = (1 - 2m/PS)\, c^2t^2 - (QN)^2 - (PN)^2$, то мы должны получить орбиты, которые будут совпадать с вычисленными на основе ньютоновской механики. Дополнительный член $-(2m/SP)\,(PN)^2$ соответствует замене евклидова пространства (а не пространства-времени) неевклидовым. Именно наличие этого члена приводит к кардинальному различию вычисленных значений кажущегося смещения звезды в обеих теориях. Мы не в состоянии воспроизвести на страницах



Фиг. 35.

этой книги необходимые расчеты, однако результаты можно изложить в простой форме.

Если свет от звезды проходит на расстоянии r от центра Солнца, то видимое с Земли угловое смещение, согласно теории Эйнштейна, составит 8 $m/\pi r$ прямых углов, где, как и прежде, $m = 1{,}5$ *км*, а $\pi = 3{,}14$. Если свет проходит у поверхности Солнца, то можно считать, что $r = 690\,000$ *км*. Мы предоставляем читателю доказать, что это эквивалентно углу, составляющему примерно $1^3/_4$ *угл. сек* (см. упражнение 4 на стр. 151).

Ньютоновская теория приводит к смещению, составляющему $4m/\pi r$ прямых углов, т. е. половину от требуемого теорией Эйнштейна. Справедливость одной из теорий должна была выявиться в результате прямых астрономических наблюдений.

Оливер Лодж в своей статье «Девятнадцатый век» дал яркую иллюстрацию того, как эта проверка стала стимулом развития практической астрономии. Ниже приводится выдержка из этой статьи.

«Возьмем тонкую шелковую нить и натянем ее над гладкой поверхностью стола. Представим себе на одном конце нити звезду, на другом — глаз наблюдателя, а нить будем рассматривать как луч света, испущенного звездой. Возьмем теперь монету в полпенса и положим ее на стол около нити на расстоянии 10 *фут* от того конца, где находится глаз. Затем будем осторожно двигать монету, пока она не сместится на едва заметную величину в $^1/_{1000}$ *дюйм*. Взглянув вдоль луча, мы убедимся, что он уже не абсолютно прямолинеен. Иными словами, звезду, кажущееся положение которой характеризует луч, наблюдатель увидит слегка смещенной. Масштаб задается размером монеты, диаметр которой равен 1 *дюйм*. Монета характеризует Солнце, которое в поперечнике составляет 1 380 000 *км*. Расстояние в 10 *фут* между глазом и Солнцем практически означает, что наблюдатель находится на Земле, которая в этих масштабах имеет размер крупинки. Что же касается расстояния до звезды, находящейся у дальнего конца нити, то оно не имеет никакого значения; в том же масштабе длина нити до одной из ближайших звезд составила бы сотни километров. Смещение на $^1/_{1000}$ *дюйм* на расстоянии в 10 *фут* соответствует углу $1^3/_4$ *сек*, что совпадает с оптическим смещением, предсказанным Эйнштейном для случая, когда луч света от звезды на своем пути в телескоп почти касается солнечного диска».

Современные приборы и методы измерений достигли столь высокого совершенства, что измерение даже таких угловых смещений, о которых шла речь выше, или установление различия двух малых угловых смещений такого же порядка величины вполне по силам современным астрономам. К сожалению, единственный момент времени, когда можно увидеть звезду, находящуюся на одной линии с Солнцем, — это момент полного солнечного затмения. Кроме того, надежные результаты не удастся получить, если в направлении наблюдения в момент затмения не окажется нескольких ярких звезд. К счастью, эти условия оказались выполнены во время полного солнечного затмения 29 мая 1919 г. Были организованы две экспедиции: одна была послана в Собраль (Северная Бразилия), а другая на о-в Принсипи в Гвинейском заливе с целью получить необходимые фотографии. История этих экспедиций подробно описана Эддингтоном в его книге «Пространство, время, тяготение». Экспедиция на о-ве Принсипи потерпела неудачу, так как наблюдению сильно мешала облачность. В Собрале же атмосферные условия были прекрасные. Здесь, однако, встретилась другая трудность, снизившая ценность многих фотографий. Наблюдения на о-ве Принсипи с учетом вероятных ошибок эксперимента дали кажущуюся величину смещения в интервале от 1,91 до 1,31 *угл. сек*, тогда как наблюдения в Собрале установили смещение в интервале 2,10 и 1,86 *угл. сек*. Во время еще одного полного солнечного затмения в 1922 г. успешная экспедиция была организована Ликской обсерваторией. Опубликованные по одной серии фотографий результаты дали среднее значение 1,72 *угл. сек* (или после введения определенной поправки 2,05 *угл. сек*) с возможной ошибкой ±0,12 *угл. сек*.

