ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК

1967

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ КОМИТЕТ

Эйнштейновский сборник

1967

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1967

Ответственные редакторы
И. Е. ТАММ и Г. И. НААН

Составитель
У. И. ФРАНКФУРТ

СОДЕРЖАНИЕ

ИЗ ПЕРЕПИСКИ ЭЙНШТЕЙНА

ПИСЬМА ЭЙНШТЕЙНА К СОЛОВИНУ[1]

Берн, пятница, 3 мая 1906

Дорогой Соловин,

я часто думаю о Вас и время от времени спрашиваю себя, что Вы делаете и как Вы проводите Ваши дни. Если к этому любопытству прибавить еще маленькое случайное обстоятельство, то станет понятным, почему я Вам пишу.

Несколько дней назад один адвокат, занимающийся оформлением изобретений, чье внимание к Вам я когда-то привлек, представил мне документ, который нужно перевести на безупречный французский язык. Ввиду срочности дела я это предложение не принял; хотелось бы Вас спросить, удовлетворяет ли Вас Ваше нынешнее положение. Если нет, то здесь имеется определенный шанс найти работу в бюро изобретений, а со временем получить спокойную службу. Напишите мне немедленно, что Вы об этом думаете.

Мы втроем чувствуем себя хорошо. Сынок уже стал веселым, очень гордым и нахальным парнем. Я сам в данный момент не получил слишком много результатов с научной точки зрения. Скоро я достигну того неподвижного и стерильного возраста, когда сетуют на революционное

---

[1] Окончив Политехникум в Цюрихе и поселившись в Берне, Эйнштейн познакомился и вскоре сблизился с уроженцем Румынии Морисом Соловиным. Впоследствии Соловин жил в Париже, выпустил ряд работ по истории науки и перевел на французский язык некоторые труды Эйнштейна. Переписка Эйнштейна с Соловиным охватывает физические и философские проблемы. Письма Эйнштейна (1906—1953) изданы Соловиным в виде факсимиле с французским переводом (Albert Einstein. Lettres a Maurice Solovine. Paris, 1956). Здесь публикуются некоторые письма (частью сокращенные) в переводе З. Н. Сыркина (за вычетом приложений к письму от 24 апреля 1920 г.).

мышление молодежи. Мои работы высоко оценены и дают повод для других исследований. Профессор Планк из Берлина мне недавно писал об этом.

Я вновь переехал на другую квартиру и опять живу у Кирхенфельда (улица Эгерта, 53).

После Вашего отъезда у меня не сохранилось каких-либо частных встреч. Даже беседы с Бессо[1] по возвращении домой прекратились; о Габихте[2] я абсолютно ничего не слышал. С большим удовольствием я узнал от Бессо, что Вы успешно сдали Ваши экзамены. Можно надеяться, что это Вам обеспечит более комфортабельное материальное существование.

Сердечно приветствую Вас и прошу поскорее написать Вашему А. Эйнштейну.

Моя жена и М. Бессо дружески приветствуют Вас.

Берн, четверг, 3 декабря 1908

Дорогой Соло,

Ваши извинения, конечно, изложены в чрезвычайно грациозной манере, но от этого они не становятся лучше. Можно, вероятно, провести у нас бессонные ночи не менее хорошо, чем бессонные академические полуночи, которые я всегда вспоминаю с большим удовольствием. Извинения не приняты, и мы ждем, чтобы Вы приняли наше приглашение в совершенно ясной форме.

Сердечный привет от Вашего А. Эйнштейна.

Берн, 18.III 09

Дорогой Соловин!

Я весьма обрадован Вашим дружеским приветом. Вчера меня посетил молодой японец, который отправился в Париж. Я его направил к Вам в надежде, что Вы с удовольствием с ним познакомитесь. Когда Вы, наконец, прибудете в Берн? Вы не представляете себе, как часто

---

[1] Микельанжело Бессо — друг Эйнштейна, помогавший ему при разработке специальной теории относительности.

[2] Конрад Габихт — друг Эйнштейна в Берне.

я думаю о Вас и с какой радостью я увижу Вас. Сердечно приветствуйте свою сестру и ее Паули.

С дружеским приветом, Ваш А. Эйнштейн.

Моя жена и Бужо сердечно приветствуют Вас.

Весна 1913

Дорогой Соловин,

я очень рад возможности вместе с Вами побродить по Парижу, если бы только не эта проклятая лекция, которую — horribile dictu — я должен буду прочитать по-французски.

С лучшими приветствиями. Ваш А. Эйнштейн.

Берлин, 24 апреля 1920

Дорогой Соловин,

я очень радуюсь тому, что Вы намереваетесь кое-что написать о моей теории. В маленькой книге, которую я Вам посылаю, Вы найдете мое резюме. Помимо этого там имеются только оригинальные работы, оттиски которых, к сожалению, разошлись. Из книг я рекомендую также для научных библиотек: Вейль. «Пространство, время, материя», а также Шлик. «Пространство и время в современной физике» (обе изданы Шпрингером, Берлин), а кроме того, книгу под названием «Принцип относительности», изданную Тейбнером (очень скоро появится в третьем издании). Там будут помещены наиболее важные оригинальные статьи по общей теории относительности. Я охотно прочту Вашу рукопись от начала до конца.

Милева [1] чувствует себя хорошо. Я развелся с ней. Она и дети в Цюрихе, Глориаштрассе 59. Альберт [2] великолепно развился, а малыш [3], к несчастью, немного болеет. Бессо бродил по разным странам мира, но он вновь в бюро изобретений в Берне. Пауль Винтелер [4] и моя сестра живут в согласии в Люцерне.

---

[1] Милева Марич — первая жена Эйнштейна.

[2] Альберт — старший сын Эйнштейна.

[3] Эдуард — младший сын Эйнштейна.

[4] Пауль Винтелер — друг Эйнштейна, женившийся на его сестре Майе.

Я очень рад вновь слышать о Вас и желаю успеха в Вашем маленьком начинании.

Наилучшие пожелания от Вашего А. Эйнштейна [1].

ПРИЛОЖЕНИЕ

1

Несмотря на разнообразие экспериментальных истоков теории относительности, ее метод и содержание могут быть охарактеризованы в нескольких словах. Еще в древности было известно, что движение воспринимается только как относительное. В противоположность такому факту физика базировалась на понятии абсолютного движения. В оптике исходят из мысли об особом, отличающемся от других движений. Таким считали движение в световом эфире. К последнему относятся все движения материальных тел. Таким образом, эфир воплотил понятие абсолютного покоя, связанного с пустотой. Если бы неподвижный, заполняющий все пространство световой эфир действительно существовал, к нему можно было бы отнести движение, которое приобрело бы абсолютный смысл. Такое понятие могло бы быть основой механики. Попытки обнаружить подобное привилегированное движение в гипотетическом эфире были безуспешными. Тогда вернулись к проблеме движения в эфире, и теория относительности сделала это систематически. Она исходит из предположения об отсутствии привилегированных состояний и движения в природе и анализирует выводы из этого предположения. Ее метод аналогичен методу термодинамики: последняя является не чем иным, как систематическим ответом на вопрос: какими должны быть законы природы, чтобы вечный двигатель оказался невозможным.

То, что далее характеризует теорию относительности, является скорее эпистемотологической точкой зрения. В физике не существует понятия, применение которого á priori необходимо или оправдано. Понятие завоевывает

[1] К этому письму приложены: рукописный лист с изложением (на немецком языке) основных идей теории относительности (1) и напечатанный на машинке текст (также на немецком языке) с изложением релятивистской космологии (2).

свое право на существование исключительно лишь благодаря однозначному и ясному сцеплению событий соответственно физическим опытам. Именно поэтому в теории относительности понятия абсолютной одновременности, абсолютной скорости, абсолютного ускорения и т. д. отброшены, их однозначная связь с опытами оказалась невозможной. Точно так же оказались разбитыми понятия «плоскость», и «прямая линия» и т. д., на коих основана Эвклидова геометрия. Всякому физическому понятию следует дать некоторое возможное определение; в силу этого определения решают в принципе, справедливо оно или нет в данном конкретном случае.

2

Против концепции пространственно бесконечного мира и за пространственно закрытый мир можно сказать следующее.[1]

1⁰. С точки зрения теории относительности, условия для пространственно замкнутого мира гораздо проще, чем соответствующие граничные условия на бесконечности в случае квазиэвклидовой структуры.

2⁰. Утверждение Маха, что инерция определяется взаимодействием тел, содержится в первом приближении в уравнениях теории относительности; в самом деле, из этих последних следует, что инерция зависит, по крайней мере частично, от взаимодействия масс [2]. Мысль Маха кажется правдоподобной, так как предположение, что инерция частично зависит от действия, частично от независимых свойств пространства, представляется неудовлетворительным. Но с мыслью Маха согласуется только предположение о конечной, пространственно ограниченной Вселенной, а не предположение о квазиэвклидовой бесконечной Вселенной. В итоге, с эпистемологической точки

---

[1] Начиная отсюда и до конца текст был внесен Эйнштейном в его книгу «The Meaning of Relativity» (первое издание «Четыре стаффордовские лекции Эйнштейна» вышло в 1922 г.; четвертое издание переведено на русский язык: «Сущность теории относительности». М., 1955, стр. 96—97).

[2] Здесь Эйнштейн излагает и считает весьма вероятной мысль Маха о зависимости сил инерции от воздействия всех тел Вселенной. Впоследствии Эйнштейн иначе относился к этой мысли (См. А. Эйнштейн. Творческая автобиография. М., 1965).

зрения, более оправдана мысль о механических свойствах пространства, полностью определенных материей, что имеет место лишь в случае пространственно ограниченного мира.

3^0. Бесконечный мир возможен лишь в том случае, когда средняя плотность материи в мире — нулевая. Такое предположение, конечно, логически возможно, но оно менее вероятно, нежели предположение о конечной средней плотности материи в мире.

Берлин, 22 марта 1922

Дорогой Соло,

я прибываю 28 вечером с единственным поездом, во всяком случае утром 29, если у меня не будет пересадки. Я уже чувствую себя освобожденным от всего и буду иметь немного времени для жизни.

С удовольствием увижу Вас, Ваш А. Эйнштейн.

30.X 29

Дорогой Соловин,

Я всегда интересовался философией, но она была у меня на втором плане. Интерес к науке всегда был ограничен изучением принципов, чем лучше всего объясняется мое поведение. То, что я публикую так мало вещей, объясняется тем, что страстное желание охватить принципы имело своим следствием то, что большая часть времени была затрачена на неплодотворные усилия.— Комиссия Лиги Наций оказалась лучше, чем я думал. Можно надеяться, что в Европе наступит улучшение.

Сердечный привет от Вашего А. Эйнштейна.

8.XI 29

Дорогой Соло,

сегодня в 5.30 я прочту лекцию о моей новой теории в Институте А. Пуанкаре. Посылаю Вам билет. Мы сможем провести вечер, если только у Вас будет время.

До свидания, Ваш А. Эйнштейн.

28.XII 29

Дорогой Соло,

я усердно искал Вашего Демокрита, но не нашел его, хотя помню, что получил его от Вас. Быть может, Вы еще разок пришлёте его? Я его немедленно прочту и после этого напишу Вам.

Сердечный привет, Ваш А. Эйнштейн.

4.III 30

Дорогой Соловин,

потребовалось некоторое время, прежде чем я прочитал до конца Вашего Демокрита, так как был завален собственной работой и многое сверх того мешало. Между прочим, вновь отыскался первый экземпляр. Я испытал большую радость, читая Ваше введение. Очерк, посвященный связи Демокрита со своими предшественниками, кажется мне блестящим. По крайней мере появился проблеск: примирение абсолютно твердого с бесформенным изменением (атом и движение).

Достойна восхищения в оригинале трактовка чувственных свойств. Трогательно видеть, как тщательно Демокрит учитывает видимую форму явлений, проводя последовательно свою фундаментальную идею. Среди моральных афоризмов имеется некоторая часть действительно прекрасных, но много и мелкобуржуазных сентенций. (моральные теории для стада свиней). Перевод в целом мне кажется действительно удачным, насколько я могу судить с моим недосточным знанием французского языка. Достойна восхищения твердая вера в физическую причинность, которая не останавливается даже перед волей Homo Sapiens'a. Насколько я знаю, лишь Спиноза столь же радикален и последователен...

Я часто думаю о прекрасных днях в Париже, хотя я доволен моим относительно безмятежным существованием здесь. Располагайте мною, если Вы думаете, что я могу сделать что-нибудь для Вас согласно Вашему желанию, и примите мой сердечный привет.

А. Эйнштейн.

Капус близ Потсдама, 6 июля 1932

Дорогой Соловин,

при сем прилагаю контракт вместе с сердечной благодарностью за Ваше письмо. Я надеюсь вскоре написать краткое экспозе о космологической проблеме. Я не буду присутствовать на конгрессе в Женеве. Достаточно того, что я состою в комитете. Я могу принести больше пользы у письменного стола, нежели моим личным присутствием, тем более, что совершенно не являюсь оратором.

Сердечно Вас приветствует Ваш А. Эйнштейн.

Капус близ Потсдама, 29.IX 32.

Дорогой Соло!

Ах, Вы плут нетерпеливый! Я лишь теперь смог систематизировать эту вещь из-за канители, а также действительной работы. Но теперь она стала ясной. Надеюсь, что она Вам понравится...

Надеюсь, что Вы лично чувствуете себя хорошо в этом безумном мире, в котором нельзя искоренить солдатчину из-за лицемерия «культурных людей».

Сердечно Вас приветствует Ваш А. Эйнштейн.

Прошу Вас возвратить рукопись после перевода.

Капус вблизи Потсдама, 6 октября 32

Дорогой Соловин,

к сожалению, в конце декабря я уже буду в Америке, так что здесь мы не сможем увидеться. Я внес в заглавие словцо «так называемый», так как выражение «космологические проблемы» никак не является хорошей характеристикой трактуемого сюжета. Я верю, что мы сможем изменить заглавие на «О структуре пространства в целом». Я надеюсь, что Вы вскоре вновь обретете Ваше хорошее настроение, которое всегда было столь прочно основано на покорности судьбе.

Сердечно Вас приветствует Ваш А. Эйнштейн.

Ле Кок вблизи Остендэ, 23.IV 33

Дорогой Соло,

я не сумел вовремя ответить на Ваше письмо, так велик поток писем и людей. Я опасаюсь, что эта эпидемия ненависти и насилия распространится повсюду. Это приходит, как наводнение, снизу доверху до тех пор, пока высшие слои оказываются изолированными, встревоженными, деморализованными этим потоком. Я теперь имею больше профессорских кафедр, чем разумных идей в моей голове. Дьявол насмехается над большими массами.

Довольно абсурдов. Будем надеяться, что настанет день, когда спокойствие вновь установится вокруг меня.

В ожидании, сердечный привет от Вашего А. Эйнштейна.

Принстон 10.IV 38

Дорогой Соловин,

я еще надеюсь, что смогу поручить Вам перевод на французский нашей книжки [1]. Г. Инфельд уже обещал одному французскому издательству (Фламмарион) право издания; но мы зарезервировали за собой право самим выбрать переводчика.

Инфельд уже сообщил Ваш адрес издателю. Книга обязана своим существованием тому факту, что я был обязан обеспечить временно г. Инфельду, коему отказано в деньгах, средства к существованию. Мы вместе очень тщательно обработали сюжет, в частности принимая во внимание эпистемологическую точку зрения. В то время, как во времена Маха вредно господствовала точка зрения догматического материализма, так в наше время господствует в излишней манере субъективистская и позитивистская точка зрения. Постижение природы как объективной реальности объявляют устарелым предрассудком, превращая в теории квант нужду в добродетель. Люди более подвержены внушению, чем лошади, и в каждом периоде доминирует мода, но большинство не видит властвующую над ними тиранию.

Если бы это было только в науке, можно было бы ограничиться веселой улыбкой. Но это происходит, что хуже,

[1] Речь идет о книге Эйнштейна и Инфельда «Эволюция физики».

в политической жизни и входит в нашу жизнь. Наши времена столь страшны, что не видно никакого просвета. С одной стороны — злонамеренные глупости, с другой — низкий эгоизм. Естественно, то же самое происходит в Америке, все совершается слишком поздно и слишком медленно. Вы не созданы для этой среды. Следует быть молодым и вылепленным по шаблону, если Вы не хотите умереть с голоду. Правда, я сам высоко оценен как музейный старый экспонат и как достопримечательность, но такая лошадка в счет не идет. Я все время работаю с увлечением, поддерживаемый несколькими молодыми смелыми коллегами. Я еще умею думать, но работоспособность ослабла. И наконец: умереть—это еще не самое худшее.

Сердечный привет, Ваш А. Эйнштейн.

Нассау Пойнт, Пеконик Лонг Айленд.

27 июня 1938

...Немецкий перевод был выполнен одним скучным коллегой, которому мы это поручили, увы, из сочувствия. Поэтому Вам лучше придерживаться английского текста, как Вы это сами предложили [1].

К сожалению, в английском издании при выводе скорости распространения света имеется одно неверное утверждение о времени захода солнца. Там утверждается, что в момент наблюдения захода солнца последнее на самом деле уже зашло шесть минут назад. Это заблуждение происходит из геоцентрического представления, с точки зрения вращающейся вместе с Землей координатной системы. К сожалению, я не могу найти это место, но оно Вам попадется. Поэтому в данный момент я не могу Вам сказать, может ли эта фраза быть опущена без вреда или ее следует заменить другой. Биографии Вы можете опустить; корректуры нет нужды отсылать мне, я полностью полагаюсь на Ваше тонкое понимание.

Заголовок «Эволюция физики», как мне кажется, не совсем соответствует цели. Я также не согласен с выбранным английским заголовком. Мне кажется лучшим немецкий заголовок, так как он выдвигает на первое место

---

[1] Речь идет об «Эволюции физики».

психологический или субъективный момент... Неверно то, что я еду в Европу. Я остаюсь здесь на все лето в тихом уголке и намереваюсь устроить все так, чтобы поменьше иметь дело с людьми. Если кто-либо может это понять, то только Вы.

Я вместе с моими коллегами работаю над чрезвычайно интересной теорией. С ее помощью я надеюсь победить современную мистику вероятности и отход от понятия реальности в области физики. Но пока не говорите об этом, так как я еще не знаю, приду ли с этим к концу.

Сердечно приветствую Вас, Ваш А. Эйнштейн.

23 декабря 1938

Дорогой Соловин,

описанное Вами несчастье с французским изданием книги, быть может, велико. Однако я думаю, что мы должны быть весьма счастливы, если это будет самым плохим из того, что в настоящее время происходит по вине человеческой. Давайте же и мы с юмором подчинимся неизбежности.

Страшно, что Франция предала Испанию и Чехословакию. Самое худшее, что это будет иметь горестное последствие.

В научной работе я натолкнулся на чудесную проблему, над которой я вместе с двумя молодыми коллегами работаю с большим рвением. Имеется надежда таким образом преодолеть непереносимые мною статистические основы физики. Это является дальнейшим расширением с большой логической простотой общей теории относительности.

Сердечно приветствую Вас, Ваш А. Эйнштейн.

29 августа 1946

Дорогой Соловин,

я очень обрадовался письму, так как я, по правде сказать, беспокоился за Вас и жду с нетерпением встречи. Вы пишете мне так вежливо, как будто мы вместе не пасли свиней и не творили вместе другие подобные вещи, когда мы оба были молоды. Я получил также известие от Габихта, которого Вы, вероятно, потеряли из виду.

Сердечные приветы Вам и Вашим и до веселой встречи в октябре.

Ваш А. Эйнштейн.

5 октября 1946

Дорогой Соловин,

я очень рад Вам и тому, что мы в этом наилучшем из миров еще раз увидимся и сможем дискутировать о всевозможных вещах. Вы будете жить у меня, во-первых, во всяком случае, но, во-вторых, потому, что здесь сейчас невозможно заполучить комнату. Итак, вперед!

Ваш старый А. Эйнштейн.

9 апреля 47

Дорогой Соловин,

Вы, только Вы в состоянии оживлять мою плохую совесть, когда она больше не находит достаточно пищи. Ведь Вы писали мне так обстоятельно и так мило. Ваше возвращение было полно приключений, и Вы могли узнать основательно дядю Сэма с изнанки, увидев близко, как бесцеремонно обращается он с преследуемыми, точнее с теми, которых *другие* преследовали; он сам осуществляет множество вещей в этой области и делает большие успехи.

Я уже узнал о смерти Ланжевена. Он был для меня одним из самых дорогих, истинный святой и вместе с тем чрезвычайно одаренный...

Удивительно, что Франция столь медленно восстанавливается, я думаю, что это обратная сторона ее индивидуализма, не позволяющая проявиться общественному мнению, если это только не на базе национального тщеславия. Никогда больше не благодарите меня за те несколько вещей, которые мы имели право Вам переслать, это чрезвычайно сконфузило меня. Я весьма благодарен Вашему врачу за его благонамеренные и, конечно, компетентные советы, но я должен, без обмана, охарактеризовать мое здоровье как плохое... Я с большим интересом прочитал Вашего Эпикура. Во всяком случае имеется большой смысл в том, что мораль не должна основываться на вере, иначе говоря, на суеверии...

Моя сестра чувствует себя хорошо, но она находится на склоне, откуда нет возврата. У нее поверхность этого склона опускается круче, чем у большинства людей ее возраста... По вечерам я читаю ей книгу Ксенофонта, совершенно очаровательное произведение. Только греки смогли осуществить некоторые вещи столь правильно и естественно. Как мило с Вашей стороны, что Вы пригласили мадам Франсуа. Это к ней применимы превосходные слова Гейне: «Если дукаты будут литься дождем, то она не получит ничего, кроме дыр в голове». Я много тружусь вместе со Штраусом, чтобы подтвердить (или опровергнуть) мои уравнения. Но мы далеки от преодоления математических трудностей. Тяжелая работа, которую даже истому математику трудно одолеть. Что касается книги, то тут дело идет и я убежден, что ее хорошо исправили. Я не знаю, где находится абсурдный отрывок о заходе солнца. Читатель потешится, когда он найдет такой ляпсус, почему же лишать его удовольствия (Эпикур), кстати, учел ли последний злорадство в своем балансе? Ведь по его теории последнее должно рассматриваться как положительное явление, если от него нет вреда людям (это исключительно, чтобы подразнить Вас).

Всего хорошего Вам обоим.

Ваш А. Эйнштейн.

26 августа 1947

Дорогой Соловин,

я чувствую себя хорошо с небольшими отклонениями вверх и вниз, а состояние Майи [1] также удовлетворительное (с учетом обстоятельств). Я получил много радости при чтении Вашего Эпикура. Едва ли можно сомневаться в том, что в своей этике он в основном прав. С другой стороны, мне кажется, что предмет полностью не исчерпан, так как ценности, рассматриваемые как положительные, в известной мере несоизмеримы и не могут без оговорок складываться или вычитаться. Например, предположим, что сумма счастья у муравьев больше, чем у людей, будет ли это с этической точки зрения значить, что мы должны уступить место муравьям? Во всяком случае Вы не долж-

[1] Сестра Эйнштейна Майя приехала в Принстон в 1939 г. и жила там до своей смерти в 1951 г.

ны сердиться на меня и мое упрямство и будьте уверены в том, что в вопросах тепла и влаги у нас полное единодушие.

С моей главной проблемой я вожусь непрерывно, но без решительного успеха.

С сердечным приветом от всех нас Вам и Вашей жене.

Ваш А. Эйнштейн.

25 ноября 1948

Дорогой Соло,

бог, кажется, очень равнодушно принял то, что Вы ему поручили, но это произвело эффект, как Вы увидете из данного письма. Вероятно, он скрупулезно руководствуется правилом министерского чиновника: нет дела столь срочного, чтобы оно не стало еще более срочным, когда его отложат.

...У нас теперь все идет хорошо. Моя сестра также не страдает, хотя, объективно, она заметно тает. Каждый вечер я читаю ей. Сегодня, например, читал любопытные аргументы Птоломея против мнения Аристарха, что Земля вращается и движется вокруг Солнца. Я не могу не думать о некоторых аргументах современных физиков: ученые и утонченные, но без инстинкта. Испытание аргументов в теоретических делах есть, по правде, дело интуиции.

В моей научной деятельности мне всегда мешают математические трудности, которые делают для меня невозможным подтверждение или отрицание моей общей релятивистской теории поля, хотя я имею в качестве сотрудника молодого и очень сильного математика. Я не увижу конца, это будет забыто и позже будет вновь открыто. Это уже произошло со многими проблемами.

Читая по вечерам сестре, я встретил кое-что из философских текстов Аристотеля. Собственно говоря, все это мертво. Если бы эти последние не были темными и ставящими в тупики, этот род философии не продержался бы так долго. Но большинство людей выражают священный респект перед непонятными словами и считают поверхностным понятного им автора. Это трогательный знак скромности.

В последние месяцы сюда прибыл сын Конрада Габихта, очень милый и солидный парень. Он также стал математиком. Еще раз я получил весточки из прошлого. Это все же было прекрасное время в Берне, когда мы занимались этюдами в нашей веселой «Академии» [1], которая, однако, была менее детской, чем респектабельные академии, с которыми я позже близко познакомился.

Это одна из хороших сторон старости—смотреть на все дела человеческие с умиротворяющей дистанции.

Вы, конечно, не имеете нужды стариться для этого.

Сердечные приветы и пожелания от Вашего А. Э.

Лидо Бич, Старосота,
Флорида, 22 февраля 1949

Дорогой Соловин,

упомянутый Вами обмен письмами с южноафриканской школьницей ни в какой мере не подходит для Вашей цели. Там в основном выражено удивление, что я не умер 300 лет назад (спутала с Ньютоном). Я прибыл во Флориду на три недели, остается еще 4 дня с сегодняшнего дня. Операция в брюшной полости была предписана на основе не совсем правильного предположения. Я хорошо отдохнул, и операция не была напрасной, так как некоторые спайки устранены. Однако я все еще слаб: в старости нельзя ждать много.

С сердечным приветом Вам и Вашей жене.

Ваш А. Эйнштейн.

28.III 49

Дорогой Соловин,

я глубоко тронут Вашим сердечным письмом, которое столь отличается от других бесчисленных писем, обрушившихся на меня в связи с этим несчастным случаем [2]. Вы можете себе представить, что я смотрю со спокойным удовлетворением на работу моей жизни. Но это выглядит

---

[1] «Академия «Олимпия» — шутливое название, которое Эйнштейн, Соловин, Габихт дали образованному ими кружку.

[2] Это ответ на письмо от Соловина, присланное к 70-летию Эйнштейна.

совсем по-иному с близкого расстояния. Нет ни одного понятия, относительно которого я был бы убежден, что оно стоит прочно, и я не уверен, что вообще нахожусь на верном пути. Современники видят во мне еретика и реакционера, который сам себя пережил. Это, конечно, дело моды и близорукости, но чувство неудовлетворенности идет изнутри. Впрочем, иначе и не может быть, если Вы имеете критический ум и честность, а юмор и скромность поддерживают наше равновесие вопреки внешним влияниям...

Лучшее, что мне остается, это несколько верных друзей, у которых на месте голова и сердце и которые понимают друг друга, как это имеет место у нас обоих.

Любопытно было бы узнать, что Вы собрали о Гераклите. Я себе представляю, что это был упрямый и мрачный парень. Очень жаль, что такие гигантские личности можно видеть лишь сквозь густой туман.

От всего сердца привет Вам и Вашей жене.

Ваш А. Эйнштейн.

12 июня 1950

... Что касается вопроса о статистике против детерминизма, то дело обстоит так, что с точки зрения непосредственного опыта нет никакого точного детерминизма. В этом отношении имеется полное единогласие. Вопрос в том, должно ли теоретическое описание природы быть детерминистичным или нет. В этом в особенности заключается вопрос, существует ли вообще постижимый образ действительности (для отдельного случая), который в принципе полностью свободен от статистики. Лишь в этом состоят различия мнений.

Сердечный привет, Ваш А. Эйнштейн.

1 января 1951

Дорогой Соловин,

большое спасибо за Ваше подробное письмо от 7 декабря. Вот ответ на Ваши вопросы.

Милитаризация Германии началась вскоре после 1848 г., с тех пор как Пруссия приобрела влияние, а в ней милитаризация началась гораздо раньше. Я думаю, что столетие будет лучшей краткой характеристикой длительности этого процесса.

Заключение статьи о Кеплере: примечание должно привлечь внимание читателя к этому психологическому, исторически интересному пункту. Правда, Кеплер отклонил тогда общепринятую астрологию, однако он допускал возможность рациональной астрологии. Это вовсе не удивительно: предположение о анимистической каузальной связи, как это почти всегда свойственно примитивному человеку, не является бессмысленным само по себе и лишь под давлением систематических опытных данных оно было постепенно оставлено естествознанием. Конечно, исследования Кеплера очень много внесли в этот процесс, который в его собственном уме развивался как тяжелая внутренняя борьба.

Ваше возражение против употребления слова «религия», когда идет речь о психологической эмоциональной позиции, каковая отчетливее всего видна у Спинозы, я очень хорошо понимаю. Я не нашел лучшего выражения, нежели выражение «религиозное» для убеждения в разумной природе реальности и ее постижимости человеческим разумом. Там, где это осуществление отсутствует, там наука превращается в бездушный эмпиризм. Черт с ним, если священники наживут на этом капитал. Против этого ничего не сделаешь. Я не могу согласиться с Вашим мнением относительно морали и целесообразности. То, что мы называем наукой, имеет своей исключительной задачей твердо установить *что есть*. Определение того, *что должно быть* есть что-то от этого не зависящее, недостижимое методическим путем. Наука может лишь сформулировать законы о морали в логической связи и дать методы осуществления моральных целей, но определение самих целей не входит в область науки. Такова по крайней мере моя точка зрения. Но если Вы со мной не согласны, то я покорнейше спрашиваю: чей абсурд должен иметь место в этой книге, мой или Ваш?

С сердечным приветом и пожеланиями на 1951 г.

Ваш А. Эйнштейн.

12 февраля 1951

...Болезнь моей сестры за это время прогрессировала, но она не испытывает прямых страданий. Я сам доволен своим состоянием, хотя старость заметно дает себя знать. Я не принадлежу к долголетней семье.

Единая теория поля ныне закончена. Но ее так трудно математически применить, что я, несмотря на приложенные усилия, не в состоянии ее как-либо подтвердить. Это состояние будет у меня еще долгие годы, так как физики еще мало понимают логические и философские аргументы.

С сердечным приветом, Ваш А. Эйнштейн

23 марта 1951

Дорогой Соловин,

сердечно благодарю Вас за Ваше милое письмо и за книжку Ляметри с Вашим интересным предисловием. Не легко представить себе, что ученые XVIII в. находили эту книжку революционной. Каждый вечер я читаю сестре отрывок из нее. Вы бы посмеялись, если бы услышали мое запинающееся французское произношение. Что еще удивляет при чтении: цветистый стиль рококо, столь резко отличающийся от трезвого духа нашего времени.

Я иногда думаю, как хорошо Соло судил об интернациональной политической халтуре. Вероятно, мы весьма различных взглядов, так как каждый склонен весьма кисло реагировать на находящееся вблизи него.

У нас все идет хорошо, но состояние сестры еще более ухудшилось. Она едва в состоянии произнести осмысленное слово, хотя она умеет еще очень хорошо мыслить.

Сердечно Вас приветствует Ваш А. Эйнштейн.

30 июля 1951

Дорогой Соловин,

я получил Вашу милую открытку от 16 июля. Две невинные типографические ошибки выглядят весьма скромно по сравнению с дьявольскими кознями людей.

Сообщаю Вам печальную весть, что моя дорогая сестра уже 4 недели назад тихо скончалась, освободившись, таким образом, от своих ужасных страданий. Внезапное обострение артериосклероза мозга имело своим следствием легкое падение, вызвавшее, однако, сложный перелом правого плеча. Связанная с этим полная неподвижность привела к воспалению легких с сильной лихорадкой и потерей сознания, приведшему через 10 дней к смерти. Вплоть до этого несчастья я ей читал каждый вечер, тем более, что ее душевные силы — помимо памяти о новых впечатлениях — мало пострадали. Я надеюсь, что Вы сохранили дружескую память об этой доброй душе.

Все мучаются честно, но трудный Бог Спинозы заготовил нам еще гораздо бо́льшие трудности, чем думали наши отцы.

С сердечными приветами, Ваш А. Эйнштейн

30.III 52

...Теперь я подхожу к наиболее интересному пункту Вашего письма. Вы удивляетесь, что я рассматриваю постижимость мира (в той мере, в какой мы имеем право говорить о такой постижимости) как чудо или вечную тайну. Хорошо a priori следует ожидать хаотического мира, который никоим образом не может быть охвачен мыслью. Можно (или следует) ожидать, что мир должен подчиняться закону только в той мере, в какой мы вмешиваемся с нашим упорядочивающим разумом. Это будет своего рода порядок подобно алфавитному порядку слов в языке. Наоборот, вид порядка, созданного, например, теорией тяготения Ньютона, имеет совершенно другой характер. Даже если аксиомы теории сформулированы человеком, успех такого предприятия предполагает в объективном мире высокой степени порядок, который a priori никто не может ожидать. Это есть то «чудо», которое все более укрепляется вместе с развитием наших знаний.

Здесь слабые места позитивистов и профессиональных атеистов, которые чувствуют себя счастливыми, потому что это они с полным успехом лишили мир богов, но также «раскрыли чудеса».

Любопытно, что мы должны удовлетвориться признанием «чуда», не имея законного права выйти за его пределы. Я вынужден высказать это отчетливо, чтобы Вы не поверили, что—ослабленный возрастом — я стал добычей священников.

Мы все чувствуем себя здесь очень хорошо, также Марго, которая благодаря своей операции сделалась более сопротивляемой. Я нашел посредством изменения теории несимметричного поля важное дополнение, которое a priori определяет общие уравнения поля таким же образом, как простой принцип относительности определил уравнения гравитации.

С сердечным приветом Вам обоим.

Ваш А. Эйнштейн.

7.I. 52

... Что касается эпистемологического вопроса, то Вы совершенно неправильно меня поняли; вероятно, я плохо выразился; схематически вижу вещь следующим образом:

1. E — непосредственные эксперименты, данные нам.

2. A — аксиомы, из коих мы выводим заключения.

Психологически A покоятся на E. Но не существует никакой логической дороги, ведущей от E к A, но лишь интуитивная связь (психологическая), лишь всегда вплоть до нового распоряжения.

3. A выводятся *логическим путем* из частных утверждений S, которые могут претендовать на точность.

4. S находятся в связи с E (проверка экспериментом).

Эта процедура при ближайшем рассмотрении принадлежит также экстралогической (интуитивной) сфере, так как связь между понятиями, представленными в S, и непосредственными экспериментами E не является по природе логической.

Но эта связь между S и E является (прагматически) гораздо менее сомнительной, чем связь между A и E. Например, понятие «собака» и соответствующий непосредственный опыт. Если такое соответствие не может быть достигнуто с большой достоверностью (хотя бы оно не было логически охватывающим), то логический механизм не будет иметь никакой ценности для «постижения реальности» (например, теология). Квинтэссенция всего этого — это вечно проблематичная связь между миром идей и тем, что может быть экспериментировано (непосредственные чувственные опыты).

Работа над юбилейным томом де Бройля будет переведена теми же коллегами. Но содержание явится для людей ересью самого худшего сорта. Я его Вам перешлю лишь после его напечатания.

Мы все чувствуем себя очень хорошо. Но моя работоспособность уже чувствительно уменьшилась. Ну что же, и это имеет свою хорошую сторону.

Всем сердцем с Вами.

Ваш А. Э.

17 ноября 1952

...Наша академическая «Олимпия» прославлена благодаря доброму Зелигу [1] и подведена к бессмертию, как она того заслужила. Однако мэтр не смог вновь пробудить к жизни наши задорные вечера, увы!

Пока сердечный привет Вам и Вашей жене.

Ваш А. Эйнштейн.

Бессмертной «Академии «Олимпия»»

За твое короткое активное существование ты с детской радостью наслаждалась всем светлым и разумным. Твои члены создали тебя для того, чтобы развлекаться за счет твоих старых, надутых сестер. В какой мере они достигли истины, я полностью оценил на основе внимательных наблюдений и в течение долгих лет.

Мы, все три члена, показали себя по крайней мере долговечными. Если даже мы стали уже немного дряхлыми, то немного твоего чистого и живительного света все еще освещает одинокую тропинку нашей жизни; что касается тебя, то ты не стареешь вместе с нами и не деформируешься подобно проросшему салату.

Тебе моя верность и моя привязанность до последнего весьма ученого вздоха.

Отныне лишь твой член-корреспондент

А. Э.

Принстон, 3.IV 53

---

[1] Карл Зелиг в своей биографии Эйнштейна (русский перевод: К. Зелиг. Эйнштейн. М., 1963) подробно рассказал об «Академии «Олимпия»».

ПИСЬМО ЖАКУ АДАМАРУ [1]

Мой дорогой коллега!

Ниже я пытаюсь, насколько я способен, кратко ответить на Ваши вопросы. Я сам недоволен этими ответами и готов ответить на дополнительные вопросы, если Вы считаете, что это будет на пользу очень интересной и трудной работе, которую Вы предприняли.

А. Слова или язык, как они пишутся или произносятся, не играют никакой роли в моем механизме мышления. Психические реальности (Entities), служащие элементам мышления,— это некоторые знаки или более или менее ясные образы, которые могут быть «по желанию» воспроизведены и комбинированы.

Конечно, имеется некоторая связь между этими элементами и соответствующими логическими понятиями. Ясно и то, что эмоциональной основой этой довольно смутной игры с указанными элементами является желание прийти в конце к логически связанным концепциям. Но с психологической точки зрения эта комбинаторная игра является существенной особенностью в продуктивном (творческом) в отличие от репродуктивного. — *Прим. перев.* мышлении. Она имеет место перед тем, как наличествует связь с логической конструкцией, выраженной в словах или других знаках, которые могут быть сообщены другим людям.

В. Вышеупомянутые элементы в моем случае носят зрительный и мускульный характер. Обычные и общепринятые (conventional) слова с трудом подбираются лишь на следующей стадии, когда упомянутая ассоциативная игра достаточно устоялась и может быть воспроизведена по желанию.

С. В соответствии со сказанным, игра с упомянутыми элементами аналогична некоторым логическим связям, которые ищешь.

---

[1] Перевод М. Бернштейна.
Опубликовано в качестве приложения к книге: J. H a d a m a r d. An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field. Princeton, 1945, Appendix II, p. 142—143.
См. также статью М. Бернштейна. «О письме Жаку Адамару» в настоящем сборнике, стр. 30.

D. Зрительные и моторные. На стадии, когда вмешиваются слова, если они вообще смешиваются, они в моем случае носят чисто слуховой характер, но они вмешиваются только на второй стадии, как уже было указано.

E. Мне представляется то, что Вы называете полным сознанием, является предельным случаем, которого никогда нельзя достигнуть. Это, мне кажется, связано с тем, что называется узостью сознания (Enge des Bewusstseins).

Замечание. Проф. Макс Вертхаймер пытался исследовать отличие между чистым ассоциированием или комбинированием воспроизводимых элементов и пониманием (Organisches Begreifen). Я не могу судить, насколько глубоко его психологический анализ улавливает существо дела.

С уважением

Альберт Эйнштейн.

М. Бернштейн

О ПИСЬМЕ ЭЙНШТЕЙНА ЖАКУ АДАМАРУ

В 1943 г. известный французский математик Жак Адамар выступил в Нью-Йорке с циклом лекций на тему «Психология изобретения в математической области».

Эти лекции Адамара базировались не только на обобщении накопленного до него материала о научном творчестве и на его личном опыте, но и на ответах видных ученых на ряд вопросов, касающихся природы их творческого мышления. В основу своего обращения Адамар положил несколько дополненный вопросник, разработанный в свое время швейцарскими психологами Клапаредом и Флурнойем [1].

Среди адресатов Адамара был и Альберт Эйнштейн, который ответил ему приведенным выше письмом [2]. Отдельные разделы обозначены Эйнштейном латинскими буквами. Разделы письма, обозначенные буквами *A*, *B* и *C*, являются ответами на вопрос № 30 опросника Клапареда и Флурнойя, который гласил: «Для психологического исследования было бы очень полезно знать, какими внутренними образами или «внутренней речью» пользуются математики; являются ли они моторными, слуховыми, зрительными или смешанными в зависимости от изучаемого ими предмета».

Разделы письма Эйнштейна, обозначенные буквами *D* и *E*, содержат ответы на *дополнительные* вопросы, включенные Адамаром. Раздел *D* отвечает на вопрос Адамара, относящийся к мышлению *вообще*, а не специально к научному мышлению. Раздел *E* является ответом на вопрос Адамара: «Возникают ли мысленные картины или внутренние слова, особенно при научном исследова-

---

[1] См. L'enseignement Mathematique, v. IV, 1902, и v. VI, 1904.

[2] См. настоящий сборник, стр. 28.

нии, в полном сознании или на крае сознания (fringe — consciousness —по терминологии Уоллеса, в книге «Art of thought») или в предсознании (по терминологии Гальтона, в книге «Inquiries into Human Faculties»)?

Чтобы полностью понять смысл и значение ответов Эйнштейна для раскрытия природы научного творчества, необходимо, с одной стороны, остановиться на *генезисе* поставленных Аламаром вопросов и, с другой сопоставить эти сжатые ответы с другими высказываниями Эйнштейна по данному вопросу, содержащимися в его «Творческой автобиографии» и в его беседах с близко знавшими его людьми, в частности, в длительных его беседах с видным представителем гештальт-психологии Максом Вертхаймером, состоявшихся в 1916 г. в Цюрихе.

На протяжении почти полстолетия пользовался признанием психологов анализ процесса мышления, данный автором инструментализма Джоном Дьюи в его книге «Как мы мыслим?» [3]. Дьюи и здесь остался верным прагматическим позициям, сводя все многообразие мыслительной деятельности к «решению задач», выделяя при этом пять отчетливых логических шагов:

1) возникновение какой-либо трудности для организма;

2) ее локализация и определение;

3) мысленная наметка возможных путей преодоления этой трудности;

4) мыслительное испробование этих возможностей;

5) дальнейшие наблюдения и опытная проверка найденного решения, ведущие к приятию или неприятию найденного решения.

Мышление для Дьюи оставалось по существу инструментом *приспособления* организма к окружающему миру.

Надо признать, что для решения повседневных задач, равно как и для характеристики мышления ученых, занятых «нормальной» по терминологии Томаса Куна [4] наукой, т. е. занятых *эволюцией* науки, схема Дьюи в основном верна.

Но такого рода мышление оказывается совершенно недостаточным, когда возникает необходимость *революс-*

---

[3] Джон Дьюи. Психология и педагогика мышления, 1918 г.

[4] T. Kuhn. The Structure of Scientific Revolutions.— In: International Encyclopedia of Unified Science, 1962, v. II, N 2.

ционного решения научной проблемы, когда требуется научное творчество высшего порядка.

Такое научное творчество начинается там, где логика, пускай самая последовательная, самая железная, оказывается бессильной, когда вступает в полные свои права научная *интуиция*: «Интуиция,— пишет известный американский психолог Джером Брунер,— это умственная техника достижения правдоподобных и опытных формулировок, без аналитических и логических шагов, ведущих к доказательству действительности этих формулировок» [5].

Известно, какое большое значение Эйнштейн придавал научной интуиции. Именно она, по его свидетельству, сыграла важную роль в годы его юности, когда он колебался в выборе научной области, которой следует посвятить свою жизнь.

«Причиной того, что я до некоторой степени пренебрегал математикой,— писал он в своей «Творческой автобиографии»,— было не только преобладание естественнонаучных интересов над математическими... Дело было, очевидно, в том, что моя *интуиция* в области математики была недостаточно сильна, чтобы уверенно отличить основное и важное от остальной учености, без которой можно еще обойтись [6].

В своей речи на праздновании шестидесятилетия со дня рождения Макса Планка в 1918 г. Эйнштейн, говоря о долге физиков искать общие элементарные законы, подчеркивал, что «к этим законам ведет не логический путь, а только основанная на проникновении в суть опыта *интуиция*» [7].

Об интуиции Эйнштейн говорил и на склоне своей жизни, в частности, в своих беседах с Бернардом Коэном, посетившим Эйнштейна за две недели до его смерти.

«С точки зрения Эйнштейна,— пишет Коэн,— есть внутренняя, или интуитивная, история и внешняя, документированная. Последняя — объективней, а первая — интереснее...».

«Согласно Эйнштейну физическая интуиция рождает образы, которые *предворяют*, а иногда *интерпретируют*

---

[5] Jerome Bruner. The Process of Education. New York, 1960, p. 13.
[6] А. Эйнштейн. Физика и реальность. М., 1965, стр. 137.
[7] Там же, стр. 9.

строгие математические соотношения, сталкиваются друг с другом, образуют «драму идей» [8].

Здесь прямо подчеркивается *дологическая*, а также сверхлогическая сущность интуиции.

Именно об этом идет разговор в разделе *А* письма Эйнштейна Адамару.

Силу эйнштейновской интуиции подчеркивал Нильс Бор в 1961 г.

«В каждом новом шаге физики, который, казалось бы, *однозначно следовал из предыдущего* (т. е. из логики вещей.— *М. Б.*), он (Эйнштейн) отыскивал противоречия, и противоречия эти становились импульсом, толкавшим физику вперед. На каждом новом этапе Эйнштейн *бросал вызов* науке, и не будь этих вызовов — развитие квантовой физики надолго бы затянулось» [9].

Интуиция служила Эйнштейну двоякую службу. Благодаря ей *он знал, что не знает того*, что наукой считалось уже «познанным». Характерным в этом отношении является его отношение к гипотезе Фицжеральда — Лоренца о сжатии трубок в опытах Майкельсона. С другой стороны, он интуитивно *знал, что знает, еще раньше, чем он действительно уже знал.*

Характеристика, данная Артуром Кёстлером великому Иоганну Кеплеру, полностью приложима к Эйнштейну:

«Большинство гениев, ответственных за важнейшие мутации в истории человеческой мысли, имеют некоторые общие черты.

С одной стороны — скептицизм, часто доводимый до иконоборства. Этот скептицизм получает свое выражение в их отношении к традиционным идеям, аксиомам и догмам — ко всему, что считается «доказанным». С другой стороны, открытость ума, граничащая с наивной доверчивостью к новым концепциям, кажущимся обещающими для их инстинктивных поисков.

Из этой комбинации вытекает их решающая способность воспринимать знакомый объект, ситуацию, проблему, коллекцию данных в *неожиданно новом свете* или аспекте. Увидеть то, чего никто раньше не видел... Это — одновременно и акт разрушения и акт созидания, ибо

---

[8] Б. Г. Кузнецов. Эйнштейн. М., 1963, стр. 381.
[9] «Наука и жизнь», 1961, № 8, стр. 73.

это требует разрыва с умственными привычками, расплавления застывшей структуры принятой теории и тем самым сделать возможным новый сплав идей»[10]. Эту же мысль очень образно выразил французский поэт Поль Валери в курсе поэтики, прочитанном во французском философском обществе: «В горниле творчества есть и огонь и пепел...».

Создание специальной теории относительности, как известно, отняло у Эйнштейна 7 лет, а общей теории — дополнительно 10 лет. Все эти годы были отмечены глубочайшими «муками творчества», или, как он сам любил говорить: «драмами идей». Тут было много «огня» и немало «пепла»....

То он думал, что «наконец ухватился за краешек истины, то снова, все перечеркнув, начинал сначала».

«Я хорошо понимаю,— говорил он с иронией,— почему многие так любят колоть дрова — тут сразу виден результат работы». Ему же приходилось пережить сомнения, разочарования и даже отчаяние.

«Вскоре после 1900 г.,— писал он в «Творческой автобиографии»,—т. е. после основополагающей работы Планка, мне стало ясно, что ни механика, ни термодинамика не могут претендовать на полную точность (за исключением предельных случаев). Постепенно я стал отчаиваться в возможности докопаться до истинных законов путем конструктивных обобщений известных фактов»[11].

Эйнштейн не случайно ставит слова «по желанию» (в разделе *А* своего письма) в кавычки. Как свидетельствуют многие видные представители науки и искусства, творчество не подвластно нашему желанию.

Так, Бертран Рассел свидетельствует, что неоднократные его попытки силой воли подтолкнуть свою творческую работу оказывались безрезультатными и он убедился в необходимости терпеливого ожидания *подсознательного* созревания его идей.

Об этом же говорил французский математик Анри Пуанкаре в известной его лекции «Математическое творчество», прочитанной им в канун нашего века во Французском психологическом обществе.

В этой лекции Пуанкаре привел ряд случаев из своей собственной творческой деятельности, свидетельствую-

---

[10] Arthur Koestler. The Sleepwalkers. New York, 1959, p. 518—519.
[11] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 150.

щих о том, что научное творчество носит явно выраженный *дискретный* характер. Оно не является непрерывным процессом логических выкладок, каждая из которых однозначно следует из предыдущей, а нередко требует, по меткому выражению французского психолога Сурио, «посмотреть в сторону»: «Pour inventer il faut penser á côté».

Пуанкаре рассказывает, что ему неоднократно приходилось после длительных безуспешных умственных усилий временно прерывать работу над решением математической проблемы, *выключить ее на время из поля своего сознания* и нередко решение затем являлось совершенно «неожиданно» *и иногда в совершенно новом направлении* по сравнению с тем, по которому он раньше пытался идти сознательно.

Наиболее разительным в этом отношении является его открытие фуксовых функций... Пуанкаре длительное время пытался доказать *невозможность* существования таких функций.

«Я обычно садился за свой рабочий стол,— повествует он,— и часами пробовал множество комбинаций, но без всяких результатов. Как-то вечером я, вопреки своему обычаю, выпил чашку крепкого черного кофе и долго не мог заснуть. Мысли проносились роем. Они сталкивались в беспорядке, и вдруг я почувствовал, что некоторые из них образуют стабильные пары. На следующее утро я установил существование одного класса фуксиских функций из гипергеометрической серии.

Через некоторое время,— продолжает Пуанкаре,— я оставил Каен, где я жил в то время, чтобы отправиться в геологическую экспедицию, и *я совсем забыл* про свою математическую работу. В тот самый момент, когда я поставил ногу на ступеньку омнибуса мне пришла идея, *без всяких предварительных мыслей, которые могли бы подготовить для нее почву*, что преобразования, которыми я пользовался для определения фуксиских функций, идентичны с неевклидовой геометрией. Я не стал сразу проверять эту идею, а продолжил начатую перед посадкой в омнибус беседу. Но я чувствовал полную уверенность в правильности мелькнувшей идеи. По возвращении в Каен я ради успокоения совести убедился путем проверки в правильности этой идеи»[12].

---

[12] Цит. по H. Rugg. Imagination. New York, 1963, p. 4.

Отличительной чертой интуитивного мышления является не только «неожиданность» порожденных интуицией новых идей, появляющихся после более или менее длительного *перерыва* сознательной работы над решением проблемы, но и своеобразное *чувство уверенности* ученого в правильности этих новых идей *еще до того*, как эта правильность подтверждается путем строго логической проверки.

О такой уверенности говорил и Эйнштейн в своих беседах с Максом Вертхаймером: «Чувство направления было сильное. В течение всех этих лет (когда он создавал теорию относительности) было чувство направления. Чувство, что иду к чему-то конкретному» [13].

В своем письме Марселю Гроссману в апреле 1902 г. Эйнштейн, между прочим, писал:

«В отношении науки задумано несколько прекрасных идей, но их еще следует *высиживать*» [14].

Вот именно *высиживать*! И здесь молодой Эйнштейн предвосхитил то, что впоследствии было окрещено Грехемом Уоллесом в его книге «Искусство мышления» термином *инкубация*.

Начиная с Пуанкаре, Ланжевена и Освальда и кончая Расселом, Планком и Эйнштейном, все они проходили через такие более или менее длительные периоды инкубации идей, завершавшиеся, как правило, озарением, или то, что гештальтпсихологи называли «инсайтом». Это открывало новые направления для их мысли, ведущие к творческому решению проблем, над которыми они перед этим долго, мучительно и безрезультатно бились.

Подчеркивая значение инкубации Жак Адамар замечает:

«Очевидно, можно сформулировать следующее полезное правило: когда бьешься долго над проблемой и убеждаешься в невозможности дальнейшего продвижения в ее решении, полезно на время ее оставить с тем, чтобы снова к ней вернуться через несколько месяцев. Это особенно полезный совет каждому молодому ученому, лишь начинающему исследовательскую работу» [15].

---

[13] M. Wertheimer. Productive Thinking. New York, p. 184.

[14] C. Seelig. Albert Einstein, Leben und Werk eines Genies unserer Zeit. Zürich, p. 86.

[15] J. Hadamard. Ibid., p. 55.

На деле в период инкубации работа над проблемой *не прекращается*, а лишь отодвигается из области сознания в подсознательную сферу.

Именно на выяснение мнения Эйнштейна относительно роли подсознательного в его творчестве был направлен вопрос Адамара, ответ на который дан в письме под разделом *E*.

Ответ Эйнштейна не оставляет сомнения относительно его позиции по данному вопросу.

Эйнштейн неоднократно говорил о роли бессознательного в его творчестве: «Для меня не подлежит сомнению,— писал он в «Творческой автобиографии»,— что наше мышление протекает в основном минуя символы (слова), к тому же бессознательно [16].

Об этом же свидетельствует и Коэн:

«Эйнштейн говорил, что и сам он не может часто рассказать, как он пришел к той или иной идее» [17].

Сохранилось любопытное в этом отношении высказывание математика Карла Фридриха Гаусса. Оно касается формулировки одной арифметической теоремы, над которой он безуспешно бился в течение ряда лет. «Наконец,— свидетельствует Гаусс,— два дня назад ко мне пришел успех, *не благодаря моим длительным мучительным усилиям*, а по благоволению всевышнего. Как неожиданный проблеск молнии, загадка была решена. Я сам не могу сказать, какова та путеводная нить, которая связала то, что я знал ранее, с тем,что сделало возможным мой успех»[18].

В чем же заключается роль подсознательного в творческом процессе? Ответ на этот вопрос пытался дать Пуанкаре в своей лекции «Математическое творчество».

«В сублиминальной сфере (то, что Уоллес назвал «краем сознания», а Гальтон — «предсознанием».— *М. Б.*),— говорил Пуанкаре,— господствует то, что я бы назвал *свободой*, если можно так называть отсутствие дисциплины (характерное для сознательной работы.— *М. Б.*) или беспорядок, рожденный шансом. Но именно этот беспорядок делает возможным *неожиданные комбинации*» [19] (или то, что Нильс Бор назвал «безумными идеями».— *М. Б.*).

---

[16] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 133.
[17] Б. Г. Кузнецов. Эйнштейн, 1963, стр. 381.
[18] H. Rugg. Imagination. New York, 1963, p. 9.
[19] B. Ghiselin (Ed.) The Creative Process. New York, 1955, p. 31.

На третьей конференции по научному творчеству при университете штата Юта Николай Головин сделал попытку подойти к этому вопросу с точки зрения теории информации [20]. Грубо говоря, центральная нервная система (ЦНС) может быть рассматриваема как вычислительно-запоминающее устройство, способное не только принимать информацию, но и саморегулировать свою работу.

Центральная нервная система принимает, кодирует и удерживает информацию, поступающую из внешней среды, и передает закодированные инструкции различным органам и самому устройству. Ввиду того, что непрерывный поток информации намного превышает пропускную способность передающей системы, центральная нервная система выработала способность открывать в окружающей среде известные законы, классифицировать и обобщать информацию и, таким образом, заменить большой объем разрозненной информации относительно малым объемом информации, закодированной в соответствии с этими законами.

Информационные модели ЦНС, вероятней всего, в виде электрохимических сеток различной формы, константности и сложности закладываются в более или менее *произвольной* последовательности по мере поступления информации. Поскольку ЦНС состоит из 10^{10} нейронов, каждый из которых *непосредственно* влияет примерно на сто других и сам *непосредственно* подвержен влиянию каждого из них, становится очевидным, что каждая закладываемая модель не может быть изначально связана со *всеми* ранее заложенными. ЦНС не может поэтому функционировать как *линейная* система. В ней, очевидно, наличествуют многие независимые подсистемы, связанные между собой таким образом, что любое число из них может быть одновременно стимулировано как для совместной, так и для независимой деятельности.

Всякий мыслительный процесс в свете этой теории может рассматриваться как более или менее обширное *поисковое* обозрение (scanning) всей ЦНС или отдельных ее участков в целях обнаружения и выбора среди заложенных моделей таких, которые имеют какую-то материальную аналогию по своей структуре и коду с моделью,

---

[20] C. Taylor and F. Barron. Scientific Creativity. New York, 1963, p. 1—22.

необходимой для решения поставленной проблемы. Это обозрение зачастую должно делаться *наугад*, т. е. методом проб и ошибок, поскольку заложенные модели изначально не связаны между собой, а систематическое обозрение всех возможных взаимосвязей (практически бесчисленных) потребовало бы недопустимо много времени. Так в творческом процессе проявляется диалектическая взаимосвязь необходимости и случайности, их переход друг в друга.

Выступая перед французским философским обществом, Поль Валери, между прочим, заметил: «Беспорядок — это условие плодотворности ума, ибо его плодотворность больше зависит от неожиданного, чем от ожиданного, зависит больше от того, чего мы *не* знаем, и *потому* что мы не знаем, чем от того, что мы *знаем*» [21].

Имеется по этому поводу замечательное высказывание и самого Эйнштейна:

«Что значит в сущности думать?

Когда при восприятии ощущений, идущих от органов чувств, в воображении всплывают картины-воспоминания, то это еще не значит «думать». Когда эти картины становятся в ряд, каждый член которого пробуждает следующий, то и это еще не есть мышление. Но когда определенная картина встречается во многих рядах, то она, в силу своего повторения, начинает служить *упорядочивающим* элементом для таких рядов благодаря тому, что она связывает ряды, сами по себе лишенные связи» [22].

Связать «несвязуемое». Именно в этом сама суть подлинного научного творчества. Достаточно подумать, к каким революционным последствиям в теоретической физике и далеко за ее пределами привели связи, которые Эйнштейн установил между пространством и временем, вспомнить, на первый взгляд, парадоксальную его формулу: $E = mc^2$, устанавливающую зависимость энергии от массы, установленную им связь между ускорением и тяготением в общей теории относительности, чтобы ощутить феноменальную пластичность его мозга, его мастерское владение всем сознательно-подсознательным континиумом, его способность к глубоким революционным инсайтам.

---

[21] B. Ghiselin (Ed.). Ibid., p. 105.
[22] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 132—133.

Эти инсайты играют в научном мышлении роль, аналогичную *мутациям* в естественном отборе. Они рождают принципиально *новые* идеи, а уж дело логики проверить и обосновать правильность этих идей, позаботиться о том, чтобы эти идеи выжили. Вместе с тем инсайты придают научному творчеству тот *скачкообразный* характер, благодаря которому наука поднимается на принципиально новые ступени к вершинам познания окружающего мира.

Кое-кто из философов, психологов и биологов — идеалистов — пытались и пытаются использовать установленные факты участия бессознательного в творческом процессе для того, чтобы окружить творчество ореолом мистицизма, чтобы отрицать возможность установления в отношении его каких-либо закономерностей, объявлять научные открытия делом случая.

Такой точки зрения придерживался, в частности, известный французский биолог Шарль Николь в своей книге «Биология изобретения».

«Изобретатель,— пишет Николь,— не знает ни благоразумия и предусмотрительности, ни их младшей сестры — медлительности. Он не исследует и не занимается софистикой. Он сразу бросается на неисследованную область и этим самым актом побеждает ее.

Проблема, окутанная туманом, решение которой обычный слабый свет не мог обнаружить, *вдруг* озаряется светом, как бы от проблеска молнии. Словно рождается новое творение. Такой акт ничем не обязан ни логике, ни разуму. Акт открытия — это чистая акциденция» [23].

Такой же по существу позиции придерживается известный представитель глубинной психологии Карл Юнг, убежденный в том, что «природа творчества навсегда останется недоступной для человеческого понимания» [24] и, следовательно, не подвержена никаким закономерностям.

Полемизируя с этой антинаучной концепцией, Жак Адамар, между прочим, остроумно заметил: «Предполагать, что творчество — дело случая, равносильно предположению, что обезьяна, постукивающая по клавишам пишущей машинки, может случайно воспроизвести на бумаге Американскую декларацию о независимости» [25].

---

[23] Charle N i c o l l e. Biologie de l'Invention, p. 5—6.
[24] H. R u g g. Ibid., p. 3.
[25] J. H a d a m a r d. Ibid., p. 20.

Имеется по этому вопросу одно поучительное замечание Эйнштейна. В своих длительных беседах с ним о путях создания теории относительности Мак Вертхаймер, между прочим, его спросил:

«Почему, собственно, Вы пришли к мысли избрать именно скорость света в качестве константы? Не был ли здесь элемент произвола? Не выбрали ли Вы скорость света лишь для того, чтобы подогнать теорию к данным эксперимента?» На это Эйнштейн ответил:

«Нет принципиальной разницы между разумными и произвольными аксиомами. Единственное достоинство аксиом в том, что они дают основные препозиции, из которых можно вывести нужные заключения, соответствующие фактам».

И тут же с характерной для него искоркой в насмешливых глазах добавил: «Конечно, можно было бы выбрать в качестве константы скорость звука. Но целесообразней было выбрать в качестве константы, не *любой*, а *выдающийся* процесс» [26].

Как подчеркивал Пуанкаре, и как показывает объективный анализ накопленного по этому вопросу материала о творческой работе, в частности в *научном* творчестве, сознательное *не подчинено бессознательному, а наоборот, оно запускает бессознательное и определяет в большей или меньшей мере направление* его работы.

«Вдохновения,— говорил Пуанкаре,— никогда не бывают случайными, они возникают лишь после нескольких дней волевых усилий, оказавшихся абсолютно бесплодными, когда кажется, что не получится ничего хорошего. *Но эти усилия не были стерильными*: они *запустили* машину бессознательного и без них последняя не *была бы пущена в ход* и оно ничего бы не произвело» [27].

Пуанкаре отмечает и другое.

«Никогда работа бессознательного не дает нам *законченного готового* ответа. Нельзя себе представить, что, думая над алгебраическим вычислением перед сном, мы можем надеяться,что, проснувшись, мы будем располагать готовым ответом. Ничего подобного никогда не случается. Единственное, на что можно надеяться от работы бессозна-

---

[26] M. Wertheimer. Ibid., p. 179.
[27] J. Hadamard. Ibid., p. 45.

тельного,— это получить точку отправления, путеводную нить для таких вычислений.

Эффективные вычисления, требующие дисциплины, внимания и волевых усилий, следовательно, интенсивной работы *сознания*, следуют *за* периодом инкубации и вдохновения» [28].

Об этом по существу говорил Эйнштейн в своем письме к Адамару, в разделе *А*.

Признавая дологический характер бессознательных образов и игру элементов, он тут же подчеркивает «*известную их связь с соответствующими логическими понятиями*». «Ясно,—продолжает он,— что желание прийти в конце концов к логически связанным концепциям является *эмоциональной* основой этой довольно смутной игры с указанными элементами».

Это как бы вскользь брошенное Эйнштейном замечание об *эмоциональной* основе научного творчества также имеет существенное психологическое значение.

Более подробно и категоричней Эйнштейн подчеркнул роль эмоции в научном творчестве в своей автобиографии.

«Для меня не подлежит сомнению,— писал он в своей «Творческой автобиографии»,—что наше мышление протекает в основном минуя символы (слова) и к тому же бессознательно. Если бы это было иначе, то почему нам случается иногда «удивляться», притом совершенно спонтанно, тому или иному переживанию (Erlebnis). Этот «акт удивления», по-видимому, наступает тогда, когда переживание вступает в конфликт с достаточно установившимся в нас миром понятий. В тех случаях, когда такой конфликт переживается остро и интенсивно, он в свою очередь оказывает сильное влияние на наш умственный мир» [29].

Об эмоциональной окрашенности творчества Эйнштейна говорят все без исключения авторы.

«Редко можно было найти ученого,— пишет Б. Г. Кузнецов,— у которого мысль в такой степени была бы пронизана чувством, имела бы такой отчетливый эмоциональный тон, в такой степени питалась бы эмоциональным ощущением «служения надличному» и эстетическим восхищением перед лицом природы» [30].

---

[28] J. Hadamard. Ibid., p. 56—57.

[29] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 133.

[30] Б. Г. Кузнецов. Эйнштейн. М., 1963, стр. 355.

Роль эмоций в процессе научного творчества особенно подчеркивает исследовательская группа Гарвардского университета «Synectics» [31], работающая под руководством У. Гордона. На опыте многолетних исследований группового творческого решения научно-технических проблем У. Гордон свидетельствует, что наступление «решения», как правило, *сопровождается приятным умственным возбуждением*: «это сигнал о том, что идешь в правильном направлении» [32].

Группа «Synectics» идет настолько далеко, что считает эмоциональный компонент творческого процесса более важным, чем интеллектуальный...

Как показывают многочисленные биологические и физиологические исследования, творческое мышление является результатом работы не одной только коры головного мозга, но и подкорки, *всей* нервной системы, больше того, *всего* организма, всех физических и духовных сил человека.

Творческий процесс, как правило, сопровождается изменением в составе крови, повышением давления, учащением сердцебиения, уменьшением аппетита, понижением деятельности парасимпатической и активизацией симпатической системы, временным выключением воспринимающего аппарата («забвением всего окружающего»), завершается чувством облегчения и самоудовлетворения.

Но подлинная «драма идей», о которой любил говорить Эйнштейн, разыгрывается в сознательно-бессознательном континиуме, точней, в так называемой сублиминальной (пограничной) области, о которой говорил Адамар в своем обращении к Эйнштейну. Известный американский ученый Герольд Рогг на большом фактическом материале, опубликованном в книге «Imagination», показал, что именно в этой сублиминальной области рождается этот самый проблеск, озарение, инсайт, о которых шла речь выше.

Можно отметить ряд таких инсайтов в научном творчестве Эйнштейна.

1. Принципиальное новое толкование одновременности: «Каждая система имеет свои специальные значения времени и пространства».

---

[31] Греческое слово Synectics означает «связать несвязуемое».

[32] W. Gordon. Synectics. The Development of creative capacity. 1961, p. 11.

2. Четырехмерная геометрия — унитарная структура пространства и времени.

3. Скорость света — максимально возможная.

4. Выбор скорости света в качестве константы.

5. Открытие взаимозависимости энергии и массы и другие. Каждый из этих инсайтов становился новым узловым пунктом, откуда теоретическая мысль Эйнштейна получала новую ориентировку, поднималась на новую ступень. По меткому замечанию Вертхаймара благодаря этим инсайтам Эйнштейн каждый раз поднимался с более частого и более ограниченного физического гештальта к более всеобъемлющему и вместе с тем и более элегантному гештальту.

Вот вкратце смысл и значение письма Эйнштейна. Этим письмом, а также и другими своими высказываниями не только о том, «что он думал, но и *как* он думал» Эйнштейн, больше чем какой-либо другой великий ученый, внес весьма заметный вклад в сложнейшую и пока еще далеко не решенную проблему о природе научного творчества.

Бернард Коэн

БЕСЕДА С ЭЙНШТЕЙНОМ [1]

Воскресным апрельским утром за две недели до смерти Альберта Эйнштейна я говорил с ним об истории научной мысли и великих физиках прошлого.

Я приехал к Эйнштейну домой. В 10 часов утра я подходил к небольшому деревянному дому с зелеными ставнями, где он жил. Меня встретила мисс Елена Дюкас, его секретарь и домоправительница, и проводила в светлую комнату на втором этаже в задней части дома. Это был кабинет Эйнштейна. Вдоль двух его стен от пола до потолка стояли книги; большой низкий стол был завален блокнотами, карандашами, безделушками, книгами и коллекцией заметно прокуренных трубок. Здесь же были патефон и пластинки. Над всем доминировало большое окно, из которого открывался приятный вид. На одной из стен висели портреты двух создателей электромагнитной теории — Майкла Фарадея и Джеймса Клерка Максвелла.

Через несколько минут вошел Эйнштейн и мисс Дюкас познакомила нас. Эйнштейн поздоровался со мной, мягко улыбнулся; потом вышел в смежную с кабинетом спальню и вернулся с трубкой, набитой табаком. На нем была рубашка с отложным воротником, голубой свитер, серые фланелевые брюки и кожаные домашние туфли. В воздухе чувствовалась прохлада, и он укутал ноги одеялом. Лицо его было созерцательно трагическим, все в глубоких морщинах, и тем не менее сверкающие глаза заставляли забыть

[1] Бернард Коэн — профессор истории науки Гарвардского университета, автор капитальных трудов о творчестве Ньютона и других работ по истории классической физики. Публикуемые здесь (в переводе Е. И. Погребысской) воспоминания о его встрече с Эйнштейном и о высказываниях Эйнштейна по некоторым коренным проблемам истории науки напечатаны в 1955 г. в «Scientific American» (Bernard C o h e n. An interview with Einstein. Scientific American, July, 1955, v. 193, p. 69—73).

о его возрасте. Эйнштейн говорил тихо и отчетливо; он великолепно владел английским, хотя чувствовался немецкий акцент. Огромный контраст был между его тихой речью и звенящим смехом. Он с удовольствием шутил; всякий раз, когда ему нравилась его формулировка или сказанное ему, он раскатисто смеялся.

Мы сидели рядом за столом лицом к окну. Эйнштейн понял, что мне трудно начать разговор с ним; через несколько секунд он повернулся ко мне, как будто отвечал на не заданные мной вопросы, и сказал: «Так много нерешенных проблем в физике. Мы даже не знаем, как их много; наши теории далеки от совершенства». Разговор сразу же коснулся вопроса о том, как часто в истории науки проблемы, казавшиеся разрешенными, опять возникали в новом виде. Эйнштейн высказал ту мысль, что, может быть, это характерно для физики, он считал, что некоторые основные вопросы, возможно, всегда будут с нами.

Эйнштейн заметил, что, когда он был молод, философию науки считали излишней и большинство ученых не обращало внимания на нее. Он полагал, что нечто подобное наблюдается в отношении к истории науки. Предметы обеих должны быть сходны, сказал он, так как они имеют дело с научной мыслью. Он хотел знать о моих занятиях наукой и историей и как случилось, что я заинтересовался Ньютоном. Я рассказал ему, что один из аспектов моих исследований — происхождение научных концепций и связь между экспериментом и созданием теории. Меня всегда поражала у Ньютона его гениальность в обеих областях — в чистой математике и математической физике и в области эксперимента. Эйнштейн сказал, что он всегда восхищался Ньютоном. Когда он это объяснял, я вспомнил замечательные слова в его автобиографии после критики воззрений Ньютона: «Ньютон, прости меня».

Эйнштейна особенно интересовали различные стороны личности Ньютона. Мы коснулись полемики Ньютона с Гуком по вопросу о приоритете в установлении закона тяготения. Гук хотел только «ссылки» в предисловии к «Принципам» Ньютона, признания его усилий, но Ньютон отказался сделать такой жест. Ньютон написал Галею, под чьим наблюдением печатались замечательные «Принципы», что он не уступит Гуку; скорее он откажется от венчающей трактат третьей и последней «книги», в которой рассматривается система мира. Эйнштейн сказал: «Увы, это тщеславие. Оно свойственно многим ученым. Вы знаете, мне всегда причиняла боль мысль, что Галилей не признал работу Кеплера».

Затем мы перешли к спору Ньютона с Лейбницем в связи с открытием исчисления. Ньютон пытался доказать, что его немецкий коллега — плагиатор. Был создан так называемый Международный комитет, в который входили англичане и два иностранца для расследования этого обвинения; сейчас мы знаем, что Ньютон тайно направлял деятельность комитета. Эйнштейн сказал, что его возмущает такое поведение. На него, казалось, не произвели большого впечатления мои слова о том, что такие ожесточенные споры были в духе эпохи, а нормы поведения в научной среде существенно изменились со времен Ньютона. Эйнштейн полагал, что независимо от характера эпохи чувство собственного достоинства должно помочь человеку подняться над страстями своего времени.

Потом мы говорили о Франклине, чьим поведением как ученого я всегда восхищался особенно потому, что он не вступал в подобные споры. Франклин гордился тем, что никогда не писал полемических статей в защиту своих опытов или идей. Он считал, что опыты могут быть проверены только в лаборатории, а концепции и теории должны быть предоставлены самим себе. Эйнштейн лишь отчасти согласился с этим. Хорошо, когда избегают личной вражды, сказал он, но каждому также важно отстоять свои идеи. Ученый не должен оставлять их на произвол судьбы, как будто он по-настоящему не верит в них.

Эйнштейн, зная о моем интересе к Франклину, захотел больше узнать о нем. Сделал ли он еще что-либо в науке, кроме изобретения громоотвода? Сделал ли он что-нибудь действительно важное? Я ответил, что, по-моему, лучшее, что дали исследования Франклина—это закон сохранения заряда. Да, сказал Эйнштейн, это большой вклад. Потом он немного подумал и с улыбкой спросил, как Франклину удалось доказать это. Я признал, разумеется, что Франклин мог только привести некоторые примеры равенства положительной и отрицательной «наэлектризованности» из опыта и показать применимость закона для объяснения ряда явлений. Раз или два Эйнштейн тряхнул головой и сказал, что до этого он не представлял, что Франклин заслужил почетное место в истории физики.

Разговор о дискуссиях в связи с научными работами заставил Эйнштейна вернуться к вопросу о неортодоксальных идеях. Он отметил совсем новую и спорную книгу, в которой ему показалась интересной ненаучная часть: о сравнительной мифологии и фольклоре. «Вы знаете,— сказал он мне,— это неплохая книга. Она действительно недурна. Единственное, что смущает,— то, что она сумасшедшая». Это сопровождалось взрывом громкого смеха. Потом он продолжал объяснять, что имел в виду, говоря так. Автор полагал, что некоторые его идеи базируются на современной науке, но оказалось, что ученые не во всем с ним согласны. Чтобы отстоять свое представление о современной науке и, таким образом, поддержать свои теории, он должен был развернуться и напасть на ученых. Я ответил, что историки часто сталкиваются с этой проблемой. Могут ли ученые-современники решить, безумец он или гений, когда очевидно только, что он отличается от остальных? Например, такой радикал, как Кеплер, подвергал сомнению утвердившиеся представления; возможно, его современникам трудно было сказать, гений он или безумец. «Нет объективного критерия, для этого»,— ответил Эйнштейн.

Эйнштейна огорчило обращение американских ученых к издателям, в котором они протестовали против опубликования такой книги. Он считал пагубным оказывать давление на издателя. Книга в действительности не могла принести никакого вреда и поэтому по-настоящему не была плохой. Она прожила бы свое время, интерес общественности к ней угас бы. Автор такой книги мог быть «сумасшедшим», но не «вредным человеком», подобно тому как и книга не «вредна». Эйнштейн со страстью говорил все это.

Много времени, которое мы провели вместе, было посвящено истории науки, предмету, которым издавна интересовался Эйнштейн. Им написано много статей о Ньютоне, предисловий к историческим работам, а также биографические очерки его современников и крупных ученых прошлого. Размышляя вслух о характере работы историка, он сравнивал историю и естественные науки. Конечно, сказал он, история менее объективна, чем естественные науки. Например, объяснял он, если два человека должны были бы изучать одну и ту же историческую тему, то каждый выделил бы тот аспект темы, который интересует или привлекает его больше. По представлениям Эйнштейна, существует внутренняя, или интуитивная, история и внешняя, или документальная. Последняя более объективна, но первая более интересна. Полагаться на интуицию опасно, но необходимо во всех видах исторических работ, особенно, когда пытаются восстановить ход рассуждений того, кого уже нет в живых. Такого рода история, по мнению Эйнштейна, очень поучительна, несмотря на ее рискованность. Важно знать, продолжал он, что думал Ньютон и почему он сделал некоторые вещи. Мы сошлись на том, что стремление рассмотреть подобную проблему должно быть основным стимулом для хорошего историка науки. Например, как и почему Ньютон развил идею эфира? Несмотря на успех ньютоновской теории тяготения, он не был удовлетворен понятием силы тяготения. Эйнштейн считал, что наибольший протест у Ньютона вызывало представление о силе, способной передаваться через пустое пространство. Ньютон надеялся с помощью эфира свести действие на расстоянии к контактной силе. Это замечание о ходе рассуждений Ньютона, сделанное Эйнштейном, представляет большой интерес, но возникает вопрос, можно ли, а если да, то насколько, обосновать подобную догадку. Эйнштейн был глубоко убежден, что автор — наихудшее лицо для обоснования того, как было сделано открытие. Многие, продолжал он, спрашивали его, как пришел он к мысли о том или об этом. И всегда он обнаруживал, что является плохим источником информации в отношении происхождения собственных идей. Эйнштейн верил, что историк, вероятно, лучше проникает в процесс мышления ученого, чем сам ученый.

Интерес Эйнштейна к Ньютону всегда сосредоточивался на его идеях, которые можно встретить в любом учебнике по физике. Он никогда не изучал систематически все произведения Ньютона так, как это делает дотошный историк науки, но, конечно, он так понимал ньютоновскую науку, как мог понимать ее только ученый, равный Ньютону. Все же Эйнштейн проявлял большой интерес к результатам таких исследований по истории науки, как эволюция основных представлений Ньютона на основании изучения последовательных изданий его главных произведений: «Оптики» и «Принципов». В нашей переписке по этому предмету возник вопрос, возможно ли, что в некотором смысле Эйнштейн «возродил» представление Ньютона о свете в статье о фотонах 1905 г. Читал ли он когда-либо до того года работы Ньютона о свете? Он сказал мне: «Насколько я могу вспомнить, я не изучал, по крайней мере не изучал глубоко, оригинала до написания небольшого предисловия к «Оптике». Причина этого, конечно, та, что все, когда-либо написанное Ньютоном, излагается в последующих работах по физике». Кроме того, «молодые люди в малой мере обладают историческим мышлением». Больше всего Эйнштейна интересовала собственная научная деятельность; он знал о Ньютоне главным образом как об авторе многих фундаментальных идей классической физики. Но он встречал и высказывания философского характера у Ньютона; их неоднократно цитировали.

В 1905 г. Эйнштейн знал, что Ньютон поддерживал корпускулярную теорию света, факт, который ему, должно быть, стал известен из знаменитой книги Друде, но он, очевидно, лишь через несколько десятилетий узнал о попытках Ньютона примирить корпускулярную и волновую теории. Эйнштейн знал о моем интересе к «Оптике», особенно к вопросу о влиянии этой книги на дальнейшее развитие экспериментальной физики. Эйнштейн неверно понял мое замечание о силе интуиции Ньютона, который предполагал, что изучение света — это ключ к познанию частиц материи. Он ответил, что мы не должны слишком серьезно относиться к той исторической случайности, что точка зрения Ньютона на свет как на корпускулы в некоторой степени подобна современным представлениям. Я объяснил, что я имел в виду. Ньютон попытался вывести из тех явлений, которые мы называем интерференцией и дифракцией, размер частиц вещества. Эйнштейн согласился, что такие догадки могли быть очень глубокими, но не обязательно плодотворными. Например, сказал он, мысли Ньютона по этому вопросу ни к чему не привели: он не смог ни доказать свою точку зрения, ни извлечь точную информацию о структуре вещества.

Эйнштейна больше интересовали «Принципы» и взгляды Ньютона на гипотезы. Он высоко ценил «Оптику», но главным образом за анализ цвета и изумительные опыты. Об этой книге он писал, что уже только она одна позволяет нам смотреть с восхищением на деятельность этого удивительного человека. Обозревая все сделанное Ньютоном, Эйнштейн пришел к выводу, что величайшее достижение Ньютона — признание роли привилегированных систем. Он с большим пафосом повторил несколько раз это утверждение. Все это несколько странно, подумал я, так как сейчас мы считаем, что нет привилегированных систем, а только инерциальные, не существует привилегированной системы: даже наша солнечная система не такова, чтобы мы могли назвать ее привилегированной в том отношении, что она фиксирована в пространстве или обладает специфическими физическими свойствами, не присущими другим системам. Благодаря работе Эйнштейна мы не верим не только (как делал Ньютон) в концепции абсолютного пространства и абсолютного времени, но и в привилегированную систему, находящуюся в покое или в движении относительно абсолютного пространства. Вывод Ньютона казался Эйнштейну естественным и необходимым для своего времени. Я вспомнил слова Эйнштейна: «Ньютон... вы нашли единственный путь, который в ваше время только и был возможен для человека величайшей силы мысли и творчества».

Я заметил, что величие Ньютона проявилось в принятии им в «Принципах» как «гипотезы» утверждения о фиксированности, неподвижности в пространстве центра системы мира; человек меньшего масштаба, чем Ньютон, решил бы, вероятно, что он может доказать такое утверждение либо математически, либо экспериментально. Эйнштейн ответил, что Ньютон, видимо, не обманывал себя. Он способен был понять, что может быть доказано, а что — нет; это свидетельствует о его гениальности.

Эйнштейн далее говорил, что его столь же интересовали биографии ученых, как и их идеи. Ему нравилось узнавать о жизни тех, кто создал великие теории и осуществил важные эксперименты; ему нравилось узнавать, что за люди они были, как они работали и как они относились к современникам. Возвращаясь к прежней теме нашего разговора, Эйнштейн заметил, сколь многим ученым, видимо, было присуще тщеславие. Он отметил, что тщеславие проявляется в очень различных формах. Часто человек может говорить, что он не тщеславен, но это тоже вид тщеславия, потому что фактически он этим гордится. «Это смахивает на ребячество»,—сказал он. Потом он повернулся ко мне, и его гулкий смех заполнил комнату. «Многие из нас ребячливы, некоторые больше дети, чем другие. Но если человек знает, что он ребячлив, то это знание может служить смягчающим обстоятельством».

Разговор коснулся жизни Ньютона и его размышлений особого рода — богословских. Я напомнил Эйнштейну, что Ньютон применял в богословии лингвистический анализ, пытаясь обнаружить искажения, привнесенные в христианское учение. Ньютон не был ортодоксальным тринитарием. Он считал, что его взгляды основываются на Священном писании, но что обнаруженные документы были искажены последующими авторами, которые ввели новые понятия и даже новые слова. Поэтому Ньютон старался с помощью лингвистического анализа найти истину. По мнению Эйнштейна, это было «слабостью» Ньютона. Он не понимал, почему Ньютон, не соглашаясь с толкованиями Священного писания, считал, что оно должно быть истинным. Произошло ли это только потому, что по общему мнению основные истины содержатся в Библии? Эйнштейну казалось, что в богословии Ньютон не проявил ту силу мысли, как в физике. Очевидно, Эйнштейн плохо понимал, как возникают представления человека и как интеллектуальное окружение формирует его мышление. Я не настаивал на этом положении, но был поражен тем, что в физике Эйнштейн мог понять, что Ньютон — человек XVII в., а в других областях мышления и деятельности он оценивал каждого человека вне времени как личность, о которой можно судить, как о современнике.

На Эйнштейна произвел особое впечатление тот факт, что Ньютон не был полностью удовлетворен своими богословскими произведениями и запечатал их все в сундуке. Это, видимо, показало Эйнштейну, что Ньютон сознавал несовершенство своих богословских заключений и не хотел выставлять на общественный суд любые работы, которые не удовлетворяли его собственным высоким требованиям. Так как Ньютон, очевидно, не желал публиковать свои размышления по теологии, то Эйнштейн был убежден, что никто больше не опубликует их. Эйнштейн сказал, что человек имеет право на тайну, даже после своей смерти. Он хвалил Королевское общество, которое устояло против нажима тех, кто хотел издать произведения Ньютона, которые их автор не хотел публиковать. Он считал, что переписка Ньютона вполне может быть опубликована, потому что письмо, написанное и отосланное, предназначалось для чтения, но добавил, что даже в переписке могут быть замечания личного характера, которые не следует печатать.

Затем он немного рассказал о двух великих физиках, которых хорошо знал: Максе Планке и Лоренце. Эйнштейн рассказал мне, как он приехал в Лейден, чтобы через Эренфеста познакомиться с Лоренцом. По его словам он восхищался Лоренцом и любил его, видимо, больше, чем кого бы то ни было из всех знакомых ему людей, и не только как ученого. Лоренц участвовал в движении за «международное сотрудничество» и всегда был озабочен благополучием своих сограждан. Он работал над многими техническими задачами для своей страны; эта сторона его деятельности не известна широко. Эйнштейн разъяснил, что в характере Лоренца было то благородство, которое заставляло его работать для благополучия других главным образом безымянно. Эйнштейн был очень привязан также и к Максу Планку. Планк был религиозным человеком, сказал он, и всегда пытался ввести абсолюты даже на основе теории относительности. Я спросил Эйнштейна, принял ли когда-либо Планк полностью «теорию фотонов» или круг его интересов ограничивался по-прежнему поглощением и излучением света безотносительно к его распространению. Эйнштейн минуту молча смотрел пристально на меня. Потом он улыбнулся и сказал: «Нет, не теорию, нет, не теорию фотонов»,—и опять его низкий смех заполнил комнату — и вопрос остался без ответа. Я вспомнил, что в названии статьи Эйнштейна 1905 г., за которую он (официально) был удостоен Нобелевской премии, не было слова «теория», а речь шла о соображениях с эвристической точки зрения.

Существуют моды в науке, сказал Эйнштейн. Когда он, будучи молодым, изучал физику, то одним из главных обсуждавшихся вопросов был: существуют ли молекулы? Он помнил, что такие крупные ученые, как Вильгельм Оствальд и Эрнест Мах, ясно заявляли, что они действительно не верят в атомы и молекулы. Одно из самых значительных различий между физиками того и нашего времени, как отметил Эйнштейн, то, что сегодня никого больше не волнует этот частный вопрос. Хотя Эйнштейн не был согласен с основным положением, принятым Махом, но, как он сам мне сказал, восхищался его произведениями, оказавшими на него большое влияние. Он сказал, что посетил Маха в 1913 г. и, чтобы проверить его, задал ему вопрос. Он спросил Маха, какова была бы его позиция, если бы удалось предсказать свойство газа, исходя из существования атомов,— некоторое свойство, которое не могло бы быть предсказано без допущения атомов, и даже свойство, которое можно было бы наблюдать. Эйнштейн всегда считал создание научных концепций и построение теорий на их основе одним из замечательных творческих качеств ума человека. Таким образом, мнение Эйнштейна было противоположно взглядам Маха, потому что Мах исходил из того, что научные законы — это только экономный способ описания большой совокупности фактов. Мог ли Мах признать гипотезу об атомах при условиях, сформулированных Эйнштейном, даже если бы она предполагала сложные вычисления? Эйнштейн рассказал мне, как он был восхищен, когда Мах ответил утвердительно. Если бы с помощью гипотезы об атомах стало возможно логически связать некоторые наблюдаемые свойства, которые иначе не согласовались бы, то, сказал Мах, я должен был бы согласиться с ней. При этих обстоятельствах было бы «экономно» допустить, что атомы, возможно, существуют, потому что тогда можно было бы установить связи между наблюдениями. Эйнштейн был удовлетворен; даже больше, чем только удовлетворен. С серьезным выражением на лице он повторил весь рассказ вновь, чтобы убедиться, что я вполне его понял. Помимо философской победы над тем, что Эйнштейн тогда рассматривал как философию Маха, ему доставило удовлетворение то, что Мах допускал все же известную полезность атомистики, которой Эйнштейн был столь предан.

Эйнштейн сказал, что в начале века только немногие ученые мыслили философски, а сейчас физики почти все философы, хотя «они склонны быть плохими философами». Как пример он указал логический позитивизм, который был, по его мнению, разновидностью философии, вышедшей из физики.

Надо было уходить. Я ужаснулся, обнаружив, что уже четверть двенадцатого. Зная, что Эйнштейн легко устает, я намеревался пробыть у него только полчаса. Но каждый раз, когда я поднимался, чтобы уйти, он говорил: «Нет, нет, не уходите еще... Вы пришли ко мне в связи с вашей работой, у нас есть еще о чем поговорить».

Наконец, я собрался уйти. Мисс Дюкас присоединилась к нам, когда мы направлялись к выходу. Подойдя к лестнице, я повернулся к Эйнштейну, чтобы поблагодарить его, оступился и чуть не упал. Мне удалось сохранить равновесие. Эйнштейн улыбнулся и сказал: «Вы должны быть осторожны, здесь геометрия сложная. Как видите,— продолжал он,— преодоление лестницы не физическая проблема, а проблема прикладной геометрии». Он улыбнулся, потом громко рассмеялся. Я стал спускаться по лестнице, а Эйнштейн направился по коридору к кабинету. Неожиданно он обернулся и окликнул меня: «Подождите, подождите. Я должен вам показать подарок, преподнесенный мне ко дню рождения».

Пока я возвращался в кабинет, мисс Дюкас объяснила мне, что Эрик Рочерс, который преподает физику в Принстоне, сделал в подарок к семидесятишестилетию Эйнштейна приспособление и что профессор Эйнштейн восхищен подарком. Войдя в кабинет, я увидел, что Эйнштейн взял в углу нечто схожее с палкой для занавеса длиной футов пять, на верхушке которой была сфера из пластика около четырех дюймов в диаметре. Из стержня в сферу шла маленькая пластиковая трубка около двух дюймов в длину, заканчиваясь в центре сферы. Из этой трубки выходила струна с маленьким шариком на конце. «Видите,— сказал Эйнштейн,— это модель, иллюстрирующая принцип эквивалентности. Маленький шарик прикреплен к струне, которая проходит через маленькую трубку по центру и прикрепляется к пружине. Пружина удерживает шарик, но не может ни вытолкнуть его из трубки, ни втянуть туда, потому что она не достаточно сильна, чтобы преодолеть силу притяжения, которая действует на шарик». Широкая усмешка появилась на его лице, а глаза засветились восхищением, когда он говорил: «А теперь принцип эквивалентности». Ухватив устройство за середину палки, он резко поднял его так, чтобы сфера коснулась потолка. «Теперь я буду это опускать, — сказал он,— и, согласно принципу эквивалентности, не будет силы тяжести. Поэтому пружина станет достаточно сильной, чтобы втянуть маленький шарик в пластиковую трубку». С этими словами он неожиданно отпустил приспособление, дав ему возможность свободно и вертикально падать, подправляя рукой, пока конец его не коснулся пола. Сфера из пластика сверху была теперь на уровне глаз. Конечно, шарик «удобно устроился» в трубке.

Демонстрацией подарка закончилась наша встреча.

Идя по улице, я подумал, что я знал, что Эйнштейн большой человек и великий физик, но я не имел представления о теплоте его дружелюбной натуры, о его доброте и большом чувстве юмора.

Во время нашей беседы не чувствовалось, что смерть близка. Ум Эйнштейна оставался живым, он был остроумен и казался очень веселым. В следующую субботу, за неделю до того, как Эйнштейна положили в больницу, старинный и близкий его друг в Принстоне шел с Эйнштейном в госпиталь, чтобы навестить дочь Эйнштейна. Этот друг пишет, что, когда они ушли из больницы в ту субботу, они долго гуляли: «Странно, мы говорили о нашем отношении к смерти. Я привел слова Джеймса Фрезера, что основа первобытной религии — страх перед смертью, и сказал, что для меня смерть — одновременно и факт и загадка». Эйнштейн добавил: «А также и избавление»».

Р. С. Шенкланд

БЕСЕДЫ С АЛЬБЕРТОМ ЭЙНШТЕЙНОМ [1]

Этот рассказ о беседах с профессором Эйнштейном представляет заметки, которые автор набрасывал в Принстоне непосредственно после каждого из пяти посещений, около десяти лет тому назад. Эти записи не предназначались для опубликования в печати. Они были сделаны, чтобы запечатлеть для себя очень интересные встречи. Однако, так как эти заметки, возможно, содержат материал, представляющий интерес и для других, было решено их опубликовать.

Мне посчастливилось пять раз посетить профессора Эйнштейна в Принстоне в период с 1950 по 1954 г. Разговор во время этих визитов касался в основном деятельности Альберта А. Майкельсона в Институте Кейса, опыта Майкельсона — Морли и тех работ, которые привели к объяснению результатов, полученных Миллером на Маунт — Вильсон. Эти беседы с Эйнштейном были для меня удивительным и вдохновляющим событием, и мне говорили, что о них нужно рассказать для того, чтобы молодые физики, которые не встречались с Эйнштейном, могли лучше представить себе, что это был за человек. Записи подверглись незначительным изменениям. В связи с этим читатель обнаружит некоторые повторения и, возможно, некоторые расхождения. Следует отметить, что Эйнштейн делал все замечания по памяти, а многие события, о которых шла речь, были 50-летней давности. Нами добавлены некоторые пояснения в сносках.

---

[1] Р. С. Шенкланд — известный американский физик-экспериментатор. Публикуемый здесь (в переводе Е. И. Погребысской) рассказ о его беседах с Эйнштейном напечатан в 1963 г. в «Amer. T. Phys.» (R. S. Shankland. Talkes with Albert Einstein. Amer. T. Phys., 1963, 31, 47—58).

I. 4 ФЕВРАЛЯ 1950 г.

Мой первый визит в Принстон к профессору Эйнштейну был вызван желанием узнать, как он в действительности оценивает опыт Майкельсона — Морли и как повлиял этот опыт на него при создании специальной теории относительности. У меня не было опыта получения аудиенций у таких великих людей, как Эйнштейн, и поэтому я был в большом затруднении. В конце концов после немалых колебаний я обратился к нему с письмом, указав цель своего визита и предложив встретиться в заключительный день работы нью-йоркского съезда Американского физического общества. Я сразу же получил ответ от мисс Элен Дюкас, секретаря Эйнштейна, с весьма дружеским приглашением быть у Эйнштейна в Институте высших исследований (Institute for Advancent Study) в предложенный мной день в 11 часов утра.