У многих читателей столь большой разброс полученных результатов может вызвать разочарование. Те, кто занят практическими исследованиями, должны понимать, что экспериментальные ошибки неизбежны: все, что можно сделать в данном случае, — это указать пределы ошибок. Следует напомнить, что условия, в которых вынуждена была работать экспедиция, не столь удобны, как условия работы в стационарной обсерватории, подобно тому, как боевые условия, в которых находится полевая телефонная служба, естественно значительно менее благоприятны, нежели условия работы Лондонского центрального телефонного узла. Однако результаты, безусловно, говорят в пользу теории Эйнштейна. Если речь идет о выборе между теорией Эйнштейна и теорией Ньютона, то не может быть сомнений в том, что расчеты Эйнштейна лучше согласуются с результатами наблюдений солнечных затмений, нежели расчеты, основанные на ньютоновской механике. Но независимо от конкретных доказательств, полученных на основе наблюдений, важно напомнить, что об этом отклонении не подозревали, пока Эйнштейн не предсказал его на основе теории относительности. Теория, которая предсказала дотоле неизвестное, а затем обнаруженное на опыте явление, покоится на более прочном фундаменте, нежели теория, созданная для объяснения известных из опыта фактов. Это обусловлено главным образом тем, что для объяснения данной суммы фактов можно предложить целый набор гипотез. И какие бы видоизменения ни претерпела теория в будущем, ничто не сможет омрачить того успеха, который выпал на долю этого предсказания, сделанного Эйнштейном в 1915 г., проверенного астрономами во время затмений 1919 и 1922 гг. и получившего в настоящее время всеобщее признание.

Общие выводы

Разработку специальной теории относительности можно считать завершенной: дальнейшие исследования не добавят к ней уже ничего нового. Если принять две основные аксиомы, на которых базируется эта теория, то выводы получатся просто в результате формально-логических построений. Со временем основные идеи теории станут достоянием широкой публики, их будут принимать как нечто само собой разумеющееся, а об их революционном характере забудут. Если же когда-нибудь понадобится осуществить сношение между мирами, удаляющимися друг от друга со скоростями, сравнимыми со скоростью света, то теория окажет сильное влияние на характер связи. Однако эта возможность кажется столь отдаленной, что ее вполне можно не принимать в расчет.

Что же касается общей теории относительности, то она в некотором смысле еще находится в стадии разработки. Ее выводы, без сомнения, требуют гораздо более детального обсуждения. Утверждение, что эйнштейновский закон пространства-времени вытеснил ньютоновский закон всемирного тяготения, не означает, что теория Эйнштейна объясняет все явления современной физики. Еще не переброшен, к примеру, мост между общей теорией относительности и квантовой теорией. Но если принять принципы специальной теории относительности, то ньютоновский закон всемирного тяготения в существующем виде теряет смысл просто вследствие своей неоднозначности. Кроме сомнений, связанных с величиной *массы* в выражении mm'/r^2 и обусловленных изменением массы со скоростью, присутствие величины r делает это выражение также зависящим от условий наблюдения.

Вследствие этого закон теряет свою замечательную особенность — универсальность. Формулировку закона, без сомнения, можно видоизменить и тем самым устранить трудности в его истолковании. Однако пытаться сделать это не имеет смысла, так как в любом случае его не удастся записать в таком виде, который был бы справедлив с точки зрения всех наблюдателей.

Поэтому этот закон не удовлетворяет требованиям, которым, согласно предшествующему обсуждению, должен отвечать закон природы.

И в то же время расчеты, выполненные с использованием этого закона, приводят к результатам, которые довольно близки к даваемым общей теорией относительности Эйнштейна. Формально у этих теорий нет ничего общего; более того, они основаны на противоположных предпосылках. Ньютон предполагал существование абсолютного пространства и времени, и его законы движения связаны с этими гипотезами. Эйнштейн считал эти предположения неверными и создал понятие пространственно-временно́й области (а не пространства и времени). Огромное достижение его теории заключается в том, что она позволяет установить однозначную траекторию, связывающую в пространстве-времени два события и не зависящую от выбора системы отсчета. Эта траектория явилась обобщением прямолинейного пути в евклидовом пространстве; ее можно найти как в случае поля, лишенного вещества, так и в поле, содержащем материю. Как специальная, так и общая теория относительности являются теориями геодезических линий. В этой книге рассмотрены те стороны проблемы, которые могут считаться твердо установленными или по крайней мере подкрепленными убедительными данными, хотя будущие исследования могут привести к некоторым изменениям. Но теория позволила физикам сформулировать дальнейшие проблемы, которые, правда, на сегодняшний день следует считать чисто умозрительными.

Каково строение Вселенной? Конечна или бесконечна Вселенная? Непрерывна или дискретна? Что составляет ее сущность — вещество или события? На некоторые, а может быть и на все эти вопросы никогда не удастся получить окончательных и исчерпывающих ответов. Что касается первого из этих вопросов, то имеется ряд доказательств, что Вселенная конечна, но, вне сомнения, безгранична, а оценку ее размеров можно получить исходя из того, что свет, беспрепятственно путешествовавший вокруг Вселенной, возвратится в исходную точку спустя миллиард лет. Вполне возможно, что в будущем наука сможет осуществить успешную практическую проверку, которая позволит решить этот вопрос.

Теория относительности описывает законы, которым подчиняются реальные вещи, и очерчивает их природу. Этим, конечно, исчерпывается все, что эта теория в состоянии сделать. О внутренней природе вещей она не может ничего сказать: здесь слово принадлежит философии.

◆ *УПРАЖНЕНИЯ*

1. На каком расстоянии монета диаметром 1 *см* будет видна под углом в 1 *угл. сек*?

2. Считая среднее расстояние от Меркурия до Солнца равным 58 000 000 *км*, а продолжительность года на Меркурии — 88 земным дням, покажите, что скорость Меркурия на его орбите несколько меньше 50 *км/сек*.

3. Исходя из закона пространства-времени Эйнштейна, можно показать, что если скорость планеты v, то главная ось орбиты смещается за оборот на величину $12\ v^2/c^2$ прямых углов. Используя данные упражнения 2, покажите, что за 100 земных лет главная ось орбиты Меркурия повернется на 42 *угл. сек*.

4. Используя данные, приведенные на стр. 146, покажите, что $8m/\pi r$ прямых углов приблизительно составляет 1,75 *угл. сек*.

5. Принимая радиус Юпитера равным 71 000 *км*, а его массу $^1/_{1050}$ массы Солнца, покажите, что, согласно теории Эйнштейна, кажущееся смещение звезды, расположенной таким образом, что идущий в направлении Земли световой луч касается края диска Юпитера, составляет 0,017 *угл. сек*.

6. Исходя из данных о спектральном сдвиге, приведенных на стр. 144, докажите, что $t_1/t_2 \approx 1{,}000002$.

ОТВЕТЫ

К главе первой

3. 30 *км/сек.*
6. Примерно 100 *сек.*
8. 27 *км.*
9. 39 800 стадий.

К главе второй

1. 4 *фут.*
2. 2 *фут*; 6 *дюйм.*
3. 60 *фут*; 3 *дюйм*; 3 *дюйм*; 4.
4. 2,6 *дюйм*; 6 *дюйм.*
5. 0,25; $^1/_4 = (^1/_2)^2$.
6. Усеченная пирамида размером около $^1/_2 \times {}^1/_2 \times {}^1/_4$ *дюйм.*
7. 3 *дюйм* в ширину; $^3/_8$ *дюйм* толщиной.
8. Она будет слишком худой.
11. а) обычным; б) циферблат овальный; при вращении стрелки удлиняются и сокращаются.
12. То же, что и с часами в упражнении 11, б.
13. В направлении 63° 50′ на северо-восток.
14. Нет.

К главе третьей

1. 10 *ярд*; 24 *ярд.*
2. $^3/_4$ *y м*; $^4/_3$ *z м.*
3. 27 *фут*; 9 *сек.*
4. 20 *сек*; 25 *сек.*
5. 32 *м.*
6. Пуля; одновременно; звук.