Нет необходимости говорить, что я был на месте до назначенного срока, и вот, наконец, я увидел, что Эйнштейн подходит к институту. Он по своему обыкновению пришел пешком.

Точно в 11 часов утра Эйнштейн закончил прогулку от своего дома на Мерсер-стрит до Института высших исследований, и, взяв почту, он поздоровался со мной и пригласил в кабинет, который находился в комнате 115. Он был очень дружелюбен, прост и учтив. Поражали его изумительные глаза — огромные, проницательные и прежде всего добрые. Предложив мне стул, Эйнштейн сел за письменный стол. Его большой кабинет был хорошо обставлен, но там совершенно не было безделушек, памятных подарков, почетных наград. Стол был завален бумагами, книгами и журналами. Это был кабинет ученого и приветливого человека.

Вначале он попросил напомнить о цели моего визита и проявил неподдельный интерес, когда я сказал ему, что хотел бы рассмотреть опыт Майкельсона — Морли, выполненный в Кливленде в 1887 г. Он утвердительно кивнул головой, когда я напомнил, что Майкельсон был 8 лет профессором физики в Институте Кейса. Я показал ему схему прибора, воспроизведенную в моей статье [2]. Это его, видимо, очень заинтересовало, и он попросил набросать на доске детали их опыта, в котором каменная

---

[2] R. S. Shankland. Amer. J. Phys., 1949, 17, 487.

плита с прибором плавала в ртути. Я был в некоторой нерешительности, так как доска была аккуратно исписана уравнениями, относящимися к его единой теории поля. Но он махнул трубкой и сказал: «Ну, сотрите это!». Я сделал несколько набросков, а он обсуждал их с явным интересом. Особенно ему понравилось плавательное устройство, которое потребовало так мало ртути. Он посмеивался при этом, глаза его блестели. Эйнштейн спросил, где находятся части прибора сейчас, и прежде всего, где каменная плита, и когда я ответил, что ее нет, он сказал: «Было бы хорошо, если бы можно было собрать вместе все части вновь».

Когда я поинтересовался, как он познакомился с опытом Майкельсона — Морли, он рассказал, что это произошло благодаря статьям Г. А. Лоренца [3], но только после 1905 г. «Иначе,— сказал он,— я упомянул бы о нем в моей статье» [4]. Он говорил, что из экспериментов наиболь-

---

[3] H. A. Lorentz. Arch. Néerl., 2, 168 (1887) и много более поздних статей.

[4] A. Einstein. Ann. Physik 17, 891 (1905), также в английском переводе (Dover Publication, New York). Мой коллега, профессор Фолди, сделал следующее замечание: «Хотя Эйнштейн, возможно, не знал об опыте Майкельсона — Морли в 1905 г., он ссылается во втором параграфе статьи 1905 г. на «безуспешные попытки обнаружить какое-либо движение Земли относительно светоносной среды»». Не ясно, ссылается ли здесь Эйнштейн на опыты, выполненные с точностью до (v/c) или $(v/c)^2$, в частности, потому, что он дальше продолжает: «Они более всего свидетельствуют о том, что, как уже было показано с точностью до величин первого порядка, те же законы электродинамики и оптики справедливы во всех случаях, когда хорошо работают уравнения механики». Нельзя с уверенностью утверждать, но весьма правдоподобно, что в приведенной выдержке имеются в виду эксперименты второго порядка, такие, как опыт Майкельсона—Морли. Она же наводит на мысль, что, возможно, Эйнштейну были известны если не сами опыты, то их отрицательные результаты. Эйнштейн получает Лоренц — Фицджеральдовское сокращение и ничего не сообщает, подтверждается ли это на опыте. Вся статья удивительна в том отношении, что Эйнштейн весьма мало говорит о том, что ему известно об экспериментальной проверке, и не делает соответствующих ссылок на работы других. Фактически статья представляет загадку, так как по ней трудно судить о том, насколько специальная теория относительности является чисто умственной конструкцией, а насколько— обобщением опытных данных (или теоретических выводов из них), о которых Эйнштейн знал. Смотрите также G. Holton. Amer. J. Phys., 1960, 28, 627.

шее влияние на него оказали наблюдения звездной аберрации [5] и измерения Физо [6] скорости света в движущейся воде. «Этого было достаточно»,— сказал он. Я напомнил ему, что Майкельсон и Морли [7] проделали в 1886 г. в Институте Кейса очень точные измерения коэффициента увлечения Френеля, во многом усовершенствовав аппаратуру, и показал ему их данные, приведенные в моей статье. Он кивнул в знак согласия, но когда я добавил, что, как мне кажется, результат самого Физо носит только качественный характер, он помахал трубкой и с улыбкой сказал: «О нет, его результат был лучше, чем только качественный!» Он считал, что Зееман [8] прекрасно повторил позднее этот эксперимент. Ему, кажется, доставил большое удовольствие мой рассказ о том, что я, еще будучи студентом, считал изящным его метод определения коэффициента увлечения Френеля из закона сложения скоростей специальной теории относительности.

Я спросил Эйнштейна, как долго он работал над специальной теорией относительности до 1905 г. Он ответил, что начал работу в 16 лет и продолжал ее в течение десяти лет; вначале, будучи студентом, он, разумеется, мог только часть времени заниматься ею, но постоянно о ней думал. Было много бесплодных попыток, «пока, наконец, мне не пришло в голову, что дело здесь во времени». И только тогда, после неудач всех его более ранних попыток создать теорию, согласующуюся с экспериментом, стало возможно создание специальной теории относительности.

В связи с этим он довольно подробно говорил о характере процессов мышления, о том, что, по-видимому, мы идем к решению не шаг за шагом. И особенно он подчеркнул, как извилист путь нашего мозга к решению проблемы. «И, видимо, только в конце появляется возможность навести порядок в какой-либо проблеме».

Я показал ему, что написано в моей статье об опыте Майкельсона — Морли и о специальной теории относи-

---

[5] J. Bradley. Philos. Trans. Roy. Soc. London, 1728, v. 35, 637; G. B. Airy. Proc. Roy. Soc. London, 1871, v. 20, 35.

[6] H. L. Fizeau. Compt. rend., 1851, t. 33, 349; Ann. Chem. Phys., 1859, Bd. 57, 385.

[7] A. A. Michelson, E. W. Morley. Amer. J. Sci., 1886, v. 31, 377.

[8] P. Zeeman. Proc. Amsterdam Acad., 1914, v. 17, 445; 1915, v. 18, 398.

тельности. Это он прочел залпом, пыхтя трубкой, и одобрительно кивнул. Когда же я сказал, что вклад Фицджеральда, кажется, несколько преувеличен, он не согласился: «О нет, он представлял себе, как попытаться это распутать».

Эйнштейн впервые встретился с Майкельсоном в Пасадене; он считал его «большим талантом — о нем всегда так будут думать». Замечательно то, добавил Эйнштейн, что Майкельсон при слабой математической и теоретической подготовке и без советов теоретиков [9] смог поставить опыт Майкельсона — Морли. Эйнштейн видел наиболее убедительное доказательство одаренности Майкельсона в том, что тот инстинктивно чувствовал настоятельную необходимость решающего опыта, не вполне хорошо разбираясь в конкурирующих теориях. По его мнению, это в большей степени определялось художественным чутьем и подходом к науке Майкельсона, особенно его чувством симметрии и формы. Эйнштейн довольно улыбнулся, вспомнив об артистизме Майкельсона,— в этом они были схожи. Художник особенно сказался в опыте Майкельсона — Морли, Эйнштейн отметил: «Большинство считало бы эксперимент нелепым»[10]. Я заметил, что у Майкельсона было великолепное зрение и это было его большим преимуществом при оптических опытах. В глазах Эйнштейна зажегся огонек, и он сказал: «Да, но за этими глазами был его мозг!»

Я упомянул об опытах, которые опровергли эмиссионную теорию света Ритца [11], в особенности о работе де

---

[9] В общем это верно, но косвенное влияние Максвелла, видимо, оказалось решающим в изменении научных интересов Майкельсона: от измерений скорости света к другим вопросам. Майкельсон мог познакомиться в 1879 г. с письмом Максвелла к Тодду (См. Nature, 1880, v. 24, 314; Proc. Roy. Soc. London, 1880, v. A30, 109), в котором рассматривались основные вопросы по обнаружению движения Земли в пространстве с помощью оптических наблюдений. Ответ профессора Тодда, датированный 19 маем 1879 г., недавно стал известен автору этих строк благодаря любезности дочери Тодда, миссис Миллисент Тодд Бингам.

[10] Так считал и мой отец, Ф. Шенкланд. Мой дядя, С. Шенкланд, и С. Вильсон говорили мне, что, когда они были студентами Второго западного университета, опыт Майкельсона — Морли рассматривали как неудачный, так как он дал отрицательный результат.

[11] W. R i t z. Ann. Chem. Phys., 1908, Bd. 13, 145.

Ситтера [12], выполненной на сдвоенном спектроскопе, и об отрицательном результате, который Д. С. Миллер получил в Институте Кейса, видоизменив опыт Майкельсона — Морли и использовав солнечный свет [13]. Он ответил, что хорошо знает работу де Ситтера, но считает наиболее убедительным экспериментом в цепи повторений опыта Майкельсона — Морли тот, который сделал в Гейдельберге ученик Ленарда (Томашек) [14], использовав звездный свет, так как при этом большие радиальные скорости делают отрицательный результат действительно решающим для установления того факта, что скорость света не зависит от движения источника. Вот в этом сказалось, каким человеком был Эйнштейн. Ленард, вместе со Штарком, был самым неистовым нацистом среди немецких ученых. И Эйнштейн отдал должное Ленарду без всякой злобы и ожесточенности.

В связи с этим он заговорил об эмиссионных теориях света и рассказал мне, что еще до 1905 г. размышлял об эмиссионной теории Ритца и отказался от нее. Он сделал это, так как не смог придумать дифференциальное уравнение, решение которого давало бы волны со скоростью, зависящей от движения источника. В этом случае эмиссионная теория приводила бы к таким фазовым соотношениям, что при распространении свет «смешался» бы и даже мог бы «пойти на себя». Он спросил меня: «Вы понимаете это?» Я ответил, что нет, и он терпеливо повторил все. Когда он снова заговорил о «смешивании», он замахал руками и откровенно, искренне засмеялся.

Затем он продолжал: «В данном случае теоретических возможностей сравнительно немного и они относительно просты; зачастую можно выбрать что-либо из них на основе вполне общих соображений. При таком подходе мы знаем, что возможно, но не знаем того, что же в действительности».

Когда я заметил, что теория Ритца — лучшая из эмиссионных теорий света, он покачал головой и ответил, что в отдельных пунктах теория Ритца очень плоха [15]. Но быстро добавил: «Ритц внес большой вклад, когда пока-

---

[12] W. C. de Sitter. Proc. Amsterdam Acad., 1913, v. 15, 1297; 1913, v. 16, 395.
[13] D. C. Miller. Proc. Nat. Acad. Sci., U. S., 1925, v. 11, 311.
[14] R. Tomaschek. Ann. Phys., 1924, Bd. 73, 105
[15] A. Einstein. Phys. Z., 1909, Bd. 10, 185.

зал, что в спектральных сериях существенна разность частот».

Далее я спросил профессора Эйнштейна, были ли важны, по его мнению, интерферометрические измерения [16] вращения земли Майкельсона и Гэйля. Он ответил: «О да, это эксперимент Саньяка[17] при малой скорости и в большом масштабе». Он считал опыт Майкельсона — Гэйля прекрасным, но добавил, что относительно его результата «теоретических сомнений не было».

Это сопровождалось рядом кратких замечаний о единой теории поля. Он сказал, что она как-то должна включать в себе «атомность». Когда я спросил, думает ли он о каких-либо экспериментах, связанных с новой теорией, он ответил: «На какой-либо прогресс сейчас можно рассчитывать после больших сдвигов в математике». Решения нелинейных уравнений в частных производных должны быть точными, чтобы их можно было использовать, а любое решение, полученное приближенными методами, например методами теории возмущений, не поможет делу. Он считал, что только получив строгие решения можно понять, как «атомистические» явления вписываются в картину единого поля и что, пока это не сделано, положение будет оставаться чрезвычайно неудовлетворительным.

Здесь Эйнштейн сделал несколько общих замечаний об атомной теории и квантовой механике, заметив вначале: «Вы знаете, что я расхожусь во взглядах на квантовую механику с большинством моих коллег». Он полагал, что при существующих методах они не смотрят в «лицо фактам». В действительности он выражался значительно энергичнее и несколько раз повторил, что они «отказались от причинности» и что квантовая механика «отворачивается от причины и от действительности». Несколько раз

---

[16] A. A. Michelson, H. G. Gale. Astrophys. J., 1925, v. 61, 137, 140; Nature. 1925, v. 115. 566. В этом опыте два луча света проходили в противоположных направлениях в частично откаченной трубе большого протяжения. Из-за вращения Земли время прохождения этих двух световых лучей отличалось друг от друга на величину, согласующуюся с предсказанной как специальной и общей теориями относительности, так и старой теорией эфира.

[17] G. Sagnac. Compt. rend., 1910, 157, 708; J. Phys., 1914, 4, 177.

В этом опыте, осуществленном в лаборатории, два световых луча проходили через оптическую систему, которая вращалась с большой скоростью.

он упомянул имя Бора, которого любит и которым восхищается, но с которым расходится по многим основным вопросам. Он сказал, что Бор мыслит очень ясно, но, «начиная писать», он становится «маловразумительным», а «считает себя пророком». Мне трудно решить, просто ли это упрямство со стороны Эйнштейна или он действительно был убежден, что квантовая механика должна фундаментально измениться, чтобы стал возможен дальнейший прогресс.

Затем наш разговор вернулся к опыту Майкельсона — Морли и к специальной теории относительности. Я не мог не почувствовать, что эта изящная теория, результат его юношеских усилий, ближе всего его сердцу. Я спросил Эйнштейна, стоит ли написать историю опыта Майкельсона — Морли. Он сказал: «Да, конечно, но вы должны написать ее так, как написал свою «Механику» Мах». Потом он поделился некоторыми своими мыслями о работах по истории науки. «Почти все историки науки — филологи, и они не понимают, чего добивались физики, как они мыслили и как они решали проблемы. Даже большинство работ о Галилее неудачны». Надо так писать, чтобы передать ход мысли, который приводит к открытиям. От физиков мало проку в этом, потому что у большинства из них нет «исторического чутья». Однако «Механику» Маха он считал одним из действительно выдающихся произведений и образцом историко-научного сочинения. Он сказал: «Мах не знал точно, как именно предшествовавшие исследователи рассматривали проблемы»,— но Эйнштейн полагал, что Мах обладал достаточной проницательностью, так что то, что он говорит, во всяком случае правдоподобно. Борьба с проблемами, всевозможные попытки найти решение, которое зачастую приходит окольными путями,— все это действительно так. Он с величайшим уважением отозвался и об историко-научных трудах Лауэ.

Я напомнил Эйнштейну о его посещении Миллера в Кейсе в 1921 г.,— событие, которое, я уверен, оказалось решающим для работ Миллера 1921—1926 гг. по «эфирному ветру». Эйнштейн сказал мне, что, когда в 1921 г. он приехал в Соединенные Штаты, то не знал ни слова по-английски. Во время путешествия он выучил некоторые слова на слух. Он говорил мне: «Я — акустический тип; воспринимаю ухом, сообщаю словом. Когда я читаю, я слышу слова. Писать мне трудно, и такой способ общения дается мне с трудом». Он добавил, что никогда не чувствует себя по-настоящему уверенно в написании любого английского слова. Он сказал, что даже по-немецки он пишет «Автобиографические заметки»[18] с отвращением.

В моей памяти сохранится воспоминание о профессоре Эйнштейне как о добром и учтивом человеке, глубоко уважающем труд и индивидуальность других. В его поведении не было ни малейшего намека на снисходительность, а только искреннее желание ответить на все мои вопросы и четко определить свои взгляды и отношения. Он рассказал мне, как накануне он пытался «объяснить одновременность не профессионалу». Он сказал: «Вы знаете, иногда очень трудно объяснить эти вещи». Наконец, когда я получил ответ на все вопросы, мы оба поднялись и он медленно прошел со мной к двери. На прощанье я сказал: «Благодарю Вас». Он улыбнулся и его большие, глубокие глаза оживились, когда он отвечал: «Пожалуйста!»

II. 17 НОЯБРЯ 1950 г.

Я приехал в Принстон в 9.20 утра. Был прекрасный день. В первую очередь я позвонил в Институт перспективных исследований, где секретарь математического отдела договорился о моей встрече с Эйнштейном на 11 часов утра. Я пошел в институт. Там, после дружеской беседы с секретарем, я провел приятный час в библиотеке и комнате отдыха. Около 11 часов я направился к кабинету Эйнштейна. Он пришел точно; когда секретарь сказал ему, что я был в комнате отдыха, он тот час же отправился за мной! Секретарю пришлось остановить Эйнштейна и вернуть его к кабинету, где я ожидал. Он предложил мне войти, и после того, как мы оба сели, спросил о цели визита. Когда я ответил, что хотел рассказать о том, что нам удалось обнаружить в наблюдениях Миллера[19], он спросил: «Вы убеждены, что в них что-то есть?» Я ответил, что уверен в том, что тщательный анализ наблюдений может показать, что они согласуются с отрицательным результатом;

---

[18] Paul Arthur Schilpp, Albert Einstein. Philosopher — Scientist. Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois, 1949.

[19] D. C. Miller. Revs. Modern Phys., 1933, v. 5, 203; таблица с данными, переданная автору Миллером.

это чрезвычайно заинтересовало его и привело в состояние сильного возбуждения. Мы оба встали, подошли к доске и около часа работали, ходили по комнате, беседуя, присаживались к столу и чудесно провели время. Он был значительно оживленнее, чем во время моего посещения в феврале. Несколько раз он восклицал: «Это прекрасно!» Я рассказал ему, что меня всегда ставило в тупик, почему по данным Миллера получался такой незначительный положительный результат, и я заключил, что, возможно, это вызвано его методом обработки данных. На доске я изобразил в общих чертах «рабочую модель» и объяснил свою точку зрения, а именно, что соединение 16 усредненных точек отрезками было ошибочно. Он подчеркнуто согласился, но добавил, что потребуется «очень сложный анализ», чтобы показать, как это действительно отразилось на данных. Тогда я рассказал ему о работе Вуда по исследованию океанских волн, показавшей, что машинные анализы, подобные полученным Миллером на гармоническом анализаторе Генричи, могут ввести ложную периодичность для конечной системы данных [20].

Я в общих чертах описал план применения автокорреляционного анализа к данным Миллера и рассказал о машине, которую конструирует Стернс для проведения такого анализа. Эйнштейн не знал этого метода, но сразу понял мои объяснения и указал на то, что такой метод не может обнаружить фаз, а знать фазы для «эфирного ветра» важнее, чем знать амплитуды. С этим я согласился, но в ответ сказал, что если окажется, что данные при этом методе анализа дают нулевой результат для амплитуды, то фазы уже не нужно рассматривать. За время нашей беседы он несколько раз повторял, что так как фазы, найденные Миллером («которые фиксируют направление в пространстве»), не согласуются между собой, то это наиболее сильный аргумент против «ветра», обнаруженного Миллером.

[20] Замечание добавлено в феврале 1955 г.; оно не могло появиться раньше 1954 г., до того как полный анализ различных результатов не привел нас к убеждению, что систематические эффекты, обнаруженные Миллером, вызваны не статистическими флуктуациями или его методом анализа. Только когда мы углубились в изучение температурных эффектов, мы обнаружили истинную причину результатов Миллера (см. сноску 35). Правильность гармонического анализа Миллера была тем временем доказана (R. J. Stearns, M. S. Thesis. Case Institute of Technology, 1952) с помощью автокорреляционного анализа.

Однако Эйнштейн неоднократно говорил, что он (как и Лоренц) считает Миллера превосходным экспериментатором и думает, что у него должны быть хорошие результаты. Он подчеркнул, что простое накопление данных ни к чему. Это укрепило наше решение сосредоточиться на той части данных Миллера, которые были, по его мнению, получены при «наилучших условиях». Эйнштейн также рассказал мне, что Лоренц в течение ряда лет занимался работой Миллера и не смог найти ошибки.

Эйнштейн спросил об экспериментальных условиях на Маунт-Вильсон и подвергался ли интерферометр деформациям. Он подчеркнул, что если существует систематический эффект, пусть и небольшой, он должен быть объяснен. Его очень заинтересовала эта проблема и он хотел, чтобы я довел ее до конца.

Эйнштейн очень заинтересовался моим сообщением о неопубликованных данных, полученных в Институте Кейса в 1924 г. Ему было понятно, почему Миллер не придал значения отрицательным результатам той работы, так как она была сделана в подвальной комнате, где «дрейф» должен быть велик. Он указал, однако, что на Маунт-Вильсон должен был бы быть почти такой же «дрейф», как и в подвальной комнате к Кейсе из-за массы самого интерферометра. Он напомнил мне, что любой «дрейф» не соответствовал бы аберрации. Я сказал ему, что, по-моему, результаты 1924 г. следует опубликовать, так как они, видимо, находятся в числе лучших. Я сказал ему также о наблюдениях Миллера с использованием как источника Солнца и что, кажется, они лучше, чем наблюдения Томашека [14]. Он не возразил, а кивнул в знак согласия. Тем не менее ему нравилась работа Томашека, в которой использовался свет звезд, из-за больших радиальных скоростей.

Мы коснулись отличия результатов опыта Морли — Миллера 1904 г. и экспериментов Миллера 1925—1926 гг. Эйнштейн сказал, что его всегда ставил в тупик вопрос, почему отличаются эти две группы опытов. Я предположил, что, возможно, расхождение вызвано методом анализа [21], и показал ему на доске, что Миллер, беря

---

[21] Замечание добавлено в июне 1962 г.— наши последующие исследования (см. сноску 35) показали, что отличие вызвано существенной разницей в температурных условиях, существующих в подвальной лаборатории в Кейсе и на Маунт-Вильсон.

скорость земли «через эфир» (v) из своих опытов, должен был прийти к большей средней скорости, чем если бы он усреднял амплитуды смещения полос (А)[22]. Эйнштейн согласился, что при таком рассмотрении следовало бы ограничиться экспериментальными амплитудами и фазами действительно наблюдаемых смещений полос, «пока не будет уверенно установлена закономерность».

Несколько раз за время нашей беседы Эйнштейн говорил: «Это хорошо» и при этом смеялся сердечно, естественно. Несколько раз он очень серьезно спрашивал меня: «Почему Миллер не обнаружил этого?» [23]. Это, видимо, вызывало у него недоумение, которое я не мог рассеять, но я рассказал, что в последние годы жизни Миллер много занимался звуком и флейтами. Он спросил меня об акустических работах Миллера, и, когда я рассказал ему об изучении Миллером гласных в связи с теорией Гельмгольца, он очень заинтересовался. Он не знал, что Гельмгольц занимался этим, и воскликнул: «Как много сделал этот человек!» Эйнштейна, видимо, очень заинтересовал и мой рассказ о коллекции флейт Миллера.

К концу нашего разговора я спросил, говорил ли когда-либо ему Майкельсон, как он пришел к созданию интерферометра. Он ответил, что нет. Я сказал Эйнштейну, что, по-моему, он был создан в Париже, когда Майкельсон работал с Жаменом и Маскаром. Он согласился, что это весьма вероятно и что основные идеи для Потсдамского опыта также были развиты Майкельсоном в Париже. Он воскликнул по этому поводу: «Сколько нового внес Майкельсон в оптические исследования!» Эйнштейн затем спросил, что я думаю о предполагаемом непостоянстве скорости света[24]. Я ответил, что в действительности на мой взгляд такого эффекта нет. Наконец, я попрощался. Прошел час в приятной и воодушевляющей беседе с этим великим человеком — столь добрым, столь деликатным и столь заинтересованным только в истине.

---

[22] Это вызвано зависимостью между наблюдаемыми смещениями полосы (A) и рассчитанной скоростью (v) : $A = 2L\ (v/c)^2$, где L — длина оптического пути в интерферометре, а c — скорость света.

[23] Наш окончательный вывод (сноска 35) оказался другим.

[24] R. T. Brige. Reports. Progr. Phys., 1941, 8, 109.

III. 2 ФЕВРАЛЯ 1952 г.

Я выехал из Нью-Йорка поездом в 9.15 утра и приехал в Принстон в 10.40; на такси доехал до Института высших исследований и там телефонистка сказала мне, что заходила секретарь Эйнштейна и сообщила, что он придет, чтобы встретиться со мной. «Он ожидает Вас»,— сказала она. В 10.55 я увидел, как он быстро шел по дороге от белого домика Оппенгеймера, в высокой шляпе, длинном пальто и с сигаретой. Он зашел, поговорил с телефонисткой, а затем быстро направился по коридору к своему кабинету, у которого я стоял. Он протянул руку и очень сердечно пригласил меня в кабинет (комната 115). Он, по-видимому, оставил сигарету в кармане пальто, так как, когда мы раздевались, он обнаружил, что карман прожжен. Я поблагодарил его за то, что он пришел для встречи со мной, Эйнштейн ответил: «Я всегда прихожу на службу». Он сел за стол и предложил мне сесть. Затем дружески спросил: «Что у Вас за вопрос?»

Я поинтересовался, слышал ли он о недавней работе Синга [25]. Когда он ответил отрицательно, я рассказал ему о нашей переписке и о том, как я понимаю трактовку у Синга понятия твердого тела в теории относительности и какое это может иметь отношение к результатам Миллера в опыте Майкельсона — Морли. Он весьма определенно считал, что, исходя из представлений Синга, не может быть получено ничего существенного и что результаты любых опытов того типа, которые предлагает Синг, не имеют отношения к вопросам, рассматриваемым теорией относительности, включая релятивистскую концепцию твердого тела. Когда я сказал ему, что Синг предсказывает малый положительный эффект, вызванный ускорением интерферометра, Эйнштейн спросил: «Какое ускорение, вращение прибора?» Когда я ответил, что, как я понимаю, это ускорение обусловлено вращением земли вокруг своей оси благодаря возможной связи с интерферометром через «ось» («pin») (по допущению Синга), Эйнштейн энергично тряхнул головой и возразил: «Здесь не может быть связи. Все подобные ускорения, включая и те, что вызваны силой Кориолиса, совершенно неотличимы от гравитации».

---

[25] J. L. Synge, G. H. F. Gardner. Nature, 1952, v. 170, 243; Proc. Roy. Dublin Soc., 1952, v. 26, 45.

Эйнштейн решительно заявил, что считает подход Синга малоплодотворным. Он полагал, что даже если бы Синг придумал эксперимент [26] и получил бы положительный результат, это совершенно не относилось бы к делу. Он был уверен, что все вопросы, относящиеся к связи между «осью» и жесткостью аппаратуры, не имеют значения в теории относительности. Тем не менее он подчеркнул, что вопрос «твердости» чрезвычайно важен и нуждается в изучении. Он довольно пространно говорил о проблеме «твердости» в теории относительности, подчеркнув ее важность для таких вопросов, как конечная скорость распространения сигнала и т. п. Однако, сказал он мне, не существует хорошего определения или теории «твердости», которые соответствовали бы «реальности», так как пока исследованы только твердые тела или чья масса равна нулю или чье поведение может быть изучено в отсутствие всех внешних сил.

Затем он сослался на то, что я прежде говорил ему, а именно, что «положительный результат, полученный Миллером на Маунт-Вильсон, может быть объяснен его методом анализа». И он был уверен, что это более вероятное объяснение, чем у Синга. Еще раз он мне сказал, что Лоренц никогда не мог объяснить результат Миллера, но полагал, что его нельзя игнорировать, хотя Эйнштейн не был уверен, действительно ли Лоренц придавал большое значение результату Миллера.

Я спросил у Эйнштейна, оправдано ли, что Синг рассматривает вопросы, относящиеся к ускорению, в рамках специальной теории относительности. Он сказал: «О да, это верно, пока нет тяготения; во всех остальных случаях специальная теория относительности применима. Хотя возможно подход общей теории относительности лучше, но он не необходим».

Потом я спросил его о речи, произнесенной им в 1931 г. в Берлине в связи со смертью Майкельсона и особенно о той ее части где он говорил об опыте Майкельсона — Морли и его связи с общей теорией относительности. По-видимому, он забыл и этот факт и что он говорил, так что сейчас он не мог ничего сказать. Но его глаза блеснули.

[26] Такой опыт, поставленный Дитчберном, дал вновь отрицательный результат для эфирного ветра. R. W. Ditchburn, O. S. Heavens. Nature, 1952, v. 170, 705.

когда он вспомнил о Майкельсоне, и он опять назвал его «художником». Когда я сказал ему, что дочь Майкельсона (миссис Дороти Майкельсон-Стивенс) рассказала мне о посещении Эйнштейном дома ее родителей в Калифорнии, он широко улыбнулся, видимо, вспомнил об этом с большим удовольствием. Он очень лестно отозвался об опыте Майкельсона — Гэйля, но сказал, что вначале не понял, как он протекает.

Я опять вернулся к предложенному Сингом эксперименту, подчеркивая возможное различие между аппаратурой Миллера и Иооса[27] в отношении штыря и т. д.—но он только покачал головой. Очевидно, он совершенно забыл работу Иооса.

Потом я спросил Эйнштейна о его прежнем интересе к работе де Бройля. Он рассказал мне, что, изучая вырождение газов, он разработал теорию статистических флюктуаций, исходя из выражения для энтропии, содержащего «волновой член», что, по его мнению, находится в тесной связи с представлениями де Бройля о волнах материи [28].

Он продолжал говорить о том, что по вопросам квантовой теории он находится «в оппозиции», так как считает, что ψ-функции не представляют реальность. Он охарактеризовал квантовую механику как блестящий «обрубок» (были успешно обойдены многие трудности) и коснулся тех трудностей, с которыми должна столкнуться и которые должна разрешить окончательная верная теория. Он много говорил об описании с помощью ψ-функции, особенно в связи с локализацией электрона как волнового пакета, в пределах, допускаемых принципом неопределенности. Принцип он не назвал так, не упомянул и о Гейзенберге. Ему вовсе не нравилось описание положения, скорости, расползания во времени ψ-функции и т. п. Он подчеркнул, что квантовая теория только разрешает определенные положения частицы точно во время наблюдения, которое совершенно изменяет его. Тем не менее он охотно признал, что квантовая теория дает единственный способ, известный в настоящее время, для описания квантованных (стационарных) состояний. Он считал, что вид функции не отражает «реальности», а у тех, кто занимается квантовой теорией, «узкий взгляд» (он поднял руки к глазам,

---

[27] G. Joos. Ann. d. Phys., 1930, 7, 385; Naturwiss., 1931, 38, 784.
[28] A. Einstein. Berliner Berichte, 1924, S. 261; 1925, S. 3.

чтобы показать мне это). В подтверждение того, что квантовая точка зрения неполная, он указал, что она не объясняет постоянства элементарного электрического заряда. Однако, добавил он, «надо использовать квантовую теорию, пока она полезна, пусть даже она и не дает полного описания». Он рассказал мне, что Оппенгеймер уверен в том, что квантовая теория обеспечивает полное решение и описание, но добавил: «Я очень мало говорил с ним об этом». Эйнштейн был убежден, что окончательная правильная теория должна исходить из общей теории относительности (хотя он сказал, что его собственные попытки в этом направлении, вероятно, ошибочны).

Трудности квантовой теории проявляются с особой остротой в теории ядра, современное состояние которой Эйнштейн считал безнадежным. Он полагал, что простое накопление фактов и экспериментальных данных в ядерной физике не прояснит положения и не приведет к окончательной верной теории. Это противоположно широко распространенному мнению, что в экспериментальных данных в конце концов обнаружатся закономерности и это подскажет путь, который приведет к теоретическому решению. Он был совершенно не согласен с такой точкой зрения и еще раз подчеркнул, что даже для атомных проблем описание квантовой теории неудовлетворительно. Мы говорили и о больших установках, используемых в ядерной физике; он считал, что они представляют реальную угрозу для научного метода. Они делают нас «рабами средств» и новые идеи либо погибнут, либо вообще не будут выдвинуты [29].

Я спросил, читал ли он статью Дирака в «Nature» [30] об эфире; он ответил, что нет, и попросил пересказать ее. Я немного рассказал о ней, а когда упомянул о связи принципа неопределенности с невозможностью однозначного определения направления в пространстве, он сказал: «Мне это не нравится!» Он продолжал говорить, что если кому-то нужны свойства пространства до материи и вводятся уравнения поля и т. д., то тогда эфир необходим, но что во всем этом нет нужды. Далее он объяснял, почему «уравнения Максвелла не реальность», но я этого не понял.

---

[29] Не надо забывать, что это было 10 лет тому назад.
[30] P. A. M. Dirac. Nature, 1951, v. 168, 906.

Потом он снова вспомнил о Синге и его работе и спросил меня, не философ ли он в какой-то мере. Он повторил, что нет необходимости в других экспериментах и результаты, такие как у Синга, по-видимому, не будут относиться к делу. Мне он посоветовал не ставить подобные опыты.

Прощаясь с Эйнштейном, я увидел, что он выглядит много старше. В его глазах еще теплилась глубоко спрятанная усмешка, но взгляд уже не был таким проницательным, как раньше. Его руки слегка дрожали, а когда я спросил, играет ли он еще на скрипке (партитура Брамса лежала на столе), он ответил: «Нет, мои пальцы больше не слушаются». Я поблагодарил Эйнштейна за то, что он уделил мне время, но он протестующе замахал руками. Мы обменялись рукопожатиями, он улыбнулся и я ушел.

IV. 24 ОКТЯБРЯ 1952 г.

Был прекрасный октябрьский день, когда я шел по Мерсер-стрит к дому профессора Эйнштейна (№ 112). Секретарь Эйнштейна поздоровалась со мной и повела наверх в задние комнаты к кабинету Эйнштейна. Это была приятная, просто убранная комната с открытыми белыми книжными полками по обе стороны, беспорядочно заполненными книгами, оттисками, бумагами. Большие окна выходили во двор, где стояли деревья в последнем осеннем наряде. Неожиданно я увидел на стене прекрасные портреты Максвелла и Фарадея. Эйнштейн сидел на веранде, примыкавшей к кабинету, но, увидев меня, зашел в кабинет и дружески со мной поздоровался. Он предложил мне сесть за его стол. И тогда я рассказал ему о планах празднования 100-летия со дня рождения Майкельсона в Кейсе и о том, что я должен выступить с докладом о его деятельности и, в частности, об интерферометрических опытах. Эйнштейн широко улыбнулся и выразил полное удовлетворение тем, что мы делаем это. Он сказал: «Я всегда считал Майкельсона художником в науке. Видимо, его больше всего радовали красота самого эксперимента и изящество используемого метода. Он никогда не считал себя строгим «профессионалом» в науке и фактически им и не был — но всегда был художником».

Я спросил профессора Эйнштейна, где он впервые услышал о Майкельсоне и его опыте. Он ответил: «Это не так просто сказать; я не уверен, когда впервые узнал об опыте Майкельсона. Я не сознавал, что он повлиял на меня непосредственно в те семь лет, когда теория относительности была моей жизнью. Видимо, я считал само собой разумеющимся, что он верен». Однако Эйнштейн сказал, что в 1905—1909 гг. он много думал о результате Майкельсона, дискутируя с Лоренцом и другими, размышляя над общей теорией относительности. Потом он понял (так он сказал мне), что отдавал себе отчет в результате Майкельсона до 1905 г. отчасти благодаря чтению статей Лоренца, а более всего потому, что он просто предположил, что результат Майкельсона верен.

Я рассказал Эйнштейну со слов моего отца, тогда студента Второго западного университета, что опыт Майкельсона — Морли считали провалом, а Морли был как бы объектом сожаления. Эйнштейн энергично тряхнул головой и ответил: «Никто не должен был говорить это! Многие отрицательные результаты не имели большого значения, но опыт Майкельсона дал действительно значительный результат, и это каждый должен был бы понять».

Эйнштейн считал, что работы Лоренца современным физикам следует изучать значительно лучше. Он сказал, что Максвелл оставил электромагнитную теорию в малопригодном виде и действительно она была применима только к вакууму. Это стало ясно благодаря исследованиям Лоренца, который показал, что электрическое поле и смещение должны быть всегда связаны через характеристики среды и что такая теория должна предполагать или должна найти эти характеристики заранее. Эта работа Лоренца была, по мнению Эйнштейна, его большим достижением. Его доказательство того, что в сущности есть не четыре поля, а только два — достижения величайшего исторического значения.

Эйнштейн сказал мне, что, как он полагает, пренебрегают историей развития научных идей. Его интересовали в истории не даты — когда, кто сделал это,— а прослеживание эволюции идей. «Большинство современных ученых, видимо, не представляют себе, что нынешние истины науки могут сохранить свое значение ненадолго». Я спросил его, вероятно ли, что ближайшие крупные успехи в физике будут достигнуты в более отдаленном будущем, чем это допускает большинство «плановиков». Он засмеялся и сказал: «Да, да, они все хотят слишком легко добиться результатов».

Эйнштейн далее вновь повторил, как прекрасен «опыт Майкельсона, использующий вращение Земли» (опыт Майкельсона — Гэйля). Он считал его одним из наиболее красивых экспериментов в физике и лучшим у Майкельсона после опыта Майкельсона — Морли. Как сказал Эйнштейн, «Майкельсон не мог остановить Землю или заставить ее вращаться в обратную сторону, поэтому он достиг того же, используя большой и малый путь (жесты). Действительно, не самоочевидно, как это могло дать тот же результат, что и при остановке «Земли» (здесь Эйнштейн радостно улыбнулся).

Эйнштейн также упомянул об опыте, который ему тоже очень нравился — с приливами Земли[31]. «Этот эксперимент был вне его (Майкельсона) интересов, но оптический принцип сам собою пришел ему в голову, и это обеспечило успех измерений».

Я спросил Эйнштейна, может ли он объяснить, почему Майкельсон вначале повторил в Институте Кейса опыт Физо с движущейся водой, а потом лишь повторил свой потсдамский эксперимент. Эйнштейн сказал, что ему кажется очень естественным, что Майкельсон вернулся к опыту Физо, и это просто доказывает, «что Майкельсон представлял себе всю проблему в целом и глубоко продумывал все ее аспекты. Опыт Физо и его результат был настолько важен, что улучшенное повторение его в любом случае было чрезвычайно желательно». Я задал Эйнштейну вопрос, считает ли он, что в то время существовали серьезные сомнения относительно результата Физо; он ответил: «Каждый опыт следует повторить и по возможности усовершенствовать». Несколько раз он говорил: «Я действительно любил Майкельсона».

Я рассказал, что Майкельсон в лекциях по оптике, прочитанных в Институте Кейса, не упомянул о результатах своего потсдамского эксперимента и даже не описал свой тип интерферометра. Эйнштейн счел это естественным, так как преподавателю следует рассказывать студентам только о твердо установленных фактах. Он добавил, что если бы ему пришлось читать лекции по теоретической

---

[31] A. A. Michelson and H. G. Gale. J. Geol., 1919, **27**, 595.

физике, он опустил бы все ссылки на свои поисковые работы и оставил бы их для слушателей типа «знатоков», которые понимали бы, что многие положения еще не окончательно установлены.

Я спросил профессора Эйнштейна о трех знаменитых статьях 1905 г. [32] и как стало возможно их одновременное появление. Он рассказал, что работе над специальной теорией относительности он «отдал более семи лет жизни и что это было главным». Но тут же добавил, что статья по фотоэффекту (он не сразу смог вспомнить английское слово) также явилась результатом пятилетних размышлений и попыток объяснить планковские кванты в более подходящих терминах. У меня сложилось вполне определенное впечатление, что работать над броуновским движением было значительно легче. «Простое объяснение пришло мне в голову и я отправил статью» [33].

Я упомянул о том, что части прибора Майкельсона — Морли утеряны и даже точное место, где был проведен опыт, не вполне определено. Это вызвало у него улыбку; он пожал плечами и заметил, что физики не собиратели и хранители подобно коллекционерам старых книг; только идеи имеют непреходящую ценность.

Эйнштейн сказал, что Майкельсону не нравилась теория относительности. Он сам говорил об этом Эйнштейну и от других Эйнштейн слышал то же самое. Эйнштейн засмеялся и добавил: «Вы знаете, мы были очень хорошими друзьями!» Майкельсон рассказывал Эйнштейну, что он несколько огорчен тем, что его собственная работа способствовала появлению этого «чудовища». Эйнштейн продолжал далее рассказывать, насколько естественным было такое отношение Майкельсона, а вызвано оно было просто любовью Майкельсона к непосредственной опытной проверке явлений; и, как результат этого, он не любил абстракции. Я заметил, что в определенном смысле это напоминает отношение Гете к теории цвета. На это Эйнштейн возразил: «Нет, отношение Майкельсона не было столь резким, иначе он не был бы физиком!» Он добавил также, что для Гете каждое наблюдение Природы было глубоким переживанием и он не допускал, чтобы к этому примеши-

---

[32] A. Einstein. Ann. Phys., 1905, Bd 17, 132, 549, 891.

[33] Разумеется, Эйнштейн много работал над вопросами броуновского движения. См. его сборник статей, изданных Р. Фюртом в Лондоне в 1926 г.

вались научные абстракции. Многие описания цвета Гете очень полезны; он внес реальный вклад в изучение цветов, особенно для искусства [34], но это не относится к его нападкам на Ньютона.

Эйнштейн поговорил немного о квантовой теории и добавил: «Я в этом отношении еретик, вы знаете (смех), но я верю, что наступит день, когда мое мнение будет признано правильным. Вы знаете, теорию вероятности придумал не бог!» Он очень высоко оценивал работу Бома, но был уверен, что она ошибочна. Он слишком просто получил результаты. Эйнштейн рассказал мне, что за Бомом не сохранили его должность, так как он отказался давать показания против других. Эйнштейн с горечью говорил о «грязной работе» родственника Розенбергов, который спас свою жизнь за счет их жизней. Говоря о «паблисити,» Эйнштейн заметил, что ему создали такую рекламу, которой он не заслужил. Но так как он известен, он должен использовать ее на доброе дело, и никак не иначе. Во время беседы он обычно смотрел на меня, но иной раз его взгляд останавливался на осенних листьях. Когда он задумывался, его широкие брови и макушка приходили в движение, но глаза вновь прояснялись, когда он хотел еще что-нибудь рассказать.

Наступило время отъезда. Я поблагодарил Эйнштейна; я сохраню как бесценный дар память о нем, о его замечательной улыбке, о его мальчишеском смехе и об искреннем дружелюбии этого сердца и ума.

Он подошел к двери кабинета, когда я уходил, пожал мне руку, улыбнулся и поблагодарил за посещение. Мисс Дюкас стояла в холле, когда я уходил. Я надеюсь, что не утомил его.

V. 11 ДЕКАБРЯ 1954 г.

Я приехал в Принстон из Нью-Йорка в 10.45 и позвонил секретарю Эйнштейна. Она сказала, что профессор Эйнштейн хочет со мной встретиться, но сейчас у него врач и поэтому не мог бы я прийти через полчаса. Я, разумеется, согласился и пришел на Мерсер-стрит 112 около 11.30. В нижнем холле оставил пальто и портфель и мисс Дюкас

---

[34] J. W. von Goethe. Nachträge zur Farbenlehre, 1810.

повела меня наверх в заднюю часть дома в кабинет профессора Эйнштейна. Он поднялся со стула, пожал руку, дружески приветствуя меня. Начал он беседу с сообщения, что, по его мнению, наши аргументы убедительны, а «статья очень хороша» [35]. А потом он «рассказал мне историю». Несколько лет назад на заседании в Институте перспективных исследований обсуждались результаты Миллера, и Эйнштейн тогда сказал: «Бог строг к нам, но справедлив [36]. Несомненно, результаты Миллера можно объяснить» (Эйнштейн рассмеялся). Эйнштейн вновь подтвердил, что он уверен в том, что мы вычислили это и что все довольны. Я упомянул, что профессор Дайсон подал ценную мысль, которой мы воспользовались, чтобы ввести лучшие поправки, связанные с температурными условиями. Эйнштейна это заинтересовало и я рассказал ему о формуле $\overline{\Delta T} = Av/\overline{T} - T_i/$ $(i = 1, 2, 3, 4)$. Эйнштейн нашел, что это удачная идея и спросил, как ее применили. Когда я сказал, что все обстояло хорошо за исключением одного случая, он заметил: «Вам следовало ожидать этого!» Я рассказал ему, что профессор Миллер передал мне свои данные и что я рад, что мы смогли выполнить его желание и продвинуться еще несколько дальше. Он считает, сказал мне опять Эйнштейн, что мы, наконец, разрешили этот вопрос. Потом он сказал, что использование громоздкой аппаратуры ошибочно. «У вас становится больше забот, а выигрыш так мал». Он также спросил меня, почему никто не исследует путь света в вакууме, чтобы исключить влияние температуры. Я ответил, что не знаю, но что Иоос продвинулся довольно далеко в этом, а, используя гелий, Кеннеди [37] пришел в основном к тому же результату.

Когда я начал говорить ему, почему я считал необходимым войти в тот «строй мыслей», который подсказала поездка на Маунт-Вильсон, он согласился, подчеркнув:

---

[35] Речь шла об окончательном варианте статьи, впоследствии опубликованной: R. S. Shankland, S. W. McCuskey, F. C. Leone, G. Kuerti. Revs. Modern Phys., 1955, v. 27, 167.

[36] Почти такие же слова Эйнштейна воспроизведены над камином в холле Принстонского института: «Господь бог изощрен, но не злобен».

[37] R. J. Kennedy. Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A., 1926, v. 12, 621; Astrophys. J., 1928, v. 68, 367.

«Вы не смогли бы правильно понять результаты, не сделав это». Однако, добавил он, представление о большем «эфирном ветре» на горе невозможно согласовать со звездной аберрацией.

Потом мы немного поговорили о Майкельсоне и он опять сказал мне, что считает его «удивительным человеком». «Конечно,— добавил Эйнштейн,— он мне не раз говорил, что ему не нравятся теории, которые следуют из его работы!» (Здесь Эйнштейн долго смеялся).

Мы взглянули через окна на оголенные декабрьской порой деревья и я понял, что нахожусь здесь достаточно долго. Я попросил его не подниматься, когда я буду уходить, но, разумеется, он сделал это. Я задержался, чтобы посмотреть на портреты Фарадея и Максвелла, висевшие на стене его кабинета. Он высоко отозвался о каждом, но сказал, что особенно ему нравится портрет Фарадея. Я сказал, что у меня есть его последняя книга и в ней я с особым удовольствием прочел оценку, данную Лоренцу (в связи со столетием со дня его рождения)[38]. Он стал очень серьезен и сказал: «Многие не представляют, как велико было влияние Лоренца на развитие физики. Мы не можем представить, как бы она развивалась, не сделай Лоренц так много».

Мы пожали друг другу руки, и я направился в прихожую, а он сопровождал меня, говоря (только сейчас!), что он неважно себя чувствует и у него «сильная анемия». На верхней площадке лестницы мы вновь обменялись рукопожатием; он улыбнулся с тем глубоким и застенчивым выражением, с каким он впервые здоровался со мной, взял меня за руку, потом поднял свою руку как бы приветствуя и сказал: «Прощайте».

Я чрезвычайно обязан моим коллегам, профессорам Сиднею Маккуски, Лесли Фолди и Мартину Клейну за советы при подготовке этой статьи.

---

[38] A. Einstein. Ideas and Opinions. New York, 1954, p. 70—76; G. Z. de Haas-Lorentz. H. A. Lorentz. Amsterdam, 1957, p. 5—9.

В. Л. Гинзбург

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ[1]

ВВЕДЕНИЕ

Запуск спутников Земли и космических (межпланетных) ракет открыл, как хорошо известно, широкие возможности для научных исследований в астрофизике, геофизике, физике и других областях. При этом в каждой области, естественно, возникает вопрос, какие именно эксперименты можно и нужно проводить с использованием новых средств. Возник такой вопрос и в отношении проверки общей теории относительности, а также связанных с теорией относительности (как частной, так и общей) проблем космологии, физики высоких энергий и др.

Для всего этого направления космических исследований можно использовать довольно выразительное название «space relativity». Разумеется, термин космические исследования (и, в частности, space relativity) в значительной мере отвечает делению по методическому признаку — речь идет об измерениях на спутниках и ракетах. С течением времени, когда использование спутников и ракет станет столь же привычным (и в известном отношении простым), как применение ускорителей, пузырьковых камер, радиотелескопов и многих других приборов, методические вопросы будут отходить на второй план, и классификация научных исследований в космосе все больше будет определяться существом задачи (примером такого процесса может служить развитие радиоастрономии, которая сейчас уже не существует как нечто целое). Можно думать, однако, что по крайней мере в течение ближайшего десятилетия специальное обсуждение и выде-

[1] На английском языке эта статья опубликована в «Astronautica Acta», 12, 136 (1966).

ление исследований на спутниках и ракетах оправдано и диктуется практикой. Именно в этом можно видеть оправдание для существования целого ряда групп и комиссий (в частности, space relativity committee) в составе Международной астронавтической академии (IAA).

Целью настоящей статьи как раз и является обсуждение вопросов space relativity, т. е. задач, связанных с теорией относительности и вместе с тем с использованием спутников и ракет. При этом целесообразно, конечно, остановиться на состоянии соответствующих проблем (например, вопроса об экспериментальной проверке общей теории относительности) в достаточно широком плане.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1.1. ВВЕДЕНИЕ

Более пятидесяти лет назад в процессе построения общей теории относительности (о. т. о.) Эйнштейн указал [1] на три следствия теории, открывающие возможности для ее экспериментальной проверки. Все эти три эффекта (в литературе их часто называют «критическими» или «классическими») сейчас уже обнаружены и в пределах достигнутой точности измерений находятся в согласии с о. т. о. Тем не менее в последние годы интерес к экспериментальной проверке о. т. о. сильно повысился и эта проблема довольно широко обсуждается (см. обзоры [2—4] и указанную там литературу; на ряд статей мы еще сошлемся также в дальнейшем). Такое положение в общем вполне естественно, если учесть фундаментальный характер о. т. о. как физической теории пространства — времени и гравитационного поля, возрастающую роль, которую играет о. т. о. в астрофизике (космология, релятивистская астрофизика [5, 6]), и тот факт, что при проверке о. т. о. в большинстве случаев достигнута лишь сравнительно небольшая точность. Кроме того, число эффектов или экспериментов, служащих для проверки о. т. о., весьма ограничено, а сами эти эффекты в известном смысле мало «чувствительны» к точной форме уравнений о. т. о.

Поясним раньше всего последнее из этих замечаний.

Ньютоновская теория всемирного тяготения с точки зрения о. т. о. является первым приближением, справедливым лишь при условии [2]

$$\frac{|\varphi|}{c^2} \ll 1, \tag{1}$$

где φ — ньютоновский гравитационный потенциал и $c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек* — скорость света в вакууме.

Фактически в реальных астрономических условиях ньютоновское приближение является обычно очень хорошим, поскольку релятивистские поправки малы (они порядка $|\varphi|/c^2 \sim v^2/c^2$, где v — скорость планеты, спутника и т. д.). Так, для Солнца (на его поверхности)

$$\frac{|\varphi|}{c^2} = \frac{\varkappa M_{\odot}}{r_{\odot} c^2} = \frac{r_g}{2 r_{\odot}} = 2{,}12 \cdot 10^{-6}, \quad r_g = \frac{2\varkappa M_{\odot}}{c^2} = $$
$$= 2{,}94 \cdot 10^5 \text{ см}. \tag{2}$$

Здесь $M_{\odot} = 1{,}99 \cdot 10^{33}$ *г* — масса Солнца, $r_{\odot} = 6{,}96 \cdot 10^{10}$ *см* — радиус фотосферы, $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ — гравитационная постоянная и r_g — гравитационный (или шварцшильдовский) радиус. На орбите Меркурия параметр $|\varphi|/c^2 \sim \sim 10^{-7}$, а на земной орбите $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-8}$ (скорость Земли $v = 3 \cdot 10^6$ *см/сек*). Для поля тяготения Земли на ее поверхности ($M_{♁} = 5{,}98 \cdot 10^{27}$ *г*, $r_{♁} = 6{,}37 \cdot 10^8$ *см*)

$$\frac{|\varphi|}{c^2} = \frac{\varkappa M_{♁}}{r_{♁} c^2} = 7 \cdot 10^{-10}, \quad r_g = \frac{2\varkappa M_{♁}}{c^2} = 0{,}9 \text{ см}. \tag{3}$$

Даже для звезд — белых карликов $|\varphi|/c^2 \sim 10^{-4}$; параметр $|\varphi|/c^2$ очень мал также, как в этом легко убедиться, для галактик и скоплений галактик. Другими словами, гравитационное поле для обычных звезд и галактик является

---

[2] Предполагается, кроме того, как это и имеет место в действительности (вопроса о нейтронных звездах или коллапсирующих массах мы сейчас не касаемся), что создающие поле массы вращаются достаточно медленно; другими словами, недиагональные компоненты $g_{0\alpha}$ метрического тензора g_{ik} ($i, k = 0, 1, 2, 3$; $\alpha, \beta = 1, 2, 3$) считаются малыми величинами, вносящими в уравнения движения для пробных масс (планет) и света поправки, не превосходящие поправок, связанных с учетом членов пропорциональных $1/c^2$. Ниже мы будем считать это условие выполненным без повторных на то указаний.

Быть может, не будет излишним также подчеркнуть, что в условие (1), по сути дела, входит не потенциал φ, а разность потенциалов, например, $\varphi - \varphi(\infty)$; обычно бывает удобно, однако, полагать потенциал «на бесконечности» $\varphi(\infty) = 0$, что мы и делаем, слабым и, если угодно, даже очень слабым. С сильным гравитационным полем приходится иметь дело только в космологии и для нейтронных звезд или коллапсирующих масс [3]. Во всех этих случаях, однако, наблюдательные данные либо весьма ограничены, либо совсем еще отсутствуют, а физическая ситуация является весьма сложной. Как по этой причине, так и по ряду других, экспериментальная проверка о. т. о. должна раньше всего производиться для других объектов. Более того, с точки зрения насущных интересов астрофизики, экспериментальное подтверждение о. т. о. в первую очередь необходимо как раз для того, чтобы с большей уверенностью использовать аппарат о. т. о. для анализа космологической проблемы, коллапса и релятивистских эффектов в звездах.

Итак, если ограничиться обычными звездами и вообще теми объектами, которые уже сейчас достаточно хорошо известны астрономам, то приходится иметь дело только со слабым гравитационным полем. В этой связи измерению доступны лишь релятивистские эффекты порядка φ / c^2. Довольно естественно поэтому, что даже хорошее совпадение предсказаний о. т. о. с наблюдениями служит, строго говоря, проверкой не столько самих уравнений гравитационного поля, установленных Эйнштейном [4], сколько некоторых следствий из этих уравнений, отве-

---

[3] При средней плотности вещества в Метагалактике $\rho \sim 10^{-29}$ *г·см*$^{-3}$, параметр $|\varphi|/c^2 \sim \dfrac{\varkappa \frac{4\pi}{3}\rho r^2}{c^2} \sim 1$ при $r \sim R_{\text{мг}} \sim 10^{28}$ *см* $\sim 10^{10}$ световых лет; как известно, в космологии приходится иметь дело именно со значениями r, достигающими $R_{\text{мг}}$. Радиус нейтронных звезд $r_n \sim 10^6$ *см* при массе $M \sim M_{\odot}$, откуда $|\varphi|/c^2 \sim 0{,}1$ (фактически [5], на поверхности нейтронных звезд $|\varphi|/c^2 \simeq 0{,}2 \div 0{,}3$). При гравитационном коллапсе поверхность звезды (массы) асимптотически приближается (с точки зрения внешнего наблюдателя) к гравитационному радиусу r_g и т. о. поле, по самой сути дела, является сильным (подробнее о коллапсе см., например, [5, 6]).

[4] Под о. т. о. ниже понимается созданная Эйнштейном [1] теория гравитационного поля, в которой метрический тензор g_{ik} удовлетворяет уравнению

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi\varkappa}{c^4} T_{ik}, \tag{4}$$

где T_{ik} — тензор энергии — импульса «материи», а R_{ik} и R выражаются через g_{ik}, $\dfrac{\partial g_{ik}}{\partial x_l}$ и $\dfrac{\partial^2 g_{ik}}{\partial x_l \partial x_m}$.

чающих первым членам разложения в ряд по малому параметру φ / c^2. Разумеется, проверка любых дифференциальных уравнений, встречающихся в физике, всегда сводится к сопоставлению с опытом (или наблюдениями) лишь отдельных решений. В этом отношении мы хотели только подчеркнуть, что в случае проверки уравнений о. т. о. для слабого поля речь идет о весьма ограниченном классе решений или, можно сказать, приближенных решениях. Не менее существен и другой, уже упомянутый момент, а именно весьма небольшое число независимых эффектов о. т. о., которые удалось наблюдать. Действительно, если не говорить о проверке самих основ о. т. о., то наблюдались лишь три «классических» эффекта, предсказанных еще самим Эйнштейном. В результате двух таких ограничений (малость φ/c^2 и наблюдение только трех эффектов), а также небольшой достигнутой точности измерений, оказывается, что можно построить несколько релятивистских теорий, отличных от о. т. о. Эйнштейна, но еще не противоречащих наблюдениям.

Этот момент и является центральным с точки зрения оценки современного состояния вопроса об экспериментальной проверке о. т. о. К этой оценке мы еще вернемся в дальнейшем. Сейчас же кратко приведем имеющиеся данные, касающиеся проверки о. т. о. (подробнее см. [2—4]; ниже мы ссылаемся в основном лишь на те оригинальные работы, которые не могли быть упомянуты в этих обзорах).

1.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ О. Т. О.

Экспериментальная проверка физической теории связана, можно сказать, с опытами или наблюдениями двух типов. Во-первых, речь идет о проверке тех утверждений, которые положены в основу теории и, во-вторых, о сопоставлении с опытом ряда предсказаний и следствий теории.

В случае о. т. о. в основу положены принцип эквивалентности, справедливость частной теории относительности «в малом» (т. е. в локальной инерциальной системе отсчета), существование предельного перехода к ньютоновской теории тяготения и некоторые требования математического характера [5].

---

[5] Мы имеем в виду принцип общей ковариантности и требование,

Под принципом эквивалентности понимается при этом утверждение о полной физической равноправности двух систем отсчета, в одной из которых имеется однородное поле тяготения (ускорение силы тяжести g), а другая находится вне поля тяжести, но движется относительно инерциальной системы с ускорением $-g$. При этом полная физическая равноправность означает, что в обеих указанных системах все явления (механические, электромагнитные и др.) при одинаковых начальных и граничных условиях протекают совершенно одинаково. Иными словами, в пределах рассматриваемой системы отсчета нельзя отличить, имеется ли поле тяжести или происходит ускорение системы. Такая же физическая равноправность имеет место в отношении всех инерциальных систем отсчета в условиях, когда справедлив принцип относительности частной теории относительности. Принцип эквивалентности, как известно из о. т. о., носит локальный характер, т. е. относится только к достаточно малой пространственно-временной области (по сути дела это обстоятельство уже отражено выше, поскольку в самой формулировке принципа эквивалентности фигурирует однородное поле тяготения). Одним из следствий принципа эквивалентности является равенство тяжелой и инертной массы

$$m_{\text{т}} = m_{\text{и}}, \tag{5}$$

поскольку только в этом случае все тела, независимо от их состава и массы, движутся в поле тяжести с одинаковым ускорением [6]. Интересно, что сам Эйнштейн счи-

---

чтобы уравнения гравитационного поля не содержали производные выше, чем второго порядка. Заметим, что в вопросе о роли и содержании принципа общей ковариантности существуют разные мнения (то же касается и всей аксиоматики о. т. о.). Здесь было бы, однако, неуместно останавливаться на этих вопросах тем более, что они не представляются существенными для дальнейшего.

[6] Исходным для Эйнштейна было как раз равенство (5), которое он, так сказать, расширил до принципа эквивалентности. Правда, в литературе иногда ставится знак равенства между результатами опытов Этвеша (соотношение (5)) и принципом эквивалентности. Такое отождествление, на наш взгляд, неверно. Действительно, равенство инертной и тяжелой массы (равенство (5)) обеспечивает соблюдение принципа эквивалентности в области классической механики, но отнюдь не гарантирует его всеобщей справедливости, например, справедливости в области оптических явлений. Чтобы показать, насколько ве-

тал (см. [7]) проверку равенства (5) с возможно большей точностью даже более важной, чем измерение величины указанных им трех новых эффектов. Так или иначе, всякое отклонение от соотношения (5) указывало бы на ограниченность о. т. о.[7] В этой связи существенно и интересно, что равенство (5) установлено сейчас [8] с исключительно высокой точностью, равной $3\cdot10^{-11}$ (это значит, что $\frac{m_и - m_т}{{}^1/_2(m_и + m_т)} < 3\cdot10^{-11}$; точность, достигнутая ранее Этвешем и др., повышена при этом на два порядка). Что касается другого краеугольного камня, на котором покоится здание о. т. о., а именно частной теории относительности, то она проверена с довольно высокой степенью точности, по крайней мере в области энергий частиц E, достигающих $3\cdot10^{10}$ *эв* или длин $l \gtrsim \frac{\hbar c}{E} \sim 10^{-14}$ *см* (подробнее см. разд. 3). Отметим, что с высокой точностью доказана [9] также изотропность массы $\left(\frac{\Delta m}{m} \lesssim 10^{-20}\right)$ и справедливость кинематических формул частной т. о., не содержащих ускорения, даже для ускорений, доходящих до 10^{19} *см/сек*^{2} (мы имеем в виду наблюдение поперечного эффекта Допплера для

лика в принципе эта разница, напомним ситуацию с принципом относительности. В классической механике этот принцип (эквивалентность всех инерциальных систем отсчета) справедлив при использовании преобразований Галилея. Но тот же принцип при его распространении на оптику приводит уже к преобразованиям Лоренца. Другими словами, в логическом плане переход от равенства (5) к принципу эквивалентности аналогичен распространению принципа относительности классической механики на всю физику. То обстоятельство, что само значение массы тела в какой-то мере зависит от различных полей, делает переход от (5) к принципу эквивалентности особенно естественным и, быть может, даже практически необходимым; такой косвенный аргумент, однако, вряд ли должен фигурировать при индуктивном или эмпирическом подходе к проверке основ о. т. о.

[7] Здесь мы не принимаем во внимание чисто гипотетической возможности существования некоторого нейтрального поля, которому отвечают частицы с массой нуль и которое взаимодействует только с барионами [7а]. В подобных условиях (как и для заряженных тел при наличии электромагнитного поля) нарушение равенства (5) или точнее положительный результат опытов типа Этвеша (или, например, различная скорость падения разных тел в вакууме) еще не свидетельствовал бы о нарушении принципа эквивалентности.

γ-лучей, испускаемых ядрами в твердом теле; ускорение таких ядер достигает указанного значения).

Один из «классических» эффектов — гравитационное смещение частоты с точностью до членов порядка φ/c^2 определяется выражением

$$\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{c^2}, \tag{6}$$

где $\nu \simeq \nu_1 \simeq \nu_2$ и индексы 1 и 2 отвечают некоторым точкам пространства 1 и 2. Формулу (6) легко получить без привлечения уравнения поля (4) и она, по сути дела, является следствием принципа эквивалентности и частной т. о. Ясно, таким образом, что подтверждение формулы (6) служит для проверки основ о. т. о.

Согласно последним известным нам данным [10], относящимся к γ-лучам, измеренное значение

$$\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu} = (0{,}9990 \pm 0{,}0076)\left(\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu}\right)_{\text{теорет}}.$$

Т. о. в этом случае соотношение (6) проверено с точностью около 1%. Точность, достигнутая в области оптической астрономии [2, 3], в несколько раз меньше, но во всяком случае наблюдения подтверждают предсказание теории.

Итак, в области проверки фундамента о. т. о. все, казалось бы, обстоит благополучно: не только нет никаких указаний на трудности или противоречия, но в ряде случаев с очень высокой точностью подтверждены исходные положения теории, такие, как равенство $m_и = m_т$ (см. (5)) и некоторые другие.

К числу следствий о. т. о. мы относим результаты, которые следуют из уравнений о. т. о. и не могут быть получены только путем применения принципа эквивалентности, частной теории относительности и т. п. К сожалению, по уже упомянутым причинам, возможностей здесь, скажем, в пределах солнечной системы, немного. Конкретно до сих пор проверены лишь два следствия о. т. о.: отклонение лучей в поле Солнца и смещение перигелиев планет. Согласно о. т. о. лучи, проходящие вблизи Солнца на расстоянии R (речь идет о наименьшем расстоянии) от его центра, отклоняются на угол

$$\alpha = \frac{4\varkappa M_\odot}{c^2 R} = 1'',75\,\frac{r_\odot}{R}. \tag{7}$$

Отклонение световых лучей Солнцем установлено: это отклонение имеет правильный (согласующийся с теорией) знак и по величине сходится с теорией в пределах достигнутой точности [2—4,24], составляющей 10—20%. Нужно, однако, отметить, что проверка теории в этом пункте недостаточно точна также в связи с отсутствием надежных данных о зависимости угла α от R (согласно теории $\alpha \sim R^{-1}$).

Релятивистский поворот перигелиев планет определяется выражением (в угловых секундах в столетие)

$$\Psi = \frac{5\pi^2 a^2 Y}{24c^2 T^3 (1-e^2)} = 8{,}35 \cdot 10^{-19} \frac{a^2}{T^3 (1-e^2)} =$$

$$= \frac{3{,}34 \cdot 10^{33}}{a^{5/2}(1-e^2)}, \tag{8}$$

где $Y = 365{,}25$ — число дней в году, T — период обращения планеты вокруг Солнца (в днях), a — большая полуось орбиты (в *см*) и e — эксцентриситет орбиты.

Для Меркурия, по последним известным нам данным [11], $\Psi = 43'', 11 \pm 0{,}45$ при теоретическом значении $\Psi_{\text{теор}} = 43'',03$. Таким образом, наблюдения согласуются с теорией с точностью до 1%. К сожалению, во всех других случаях достигнута лишь значительно меньшая точность (это в большой мере связано с тем обстоятельством, что релятивистский поворот перигелиев планет составляет лишь небольшую часть общего поворота, обусловленного возмущениями со стороны других планет). Так, для Венеры $\Psi = 8'',4 \pm 4{,}8$ при $\Psi_{\text{теор}} = 8'',6$ и для Земли $\Psi = 5,''0 \pm 1{,}2$ при $\Psi_{\text{теор}} = 3,''8$. В условиях, когда теория подтверждена лишь для одного объекта (в данном случае для Меркурия) еще можно без чрезмерной «натяжки» предполагать, что совпадение наблюдений с теорией является случайным. Именно такое предположение и высказано в [4] (см. также указанную там литературу и [12]), причем в качестве фактора, лимитирующего точность сопоставления теории с наблюдениями, указывается возможная небольшая сплюснутость Солнца. Конкретно, если полярный и экваториальный радиусы Солнца отличаются на величину $5 \cdot 10^{-5}$ от самого радиуса (такое значение $\Delta r/r = 5 \cdot 10^{-5}$ при наблюдениях с Земли соответствует в угловой мере сплюснутости Солнца равной $0,''05$), то это приведет к повороту перигелия Меркурия на $4''$ в столетие. Согласно [4, 12], такая или даже еще вдвое большая сплюснутость Солнца представляется возможной (не противоречат имеющимся данным) и поэтому согласие о. т. о. с наблюдениями в вопросе о вращении перигелия Меркурия не превосходит 10%. С такой аргументацией довольно трудно согласиться, если учесть, что уточнение данных о вращении перигелия Меркурия [1, 2, 3, 11] все время приводит все к лучшему и лучшему согласию наблюдений именно с формулой Эйнштейна (8) [8]. С другой стороны, как уже указывалось, проверка этой формулы только для одной планеты все же еще не дает полной гарантии в отношении отсутствия случайных совпадений.

Здесь, как мы полагаем, уместно напомнить, что проверка любой теории асимметрична в таком смысле: даже один противоречащий теории результат легко может ее опровергнуть, в то время как согласие теории с теми или иными опытными данными еще не является ее доказательством, поскольку те же самые следствия (в пределах заданной точности или даже независимо от этого) могут вытекать из нескольких теорий. В этой связи утверждать, что теория надежно проверена всегда трудно, а отсутствие отрицательных результатов (т. е. данных, противоречащих теории) имеет отнюдь не меньшее значение, чем наличие положительных результатов — совпадения предсказаний теории с опытом.

В силу подобных соображений, которые здесь нет возможности подробнее развивать, и учитывая приведенные выше данные, мы приходим к такому итогу.

При проверке основ и следствий о. т. о. не выявлено никаких противоречий и в этом отношении нет никаких указаний на несправедливость или ограниченность области применения эйнштейновской о. т. о. (имеем в виду, конечно, лишь макроскопические явления или точнее неквантовую область). Все следствия, которые вообще удалось наблюдать по мере уточнения данных, все лучше

---

[8] Кроме того, допущение о сплюснутости Солнца ($\Delta r/r \sim 10^{-4}$) возможно лишь, если внутренняя часть Солнца вращается значительно быстрее его поверхности [4]. Подобное большое дифференциальное вращение не кажется вероятным и, в частности, не может иметь места, если у Солнца существует или существовал даже сравнительно небольшой дипольный магнитный момент.

и лучше согласуются с о. т. о. При этом в отношении такого важнейшего следствия о. т. о. как поворот перигелиев планет [9] достигнута точность в 1%, хотя и только для одного объекта (Меркурия).

Специфично именно для проверки о. т. о., повторяем это еще раз, только небольшое число ее доступных проверке следствий и малость соответствующих эффектов, в силу чего точность измерений сравнительно невелика. В результате, помимо о. т. о., в литературе обсуждаются и другие теории тяготения как приводящие точно к таким же значениям для трех «классических эффектов», так и дающие для этих эффектов несколько иной результат, но еще не противоречащий наблюдениям (см. [2—4, 14а] и указанную там литературу). Например, в тензорно-скалярной теории тяготения [4] в формуле (7) появляется множитель $(1 - s)$, а в формуле (8)— множитель $(1 - \frac{4}{3} s)$, где s — относительная доля веса тела, связанная со скалярным взаимодействием. Даже если параметр s сравнительно мал и скалярное взаимодействие составляет проценты от тензорного, то это в некоторых случаях привело бы к существенным отличиям по сравнению с о. т. о. Эйнштейна, в которой $s = 0$. То же можно сказать и о возможности некоторых иных модификаций о. т. о.

Тем самым, конечно, оправданы усилия, направленные на дальнейшую проверку о. т. о. Важно подчеркнуть, что такой вывод является общим и для, так сказать, оптимистов, считающих о. т. о. уже сейчас довольно надежно проверенной (к их числу принадлежит автор) и для пессимистов, подчеркивающих недостаточность существующих данных в области проверки о. т. о. (см. в особенности [4]). Таким образом, несмотря на расхождения по конкретным вопросам и при оценках точности и значительности тех или иных опытов и наблюдений, существует прочный фундамент для проведения дальнейших исследований в области экспериментальной проверки о. т. о.

---

[9] Можно показать (см., например [13, 14]), что поворот перигелиев планет более «чувствителен» к виду уравнений гравитационного поля, чем отклонение световых лучей в поле Солнца.

1.3. ВОЗМОЖНОСТИ ДАЛЬНЕЙШЕЙ ПРОВЕРКИ О. Т. О.

Дальнейшая проверка о. т. о. (в пределах солнечной системы) будет связана как с уточнением данных о трех классических эффектах, так и с наблюдением новых эффектов.

До того как гравитационное смещение частоты было измерено на γ-лучах в результате использования эффекта Мёссбауера [10, 15], казалось весьма перспективной возможность наблюдать такое смещение с помощью искусственных спутников Земли (см. [16—19], последующая литература приведена в [2, 20, 21]). Однако в настоящее время гравитационное смещение частоты не только измерено с точностью около 1% на γ-лучах (см. выше раздел 1.2 и [10, 15]), но и надежно наблюдено в оптической области [2,3, 22]. Кроме того, в плане проверки возможности использовать неэйнштейновские теории тяготения, гравитационное смещение частоты представляет небольшой интерес (например, существование скалярного взаимодействия [4] на этом эффекте не сказывается; см. также [2, 3, 14а]). Поэтому сейчас измерение гравитационного смещения частоты радиоволн с помощью спутников, которое практически вполне возможно [20, 21], представляет лишь сравнительно небольшой интерес. Тем не менее осуществление такого опыта и возможное с его помощью доказательство справедливости формулы (6) для радиочастот с точностью около 1% явится ценным дополнением к измерениям гравитационного смещения частоты в других областях спектра[10]. Кроме того, обсуждаемые измерения на спутниках представляют несомненный технический интерес с точки зрения космической навигации.

Отклонение световых лучей, проходящих вблизи Солнца, до сих пор наблюдалось лишь во время полных затмений и только раз десять; в связи с этим удивляться срав-

---

[10] Для нейтронных звезд отношение $|\varphi|/c^2 \simeq 0{,}1 \div 0{,}3$ и в принципе можно было бы наблюдать члены порядка $(\varphi/c^2)^2$ в выражении для гравитационного смещения частоты спектральных линий или краев полос поглощения в рентгеновском диапазоне (только рентгеновские наблюдения нейтронных звезд представляются сейчас реальными [23]). Согласно [14], измерение гравитационного смещения второго порядка (т. е. с точностью до членов $(\varphi/c^2)^2$) не представляет интереса, так как в широких пределах не зависит от формы уравнений гравитационного поля. Для нас это заключение осталось недостаточно ясным.

нительно небольшой достигнутой точности (10—20%) особенно не приходится. Учитывая возможность проведения дальнейших наблюдений на более высоком техническом уровне [24], можно думать, что формула (7) будет в ближайшие годы проверена во время затмений с точностью в несколько процентов (а быть может, и с точностью порядка 1%). Прогресс в области подобных затменных наблюдений все же был до сих пор слишком медленным (напомним, что отклонение световых лучей вблизи Солнца впервые наблюдалось в 1919 г.), в связи с чем привлекают внимание другие возможности. Речь идет, с одной стороны, об использовании баллонов и спутников для подъема аппаратуры, способной измерить отклонение лучей вне затмений [25]. Приведенные в [25] оценки свидетельствуют о возможности измерения отклонений, достигающих 0,01 угловой секунды, и тем самым проверки формулы (7) с точностью около 1%. К сожалению, нам не удалось узнать чего-либо о развитии этой работы [25] как, впрочем, и о критике сделанных в ней предложений. В обзоре [4] упоминается о другом проекте, находящемся в стадии реализации, и связанном с использованием очень чувствительных детекторов света для точного измерения положения звезд вне затмений. Согласно [4] имеется надежда на то, что этим методом можно будет проверить формулу (7) с точностью даже большей 1%.

Как мы видели, наблюдаемый поворот перигелия Меркурия совпадает с теоретическим значением для поворота при достигнутой точности в 1%. Единственное известное сколько-нибудь реальное возражение против возможности считать, что выводы о. т. о. в этом вопросе подтверждаются с той же точностью в 1%, сводится к указанию [4] на отсутствие достаточно детальных сведений о форме Солнца. Искусственность допущения о случайном характере согласия о. т. о. с наблюдениями для Меркурия уже подчеркивалась выше. Но решающее значение должны играть наблюдения и они возможны как путем оптических измерений сплюснутости Солнца [4], так и путем наблюдений над движением малых планет солнечной системы. Конкретно, в [12] речь идет об астероиде Икар; эта малая планета подходит близко к Солнцу, а ее орбита имеет значительный наклон к плоскости эклиптики. Для сплюснутого Солнца с $\frac{\Delta r}{r} = 5\cdot 10^{-5}$ (см. выше) узлы орбиты

Икара должны поворачиваться на несколько угловых секунд в столетие, в то время как релятивистский эффект движения узлов полностью отсутствует (роль вращения Солнца пренебрежимо мала). Другой, и в принципе даже более простой путь для проверки предсказаний о. т. о. в вопросе о повороте перигелиев планет состоит в осуществлении достаточно точных наблюдений и расчетов не только для Меркурия, но и для других объектов. К сожалению, в отношении планет солнечной системы перспективы в этом отношении, видимо, являются плохими; из приведенных ранее данных (см. раздел 1.2) ясно, что для Земли и Венеры релятивистский эффект определяется пока лишь с точностью, не превосходящей десятки процентов.

Уже довольно давно было отмечено [26], что наблюдения малой планеты Икар позволяют в принципе проверить формулу (8) с точностью, даже заметно большей, чем для Меркурия. Тем самым наблюдения Икара должны привлечь к себе пристальное внимание независимо от упомянутой возможности [12] выявить на таком пути сплющенность Солнца.

Помимо Икара для проверки формулы (8) можно было бы использовать искусственную планету с орбитой, обладающей бóльшим эксцентриситетом [27], и искусственные спутники Земли [28, 2, 3] (в принципе, конечно, речь может идти также о спутниках планет и Луны). Для искусственной планеты релятивистский эффект вычисляется по формуле (8), а для поворота перигея спутников Земли первые два выражения в (8) справедливы, но в последнем выражении коэффициент $3{,}34\cdot10^{33}$ нужно заменить на $1{,}74\cdot10^{25}$. Значения Ψ для искусственной планеты могут достичь $1000''$ (для орбиты, проходящей вблизи Земли и Солнца), а для спутников Земли $\Psi_{max}\simeq 1700$ (напомним, что Ψ здесь, как обычно, выражается в угловых секундах в столетие).

Запуск искусственной планеты с очень большим эксцентриситетом $e \gtrsim 0{,}99$ еще не производился и, видимо, сопряжен с немалыми трудностями. Если же, например, $e = 0{,}9$ и большая полуось орбиты $a = 1$ *а.е.* $= 1{,}5\cdot10^{13}$ *см* (для Икара $e = 0{,}8265$ и $a = 1{,}6\cdot10^{13}$), то $\Psi \simeq 20''$. Вопрос о точности, с которой может быть прослежена траектория такой планеты, нам не ясен. На первый взгляд кажется, что использование современных радио и оптических методов (радиоинтерферометр, лазеры и т. д.) должно обеспечить высокую точность, во много раз превосходящую точность обычных астрономических наблюдений. С другой стороны, для искусственной планеты может оказаться существенным учет влияния светового давления и солнечного ветра, трудно проводить длительные наблюдения и т. д. Анализ точностей, которые могут быть достигнуты для искусственной планеты при определении релятивистского эффекта вращения перигелия и для определения сплющенности Солнца (см. выше), представляется нам первоочередной задачей.

Это тем более справедливо, что измерение релятивистского эффекта для спутников Земли в ближайшее время заведомо малоперспективно и, во всяком случае, весьма сложно. Ошибки в этом случае связаны с недостаточно точным знанием поля тяжести Земли и необходимостью учета светового давления, влияния атмосферы и лунных возмущений. Наибольшее значение, вообще говоря, имеют возмущения, обусловленные несферичностью Земли. Как любезно сообщил М. Л. Лидов, сферические гармоники в разложении поля тяжести Земли известны лишь с такой точностью, что поворот перигея даже «благоприятного» спутника [11] нельзя предсказать с точностью, превосходящей примерно $3'$ в год. Релятивистский же эффект для такого спутника ($a \simeq 20\,000$ *км*, $e \simeq 0{,}5$) составляет

$$\Psi = \frac{1{,}74\cdot 10^{25}}{a^{5/2}(1-e^2)} \sim 200'' \text{ в столетие } \simeq 3\cdot 10^{-2}\,\frac{\text{угловых минут}}{\text{год}}.$$

Таким образом, выделение основного релятивистского эффекта (не говоря уже об «эффекте вращения»; см. ниже) требует повышения точности при определении земного поля минимум на два порядка [12]. Но такая задача — уточнение фигуры Земли, изучение ее аномалий, роли светового давления и т. д., все равно стоит на очереди и является актуальной для космической навигации.

---

[11] Речь идет о спутнике (скажем, с $a \simeq 20\,000$ *км* и $e \simeq 0{,}5$), для которого возмущения сравнительно малы, а релятивистский эффект еще значителен.

[12] Возмущения, приводящие к дополнительной прецессии оси гироскопа на спутнике, по порядку величины в l/a раз меньше рассматриваемых возмущений в движении центра тяжести спутника (здесь l — характерный размер гироскопа и a — некоторое характерное расстояние до Земли). Отсюда легко видеть, что прецессия оси гироскопа, обусловленная несферичностью Земли, может быть оценена с точностью, существенно превосходящей величину релятивистского эффекта (см. ниже).

Поэтому можно надеяться на постепенное уточнение различных данных и расчетов, причем об учете релятивистских эффектов для спутников не следует забывать (в частности, нам представляется вполне уместным детальный анализ, затронутого вопроса о точности расчета различных возмущений).

Какие следствия о. т. о. помимо трех «классических» эффектов могут наблюдаться и послужить для ее проверки? Такой вопрос возник, естественно, уже очень давно; важность же наблюдения новых эффектов очевидна, в частности, с точки зрения возможности отличить о. т. о. от неэйнштейновских теорий тяготения [2, 3, 4, 14а].

Если не касаться вопросов, связанных с космологией (см. раздел 2) и релятивистской астрофизикой [5, 6], то можно в первую очередь указать на следующие следствия о. т. о., которые заслуживают внимания: наблюдение гравитационных волн, «эффекты вращения», релятивистская прецессия оси гироскопа и релятивистский эффект при радиолокации планет.

В ньютоновской теории тяготения гравитационное действие распространяется мгновенно и, по сути дела, говорить о гравитационных волнах (в вакууме) не приходится. Ситуация здесь вполне аналогична имеющей место в электростатике. Напротив, в теории гравитационного поля появление гравитационных волн не только естественно, но и, вообще говоря, неизбежно. В о. т. о. вопрос о гравитационных волнах был поставлен и разрешен (в линейном приближении) еще самим Эйнштейном [29], а в дальнейшем эта проблема неоднократно обсуждалась с различных точек зрения (см., например, [30—33]). Наблюдение гравитационных волн, несомненно, явилось бы еще одним подтверждением о. т. о. С другой стороны, гравитационные волны у Земли для всех гипотетических, но все же сколько-нибудь реальных их источников оказываются слабыми. Последнее означает, что при решении уравнений о. т. о. можно ограничиться линейным приближением и, по-видимому, нет возможности отличить о. т. о. от неэйнштейновских теорий тяготения. Другими словами, мы не видим (правда, подробнее этот вопрос не анализировался), каким образом наблюдение гравитационных волн могло бы послужить для опровержения (или подтверждения) неэйнштейновских теорий тяготения.

Это замечание ни в коей мере не нужно понимать в качестве аргумента против попыток наблюдения гравитационных волн. Напротив, по нашему мнению, имеются все основания базироваться на результатах о. т. о. и пытаться использовать прием гравитационных волн в качестве нового источника астрономической информации (гравитационное излучение должно быть особенно мощным при взрывных явлениях типа взрывов сверхновых звезд и т. д. [3, 5, 33, 34]). Проблема приема гравитационных волн весьма сложна и еще не решена [31, 33]; одним из путей здесь является использование спутников в качестве «пробных масс», движение которых изменяется под влиянием приходящей гравитационной волны [33].

В ньютоновской теории тяготения гравитационное поле покоящегося и вращающегося тела совершенно одинаково (речь идет о теле, вращающемся вокруг оси симметрии или проще всего о покоящемся или вращающемся однородном шаре). В о. т. о., напротив, поле в обоих этих случаях различно: для покоящегося тела можно выбрать систему координат, в которой компоненты метрического тензора $g_{0\alpha}$ равны нулю, а для вращающегося тела $g_{0\alpha} \neq 0$ (предполагается, что мы имеем изолированное тело и пользуемся галилеевой на бесконечности системой отсчета, которая по предположению существует). Появление отличных от нуля компонент $g_{0\alpha}$ будем называть «эффектом вращения». Впервые такой эффект был указан [35] в применении к спутникам вращающегося тела и состоит в зависящем от угловой скорости вращения тела повороте перигелия спутника, а также узлов его орбиты. Угол поворота перигелия (перигея) равен (см. [30], § 101 и [3]).

$$\Psi_{\text{rot}} = -\frac{\pi^2 r_0^2 Y \cos i}{6c^2 \tau T^2 (1-e^2)^{3/2}}, \tag{9}$$

где используются те же обозначения и единицы, как и в формуле (8), i — угол между плоскостью орбиты и экваториальной плоскостью центрального вращающегося тела (шара) с радиусом r_0 (в *см*) и периодом обращения вокруг оси τ (в сутках). Угол поворота узлов орбиты

$$\Delta\Omega = \frac{\pi^2 r_0^2 Y \sin i}{18c^2 \tau T^2 (1-e^2)^{3/2}}. \tag{10}$$

Для близких спутников Земли значение Ψ_{rot} и $\Delta\Omega$ достигает соответственно 60″ и 20″ (в столетие), т. е. «эффект вращения» одного порядка со всем релятивистским эффектом для Меркурия. Существенно при этом, что для невращающегося тела релятивистский поворот узлов орбиты отсутствует. К сожалению, если до запуска спутников соответствующие наблюдения казались перспективными [17], то сейчас этого нельзя сказать: как мы видели, для спутников Земли даже для выделения основного релятивистского эффекта необходимо повышение на три порядка достигнутой точности вычисления орбиты спутников при учете возмущений.

Вращение Земли сказывается также на прецессии оси гироскопа, находящегося на Земле или спутнике [2, 3, 13, 14, 36, 36а]. Релятивистская прецессия оси гироскопа, однако, не сводится к «эффекту вращения». Более того, для гироскопа на близком спутнике «эффект вращения» составляет менее 2% от всего релятивистского эффекта. Этот последний эффект на спутнике достигает значения $\varphi_{\max,s} \simeq 7\cdot 10^{-9}\ \frac{\textit{радиан}}{\textit{оборот}} \simeq 8''$ в год. На земной поверхности ось гироскопа поворачивается на угол, не превосходящий $\varphi_{\max,e} \simeq 7\cdot 10^{-9}\ \frac{\textit{радиан}}{\textit{сутки}} \sim 0{,}5''$ в год (угол φ зависит от местоположения или орбиты гироскопа и ориентации его оси), но «эффект вращения» составляет значительную часть от всего релятивистского эффекта. Более того, ось гироскопа, находящегося на полюсе, поворачивается только в результате вращения Земли. При этом угловая скорость релятивистской прецессии оси находящегося на полюсе гироскопа равна $\Omega = \frac{4\varkappa M_{♁}\omega_{♁}}{5c^2 r_{♁}} = \frac{2}{5}\frac{r_g}{r_{♁}}\,\omega_{♁}$, где $\omega_{♁}$ — угловая скорость вращения Земли. За сутки гироскоп поворачивается на угол

$$\Omega T = \frac{2\pi\Omega}{\omega_{♁}} = \frac{4\pi r_g}{5 r_{♁}} = 3{,}5\cdot 10^{-9}\ \frac{\textit{радиан}}{\textit{сутки}},$$

а за год угол поворота составляет $0{,}''25$.

Как изучение прецессии гироскопа, вызванной вращением Земли, так и релятивистской прецессии, которая наблюдалась бы на спутнике и для невращающейся Земли, представляет выдающийся интерес. Наблюдение релятивистской прецессии явилось бы четвертым независимым (в известных пределах) экспериментом, служащим для проверки о. т. о. и сопоставления ее с другими теориями тяготения [2, 3, 13, 14, 14а, 36]. Насколько известно автору, вопрос об осуществлении эксперимента с гироскопом привлекает к себе пристальное внимание (см., например, ссылки в [37]), и сейчас соответствующая подготовка к проведению опыта в США уже проводится.

При распространении света в поле тяготения изменяется, вообще говоря, не только направление лучей, но и время запаздывания световых сигналов [13]. В этой связи при радиолокации с Земли, например, Меркурия или Венеры (в условиях, когда сигнал проходит вблизи Солнца) сигнал будет запаздывать [38] на некоторое дополнительное время $\delta t \simeq 2 \cdot 10^{-4}$ *сек.* Аналогичный эффект должен иметь место при связи с искусственной планетой и ее локации. При интерпретации соответствующих измерений, как и вообще при сопоставлении о. т. о. с наблюдениями, нужна особая осторожность и тщательность, ибо вопрос об определении расстояния и интервалов времени в о. т. о., вообще говоря, совсем не прост (см. [14, 37, 39]).

Конкретно, в [37] подчеркивается, что релятивистское «время запаздывания» δt при радиолокации планет зависит не только от закона распространения света, но и от учета релятивистских поправок при рассмотрении движения планет. Тем самым интерес к радиолокационным измерениям только повышается (см., однако, [58]).

Итак, имеется целый ряд путей для дальнейшей экспе-

---

[13] Поле Солнца хорошо аппроксимируется известным шварцшильдовским решением

$$ds^2 = c^2 [1 - r_g / r]\, dt^2 - [1 - r_g / r]^{-1} dr^2 - - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (11)$$

где

$$r_g = \frac{2\varkappa M_\odot}{c^2} \simeq 3\ \textit{км}.$$

Далее, уравнение движения для светового сигнала (например, радиолокационного импульса) определяется из условия $ds = 0$. Интегрирование этого уравнения позволяет найти время распространения сигнала Δt, причем сразу же видно, что релятивистская поправка δt (пока она мала) порядка $r_g/c \sim 10^{-5}$ *сек.* Расчет приводит для δt к выражению [37, 38], согласно которому $\delta t_{\max} \simeq \frac{2r_g}{c} \ln \frac{4r_e r_p}{r_\odot^2}$, где r_e и r_p — расстояние соответственно от Земли и от планеты до Солнца.

риментальной проверки о. т. о. как в отношении получения бóльших точностей, так и для наблюдения новых эффектов. Значительная роль отводится при этом использованию спутников и ракет.

2. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

Задача космологии состоит в изучении строения Вселенной в «большом» — в больших пространственных и временны́х масштабах. До создания о. т. о. не только не существовало сколько-нибудь последовательных космологических моделей, но были вскрыты трудности (парадоксы), возникающие при дорелятивистском подходе к космологическим проблемам. Тем самым датой рождения современной космологии можно считать работу Эйнштейна 1917 г. [40, 41], в которой он опирался на уравнения о. т. о. Правда, модель Эйнштейна была стационарной, в дальнейшем же выяснилась нестационарность Вселенной [14], а также возможность построения нерелятивистских космологических моделей (см. [42] и указанную там литературу). Однако радикальный вывод о нестационарности Вселенной был получен Фридманом в результате решения уравнений о. т. о., а нерелятивистская космология фактически базируется на релятивистской космологии и возникла после нее. Наконец, и это главное, космологическая проблема в целом несомненно должна быть релятивистской — гравитационное поле в этом случае является сильным (см. раздел 1.1).

Итак, космология основывается на о. т. о. и, по сути дела, служит важнейшей областью ее применения. Именно в этой связи при достаточно широком обсуждении о. т. о.

[14] Строго говоря, выяснилось лишь наличие расширения (разбегания) системы галактик, приводящее к красному смещению спектральных линий в их спектрах. Логически разбегание галактик можно совместить со стационарностью Вселенной, сделав предположение о появлении (рождении) нового вещества, компенсирующего уменьшение плотности, связанное с расширением. Именно на таком предположении и базируется так называемая стационарная космология. В настоящее время стационарная космология фактически опровергнута наблюдениями (впрочем, подавляющему большинству физиков и астрономов, в том числе и автору, такая стационарная модель никогда не казалась сколько-нибудь вероятной).

нельзя не остановиться на космологии. Для нас здесь особенно важно то обстоятельство, что для всего развития теоретической космологии исключительно существен вопрос о границах применимости о. т. о. Если какие-либо опыты, обсуждавшиеся в разделе 1, выявили бы даже незначительные в количественном отношении отклонения от предсказаний о. т. о., то при переходе к космологическим масштабам это могло бы повести к радикальным следствиям. Допустим, однако, что все опыты и наблюдения, которые осуществимы в пределах солнечной системы, приведут к полному согласию с о. т. о. (нам представляется это весьма вероятным, и во всяком случае большинство физиков и в том числе автор статьи видят в таком предположении лучшую возможную сейчас рабочую гипотезу). Возникает ли при этом гарантия, что применение о. т. о. в космологии не встретится с ограничениями? Довольно очевидно, что сделать такой вывод нельзя.

Даже наилучшая, сколько-нибудь реальная в настоящее время точность проверки о. т. о. в пределах солнечной системы (вспомним, что в разделе 1 речь обычно шла о точности, не превосходящей 1%) еще мала или может быть малой с космологической точки зрения. Характерное космологическое расстояние $R_{\text{мг}} \sim cT_{\text{мг}} \sim 10^{28}$ *см* (постоянная Хеббла H в нашу эпоху составляет около 100 *км/сек·мегапарсек*, т. е. $H_{\text{мг}} = 3 \cdot 10^{-18} \cdot$ *сек*$^{-1}$, $T_{\text{мг}} = H_{\text{мг}}^{-1} \simeq 3 \cdot 10^{17}$ *сек* $\simeq 10^{10}$ лет) на 15 порядков (!) превосходит расстояние от Земли до Солнца. Далее, в релятивистской космологии обсуждаются состояния Вселенной, в которых плотность вещества в ней очень высока. Достаточно сказать, что в однородных и изотропных моделях Вселенной (см. [30, 41, 42]) существует особая точка, отвечающая бесконечной плотности, а предел неквантового рассмотрения соответствует плотности [42] $\rho_q \sim 10^{93}$ *г/см*^{3}. Если вспомнить, что средняя плотность вещества в Метагалактике в нашу эпоху $\rho_{\text{мг}} \sim 10^{-29}$ *г/см*^{3}, средняя плотность Солнца $\rho_{\odot} \sim 1$ *г/см*^{3} и даже плотность ядерной материи $\rho_n \sim 10^{14}$ *г/см*^{3}, то мы опять приходим к отличию от ρ_q на много порядков величины. Совершенно очевидно, таким образом, что «земные» опыты не могут вселить уверенность в возможность неограниченного применения о. т. о. в космологии. Интересно отметить, что и сам Эйнштейн подчеркивал этот момент (см. [41], Приложение I) и конкретно указывал на необоснованность применения уравнений поля (4) в области с очень высокой плотностью вещества.