К главе четвертой

1. а) *P* — 20 *сек*, *A* — 16 *сек*, *C* — 10 *сек*; б) *P* — 25 *сек*, *A* — 20 *сек*, *C* — 14 *сек.*
2. а) *P* — 30 *сек*, *A* — 24 *сек*, *C* — 15 *сек*; б) *P* — 37,5 *сек*, *A* — 30 *сек*, *C* — 21 *сек.*
3. а) Часы наблюдателя *D* опережают часы *A* на 12 *сек*; б) то же на 15 *сек.*
4. а) *P* — 5 *сек*, *A* — 4 *сек*, *C* — 10 *сек*; б) *P* — 25 *сек*, *A* — 20 *сек*, *C* — 26 *сек.*
5. Событие в точке *A*; событие в точке *C*.
6. Да.
7. 40 *лег.*

К главе пятой

1. $^4/_5$ *м* при ориентации на восток; часы отстают на 12 *мин* в час; наблюдатель *A* утверждает то же самое о наблюдателе *O*.
2. Часы наблюдателя *A* опережают часы *C* на 1,4 *сек*; часы наблюдателя *D* опережают часы *A* на 2,8 *сек*; *A* — 24 *сек*, *C* — 22,6 *сек*, *D* — 26,8 *сек.*
3. 7,5 *лакс*; 8,5 *сек.*
4. В том же месте; 4 *сек.*

К главе шестой

2. Да; $-c/3$; 11,3 *сек.*
3. $5^1/_3$ *лакс*; $6^2/_3$ *сек*; $s = 4$.
4. 9 *лакс*; $^7/_{25}$ *c* или $-^4/_5$ *c*.
5. 7 *лакс*, 4 *сек*; $-^1/_4$ *сек*; по утверждению *A* событие *II* происходит до события *I*; $\sqrt{-33}$.
6. Мнимый; неопределенная.
7. Действительный; фиксированная.
8. Да.

9. Событие *III* происходит после событий *I* и *II*; в случае событий *I* и *II* их последовательность во времени оказывается неопределенной.
10. 25 *час*; 0 *час*.

К главе седьмой

1. 84.
2. 1,6; 3,8; 10,4 (2,5; 5; 14; 77,5).
3. 84 *сек*; прямая, параллельная оси времени; он измеряет собственное время.
5. 160.
6. 16; $8+\sqrt{28}=13{,}29$; нет.

К главе восьмой

1. а) $^4/_5\ c$; б) $^{28}/_{29}\ c$.
2. а) 0; б) $^8/_{11} c$.
3. $^2/_5\ c$ в направлении, перпендикулярном AB; $^3/_5\ c$ в направлении вдоль AB.
4. 2,5; 3,75.
5. 1,5 c; 3,17 c.

К главе девятой

1. Да; параболой; прямой линией.
2. Наблюдатель B утверждает, что падающий стеклянный ящик сначала тормозится, а затем движется вверх с возрастающим вертикальным ускорением.
3. Да.

К главе десятой

1. Примерно 2 *км*.

ОБ ЭТОЙ КНИГЕ

С того момента, как учитель математики Климент Дьюрелл закончил последние страницы своей книги, посвященной теории относительности Эйнштейна, прошло почти 45 лет. Научно-популярные книги, написанные для широкой публики, обычно весьма недолговечны. Быстрое развитие науки выдвигает на первый план новые проблемы, заставляет переосмыслить достижения вчерашнего дня и тем самым очень скоро обесценивает такие издания. Однако книга Дьюрелла уже на протяжении первых 11 лет выдержала 4 издания, а в 1962 г. в свет вышло пятое издание, с переводом которого на русский язык и знакомит советского читателя настоящее издание. Подобное долголетие кажется особенно удивительным, ибо теории относительности Эйнштейна посвящена обширнейшая популярная литература. Чтобы уяснить причины столь продолжительного успеха книги Дьюрелла, надо несколько подробнее остановиться на ее особенностях.

Первое, что бросается в глаза даже при беглом ознакомлении с книгой, — строгость изложения, столь необычная для популярных изданий. Мы привыкли отождествлять популярность изложения с отсутствием математических выкладок, заменой вычислений качественными рассуждениями. Авторы многих популярных книг по теории относительности полностью изгнали с их страниц математику. Вследствие этого логически стройная и последовательная теория относительности оказывалась лишенной своего внутреннего остова. Что касается Дьюрелла, то он с самого начала отверг мысль о том, что теорию относительности можно понять, не прибегая к математике. По его мнению, рассчитывать на это столь же нелепо, как, например, на лечение зубов без боли. И книга Дьюрелла действительно опровергла традиционное убеждение, что строгость и общедоступность изложения несовместимы.

Ему удалось сделать доступными школьнику физические идеи теории относительности, сохранив в процессе изложения строгость и логическую последовательность рассуждений.