С другой стороны, основной вопрос космологии — выбор моделя и хотя бы качественное понимание характера эволюции Вселенной в любой момент времени — остается открытым. Имела ли плотность материи во Вселенной, если не математическую сингулярность (особенность), то «физическую сингулярность», отвечающую таким высоким плотностям, при которых, быть может, уже нельзя пользоваться уравнениями о. т. о.? Не является ли наиболее подходящей для описания реальной Вселенной какая-то осциллирующая модель: в такой модели плотность достигает максимума, соответствующего переходу от сжатия к расширению? Именно на подобные вопросы ответа еще нет. Вероятно, для продвижения вперед здесь нужна новая глубокая идея.

Что же касается наблюдений, то они не дают возможности сделать заключение о существовании фазы с очень высокой плотностью, скажем, превосходящей ядерную плотность $\rho_n \sim 10^{14}$ *г/см*^{3}. То, что мы знаем из наблюдений (или точнее можем заключить из наблюдений в результате известной экстраполяции и теоретического анализа), относится к значительно меньшим плотностям. Так, наблюдения удаленных галактик и особенно квазаров позволяют «заглянуть» на $7-8 \cdot 10^9$ лет назад, т. е. на расстояние до $^1/_{10}$ от «условного возраста» Вселенной (под этим возрастом понимаем время $T_{\text{мг}} = \dfrac{1}{H_{\text{мг}}} \simeq 10^{10}$ лет). В простейших релятивистских космологических моделях (см. [30, 41, 42] и ниже) пространственная шкала $R = \text{const} \cdot t^{2/3}$, а плотность $\rho \backsim R^{-3} \backsim t^{-2}$ (здесь t — время, отсчитываемое от особой точки, в которой $\rho \to \infty$). Поэтому при $t \sim \dfrac{1}{10} T_{\text{мг}}$ плотность ρ лишь на два порядка выше современной, т. е. $\rho \lesssim 10^{-27}$ *г/см*^{3} [15]. Образование

---

[15] Для вычисления плотности $\rho(z)$, отвечающей красному смещению $z = \dfrac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$, разумеется, нет нужды делать такой пересчет. Проще всего для этой цели воспользоваться формулой [42] $\rho/\rho_{\text{мг}} = \left(\dfrac{R_{\text{мг}}}{R}\right)^3 = \left(\dfrac{\lambda}{\lambda_0}\right)^3$. Очевидно, при $z = 2$, $\lambda = 3\lambda_0$ и $\rho = 27\ \rho_{\text{мг}} \sim 5 \cdot 10^{-28}$ *г/см*^{3} (при $\rho_{\text{мг}} \sim 2 \cdot 10^{-29}$; см.

скоплений галактик происходит, видимо, в основном при плотностях [42а] $\rho \sim 10^{-25} \div 10^{-27}$ *г/см*^{3}. Значительно дальше можно продвинуться, используя соображения, связанные с образованием химических элементов (в первую очередь речь идет о гелии), и более непосредственно — данные о метагалактическом электромагнитном излучении [4, 42, 42б, 43, 59]. По предварительным измерениям в диапазоне сантиметровых радиоволн [43], температура теплового метагалактического излучения равна $(3{,}5 \pm 1)°$ К. Если этот результат будет подтвержден, а излучение возникло на сравнительно ранних стадиях эволюции Вселенной (другого объяснения мы сейчас не видим), то оно несет информацию о стадии, на которой температура метагалактического излучения $\theta_0 \sim 10^4$ °K (см. [4, 43]; в качестве θ_0 при грубой оценке принимаем температуру, при которой нарушается равновесное между излучением и веществом). Температура черного излучения в расширяющейся Вселенной обратно пропорциональна характерному расстоянию (радиусу) R. Сопоставляя современную температуру $\theta_{\text{мг}} \sim 3°$ К с указанной температурой $\theta_0 \sim 10^4$, приходим к значению $R_0 \sim 3 \cdot 10^{-4} R_{\text{мг}} \sim$ $\sim 3 \cdot 10^{24}$ *см*, параметру $z = \dfrac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \sim 3 \cdot 10^3$, времени $t_\theta \sim T_{\text{мг}} \left(\dfrac{R_0}{R_{\text{мг}}}\right)^{3/2} \sim 5 \cdot 10^4$ лет и плотности $\rho_0 \sim$ $\sim \rho_{\text{мг}} (R_{\text{мг}}/R_0)^3 \sim 10^{-29} (R_{\text{мг}}/R_0)^3 \sim 10^{-18} \div 10^{-19}$ *г/см*^{3}. Для $\theta_0 \sim 3 \cdot 10^3$, что является более точным, $\rho_0 \sim 10^{-20}$ *г/см*^{3}. Разумеется, эти оценки зависят от модели (мы используем простейшее предположение — однородную и изотропную релятивистскую модель с эвклидовой пространственной метрикой; такая модель часто называется моделью Эйнштейна — де Ситтера; см. также ниже). Можно думать тем не менее, что различие между теми или иными моделями окажется второстепенным при грубой оценке, например, плотности ρ_0. Между тем изменение ρ_0 даже на несколько порядков не изменит того главного вывода, который мы хотим сделать.

Именно, плотность ρ_0, отвечающая стадии излучения наблюдаемых электромагнитных волн, значительно меньше

ниже). Интересно отметить, что при $z \gtrsim 5 \div 10$, т. е. $\rho \gtrsim 10^{-26} \div$ $\div 10^{-27}$, отдельные объекты (например, галактики или квазары) уже не могут быть видны из-за рассеяния света на электронах в межгалактической среде [44, 44а].

не только ядерной плотности, но и средней плотности земной атмосферы, или, другими словами, лежит в области «обычных» для нас плотностей вещества. Но в этой области законы физики надежно установлены и позволяют получить уравнение состояния, вычислить различные параметры (например, коэффициент поглощения) и т. д. Тем самым даже догалактическая стадия эволюции Вселенной и фактически вся ее история за исключением самой плотной фазы ($\rho \gg \rho_0$) оказывается в той или иной мере уже сейчас доступной наблюдению и исследованию. Что касается «плотной» фазы с $\rho \gg \rho_0 \sim 10^{-19}$ *г/см*^{3} и особенно самой плотной фазы с $\rho \gtrsim \rho_n \sim 10^{14}$ *г/см*^{3}, то, как уже отмечалось, само ее существование еще не установлено, хотя в отношении этой фазы сомнения в возможности применять о. т. о. (уравнения (4)) в известных пределах вполне обоснованы.

Не имея в настоящей статье возможности подробнее обсуждать космологическую проблему, ограничимся сделанными замечаниями и подведем известный итог.

Наблюдения свидетельствуют в пользу эволюционной космологии.

Крупнейшим достижением последнего периода является при этом проникновение, если не на самые ранние, то все же на весьма далекие стадии эволюции Вселенной. Изучение отдельных галактик и квазаров продвинуто в область красного смещения $z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 \gtrsim 1$ (сейчас имеются данные для значений $z \simeq 2$), что отвечает времени $t \sim \frac{1}{10} T_{\text{мг}} \sim 10^9$ лет от условного «начала» (значение $t = 0$ соответствует экстраполяции к особой точке $\rho \to \infty$, $R \to 0$). Метагалактическое тепловое излучение приносит информацию о догалактическом периоде и конкретно стадии с плотностью $\rho \sim \rho_0 \sim 10^{-18} \div 10^{-20}$ *г/см*^{3} (это значение ρ_0, как мы подчеркивали, имеет еще сугубо ориентировочный характер). О более ранних стадиях эволюции Вселенной мы, строго говоря, ничего не знаем, хотя довольно естественно считать, что сжатие достигало значений $\rho \gg \rho_0$, а, возможно, и плотностей больших ядерной плотности $\rho_n \sim 10^{14}$ *г/см*^{3}. Если существует какое-то максимальное значение $\rho_{\max}$, то ни его оценка, ни понимание хода эволюции в этой области нам еще недоступны. Довольно распространенное допущение, что $\rho_{\max} \to \infty$ и, по сути дела, буквально реализуется одна из релятивистских моделей с особенностью, автору статьи всегда казалось и сейчас представляется совершенно неудовлетворительным, но решительно отвергнуть такую возможность, видимо, нет оснований: вопрос остается открытым.

Возможность изучать историю Вселенной в течение длительного времени и для весьма больших расстояний (и тем самым для очень большого числа галактик) открывает реальную возможность для проверки о. т. о. в космологии.

Действительно, в пределах достигнутой точности Вселенная при $\rho \lesssim \rho_0$ в среднем изотропна и однородна [16].

Если же изотропность и однородность имеют место, то метрика Вселенной записывается, например, в такой форме [41]:

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\frac{(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2)}{1 + \frac{k}{4}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)}, \qquad (12)$$

где $k = 1$ (пространство постоянной положительной кривизны), $k = -1$ (пространство постоянной отрицательной кривизны) или $k = 0$ (эвклидово пространство). Зависимость функции $R(t)$ в (12) от мирового (космического) времени t в о. т. о. определяется уравнениями поля (4).

Параметр Хеббла H является функцией t и определяется соотношением $H = \frac{dR/dt}{R}$. Для не слишком удаленных галактик скорость их удаления v, измеряемая по красному смещению линий в спектре, равна $v = HR$ (R —

[16] Под изотропностью понимается независимость средних свойств Вселенной от направления; однородность же приводит к тому, что из любого места Вселенной ее свойства «в большом» одинаковы. Математически это означает, что можно выбрать такое «мировое время», в каждый момент которого пространственная метрика одинакова для всех точек и направлений во Вселенной. С наблюдательной точки зрения следствием изотропности является, например, независимость числа галактик, находящихся на данном расстоянии от нас, от направления наблюдения (предполагается, конечно, что проводится усреднение по телесному углу, в котором наблюдается большое число галактик). Несомненно, крайне необходима дальнейшая проверка предположения об изотропности и однородности путем оптических и радионаблюдений галактик и квазаров, а также определения угловой зависимости интенсивности метагалактического излучения.

расстояние от нас до галактики, имеющей скорость v). Из этого соотношения определяется значение постоянной Хеббла $H_{\text{мг}} \simeq 3 \cdot 10^{-18}$ *сек*$^{-1}$ для нашей эпохи. В принципе из наблюдений можно найти и современное значение $q_{\text{мг}}$ параметра $q = -\frac{d^2R/dt^2}{RH^2}$. Средняя плотность вещества во Вселенной, если пренебречь давлением (в нашу эпоху это заведомо возможно). равна

$$\rho_{\text{мг}} = \frac{3H^2_{\text{мг}}q_{\text{мг}}}{4\pi\varkappa}, \tag{13}$$

где $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ — гравитационная постоянная и сразу же речь идет о современных значениях (индекс «мг»).

Из теории автоматически следует, что при $q_{\text{мг}} > {}^1/_2$ параметр $k = 1$ (положительная кривизна, закрытая модель), при $q = {}^1/_2$ параметр $k = 0$ (модель Эйнштейна—де Ситтера, эвклидова геометрия) и при $0 \leqslant q_{\text{мг}} < {}^1/_2$ параметр $k = -1$ (отрицательная кривизна, открытая модель). Из (13) ясно, что критическое значение плотности, отвечающее эвклидовой пространственной геометрии

$$\rho_c = \frac{3H^2_{\text{мг}}}{8\pi\varkappa} \simeq 2 \cdot 10^{-29}\ г/см^3; \tag{14}$$

при $\rho_{\text{мг}} > \rho_c$ имеем закрытую модель, а при $\rho_{\text{мг}} < \rho_c$ — открытую модель.

Определяя из наблюдений $q_{\text{мг}}$ или $\rho_{\text{мг}}$, мы можем зафиксировать выбор модели и проверять следующую из о. т. о. зависимость $R(t)$. Для этой цели пригодны различные астрономические наблюдения (см. [30, 41, 42, 43, 44, 44а, б]). Здесь важно лишь подчеркнуть, что для изотропных и однородных моделей следствия основных уравнений о. т. о. (4) непосредственно сопоставимы с наблюдениями. Имеющихся космологических данных еще недостаточно, чтобы считать уравнения (4) подтвержденными в количественном отношении. Фактически, однако, расширение (или точнее эволюция) Вселенной было предсказано именно на основе о. т. о., а каких-либо противоречий не только с о. т. о., но даже при применении только простейших решений уравнений (4), не обнаружено. Это дает полное основание, как это обычно и делается, широко использовать в космологии эти решения уравнений о. т. о. (4) для однородной и изотропной модели, по крайней мере для плотностей[17] $\rho \lesssim \rho_0 \sim 10^{-18} \div 10^{-20}$ *г/см*^{3}, а быть может даже $\rho \lesssim \rho_n \sim 10^{14}$ *г/см*^{3}.

Если бы проверка решений для изотропной и однородной модели привела к несогласию теории с наблюдениями, то возник бы вопрос о необходимости обобщить уравнения (4). Простейшее такое обобщение давно известно [40, 41] и состоит в дополнении правой части уравнения (4) Λ-членом — выражением Λg_{ik}. В результате появляется один свободный параметр, который можно было бы, в принципе, определять из наблюдений. Подчеркнем, что никаких теоретических оснований для введения Λ-члена, насколько нам известно, не существует, но и «запретить» его не видно оснований. В таких условиях, как раз и естественно идти обычным путем,— вводить Λ-член только, если при $\Lambda = 0$ наблюдения будут расходиться с теорией. Иной путь состоит в том, чтобы с самого начала сопоставлять с наблюдениями решения с $\Lambda \neq 0$. Возражать против такой процедуры, конечно, невозможно, но практически так поступать вряд ли целесообразно до тех пор, пока не появится большего числа данных, что трудно ожидать в ближайшее время.

Помимо введения Λ-члена, уравнения (4) для метрического тензора g_{ik} можно, в принципе, обобщать и различными другими способами (введение высших производных от g_{ik}, дополнительных полей и т. д.). Но такое же положение существует в любой теории. Например, известные уравнения Максвелла для электромагнитного поля F_{ik} можно обобщить бесчисленным количеством способов и по крайней мере в трех направлениях: путем отказа от градиентной инвариантности (введение в уравнения членов, содержащих потенциал A_i), в результате перехода к нелинейным уравнениям и при введении нелокального взаимодействия частиц с полем. Выбирая коэффициенты или функции в обобщенных уравнениях должным образом, можно при этом избежать противоречий с известными

---

[17] Даже в предположении, что наблюдения не заставят нас отказаться от представлений об изотропности и однородности Вселенной (в среднем) еще при $\rho \lesssim \rho_0$, учет анизотропии и неоднородности может быть очень существен [30, 45] при переходе в область очень больших плотностей ($\rho \gg \rho_0$), анализе космологической проблемы в целом (для всех значений времени) и, конечно, при рассмотрении механизма образования скоплений галактик и самих галактик.

фактами. Тем не менее в пределах классической физики мы продолжаем с полной уверенностью и спокойствием пользоваться обычными уравнениями Максвелла. Казалось бы, естественно поступать также и в случае о. т. о. и лишь под давлением каких-то фактов переходить к исследованию более сложных уравнений. Нужно учитывать, однако, что космологическая проблема в целом не решена, а в области, доступной наблюдениям ($\rho \lesssim \rho_0$), данных все еще очень мало. В такой ситуации можно как-то понять стремление исследовать новые космологические возможности, обобщать или изменять о. т. о. и т. д.

Так или иначе, подобное стремление является фактом. Здесь мы упомянем о попытках [4] считать гравитационную постоянную $\varkappa$ функцией времени t. Существенно, что это предположение, в принципе, допускает проверку, но пока вполне определенных данных о $\varkappa(t)$ получить не удалось (речь идет о значениях $\frac{d\varkappa/dt}{\varkappa} \sim 10^{-11} \div 10^{-10}$ год$^{-1}$).

Космические исследования имеют прямое отношение к обсуждаемым вопросам. Достаточно сказать, что одна из основных тенденций в современной астрофизике состоит в переходе к спутничным и ракетным измерениям. Только таким образом и можно получить информацию о большей части спектра космического электромагнитного излучения (как известно, до земной поверхности доходит лишь излучение, лежащее в оптическом и радио «окнах прозрачности» в земной атмосфере). Поскольку космология тесно связана со всей астрономией (особенно галактической и внегалактической), развитие спутничной астрономии в целом имеет и космологическое значение. Здесь нас должны, однако, интересовать более специфические задачи. В качестве таковых (помимо некоторых возможностей проверки временной зависимости гравитационной постоянной; см. [4]) нужно указать в первую очередь на определение интенсивности $I_{\text{мг}}(\nu)$ и степени изотропности общего метагалактического излучения для различных частот ν.

Даже в оптической части спектра, доступной наблюдениям с земной поверхности, отсутствуют сколько-нибудь надежные данные об интенсивности метагалактической составляющей. Одной из основных трудностей являются при этом «помехи», создаваемые свечением ночного неба, и именно этот источник свечения может быть исключен при спутничных измерениях. В настоящее время плотность энергии оптического излучения в Метагалактике $w_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{opt}} = \frac{4\pi}{c} \int I_{\text{мг}}(\nu)\, d\nu$ (интеграл берется по оптической части спектра) оценивается значением $w_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{opt}} \sim 2 \div 10 \cdot 10^{-3}$ *эв/см*^{3} [42б, 46—48]. С помощью наземных наблюдений измерить такую величину еще не удается [49]. Между тем величина $w_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{opt}}$ и спектральное распределение $I_{\text{мг}}(\nu)$ представляют большой интерес также с точки зрения вычисления потока метагалактических γ-лучей и оценок интенсивности электронной компоненты космических лучей в Метагалактике [46—48]. Еще более важно нахождение плотности энергии w_{ph} и интенсивности $I_{\text{мг}}(\nu)$ в области микрорадиоволн и инфракрасной части спектра и конкретно в диапазоне от 2—3 *см* и до видимой части спектра. Действительно, метагалактическое тепловое излучение с температурой 3° K сосредоточено в основном в области миллиметровых и субмиллиметровых волн (максимум в спектре по длинам волн приходится на волну $\lambda \simeq 1$ *мм*; плотность энергии теплового излучения, отвечающая температуре 3° K, равна $w_{ph} \simeq 0{,}4$ *эв/см*^{3}, т. е. на два порядка выше приведенной оценки для $w_{\mathrm{ph}}^{\mathrm{opt}}$). Эта область спектра в целом недоступна наземным наблюдениям, особенно когда речь идет об измерении сравнительно очень слабых интенсивностей. Знание интенсивности $I_{\text{мг}}(\nu)$ в области миллиметровых и субмиллиметровых волн существенно также для рентгеновской астрономии, ибо одним из источников космических рентгеновских лучей являются именно мягкие микроволновые фотоны, превращающиеся в рентгеновские фотоны в результате рассеяния на космических релятивистских электронах [23, 47, 48].

Итак, можно утверждать, что измерение интенсивности метагалактического излучения $I_{\text{мг}}(\nu)$ во всем интервале длин волн от радиодиапазона ($\lambda \lesssim 2$ *см*) и до γ-лучей включительно является задачей спутничных и ракетных исследований, причем решение этой задачи имеет первостепенное космологическое значение.

Оценка соответствующих возможностей в практическом плане должна составить содержание специального исследования, выше же мы стремились лишь обосновать актуальность его проведения.

3. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ И КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Частная (специальная) теория относительности в настоящее время пронизывает, если не всю физику, то во всяком случае многие ее разделы. Такие гигантские машины, какими являются мощнейшие современные ускорители, сообщающие частицам энергию в десятки *Бэв*, рассчитываются по законам частной т. о. В результате существует глубокое убеждение в справедливости частной т. о. для того круга явлений, для которого она и была развита (неучет влияния гравитационного поля, «макроскопичность» объектов, расстояний и интервалов времени). Поэтому вопрос о дальнейшей проверке частной т. о. в настоящее время обсуждается в двух направлениях. Первое из них имеет преимущественно методическое и педагогическое значение, а второе связано с проникновением в область больших энергий и импульсов, а также очень малых («микроскопических») расстояний и интервалов времени.

Иными словами, первое направление в отношении дальнейшей проверки частной т. о. не связано с переходом к принципиально новому кругу явлений, а сводится к проверке частной т. о. с помощью более современных технических средств. Например, релятивистскую формулу для массы $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$ сейчас особенно удобно и точно можно проверить на крупных ускорителях (при этом, насколько нам известно, достигнута точность порядка $10^{-3} \div 10^{-4}$). Соотношение $E = mc^2$ и законы релятивистской кинематики проверяются при изучении ядерных реакций и распада различных нестабильных частиц (здесь также достигнута точность порядка 10^{-4}). Далее, независимость скорости света от скорости движения источника наиболее убедительно и непосредственно демонстрируется при использовании γ-лучей. Применение лазеров позволило повторить опыт Майкельсона с точностью в 50 раз большей, чем в результате лучших измерений, осуществленных в 1930 г. классическим способом (подробнее о некоторых из этих результатов см. обзоры [50, 50а], статью [50б] и указанную там литературу). Преподавание теории относительности должно, конечно, проводиться с учетом этих интересных новых экспериментальных возможностей и данных. Вместе с тем до тех пор пока результаты дальнейшей проверки основ и следствий частной т. о. находятся в полном соответствии с этой теорией, мы вправе придавать этим результатам лишь методическое значение. Нужно отметить, кроме того, что для проведения соответствующих экспериментов использование спутников хотя и возможно [20, 50], но в целом неспецифично. В этой связи остановимся ниже только на уже упомянутом втором направлении в области проверки частной т. о.

Как сказано, речь при этом идет о проверке частной т. о. в области больших энергий и импульсов, а также достаточно малых пространственно-временных масштабов; здесь мы, очевидно, соприкасаемся с фундаментальной проблемой современной физики — вопросом о строении элементарных частиц, представлениями о пространстве и времени в «микро» мире и т. д.

Как частная, так и общая теория относительности были построены и развиты Эйнштейном в применении к «макро» миру, они являются раньше всего макроскопическими теориями. Вопрос же о применимости теории относительности или, более широко, пространственно-временных представлений макрофизики в области макромира a priori совершенно неясен. В течение многих лет он служит объектом обсуждения и, по сути дела, экспериментального исследования. Фактически при этом до сих пор все время оказывалось, что перенос макроскопических пространственно-временных понятий и частной теории относительности [18] в квантовую область не встречается с ограничениями. Конкретно, релятивистская кинематика (например, законы преобразования от одной системы к другой для

[18] С о. т. о в. физике элементарных частиц сталкиваться практически не приходится. Объясняется это в первую очередь слабостью гравитационного взаимодействия, которое значительно уступает в этом отношении не только «сильному» и электромагнитному, но и так называемому слабому взаимодействию между частицами (слабое взаимодействие в чистом виде проявляется для нейтрино, которые не обладают заметным как сильным, так и электромагнитным взаимодействием). Правда, проблема квантования гравитационного поля довольно широко обсуждается в литературе, но при обсуждении задач эксперимента в области физики элементарных частиц мы, вообще говоря, вполне можем не учитывать гравитацию и в этом смысле ограничиться частной теорией относительности.

четырехмерного вектора энергии — импульса) и законы сохранения энергии — импульса и момента количества движения при рассеянии частиц в пределах достигнутой точности сохраняют свою силу (см. выше). Но законы сохранения энергии — импульса и момента количества движения являются следствием однородности и изотропности пространства — времени, т. е. предположений, лежащих в основе частной т. о. В этом смысле можно утверждать, что однородность и изотропность пространства имеют место и в изученной части микромира. Некоторые другие положения или выводы, связанные с теорией относительности, также находятся в согласии или не противоречат имеющимся данным в области физики элементарных частиц. С другой стороны, физика элементарных частиц (или, как все чаще ее именуют, физика высоких энергий) сталкивается с глубокими и еще совершенно неразрешенными трудностями (см., например, [51]). Собственно, здесь правильнее говорить не о трудностях, а о том факте, что теория элементарных частиц еще не создана; несмотря на отдельные успехи, еще не удается непротиворечивым и сколько-нибудь эффективным методом рассматривать взаимодействие между всеми частицами (в релятивистской области энергий), не говоря уже о том, что теория не в состоянии предсказать массы и другие величины (спин, заряд и т. д.), характеризующие встречающиеся частицы.

Широко распространено убеждение, которое мы разделяем, что решение проблемы элементарных частиц будет связано с глубокими новыми идеями и, например, изменением пространственно-временных представлений «в малом». Последнее же, видимо, означает внесение каких-то изменений (по всей вероятности, весьма далеко идущих) в структуру современной релятивистской квантовой теории (квантовой теории поля), целиком базирующейся на «обычной» частной т. о. Разумеется, пути дальнейшего развития теории предсказать невозможно. Представляется, однако, несомненным, что либо для самого появления новых идей, либо для их проверки нужны новые экспериментальные данные, связанные с проникновением в область все больших энергий и импульсов и все меньших и меньших пространственно-временных масштабов.

Здесь важно подчеркнуть, что оба эти аспекта — энергетический и пространственно-временной — тесно связаны между собой. В самом деле, исследование взаимодействия между частицами на малых расстояниях производится в первую очередь по рассеянию сталкивающихся частиц. С квантовомеханической точки зрения, как известно, расстояние, которое достигается при столкновении частиц, вообще говоря, не меньше длины волны частицы $\lambda \sim \frac{\hbar}{p} \simeq \frac{\hbar c}{E}$, где $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-27}$ *эрг·сек* — квантовая постоянная и $E \simeq cp$ — энергия релятивистской частицы. Энергия E зависит, разумеется, от системы отсчета и, в частности, нужно различать энергию в лабораторной системе $E_{\text{л}}$ и энергию в системе центра масс $E_{\text{цм}}$ (в системе центра масс суммарный импульс сталкивающихся частиц равен нулю; именно энергия $E_{\text{цм}}$ определяет наименьшее расстояние, на которое могут, в принципе, приблизиться сталкивающиеся частицы). На самых больших существующих ускорителях получены сейчас протоны с энергией $E_{\text{л}} \simeq 3 \cdot 10^{10}$ *эв*. Отсюда $\lambda_{\text{л}} \simeq \frac{\hbar c}{E_{\text{л}}} \sim 10^{-15}$ *см*, а при столкновении протона с другим нуклоном $\lambda_{\text{ц.м}} \simeq \simeq \frac{\hbar c}{E_{\text{ц.м}}} \sim 10^{-14}$ *см*, так как $E_{\text{ц м}} = \sqrt{\frac{1}{2}(E_{\text{л}} + Mc^2)\, Mc^2} \simeq \simeq 4 \cdot 10^9$ *эв* и для нуклонов $Mc^2 \simeq 10^9$ *эв*. Отсюда, казалось бы, вытекает, что при взаимодействии протонов уже достигнуты расстояния $l \sim \lambda_{\text{ц.м}} \sim 10^{-14}$ *см*. Фактически, однако, расстояние $l \sim \lambda_{\text{ц.м}}$ характеризует соударение частиц лишь, если эти частицы сравнительно слабо взаимодействуют на малых расстояниях. В случае нуклонов это как раз не так: уже на расстояниях порядка $\hbar/m_\pi c \sim 10^{-13}$ *см* (m_π — масса π-мезона, $m_\pi c^2 \simeq 140$ *Мэв*) нуклоны начинают очень сильно взаимодействовать — в грубом приближении они подобны шарикам с радиусом порядка $\hbar/m_\pi c$. Ясно, что в таких условиях достижение расстояний, меньших $\hbar/m_\pi c$, возможно лишь за счет релятивистского сокращения длины. С учетом этого обстоятельства приходим к расстоянию $l \sim \frac{\hbar}{m_\pi c} \cdot \frac{Mc^2}{E_{\text{ц.м}}} = \frac{\hbar c}{E_{\text{ц.м}}} \cdot \frac{M}{m_\pi} \simeq 7\, \frac{\hbar c}{E_{\text{ц.м}}}$ (подробнее см. [53]). Еще более существенно по сравнению с появлением самого множителя $M/m_\pi \simeq 7$ наличие при нуклонных соударениях ряда других осложняющих моментов. Так, при высоких энергиях происходит множественное рождение новых частиц и, главное, теории сильных взаимодействий еще не существует; поэтому детальный анализ нуклонных соударений сейчас весьма затруднен. Точнее, мы имеем в виду, что при неизвестном законе взаимодействия и отсутствии способов последовательного описания сильных взаимодействий особенно трудно одновременно исследовать и характер самих этих взаимодействий и независимый (по крайней мере в логическом плане) вопрос о применимости пространственно-временны́х представлений в «малом». Поэтому для проверки таких представлений вместо нуклонов значительно лучше подходят частицы, которые не испытывают сильного взаимодействия, но в то же время взаимодействуют с помощью электромагнитных сил. Такими частицами являются фотоны, электроны и μ-мезоны. Кроме того, при рассеянии фотонов, электронов и μ-мезонов на атомных ядрах существенную роль играет электрическое поле ядра, которое известно (заметим также, что при соударении, например, электрона с достаточно тяжелым ядром, во всей доступной области энергий лабораторная система мало отличается от системы центра масс, т. е. $E_{\text{ц.м}} \simeq E_{\text{л}}$; ниже под E понимаем энергию, которая реально входит в задачу, например, энергию $E_{\text{ц.м}}$). Изучение электромагнитного взаимодействия частиц проведено сейчас до энергий E порядка нескольких *Бэв*, что отвечает расстоянию $l \sim \frac{\hbar c}{E} \sim 10^{-14}$ *см*.

Итак, взаимодействие частиц в настоящее время исследовано вплоть до энергий $E \sim 10^{10}$ *эв* и расстояний $l \sim 10^{-13} \div 10^{-14}$ *см*. Именно для таких и бо́льших расстояний противоречий с теорией относительности не обнаружено. Одна из основных, если не основная проблема физики элементарных частиц состоит в продвижении в область все бо́льших энергий и еще меньших расстояний; при этом вполне возможно, что мы уже близки к пределу применимости существующих пространственно-временны́х представлений и, во всяком случае, без исследования взаимодействия между частицами при $E > 10^{10}$ *эв* и $l < 10^{-14}$—10^{-15} *см* обойтись невозможно.

Как решить эту фундаментальную задачу?

Одним из путей является строительство все более мощных ускорителей. Самый большой такой уже строящийся ускоритель (г. Серпухов, СССР) рассчитан на энергию $E_{\text{л}} \simeq 70$ *Бэв*, но с помощью этого ускорителя можно будет увеличить энергию $E_{\text{ц.м}}$ и уменьшить расстояние

$\lambda_{ц.м} \simeq \frac{\hbar c}{E_{ц.м}}$ только примерно в 1,5 раза по сравнению с достигнутым на существующих ускорителях с $E_л \simeq 30$ *Бэв*. Существуют проекты ускорителей с энергией $E_л$, достигающей 200, 300 и даже 1000 *Бэв*; перспективным является также метод «встречных пучков», в котором роль энергии E сразу же играет энергия $E_{ц.м}$. Однако создание таких уникальных установок не только очень дорого, но и требует многих лет. Поэтому энергия, $E_{ц.м} \simeq 20—30$ *Бэв* на ускорителях будет достигнута, вероятно, не раньше, чем лет через 10—15. В этой связи после довольно длительного перерыва [19] все большее внимание привлекает к себе другой путь достижения высоких энергий — использование космических лучей [52—54]. Действительно, в космических лучах наблюдаются частицы с энергией до 10^{20} *эв*. Правда, таких частиц очень мало, но если речь идет о частицах с энергией $E \lesssim 10^{15}$ *эв* $= 10^6$ *Бэв*, то их использование для нужд физики элементарных частиц вполне реально. Границ земной атмосферы достигает поток частиц с энергией большей заданной энергии E, равный (подробнее см., например [23, 46] и указанную там литературу)

$$F(>E) \simeq 3 \cdot 10^4 E^{-1,6} \frac{частиц}{м^2 \cdot сек}, \tag{15}$$

где энергия E измеряется в *Бэв* и выражение (15) справедливо в интервале $10^{10} < E < 10^{15}$ *эв*. Согласно (15), например, при $E = 10^5$ *Бэв* $= 10^{14}$ *эв* поток $F \simeq 3 \cdot 10^{-4}$ *частиц/м²·сек*. Это значит, что на прибор с площадью в 1 $м^2$ попадает примерно одна частица в час.

---

[19] Несомненные успехи, полученные при работе с ускорителями, обусловили, к сожалению, явное пренебрежение к возможностям, связанным с применением космических лучей в области энергий, которые еще не достигнуты на ускорителях. По нашему давнему мнению, мы имеем здесь пример грубого научного просчета. Не нужно, однако, думать, что такое непонимание было всеобщим уделом; в качестве примера укажем, что в Физическом институте АН СССР многие сотрудники лаборатории космических лучей и теоретического отдела всегда отдавали себе отчет в перспективности исследования взаимодействий при высокой энергии в космических лучах. К сожалению, понадобились годы для того, чтобы исследование элементарных частиц в космических лучах вновь оказалось в центре внимания.

Попадая в атмосферу, частица высокой энергии в результате взаимодействия с ядрами атомов азота и кислорода и других процессов дает широкий атмосферный ливень. Поэтому на земной поверхности первичные частицы можно исследовать лишь по их продуктам. Среди этих продуктов имеются и частицы с весьма высокой энергией, в силу чего на высоте гор еще могут проводиться исследования взаимодействия частиц с энергией до $5 \cdot 10^{11}$—10^{12} *эв*. Переход к еще бо́льшим энергиям, а в известных пределах и работа во всей области энергий, большей достигнутой на ускорителях энергии в $3 \cdot 10^{10}$ *эв*, требует использования специальных спутников (возможно также применение высотных баллонов). Применение спутников для изучения первичных космических лучей стало уже довольно обычным явлением, а обсуждаться оно начало еще до запуска первых спутников [55]. Если не касаться изучения радиационных поясов Земли, то спутничные исследования в области космических лучей до сих пор касались в основном ядер с энергией до примерно 10^{10} *эв/нуклон* (см. [56]). Однако даже на небольших спутниках [56] различными методами можно изучать космические лучи (протоны и и ядра) с энергией до $5 \cdot 10^{11}$ *эв/нуклон*, что для ядер железа отвечает энергии $3 \cdot 10^{13}$ *эв*. При бо́льших энергиях основная трудность связана с измерением энергии частицы. По-видимому, для решения этой задачи эффективно использование заэкранированной импульсной ионизационной камеры [55] или более совершенного ионизационного калориметра [57], что связано с необходимостью поднимать большой вес. Именно на таком принципе работает установка (научная станция) типа «Протон» (см. [57]; вес станции около 12 *т*). Тем самым частицы с энергией до 10^{13}—10^{14} *эв* уже доступны изучению на спутниках (и только на спутниках, если речь идет об индивидуальных частицах, а не ливнях). В ближайшие несколько лет (как это известно, например, из проекта «Аполлон») станет возможен запуск спутников с весом до 100—120 *т*. Если такой спутник использовать для изучения космических лучей, то, вероятно, вполне возможно эффективное изучение взаимодействия частиц с энергией до 10^{15} *эв*. Даже если к тому времени вступят в строй ускорители с максимальной энергией $E_л \simeq 2 \div 3 \cdot 10^{11}$ *эв*, разрыв между энергией, доступной на ускорителях и в лаборатории на тяжелом спутнике, составит не меньше трех порядков.

Таким образом, представляется очевидным, что использование тяжелых спутников в физике высоких энергий (и, если угодно, для проверки теории относительности для энергий $E > 10^{10} \div 10^{11}$ *эв* и расстояний $l < 10^{-14} \div \div 10^{-15}$ *см*) является исключительно важным и заслуживает самого пристального внимания. Выше мы хотели главным образом пояснить и подчеркнуть это заключение. Обсуждение же более конкретных, а также технических проблем, связанных с изучением космических лучей высокой энергии на спутниках, должно составить предмет специального анализа. Возможно, что при этом окажется нецелесообразным связывать исследования частиц сверхвысокой энергии на спутниках с другими вопросами, затронутыми в настоящей статье. Однако при общем обзоре ситуации в области космических исследований, связанных с теорией относительности, хотелось затронуть эту тему в достаточно широком плане.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Космические исследования, в той или иной мере связанные с теорией относительности, не образуют какого-то изолированного острова в том море возможностей, которое было открыто запуском спутников и межпланетных ракет. Тем не менее, как нам представляется, специальное выделение и обсуждение проблемы «космические исследования и теория относительности» оправдано и может оказаться полезным. Главным здесь, конечно, является тот факт, что с теорией относительности, ее применением и, возможно, обобщением (мы имеем в виду переход в область очень малых и очень больших масштабов) связаны фундаментальные проблемы современной физики и астрономии. Именно поэтому при обсуждении ценности тех или иных конкретных экспериментов и вопроса о целесообразности их осуществления (это обычно связано с большими трудностями), расхождения во взглядах на степень обоснованности, скажем, общей теории относительности или некоторых космологических гипотез кажутся второстепенными.

В области проверки о. т. о. особенно ценными экспериментами на спутниках и ракетах являются в первую очередь наблюдения релятивистской прецессии оси гироскопа, а, быть может, также измерения релятивистского эффекта поворота перигелия искусственной планеты и внезатменные наблюдения отклонения световых лучей в поле Солнца.

С космологией связаны практически все проблемы внегалактической астрономии, которые могут изучаться вне атмосферы. Особого внимания заслуживают измерения интенсивности общего внегалактического электромагнитного излучения как в области микроволновой, инфракрасной и видимой частей спектра, так и для ультрафиолетовых, рентгеновских и γ-лучей. Другой проблемой является получение спектров галактик и квазаров в недоступной при земных наблюдениях области частот.

Развитие физики элементарных частиц настоятельно требует перехода к экспериментам с частицами все большей и большей энергии. Тем самым окажется возможным проверить применимость существующих пространственно-временны́х представлений и теории относительности для все меньших масштабов. Использование тяжелых спутников представляется здесь самым перспективным путем по крайней мере на ближайшее десятилетие, а вероятно, и на более длительный срок. Достаточно сказать, что на спутниках с весом до 100—150 *т* можно будет, по-видимому, изучать взаимодействие нуклонов с энергией до 10^{15} *эв*. В то же время самый мощный строящийся ускоритель рассчитан на энергию $7 \cdot 10^{10}$ *эв*, а проектируются ускорители с энергией, не превосходящей 10^{12} *эв* (при этом такой ускоритель, даже если его будут строить, вряд ли заработает до 1980 г.).

Можно думать, что к 1970 г. основные упомянутые выше исследования будут идти полным ходом, а некоторые задачи уже окажутся решенными.

Автор благодарен Я. Б. Зельдовичу, Л. М. Озерному, Л. И. Седову и Е. Л. Фейнбергу за ряд ценных замечаний, сделанных ими при чтении рукописи, и М. Л. Лидову за информацию и обсуждение проблемы учета возмущений при спутничных измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Einstein. Jahrb. Radioakt., 1907, Bd 4, 441; Ann. Phys., 1911, Bd 35, 898; Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1915, S. 831; Ann. Phys., 1916, Bd 49, 760. См. также А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., Изд-во «Наука», 1965.
2. M. A. Tonnelat. Les vérifications expériméntales de la relativité générale. Paris, 1964.
3. V. L. Ginzburg. Recent developments in general relativity. Pergamon Press-PWN, 1962, p. 57; Proc. on Theory of Gravitation. Warszawa — Paris, 1964, p. 55.
4. R. H. Dicke, P. J. Peebles. Space Sci. Rev.. 1965, v. 4, 419.
5. Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков. Усп. физ. наук, 1964; 84, 377, 1965, 86, 447.
6. a) Quasi-stellar sources and gravitational collaps.
   b) Gravitation theory and gravitational collaps. Chicago Univ. Press, 1965.
7. P. G. Bergmann. Proc. on Theory of Gravitation. Warzawa — Paris, 1964, p. 275.

7a. T. D. Lee, C. N. Yang. Phys. Rev., 1955, v. 98, 1501.

8. P. G. Roll, R. Krotkov, R. H. Dicke. Ann. Phys., 1964, 26, 442.
9. V. W. Hughes, H. G. Robinson, V. Beltran-Lopez. Phys. Rev. Letters, 1960, v. 4, 342. R. Drever. Philos. Mag., 1961, v. 6, 683.
10. R. V. Paund, J. L. Snider. Phys. Rev. Letters, 1965, v. 15, N 10, A8. Phys. Rev., 1965, v. 140, B788.
11. R. L. Duncombe. Astron. J., 1956, v. 61, 174.
12. R. H. Dicke. Astron. J., 1965, v. 70, 395.
13. L. I. Schiff. Proc. Nat. Acad. Sci., 1960, v. 46, 871. Proc. on Theory of Gravitation. Warszawa — Paris, 1964, p. 71.
14. L. I. Schiff. Comparison of theory and observation in general relativity.—Proc. Seminar Amer. Math. Soc. Preprint, 1965.

14a. G. J. Whitrow, G. E. Morduch. Vistas in Astronomy, 1965, v. 6, 1.

15. R. V. Paund, G. A. Rebka. Phys. Rev. Letters, 1959, v. 3, 439; 1960, v. 4, 337.
16. В. Л. Гинзбург. Докл. АН СССР, 97, 617 (1954).
17. В. Л. Гинзбург. ЖЭТФ, 30, 213 (1956).
18. S. F. Singer. Phys. Rev., 1956, v. 104, 11.
19. F. Wittenberg. Astronaut. acta, 1956, v. 2, 25.
20. Н. Г. Басов, О. Н. Крохин, А. Н. Ораевский, Г. М. Страховский, Б. М. Чихачев. Усп. физ. наук, 75, 3 (1961).
21. Б. М. Чихачев. Журнал «Космические исследования» (в печати).
22. I. E. Blamont, F. Roddier. Phys. Rev. Letters, 1961, v. 7, 437.
23. V. L. Ginzburg, S. I. Syrovatskij. Space Sci. Rev., 1965, v. 4, 267; УФН, 1964, т. 84, 201.

24. H. von Klüber. Vistas in Astronomy. 1960, v. 3, 47.
25. R. L. Lillestrand. Test of theory of relativity by measurement of gravitational light reflection. Preprint 60-61, Techn. Session Preprints of the Amer. Astronaut. Soc., 1960.
26. J. J. Gilvary. Publ. Astron. Soc. Pacific, 1953, v. 65, 173. Phys. Rev., 1953, v. 89, 1046.
27. J. J. Gilvary. Nature, 1959, v. 183, 666.
28. L. La Paz. Publ. Astron. Soc. Pacific, 1954, v. 66, 13.
29. A. Einstein. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1916, S. 688; 1918, S. 154.
30. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. Физматгиз, 1962.
31. J. Weber. General Relativity and Gravitational Waves. N. Y., 1961.
32. A. Trautman. Internat. Conf. Relativistic Theories of Gravitation, v. l. London, 1965.
33. В. Б. Брагинский. Усп. физ. наук, 86, 433 (1965).
34. Л. М. Озерной. Письма ЖЭТФ, 2, 83 (1965).
35. J. Lense, H. Thirring. Phys. Z., 1918, Bd 19 156.
36. В. И. Пустовойт, А. В. Баутин. ЖЭТФ, 46, 1386 (1964).
36а. Я. Б. Зельдович. Письма ЖЭТФ, 1, 40 (1965).
37. D. K. Ross, L. I. Schiff. Phys. Rev., 1966, v. 141, 1215.
38. I. I. Shapiro. Phys. Rev. Letters, 1964, v. 13, 789; Phys. Rev., 1966, v. 141, 1219.
39. E. Newman, J. N. Goldberg. Phys. Rev., 1959, v. 114, 1391.
40. A. Einstein. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1917. S. 142.
41. A. Einstein. The Meaning of Relativity. Princeton, 1953. Русский перевод, ИЛ (1955).
42. Ya. B. Zeldovich. Advances Astron. and Astrophys., 1965, v. 3, 241.
42а. Л. М. Озерной. Труды симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция». М, Изд-во «Наука» (1966).
42б. А. Г. Дорошкевич, И. Д. Новиков. Докл. АН СССР, 154, 809 (1964).
43. R. H. Dicke, P. J. Peebles, P. G. Roll, D. T. Wilkinson. Astrophys. J., 1965, v. 142, 414. A. A. Penzias, R. W. Wilson. Astrophys. J., 1965, v. 142, 419.
44. Н. С. Кордашев и Г. Б. Шоломицкий. Астроном. циркуляр СССР, № 336, 3 (1965).
44а. J. N. Bahcall, E. E. Slapeter. Astrophys. J., 1965, v. 142, 1667.
44б. R. Weymann. The energy spectrum of radiation in the expanding universe. Preprint, 1966.
45. Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников. Усп. физ. наук, 80, 391 (1963). Advances Phys. (Philos. Mag. Suppl.), 1963, v. 12, 185.
46. V. L. Ginzburg, S. I. Syrovatsky. Origin of Cosmic Rays. Pergamon Press, 1964.
47. J. E. Felton. Starlight energy density in the Metagalaxy. Preprint, 1965; Phys. Rev. Letters, 1965, v. 15, 1003.
48. V. L. Ginzburg, S. I. Syrovatsky. Proc. Conf. Cosmic Rays London, September 1965; Усп. физ. наук, 1966, т. 88, 485.

49. Sky and Telescope, 1965, v. 30, N 4, 211—212.
50. Г. М. Страховский, А. В. Успенский. Усп. физ. наук, 86, 421 (1965).
50а. W. D. Schmidt-Ott. Naturwissenschaften, 1965, Bd 52, 636.
50б. C. Møller. Proc. Roy. Soc., 1962, v. 270, 306.
51. Nature of Matter. Purposes of High Energy Physics. Brookhaven Nat. Lab., 1965. Усп. физ. наук, 1965, т. 86, N 4.
52. Н. А. Добротин. Усп. физ. наук, 86, 725 (1965).
53. Е. Л. Фейнберг. Усп. физ. наук, 86, 733 (1965).
54. Proc. Conf. on Interaction Between Cosmic Rays and High Energy Physics. Case Inst. Technol. Cleveland, Ohio, September, 1964.
55 С. Н. Вернов, В. Л. Гинзбург, Л. В. Курносова, Л. А. Разоренов и М. И. Фрадкин. УФН, 68, 131 (1957)
56. В. Л. Гинзбург, Л. В. Курносова, Л, А. Разоренов и М. И. Фрадкин. Space Sci. Rev., **2**, 778 (1963); УФН, **82** 585 (1964).
57. Н. Л. Григоров, Б. Е. Нестеров, И. Д. Раппопорт, И. А. Савенко и Г. А. Скуридин. Доклад на XVI Астрономическом конгрессе (1965).
58. I. I. Shapiro. Phys. Rev., **145**, 1005 (1966).
59. P. G. Roll, D. T. Wilkinson. Phys. Rev. Letters, 16, 405 (1966).

Б. Г. Кузнецов

О СТИЛЕ ФИЗИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ XX ВЕКА

Понятие стиля физического мышления в том смысле, в каком о нем здесь идет речь, было введено около 12 лет тому назад Паули и Борном [1].

Под стилем они понимали сравнительно устойчивые особенности физических теорий, медленно изменяющиеся, характерные для очень больших периодов, определяющие или по крайней мере ограничивающие возможные прогнозы дальнейшего развития физики. Характеристика современного стиля научного мышления была навеяна нерелятивистской квантовой механикой, этот стиль характеризовался невозможностью устранить определенные моменты — условия эксперимента — из картины физического процесса. По-видимому, сейчас возможна иная трактовка стиля физического мышления, исходящая из релятивистской квантовой физики.

Такой угол зрения заставляет при определении современного стиля физического мышления обратить внимание на позитивную (позитивно-классическую!) сторону принципа дополнительности Бора и принципа неопределенности Гейзенберга. Негативная сторона заключается в *невозможности* сколь угодно точного одновременного определения сопряженных динамических переменных. Позитивная сторона состоит в *возможности* применения классических понятий к микромиру ценой ограничения точности соответствующих величин, в возможности точного определения каждой переменной за счет сопряженной с ней переменной, в возможности определить поведение частицы от точки к точке и от мгновения к мгновению при

[1] См. M. B o r n. Proc. Phys. Soc., 1953, v. 66, 402A, 501. Русский перевод: «Состояние идей в физике и перспективы их дальнейшего развития» в сборнике «Вопросы причинности в квантовой механике» (М., 1955, стр. 102—104).

переосмыслении объекта определения: определяются не значения динамических переменных, а их вероятности. Основой этих возможностей служит не какой-либо априорный гносеологический постулат, основа здесь — физическая в собственном смысле слова, она состоит в существовании физических объектов, к которым квантовая детализация не применяется. Благодаря существованию таких тел и взаимодействию квантовых объектов с указанными классическими объектами мы можем с известными ограничениями и условиями применить к квантовым объектам классические понятия (слово «классические» означает здесь понятия, применявшиеся в классической физике в качестве безусловных и «очевидных»).

Существование классического объекта, взаимодействующего с квантовым объектом,— исходный постулат квантовой механики. В связи с развитием квантовой электродинамики и вообще релятивистских квантовых концепций, стали более отчетливыми смысл и пределы этого постулата. Он соответствует некоторой законной для определенных типов взаимодействий и определенных уровней энергии частиц аппроксимации.

Чтобы разъяснить условия и значение такой аппроксимации, Дайсон в статье «S-матрица в квантовой электродинамике» [2] вводит образ двух наблюдателей. Один — «идеальный» наблюдатель — пользуется приборами, заведомо не обладающими атомной структурой, он имеет возможность измерить с неограниченной точностью данную переменную за счет неопределенности другой и, изучая данное поле, может игнорировать квантовую структуру другого поля, взаимодействующего с данным. Второй наблюдатель — Дайсон называет его «реальным» — имеет дело с сильными взаимодействиями и с высокими энергиями. Он сталкивается с невозможностью игнорировать дискретную структуру прибора и дискретную структуру обоих взаимодействующих полей.

Однако «реальный» наблюдатель Дайсона, не имея возможности игнорировать дискретную структуру макроскопического объекта, не может вместе с тем отказаться от этого классического образа. Без него и, соответственно, без классических предикатов частицы, теряют смысл и

---

[2] F. Dyson. Phys. Rev., 1949, v. 75, 1736. Русский перевод в сборнике «Новейшее развитие квантовой электродинамики» (М., 1954, стр. 205—238).

те детали картины мира, которые видны «реальному» и не видны «идеальному» наблюдателю. Логическая структура квантовой механики характеризуется очень своеобразной связью между классическими понятиями и собственно квантовыми концепциями: последние ограничивают и в общем случае отрицают физическую содержательность классических понятий и вместе с тем теряют смысл без классических понятий. Эта своеобразная дополнительность в нерелятивистской квантовой механике очень отчетливо указана в известном курсе теоретической физики Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [3]. Но и в релятивистской теории, как это показало обсуждение проблемы индивидуальных ошибок, описания процессов, ограничивающих возможность точного определения одной динамической переменной, теряют смысл без классических понятий [4].

Бор стремился обобщить принцип дополнительности и распространить его на новые области. В квантовой механике мы встречаем образ макроскопического объекта, который обладает гарантированными, точно определимыми свойствами и гарантированной, точно определимой реакцией на воздействия извне. Но подобный образ является весьма общим и фундаментальным. В науке нельзя избежать некоторого сознательного игнорирования воздействия микроструктуры тела на его метрические и динамические свойства, иначе ученый уподобится тому лиценциату, о котором напоминал Л. Розенфельд, излагая идеи Бора. История этого лиценциата, заимствованная из датской литературы, весьма поучительна: он хотел написать научный труд, детально изучал процесс затачивания перьев, в обуявшей его беспредельной добросовестности перешел к анализу минералогической структуры камней, применяемых для точки перьев, и... труд так и не был написан. В сущности эта грустная история иллюстрирует фундаментальный закон, высказанный в весьма общей форме Эйнштейном. В 1953 г. Эйнштейн писал своему другу юности Морису Соловину о том, что понятие твердого тела — аппроксимация, игнорирующая возможность

---

[3] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика, т. 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория, изд. 2-е. М., Физматгиз, 1963, стр. 15—16.

[4] См. Л. Розенфельд. Квантовая механика.— В сб. «Нильс Бор и развитие физики», 1958, стр. 96—128.

деления тел, а также отмечал, что тела, служащие орудием измерения других тел, воздействуют на эти тела. Таким образом, независимые от измерения пространственные свойства тел, строго говоря, представляют собой абстракцию, лишенную физического смысла. Но Эйнштейн понимал, что требование, «строго говоря», не всегда уместно. Свое замечание о воздействии измеряющих тел на измеряемые Эйнштейн заканчивает фразой: «Если не грешить против разума, нельзя вообще ни к чему прийти» [5].

Эта формула, естественно, ассоциируется с квантовой механикой и кажется неожиданной в устах Эйнштейна. Но, в действительности, она не является случайной. Более того, ее одной достаточно, чтобы задуматься над традиционным противопоставлением идей Эйнштейна и идей Бора. Мысль о непрерывном ряде не искажаемых измерением положений материальной точки была весьма общей предпосылкой физических построений Эйнштейна. Акт измерения координат материальной точки не изменяет этих координат, они определяются начальными условиями, приложенными силами и преобразованиями систем отсчета. Постулат независимости измеряемых величин от актов измерения связан с постулатом независимости системы отсчета от ее микроструктуры, если под системой отсчета понимать, как это делал Эйнштейн, абсолютно твердое тело, которое может быть продолжено в любую сторону и в этом смысле представляет собой сколь угодно обширную и разветвленную систему линеек [6]. Эйнштейн не считал постулат независимости метрических свойств масштабов и часов от их микроструктуры достаточным обоснованием теории относительности. В автобиографическом очерке 1949 г. он писал: «Это в известном смысле нелогично; собственно говоря, теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решений основных уравнений (учитывая, что эти предметы имеют атомистическую структуру и движутся), а не считать ее независимой от них» [7]. Об этом же писал впоследствии Гейзенберг: он говорил, что масштабы и часы «построены, вообще говоря, из многих элементарных частиц, на них сложным образом воз-

---

[5] A. E i n s t e i n. Lettres à Maurice Solovine. Paris, 1956, p. 129.

[6] А. Э й н ш т е й н. Собрание научных трудов, т. 1. М., изд-во «Наука», 1965, стр. 533—534.

[7] А. Э й н ш т е й н. Творческая автобиография.— В кн. А. Э й н ш т е й н. Физика и реальность. М., 1965, стр. 153.

действуют различные силовые поля, и поэтому непонятно, почему именно их поведение должно описываться особенно простыми законами» [8].

Но здесь приходилось «грешить против разума». Ценой этого греха Эйнштейн смог придать физическую содержательность геометрическим соотношениям, создать иное, не существовавшее до теории относительности соотношение между геометрией и физикой и этим радикально изменить стиль и геометрического и физического мышления. Остановимся на этом подробнее.

С. Н. Бернштейн в качестве эпиграфа к «Опыту аксиоматического обоснования теории вероятностей» взял великолепную формулу Лапласа: «Человеческий разум испытывает меньше трудностей, когда он продвигается вперед, чем тогда, когда он углубляется в самого себя». Если считать конструирование многомерных пространств и аксиоматизацию математики «углублением разума в самого себя», а физику — «продвижением разума вперед», то теория относительности нарушила такое противопоставление. В специальной теории относительности размерность геометрической структуры мира приобрела физический смысл, стала проблемой, которая решается экспериментом. В общей теории относительности вопрос об эвклидовой или неэвклидовой метрике приобрел физический смысл и может быть решен экспериментом и наблюдением. Следует подчеркнуть роль тела отсчета, независимого от своей микроструктуры, в этой «физикализации» геометрических коллизий, столь характерной для стиля научного мышления в XX в. Образ такого тела с гарантированной в каждой мировой точке метрикой позволяет представить природу как каркас мировых линий с той или иной (эвклидовой или неэвклидовой) структурой.

В классической науке вопрос о физической содержательности геометрических понятий не был характерен для стиля физического мышления. Ответы на этот вопрос были различными, но всегда тривиальными. Картезианцы отождествляли пространство и вещество; геометрические соотношения и были для них физическими и физическая содержательность геометрических понятий вытекала тривиальным образом из такого отождествления. Для других

[8] В. Гейзенберг. Замечания к эйнштейновскому наброску единой теории поля.— В сб. «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли». М., 1962, стр. 65.

направлений физической мысли XVII—XIX вв. геометрические понятия были результатом абстрактного игнорирования конкретных физических предикатов тел или априорными определениями. Отсюда тривиальное отрицательное решение вопроса о физической содержательности.

Эйнштейн увидел физическую, т. е. требующую экспериментального решения, проблему там, где до него видели нечто либо априорно-очевидное, либо эмпирически-очевидное. Такой подход к вопросу о физической содержательности трехмерного пространства привел к специальной теории относительности: физической содержательностью обладает четырехмерная псевдоэвклидова геометрия. Когда последняя в свою очередь подверглась проверке на физическую содержательность, этот титул перешел к неэвклидовой четырехмерной геометрии: появилась общая теория относительности. Эйнштейн думал, что при более строгом подходе к тому же критерию искривленные мировые линии не обладают физической содержательностью и искал теорию, которая не только выводит форму мировых линий, но и объясняет существование дискретных частиц на этих линиях. Однако поиски более общей геометрии, из которой можно было вывести существование других полей, помимо гравитационного, взаимодействие этих полей и природу элементарных частиц, остались безрезультатными. Физическая содержательность мировых линий могла быть обоснована в рамках теории, которая приписывает частице не только пространственно-временную локализацию, но и взаимодействие, ставящее под вопрос определенность локализации.

Идеи Бора придали физическую содержательность еще большему по сравнению с теорией относительности «углублению разума в самого себя». Квантовая механика, которая отрицает классические понятия и вместе с тем теряет без них смысл — это уже не геометрический парадокс. Но подобно тому как неэвклидовы соотношения теряют свою парадоксальность в пространстве той или иной кривизны (при отождествлении неэвклидовых соотношений с кривизной и физической интерпретации последней как определенного поведения масштабов и часов), апории квантовой механики разрешаются схемой взаимодействия квантовых объектов с телом, обладающим гарантированными, не зависящими от его микроструктуры реакциями. Это уже не тело отсчета, а тело взаимодействия, не масштабы и часы, а диафрагмы с узкими отверстиями, точно регистрирующими положение частиц, или с дверцами, регистрирующими импульс, и т. д.

В настоящее время теоретическая мысль видит некоторое единство стиля в концепции тела отсчета и концепции тела взаимодействия, придающих физический смысл геометрическим и логическим парадоксам. Фейнман в связи со своей схемой движения позитрона и электрона говорил о зигзаге дороги, которая кажется с земли двумя дорогами, но открывает свое единство при наблюдении с самолета. Сейчас можно видеть, что дороги Эйнштейна и Бора, казавшиеся противоположными, являются частями одного пути, причем пути очень большого, сохраняющего свое общее направление на большой срок, на целую эпоху, и в этом смысле характеризующего стиль науки. Что же играет роль самолета, с которого открылось единство этого пути?

Оно открылось и, более того, стало весьма существенным для теоретической мысли в связи с генезисом теории элементарных частиц (или, если говорить об основных средствах познания,— физики высоких энергий). Именно она перенесла основное поле применения и развития теории относительности в микромир, и она же сделала наиболее актуальным направлением квантовой теории поля поиски последовательной релятивистской формулировки этой теории. Подобный процесс позволил очень отчетливо увидеть некоторую недостаточность чисто макроскопического обоснования теории относительности — недостаточность, которая была указана Эйнштейном в автобиографическом очерке и Гейзенбергом в цитированной выше статье. Тот же процесс позволил увидеть с большой ясностью аппроксимативный характер пейза́жа, раскрывшегося перед «идеальным» наблюдателем Дайсона, границы этого пейзажа, которые указывались еще в начале 30-х годов Ландау и Пайерлсом, а также Бором и Розенфельдом. Можно предположить, что граница применения независимого от своей микроструктуры тела отсчета и независимого от своей микроструктуры тела взаимодействия — одна и та же. За этой границей находится мир высоких, ультрарелятивистских энергий, где придется, по-видимому, не только считаться с взаимодействием между квантованными полями и с дискретным характером тела отсчета и тел взаимодействия, но столкнуться с неполноценностью позитивно-классических представлений «идеального» наблюдателя.

Можно предположить, что энергии порядка сотен миллиардов электрон-вольт открывают дверь в мир, где уже нельзя отделить существование частиц от их взаимодействия [9], где уже нельзя говорить об отдельной, тождественной себе частице и нельзя прослеживать ее поведение от точки к точке и от мгновения к мгновению. Здесь можно встретиться с крайне радикальным антиклассическим парадоксом. Весьма общим постулатом физики, от античной атомистики до наших дней, оставалось представление об элементах мироздания, которые движутся в абсолютном или, в других концепциях, в относительном пространстве, обладают или, в других концепциях, не обладают определенным состоянием движения в каждый момент, претерпевают лишь изменения пространственной (либо пространственно-временно́й) локализации или же претерпевают также трансмутации. Быть может, физика высоких энергий обнаружит неэлементарность движущейся тождественной себе частицы вообще, выявит вторичный характер такого образа, будет рассматривать его как результат дискретных трансмутационных актов. В этом случае, титул «кирпичей мироздания», вероятно, не будет передан дискретным трансмутационным актам, ведь само понятие трансмутации бессмысленно без понятия предикатов частицы определенного типа: массы, заряда, спина и т. д., обнаруживаемых лишь у тождественной себе частицы. Таким образом, не исключены обнаружение исходных дополнительных локальных и макроскопических определений и необходимость учитывать макроскопическую структуру мира при характеристике локальных процессов. Во всяком случае физика высоких энергий обещает не столько пополнение и без того обширного списка элементарных частиц, сколько возможное обнаружение небольшого числа более фундаментальных, «более элементарных» частиц, а, скорее всего, обещает ответ на вопросы: что такое «элементарность», как возникают тождественные себе, сравнительно долго живущие частицы из дискретных ультрарелятивистских процессов, от чего зависит спектр масс этих частиц.

---

[9] См. Р. Оппенгеймер. Предисловие к книге «Nature of Matter» (1965). Русский перевод: «Успехи физических наук», 1965, 86, вып. 4, стр. 595.

Пожалуй, мы не можем сейчас точно сформулировать вопросы, адресуемые физике высоких энергий. Разговор с ультрарелятивистским оракулом включит ответы, которые изменят смысл заданных вопросов. Вероятно, изменят смысл, но не лишат смысла, иначе разговор будет бесплодным. Существенное русло современной теории элементарных частиц состоит в попытках антиципировать возможные ответы оракула в тех вопросах, которые для него подготовляются.

Теоретическая физика живет сейчас «в кредит» в двух отношениях. Во-первых, она антиципирует некоторую общую, непротиворечивую, стройную теорию, которая обоснует чисто рецептурные, весьма виртуозные и эффективные, но физически не расшифрованные приемы, позволяющие, например, избегать бессмысленных бесконечных значений энергии и заряда. Во-вторых, она антиципирует возможные результаты экспериментов, в которых будут участвовать управляемые потоки частиц с пока еще недостигнутыми энергиями, причем не столько определенные количественные результаты, сколько результаты, изменяющие смысл применяемых сейчас понятий.

В целом можно сказать, что никогда еще физика в такой мере не размышляла не только о возможной структуре мира, но и о возможных путях своего собственного развития. Такие гипотезы очень характерны для стиля современного физического мышления. Прогнозы будущего развития часто становятся почти неотъемлемой частью самих физических теорий.

Поэтому современной физике так близки эйнштейновские критерии выбора научной теории: критерий «внешнего оправдания» (согласованность с наблюдениями) и критерий «внутреннего совершенства» (теория должна естественно вытекать из возможно более общих исходных допущений) [10]. Эти критерии объединяются в уже упоминавшемся эйнштейновском требовании физической содержательности исходных понятий: они должны в принципе допускать и в какой-то мере антиципировать экспериментальную проверку теоретических выводов [11]. В свою очередь эксперимент, т. е. вопрос, который мы задаем природе,

---

[10] См. А. Эйнштейн. Творческая автобиография.— В кн.: А. Эйнштейн. Физика и реальность. М., 1965, стр. 139—140.

[11] Там же, стр. 135—136.

строится так, чтобы ответ относился к наиболее общим проблемам и обеспечивал теории максимальное «внутреннее совершенство». Разумеется, все это только предвосхищение, ожидание, не претендующее на однозначную реализацию: действительные результаты эксперимента могут включать неожиданное подтверждение идеи, казавшейся нам принципиально не допускающей проверки, или опровержение «очевидной» концепции. В свою очередь последующие размышления над результатами эксперимента могут неожиданно обнаружить их принципиальное значение, обнаружить, что частный эксперимент был experimentum crucis для исходных посылок картины мира.

По-видимому, для стиля физического мышления, свойственного нашему столетию, очень характерна подобная антиципация теоретического обобщения и экспериментальной проверки. Можно даже сказать, что определение этого стиля опирается не столько на обобщение таких устоявшихся и достоверных теорий, как теория относительности и нерелятивистская квантовая механика, сколько на прогнозы, относящиеся к пока нерешенным проблемам. Характерный пример — модель атома Бора. Постулаты Бора в какой-то мере были оправданы надеждой на общую концепцию, которой еще предстоит возникнуть и обосновать квантование электронных орбит. Эта надежда реализовалась через десять лет: в середине 20-х годов была создана квантовая механика. С другой стороны, модель Бора антиципировала распространение схемы дискретных орбит на другие атомы, помимо водородного, что было достигнуто существенной модификацией первоначального варианта. Физическая интуиция, которая прокладывает первый еще шаткий мостик между экспериментом и аксиоматизирующей концепцией, между двумя еще не достигнутыми берегами, играет в физике существенную роль. Интуиция в науке сближает последнюю с музыкой, которая, по определению Лейбница, является «радостью души, вычисляющей, еще не зная об этом». Поэтому Эйнштейн и называл создание модели атома Бора «наивысшей музыкальностью в области мысли».

Итак, стиль мышления, различимый уже в работе Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел» и сохраняющийся, насколько мы можем судить, во второй половине столетия, состоит во «внешнем оправдании» и «внутреннем совершенстве» физических теорий, в физической содержательности исходных понятий, в антиципации их экспериментальной проверки, в постулате макроскопических тел с гарантированными метрическими свойствами и гарантированными реакциями на воздействия микрообъектов, в физической интерпретации геометрических и логических парадоксов.

В заключение несколько слов о связи такого определения с ретроспективными оценками стиля прошлых эпох. Для каждой эпохи, действительно, существовал некоторый определенный стиль научного исследования. Он виден не только в содержании положительных физических теорий. Может быть, еще отчетливей он виден в некотором общем идеале, к которому стремились ученые, в наибольшей степени выражавшие особенности стиля своей эпохи. Если сформулировать такой идеал, становятся более отчетливыми исторические и логические препятствия, не позволившие его реализовать в положительных физических концепциях эпохи. Эти препятствия — факты, образы, идеи, не укладывавшиеся в рамки идеальной схемы, сейчас ретроспективно представляются нам залогом последующего преобразования исходных принципов науки — своеобразным memento mori для эпохи и характерного для нее стиля.

У Аристотеля, у его комментаторов и эпигонов идеалом научного описания физического мира была *интегральная* схема мироздания, объясняющая все наблюдаемые процессы. Наиболее отчетливо такая схема была высказана в космологии и механике Аристотеля: конечная Вселенная представляет собой гармонию естественных мест, к которым стремятся тела, выведенные из своих естественных мест насильственными движениями. Memento mori перипатетической физики — отсутствие каузального механизма, объясняющего состояние тела непосредственно предшествующим состоянием.

Для классической физики XVII—XIX вв., для ее исторических антецедентов, для классических аппроксимаций в современной науке, для классических понятий в том смысле, в котором о них говорилось выше, характерна противоположная тенденция. Начиная с Галилея, в науку входит *дифференциальное* представление о движении: движущийся объект рассматривают от точки к точке и от мгновения к мгновению и непрерывные траектории частиц становятся исходными образами картины мира. Уравнения Лагранжа—наиболее отчетливое выражение этой тенденции, а лапласовская картина движений всех частиц Вселенной, постигаемая высшим существом,— идеал дифференциально-каузального объяснения. Интегральные методы сохраняются, в аналитической механике фигурируют интегральные уравнения, однозначные решения механических задач требуют определения начальных условий, но все время сохраняется надежда на каузально-дифференциальную расшифровку интегральных концепций, и, действительно, Кант дает соответствующее объяснение начальным условиям ньютоновой небесной механики. Но есть более фундаментальное затруднение — подлинное memento mori дифференциального представления. Разумеется, «mori» имеет здесь весьма условный смысл: дифференциальное представление не может исчезнуть, оно может лишь потерять абсолютный и «очевидный» характер и именно поэтому приобрести обоснование, не оставаться последним звеном анализа. Фундаментальное затруднение дифференпиального представления состоит в невозможности индивидуализировать движущееся тело, если оно не обладает другими предикатами, помимо пространственных. Это затруднение, с которым столкнулся Декарт, которое было с большой энергией подчеркнуто Лейбницем, сохранилось поныне во всей своей остроте. Мировая линия частицы остается, как уже говорилось, геометрическим понятием, не может стать объектом эксперимента, если с частицей не происходит ничего иного, кроме перехода из одной мировой точки в другую. Частица отличается от мировой точки тем, что она взаимодействует с другими частицами. Мера такого взаимодействия со всеми частицами (масса) и с частицами определенного типа (заряд), характер распада при взаимодействиях, вызывающих распад,— все это наполняет понятие мировой линии частицы собственно физическим содержанием. В этом смысле квантовая механика решает основную апорию классической картины мира.

В чем состоит соответствующий классическому идеалу, современный, неклассический, новый идеал физического объяснения? Таким идеалом является единая теория элементарных частиц. Этот идеал науки сейчас рассматривается как нечто в принципе достижимое, не слишком далекое и абсолютно необходимое для продвижения вперед в весьма важных областях физического исследования.

Вместе с тем программа, которую обсуждают при проектировании новых ускорителей и относят к ближайшим десятилетиям, является по существу программой ответа на коренной вопрос науки, неотступно стоящий перед ней в течение двух с половиной тысяч лет. Действительно, вопрос о единой материальной субстанции был поставлен в VI в. до н. э. в ионийских колониях Греции и с тех пор никогда не отступал на задний план. Сейчас речь именно и идет о единой субстанции, модификации которой образуют многокрасочный и бесконечно сложный мир физических процессов. В отличие от прошлого сейчас рассчитывают обнаружить свойства единой субстанции в ультрамикроскопических локальных областях, свойства, неотделимые от взаимодействий с процессами в других локальных областях. Поиски такого решения направлены к некоторому идеалу физического объяснения: еще не найденной теории, выводящей спектр масс и зарядов частиц, условно сейчас называемых элементарными, из ультрамикроскопических процессов, неотделимых от взаимодействий с макроскопическими.

Этот идеал, приобретающий особенно конкретные формы, когда речь идет об ожидаемых результатах экспериментов с применением очень высоких энергий, можно назвать ультрарелятивистским идеалом физической мысли. Но мы встречаем его предысторию и в нерелятивистской квантовой механике. Понятие квантового объекта приобретает физический смысл при взаимодействии квантового объекта с макроскопическим объектом. Смысл принципа дополнительности — в необходимости сочетания локального аспекта с картиной непрерывных линий, на которых определяется в общем случае вероятное значение динамических переменных.

Но мы можем пойти еще дальше в поисках наиболее общей, первоначальной, исходной формы современного стиля физического мышления. И тогда мы приходим к началу столетия, к критерию физической содержательности, примененному сначала к трехмерным геометрическим понятиям, затем к четырехмерным эвклидовым, затем к неэвклидовым. И тогда мы убеждаемся, что этот критерий и был наиболее характерной особенностью стиля научного мышления XX столетия.

Б. Г. Кузнецов

ЭЙНШТЕЙН И ПРИНЦИП МАХА

Затруднения современной теории элементарных частиц, по-видимому, имеют чрезвычайно глубокий характер; их преодоление требует весьма радикального перехода от классических представлений к иным, более радикального, чем это потребовалось для создания релятивистских и квантовых концепций. Такую характеристику положения в физике элементарных частиц можно распространить и на общую теорию относительности и релятивистскую космологию.

При построении общей теории относительности существенную роль играл принцип Маха — утверждение о зависимости всех процессов в природе от взаимодействия тел, об относительности инерции (прямолинейное и равномерное движение отнесено к совокупности тел Вселенной) и о воздействии тел Вселенной на испытывающие ускорение системы как о причине сил инерции в этих системах. Принцип Маха (не принадлежащие Маху критические замечания об абсолютном пространстве Ньютона, а то обобщение указанных замечаний, которое было сформулировано Эйнштейном и названо им «принципом Маха») можно рассматривать как наиболее общий принцип классической физики. Поэтому отказ от указанного принципа представляется самым фундаментальным антиклассическим поворотом научной мысли. Принципу Маха противостоит в качестве нового, более общего принципа научной картины мира фундаментальное обобщение исходных идей теории относительности и квантовой механики, без которого, по-видимому, нельзя решить очередные проблемы физики элементарных частиц и, вероятно, космологии. Обобщение теории относительности и квантовой механики может быть названо фундаментальным, если оно не ограничится частными аспектами, а будет основано на том или ином синтезе принципа относительности и принципа дополнительности — исходных идей Эйнштейна и Бора.

Напомним о некоторых понятиях классического учения о движении. У Аристотеля движение рассматривалось в различных формах; в частности, существовало понятие «местного движения» (φορά) и «субстанциального движения» — уничтожения (φθορά) и возникновения (γένησις). «Местное движение» включало движение тел к их «естественным местам». Система «естественных мест» образует в космологии Аристотеля каркас того, что сейчас можно было бы назвать привилегированной системой отсчета; натянутое на этот каркас пространство неоднородно, оно обладает центром и границами. Местное движение имеет абсолютный характер в интегральном смысле: оно переносит тело из одного места в другое (естественное движение — к естественному месту, насильственное — в противоположном направлении), причем одно отличается от другого в абсолютном смысле как части абсолютного пространства.

У Ньютона не абсолютное пространство гарантирует абсолютный характер движения, а наоборот, абсолютное движение придает абсолютный характер пространству. Движение (ускоренное!) абсолютно в дифференциальном смысле: в данной точке в ускоренно движущейся системе возникают силы инерции и это — единственный критерий абсолютного движения, оно не имеет кинематического смысла, абсолютное пространство не натянуто на каркас привилегированных тел отсчета.

Сейчас, в исторической ретроспекции абсолютное пространство Ньютона представляется вопросом, адресованным будущему. *Вопросом* — потому что иррациональность движения, отнесенного к пустоте, бросалась в глаза почти всем крупным мыслителям, анализировавшим ньютоново абсолютное движение. *Адресованным будущему* — потому что устранение этой иррациональной концепции было до времени невозможно, попытки найти тело «альфа», абсолютно неподвижное тело отсчета, приводили к еще более иррациональным концепциям.

В отличие от доньютоновых — античных и средневековых — представлений о неподвижном центре мира и посленьютоновых поисков гипотетического реального или мысленного абсолютного тела «альфа», Мах относит движения тел к небосводу в целом. Концепция Маха фигурирует сейчас в науке в том обобщенном и уточненном виде, который придал ей Эйнштейн: поскольку взаимные смещения звезд происходят с очень малой скоростью, не сопоставимой со скоростью распространения взаимодействий, можно рассматривать совокупность звезд как звездный газ, относить инерционное движение к системе отсчета, в которой этот газ неподвижен, и считать действие этого газа причиной сил инерции.

Мах отказался от понятия абсолютного пространства. Пример Ньютона — во вращающемся ведре вода под влиянием центробежных сил поднимается к краям, в неподвижном ведре она не испытывает воздействия этих сил — Мах объясняет, исходя из относительности всякого движения. «Опыт Ньютона с вращающимся сосудом показывает то, что относительное вращение воды по отношению к *стенкам сосуда* не пробуждает заметных центробежных сил, но что эти последние пробуждаются относительным вращением по отношению к массе Земли и остальным небесным телам» [1].

Инерция, продолжает Мах, отнесена к неподвижным звездам, вообще к совокупности тел, образующих мир: «если мы говорим, что тело сохраняет свое направление и скорость в *пространстве*, то в этом заключается только краткое указание на то, что принимается во внимание *весь мир*» [2]. Эта фраза должна быть интерпретирована как переход от совокупности дискретных тел, образующих Вселенную, к натянутому на эти тела пространству, к системе отсчета, в которой неподвижен звездный газ.

Эквивалентны ли такая система и система, в которой неподвижно ведро с поднявшейся к его краям водой?

Эквивалентность систем — относительное понятие: системы эквивалентны, если при переходе от одной из них к другой, *некоторые* соотношения не изменяются. Но у Маха нет понятия нетождественного преобразования систем отсчета; в отличие от *эквивалентности* двух систем, от *ковариантности* некоторых закономерностей по отно-

---

[1] Э. Мах. Механика. Историко-критический очерк ее развития. СПб., 1909, стр. 194.

[2] Там же, стр. 194.

шению к преобразованию систем отсчета Мах говорит о *тождестве* физического содержания двух картин.

Ньютон утверждал, что при вращении ведра центробежные силы появятся, а при вращении мира вокруг ведра, они не появятся.

«Можем ли мы удержать неподвижным сосуд с водой Ньютона, заставить вращаться небо неподвижных звезд и тогда *доказать* отсутствие центробежных сил?»,— спрашивает Мах.

«Опыт этот неосуществим,— отвечает он,— сама мысль о нем не имеет никакого смысла, ибо *оба* случая чувственно не могут быть отличены друг от друга. Я считаю поэтому *оба* случая *за один и тот же* случай и различение Ньютона за иллюзию» [3].

Понятия тождественности и ковариантности имеют, очевидно, различный смысл. В случае тождественности физического содержания двух представлений их различие остается чисто субъективным, оно не подкрепляется возможностью эксперимента, речь идет о двух описаниях одной и той же объективной ситуации. В случае ковариантности физическим смыслом обладает и само преобразование, изменение преобразуемых параметров; вопрос состоит в том, изменяются ли некоторые физические законы при реальном mutatis mutandis, при реальном переходе от одной системы отсчета к другой системе отсчета. Это отнюдь не мысленный переход, это ряд измерительных операций, при которых объект реально соприкасается с тем или иным градуированным телом отсчета. Переход от одного тела отсчета к другому — это эксперимент; преобразованию, изменению системы отсчета, переходу от одной системы отсчета к другой соответствует эксперимент, который демонстрирует сохранение некоторых физических соотношений при изменении других, иначе говоря, ковариантность тех или иных законов. У Маха же такой переход — не эксперимент, он не меняет ничего в мире.

Какая позиция по отношению к принципу Маха вытекала из наиболее общих идей Эйнштейна?

Эйнштейн называл *программой Ньютона* классический идеал науки — такое каузальное описание мира, в котором все объясняется взаимодействием тел, в свою очередь, зависящим от их положения, от пространственного рас-

---

[3] Там же, стр. 199.

пределения масс и от их скоростей. Чтобы выполнить эту программу (ей противоречило абсолютное пространство как причина сил инерции), нужно было отказаться от основ ньютоновой механики. Общая теория относительности казалась выполнением программы Ньютона, но впоследствии выяснилось, что она не укладывается в эти рамки и это связано с ее *полевым* характером. Обобщение классической теории поля Эйнштейн называл *программой Максвелла*. Программа Ньютона и программа Максвелла оказались несогласуемыми без ряда совершенно новых понятий, которые позволили явственно продемонстрировать несовместимость принципа Маха и последовательного обобщения полевой концепции.

В пределах *программы Ньютона* разграничение понятий тождественности физической ситуации и ковариантности физических закономерностей теряет значение. С точки зрения этой программы во Вселенной существует в каждый момент некоторая конфигурация качественно неизменных, неисчезающих, тождественных себе тел и любой процесс, в том числе любой эксперимент, меняет эту конфигурацию. Изменяются некоторые расстояния между телами и это в последнем счете *единственный* реальный процесс в природе. При переходе от одной системы отсчета к другой этот процесс не меняется. Никаких других реальных процессов, помимо изменения относительных положений тел, не может быть; если не изменилась конфигурация тел, значит, вообще ничего не произошло. Поэтому и ковариантность закономерностей, обнаруживаемых в двух ситуациях, становится тривиальной: двух ситуаций нет, существует лишь одна, тождественная себе ситуация.

Иначе складывается дело в рамках программы *Максвелла*. Возникновение тяготения в системе, которой мы приписали неподвижность, можно сравнить с появлением магнитного поля, когда мы представляем электрическое поле в качестве движущегося, или с появлением электрического поля при переходе к системе, в которой движется магнитное поле. В 1914 г. в статье «Формальные основы общей теории относительности» Эйнштейн говорил об эквивалентности гравитационных сил в неподвижной системе K и сил инерции в движущейся с ускорением, например, вращающейся системе K' и затем преобразовывал системы отсчета так, чтобы неподвижной считалась система K'.

Поскольку эффекты тяготения и инерции одни и те же, мы не получим каких-либо новых явлений, но получим иное объяснение ускорений, которые ранее объяснялись центробежными силами.

«Отсюда следует,— продолжает Эйнштейн,— что мы имеем все основания рассматривать вращающуюся систему K' как *покоящуюся* и интерпретировать поле центробежных сил как некоторое гравитационное поле. Эта интерпретация напоминает положение дел в специальной теории относительности, когда пондеромоторная сила, действующая на движущуюся в магнитном поле электрическую массу, истолковывается как действие на эту массу электрического поля, которое с точки зрения движущейся вместе с ней системы отсчета присутствует в месте расположения заряда» [4].

Возможно ли с помощью подобных полевых понятий обойтись без отдаленных масс как источников поля сил инерции, как тел, притягивающих воду к краям вращающегося ведра? Можно ли отказаться от воздействия отдаленных масс при объяснении сил инерции? Можно ли в теории тяготения, ускоренного движения и сил инерции ссылаться на процессы, несводимые к изменению пространственного расположения масс и вместе с тем не относить ускоренное движение к самому пространству?

В сущности именно такова тенденция общей теории относительности. В этой теории гравитационное поле зависит от десяти компонент тензора энергии — импульса. Последний описывает распределение энергии, средоточия энергии — всю совокупность агентов, воздействующих на кривизну пространства — времени. Иногда задают вопрос, может ли вызвать вращение однородного шара или кольца какой-либо физический эффект, ведь такое вращение не меняет ничего в распределении масс, не меняет ориентации вращающегося тела по отношению к другим телам. Но вращение однородного шара или кольца меняет распределение энергии и такое изменение может дать определенный физический эффект. Эддингтон считает такой эффект противоречащим принципу Маха. Он формулирует этот принцип так: «Все механические явления могут быть в конечном счете сведены к относительному положе-

---

[4] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., 1965, стр. 328.

нию и к изменениям положения масс во всем мире» [5]. С такой точки зрения абсолютное вращение, т. е. вращение без изменения относительной ориентировки, не может быть причиной физических явлений и не может обладать физическим смыслом. Но понятие тензора энергии — импульса не согласуется с таким взглядом. «В рамках теории относительности это воззрение представляется совершенно нелогичным, так как для этой теории плотность массы является только одной из десяти компонент тензора энергии, и было бы неправильно одну определенную компоненту считать единственной сущностью, обусловливающей явление» [6].

Эддингтон рассматривает кольцо, состоящее из однородного и непрерывного вещества и вращающееся как колесо по отношению к окружающим массам. По сравнению с неподвижным кольцом вращающееся кольцо не создает какого-либо иного распределения масс, вращение не состоит в каком-либо изменении взаимной ориентации тел. Тем не менее могут существовать физические эффекты вращения, поскольку распределение тензора энергии изменяется при вращении кольца по сравнению с его покоем. Эддингтон говорит, что вращение однородного шара или кольца имеет абсолютный (т. е. независимый от ориентировки относительно других тел), характер, если понимать под «вращением» изменение других условий, помимо распределения масс, учитываемых компонентами тензора энергии — импульса. «Термин «абсолютный» здесь вполне правилен, название же «вращение» менее удовлетворительно, так как наше сознание связывает с ним представление об изменении ориентации» [7].

Действительно, слово «вращение» по своему привычному, кинематическому смыслу ассоциируется с изменением пространственной ориентировки. Такое изменение имеет смысл при наличии систем отсчета равноправных либо включающих одну привилегированную систему. В первом случае вращение (без кавычек, в привычном смысле перемещения масс) будет относительным и его можно «оттрансформировать», перейдя к системе отсчета, в которой вращающееся тело неподвижно. Во втором случае

[5] А. Эддингтон. Теория относительности. М.—Л., 1934, стр. 315.
[6] Там же.
[7] Там же, стр. 317.

вращение имеет абсолютный характер и будет сопровождаться эффектами, отличающими привилегированную систему от других. Следует подчеркнуть: относительное движение — это изменение пространственного положения, пространственной ориентировки, отнесенное к одной из равноправных систем отсчета; абсолютное движение — это изменение пространственного положения в привилегированной системе отсчета. «Вращение» однородного шара и все чисто полевые процессы, в которых компоненты тензора энергии — импульса меняются *без* изменения пространственного положения масс, находятся вне этой контроверзы. Эффекты таких процессов не позволяют зарегистрировать ни относительное, ни абсолютное смещение масс: в частности, ни относительное, ни абсолютное вращение, потому что ни абсолютного, ни относительного смещения в данном случае нет.

Почему же принцип Маха в течение долгих лет был эвристическим принципом при создании и разработке общей теории относительности и релятивистской космологии? И связанный с этим второй вопрос: что заставило Эйнштейна отказаться от принципа Маха?

В 1916 г. в «Основах общей теории относительности» Эйнштейн следующим образом излагал идеи относительности ускорения. Возьмем, предлагает он, две одинаковые по величине и форме жидкие массы, которые свободно парят в пространстве так далеко одна от другой, что можно пренебречь их взаимным тяготением. Эти две массы вращаются с постоянной угловой скоростью одна по отношению к другой вокруг соединяющей их линии. Наблюдатель, регистрирующий вращение каждой массы, покоится по отношению к другой массе. Но помимо такой регистрации, возможно измерить форму каждой массы покоящимся относительно нее масштабом. Измерения привели к следующему результату: масса S_1 оказалась сферой, а масса S_2 — эллипсоидом вращения, она сплющена по оси вращения.

«Теперь,— говорит Эйнштейн,— возникает вопрос: по какой причине тела S_1 и S_2 ведут себя по-разному? Ответ на этот вопрос может быть только тогда признан удовлетворительным с теоретико-познавательной точки зрения, когда обстоятельство, указанное в качестве причины, является *наблюдаемым опытным фактом*; ибо принцип причинности только тогда имеет смысл суждения о явлениях в мире нашего опыта, когда в качестве причин и следствий в конечном итоге оказываются лишь *факты, могущие быть наблюдаемыми*»[8].

Здесь придется немного остановиться. Требование принципиальной наблюдаемости процессов, фигурирующих в качестве причин и следствий, иначе говоря, требование физической содержательности исходных и конечных понятий, сохраняется в физике только потому, что оно модифицируется, потому что понятие принципиальной наблюдаемости меняется. В свое время принципиально наблюдаемыми считались процессы однотипные с поведением макроскопических тел, а последние считались непосредственно воздействующими на органы чувств. Но классической физике и классической физиологии стало известно, что на зрение действуют электромагнитные волны; стали известны и другие факты, заставившие расширить сферу принципиально наблюдаемого. Представим себе, что причиной некоторых наблюдаемых явлений служат электромагнитные волны. Разумеется, они обладают принципиальной наблюдаемостью не в меньшей степени, чем взаимные перемещения тел. Подобные процессы описываются компонентами тензора энергии, теми девятью компонентами, которые не учитываются представлением об изменении взаимной ориентировки тел как о единственной причине физических эффектов.

Вернемся к эйнштейновской схеме двух жидких масс. Введем пространство R_1, в котором покоится тело S_1, и пространство R_2, в котором покоится S_2. С точки зрения механики Ньютона тело S_1 сохраняет в пространстве сферическую форму, потому что в этом пространстве выполняются законы механики и покоящееся тело не может сплющиться. В пространстве R_2, в котором покоится тело S_2, законы механики не выполняются и покоящееся в нем тело S_2 сплющено. Оно сплющено, потому что вращается относительно пространства R_1 — пространства, а не каких-либо тел. «Таким образом ясно,— говорит Эйнштейн,— что механика Ньютона в рассматриваемом случае удовлетворяет требованию причинности не по существу, но лишь кажущимся образом, возлагая ответственность за наблюдаемое различное поведение тел S_1 и S_2 на фиктивную причину — пространство R_1» [9].

---

[8] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. т. I, М., 1965, стр. 455.

[9] Там же, стр. 455.

Поскольку пространства R_1 и R_2 равноправны и изменение ориентации, т. е. вращение тела S_2 исчезает с переходом от пространства R_1 к пространству R_2, не может быть различия в поведении тел: каждое из них покоится в одном пространстве и вращается в другом. Ссылка на пространство R_1 как на причину различной судьбы двух тел, отклоняется. Что же служит причиной центробежных сил, деформирующих тело S_2? Эйнштейн отвечает на этот вопрос ссылкой на действие отдаленных масс.

«Удовлетворительным ответом на поставленный выше вопрос может быть только следующий: физическая система, состоящая из тел S_1 и S_2, сама по себе не дает возможности указать причину, с помощью которой можно было бы объяснить различное поведение тел S_1 и S_2. Причина должна, следовательно лежать *вне* этой системы. Отсюда следует вывод, что общие законы движения, которые, в частности, определяют форму тел S_1 и S_2, должны быть таковы, чтобы механические свойства тел S_1 и S_2 в значительной степени обусловливались отдаленными массами. которые мы не включили в рассматриваемую систему. Эти отдаленные массы (и их относительные движения по отношению к рассматриваемым телам) должны тогда рассматриваться как носители принципиально наблюдаемых причин различного поведения рассматриваемых тел S_1 и S_2; они становятся на место фиктивной причины R_1» [10].

Принцип Маха был связан с обоснованием замкнутой статической модели Вселенной. Можно представить себе, говорит Эйнштейн, что мировое пространство обладает в целом эвклидовой метрикой (вернее, квазиэвклидовой, так как в локальных областях, локальные гравитационные поля заставляют отступить от эвклидовых соотношений). В этом случае радиус Вселенной бесконечен.

В таком бесконечном пространстве средняя плотность вещества равна нулю. Тогда мы получаем пустую Вселенную, в которой при переходе к бесконечности кривизна пространства постоянна и не зависит от материи, а в конечных областях, там, где плотность материи не равна нулю, кривизна зависит от материи, но в небольшой степени.

«Если бы Вселенная была квазиэвклидова, то это означало бы, что Мах был совершенно неправ, полагая, что

---

[10] Там же, стр. 456.

инерция так же, как и тяготение, зависит от характера взаимодействия между телами. Действительно, в этом случае, при удачном выборе системы координат, $g_{\mu\nu}$ были бы постоянными на бесконечности, как это принимается в специальной теории относительности, а в конечных областях, при подходящем выборе системы координат, лишь немного отклонялись бы от этих постоянных значений вследствие влияния масс в этих областях. Физические свойства пространства тогда были бы в общих чертах независимы от материи; хотя их и нельзя было бы считать независимыми от материи совсем, они обусловливались бы ею в очень слабой степени» [11].

Дуалистическое решение (пространство зависит от материи там, где оно искривлено воздействием масс, т. е. в локальных областях, и независимо в целом, на бесконечности) не удовлетворяло Эйнштейна. В самом деле, если локальное искривление связано с наличием массы, зависит от массы, то почему же независима от масс исходная геометрия, субъект локальной модификации, субъект изменения, вызванного конкретной массой, то что искривилось под влиянием этой массы? Если исходная геометрия мира— неэвклидова, то и ей можно приписать зависимость от масс и тогда движение, независимое от локальных масс, движение по инерции, также зависит от масс, но уже от их совокупности. Если же нет материи, то нет никакого метрического поля [12].

Здесь «принцип Маха» приобретает весьма общий вид: метрическое поле определяется тензором энергии — импульса. В статье «Принципиальное содержание общей теории относительности» Эйнштейн, перечисляя исходные постулаты своей теории, говорит о принципе Маха: масса пропорциональна энергии и поскольку последняя описывается тензором энергии, можно сказать, что метрическое поле обусловливается и определяется этим тензором [13].

---

[11] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. II. М., 1966, стр. 75.

[12] См. А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., 1965, стр. 614.

[13] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I, стр. 613. В примечании Эйнштейн называет указанный постулат принципом Маха: «Название «принцип Маха» выбрано потому, что этот принцип является обобщением требования Маха: инерция должна сводиться к взаимодействию тел».

В четвертой стаффордовской лекции Эйнштейн говорил, что принцип Маха содержится в уравнениях гравитационного поля[14]. Действительно, зависимость кривизны пространства — времени от тензора энергии — импульса дает некоторый повод, чтобы извлечь из этой зависимости другую — зависимость сил инерции от действия массы и отнесение движения по инерции к совокупности масс, к системе отсчета, в которой можно считать неподвижным космический звездный газ. Если отклонение мировых линий от прямого направления объясняется действием масс, то и противостоящие такому отклонению силы инерции можно отнести за счет воздействия масс. Локальная кривизна объясняется воздействием локального распределения масс (в первом приближении действием близко расположенного и большого тяжелого тела), а искривление мировых линий тел, входящих в систему, при ускорении последней (выражающееся в их наблюдаемых ускорениях — в толчке назад при положительном ускорении поезда, в толчке вперед при его торможении, в подъеме воды к краям вращающегося ведра) объясняется существованием некоторого общего поля, создаваемого всей совокупностью масс во Вселенной.

Уязвимая сторона такой концепции состоит в том, что теория относительности рассматривает не только смещения тел, входящих во Вселенную, но так же, как мы видели, вращение однородного шара, кольца и т. д. и даже вращение всей Вселенной.

Представим себе, как это сделал в 1949 г. Гёдель, однородную, заполненную веществом Вселенную, которая вращается по отношению к каждой местной инерциальной системе отсчета, т. е. системе, в которой соблюдаются законы механики: тело, предоставленное самому себе, движется без ускорения, в покоящихся относительно этой системы ведрах вода не поднимается к краям, жидкие сферы не превращаются в эллипсоиды. По отношению к этой системе — местному «инерциальному компасу» — Вселенная Гёделя вращается, причем это вращение не состоит в каком-либо изменении ориентировки тел по отношению к другим телам: вращается *однородная* Вселенная.

Модель Гёделя не соответствует действительности, поскольку она не включает разбегания галактик или скоп-

---

[14] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. II, стр. 81.

лений галактик. Но это не ослабляет силы аргумента против принципа Маха, содержащегося в модели вращающейся однородной Вселенной. Подобная модель не расходится с исходными принципами общей теории относительности, которая не дает сама по себе однозначной модели и требует для этого дополнительных гипотез. Но если с общей теорией относительности согласуется модель с вращением, не состоящим в изменении пространственной расстановки масс, то, очевидно, из теории относительности нельзя вывести принцип Маха, как и нельзя включать этот принцип в число необходимых посылок общей теории относительности.

Может ли общая теория относительности освободиться от того, противоречащего духу теории поля, представления о «Вселенной типа ньютоновой» [15], с которым связано включение принципа Маха в систему постулатов общей теории относительности?

Из сказанного выше следует, что этот вопрос отнюдь не может быть решен простым исключением принципа Маха. Этот принцип противоречит духу теории поля. Но разве мы можем нарисовать сейчас чисто полевую картину мира? Этот принцип связан с представлением о «Вселенной типа ньютоновой», Вселенной, где все определяется положением и взаимодействием тел. Но разве мы фактически можем вывести существование этих тел и их взаимодействие из закономерностей поля? Принцип Маха сводит возможные причины динамических эффектов ускоренного движения к изменению только одной компоненты тензора энергии — импульса, компоненты, описывающей распределение масс. Но разве мы можем связать эту компоненту с другими, наполнить понятие тензора энергии — импульса единым физическим содержанием, считать его описанием некоторой единой субстанции, исключив, таким образом, распределение масс как исходное представление?

---

[15] Эйнштейн пишет о концепции Маха: «Это мнение я долгое время считал в принципе правильным. Оно неявным образом предполагает, однако, что теория, на которой все основано, должна принадлежать тому же общему типу, как и ньютонова механика: основными понятиями в ней должны служить массы и взаимодействия между ними. Между тем нетрудно видеть, что такая попытка решения не вяжется с духом теории поля» («Физика и реальность», М., 1965, стр. 141—142).

Во всех этих вопросах звучит в сущности одна и та же констатация. Ее можно сформулировать с помощью некоторой исторической аналогии.

Ньютон не мог достичь *классического идеала* — того, что Эйнштейн назвал «программой Ньютона». По ряду причин Ньютон должен был отнести силы инерции не к телам, а к пустому пространству и ввести понятия абсолютного движения и абсолютного пространства. Многие мыслители, начиная с современников Ньютона, в том числе Гюйгенса и Лейбница, понимали незаконность этих понятий. Но последние могли быть исключены только на основе новых представлений и классический идеал восторжествовал ценой таких обобщений, которые таили радикальный отказ от этого идеала как исходного принципа науки.

Аналогичным образом Эйнштейн не имел возможность реализовать то, что можно было бы назвать «программой Эйнштейна» и что включало отказ от принципа Маха. Многие физики (в том числе сам Эйнштейн в автобиографическом очерке 1949 г.) понимали незаконность включения принципа Маха в число постулатов общей теории относительности как теории поля. Но так же как в классической физике критика абсолютного пространства не привела в течение двух с половиной веков от Ньютона до Эйнштейна к принципу Маха (напомним, что у Маха не было этого принципа и тем более не было основанной на нем физической концепции), также критика принципа Маха в релятивистской физике не привела (*пока* не привела и, разумеется, тут не потребуется двух с половиной столетий) к космологической теории, однозначным образом исключающей этот принцип. Не привела, несмотря на наличие логически безупречных аргументов, не менее сильных, чем аргументы против абсолютного пространства, выдвигавшиеся с 1687 г. («Математические начала натуральной философии») до 1916 г. («Основы общей теории относительности»).

Принципу Маха противостоит теория относительности *как полевая теория*. Но является ли она уже сейчас полностью полевой?

«Одна теория отличается от другой,— пишет Эйнштейн,— главным образом выбором «кирпичей» для фундамента, т. е. ни к чему несводимых основных понятий, на которых построена вся теория. В классической теории (механика) такими основными понятиями являются материальная точка, сила взаимодействия между материальными точками и инерциальная система (последняя составляется из декартовой системы координат и временно́й координаты). С ростом наших знаний об электромагнитном поле к числу основных понятий прибавилось понятие поля, рассматриваемого как второй носитель энергии» [16].

Обратимся, однако, к тем модификациям, которые внесены в критерий выбора «кирпичей» и в само это понятие теорией относительности. Последняя не только изменила смысл такого исходного понятия как инерциальная система (включив в это понятие постулат постоянства скорости света). «Теория предполагает далее, что мы можем отбросить концепцию материальной точки и иметь дело только с концепцией поля», говорит Эйнштейн после приведенных строк о «кирпичах» физической теории. Речь идет о специальной теории относительности. Она, релятивируя одновременность, исключает образ Вселенной как системы материальных точек, которые своей дислокацией и мгновенным значением потенциальных энергий предопределяют состояние Вселенной в последующие мгновения.

Общая теория относительности еще радикальнее переходит от этого образа (постулируемого принципом Маха) к полевому представлению. Из числа элементарных, исходных понятий исключается инерциальная система. «В общей теории относительности инерциальная система заменяется полем смещений, которое является составной частью единого поля, представляющего собой единственное средство описания реального мира. Пространственный аспект реальных вещей, таким образом, полностью выражается полем, зависящим от четырех координат — параметров; он есть свойство этого поля» [17].

Речь идет об общей теории относительности как о полевой теории. Но *такая* теория относительности была для Эйнштейна идеалом (как для Ньютона могла бы быть идеалом, а для классической механики в целом действительно была идеалом, схема мироздания, состоящего только из взаимодействующих материальных точек), а не достигнутой позицией. В конце книги «Сущность теории относительности», указывая на необходимость полевого

---

[16] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. II, стр. 787.
[17] Там же, стр. 788.

представления, чтобы избежать включения инерциальной системы в число исходных понятий, Эйнштейн пишет:

«По этой причине я не вижу в существующей ситуации другого возможного пути, кроме чисто полевой теории, которая, впрочем, должна тогда решить такую чрезвычайно трудную задачу, как вывод атомистического характера энергии» [18].

По отношению к чисто полевой теории, которой может быть только теория единого поля, общая теория относительности служит предварительным, вынужденным по своему ограниченному характеру, построением. В автобиографии 1949 г. Эйнштейн рассказывает, как он пришел к общей теории относительности и, в частности, говорит об ограничении анализа первоначальной задачей. Он рассматривает два случая: чистое поле тяготения и общее поле, включающее электромагнитные силы.

«Попытка найти представление для полного поля и получить для него уравнения казалась мне в то время бесперспективной и я на нее не отважился. Я предпочел установить для изображения всей физической реальности предварительные формальные рамки. Это было нужно для того, чтобы иметь возможность исследовать, хотя бы предварительно, пригодность основной идеи общей относительности» [19].

Основная идея общей теории относительности, о которой идет здесь речь, выражается в десяти уравнениях гравитационного поля с выражениями, характеризующими кривизну пространства — времени, с одной стороны, и с компонентами тензора энергии — импульса — с другой. Тензор этот записывается справа от знака равенства и включает, по выражению Эйнштейна, «все то, что не может быть пока объединено в единой теории поля».

«Конечно,— продолжает Эйнштейн,— я ни одной минуты не сомневался в том, что такая формулировка есть только временный выход из положения, предпринятый с целью дать общему принципу относительности какое-то замкнутое выражение. Эта формулировка была, ведь по существу *не более* чем теорией поля тяготения, несколько

---

[18] Там же, стр. 789.

[19] А. Эйнштейн. Творческая автобиография.— В кн.: А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 158.

искусственно оторванного от единого поля (Gesamtfeld) еще неизвестной структуры» [20].

Известно замечание Эйнштейна об уравнении гравитационного поля: оно опирается на две ноги — тензор кривизны и тензор энергии — импульса; первый подобен мраморной колонне, а второй — неполноценен. Его неполноценность связана с промежуточным, переходным, по отношению к единой теории поля, характером общей теории относительности, и не дает возможности найти рациональную связь между понятием поля и понятием частицы.

«Если бы мы имели уравнения для единого полного поля, то нужно было бы требовать, чтобы и самые частицы могли быть представлены как решения полных уравнений поля, *нигде* не имеющих особенностей. И только тогда общая теория относительности стала бы *замкнутой* теорией» [21].

Неполноценность тензора энергии — импульса с точки зрения концепции поля и была непосредственной основой поисков обобщенной теории. В приложении к стаффордовским лекциям, которое называется «Обобщение теории тяготения», Эйнштейн пишет об уравнении тяготения:

«Левая часть этого уравнения зависит только от симметричного тензора g_{ik}, описывающего как метрические свойства пространства, так и гравитационное поле. Правая сторона уравнения феноменологически описывает все источники гравитационного поля. Тензор T_{ik} представляет энергию, которая создает гравитационное поле, но сама не имеет гравитационного характера, как, например, энергия электромагнитного поля, энергия плотности вещества и т. д. При составлении тензора T_{ik} были использованы представления дорелятивистской физики, которые только a posteriori были согласованы с общим принципом относительности» [22].

В единой теории поля компонента тензора энергии — импульса, описывающая распределение масс, т. е. в последнем счете положение материальных точек, как бы растворяется в полевом представлении, и изменения тензора в целом становятся описанием процессов, несводимых к перегруппировке материальных точек. Эйнштейн думал

[20] А. Эйнштейн. Творческая автобиография. — В кн.: А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 159.
[21] А. Эйнштейн. Физика и реальность. М., 1965, стр. 161.
[22] А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. II, стр. 762.

о гравитационном и магнитном поле. Сейчас проблема единого поля неотделима от взаимодействия множества полей, трансмутации элементарных частиц, выведения значений масс и других признаков каждого типа частиц из некоторых общих принципов и допущений.

Можно предположить, что изменение оценки принципа Маха связано у Эйнштейна со все большим сосредоточением его сил на поисках единой теории поля. Но изменение оценки не влияло на структуру общей теории относительности. Прибегнем еще раз к мелькавшему сравнению этой ситуации с оценками понятия абсолютного пространства. Можно видеть некоторую аналогию между современной критикой принципа Маха и той критикой механики Ньютона, из которой вырос этот принцип. В 80-е годы прошлого века Мах, вслед за большой вереницей критиков ньютонова понятия абсолютного пространства отнес ускоренные движения к материальным телам. Тогда еще не было специальной теории относительности, не было представления о кривизне пространства — времени, не было известно об искривлении лучей света в гравитационном поле, не было предпосылок общей теории относительности. Если бы Ньютон прожил еще полтораста лет, ознакомился с аргументами Маха, и они произвели бы на него впечатление, создатель классической механики все равно не мог бы отказаться от абсолютного пространства. Ведь ньютоново абсолютное пространство вовсе не было простым пятном на солнце классической механики. Оно противостояло аристотелевому абсолютному пространству, натянутому на центр и границы мира. Оно было необходимо Ньютону, чтобы дать ускоренному движению чисто локальный критерий и, таким образом, создать дифференциальное представление о движении. Мироздание подчинено первому закону Ньютона, выражающему неискривленность пространства: пространство как таковое по своим геометрическим свойствам не может искривлять траектории тел и они остаются прямыми. В «плоском» неискривленном пространстве действуют силы, обязанные взаимодействию тел и ответственные за искривление их траекторий. Пока система не испытывает ускорения, второй закон, выражающий этот принцип, действует безотказно. Но когда система испытывает ускорение, на нее действует «плоское» пространство, препятствующее искривлению тел, обладающее некоторой количественной мерой (инертная масса) такого воздействия. Первый и второй законы Ньютона не могли сохранить свою классическую форму без фикции абсолютного пространства. У Ньютона, как впоследствии у Эйнштейна, не было возможности отказаться от эпистемологически некорректного понятия (у Ньютона — абсолютное пространство, у Эйнштейна — принцип Маха) без некоторой *единой теории*. Чтобы отказаться от абсолютного «плоского» пространства, сопротивляющегося искривлению траекторий, т. е. вызывающего центробежные силы, нужна была единая теория ускорения и инерции, иными словами, объединение первого и второго законов Ньютона. Но это было невозможно, пока физика не давала оснований для отождествления поля с изменением геометрических свойств пространства.

Ньютон не пользовался в концепциях инерции и ускорения координатным представлением в смысле указаний на некоторые привилегированные (типа центра мира и его границ или неподвижных по отношению к ним тел) или эквивалентные (движущиеся тела) каркасы, на которые натянуто пространство отсчета. Ньютон пользовался критерием локальной инвариантности, чтобы отличить движение по инерции от ускоренного движения: если пропорциональность между взаимодействием и ускорением в данной системе сохраняется, система покоится или движется по инерции, если пропорциональность нарушается, система движется с ускорением.

Критика ньютонова абсолютного пространства всегда была справедливой в своей негативной части: движение по неотнесенной ни к чему прямой линии, как и неотнесенное ни к чему ускорение, не могут считаться физически содержательными представлениями. Но каков был позитивный смысл этой критики, включая критику Маха? Речь шла о координатном представлении движения. Отнести инерцию и ускорение к Земле или к другому конкретному телу, значило бы отказаться от перенесения законов движения в небесную механику. Поэтому Ньютон и ввел лишенное каркаса выделенных точек однородное пространство, которое обладало только одним свойством: в каждой системе, неподвижной или движущейся без ускорения в этом пространстве, тела, предоставленные сами себе, движутся прямолинейно и равномерно.

Такой компромисс вытекал из расхождения между *программой* Ньютона и тем, что можно было сделать в

«Началах». Это исторический антецедент расхождения между полевой *программой* Эйнштейна и тем, что можно было сделать без единой теории поля.

Подведем краткий итог тому, что было сказано о принципиальной несовместимости принципа Маха с теорией относительности как *полевой* концепцией, о компромиссном характере применения принципа Маха при построении общей теории относительности.

Принцип Маха объясняет локальные процессы интегральной схемой — распределением масс во Вселенной — и в этом отношении идет назад от дифференциального представления, прослеживающего распространение локальных событий от точки к точке и от мгновения к мгновению. Принцип Маха соответствует картине дискретных тел, которые взаимодействуют, создают силовые поля, движутся под влиянием этих полей, но не возникают и не исчезают в качестве средоточий поля. Поэтому изменение тензора энергии — импульса, не сводящееся к передислокации масс, игнорируется принципом Маха. Игнорируется также — отрицается возможность физических, т. е. принципиально наблюдаемых эффектов — физическая содержательность таких процессов, как вращение Вселенной. Соответственно понятие координатного преобразования и понятие ковариантности приобретают тривиальный смысл, при переходе от одной системы отсчета к другой ничего не происходит, реальные изменения отсутствуют, каждое преобразование является по существу тождественным и чисто субъективным изменением точки зрения.

Означает ли все сказанное, что при выполнении того, что выше было названо *программой Эйнштейна*, при построении единой теории поля, должен быть отброшен не только принцип Маха, но и всякая мысль о воздействии Вселенной в целом на локальные процессы?

Ответ на этот вопрос зависит от того, возможна ли иная концепция указанного воздействия, отличающаяся от принципа Маха, не противоречащая духу теории поля, не игнорирующая собственно «полевые» компоненты тензора энергии — импульса. Ответ зависит также от того, какими путями пойдет выполнение *программы Эйнштейна*.

Это условное название напоминает о программе Ньютона, которая не была выполнена в «Математических началах натуральной философии». Программа Эйнштейна не была выполнена в «Основах общей теории относительности» и теперь она представляется более общей, чем единая теория поля в форме, которую ей придавал Эйнштейн в 30—50-е годы, т. е. в виде геометрических соотношений, определяющих направление мировых линий как в гравитационных, так и в электромагнитных полях. По-видимому, программа Эйнштейна будет реализована на другом пути, не только с учетом каркаса мировых линий, отвечающего тем или иным макроскопическим геометрическим соотношениям, но и с учетом ультрамикроскопических событий, превращающих мировые линии из геометрических понятий в физические. Быть может, эти ультрамикроскопические события и окажутся зависимыми от структуры Вселенной.

Неявным и подчас весьма иррациональным выражением принципиальной возможности связать микропроцессы со структурой Вселенной были космологические схемы Эддингтона, Дирака и Иордана, основанные на весьма общих постулатах о взаимной зависимости микроскопических и космических констант.

В 30—40-е годы Эддингтон утверждал, что все физические постоянные и все физические законы могут быть однозначно выведены из общих принципов познания [23]. Эта мысль близка мысли Эйнштейна, высказанной в автобиографическом очерке 1949 г.: безразмерные константы могут быть выведены из общих постулатов, они в идеале не должны быть заданными эмпирическими величинами [24]. Эту же мысль Эйнштейн высказал в беседе со Штраусом: «Я хотел бы знать, мог ли бог создать мир иным» [25]. «Бог» — это псевдоним гармонии бытия, а «иной мир» означает иные физические соотношения, иные константы; речь здесь идет об однозначном выведении конкретных законов бытия из постулата каузальной гармонии мироздания. Но Эйнштейн высказал эту мысль в форме вопроса, догадки, недоказанного предположения, отнюдь не в виде каких-либо априорных конструкций.

---

[23] A. Eddington. Relativity Theory of Protons and Electrons. Cambridge, 1937; A. Eddington. Fundamental Theory. Cambridge, 1946.

[24] А. Эйнштейн. Творческая биография.— В кн.: А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 154.

[25] Helle Zeit-Duncle Zeit. C. Seelig (Hrsg), Zürich, Europa-Verlag. 1956, S. 72.

Эддингтон утверждал, что Вселенная состоит из $136 \cdot 2^{256}$ протонов и такого же числа электронов. Далее Эддингтон делил «радиус Вселенной» на квадратный корень из этого числа и получал «естественную единицу длины», равную классическому радиусу электрона.

Априорность и подчас фантастический характер этих вычислений очевидны. Но не менее априорной и фантастической была попытка Кеплера вывести в «Космографической тайне» эмпирические константы — радиусы планетных орбит — из общих геометрических соотношений: описав вокруг сферы Земли додекаэдр и затем вокруг него шаровую сферу, мы получим сферу Марса; описав вокруг нее тетраэдр, мы получим на окружающей его шаровой поверхности орбиту Юпитера; таким же способом с помощью куба получается орбита Сатурна, а с помощью икосаэдра и октаэдра внутри земной сферы — орбиты Венеры и Меркурия.

Задача историка заключается не в том, чтобы констатировать очевидную сейчас фантастичность некоторых идей прошлого (а иногда и современных идей), а в том, чтобы определить, какой реальный вопрос, адресованный будущему и не находивший ответа в прошлом (может быть, не находящий ответа и сейчас), толкал научную мысль к априорным и фантастическим решениям.

Вопрос, который проходил через всю историю науки, заключался в следующем. Гармония мироздания состоит в каузальной связи его элементов. Такая связь включает подчинение локальных процессов общим закономерностям, охватывающим Вселенную в целом. Но этого недостаточно: зависимость, определяющая ход локальных процессов, будет каузальной зависимостью, если она осуществляется от точки к точке и от мгновения к мгновению, если каждый локальный процесс возникает в результате некоторого локального процесса в соседней бесконечно малой пространственно-временнóй области. Эти критерии каузальной гармонии мироздания выражаются, во-первых, в интегральных, и во-вторых, в локальных закономерностях. Схема «естественных мест» космологии Аристотеля была «интегральной» схемой мировой гармонии. Интегральные законы классической физики также подчиняли ход локальных процессов некоторым условиям, определяющим целое, но они были интегральными без кавычек, они предполагали дифференциальное представление о движении материальных точек, интегралы, фигурирующие в различных формулировках принципа наименьшего действия, являются действительно суммами бесконечного числа бесконечно малых величин. Классическая физика в отличие от физики Аристотеля (игнорировавшей дифференциальный механизм интегральных закономерностей) была интегрально-дифференциальным представлением о движении и о распространении взаимодействий. Вернее было бы сказать, что единым, интегрально-дифференциальным был классический идеал науки, конкретные теории обладали некоторой расходимостью: мысль Ньютона о мгновенном действии на расстоянии и связанное с ним представление об абсолютном времени игнорировали дифференциальный механизм интегральных закономерностей.

Единство интегральных и дифференциальных закономерностей было величайшим открытием XIX столетия. Наше столетие открыло их *дополнительность*. Как оказалось, ультрамикроскопические локальные процессы (по отношению к которым трек элементарной частицы в фотоэмульсии — макроскопическая аппроксимация) не подчиняются в абсолютном смысле интегральным закономерностям и измерение классических по существу макроскопических величин в ультрамикроскопическом мире возможно только при статистическом понимании этих величин: мы получаем в общем случае однозначные и достоверные значения не для самих этих величин, а для их вероятностей. В рамках нерелятивистской квантовой механики можно в принципе получить сколь угодно точное значение каждой динамической переменной за счет сопряженной переменной. Для этого служит тело взаимодействия — классический объект, по отношению к которому квантовая механика отказывается от квантовой детализации. В более общей, релятивистской, квантовой теории, которая учитывает квантовую природу не только данного поля, но и того поля, с которым данное поле взаимодействует, тело взаимодействия уже не может безоговорочно рассматриваться как классический объект. Соответственно невозможно получить точные значения даже одной переменной. Неопределенность становится универсальной.

Соответственно и понятие дополнительности приобретает более общий смысл. По существу речь идет о дополнительности сплошного, континуального, недетализированного аспекта физической картины мира и ультрамикроскопического аспекта. Первый дает схему непрерывных мировых линий тождественных себе «реальных» частиц. Второй — хаотическую картину процессов, которые не могут сами по себе стать объектом пространственно-временно́го представления.

Между указанными аспектами существует соотношение дополнительности. Понятие ультрамикроскопических процессов не имеет смысла без понятия непрерывных мировых линий, мировые линии не имеют физического смысла без заполняющих эти линии ультрамикроскопических процессов. Но ультрамикроскопические процессы нарушают непрерывность мировой линии, они являются с пространственно-временно́й точки зрения физическими, реальными прообразами локальных вариаций четырехмерной пространственно-временно́й кривой.

Дополнительность макроскопического, пространственно-временно́го аспекта (каркаса мировых линий) и ультрамикроскопического аспекта становится очевидной в свете введенного и применявшегося Эйнштейном критерия физической содержательности понятий. Понятие является физически содержательным, если из него могут быть логически выведены соотношения, допускающие в принципе эмпирическую проверку, сопоставление с опытом. С этой точки зрения мировая линия как таковая не обладает физическим смыслом, она остается чисто геометрическим объектом, понятием эвклидовой, римановой или еще более общей четырехмерной геометрии. Она становится физическим объектом, когда пространственно-временны́е точки или клетки заполнены событиями, несводимыми к переходу из одной мировой точки или клетки в другую.

С другой стороны, указанные события сами по себе без нарушаемой ими непрерывности мировых линий не имеют физического смысла. Представим себе, например, что указанные внепространственно-временны́е процессы состоят в элементарных трансмутациях частиц в клетках дискретного пространства — времени. Но трансмутация означает изменение массы, заряда, спина — свойств, характеризующих мировую линию частицы, ее направление и кривизну в заданном поле. Трансмутации могут иметь физический смысл, если они означают переход от одной эвентуальной мировой линии к другой. Без этого ультрамикроскопические процессы не могут быть объектом экспериментальной регистрации, так же как мировые линии, не заполненные ультрамикроскопическими событиями. Подобные ультрамикроскопические процессы, не обладающие сами по себе возможностью регистрации, называются виртуальными.

Мы еще вернемся к дополнительности мировых линий и виртуальных процессов. Сейчас вновь обратимся к связи микромира и структуры Вселенной. Отбросим позитивные выводы и подсчеты Эддингтона и обратим внимание только на нерешенную проблему, которая, быть может, скрывается за ними. Нас здесь интересует возможное воздействие Вселенной на локальные процессы и воздействие локальных процессов на структуру Вселенной. У Эддингтона эти возможные воздействия слабо разграничены, его интересует пропорциональность космических соотношений и соотношений, рассматриваемых в физике элементарных частиц. При этом гармония мира представляется трехмерной: связаны между собой неизменные во времени характеристики Вселенной и неизменные микрофизические соотношения — физические *константы* в буквальном смысле слова.

Дирак подошел к проблеме мировых констант несколько иначе. Он рассматривал их не как физические характеристики современных связей и соотношений космоса и микрокосма, а как функции возраста мира [26]. Дирак считал возможным положить в основу своей концепции часто высказывавшееся уже в 30-е годы предположение о дискретности пространства и времени. Существует элементарная длина порядка 10^{-13} *см* и элементарный интервал времени — время, необходимое свету, чтобы пройти элементарное расстояние, т. е. интервал порядка 10^{-23} — 10^{-24} *сек.* В качестве единицы массы Дирак берет массу нуклона — приблизительно 10^{-24} *г.* Тогда получается некоторая единица плотности — частное от деления 10^{-24} *г* на объем элементарной пространственной ячейки — плотность порядка 10^{15} *г/см*^{3}, т. е. величина, близкая к плотности атомного ядра. У Дирака получилась средняя плотность Вселенной порядка 10^{-43} указанной элементарной плотности, а возраст Вселенной оказался равным приблизительно 10^{40} элементарных длительностей. Возрасту Вселенной, выраженному таким

[26] P. Dirac. Nature, 1937, v. 139, 323; Proc. Roy. Soc, 1938, v. A165, 199.

образом, т. е. в элементарных единицах времени, пропорциональны некоторые соотношения в микромире, например, отношение электростатического притяжения к силам тяготения в атоме водорода. Эти постоянные соотношения связаны с возрастом Вселенной коэффициентом пропорциональности порядка единицы. Но заряд и масса частиц, как предположил Дирак, не меняются со временем. Указанные соотношения пропорциональны возрасту Вселенной, потому что со временем меняется, а именно убывает гравитационная «постоянная». «Постоянство» последней — мгновенное постоянство, оно не сохраняется во времени.

Иордан подхватил идею Дирака и создал сравнительно разработанную концепцию изменения гравитационной «постоянной» [27]. Он берет космические константы — скорость света, гравитационную постоянную, максимальный известный возраст тяжелых элементов, скорость расширения Вселенной, среднюю плотность массы во Вселенной и «радиус мира» и составляет из них три безразмерные комбинации, равные по порядку величины единице. Тот факт, что выражение равно единице, можно, очевидно, рассматривать как равенство некоторых входящих в это выражение величин. Таким путем Иордан приходит к выводам: скорость возрастания радиуса мира равна скорости света; масса Вселенной возрастает пропорционально квадрату ее «возраста» (по мнению Иордана, за счет возникновения сверхновых звезд; впрочем, принятая им частота возникновения сверхновых не соответствует наблюдениям); гравитационная постоянная уменьшается пропорционально «возрасту» Вселенной.

Теория Иордана еще явственнее, чем теории Эддингтона и Дирака, демонстрирует следующее обстоятельство. В сущности все эти теории не столько прокладывают мост между космосом и микромиром, сколько воздвигают барьер между ними. В самом деле, примéним к этим теориям эйнштейновский критерий «внешнего оправдания» (соответствия наблюдениям) и «внутреннего совершенства» (отсутствие допущений ad hoc, выведение теории из наиболее общих принципов, естественность теории) [28].

---

[27] P. Iordan. Die Herkunft der Sterne. Stuttgart, 1957; Schwerkraft und Weltall, 2 Aufl. Braunschweig, 1955.

[28] См. А. Эйнштейн. Творческая автобиография.— В кн.: А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 139—140.

Соответствие наблюдениям здесь в ряде случаев совершенно условно: эмпирическая основа таких величин как средняя плотность Вселенной, скорость ее расширения и другие,— весьма шаткая, она позволяет подобрать значения, укладывающиеся в различные формулы. Что же касается общих исходных принципов, то среди них мы как раз не встречаем принципов физики микромира, принципов нерелятивистской квантовой механики и еще более общих принципов релятивистской квантовой теории.

То же можно сказать о теории непрерывного творения вещества, выдвинутой в конце 40-х годов Хойлом [29], а также Бонди и Голдом [30].

В 1948—1949 гг. Хойл нарисовал две модели Вселенной — варианты той модели без космологического члена, к которой Эйнштейн перешел после работ Фридмана и наблюдений Хаббла. При отбрасывании космологического члена расширение Вселенной представлялось слишком быстрым, возраст Вселенной был меньше возраста Земли, и только в 1952 г. космическая шкала расстояний оказалась вдвое большей и указанное противоречие исчезло. В 1948—1949 гг. казалось важным устранить это противоречие каким-то радикальным обобщением модели без космологического члена. Хойл вернулся к модели де Ситтера, т. е. пространству нулевой кривизны, которое расширяется с постоянной скоростью. Это допущение является частью выдвинутого Хойлом *совершенного космологического постулата*: Вселенная однородна не только в пространстве (повсюду усредненные соотношения стремятся к одним и тем же значениям), но и во времени (наблюдатель *всегда* встретится с теми же усредненными соотношениями). Этот постулат включает не только утверждение о постоянной скорости расширения, но и утверждение о постоянной во времени средней плотности Вселенной.

Как согласовать постоянную во времени плотность с расширением Вселенной? Хойл хотел добиться такого согласования весьма радикальным допущением: вещество возникает, нарушая законы сохранения, и компенсирует уменьшение плотности, вызываемое расширением.

[29] F. Hoyle. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1948, v. 108, 372; 1949, v. 109, 365.

[30] H. Bondi, T. Gold. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1948, v. 108, 252.

Таким образом, здесь ad hoc вводится допущение, противоречащее принципам сохранения, без которых трудно интерпретировать соотношения квантовой механики и релятивистской квантовой теории микромира.

Исходный пункт теорий Эддингтона, Дирака, Иордана и отчасти Хойла — количественные совпадения некоторых комбинаций мировых констант. Пифагорейский дух здесь присутствует не в меньшей степени, чем в XVII в. в «Космографической тайне» Кеплера. Быть может, имеет смысл подумать о диаметрально противоположном направлении мысли, ищущей связь между космосом и микрокосмосом, о чисто качественном анализе проблемы, как исходном пункте ее решения. Возможность такого пути вытекает из весьма общих принципиальных предположений. Мы выскажем их сначала в самой краткой форме, а потом несколько детализируем.

Принцип Маха объясняет воздействием всех тел Вселенной поведение тождественных себе движущихся тел, иначе говоря, особенности мировых линий. Локальные поля объясняют ускоренное движение, а движение по инерции отнесено к совокупности всех тел Вселенной, которая и является источником сил инерции. Но, может быть, воздействие Вселенной определяет не каркас мировых линий, а особенности заполнения мировых линий прерывающими их непрерывность виртуальными процессами. Переход от этих дискретных событий к непрерывным мировым линиям создает реальный физический прообраз математического анализа. Пока в картине мира не обозначены непрерывные траектории, или, в четырехмерном представлении, непрерывные мировые линии, пока мы не прослеживаем движение физического объекта от точки к точке и от мгновения к мгновению, мы не можем говорить о динамических переменных как о функциях координат, а также о расстоянии, как функции координатных разностей, т. е. о метрике, как о физическом понятии. Стихия виртуальных процессов не дает возможности ввести в игру количественные определения физических величин: значения пройденных путей, их первые и вторые производные по времени, т. е. скорости и ускорения и значения всех определяемых по скорости и по ускорению других переменных.

Допустим, что пространство — время дискретно и состоит из клеток с пространственными линейными размерами $\rho \sim 10^{-13}$ *см* и временно́й длительностью $\tau = \rho/c \sim 10^{-24}$ *сек*. Каков физический смысл этого допущения? Делимость пространства — времени на бесконечно малые части *физически* означает одно: физический объект может в течение бесконечно малого интервала времени изменить свое положение на бесконечно малую величину. Иначе говоря, бесконечная делимость пространства — времени означает непрерывность движения. Дискретность пространства — времени означает невозможность движения внутри минимальных пространственно-временны́х клеток. Тождественный себе физический объект не может «пройти» через клетку. Такая картина исключает движение. Мыслитель II в. н. э. Александр Афродизийский, излагая взгляды эпикурейцев, писал: «Движения нет, есть только результат движения». Как же получается «результат движения», как частица, существовавшая в одной клетке, оказывается в следующей? Очевидно, мы должны отождествить частицу, оказавшуюся в данной пространственной клетке, с частицей, которая находилась в предыдущий неделимый интервал времени в соседней клетке. Такое отождествление, такое превращение дискретных событий в поведение тождественного себе физического объекта — первое звено анализа. Оно требует некоторого макроскопического представления о движении, представления о мировой линии. Само понятие возникновения и уничтожения частицы теряет смысл без дополнительной характеристики, без существования мировой линии. Ведь речь идет об уничтожении или возникновении частицы *данного типа*, т. е. о трансмутации, а она, как уже было сказано, состоит в изменении эвентуальной мировой линии, в возникновении характеризующих мировую линию значений массы, заряда, спина и т. д.

Отождествив анигиллировавшую частицу с появившейся в соседней клетке частицей, обладающей такой же эвентуальной мировой линией, т. е. с частицей того же типа, мы приходим к введенному Я. И. Френкелем понятию регенерации [31], несколько модифицированному с учетом дискретности пространства — времени: частица данного типа превращается в частицу другого типа,

---

[31] Я. Френкель. Докл. АН СССР, 64, 4, 507, 1949; Усп. физ. наук, 42, вып. 1, 69, 1950.

а эта последняя — в частицу исходного типа в течение интервала времени τ порядка 10^{-24} *сек*, причем регенерировавшая частица появляется на расстоянии ρ порядка 10^{-13} *см*, что можно рассматривать как сдвиг со скоростью $\rho/\tau = c$.

К этой картине первичных сдвигов-регенераций неприменимы топологические понятия (а следовательно, и понятия, соответствующие группам, входящим в топологическую группу: аффинной, метрической и т. д.) и неприменим анализ бесконечно малых. Именно поэтому первым звеном исследования должны быть не аналитические понятия, а качественные; на первой стадии исследования мы встречаем чисто качественные определения. Количественно-математические определения *континуума* появляются, как только мы вспоминаем о дополнительности ультрамикроскопического и макроскопического аспектов и вводим в игру непрерывные мировые линии.

Поэтому исходные понятия, с помощью которых может рассматриваться связь между ультрамикроскопическими и макроскопическими процессами, это логико-математические, а не собственно-математические понятия. Переходу от ультрамикроскопических процессов к макроскопическим соответствует не столько анализ бесконечно малых, сколько метаматематические понятия.

Этот метод противоположен констатации чисто количественных совпадений между комбинациями космических и микроскопических констант.

Рассмотрим последовательно две неотделимые одна от другой стороны связи макроскопических и ультрамикроскопических процессов: сначала образование макроскопических процессов из ультрамикроскопических, затем влияние макроскопических (именно космических) процессов на ультрамикроскопические.

Возьмем частицу с эвентуальной мировой линией, проходящей внутри светового конуса, т. е. с ненулевой массой покоя. Пусть это будет, например, электрон. Элементарные сдвиги-регенерации ρ происходят со скоростью $\rho/\tau = c$, т. е. на световом конусе. Обозначим через М ультрамикроскопическую мировую линию электрона, а через Λ макроскопическую усредненную мировую линию. Если вероятность сдвига ρ во всех направлениях симметрична, т. е. $p(\rho) = p(-\rho)$, то частица после большого числа случайных блужданий окажется вблизи исходного пункта, ее пространственная траектория будет мало отличаться от нулевой, а макроскопическая мировая линия Λ пойдет параллельно временной оси. Если в пространстве существует некоторое диссимметричное направление, на котором $p(\rho) > p(-\rho)$, то частица макроскопически сдвигается вдоль этого направления на некоторое конечное расстояние, со скоростью, пропорциональной диссимметрии вероятностей сдвигов-регенераций. Очевидно, макроскопическая скорость при любой диссимметрии не может быть больше $\rho/\tau = c$. Скорость эта обратно пропорциональна статистическому разбросу направлений элементарных сдвигов ρ.

Можно показать, что диссимметрия распространяется со скоростью $\rho/\tau = c$. Речь идет о диссимметрии вероятностей. Вероятность процесса сама является достоверной, она распространяется без статистического разброса, и макроскопическая скорость не испытывает связанного с разбросом уменьшения по сравнению с $\rho/\tau = c$.

Подобная условная схема иллюстрирует уже не условную, а реальную тенденцию: попытки выведения макроскопических соотношений из ультрамикроскопических опираются на учет воздействия на микропроцессы макроскопических, континуальных объектов. В только что нарисованной схеме понятия мировой линии и, следовательно, себетождественности «реальной» частицы приобретают физический смысл, если в пространстве задана макроскопическая диссимметрия.

По-видимому, независимо от правильности и однозначности схемы дискретного на световом конусе пространства-времени, общая, пока еще неопределенная мысль о зависимости длительного (по сравнению с $\tau \sim 10^{-24}$ *сек*) «реального» физического бытия элементарной частицы от макроскопических условий, является фундаментальным принципом неклассической физики, столь же фундаментальным, как принцип Маха (зависимость *мировых линий* от распределения масс) для классической физики. Понятие *физического бытия* здесь шире, чем понятие мировой линии: оно требует дополнительных одно по отношению к другому определений мировых линий и определений виртуальных процессов, заполняющих мировые линии, придающих им физический характер.

Основная идея Эйнштейна (относительный, варьирующийся при преобразованиях характер трехмерных расстояний и интервалов времени и инвариантность четырехмерного интервала) и основная идея Бора (дополнительность волнового и корпускулярного аспектов при описании движения частицы) предполагают координатное представление физических процессов. У Эйнштейна движение отнесено к телам, реальным телам отсчета. Эти тела мысленно продолжаются, и в принципе рассматриваемое тело может соприкоснуться с бесконечно далеко во все стороны градуированными продолжениями тела отсчета, образующими систему отсчета. Такое соприкосновение не изменяет положения или скорости тела, движение которого определяется в теории относительности. Реальное тело отсчета и его продолжения рассматриваются как абсолютно твердые тела, образующие абсолютно жесткую систему.

Кроме градуированных пространственных тел отсчета в теории относительности фигурируют временны́е градуированные масштабы — часы. Постулаты теории относительности относятся к поведению пространственных масштабов и часов. Поведение это выражается в том или ином изменении метрических параметров — расстояний и отрезков времени. Речь не идет о процессах распространения каких-либо деформаций в реальных линейках и часах вообще, о каких-либо событиях, распространяющихся от точки к точке и от мгновения к мгновению, но не сводящихся к переходу к следующей точке в следующее мгновение.

Мы уже приводили итоговую характеристику теории относительности в автобиографическом очерке, написанном Эйнштейном в 1949 г., характеристику, где игнорирование зависимости исходных постулатов от атомной структуры тел отсчета рассматривается как деффект теории. Можно предположить, что теория, выводящая поведение масштабов и часов из их микроструктуры, не будет теорией классического типа: микропроцессы — элементарные, исходные звенья анализа, «кирпичи мироздания», поведение макроскопических масштабов и часов — вторичный процесс, результат микропроцессов. По-видимому, такая теория будет комплементарной, она откажется от «кирпичей мироздания», потому что понятия микромира также лишены физического смысла без макроскопических понятий, как последние без микроскопических; микроструктуру мира нельзя понять без интегральной картины мировых линий, как эту картину — без заполняющих мировые линии, придающих им физический смысл микропроцессов. Мы попытались проиллюстрировать эту дополнительность условной схемой, демонстрирующей необходимость макроскопических понятий для физической содержательности локальных определений. Во всяком случае это видно из основных, совершенно однозначных соотношений теории относительности: релятивистская теория микромира должна с самого начала оперировать макроскопическими понятиями. Релятивистские соотношения имеют смысл только при существовании макроскопических тел отсчета, так же как квантовые соотношения — при существовании макроскопических тел взаимодействия. Заметим только, что в общей теории относительности уже в сущности нет абсолютно жесткого тела отсчета и охватывающей все пространство единой системы отсчета с единым временем. Здесь роль тела отсчета играет некий континуум, где метрические соотношения, т. е. поведение масштабов и часов, меняются от точки к точке. Тело отсчета общей теории относительности («моллюск отсчета») соответствует гауссовой системе координат.

«Комплементарные» мотивы теории относительности, сближающие ее с квантовой механикой, стали более заметными в результате развития квантовой механики.

В самой квантовой механике постепенно становились явными идеи, сближающие ее с теорией относительности. Для квантовой механики характерно, что ее соотношения, отрицающие классические, вместе с тем теряют смысл без последних [32]. В теории относительности мы не сразу видим аналогичное отношение, но находим его, как только переходим к ультрарелятивистским энергиям и сталкиваемся с взаимодействиями полей и трансмутациями элементарных частиц. Ультрарелятивистские процессы, как уже говорилось, могут иметь физический смысл только при определении эвентуальных непрерывных мировых линий, указывающих отличительные особенности данного типа частиц, и соответственного участвующего во взаимодействии поля. В то же время ультрарелятиви-

---

[32] См. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Квантовая механика. Изд. 2-е. М., 1963, стр. 15—16.

вистские эффекты нарушают себетождественность частицы и, следовательно, несовместимы с существованием мировой линии, как пространственно-временного представления движущейся тождественной себе частицы, а с другой стороны, именно они придают мировой линии физический смысл, физическое существование.

Релятивистское обобщение квантовой механики приводит к результату, в некотором отношении аналогичному тому, что произошло с теорией относительности. Как уже было сказано, обобщение принципа относительности на ускоренные движения превращает пространство отсчета в поле (эта тенденция, впрочем, не завершена, в какой-то мере пространство общей теории относительности натянуто на дискретные тела). Понятие метрического *поля* противоречит представлению о жестком теле отсчета, по отношению к которому ориентирована каждая точка в пространстве отсчета. Если рассматривать элементарные частицы — кванты различных волновых полей в пространстве общей теории относительности, то мы приходим к двум противостоящим одна другой реальностям: 1) метрическое поле, которое выражается в меняющемся от точки к точке поведении масштабов и часов, и 2) кванты электромагнитного поля, электронно-позитронного, мезонного и т. д. В общей теории относительности в отличие от специальной теории рассматривается взаимодействие этих реальностей, что выражается в нелинейном характере уравнений гравитационного поля и возможности вывести уравнения движения из уравнений поля.

Таким образом, по мере своего развития от специальной теории относительности к общей теории и далее в направлении единой теории, мысль Эйнштейна все более явным образом рисовала теорию относительности как полевую теорию. При этом сохранялось требование: описание движения становится бессодержательным, если оно не опирается на образ некоторого макроскопического тела с гарантированной метрикой — эвклидовой или неэвклидовой, постоянной или переменной. Только это тело отсчета приобретало характер поля — его можно было описать от точки к точке, интегральное описание некоторого жесткого каркаса оказывалось неприменимым.

Именно с этой тенденцией можно сблизить характерную тенденцию квантовой механики. В нерелятивистской квантовой механике применение классических понятий гарантировалось тем или иным макроскопическим телом, в отношении которого теория отказывалась от квантовой детализации, от учета корпускулярно-волнового дуализма. В релятивистской квантовой теории квантованному полю — частицам, к которым нужно применить классические понятия положения, импульса, энергии — макроскопического бытия (без чего понятие частицы определенного типа вообще теряет смысл), противостоит иное, также квантованное поле.

В теории вакуума частица встречается со своим собственным излучением и взаимодействует с ним. Но чтобы эти понятия приобрели физический смысл, всегда нужно макроскопическое понятие мировой линии. Таким образом, требование Бора — для применения классических понятий к микромиру нужно макроскопическое тело взаимодействия — является *программой* Бора: понятие этого макроскопического тела взаимодействия модифицируется.

В каком направлении оно модифицируется? Именно на этот *историко*-научный вопрос мы постараемся получить ответ.

Рассматривая движение частицы как множество элементарных регенераций, мы в качестве «тела», гарантирующего себетождественность частицы, встречаем макроскопическую диссимметрию. Это действительно модификация тела взаимодействия, фигурировавшего в нерелятивистской квантовой механике. Без диссимметрии и совпадающей по направлению с диссимметрией макроскопической траектории L, регенерации не могут стать пространственными сдвигами, мы не можем идентифицировать результат регенерации с исходным пунктом, мы даже не можем считать ρ — вектором с определенным направлением, а $|\rho|$ — расстоянием, метрическим понятием. Для этого нужно перейти от нульмерного пространства дискретных трансмутаций к $(n > 0)$ -мерному пространству непрерывных движений себетождественных объектов, нужно ввести какую-то метрику и возможность координатного представления, возможность ввести макроскопические системы отсчета. Но где в пространстве, о котором идет речь, можно встретить непрерывные объекты, позволяющие придать физический смысл понятиям непрерывности, невырожденной, не равной нулю геометрической размерности, топологичности, мероопределения? Такими объектами служат линии диссимметрии, вдоль которых направлены макроскопические траектории частиц. Существование таких траекторий L антиципируется при определении элементарных сдвигов ρ, образующих ультрамикроскопическую траекторию M.

Макроскопические линии диссимметрии сдвигов ρ непрерывны, сколько угодно малый отрезок l траектории L может быть траекторией движения частицы, поэтому здесь может быть введена дифференциальная метрическая формула $l^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$; сама вероятность тех или иных направлений ρ приобретает смысл, поскольку эти направления могут быть ориентированы в пространстве. Соответственно ρ/τ становятся векторами, скоростями в геометрическом смысле и разброс сдвигов ρ и различие между $v = v_L$ и $c_M = \rho/\tau$ становится физически содержательным. Все это и выражается фразой: «пространство, к которому отнесены элементарные сдвиги, натянуто на линии диссимметрии и совпадающие с ними по направлению макроскопические траектории L».

Подчеркнем: перед нами отнюдь не физическая модель, а историко-физическая, не модель мира, а модель возможного развития описывающих его концепций. Она не может сама по себе опровергнуть принцип Маха; она только может показать, что в современной науке, если иметь в виду наметившиеся весьма общие тенденции и перспективы ее развития, дело идет не только к отказу от принципа Маха, но и к фактической возможности непротиворечивым образом построить релятивистскую теорию движения на чисто полевой основе без схемы пространственного расположения масс.

Даже в том случае, если представление об элементарных сдвигах и их диссимметрии не воплотится в однозначную теорию, оно иллюстрирует логическую несовместимость принципа Маха с синтезом идей относительности и дополнительности, так же как гипотеза Геделя, независимо от своей правильности или неправильности, иллюстрировала отсутствие логической связи между принципом Маха и основами релятивистской космологии.

До сих пор речь шла о диссимметрии элементарных сдвигов. Но она связана соотношением дополнительности с их *симметрией* и без последней теряет физический смысл. Понятие диссимметрии обладает таким смыслом, оказывается физическим, а не геометрическим понятием, если траектория L, совпадающая по направлению с диссимметрией, является не только последовательностью точек, но и последовательностью событий, несводимых к пребыванию в точках и переходу из одной точки в другую. Такая несводимость гарантируется *массой* движущейся частицы. Если диссимметрия пропорциональна импульсу частицы, то ее массе пропорциональна симметрия. Последняя служит мерой энтропии в обобщенном смысле, мерой отсутствия макроскопических закономерностей, так же как энтропия в обычном термодинамическом смысле служит мерой симметрии случайных сдвигов молекул и при своем максимуме соответствует полному отсутствию макроскопических перепадов и возможности макроскопических процессов в состоящей из микроскопических объектов системе.

При отсутствии диссимметрии вероятностей сдвигов ρ, т. е. при максимальной симметрии, шансы регенерации во всех направлениях одинаковы и существует полная неопределенность направления, которая макроскопически выражается в покое частицы. Эта симметрия нарушается диссимметризирующим импульсом. Диссимметризирующий импульс должен преодолеть определенную энтропию, т. е. некоторую количественную меру симметрии, создать неравенство вероятностей между сдвигом, направленным в положительном направлении линии диссимметрии ρ_L, и сдвигом в противоположном, отрицательном направлении ρ_{-L}. Меру такой диссимметрии вероятностей $p(\rho_L) > p(\rho_{-L})$ можно назвать *негэнтропией* — так называют меру макроскопической упорядоченности статистического множества микропроцессов, меру возможности макроскопических процессов. Каждой скорости v на макроскопической траектории L соответствует определенная мера негэнтропии. Чтобы перейти к другой мере негэнтропии, нужно преодолеть всю ту энтропию, которая стоит за существующей сейчас негэнтропией. Чем больше преодоленная энтропия, чем больше негэнтропия, чем, иными словами, больше скорость v, тем большая интенсивность диссимметризирующего поля требуется для перехода к другой мере негэнтропии; чем, таким образом, выше скорость частицы, тем больше коэффициент пропорциональности между силой и ускорением, тем больше масса частицы.

Ответственными за *диссимметрию* мы считаем локальные импульсы, соответствующие неравномерностям в распределении энергии в пространстве. Но какой фактор ответствен за *симметрию*?

Естественной представляется мысль об однородном распределении энергии как о факторе, вызывающем определенную интенсивность симметрии у каждого типа частиц, иначе говоря, о Вселенной в тех масштабах, где локальные неоднородности, вплоть до расстояний между скоплениями галактик, оказываются пренебрежимо малыми. Такое предположение соответствует — лучше сказать, не противоречит — некоторым моделям Метагалактики, в особенности замкнутым моделям. Если модель конечной Метагалактики позволяет избежать парадокса бесконечного тяготения в каждой точке, она может объяснить и конечные значения масс покоя элементарных частиц.

Метагалактическое поле измеряется не каким-либо вектором, а скаляром — значением массы. Это объясняется его полной изотропностью: в любом направлении частице противостоит одна и та же «толща» действующей на частицу Метагалактики. Такая изотропия гарантирует симметрию вероятностей элементарных сдвигов и скалярный характер эффекта метагалактического поля.

Можно было бы продолжить космологические гипотезы, вытекающие —далеко не однозначным образом — из идеи дополнительности диссимметрии вероятностей регенераций, обязанной локальным полям и симметрии вероятностей, обязанной изотропному метагалактическому полю. Но нет смысла уходить в сторону от основной задачи уже высказанных гипотез — демонстрации логической возможности такой модели мира, которая сохраняет для космических масштабов принцип воздействия макроскопических условий на локальные процессы и вместе с тем отказывается от схемы небесных тел с натянутой на них системой отсчета, к которой отнесена инерция небесных тел, вызывающих своим воздействием силы инерции. Если ссылаться на воздействие Метагалактики, имея в виду не отдаленные тела, а однородное скалярное поле, то мы остаемся в рамках полевого представления, мы рассматриваем непрерывное от точки к точке воздействие Метагалактики на элементарные частицы.

Вкратце повторим высказанные соображения.

Из конструкции Маха следует не эквивалентность в смысле существования ковариантных соотношений, а физическое тождество системы K, в которой неподвижна совокупность тел Вселенной и системы K', в которой неподвижно тело, испытывающее ускорение относительно K. Принцип Маха может быть отождествлен с тезисом о зависимости геометрической структуры мира — кривизны мировых линий — от тензора энергии — импульса в том случае, если из всех компонент указанного тензора принимать во внимание только компоненту, описывающую взаимную ориентировку дискретных масс. Напротив, полевая концепция мира стремится по своим тенденциям рассматривать в качестве исходных процессов мироздания процессы, которые не входят в концепцию Маха. Поэтому Эйнштейн в итоговой характеристике теории относительности отказался от принципа Маха. Однако «полевая» тенденция теории относительности может быть завершена только в единой теории поля, подобно тому как *программа Ньютона* (объяснение всех процессов взаимодействием тел) могла быть выполнена лишь при объединении первого и второго законов движения, отказа от разграничения инерциальных и неинерциальных систем и вообще коренного изменения теории. Как бы ни был неполноценен принцип Маха в качестве существенной посылки общей теории относительности, Эйнштейн был вынужден им пользоваться, так же как неполноценным по его признанию тензором энергии — импульса в уравнении гравитационного поля, так же как компромиссным ограничением теории только гравитационным полем. Весьма общим, может быть наиболее общим, принципом дальнейшего развития теории относительности в направлении к единой теории поля будет, по-видимому, *принцип Эйнштейна*: поведение отдельных физических объектов, их мировые линии, геометрическая структура мира определяется всей материей мира. Но этот принцип приобретает универсальный характер, объединяясь с *принципом Бора*, принципом дополнительности макроскопического, континуального аспекта и ультрамикроскопического локального аспекта мироздания. Первый из названных принципов является обобщением зависимости кривизны пространства — времени от тензора энергии — импульса; второй — обобщение принципа дополнительности волнового и корпускулярного представления, как он был сформулирован при обосновании квантовой механики. Указанное обобщение исходных идей теории относительности и квантовой механики было связано с все более отчетливым полевым характером той и другой теории, с переходом от специальной теории относительности к общей, превратившей жесткие каркасы отсчета в меняющиеся от точки к точке по метрическим свойствам «моллюски отсчета», а в квантовой механике — с переходом к релятивистской квантовой теории, которая противопоставляет квантовому объекту не жесткое тело взаимодействия, а квантованное поле и тем самым заставляет обобщить принцип дополнительности, отказавшись от возможности точного определения динамической переменной за счет сопряженной переменной. *Принципом Эйнштейна — Бора* можно назвать общий принцип: материя мира определяет не только каркас мировых линий, но и заполняющие эти мировые линии ультрамикроскопические события, связанные с мировыми линиями соотношением дополнительности: мировые линии не имеют экзистенциальной истинности, физического смысла, физического бытия, без виртуальных ультрамикроскопических процессов, которые являются физически бессодержательным понятием без эвентуальных мировых линий. Эту дополнительность можно проиллюстрировать схемой дискретного пространства—времени, в ячейках которого исчезают и появляются элементарные частицы, иначе говоря, изменяются эвентуальные мировые линии, без которых нельзя говорить о массе, заряде, спине — свойствах, характеризующих тип частиц и без которых понятие трансмутации теряет смысл. Принцип дополнительности определений мировых линий и ультрамикроскопических процессов позволяет придать последним физический смысл. Мы идентифицируем частицу определенного типа, т. е. частицу с определенной эвентуальной мировой линией, появившуюся в клетке дискретного пространства—времени, с частицей того же типа, исчезнувшей в соседней клетке. Таким образом, вводится понятие элементарных сдвигов-регенераций. Если в заданном пространстве направления этих сдвигов имеют одну и ту же вероятность, мы получаем частицу, возвращающуюся после большого числа случайных блужданий к исходному пункту, частицу с нулевой макроскопической траекторией и нулевой макроскопической скоростью. Если же существует диссимметрия вероятностей сдвигов-регенераций, то частица будет иметь ненулевую макроскопическую скорость, не превышающую, конечно, скорости движения в одном направлении без статистического разброса, скорости, равной частному от деления пространственной линейной протяженности клетки на время регенерации, т. е. на временную длительность. Выбрав элементарные расстояния и длительности так, чтобы это частное было равно скорости света, мы получаем релятивистские макроскопические соотношения. Очевидно, статистический разброс пространственных направлений элементарных сдвигов делает макроскопическую скорость меньшей, чем ультрамикроскопическая скорость, равная скорости света. Мы ассоциируем этот разброс, макроскопически выражающий пространственную симметрию вероятностей регенераций, с массой частицы и выводим отсюда зависимость массы от скорости. Диссимметризирующие импульсы, заставляющие частицу двигаться с той или иной скоростью, не превышающей скорости света, мы приписываем локальным полям. Симметрию вероятностей регенераций мы приписываем воздействию однородной Метагалактики. Таким образом, и мировые линии и заполняющие их, придающие им физическое бытие, ультрамикроскопические процессы зависят от материи космоса.

Речь идет о *материи космоса* отнюдь не в ограниченном смысле совокупности небесных тел, а о гораздо более общем и точном понятии, охватывающем все частицы и, соответственно все поля, все средоточия энергии, всё описываемое *всеми* компонентами тензора энергии — импульса. Разумеется, такое предположение противоречит принципу Маха, который не может остаться в немеханической картине мира именно потому, что он ограничивает агенты, действующие на локальные тела, совокупностью других тел и вследствие этого не укладывается в рамки новой, полевой концепции.

Подобная схема является историко-физической моделью, она не претендует ни на что большее, чем возможность охарактеризовать современное «локальное» состояние проблемы с помощью «эвентуальной» конструкции, показывающей логическую допустимость замены принципа Маха другим, полевым по своему характеру принципом.

Мария Антуанетта Тоннела

ЧАСТОТЫ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОВЕРКИ *

Смещение частот представляет собой классическую проверку общей теории относительности. Цель настоящей работы — установление посредством этой теории связи между величинами реально измеримыми: числа пульсаций, с одной стороны, и гравитационными потенциалами, с другой. Рассматриваются различные определения частоты, используемой при расчетах. Дается строгий разбор статического случая. Разъясняются необходимые приближения для стационарного случая. Рассматриваются некоторые применения (спутники Земли). Очень сжато обсуждается убедительность этих экспериментов в качестве проверки общей теории относительности или принципа эквивалентности.

А. СТАТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ (ИСТОЧНИК И НАБЛЮДАТЕЛЬ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ПОКОЕ)

Всякое измерение, цель которого — определение характеристик осциллятора, состоит в сравнении этого осциллятора с другим, эталонным, наблюдателем. Можно сравнивать длины волн, в этом случае используются геометрические способы. С другой стороны, можно осуществить сравнение, наблюдая совпадения между осцилляциями отдаленного источника, принятыми местным приемником, и соответствующими осцилляциями местного источника, по предположению, идентичного. Эти методы относятся к хронометрии.

Эквивалентность геометрических и хронометрических методов при изучении распространения сигналов в общей теории относительности не очевидна. В большинстве осуществленных экспериментов сравнивались длины волн.

* M. A. Tonnelat. Les frequences en Ralativite generale. Ann. Inst. Henri Poincare. 1964, vol. 1, N 1, p. 79—115. Перевод А. Г. Баранова.

Однако сравнение интервалов времени между пульсациями допускает более непосредственный анализ. Согласно Сингу [1], такой метод позволяет легче свести общую теорию относительности к теории операционного типа в смысле Бриджмэна. Можно думать, что такой подход, положенный в основу специальной теории относительности, лучше развивается в общей теории относительности хронометрическими методами.

Мы задались целью найти соответствие между теоретическими определениями (частоты) и величинами действительно измеримыми (гравитационный потенциал, число сигналов). Если представляется возможным вывести из данной теории (например, общей теории относительности) отношения между величинами, определенными теоретически, то эти же отношения должны быть применены к экспериментальным величинам. Таким образом, можно, правда, до известной степени апробировать теорию, предсказывавшую эти следствия.

Всякая частота определяется теоретически как функция интервала времени абсолютно произвольно. Следовательно, никто никогда не «измерял» частоту. С другой стороны, можно измерить отношение двух частот, если каждая из них может выразиться как функция *одного и того же* произвольного интервала. Тогда отношение двух частот — это отношение двух чисел пульсаций за интервал. Всякая осмысленная теория заключается в выражении этого отношения частот в виде функции измеримых величин, могущих изменять отношение: гравитационные потенциалы, относительные скорости. Соответствие значений этих величин, с одной стороны, и измеренного отношения частот, с другой,— составляет — в обычном смысле слова — проверку общей теории относительности.

I. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Собственное время. Собственные период, длина волны и частота

а. *Собственное время.* Эталонный источник — это часы. Он совершает периодические колебания, и мы предположим, что последовательность этих колебаний всегда определяет собственное

[1] J. L. Synge. Relativity.— The general Theory, p. 105.

время наблюдателя, связанного с источником.

В собственной локальной системе отсчета, связанной с источником, определения, принятые в специальной теории относительности, само собой разумеется, всегда применимы.

б. *Собственный период.* Локальная единица собственного времени — это, по определению, интервал $\Delta\tau_{i1}^{(a)}$, который разделяет два импульса часов на мировой линии C_i. Само собой разумеется, что эта единица абсолютно произвольна. Мы назовем ее собственным периодом рассматриваемого колебания. В обозначении $\Delta\tau_{i1}^{(a)}$ индекс i относится к мировой линии C_i, индекс 1 к единичному интервалу двух последовательных импульсов, индекс (a) к типу атомных часов (кадмий и т. д.), выбранных наблюдателем P_i, на C_i.[2]

Мы допустим, что атомы или вибрирующие молекулы представляют собой, действительно, эталонные источники, определяющие равные собственные интервалы времени между двумя последовательными импульсами на одной и той же мировой линии. Эти источники, следовательно, по нашему определению, «часы» [3].

N_i импульсов, излученных на C_i, источником S_i, определяют таким образом собственное время

$$\Delta\tau_i^{(a)} = N_i \Delta\tau_{i1}^{(a)}. \tag{1}$$

в. *Длина волны.* Два последовательных импульса локальных часов дают возможность определить интервал пространства-времени

$$\lambda_i^{(a)} = \Delta s_{i1}^{(a)} = c\Delta\tau_{i1}^{(a)}, \tag{2}$$

где c — скорость света в вакууме, $\Delta s_{i1}^{(a)}$ — длина, определенная на мировой линии C_i; она представляет собой длину волны $\lambda_i^{(a)}$ пульсации, т. е. отрезок мировой линии C_i, соответствующий эмиссии двух последовательных

---

[2] Сожалеем о множестве индексов, но мы полагаем, что это меньшее зло, чем те неясности, которые часто возникают при их опущении.

[3] Мы обозначим через N число интервалов или гребней волн между $N+1$-импульсами источника или между N импульсами, если первый импульс считать нулевым.

гребней монохроматического излучения, и, следовательно, собственному периоду часов.

г. *Собственная частота.* Мы назовем собственной частотой число пульсаций локального источника, излученных в единицу собственного времени. Если одна пульсация излучается на C_i в течение собственно периода $\Delta\tau_{i1}^{(a)}$, то частота

$$\bar{\nu}_i^{(a)} = \frac{1}{\Delta\tau_{i1}^{(a)}} = \frac{N_i}{\Delta\tau_i^{(a)}}. \tag{3}$$

Условимся ставить сверху черту над частотами, определенными с помощью собственного времени.

Согласно определениям (2) и (3), между периодом, длиной волны и собственной частотой имеется соотношение

$$\bar{\nu}_i^{(a)} = \frac{c}{\lambda_i^{(a)}}. \tag{4}$$

2. Идентичные часы

В точке P_i мировой линии C_i[4] легко проверить идентичность двух источников. Два источника считаются идентичными, если они излучают синхронные пульсации. Если $N_i^{(S)}$ пульсаций источника совпадают с $N_i^{(a)}$ пульсациями часов (a), то

$$\frac{\bar{\nu}_i^{(S)}}{\bar{\nu}_i^{(a)}} = \frac{\Delta\tau_{i1}^{(a)}}{\Delta\tau_{i1}^{(S)}} = \frac{\lambda_i^{(a)}}{\lambda_i^{(S)}} = \frac{N_i^{(S)}}{N_i^{(a)}}. \tag{5}$$

Два источника S и S' идентичны, если $N_i^{(S)} = N_i^{(S')}$ пульсаций совпадают с одним и тем же числом $N_i^{(a)}$ пульсаций локальных часов.

Предположим теперь, что источники, которые мы желаем сравнить, описывают различные мировые линии $C_i, \ldots, C_j$. Характеристики этих источников могут быть измерены в принципе наблюдателями с часами, совпадающими с каждым из этих источников. Такие измерения могут быть осуществлены с помощью земного оборудования, например, на основе эффекта Мёссбауера. В этом

---

[4] Конечно, C_i — временна́я мировая линия, т. е. ориентированная во времени.

случае нужно провести комплекс локальных измерений; для каждого из источников наблюдатель P_i сосчитает число N_i излученных вибраций, совпадающее с числом $N_i^{(a)}$ вибраций локальных часов.

Для одного и того же источника отношение $N/N^{(a)}$ постоянно в различных точках $P_i, \ldots, P_j$, если наблюдатели пользуются идентичными часами. Итак, для одного и того же источника, находящегося последовательно в P_i и P_j, условие

$$n = \frac{N_i}{N_i^{(a)}} = \frac{N_j}{N_j^{(a)}} = \text{const} \tag{6}$$

определяет идентичность часов (стандартные часы по С. Меллеру). Теоретически идентичность часов можно проверить предварительно в одном месте до их размещения в различных точках пространства времени. Разумеется, что подобная проверка невозможна, когда речь идет о часах неземных. В этом случае испускание сигналов не может служить для синхронизации источников; тогда мы предполагаем источники идентичными a priori. Именно в силу постулирования этой идентичности и оказывается возможным установить закон изменения частот.

Строго говоря, это принципиальная предпосылка для определения идентичности часов при отдаленности источников. Эти часы не могут быть стандартизованы с помощью других источников, и всякое смещение, рассматриваемое как влияние поля тяготения, могло бы быть приписано изменению природы атома. Тем не менее мы будем считать, что спектры атомов достаточно стабильны для допущения наличия локальных идентичных часов [5].

Можно, например, для этой цели выбрать определенную линию какого-либо атома. Линия D Cd — классический пример эталонных часов.

Г. Л. Синг называьет гипотезу (6) «гипотезой совместимости» [6]. Она позволяет считать эквивалентными любые типы часов. В самом деле, заменим первоначальные часы

---

[5] Идентичные часы, расположенные в различных точках, составляют по терминологии Меллер комплекс «стандартных» часов. Мы придаем слову стандартный другой смысл (ср. стр. 193) и вместе с Катанео сохраним здесь понятие идентичных часов.

[6] T. L. Synge. Relativity. The general theory, p. 106.

(a) другими эталонными часами ($б$), идентичными между собой. За время N_i и N_j вибраций источников они совершат $N_i^{(b)}$ и $N_j^{(b)}$ пульсаций, так что

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{N_i^{(a)}}{N_j^{(a)}} = \frac{N_i^{(b)}}{N_j^{(b)}}. \tag{7}$$

Если, к примеру

$$N_i^{(a)} = N_j^{(a)} = 1 \quad (N_i = N_j = n), \tag{8}$$

получим

$$N_i^{(b)} = N_j^{(b)} = N. \tag{9}$$

Все сводится к замене интервала первичных часов N интервалами новых часов, т. е. лишь к замене масштаба времени. Наоборот, при отказе от (6) пришлось бы постулировать наличие привилегированного класса часов.

Обычно постулируют (см. G. C. M a c V i t t i e. General Relativity and Cosmology, p. 96), что идентичные источники удовлетворяют условию

$$\Delta s_i = \Delta s_j \text{ при } N_i = N_j, \tag{10}$$

независимо от принятой системы координат. Для одного интервала получается

$$\Delta \tau_{i1} = \Delta \tau_{j1}. \tag{11}$$

Очевидно, что это условие более ограниченно, чем (6), и из него вытекает.

В дальнейшем мы предположим, за исключением особых оговорок, что применяемые источники и часы идентичны. Поэтому для упрощения обозначений мы упраздним индекс (a), характеризующий определенный тип часов.

3. Физическая система отсчета. Система координат. Стационарное пространство — время

Задание мировой ориентированной линии C_i достаточно для определения физической системы отсчета... Можно себе представить эту систему отсчета как совокупность нежестко связанных частиц, образующих жидкостную систему отсчета. Определение физической системы отсчета имеет внутренний смысл, абсолютно независимый от способа его описания.

Для описания явлений, связанных с различными точками физической системы отсчета, необходимо их относить к системе координат. Эти координаты y^μ мы назовем адекватными, если они обладают конгруэнцией ориентированных линий типа времени (временна́я координата y^0) и тройной конгруэнцией ориентированных линий типа пространственных. Задание y^0 и единичного вектора скорости, тангенциального к y^0, достаточно для определения физической системы отсчета. Наоборот, определенной физической системе отсчета соответствует бесконечное число адекватных систем координат.

В дальнейшем мы предположим, что координата y^0 всегда будет представлять временны́е линии, а сечения $y^0 = \text{const}$ — соответствующее пространство. В этом случае пространство — время называется стационарным. В таком пространстве можно всегда выбрать адэкватную систему координат так, что компоненты $g_{\mu\nu}$ метрического тензора не зависят от времени.

При выборе временно́й линии y_j^0, колинеарной мировой линии C_j, это всегда возможно. При стационарном пространстве — времени [7] получаем для C_j

$$\Delta s_j^2 = (g_{00})_j\,(\Delta y_j^0)^2 \text{ при } \Delta y_j^p = 0 \tag{12}$$

и

$$\Delta s_j = \sqrt{(g_{00})_j}\Delta y_j^0 \text{ или } \Delta\tau_j = \sqrt{(g_{00})}\,\Delta t_j. \tag{13}$$

II. СРАВНЕНИЕ ЧАСТОТ (СТАТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ)

4. Собственное время и координатное время

Синг подчеркнул то важное значение, которое приписывается любой теорией частот статическому случаю. Действительно, лишь в этом случае можно развить строгую и завершенную теорию. Значение теоретического понятия частоты и его связь с измеримыми величинами мы рассмотрим также для этого случая.

Допустим, что вибрирующие источники, атомные или молекулярные, находятся в относительном

[7] См., например: A. Lichnerowicz. Les théories relativistes de la gravitation, p. 110. Пространство— время называется стационарным, кроме того, если переменная y^0 проявляется лишь через выражение $(dy^0)^2$.

п о к о е в стационарном пространстве —времени. В этом случае возможно совместить временные линии ct_0, ct_i, ct_j с мировыми линиями, т. е. с конгруэнцией параллельных кривых C_0, C_i, C_j. Допустим также, что вблизи C_0 гравитационное поле практически отсутствует (близко к нулю), т. е. что пространство асимптотически минковское. Совпадение мировых линий и временных линий дает повод для путаницы. В частности, связь между собственными

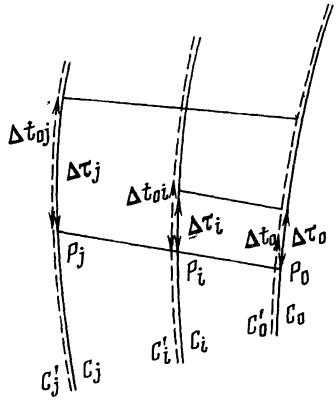

Рис. 1. Соответствие между координатными часами — отрегулированными сигналами (пунктир) для одного и того же числа пульсаций идентично локальных часов (сплошные кривые). Статический случай

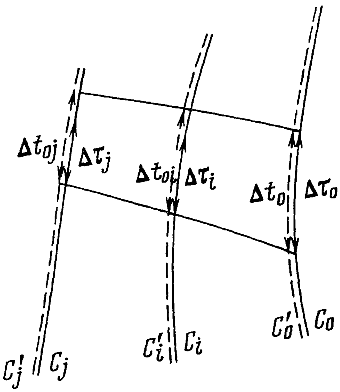

Рис. 2. Соответствие между идентичными локальными часами (сплошные кривые) для одного и того же числа переданных сигналов (пунктир). Статический случай

величинами и «координатными величинами» и приравнение тех или других к величинам измеримым не лишены двухсмысленности.

Разрешим неясность следующим упрощенным примером (рис. 1, 2). Одинаковые машины движутся по дорогам возрастающей труднопроходимости C_0, C_i, C_j, из которых первая — идеальная дорога, обеспечивающая максимальную легкость передвижения. Машины оснащены часами и счетчиком оборотов колес. Счетчик оборотов измеряет длины, имеющие объективное значение, независимое от специфических свойств дороги и машины. Часы измеряют время, которое может быть использовано, как это обычно делается, для учета пройденного пути.

Разумеется, этот учет произволен. Он зависит от состояния дороги (локальное гравитационное поле) и в конечном счете от скорости машины.

Для градуирования часов нужно синхронизировать часы C_i, C_j, беря за эталон часы C_0. Электромагнитные сигналы распространяются от P_0 к P_i и P_j, по геодезической линии нулевой длины. С помощью этих сигналов регулируем часы P_j и P_i так, чтобы число пульсаций совпадало с одним и тем же числом пульсаций N_0, принятых от часов C_0[8]: $N_j^{(0j)} = N_i^{(0i)} = N_0$. При наличии гравитационного поля, такие часы уже не идентичны. Мы назовем их координатными часами, показывающими в P_j время t_{0j}, соответствующее переданным пульсациям. Теперь (13) запишется так

$$\Delta\tau_j = \sqrt{(g_{00})_j}\Delta t_{0j}. \tag{14}$$

а. Очевидно, что равным расстояниям

$$\Delta s_j = \Delta s_i = \Delta s_0 \tag{15}$$

соответствуют убывающие времена путешествия

$$[\Delta t_{0j} > \Delta t_{0i} > \Delta t_0]_{\Delta s=\mathrm{const}}. \tag{16}$$

б. Напротив, равным временам путешествия

$$\Delta t_{0j} = \Delta t_{0i} = \Delta t_0 \tag{17}$$

соответствуют возрастающие расстояния

$$[\Delta s_j < \Delta s_i < \Delta s_0]_{\Delta t_{0a}=\mathrm{const}} \tag{18}$$

в порядке трудности дорог.

Счетчик оборотов и часы — независимые приборы. Можно, однако, их связать произвольным образом, градуируя их так, чтобы на дороге C_0 единица длины проходилась за единицу времени

$$\Delta\tau_{01} = \frac{\Delta s_{01}}{c} = \Delta t_{01}. \tag{19}$$

---

[8] Обозначение $N_i^{(0i)}$, $N_j^{(0j)}$ показывает, что речь идет о локальных часах различного типа $(a) = (0i)$, $(a) = (0j)$, часах отрегулированных так, что их пульсации синхронизированы с N_0 сигналами. переданными из P_0 ($N_0 = N_i^{(0i)} = N_j^{(0j)}$.

5. Идентичные часы. Координатные часы. Обозначения

Мы обозначим строчными буквами n_{0i}, n_{0j}, n_{ij} число пульсаций, принятых в P_i, P_j от идентичных источников S_0, S_i, заглавными буквами N_0, N_i, N_j обозначим число пульсаций, излученных локальными идентичными источниками, описывающими мировые линии C_0, C_i, C_j.

Наблюдатель P_j может, таким образом, считать «часами»:

а. Локальный произвольный эталон, идентичный с другими часами, расположенными в P_i, . . . , P_0. Тогда одинаковое число пульсаций $N_j = N_i = N_0$ этих идентичных часов определяет одинаковый интервал ($\Delta\tau_j = \Delta\tau_i = \Delta\tau_0$) на мировых линиях C_j, C , C_0[9]. Собственные частоты этих идентичных часов равны независимо от гравитационных поля в местах их расположения

$$\bar{\nu}_j = \frac{N_j}{\Delta\tau_j} = \frac{N_i}{\Delta\tau_i} = \bar{\nu}_i = \bar{\nu}_0. \tag{20}$$

Эта собственная частота согласно определению равна

$$\bar{\nu} = \frac{N}{\Delta\tau} = \frac{N}{N\Delta\tau_1} = \frac{1}{\Delta\tau_1}. \tag{21}$$

б. Либо осциллятор, отрегулированный по эталону, расположенному в другом месте. Если $N_0 = n_{0i} = n_{0j}$ пульсаций принимаются из P_0 в P_i и затем в P_j, они отрезают равные отрезки ($\Delta t_0 = \Delta t_{0i} = \Delta t_{0j}$) на временных линиях C_0', C_i', C_j', параллельных мировым линиям. «Координатные часы» — это локальные осцилляторы, очевидно, не идентичные, совершающие за время передачи N_0 пульса-

---

[9] Наоборот, часы, координированные через P_0, совершили бы в P_j и P_i числа пульсаций $n_{0j} \neq n_{0i} \neq n_0$ за время $N_j = N_i$ сигналов, излученных идентичными локальными часами. Эти числа представляют транскрипцию — для постоянного собственного времени — координатного времени C_0 в координатное время C_i или C_j.

[10] Наоборот, идентичные локальные часы совершили бы в течение приема $N_0 = n_{0i} = n_{0j}$ (или $N_i = n_{ij}$) сигналов различное число пульсаций. Эти числа $N_j \neq N_i \neq N_0$ соответствуют пульсациям идентичных часов в течение приема n_0 (или n_i) сигналов. Они представляют транскрипцию для постоянного координатного времени — собственного времени C_0 (или C_i) в собственное время C_j и C_i.

ций число вибраций, равное N_0 [10]

$$N_j^{(0j)} = N_i^{(0i)} = N_0 = n_{0i} = n_{0j}. \tag{22}$$

Если рассматривать передачу $N_i = n_{ij}$ вибраций из P_i в P_j, то

$$N_j^{(ij)} = N_i = n_{ij}. \tag{23}$$

Координированные частоты таких часов, т. е. частоты, синхронизированные сигналами из одного источника, равны независимо от поля тяготения в местах расположения этих часов[11].

$$\nu_{0j} = \frac{N_0}{\Delta t_{0j}} = \frac{N_0}{\Delta t_{0i}} = \nu_{0i}\, (\Delta t_{0j} = \Delta t_{0i}), \tag{24}$$

точно так же

$$\nu_{ij} = \frac{n_{ij}}{\Delta t_{ij}} = \frac{N_i}{\Delta t_i} = \nu_i. \tag{25}$$

Координатная частота по определению равна

$$\nu_{ij} = \frac{n_{ij}}{\Delta t_{ij}} = \frac{N_i}{N_i \Delta t_{ij,\,1}} = \frac{1}{\Delta t_{ij,\,1}}. \tag{26}$$

Единица координатного времени, очевидно, одинакова для всех координатных часов (неидентичных).

---

[11] Наоборот, собственные частоты координатных часов неодинаковы (сами часы неодинаковы)

$$\bar{\nu}_j^{(0j)} = \frac{n_{0j}}{\Delta \tau_{0j}} = \frac{n_{0j}}{\sqrt{(g_{00})_j}\, \Delta t_{0j}} = \frac{N_0}{\sqrt{(g_{00})_j} \Delta t_0} = \frac{\nu_0}{\sqrt{(g_{00})_j}},$$

откуда

$$\bar{\nu}_j^{(0j)} \sqrt{(g_{00})_j} = \bar{\nu}_i^{(0i)} \sqrt{(g_{00})_i} = \nu_0.$$

Аналогично координатные частоты идентичных часов различны. Если $N_j \neq N_i$ и $\neq N_0$, то пульсации этих часов совершаются в течение приема $n_{0j} = n_{0i} = N_0$ сигналов, излученных из P_0, их координатные частоты будут

$$\nu_{0j} = \frac{N_j}{\Delta t_{0j}} = \frac{N_j}{\Delta \tau_j} \sqrt{(g_{00})_j} = \bar{\nu}_j \sqrt{(g_{00})_j}$$

и

$$\frac{\nu_{0j}}{\sqrt{(g_{00})_j}} = \frac{\nu_{0i}}{\sqrt{(g_{00})_i}} = \ldots = \bar{\nu}_0.$$

6. Измерения локальными идентичными часами

Наблюдатели P_j, P_i могут пользоваться своими локальными идентичными часами... а) для определения собственных относительных частот локальных источников; б) для сравнения гравитационного потенциала в точках P_i и P_j, используя сигналы источника P_i, который a priori предполагается идентичным источнику в P_j.

а. *Определение собственных относительных частот* (*излучаемых частот*). Сравнивая числа импульсов $N_j^{(S)}$ и N_j соответственно локального источника S_j и эталонных часов H_j, находящихся в том же месте, наблюдатель P_j, может определить собственную относительную частоту источника S_j

$$\bar{\nu}_j^{(S)} = \frac{N_j^{(S)}}{\Delta\tau_j} = \frac{N_j^{(S)}}{N_j \Delta\tau_{j1}} = \frac{N_j^{(S)}}{N_j}\nu_j \left(\bar{\nu}_j = \frac{N_j}{\Delta\tau_j} = \frac{1}{\Delta\tau_1}\right). \quad (27)$$

Если локальные часы идентичны, можно выбрать произвольно

$$\bar{\nu}_j = \bar{\nu}_i = 1, \ \Delta\tau_{j1} = \Delta\tau_{i1} = 1 \quad (28)$$

и определить собственные относительные частоты отношением числа пульсаций

$$\bar{\nu}_j^{(S)} = \left(\frac{N_j^{(S)}}{N_j}\right)_{\bar{\nu}_j=1},$$

$$\bar{\nu}_i^{(S')} = \left(\frac{N_i^{(S')}}{N_i}\right)_{\bar{\nu}_i=1}. \quad (29)$$

Если источники сами идентичны, то

$$\bar{\nu}_j^{(S)} = \bar{\nu}_i^{(S)} \quad (30)$$

С о б с т в е н н ы е ч а с т о т ы, и з л у ч а е м ы е д в у м я и д е н т и ч н ы м и и с т о ч н и к а м и, р а в н ы п р и и х и з м е р е н и и н а C_j и C_i и д е н т и ч н ы м и ч а с а м и.

б. *Экспериментальное сравнение гравитационного потенциала.* Наблюдатели P_j, P_i, P_0 снабжены часами a priori идентичными. Два последовательных импульса этих часов отмечают по определению равные отрезки на соответствующих мировых линиях C_j, C_i, C_0 (см. рис. 1, 2)

$$\Delta\tau_{j1} = \Delta\tau_{i1} = \Delta\tau_{01} = \Delta\tau_1. \quad (31)$$

Предположим, что $N_i = n_i$ импульсов часов в P_i передаются в P_j. Они совпадают с $N_{ij} = N_j(N_i) \neq N_i$ пульсациями идентичных часов в P_j. Наблюдатель P_j определяет, таким образом, собственную частоту приема переданного излучения

$$\bar{\nu}_{ij} = \frac{n_i}{\Delta\tau_{ij}} = \frac{n_i}{N_{ij}\Delta\tau_1} = \frac{n_i}{N_{ij}}\bar{\nu}_j. \tag{32}$$

Отношение $\frac{N_{ij}}{n_i} = \frac{N_{ij}}{N_i}$ равно отношению N_{0j}/N_{0i} чисел вибраций, которые совершили бы локальные идентичные часы в P_i и P_j за время передачи им $N_0 = n_0$ вибраций из P_0. Действительно, если $N_i(N_0) = N_{0i}$ пульсаций локальных часов P_i соответствуют $N_j(N_0) = N_{0j}$ пульсациям локальных часов P_j, то $N_i = n_i$ пульсаций локальных часов P_i, переданных в P_j соответствуют

$$N_{ij} = N_j(N_i) = \frac{N_{0j} \times n_i}{N_{0i}} \tag{33}$$

пульсациям идентичных локальных часов P_j. Собственная частота приема $\bar{\nu}_{ij}$ источника, находящегося в P_i, измеренная идентичными часами в P_j, составляет согласно (32) и (33)

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{N_{0i}}{N_{0j}}. \tag{34}$$

Числа N_{0i} и N_{0j} представляют пульсации, совершаемые идентичными часами в P_i и P_j и сопоставляемые с N_0 вибрациями, излученными идентичными часами в P_0. Эти N_0 вибраций определяют на временны́х параллельных линиях C'_j, C'_i, C'_0 одинаковые отрезки

$$\Delta t_{0j} = \Delta t_{0i} = \Delta t_{00} = \Delta\tau_0. \tag{35}$$

В стационарном пространстве — времени эти условия эквивалентны, согласно (13), условию

$$\left[\frac{\Delta\tau_{0j}}{\sqrt{(g_{00})_j}} = \frac{\Delta\tau_{0i}}{\sqrt{(g_{00})_i}} = \Delta\tau_0\right]_{\Delta t_{0a} = \text{const}}. \tag{36}$$

Но $\Delta\tau_{0j}$, $\Delta\tau_{0i}$ и $\Delta\tau_0$ пропорциональны N_{0j}, N_{0i} и N_0 импульсам идентичных локальных часов за время передачи N_0

вибраций. Следовательно,

$$\frac{\Delta\tau_{0i}}{\Delta\tau_{0j}} = \frac{N_{0i}}{N_{0j}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{37}$$

Отсюда подстановкой в (34) получаем

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_i} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{38}$$

Равенство

$$\frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}} \tag{39}$$

можно проверить экспериментально. Зная гравитационные поля в P_i и P_j, легко проверить эту формулу, сравнивая число импульсов двух заведомо идентичных источников.

7. Измерения неидентичными синхронизированными часами (координатными часами)

Наблюдатели P_j, P_i могут пользоваться неидентичными, но синхронизированными часами: а) для определения координатных частот принимаемых сигналов; б) для сравнения гравитационных потенциалов в точках P_i и P_j, используя в P_i источник, идентичный часам в P_j.

а. *Определение координатных частот при приеме.* Пусть наблюдатель P_j принимает $n_{aj}^{(S)}$ пульсаций осциллятора, находящегося в P_a, за время $N_j^{(hj)}$ импульсов его координатных часов (последние, синхронизированные с произвольными часами H, представляют часы типа (hj). Наблюдатель определяет для этого осциллятора координатную частоту приема

$$\nu_{aj}^{(S)} = \frac{n_{aj}^{(S)}}{\Delta t_j^{(hj)}} = \frac{n_{aj}^{(S)}}{N_j^{(hj)}\,\Delta t_{hj,1}} = \frac{n_{aj}^{(S)}}{N_j^{(hj)}}\,\nu_{hj}. \tag{40}$$

Выбирая произвольно

$$\nu_{hj} = \nu_{hi} = 1, \quad \Delta t_{hj,\,1} = \Delta t_{hi,\,1} = 1, \tag{41}$$

можно, следовательно, экспериментально определить координатную частоту осциллятора с помощью отношения чисел пульсаций

$$\nu_{aj}^{(S)} = \left(\frac{n_{aj}^{(S)}}{N_j^{(hj)}}\right)_{\nu_{hj}=1},$$

$$\nu_{ai}^{(S')} = \left(\frac{n_{ai}^{(S')}}{N_i^{(hi)}}\right)_{\nu_{hi}=1}. \tag{42}$$

Если источники идентичны, то числа вибраций, принятые за одно и то же координатное время (определенное равенством $n_h = N_i^{(hi)} = N_j^{(hj)}$, т. е. равенством пульсации, принятых от произвольных часов), равны $(n_{aj}^{(S)} = n_{ai}^{(S')})$.

Следовательно, один и тот же осциллятор имеет одну и ту же координатную частоту приема

$$\nu_{aj}^{(S)} = \nu_{ai}^{(S)}, \tag{43}$$

независимо от гравитационного потенциала точки наблюдения.

Координатная частота передается без изменения в стационарном пространстве — времени. (См. G. C. Mac Vittie, General Relativity and Cosmology, p. 95, eq. (5.403)).

б. Осуществление сравнения гравитационных потенциалов. Пусть наблюдатели P_j и P_i располагают идентичными локальными источниками. Если N_j пульсаций источника S_j совпадают с $n_{ij} = n_i(N_j)$ пульсациями, принятыми от идентичных часов в P_j, т. е. с $N_j^{(ij)} = n_{ij}$-пульсациями координатных часов (часов типа (ij)), находящихся в P_j, то этот наблюдатель припишет источнику S_j частоту

$$\nu_j = \frac{N_j}{\Delta t_j^{(ij)}} = \frac{N_j}{n_{ij}\Delta t_{ij,1}} = \frac{N_j}{n_{ij}}\nu_{ij}. \tag{44}$$

Ситуация, аналогичная той, которую мы рассматривали в п. 5 (случай б) с тем отличием, что локальные часы в в P_j $(N_{ij} = N_j(N_i))$ исполняют теперь роль источника (N_j), а источник $N_i = n_i$ переданных вибраций — роль часов $(n_{ij} = n_i(N_j))$. Согласно (33), имеем еще

$$\frac{N_{ij}}{n_i} = \frac{N_j}{n_{ij}} = \frac{N_{0j}}{N_{0i}}. \tag{45}$$

Подстановкой в (44) получаем

$$\frac{\nu_j}{\nu_{ij}} = \frac{N_j}{N_{ij}} = \frac{N_{0j}}{N_{0i}}. \tag{46}$$

Отношение N_{0j}/N_{0i} — это отношение числа пульсаций идентичных часов, находящихся в P_i и P_j, соответствующих одному и тому же числу пульсаций N_0, излученных из P_0. Это отношение оценивается при $\Delta\tau_{0a} = \text{const}$[12].

$$\frac{N_{0j}}{N_{0i}} = \left(\frac{\Delta\tau_{0j}}{\Delta\tau_{0i}}\right)_{\Delta t_{0a}=\text{const}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_j}}{\sqrt{(g_{00})_i}}. \tag{47}$$

Подставляя (47) в (46), получаем

$$\frac{\nu_{ij}}{\nu_j} = \frac{n_{ij}}{N_j} = \left(\frac{N_{0i}}{N_{0j}}\right)_{n_{0a}=\text{const}} = \left(\frac{n_{0j}}{n_{0i}}\right)_{N_a=\text{const}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{48}$$

---

[12] Отношение ν_{ij}/ν_j координатных частот или отношение $\bar{\nu}_{ij}/\bar{\nu}_j$ собственных частот часто оценивается как функция чисел n_{0j}, n_{0i} пульсаций, переданных из C_0, т.е. как функция отношения $\Delta t_{0i}/\Delta t_{0j}$, вычисленного для $\Delta\tau_a = \text{const}$. В этом случае отношения между частотами и числами пульсаций обратные по сравнению с (46) и (34), но заключения, разумеется, те же. В самом деле, если N_0, N_{0i}, N_{0j} пульсаций идентичных локальных часов соответствуют $N_0 = n_0$, переданным пульсациям, то равные числа $N_0 = N_i = N_j$ пульсаций идентичных локальных часов соответствовали бы различным числам переданных пульсаций n_0, n_{0i}, n_{0j}. Эти числа таковы, что

$$n_{0i} = \frac{N_0 \times N_i}{N_{0i}}, \quad n_{0j} = \frac{N_0 \times N_j}{N_{0j}}, \tag{1}$$

также

$$\left(\frac{N_{0j}}{N_{0i}}\right)_{n_{0a}=\text{const}} = \left(\frac{n_{0i}}{n_{0j}}\right)_{N_a=\text{const}} \quad (a = i, j, \ldots). \tag{2}$$

Таким образом, получается

$$\left(\frac{N_{0j}}{N_{0i}}\right)_{n_{0a}=\text{const}} = \left(\frac{\Delta\tau_{0j}}{\Delta\tau_0}\right)_{\Delta t_{0a}=\text{const}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_j}}{\sqrt{(g_{00})_i}}, \tag{3}$$

и

$$\left(\frac{n_{0i}}{n_{0j}}\right)_{N_a=\text{const}} = \left(\frac{\Delta t_{0i}}{\Delta t_{0j}}\right)_{\Delta t_{0a}=\text{const}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_j}}{\sqrt{(g_{00})_i}}, \tag{4}$$

ибо

$$\Delta t_{0a} = \sqrt{(g_{00})_a}\Delta t_{0a} \quad (a = 0, i, j\ldots) \tag{5}$$

Напомним, что отношение собственных частот было таким же (см. (38)).

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_i} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \left(\frac{N_{0i}}{N_{0j}}\right)_{n_{0a}=\text{const}} = \left(\frac{n_{0j}}{n_{0i}}\right)_{N_a=\text{const}} =$$

$$= \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{49}$$

Проверка. Экспериментальная проверка соотношений между числами пульсаций и известными гравитационными потенциалами не зависит от выбора в качестве посредника собственных частот или частот координатных. Экспериментальное измерение гравитационных потенциалов $(g_{00})_j$ (при известных $(g_{00})_i$ и числах пульсаций) также не зависит от определения частоты в собственном или координатном времени (последнее служит лишь средством вычисления).

Сдвиг частот

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = \frac{\bar{\nu}_j - \bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_j} \text{ или } \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu_j - \nu_{ij}}{\nu_j} \tag{50}$$

определяется, следовательно, экспериментально как

$$\frac{N_{ij} - n_i}{N_{ij}} \text{ или } \frac{N_j - n_{ij}}{N_j}. \tag{51}$$

Согласно общей теории относительности, этот сдвиг равен

$$\frac{\sqrt{(g_{00})_j} - \sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{52}$$

Если гравитационное поле создается единственной массой (статической и сферической), то гравитационные потенциалы в P_i и P_j определяются равенствами

$$(g_{00})_i = 1 - \frac{2U_i}{c^2}, \quad (g_{00})_j = 1 - \frac{2U_j}{c^2}, \tag{53}$$

принимая систему Шварцшильда.

$U = \frac{Gm}{r}$ — ньютоновский потенциал.

Если $U_i > U_j$, то

$$(g_{00})_i < (g_{00})_j, \quad \text{откуда } \frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = \frac{\Delta\nu}{\nu} > 0, \tag{54}$$

т. е.

$$\nu_j = \bar{\nu}_i > \bar{\nu}_{ij}, \quad \nu_j > \nu_{ij} = \nu_{ii}. \tag{55}$$

Воспринимаемая собственная частота уменьшается по сравнению с собственными локальными частотами идентичных источников. Аналогично должно констатироваться в этом же случае уменьшение переданной координатной частоты по сравнению с координатной частотой идентичного источника, связанного с наблюдателем. Если предсказанные отношения верны, то «красное смещение» должно проявляться при экспериментальных измерениях в том, что

$$N_{ij} > n_i \text{ или } N_i > n_{ij}. \tag{56}$$

Эти заключения, очевидно, меняются на обратные, если $U_i < U_j$.