Читая книгу Дьюрелла, трудно поверить, что она писалась в то время, когда еще не утихли споры, порожденные возникновением самой теории, не ослабло то ошеломляющее впечатление, которое произвели идеи теории. Автор «Азбуки теории относительности» безусловно принадлежал к тем, кто оценил логическую стройность и завершенность новых представлений, понял огромное значение переворота, произведенного в научном мышлении теорией Эйнштейна, с появлением которой в затхлую атмосферу метафизической классики ворвался свежий ветер. Именно по этой причине книгу Дьюрелла с увлечением будут читать еще многие поколения.

Но в то время, когда Дьюрелл работал над книгой, смысл и значение теории относительности были очевидны далеко не всем физикам. Даже Эйнштейну еще не была ясна глубина заложенных в теории следствий. В 1922—1923 гг. русский физик А. А. Фридман создал на основе общей теории относительности теорию расширяющейся Вселенной. Полученные Фридманом выводы были столь необычны, что Эйнштейн не только отвергал их, но и предпринял попытку так видоизменить свою теорию, чтобы она описывала не расширяющуюся, а стационарную Вселенную. Лишь спустя некоторое время Эйнштейн понял беспочвенность своих попыток насильственной переделки теории и признал теорию Фридмана. Впоследствии астрономы обнаружили, что Вселенная действительно находится в состоянии расширения.

Дальнейшее развитие физики явилось демонстрацией триумфа идей Эйнштейна. Так, сравнительно недавно равенство инертной и тяжелой масс, лежащее в основе общей теории относительности, было подтверждено на опыте с точностью до одной десятимиллиардной (10^{-10})! В этой связи следует упомянуть опыты Паунда и др. по измерению веса фотона. Наличие у фотона инертной массы вытекало из специальной теории относительности. Сейчас в лабораторных условиях удалось продемонстрировать гравитационное смещение γ-линии («красное смещение»), подтвердив существование также и тяжелой массы фотона.

Талант Дьюрелла-педагога находит свое выражение прежде всего в том, что, исходя из понятий и представлений, доступных и привычных школьнику, Дьюрелл логически приводит читателя к формулировке основного принципа специальной теории относительности. Благодаря этому результаты теории относительности приобретают характер не головоломного парадокса, а естественного следствия, более глубокого проникновения в законы природы.

Дьюрелл старается не задерживать внимания читателя на второстепенных вопросах, часто предоставляя ему самому сделать тот или иной вывод. Так, вы не найдете в книге ни пышных эпитафий, ни грозных проклятий по адресу эфира. Шаг за шагом Дьюрелл подводит читателя к бессмысленности эфира, но последний удар этому метафизическому понятию должен нанести сам читатель.

Пожалуй, лишь одна мысль Дьюрелла может показаться нам наивной. Мы имеем в виду замечание автора о том, что Эйнштейн жил в более спокойное время, нежели, например, Галилей. Дьюрелл вряд ли мог подозревать, что спустя несколько лет после того, как он напишет эти строки, труды Эйнштейна будут гореть на кострах, зажженных немецкими фашистами, а теорию относительности изгонят из немецких научных и учебных учреждений. Если Эйнштейну и «повезло» (как пишет Дьюрелл), то лишь в том, что он не попал в руки фашистских палачей.

Особенности книги Дьюрелла, о которых выше шла речь, еще не исчерпывают всех ее достоинств. Более того, пожалуй, наиболее замечательное качество этой книги заключается в том, что, несмотря на строгость и логическую последовательность изложения, теория относительности предстает со страниц книги не сухой и скучной наукой, которой с трудом заинтересуется даже любознательный человек. Перо Дьюрелла как бы превращает эту теорию в прекрасную Шехерезаду, изящного и интересного собеседника, увлечения которым почти невозможно избежать. Сделать это Дьюреллу удается не без помощи маленькой Алисы, сказочной героини Льюиса Кэррола, отрывки из путешествия которой в страну за зеркалом приведены в книге в качестве эпиграфов к некоторым главам. Надо заметить, что книга Дьюрелла не единственный случай, когда Алиса помогает ученым популярно рассказать о сложных проблемах науки. Что же привлекает взрослых и серьезных людей в забавных фантастических приключениях Алисы? Чтобы ответить на этот вопрос, следует в двух словах напомнить историю этих сказок. Первое знакомство с Алисой состоялось у юных английских читателей около 100 лет назад. В 1865 г. в свет вышла книга «Алиса в стране чудес», а спустя некоторое время ее продолжение — «Алиса в Зазеркалье».