Б. СМЕЩЕНИЕ ЧАСТОТ В СЛУЧАЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НАБЛЮДАТЕЛЯ И ИСТОЧНИКА

Строгая теория смещения частот в гравитационном поле разработана до сих пор лишь для частных случаев; безусловно, наиболее важный и наиболее исследованный — статический случай. Если источники обладают относительным движением в гравитационном поле, проблема смещения усложняется. Пытаясь решить эту проблему, часто рассчитывают допплер-эффект первого порядка (называемый «нерелятивистским»). Затем довольно эвристически добавляют эффект второго порядка (замедление часов как функция β^2, гравитационное смещение как функция $\frac{U}{c^2}$). Синг предложил более систематическое решение, годное в случае слабых полей. Наконец, Мак Витти использовал метод, воспроизводимый частично нами в данной статье; этот метод заключается в применении разложения Тэйлора в частном случае шварцшильдовского пространства — времени. Этот метод также приближенный.

8. Стандартное время

Рассмотрим источник P_i', описывающий мировую линию C_i'. Отнесем C_i' к системе координат y_j^μ такой, что $\overset{\circ}{y}_j$ составляют конгруэнцию временных линий, y_j^p — произвольны.

Тогда получаем

$$ds_i^2 = (g_{pq})_i dy_{ij}^p dy_{ij}^q + 2\,(g_{p0})_i dy_{ij}^p dy_{ij}^0 + (g_{00})_i\,(dy_{ij}^0)^2. \tag{57}$$

Единичные векторы e_p, e_0, касательные в P_j' к кривым y_j^p, $\overset{\circ}{y}_j$, определяют касательное эвклидово пространство. В этом пространстве можно заменить векторы e_p векторами ε_p, ортогональными к y_j°. Можно тогда ds_i^2 представить ортогональным разложением на dy^0, касательное к e_0 и $d\sigma$, касательное трехмерной плоскости ε_p и ортогональное к e_0. Это разложение на «сопряженные» пространство и время имеет, разумеется, лишь л о к а л ь н ы й смысл. Иначе говоря, если y_k°, $d\sigma_k$ — аналогичное разложение в другой точке P_k', то перемена координат $y_i^\mu \to y_k^\mu$ не влечет за собой в общем случае преобразования $d\sigma_i \to d\sigma_k$. Локально выражение (57) имеет следующий вид:

$$ds_i^2 = c^2 d\tau_i^2 = -\,d\sigma_{ij}^2 + (dy_{ij}^0)^2 \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_P)_i \frac{v_{ij}^P}{c}\right]^2, \tag{58}$$

где

$$\gamma_\mu = \frac{g_{\mu 0}}{\sqrt{g_{00}}}, \quad \gamma_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu 0} g_{\nu 0}}{g_{00}}, \tag{59}$$

мы положили

$$d\sigma_{ij}^2 = -\,(\gamma_{pq})_i\, dy_{ij}^p dy_{ij}^q, \tag{60}$$

$$v_{ij}^p = \left(\frac{dy^p}{dt}\right)_{ij}. \tag{61}$$

Координатные кривые y_j^μ касательны в P_j естественному реперу $(e_\mu)_j$ такому, что

$$(\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu)_j = (g_{\mu\nu})_{P_i' \to P_j}. \tag{62}$$

Определим также вектор $(\varepsilon_\mu)_j$, так, что

$$(\varepsilon_\mu \cdot \varepsilon_\nu)_j = -(\gamma_{\mu\nu})_j, \tag{63}$$

откуда

$$(\varepsilon_\mu \cdot \varepsilon_0)_j = 0, \quad (\varepsilon_0)_j^2 = 0.$$

Согласно определению (59) для $\gamma_{\mu\nu}$, $(\varepsilon_0)_j$ равен 0 и $\bar{\varepsilon}$ (ε'_p) определяют локально гипер-плоскость, ортогональную в P_j к y_j^0; это «физическое пространство» в P_j. Проекция $\mathbf{v}$ $(v^\mu = dy^\mu/dt)$ на эту плоскость, нормальную к y_j^0, равна [13]

$$\bar{v}_{ij} = (\varepsilon_\mu)_j v_{ij}^\mu = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{ij} \tag{64}$$

и

$$\bar{v}_{ij}^2 = (\varepsilon_\mu \varepsilon_\nu)_j \left(\frac{dy^\mu}{dt}\right)_{ij} \left(\frac{dy^\nu}{dt}\right)_{ij} =$$

$$= -\lim_{P_i \to P_j} \left[(\gamma_{\mu\nu})_i \left(\frac{dy^\mu}{dt}\right)_{ij} \left(\frac{dy^\nu}{dt}\right)_{ij}\right] = \lim \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{ij}^2. \tag{65}$$

Исходя из (58) и (63), получается еще выражение $d\tau = ds/c$ либо как функция координатного времени dt

$$d\tau_i = dt_{ij} \left\{ -\frac{\bar{v}_{ij}^2}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v_{ij}^p}{c}\right]^2 \right\}^{1/2}, \tag{66}$$

---

[13] Если U_i и U_j — единичные векторы скорости, касательные в P_i и P_j мировым линиям C_i и C_j, то параллельный перенос из P_i в P_j позволяет определить U'_{ij}. Проекция U'_{ij} на плоскость, нормальную к C_j, определяет по Сингу, скорость P_i относительно P_j

$$\bar{U}'_{ij} = (\bar{\varepsilon}_\mu)_j U'^\mu_{ij} \quad \left(\varepsilon_p \varepsilon_q = -\gamma_{pq}, \varepsilon_0 = 0\right).$$

Согласно Катанео относительная скорость определяется через

$$\bar{V}_{ij} = (\bar{\varepsilon}_\mu)_j V_{ij}^\mu \quad \text{при} \quad V_{ij}^\mu = \left(dy^\mu/dT\right)_{ij},$$

где dT — интервал «стандартного времени», а не мировой интервал.

Легко видеть (см. (66)), что $\bar{U}' = \bar{V}/c\sqrt{1-(V^2/c^2)}$. См. T. L. Synge. Relativity.— The general Theory, p. 120. C. Cattaneo. Formulation des lois physiques en Relativité generale, Cours professé an College de France, 1961—1962, p. 64.

либо как функция «стандартного времени»

$$dT_{ij} = \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}\right] dt_{ij}. \tag{67}$$

Тогда получаем

$$d\tau_i = \left(1 - \frac{\overline{V}^2_{ij}}{c^2}\right)^{1/2} dT_{ij}, \tag{68}$$

подставляя

$$\overline{V}_{ij} = \overline{v}_{ij} \left(\frac{d\tau}{dT}\right)_{ij} = \left(\frac{d\sigma}{dT}\right)_{ij} = (\varepsilon_\mu)_j \left(\frac{dy^\mu}{dT}\right)_{ij}. \tag{69}$$

Катанео называет T_{ij} и V_{ij} стандартными временем и скоростью. Получаются отношения, формально идентичные отношениям специальной теории относительности. Разумеется, эти выражения имеют чисто локальный характер. Если $\bar{v}_{ij} = \overline{V}_{ij} = 0$, то

$$d\tau_i = dT_{ij} = \sqrt{(g_{00})}\, dt_{ij}.$$

Продолжительность N пульсаций идентичных локальных часов такова, что

$$d\tau_0 = d\tau_i = d\tau_j. \tag{70}$$

Согласно (66) и (67) между собственным, координатным и стандартным временем для наблюдателя P_j, мировая линия которого $C_j = \overset{0}{y}_j$, существует отношение

$$d\tau_i = dt_{ij} \left\{-\frac{\bar{v}^2_{ij}}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}\right]^2\right\}^{1/2} =$$
$$= dT_{ij}\left[1 - \frac{\overline{V}^2_{ij}}{c^2}\right]^{1/2}. \tag{71}$$

Собственное время не зависит от принятой системы отсчета. Наоборот, стандартное и координатное время существенно зависит от принятой системы координат. В последнем выражении мы явно обозначили индекс (j), относящийся к системе отсчета, тогда как обычно этот индекс не фигурирует в уравнениях, связывающих времена или частоты. Нам кажется, что это опущение служит причиной некоторых трудностей и многочисленных неясностей.

9. Частота излучения. Частота приема

Определение частоты — чисто теоретическое — может относиться либо к собственному времени наблюдателя, либо к его координатному времени, либо к его стандартному времени. Единицы этих времен сокращаются при определении отношения тех чисел, которые фактически измеряются. Тем не менее они являются промежуточным теоретическим звеном, связывающим отношение частот с другими измеряемыми величинами (гравитационные потенциалы, относительные скорости) для получения физического закона. а. *Частота излучения.* В течение соответствующих времен $d\tau$, dt_{ij}, dT_{ij} идентичные источники, находящиеся в P_i, излучают по определению одинаковое число N_i-пульсаций. Мы назовем частотой излучения источника S_i для наблюдателя P_j, совпадающего локально с P_i, но могущего иметь другую скорость, число N_i-пульсаций, излученных S_i за время излучения $d\tau_j$, dt_{ij} или за стандартное время dT_{ij}

$$\bar{\nu}_j^{(e)} = \frac{N_i}{d\tau_j^e}, \quad \nu_{ij}^e = \frac{N_i}{dt_{ij}^e}, \quad \tilde{\nu}_{ij}^e = \frac{N_i}{dT_{ij}^e}, \tag{72}$$

где $\bar{\nu}_j^{(e)}$ — собственная частота, ν_{ij}^e — координатная частота, $\tilde{\nu}_{ij}^e$ — стандартная частота.

б. *Частота приема.* Определение (72) относится к числу пульсаций, излученных источником S, совпадающим в данный момент с наблюдателем.

Если P_i не совпадает с P_j, то N_i-пульсаций, излученных в P_i, передаются в P_j вдоль геодезических линий нулевой длины $P_iP_j \ldots P_i' P_j'$. Они определяют на C_j интервал времени dt_{ij}^a, соответствующий приему этих пульсаций. Тогда частоты приема равны

$$\bar{\nu}_{ij}^{(a)} = \frac{N_i}{d\tau_{ij}^{(a)}}, \quad \nu_{ij}^{(a)} = \frac{N_i}{dt_{ij}^{(a)}}, \quad \tilde{\nu}_{ij}^{(a)} = \frac{N_i}{dT_{ij}^{(a)}}. \tag{73}$$

Речь идет опять либо о собственных частотах (определенных собственным временем), либо о координатных частотах, либо о стандартных.

10. Сравнение гравитационных потенциалов (расчеты посредством понятия собственной частоты)

Если $N_i = n_i$-пульсаций, излученных из P_i, приняты в P_j за время излучения $N_{ij} = N_j$ (N_i) пульсаций его локальных идентичных часов, то P_j приписывает источнику S_i частоту

$$\nu_{ij}^{(a)} = \frac{n_i}{d\tau_{ij}^{(a)}} = \frac{n_i}{N_{ij} d\tau_1} = \frac{n_i}{N_{ij}} \bar{\nu}_j. \tag{74}$$

Предположим, что источник S_0 (по Минковскому) излучает N_0-пульсаций, которые, будучи принятыми в P_i и P_j, совпадают с N_0 и N_{0j} вибрациями их локальных идентичных источников. Тогда как и в статическом случае

$$N_{ij} = \frac{N_{0j} \times n_i}{N_{0i}} \tag{75}$$

и, следовательно,

$$\bar{\nu}_{ij}^{(a)} = \frac{N_{0i}}{N_{0j}} \bar{\nu}_j. \tag{76}$$

Прочертим теперь в P_i и P_j временны́е линии $\overset{0}{y_i}$ и $\overset{0}{y_j}$, касательные к векторам η_{0i} и η_{0j}, выведенным из единичной скорости в S_0 параллельным переносом вдоль геодезической линии нулевой длины P_0, P_i, P_j, N_{0i} и N_{0j} пульсаций локальных часов определяют в P_i и P_j интервалы $d\tau_{0i}$ и $d\tau_{0j}$ (на соответствующих мировых линиях C_i и C_j), пропорциональные N_{0i} и N_{0j}

$$d\tau_{0i} = N_{0i} d\tau_1, \quad d\tau_{0j} = N_{0j} d\tau_1. \tag{77}$$

Из (74), (75) и (77) вытекает

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \frac{N_{0i}}{N_{0j}} = \frac{d\tau_{0i}}{d\tau_{0j}}. \tag{78}$$

Но в P_i и P_j можно писать (так как разложение dt_{0i} и dt_{0j} производится по временны́м линиям $\overset{0}{y_i}$ и $\overset{0}{y_j}$ и по физическим локальным пространствам, нормальным к y_i^0 и y_j^0)

$$d\tau_{0i} = dt_{0i}\left\{-\frac{\bar{v}_{i0}^2}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i\,\frac{v_{i0}^P}{c}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= dT_{0i}\left[1 - \frac{\overline{V}_{i0}^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{79}$$

$$d\tau_{0j} \doteq dt_{0j}\left\{-\frac{\bar{v}_{j0}^2}{c^2} + \sqrt{(g_{00})_j} + (\gamma_P)_j\,\frac{v_{j0}^P}{c}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= dT_{0j}\left[1 - \frac{\overline{V}_{j0}^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{80}$$

Если бы P_j и P_i были бы неподвижны относительно P_0 (статический случай), то dt_{0i} и dt_{0j}, соответствующие времена приема N_0 пульсаций, излученных из P_0, были бы идентичными.

1°. Предположим, напротив, что P_j практически неподвижен относительно P_0. Можно выбрать в качестве временных линий конгруэнцию, образованную мировыми линиями C_0, C_j. Параллельный перенос из P_i в P_j мировой скорости U_i касательной к C_i, допускает определение в P_j — U'_{ij}, проекции которой на C_j и на сопряженную нормальную гиперплоскость равны

$$U'^0_{ij} = \left(\frac{dT}{d\tau}\right)_{ij} = \left(1 - \frac{\overline{V}_{ij}^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\overline{U}'_{ij} = \varepsilon_P U'^P_{ij} = \frac{\overline{V}_{ij}}{c}\left(1 - \frac{\overline{V}_{ij}^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Условия

$$\mathbf{v}_{j0} = 0, \quad \mathbf{v}_{i0} = \mathbf{v}_{ij} \tag{81}$$

позволяют написать (79) и (80) следующим образом:

$$d\tau_{0i} = dt_{0i}\left\{-\frac{\bar{v}_{ij}^2}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_P)_i\,\frac{v_{ij}^P}{c}\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= dT_{0i}\left[1 - \frac{\overline{V}_{ij}^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{82}$$

$$d\tau_{0j} = dt_{0j}\,\sqrt{(g_{00})_j} = dT_{0j}. \tag{83}$$

Времена dt_{0i} и dt_{0j} соответствуют N_{0i} и N_{0j} пульсациям идентичных локальных часов в P_i и P_j за время, в течение которого наблюдатели P_i и P_j сосчитывают одинаковое число N_0 сигналов, излученных из P_0. Если N_i и $N_{ij} = N_j(N_i)$ представляют собой числа пульсаций локальных часов, связанных передачей N_i сигналов, излученных из P_i и dt_{ij}, и $dt_{ij,j}$ — времена, соответствующие P_i и P_j (C_j — теперь временна́я линия), то

$$\frac{N_{0i}}{N_{0j}} = \frac{N_i}{N_{ij}} \text{ и } \frac{dt_{0i}}{dt_{0j}} = \frac{dt_{i,j}}{dt_{ij,j}} = \frac{dt^e_{ij}}{dt^a_{ij}}. \tag{84}$$

$dt_{,j}$ и $dt_{ij,j}$ можно назвать соответственно «временем излучения» и «временем приема» N_i пульсаций, излученных из P_i и принятых в P_j, при выборе C_i в качестве временно́й линии для оценки времен (рис. 3).

Вычисление отношения dt^e_{ij}/dt^a_{ij} может быть удобно осуществлено лишь приближенным способом [14].

Передача первого сигнала, излученного из P_i, происходит по геодезической линии нулевой длины P_iP_j. Перенесем вдоль этой геодезической линии отрезок C_i, соответствующий эмиссии N_i гребней волн, т. е. соответствующий времени dt^e_{ij}.

Квадрат длины элемента геодезической линии $P P_j$, отнесенный к системе отсчета с началом в P_j, имеет величину

$$\Delta s^2_{ij} = (g_{pq})_i \Delta y^p_{ij} \Delta y^q_{ij} + 2\,(g_{p0})_i \Delta y^p_{ij} \Delta y^0_{ij} + (g_{00})_i\,(\Delta y^0_{ij})^2 = 0, \tag{85}$$

т. е.

$$\Delta s^2_{ij} = -\,\Delta\Sigma^2_{ij} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i\,\frac{v^p_{ij}}{c}\right]^2 (\Delta y^0_{ij})^2 = 0 \tag{86}$$

---

[14] G. C. Mc Vittie производит подобное вычисление в случае поля Шварцшильда. J. L. Synge определяет приближенным вычислением мировую функцию

$$\Omega\,(P_iP_j) = \frac{1}{2}\,(u^1 - u^0) \int_{u_0}^{u_1} g_{\mu\nu}\,\frac{dy^\mu}{du}\,\frac{dy^\nu}{du}\,du$$

в случае слабых полей (Relativity, The general Theory, p. 302).

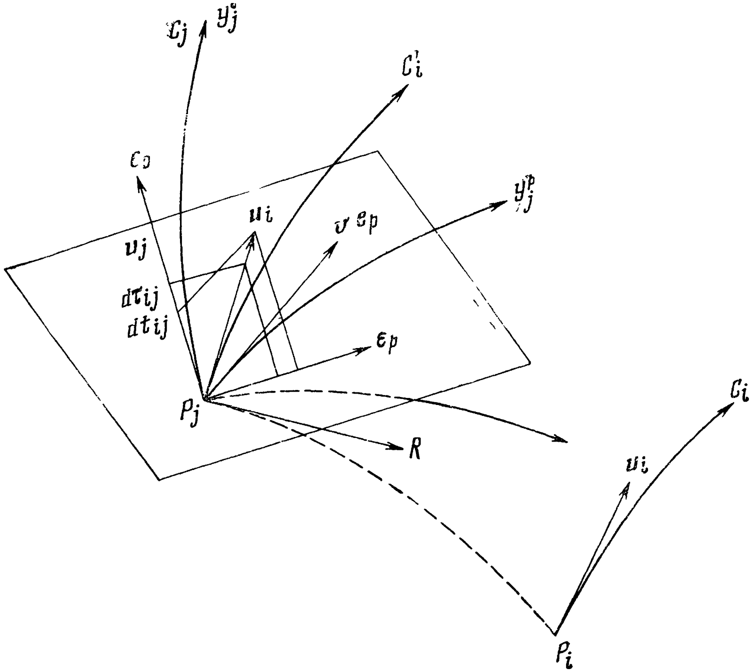

Рис. 3. О числе пульсации локальных часов

при

$$\Delta\Sigma_{ij}^2 = -(\gamma_{pq})_i\,\Delta y_{ij}^p \Delta y_{ij}^q \tag{87}$$

и

$$\gamma_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu 0} g_{\nu 0}}{g_{00}}, \quad \gamma_p = \frac{g_{p0}}{\sqrt{g_{00}}}. \tag{88}$$

Положим

$$(\gamma_{\mu\nu})_{i\to j} = -(\varepsilon_\mu \varepsilon_\nu)_j, \text{ откуда } (\varepsilon_\mu \varepsilon_0)_j = 0,\ \varepsilon_0^2 = 0. \tag{89}$$

Получаем, как в (64),

$$\Delta\Sigma_{ij} = \varepsilon_p \Delta y_{ij}^p. \tag{90}$$

Таким образом, $\Delta\Sigma_{ij}$ — трехмерная проекция элемента геодезической линии P_iP_j на плоскость, нормальную к C_j в P_j и определенную через ε_p. Но эта проекция также находится в двухмерной плоскости, составленной C_j и P_iP_j вблизи P_j. Если в этой плоскости ε_R — единичный вектор, нормальный к C_j, получаем также

$$\Delta\Sigma_{ij} = \varepsilon_R \Delta\Sigma_{ij}, \text{ откуда } \Delta\Sigma_{ij} = \varepsilon_R \varepsilon_p \Delta y^p_{ij}. \tag{91}$$

Из (86) получается

$$\Delta t_{ij} = \pm \frac{1}{c} \frac{\Delta\Sigma_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}}. \tag{92}$$

Интегрируя по P_iP_j, получаем, поскольку начало находится на C_j,

$$\int_{t_{i,j}}^{t_{j,j}} \Delta t_{ij} = -\frac{1}{c} \int_{y^p_{i,j}}^{y^p_{j,j}=0} \frac{\Delta\Sigma_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}} = t_{j,j} - t_{i,j}. \tag{93}$$

Предполагаем, разумеется, что пространство — время — стационарное, и $g_{\mu\nu}$ не зависит от времени. Если часы в P_i излучают N_i пульсаций, соответствующих интервалу

$$P_i(t_{i,j},\, y^p_{ij})\, P_i'(t_{i,j} + dt_{i,j},\, y^p_{i,j} + dy^p_{i,j}) \text{ на } C_i,$$

то эти N_i пульсаций распространяются по геодезическим линиям нулевой длины и определяют на C_j временной интервал

$$P_j(t_{j,j},\, y^p_{j,j} = 0)\, P_j'(t_{j,j} + dt_{j,j}\, (y^p_{j,j} + dy^p_{j,j}) = 0).$$

Интегрируя по геодезической линии нулевой длины $P_i'P_j'$, соответствующей последней переданной пульсации, получаем

$$\int_{t_{i,j}+dt_{i,j}}^{t_{j,j}+dt_{j,j}} \Delta t_{ij} = -\frac{1}{c} \int_{y^p_{i,j}+dy^p_{i,j}}^{(y^p_{j,j}+dy^p_{j,j})=0} \frac{\Delta\Sigma_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}} =$$

$$= t_{j,j} + dt_{j,j} - (t_{i,j} + dt_{i,j}). \tag{94}$$

Вычитая (93) из (94), получаем

$$dt_{j,\,j} - dt_{i,\,j} = -\frac{1}{c}\int\limits_{y_{ij}^p+dy_{ij}^p}^{y_{ij}^p} \frac{\varepsilon_R \varepsilon_p \Delta y_{ij}^p}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \dfrac{v_{ij}^p}{c}}. \qquad (95)$$

Ограничиваясь первым членом разложения по Тэйлору

$$F(y_{i,\,j}^p + dy_{i,\,j}^p) = F(y_{i,\,j}^p) + dy_{i,\,j}^p F'(y_{i,\,j}^p) + 0\,(dy_{i,\,j}^p)^2, \qquad (96)$$

получаем

$$dt_{j,\,j} - dt_{i,\,j} = \frac{1}{c}\frac{\varepsilon_R \varepsilon_p dy_{ij}^p}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \dfrac{v_{ij}^p}{c}}, \qquad (97)$$

т. е.

$$dt_{j,\,j} = \left[1 + \frac{1}{c}\frac{\varepsilon_R \varepsilon_p v_{ij}^p}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \dfrac{v_{ij}^p}{c}}\right] dt_{i,\,j} =$$

$$= \left[1 + \frac{\bar{v}_{ij}^R}{c}\frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i} + \gamma_p \dfrac{v_{ij}^p}{c}}\right] dt_{i,\,j}. \qquad (98)$$

Мы положили

$$dy_{i,\,j}^p = v_{ij}^p dt_{i,\,j} \qquad (\bar{v}_{ij}^R = \varepsilon_R v_{ij} = \varepsilon_R \varepsilon_p v_{ij}^p), \qquad (99)$$

$\bar{v}_{ij}^R$ представляет «лучевую скорость», находящуюся как и Σ_{ij} в двухмерной плоскости, определенной C_j и P_iP_j. В общем случае она не равна трехмерной «относительной скорости»

$$\bar{v}_{ij} = \bar{\varepsilon}_p v_{ij}^p \qquad (100)$$

проекции на плоскость, нормальную C_j в P_j; $\bar{v}_{ij}^R$ — это проекция $\bar{v}_{ij}$ на двухмерную плоскость C_j, P_iP_j

$$\bar{v}_{ij}^R = \varepsilon_R \bar{v}_{ij}, \qquad (101)$$

$\bar{v}_{ij}^R$ по Сингу [15] — скорость удаления P_i относительно P_j.

---

[15] J. L. Synge. Relativity. The general Theory, p. 120.

Она положительна, когда источник P_i удаляется от P_j. Согласно (84) и учитывая (98), получаем

$$\frac{dt_{0'}}{dt_{0i}} = \frac{dt_{i,j}}{dt_{j,j}} = \frac{dt^e_{ij}}{dt^a_{ij}} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{v}^R_{ij}}{c} \frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i} + \gamma_p \frac{v^p_{ij}}{c}}} . \quad (102)$$

Но, согласно (78), (82), (83) и (84)

$$\frac{\bar{\mathbf{v}}^a_{ij}}{\bar{\mathbf{v}}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \left\{ \frac{- \frac{\bar{v}^2_{ij}}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + \gamma_p \frac{v^p_{ij}}{c} \right]^2}{(g_{00})_i} \right\}^{\frac{1}{2}} \frac{dt^e_{ij}}{dt^a_{ij}} \cdot \quad (103)$$

Подставляя (102), получаем

$$\frac{\bar{\mathbf{v}}^{(a)}_{ij}}{\bar{\mathbf{v}}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\left\{ - \frac{\bar{v}^2_{ij}}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i; v^p_{ij} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(g_{00})_j}} \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \frac{\bar{v}^R_{ij}}{c} \frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ij}}{c}}} . \quad (104)$$

Примечание. Если бы мы применили определения (69) и (67) стандартных скорости и времени, мы получили бы

$$V^p = \frac{dy^p}{dT} = \frac{1}{\sqrt{(g_{00})} + \gamma_q \frac{v^q}{c}} \frac{dy^p}{dt} = \frac{v^p}{\sqrt{(g_{00})} + \gamma_q \frac{v^q}{c}} , \quad (105)$$

откуда

$$\gamma_p V^p \sqrt{(g_{00})} = \gamma_p v^p \left(1 - \gamma_q \frac{V^q}{c}\right) \quad (106)$$

и из (105)

$$v^p = \frac{V^p \sqrt{(g_{00})}}{1 - \gamma_q \frac{V^q}{c}} . \quad (107)$$

Получаем относительные стандартные скорости

$$\bar{V} = \bar{\varepsilon}_p V^p = \frac{\bar{v}}{\sqrt{(g_{00})} + \gamma_q \frac{v^q}{c}} \quad \text{и} \quad \bar{v} = \bar{\varepsilon}_p v^p = \frac{\bar{V}\sqrt{g_{00}}}{1 - \gamma_q \frac{V^q}{c}}, \tag{108}$$

и соотношения (103) между частотами запишутся

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_i} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})}_j}\left(\frac{1 - \frac{\bar{V}_{ij}^2}{c^2}}{1 - (\gamma_q)_i \frac{V_{ij}^q}{c}}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \frac{V_{ij}^R}{c}}. \tag{109}$$

Если $\bar{V}_{ij}$ совпадает с V_{ij}^R, то

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}\left(\frac{1 - \frac{V_{ij}^R}{c}}{1 + \frac{V_{ij}^R}{c}}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 - (\gamma_q)_i \frac{V_{ij}^q}{c}}. \tag{110}$$

Это приближенное обобщение формул, описывающих продольный допплер-эффект в специальной теории относительности.

2°. Предположим, напротив, что источник S_i практически неподвижен относительно источника Минковского, а наблюдатель P_j движется с относительной скоростью v_{ji} относительно S_i. Нужно положить

$$\boldsymbol{v}_{i0} = 0, \ \boldsymbol{v}_{j0} = \boldsymbol{v}_{ji}, \tag{111}$$

и соотношения (82) и (83) запишутся тогда

$$d\tau_{0i} = dt_{0i}\sqrt{(g_{00})_i} = dT_{0i}, \tag{82'}$$

$$d\tau_{0j} = dt_{0j}\left\{-\frac{\bar{v}_{ji}^2}{c^2} + [\sqrt{(g_{00})_j} + (\gamma_p)_j v_{ji}^p]^2\right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= dT_{0j}\left[1 - \frac{\bar{V}_{ij}^2}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{83'}$$

и мы получаем, как в (84)

$$\frac{dt_{0i}}{dt_{0j}} = \frac{dt_{i,i}}{dt_{j,i}} = \frac{dt_{ij}^e}{dt_{ij}^a}, \tag{84}$$

индекс i обозначает, что временны́е линии совпадают с конгруэнцией, содержащей C_i.

Интегрируя (92) вдоль геодезической линии P_iP_j, получаем выражение

$$\int\limits_{t_{i,i}}^{t_{j,i}} \Delta t_{ij} = \frac{1}{c} \int\limits_{y^p_{i,i}=0}^{y^p_{j,i}} \frac{\Delta\Sigma_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}} = t_{j,i} - t_{i,i}. \tag{93'}$$

С другой стороны, интегрирование вдоль геодезической линии $P'_iP'_j$ происходит в пределах

$$P'_i\,(y_{i,i} + dy_{i,i} = 0) \qquad P'_j\,(y_{j,i},\ y_{j,i} + dy_{j,i}),$$

так как адекватные временны́е линии составляют конгруэнцию, содержащую C_i. Таким образом, получаем

$$\int\limits_{t_{i,i}+dt_{i,i}}^{t_{j,i}+dt_{j,i}} \Delta t_{ij} = \frac{1}{c} \int\limits_{(y^p_{i,i}+dy^p_{i,i}=0)}^{y^p_{j,i}+dy^p_{j,i}} \frac{\Delta\Sigma_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}} =$$

$$= t_{j,i} + dt_{j,i} - (t_{i,i} + dt_{i,i}). \tag{94'}$$

Вычитая (93′) из (94′) и ограничиваясь первым членом разложения Тэйлора, получаем

$$dt_{j,i} - dt_{i,i} = \frac{1}{c} \int\limits_{y^p_{i,i}+dy^p_{i,i}}^{y^p_{i,i}} \frac{\varepsilon_R \varepsilon_p \Delta y^p_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}} +$$

$$+ \frac{1}{c} \int\limits_{y^p_{j,i}}^{y^p_{j,i}+dy^p_{j,i}} \frac{\varepsilon_R \varepsilon_p \Delta y^p_{ij}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}} = \frac{1}{c} \frac{\varepsilon_R \varepsilon_p \Delta y^p_{j,i}}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}}, \tag{95'}$$

откуда

$$dt_{i,i} = \left[1 - \frac{v^R_{ji}}{c} \frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}}\right] dt_{j,i}. \tag{98'}$$

Полагая

$$dy^p_{j,\,i} = v^p_{ji} dt_{j,\,i} \quad (\varepsilon_R \varepsilon_p v^p_{ji} = \varepsilon_R \boldsymbol{v}_{ji} = \overline{v}^R_{ji}). \tag{99'}$$

Соотношение частот

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{d\tau_{0i}}{d\tau_{0j}}\,. \tag{78}$$

перепишется согласно (82′), (83′) и (84′) так

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{d\tau_{0i}}{d\tau_{0j}} = \left\{ \frac{(g_{00})_i}{-\frac{\bar{v}^2_{ji}}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_j \frac{v^p_{ji}}{c}\right]^2} \right\}^{1/2} \frac{dt^e_{ij}}{dt^a_{ij}}, \tag{103'}$$

т. е., учитывая (98′),

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \left\{ \frac{(g_{00})_i}{-\frac{\bar{v}^2_{ji}}{c^2} + \left[\sqrt{(g_{00})_i} + (\gamma_p)_i \frac{v^p_{ji}}{c}\right]^2} \right\}^{1/2} \times$$

$$\times \left[1 - \frac{v^R_{ji}}{c} \frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i} + \gamma_p \frac{v^p_{ji}}{c}} \right]. \tag{104'}$$

Применяя стандартные время и скорость, мы получили бы еще отношения (107) и (108). Тогда, подставляя в (104′), получили бы

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}} \frac{1 - \gamma_q \frac{V^q_{ji}}{c}}{\left(1 - \frac{V^2_{ji}}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \frac{V^R_{ji}}{c}\right) \tag{109'}$$

и если относительная скорость совпадает с лучевой

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}} \left(\frac{1 - \frac{V^R_{ji}}{c}}{1 + \frac{V^R_{ji}}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \gamma_q \frac{V^q_{ji}}{c}\right). \tag{110'}$$

Переход от (104) к (104′) и от (109) к (109′) предполагает асимметрию между источником и наблюдателем (в (104) неподвижен наблюдатель относительно S_0, в (104′) неподвижен источник C_i относительно S_0). Суть в том, чтобы свести собственную систему отсчета наблюдателя либо собственную систему отсчета источника к одной и той же системе отсчета S_0 (последняя играет некоторым образом роль абсолютного пространства). Формальное изложение заключений наблюдателя в том и другом случае будет различное. Наоборот, в специальной теории относительности эти соотношения выводятся целиком из (104) и индекс j относится всегда к наблюдателю, а индекс i — всегда к источнику, движущемуся относительно наблюдателя.

III. ПРИМЕНЕНИЯ

Экспериментальные проверки на основе сравнения частот сводятся к определению, с одной стороны, отношения n_i/N_{ij} числа n_i, вибраций, принятых от источника S_i, и числа $N_{ij} = N_i\,(N_j)$ совпадающих пульсаций идентичного локального источника; с другой стороны, гравитационного поля в P_i, в P_j и относительной скорости между источником и наблюдателем.

Всякая экспериментальная проверка общей теории относительности состоит, таким образом, в сравнении этих двух групп наблюдений, причем чисто абстрактное понятие частоты служит просто посредником для этого сравнения.

11. Отсутствие гравитационного поля

Пусть в отсутствии гравитационного поля мы выбрали галилеевскую систему координат. Имеем

$$(g_{00})_i = (g_{00})_j = 1 \quad (\gamma_i = 0,\ V_{ij} = v_{ij}). \tag{112}$$

Получаем, исходя из (104),

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_i} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\sqrt{1-\dfrac{\bar{v}_{ij}^2}{c^2}}}{1+\dfrac{v_{ij}^R}{c}} = \frac{\sqrt{1-\beta_{ij}^2}}{1+\beta_{ij}\cos\alpha} \quad \left(\beta_{ij} = \frac{\bar{v}_{ij}}{c}\right), \tag{113}$$

обозначая через α угол относительной скорости v_{ij} с радиальным направлением P_jP_i.

Эти формулы, в которых i относится всегда к источнику, а j всегда к наблюдателю (но не к определенным точкам пространства — времени), передают формальную идентичность заключений наблюдателей.

Согласно (104′) мы имели бы в случае движущегося наблюдателя P_j

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{1 - \frac{v_{ji}^R}{c}}{\sqrt{1 - \frac{\bar{v}_{ji}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \beta_{ji}\cos\alpha}{\sqrt{1 - \beta_{ji}^2}}. \tag{114}$$

12. Статический случай

Если источник неподвижен относительно наблюдателя, то

$$v_{ij} = 0 \tag{115}$$

Исходя из (104) или (104′), мы сразу вновь получаем формулы, установленные для статического случая

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = \frac{\sqrt{(g_{00})_i}}{\sqrt{(g_{00})_j}}. \tag{116}$$

13. Спутники Земли. Сферическое симметричное гравитационное поле

а) *Измерения земного наблюдателя.* Допустим, что гравитационное поле на поверхности земли P_j и у спутника P_i сводится практически лишь к гравитационному полю Земли. Это гравитационное поле практически шварцшильдовское.

В этом случае выберем систему Шварцшильда с центром Земли

$$g_{0p} = 0, \ \gamma_p = 0, \ g_{00} = 1 - \frac{2U}{c^2}. \tag{117}$$

Получаем согласно (104)

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \left[\frac{(g_{00})_i - \frac{\bar{v}_{ij}^2}{c^2}}{(g_{00})_j}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \frac{v_{ij}^R}{c}\frac{1}{\sqrt{(g_{00})_i}}} = \frac{n}{N_{ij}}. \tag{118}$$

Положим

$$\beta_{ij} = \frac{v_{ij}}{c}, \quad v_{ij}^R = v_{ij}\cos\alpha. \tag{119}$$

Отношение (118) запишется

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}^{(a)}}{\bar{\nu}_j} = \left(\frac{1 - \frac{2U_i}{c^2} - \beta_{ij}^2}{1 - \frac{2U_j}{c^2}}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1 - \frac{2U_i}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{2U_i}{c_2} + \beta_{ij}\cos\alpha}}. \tag{120}$$

Пренебрегаем членами порядка высшего, чем $\frac{1}{c^2}$. Тогда

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}}{\nu_j} \sim \left(1 - \frac{U_i}{c^2} - \frac{\beta_{ij}^2}{2}\right)\left(1 + \frac{U_j}{c^2}\right)\left(1 - \frac{U_i}{c_2}\right) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{U_i}{c^2} - \beta_{ij}\cos\alpha + \beta_{ij}^2\cos^2\alpha\right) \sim$$

$$\sim 1 + \frac{U_j - U_i}{c^2} - \frac{\beta_{ij}^2}{2} - \beta_{ij}\cos\alpha + \beta_{ij}^2\cos^2\alpha. \tag{121}$$

Например, для спутника с орбитой, близкой к круговой [16]

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \gamma = \frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r}, \text{ откуда } v^2 = \frac{GM}{r} = U \tag{122}$$

и мы получаем

$$\frac{\bar{\nu}_{ij}}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i}{N_{ij}} = 1 + \frac{U_j - U_i}{c^2} - \frac{U_i}{2c^2} \tag{123}$$

[16] Здесь пренебрегается вращением Земли. Вращение, очевидно, влечет $v_{ij} \neq v$ (v — скорость относительно центра Земли) и модифицирует гипотезы (117) поправкой типа Ленц — Тирринг ($g_{0p} \neq 0$).

и

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = \frac{\bar{\nu}_{ij} - \bar{\nu}_j}{\bar{\nu}_j} = \frac{n_i - N_{ij}}{N_{ij}} = \frac{1}{c^2}\left(U_j - \frac{3U_i}{2}\right). \qquad (124)$$

Если R — радиус земли и H высота орбиты спутника, то

$$U_j = \frac{GM}{R}, \qquad U_i = \frac{GM}{R+H} \qquad (125)$$

и

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = \frac{n_i - N_{ij}}{N_{ij}} = \frac{GM}{c^2R}\left(1 - \frac{3R}{2(R+H)}\right). \qquad (126)$$

Мы получили известные результаты, учитывающие как эффекты специальной теории относительности (в пространстве Минковского), так и общей теории в пространстве Римана.

Для далеких спутников ($H \gg R$)

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = \frac{GM}{c^2R}\left(1 - \frac{3R}{2H}\right) > 0, \qquad (127)$$

для близких спутников ($H \ll R$)

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = -\frac{GM}{2c^2R}\left(1 - \frac{3H}{R}\right) < 0. \qquad (128)$$

Следовательно, земные часы регистрируют фиолетовое смещение ($\bar{\nu}_{ij} - \bar{\nu}_j > 0$) для частот, излученных далеким спутником, и красное смещение ($\bar{\nu}_{ij} - \bar{\nu}_j > 0$) для частот, излученных близким спутником. Теоретическое расстояние инверсии смещения, т. е. расстояние, соответствующее

$$\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} = 0 \text{ или } n_i = N_{ij}, \qquad (129)$$

равно

$$H = R/2. \qquad (130)$$

б. Измерения на борту спутника. Если наблюдатель находится на борту спутника (обозначение наблюдателя P'_j), имеет идентичные часы и принимает n'_i вибраций от земного источника S'_i, за время $N_{i'j'}$ вибраций его собственных часов, то применение формул (104′) приводит к

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{i'j'}}{\bar{\nu}_j}=\frac{n_{i'}}{N_{i'j'}}=\left(\frac{(g_{00})_{i'}}{(g_{00})_{j'}-\frac{\bar{v}^2_{j'i'}}{c^2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{v^R_{j'i'}}{c\sqrt{(g_{00})_{i'}}}\right), \qquad (118')$$

т. е.

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{i'j'}}{\bar{\nu}_{j'}}=\frac{n_{i'}}{N_{i'j'}}=\left(\frac{1-\frac{2U_{i'}}{c^2}}{1-\frac{2U_{j'}}{c^2}\beta^2_{j'i'}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{\beta_{j'i'}\cos\alpha}{\left[1-\frac{2U_{i'}}{c^2}\right]^{\frac{1}{2}}}\right). \qquad (120')$$

Действительно, в системе Шварцшильда, связанной теперь с неподвижным источником P'_i, т. е. с Землей,

$$\gamma_p=0, \quad g_{00}=1-\frac{2U}{c^2}\left(U=\frac{GM}{r}\right).$$

Следовательно,

$$\frac{\bar{\nu}^{(a)}_{i'j'}}{\bar{\nu}_{j'}}=\frac{n_{i'}}{N_{i'j'}}=\left(1-\frac{U_{i'}}{c^2}\right)\left(1+\frac{U_{j'}}{c^2}+\frac{\beta^2_{j'i'}}{2}\right)\times$$
$$\times\left(1-\frac{U_{i'}}{c^2}-\beta_{j'i'}\cos\alpha\right)\left(1+\frac{U_{i'}}{c^2}\right)=$$
$$=\left(1+\frac{U_{j'}-U_{i'}}{c^2}+\frac{\beta^2_{j'i'}}{2}-\beta_{j'i'}\cos\alpha\right). \qquad (121)$$

Но при инверсии положений источника и наблюдателя в отношении эксперимента a) ($S_{i'}=R_{j'}$, $R_j=S_i$; теперь индексы i и j относятся к положениям спутника и Земли, независимо от того, где находится источник и наблюдатель) имеем

$$U_{j'}=U_i, \quad U_{i'}=U_j. \qquad (131)$$

Наблюдатель на спутнике, описывающем траекторию вокруг Земли, зарегистрирует смещение

$$\frac{\Delta'\bar{\nu}}{\bar{\nu}}=\frac{\bar{\nu}_{i'j'}}{\bar{\nu}_{j'}}-1=-\left(\frac{U_j-U_i}{c^2}\right)+\frac{\beta^2_{ij}}{2}-\beta_{ij}\cos\alpha. \qquad (132)$$

Сравнивая с (121), получаем разницу

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{Земля}}-\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{спутник}}=\frac{2}{c^2}(U_j-U_i)-\beta^2_{ij}\sin^2\alpha.$$

В случае круговой орбиты

$$v_{ij}^2 = \frac{GM}{r_i} = U_i = U'_j, \tag{133}$$

откуда

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_{\text{спутник}}' = -\frac{1}{c^2}(U_j - U_i) + \frac{U_i}{2c^2} =$$

$$= -\frac{1}{c^2}\left(U_j - \frac{3U_i}{2}\right) = -\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_{\text{Земля}}. \tag{124'}$$

Смещение, регистрируемое с помощью мазера на спутнике от идентичного мазера на Земле, одинаково по величине и обратно по знаку смещения, регистрируемому с помощью земного мазера от мазера на спутнике. Для далекого спутника это смещение является красным

$$(\Delta\bar{\nu}' = \bar{\nu}_{i'j'} - \bar{\nu}_{j'} = \bar{\nu}_{ji} - \bar{\nu}_i < 0),$$

а для близкого — фиолетовым

$$(\Delta\bar{\nu}' = \bar{\nu}_{i'j'} - \bar{\nu}_{j'} = \bar{\nu}_{ji} - \bar{\nu}_i > 0);$$

таким образом, соответствующие заключения следующие:

для далекого спутника $\bar{\nu}_{ij} > \bar{\nu}_j$ и $\bar{\nu}_{ji} < \bar{\nu}_i$, (134)

для близкого спутника $\bar{\nu}_{ij} < \bar{\nu}_j$ и $\bar{\nu}_{ji} > \bar{\nu}_i$. (135)

Но $\bar{\nu}_i = \bar{\nu}_j$, следовательно,

для далекого спутника $\bar{\nu}_{ji} < \bar{\nu}_i = \bar{\nu}_i < \bar{\nu}_{ij}$, (136)

для близкого спутника $\nu_{ij} < \bar{\nu}_i = \bar{\nu}_j < \bar{\nu}_{ji}$. (137)

P_i и P_j соответствуют наблюдателям спутника и Земли.

в) Эллиптические орбиты. Можно сделать аналогичные предсказания (в пределах членов β^2) для смещений в апогее и перигее спутников с большим эксцентриситетом орбиты.

В перигее

$$U_j = \frac{GM}{R}, \qquad U_i^{(p)} = \frac{GM}{R + H_p}, \tag{138}$$

откуда

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_p = \frac{GM}{c^2R}\left(1 - \frac{3R}{2(R + H_p)}\right). \tag{139}$$

В апогее

$$U_j = \frac{GM}{R}, \qquad U_i^{(a)} = \frac{GM}{R + H_a}, \tag{140}$$

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_a = \frac{GM}{Rc^2}\left(1 - \frac{3R}{2(R + H_a)}\right). \tag{141}$$

Таким образом, можно будет констатировать переход смещения в красное $(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} < 0)$, когда спутник придет к перигею, и в фиолетовое $(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}} > 0)$, когда он придет к апогею, при условии

$$H_p < \frac{R}{2} < H_a. \tag{142}$$

С другой стороны,

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_a - \left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_p = \frac{3GM}{2c^2}\,\frac{(H_a - H_p)}{(R + H_p)(R + H_a)}. \tag{143}$$

Но

$$H_a = a(1 + e) - R, \quad H_p = a(1 - e) - R, \tag{144}$$

откуда

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_a - \left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_p = \frac{3GMe}{ac^2(1 - e)} = \frac{3GM}{h^2}\,\frac{GM}{c^2}\,e = \varepsilon e, \tag{145}$$

где h — константа площадей и $2\pi\varepsilon$ — смещение перигея за оборот.

Согласно 3-му закону Кеплера

$$\left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_a - \left(\frac{\Delta\bar{\nu}}{\bar{\nu}}\right)_p = \frac{12\pi^2}{c^2}\left(\frac{a}{T}\right)^2 \frac{e}{(1 - e^2)}.$$

Для спутника, у которого $a = 10\,000$ *км* $= 10^9$ *см*, получаем

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_a - \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_p \sim \frac{e}{(1 - e^2)}\,\frac{10^{-9}}{0{,}3} \sim 10^{-9} \text{ при } e \sim 0{,}3. \tag{146}$$

14. Значение экспериментов со смещением частот в качестве проверки общей теории относительности

Часто утверждают, что проверка законов смещения частот (сравнение отношения двух чисел вибраций и отношения соответствующих гравитационных потенциалов) доказывает справедливость принципа эквивалентности, но отнюдь не справедливость общей теории относительности как неэвклидовой теории гравитационного поля.

Это утверждение имеет очевидные исторические корни; известно, что Эйнштейн задолго до построения общей теории относительности постулировал гравитационное смещение, уподобляя гравитационный потенциал квадрату мгновенной скорости, который фигурирует в выражении для замедления часов.

Принцип эквивалентности используется, таким образом, для сведения эффектов гравитации к инерционным эффектам. Но если сверх того мы требуем использования принципа общей теории относительности, т. е. выражения эквивалентности различных локальных эвклидовых описаний, соответствующих каждое мгновенной скорости, мы не избегнем введения неэвклидова глобального описания. Последнее позволяет осуществить сшивание различных локальных эвклидовых описаний.

Следовательно, принцип эквивалентности увлекает гравитационные феномены к неэвклидовому описанию посредством обобщения теорией относительности инерционных эффектов. Можно придумать описания гравитационных феноменов в эвклидовом пространстве, но тогда надо их отделить от «эквивалентности», как принципа. Тогда эффекты гравитации проявятся в изменении структуры вибрирующих атомов, но не как обобщенный допплер-эффект, т. е. не как эффект, связанный со сравнением систем отсчета источника и наблюдателя.

Эти заключения не означают, что проверка формул смещения «доказывает» справедливость общей теории относительности. Можно, например, придумать конкурирующую эвклидовую интерпретацию. Но если принять принцип эквивалентности, весьма трудно не интерпретировать проверку смещения как проверку общей теории относительности (или другой подобной теории), как неэвклидовой теории гравитационного поля.

А. Г. Баранов

ГРАВИТАЦИОННОЕ СМЕЩЕНИЕ

I. ВВЕДЕНИЕ

Через два года после создания специальной теории относительности и за девять лет до появления общей теории относительности Эйнштейн предсказал существование гравитационного смещения частоты.

В статье 1907 г. «Принцип относительности и вытекающие из него следствия» [1] Эйнштейн дал для гравитационного смещения частоты приближенную формулу

$$\nu = \nu_0 (1 + \Phi / c^2), \tag{1}$$

где ν — воспринимаемая частота при разности гравитационного потенциала Φ между приемником и источником, а ν_0 — частота при отсутствии разницы потенциала. Формула (1) приближенна и годна при $\Phi/c^2 \ll 1$. В этой же статье дана и точная формула

$$\nu = \nu_0{}^{\Phi/c^2}. \tag{2}$$

В частности, Эйнштейн указал, что спектральные линии солнечного спектра должны быть сдвинуты на величину $\sim 2 \cdot 10^{-6}$ по сравнению со спектром тех же элементов на земле.

Обоснование гравитационного смещения в этой статье вкратце состоит в следующем. Эйнштейн постулирует полную физическую равноправность (для всех физических явлений) системы неподвижной в однородном гравитационном поле и системы движущейся равномерно-ускоренно в отсутствии гравитации (принцип эквивалентности). Пользуясь этим эвристическим принципом, Эйнштейн

---

[1] A. Einstein. Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen. Folgerungen. Jahrb. Radioaktivität, 1907, Bd. 4, 411—462.

заменяет исследование физических процессов в однородном гравитационном поле их исследованием в равномерно-ускоренной системе в отсутствии гравитации, что значительно облегчает теоретическое осмысливание.

Затем Эйнштейн определяет понятие «одновременности» двух событий для этой равномерно-ускоренной системы Σ. Два события одновременны в системе Σ, если они одновременны в инерциальной системе отсчета S', движущейся с той же скоростью v, что и система Σ в данный момент t' (t' — время системы S'). После этого Эйнштейн вводит понятие «местное время» σ. Это то время, которое показывают часы, установленные в системе Σ на расстоянии x от начала координат этой системы. Поскольку скорость v системы Σ непрерывно изменяется, непрерывно изменяется и инерциальная система S', с помощью которой определяется «одновременность» событий в системе Σ. Таким образом, если в какое-то мгновение одновременные показания двух местных часов совпадают, то уже в следующее мгновение это одновременное совпадение будет нарушено. Применяя к двум показаниям местных часов, разделенных промежутком времени τ (по часам, установленным в начале координат), преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{и} \quad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

Эйнштейн приходит к формуле

$$\sigma = \tau\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right).$$

В силу принципа эквивалентности та же формула действительна и для однородного гравитационного поля.

В последнем $gx = \Phi$, отсюда

$$\sigma = \tau\,(1 + \Phi / c^2).$$

Распространяя формулу (1) или более точную формулу (2) на случай неоднородного гравитационного поля и полагая, что источники спектральных линий могут рассматриваться как идеальные часы, Эйнштейн и предсказал гравитационное смещение спектральных линий.

Изложение вопроса о влиянии тяготения на распространение света в статье 1907 г. не удовлетворяло Эйнштейна, и поэтому четыре года спустя (в 1911 г.), он к нему возвращается в статье «О влиянии силы тяжести на распространение света»[2]. В этой статье Эйнштейн дает новое обоснование гравитационного смещения с помощью допплер-эффекта в равномерно-ускоренной системе в отсутствии гравитации. Сущность нового обоснования сводится к следующему. В момент испускания света скорости источника и приемника одинаковы, т. е. их относительная скорость равна нулю. Но для преодоления расстояния l между источником и приемником требуется время $t \approx l/c$. За это время скорость приемника благодаря ускорению g изменится на

$$v_0 = gt = gl / c.$$

Таким образом, скорость источника в момент испускания сигнала и скорость приемника в момент приема сигнала отличаются на величину v_0, вследствие чего должен возникнуть допплер-эффект

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_0}{c}\right) = \nu_0 \left(1 + \frac{gl}{c^2}\right).$$

В силу принципа эквивалентности тот же эффект должен иметь место в однородном гравитационном поле. В последнем $gl = \Phi$, отсюда

$$\nu = \nu_0 (1 + \Phi / c^2).$$

Разбор того, насколько это обоснование корректно, мы оставим до теоретической части настоящей статьи. Здесь же следует подчеркнуть, что Эйнштейн с самого начала прекрасно понимал, что открытый им эффект гравитационного смещения относится не только к вопросу распространения света в поле тяготения, а имеет общефизическое значение. Он это ясно высказал уже в статье 1907 г. в следующих словах: «В этом смысле мы можем сказать, что происходящий в часах процесс, и вообще любой физический процесс, протекает тем быстрее, чем выше гравитационный потенциал того места, где этот процесс происходит»[3].

Эту же мысль он развивает более обстоятельно в статье 1911 г.[4] В частности, он говорит: «Ничто не принуждает

---

[2] A. Einstein. Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes.— Ann. Phys., 1911, Bd. 35, 898—908.

[3] См. сноску 1.

[4] См. сноску 2.

нас к допущению, что часы, находящиеся при различных гравитационных потенциалах, должны рассматриваться как одинаково быстро идущие механизмы. Наоборот, мы непременно должны определить время в K (система в гравитационном поле.— *Прим. автора.*) так, чтобы число гребней волн и минимумов между ними, которые находятся между S_2 и S_1 (источником и приемником.— *Прим. автора.*), не зависело от абсолютного значения времени, ибо рассматриваемый процесс по природе своей стационарен. Если мы этого условия не выполним, то придем к определению времени, при применении которого время явно войдет в законы природы, что, конечно, неестественно и нецелесообразно. Итак, оба часовых механизма в S_2 и S_1 не показывают правильного «времени». Если мы определили время в S_1 часами *и*, *то мы должны измерить время в* S_2 *часами, которые идут в* $1 + \Phi/c^2$ *раза медленнее, чем часы и, при их сравнении в одном и том же месте*». Эйнштейн показывает также, что только при этом условии сохраняется принцип постоянства скорости света.

Наконец, в фундаментальной работе 1916 г. «Основы общей теории относительности» [5], где вопросу гравитационного смещения уделено всего три строки на предпоследней странице, Эйнштейн пишет: «Итак, часы идут медленнее, если они установлены вблизи весовых масс. Отсюда следует, что спектральные линии света, попадающие к нам с поверхности больших звезд, должны сместиться к красному концу спектра».

Таким образом, по мысли Эйнштейна, гравитационное смещение — это вопрос системы отсчета. Ход часов (ход времени) зависит от гравитационного потенциала того места, где часы находятся. Но часы — составная часть системы отсчета. Поэтому величины, зависящие от системы отсчета, такие, как энергия, масса, импульс, продолжительность, частота и другие, имеющие одно значение в системе отсчета источника, имеют другое значение в системе отсчета приемника, если между источником и приемником имеется разница гравитационного потенциала.

---

[5] A. E i n s t e i n. Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie — Ann. Phys., 4. Folge. 1916, Bd. 49, 760—822.

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ

Предсказание Эйнштейна вызвало с целью его проверки многочисленные исследования спектра солнца и звезд; эти исследования продолжаются уже почти пятьдесят лет. Задача оказалась весьма трудной. В случае Солнца гравитационное смещение, само по себе очень малое ($\sim 2{,}12 \cdot 10^{-6}$) переплетается со сдвигами из-за многих известных и неизвестных побочных факторов: температуры, давления, конвекций, грануляции, вращения Солнца, скорости Земли по орбите и т. д. Эти искажения особенно сильны в центральной части солнечного диска.

Нет надобности перечислять здесь эти работы. Ограничимся указанием, что большинство исследователей пришли к выводу о качественном подтверждении гравитационного смещения. Более определенный результат получается при исследовании спектров белых карликов, размеры которых на два порядка меньше размеров Солнца, что увеличивает гравитационный сдвиг в десятки раз. Но и здесь количественная проверка затруднена неизвестностью точных размеров карликов.

В самые последние годы некоторым исследователям, в том числе Мельникову [6], удалось получить хорошее согласие между наблюдениями сдвигов в центральной части солнечного диска и теорией. К сожалению, это достигается столь сложно, с учетом столь многих факторов, что по крайней мере у неспециалиста остается известное чувство неуверенности.

Трудности проверки гравитационного смещения с помощью астрономических наблюдений и то, что при этом условия опыта не подвластны экспериментатору, побудили ученых к поиску других путей для проверки гравитационного смещения.

Гинзбург [7,8] рассматривал возможность использования для этой цели искусственных спутников Земли. Для очень

---

[6] О. А. Мельников. Гравитационные красные сдвиги фраунгоферовых железных линий в центре диска Солнца.— Изв. Гл. Астр. Обсерв. Пулково, № 175, **23**, вып. 5, 3—20, 1964.

[7] В. Л. Гинзбург. Экспериментальная проверка общей теории относительности.— УФН, 1956, **59**. (1), 11—49.

[8] В. Л. Гинзбург. Использование искусственных спутников Земли для проверки общей теории относительности.— 1957, **УФН, 63** (1), 119—122.

удаленного спутника гравитационное фиолетовое смещение частоты должно составить $\sim 7 \cdot 10^{-10}$. Если же спутник находится на высоте 800 *км* над Землей, то смещение составит $7{,}6 \cdot 10^{-11}$. Измерение существенно усложнится в связи с движением спутника по орбите, из-за которого возникает квадратичный эффект Допплера того же порядка и продольный эффект Допплера, который может превзойти гравитационный эффект в тысячи и даже десятки тысяч раз. Такие эксперименты—пока за пределами возможностей экспериментальной техники как в оптике, где точность измерения длины волны спектральных линий на несколько порядков меньше, так и в радиодиапазоне, где еще не достигнута необходимая стабильность.

Гинзбург рассматривал возможность использовать интегральный эффект. При этом методе устраняется допплер-эффект и уменьшается влияние случайных ошибок измерений. В силу зависимости хода часов от гравитационного потенциала часы, расположенные выше, должны уйти вперед, опередить ниже расположенные. При разности уровня в 3 *км* верхние часы уйдут вперед на $\sim 3 \cdot 10^{-13}$, т. е. за год на одну стотысячную долю секунды. Разумеется, для возможности обнаружения этого эффекта часы (атомные или молекулярные) должны обладать чрезвычайно высокой стабильностью, еще не достигнутой. С увеличением высоты (помещением часов на спутник) уход часов увеличится, но такой эксперимент связан, конечно, с огромными техническими трудностями.

Возможности экспериментальной проверки гравитационного смещения резко возросли после открытия в 1958 г. эффекта Мёссбауера [9].

Обычно линии γ-квантов, испускаемых при переходе ядер из возбужденного состояния в основное, сдвинуты относительно линий гамма-квантов, переводящих те же ядра из основного состояния в возбужденное. Это—следствие потерь энергии на отдачу, которые γ-квант испытывает в процессе испускания или поглощения из-за того, что он передает импульс отдачи испускающему или поглощающему атому. Поэтому резонансный захват неизмеримо мал.

---

[9] Рудольф Л. Мёссбауер. Резонансное ядерное поглощение γ-квантов в твердых телах без отдачи.— УФН, 1960, 72, 4, 658—671.

Включением ядер в кристаллы Мёссбауеру удалось при определенных условиях добиться того, что импульс отдачи передается всему кристаллу, масса которого чрезвычайно велика по сравнению с массой отдельного ядра. Это сводит потери энергии до исчезающе малой величины, вследствие чего линии испускания и поглощения практически совпадают и возникает резонансный захват. При этом ширина линий настолько сужается, что допплер-эффект от относительной скорости в несколько сантиметров в секунду уже приводит к исчезновению резонанса.

Интересно отметить, что к такому же подавлению или исчезновению резонанса приводит малейшая разница в температуре излучателя и поглотителя, что является хорошей иллюстрацией к так называемому парадоксу часов. Этот вопрос, однако, выходит за рамки настоящей статьи и мы отсылаем интересующихся к работе Шервина [10].

Паунд и Ребке [11], а за ними и другие экспериментаторы, воспользовались эффектом Мёссбауера как весьма чувствительным методом для экспериментальной проверки гравитационного смещения.

В опытах Паунда и Ребке разница уровня между излучателем и поглотителем равнялась около 21 *м* и искомый эффект, согласно формуле Эйнштейна, составлял $2{,}5 \cdot 10^{-15}$. Для устранения влияния разницы температуры излучателя и поглотителя их меняли местами и измеряли как красное смещение при пролете гамма-квантов снизу вверх, так и фиолетовое при их пролете сверху вниз. Сдвиг измерялся путем его компенсации допплер-эффектом. Для этой цели излучатель мог двигаться непрерывно вверх или вниз со скоростью около $6 \cdot 10^{-4}$ *см/сек*.

Мы не будем входить в детали этих весьма тонких экспериментов. Укажем лишь, что результат совпал с ожидаемым в пределах 4%.

Таким образом, как само существование гравитационного смещения, так и справедливость формулы Эйнштейна экспериментально подтверждены.

---

[10] C. W. Sherwin. Some Becent Experimental Tests of the «Clock Paradox». Phys. Rev., **120** (1), 17—21, 1960.

[11] Р. В. Паунд. О весе фотонов.— УФН, 1960, **72**, 4, 673—683.

III. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ

Обычно считают, что гравитационное смещение — это вопрос общей теории относительности. Можно, конечно, вывести гравитационное смещение из общей теории относительности, как это сделал Эйнштейн в 1916 г.

Однако тот факт, что оно было предсказано за девять лет до общей теории относительности, наводит на мысль, что в этом нет необходимости и что для строгого его обоснования вполне достаточно специальной теории относительности.

Прежде чем приступить к такому обоснованию, целесообразно сделать некоторые предварительные замечания.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Часто приходится сталкиваться с мнением, что существование гравитационного смещения совместимо с классической (дорелятивистской) теорией. Такое утверждение мы находим, например, у Петрова: «Дело в том, что эти формулы получаются и в классической механике»[12].

Однако совершенно ясно, что в классической теории не может быть гравитационного смещения. Действительно, в ньютоновской теории время имеет *абсолютный* характер, и ход идеальных часов (ход времени) не может зависеть от гравитационного потенциала. Следовательно, претендующее на корректность обоснование гравитационного смещения должно объяснить, почему оно отсутствует в классической теории и имеет место в теории относительности.

Второе предварительное замечание относится к способу сравнения хода идеальных часов. Если гравитационное смещение действительно следствие различного хода времени, зависящего от гравитационного потенциала, то этот объективный факт должен проявиться при любом разумном способе сравнения хода часов. В частности, для такого сравнения принципиально пригодны сигналы любой скорости. В качестве наглядного примера можно привести

[12] А. З. Петров. Понятие энергии в общей теории относительности.— Уч. зап. Казанского ун-та, 1963, **123**, кн. 12, 119—147, стр. 122.

следующий мысленный эксперимент. Пусть на горе установлен пулемет, стреляющий вниз с некоторой частотой. Находясь у подножия горы, мы желаем определить частоту выстрелов. Для этого мы можем сосчитать число выстрелов (вспышек) в секунду, которое мы *видим*. Это будет ν_1. Мы можем также сосчитать число выстрелов в секунду, которое мы *слышим* — ν_2. Наконец, мы можем сосчитать число пуль, *пролетающих* мимо нас в секунду,— ν_3. Физически очевидно, что эти три числа совпадают, т. е. $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3$. Неравенство этих чисел означало бы, ввиду стационарности процесса, что часть пуль появлялась бы неизвестно откуда, либо исчезала неизвестно куда. Таким образом, корректное обоснование гравитационного смещения должно быть инвариантным в отношении скорости сигналов, передающих информацию о ходе сравниваемых часов.

Третье предварительное замечание относится к роли принципа эквивалентности в обосновании гравитационного смещения. Существует распространенное мнение, что в отличие от классической теории в теории относительности гравитационное смещение обусловливается применением принципа эквивалентности. Такое мнение, на наш взгляд,— плод недоразумения.

Принцип эквивалентности для *механических* явлений вытекает из равенства тяжелой и инертной масс. Еще Галилей установил, что все тела падают с одинаковой скоростью (точнее с одинаковым ускорением). С тех пор равенство тяжелой и инертной масс проверено экспериментально с огромной точностью, и принцип эквивалентности для механических явлений одинаково присущ как классической теории, так и теории относительности. С давних пор в механике для исследования динамических задач их сводят к статическим введениям «инерциальных сил», направленных противоположно ускорению и пропорциональных ускорению и тяжелой массе.

Величайшая заслуга Эйнштейна в том, что он выразил эвристический принцип эквивалентности в явной и четкой форме и распространил его не только на механические, но и на все физические явления точно так же, как он это сделал и с принципом относительности Галилея.

«Пока мы ограничиваемся чисто механическими явлениями, для которых справедлива механика Ньютона, мы уверены в равноценности систем K и K' (гравитационной и равномерно-ускоренной). Однако представление наше будет только тогда достаточно глубоким, когда системы K и K' станут равноценными относительно всех физических явлений, т. е. когда законы природы по отношению к K вполне совпадут с законами природы по отношению к K'. Приняв это, мы получим принцип, имеющий, если он действительно справедлив, большое эвристическое значение, ибо с помощью теоретического изучения явлений, протекающих относительно равномерно-ускоренной координатной системы, мы получаем ключ к пониманию хода явлений в однородном гравитационном поле» [13].

Мы показали выше, что сравнение хода часов можно в принципе проводить чисто механическими способами (например, пистолетными пулями), и поэтому для изучения гравитационного смещения нам нет необходимости применять принцип эквивалентности в его общей формулировке. При механических способах сравнения вполне достаточно механической эквивалентности обеих систем, одинаково бесспорной как в теории относительности, так и в классической теории. Таким образом, отличие обеих теорий в отношении гравитационного смещения не в принципе эквивалентности. Мы покажем ниже, что отсутствие гравитационного смещения в классической теории — следствие классического закона сложения скоростей, а наличие его в теории относительности — следствие релятивистского закона сложения скоростей.

Вопрос об энергетической трактовке гравитационного смещения был предметом дискуссии [14, 15, 16].

Согласно Эйнштейну, все дело в системе отсчета. Часы приемника идут в $1+\Phi/c^2$ медленнее, чем часы источника. Именно поэтому частота фотона, измеренная часами приемника, оказывается в $1+\Phi/c^2$ раз больше, чем частота, измеренная часами источника. Та же пропорция относится и к измерению энергии.

---

[13] См. сноску 2.

[14] René Reulos. Sur le relentissement des horboges par les masses gravitationelles: J. phys. et radium, 1960, 21 (4), 765—785.

[15] Я. А. Смородинский. Эффект Мёссбауера и теория относительности: УФН, 1963, 79 (4), 589—594.

[16] В. Л. Гинзбург. Что подтверждают измерения гравитационного смещения частоты? УФН, 1963, 81 (4), 739—743.

Хочется отметить недостаток методического порядка в энергетической трактовке гравитационного смещения. Предполагается, что сравнение хода часов обязательно связано с передачей от источника к приемнику какой-либо энергии. В то же время сравнить ход часов можно в принципе без передачи энергии. Достаточно, например, пустить мимо часов ленту с постоянной скоростью. Отмечая чертой на ленте каждую секунду по верхним часам, мы сможем констатировать, что черты на ленте проходят мимо нижних часов быстрее, чем за секунду по этим нижним часам. Таким образом, гравитационное смещение — кинематический эффект, не связанный с энергетическими соображениями.

Правда, Эйнштейн в статье 1911 г. приводит также энергетические соображения. Однако это делается не для обоснования гравитационного смещения, а для доказательства того, что энергия имеет не только инертную массу, но и тяготеющую: «...поэтому энергия должна иметь тяготеющую массу, равную ее *инертной* массе» [17].

2. ОБ ОБОСНОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ДОППЛЕР-ЭФФЕКТА

Мы упомянули во «Введении» о трактовке гравитационного смещения как допплер-эффекта в равномерно-ускоренной системе в отсутствии гравитации. Повторим этот вывод здесь.

Для покрытия расстояния l между источником и приемником световому сигналу требуется время $t \approx l/c$. В момент посылки сигнала скорости источника и приемника равны между собой: их относительная скорость равна нулю. Но за время пролета сигнала скорость приемника увеличивается на $gt = gl/c$, так что относительная скорость $v_{\text{от}}$ приемника в момент приема сигнала равна

$$v_{\text{от}} = gl/c,$$

и возникает допплер-эффект

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_{\text{от}}}{c}\right) = \nu_0\left(1 + \frac{gl}{c^2}\right).$$

---

[17] См. сноску 2.

Формула получилась правильная, и как будто все верно. Это обоснование повторяется в книгах Борна [18], Вебера [19], Арцелье [20] и многих других.

Однако в этом выводе не отражено отличия теории относительности от классической теории. С тем же успехом мы могли бы этим выводом обосновать существование гравитационного смещения и в классической теории, что противоречит абсолютному характеру времени в последней.

Во-вторых, если вместо световых сигналов мы применили бы другие, имеющие другую скорость w, время пролета сигнала было бы равно $t \approx l/w$ и приемник за это время приобрел бы относительную скорость $v_{\text{от}} \approx gt = gl/w$, откуда допплер-эффект выразился бы

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_{\text{от}}}{w}\right) = \nu_0 \left(1 + \frac{gl}{w^2}\right).$$

Таким образом, гравитационное смещение (т. е. ход часов) зависело бы от скорости сигналов вопреки требованию его инвариантности относительно этой скорости.

Даже при световых сигналах можно было бы изменить их скорость помещением слоя воды между источником и приемником и, таким образом, якобы изменить ход времени. Как видим, применение допплер-эффекта для объяснения гравитационного смещения противоречит основным взглядам Эйнштейна.

3. ГРАВИТАЦИОННОЕ СМЕЩЕНИЕ КАК СЛЕДСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЗАКОНА СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

Покажем теперь, что гравитационное смещение — прямое следствие релятивистского закона сложения скоростей. Воспользуемся тем же эвристическим приемом, что и Эйнштейн, т. е. вместо исследования вопроса в однородном гравитационном поле мы его исследуем в равномерно-ускоренной системе в отсутствии гравитации. Однако мы применим принцип эквивалентности не в его общей

---

[18] Макс Борн. Эйнштейновская теория относительности. 1964, стр. 423—424.

[19] Дж. Вебер. Общая теория относительности и гравитационные волны. 1962, стр. 32.

[20] H. Arzeliès. Relativite generalisée. 1961, p. 116—117.

формулировке, а лишь для механических явлений, так как мы используем лишь механические сигналы. Таким образом, наше исследование будет одинаково правомерным как для классической теории, так и для теории относительности.

Пусть в неподвижной или инерциальной лаборатории, в отсутствие гравитации, имеется установка, в которой на расстоянии l друг от друга, в точках A и B закреплены двое совершенно идентичных часов. Установка движется равномерно-ускоренно в направлении AB с ускорением g.

Очевидно, что в лабораторной системе отсчета ход часов A и B совершенно одинаков, ибо часы идентичны и находятся в идентичных условиях (точки A и B имеют в лабораторной системе в любой момент одинаковую скорость и одинаковое ускорение, а гравитация отсутствует).

Таким образом, если обозначить через τ период часов, то

$$\tau_{A_л} = \tau_{B_л},$$

где $\tau_{A_л}$ и $\tau_{B_л}$ обозначают период часов в лабораторной системе.

Поместим наблюдателя в точку B и предложим ему сравнить ход часов A и B. Ход часов B он наблюдает непосредственно. Чтобы судить о ходе отдаленных часов A, ему нужно получать об этом какую-то информацию. Пусть информация передается механическими сигналами (например пулями), скорость которых относительно источника A равняется w.

Если бы был верен закон сложения скоростей классической теории, то скорость сигнала в лабораторной системе u при вылете из источника равнялась бы

$$u = w + v,$$

где v — скорость установки в момент посылки сигнала.

В силу отсутствия гравитации эта скорость u оставалась бы неизменной (в лабораторной системе), вплоть до встречи с приемником.

За время t прохождения сигнала от A до B он преодолевает в лабораторной системе расстояние $ut = (w + v)t$. С другой стороны, за то же время приемник успеет сдвинуться на $vt + gt^2/2$. Отсюда уравнение

$$ut = (w + v)\,t = l + vt + gt^2\,/\,2,$$

решение которого

$$t = \frac{w}{g}\left(1 - \sqrt{1 - 2lg/w^2}\right)$$

не зависит от v. Таким образом, при любой скорости сигналов промежуток времени между приемом двух последовательных сигналов в B равнялся бы промежутку времени между их посылкой из A

$$\Delta t = \Delta\tau = 0 \text{ и } \Delta\tau/\tau = 0.$$

Наблюдатель в B констатировал бы одинаковый ход обоих часов. То же самое сделал бы и наблюдатель в однородном гравитационном поле, т. е. констатировал бы отсутствие гравитационного смещения.

Посмотрим теперь, как обстоит дело в теории относительности. В силу релятивистского закона сложения скоростей в этом случае скорость u сигнала в лабораторной системе равняется

$$u = \frac{w+v}{1+\frac{wv}{c^2}} = \frac{c^2(w+v)}{c^2+wv}. \tag{3}$$

Теперь решение уравнения

$$ut = l + vt + gt^2/2$$

будет

$$t = \frac{u-v}{g}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2lg}{(u-v)^2}}\right) =$$

$$= \frac{l}{u-v}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{lg}{(u-v)^2} + \ldots\right).$$

При $\frac{lg}{(u-v)^2} \ll 1$ получаем

$$t \approx \frac{l}{u-v}.$$

Подстановка (3) дает

$$t = \frac{l(c^2+wv)}{w(c^2-v^2)},$$

За счет соответствующего выбора лабораторной системы отсчета можно сделать v сколь угодно малым, и мы можем отбросить v^2 в знаменателе. Тогда

$$t \approx \frac{l(c^2 + wv)}{wc^2} = l\left(\frac{1}{w} + \frac{v}{c^2}\right).$$

За время τ, разделяющее посылку двух последовательных сигналов, скорость установки увеличится на величину $g\tau$ и станет $v + g\tau$. Поэтому разница во времени прохождения двух последовательных сигналов

$$\Delta t = \Delta\tau = l\left(\frac{1}{w} + \frac{v + g\tau}{c^2}\right) - l\left(\frac{1}{w} + \frac{v}{c^2}\right) = \frac{lg\,\tau}{c^2}$$

и

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{lg}{c^2}.$$

В этом выводе мы пренебрегали изменениями расстояния l и периода τ с изменением скорости движения установки как величинами высшего порядка малости.

Мы видим, как и утверждалось, что в классической теории гравитационное смещение действительно отсутствует, что оно не зависит от скорости сигналов, применяемых для сравнения хода часов, и что оно — прямое следствие релятивистского закона сложения скоростей.

Таким образом, подтверждение формулы Эйнштейна для гравитационного смещения в опытах с эффектом Мёссбауера должно расцениваться как прямое подтверждение релятивистского закона сложения скоростей или, что то же самое, как подтверждение независимости скорости света от скорости источника.

Интересно отметить, что книга Эйнштейна «О специальной и общей теории относительности» заканчивается словами: «Если красное смещение спектральных линий под влиянием потенциала тяготения не существует, от общей теории относительности придется отказаться» [21].

Как видим, в этом случае пришлось бы отказаться не только от общей теории относительности, но и от специальной.

Мы рассматривали гравитационное смещение в однородном гравитационном поле. Легко распространить формулу (1) и на случай неоднородного поля.

Разобьем неоднородное гравитационное поле на элементарные участки dl, в которых поле можно считать

[21] A. Einstein. Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie.

однородным. Для каждого такого участка имеем

$$\frac{d\nu}{\nu}=\frac{d\Phi}{c^2}.$$

Интегрируя, получаем

$$\ln\frac{\nu_0+\Delta\nu}{\nu_0}=\frac{\Phi}{c^2},$$

что равносильно формуле (2).

В линейном приближении

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{\Phi}{c^2}.$$

Таким образом, формулы (1) и (2) одинаковы как для однородного гравитационного поля, так и для неоднородного.

IV. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

До сих пор мы рассматривали стационарный процесс, когда источник и приёмник неподвижны в гравитационном поле. Рассмотрим теперь простейшие нестационарные процессы, когда движение источника и приёмника совпадают с направлением однородного гравитационного поля.

а. Источник и приёмник жестко связаны и движутся с равномерной скоростью.

Этот процесс ничем не отличается от того, когда источник и приёмник неподвижны; воспринимаемая частота совпадает с частотой, выражаемой формулой (1), т. е. воспринимаемая частота — результат чисто гравитационного смещения.

б. Источник и приемник движутся равномерно, но с различными скоростями (относительная скорость $v_{\text{отн}}$).

В этом случае к чисто гравитационному смещению $\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{гр}}=\Phi/c^2$ добавляется допплеровское смещение, зависящее от скорости $v_{\text{от}}$ и от скорости w применяемых сигналов,

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{доппл}}\approx\frac{v_{\text{от}}}{w}.$$

в. Источник и приемник жестко связаны и свободно падают в гравитационном поле.

Такое движение эквивалентно инерциальному движению в отсутствие гравитации. Гравитационное смещение равно нулю. Это можно было бы демонстрировать экспериментально, предоставив установке типа Паунда и Ребке свободно падать в однородном гравитационном поле Земли. Представляло бы также интерес с помощью установки такого же типа подтвердить экспериментально принцип эквивалентности. Влияние гравитационного поля Земли можно устранить горизонтальным расположением установки. Если дать такой установке горизонтальное равномерное ускорение, то должно возникнуть «гравитационное» смещение согласно формуле $\nu = \nu_0 (1 + gl/c^2)$.

г. Приемник неподвижен, а источник свободно падает.

В этом случае воспринимаемая частота равняется

$$\nu = \nu_0 (1 + gl / w^2),$$

где w — скорость сигналов. К этому добавляется допплер-эффект $v_{\text{от}}/w$, где $v_{\text{от}}$ — скорость источника относительно приемника в момент посылки сигнала. Если $v_{\text{от}} = 0$, а скорость сигнала — c, то воспринимаемая частота $\nu = \nu_0 (1 + gl/c^2)$, т. е. равна гравитационному смещению при неподвижном источнике.

д. Источник неподвижен, а приемник свободно падает.

В этом случае к гравитационному смещению и допплер-эффекту $v_{\text{от}}/w$ (где $v_{\text{от}}$ относится к моменту посылки сигнала) добавляется дополнительный допплер-эффект $\lg/w^2$, поскольку за время пролета сигнала скорость приемника изменяется на $\lg/w$.

Особенно интересен случай, когда сигналы световые. Тогда дополнительный допплер-эффект равняется $\lg/c^2$, и этот фиолетовый дополнительный эффект компенсирует красное гравитационное смещение. Суммарный сдвиг, таким образом, равняется $v_{\text{от}}/c$. Если в момент посылки сигнала $v_{\text{от}} = 0$, то и суммарный сдвиг равняется 0.

V. АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ

При наблюдении спектра звезды приемник находится на Земле, которая свободно падает на звезду, а принимаемые сигналы световые. Если бы Земля находилась вблизи поверхности звезды, то гравитационное поле было бы близко к однородному и никакого гравитационного смещения согласно предыдущему параграфу не наблюдалось бы. Однако Земля находится очень далеко от звезды, и поэтому гравитационное поле неоднородно, так что ускорение силы тяжести на поверхности звезды намного превышает ускорение Земли к звезде.

Разница гравитационного потенциала равна

$$\Phi = kM\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right),$$

где k — гравитационная постоянная, M — масса звезды, r_0 — радиус звезды и r — расстояние до Земли.

Отсюда красное гравитационное смещение равно

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{гр}} = \frac{kM}{c^2}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) = \frac{kM}{c^2 r_0}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right).$$

Ускорение Земли по направлению к звезде равно

$$g = \frac{kM}{r^2}.$$

Время, необходимое свету для достижения Земли, равно

$$t = \frac{r - r_0}{c}.$$

Отсюда скорость, приобретенная Землей за это время,

$$v = \frac{kM}{r^2}\frac{r - r_0}{c}$$

и дополнительный фиолетовый допплер-эффект равен

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{доппл}} = \frac{kM}{r^2c^2}(r - r_0) = \frac{kM}{c^2 r}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right).$$

Таким образом,

$$\frac{\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{доппл}}}{\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{\text{гр}}} = \frac{\frac{kM}{c^2 r}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)}{\frac{kM}{c^2 r_0}\left(1 - \frac{r_0}{r}\right)} = \frac{r_0}{r}.$$

Для Солнца $r_0/r \approx 1/200$; таким образом, поправка от свободного падения Земли на Солнце составляет 0,5% от гравитационного смещения; для звезд отношение r_0/r неизмеримо мало, и поправка совершенно ничтожна.

Р. Арновитт, С. Дизер и К. В. Миснер

ДИНАМИКА ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

1. ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальные проблемы в анализе динамики гравитационного поля связаны с общей координатной инвариантностью, из которой исходит теория относительности. Обычно указание амплитуд поля и их первых производных по времени достаточно для того, чтобы определить изменение во времени поля, рассматриваемого как динамическое целое. Однако в общей теории относительности метрическое поле $g_{\mu\nu}$ можно изменить в любой последующий момент всего лишь путем введения любого преобразования координат. Такая операция не влечет за собой никаких наблюдаемых физических изменений, так как она соответствует только перемене обозначений, относительно которой теория инвариантна. Поэтому необходимо отделить в метрическом поле ту часть, которая несет настоящую динамическую информацию, от части, характеризующей координатную систему. В этом отношении общая теория относительности сходна с электромагнитной теорией.

В частности, координатная инвариантность играет роль, аналогичную калибровочной инвариантности максвелловского поля. Калибровочная инвариантность последнего тоже создает трудности при выделении динамически независимых собственных колебаний, хотя в этом случае линейность облегчает анализ. В обоих случаях свойства инвариантности (как Лоренцовой, так и калибровочной) проявляются в том, что в первоначальную форму-

---

[1] R. Arnowitt, S. Deser and C. W. Misner. The Dynamics of General Relativity. In: Gravitation, an Introduction to Current Research, Louis Witten (Ed.). New York — London, 1963, p. 227—265. Перевод И. Б. Погребысского.

лировку теории вводятся избыточные переменные с целью обеспечить правильное поведение величин при преобразованиях. Аналитические трудности создает то обстоятельство, что для динамического описания требуется меньшее число переменных (меньшее число *независимых* данных Коши). Для лоренц-инвариантных теорий поля разработана общая техника (применимая и в квантовой, и в классической областях [13а, б]), позволяющая отделить динамическую часть от калибровочных переменных. Мы увидим, что такие же методы применимы и здесь, хотя общая теория относительности (о. т. о.) имеет некоторые особые аспекты, отсутствующие в других теориях.

Такая трактовка обладает двумя важными преимуществами. Во-первых, физика лоренц-ковариантной теории поля хорошо продумана и, следовательно, техника, взятая из этой области, позволяет лучше понять физику о. т. о. Во-вторых, в той мере, в какой затрагивается квантование, формулировка, тесно связанная с общей техникой квантования и охватывающая критерии совместности (т. е. принцип действия Швингера), больше подходит для такой в высшей степени нелинейной теории. Квантование, непосредственно исходящее из принципа соответствия (что подходит для линейных теорий без связей), здесь легко может оказаться неадекватным.

Мы приходим к точному определению независимых динамических колебаний (modes) гравитационного поля тогда, когда теории придана каноническая форма и, следовательно, в нее входят переменные в числе, минимально необходимом для определения состояния системы. В этих условиях вся относящаяся к делу информация о поведении поля получается в привычном виде. Канонический формализм, включающий только минимальную систему переменных (их окажется четыре), существен и для программы квантования, так как он сразу дает простые зависимости для скобок Пуассона этих сопряженных (и свободных) переменных. Существенны два свойства канонического формализма: 1) уравнения поля будут первого порядка относительно производных по времени; 2) время при этом выделяется, так что теория будет $(3 + 1)$-мерной. Эти два свойства отличают уравнения движения Гамильтона (или уравнения в скобках Пуассона — с. п.) от лагранжевых уравнений. Первого можно добиться в о. т. о., так как соответствующий лагранжиан можно записать в виде, линейном относительно производных по времени (как говорят, в форме Палатини). Тип переменных, выбором которого обеспечивается второе свойство, определяется канонической формой уравнений и, как будет показано, связан с естественной геометрической интерпретацией.

Применение лагранжиана Палатини и $(3+1)$-мерных обозначений, разумеется, не нарушает общей ковариантности теории относительно произвольных преобразований координат. Обладая такой инвариантностью, о. т. о. вполне аналогична параметризованной форме механики, когда гамильтониан и время вводятся как пара сопряженных переменных, отвечающая новой степени свободы. Как в параметризованной форме теория инвариантна относительно любой перепараметризации, так и о. т. о. инвариантна относительно произвольного изменения координат.

Мы увидим, что действие в о. т. о. появляется в «уже параметризованном» виде. Хорошо известные соотношения между каноническим формализмом и параметрическим описанием укажут путь получения нужных нам канонических уравнений для гравитационного поля. Поэтому мы начинаем в § 2 с краткого обзора параметризованной механики частицы. В § 3 лагранжиан о. т. о. приводится к $(3+1)$-мерному виду Палатини, там же рассматривается геометрический смысл переменных. Мы увидим, что о. т. о. по форме идентична параметризованной механике. В завершающем анализ § 4 вводятся канонические переменные, и для них выводятся «с. п.-зависимости», равно как и «с. п.-уравнения движения».

Как только мы пришли к канонической форме, физическая интерпретация введенных величин получается непосредственно, как в других областях физики. Так, сами канонические переменные выражают независимые «возбуждения» поля (и, стало быть, дают возможность определить гравитационное излучение независимо от выбора координат). Далее численное значение гамильтониана для некоторого состояния системы позволяет дать исходное определение полной энергии (что сводится к сравнению асимптотического выражения пространственной части метрики с асимптотикой шварцшильдовского решения внешней задачи). Аналогично полный импульс определяется по производящей функции (генератору) *пространственных* переносов. Энергия и импульс инвариантны относительно преобразований координат, не включающих лоренцовых вращений на пространственной бесконечности, а при таких вращениях преобразуются как 4-вектор. Можно также провести анализ гравитационного излучения весьма сходно с электродинамикой, подходящим образом определив волновую зону. В такой области гравитационные волны распространяются как свободное излучение, независимо от внутренних источников сильного поля. Эти волны удовлетворяют обычным волновым уравнениям (для плоского пространства) и, следовательно, допускают наложение. Вектор Пойнтинга тоже можно инвариантно определить в волновой зоне. В противоположность этому в волновой зоне нельзя определить часть метрики, подобную ньютоновой: она существенно зависит от внутренних нелинейностей. Эти вопросы рассматриваются в § 5.

После того как теория обобщена на случай объединения гравитационного поля с другими системами (§ 6), можно использовать указанное выше определение энергии при рассмотрении проблемы собственных энергий. Именно таким образом в § 7 строго рассмотрены статические гравитационные и электромагнитные собственные массы для системы точечных частиц. Здесь канонический формализм существен для выявления состояния в виде частицы (не волны). Обращение в ноль канонических переменных обеспечивает в этом случае отсутствие независимых возбуждений поля, влияющих на значение энергии. Полная физическая масса классического электрона оказывается конечной, не зависит от его собственной («голой») массы и полностью определяется его зарядом. Затем «нейтральная» частица (связанная только с гравитационным полем) имеет нулевую «оболочечную» (clothed) массу, и это показывает, что масса частицы возникает только за счет ее взаимодействия с другими полями. Вопрос, за счет чего физически получаются эти конечные результаты, рассматривается в начале § 7 на основе соображений, использующих принцип эквивалентности. Самонапряжение $\mathfrak{T}^{ij}$ электрона обращается в ноль (что указывает на устойчивость частицы), так как отталкивательные электростатические силы его самовоздействия в точности компенсируются гравитационным притяжением без введения какой бы то ни было ad hoc компенсации. Таким образом, при учете гравитации получается без всяких неувязок классический точечный заряд. Эти строгие результаты противопоставляются тем бесконечностям все более высокого порядка, к которым приводит в той же задаче теория возмущений.

В настоящее время остается открытым вопрос, приведет ли гравитационное воздействие к конечным собственным энергиям и в квантовой теории. Некоторые общие замечания по этой проблеме приведены в заключительном § 8. В § 4 получена для классического случая полная система с. п., поэтому формально мы можем квантовать по обычному рецепту, связывая с. п. с перестановочными соотношениями. Однако нелинейный характер теории может потребовать более тонкого перехода в квантовую область. Некоторые из таких вопросов рассматриваются в § 8.

2. АНАЛОГИИ ИЗ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

2.1. ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАМИЛЬТОНА

Как упоминалось в § 1, о. т. о. — это теория в «уже параметризированном виде». Поэтому мы начнем с краткого анализа соответствующих свойств формализма параметризации (см. [5]).

Для простоты рассмотрим систему с конечным числом M степеней свободы. Для нее действие можно записать в виде

$$S=\int_{t_2}^{t_1} dtL=\int_{t_2}^{t_1}\Big(\sum_{i=1}^{M} p_i\dot{q}_1-H(p,q)\Big), \tag{2.1}$$

где $\dot{q}\equiv dq/dt$, а лагранжиан представлен в виде, линейном относительно производных по времени (мы будем это называть формой первого порядка, так как при варьировании p_i и q_i как независимых переменных получаем уравнения движения первого порядка). Из выражения для действия мы извлекаем максимум информации, когда не только варьируем независимо p_i и q_i, но также t и крайние положения. Постулируя, что полная вариация δS есть функция только крайних точек:

$[\delta S = G(t_1) - G(t_2)]$, получаем: 1) обычные гамильтоновы уравнения движения для p_i и q_i; 2) сохранение энергии ($dH/dt = 0$); 3) производящую функцию

$$G(t) = \sum_i p_i \delta q_i - H\delta t, \tag{2.2}$$

Здесь $\delta q_i = \delta_0 q_i + \dot{q}_i \delta t$, где $\delta_0 q_i$ обозначает независимую («внутреннюю») вариацию q_i. Легко видеть, что производящая функция обычным образом приводит к каноническим преобразованиям. Так $G_q = \sum_i p_i \delta q_i$ порождает преобразования $q_i \to q_i + \delta q_i$, $p_i \to p_i$, тогда как $G_t = -H\delta t$ дает сдвиги во времени. Итак, для G_q имеем $[q_j, G_q] = \sum_i [q_j, p_i]\, \delta q_i = \delta q_j$, где [ ] обозначает скобку Пуассона (с. п.), а для G_t имеем $[q_i G_t] = -[q_i, H]\delta t = -\dot{q}_i \delta t$ на основании с.п.-формы уравнений движения. Эти элементарные рассуждения можно обратить и показать, что если каждая переменная в H входит также в слагаемое вида $p\dot{q}$, а действие берется в виде (2.1), то мы получаем теорию в каноническом виде, и p_i и q_i удовлетворяют обычным с. п.-зависимостям. Это является классическим эквивалентом принципа действия Швингера [13а, б].

2.2. ДЕЙСТВИЕ В ПАРАМЕТРИЗОВАННОЙ ФОРМЕ

Движение системы (2.1) описывается с помощью одной независимой переменной t. Но, как хорошо известно, действие можно брать в параметризованной форме, рассматривая время как функцию (q_{M+1}) от произвольного параметра τ:

$$S = \int_{\tau_2}^{\tau_1} d\tau \cdot L_\tau \equiv \int_{\tau_2}^{\tau_1} d\tau \left[\sum_{i=1}^{M+1} p_i q_i' \right].$$

Здесь $q' \equiv dq/d\tau$ и имеет место уравнение связи $p_{M+1} + H(p, q) = 0$. Эту связь можно заменить введением дополнительного слагаемого в действие:

$$S = \int_{\tau_2}^{\tau_1} d\tau \left[\sum_{i=1}^{M+1} p_i q_i' - NR \right], \tag{2.3}$$

где $N(\tau)$ — множитель Лагранжа. Вариация (2.3) дает уравнение связи $R(P_{M+1}, p, q) = 0$, что может быть любым уравнением, имеющим простой корень $p_{M+1} = -H$. В виде (2.3) теория ковариантна относительно произвольных координатных преобразований $\tilde{\tau} = \tilde{\tau}(\tau)$ с учетом того, что N преобразуется как $dq/d\tau$. За эту общую ковариантность мы расплачиваемся не только введением $(M+1)$-й степени свободы, но и потерей канонической формы из-за появления лагранжевого множителя N в «гамильтониане», $H' \equiv NR$, что существеннее (N входит в H', но не в $\sum_{i=1}^{M+1} p_i q_i'$). Другой характерной чертой, связанной с общей ковариантностью такой формулировки, является то, что «гамильтониан» H' обращается в нуль в силу уравнения связи. Это не удивительно, так как движение относительно какой-либо выбранной переменной $F(p, q)$ произвольно, т. е. F' можно придать любое значение путем подходящей перекалибровки $\tau \to \bar{\tau}$.

2.3. ПРИВЕДЕНИЕ ПАРАМЕТРИЗОВАННОГО ДЕЙСТВИЯ К ГАМИЛЬТОНОВОЙ ФОРМЕ — ВНУТРЕННИЕ КООРДИНАТЫ

Как мы увидим, лагранжиан в о. т. о. можно записать в точности в виде (2.3). Поэтому возникает проблема привести действие типа (2.3) к каноническому виду (2.1). Общий метод по существу состоит в обращении той процедуры, которая привела к (2.3). Если попросту подставить решение $P_{M+1} = -H$ уравнения связи в (2.3), получаем

$$S = \int d\tau \left[\sum_{i=1}^{M} p_i q_i' - H(p, q)\, q_{M+1}' \right]. \qquad (2.4)$$

Все, что относится к произвольному параметру τ, исчезает, если S переписать в виде

$$S = \int dq_{M+1} \left[\sum_{i=1}^{M} p_i (dq_i / dq_{M+1}) - H \right], \qquad (2.5)$$

что тождественно с (2.1) при изменении обозначения $q_{M+1} \to t$.

В уравнении (2.5) переменная q_{M+1} выступает в качестве «внутренней координаты». Под этим понимается следующее. Уравнение движения для q_{M+1} это $q_{M+1} = N\,(dR/dp_{M+1})$ согласно (2.3). Итак, ни одно из динамических уравнений не определяет N в функции от τ. Таким образом, N и, следовательно, q_{M+1} динамически произвольны (хотя, разумеется, выбор q_{M+1} в функции от τ определяет N). Поэтому мы свободны в выборе функции $q_{M+1}(\tau)$ и можем использовать эту функцию как новую независимую переменную (параметр):

$$q_i = q_i(q_{M+1}),\ p_i = p_i(q_{M+1}),\ i = 1, 2, \ldots, M.$$

Тогда действие (2.5) и, следовательно, соотношения между q_i, p_i и q_{M+1} не зависят от τ. Они, очевидно, инвариантны относительно общего «координатного преобразования» $\bar{\tau} = \bar{\tau}(\tau)$ попросту потому, что само τ уже исчезло. Таким образом, выбор q_{M+1} в качестве независимой переменной дает, очевидно, τ-инвариантную формулировку и приводит к «внутренней» динамике в противоположность первоначальному подходу, когда траектории $q_1, \ldots, q_{M+1}$ задавались с помощью какой-то произвольной переменной τ («внешней» для системы).

На практике мы приходим к внутренней форме действия (2.5), идя от (2.4) другим путем. Так как зависимость между q_{M+1} и τ не является определенной, мы можем ее ввести явно, т. е. наложить «координатное условие». Если, в частности, эта зависимость взята в виде $q_{M+1} = \tau$ (условие, определяющее и N), то действие (2.4) сводится к (2.5) путем изменения обозначения $q_{M+1} \to \tau$; не обращающийся в нуль гамильтониан получается как результат такого процесса.

Конечно, можно выбирать другие координатные условия. Это будет соответствовать замене в наших выводах q_{M+1} другой переменной в качестве внутренней координаты.

Этот простой анализ показывает, что для приведения параметризованного действия к каноническому виду надо использовать решение уравнений связи и наложить координатные условия. Наложение же последних равносильно введению внутренних координат.

В теории поля более содержательно провести эту процедуру в порождающей функции. Мы покажем это на примере системы частиц. С действием (2.3) связана порождающая функция

$$G = \sum_{i=1}^{M+1} p_i \delta q_i - NR\delta\tau. \tag{2.6}$$

С учетом связей это сводится к

$$G = \sum_{i=1}^{M} p_i \delta q_i - H\delta q_{M+1}. \tag{2.7}$$

Наложив координатное условие $q_{M+1} = t$, получаем (2.2). Из последнего выражения мы сразу получаем M пар канонических переменных и неравный нулю гамильтониан теории.

Разумеется, приведенный выше анализ вполне применим в параметризованной теории поля. Там координатами являются четыре новые полевые переменные $q^{M+\mu} = x^\mu(\tau^\alpha)$ и есть четыре сопряженных с ними дополнительных импульса $p_{M+\mu}(\tau^\alpha)$. Нужны четыре уравнения связи, чтобы связать эти импульсы с плотностью гамильтониана и с плотностью импульса поля. Соответственно для поля имеются четыре лагранжевых множителя $N_\mu(\tau^\alpha)$. Пример параметризации скалярного мезонного поля можно найти в [2б].

3. СИСТЕМА ПЕРВОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

3.1. ФОРМА ПЕРВОГО ПОРЯДКА (ФОРМА ПАЛАТИНИ) ДЛЯ ДЕЙСТВИЯ ЭЙНШТЕЙНА

Обычный интеграл действия о. т. о.

$$S = \int d^4x \mathfrak{L} = \int d^4x \sqrt{-g} R \tag{3.1}$$

дает уравнения Эйнштейна для поля при варьировании метрики (т. е. $g_{\mu\nu}$ или плотности $\mathfrak{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}\; g^{\mu\nu}$).[1]

[1] Мы выбираем единицы так, чтобы $16\pi\gamma c^{-4} = 1 = c$, где γ — ньютонова константа гравитации; электрический заряд изменяется в соответствующих единицах. Латинские индексы принимают значение от 1 до 3, греческие — от 0 до 3, а $x^0 = t$. Производные обозначаются запятой или символом ∂_μ.

Такие лагранжевы уравнения движения — суть дифференциальные уравнения второго порядка. Нашей целью является привести эти уравнения к каноническому виду, т. е. представить их в виде $\dot{q} = \partial H/\partial p$, $\dot{p} = -\partial H/\partial q$. В качестве предварительного этапа мы преобразуем лагранжиан так, чтобы уравнения движения имели следующие два свойства канонических уравнений: 1) чтобы они были уравнениями первого порядка; 2) чтобы они были разрешены относительно производных по времени. Второго мы добьемся $(3+1)$-мерным расщеплением величин первоначально четырехмерных, что будет рассмотрено ниже. Первое свойство будет обеспечено, если ввести лагранжиан, линейный относительно первых производных. В теории относительности такой лагранжиан называется лагранжианом Палатини, при этом символы Кристоффеля $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ рассматриваются в вариационном принципе как независимые величины (см., например, [12]. Так (3.1), можно переписать в виде

$$S = \int d^4x \mathfrak{g}^{\mu\nu} R_{\mu\nu}(\Gamma), \tag{3.2}$$

где

$$R_{\mu\nu}(\Gamma) \equiv \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\,\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha,\,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha}. \tag{3.3}$$

Отметим, что эти ковариантные составляющие $R_{\mu\nu}$ тензора Риччи не содержат метрики, а только коэффициенты аффинной связи $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$. Таким образом, варьируя $g_{\mu\nu}$, мы непосредственно получаем полевые уравнения Эйнштейна

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0. \tag{3.4a}$$

Этими уравнениями еще не исчерпывается содержание теории, так как нужны еще соотношения между независимыми теперь величинами $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$. Это соотношение получается в виде уравнения поля варьированием $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$. А именно:

$$\mathfrak{g}^{\mu\nu}_{;\alpha} \equiv \mathfrak{g}^{\mu\nu}_{,\alpha} + \mathfrak{g}^{\mu\beta}\Gamma^{\nu}_{\beta\alpha} + \mathfrak{g}^{\nu\beta}\Gamma^{\mu}_{\beta\alpha} - \mathfrak{g}^{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\beta\alpha} = 0, \tag{3.4b}$$

и, как известно, это уравнение можно решить относительно

$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$, что дает обычную зависимость

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \mu \quad \nu \end{Bmatrix} \equiv \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (g_{\mu\beta,\,\alpha} + g_{\nu\beta,\,\mu} - g_{\mu\nu,\,\beta}).$$

Форма Палатини в о. т. о. имеет прямой аналог в теории Максвелла, причем аффинность соответствует напряжению поля $F_{\mu\nu}$, метрика — векторному потенциалу A_{μ}. В этом случае лагранжианом будет

$$\mathfrak{L} = A_{\mu,\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \tag{3.5}$$

и A_{μ}, $F_{\mu\nu}$ варьируются независимо. Уравнения поля получаются в виде

$$F^{\mu\nu}_{\ \ ,\nu} = 0 \tag{3.6a}$$

и

$$A_{\nu,\mu} - A_{\mu,\nu} = F_{\mu\nu}, \tag{3.6b}$$

что соответствует (3.4a) и (3.4b).

Следующий шаг для приведения к каноническому виду состоит в выделении производных по времени путем введения обозначений, соответствующих трем измерениям. Для поля Максвелла вводится определение

$$E^i \equiv F^{0i}. \tag{3.7a}$$

Так как уравнения канонического вида должны быть первого порядка относительно производных по времени (но не относительно пространственных производных), мы можем использовать для исключения F_{ij} зависимость $F_{ij} = A_{j,i} - A_{i,j}$.

Введя для сокращения обозначение

$$B^i \equiv \frac{1}{2} \varepsilon^{ijk} (A_{k,j} - A_{j,k}), \tag{3.7b}$$

запишем лагранжиан в виде

$$\mathfrak{L} = -E^i \partial_i A_i - \frac{1}{2} (B^i B^i + E^i E^i) - A_0 E^i,\, i. \tag{3.8}$$

Теперь можно получить уравнения Максвелла, варьируя $\mathfrak{L}$ по независимым переменным E^i, A_i и A_0.

3.2. (3 + 1)-МЕРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНОВА ПОЛЯ

Эйнштейновому полю соответствуют (подробнее см. ниже) такие трехмерные величины:

$$g_{ij} \equiv {}^4g_{ij},\ N \equiv (-{}^4g^{00})^{-\frac{1}{2}},\ N_i \equiv g^4{}_{0i}, \tag{3.9a}$$

$$\pi^{ij} \equiv \sqrt{-{}^4g}\,({}^4\Gamma^0_{pq} - g_{pq}{}^4\Gamma^0_{rs}g^{rs})\,g^{ip}g^{jq}. \tag{3.9b}$$

Здесь и дальше мы снабжаем каждую четырехмерную величину «префиксом 4», так что все не отмеченные таким образом величины следует считать трехмерными. В частности, g^{ij} в (3.9b) есть матрица, обратная для g_{ij}. Полный метрический тензор ${}^4g_{\mu\nu}$ и ${}^4g^{\mu\nu}$ можно с учетом (3.9*a*) записать так:

$${}^4g_{00} = -(N^2 - N_iN_i), \tag{3.10}$$

где $N^i = g^{ij}N_j$, и

$${}^4g^{0i} = N^i/N^2, \quad {}^4g^{00} = -1/N^2, \tag{3.11a}$$

$${}^4g^{ij} = g^{ij} - (N^iN^j/N^2).$$

Полезна и зависимость

$$\sqrt{-{}^4g} = N\sqrt{g}. \tag{3.12}$$

В основных величинах (3.9) лагранжиан о. т. о. получается в виде

$$\mathfrak{L} = \sqrt{-{}^4g}\,{}^4R = -g_{ij}\partial_t\pi^{ij} - NR^0 - N_iR^i -$$
$$- 2\left(\pi^{ij}N_j - \frac{1}{2}\pi N^i + N^{|i}\sqrt{g}\right)_{,i}, \tag{3.13}$$

где

$$R^0 \equiv -\sqrt{g}\left[{}^3R + g^{-1}\left(\frac{1}{2}\pi^2 - \pi^{ij}\pi_{ij}\right)\right], \tag{3.14a}$$

$$R^i \equiv -2\pi^{ij}_{\ |j}.$$

Величина ${}^3R$ является кривизной, соответствующей пространственной метрике g_{ij}, символ $|$ обозначает ковариантную производную в этой метрике, а пространственные индексы поднимаются и опускаются с помощью g^{ij} и g_{ij} (аналогично $\pi \equiv \pi^i_i$).

Как и в случае электромагнетизма, выражая такие величины, как Γ^k_{ij}, через $g_{ij,k}$, мы допускаем пространственные производные второго порядка.

Можно непосредственно проверить, что лагранжиан вида (3.13) дает уравнения Эйнштейна. Действительно, получаем

$$\partial_t g_{ij} = 2Ng^{-\frac{1}{2}}\left(\pi_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij}\pi\right) + N_{i|j} + N_{j|i}, \quad (3.15a)$$

$$\partial_t \pi^{ij} = -N\sqrt{g}\left({}^3R^{ij} - \frac{1}{2} g^{ij\,3}R\right) +$$

$$+\frac{1}{2} Ng^{-\frac{1}{2}} g^{ij}\left(\pi^{mn}\pi_{mn} - \frac{1}{2}\pi^2\right) - 2Ng^{-\frac{1}{2}}\left(\pi^{im}\pi^j_m - \frac{1}{2}\pi\pi^{ij}\right) + \quad (3.15b)$$

$$+\sqrt{g}\,(N^{|ij} - g^{ij}N^{|m}_{\ \ |m}) + (\pi^{ij}N^m)_{|m} - N^i_{|m}\pi^{mj} - N^j_{|m}\pi^{mi},$$

$$h^{\mu}(g_{ij}, \pi^{ij}) = 0. \quad (3.15c)$$

Уравнение (3.15a) получается варьированием π^{ij}, и его можно считать уравнением, определяющим π^{ij} в формализме, допускающем вторые производные.

Варьирование N и N_i дают уравнения (3.15c), т. е. уравнения ${}^4G^0_\mu \equiv {}^4R^0_\mu - \frac{1}{2}{}^0\delta_\mu\ {}^4R = 0$,

тогда как уравнения (3.15b) — суть линейные комбинации последних и шести остальных уравнений Эйнштейна.

3.3. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Поучительно охарактеризовать с геометрической точки зрения подобранные нами трехмерные переменные (3.9) (что полезно сделать до перехода к каноническому виду). Геометрически их выбор должен быть подчинен требованию трехмерной ковариантности при любых преобразованиях координат, сохраняющих поверхности $t = \text{const}$. Любые величины, обладающие такой ковариантностью, могут быть полностью определены «в поверхности» (очевидно, это соответствует $(3 + 1)$-мерному расщеплению).

Кривая $x^\mu(\lambda)$, которая целиком лежит на 3-поверхности, т. е. на $x^0(\lambda) = \text{const}$, является, конечно, таким четырехмерным объектом. Поэтому вектор $v^\mu \equiv dx^\mu/d\lambda$, каса, тельный к этой кривой, тоже трехмерен. Ограничение- что кривая лежит на поверхности $t = \text{const}$, выражается тем, что $v^0 = 0$ и, наоборот, *любой* вектор V^μ с $V^0 = 0$ касателен к какой-то кривой на подобной поверхности. Три таких независимых вектора — суть $V^\mu_{(i)} = \delta^\mu_i$.

Когда задан любой ковариантный тензор $A_{\mu\ldots\nu}$, а его проекцией на рассматриваемую поверхность будет $V^\mu_{(i)} \ldots V^\nu_{(j)} A_{\mu\ldots\nu} = A_{i\ldots j}$. Таким образом, *ковариантные* пространственные составляющие любого 4-тензора образуют 3-тензор, который зависит только от поверхности [2] (в отличие от контравариантных пространственных составляющих, которые представляют собой скалярные произведения скорее на градиенты, чем на касательные, и поэтому зависят также от выбора пространственных координат вблизи поверхности).

Это говорит за выбор g_{ij}, а не ${}^4g_{ij}$. Напротив, N и N_i не обладают желательной инвариантностью и, действительно, если выбрать координаты так, чтобы линии $x^i = \text{const}$ были нормальны к поверхности, получим $N_i = 0$ (если x^0 определено так, что оно измеряет собственное время вдоль этих линий, мы получаем также, что $N = 1$). Такими же рассуждениями можно показать, что A_i и F_{ij} являются трехмерными величинами, подходящими для общерелятивистской трактовки максвеллова поля.

Труднее определить на поверхности величину, играющую роль импульса, так как мы имеем дело при этом с движением во времени, и приходится сойти с исходной поверхности $t = \text{const}$. Однако такой величиной является вторая фундаментальная форма K_{ij} (см., например, [4]), которая дает радиусы кривизны поверхности $t = \text{const}$, определяемые в окружающем 4-пространстве. Эти «внешние кривизны» показывают нам, как сближаются или расходятся нормали к поверхности. Следовательно, они определяют геометрию параллельной поверхности в бесконечно близкий последующий момент времени.

---

[2] Конечно, любые трехмерные операции (например, свертывание индексов с помощью 3-метрики) с 3-тензорами дают величины, определенные на 3-поверхности.

Так как величина K_{ij} описывает геометрическое свойство поверхности $t = \text{const}$, вложенной в четырехмерное пространство, она опять-таки не зависит от выбора координат вне поверхности. Это же следует из обычного определения $K_{ij} = -n_{i;j}$, что выражает K_{ij}, как ковариантную пространственную часть тензора $n_{\mu;\nu}$ (т. е. четырехмерной ковариантной производной от единичной нормали, $n_\mu = -N\delta^0_\mu$, к поверхности) [3]. Для удобства при окончательном переходе к каноническому виду мы взяли вместо K_{ij} связанную с нею переменную $\pi^{ij} = -\sqrt{g}\,(K^{ij} - g^{ij}K)$. Итак, геометрический анализ показывает, что g_{ij} и π^{ij} — величины, которые не зависят от последующего (во времени) выбора координат, тогда как N и N_i показывают, как «продолжать» координатную систему вне поверхности $t = \text{const}$.

3.4. ПРОБЛЕМЫ С НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ И ДИНАМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ

Вернемся к уравнениям поля (3.15) и проанализируем для них постановку задач с начальными значениями. Если заданы начальные значения величин g_{ij}, π_{ij} и N, N_i, то ясно, что эти уравнения однозначно определяют в будущем g_{ij} и π^{ij}, тогда как N и N_i остаются при этом неопределенными. Так как последние служат только для того, чтобы продолжить координаты, то внутренняя (не зависящая от координат) геометрия пространства — времени определяется исключительно выбором начальных значений g_{ij} и π^{ij}. Однако этот выбор ограничен четырьмя уравнениями связи (3.15с), связывающими двенадцать начальных значений этих переменных. Итак, значения g_{ij}, π^{ij}, удовлетворяющие таким условиям совместности, составляют в этой теории полную систему данных Коши.

Сохранение во времени наложенных связей обеспечивается тождествами Бьянки (${}^4G^\nu_{\mu;\nu} \equiv 0$). Отсюда

$$ {}^4G^0_{\mu,0} = -{}^4G^i_{\mu;i} - {}^4G^{\nu}_{\mu}{}^4\Gamma^0_{\nu 0} + {}^4G^0_\nu{}^4\Gamma^\nu_{\mu 0}. \tag{3.16} $$

Таким образом, как следствие динамических уравнений ${}^4G_{ij} = 0$ (и, как их следствие, уравнений, получае-

---

[3] Таким образом, $K_{ij} = -n_{i;j} = -n_{i,j} + n_\mu\Gamma^\mu_{ij} = N\Gamma^0_{ij}$.

мых отсюда дифференцированием по пространственным координатам) при $t = 0$ связи ${}^4G^0_\mu$ имеют силу для всех значений времени, если они имеют место в начальный момент.

В электродинамике уравнениям (3.15c) соответствует связь, получаемая варьированием A_0 в (3.8): $F^{0i}_{,i} \equiv \equiv \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Тождеством, которое обеспечивает сохранение этой связи во времени, является $F^{\mu\nu}_{,\mu\nu} \equiv 0$, что можно записать и так:

$$(F^{0i}_{,i})_{,0} = -(F^{i\nu}_{,\nu})_{,i}.$$

Правая часть здесь обращается в нуль в силу динамических уравнений $F^{\nu i}_{,\nu} = 0$.

Хотя двенадцать переменных g_{ij}, π^{ij} дают полную систему данных Коши, они не образуют минимальной системы (канонический формализм указывает на то, что должно быть две пары величин в соответствии с двумя степенями свободы). Можно определить минимальное число переменных. Из двенадцати величин g_{ij}, π^{ij} можно исключить четыре с помощью уравнений связи (3 15c). Это дает соответственно четыре «тождества Бьянки» для 12 уравнений движения (3.15a) и (3.15b). Как мы уже видели, N и N_i определяют продолжение координатной системы, не затрагивая внутренней геометрии (т. е. физики поля). При любом выборе N и N_i как функций остающихся восьми начальных значений (что является выбором координатной системы) мы получим четыре уравнения, определяющих обращение в ноль четырех производных по времени от остальных восьми переменных g, π (точнее, мы выбираем систему координат, принимая в качестве координат x^μ четыре функции q^μ от g_{ij}, π^{ij}. Тогда уравнения для $\partial_t q^\mu$ $(=\delta^\mu_0)$ определяют N, N_i). Итак, после введения этих координатных условий остаются четыре динамических уравнения вида $\partial_t u_a = f_a(u)$ $(a = 1, 2, 3, 4)$. Эти уравнения определяют движение системы с двумя степенями свободы. Этого и надо было ожидать: линеаризованное гравитационное поле — это лишенное масс поле со спином 2, и то внутреннее взаимодействие, которое соответствует общему случаю, не должно сказаться на такой кинематической характеристике, как число степеней свободы.

3.5. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ КАК УЖЕ ПАРАМЕТРИЗОВАННАЯ СИСТЕМА

В заключение раздела отметим характеристические свойства эйнштейновского лагранжиана (3.13). Мы перепишем его без дивергенции [4] и полной производной по времени [5]

$$\mathfrak{L} = \pi^{ij}\partial_t g_{ij} - NR^0 - N_i R^i, \quad R^\mu = R^\mu(g_{ij}, \pi^{ij}). \tag{3.17}$$

Уравнение (3.17) дает лагранжиан в виде, соответствующем параметризованной теории, как в (2.3), и выражает инвариантность этой теории по отношению к преобразованиям четырех координат x^μ. Таким образом, x^μ суть параметры в том же смысле, в каком τ было параметром в случае частицы. То, что N и N_i действительно множители Лагранжа, следует из того, что они не входят в $\mathfrak{L}$ в слагаемые pq' (т. е. в $\pi^{ij}\,\partial_t g_{ij}$). Варьируя N и N^i, получаем четыре уравнения связи $R^\mu = 0$. «Гамильтониан» $H' \equiv NR^0 + N_i R^i$ в силу уравнений связи обращается в ноль. Настоящий, отличный от ноля гамильтониан мы получаем только после исключения переменных с помощью связей и выбора координатных условий. В следующем разделе мы покажем, как получить теорию в канонической форме.

4. КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА о. т. о.

4.1. АНАЛИЗ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИЙ

Мы можем теперь придать общей теории каноническую форму. Геометрические соображения в разделе 3 помогли получить лагранжиан в виде (3.17). На основании изложенного в разделе 2, (3.17) дает лагранжиан параметризованной теории поля соответственно с (2.3). Приведение же (3.17) к каноническому виду аналогично (2.1) требует

---

[4] В теории со связями дивергенцию нельзя отбрасывать безоговорочно, так как после исключения связей соответствующее слагаемое может уже не быть дивергенцией. Но в данном случае дивергенцией действительно можно пренебречь, что доказано в [2e].

[5] Добавление к лагранжиану полной производной по времени не изменяет, разумеется, уравнений движения и соответствует каноническому преобразованию производящей функции. Свойства канонических преобразований в о. т. о. рассмотрены в [2k].

уточнения, каковы те четыре излишних импульса, которые должны быть исключены с помощью уравнений связи (3.15). С этой целью рассмотрим производящую функцию, связанную с (3.17),

$$G = \int d^3x\,[\pi^{ij}\delta g_{ij} + T^{0'}_{\mu}\delta x^{\mu}]. \tag{4.1}$$

Второе слагаемое в скобках получается при варьировании независимых координат, однако, оно обращается в ноль вследствие уравнений связи [6]. Например, $T^{0\prime}_0 = -NR^0 - N_i R^i = 0$. С учетом связей G сводится к

$$G = \int d^3x \pi^{ij}\delta g_{ij}, \tag{4.2}$$

причем подразумевается, что четыре из двенадцати величин g_{ij}, π^{ij} выражены через остальные с помощью уравнений $R^{\mu} = 0$. Тем самым уравнения связи использованы полностью. Наконец, как и в случае одной частицы, нужно выбрать координатные условия (теперь их четыре) и учесть их в (4.2), так что остаются четыре динамические переменные π^A, Φ_A. Если производящая функция на этом этапе получается в виде

$$G = \int d^3x\left[\sum_{A=1}^{2}\pi^A\delta\Phi_A + \mathfrak{T}^0_{\mu}(\pi^A,\ \Phi_A)\,\delta x_{\mu}\right], \tag{4.3}$$

то теория, очевидно, приведена к *канонической* форме, π^A и Φ_A — канонические переменные, а $\int \mathfrak{T}^0_{\mu}\,\delta x^{\mu}$ — производящая функция для трансляций δx^{μ}. В (4.3) выражение $\mathfrak{T}^0_{\mu}\,[\pi^A,\ \Phi_A]$ получается путем исключения излишних импульсов $p_{M+\mu}$ с помощью уравнений связи, и x^{μ} представляют собой теперь те четыре переменные, которые взяты в качестве координат $q_{M+\mu}$.

Для поля Максвелла производящей функцией, соответствующей (4.2), будет (на основании (3.8))

$$G = \int d^3x\left[-E^i\delta A_i - \frac{1}{2}(E^iE^i + B^iB^i)\,\delta t + \right.$$
$$\left. + (\mathbf{E}\times\mathbf{B})\cdot\delta\mathbf{r}\right],$$

---

[6] Точнее, $T^{0\prime}_{\ i}$ сводится к несущественной дивергенции.

причем учтена связь $E^i_{,i} = 0$. Разумеется, решение уравнения связи получается с помощью ортогонального разложения

$$E^i = E^{iT} + E^{iL} (\nabla \cdot \mathbf{E}^T \equiv 0 \equiv \nabla \times \mathbf{E}^L).$$

Продольная составляющая E^{iL} электрического поля обращается в ноль, так что мы получаем каноническую форму, учитывая это в выражении для G:

$$G = \int d^3x \Big[- E^{iT} \delta A_i^T - \frac{1}{2} (E^{iT} E^{iT} + \\ + B^i B^i) \delta t + (\mathbf{E}^T \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{r} \Big].$$

Отметим, что A_i^L автоматически исчезает в кинетическом слагаемом (из-за ортогональности) и не появляется в $B \equiv \nabla \times A = \nabla \times A^T$. Таким образом, двумя канонически сопряженными парами переменных для поля Максвелла будут — E^{iT} и A_i^T.

4.2. ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ СВЯЗИ ПРИ ОРТОГОНАЛЬНОМ РАЗЛОЖЕНИИ МЕТРИКИ В ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ТЕОРИИ

Чтобы получить релятивистское выражение типа (4.3), полезно руководиться линеаризованной теорией. При этом надо брать в уравнениях связи и члены второго порядка, так как наш общий формализм показывает, что с их помощью получается гамильтониан. Уравнение (3.15c) с членами второго порядка можно взять в виде

$$g_{ij,\, ij} - g_{ii,\, jj} = \mathfrak{P}_2^0 [g_{ij}, \pi^{ij}], \tag{4.4a}$$

$$-2\pi^{ij}_{,j} = \mathfrak{P}_2^i [g_{ij}, \pi^{ij}], \tag{4.4b}$$

где $\mathfrak{P}^0{}_2$ и $\mathfrak{P}_2^i$ — чисто квадратичные функции от g_{ij} и π^{ij}. Эти уравнения определяют одну из составляющих g_{ij} и три составляющие π^{ij} как функции остальных. Уравнение (4.4) легче исследовать, если произвести следующее линейное ортогональное разложение $g_{\ j}$ и π_{ij}. Для любой симметричной матрицы $f_i{}^j = f_{ij}$ имеем

$$f_{ij} = f_{ij}^{TT} + f_{ij}^T + (f_{i,j} + f_{j,\, i}), \tag{4.5}$$

где любую величину справа можно однозначно выразить в виде линейного функционала от f_{ij}. Величины f_{ji}^{TT} — две поперечные составляющие (след которых равен нулю) величин f_{ij} ($f_{ij,j}^{TT} \equiv 0$, $f_{ii}^{TT} \equiv 0$). След поперечной части f_{ij}, т. е. f^T, однозначно определяет f_{ij}^T, так как

$$f_{ij}^T \equiv \frac{1}{2}[\delta_{ij} f^T - (1/\nabla^2) f^T_{,ij}] \tag{4.6}$$

(очевидно, что $f_{ij,j}^T = 0, f_{ii}^T = f^T$).

Оператор $1/\nabla^2$ — это оператор, обратный оператору Лапласа для плоского пространства при соответствующих граничных условиях. Продольные составляющие f_{ij} входят в остающуюся часть $f_{i,j} + f_{j,i}$. Разлагая f_i на поперечную и продольную (безвихревую) составляющие, получаем

$$f_i = f_i^T + \frac{1}{2} f^L_{,i} (f^T_{i,i} \equiv 0).$$

Остаток получается в виде $f^T_{i,j} + f^T_{j,i} + f^L_{,ij}$. Можно выразить f_i, f^T и f_{ij}^{TT} через f_{ij} по формулам:

$$f_i = (1/\nabla^2)\left[f_{ij,j} - \frac{1}{2}(1/\nabla^2) f_{kj,kji}\right], \tag{4.7a}$$

$$f^T = f_{ii} - (1/\nabla^2) f_{ij,ij}, \tag{4.7b}$$

$$f_{ij}^{TT} = f_{ij} - f_{ij}^T[f_{mn}] - \{f_{i,j}[f_{mn}] + f_{j,i}[f_{mn}]\}. \tag{4.7c}$$

Указанное ортогональное разложение симметричного тензора — это обобщение обычного разложения вектора на продольную и поперечную составляющие, используемого в электромагнитной теории.

Возвращаясь к (4.4), получаем

$$-\nabla^2 g^T = \mathfrak{P}_2^0, \tag{4.8a}$$

$$-2\nabla^2(\pi^{iT} + \pi^L_{,i}) = \mathfrak{P}_2^i. \tag{4.8b}$$

Как видно, g^T и π^i равны нулю с точностью до первого порядка [7]. Поэтому их выражения начинаются с членов второго порядка, причем

$$g^T = -(1/\nabla^2)\mathfrak{L}_{\text{lin}} \text{ и } -2(\pi^{iT} + \pi^L_{,i}) = (1/\nabla^2)\mathfrak{T}^{0i}_{\text{lin}}.$$

---

[7] Мы принимаем граничные условия такие, чтобы g^T и π' асимптотически равнялись нулю. Отметим также, что π^{iT} и π^L определяются по (4.8b).

Здесь H_{lin} и T^0_{lin} получаются из $P_2{}^0$ и P_2^i приравниванием g^T и π^j нулю, и это как раз плотности гамильтониана и полевого импульса [8]. Таким образом, наш анализ показывает, что уравнения связи можно решить относительно g^T и π^i, выразив последние через остающиеся переменные. Чтобы непосредственно показать, как H_{lin} и $\mathfrak{T}^{0i}_{\text{lin}}$ дают соответствующие временные и пространственные трансляции, надо обратиться к производящей функции. Используя в (4.2) ортогональное разложение (4.5) для g_{ij} и π^{ij}, получаем

$$G = \int d^3x\,[\pi^{ijTT}\delta g^{TT}_{ij} + \pi^{ijT}\delta g^T_{ij} + 2\,(\pi^i{}_{,j} + \pi^j{}_{,i})\,\delta g_{i,j}]. \tag{4.9}$$

(благодаря ортогональности разложения в (4.9) не вошли такие члены, как, например,

$$\int d^3x\ \pi^{ijTT}\delta g_{i,j} = -\int d^3x\ \pi^{ijTT}_{,j}\delta g_i = 0).$$

Использовано также то обстоятельство, что варьирование какой-либо величины при таком линейном расщеплении не изменяет ее поперечности или продольности, и то, что производные коммутируют с вариацией.

Уравнению (4.9) можно придать нужный вид, интегрируя по частям и добавив полную вариацию [9]:

$$G = \int d^3x\,\{\pi^{ijTT}\delta g^{TT}_i - (-\nabla^2 g^T)\,\delta\,[-({}^1/{}_2\nabla^2)\,\pi^T] +$$
$$+ [-2\nabla^2(\pi^{iT} + \pi^L_{,i})]\}\,\delta g_i. \tag{4.10}$$

4.3. НАЛОЖЕНИЕ КООРДИНАТНЫХ УСЛОВИЙ

Уравнение (4.10) теперь имеет вид (2.7). Заключительным этапом в приведении к каноническому виду является наложение координатных условий. Структура (4.10)

---

[8] Точнее, H_{lin} отличается от линеаризованной гамильтоновой плотности на дивергенцию, обращающуюся в ноль при наложении координатных условий (4.11).

[9] Прибавление полной вариации в производящей функции соответствует добавлению полной производной по времени к лагранжиану (см. сноску 5 на стр. 249).

указывает на такой их выбор:

$$t = -(1/2\nabla^2)\pi^T, \tag{4.11a}$$

$$x^i = g_i. \tag{4.11b}$$

Эти координатные условия можно записать более обычным образом [10], исключив π^T и g_i по (4.7):

$$\pi^{ii}_{,jj} - \pi^{ij}_{,ij} = 0, \tag{4.11c}$$

$$g_{ij,j} = 0. \tag{4.11d}$$

То, что такие координатные условия приемлемы, показывают уравнения поля, в которые входят $\partial_t g_i$ и $\partial_t \pi^T$. Линейная часть уравнения (3.15a) дает уравнение для продольной составляющей g_{ij}:

$$\partial_t (g_{i,j} + g_{j,i}) = N_{i,j} + N_{j,i}. \tag{4.12}$$

Лагранжевы множители $N_i \equiv g_{0i}$ становятся определенными функциями только после наложения координатных условий, и они должны равняться нолю на бесконечности, где пространство плоско. Подставив (4.11b) в (4.12), получаем, в согласии с граничными условиями, что $N_i = 0$ везде.

Аналогично из (3.15b) следует, что

$$\partial_t [-(1/\nabla^2)\pi^T] = N. \tag{4.13}$$

Из условия (4.11a) вытекает, что $N = (-g_{00})^{-\frac{1}{2}} = 1$, и это опять-таки согласуется с требуемой предельной асимптотикой. В том, что уравнения (4.11) дают физически подходящие координатные условия, можно убедиться и прямым сравнением с известными результатами линеаризованной теории (которые рассматриваются в [1]). Таким образом, как указывалось выше, $H_{\text{lin}} = -\Delta^2 g^T$ и $\mathfrak{T}^{0i}_{\text{lin}} = -2\nabla^2 (\pi^{iT} + \pi^L_{,i})$ суть плотности гамильтониана и импульса линеаризованной теории. Поэтому коэффициентами при них в производящей функции (4.10) должны быть соответственно δt и $\delta x^i_{,}$, так что снова получается выражение (4.3) (которое выведено и в [1]).

[10] Координатные условия в дифференциальной форме (4.11c,d) можно проинтегрировать и получить (4.11a,b) либо наложив подходящие граничные условия, либо действуя так, как указано в Приложении B к [26].

4.4. ГАМИЛЬТОНОВА ФОРМА И НЕЗАВИСИМЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ТЕОРИИ

Так как теперь производящая функция есть

$$G = \int d^3x \, [\pi^{ijTT} \delta g_{ij}^{TT} - \mathscr{H}_{\text{lin}} (\pi^{ijTT}, g_{ij}^{TT}) \, \delta t + \\ + \mathfrak{T}_{\text{lin}}^{0i} (\pi^{ijTT}, g_{ij}^{TT}) \, \delta x^i], \tag{4.14}$$

то линеаризованная теория приведена к канонической форме, и g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} — две канонически сопряженные пары переменных.

Полезность линеаризованной теории покажет то, что она подсказывает, как выбрать канонические переменные в полной теории. Так как мы исходим из билинейной части лагранжиана $\pi^{ij} \partial_t g_{ij}$, которая одинакова в обоих случаях, то бо́льшая сложность полной теории, т. е. ее самовоздействия, связана только с нелинейностью уравнений связи. Но даже при рассмотрении последних линеаризованная теория показывает нам, что надо решать уравнения относительно g^T и π^i, рассматривая их как четыре избыточных импульса.

4.5. ГАМИЛЬТОНОВА ФОРМА И НЕЗАВИСИМЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ ПОЛНОЙ ТЕОРИИ

Теперь легко представить полную теорию в канонической форме. Производящая функция (4.10), очевидно, справедлива и для полной теории, поскольку (4.10) получена из билинейной части лагранжиана. Уравнения связи (3.15с) теперь имеют вид (в координатной системе, которая будет уточнена ниже):

$$-\nabla^2 g^T = \mathfrak{P}^0 \, [g_{ij}^{TT}, \pi^{ijTT}; g^T, \pi^i; g_i, \pi^T], \tag{4.15a}$$

$$-2\nabla^2 (\pi^{iT} + \pi^L_{,i}) = \mathfrak{P}^i \, [g_{ij}^{TT}, \pi^{ijTT}; g^T, \pi^i; g_i, \pi^T], \tag{4.15b}$$

где $\mathfrak{P}^\mu$ — нелинейные функции от g_{ij} и π^{ij}. Мы опять можем решить эти спаренные уравнения (по крайней мере с помощью итеративного метода возмущений) относительно g^T и π^i. Таким образом, в качестве подлежащих исключению четырех излишних импульсов можно снова взять $-\nabla^2 g^T$ и $-2\nabla^2 (\pi^{iT} + \pi^L, i)$. Обозначим решения уравнений (4.15) следующим образом:

$$-\nabla^2 g^T = -\mathfrak{T}_0^0[g_{ij}^{TT}, \pi^{ijTT}, g_i, \pi^T], \tag{4.16a}$$

$$-2\nabla^2(\pi^{iT} + \pi^L_{,i}) = \mathfrak{T}_i^0[g_{ij}^{TT}, \pi^{ijTT}, g_i, \pi^T]. \tag{4.16b}$$

Эти уравнения соответствуют соотношению $p_{M+1} = -H$ в случае частицы.

Как мы уже видели, сохранение во времени четырех уравнений связи есть следствие других уравнений поля. Поэтому, подставив уравнения (4.16) в (3.15a, b), мы обнаружим, что четыре из этих двенадцати уравнений (уравнения для $\partial_t g^T$ и $\partial_t \pi^i$) — суть «тождества Бьянки» и что остается восемь независимых уравнений в двенадцати переменных $g_{ji}{}^{TT}$, π^{ijTT}, g_i, π^T, N и N_i. Эти уравнения линейны относительно производных по времени от первых восьми переменных.

Наложим теперь координатные условия (4.11), которые определяют π^T и g_i. Уравнения $\partial_t g_i$ и $\partial_t \pi^T$ становятся уравнениями, определяющими N и N_i (аналог в полной теории для (4.12) и (4.13)). N, N_i теперь уже не 1 и 0, соответственно они становятся некоторыми функционалами от g_{ij}^{TT} и π^{ijTT}, которые можно (в принципе) получить в явном виде[11]. Из последних четырех уравнений N и N_i можно в принципе исключить, что оставляет нас с системой четырех уравнений, в которые входят только g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} и которые линейны относительно производных по времени от этих величин. Мы покажем сейчас, что эта приведенная система имеет канонический вид.

Производящая функция (4.10) сводится к каноническому виду (при наложении координатных условий (4.11) и учете связей (4.16)):

$$G = \int d^3x\,[\pi^{ijTT}\delta g_{ii}^{TT} + \mathfrak{T}_0^0\delta t + \mathfrak{T}_i^0\delta x^i], \tag{4.17a}$$

а лагранжианом будет

$$\mathfrak{L} = \pi^{ijTT}\partial_t g_{ij}^{TT} + \mathfrak{T}_0^0.$$

Можно показать, что решения $\mathfrak{T}_\mu^0$ уравнений связи явно не зависят от координат x^μ из (4.11) (см. 2б). Этого

---

[11] Пример такого явного определения N и N_i при координатных условиях (4.22) будет дан в (7.7) и (7.9).

можно было ожидать, так как переменные g_{ij} и π^{ij}, входящие в правые части зависимостей (4.15), не зависят явно от координат в такой системе отсчета (таким образом, в g_{ij} и π^{ij} входят только $g_{i,j} = x^i_{,j} = \delta^i_j$ и $\pi^T = -2\nabla^2 t$).

4.6. ОСНОВНЫЕ СКОБКИ ПУАССОНА И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В СКОБКАХ ПУАССОНА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Имея производящую функцию в канонической форме, мы можем сразу выписать основные с. п.-зависимости для g_{ij}^{TT} и π^{ijTT}, а именно [12]:

$$[g_{ij}^{TT}(\mathbf{x}), \pi^{mnTT}(\mathbf{x}')] = \delta_{ij}^{mn}(\mathbf{x}-\mathbf{x}'), \tag{4.18a}$$

$$[g_{ij}^{TT}(\mathbf{x}), g_{mn}^{TT}(\mathbf{x}')] = 0 = [\pi^{ijTT}(\mathbf{x}), \pi^{mnTT}(\mathbf{x}')]. \tag{4.18b}$$

В (4.18a) $\delta_{ij}^{mn}(\mathbf{x})$ — обычная δ-функция Дирака, видоизмененная так, чтобы не нарушать поперечность и равенство нулю следов тех переменных, которые фигурируют слева. Заметим, что определение такой видоизмененной δ-функции не зависит от метрики; она симметрична, поперечна и не имеет следа по отношению к любой паре индексов:

$$\delta_{ij}^{mn} = \delta_{ij}^{nm} = \delta_{ji}^{mn} = \delta_{mn}^{ij}, \tag{4.19a}$$

$$\delta_{ij}^{mm} = 0 = \delta_{ii}^{mn}, \tag{4.19b}$$

$$\delta_{ij,\,i}^{mn} = 0.$$

Исходя из формы уравнений (4.17), составляем с. п.-уравнения движения

$$\partial_t g_{ij}^{TT} = [g_{ij}^{TT}, H] = \delta H / \delta\pi^{ijTT}, \tag{4.20a}$$

$$\partial_t \pi^{ijTT} = [\pi^{ijTT}, H] = -\delta H / \delta g_{ij}^{TT}, \tag{4.20b}$$

где $H \left(\equiv -\int d^3x \mathfrak{T}_0^0\right)$ есть гамильтониан. Вторые равенства в (4.20) вытекают из уравнений (4.18). Теперь сразу видно, что (4.18) и (4.20) согласуются с уравнениями

---

[12] Конечно, переменные, которые используются как координаты x^μ (4.11 a, *b*), образуют со *всеми* переменными равные нулю с. п.

Лагранжа, получаемыми варьированием (4. 17b)[13]. Соответственно уравнениям (4.20) для трансляций во времени имеем для пространственных смещений

$$\partial_k g_{ij}^{TT} = [P_k, g_{ij}^{TT}] = -\delta P_k / \delta\pi^{ijTT}, \qquad (4.21a)$$

$$\partial_k \pi^{ijTT} = [P_k, \pi^{ijTT}] = \delta P_k / \delta g_{ij}^{TT},$$

где $P_k \equiv +\int \mathfrak{T}_k^0 d^3x$ — оператор полного импульса. Уравнения (4.21) очевидны, так как для канонических импульсов имеем

$$P_k^c \equiv \int d^3x \mathfrak{T}_k^{0c} \equiv -\int d^3x \pi^{mnTT} g_{mn,k}^{TT}.$$

Величины P_k и P_k^c фактически совпадают, так как их подынтегральные выражения отличаются лишь дивергенцией канонических переменных, как показано в [2e].

4.7. ДРУГАЯ КАНОНИЧЕСКАЯ ФОРМА, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ ИЗМЕНЕННЫМ КООРДИНАТНЫМ УСЛОВИЯМ

Каноническая форма уравнений (4.17) не единственно возможная. Прежде всего можно подвергнуть канонические переменные g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} обычным каноническим преобразованиям, не нарушающим координатных условий. Однако можно указать и более широкий класс: производящую функцию (4.2) можно привести к каноническому виду при координатных условиях, отличных от (4.11). Что такое приведение всегда выполнимо, показано в Приложении А к [2б]. Примером, который нам пригодится позже, могут служить координатные условия

$$x^i = g_i - (1/4\nabla^2) g_{,i}^T, \qquad (4.22a)$$

$$t = -(^1/_2\nabla^2)(\pi^T + \nabla^2\pi^L), \qquad (4.22b)$$

или, в дифференциальной форме,

$$g_{ij,jkk} - \frac{1}{4} g_{kj,kji} - \frac{1}{4} g_{jj,kki} = 0, \qquad (4.22c)$$

$$\pi^{ii} = 0. \qquad (4.22d)$$

---

[13] Основной критерий при каноническом приведении состоит в том, чтобы уравнения (4.20) совпадали с уравнениями Эйнштейна в системе координат (4.11); это показано в [2e].

В такой системе отсчета каноническими переменными будут g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} (где индекс TT теперь относится к системе (4.22), и, следовательно, эти канонические переменные *отличны* от ранее введенных).

При этом $\mathfrak{T}^0_\mu$ будут решениями уравнений связи (4.16) для $\nabla^2 g^T$ и $-2\nabla^2 \ (\pi^{iT} + \pi^L_{,i})$ — решениями, которые будут иными функциями от новых канонических переменных, так как опять-таки индексы T и L относятся уже к (4.22), а не к (4.11). Эта система отсчета представляет интерес,так как при $g^{TT}_{ij} = 0$ метрика g_{ij} сводится к изотропной, т. е. $g_{ij} = \left(1 + \frac{1}{2}\, g^T\right)\delta_{ij}$. В 5-м разделе мы рассмотрим привилегированный класс физически эквивалентных систем отсчета, включающий обе указанные здесь системы.

Быть может, стоит отметить, что в системе (4.22) ортогональное разложение g_{ij} имеет более простой вид

$$g_{ij} = g_{ij}^{TT} + \delta_{ij}\left(1 + \frac{1}{2}\, g^T\, [g_{mn}^{TT},\, \pi^{mnTT}]\right). \qquad (4.23)$$

Таким образом, как и ожидалось, динамические аспекты теории обнаруживаются в отклонении метрики от метрики плоского пространства. Составляя след по (4.23), получаем локальную зависимость канонической переменной g_{ij}^{TT} в точке этой координатной системы от g_{ij} в той же точке: $g^{TT}_{ij} = g_{ij} - \frac{1}{3}\, \delta_{ij} g_{kk}$. Гамильтонова плотность непосредственно дает член с g^T, а последний, как будет показано в следующем разделе, дает в метрике асимптотический (ньютонианский) член m/r.

5. ЭНЕРГИЯ И РАДИАЦИЯ

5.1. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА P_μ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Канонический формализм, развитый в предыдущем разделе, выясняет те формальные характеристики о. т. о., которые имеют свои аналоги в обычных лоренц-ковариантных полевых теориях. Отсюда следует, что физическая интерпретация гравитационного поля может быть дана в тех же величинах, что характеризуют другие поля, например, энергия, импульс, поток радиации (вектор Пойнтинга).

Энергия E гравитационного поля — это численное значение гамильтониана для частного решения уравнений поля. Для получения этого численного значения вид гамильтониана, как функции от канонических переменных, не имеет значения, поэтому, вычисляя E как поверхностный интеграл, мы можем использовать уравнение $\mathfrak{T}_0^0 = \nabla^2 g^T$. Получаем [14]

$$P^0 \equiv E = -\int d^3 r \nabla^2 g^T = -\oint dS_i g^T_{,i} = = \oint dS_i (g_{ij,j} - g_{jj,i}), \qquad (5.1)$$

где dS_i — двумерный элемент поверхности на пространственной бесконечности. Аналогично, полный импульс поля P_i можно записать в виде

$$P_i = -\oint (\pi^i_{,j} + \pi^j_{,i})\, dS_j = -2 \oint \pi^{ij} dS_j. \qquad (5.2)$$

В (5.1) и (5.2) принято, как и во всех других случаях, что координатная система асимптотически ортогональна. Основное условие того, чтобы энергия вообще была определена, состоит, разумеется, в том, что пространство — время становится плоским на пространственной бесконечности (так что интегралы в (5.1), (5.2) вполне определены). Затем можно подходящим образом ввести условия ортогональности, чтобы избежать усложненных выражений.

5.2. КООРДИНАТНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ ВЫРАЖЕНИЯ ЭНЕРГИИ — ИМПУЛЬСА; ЛОРЕНЦОВ 4-ВЕКТОРНЫЙ ХАРАКТЕР P_μ

Полезность формул (5.1) и (5.2) увеличивается благодаря тому, что при вычислении поверхностных интегралов на бесконечности нет необходимости применять первоначальную систему канонических координат. На пространствен-

---

[14] Следует подчеркнуть, что в то время как *энергия* и *импульс* суть действительно дивергенции, подынтегральные выражения в гамильтониане и в производящих функциях пространственных трансляций $\mathfrak{T}_\mu^0$ $[g^{TT}, \pi^{TT}]$, не являются дивергенциями, когда они выражены как функции канонических переменных.

ной бесконечности, где метрика приближается к лоренцовой, преобразования координат, сохраняющие граничное условие, должны приближаться к тождественному преобразованию (лоренцово преобразование на бесконечность пока исключается). Для преобразования $\bar{x}^\mu = x^\mu - \xi^\mu$ имеем $\xi^\mu_{,\nu} \to 0$ (так как в законы преобразования $g_{\mu\nu}$ и $\Gamma^\alpha_{\rho\sigma}$ входят только $\partial\bar{x}^\mu/\partial x^\nu$). Сперва сохраним в этом преобразовании только линейные члены

$$\tilde{g}_{ij} = g_{ij} + \xi^i_{,j} + \xi^j_{,i}, \tag{5.3a}$$

$$\tilde{\pi}^{ij} = \pi^{ij} - (\delta_{ij}\xi^0_{,ii} - \xi^0_{,ij}). \tag{5.3b}$$

Для формализма в целом необходимо, чтобы $g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$ и $\Gamma^\alpha_{\rho\sigma}$ на пространственной бесконечности вели себя как $\sim 1/r$. Поэтому таким же должно быть поведение $\xi^\mu_{,\nu}$. Как видно из (4.5), эти преобразования затрагивают только g_i и π^T, а g^T_{ij}, $\pi^i_{,j}$ и канонические переменные инвариантны до членов $O(1/r)$. Однако в (5.1) и (5.2) надо учитывать $g^T_{,i}$ и $\pi^i_{,j}$ до членов $O(1/r^2)$, поэтому в законе преобразования надо рассматривать и квадратичные члены. Это ставит перед нами задачу лишь тогда, когда операция дифференцирования $\xi^\mu_{,\nu}$ не изменяет порядка этой величины, т. е. если имеем «координатную волну» $\xi^\mu_{,\nu} \sim e^{ipx}/r$, производные которой опять $\sim 1/r$. Детальное исследование [2м] показывает, что выражения (5.1) и (5.2) для P^μ *инвариантны* при *всех* преобразованиях, для которых остается $\tilde{g}_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu} \sim 1/r$, при условии усреднения поверхностных интегралов от осцилляторных слагаемых. Такое требование усреднения оправдано, так как энергию и импульс можно непосредственно вычислить по главным ($\sim 1/r$) членам в g^T и π^i, в системе координат (4.11). (Например, из (4.16a) следует, что $g^T = (1/\nabla^2)\mathfrak{T}_0{}^0 \sim E/4\pi r$). Однако, как показано в [2м], эти $\sim 1/r$-члены, действительно, «координатно инвариантны» и с этим согласуются значения усредненных P^μ-интегралов. Итак, при том или ином условии, изменения координат, не содержащие лоренцовых преобразований на бесконечности, не влияют на P_μ.

Можно показать, что определение энергии и импульса на основе канонического формализма совпадает с определением Ландау и Лифшица. И при последнем определении энергию и импульс можно представить в виде поверхностных интегралов (причем и здесь надо усреднять по осцилляторным членам, чтобы получить результат, не зависящий от выбора координат). Линейные члены в этом псевдотензоре — это как раз поверхностные интегралы в (5.1) и (5.2), а высшими степенями на бесконечности пренебрегаем (используя усреднение). Такое совпадение позволяет нам сразу указать, что P^{μ} ведет себя как лоренцов вектор при «твердых» лоренцовых преобразованиях системы координат, ибо для выражения через псевдотензор такое свойство очевидно. Что энергия системы должна определяться только асимптотикой метрики, следует из принципа эквивалентности, так как вся гравитационная масса измеряется по ускорению пробной частицы на бесконечности.

Так как P^{μ} постоянно, поскольку $\mathfrak{T}^{0}_{\mu}$ не зависит явно от x^{μ}, то его можно вычислять для любого момента времени. Для этого требуются только те начальные данные Коши, которые однозначно определяют состояние системы. Впредь до наложения координатных условий таковыми являются g_{ij} и π^{ij} (но, например, не $g_{0\mu}$), как мы видели в разделе 3. Так записаны последние выражения в (5.1) и (5.2). Когда же наложены любые (асимптотически ортогональные) координатные условия, нужны только две пары канонических переменных в такой системе отсчета, чтобы определить состояние системы и, разумеется, чтобы вычислить P_{μ} (используя формулу $P_{\mu} = \int d^3r\, \mathcal{T}^{0}_{\mu}$).

5.3. УСЛОВИЯ РАВЕНСТВА ГАМИЛЬТОНИАНА И ЭНЕРГИИ — «ГЕЙЗЕНБЕРГОВО ПРЕДСТАВЛЕНИЕ»

Как было указано в предыдущем разделе, есть бесконечно много координатных условий, позволяющих придать теории каноническую форму. Поэтому возникает вопрос, в какой мере выбор координатных условий сказывается на вышеизложенных физических результатах. Например, хотя мы видели, что P_{μ} в (5.1) и (5.2) инвариантны относительно изменений системы отсчета, это не доказывает, что различные канонические системы, связанные с различными системами отсчета, дают одни и те же интегралы для P_{μ}. Действительно, не всем каноническим формам теории отвечает одно и то же значение гамильтониана, поскольку можно применять преобразования Гамильтона — Якоби (Г.-Я.) или частичные преобразования Г. — Я. Поэтому за основные надо принять системы отсчета и канонические переменные «в Гейзенберговом представлении». Точнее, требуется, чтобы не было явных координатных зависимостей в выражении полной метрики $g_{\mu\nu}$ для произвольного момента времени через канонические переменные для того же момента. В этом условии метрике отводится привилегированная роль, так как с $g_{\mu\nu}$ непосредственно связаны основные измерения (стержни и часы). Подобно этому в обычной механике элементарных частиц непосредственно измеряемые величины (которые входят в исходный лагранжиан) — это основные «гейзенберговы» переменные, и ставится требование, чтобы любая иная «гейзенбергова» система была с ними связана независимо от времени. Более общим образом такое же требование должно быть удовлетворено, даже если исходный лагранжиан (а он всегда определяет гейзенбергово представление) не имеет канонического вида. Для о. т. о. основными переменными в эйнштейновском лагранжиане являются $g_{\mu\nu}$ (мы заметим, что в силу этого вопрос, является ли данная каноническая форма гейзенберговой, не требует проведения сравнения с какой-либо определенной канонической формой; отметим также, что обе формы в разделе 4 действительно гейзенберговы). При таком критерии ясно, что и гамильтоновы плотности не содержат явно координатных зависимостей, так как канонические уравнения можно получить, подставляя $g_{\mu\nu}\,[g^{\mathrm{can}},\ \pi^{\mathrm{can}}]$ в исходные уравнения поля. Этот этап не вводит явных координатных зависимостей в гейзенбергово представление. Можно показать (см. [2k]), что все гейзенберговы формы связаны преобразованиями координат типа $\widetilde{x}_{\mu} = x^{\mu} + f_{\mu}\,[g^{c}(x), \pi^{c}(x)]$, где f^{μ} не зависят явно от x^{μ}. Таким образом, зависимости между гейзенберговыми системами отсчета определяются внутренней геометрией и не содержат независящих от физики состояния функций от координат. При преобразованиях такого вида P_{μ} численно сохраняет свое значение для заданного физического состояния в любой гейзенберговой системе отсчета. Итак, (5.1) дает правильное численное значение гамильтониана в любой гейзенберговой системе, и эта формула может быть выведена в любой гейзенберговой канонической форме.

5.4. «ВОЛНЫ» КАК ВОЗБУЖДЕНИЯ КАНОНИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Возбуждения основных канонических состояний поля дают определение того, что называют волнами. Это определение, конечно, совпадает с тем, что дается в электродинамике. В последней калибровочная инвариантность частично затушевывает то обстоятельство, что для выявления волн нужны только поперечные части $\mathbf{A}^T$ и $\mathbf{E}^T$ векторного потенциала и электрического поля. Эти переменные, как мы видели в разделе 4, как раз являются каноническими переменными для поля Максвелла. Соответственно в о. т. о. можно использовать необращение в ноль канонических переменных как критерий существования волн. Как в электродинамике при наличии источников (к которым причисляются нелинейные самовзаимодействия), эффекты радиации и индукции можно разумным образом разграничить только в «волновой зоне»; и так же, как в электродинамике, понятие волны можно использовать и вблизи источников, что имеет эвристическое значение (хотя соответствующее определение несколько произвольно).

Пример применения волновых критериев дает нам случай временно́й симметрии (начальные $\pi^{ij} = 0$). Мы видели, что в системе (4.22) получаем $g_{ij}^{TT} = 0$ тогда и только тогда, когда метрика изотропна: $g_{ij} = \left(1 + \frac{1}{2} g^T\right) \delta_{ij}$. Нет необходимости явно переходить к этой системе, чтобы проверить, не обращаются ли в ноль для нее канонические переменные; достаточно рассмотреть 3-тензор (см., например, [4], § 28)

$$R_{ijk} \equiv R_{ij\,k} - R_{ik|j} + \frac{1}{4} (g_{ik} R_{,j} - g_{ij} R_{,k}), \qquad (5.4)$$

который исчезает тогда и только тогда, когда g_{ij}^{TT} равны нолю в системе (4.22) [15]. Класс симметричных во времени волн дает начальные условия, недавно рассмотренные Бриллем [3].

---

[15] С точки зрения канонического формализма симметричную во времени ситуацию $\pi^{ij} = 0$ можно рассматривать как условие обращения в ноль возбуждений канонических импульсных

5.5. РАДИАЦИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ЗОНЫ

Понятие радиации соответствует представлению о возбуждениях поля, уходящих на бесконечность и распространяющихся независимо от их источника. В линейных полевых теориях область, в которой это имеет место (волновая зона), есть просто область, удаленная от источника на расстояние, во много раз превышающее длину волны. В о. т. о. для сильных полей важную роль играют нелинейные эффекты и они действуют как эффективные источники. Поэтому, вообще говоря, чтобы определить свободную радиацию, недостаточно только отвлечься от материальных источников. Для характеристики волновой зоны необходимо ввести такие дополнительные условия, чтобы члены, отвечающие нелинейному самовзаимодействию, не влияли на распространение волн. Такие дополнительные условия необходимы и в квантовой электродинамике из-за вакуумной поляризации. Последняя вводит эффективную нелинейность в действие по Максвеллу, так что при наличии произвольного внешнего электромагнитного поля самовоздействие может вызвать искажение волн (рассеяние по Дельбрюку, Delbrück), а рассеяние двух фотонов может происходить даже при отсутствии внешнего поля, влияя таким образом на положение, т. е. на свободное распространение. Следовательно, обычные определения радиации недостаточны в таких ситуациях, и, действительно, в этих случаях «волновая зона» определена только, если самовоздействие пренебрежимо. Поэтому нужно потребовать, чтобы для волновой зоны в нелинейной теории различные амплитуды поля были малы. С другой стороны, процесс перехода к асимптотике в волновой зоне a priori не эквивалентен приближению, даваемому линеаризацией. В о. т. о., как мы уже видели, асимптотически $(g^T, \pi^i) \sim P^\mu/r$, где P^μ, очевидно, определяется внутренней областью. Таким образом, в асимптотике сохраняются компоненты

переменных π^{ijTT}. Это является следствием того обстоятельства, что при $\pi^{ijTT} = 0$ будет и $\pi^i = 0$, в силу уравнений связи (3.15 с); следовательно, $\pi^T = 0$ в системе отсчета (4.22). Таким образом, в той же системе из $\pi^{ijTT} = 0$ вытекает, что $\pi^{ij} = 0$.

метрики, отличные от волновых колебаний, причем они могут быть сравнимы по величине с последними.

Для определения волновой зоны рассмотрим более общую ситуацию, когда основные гравитационные канонические колебания в некоторой области асимптотически ведут себя как $fe^{ikx}/r\ C$ при волновых числах k, не превышающих некоторый максимум ($k_{\max}$); принимается, что с некоторого места (волновой фронт) они очень быстро идут к нулю (последнее допущение нужно для того, чтобы энергия волн была конечной). Первым условием для волновой зоны является обычное требование, чтобы $kr \gg 1$; отсюда следует, что градиенты и производные по времени, влияющие на основные канонические колебания, тоже $\sim 1/r$. Во-вторых, мы требуем, чтобы для всех составляющих метрики было $/g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}/ \sim a/r \ll 1$. Отсюда следует не только то, что волновые возмущения слабы ($f/r \ll 1$), но и то, что составляющие поля ньютоновского типа (например, g^T) малы ($P^\mu/r \ll 1$). Это обеспечивает малость квадратичных (и более высокого порядка) членов в $g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$ по сравнению с линейными. Наконец, мы накладываем условие, что $(\partial g/\partial(kx))^2 \ll (g-\eta)$. Вводя $k_{\min}$, минимальную частоту (или волновое число), причем, конечно, $k_{\min} r \gg 1$, получаем, что $k_{\min} \gg k_{\max}(a/r)^{1/2}$. А для достаточно больших r такое неравенство всегда можно обеспечить (при фиксированном r оно дает нижнюю границу частот, которые допустимы в волновой зоне). Такое требование вводится с целью сделать малыми по сравнению с основными линейными членами те нелинейные структуры, которые содержат градиенты. Последние два условия совместно гарантируют отсутствие в волновой зоне всяких самовзаимодействий.

5.6. ОБЩАЯ СТРУКТУРА ГРАВИТАЦИОННОЙ РАДИАЦИИ; НАЛОЖЕНИЕ, КООРДИНАТНАЯ НЕЗАВИСИМОСТЬ

Если волновая зона определена, как выше, то (см. [2л]) уравнения поля (3.15a, b) сводятся к уравнениям

$$\partial_t g_{ij} = 2\left(\pi^{ij} - \frac{1}{2}\delta_{ij}\pi^{ll}\right) + \\ + N_{i,j} + N_{j,i} + O(1/r^2), \qquad (5.5a)$$

$$\partial_t \pi^{ij} = \frac{1}{2}(g_{ij,kk} + g_{kk,ij} - g_{ik,kj} - g_{jk,ki}) -$$

$$-\frac{1}{2}\delta_{ij}(g_{kk\ ll}-g_{kl,\,kl})-(\delta_{ij}N_{,\,kk}-N_{,\,ij})+$$
$$+O(1/r^2),$$

где $O(1/r^2)$ значительно меньше основных слагаемых. Используя полученный в [2л] результат, что ортогональные части структур порядка $\sim 1/r$ и $\sim 1/r^2$ тоже не превышают $\sim 1/r$ и $\sim 1/r^2$, соответственно находим, что

$$\partial_t g_{ij}^{TT}=2\pi^{ijTT}, \tag{5.6a}$$

$$\partial_t \pi^{ijTT}=\frac{1}{2}\nabla^2 g_{ij}^{TT}, \tag{5.6b}$$

до членов порядка $1/r$. Таким образом, *строго динамические* колебания подчиняются в волновой зоне уравнениям линеаризованной теории. Конечно, уравнения (5.6) свободны от источников, так что радиация распространяется из своей начальной зоны независимо и без всякого самовзаимодействия или зависимости от слагаемых ньютонового типа в g^T и π^i. Волновое уравнение плоского пространства с постоянными коэффициентами $\square^2_{flat} g_{ij}^{TT}=0$ (см. 5.6) показывает, что кривизна не влияет на радиацию. Кроме того, на последнюю не оказывает влияния и выбор координат, поскольку отсутствуют зависящие от выбора координат составляющие g_i, π^T и $g_{0\mu}$.

Выше мы видели, что g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} инвариантны до порядка $1/r$ относительно таких преобразований координат, которые асимптотически оставляют метрику плоской и не содержат лоренцовых преобразований. Таким образом, в фиксированной лоренцовой системе отсчета g^{TT} и π^{TT} дают независящее от координат описание радиации. Детальный анализ, проведенный в [2л], показывает, как однозначно идентифицировать любые возможные «координатные волны».

Указанные выводы можно точно так же получить и при наличии материи (например, поле Максвелла), лишь бы, разумеется, материальная система находилась во внутренней области и содержала конечную энергию. При таких условиях любые гравитационные волны в волновой зоне все еще не зависят от материальных источников. Однако, если и электромагнитная радиация распространяется в волновой зоне с достаточно малой амплитудой ($\sim 1/r$), гравитационное излучение все еще независимо, так как до порядка $\sim 1/r$ электромагнитные волны на него не влияют — спаривание сказывается в уравнениях поля на квадратичных членах ($\sim 1/r^2$). Поэтому верно, что в общей волновой зоне эти системы независимы.

5.7. ИЗМЕРИМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ ВОЛНОВОЙ ЗОНЫ: ВЕКТОР ПОЙНТИНГА, АМПЛИТУДЫ ИЗЛУЧЕНИЯ. СВЯЗЬ С ТЕНЗОРОМ КРИВИЗНЫ

Так как в волновой зоне динамика точных канонических колебаний совпадает с тем, что дает линеаризованная теория, то любое излучение, вызванное сильными внутренними полями, может быть в точности моделировано соответствующим решением линеаризованной теории с введением источников. Такую модельную метрику можно везде сделать слабой, так что линеаризованная теория везде будет применима, а источниками можно распорядиться так, чтобы получить правильные значения g^T и π^i. Поглотитель гравитационной радиации в волновой зоне, очевидно, не в состоянии отличать истинный процесс от модели. Поэтому мы вправе использовать для измерения потока энергии вектор Пойнтинга линеаризованной теории. Из симметричного тензора напряжений (см. [1]), непосредственно получаем, что в системе отсчета (4.11)

$$T^{i0}_{\text{lin}} = \pi^{lmTT}\,(2g^{TT}_{li,m} - g^{TT}_{lm,i}). \tag{5.7}$$

Однако легко видеть, что общее выражение для T^{i0}_{lin} координатно-инвариантно до членов порядка $O\,(1/r^2)$, как и правая часть (5.7). Поэтому (5.7) дает инвариантную формулу для вектора Пойнтинга волновой зоны. Мы замечаем, что, как и в электродинамике, физическая составляющая вектора Пойнтинга получается усреднением осцилляторных членов. Это усреднение полезно для доказательства координатной инвариантности T^{0}_{lin}, так как оно исключает и эффект «координатных волн». Можно также отметить, что в (5.7) до порядка $O\,(1/r^2)$ нет членов с g^T, π^i, а это показывает, что слагаемые ньютонианского типа не влияют на поток энергии радиации. Аналогично в электродинамике $\mathbf{E}^L$ ничего не вносит в $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, так как $\mathbf{E}^L \sim 1/r^2$.

Канонические переменные g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} в общем случае являются нелокальными функциями метрики и ее первых производных. Однако можно получить их составляющие порядка $1/r$ с помощью измерений только внутри волновой зоны. Условие $kr \gg 1$ позволяет достаточно точно выделить k-компоненту Фурье в g_{ij} и $\partial_l g_{ij}$ и затем алгебраически получить отсюда g_{ij}^{TT} (k) и $\pi^{\,jTT}$ (k). Точно так же можно измерить k-компоненту тензора кривизны $R_{\alpha\nu\beta}^{\mu}$ и получить эти физические величины, так как можно показать, что в волновой зоне

$$g_{ij}^{TT} = (2/\mathbf{k}^2)\, R_{imj}^{m}, \tag{5.8a}$$

$$\pi^{ijTT} = -(ik_l/\mathbf{k}^2)\, R_{ilj}^{0}. \tag{5.8b}$$

В теории Максвелла таким измерениям соответствует определение $\mathbf{E}^T$ и $\mathbf{A}^T$ по $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ согласно формулам

$$\mathbf{E}^T = \mathbf{E} - \mathbf{k}\,[(\mathbf{k}\cdot\mathbf{E})/\mathbf{k}^2], \tag{5.9a}$$

$$\mathbf{A}^T = i\,(\mathbf{k}\times\mathbf{B})/\mathbf{k}^2. \tag{5.9b}$$

На деле измерения электромагнитных волн обычно такого типа.

Следует отметить, что данное выше определение гравитационной радиации, так же, как определение электромагнитной радиации, не ограничено радиацией во вне (оно может охватывать и сочетание излучаемых и падающих волн). Для случая чистого излучения во вне составляющие порядка $1/r$ тензора кривизны будет типа II-ноль по классификации Петрова [10] и Пирани [11].

Мы видели в этом разделе, что основными ($\sim 1/r$) физическими членами в поле за волновым фронтом будут g^T и π^i и что это инвариантно определяет вектор энергии-импульса системы. В самой волновой зоне можно инвариантно определить собственные динамические колебания, характеризующие радиацию, равно как и вектор Пойнтинга. Фактически значительная доля сведений о сильных полях во внутренних областях может быть получена чисто асимптотическими измерениями («S-матрица»),[16] так что

[16] Плебанский (личная информация) показал, как можно исследовать свойства орбит пробных частиц с помощью чисто асимптотических измерений (используя геодезические проекции), даже когда орбиты целиком остаются во внутренней области сильного поля.

описание системы по меньшей мере в значительной своей части явным образом не зависит от системы отсчета и может быть дано без применения аппаратуры в областях с сильными полями, стало быть, без анализа ее поведения там.

6. ОБОБЩЕНИЕ НА СОСТАВНЫЕ СИСТЕМЫ

6.1. ЛАГРАНЖИАН ДЛЯ ЭЙНШТЕЙНОВСКО-МАКСВЕЛЛОВОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

До сих пор мы рассматривали свободное гравитационное поле, указывая попутно обнаруживаемые при этом основные физические характеристики. Обобщение на составные системы позволит нам проверить, что эти характеристики сохраняются без изменений, и послужит основой для вычисления собственной энергии в следующем разделе. Анализ здесь вполне аналогичен анализу свободного поля, поэтому мы ограничимся кратким рассмотрением его комбинации с электродинамической системой точечных зарядов (более детальное изложение см. в [2ж] и [2з]).

К эйнштейновскому лагранжиану добавляется

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{L}_M = {} & \frac{1}{2}(A_{\mu,\nu} - A_{\nu,\mu})\,\mathfrak{F}^{\mu\nu} + \\
& + \frac{1}{4}(-{}^4g)^{1/2}\mathfrak{F}^{\mu\nu}\mathfrak{F}^{\alpha\beta}\,{}^4\mathfrak{g}_{\mu\alpha}{}^4\mathfrak{g}_{\nu\beta} + \\
& + \int ds\, e\,(dx^{\mu}(s)/ds)\,A_{\mu}(x)\,\delta^4(x - x(s)) + \\
& + \int ds \Big\{\pi_{\mu}\,(dx^{\mu}/ds) - \\
& - \frac{1}{2}\lambda'(s)(\pi_{\mu}\pi_{\nu}{}^4\mathrm{g}^{\mu\nu} + m_0^2)\Big\}\,\delta^4(x - x(s)).
\end{aligned}
\qquad (6.1)
$$

Здесь как для частицы, так и для поля Максвелла, мы вводим лишь члены первого порядка. Максвеллова часть в $\mathfrak{L}_m$ — это непосредственное ковариантное обобщение (3.5), причем напряжение поля $\mathfrak{F}^{\mu\nu}$ теперь есть тензорная плотность. Таким образом, A_{μ} и $\mathfrak{F}^{\mu\nu}$ варьируются раздельно, как и $x^{\mu}(S)$, механический импульс $\pi_{\mu}(s)$ и лагранжев множитель $\lambda'(s)$. Лагранжиан частицы дан в параметризованной форме (с произвольным параметром (s))[17], как этого требует ковариантность. δ^4-Функция является скалярной плотностью, инвариантно определенной независимо от метрики тем, что $\int \delta^4(x)\, d^4(x) = 1$. Аналогично определяется в трехмерном пространстве δ^3-функция, т. е. $\int \delta^3(\mathbf{r})\, d^3 r = 1$. Введем обозначение $\mathfrak{E}^i \equiv \mathfrak{F}^{0i}$ и $\mathfrak{B}^i \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}(A_{k,j} - A_{j,k})$, где $\varepsilon^{ijk} = \varepsilon_{ijk} = 0, \pm 1$ — полностью антисимметричны. Тогда, используя гравитационные переменные раздела 2, получаем что

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}_m = {} & A_i \partial_0 \mathfrak{E}^i + \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t))\,[(\pi_i(t) + eA_i)\, \times \\ & \times (dx^i/dt) + \pi^0] + A_0\,[e\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)) - \mathfrak{E}^i_{,i}] - \\ & - \frac{1}{2}\lambda\,[g^{ij}\pi_i\pi_j - N^{-2}(\pi_0 - N^i\pi_i)^2 + m_0^2]\,\delta^3(\boldsymbol{r} - \\ & - \boldsymbol{r}(t)) - \frac{1}{2} N g^{-\frac{1}{2}} g_{ij}\,[\mathfrak{E}^i\mathfrak{E}^j + \mathfrak{B}^i\mathfrak{B}^j] + \\ & + N^i\,[\varepsilon_{ijk}\mathfrak{E}_i\mathfrak{B}^k].\end{aligned} \tag{6.2}$$

Здесь мы выполнили и интегрирование по s, которое приводит к замене λ' на $\lambda \equiv [\lambda'(s)\ (ds/dx^0(s)]_{x^0(s)=t}$. Затем удобно исключить негравитационные связи, получающиеся при варьировании A_0 и λ. Это будет

$$\mathfrak{E}^i_{,i} = e\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)), \tag{6.3a}$$

$$\pi^\mu \pi_\mu + m_0^2 = 0, \tag{6.4a}$$

а их решениями будут

$$\mathfrak{E}^{iL} = -\nabla(e/4\pi/\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)/), \tag{6.3b}$$

$$\pi_0 = N^i\pi_i - N(g^{ij}\pi_i\pi_j + m_0^2)^{\frac{1}{2}}. \tag{6.4b}$$

Здесь мы опять применяем ортогональное разложение того же типа, что и в разделе 4. В соответствии с этим, $\mathfrak{E}^i$ надо считать в дальнейшем сокращенной записью для $\mathfrak{E}^{iT} + \mathfrak{E}^{iL}$, где $\mathfrak{E}^{iL}$ определяется формулой (6.3 b).

---

[17] Уравнение (6.1) ковариантно относительно любой репараметризации $\tilde{s} = \tilde{s}(s)$ с λ', преобразующимся как «вектор»: $\tilde{\lambda}' = \lambda'\ (ds/d\tilde{s})$ (так же как N в разделе 2).

На данном этапе приведенная форма лагранжиана для материи такова:

$$\mathfrak{L}_M = (-\mathfrak{E}^{iT})\,\partial_0 A^{iT} + [p_i\,dx^i/dt]\,\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}(t)) -$$
$$-\frac{1}{2}Ng^{-\frac{1}{2}}g_{ij}[\mathfrak{E}^i\mathfrak{E}^j + \mathfrak{B}^i\mathfrak{B}^j] - N[g^{ij}(p_i - eA_i^T)\times$$
$$\times(p_j - eA_j^T) + m_0^2]^{\frac{1}{2}}\,\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}(t)) + N^i[\varepsilon_{ijk}\mathfrak{E}^j\mathfrak{B}^k +$$
$$+(p_i - eA_i^T)\,\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}(t))], \tag{6.5}$$

где $p_i \equiv \pi_i + eA_i^T$, Первые два члена в $\mathfrak{L}_M$ записаны в стандартном виде (Σpq) и, таким образом, A_i^T, $-\mathfrak{E}^T_i$ — канонические переменные для электромагнитного поля, а $p_i(t)$, $x^i(t)$ — канонические переменные для частицы. Заметим, что переменные A_i,$\mathfrak{E}^i$, p_i или π_i, x^i, естественно появляющиеся при переходе к канонической форме, в силу геометрических соображений раздела 3 (проблема Коши) тоже оказываются подходящими переменными. Итак, A_i, p_i, π_i — это ковариантные пространственные составляющие соответствующих 4-векторов, тогда как $x^i(t)$ определяют положение частицы на трехмерной поверхности. То, что $\mathfrak{E}^i$ характеризуют плотность 3-вектора, обосновывается зависимостью между $\mathfrak{E}^i$ и ковариантными пространственными составляющими четырехмерного тензора ${}^*F_{\mu\nu}$, взаимного с тензором напряжения поля:

$$\mathfrak{E}^i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\overset{*}{F}_{jk} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}\left(\frac{1}{2}\varepsilon_{jk\mu\nu}\mathfrak{F}^{\mu\nu}\right).$$

Полный лагранжиан, т. е. сумма $\mathfrak{L}_M$ и гравитационной части (3.13) теперь представлен в параметризованном виде (2.3), поскольку обе его части полностью ковариантны. Коэффициенты при N_{ij} и N^i дают общие уравнения связи:

$$gR + \frac{1}{2}\pi^2 - \pi^{ij}\pi_{ij} = \sqrt{g}\,\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}(t))[g^{ij}(p_i - eA_i^T)\times$$
$$\times(p_j - eA_j^T) + m_0^2]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}g_{ij}[\mathfrak{E}^i\mathfrak{E}^j + \mathfrak{B}^i\mathfrak{B}^j], \tag{6.6a}$$
$$-2\pi_{ij}^{\ j} = \delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}(t))(p_i - eA_i^T) + \varepsilon_{ijk}\mathfrak{E}^j\mathfrak{B}^k. \tag{6.6b}$$

Уравнения (6.6) опять-таки можно решить относительно

$$\nabla^2 g^T = \mathfrak{T}_0^0$$

и

$$-2\nabla^2 (\pi^{iT} + \pi^i_{,i}) = \mathfrak{T}_i^0.$$

Если снова наложить координатные условия (4.11), вся теория будет дана в каноническом виде *с теми же* гравитационными каноническими переменными. Теперь совершенно ясно, как канонические гравитационные переменные определяют независимые возбуждения гравитационного поля. Все остальные составляющие метрики, например, g^T и N, N^i, зависят также от негравитационных переменных. Напротив, только g_{ij}^{TT} и π^{ijTT} можно определить сразу, независимо от возбуждений материальной системы.

Величина $-\mathfrak{T}_0^0$ теперь дает плотность гамильтониана всей системы[18] и зависит только от канонических переменных всех трех слагаемых. Формулы (5.1) и (5.2) дают теперь энергию — импульс полной системы. То, что полная энергия взаимодействия определяется по чисто метрическим величинам, имеет свой аналог в электродинамике, где полный заряд выражается через интеграл от продольной составляющей электрического поля. Стоит указать на то, что на выбор координатных условий расширение системы не влияет. Наконец, надо сказать об уравнениях движения в гравитационном поле при учете взаимодействия. Выше (6.6) было указано как обобщаются уравнения связи (3.15c). Что касается $\partial_t g_{ij}$-уравнений (3.15*a*), они остаются без изменений, так как они типа $m\dot{x} = p$ (а именно, они определяют символы Кристоффеля). Однако надо ввести слагаемое $\frac{1}{2} N \mathfrak{T}_M^{ij}$ в правую часть (3.15в) для $\partial_t \pi^{ij}$, где $\mathfrak{T}_M^{ij}$ — симметричная пространственная тензорная плотность напряжений-энергии для материи:

$$\mathfrak{T}_M^{ij} \equiv g^{il} g^{jk} \sqrt{{}^4g}\, {}^4\mathfrak{T}_{Mlk} = \delta^3 (\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)) (p^i - eA^{iT}) \times$$

---

[18] В предельном случае плоского пространства эта плотность гамильтониана в точности совпадает с обычной плотностью в электродинамике.

$$\times (p^j - eA^{jT}) \cdot [(\mathbf{p} - e\mathbf{A}^T)^2 + m_0^2]^{-\frac{1}{2}} +$$
$$+ g^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{2} g^{ij} (\mathfrak{E}^m \mathfrak{E}_m + \mathfrak{B}^m \mathfrak{B}_m) - \right.$$
$$\left. - \mathfrak{E}^i \mathfrak{E}^j - \mathfrak{B}^i \mathfrak{B}^j \right]. \qquad (6.7)$$

7. СТАТИЧЕСКИЕ СОБСТВЕННЫЕ ЭНЕРГИИ

7.1. ФИЗИЧЕСКАЯ ОСНОВА ТОГО, ЧТО СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ КОНЕЧНА ПРИ УЧЕТЕ ГРАВИТАЦИИ

Канонический формализм предыдущего раздела для составных систем дает возможность определить состояния частицы путем приравнивания нулю канонических переменных, относящихся к возбуждениям поля. Поэтому для частиц, находящихся в покое, энергии таких состояний равны сумме энергий покоя и взаимодействия, куда входят, конечно, их собственные энергии.

Целью классической теории точечного электрона с момента ее возникновения было получить конечную и не зависимую от применяемой модели собственную энергию, а если возможно, то избавиться от механической массы. Вся масса частицы получалась бы при этом за счет взаимодействия частицы с полем. Такая программа оказалась, однако, невыполнимой, так как собственная энергия линейно расходилась и не было реальной возможности это компенсировать. В терминах теории перенормализации это влекло за собой бесконечность «голой» механической массы.

Так как в ньютоновском приближении энергия гравитационного взаимодействия отрицательна, то можно рассчитывать, что это может дать компенсацию. Действительно, простые соображения указывают на то, что благодаря такой компенсации получается верхний предел для собственных энергий. Рассмотрим собственную («голую») массу m_0, распределенную в сфере радиуса ε. В ньютоновом случае полная энергия (т. е. физическая масса) определяется формулой $m = m_0 - \frac{1}{2}\gamma m_0^2/\varepsilon$. При достаточно малом ε можно получить для m нулевое, а затем и отрицательное значение. В о. т. о., согласно принципу эквивалентности, в гравитационном взаимодействии участвует полная энергия, а не «голая» масса. Поэтому, если бы при увеличении (по абсолютному значению) отрицательной энергии было получено нулевое значение полной энергии, то не могло бы быть в дальнейшем энергии взаимодействия. Следовательно, полная энергия не может быть отрицательной в отличие от отрицательно бесконечной собственной энергии ньютоновой теории. Действительно, в о. т. о. m_0 заменяется в выражении для взаимодействия величиной $m = m_0 - \frac{1}{2}\gamma m^2/\varepsilon$.

Решая относительно m, получаем

$$m = \gamma^{-1}\left[-\varepsilon + (\varepsilon^2 + 2\gamma m_0\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right],$$

откуда видно, что $m \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Более интересно то обстоятельство, что гравитационные взаимодействия естественным образом обрезают кулоновскую собственную энергию точечного заряда. В данном случае собственная масса сосредоточена в кулоновом поле $^1/_2\int (e/4\pi r^2)^2\, d^3\mathbf{r}$. На основании вышеприведенных общих соображений о гравитационной компенсации можно ожидать, что кулонова энергия вблизи начала (она, действительно, «плотнее», чем задаваемое δ-функцией распределение нейтральной частицы) дает очень сильное гравитационное самовоздействие, что сведет к нулю *весь* вклад, вносимый в собственную массу областью вблизи начала. Таким образом, интеграл фактически берется только до некоторого радиуса a, что дает

$$m_{EM} = \frac{1}{2}\int_a^\infty (e/4\pi r^2)^2\, d^3 r = (e^2/4\pi)/2a.$$

Мы можем определить этот эффективный срез в плоском пространстве, величину a, применяя то же основанное на принципе эквивалентности рассуждение. Без того, что дает гравитация, имеем для массы величину $m_0 + \frac{1}{2}(e^2/4\pi\varepsilon)$, так что полная физическая масса определяется из уравнения $m = m_0 + \frac{1}{2}e^2/4\pi\varepsilon - \frac{1}{2}\gamma m^2/\varepsilon$.

Отсюда

$$m = \gamma^{-1}\{-\varepsilon + [\varepsilon^2 + 2m_0\varepsilon\gamma + (e^2/4\pi)\gamma]^{\frac{1}{2}}\}. \qquad (7.1)$$

Ниже мы увидим, что эта формула строго выводится из уравнений поля. В пределе, при $\varepsilon \to 0$ получаем $m = (e^2/4\pi)^{\frac{1}{2}}\gamma^{-\frac{1}{2}}$. Механическая собственная масса m_0 опять-таки ничего не дает для полной массы. Итак, наш результат эквивалентен срезу $a = \frac{1}{2}(e^2/4\pi)^{\frac{1}{2}}\gamma^{\frac{1}{2}}$ в кулоновом интеграле для плоского пространства.

7.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПО НАЧАЛЬНЫМ ДАННЫМ СОБСТВЕННЫХ ЭНЕРГИЙ ЗАРЯЖЕННОЙ И НЕЙТРАЛЬНОЙ ЧАСТИЦ

Мы начнем вычисление собственной энергии с построения решения уравнений поля для «чистого» состояния с одной частицей, т. е. состояния, в котором нет, в покоящейся системе отсчета, независимых возбуждений ни гравитационного, ни электромагнитного поля. Для этого требуется, чтобы на поверхности $t = \text{const}$, для которой вычисляется энергия, мы имели

$$g_{ij}^{TT} = \pi^{ijTT} = A^{iT} = \mathfrak{E}^{iT} = p_i = 0.$$

Итак, при координатных условиях (4.22) мы имеем дело с симметричным во времени случаем $\pi^{ij} = 0$. Тогда, согласно (4.23), метрика изотропна и ее можно записать в виде $g_{ij} = \chi^4(r)\delta_{ij}$. Согласно результатам раздела 5, энергия определяется коэффициентом при $1/(32\pi r)$ в асимптотическом выражении для $\chi(r)$. Полевым уравнением, определяющим g^T, а стало быть, и χ, является (6.6а). Мы получаем [19]

$$\sqrt{g}\,{}^3R = -8\chi\nabla^2\chi = m_0\delta^3(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\chi^{-2\mathfrak{E}^{iL}\mathfrak{E}^{iL}}, \qquad (7.2а)$$

[19] Профессор Купер (L. N. Cooper) указал нам, что (7.2 а) при $e = 0$ [$-8\chi\nabla^2\chi = \rho_0(r)$, где ρ_0 дает распределение «голой» массы]

а для электрического поля $\mathbf{E}^L$, согласно (6.3в), имеем

$$\mathfrak{E}^{iL} = (-e/4\pi r),_i. \tag{7.3}$$

Формальное решение (7.2а) можно получить, положив $\chi^2 = \psi^2 - \Phi^2$ [7]. Имеем

$$-8\chi\nabla^2\chi = 8(\Phi\nabla^2\Phi - \psi\nabla^2\psi) + 8(\psi^2 - \Phi^2)^{-1}(\Phi\nabla\psi - \psi\nabla\Phi)^2 = m_0\delta^3(\mathfrak{r}) + \frac{1}{2}(\psi^2 - \Phi^2)^{-1}(\mathbf{E}^L)^2. \tag{7.2b}$$

Если принять, что

$$\mathbf{E}^L = 4(\Phi\nabla\psi - \psi\nabla\Phi), \tag{7.4}$$

где $\Phi = e/16\pi r$ и $(1 + m/32\pi r) = \psi$, то (7.4.) в точности воспроизводит (7.3). Тогда уравнение (7.2b) определяет полную массу m как предел при $\varepsilon \to 0$ выражения (7.1)·

$$m = \lim_{\varepsilon\to 0} 16\pi\left\{-\varepsilon + [\varepsilon^2 + (e/8\pi)^2 + m_0\varepsilon/8\pi]^{\frac{1}{2}}\right\}. \tag{7.5}$$

В (7.5) мы вводим параметр ε, полагая $\delta^3(\mathfrak{r})/r$ равным $\delta^3(\mathfrak{r})/\varepsilon$ и он по существу представляет собой «радиус» δ-функции. Такая интерпретация δ-функции соответствует взгляду на $\delta^3(r)$ как на предел распределения

можно получить с помощью простых соображений, используя принцип эквивалентности и исходя из ньютоновой теории. Уравнение Пуассона для гравитационного потенциала $\nabla^2\Phi = 4\pi\gamma\rho_0 = \frac{1}{4}\rho_0$ надо изменить, включив в состав источника собственную гравитационную энергию частицы, т. е. $\frac{1}{2}\rho\Phi$ и $\nabla^2\Phi = \frac{1}{4}\rho \equiv \frac{1}{4}\left(\rho_0 + \frac{1}{2}\rho\Phi\right)$. Исключив ρ, получим $\nabla^2\Phi = \frac{1}{4}\rho_0\left(1 - \frac{1}{2}\Phi\right)^{-1}$. При $\chi = 1 - \frac{1}{2}\varphi$ это совпадает с (7.2а) для нейтральной частицы. Интересно, что для этого случая такое рассуждение приводит к точным уравнениям поля в системе отсчета (4.22). В случае точечного электрического заряда такое же рассуждение, если заменить ρ_0 на $\rho_0 + \frac{1}{2}\rho_\varepsilon\Phi_\varepsilon$($\Phi_\varepsilon$ здесь — электростатический потенциал), приводит к уравнению для Φ, которое дает правильное значение полной энергии, хотя само отличается от (7.2а).

$\delta(r-\varepsilon)/4\pi r^2$ по оболочке радиуса ε. В работе [2ж] показано, что результаты этого раздела не зависят от модели для $\delta^3(r)$, которой мы пользуемся при стягивании в точку. Из (7.5) получаем, что $m = 2/e/$, следовательно, полная масса конечна и не зависит от собственной механической массы. Гравитационно ренормализованная электростатическая собственная энергия теперь конечна. Наш анализ показывает также, что мы получаем массу только тогда, когда частица находится в негравитационном взаимодействии с полем конечных размеров [20]. Например, электрически нейтральная частица в сочетании с полем Юкавы приобретает массу вследствие *этого сочетания*. Можно получить решение и в случае двух частиц с одинаковыми зарядами. Результаты согласуются с тем, что получено выше для одной частицы (см. [2ж]). Энергия в точности равна $2(|e_1|+|e_2|)$, т. е. как раз равна сумме индивидуальных масс, не завися как от механических масс, так и от расстояния $r_{1,2}$ между частицами. Отсутствие взаимодействия связано с тем, что ньютоново притяжение масс аннулируется кулоновым отталкиванием одинаковых зарядов [21]. Это проверяется также результатом, соответствующим значительному удалению друг от друга частиц, масса и заряд которых связаны зависимостью $m_{1,2} = (e_{1,2}^2/4\pi\gamma)^{1/2}$. Для зарядов противоположного знака подобная компенсация не имеет места. Впрочем, мы не смогли получить строгое решение для «чисто частичного» состояния при двух разноименных зарядах.

Все обычные результаты ньютоновой теории можно получить из (7.5) или из соответствующего уравнения для двух тел ((3.8) из работы [2ж]) при соответствующем переходе к пределу. Такой «размазанный» переход к пределу состоит в том, что m_0 и e рассматриваются как величи-

---

[20] Интересно отметить, что хотя для нейтральной частицы $m = 0$, отсюда не следует, что пространство везде плоско. Метрика действительно плоска при $r > \varepsilon$, но она круто «растет» во внутрь. Например, $\int\limits_0^\infty d^3r\,\sqrt{{}^3g}\,{}^3R = m_0$, и это показывает, что пространство искривлено в начале координат.

[21] Из такого аннулирования следует, что решение должно быть статическим, так как между частицами нет начального потенциала. Для случая $m_{1,2} = 2\,|e_{1,2}|$ это действительно было доказано Папапетру [9].

ны малые по сравнению с ε до перехода к $\varepsilon = 0$, что исключает сильные (неньютоновы) гравитационные взаимодействия. Итак, «размазанный» переход к пределу представляет собой разложение, как в теории возмущений, по степеням постоянной связи γ. Из (7.1), как легко видеть, получаем

$$E \approx m_0 + (e^2 / 4\pi - \gamma m_0^2) / 2\varepsilon + O(1 / \varepsilon^2). \qquad (7.6)$$

Таким образом, в случае двух тел появляются члены, соответствующие ньютоновому и кулоновому взаимодействию, т. е. $e_1 e_2 / 4\pi - \gamma (m_0)_1 (m_0)_2 / r_{1,2}$. Так как нет связи между m_0 и e, то аннулирование в (7.6) не происходит. Фактически пертурбационное разложение состоит из бесконечного ряда все более и более расходящихся членов. Неприменимость подобного разложения доказывает полученный точный конечный результат $m = 2|e|$. Если попытаться использовать стандартную технику перенормализации в теории возмущений, то окажется, что теорию в действительности нельзя перенормализовать (см. [2ж]).

7.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОЙ МЕТРИКИ, ОБУСЛОВЛЕННОЙ ЗАРЯДОМ. УСТОЙЧИВОСТЬ ЧАСТИЦЫ. ОБРАЩЕНИЕ В НУЛЬ СОБСТВЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Мы смогли найти собственную энергию, пользуясь только уравнениями (связи) для начальных значений. Для полного решения задачи надо также определить в нашей системе отсчета N и N_i равно как эволюцию системы во времени (более подробно см. [2з]). Уравнения, определяющие N и N_i, получаются дифференцированием по времени координатных условий (4.22c, d). По сути это линейные комбинации правых частей уравнений (3.15 a, b), конечно, с включением взаимодействия согласно (6.7). К счастью, этим уравнениям в нашей задаче можно придать довольно простую форму, используя начальные значения и координатные условия. В начальный момент (3.15a) дает

$$\partial_0 g_{ij} = N_{i/j} + N_{j/i}. \qquad (7.7)$$

Продифференцировав по времени (4.22c), получаем однородное уравнение для N_i, откуда

$$N_i(\mathbf{r}, 0) = 0. \qquad (7.8)$$

Соответствующие слагаемые в (3.15b) дает как раз $\partial_0\pi^{ij}$-уравнение. Оно упрощается с помощью координатного условия (4.22d), уравнения связи (7.2) и с учетом изотропности. Получаем

$$\partial_m(\chi^2\partial_m N) = \frac{1}{4} N\{\chi^{-2\mathfrak{G}iL\mathfrak{G}iL} + m_0\delta^3(\mathbf{r})\}. \qquad (7.9)$$

Для точечной частицы получаем (см. [2з])

$$N = (1 + |e|/8\pi r)^{-1} = \chi^2. \qquad (7.10)$$

Заметим, что полное решение для $g_{\mu\nu}$ нигде *не сингулярно* (конечно, за исключением самой частицы). В [2з] показано, что такая координатная система дает сначала *вполне* несингулярную метрику для неточечного распределения заряда и массы при любых m_0 и ε (напротив, обычная метрика Рейсснера — Нордстрома (Reissner — Nordstrom) в изотропных координатах всегда дает сингулярность для N при достаточно малом ε).