И с тех пор эти сказки, переведенные на многие языки мира, с увлечением читают во всех странах все новые поколения юных и не только юных читателей [1]). Имя автора сказок, поначалу ничего не говорившее, приобрело мировую известность. Но и сейчас далеко не все знают, что под именем сказочника Льюиса Кэррола скрывался профессор математики Оксфордского университета Чарльз Лютвидж Доджсон. По просьбе своих маленьких друзей, детей декана Лиддела, Доджсон пересказал увлекательные прогулки, которые их дружная компания совершала по Темзе и ее притокам, в виде сказочных приключений Алисы в стране чудес. Увлечение литературой в сочетании с логикой ученого, рациональным мышлением математика, по-видимому, позволило Кэрролу (Доджсону) создать сказки совершенно нового типа. В сказках Кэррола читатель не найдет пересказа традиционных историй, бытующих в фольклоре многих народов мира. По словам самого Кэррола, его сказки получили начало «новой линии сказочности». Ее особенность в том, что самые нелепые высказывания героев, самые невероятные истории, происходящие с ними и порожденные, казалось бы, не знающей границ фантазией ребенка (ведь именно так играют дети), наполнены серьезным и глубоким смыслом. В сказках Кэррола маленький читатель непрерывно сталкивается с относительностью многих как будто твердо и навсегда установившихся представлений об окружающих его вещах. Эти сказки, показывая относительность тех понятий, в мире которых живут герои сказок, позволяют ему лучше понять окружающую его жизнь, которая, по существу, и является прообразом сказочных сюжетов. Эта особенность сказок Кэррола и привлекает к ним все новые и новые поколения читателей. Так, у одного из почитателей сказок Кэррола, Гарнета, уже в зрелом возрасте возникла мысль описать на языке математики приключения Алисы за выпуклым зеркалом. Геометрия мира за таким зеркалом совершенно непохожа на привычную нам геометрию евклидова пространства. Таким было бы мнение

[1]) К сожалению, советский читатель до последнего времени почти не был знаком с «Алисой в Зазеркалье», так как эта книга не издавалась у нас с 1924 г. Однако в 1967 г. болгарское Издательство литературы на иностранных языках в Софии выпустило в переводе на русский язык обе книги, дав второй из них несколько иное название: Л. Кэррол «Алиса в стране чудес. Сквозь зеркало и что там увидела Алиса». К сожалению, и эта книга почти сразу же превратилась в библиографическую редкость.

стороннего человека, наблюдавшего за поведением Алисы за зеркалом. Сама же Алиса, находясь по ту сторону зеркала, не обнаружила каких-либо отклонений от тех представлений, к которым она привыкла, живя по эту сторону выпуклого зеркала. Воспользовавшись знакомыми со школьной скамьи построениями геометрической оптики, Гарнет показал, что мир, который видит за зеркалом посторонний наблюдатель, покажется ему столь же «необычным», каким казались в то время лежащие в основе теории относительности Эйнштейна представления о пространстве и времени. К сожалению, статьи Гарнета, опубликованные в 1918—1919 гг. в журнале «Mathematical Gazette», издаваемом Математической ассоциацией в Англии, остались неизвестны широкой публике. Но именно они обнажили те нити, которые связывали полный фантазии мир сказок Кэррола (Доджсона) с логически строгой теорией относительности.

В заключение отметим, что, пожалуй, именно сегодня можно по достоинству оценить значение книги Дьюрелла. В те годы, когда Дьюрелл писал свою «Азбуку теории относительности», повседневная практика людей была еще очень ограниченной. Полвека назад учебник арифметики отражал почти весь необходимый запас жизненного опыта подрастающего поколения, который не выходил за рамки путешествия «из пункта А в пункт Б». С тех пор жизнь далеко ушла вперед, стала неизмеримо богаче и разнообразнее традиционных школьных учебников. Подобно тому как несколько веков назад человечество пережило эпоху великих географических открытий, так сегодня оно стоит на пороге эры великих открытий в космосе, освоение которого немыслимо без знания теории относительности.

Е. Лейкин

ОГЛАВЛЕНИЕ

Дьюрелл

АЗБУКА ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Художник В. Г. Алексеев. Художественный редактор П. Ф. Некундэ.
Технический редактор Г. Б. Алюлина. Корректор *Е. В. Кочегарова*.

Сдано в производство 12/XII 1969 г. Подписано к печати 25/III 1970 г. Бумага № 1 $84\times108^1/_{32}=2{,}5$ бум. л. 8,4 печ. усл. л. Уч.-изд. л. 7,11. Изд. № 2/5421.
Цена 51 к. Зак. 447.

ИЗДАТЕЛЬСТВО „МИР“ Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой
Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Измайловский проспект, 29.