Далее, точечный заряд — это устойчивый объект, так как из уравнений (7.8) и (7.10) для начальных $g_{\mu\nu}$ получается статическое решение ($\partial_t g_{\mu\nu} = \partial_t\pi^{ij} = 0$). Что (отталкивательные) электростатические самовоздействия компенсируются гравитационными силами, становится ясным при анализе составляющих $\mathfrak{T}^{ij}$, т. е. пространственной плотности напряжений полной системы. Из требования сохранения применительно к полному тензору напряжений $\mathfrak{T}^{\mu\nu}$ следует, что $\mathfrak{T}^{ij}_{,j} = -\mathfrak{T}^{0i}_{,0} = 0$ в статическом случае, если $\mathfrak{T}^{ij}$ — пространственные напряжения полной системы. Таким образом, при ортогональном разложении $\mathfrak{T}^{ij}$ сводится к $\mathfrak{T}^{ij} = \mathfrak{T}^{ijTT} + \mathfrak{T}^{ijT}$, так как он поперечен. Сферическая симметрия означает, что $\mathfrak{T}^{ijTT}$ исчезает, так как нельзя выделить какое-либо предпочтительное направление. Итак, $\mathfrak{T}^{ij}$ имеет не более одной независимой составляющей, и такой можно считать $\mathfrak{T}^{ii}$. Для нашего статического точечного решения $\mathfrak{T}^{ii}$ (вычислять ли по псевдотензору Эйнштейна или по псевдотензору Ландау и Лифшица) везде ноль при любых m_0 и e. Тогда в покоящейся системе отсчета $\mathfrak{T}^{\mu\nu} = \rho\delta^\mu_0\delta^\nu_0$, где $\int d^3r\cdot\rho = m$, т. е. полной массе. Поэтому в движущейся системе $\mathfrak{T}^{\mu\nu} = \rho\,(dx^\mu/d\tau)\,.(dx^\nu/d\tau)$, где τ — лоренцово собственное время. Обращение $\mathfrak{T}^{ij}$ в нуль для покоящейся системы теперь необходимо для того, чтобы полный тензор напряжений имел структуру перенормализованной массы m (это сильнее обычного требования, чтобы $P_\mu = \int d^3r\mathfrak{T}_\mu^0$ преобразовывалось как энергия — импульс частицы [22]). Итак, точечный заряд есть вполне устойчивый объект без введения *ad hoc* давлений (скрепляющих членов), и его масса полностью определяется его взаимодействием с полем.

7.4. СРАВНЕНИЕ С ОБЫЧНЫМ РЕШЕНИЕМ РЕЙССНЕРА — НОРДСТРОМА

Интересно сравнить наши результаты с решениями Шварцшильда (отсутствие заряда) и Рейсснера — Нордстрома (заряд). В последних не вводятся никакие параметры, связанные с «голой» материей, так что нельзя поставить проблему собственной энергии. Источник при обычной трактовке определяется тензором напряжений Максвелла вместе с членом, соответствующим материальному источнику в идеальной жидкости с 4-скоростью U^μ

$$\Gamma_f^{\mu\nu} = (\rho_{00} + p_0)\, U^\mu U^\nu + p_0 g^{\mu\nu}. \qquad (7.11)$$

Скалярная «плотность собственной массы покоя» ρ_{00}, как видно из этого уравнения, есть плотность массы в локально-инерциальной покоящейся системе отсчета, а p_0 — давление в этой системе (см., например, [8]). С другой стороны, при нашей трактовке материя вводится динамически, а не как заданный извне источник. Это достигается введением лагранжиана для частицы. Сравнивая (7.11) с источникообразными членами в наших уравнениях [23], получаем, что $\rho_{00} = m_0\chi^{-6}\delta^3(\mathbf{r})$, и это показывает, что в ρ_{00} учитываются благодаря множителю χ^{-6} эффекты «присоединения». В обычном тензоре-источнике (7.11) члены, дающие давление, вводятся явно, чтобы

---

[22] Стандартное статическое решение Рейсснера — Нордстрома дает $\mathfrak{T}^{ii} \neq 0$, но $\int d^3r\mathfrak{T}^{ii} = 0$. Таким образом, на P_μ накладывается более слабое ограничение, но полный тензор напряжений не совпадает с таким же тензором для частицы. Это вызвано наличием *феноменологических членов*, соответствующих давлению и необходимых для стабилизации частицы.

[23] В [2з] сравнение с (7.11) проводится в терминах «пылевой» модели частицы, т. е. с лагранжианом, описывающим динамику непрерывно распределенной материи при гравитационном взаимодействии и без феноменологических сил давления.

сделать распределение устойчивым. Так как эти члены суммарно учитывают наличие других сил (не рассматриваемых динамически), такие силы увеличивают первоначальную механическую массу. Следовательно, параметр m_0 представляет теперь эту первоначальную механическую массу плюс то, что дают силы, в связи с которыми введены члены, соответствующие давлению. При нашем подходе, когда нет феноменологических членов, связанных с давлением, нельзя заранее требовать, чтобы решение было статическим.

Действительно, неточечные исходные распределения материи и заряды, вообще говоря, неустойчивы, хотя предельный случай точки устойчив.

8. ПЕРСПЕКТИВЫ

8.1. О КВАНТОВАНИИ

Как мы видели в этом обзоре, о. т. о. можно рассматривать как обычную классическую теорию поля, если только установлен смысл координатной инвариантности. Мы можем тогда применить в динамике гравитационного поля технику классической полевой теории. Многие физические свойства можно, таким образом, непосредственно истолковать по их аналогам, скажем, в электродинамике. Например, канонический формализм дает однозначное определение энергии и гравитационной радиации. Конечно, у гравитационного поля есть свойства, присущие только ему. В частности, источниками для него являются полные энергии *всяких* других полей. Притягательное статическое взаимодействие, часть полной энергии, дает возможность компенсировать собственные энергии других полей для плоского пространства. Таким образом, при учете гравитации существует устойчивый классический точечный электрон конечной массы.

Реалистическая теория элементарных частиц должна, конечно, быть сформулирована в квантовых терминах, чтобы можно было установить, конечна ли также квантованная собственная масса. Полная квантовая трактовка включает квантование динамических колебаний гравитационного поля, а не только эффектов, возникающих из-за квантованного источника. Так как мы получили полную систему с.-п.-зависимостей для классических канонических переменных, соответствующее квантование можно выполнить сразу, преобразуя с. п. в коммутаторы. Такое квантование может оказаться справедливым, если должным образом ввести канонические операторы в нелинейные члены гамильтониана. Однако следует учесть некоторые характерные для квантовой теории критерии совместимости, с которыми надо считаться не только при рассмотрении подобных неопределенностей. Приведенная система с ее каноническим формализмом и двумя степенями свободы не охватывает всего содержания о. т. о.: например, есть еще уравнения для определения $g_{0\mu}$, которые не входят в эту каноническую теорию как таковую. Затем мы всегда сталкиваемся с такими переменными, когда выполняем лоренцово преобразование первоначальной системы отсчета [24], а такая операция должна быть допустимой в любой квантовой теории. А так как уравнения, определяющие $g_{0\mu}$, теперь прoквантованы, то необходимо установить соответствие между гамильтонианом и уравнениями для $g_{0\mu}$ в двух разных лоренцовых системах отсчета. Наконец, как мы видели, в классической схеме имеется бесчисленное множество a priori эквивалентных систем простых канонических переменных с одинаковым гамильтонианом, и каждая из этих систем, разумеется, может быть взята как основа квантовой схемы; однако квантово-механически зависимость между такими системами переменных не обязательно должна быть унитарным преобразованием в соответствии с операторным характером этих переменных. Следовательно, они априорно уже не представляют собой эквивалентные основы для квантования. Классические канонические преобразования таких систем делают координаты одной из них функциями как канонических переменных, так и координат другой системы. Это повело бы к тому, что в квантовой теории координаты одной системы были бы q-числами, если их выразить через переменные другой системы [25], о чем см. в [2a] и в [2k].

---

[24] Аналогично в электродинамике при лоренцовом преобразовании калибровочные функции (т. е. скалярный потенциал и продольная часть векторного потенциала) идут вперемежку с динамическими переменными (т. е. с поперечной частью векторного потенциала).

[25] Подобная ситуация возникает в механике частиц при преобразовании $t = t + f(p, q)$, но там такого преобразования не делают, так как выбор предпочтительной временной координаты

Из-за многих неопределенностей при попытке последовательного квантования на таком уровне представляется более плодотворным вернуться к лагранжиану в четырехмерном виде, т. е. $g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}\ [\Gamma^{\alpha}_{\lambda\rho}]$ и попытаться провести наше приведение к каноническому виду в рамках квантовой теории. При этом можно использовать очевидную лоренц-ковариантность канонической квантовой формы теории. Затем резко уменьшается число неопределенностей: так как в наш лагранжиан входят члены не выше третьего измерения, легко показать, что есть только трипараметрическое семейство допустимых эрмитовых квантовых лагранжианов, и все они вообще ковариантны. Такие упорядочивания переменных в лагранжиане отличаются одно от другого только двойными коммутаторами, т. е. эффектами порядка $\hbar^2$. Основное требование совместимости уравнений движения Лагранжа и Гейзенберга должно выделить одну из этих систем, так как коммутаторы Бозе-полей не изменяют уравнений Лагранжа, но, предположительно, действуют на уравнение Гейзенберга. В итоге, если положить в основу четырехмерную форму квантового лагранжиана, можно рассчитывать на то, что будет получена каноническая форма теории, весьма сходная с выведенной здесь. Таким образом, классические результаты должны послужить отличным образцом при формулировке квантовой теории [26].

8.2. СООБРАЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО КВАНТОВОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЭНЕРГИЙ

Если и оставить в стороне эти технические вопросы о степени строгости гравитационного квантования, все же можно высказать некоторые соображения о квантовых эффектах в проблеме собственных энергий.

Значение массы m точечной частицы с зарядом электрона e, вычисляемое классически, $m = e/(4\pi\gamma^{1/2}) \cong 10^{18} m_e$,

---

t уже сделан, а в теории гравитации не существует, по крайней мере, классически такой единственно предпочтительной координатной системы. Мы не знаем, вынуждают ли условия совместности в квантовой теории вводить такую предпочтительную систему.

[26] В работе [1] показано, что если только теория вообще может быть проквантована, то она подчиняется статистике Бозе, что подсказывается и интуицией.

слишком велико. Конечно, не следует ожидать, что классическая теория даст правильные значения для масс. Любой реалистический подход здесь должен основываться на квантовой теории. Однако, если бы эффективный срез для плоского пространства ($a \sim [e\,/\,(4\pi)^{\frac{1}{2}}]\,\gamma^{\frac{1}{2}} \sim 10^{-34}$ *см*), полученный в этой работе, оставался в силе и для квантовой теории [27], численные значения массы и заряда были бы совсем другими. Например, применяя подобное срезывание в оценке Ландау [6] для перенормализованного заряда, получаем $e_r^2/4\pi \approx 10^{-2}$ (что существенно не зависит от собственного заряда), как указано Ландау. Так, Ландау получает, что

$$e_r^2 = e^2\,[1 + (2/3\pi)\,\nu\,(e^2/4\pi)\ln\{(\hbar/mc)/a\}]^{-1} \approx$$
$$\approx [(\nu/12\pi^2)\ln\{(\hbar/mc)/a\}]^{-1}, \tag{8.1}$$

где $\nu \approx 10$ это по существу число полей с зарядами. Уравнение (8.1) получено суммированием основных слагаемых в каждой диаграмме собственных энергий. Если эффективно срезается физическое начало (координат), то обычное возражение, что мы оцениваем нечто, являющееся при другом подходе расходящимся рядом, уже не имеет силы. Методы Ландау дают также формулу, выражающую перенормализованную массу через собственную массу и заряд [28]. В классической же теории, как мы видели, собственная масса не появляется. Неясно, в какой мере это имеет место в квантовой теории (например, в какой мере распределение собственной массы эффективно остается δ-функцией).

Надо также подчеркнуть, что в этих рассуждениях мы исходим из простейшей возможности, что гравитационные эффекты в квантовой теории можно отнести к срезыванию того типа, которое рассматривал Ландау.

Наконец, изложенные здесь рассмотрения не касаются некоторых особенно важных для классической тео-

---

[27] Из соображений размерности следует, что эффективный квантово-гравитационный срез $\sim (\gamma\,\hbar c^{-3})^{1/2} \sim 10^{-33}$ *см*. Это отличается от классического a только множителем $\alpha^{1/2} \equiv (e^2/4\pi\hbar c)^{1/2}$, что не влияет на выводы в тексте.

[28] Эта формула $m = m_0\,(e^2/e_r^2)^{9/4\nu}$ не выясняет, какова может быть зависимость между m, m_0 и e_r, так как оценка (8.1) недостаточна для определения e с необходимой **точностью.**

рии вопросов. Например, осталась в стороне проблема движения (анализ Эйнштейна — Инфельда — Гофмана). Мы надеемся, что канонические методы прольют дополнительный свет на то, как сочетание частиц с различными компонентами метрики определяет их движение. Проблемой, в которой такие средства могут оказаться подходящими, является проблема излучения движущихся масс. Можно иметь в виду и проблемы относительно пространств с неплоскими граничными условиями, возникающие в космологии, и относительно пространств с неэвклидовой топологией. Подлежит рассмотрению, можно ли в таких случаях применять методы указанного здесь типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Arnowitt, S. Deser. Phys. Rev., 1959, v. 113, 745.
2. R. Arnowitt, S. Deser, C. W. Misner. а) Phys. Rev., 1959, v. 116, 1322; б) Phys. Rev., 1960, v. 17, 1595; в) Nuovo-cimento, 1960, v. 15, 487; г) Phys. Rev. Letters, 1960, v. 4, 375; д) Phys. Rev., 1960, v. 118, 1100; е) J. Math. Phys., 1960, v. 1, 434; ж) Phys. Rev., 1960, v. 120, 313; з) Phys. Rev., 1960, v. 120, 321; u) Ann. Phys., 1960, v. 11, 116; к) Nuovo cimento, 1961, v. 19, 668; л) Phys. Rev., 1961, v. 121, 1556; м) Phys. Rev., 1961, v. 122, 997; н) R. Arnowitt, S. Deser, G. W. Misner. In Monograph on Gravitation. J. Werle (Ed.). London, 1962.
3. D. Brill. Ann. Phys., 1959, Bd. 10, 466.
4. Л. П. Эйзенхарт. Риманова геометрия. М., 1948.
5. C. Lanczos. The Variational Principles of Mechanics. Toronto, 1949.
6. Л. Д. Ландау. В сб.: «Нильс Бор и развитие современной физики». М., 1958, стр. 75.
7. C. W. Misner, J. A. Wheeler. Ann. Phys., 1957, Bd. 2, 592.
8. C. Møller. The Theory of Relativity. Oxford Univ. Press, 1952.
9. A. Papapetrou. Proc. Roy. Irish Acad., 1947, v. 51A, 191.
10. А. З. Петров. Ученые записки Казанского Государственного ун-та, 1954, 114, 55.
11. F. A. E. Pirani. Phys. Rev., 1957, v. 105, 1089.
12. E. Schrödinger. Space-Time Structure. Cambridge Univ. Press, 1950.
13. J. Schwinger. а) Phys. Rev., 1951, v. 82, 914 (русский перевод: Сб. «Новейшее развитие квантовой электродинамики». М. 1954); б) Phys., Rev., 1953, v. 91, 713 (русский перевод.: в кн. Ю. Швингер. «Теория квантованных полей». М., 1956).

Г. И. Наан

ТИПЫ БЕСКОНЕЧНОГО

> ...Выяснение сущности бесконечного выходит за пределы узких интересов специальных наук и... стало необходимым для чести самого человеческого разума.
>
> *Д. Гильберт*

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема бесконечности принадлежит к числу «вечных» проблем, бросающих вызов нашему духу. Если считать даже только с Зенона Элейского, выдвинувшего знаменитые апории движения, которые вместе с тем являются апориями (интенсивной) бесконечности, то споры о бесконечности имеют уже более чем двухтысячелетнюю историю. Много раз, начиная с Аристотеля и кончая Кантором, проблема, казалось бы, была близка к окончательному решению, оставалось лишь устранить совсем небольшие неясности. Но вскоре оказывалось, что все сделанное до сих пор, — лишь начало, что в оставшихся «небольших неясностях» — суть проблемы.

Тонкий знаток проблем математики и точного естествознания Герман Вейль определял математику как науку о бесконечном [1]. Оценивая роль теории множеств в решении проблемы бесконечности, он писал, что все грандиозное здание анализа приобрело несокрушимую крепость и во всей системе математики остались лишь «два обнаженных пункта, в которых она, может быть, соприкасается со сферой непостижимого. Это... принцип построения ряда натуральных чисел и понятие континуума... Теория множеств надеется и в этих двух пунктах возвести прочную плотину и запрудить поток бесконечного,

---

[1] Г. Вейль. О философии математики. 1934, стр. 9 и 90.

грозящий затопить в своем течении наш дух» [2]. Однако эти два пункта явились весьма крепкими орешками. Поток бесконечного неизменно размывал возводимые запруды, и мы, вероятно, еще очень далеки не только от решения, но и от настоящего понимания как проблемы натурального ряда, так и континуум-проблемы. Бесконечность еще раз продемонстрировала свою неисчерпаемость.

За истекшие тысячелетия проблема бесконечности неоднократно меняла облик. Первоначально она решалась главным образом философами. На определенном этапе это оказалось уже недостаточным. В решение включились и заняли первенствующее положение математики. Еще позднее стало возможным ставить проблему бесконечности также и в качестве естественнонаучной, физической, космологической проблемы. Предыстория вопроса восходит к Ньютону; догадку о том, что свойства пространства, быть может, даже свойство быть конечным или бесконечным, могут обусловливаться некими физическими агентами, высказывали Гаусс, Лобачевский, Риман, Клиффорд, Клейн, но только Эйнштейн сформулировал проблему в строгой количественной форме и дал первое ее решение, послужившее исходным пунктом новой научной дисциплины — релятивистской космологии [3].

Как это часто бывает в науке, великое открытие рождает на некоторое, обычно довольно длительное время ощущение чудовищного благополучия. Так было и на этот раз. Эйнштейн вначале полагал, что созданная им общая теория относительности (релятивистская теория тяготения) содержит возможность однозначного и окончательного ответа на извечный вопрос о том, конечна Вселенная или бесконечна. Получалось, что Вселенная должна быть пространственно конечной. Но уже через несколько лет Фридман показал, что с теорией Эйнштейна совместимы как конечные, так и бесконечные космологические модели; теория не отдает предпочтения ни тем, ни другим [4]. Но и после этого надежды на «окончательное» решение не были оставлены; теперь ответа стали ждать от наблюдательной астрономии, которая должна была выяснить, положительна или отрицательна кривизна метагалактического пространства. В предположении

[2] Г. Вейль. О философии математики. 1934, стр. 18.
[3] А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов, т. I. М., 1965. стр. 601—612.
[4] А. А. Фридман. УФН, 1963, 80, 439, 447

об однородности мира («космологический постулат») выяснение этого и должно было явиться ответом на вопрос.

Это чувство благополучия, много раз бравшее верх в истории науки, в конечном счете основывается на надежде, что природа, в общем, не очень изобретательна. Но природа женского рода (во всяком случае, в русском языке), и надежда, вероятно, иллюзорна. События последних лет заставляют думать, что метрическая бесконечность, которой оперирует релятивистская космология, — это «правда, но не вся правда», а космологический постулат имеет ограниченную применимость.

Если верно, что пессимист — это хорошо информированный оптимист, то преодолению чрезмерного оптимизма в вопросе о бесконечности должна способствовать информация о многогранности и сложности проблемы. Следует попытаться выяснить место метрической бесконечности среди различных типов бесконечности. При этом станет также ясным, что джин, дух, которого Эйнштейн полвека тому назад выпустил из бутылки, оказался далеко не безобидным, а загнать его обратно вряд ли вообще удастся.

§ 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ЯЗЫК НАУКИ

Крайняя дифференциация современной науки имеет одним из следствий то, что одним и тем же термином в разных дисциплинах нередко обозначают совершенно разные вещи, а разными терминами — одни и те же. Бесконечность — некогда общенаучное понятие — ныне стала пониматься по-разному не только в разных отраслях науки, но и в пределах одной и той же науки — математики. Не очень легко усмотреть что-то общее, например, между бесконечным в анализе и бесконечным в проективной геометрии.

Между тем проблема бесконечности в современной науке несомненно носит в целом или в существенных своих аспектах «междуведомственный» характер, выходит за пределы специальных интересов частных наук: решение этой проблемы, как подчеркивает Гильберт, необходимо для чести самого человеческого разума. Понятием бесконечности оперируют математика, физика, астрономия, логика, философия. Каждая из этих отраслей знания вносит вклад в решение проблемы, но врозь.

Настоятельно нужен синтез результатов разных дисциплин и отраслей знания. Но история с Вавилонской башней свидетельствует, что для того, чтобы создать нечто единое и высокое, нужен прежде всего общий язык.

Язык и используемый понятийный аппарат в науке (и, по-видимому, вообще в человеческой деятельности) очень важен. Для нашей цели больше всего подходит язык геометрии. К этому есть несколько причин.

Основным объектом приложения понятия бесконечности за пределами математики является физическое пространство — время, а оно с точки зрения математики есть разновидность абстрактного математического пространства — объекта изучения геометрии. Этот же язык наиболее удобен для коммуникаций в пределах многообразия математических дисциплин. Говоря словами Бурбаки, «классическая геометрия переросла себя и из живой самостоятельной науки превратилась в универсальный язык современной математики, обладающий исключительной гибкостью и удобством» [5]. Об этой тенденции А. Н. Колмогоров писал еще тридцать лет тому назад: «Вся та часть математики, в которой играет роль непрерывность, грозит сделаться геометрией, так как множество любых математических объектов (например, функций), в котором могут быть установлены топологические соотношения, может быть объявлена пространством. Таким образом, вместе с геометризацией всей непрерывной математики намечается исчезновение геометрии как самостоятельной и до известной степени противоположной всей остальной математике науки» [6].

Наряду с универсальностью большим преимуществом языка геометрии является относительно большая наглядность. Пользуясь двумерными пространственными аналогиями (которые содержат почти все существенные черты пространственных образов большего числа измерений) можно интерпретировать преобразования пространства как различные деформации поверхности (изгибы, растяжения и т. п.). Оперируя столь ненаглядным

---

[5] Н. Бурбаки. Очерки по истории математики. М., 1963, стр. 137.

[6] А. Н. Колмогоров. Современная математика. Сборник статей по философии математики под ред. С. Я. Яновской. М., 1936, стр. 10.

понятием как бесконечность, это свойство языка геометрии необходимо ценить особенно высоко.

По этой же причине желательно иметь надежный инструмент для восхождения от простого к сложному. Геометрия применяет здесь великолепный инструмент, апробированный не только в самой математике, но и в теоретической физике, — *теорию групп*, которая может быть названа также теорией инвариантов преобразований или теорией симметрии (симметрий). Принцип классификации геометрий (и соответствующих им пространств), основанный на теории групп, был сформулирован в известной Эрлангенской программе Клейна в 1872 г. [7] Из этого принципа мы будем исходить и в нашей классификации типов бесконечности.

Поскольку бесконечность неисчерпаема, то очень важно, чтобы применяемые в каждую данную эпоху приемы и подходы имели шансы быть возможно более «экстраполябельными», обладали возможно большей способностью к экспансии в неизученных областях явлений. Для этого они должны отражать какие-то сокровенные имманентные тенденции развития точных наук или даже всей системы наук. Это очень трудный вопрос, но одну тенденцию, видимо, можно назвать довольно уверенно.

В свое время среди естественных наук сформировалась группа наук, которые заслужили название точных. Это стало возможным потому, что математика вооружила их точными *количественными* методами исследования, прежде всего — исчислением бесконечно малых. На место сугубо качественных и часто весьма расплывчатых законов, вроде того, что «природа не терпит пустоты», в естествознание пришли законы природы в форме строгих, количественных, функциональных зависимостей между строго определимыми величинами. После этого и сама математика, ставшая «царицей наук», и остальные точные науки прошли огромный путь развития; сейчас намечается некая обратная тенденция: в точных науках все большее значение приобретает категория «качество» и происходит некая элиминация количества. Но происходит это, разумеется, в совсем иной обстановке, чем та, в которой в XVII—XVIII вв. наблюдалось триумфальное шествие

[7] Ф. Клейн. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований.— Сб. «Об основаниях геометрии». М., 1956, стр. 399—424.

количества. Качество исследуется точными, строгими математическими средствами. Математика не только сохранила, но и сильно укрепила свою былую строгость, однако, она давно перестала быть только наукой о количестве (числах, величинах). Топология, теория групп, теория игр и другие разделы современной математики явно не укладываются в рамки такого ее понимания [8]. Начало этому процессу элиминации количества и возвышения качества положила опять-таки геометрия созданием особой своей ветви — «качественной геометрии», топологии, которая сейчас, как уже говорилось, проникает чуть ли не все здание математики. Можно, таким образом, предполагать, что и с этой точки зрения — с точки зрения способности к экспансии и экстраполяции на неизведанное — тенденции и язык геометрии наилучшим образом соответствуют существу проблемы.

§ 3. ИНТЕНСИВНАЯ И ЭКСТЕНСИВНАЯ, ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ И АКТУАЛЬНАЯ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Основная идея предлагаемой классификации типов бесконечности состоит в переходе ко все более общим типам, применимым при все более резких деформациях пространства. Это подразделение «по вертикали». Но, кроме того, бесконечность может расчленяться и «по горизонтали» — на пары равноправных, сопряженных, противоположных и единых в этой своей противоположности понятий (интенсивная и экстенсивная; потенциальная и актуальная бесконечности).

Уже античные философы и математики хорошо понимали, что пространство можно мыслить бесконечным не только «вширь», по протяженности (экстенсивная бесконечность), но также и в каждом данном месте «вглубь», в смысле бесконечной, неограниченной делимости на все меньшие части (интенсивная бесконечность).

---

[8] А. Д. Александров определяет математику как науку о формах и отношениях, взятых в отвлечении от их содержания, т. е. о логически возможных чистых формах (системах отношений частей целого) и различает в ее чрезвычайно сложной структуре десять основных разделов (Философская энциклопедия, т. 3. М., 1964, стр. 329—335).

Вначале возможность такого неограниченного деления казалась чем-то само собой разумеющимся. Однако уже относительно рано обнаружилось, что такое представление ведет к тяжелым противоречиям. Особенно впечатляющими были знаменитые апории Зенона Элейского (около 450 г. до н. э.). Как отмечает Стройк[9], они «вызвали такое волнение, что и сейчас можно наблюдать некоторую рябь». В чисто математическом плане первой успешной попыткой преодолеть, вернее обойти, результаты сокрушительной критики Зенона был метод исчерпываний Евдокса. Не строгим, но зато более плодотворным был метод, основанный на представлениях о «геометрическом атомизме» школы Демокрита: предполагалось, что отрезок, площадь, объем состоят из очень большого, но все же конечного числа малых, но конечных и неделимых далее геометрических «атомов». В философском плане решение, которое определило положение и в математике на последующие два тысячелетия, было сформулировано наиболее четко Аристотелем (актуально бесконечное не дано, не существует, его нет). Пространство делимо до бесконечности, но только в потенции, в возможности, но отнюдь не актуально, не в действительности [10].

Вплоть до второй половины прошлого века, до теории множеств математики почти всегда считались с этим «табу» на актуальную бесконечность. Хотя теория множеств не была создана только Георгом Кантором [11], она все же прежде всего связана именно с его именем. Основным понятием теории множеств является актуальная бесконечность, поэтому естественно, что в глазах правоверных математиков Кантор долгое время был настоящим еретиком. Но эта «ересь» явилась одним из величайших завоеваний не только математики, но и человеческой мысли вообще. «Завоевание актуальной бесконечности мето-

---

[9] Д. Я. Стройк. Краткий очерк истории математики. 1964, стр. 53.

[10] Постановка проблемы бесконечности в античной математике и философии рассматривается во многих известных работах, например: Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука, М., 1959; И. Л. Гейберг. Естествознание и математика в классической древности, М.—Л., 1936; С. Я. Лурье. Очерки по истории античной науки, М.—Л., 1947.

[11] Ф. А. Медведев. Развитие теории множеств в XIX веке. 1965.

дами теории множеств можно рассматривать как расширение нашего научного горизонта, не меньшее по значению, чем коперниковская система в астрономии и теория относительности или даже квантовая теория в физике»[12].

Теория множеств была создана для преодоления противоречий бесконечности. Но сверх этого она решила куда более важные задачи, фактически преобразовав всю математику и содействуя возникновению новых математических дисциплин. Однако преодолев известные трудности и противоречия, коренящиеся в понятии бесконечности, теория множеств породила новые, еще более серьезные трудности, потрясшие самые основания математики. Поиски выхода из кризиса привели к возникновению новых направлений, в том числе и финитистских, т. е. отрицающих (актуальную) бесконечность. Однако позиция большинства математиков и сегодня может быть выражена словами Гильберта: «Никто не может изгнать нас из рая, который создал нам Кантор»[13]. К тому же теория поля в современной физике (включая теорию гравитационного поля, т. е. общую теорию относительности) и релятивистская космология, в интересах которой проблема рассматривается в настоящей статье, исходят из «теоретикомножественной философии» классической математики и соответствующего понимания бесконечности. Поэтому мы не будем больше касаться проблем, связанных с основаниями математики и борьбой соответствующих направлений[14], исходя из того, что физики пока еще могут довольно спокойно пользоваться всеми преимуществами канторовского рая. Однако полезно знать не один лишь уголок этого рая, где применимо понятие метрической бесконечности, но и другие, где положение грозит быть более сложным. Иными словами, основное для реляти-

---

[12] A. A. Fraenkel. Abstract Set Theory. Amsterdam, 1953, p. 331 (цит. по указ. книге Ф. А. Медведева, стр. 5).

[13] Д. Гильберт. Основания геометрии. М.—Л., 1948, стр. 350.

[14] См., например: А. Гейтинг. Интуиционизм. М., 1965. В комментариях редактора русского перевода А. А. Маркова (стр. 161—195) отражена точка зрения другого направления — конструктивизма. Наиболее полное изложение проблем оснований математики и выдвинутых за последние 50—60 лет концепций читатель найдет в книге: А. А Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств. М., 1966.

вистской космологии понятие бесконечности — метрическую бесконечность — следует рассматривать как один из аспектов неисчерпаемого понятия бесконечности и в рамках всей сложной проблемы бесконечности [15].

§ 4. ПРАКТИЧЕСКАЯ БЕСКОНЕЧНОСТЬ И БЕСКОНЕЧНОСТЬ КАК БЕЗГРАНИЧНОСТЬ

Во всех физических приложениях математики, за вычетом космологии, доминирует тип бесконечности, который является логически простейшим и исторически первым,— практическая бесконечность.

Бесконечное в смысле практической бесконечности означает просто нечто очень, лучше сказать, *достаточно* большое (малое, близкое, далекое и т. п.). Что считать достаточным, это всецело зависит от характера задачи. Например, расстояние в 10^{-13} *см* может быть бесконечно большим (в ядерной физике), а в 10^{13} *см* — бесконечно малым (в астрономии).

Интересующие физика численные результаты являются приближенными (хотя и «сколь угодно» точными там, где нет ограничений квантового или иного физического характера). Поэтому нет нужды, чтобы поле убывало «до нуля», достаточно того, что оно на определенном, «достаточно большом» расстоянии от источника было «достаточно мало». Существует, однако, и другая, менее тривиальная сторона проблемы. Возможность почти неограниченного применения практической бесконечности, видимо, связана с определенным устройством Вселенной, с ее зернистой структурой в огромном диапазоне масштабов: от элементарной частицы до скопления галактик. Если бы «начинкой» Вселенной была некая идеальная сплошная среда или если бы (при зернистой структуре) источники располагались очень тесно, то не существовало бы «достаточно больших» расстояний, на которых поле было бы «достаточно мало».

---

[15] Г. И. Н а а н. К проблеме бесконечности.— Вопросы философии, 1965, № 12. Готовится к печати сборник «Проблема бесконечности в современной космологии» (на основе материалов симпозиума, состоявшегося в Москве в мае 1965 г.; см. также статьи В. В. Казютинского, «Природа», 1965, № 7 и «Земля и Вселенная», 1965, № 5.

Несмотря на огромный диапазон масштабов (от 10^{-14} до, скажем, 10^{28} *см*), для которых характерна эта «зернистость», нельзя быть уверенным в универсальном характере такой структуры. Например, в области очень малых пространственно-временных масштабов и соответственно очень энергичных взаимодействий понятие частицы теряет смысл, и представления, связанные с зернистостью структуры, отказывают. Такая же ситуация, хотя и по другим причинам, может иметь место и при переходе к очень большим пространственно-временным масштабам.

Практическая бесконечность означает выход за определенную границу (разную для разных задач). Следующей ступенью абстракции является понимание бесконечности в качестве процесса или результата выхода за любую границу (в сторону уменьшения или увеличения; в первом случае мы имеем дело с бесконечно малыми, во втором — с бесконечно большими). И исторически, и логически этот шаг был очень трудным и сложным, потребовавшим вековых усилий многих выдающихся математиков.

Этот тип бесконечности — бесконечность как безграничность — является основным для анализа. Правда, это было осознано далеко не сразу. Исчисление бесконечно малых существовало в качестве прекрасно работающего алгоритма, но смысл совершаемых действий оставался столь неясным, что это позволило Беркли в ядовитом памфлете «Аналист» (1734 г.) потешаться над бесконечно малыми как «тенями усопших величин», а публике говорить о «непостижимых загадках математики». Лишь Даламбер в «Энциклопедии» высказывает гениальную догадку, что вся метафизика (философия) исчисления бесконечно малых не содержит ничего иного, кроме предела, а Коши (1821 г.) с помощью этого понятия придает анализу почти современный вид.

В геометрии представление о бесконечности (пространства) как о безграничности господствовало до Римана, а в космологии — до Эйнштейна. Нельзя сказать, чтобы положение здесь отличалось ясностью, во всяком случае, что касается космологии. Математики признавали только потенциальную бесконечность. «Если такая точка зрения и включала некоторую долю лицемерия, она во всяком случае способствовала развитию большей части разделов классической математики... Она оказалась превосходной оградой, особенно после споров, порожденных теорией бесконечно малых, и, наконец, в течение XIX в. превратилась в некую, почти универсально принимаемую догму» [16]. Между тем пространство, время, количество материи нужно было мыслить как актуально бесконечные. Это представление в свою очередь приводило к космологическим парадоксам. Были и другие затруднения логического порядка [17].

§ 5. МЕТРИЧЕСКАЯ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

Мыслители античных времен (Архит, Александр из Афродисии, Лукреций) пытались обосновать бесконечность пространства чисто логическим путем: из любой, сколь угодно далекой точки пространства можно протянуть руку (жезл) или пустить стрелу из лука еще дальше, а затем повторить это из достигнутой таким образом точки; нет такой точки, за которой не находилась бы еще более отдаленная [18]. Считалось само собой разумеющимся, что при этом человек будет все время удаляться от исходной точки. Теперь мы знаем, что это не обязательно так. Проблема вполне аналогична той, которая вызывала споры до путешествия Магеллана: можно ли, плывя в строго определенном направлении, например, все время на запад, тем не менее оказаться в конце концов в исходной точке, вернувшись в нее с востока и пройдя при этом лишь конечное расстояние? Если трехмерное пространство искривлено подобно поверхности Земли, то в нем могут и не существовать бесконечно большие расстояния, проходимые в одном направлении.

Бернгард Риман (в лекции 1854 г., опубликованной в 1868 г.) показал, что бесконечность не сводится к неограниченной протяженности (безграничности). Пространство постоянной положительной кривизны столь же безгранично, как и «плоское» эвклидово пространство, но его объ-

---

[16] Н. Бурбаки. Очерки по истории математики. М., 1963, стр. 38—39.

[17] См., например: M. Jammer. Concepts of Space.— The History of Theories of Space in Physics. Harvard, Mass., 1954; A. Koyré. From the Closed World to the Infinite Universe. Baltimore, 1957; A. Grünbaum. Philosophical Problems of Space and Time. New York, 1963.

[18] С. Я. Лурье. Очерки по истории античной науки, стр. 178.

ем конечен. Таким образом, бесконечность отныне не могла рассматриваться как чисто количественная категория. Одна область пространства в принципе может отличаться от другой не только количественно, протяженностью, числом заключенных в нем кубических метров, как это считалось раньше, но и внутренними свойствами, метрикой, кривизной. Бесконечность — метрическое свойство пространства, подчеркивал Риман.

До тех пор, пока бесконечность сводилась к неограниченной протяженности пространства, не было надежды когда-либо проверить математический вывод с помощью физического эксперимента, ибо эксперимент всегда имеет дело с конечной областью. Бесконечность как метрическое свойство в принципе поддается проверке в локальном эксперименте. Совокупность отрезков геодезических, проведенных из произвольной точки пространства ортогонально произвольно выбранному направлению, образует некоторую площадку. На ней можно построить треугольник, образованный опять-таки отрезками геодезических (подобно сферическому треугольнику на поверхности глобуса). При стягивании треугольника к точке некая величина K (разность между суммой внутренних углов треугольника и числом π, деленная на площадь треугольника) будет стремиться к некоторой предельной величине — положительной, отрицательной или равной нулю. K и есть кривизна пространства (в данной точке и для данного направления). Для разных точек и направлений она, вообще говоря, разная, но в частном случае может быть и постоянной. В этом случае результат измерения немедленно дает ответ на искомый вопрос: положительной кривизне соответствует конечное пространство, отрицательной и нулевой — бесконечное [19]. Хотя, как мы увидим дальше, реализация этой возможности связана с весьма значительными трудностями, но уже само существование такой возможности имеет принципиальное значение, поскольку показывает возможность изучения столь непостижимой вещи, как бесконечность, не только средствами философии, не только средствами математики, но и средствами физики (астрономии).

---

[19] Очень хорошее изложение вопроса о кривизне пространства дано в книге, недавно вышедшей вторым изданием: А. А. Фридман. Мир как пространство и время, М., 1965.

§ 6. АФИННАЯ И ПРОЕКТИВНАЯ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Метрические свойства пространства сохраняются при всех деформациях пространства, которые в двумерном случае имеют наглядный смысл всевозможных изгибаний поверхности без разрывов и растяжений. Но пространство имеет и более общие свойства, сохраняющиеся при еще более резких преобразованиях — афинных и проективных. При метрических преобразованиях не изменяются расстояния (длины) и углы, следовательно, также площади и объемы. При афинных преобразованиях не сохраняются, вообще говоря, ни расстояния, ни углы, но прямые переходят в прямые, точки в точки, параллельные прямые в параллельные. При проективных преобразованиях точки, лежащие на одной прямой, переходят в точки, лежащие на другой прямой; параллельность прямых, вообще говоря, не сохраняется.

Афинное пространство занимает по своим свойствам некое промежуточное положение между эвклидовым и проективным. Для понимания особой роли бесконечности достаточно рассмотреть более радикальный случай проективного пространства. Оно может быть получено из эвклидова пространства путем дополнения его бесконечно удаленными (несобственными) элементами: точками, прямыми и плоскостью. Каждая прямая дополняется только одной точкой и становится, таким образом, замкнутой; каждая плоскость дополняется только одной бесконечно удаленной прямой (совокупностью бесконечно удаленных точек) и все пространство — одной бесконечно удаленной плоскостью. По своим свойствам несобственные элементы принципиально не отличаются от обычных.

В проективном пространстве нет расстояний, поэтому здесь бесконечность никак не может рассматриваться как количественная категория. Это обстоятельство, которое мы уже отмечали в связи с метрической бесконечностью, выступает здесь совершенно отчетливо. Второе обстоятельство, которое выступит более отчетливо при рассмотрении теоретикомножественной бесконечности и бесконечности в космологии, — это относительность противоположности конечного и бесконечного. Уже в случае проективной бесконечности эта противоположность в значительной мере стирается.

§ 7. ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

Некоторые, наиболее общие геометрические свойства поверхности сохраняются даже при очень резких ее деформациях — любых изгибах, сжатиях и растяжениях, но без разрывов и склеиваний. В общем случае трехмерного или многомерного пространства отсутствие разрывов означает непрерывность преобразования, а отсутствие склеиваний (сшиваний, отождествлений) — взаимную однозначность такого преобразования, то обстоятельство, что каждой точке недеформированного пространства соответствует лишь одна точка деформированного

Важным топологическим инвариантом является **связность** пространства, т. е., говоря очень грубо, его свойство состоять из одного или нескольких «кусков». Если любой замкнутый контур в пространстве может быть непрерывной деформацией стянут в точку, то пространство является односвязным. Например, сфера является односвязной поверхностью; но тор (бублик) — пример многосвязной поверхности.

Забегая вперед, заметим, что выяснение связности реального космического пространства (пространства — времени) должно, видимо, считаться одной из актуальнейших задач космологии.

Бесконечность входит в топологию двояким образом. Если определить топологическое пространство как множество элементов (точек), характеризуемых отношением «бесконечной близости», то здесь мы с самого начала сталкиваемся с одним из наиболее современных применений понятия интенсивной бесконечности, но в этом нет еще ничего принципиально нового для понимания бесконечности. Значительно больший интерес представляет топологическая бесконечность как глобальное свойство пространства.

Строго говоря, для характеристики глобальных свойств пространства в топологии приняты термины «замкнутое» (вместо конечного) и «открытое» (вместо бесконечного) пространство. Как замкнутое, так и открытое пространство являются интенсивно бесконечным. Но в космологии речь идет об экстенсивной бесконечности, а термины „конечный, замкнутый“ (мир) и, соответственно, „бесконечный, открытый“, обычно употребляются как синонимы, и мы будем подразумевать, что замкнутость — открытость есть определенный (топологический) аспект общей проблемы конечности — бесконечности. Суть этого аспекта проблемы относительно проста (но только суть).

Выше говорилось, что кривизна (знак кривизны) определяет свойство пространства постоянной кривизны быть конечным или бесконечным однозначно. Теперь пора уточнить, что это так только в случае односвязного пространства. В общем же случае по локальным свойствам пространства, определяемым метрикой (кривизной), нельзя судить о его глобальных свойствах. В этом легко убедиться уже на очень элементарных примерах. Метрика на плоскости и на поверхности цилиндра одна и та же — эвклидова, ибо цилиндр получается изгибанием куска плоскости, а при изгибаниях метрика не изменяется. Но в результате склеивания краев нарушается топология, топологически эти две поверхности различны (не гомеоморфны). В отличие от плоскости на поверхности цилиндра существуют прямейшие (геодезические) конечной длины, возвращающие нас в исходную точку.

Лишь пространства постоянной положительной кривизны конечны и метрически, и топологически. Однако отрицательная или равная нулю кривизна, т. е. случай, когда, судя по локальным (метрическим) свойствам, пространство является бесконечным (открытым), еще не позволяет заключить, что оно действительно является таковым, ибо среди многих типов таких пространств известны и замкнутые формы.

§ 8. ТЕОРЕТИКОМНОЖЕСТВЕННАЯ БЕСКОНЕЧНОСТЬ

По современным представлениям, топологические свойства пространства — наиболее глубокие его геометрические свойства, сохраняющиеся при очень резких деформациях пространства. Более общих геометрических свойств мы сейчас не знаем. И все же возможен еще более общий, так сказать, общематематический подход к проблеме бесконечности. Поскольку всю современную классическую математику пронизывают методы и представления теории множеств, такой подход должен быть теоретикомножественным. Соответствующий тип бесконечности должен иметь наиболее универсальную применимость.

Надо, правда, заметить, что в современной математике топология и теория множеств настолько тесно переплегаются между собой, а геометрия, как уже отмечалось, становится настолько универсальной математической дисциплиной, что говорить о каких-либо четких гранях затруднительно.

Теория множеств позволяет охватить с единой точки зрения все рассмотренные выше типы бесконечности. Прежде всего она окончательно разрешила те «непостижимые загадки математики», которые появились вместе с исчислением бесконечно малых и вообще с анализом. Весь современный анализ может быть изложен в (геометрических) понятиях пространств с надлежащими свойствами, исходя из топологии точечных множеств [20]. Таким путем из анализа фактически изгоняются становление, процесс, движение, а потенциальная бесконечность заменяется актуальной. Аналогичным образом можно перевести на теоретикомножественный язык любую геометрию, например, проективную. Пусть x (т. е. x_1, x_2, x_3) — произвольная тройка вещественных чисел; обозначим через $[x]$ класс всех троек вида kx; тогда проективная плоскость определяется как *множество* всех *классов* $[x]$, за исключением нулевого; точки бесконечно удаленной прямой — это просто точки (0,0,1) множества, и т. д. [21]

Теория множеств впервые в истории науки показала возможность положительного определения бесконечного. До этого бесконечное могло определяться лишь негативным образом — как то, что не есть конечное, есть выход за всякое конечное. Но само конечное есть отрицание бесконечного. Теоретикомножественное понимание бесконечности не связано с установлением или снятием какого-либо предела или выходом за конечное. Например, бесконечное множество может быть определено как такое, в котором существуют части (подмножества), эквивалентные (равномощные) самому множеству. Таким образом, в области бесконечного нарушается известная аксиома (Эвклида и самого здравого смысла), согласно которой целое всегда больше своей части.

Теория множеств в значительной мере стирает противоположность конечного и бесконечного. Элементы множества задаются указанием их свойств, качеств, и не

---

[20] См., например: Ж. Дьедонне. Современный анализ. М., 1964.

[21] Г. Буземан, П. Колли. Проективная геометрия и проективные метрики. М., 1957, стр. 16 и сл.

имеет никакого значения, присуще это свойство одному объекту, многим или бесконечному числу. Вместе с тем теория множеств впервые позволила по-настоящему, трого количественно различать разные бесконечности (мощность бесконечного счетного множества, мощность континуума, мощность множества всех функций и т. д.), причем сам ряд мощностей бесконечных множеств также бесконечен, т. е. существуют *бесконечно разные бесконечности*. Заметим, кстати, что бесконечность, с которой оперирует релятивистская космология, рассматриваемая в интенсивном плане, весьма невысока — это мощность континуума. Существуют гипотезы, что в ультрамикроскопических масштабах мощность должна быть еще более понижена: до уровня счетной бесконечности или даже *конечного* множества (гипотеза Коиша — Шапиро). Может быть, это и так, но до сих пор развитие науки сталкивало нас со все более сложными и изощренными бесконечностями. Вероятно, что мы не избегнем этого и в будущем. В этом отношении положение в космологии является очень поучительным.

До перехода к рассмотрению этого аспекта проблемы полезно подчеркнуть еще, раз что проблема бесконечности имеет много аспектов и задевает интересы ряда наук. Можно было бы говорить, например, о логическом и метаматематическом аспекте проблемы и о ее философском статуте. Однако последний вопрос пока является очень спорным, и мы не будем на нем останавливаться, отослав читателя к работам последних лет [22].

§ 9. БЕСКОНЕЧНОСТЬ В КОСМОЛОГИИ

Релятивистская космология применяет понятие бесконечности классической математики. Но это применение имеет свои особенности и специфические трудности.

Прежде всего в утверждениях типа «Космология доказывает, что Вселенная бесконечна (конечна)» обычно впол-

[22] В. И. Свидерский. О философском понимании конечного и бесконечного.— Вопросы философии, 1964, № 6; А. С. Кармин. К постановке проблемы бесконечности в современной науке. Там же, 1965, № 2; Э. Кольман. Конечность и бесконечность во Вселенной.— Природа, 1964, № 11; Г. И. Наан. К проблеме бесконечности.— Вопросы философии, 1965, № 12.

не четкий смысл имеет только служебное слово «что», тогда как смысл терминов «космология», «Вселенная», «бесконечность (конечность)» и «доказывает» остается достаточно неопределенным.

Существует много разных определений космологии. О неопределенности термина свидетельствует хотя бы обилие прилагательных: наблюдательная, астрономическая, физическая, теоретическая, ньютонианская, релятивистская и т. д. космология. По-видимому, наиболее приемлемым надо считать определение А. Л. Зельманова: космология — физическое учение о Вселенной как целом, включающее в себя теорию всей охваченной астрономическими наблюдениями области как части Вселенной. Термин Вселенная, даже в пределах физико-математической литературы, также употребляется в весьма разных значениях, например: звездная вселенная (т. е. галактика), Большая Вселенная (Метагалактика), вселенная Эйнштейна (космологическая модель Эйнштейна), астрономическая вселенная (охваченная наблюдениями часть Метагалактики); физики часто называют вселенной в точности то же, что астрономы называют Метагалактикой. Можно также использовать термин «Вселенная» для обозначения всеохватывающей системы космических систем, объекта, который существует в единственном экземпляре и вне которого (по определению) ничего нет [23].

Следует также различать «Вселенную как целое», «Вселенную в целом» и «всю Вселенную» [24]. Вселенная как целое есть Вселенная, рассматриваемая как связная совокупность своих частей; Вселенная в целом — это Вселенная, рассматриваемая как целостный объект, безотносительно к своим составным частям; наконец, «вся Вселенная» — это то же, что «все части Вселенной» безотносительно к объединяющей их взаимной связи. Это вовсе не одно и то же; например, тот или иной закон физики может быть применим ко всей Вселенной, не применим ко Вселенной как целому и может не иметь смысла в отношении Вселенной в целом. Возможно, что таков, например, второй закон термодинамики.

---

[23] Это определение, разумеется, не неуязвимо, ибо неясно, например, приложимо ли здесь понятие системы.

[24] А. Л. Зельманов. К постановке космологической проблемы.— Труды второго съезда ВАГО, М., 1960, стр. 82—83.

Поскольку имеется до десятка разных типов бесконечности, то важно по возможности четко определять, что именно имеется в виду, когда говорят о конечности или бесконечности чего-то. В релятивистской космологии обычно имеется в виду метрическая бесконечность.

Далее, проблему космологической бесконечности, видимо, следует подразделять на две взаимосвязанные, но все же существенно разные проблемы. Первая проблема — это проблема (метрической) конечности или бесконечности определенных космических систем, скажем, Метагалактики. Это естественнонаучная проблема, которая может быть исчерпывающе решена за конечный срок. Вторая проблема — это несравненно более сложная проблема бесконечности Вселенной. Это пограничная проблема математики, естествознания и философии, и она, видимо, вообще не может получить исчерпывающего решения за конечный срок существования любой цивилизации (в том числе земной), поскольку бесконечность неисчерпаема и понятие бесконечности непрерывно изменяется по мере расширения наших знаний. Так, в настоящее время можно утверждать, что Вселенная бесконечна в смысле практической бесконечности, в смысле безграничности и, по-видимому, в смысле пространственно-временнóй метрической бесконечности.

В заключение несколько слов о доказательстве. Что такое доказательство — это не очень ясно даже в логике и математике, хотя здесь оно намного яснее, чем где-либо еще. Если иметь в виду доказательство в этом смысле, то бесконечность (как и конечность), видимо, недоказуема и неопровержима. Любое доказательство бесконечности в действительности исходит из того или иного постулата, эквивалентного аксиоме бесконечности [25]. Придавать какой-либо серьезный смысл выводам такого рода можно лишь, имея в виду, что, постулируя бесконечность в каком-то одном смысле, мы можем из нее вывести бесконечность же, но в другом смысле. Такие выводы («доказательства») могут иметь познавательное значение.

Таким образом, безобидная на вид фраза «космология доказывает, что Вселенная бесконечна (конечна)» в действительности на редкость коварна. При дальнейшем раз-

---

[25] Подробно этот вопрос исследуется в докторской диссертации Э. М. Чудинова (Институт философии АН СССР).

боре проблемы бесконечности в космологии будет иметься в виду не бесконечность Вселенной, а более скромный вопрос о пространственно-временной конечности — бесконечности систем типа Метагалактики.

В течение многих веков вопрос ставился как вопрос о конечности или бесконечности в пространстве *и* времени. В некоторых случаях это возможно и сейчас. Например, в однородных изотропных космологических моделях (Фридмана) существует единое мировое время (собственное время сопутствующего наблюдателя). Но это не всегда так. Например, в абсолютно вращающейся модели Геделя такого времени нет. В общем случае в релятивистской космологии — по самому смыслу вещей, в силу того, что она основана на теории относительности, — существует абсолютное пространство — время, которое по-разному может расщепляться на пространство и время, являющиеся относительными категориями. В связи с этим возник вопрос, не может ли относительность свойств пространства и времени касаться даже их свойства быть (метрически) конечными или бесконечными. Крайняя относительность бесконечности *времени* отчетливо выяснилась, например, в известной работе Оппенгеймера и Снайдера [26]. То, что *пространство* в одной системе отсчета может быть конечным, а в другой, бесконечным, показал, например, Шредингер [27], исследуя различные представления модели де Ситтера. А. Л. Зельманов [28], специально исследовал этот вопрос и на примере ряда моделей убедительно показал, что привычное противопоставление конечности и бесконечности (пространства и времени) не может считаться безусловно правильным во всех случаях. Выше мы видели, что такое противопоставление неправомерно уже в рамках чистой математики; в космологии, в связи с особым характером пространства (в математическом смысле), являющимся здесь псевдоримановым метрическим пространством четырех измерений, это положение получает дополнительное обоснование.

---

[26] J. R. Oppenheimer, H. Snyder. On Continued Gravitational Contraction.— Phys. Rev., 1939, 56, N 5, 455—459.

[27] E. Schrödinger. Expanding Universes. Cambridge, 1956.

[28] А. Л. Зельманов. К постановке вопроса о бесконечности пространства в общей теории относительности.— Докл. АН СССР, 1959, 124, № 5. О бесконечности материального мира.— Сб. «Диалектика в науках о неживой природе». М, 1964.

Второе обстоятельство, которое не позволяет нам быть теперь такими благодушными, как в недавнем прошлом, связано с топологией. Вся проблема находится в сущности в начальной стадии изучения, и здесь очень много неясного. В связи с открытием вакуольных, полузамкнутых моделей [29] становится совершенно ясным, насколько рискованно переносить выводы, основанные на изучении пространственно-временных свойств части Метагалактики, на другие области, которые могут обладать существенно иными свойствами. Например, мы можем прийти к выводу о существовании замкнутого пространства, но вовсе не сможем утверждать на этом основании, что это — *все* пространство, как предполагалось в прошлом. Открытие суперисточников (космогонически активных ядер галактик, сверхзвезд, голубых квазизвездных галактик и т. п.) и попытки их истолкования с помощью механизма гравитационных взрывов заставляют вводить представление о многосвязном пространстве, а в связи с этим становится все труднее избежать выводов о возможности патологических областей пространства — времени, где могут нарушаться по крайней мере некоторые «абсолютные» законы сохранения, существовать каузальные аномалии и «обратное» течение времени.

Возможно, что полуклассический этап в развитии релятивистской космологии кончился, и мы вступили в подлинно неклассический этап. Понимание многообразия типов и аспектов бесконечности должно способствовать более хладнокровному восприятию ожидающих нас сюрпризов.

---

[29] A. Einstein, E. G. Straus. The Influence of the Expansion of Space on the Gravitation Fields Surrounding the Individual Stars.— Revs Modern Phys., 1945, v. 17, p. 120; 1946, v. 18, p. 148; C. Gilbert. The gravitational Field of a Star in the Expanding Universe, 1956, v. 116, p. 678; Я. Б. Зельдович. Полузамкнутые миры в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1962, 43, вып. 3 (9), стр. 1037—1043.

Анджей Траутман

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

1. ВВЕДЕНИЕ

Понятия энергии, импульса и момента импульса играют важную роль как в классической, так и в квантовой физике. В ньютоновой механике надо знать силу, действующую на каждую точку, чтобы определить движение последней. Однако часто дело обстоит так, что мы не знаем детально сил или что описание физической системы как состоящей из отдельных частиц чрезвычайно сложно и практически лишено смысла. В таких случаях мы часто прибегаем к законам сохранения, имеющим силу при весьма общих допущениях, и к таким величинам, как энергия, импульс, момент импульса, заряд, которые сохраняют свое значение и характеризуют систему в целом.

Прототипом таких величин можно считать кинетическую энергию, введенную Лейбницем под названием «живая сила». Законы сохранения кинетической энергии и импульса позволяют нам решать простые задачи, связанные со столкновением частиц, хотя настоящий процесс столкновения, возможно, очень сложен и не укладывается в рамки классической механики материальных точек. В об-

[1] Andrzej T r a u t m a n. Conservation Laws in General Relativity.— In: Gravitation, Louis Witten (Ed.). 1963, 169—198. Перевод И. Б. Погребысского.
В статье использованы следующие обозначения: греческие индексы $\alpha, \beta, .., \varkappa$ и λ относятся к четырехмерному пространству — времени и принимают значения 0, 1, 2, 3. Латинские индексы a и b пробегают значения от 1 до 3 включительно. Обыкновенное дифференцирование обозначается как запятой, так и символом ∂_α. Ковариантное дифференцирование обозначается точкой с запятой. Везде применяется условие суммирования по повторяющимся индексам. Сигнатура метрики равна — 2, так что тензор Минковского для плоского пространства — времени задается в виде $\eta_{00} = 1$, $\eta_{0a} = 0, \eta_{ab} = - \delta_{ab}$.

щем случае полная кинетическая энергия взаимодействующих частиц не остается неизменной. Однако, если силы имеют потенциал, то нетрудно обобщить понятие энергии таким образом, чтобы энергия оставалась постоянной величиной. Процесс обобщения закона сохранения энергии путем введения новых видов энергии характерен для всего развития физики. То же самое можно сказать о других законах сохранения.

Для того чтобы законы сохранения оставались в силе при наличии электромагнитного излучения, надо считать электромагнитное поле обладающим энергией и импульсом. В частной теории относительности плотность энергии и импульса вместе с напряжением образует тензорное поле второго ранга T^{β}_{α}. Расходимость этого поля обращается в ноль,

$$T^{\beta}_{\alpha,\,\beta} = 0, \tag{1.1}$$

если учитываются все нужные виды энергии. Полная энергия и полный импульс могут быть определены с помощью этого тензора путем интегрирования по всему трехмерному пространству. Аналогично тензорное поле третьего ранга, антисимметричное по двум индексам, определяет в частной теории относительности (т. о.) момент импульса. Только в общей теории относительности, т.е. в классической теории тяготения, сформулированной Эйнштейном в 1916 г., возникают серьезные трудности в связи с понятием об энергии. Корни этих трудностей — в принципе эквивалентности, который приводит к геометризации гравитационного поля. Пространство — время в теории Эйнштейна искривлено и в общем случае лишено какой бы то ни было симметрии. С другой стороны, как известно, в частной т. о. энергия и импульс связаны с однородностью плоского пространства.

Цель этой статьи — рассказать о связи в физических теориях между теоремами сохранения и свойствами инвариантности, особо выделяя проблему энергии в о. т. о. В этом параграфе мы приведем несколько простых примеров физических систем, обладающих симметриями, и изложим некоторые соображения относительно проблемы энергии в о. т. о. Вкратце рассматривается также физическая сторона вопроса о гравитационной энергии. В следующем параграфе дано краткое изложение основных математических теорем о тождествах и слабых законах сохранения, являющихся следствием инвариантности вариационного принципа [24]. В § 3 в качестве иллюстрации теорем Нэтер выведены законы сохранения для движения материи в Римановом многообразии, обладающем некоторого рода симметриями. На этом этапе полевые уравнения Эйнштейна не используются, и метрический тензор играет роль внешнего поля. Характерным для теорем сохранения классической механики является то, что они дают первые интегралы уравнений движения и таким образом упрощают их решение. В том же § 3 теоремы сохранения такого рода обобщаются для римановых пространств. § 4 посвящен проблеме энергии в Лоренц-инвариантной «линейной теории тяготения». Оказывается, что некоторые трудности, присущие о. т. о., обнаруживаются и в приближенной теории.

Главная проблема — проблема законов сохранения и сохраняющихся величин в теории Эйнштейна рассматривается в § 5. При обычном вариационном подходе с каждой однопараметрической группой координатных преобразований связывается некоторая сохраняющаяся величина. Из последней можно получить новые сохраняющиеся величины, добавляя операцию взятия ротора. В настоящее время наиболее полезными выражениями для сохраняющихся величин представляются, видимо, те, которые даны Бергманом и Комаром. Частными случаями таких величин являются канонический псевдотензор, симметрический объект Ландау и Лифшица и комплекс энергия — импульс Меллера. В § 5 обсуждается также любопытный неортодоксальный подход к проблеме гравитационной массы, указанный Пирани.

Можно выделить два главных класса идеализированных ситуаций, когда возможна и особенно полезна формулировка законов сохранения. Прежде всего, если система замкнута или изолирована, т.е. если можно пренебречь ее взаимодействием с остальной вселенной, то не изменяются ее полная энергия, импульс, заряд и т. д. В качестве примера можно указать систему двух тяготеющих тел в механике Ньютона. Второй случай — это системы, которые движутся во «внешних полях», обладающих теми или иными симметриями (например, электрон в кулоновом поле).

Излучающая система не замкнута согласно данному выше определению, и ее полная энергия во времени меняется. Систему можно назвать полузамкнутой, если никакие волны не доходят до нее извне (запаздывающие поля в электродинамике). В таком случае закон сохранения энергии устанавливает, что отрицательная скорость изменения содержащейся в системе энергии равна потоку (обобщенного) вектора Пойнтинга. В § 5 показано, что можно удовлетворительным образом определить в о. т. о. полную энергию, импульс и момент импульса для изолированных систем. Более труден вопрос об излучающих, полузамкнутых системах в о. т. о.

Плоская электромагнитная волна в частной т. о. дает нам пример физической ситуации, которую нельзя отнести ни к одному из указанных классов. Здесь нельзя ввести ни полной энергии, ни полного импульса. Все же максвеллов тензор энергии — импульса дает хорошее физическое описание такой волны. Действительно, этот тензор можно записать в виде $\rho k^\alpha k^\beta$, где k^α — постоянный нуль-вектор, а $\rho > 0$. Это можно рассматривать как тензор материи для идеальной жидкости, которая движется со скоростью света. У плоских гравитационных волн многие свойства аналогичны свойствам электромагнитных волн. Однако затруднительно указать единое ковариантное построение тензора энергии — импульса для плоских гравитационных волн. Бель и Робинсон нашли четырехиндексный гравитационный аналог максвеллова тензора энергии. Для плоской волны этот тензор пропорционален четырехкратному произведению вектора распространения (§ 4). Для иллюстрации зависимости между теоремами сохранения и инвариантными свойствами рассмотрим движение частицы в статическом сферически-симметричном силовом поле. В этом случае с частицей можно связать четыре сохраняющиеся величины. Сохранение вектора момента импульса обусловлено вращательной симметрией поля. Интеграл энергии является следствием того, что силы не зависят от времени. Импульс частицы не сохраняется, так как у системы нет инвариантности относительно переноса. Иными словами, мы можем утверждать, что четыре закона сохранения в статическом центральном поле сил являются следствием его инвариантности относительно четырехпараметрической группы симметрии (трипараметрическая группа вращений и однопараметрическая группа переносов во времени).

В качестве другого примера можно взять электромагнитное поле во взаимодействии с дираковым полем (электрона) ψ. Дираковский лагранжиан — это билинейная форма относительно ψ и $\bar{\psi}$, поэтому он инвариантен относительно однопараметрической группы калибровочных преобразований (первого рода) $\psi \to \psi e^{i\varepsilon}$, где ε — параметр. С этим связан закон сохранения заряда. Последний пример — то, что называют слабым законом, т. е. законом, который не должен соблюдаться, если не удовлетворяются полевые уравнения движения. Лагранжиан свободного электрона не инвариантен относительно фазовых преобразований, изменяющихся от точки к точке (когда постоянная ε заменяется функцией от x). Все же можно добиться такой инвариантности, введя новое векторное поле $A_\alpha(x)$, которое преобразуется по правилу $A_\alpha \to A_\alpha + \partial_\alpha \varepsilon(x)$, и заменив в лагранжиане $\partial_\alpha \psi$ на $(\partial_\alpha - iA_\alpha)\psi$. Следующий шаг состоит в том, что составляется свободный лагранжиан для A-поля, инвариантный относительно калибровочных преобразований второго рода $A_\alpha \to A_\alpha + \partial_\alpha \varepsilon$. Мы получаем обычную теорию Максвелла — Дирака, полагая лагранжиан пропорциональным $F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$, где $F_{\alpha\beta} = A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}$. Инвариантность такого свободного лагранжиана относительно калибровочных преобразований второго рода приводит к тождеству

$$\partial_\alpha (\partial_\beta F^{\alpha\beta}) \equiv 0.$$

Зависимости, связывающие инвариантные свойства лагранжиана с теоремами сохранения или тождествами соответствующей теории, — весьма общего характера [24]. Каждая p-параметрическая группа симметрий лагранжиана дает p слабых законов сохранения. Аналогично инвариантность вариационного принципа относительно группы, содержащей q произвольных функций («общая инвариантность»), дает q тождеств, содержащих выражение Эйлера—Лагранжа.

Разницу между слабыми законами и тождествами можно показать с помощью следующего примера. Возьмем два интеграла действия J_1 и J_2

$$J_1 = \int a_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda} d\lambda,$$

$$J_2 = \int \sqrt{a_{ik} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^k}{d\lambda}}\, d\lambda,$$

где λ — параметр и где $a_{ik} = a_{ik}(x)$ образуют неособенную симметричную матрицу, которая не зависит от λ; $i, k = 1,2,\ldots, n$. Уравнения Эйлера — Лагранжа для J_1 будут вида

$$a_{ik}\left(\frac{d^2x^k}{d\lambda^2} + \left\{ {k \atop m\ n} \right\} \frac{dx^m}{d\lambda}\frac{dx^n}{d\lambda}\right) = 0, \tag{1.2}$$

а для J_2 это уравнения

$$a_{ik}\left(\frac{d^2x^k}{ds^2} + \left\{ {k \atop m\ n} \right\} \frac{dx^m}{ds}\frac{dx^n}{ds}\right) = 0, \tag{1.3}$$

где $\left\{ {k \atop m\ n} \right\}$ обозначают символы Кристоффеля, построенные по a_{ik}, а обозначение $ds \equiv \sqrt{a_{mn}\frac{dx^m}{d\lambda}\frac{dx^n}{d\lambda}}$ введено для сокращения записи. Несмотря на сходство уравнений (1.2) и (1.3), у них есть определенные и существенные отличия. Интеграл J_1 инвариантен относительно однопараметрической группы преобразований: $\lambda \to \lambda + \varepsilon$. Соответствующая слабая теорема сохранения сводится к тому, что

$$\frac{d}{d\lambda}\left(a_{ik}\frac{dx^i}{d\lambda}\frac{dx^k}{d\lambda}\right) = 0,$$

и может быть истолкована как обычный закон энергии для свободной частицы. С другой стороны, J_2 инвариантен относительно более широкой группы общего параметрического преобразования $\lambda \to \lambda^1 = f(\lambda)$. Как следствие этого, получаем тождество

$$a_{ik}\frac{dx^i}{ds}\left(\frac{d^2x^k}{ds^2} + \left\{ {k \atop m\ n} \right\} \frac{dx^m}{ds}\frac{dx^n}{ds}\right) \equiv 0,$$

которое справедливо независимо от того, удовлетворяются или не удовлетворяются уравнения движения. Интеграл действия J_2 инвариантен и относительно однопараметрической группы преобразований $\lambda \to \lambda + \varepsilon$, которая является подгруппой полной группы параметрических преобразований. Однако это свойство инвариантности не дает какого-либо нетривиального закона сохранения.

Обратимся теперь к о. т. о. При наличии гравитационного поля или, иначе говоря, в искривленном пространстве — времени не верен простой закон (1.1) для плотности тензора энергии — импульса. Обычную производную надо заменить ковариантной, и дифференциальный закон получается в виде

$$T^{\beta}_{\alpha;\beta} \equiv T^{\beta}_{\alpha,\,\beta} - T^{\beta}_{\delta} \left\{ {\delta \atop \alpha\,\beta} \right\} = 0. \qquad (1.4)$$

Можно считать, что дополнительное слагаемое в (1.4) появляется из-за того, что при наличии гравитации энергия и импульс материи в отдельности не сохраняются. Из-за этого дополнительного члена нельзя только по T^{β}_{α} построить сохраняющиеся глобальные величины. Эволюция идеи энергии ясно указывает нам, как преодолеть эту трудность: надо найти такую величину t^{β}_{α}, которая, согласно предположению, описывает распределение гравитационной энергии и импульса и которая сохраняется совместно с T^{β}_{α}

$$(T^{\beta}_{\alpha} + t^{\beta}_{\alpha})_{,\beta} = 0. \qquad (1.5)$$

Теперь найдено немало таких псевдотензоров, Однако либо они не обладают тензорными свойствами при преобразованиях (отсюда их название), либо они зависят от произвольных векторных полей. Поэтому понятие гравитационной энергии оказывается в высокой мере произвольным. Прежде всего надо решить, какой величиной воспользоваться, и, когда это сделано, то или приходится фиксировать систему координат (в случае псевдовеличин), или надо выбрать особое векторное поле (в случае ковариантного закона энергии).

Физический источник этих трудностей — в самих основах о. т. о., а именно — в принципе эквивалентности. Согласно этому принципу, который дает обобщение экспериментально проверенного равенства гравитационной и инертной массы, при подходящем выборе системы отсчета можно избавиться от местных гравитационных эффектов. Такая формулировка принципа эквивалентности недостаточно строга, так как не уточнено значение слова «местный». Для такого уточнения принцип эквивалентности можно сформулировать в виде предписания, как учитывать взаимодействие гравитации с материей, а именно: в присутствии гравитационного поля основные уравнения классической физики можно записать в таком же виде, как в частной т. о. при криволинейных координатах [2].

[2] Строго говоря, необязательно, чтобы это предписание и последующие замечания были применимы в таких физических усло-

Переход от декартовых координат к криволинейным — операция вполне определенная, и при этом требуется только ввести плоский метрический тензор, записав его в общей системе отсчета. Согласно принципу эквивалентности, в форме этих уравнений ничего не надо менять, когда учитывается гравитация. Отсюда сразу следует, что гравитационный потенциал совпадает с метрическим тензором $g_{\alpha\beta}$. Настоящее гравитационное поле соответствует неплоскому риманову пространству — времени, т. е. ненулевому тензору кривизны. Другими словами, чтобы определить поле в той или иной точке, надо знать вторые производные потенциалов. С помощью преобразования координат метрику в заданной точке можно представить в форме Минковского $\eta_{\alpha\beta}$, причем ее первые производные будут равны нулю. В линейных теориях поля, таких, как электродинамика, тензор энергии — импульса квадратичен относительно первых производных от потенциалов. Гравитационный псевдотензор, введенный Эйнштейном в 1916 г., обладает тем же свойством. Отсюда следует, что его всегда можно обратить в ноль в какой-либо точке, выбрав подходящим образом систему отсчета. Поэтому не имеет смысла говорить о локальном распределении энергии.

Из принципа эквивалентности следует, что Эйнштейнова теория гравитации вообще инвариантна, т. е. ее основные уравнения одного и того же вида во всех координатных системах. Полевые уравнения в частной т. о. можно сделать вообще инвариантными, явно введя в уравнения метрический тензор. Такая процедура сходна с применяемой при переходе от свободного дираковского лагранжиана к лагранжиану, учитывающему электромагнитные взаимодействия, причем плоская метрика $g_{\alpha\beta}$ является аналогом тривиального потенциала $A_\alpha = \partial_\alpha A$. Существенно выявить разницу между общей инвариантностью в Эйнштейновой теории гравитации и в лоренц — инвариантной теории, записанной в криволинейных координатах. Прежде всего в о. т. о. составляющие $g_{\alpha\beta}$ — это

виях, которые определяются лагранжианом, явно включающим в себя аффинную связность. Киббл и Шиама недавно показали, что можно так видоизменить общую т. о., чтобы при наличии материи со спином получить асимметричную (нериманову) связность. Однако в настоящей статье рассматривается только обычная эйнштейнова о. т. о.

динамические переменные, удовлетворяющие полевым уравнениям теории. Напротив, составляющие плоского метрического тензора, выраженные в произвольных координатах, играют роль только вспомогательных функций, введенных с целью обеспечить общую инвариантность всех уравнений. Во-вторых, полевая теория в плоском пространстве инвариантна относительно десятипараметричной группы лоренцовых преобразований. Эти преобразования не изменяют формы записи метрики и дают десять законов сохранения (энергии, импульса и момента импульса). Общая же инвариантность теории Эйнштейна дает собственно не настоящие законы сохранения, а четыре дифференциальных тождества. Тем не менее полная группа координатных преобразований $x^\alpha \to x^{\alpha'} = f^\alpha(x)$ содержит бесконечное множество однопараметрических подгрупп, порождаемых всеми возможными векторными полями $\xi^\alpha(x)$. Гравитационный интеграл действия инвариантен относительно всех этих однопараметрических групп координатных преобразований и это дает бесконечное множество слабых законов сохранения [3б]. Более того, из общей инвариантности следует, что эти законы сохранения можно так видоизменить, чтобы они оправдывались независимо от того, удовлетворяются или не удовлетворяются уравнения поля (силовые законы сохранения). В итоге плотность гравитационного (псевдо) тензора энергии — импульса можно записать в виде линейной комбинации Эйнштейновой тензорной плотности G^β_α и некоторого вихря.

2. ТЕОРЕМЫ НЭТЕР

В этом параграфе мы рассмотрим обширный класс физических теорий, ставя вопрос об их инвариантных свойствах. Пусть $j_A(x^i)$, где $A = 1,\ldots,N$ и $i = 1, \ldots, n$ обозначает систему функций, полностью описывающих физическую систему. Вид теории определяется интегралом действия $W = \int_\Omega L dx (dx = dx^1 \ldots dx^n)$, где L — лагранжева плотность

$$L = L(x; y_A, y_{A,i}, y_{A,ik}) = L(x; y(x)).$$

Для того чтобы упростить изложение, будем считать, что в L входят только первые и вторые производные от y_A.

Аналогичные упрощающие допущения будут вводиться и дальше, во всем этом параграфе. Более общую формулировку читатель найдет в оригинальной работе Э. Нэтер.

Уравнение движения можно получить, варьируя W относительно некоторых или относительно всех величин y. Если все эти функции являются независимыми динамическими переменными, то мы получим уравнение $\delta W / \delta y_A(x) = L^A(x; y(x)) = 0$, что заодно составляет определение функций L^A.

Заданную физическую ситуацию можно описать, пользуясь различными системами отсчета и различными системами переменных y, или, короче, в различных масштабах. Класс калибровочных (масштабных) преобразований, который будет предметом нашего рассмотрения, задается зависимостями вида

$$y'_A(x') = Y_A(x; y), \tag{2.1}$$

$$x'^i = X^i(x). \tag{2.2}$$

Он содержит лоренцовы и общие координатные преобразования и симметричные преобразования классической механики, равно как калибровочные преобразования электромагнитной теории. Теперь можно поставить вопрос о том, какими будут уравнения движения в новых переменных y'. Достаточным условием того, чтобы новые уравнения были эквивалентны старым, является существование n таких функций Q^i, что новый интеграл действия W' определяется формулой

$$W' = \int_{\Omega'} L'(x'; y'(x'))\, dx' =$$

$$= \int_{\Omega} [L(x; y(x)) - \partial_i Q^i(x; y(x))]\, dx, \tag{2.3}$$

где L' — новая лагранжева плотность и Ω' обозначает образ Ω при преобразовании (2.2). Функции Q должны удовлетворять только условию обращаться в нуль при нулевых значениях величин y и их производных, а в остальном произвольны. Условие (2.3) не гарантирует численной инвариантности действия, но $\delta W = \delta W'$, лишь бы вариации δy обращались на границе Ω в нуль вместе со своими производными. Из (2.3) следует, что новый лагранжиан L' определяется по L не однозначно и что вообще имеется произвол в выборе лагранжиана. Величина L' как функция своих аргументов отлична от L, соответствующие ей новые уравнения движения $\delta W'/\delta y'_A(x) = L'^A\ (x, y'\ (x)\ ) = 0$ будут отличаться по виду от старых уравнений.

Теперь мы подходим к важному пункту. Калибровочное преобразование (2.1) и (2.2) называют симметричным, если оно не изменяет вида уравнений движения, т. е. если $L'^A\ (x;\ y\,(x)) \equiv L^A(x;\ y(x))$. Так будет обстоять дело, если при определенном выборе величин Q форма лагранжиана не меняется

$$L'\,(x;\ y\,(x)) = L\,(x;\ y\,(x)). \tag{2.4}$$

Дальнейшие соображения основаны на допущении, что такие симметрии образуют непрерывную группу, которую можно характеризовать бесконечно малыми преобразованиями

$$y'_A\,(x') = y_A\,(x) + \delta y_A\,(x), \tag{2.5}$$

$$x'^i = x_i + \delta x^i\,(x). \tag{2.6}$$

Удобно ввести полную вариацию от y_A,

$$\bar{\delta} y_A = y'_A\,(x) - y_A\,(x) = \delta y_A - y_{A,\,i}\,\delta x^i$$

и обозначение

$$\bar{\delta} L = L\,(x;\ y'\,(x)) - L\,(x;\ y\,(x)).$$

Заметим, что операция $\bar{\delta}$ перестановочна с дифференцированием.

Учитывая (2.4) и произвольность Ω, мы получаем, на основании (2.3), что для любых δx^i и δy_A, порождающих симметрическое преобразование,

$$\bar{\delta} L + (\bar{\delta} Q_i + L\delta x^i)_{,i} \equiv 0.$$

Здесь $\delta\,Q^i$ обозначает функции Q^i, соответствующие данному бесконечно малому преобразованию. По определению $\bar{\delta} L$ и L^A, можно записать последнее соотношение в виде

$$L^A \bar{\delta} y_A + \bar{\delta} t^i_{,i} \equiv 0, \tag{2.7}$$

где

$$\delta t^i = L\delta x^i + \left(\frac{\partial L}{\partial y_{A,\,i}} - \partial_k \frac{\partial L}{\partial y_{A,\,ik}}\right)\bar{\delta} y_A + \\ + \frac{\partial L}{\partial y_{A,\,ik}}\bar{\delta} y_{A,\,k} + \bar{\delta} Q^i. \qquad (2.8)$$

Тождество, записанное в виде (2.7), имеет фундаментальное значение. Следует выделить два важных случая.

I. Симметрии образуют p-параметрическую (лиеву) группу G_p. Если обозначить через $\varepsilon^\mu (\mu = 1,\ldots,p)$ параметры G_p, то будем иметь

$$\bar{\delta x}^i = \varepsilon^\mu \xi^i_\mu(x),\ \bar{\delta} y_A = \varepsilon^\mu \eta_{A\mu}(x),$$

$$\bar{\delta} t^i = \varepsilon^\mu t^i_\mu \text{ и т. д.}$$

Из уравнения (2.7) следует, что

$$\partial_i t^i_\mu + \eta_{A\mu} L^A \equiv 0 \quad (\mu = 1, \ldots, p), \qquad (2.9)$$

и это дает p слабых законов сохранения, если удовлетворяются уравнения движения, $L^A = 0$. Важно уяснить себе, что (2.9) не должны давать законы сохранения, если не все величины y являются динамическими переменными, удовлетворяющими уравнениям $L^A = 0$.

II. Теория инвариантна относительно общей группы $G_{\infty q}$, т. е. относительно преобразований, зависящих от q произвольных функций величин x. Обозначим эти функции $\varepsilon^\nu(x)$ $(\nu = 1,\ldots, q)$ и для простоты допустим, что в $\bar{\delta} y_A$ входят их производные порядка не выше первого. Тогда мы получаем, что $\bar{\delta} y_A = \varepsilon^\nu \gamma_{A\nu} - \varepsilon^\nu_{,i}\gamma^i_{A\nu}$ и т. д. Подставляя эти выражения в (2.7), мы получим тождество, в которое функции ε^ν и их производные входят линейно. Так как функции ε произвольны, коэффициенты при ε^ν и при их производных должны, каждый в отдельности, быть равны нулю.

Среди получающихся при этом тождеств наиболее важны те, которые линейны и однородны относительно L^A. В рассматриваемом здесь случае они записываются в виде

$$L^A \gamma_{A\nu} + (L^A \gamma^i_{A\nu})_{,i} \equiv 0 \quad (\nu = 1, \ldots, q). \qquad (2.10)$$

Простейший способ получить эти «тождества Бьянки» состоит в том, чтобы выбрать такие ε, которые обращаются в нуль на границе области Ω, и проинтегрировать по Ω обе стороны в (2.7).

Результаты, сформулированные в п. I и II, известны как теоремы Э. Нэтер. Верны и обратные утверждения: из (2.9) и (2.10) следуют соответствующие инвариантные свойства подходящего вариационного принципа [24].

Допустим теперь, что имеется подгруппа G_p общей группы $G_{\infty q}$, так что можно положить $\varepsilon^\nu(x) = \varepsilon^\mu \xi^\nu_\mu(x)$, где ε^μ опять-таки обозначают параметры G_p. Предполагается, что все величины y являются динамическими переменными. Из (2.9) и (2.10) нетрудно как следствие получить, что в силу G_p должны иметь место p сильных законов сохранения [3а].

$$\partial_i \theta^i_\mu \equiv 0 \quad (\mu = 1, \ldots, p), \tag{2.11}$$

где

$$\theta^i_\mu = t'_\mu - L^A \gamma_{A\nu} \xi^\nu_\mu. \tag{2.12}$$

Из (2.11) вытекает существование системы таких «сверхпотенциалов» U^{ik}_μ, что $\theta^i_\mu \equiv U^{ik}_{\mu,k}$ и $U^{ik}_\mu + U^{ki}_\mu = 0$, или

$$t^i_\mu \equiv L^A \gamma^i_{A\nu} \xi^\nu_\mu + U^{ik}_{\mu,\,k}. \tag{2.13}$$

Если удовлетворяются уравнения движения, тождество (2.11) становится слабым законом сохранения, $t^i_{\mu,i} = 0$. Следуя Гильберту, мы можем назвать его несобственным законом, так как при $L^A = 0$ инвариантная векторная плотность t^i_μ отличается от нуля только величиной типа вихря.

Подведем итоги. Из инвариантности теории относительно $G_{\infty q}$ вытекают q дифференциальных тождеств, линейных относительно L^A. Наличие группы G_p дает p слабых законов сохранения; последние можно расширить до сильных законов, если теория инвариантна также относительно группы $G_{\infty q}$, содержащей G_p. Собственно слабые законы сохранения имеют место только в таких теориях, для которых группа симметрий G_p не может быть расширена до общей группы $G_{\infty q}$ без введения вспомогательных нединамических полей.

3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В РИМАНОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ — ВРЕМЕНИ

Законы сохранения и те тождества, о которых шла речь в п. 1, можно считать элементарными применениями теорем Э. Нэтер. В настоящем разделе будут получены глобальные законы сохранения для классических полей, взаимодействующих с точечными частицами, исходя из допущения, что риманово пространство — время допускает группу движений [12, 31а, 31б].

Теория тяготения Эйнштейна построена на следующих двух фундаментальных положениях.

А. Пространство — время является четырехмерным нормальным гиперболическим римановым пространством. Эта гипотеза существенно дополняется принципом эквивалентности и таким образом выясняется, как формулировать законы движения в общей т. о.

В. Метрический тензор удовлетворяет системе дифференциальных уравнений вида

$$G_\alpha^\beta \equiv R_\alpha^\beta - \frac{1}{2}\delta_\alpha^\beta R = -8\pi T_\alpha^\beta, \tag{3.1}$$

где T_α^β и R_α^β обозначают соответственно плотности тензора материи и тензора Риччи. Эти уравнения найдены с помощью принципа соответствия теории тяготения Ньютона. Однако позволительно считать, что положение А менее сомнительно, чем вид этих уравнений.

Исследование широкого класса физических теорем, основанных только на принятии положения А, представляет известный интерес. Метрический тензор может, но не обязан, определяться распределением материи. Нет даже необходимости истолковывать его компоненты g как гравитационные потенциалы. К этому классу теорий относятся частная т. о. и эйнштейнова теория тяготения с космологическим членом или без него.

Пусть физическая ситуация описывается набором тензорных полей ψ_r и координат $z^\alpha(s)$ точечной частицы (для простоты будем рассматривать только одну частицу). Эти функции вместе с римановой метрикой $g_{\alpha\beta}$ составляют то, что раньше мы обозначали через y_A, $y_A = (g_{\alpha\beta}, \psi_r, z^\alpha)$. Лагранжиан частицы имеет вид $\Lambda = \Lambda(\psi_r, \dot{z}^\alpha)$, где $\dot{z}_\alpha = dz^\alpha/ds$, $ds^2 = g_{\alpha\beta}dz^\alpha dz^\beta$, а плотность лагранжиана свободного поля пусть будет $\mathfrak{L}(g_{\alpha\beta}, g_{\alpha\beta,\gamma}, \psi_r, \psi_{r,\alpha})$.

Итак, интеграл действия можно записать следующим образом:

$$W = \int\limits_{\Omega} L dx = \int\limits_{\Omega} dx \left(\mathfrak{L} + \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Lambda \delta (x - z)\, ds \right),$$

где $\delta(x - z)$ обозначает четырехмерную функцию Дирака. $\mathfrak{L}$ (скалярная плотность) и Λ (скаляр) во всех координатных системах одинаковым образом зависят от своих аргументов. Заметим, что в W не входит какое-либо чисто гравитационное действие.

Вариационные производные $\delta W/\delta y_A$ распадаются на три группы: $2(\delta W/\delta g_{\alpha\beta}) \equiv T^{\alpha\beta}$ — это плотность тензора энергии — импульса материи. Величины $g_{\alpha\beta}$ играют вспомогательную роль и не являются динамическими переменными, так что $\delta W/\delta g_{\alpha\beta}$ нельзя приравнять нулю; равенства $\delta W/\delta\psi_r \equiv L^r = 0$ дают уравнения поля; равенства $\delta W/\delta z^\alpha \equiv \Lambda_\alpha = 0$ определяют движение частицы.

Из наших допущений следует, что W инвариантно относительно общей группы координатных преобразований в четырех измерениях (можно положить $Q^i = 0$). Бесконечно малые преобразования симметрии задаются формулой (2.6) и соответствующими уравнениями для y. Для широкого класса полей вводимую согласно (2.6) локальную вариацию можно записать в виде $\delta\psi_r = F^{s\beta}_{r\alpha}\psi_s \delta x^\alpha{}_{,\beta}$. Как известно, этому соответствует полная вариация метрики $\bar{\delta} g_{\alpha\beta} = -\delta x_{\alpha;\beta} - \delta x_{\beta;\alpha}$, где $\delta x_\alpha = g_{\alpha\beta}\, \delta x^\beta$. Тогда основное тождество (2.7) принимает вид

$$\frac{1}{2} T^{\alpha\beta} \bar{\delta} g_{\alpha\beta} + L^r \bar{\delta}\psi_r + \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Lambda_\alpha \delta x^\alpha \delta (x - z)\, ds +$$
$$+ \bar{\delta t}{}^{\alpha}_{,\alpha} + \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds\, \delta (x - z) \frac{d}{ds} \bar{\delta} p \equiv 0, \qquad (3.2)$$

где

$$\bar{\delta} t_\alpha = L \delta x^\alpha + \frac{\partial L}{\partial \psi_{,\alpha}} \bar{\delta}\psi_r + \frac{\partial L}{\partial g_{\varkappa\lambda,\,\alpha}} \bar{\delta} g_{\varkappa\lambda},$$

$$\delta p = \left[\left(\Lambda - \frac{\partial\lambda}{\partial \dot{z}_k} \dot{z}^k \right) \dot{z}_\lambda + \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{z}_\lambda} \right] \delta x^\lambda.$$

Калибровочной группой является $G_{\infty q}$, и мы получаем четыре тождества

$$(T_{\alpha}^{\beta}-L^{r}F_{r\alpha}^{s\beta}\psi_{s})_{;\,\beta}-L^{r}\psi_{r;\,\alpha}+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Lambda_{\alpha}\delta(x-z)\,ds\equiv 0. \tag{3.3}$$

Они выражают в общем виде известную зависимость между локальными законами сохранения $T_{\alpha;\,\beta}^{\;\beta}$, полевыми уравнениями $L^r = 0$ и уравнениями движения $\Lambda_\alpha = 0$. Если две последние системы уравнений удовлетворяются, то дифференциальный закон

$$T_{\alpha;\,\beta}^{\beta}=0 \tag{3.4}$$

следует из (3.3). Однако, как разъяснялось в п. 1, ковариантный локальный закон (3.4) в общем случае не дает глобально сохраняющихся величин. Легко видеть, что интегральные законы сохранения связаны с движениями в пространстве — времени.

Движение (изометрию) можно определить как непрерывное точечное преобразование, сохраняющее расстояние. Условие для того, чтобы векторное поле $\delta x^\alpha = \varepsilon\xi^\alpha$ порождало группу движений, выражается уравнением Киллинга

$$\xi_{\alpha\,;\beta}+\xi_{\beta;\,\alpha}=0, \text{ или } \bar{\delta}g_{\alpha\beta}=0. \tag{3.5}$$

Иными словами, движения не изменяют формы метрики. Некоторая группа движений G_p дает p законов сохранения в собственном смысле, форма этих законов — обращение в нуль обычных дивергенций.

Действительно, если мы запишем, что

$$\delta x^{\alpha}=\varepsilon^{\mu}\xi_{\mu}^{\alpha},\ \bar{\delta}t_{\alpha}=\varepsilon^{\mu}t_{\mu}^{\alpha},\ \bar{\delta}p=\varepsilon^{\mu}p_{\mu},$$

где $\mu = 1,\ldots, p$ не есть тензорный индекс, а ξ_{β}^{α} обозначает систему p независимых векторов Киллинга, то

$$t_{\mu,\,\alpha}^{\alpha}+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dot{p}_{\mu}\delta(x-z)\,ds=0, \tag{3.6}$$

если только удовлетворяются уравнения поля и уравнения движения.

Другую форму слабых законов сохранения дают соотношения

$$(T^{\beta}_{\alpha}\xi^{\alpha}_{\mu})_{,\beta} = 0. \tag{3.7}$$

Глобальные скалярные сохраняющиеся величины можно просто получить, интегрируя по полной трехмерной поверхности (σ); итак,

$$P_{\mu} = \int_{\sigma} T^{\beta}_{\alpha}\xi^{\alpha}_{\mu} d\sigma_{\beta}. \tag{3.8}$$

В пространстве, топологически эквивалентном плоскому пространству, величины P_{μ} постоянны, лишь бы можно было пренебречь временеподобными поверхностями на бесконечности. Физическая интерпретация того или иного P_{μ} зависит от геометрических свойств соответствующего вектора Киллинга.

Дальнейшие тождества можно получить из (2.7). Одно из них выражает тот факт, что сохраняющиеся глобальные величины, полученные из t^{α}_{μ} и из $T^{\alpha}_{\beta}\ \xi^{\beta}_{\mu}$, взаимно эквивалентны [28].

Следует подчеркнуть, что обычные канонические законы сохранения в специальной т. о. являются частными случаями законов, выражаемых (3.6). Группа движений в пространстве Минковского — это группа G_{10} неоднородных лоренцовых преобразований. Десять законов сохранения верны также в любом пространстве постоянной кривизны. Миры с симметрией более низкого порядка имеют меньшее число таких законов сохранения.

Лагранжева функция частицы Λ — это инвариантный скаляр и он сам по себе дает Нэтерово тождество. Конечно, если частица взаимодействует с полем, вообще говоря, нет таких сохраняющихся величин, которые можно было бы ассоциировать только с частицей. Тем не менее можно получить первые интегралы для частицы, движущейся во внешнем поле ψ_r, обладающем определенными симметриями. Точнее говоря, если порождающие группу G_p векторы ξ^{α}_{μ} таковы, что $\bar{\delta} g_{\alpha\beta} = 0$ и $\bar{\delta}\psi_r = 0$ при любом $\delta x^{\alpha} = \varepsilon^{\mu}\ \xi^{\alpha}_{\mu}$, то уравнения

$$\frac{dp_{\mu}}{ds} = 0 \quad (\mu = 1, \ldots, p) \tag{3.9}$$

удовлетворяются вдоль мировой линии частицы $x^{\alpha} = z^{\alpha}(s)$.

Если мировая линия нулевая, тогда первое условие, налагаемое на ξ^{α}_{ν}, можно ослабить до $\overline{\delta} g_{\alpha\beta} = \chi(x) g_{\alpha\beta}$. Для свободной же частицы (3.9) можно записать просто как равенство $g_{\alpha\beta}(dz_{\alpha}/ds)\xi^{\beta}_{\mu} = \text{const}$. Соответствующими уравнениями движения будут уравнения геодезической линии. Для статического и слабого гравитационного поля мы можем положить $g_{00} = 1+2\varphi$, где φ — ньютонов потенциал. В этом случае изометрия порождается векторами $\xi^{\alpha} = \delta^{\alpha}_{0}$ и первый интеграл получается в виде

$$m\left(1 + \frac{1}{2} v^{2} + \varphi\right) = \text{const}$$

(при этом скорость v считаем малой).

4. ПОНЯТИЕ ЭНЕРГИИ В ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ[3]

Прежде чем обсудить проблему гравитационной энергии в о. т. о., целесообразно указать некоторые особенности так называемой линейной теории гравитации. С точки зрения теории групп это теория частиц со спином, равным 2, и с нулевой массой покоя. В некоторых условиях ее можно рассматривать как приближенную и упрощенную модель Эйнштейновой теории. Обе эти теории инвариантны относительно группы $G_{\infty 4}$ (хотя структура такой группы в каждом из этих случаев своя). Любому из известных решений уравнений Эйнштейна для пустого пространства соответствует подобное линеаризованное поле. Для локальной структуры гравитационного поля, определяемой в о. т. о. алгебраическими свойствами тензора кривизны, в линейной теории существует полный аналог. В вакууме и тензор кривизны, и линеаризованный риманов тензор соответствуют одному и тому же неприводимому представлению однородной лоренцовой группы (включая отражения). Однако теория Эйнштейна и ее линейное приближение имеют существенные отличия.

---

[3] В этом параграфе мы поднимаем и опускаем индексы с помощью величин Минковского $\eta_{\alpha\beta}$. Квадратные скобки обозначают вполне антисимметричную часть, например

$$2a_{\alpha[\beta\gamma]} = a_{\alpha\beta\gamma} - a_{\alpha\gamma\beta}.$$

Прежде всего линейная теория лорентц-инвариантна и исходит из плоского пространства — времени. Ее уравнения линейны и новые решения в ней можно получать по методу наложения (суперпозиции). Во-вторых, источники линеаризованного поля $h_{\alpha\beta}$ образуют тензор второго ранга, который сам по себе должен сохраняться, но нет нужды отождествлять его с тензором энергии — импульса других полей.

В этом параграфе мы будем заниматься главным образом свободным линейным полем. Будет показано, что тензор энергии импульса для такого поля лоренц-инвариантен, но не калибровочно инвариантен. Иными словами, даже в линейной теории частиц со спином 2 трудно придать смысл локальному распределению энергии. Чтобы обойти эту трудность, были предложены различные рецепты. Они состоят в выборе особых масштабов для оценки распределения энергии и импульса. Вообще их авторы хотят использовать те же рецепты и в точной теории. Все же в линейной теории легче судить об обоснованности этих рецептов и легче усмотреть их значение.

Свободное «линейное гравитационное поле» описывается четырехиндексным тензорным полем $S_{\alpha\beta\gamma\delta}(x)$, удовлетворяющим следующие условия:

$$S_{\alpha\beta\gamma\delta} = S_{\gamma\delta\alpha\beta} = -S_{\beta\alpha\gamma\delta}\,, \quad S_{\alpha\,[\beta\gamma\delta]} = 0; \tag{4.1}$$

$$S_{\alpha\beta} \equiv S^{\lambda}_{\alpha\beta\lambda} = 0; \tag{4.2}$$

$$S_{\alpha\beta\,[\gamma\delta,\,\varepsilon]} = 0. \tag{4.3}$$

Уравнения (4.1) и (4.2) означают, что S обладает теми же алгебраическими свойствами, что и тензор Римана в пустом пространстве. Эти уравнения можно рассматривать как условия того, чтобы $S_{\alpha\beta\gamma\delta}$ было объектом неприводимого представления однородной лоренцовой группы.

Уравнение (4.3) означает, что поле $S_{\alpha\beta\gamma\delta}(x)$ неприводимо и относительно неоднородной лоренцовой группы.

Составляющие S вполне удобны для описания свободных линейных гравитационных полей. Однако из-за (4.3) соотношение (4.1) неудобно тем, что не принимает лагранжевой формы. Было бы затруднительно построить теорию линейного поля взаимодействий, исходя только из S. Как в электродинамике, тут целесообразно ввести вспомогательные функции, называемые потенциалами поля. А именно: из (4.1) и (4.3) следует, что существует по крайней мере локально такое тензорное поле $h_{\alpha\beta}(x)$, что

$$2S_{\alpha\beta\gamma\delta} = h_{\alpha\delta,\beta\gamma} + h_{\beta\gamma,\alpha\delta} - h_{\alpha\gamma,\beta\delta} - h_{\beta\delta,\alpha\gamma}.$$

Уравнение (4.2) становится теперь полевым уравнением второго порядка для $h_{\alpha\beta}$, и остальные условия удовлетворяются автоматически. Потенциалы $h_{\alpha\beta}$ определяются по S только с точностью до калибровочного преобразования

$$h_{\alpha\beta} \to h'_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} + a_{\alpha,\beta} + a_{\beta,\alpha}, \tag{4.4}$$

где $a_\alpha(x)$ — произвольное векторное поле. Уравнения свободного поля (4.2) можно получить, беря в качестве плотности действия

$$L = \frac{1}{32\pi}\left(h^{\alpha}_{\beta,\gamma}\, h^{\gamma\beta}_{,\alpha} - h^{\alpha\beta}_{,\beta} h^{\gamma}_{\gamma,\alpha} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta} h^{\gamma}_{\gamma,\alpha} h^{\delta}_{\delta,\beta} - \frac{1}{2}\eta^{\alpha\beta} h^{\gamma\delta}_{,\alpha} h_{\gamma\delta,\beta}\right).$$

Точнее, такая плотность лагранжиана приводит к уравнениям $H^{\alpha\beta} = 0$, где $H^{\alpha\beta} = S^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\gamma\delta}\eta^{\alpha\beta} S^{\gamma\delta}$. Эти полевые уравнения инвариантны относительно преобразований (4.4), но плотность действия при этом не инвариантна, $L \to L + Q^{\alpha}_{,\alpha}$. Поэтому канонический тензор энергии — импульса

$$t^{\beta}_{\alpha} = L\delta^{\beta}_{\alpha} - \frac{\partial L}{\partial h_{\kappa\lambda,\beta}} h_{\kappa\lambda,\beta} \tag{4.5}$$

не калибровочно инвариантен и не может стать таковым, какой бы ротор мы ни прибавляли. Более того, не определена плотность энергии t^0_0. Все это отличается от того, что имеем в электродинамике, где мы располагаем калибровочно-инвариантным тензором энергии Максвелла. Другими словами, в рассматриваемом случае определяемое согласно (4.5) распределение энергии зависит от системы потенциалов, использованной для описания заданного поля S. Для пояснения рассмотрим простую плоскую волну, задаваемую зависимостью

$$h_{\alpha\beta} = f''(u)\, yz k_\alpha k_\beta, \quad \text{где } u = t - x,\ k_\alpha = \partial_\alpha u, \tag{4.6}$$

что является нетривиальным решением (4.2), т. е. $S_{\alpha\beta\gamma\delta} \neq 0$, если только не $f'' = 0$. Тем не менее легко усмотреть, что в этом случае тензор энергии-импульса обращается в нуль, как и любой тензор второго ранга, квадратичный относительно первых производных от потенциалов. Все же простым калибровочным преобразованием можно привести $h_{\alpha\beta}$ к виду

$$h'_{\alpha\beta} = f(u)\left(\delta^2_\alpha \delta^3_\beta + \delta^3_\alpha \delta^2_\beta\right), \tag{4.6'}$$

и тогда мы получаем (4.5) в приемлемом виде: $16\pi t_{\alpha\beta} = f'^2 k_\alpha k_\beta$. Этот пример показывает, что «хотя все масштабы одинаково хороши, некоторые из них лучше, чем другие».

Источником этих затруднений можно считать то обстоятельство, что линейное пространство всех h, удовлетворяющих (4.2), не неприводимо относительно неоднородной лоренцовой группы. Это значит, что величины h описывают не одну определенную физическую сущность (гравитационный фотон), подобно $S_{\alpha\beta\gamma\delta}$, а целое семейство различных объектов. Какое-то определенное S дает целый класс потенциалов, причем два разных h принадлежат одному и тому же классу, если их можно связать каким-нибудь калибровочным преобразованием (4.4). Линейное гравитационное поле определяется теми свойствами, которые являются общими для всех h заданного класса. Любое же частное h сообщает нам, помимо информации о гравитационном поле, данные, относящиеся к другим степеням свободы.

Представляется приемлемым требование, чтобы энергию, а возможно и другие величины, можно было построить по потенциалам, не содержащим негравитационные составляющие. Такая формулировка не является вполне определенной, ее надо заменить формулами или требованиями, позволяющими выделить собственно гравитационный потенциал. Далее, возможно, что целесообразно так видоизменить лагранжиан, чтобы исключить «незаконные» степени свободы, не затрагивая уравнений движения. Дираку удалось этим методом придать точной теории тяготения Гамильтонову форму [9а]. При такой форме теории энергия отождествляется с гамильтонианом, который обращается в нуль в силу уравнений связи [9б]. Определение энергии по Дираку применимо к слабым полям и для них оно дает в основном те же результаты, что и вычисления, основанные на обычном, эйнштейновом, псевдотензоре.

Попытаемся теперь сформулировать для величин h некоторые ограничительные условия, которые позволили бы вычислять энергию более или менее единообразно. Так как масса покоя гравитационного фотона равна нулю, то представляется правдоподобным, что надо рассматривать только такие потенциалы, которые удовлетворяют уравнению

$$\Box h_{\alpha\beta} = 0. \tag{4.7}$$

Такое условие можно заменить несколько более сильным

$$\left(h_\alpha^\beta - \frac{1}{2}\delta_\alpha^\beta h_\varkappa^\varkappa\right)_{,\,\beta} = 0. \tag{4.8}$$

Если последнее уравнение удовлетворяется, то уравнения поля (4.2) сводятся к (4.7). Соотношения Эйнштейна (4.8) дают нам возможность построить удовлетворительную теорию полузамкнутой излучающей системы. Точнее, они позволяют однозначно вычислить полную скорость изменения энергии, которая излучается ограниченной системой.

Допустим, что мы имеем материальную систему, которая излучает линейные гравитационные волны. В таком случае уравнения (4.7) и (4.8) должны удовлетворяться только вне некоторой ограниченной области трехмерного пространства. Чтобы обеспечить отсутствие падающих волн, надо наложить на решения уравнений (4.7) и (4.8) условия излучения Зоммерфельда [4]

$$h_{\alpha\beta} = O(r^{-1}),\ h_{\alpha\beta,\ \gamma} = i_{\alpha\beta}k_\gamma + O(r^{-2}), \tag{4.9}$$

где $i_{\alpha\beta} = 0\,(r^{-1})$, $k_\alpha = \partial_\alpha u$, $u = t - r$, а r обозначает расстояние от фиксированной точки, выбранной где-либо в области, занятой источниками. Если дан потенциал $h_{\alpha\beta}$, удовлетворяющий (4.7) при соблюдении (4.9), у нас еще есть известная возможность выбора калибровочных преобразований. Именно, эти уравнения инвариантны относительно преобразований (4.4), если a_α запаздывающее решение волнового уравнения. В этом случае можно положить $a_{\alpha,\beta\gamma} = c_\alpha k_\beta k_\gamma + O(r^{-2})(c_\alpha = 0(r^{-1}))$, и калибровочное пре-

[4] $\Phi_A = 0\,(r^n)$ означает, что существует такая постоянная M, что, для достаточно больших r и для всех t, $|\Phi_A| \leqslant Mr^n$.

образование индуцирует следующее преобразование $i_{\alpha\beta}$:

$$i_{\alpha\beta} \to i'_{\alpha\beta} = i_{\alpha\beta} + c_\alpha k_\beta + c_\beta k_\alpha. \qquad (4.10)$$

Согласно (4.5) можно вычислить главную часть для $r \to \infty$ тензора энергии-импульса, использовав (4.8) и 4.9):

$$t_{\alpha\beta} = \rho k_\alpha k_\beta + O(r^{-3}),$$

где

$$32\pi\rho = i^{\alpha\beta}\left(i_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\eta^{\gamma\delta}i_{\gamma\delta}\right) = O(r^{-2}) \qquad (4.11)$$

— величина неотрицательная и инвариантная относительно калибровочных преобразований (4.10). Отсюда следует, что полная излучаемая мощность, рассчитанная по потоку вектора Пойнтинга t_0^α через поверхность большой сферы, всегда неотрицательна и не зависит от калибровки.

Предыдущий пример плоской волны ясно показывает, что условие (4.8) недостаточно для того, чтобы обеспечить во всех случаях разумное выражение для энергии. Эквивалентные потенциалы (4.6) и (4.6′) дают различные распределения энергии, хотя они оба удовлетворяют (4.8). Однако то, что с помощью калибровочных преобразований можно обратить в нуль некоторые из составляющих $h_{\alpha\beta}$, подсказывает способ преодоления этой трудности. Вообще говоря, можно выбрать величины так, чтобы было $h_{0\alpha} = 0$ ($\alpha = 0,\ldots, 3$), не нарушая при этом эйнштейновы калибровочные условия (4.8). Далее, из (4.8) следует, что след h_{ab} ($a, b = 1, 2, 3$) не зависит от времени и может быть аннулирован с помощью подходящего калибровочного преобразования. Тогда у нас остается потенциал, который в некоторой лоренцовой системе отсчета сводится к своей поперечной части h_{ab}, т. е. $h_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta}\,\delta^a_\alpha\,\delta^b_\beta$, $h_{aa} = 0$, $h_{ab,\,b} = 0$. Такие требования поперечности почти однозначно [5] фиксируют потенциалы и дают предусмотренное выражение для тензора энергии-импульса плоской волны.

Различные подходы к проблеме энергии, основанные на канонической формулировке эйнштейновой теории, дают в линейном приближении по существу то же самое [9б, 1].

Однозначно, если мы вводим соответствующие граничные условия.

Новый интересный объект, который можно использовать для измерения гравитационного поля, был открыт, независимо друг от друга, Робинсоном [27а, б] и Белем [2а]. Этот объект можно получить, отыскивая теоретико-групповой аналог максвеллова тензора энергии — импульса в линейной теории гравитации. Тензору $F_{\alpha\beta}$ электромагнитного поля соответствует неприводимое представление однородной лоренцовой группы, обычно обозначаемое как $D(1,0) + D(0,1)$. Прямое произведение поля на самого себя $F_{\alpha\beta}F_{\gamma\delta}$ можно расщепить на неприводимые части согласно формуле

$$[D(1, 0) + D(0, 1)]^2 = D(1, 1) + 2D(0, 0) + \\ + [D(2, 0) + D(0, 2)].$$

Первое слагаемое справа соответствует максвеллову тензору энергии, второе — двум инвариантам поля, а третье обозначает четырехиндексный тензор, описывающий поляризацию.

Аналогично линеаризованный (или точный) риманов тензор для вакуума соответствует неприводимому представлению $D(2,0) + D(0.2)$. Его прямой квадрат допускает следующее приведение:

$$[D(2, 0) + D(0, 2)]^2 = D(2, 2) + 2D(0, 0) + \\ + [D(2, 0) + D(0, 2)] + [D(4, 0) + D(0, 4)].$$

По тензору Римана для пустого пространства можно построить четыре независимых скаляра, но только два из них будут квадратичными функциями тензора кривизны. Последний член опять-таки соответствует тензору «поляризации» — в данном случае с четырьмя «косыми парами» индексов. Первый член справа соответствует аналогу Беля — Робинсона для максвеллова тензора энергии-импульса. У него четыре индекса, он вполне симметричен и обращается в нуль при свертывании. Эти свойства являются следствием его неприводимости. Более того, можно показать, что расходимость тензора Беля — Робинсона равна нулю, так как поле $S_{\alpha\beta\gamma\delta}$ неприводимо относительно неоднородной лоренцовой группы. Для плоской волны (4.6) этот тензор пропорционален $f''^2 k_\alpha k_\beta k_\gamma k_\delta$. Его **чисто временна́я составляющая никогда** не отрицательна.

5. ГРАВИТАЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Теперь мы перейдем к главной из рассматриваемых здесь проблем, т. е. к проблеме гравитационной энергии и законов сохранения в точной, эйнштейновой теории.

О физических причинах, связанных с энергией трудностей в о. т. о. мы говорили в § 1. К ним можно отнести принцип эквивалентности и геометрический характер гравитационного поля.

С физической точки зрения наибольший интерес представляют законы сохранения в виде обычной расходимости (дивергенции). Они всегда имеют место, если теория инвариантна относительно непрерывной, т. е. лиевой группы преобразований. Уравнения о. т. о. инвариантны относительно бесконечного множества таких однопараметрических групп. Беда в том, что для вполне общих гравитационных полей ни одна из этих групп сама по себе не имеет естественного смысла в противоположность тому, что имеем в лоренц-инвариантных теориях, где группа симметрии геометрически выделяется как группа движений в пространстве — времени.

К счастью, рассматриваемые в физике системы часто обладают некоторыми особыми свойствами, так что соответствующее риманово пространство допускает присущие ему группы преобразований. Например, в стационарных пространствах, т. е. в пространствах, допускающих времениподобное киллингово векторное поле, можно сформулировать настоящий ковариантный закон сохранения энергии (§ 3). То же самое можно сделать в пространствах с системой привилегированных наблюдателей, чьи мировые линии образуют нормальную конгруенцию [26]. Если пространство — время асимптотически плоско, можно взять группу преобразований, совпадающую на пространственной бесконечности с лоренцовыми преобразованиями. Таким образом получаются законы сохранения полной энергии, импульса и момента импульса для изолированных систем [15].

Прежде чем перейти к более детальному отчету о различных работах по законам сохранения в о. т. о., мы приведем несколько вопросов, на которые, по нашему мнению, нужно дать ответ, чтобы как следует понять, что такое гравитационная энергия.

1. При каких условиях можно говорить о полной энергии и т. п. изолированных систем? В какой мере можно здесь добиться однозначности и как преобразуются эти глобальные величины?

2. Можно ли сформулировать в о. т. о. «теорию вектора Пойнтинга» для систем с излучением (не обязательно гравитационным), направленным во вне?

3. Есть ли какой-нибудь смысл говорить о локальном распределении энергии, вычислять энергосодержание конечного объема и т. п.?

4. Существует ли чисто гравитационная энергия? Если да, то можно ли ее передавать на расстояние подобно электромагнитной энергии? Можно ли разбить полную энергию на гравитационную и негравитационную части?

Эти вопросы не независимы и, например, из утвердительного ответа на третий вопрос, несомненно, вытекает, что можно найти решение проблем, поставленных в первых двух.

В настоящем параграфе дано более или менее полное решение первых двух проблем. Другие вопросы окончательно не разрешены, мы рассмотрим здесь некоторые из относящихся к ним работ.

Прежде всего выясним, какие результаты можно получить с помощью вариационного формализма, изложенного в § 2. Полевые уравнения общей т. о. получаются варьированием интеграла действия, который содержит и чисто гравитационную часть и часть, соответствующую веществу. Для последней можно постулировать ту общую форму, которая введена в § 3. Чтобы получить обычные эйнштейновы уравнения поля (3.1), можно взять следующее выражение для гравитационного интеграла действия:

$$W = -\frac{1}{16\pi}\int\limits_{\Omega} R\,dx, \tag{5.1}$$

где R — скалярная плотность Риччи, а Ω обозначает область в четырехмерном пространстве времени. Многие авторы находят более удобным работать с лагранжевой плотностью G, которая отличается от R только на расходимость и не содержит никаких вторых производных метрического тензора: $G = R - (g_{\alpha\beta,\varkappa}\, dR/\partial g_{\alpha\beta,\varkappa\lambda})_{,\lambda}$.

Полевые уравнения Эйнштейна инвариантны относительно полной группы $G_{\infty 4}$ координатных преобразований, и это же относится к интегралу действия. Точнее, интеграл действия (5.1) инвариантен как численно ($Q = 0$), так и по форме. Интеграл действия с G вместо R имеет один и тот же вид во всех системах координат, но преобразуется согласно общему закону (2.3) с $Q \neq 0$.

Согласно теории, изложенной в § 2, инвариантность уравнений Эйнштейна относительно группы общих координатных преобразований дает четыре дифференциальных тождества; последние известны под названием упрощенных тождеств Бьянки и имеют вид $G^{\alpha\beta}_{;\beta} \equiv 0$.

Далее, любое векторное поле $\xi^\alpha(x)$ порождает однопараметрическую группу координатных преобразований G_1, подгруппу общей группы $G_{\infty 4}$, и уравнения поля инвариантны относительно G_1. Таким образом, любое векторное поле дает в о. т. о. какой-то слабый и какой-то сильный закон сохранения. Структура сохраняющейся величины зависит от того, исходим ли мы из лагранжиана первого или второго порядка. Более того, закон сохранения можно видоизменить, добавляя к сохраняющейся величине какой-нибудь ротор.

С существованием сверхпотенциалов связано существенное свойство законов сохранения в о. т. о. Любую величину θ^α, сохраняющуюся в смысле сильного закона и соответствующую полю ξ^α, можно записать в виде

$$\theta^\alpha = U^{\alpha\beta}_{,\beta}, \text{ где } U^{\alpha\beta} + U^{\beta\alpha} = 0. \tag{5.2}$$

Если $V^{\alpha\beta}$—другая «кососимметрическая» величина, то $\theta^\alpha = (U^{\alpha\beta} + V^{\alpha\beta})_{,\beta}$ тоже «строго сохраняется».

Строго сохраняющуюся величину θ^α можно расщепить на слабо сохраняющуюся гравитационную (псевдо) векторную плотность t^α и на выражение, линейное относительно $G^{\alpha\beta}$ и ξ^γ (ср. 2.12). С помощью уравнений поля (3.1) последнее слагаемое можно выразить через тензорную плотность материи $T^{\alpha\beta}$, поэтому окончательно $\theta^\alpha = t^\alpha + T^\alpha_\beta \xi^\beta$.

Не будем входить в детали вычислений, выполняемых в соответствии с тем. что изложено в § 2. Исходя из интеграла действия второго порядка (5.1), можно получить ковариантный закон, недавно открытый Комаром [20]. Данное Комаром выражение сильно сохраняемой величины, связанной с векторным полем ξ, получается с помощью сверхпотенциала

$$_{K}U^{\alpha\beta} = \frac{\sqrt{-g}}{8\pi}(\xi^{\beta;\,\alpha} - \xi^{\alpha;\,\beta}), \tag{5.3}$$

где g обозначает определитель метрического тензора $g_{\alpha\beta}$. С помощью соответствующего преобразования $_{K}U^{\alpha\beta} \to {}_{K}U^{\alpha\beta} + V^{\alpha\beta}$ или снова отправляясь от лагранжиана, можно получить другое удобное выражение сверхпотенциала [3 б] $_{B}U^{\alpha\beta} = U^{\alpha\beta}_{\lambda}\xi^{\lambda}$, где $U^{\alpha\beta}_{\lambda}$ — величина, введенная Фрейдом [13]:

$$16\pi\sqrt{-g}U^{\alpha\beta}_{\varkappa} = g_{\varkappa\lambda}[g(g^{\alpha\delta}g^{\beta\lambda} - g^{\beta\delta}g^{\alpha\lambda})]_{,\delta}. \tag{5.4}$$

Все известные гравитационные «псевдотензоры» и «комплексы» можно получить из сверхпотенциалов (5.3) и (5.4). Важно отметить, что сильный закон $\theta^{\alpha}_{,\alpha} \equiv 0$ в силе для θ^{α}, заданного согласно (5.2), как бы ни вело себя ξ при преобразованиях. А четыре величины ξ^{α} не обязательно должны составлять векторное поле.

Мы получаем «канонический» закон сохранения Эйнштейна, беря сверхпотенциал в форме Бергмана (5.4) и выбирая в качестве ξ^{α} объект с компонентами, постоянными в любой системе координат:

$$_{E}\theta^{\beta}_{\alpha} \equiv U^{\beta\gamma}_{\alpha,\gamma} = t^{\beta}_{\alpha} + T^{\beta}_{\alpha}, \quad _{E}\theta^{\beta}_{\alpha,\,\beta} \equiv 0, \tag{5.5}$$

где t^{β}_{α} — эйнштейнов псевдотензор энергии — импульса [10],

$$16\pi t^{\beta}_{\alpha} = -\delta^{\beta}_{\alpha}G + g_{\varkappa\lambda,\,\alpha}\,\delta G/\delta g_{\chi\lambda,\,\beta}.$$

Симметрический псевдотензор Ландау-Лифшица $t^{\alpha\beta}$ можно получить, полагая постоянными «ковариантные» составляющие $\xi_{\alpha}/\sqrt{-g}$:

$$_{L}\theta^{\alpha\beta} \equiv (\sqrt{-g}\,g^{\alpha\delta}U^{\beta\gamma}_{\delta})_{,\gamma} = t^{\alpha\beta} + \sqrt{-g}T^{\alpha\beta},$$

$$_{L}\theta^{\alpha\beta}_{,\,\beta} \equiv 0.$$

Ни t^{β}_{α}, ни $t^{\alpha\beta}$ не являются тензорной плотностью относительно общих преобразований, и t^{β}_{α} не равно $g_{\alpha\delta}t^{\delta\beta}$. Относительно линейных преобразований координат $_{E}\theta^{\beta}_{\alpha}$ и $_{L}\theta^{\alpha\beta}$ ведут себя соответственно как тензорные плотности веса 1 и 2. Более детально эти и подобные им объекты рассмотрены в работах Гольдберга [14б] и Бергмана [3б].

Ковариантный сверхпотенциал Комара (5.3) получается как обобщение комплекса энергии-импульса—Меллера ${}_M\theta_\alpha^\beta$; последний можно получить из первого, полагая $\xi^\alpha = \mathrm{const}$,

$$
{}_M\theta_\alpha^\beta = {}_M U_{\alpha,\gamma}^{\beta\gamma},
$$

$$
{}_M U_\alpha^{\beta\gamma} = \frac{\sqrt{-g}}{8\pi} g^{\beta\varkappa} g^{\gamma\lambda} (g_{\alpha\lambda,\varkappa} - g_{\alpha\varkappa,\lambda}). \tag{5.6}
$$

Наконец, стоит отметить, что всегда можно получить $\theta^\alpha = 0$ с помощью преобразования $U^{\alpha\beta} \to U^{\alpha\beta} + V^{\alpha\beta}$, где $U^{\alpha\beta} = -U^{\alpha\beta}$. Такой подбор был рекомендован Лоренцом, который отождествлял $G^{\alpha\beta}/8\pi$ с тензором энергии — импульса гравитационного поля [25].

Рассмотрим, как применять к физическим системам все это многообразие законов сохранения. Нас больше всего интересуют глобальные величины, которые описывают полную энергию, импульс и т. д. конечного или бесконечно большого «три-объема» U. Пусть S обозначает двумерную границу U. Можно записать величину, связанную с θ^α, в виде

$$
P = \int\limits_V \theta^\alpha d\sigma_\alpha = \oint_S U^{\alpha\beta} d\sigma_{\alpha\beta}, \tag{5.7}
$$

где $d\sigma_\alpha$ и $d\sigma_{\alpha\beta}$ обозначают соответственно элемент объема и элемент площади V и S. Величина P скалярна, если θ^α — векторная плотность, как в случае закона Комара. Однако этот скаляр не характеризует «внутренне» область V, пока не найден способ выбрать какой-то привилегированный вектор ξ^α.

Если пространство — время асимптотически плоско, можно взять в качестве ξ^α векторное поле, совпадающее на пространственной бесконечности с вектором Киллинга. Тогда, согласно уравнению (5.7), скаляр P, полученный интегрированием по бесконечно удаленной пространственно-подобной гиперповерхности σ, не зависит от выбора ξ на конечном расстоянии. Так как плоское пространство допускает десять независимых векторов Киллинга, можно рассчитывать на то, что для изолированных систем получатся десять глобальных величин.

Чтобы детальнее охарактеризовать свойства таких глобальных величин, мы воспользуемся соображениями

Эйнштейна и Клейна, основанными на канонических законах сохранения (5.5) ([10в, 19].

Возьмем изолированную систему масс ($T_\alpha^\beta = 0$ вне ограниченной три-области) и допустим, что существуют такие координаты, для которых [22]

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + 0\,(r^{-1}), \quad g_{\alpha\beta,\,\gamma} = 0\,(r^{-2}), \tag{5.8}$$

где r обозначает расстояние, измеряемое вдоль геодезических от фиксированной точки на пространственноподобной σ, а σ мы считаем асимптотически плоской. Введем четыре величины

$$P_\alpha[\sigma] = \lim \int_V {}_E\theta_\alpha^\beta d\sigma_\beta = \lim \oint_S U_\alpha^{\beta\gamma} d\sigma_{\beta\gamma}, \tag{5.9}$$

где переход к пределу осуществляется так, что V расширяется, покрывая целиком σ. Величины P_α обладают следующими важными свойствами:

a) P_α вычисленное согласно 5.9 в координатной системе, удовлетворяющей условиям (5.8), всегда конечно и не зависит от σ (закон сохранения);

b) P_α не изменяется при замене координат, не нарушающей условия (5.8) и сводящейся к тождеству при $r \to \infty$;

c) четыре числа P_α преобразуются при линейных преобразованиях как компоненты ковариантного вектора.

Доказательство части «а» этой теоремы основано на (5.5), откуда получаем, что

$$\int_{V'} {}_E\theta^\beta\, d\sigma_\beta - \int_V {}_E\theta_\alpha^\beta d\sigma_\beta = \int_\Sigma t_\alpha^\beta d\sigma_\beta,$$

где V' — область, лежащая на другой пространственноподобной гиперповерхности σ', а Σ — временеподобная гиперповерхность, соединяющая границы V и V'. Псевдотензор t_α^β квадратичен относительно $g_{\alpha\beta,\gamma}$ и поэтому при больших r ведет себя как $1/r^4$. При фиксированных σ и σ' объем Σ порядка не выше r^3, поэтому интеграл в правой части последнего уравнения стремится к нулю при $r \to \infty$ и окончательно

$$P_\alpha[\sigma] = P_\alpha[\sigma']. \tag{5.10}$$

Доказательство части b теоремы Эйнштейна — Клейна таково. Возьмем на σ две системы координат x_{I}^α и x_{II}^α, которые обе удовлетворяют условиям (5.8), а на бесконечности совпадают. Теперь введем во всем пространстве-времени две системы координат, тождественные на σ' и совпадающие на σ соответственно с x_I^α и x_{II}^α. Предполагается также, что между σ и σ' эти системы удовлетворяют условиям (5.8). Применив дважды (5.10), получим, что $P_\alpha[\sigma] = P_\alpha[\sigma']$ и $P_\alpha^{II}[\sigma] = P_\alpha[\sigma']$; поэтому $P_\alpha^I[\sigma] = P_\alpha^{''}[\sigma]$. В итоге P_α это свободный афинный вектор, так как ${}_E\theta_\alpha^\beta$ — это поле аффинной тензорной плотности. Из «b» и «c» следует, что P_α преобразуется как свободный вектор при тех изменениях координат, которые сводятся на пространственной бесконечности к лоренцовым преобразованиям.

Записав шварцшильдов элемент дуги в координатах, которые сводятся на бесконечности к декартовым, нетрудно получить ожидаемый результат $P_0 = m$, $P_\alpha = 0$.

Таким образом, теорему Эйнштейна — Клейна можно считать удовлетворительным решением проблемы глобальной энергии — импульса для изолированных систем в о. т. о. Подобный анализ можно применить и к глобальному моменту импульса. Псевдотензор момента импульса можно получить из [5.4], полагая $\xi_\alpha = \omega_{\alpha\beta}x^\beta$, где $\omega_{\alpha\beta}$ кососимметрический и численно постоянный объект. Был предложен ряд других выражений для момента импульса: Ландау и Лифшиц [21], Бергман и Томсон [4], Гольдберг [14б] и Бергман [3б].

Статические поля, создаваемые материей, распределенной в конечном объеме, удовлетворяют граничным условиям (5.8). Этим условиям могут удовлетворять и другие поля, но во всяком случае условия (5.8) исключают излучение. Сравнение с электродинамикой наводит на мысль, что поля с излучением в о. т. о. характеризуются скорее тем, что $g_{\alpha\beta,\gamma} = 0\ (r^{-1})$, чем тем, что $g_{\alpha\beta,\gamma} = 0\,(r^{-2})$. Однако, если интеграл от t_α^β по Σ не обращается в нуль, то соображения, использованные при доказательстве теоремы Эйнштейна — Клейна, неприменимы и смысл $P_\alpha[\sigma]$ становится неясным. Нельзя даже рассчитывать на сходимость интегралов $P_\alpha[\sigma]$, если излучение происходит с конечной скоростью, начиная с $t = -\infty$ (пространство заполнено радиационной энергией в бесконечно большом количестве). Все-таки, если система не возбуждается, скажем, до $t = 0$, затем некоторое время излучает и снова возвращается в невозбужденное состояние, можно указать разумное правило подсчета энергии и скорости ее изменения.

Порядок действий таков же, как и в линейной теории (см. § 4): энергия вычисляется в системе координат, асимптотически удовлетворяющих гармоническому условию $(\sqrt{-g}\, g^{\alpha\beta})_{,\beta} = 0$ [12, 31*в*]

Допустим, что рассматриваемое гравитационное поле определяет скалярное поле $u(x)$, градиент которого $\kappa_\alpha = u_{,\alpha}$ равен нулю. Это позволяет нам ввести «расстояние по светимости» r, полагая $(r^{-2}k^\alpha)_{;\alpha} = 0$ [6,29]. Теперь можно сформулировать граничные условия, обобщающие условия излучения Зоммерфельда на гравитационные поля, а именно: существуют такие координатные системы и такие функции $i_{\alpha\beta} = 0(r^{-1})$, что

$$g_{\alpha\beta} + \eta_{\alpha\beta} + O(r^{-1}),\ g_{\alpha\beta,\,\gamma} = i_{\alpha\beta}k_\gamma + O(r^{-2}), \qquad (5.11)$$

$$\left(i_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\eta^{\gamma\delta}i_{\gamma\delta}\right)k^\beta = O(r^{-2}). \qquad (5.12)$$

Выражения $P_\alpha(u) = \lim\limits_{r\to\infty,\ u=\mathrm{const}} \oint_S U^{\beta\alpha}_{\alpha} d\sigma_{\beta\gamma}$, если они сходятся, дают полную энергию и полный импульс системы в функции от сдвинутого времени u. Наши граничные условия гарантируют взаимное сокращение членов порядка $1/r$ в подынтегральном выражении и делают вероятным существование $P_\alpha(u)$. Кроме того, $P_\alpha(u)$ инвариантны относительно координатных преобразований, удовлетворяющих граничным условиям и сводящихся к тождеству при $r \to \infty$. Если излучение происходит только в течение конечного промежутка времени, $P_\alpha[\sigma]$ вполне определено и равно $P_\alpha(-\infty)$. Псевдотензор в волновой зоне задается таким же выражением, как канонический тензор в линейной теории (4.11). Если еще допустить, что $g_{\alpha\beta,\gamma\delta} = 0\ (r^{-1})$, то на основании (5.11) и (5.12) можно доказать, что часть порядка $1/r$ тензора кривизны будет типа Петрова II нуль [31 *в*].

До сих пор не удалось выяснить, как можно придать какой-либо смысл локальному распределению энергии. Меллер пытался найти ответ на вопрос, сформулированный выше (стр. 334, п. 3). Четыре величины ${}_M\theta^\alpha_0$, определенные согласно (5.6), ведут себя относительно общей группы пространственных координатных преобразований

$$x'^a = f_\alpha(x^b),\ x'^0 = x^0 + f(x^b) \tag{5.13}$$

как векторная плотность. Поэтому «энергия» ${}_M P_0 = \int_V {}_M\theta_0^\alpha d\sigma_\alpha$ не изменяется даже для конечного V при преобразованиях группы (5.13). Это является существенным преимуществом, так как избавляет от перехода к асимптотически декартовым координатам. Можно проводить вычисления с меллеровым комплексом энергии — импульса и в «сферических» координатах. Однако группа (5.13) имеет внутренний смысл только в стационарных пространствах. В общих римановых пространствах нет «хорошей» временно́й координаты и нет возможности отдать предпочтение какой-либо из координатных систем, связанных преобразованием $x^\alpha \to f(x^\alpha)$. Более того, как недавно показал Меллер, комплекс ${}_M\theta_\alpha^\beta$ приводит к глобальной величине ${}_M P_\alpha[\sigma]$, которая зависит от σ, если только не ограничиться «параллельными» σ. Это обусловлено тем, что в случае изолированных систем ${}_M\theta_\alpha^\beta$ содержит члены, которые ведут себя как $1/r^3$ (тогда как соответствующее выражение у Эйнштейна ведет себя как $1/r^4$).

Можно себе представить, что удастся определить локальное распределение энергии, вводя подходящие координатные условия, например, сходные с вводимыми в линейной теории. Однако физический или геометрический смысл таких условий не очень ясен.

Интересно отметить, что все гравитационные псевдотензоры, которые явно не содержат вектор ξ, обращаются в нуль для точной плоской волны в гармонических координатах $ds^2 = f''(u)yzdu^2 + 2dudx - dy^2 - dz^2$. Необращающееся в нуль выражение для t_α^β для этой волны можно получить, если применить преобразование, сходное с преобразованием слабого поля в § 4.

Недавно Пирани [26] предложил иной подход к проблеме энергии, имеющий то преимущество, что в его основу положены простые физические соображения, а не сложный вариационный алгорифм. Следуя Пирани, допустим, что в пространстве — времени существует система привилегированных наблюдателей. Эти наблюдатели считают себя неподвижными и объясняют кривизну своих мировых линий действием гравитационного поля. Пусть u^α есть поле четыре — векторов скорости наблюдателей. Вектор кривизны $K^\alpha = -u^\alpha{}_{;\beta}u^\beta$ можно истолковать как интенсивность (напряжение) гравитационного поля. Кроме того, допустим, что траектории u^α образуют нормальную конгруенцию, т. е., что существует семейство гиперповерхностей, ортогональных к u^α. Пусть, наконец, V обозначает область, лежащую на одной из этих гиперповерхностей, а S — ее границу. Аналогия с теорией тяготения Ньютона наводит на мысль определить содержащуюся в V гравитационную массу как $m[V] = -\frac{1}{4\pi}\oint_S K^\alpha n_\alpha dS$, где n^α — единичный вектор, нормальный к S и касательный к σ, а dS есть элемент площади S. С помощью простого преобразования можно показать, что

$$m\,[V] = \int_V \theta^\alpha d\sigma_\alpha = \oint_S U^{\alpha\beta} d\sigma_{\alpha\beta}, \qquad (5.14)$$

где $\theta^\alpha = U^{\alpha\beta}_{,\beta}$, $U^{\alpha\beta} = \frac{\sqrt{-g}}{4\pi}(u^{\beta;\alpha} - u^{\alpha;\beta})$. Последняя формула сходна с формулой Комара (5.3), но в данном случае u^α обозначает поле единичных векторов, тогда как в (5.3) ξ^α не столь частного типа.

В пространстве Шварцшильда очевидный выбор привилегированных наблюдателей дает нам $u^\alpha = \delta^\alpha_0 / \sqrt{g_{00}}$. Гравитационная масса, вычисленная, согласно (5.14) для простирающегося до бесконечности V, совпадает с постоянной m, входящей в элемент расстояния. С другой стороны, закон Комара дает правильное значение полной энергии в пространстве Шварцшильда, если в качестве ξ^α взять вектор Киллинга δ^α_0. Но очевидно, что различные выражения для полной энергии и полного импульса приводят к одинаковым результатам при применении к полям более сложным, чем в случае метрики Шварцшильда. Это один из невыясненных вопросов.

Наконец, скажем несколько слов о наиболее интересной проблеме — проблеме существования чисто гравитационной энергии. Во всех глобальных законах мы имеем дело с полной энергией, причем «полная» означает суммирование по всему пространству и по всем видам энергии. Например, если выбрать элемент расстояния, соответствующий точечному электромагнитному заряду e,

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{e^2}{r^2}\right)dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{e^2}{r^2}\right)^{-1} dr^2,$$
$$- r^2\,(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

то полная энергия в покоящейся системе отсчета, каким бы из вышеуказанных методов ее ни вычислять, оказывается равной m. Эту энергию можно считать состоящей из электромагнитной и механической составляющих и, возможно, гравитационной. Однако пока мы рассматриваем только внешнее решение нет возможности указать, каковы различные компоненты в m. Вполне допустимо утверждать, что вся энергия негравитационного происхождения. Чтобы решить проблему гравитационной энергии, нужно исследовать асимптотическое поведение гравитационных волновых пакетов (pulses). Под этим мы понимаем регулярные решения уравнений для пустого пространства, которые хотя бы для ограниченного промежутка времени асимптотически плоски в смысле (5.8). Как только мы получим такие решения, мы можем установить, обладают ли они ненулевой массой. Если ответ утвердителен, существование гравитационной энергии можно считать установленным.

Брилл исследовал класс симметричных во времени осесимметричных волн в момент временно́й симметрии [7]. Оказалось, что начальные данные для этих волн можно выбрать так, чтобы они соответствовали волновым пакетам с ненулевой массой. Более того, эта масса положительно определена в том смысле, что она обращается в нуль только при условии, что пространство плоское. Хотя пока не найдены полные решения такого типа, указанные результаты говорят за то, что чисто гравитационная энергия действительно существует.

5.6. РЕЗЮМЕ

1. Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса в частной т. о. связаны с десятипараметрической группой движений плоского пространства.

2. Энергия, импульс и т. д. в о. т. о. не столь удобные понятия, как в частной т. о. Это обусловлено тем, что в римановых пространствах нет симметрий.

3. Из общей инвариантности уравнений Эйнштейна вытекает бесконечное множество сильных законов сохранения. В частных случаях некоторые из этих сильных законов можно истолковать как законы сохранения энергии и импульса.

4. Последнее имеет место для изолированных систем в асимптотически плоском пространстве. В этом случае можно ввести глобальные сохраняющиеся величины.

5. В римановых пространствах, допускающих группу движений или привилегированную систему наблюдателей, существуют хорошие аналоги лоренц-инвариантных законов сохранения.

6. Законы сохранения играют важную роль в пределах применимости приближенных методов, подобных методу Эйнштейна — Инфельда — Гофмана. Этот вопрос не затрагивался в настоящей статье, так как он подробно изложен в литературе (Инфельд и Плебански [18]).

7. Четырехиндексный тензор Беля — Робинсона представляет собой интересный гравитационный аналог максвеллова тензора энергии-импульса.

В заключение автор выражает свою благодарность доктору П. В. Хиггсу и доктору Ф. А. Э. Пирани за полезные дискуссии и за критический просмотр рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Arnowitt, S. Deser, C. W. Misner. Phys. Rev, 1960, v. 118, 1100.
2. H. Bauer. Phys. Z., 1918, Bd. 19, 163. L. Bel. a) Compt, Rend., 1959, t. 248, 1297; б) Diss., Univ. Paris, 1960.
3. P. G. Bergmann. a) Phys. Rev., 1949, v. 75, 680; б) Phys. Rev., 1958, v. 112, 287.
4. P. G. Bergmann, R. Thomson. Phys. Rev., 1953, v. 89, 400.
5. E. Bessel-Hagen. Math. Ann., 1921, v. 84, 258.
6. H. Bondi. Nature, 1960, v. 186, 535.
7. D. R. Brill. Ann. Phys., 1959, 7, 466.
8. R. Debever. Compt. Rend., 1959, t. 249, 1324, 1744.
9. P. A. M. Dirac. a) Proc. Roy. Soc. London, 1958, v. A 246, 326; б) Phys. Rev. Letters, 1959, v. 2, 368.
10. A. Einstein. a) Berlin. Ber., 1915, 728 (русский перевод: Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., 1965, стр. 425); б) Ann. Phys., 1916, Bd. 49, 769 (русский перевод.: Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. I. М., 1965, стр. 453); в) Berlin. Ber., 1918, 448 (русский перевод: Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов, Т. I. М., 1965, стр. 650).
11. F. Engel, a) Cötting. Nachr., 1916, 270; б) Cötting. Nachr., 1917, 189.
12. В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М. 1955.
13. P. Freud. Ann. Math., 1939, v. 40, 417.
14. J. N. Goldberg. a) Phys. Rev., 1953, v. 89, 263; б) Phys. Rev., 1958, v. 111, 315.

15. R. W. Higgs, 1959, личное сообщение.
16. D. Hilbert, Math. Ann., 1924, Bd. 92, 1.
17. L. Infeld. Ann. Phys., 1959, v. 6, 341.
18. L. Infeld, J. Plebanski. Motion and Relativity. London, 1960.
19. F. Klein. Götting. Nachr., 1918, 394.
20. A. Komar, Phys. Rev., 1959, v. 113, 934.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Классическая теория поля. М., 1951.
22. A. Lichnerowicz. Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme. Paris, 1955.
23. C. Møller. a) Ann. Phys., 1958, v. 4, 347; б) Mat. Fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1959, 31.
24. E. Noether. Götting. Nachr., 1918, 235.
25. W. Payli. Relavitätstheorie. In: Enzycl. Math. Wiss., v. V, Leipzig, 1922 (русский перевод: В. Паули. Теория относительности. М.— Л., 1947).
26. F. A. E. Pirani. Доклад на симпозиуме «Релятивистские теории гравитации» (1959 г.); l'Abbaye de Royaumont, France. Gravitation, ed. Louis Witten, 1962, ch. VI.
27. J. Robinson. a) 1958, личное сообщение; б) 1962 (готовится к печати).
28. L. Rosenfeld. Acad. roy. Belg., 1940, 18, № 6.
29. R. Sachs. 1961, личное сообщение.
30. E. Schrödinger. Phys. Z., 1918, Bd. 19, 4.
31. A. Trautman. a) Bull. Acad. polon. sci. Cl. III, 1956, v. 4, 675, 679; б) 1957, v. 5, 721; в) 1958, v. 6, 407.

Томас А. Морган и Ашер Перес

ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ПРЯМОЙ ПРОВЕРКИ СИЛЬНОГО ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ[1]

Сильный принцип эквивалентности утверждает не только то, что в свободно падающей, не вращающейся лаборатории все свободные частицы движутся с одинаковой скоростью (это слабый принцип —эквивалентности), но и то, что сохраняются любые физические законы, независимо от места и времени [2,3]. Так как в основу общей теории относительности кладется именно сильный принцип эквивалентности, то часто утверждают, что эксперименты Этвеша — Дика [4] проверяют лишь слабый принцип эквивалентности и что они дают лишь косвенные аргументы в пользу предположения о справедливости сильного принципа эквивалентности[5]. Цель настоящей статьи—показать, что простая модификация вышеупомянутых экспериментов, а именно: использование тел с *упорядоченными нуклонами*, представляла бы весьма строгую прямую проверку сильного принципа эквивалентности.

Отметим прежде всего, что в ускоренной системе отсчета все тела *не должны* падать одинаково, так как силы инерции зависят от скорости. Это хорошо известно для силы Кориолиса во вращающейся системе отсчета и это также верно для равномерно-ускоренной системы отсчета. Действительно, метрике такой системы [5]

$$g_{00} = -[c + (gz/c)]^2 \text{ или } g_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}, \qquad (1)$$

---

[1] Thomas A. Morgan and Asher Peres. Direct Test for the strong Equivalence Principle. Phys Rev. Letts., 1962, 9 (2), 79—80. Перевод А. Г. Баранова

[2] R. H. Dicke. (в печати).

[3] Мы предполагаем возможность пренебрегать неоднородностью гравитационного поля в интересующей нас области.

[4] R. H. Dicke. Scient. American, 1961, v. 205, 84.

[5] C. Møller. The Theory of Relativity. Oxford. Clarendon Press, 1952, p. 255.

где g — постоянное ускорение. Уравнение геодической линии

$$(dv^{\gamma}/dt) + (\Gamma^{\gamma}_{\alpha\beta} - \Gamma^{0}_{\alpha\beta}v^{\gamma})\, v^{\alpha}v^{\beta} = 0, \tag{2}$$

где $v^{\alpha} = dx^{\alpha}/dt,\ v^{0} = 1$.
Это дает

$$F_z = mdv_z/dt = -mg\,[1 + (gz/c^2)]\,[1 + + 2\,(v_z^2/g_{00})], \tag{3}$$

что показывает зависимость сил Даламбера от скорости (заметим, что этот результат — прямое систематическое следствие закона преобразования для ускоренной системы отсчета и совершенно не зависит от справедливости или несправедливости общей теории относительности).

Поэтому, если мы рассмотрим горячее и холодное тела в равномерно-ускоренной системе отсчета, то инерционные силы, действующие на частицы горячего тела, будут меньше, чем те, которые действуют на частицы холодного. Тем не менее оба тела будут «падать» одинаково, как это легко усматривается, если исходить из того, что в инерциальной системе эти тела неподвижны.

Этот «парадокс» легко разрешается, если мы заметим, что *внутренние силы* в пределах каждого из этих тел должны преобразовываться из инерциальной системы отсчета в ускоренную и что это преобразование такое, что изменение внутренних сил точно компенсирует разницу в инерционных силах в горячем и холодном телах. Что это должно быть именно так, очевидно и без детального вычисления, если вспомнить, что в сущности мы лишь описали в различных системах отсчета одно и то же физическое явление.

Отвлечемся теперь от «бумажной физики» и рассмотрим наши горячее и холодное тела в реально *гравитационном* поле (обусловленном притяжением внешних масс) [3]. Мы не можем здесь ссылаться на слабый принцип эквивалентности, ибо частицы в этих телах не свободны. Тем не менее сильный принцип эквивалентности утверждает, что оба тела будут падать одинаково, если первоначально оба были неподвижны, ибо оба будут неподвижны в свободно падающей системе отсчета. Отсюда вытекает следующее требование: во-первых, гравитационные силы должны зависеть от скорости точно в такой же степени, как и инерционные, и, во-вторых, гравитационное поле должно взаимодействовать со *всеми* внутренними силами (молекулярными, ядерными и т. д.) так, чтобы в точности компенсировать преобразования этих сил при переходе к свободно падающей системе отсчета.

Последний пункт проверялся до сих пор тщательно [4] лишь в случае беспорядочных внутренних движений. Можно подумать, что гравитационное поле действует на внутренние силы иначе, чем инерциальное, но что различие усредняется до нуля из-за беспорядочных движений. Возможная проверка такой гипотезы состояла бы в проведении экспериментов типа Этвеша—Дика с упорядоченными нуклонами, чтобы внутренние движения перестали бы быть хаотичными. В этом случае нуклоны уже не будут классической системой, к которой можно применить уравнение (3), и можно было бы ожидать проявления самого эффекта, хотя бы качественно. Расхождение, если оно вообще существует, может быть порядка ядерного дефекта масс, т. е. 10^{-3}. С другой стороны, отрицательный результат представлял бы весьма серьезное подтверждение общей теории относительности.

Н. П. Коноплева, Г. А. Соколик

ПРОБЛЕМА ТОЖДЕСТВА И ПРИНЦИПЫ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Настоящая статья посвящена попытке более строго сформулировать понятие физической закономерности.

Всякая возможная теория, основанная на измерении, предполагает введение класса систем отсчета, в которых ориентируется прибор. Следовательно, всякая теория, поскольку она является теорией, а не бессвязным набором фактов, включает в качестве необходимой предпосылки, предшествующей эксперименту, некоторый принцип, на основании которого результаты измерений пересчитываются из одной системы отсчета в другую. Иными словами, референция с необходимостью предполагает критерий равенства, понимаемый как принцип относительности, т. е. утверждение независимости результатов измерения относительно определенного класса преобразований координат, образующего группу.

То, что произвольный класс таких преобразований действительно образует группу, следует из замечания Г. Вейля[1] о том, что известные аксиомы равенства: транзитивность $a = b \;\&\; b = c \vdash a = c$, рефлексивность $a = a$ и симметрия $a = b \vdash b = a$ переходят в групповые аксиомы, если отношение равенства вводится произвольным отображением некоторого множества на себя (автоморфизмом). Тогда равными считаются $f \leftrightarrow f'$, связанные автоморфизмом, а сама совокупность отображений будет обладать структурой группы, причем групповая операция определяется как последовательно проведенные два отражения

$$f_1 \leftrightarrow f_2 \leftrightarrow f_3 \equiv f_1 \leftrightarrow f_3$$

---

[1] Г. Вейль. Классические группы, их инварианты и представления. ИЛ, 1947.

Из аксиомы транзитивности следует ассоциативность, т. е. $(ab)c = a(bc)$; рефлективность $a = a$ вводит единичный элемент $ge = g$, и, наконец, симметрия соответствует аксиоме существования обратного элемента g^{-1}

$$gg^{-1} = e.$$

Определив отношение между измерениями в разных системах отсчета как равенство, мы тем самым задаем структуру теории[2] (т. е. совокупность аксиом, определяющих отношения, заданные на множестве элементов, не определяемых в рамках самой аксиоматики).

Интерпретация научной теории как классификации абстрактного множества, основанной на группе преобразований, задающей конгруэнцию, приводит нас к идеям эрлангенской программы Клейна[3], сводившей геометрию к изучению свойств геометрических объектов, инвариантных относительно некоторой группы преобразований. Согласно Клейну, геометрия есть собственно принцип построения, предполагающий аксиоматически введенную конгруэнцию. Эрлангенская программа может рассматриваться как первый пример сведения научной теории к систематике.

Но такое понимание систематики предполагает интранзитивность соответствующей группы, т. е. существование инвариантов. Транзитивная группа, не оставляющая инвариантными какие-либо свойства изучаемых объектов, по которым классификация производится, отождествляет тем самым все элементы множества $\{f\}$, приводя к вырождению систематики, а следовательно, и структуры.

Однако прежде чем распространять клейновский подход на физику, остановимся подробнее на связи между проблемой тождественности в физике и групповой структурой научной теории.

Естествоиспытатель, в отличие от математика, никогда не имеет в своем распоряжении строго тождественных между собой объектов, точно так же, как понятия, в которых он формулирует результаты своих наблюдений, чаще всего строго не определены и содержат элементы наглядности и интуиции. Совокупности объектов, которые физик

---

[2] Н. Бурбаки. Архитектура математики. Очерки по истории математики. Мир, 1963.

[3] Об основаниях геометрии. ГИТТЛ, 1956; H. Weyl. Symmetry, Princeton, 1952.

считает тождественными, определяются его способностью различать с помощью приборов, применяемых в каждом данном эксперименте. Таким образом, группа симметрии, задающая принцип относительности теории и порожденная способом отождествления изучаемых объектов, оказывается группой симметрии состояний приборов. При этом результаты эксперимента могут быть корректно сформулированы только в терминах инвариантов указанной группы. Это вполне естественно, так как понятия, соответствующие неинвариантным в рамках данной теории величинам, не имеют в ней определенного смысла и не связаны с характеристиками исследуемых систем.

Кроме того, границы применимости понятия «тот же самый» тесно связаны с представлением о причинности. Проблема тождественности волновала еще буддистских философов (например, Нагарджуну)[4]. Буддисты считали, что мир, образованный из нерасчлененных логических элементов, подчиняется причинной зависимости, что все в мире определяется лишь постольку, поскольку существует функциональная зависимость между его частями. Нагарджуна представлял себе причинную зависимость как гладкую кривую, в которой каждая точка $f(x)$ обусловлена предыдущей, отделенной от нее бесконечно малым временным интервалом. Причина, приводящая к порождению элемента df, делает необходимым замену исчезающего элемента новой точкой. Но причина, которая действует в течение конечного промежутка времени, нарушает принцип достаточного основания, поскольку в этом случае предполагается существование второй причины, связывающей первую причину и следствие. Таким образом, чисто релятивистское понимание принципа причинности, с точки зрения которого ничто в мире не имеет какого-либо смысла вне функциональной зависимости, приводит к рекреационной гипотезе изменения внешних объектов. Но тогда и возникает необходимость каким-нибудь образом отождествить различные причинно связанные состояния, т. е. подвести отдельные события, объединенные общим законом причинности, под общее понятие. Иными словами, причинность как логическое отношение предполагает два типа равенства.

С одной стороны, причинность, чтобы иметь общность закона, как говорилось, предполагает принцип относи-

---

[4] Ф. И. Щербацкий. Budhist logic. Л., Изд-во АН СССР, 1932.

тельности, отождествляющий системы референции, в которых эта зависимость определяется. В этом смысле принцип относительности является уточнением юмовского определения причинной связи как постоянной связи двух событий, разделенных времениподобным интервалом. Но в то же время, даже единично упорядоченная траектория, объединяющая ряд событий, является некоторой универсалией, даже если установленная функциональная зависимость не имеет какой-либо степени общности, будучи сформулированной лишь в одной системе отсчета. Таким образом, оба типа тождества в сущности различаются лишь в том, что одно равенство позволяет давать общее имя процесса континууму событий, в то время как принцип относительности объединяет в классы сами процессы (классы классов).

Для того, чтобы понятие множеств, предшествующее введению закономерности, не приводило к парадоксам теории множеств типа «лгущего критянина», необходимо различать типы универсалий, т. е. типы общности, образующие в этом случае расселовскую иерархию типов. Например, набор биологических и социологических событий, соответствующих одному генотипу (и поэтому уникальный), объединяется общим именем человеческой личности, т. е. предполагается, что несмотря на причинную зависимость и предполагаемую этой зависимостью рекреацию, точнее, именно в силу рекреации, можно говорить о тождественности личности.

Предположение же, что определенные утверждения верны в отношении личности в определенном классе допустимых ситуаций, позволяет формулировать биологические и социальные закономерности, т. е. объединять в классы уже самих людей.

В связи с проблемой двух типов равенств естественно вспомнить о кантовском парадоксе рук, как раз основанном на сопоставлении тождества как конгруэнции и тождества-неразличимости, предполагающем закон достаточного основания (последний тип равенства Кант называл неконгруэнтным подобием).

Введем двойную классификацию объектов, обладающих симметрией. Тогда два объекта можно отождествлять по Лейбницу, просто утверждая, что группа автоморфизмов, отображающих один из объектов на себя, обладает той же структурой, что и группа, отождествляющая элементы второго объекта. Иными словами, сравнение объектов может осуществляться не только их отождествлением, т. е. отображением множества объектов на себя, но и сопоставлением внутренних симметрий различных объектов, ограничиваясь отождествлением элементов отдельных объектов. В геометрии сходная ситуация возникает, если одновременно учитывать так называемые первое и второе равенства по Картану, причем[5] первый критерий равенства требует одинакового взаимного расположения точек объекта, тогда как второй основан на конгруэнции. Как говорилось выше, аксиоматически введенное отношение равенства обладает структурой группы преобразований, но если элементы, на которых определяется равенство, не точки, а по крайней мере, векторы, т. е. если элементы обладают некоторой структурой, то следует различать два вида равенства.

Прежде всего отметим, что перечисленных ранее трех аксиом

1. $a = a$.
2. $a = b \vdash b = a$.
3. $a = c \,\&\, b = c \vdash a = b$,

для сравнения векторов недостаточно.

Добавим, согласно Картану, следующие аксиомы:

4. Каждая точка пространства служит началом единственного вектора, равного данному.

5. Каждый вектор, равный нулевому, сам является нулевым.

6. Если

$$\mathbf{ab} = \mathbf{a'b'}; \quad \mathbf{bc} = \mathbf{b'c'},$$

то

$$\mathbf{ac} = \mathbf{a'c'}.$$

7. Если два вектора равны, то обратные к ним тоже равны

$$a = b \vdash a^{-1} = b^{-1}.$$

Очевидно, что аксиомы 5 и 6 относятся к операциям над векторами, а именно — к операции сложения. При этом

---

[5] Э. Картан. Геометрия групп Ли и симметрические пространства. ИЛ, 1949.

аксиома 6 требует инвариантности этой операции, независимости ее от выбранных элементов, а аксиома 5 означает, что сложение является групповой операцией.

Если рассматривать векторы как векторы скорости частицы, то аксиома 4 может быть переведена на язык причинности как требование детерминизма (классическое).

Требование 7, будучи сформулировано на языке логических отношений, означает что, из «из a следует b» вытекает «из не-a следует не-b».

Определим два рода равенства следующим образом: скажем, что $\mathbf{ab} \overset{\mathrm{I}}{=} \mathbf{a'b'}$ в первом смысле, если a переводится в b тем же преобразованием, что a' в b', и $\boldsymbol{ab} \overset{\mathrm{II}}{=} \boldsymbol{a'b'}$ во втором смысле, если a переводится в a' тем же преобразованием, что и b в b'.

Примеры.

а) Представим себе трапецию $aba'b'$, ab — ее верхнее основание; $a'b'$ — нижнее; O — точка пересечения диагоналей. Поворачивая отрезок aa' на угол α вокруг точки O, мы переводим a в b тем же преобразованием, что a' в b'.

При этом отрезок aa' накладывается на bb', т. е. aa' конгруэнтен bb'. Согласно определениям равенств, $ab \overset{\mathrm{I}}{=} a'b'$ (эти отрезки не равны, но подобны); $aa' \overset{\mathrm{II}}{=} bb'$ (конгруэнтность).

На этом примере видно, что если равенство определяется на основе группы движений плоскости, равенства I и II неэквивалентны, т. е. нельзя найти среди преобразований группы движений такие, которые любые два вектора, равных в первом смысле, делали бы равными также и во втором смысле. Но если мы возьмем за основу конформную группу, оба критерия равенства совпадут. Действительно, конформным преобразованием (но не тем же, которое использовалось ранее) можно перевести *одновременно* a в a' и b в b', т. е. реализовать $aa' \overset{\mathrm{I}}{=} bb'$ и $ab \overset{\mathrm{II}}{=} a'b'$.

б) Пусть в системе координат A движется пара частиц: протон p и нейтрон n. Тот факт, что в каждой новой точке пространства мы считаем протон и нейтрон теми же самыми частицами, может быть записан следующим образом: $p \to p'$; $n \to n'$ — одним и тем же преобразованием группы Галилея (пусть частицы нерелятивистские).

Это значит, что совокупность $pp' \overset{\mathrm{I}}{=} nn'$, а совокупность $pn \overset{\mathrm{II}}{=} p'n'$ (система pn движется как целое). Оба вида равенства будут эквивалентны в рамках группы, включающей преобразования, переводящие одновременно $p \to n$ и $p' \to n'$, ибо тогда наряду с $pn \overset{\mathrm{II}}{=} p'n'$ всегда будем иметь $pn \overset{\mathrm{I}}{=} p'n'$ и $pp' \overset{\mathrm{I}}{=} nn' \vdash pp' \overset{\mathrm{II}}{=} nn'$. Как известно, искомыми преобразованиями будут преобразования изотопической группы. Таким образом, для системы pn оба критерия совпадают в рамках объединенной групы симметрии, включающей группу движения и изогруппу.

Возвращаясь к парадоксу двух рук, видим, что правая и левая руки станут конгруэнтными, т. е. кантовский и лейбницевский критерии равенства совпадут, если перейти к более широкой (объединенной) симметрии, т. е. добавить к движениям трехмерного пространства инверсию [6].

Проблема тождества связана и с теоретико-множественными парадоксами, т. е. неограниченное употребление понятия равенства также может привести к трудностям, как и неограниченное употребление слов «все» и «существует». Это видно из приведенного ранее одним из нас [6] примера такой трудности, связанного с понятием множества элементов, не принадлежащих ни к какому множеству. В данном случае парадокс связан с понятием пустого множества, обычно определяемого как множество нетождественных себе элементов. Возникшая трудность, вероятно снимается, если пользоваться иерархией типов, т. е если различать равенство I рода (равенство как неразличимость) и конгруэнцию, основанную на понятии класса классов, причем становится законным понятие о неконгруэнтном подобии, на которое указывал Кант [7]. Благодаря тому, что равенство-конгруэнтность на множестве классов может выполняться, даже в случае отсутствия равенства-неразличимости, мы получим, так сказать, несколько типов

---

[6] Г. А. Соколик. Симметрия в современной физике. Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии, Киев, Наукова Думка, 1965.

[7] И. Кант. О первом основании понятия сторон в пространстве. Собр. соч., т. 2. Изд-во «Мысль», 1964.

непринадлежности к множеству и таким образом будем иметь право говорить о множестве не вошедших ни в какое множество элементов, не приходя к противоречию. Таким образом, мы в сущности можем примерять в одной системе номиналистическую концепцию, основанную на неразличимости, т. е. полагающую объект тождественным имени, являющимся общим названием всех элементов объекта, и понятие универсалий, определенное автоморфизмом на множестве множеств.

Как известно, квантор общности, как и всякий другой логический интеграл, будучи применен к логической функции, превращает ее переменные в немые индексы. С нашей точки зрения это означает, что вводя принцип конгруэнции, отождествляющий некоторый класс ситуаций, к которым могло бы быть отнесено высказывание, мы приписываем единичному высказыванию значимость общего положения, т. е. закона природы, не зависящего от содержательной интерпретации своих переменных. Тогда становится понятной роль так называемого принципа соответствия, т. е. требования, чтобы менее точная классификация содержалась в более широкой структуре. Именно логическое интегрирование [8], т. е. степень независимости результата наблюдения от некоторого класса систем референции, определяется структурой. Тогда обобщение симметрии означает в сущности расширение пределов интегрирования.

Принцип соответствия следует понимать таким образом, что обобщая структуру мы собственно учитываем все новые и новые невозможности, в предыдущей структуре не учтенные, а значит являющиеся в рамках этой структуры единичными высказываниями. В этом смысле отсутствие в нерелятивистской физике, чья структура задается группой Галилея, примеров сверхсветового движения можно было бы рассматривать как единичное обстоятельство, в то время как в рамках Лоренц-инвариантности это обстоятельство приобретает общность и тем самым значимость физического закона. Такая формулировка принципа соответствия, основанная на иерархии вложенных структур (т. е. учтенных невозможностей), в известном смысле приводит к пониманию эрлангенской про-

---

[8] П. С. Новиков. Элементы математической логики. Изд-во «Наука», 1959.

граммы как исторического метода в науке, поскольку мы, собственно говоря, понимаем иерархию симметрий как «слепок» эволюции данной теории, так как каждая подгруппа фундаментальной группы представляет определенный уровень различения, а значит определенный уровень развития теории.

Еще пифагорейцы обратили внимание на связь, существующую между симметриями геометрических фигур и статическим равновесием.

В современной физике такое соответствие отражено в известной теореме Нетер[9], устанавливающей связь между интегралами канонических уравнений (обращающими в нуль скобку Пуассона) и инвариантами соответствующих непрерывных групп.

В теореме Нетер развиваемое нами выше положение о симметрии как принципе, предполагаемом всякой возможной физической закономерностью, приобретает по существу тавтологический характер, отождествляя симметрию и математическую формулировку закона сохранения, необходимо предшествующую выводу собственно физической, основанной на измерениях закономерности. Как уже говорилось[6], понижение симметрии связано со снятием вырождения в спектре состояний прибора. В квантовой теории такое расщепление мультиплетов состояний интерпретируется как включение некоторого взаимодействия. Наиболее прозрачно эта связь между взаимодействиями и симметриями формулируется в так называемой теории компенсирующих полей, согласно которой поля взаимодействия вводятся для восстановления нарушенной симметрии. Возникает иерархия взаимодействий, соответствующая иерархии вложенных симметрий. Такая трактовка поля хорошо согласуется с наблюдаемыми несохранениями динамических констант при переходе к более слабому взаимодействию (например, с несохранением четности в слабом взаимодействии). Но тогда вполне естественным становится вопрос о месте гравитации в иерархии взаимодействий или, другими словами, о выяснении отношения принципа общей ковариантности ко всем остальным структурам, т. е. о связи общего и специального принципов относительности. Говоря о гравитацион-

---

[9] Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Физматгиз, 1957.

ном взаимодействии, мы, собственно говоря, имеем в виду слабейшее взаимодействие, универсальное поле, одинаково действующее на приборы и на измеряемый объект[10]. Естественно, что такое поле не должно сохранять никакой симметрии, так как симметрия всегда связана с процессом абстрагирования, с выделением некоторого числа предикатов, по которым проводится классификация, т. е. относительно которых говорится о степени их независимости от референции, но это как раз и невозможно в случае универсального поля, действующего на все реально существующие опытно воспринимаемые объекты. Соответствующий принцип относительности задается совокупностью произвольных непрерывных преобразований, называемой группой дифференциальной геометрии, хотя этот класс преобразований, строго говоря, вообще не является группой[10], так как не задает какого-либо автоморфизма (области определения преобразований этого класса, вообще говоря, не совпадают).

Для того чтобы такую предельную симметрию, заключающуюся в отсутствие всякой симметрии, можно было бы рассматривать как принцип относительности, необходимо переопределить область произвольных непрерывных преобразований, т. е., как говорят алгебраисты, произвести расширение, заменяя точки на множества мощности континуума.

Тогда совокупность непрерывных преобразований переходит в тождественное преобразование континуального множества в себя, а следовательно, может рассматриваться как тождественный автоморфизм.

При усилении симметрии расширяется область логического интегрирования и тем самым объем понятий. Элементы, являющиеся логически атомарными в рамках данной структуры, заменяются множествами объектов, атомарных уже лишь с точки зрения высшей симметрии. Но тогда следует делать различие между предельной симметрией, не задающей какой-либо степени однородности, атомизирующей все возможные объекты, и получаемой из нее группы общей ковариантности, которая может пониматься как симметрия лишь в рамках вселенной как груп-

---

[10] Ж. Фавар. Курс локальной дифференциальной геометрии. ИЛ, 1960; К. П. Станюкович. Гравитационное поле и элементарные частицы. Изд-во «Наука», 1965 г.

па, отождествляющая все мыслимые объекты. Именно так и будет в дальнейшем нами пониматься универсальность соответствующего поля, т. е. гравитации.

Мы уже говорили об особенности гравитации как силового поля, возникающего не из-за нарушения инерциальности, т. е. при переходе к системе отсчета, не допустимой с точки зрения данного принципа относительности, а просто в силу того обстоятельства, что, если сила — это причина движения, гравитация, выводимая из геометрии пространства, с точки зрения которой допустимы все системы отсчета (т. е. поле, от которого невозможно оттрансформироваться), является, в известном смысле, «высшей причиной» динамических свойств объектов, определяемой по отношению к аксиомам структуры как «нечто другое», как инакость, тем не менее являющаяся имманентной в отношении теории, основанной на общей ковариантности. В этом случае универсальность поля понимается как его неустранимость (невозможность экранирования), поскольку оно вводится не за счет нарушения симметрии, как поля, входящие в иерархию взаимодействий, а за счет неустранимых ошибок, возникающих при измерении всех возможных нарушений законов сохранения [6] (за счет отклонения от классической формы теоремы Нетер). Универсальное поле, очевидно, должно быть слабее всех полей взаимодействия, входящих в иерархию, поскольку, как говорилось, оно, будучи неэкранируемым, действует как на объект измерения, так и на самый прибор, так что измерение в противном случае было бы вообще невозможно. Именно поэтому в физике обычно отождествляются слабейшее (при данном уровне точности измерения) и универсальное поля.

Можно было бы сказать, что на каждом уровне точности наблюдения мы не в состоянии различать между слабейшим полем и универсальным полем ошибок, причем в процессе научного развития «уровень универсальности» понижается, и все новые и новые поля включаются в иерархию взаимодействий.

Объединенное рассмотрение указанных двух типов полей возможно, если наряду с внутренним пространством состояний прибора, т. е. пространством симметрий, выделяющих чистые состояния систем, рассматривается внешнее пространство общего принципа относительности. Отображение пространства приборов на внешнее позволяет упорядочить внешнее пространство, так как задает сетку мировых координат. Геометрически отображение можно определить, присоединив «приборное» пространство в каждой точке мирового пространства. Естественно, операция отображения не должна затрагивать процесса измерения, так как внешний мир не должен зависеть от способа наблюдения. Но для того, чтобы трансформации мировых координат не привели к перепутыванию состояний прибора, т. е. к нарушению сохранения соответствующей симметрии, мировые координаты должны быть инвариантами данной группы. Тогда общий принцип относительности утверждает независимость измерения от выбора точки мирового пространства, в котором к ней присоединяется «приборное» пространство, в то время как частные принципы задаются симметриями пространства состояний прибора.

Мы видели, что всякая возможная научная (т. е. обладающая общностью) теория сводится к анализу степени независимости некоторых высказываний относительно преобразований системы референции, определяемой базисом $|\psi\rangle$ и $\langle\psi|$, на который натягивается гильбертово пространство (агрегат всех линейных комбинаций $|\psi\rangle$ и $\langle\psi|$). Общность определяется группой преобразований G, образованной операторами

$$T_g = \exp\,[\varepsilon^a \underset{a}{M}], \qquad \text{где } [\underset{a}{M}\,\underset{b}{M}] = f^c_{ab}\,\underset{c}{M}.$$

Множество групп G, т. е. множество принципов относительности, соответствует, вообще говоря, различным измерениям с помощью различных приборов.

Потенциал поля, порождаемого нарушением симметрии, т.е. отклонением от инерциальности (инерциальности, разумеется, обобщенной, в смысле принципа относительности G, вообще говоря, содержащего изотопическую симметрию), вводится как коэффициент аффинной связности мирового пространства.

Смысл аффинной связности потенциал приобретает ввиду нетензорного закона преобразования [11]

$$\delta A^a_\mu = \varepsilon^b f^a_{bc} A^c_\mu + \partial_\mu \varepsilon^a.$$

---

[11] Теория компенсирующих полей и элементарные частицы. Мир, 1964.

Такая интерпретация потенциала A_μ^a представляется естественной, так как самая идея геометризации множества групп G основана на предположении, что информация относительно некоторой симметрии, наблюдаемой в произвольной точке пространства — времени, распространяется мгновенно, если только вводится независимо от точки [12]. Но тогда в случае близкодействия бессмысленно приписывать локальной симметрии G какой-либо общий смысл, не вводя аффинной связности, определяющей параллельный перенос во внешнем пространстве, каждая точка которого, как говорилось, рассматривается нами как внутреннее гильбертово пространство состояний прибора. Таким образом, динамика и геометрия (а значит связность) должны быть объединены.

Возможны, естественно, различные способы арифметизации множества принципов относительности, но геометризация множества предполагает некоторую топологию, достаточную для введения дифференциальной геометрии. Простейшим примером такой параметризации является локализованная группа *Ли*, т. е. совокупность групп одной структуры: $T_g = \exp[\varepsilon^a(x)\underset{a}{M}]$, где параметры $\varepsilon^a(x)$ функции x_μ. Можно показать, что в этом случае мы приходим к риманову пространству метрики $g_{\mu\nu} = \langle e_\mu | e_\nu \rangle$, заданной ортогональными реперами $\langle e_\mu | \text{и} | e_\mu \rangle$ внутреннего пространства (приборное пространство).

Введение двух типов пространств позволяет явно выделить связность $A_\mu^a = \langle e^\tau | \overset{a}{M} \dfrac{\partial}{\partial x_\mu} | e_\tau \rangle$, понимаемую в предлагаемой теории как продольная часть поля, охарактеризованная своими трансформационными свойствами, т. е. возникающая при переходе к неинерциальной (в том смысле, в котором это понятие фигурирует в данной работе) системе отсчета.

Иначе говоря, A_μ^a фигурирует лишь как объект систематики по набору свойств (как класс классов), заданных инвариантами группы симметрии. Поле выступает лишь как возможность, как место в иерархии взаимодействий. Нами было показано [13], что лишь учет кривизны внешне-

---

[12] J. Sakurai. Ann. Phys. 11, 1, 1960.

[13] Г. А. Соколик, Н. П. Коноплева. Nuclear Phys., 72, № 3, 1965.

го пространства — времени позволяет заменить возможное поле A^a_μ действительным (измеримым) полем, имеющим смысл напряженности

$$F^a_{\mu\nu} \sim R^\lambda_{\mu\nu\tau}.$$

Заменить благодаря тому, что в потенциал поля наряду с полем возможным вводится гравитация в виде метрического коэффициента связности $A^a_\mu \to \Delta^a_\mu \sim (\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \langle e^\lambda | \partial_\mu | e_\nu \rangle)$. Именно здесь и сказывается выделенный характер гравитации, являющейся не причиной какого-либо выделенного класса движений, неинерциальных в смысле данной симметрии, а причиной причин, источником реальности всех других полей, которые в противном случае были бы фиктивными возможностями, порожденными только преобразованиями систем отсчета.

Иными словами, говоря о существовании полей, необходимо иметь в виду, что существование в данном случае следует из принципа конструкции данного понятия, т. е. из структуры, основанной на предпосылках. Сказанное следует понимать в том смысле, что именно в отношении таких объектов существование не является свойством, будучи функцией общности их определения [14].

Будем говорить, что существование такого рода объектов относительно, так как в отношении них логический интеграл существования $\exists$ сводится к $\forall$. Этим мы хотим сказать, что замечание Канта о невозможности онтологического доказательства собственно относится в данном случае лишь к объектам, определяемым предпосылками. Именно в отношении вкладов, индуцированных симметрией в пространстве прибора, совершенно ясным становится непредикативный характер понятия существования. Совершенно естественно, что в этом случае мы остаемся в рамках плюралистического подхода, в котором многое предшествует единому, поскольку степень вырождения систематики, как было замечено, зависит от структуры. С другой стороны, части полей, сводимые к универсальному единому полю, определяемому тождественной группой, могут пониматься лишь в рамках онтологической теории, поскольку универсальное поле — логиче-

---

[14] Кант. Критика Чистого разума. Собр. соч., т. 3. М., Изд-во «Мысль», 1964 г.

ский атом и тем самым субстанционально, являясь как бы носителем существования.

Единственное, что можно утверждать об универсальном поле, это то, что оно существует и поэтому (с такой точки зрения) только и оказывается возможным существование других полей. Таким образом, предшествующие эксперименту предпосылки, принимающие форму симметрии, не позволяют (как бы ни расширялась последняя) исчерпать поле, так как взаимодействие всегда, если оно имеет физический (а значит онтологический) смысл, содержит носящую онтологический характер гравитационную часть. Подобно тому, как в «Снежной Королеве» Андерсена оказывается невозможным адекватно записать в терминах снежинок (т. е. симметрий) онтологическое понятие «вечность», оказывается невозможным включить универсальное поле в иерархию взаимодействий. Разумеется, сказанное ни в какой степени не противоречит рассуждениям Канта, доказывающим невозможность онтологического доказательства. Дело в том, что в «Критике чистого разума» непредикативность существования выводится из адекватности объекта и понятия, поскольку в противном случае добавление к объекту существования в качестве предиката означало бы, что в предмете содержится больше, чем в понятии. Но как раз такая ситуация возникает в полевой модели, о которой идет речь. Самая идея разделения пространств предполагает, что вклад, соответствующий универсальному полю, определяется именно за счет неадекватности понятия, основанного на доопытных предпосылках (т. е. на структуре), и полного поля, по самому своему определению не сводимого к компенсационной части. Эта несводимость собственно и составляет содержание общего принципа относительности. Но тогда единственно возможным определением этой (универсальной) части явится утверждение, что к ней не относятся какие-либо характеристики, по которым можно было бы проводить классификацию, так как в этом случае соответствующая часть поля была бы компенсационной по определению, т. е. универсальная часть определяется за счет утверждения, что поле задается всякой возможной симметрией с точностью до выражения, инвариантного относительно этой симметрии.

Но такое определение, очевидно, предполагает закон исключенного третьего и тем самым приводит к теоретико-множественным парадоксам, поскольку оказывается, что из классического отрицания следует необходимость полевых вкладов, не имеющих иных свойств, кроме существования.

Суть различия между частным и общим принципами относительности состоит с этой точки зрения в том, что симметрии (конгруэнции) определяют предпосылки самой возможности сравнения объекта и эталона, т. е. возможности осуществления самого процесса измерения, в то время как общая ковариантность гарантирует возможность ненулевых результатов измерений, т. е. самое существование взаимодействия.

Нам кажется, что принципиальный интерес предложенной нами математической модели поля состоит прежде всего в том, что неадекватность объекта и понятия, обычно являющаяся лишь дефектом теории, в данном случае становится положительной характеристикой, гарантирующей установление соответствия основанных на принципах симметрии потенциалов, образующих иерархию взаимодействий, наблюдаемым полям. Если воспользоваться фразой Канта о воображаемых и действительных талерах, с помощью которой Кант объясняет, говоря о невозможности онтологического доказательства, почему предикацирование существования приводит к тому, что в предмете содержится больше, чем в понятии (откуда и следует упомянутая неадекватность), можно сказать, что задача теоретической физики состоит в превращении мнимых талеров, т. е. заданных симметриями возможных форм полей, какими являются потенциалы, в действительные талеры, т. е. поля, что, как говорилось, становится допустимым лишь при учете онтологического (универсального) полевого вклада.

Иначе говоря, подобно тому, как в Пармениде Платона[15] многое выводится из единого за счет присоединения к единому существования как предиката, в нашей модели многое, т. е. иерархия полей становится возможным, лишь благодаря присоединению существования к универсальному полю. С этой точки зрения теоретическая физика должна быть онтологией.

Принципиальная особенность такого подхода к теоретической интерпретации реальности становится ясной, если иметь в виду, что обычно в теоретической физике

---

[51] «Творения Платона», т. 4, § 2, стр 16. Парменид. Л., 1929 г.

переход от возможного к действительному носит чисто феноменологический характер, так как ненулевая часть потенциала вводится лишь для того, чтобы обеспечить соответствие между теорией и наблюдаемым фактом существования поля, а не исходя из собственных трансформационных свойств поля, не в силу какого-либо определенного принципа, предшествующего эксперименту.

В предлагаемой же модели, в которой заданная симметрией нулевая часть потенциала определяет лишь место в иерархии взаимодействий, т. е. поле как возможность, соответствующий инвариантностный принцип, вводящий ненулевую часть потенциала, определяется именно за счет своей непринадлежности к иерархии симметрий, т. е. как общая ковариантность.

Иными словами, суверенность теоретического мышления гарантируется здесь именно онтологической трактовкой связи возможного и действительного, трактовкой, в которой объект становится актуально существующим не в силу извне введенных эмпирических требований, а в силу своих внутренних свойств, т. е. в силу некоторого принципа относительности. Таким образом, выдвигается как общий принцип требование, чтобы каждая актуально существующая, т. е. измеримая величина была бы в рамках нашей теории необходимой независимо от самих результатов измерения. Иными словами, требуется, чтобы необходимость величины предшествовала бы измерению самой величины (ее эмпирическому обоснованию). До известной степени предлагаемый принцип может рассматриваться как новый вариант лейбницевского закона достаточного основания. Любопытно, что у Лейбница этот закон рассматривался как аргумент в пользу относительности пространства, так как из него следовало отождествление неразличимых по Лейбницу систем отсчета.

Рассматриваемая точка зрения направлена, собственно, не против эмпирики, а против «сравнения теории с экспериментом», основанного на тавтологии. Разумеется, всякая логически непротиворечивая аксиоматика выводится из тавтологий, но будет неправильно искать в тавтологии подтверждение правильности своих действий. Поэтому сравнение измеримой $F^a_{\mu\nu}$ с выводимым из структуры A^a_μ допустимо лишь, если A^a_μ заменяется на Δ^a_μ таким образом, чтобы вклад $\Phi^a_\mu \cdot$ $\Delta^a_\mu = \Phi^a_\mu - A^a_\mu$ следовал бы из имманентных самой теории соображений, откуда и берется требование теоретической суверенности. Таким образом, все что требуется — это корректное подведение экспериментально наблюденной поперечной части, дающей ненулевой вклад в $F^a_{\mu\nu}$, вклад, как было показано, пропорциональный тензору кривизны пространства — времени, под продольную, заданную трансформационными свойствами: A^a_μ. И только после такого подведения вводится понятие истинности. Таким образом, кривизна существует всегда, истинность же определяется введением общей ковариантности, связывающей A^a_μ и Δ^a_μ. Внешний мир существует, но допускается непротиворечивая трактовка этого мира как мира мировых координат, являющихся, как говорилось, инвариантами группы.

Отсюда как раз и видна неправильность утверждения эмпириков, будто прогресс научной теории приближает нас к истине, так как истинность присоединяется к структуре, определяющей общность наших положений, на каждой степени различения, т. е. на любой стадии развития науки. Эволюционирует при этом лишь область применимости наших утверждений, истинность же остается той же: «да» или «нет» Эйнштейна и дикаря — равнозначны, различается лишь уровень их способности различения, т. е. структура.

Наша точка зрения становится особенно ясной в чисто лингвистической формулировке. Действительно, каждое слово можно рассматривать и как часть предложения и как часть речи. В этом смысле подлежащее понимается как абстрактный знак, определяемый классом структур или, другими словами, некоторой симметрией, отождествляющей определенный класс высказываний, являющихся с точки зрения данного принципа относительности равнозначными. Речь, таким образом, идет об общности высказывания, т. е. об определении квантора общности как и в полевой модели, являющегося принципом относительности (степенью независимости высказывания от референции).

Тогда с точки зрения синтаксиса (т. е. структуры) речь может идти лишь об общности высказывания, т. е. о степени независимости грамматической конструкции от второстепенных частей предложения (обстоятельства места и т. д.). Иными словами, здесь идет речь о возможности интерпретации содержания фразы, благодаря тому, что номиналистическому знаку, задаваемому классом возможных структур придается смысл имени существительного, т. е. некоторой внеграмматической чисто словарной универсалии. Последняя определяется именно за счет своей инвариантности относительно симметрии, т. е. за счет своей независимости от синтаксических конструкций.

Наличие такой инвариантной части в слове, т. е. корня, и сообщает реальность высказыванию, ибо с ним в выражение входит наряду со словом как с определенным конгруэнцией объектом классификации (со словом, определенным номиналистически) универсалия, не имеющая никакого отношения к структуре (возникает не иерархия структур, но иерархия реалий, определенная словарной наличностью). В случае чисто аналитического языка, подобного английскому, модель становится особенно прозрачной, поскольку в этом случае слово в номиналистическом аспекте понимается просто как класс синтаксических конструкций (структура) вне связи с какими-либо элементами слова как лексической реальности, в то время как инвариантная часть слова (слово как часть речи) совпадает с самой словарной единицей. Так как условие независимости слова от грамматической конструкции является условием осуществимости языка, мы снова приходим к предложенной ранее геометрической модели, основанной на существовании двух пространств, причем внутреннее пространство, содержащее симметрию (пространство состояний прибора) инвариантно отображается на внешнее реальное пространство, упорядочивающее объекты измерений. Точно так же в случае грамматической модели инвариантное отражение синтаксиса на словарь может рассматриваться как онтологический принцип, связывающий возможное и действительное. Рассматриваемую модель можно иллюстрировать с помощью образа, до известной степени напоминающего знаменитую Платоновскую аллегорию пещеры. Следует лишь иметь в виду, что в нашем случае именно реалии интерпретируются как образы номиналистического «пространства» состояний прибора, с помощью которого эти реалии исследуются, что и позволяет в нашем случае связать номинализм и реализм, т. е. возможное и действительное. Если у Платона мир пещеры, т. е. мир явлений, являлся тенью мира идей, в нашей концепции рассматривается инвариантное отображение пространства состояний прибора, допускаемого данной структурой на внешнее существующее независимо от какой-либо структуры (т. е. являющееся инвариантной тенью структуры). С этой точки зрения общая ковариантность должна рассматриваться как инвариантное отображение частных принципов относительности, предполагаемых измерением, т. е. «тенью группы». Это и значит, что если иерархия взаимодействий относится к «пещере», сами взаимодействия существуют лишь благодаря геометрическим свойствам присоединенного, «теневого» пространства [16].

С точки зрения лингвистической модели, требование общей ковариантности следует понимать как независимость корня (поперечной части) не только от второстепенных членов предложения, но и от системы обозначений, т. е. от языка.

Тогда общая ковариантность в сочетании со структурой реализуется в иероглифике, в которой корни существительных определяются идеограммами, а синтаксическая структура, определяющая место существительного в предложении, задается детерминативными знаками [17].

Следует иметь в виду, что наряду с принципом относительности, отождествляющим предложения, в какой-то степени не зависящие от обстоятельства места и т. д.: «Я ем за столом, на полу...», каждое предложение даже в рамках той же структуры допускает определенный произвол в выборе конкретных соотношений подлежащего и сказуемого, например, замену активного залога на пассивный.

Это делает возможным реализовать в терминах нашей модели не только равенство-конгруэнцию, но и равенство-неразличимость. Предлагаемая нами геометрическая полевая модель поразительно напоминает так называемый координатный метод, предложенный Элис Кобер для расшифровки крито-микенской письменности [17]. Именно из текста выделялись группы знаков, различавшихся лишь

---

[16] The Republic, book VII. Great dialogues of Plato. Перевод W. H. D. Rouse. A Mentor Book, New York — Toronto — London.

[17] Э. Доблхофер. Знаки и чудеса. Изд-во Восточной литературы, 1963.

одним или несколькими знаками на конце «слова», т. е. определялась структура. Сама же дешифровка при этом сводилась к идентификации частей «слов», инвариантных относительно структуры с идеограммами, открытыми позднее. Иначе говоря, структура определяла все возможные грамматические формы, допуская тем самым введение не зависящих от записи понятий, наполняющих содержанием эту форму.

Заметим в заключение, что предлагаемая трактовка возможности и истинности имеет многовековую историю в юриспруденции, именно в истории состязательного процесса, основанного на вердикте присяжных. Особенностью такого процесса было разделение формального юридического анализа, основанного на абстрактных аксиомах, и внеюридического, чисто содержательного вердикта. Интересно, что, как и в предложенной нами двупространственной модели, требующей инвариантность внешних координат, решение присяжных, хотя и основано на юридическом анализе, он от него совершенно не зависит и именно эта независимость определяет процессуальную обоснованность вердикта, т. е. истинность этого решения.

Остается лишь удивиться логическому совершенству мышления ученых-юристов прошлых веков, тонко почувствовавших различие между общностью свода законов, т. е. точностью юридических квалификаций, их, так сказать, разрешающей способности, и истиной, источником которой служат присяжные, по определению ничего не знающие о формальной стороне вопроса, присоединенные к юридической структуре, как чисто содержательный элемент процесса. Интересно сравнить приведенную выше лингвистическую модель с учением логических позитивистов о языке.

Согласно этому учению, язык составлен из двух родов элементов: переменных и инвариантных [18]. Если переменные относятся к словоупотреблению, подчиненному синтаксису: например, описывая погоду, мы говорим: идет дождь, идет снег и т. д., т. е. переменные части языка изменяются в связи с окружающим миром, который они описывают, инвариантные элементы определяют значение слов и вообще в рамках данного языка не меняются. Поскольку существует изоморфизм языков, предполагаемый переводом, эти инвариантные элементы могут за-

[18] Э. Геллнер. Слова и вещи. Мир, 1962.

меняться идеограммами, что, как это имеет место в ряде языков, делает какой-либо перевод ненужным.

Проведенный анализ принципов относительности указывает на доопытный характер понятия симметрии, предполагаемой всяким возможным экспериментальным процессом. При таком подходе собственно вообще не требуется выяснять природу объектов, поскольку, как говорилось, в рамках полной симметрии последние всегда являются логическими атомами.

Фактически, теория в этом случае вполне исчерпывается изучением аксиоматики отношений объектов классификации, избавляя нас от необходимости учитывать свойства самих объектов. Именно в этом и состоит та специфическая «искусственность» научных построений, которая вызывала протесты ряда мыслителей, утверждавших, что природа открывается лишь внимательному и полному сочувствия взгляду поэта и естествоиспытателя и что истина не может быть «вымучена» с помощью искусственных приемов

В своей критике, направленной против учения о цветах Ньютона, Гёте как раз указывает на то, что теория, основанная на таком понятии как монохроматическое излучение (т. е. чистое состояние оптического прибора), не существующем в природе, и искусственно выделяемом с помощью приборов, является субъективной и не имеет какого-либо отношения к первофеномену.

Действительно, следует признать, что научная теория непосредственно изучает, собственно говоря, структуру, или лучше сказать, соответствие между структурой и состояниями прибора, осуществляющего измерения (в случае оптики — между компонентами Фурье разложения, соответствующими монохроматическим излучениям).

Мысль Гёте можно понимать в том смысле, что, например, голубое небо — прекрасный Первофеномен, который должен восприниматься истинным натуралистом как нечто целое и не имеет ничего общего с законом излучения дипольной антенны и следующей из него формулой Релея-Джинса, описывающей рассеяние света на дипольных молекулах.

В обоих случаях речь идет в сущности о совершенно разных вещах; в первом случае о явлении (Первофеномене), а во втором — о структуре (т. е. о связи понятий).

Дело в том, что научная теория, будучи заданной системой предпосылок, укладывающихся в рамки принципа относительности, т. е. некоторой симметрии, является внешней по отношению к исследуемым явлениям и не имеет ничего общего с непосредственным восприятием видимого мира, поскольку исследует не «природу» в общепринятом смысле слова, а трансформационные свойства наблюдаемых явлений (их способность оставаться инвариантными относительно некоторой группы преобразований системы отсчета) [6].

Надо, однако, заметить, что вопреки мнению Гёте, а также всех тех, кто и по сей день жалуется на «серость», на «одноцветную сухость» научной методологии, столь отличную от живого многообразия Природы[19], структура (архитектура теории) [20] также способна быть вместилищем красоты, той математической красоты, которую П. А. М. Дирак считает одним из критериев истинности физической теории [20].

Перефразируя известное место из «Фауста», можно сказать, что самая «серость» теории может оказаться не менее яркой, не менее эмоционально насыщенной, чем живая зелень «древа жизни». Мы хотим этим сказать, что обе картины мира, несмотря на их кажущуюся логическую несовместимость, несомненно, отвечают основным потребностям человеческого разума и в этом смысле являются необходимыми компонентами всякой истинной культуры и, если пока невозможно совместить их в единой логической схеме, оба эти аспекта примиряются и гармонически друг друга дополняют в человеческом сознании. И может быть, подобно тому как внешний мир является образом выводимого из структуры мира «пещеры», к которому он тем не менее не сводим в силу своей онтологической природы, содержательный и формальный аспекты также когда-нибудь войдут в рамки единой и совершенной аксиоматики.

---

[19] И. П. Эккерман. Разговоры с Гёте. Academia, 1934.
[20] P. A. M. Dirac. Scientific American, No 5, 1963.

Эйнштейновский сборник 1967 г.

Утверждено к печати
Эйнштейновским комитетом АН СССР

Редактор издательства *А. Л. Черняк*
Технический редактор *Ю. В. Рылина*

Сдано в набор 17/IX 1966 г. Подписано к печати 14/XI 1966 г. Формат $84 \times 108^1/_{32}$.
Бумага типографская № 1 Янонис
Условн. печ. л. 18,06. Уч.-изд. л. 18,3.
Тираж 10 000 экз. Заказ № 1344.

Цена 1 р. 50 к.

Издательство «Наука»
Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-типография издательства «Наука».
Москва, Г-99, Шубинский пер., 10