ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК

1968

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ КОМИТЕТ

Эйнштейновский сборник

1968

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1968

УДК 530.12

Ответственные редакторы

И. Е. ТАММ, Г. И. НААН

Составитель

У. И. ФРАНКФУРТ

2-3-2
245-67 (II полугодие)

СОДЕРЖАНИЕ

М. Лауэ

ЭЙНШТЕЙН И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

Ранним утром 18 апреля 1955 г. в Принстоне, Нью-Джерси, скончался Альберт Эйнштейн от аневризма аорты, выражаясь медицинским языком. Эта исключительно тяжелая для науки потеря вызвала глубокий траур во всем мире и не только у ученых, но и у широких кругов образованных людей. В самом деле, существует общее мнение, что Эйнштейн олицетворял собой целую эпоху науки. У тех, кому посчастливилось встречаться с ним, к этому добавляется воспоминание о его скромности и любви к людям, наряду с величием. Мы помним также о его правдивости и стойкости характера, с которой он защищал свои идеалы в ту эпоху, когда курс свободы и человеческого достоинства пал очень низко. Эйнштейн завоевал не только в науке, но и в истории длительную память.

Союз немецких физических обществ имеет еще особый повод вспоминать о нем; и не только потому, что в течение двух десятилетий он принимал весьма активное участие в заседаниях этих обществ, а с 1914 по 1921 г. принадлежал к руководству тогдашнего Немецкого физического общества [2], но главным образом потому, что, несмотря на все случившееся во времена гитлеризма, мы с гордостью рассматриваем его как немецкого физика. Ведь почти все его публикации, и в том числе самые важные, появились в немецких журналах. И в течение всей своей жизни он пользовался преимущественно немецким языком, как литературным, так и разговорным. Корни Эйнштейна, хотел он того или нет, связаны с немецким идейным наследством.

---

[1] Доклад на съезде немецких физиков в Висбадене 23.XI 1955 г. Дан с небольшими сокращениями.

[2] Как член руководства — с 1914 по 1915 г. и с 1918 по 1921 г., как председатель — с 1916 по 1917 г.

В числе главных трудов, с которыми он знакомился во время студенчества, он называет труды Гельмгольца, Герца и Кирхгофа; влияние Больцмана и Планка, особенно на его первые работы, невозможно отрицать. За это говорит также и его метод исследования — не при помощи моделей, к каковым, например, принадлежит атомная модель Бора,— но путем анализа принципов, как это делало преобладающее большинство великих немецких физиков. Можно даже сказать, что Эйнштейн является типичным представителем этого направления.

Альберт Эйнштейн родился 14 марта 1879 г. в Ульме на Бангорштрассе, 135б. Дом, в котором он родился, разрушен во время войны. Отец его был владельцем предприятия по производству и продаже динамомашин, дуговых ламп и измерительных приборов сначала в Ульме, затем в Мюнхене и, наконец, в Падуе и Милане. Однако нигде его предприятия не процветали, и в детском возрасте Эйнштейн нередко чувствовал нужду. Он обладал от рождения склонностью к раннему развитию оригинального гения (что он всегда отрицал) и поэтому испытывал трудности существования в современном мире. На всех стадиях образования он жадно впитывал знания, которые ему преподносили, т. е. физические, а сначала также и математические. Однако остальными науками он не интересовался как совершенно бесполезной нагрузкой для ума. Поэтому нас не должно удивлять то, что он очень болезненно ощущал школьную дисциплину в мюнхенской гимназии Люитпольда, в которую поступил после окончания начальной школы. К этому следует добавить, что его отталкивала та превышенная оценка всего военного, которая уже тогда в зародыше существовала в Германии; он был насквозь пацифистом. Вскоре он самостоятельно решил оставить гимназию и вообще Германию, что и сделал в 1894 г. После кратковременного посещения интернациональной школы в Милане, в начале осени 1895 г., он приступил к занятиям в федеральной Высшей технической школе в Цюрихе. Обычная в таких случаях приемная комиссия полностью признала его знания в математике и естественных науках, которые он получил частью путем самообразования, но отметила недостаточные познания в классических языках и вследствие этого вынуждена была в приеме отказать. По совету одного преподавателя, он поступил в старший класс кантональной школы в Аарау.

Там Эйнштейн чувствовал себя очень хорошо. Он нашел интересных, понимающих учителей и хороших товарищей, о которых всегда охотно вспоминал и в зрелом возрасте. Как-то он писал, что школа в Аарау представляла для него и осталась очень отрадным образцом учебного заведения этой ступени. «Этот опыт моей молодости ярко показал мне, что при децентрализации образования, связанной с далеко идущей свободой выбора учебного материала и методов обучения, можно добиться того, что учитель и ученик будут радостно работать с полным сознанием и ответственностью, чего невозможно было добиться никаким самым хитроумным регламентированием. Ведь человек не машина и огорчается, когда ему отказывают в возможности самостоятельного формирования и свободе иметь собственное суждение»[3].

Едва ли нужно доказывать после всего сказанного, что Эйнштейн очень страдал бы на военной службе; к счастью, он от нее был избавлен — в Германии потому, что рано отказался от германского подданства, а позже, после получения швейцарского гражданства,— из-за незначительного телесного недостатка. Впрочем, это счастье разделяли с ним (что, может быть, характерно) Макс Планк, Вальтер Нернст, Вилли Вин, Вильгельм Конрад Рентген, Якоб Генрик Вант-Гофф и Гельмгольц, который не должен был служить под ружьем как врач.

В октябре 1896 г. Эйнштейн уже мог поступить на отделение VI Высшей технической школы в Цюрихе для обучения преподаванию физико-математических дисциплин.

Сам Эйнштейн говорит об этом обучении в своей автобиографии, написанной в 1946 г. [4] Среди своих учителей он не упоминает ни об одном физике и называет только математиков Гурвица и Минковского, но тут же добавляет, что он вовсе не регулярно посещал их лекции. Хотя в детском возрасте его вдохновляла геометрия Евклида, затем его интересы переключились на естествознание. «Большую часть времени я работал в физической лаборатории (практикум), восхищенный возможностью непосредственного соприкосновения с опытом. Остальное время использовал

[3] C. Seelig. Albert Einstein. 2 Aufl. Zurich, Europa-Verlag, 1952, S. 24.— К. Зелиг. Эйнштейн. М., 1963.

[4] The Library of living philosophers. VII. Albert Einsteini Philosopher scientist, ed. by Paul Artur Shilp, 1949, Evanston (Illinois).

главным образом на то, чтобы изучать труды Кирхгофа, Гельмгольца, Герца и др. дома». Он оправдывает свое пренебрежение математикой тем, что математика разбилась на много независимых специальных областей, среди которых ему трудно было сделать выбор; кроме того, ему недоставало представления о значении математики для более глубокого проникновения в теоретическую физику. «Такое представление появилось у меня лишь позже, после ряда лет самостоятельной научной работы», т. е. при разработке теории относительности. «Правда, и физика разделилась также на специальные области, каждая из которых могла бы полностью поглотить короткий период работоспособности человека, причем жажда более глубокого познания в данной области оказалась бы неудовлетворенной. Масса опытных данных, недостаточно связанных, и здесь была подавляющей. Однако я скоро научился в этом случае отделять все то, что могло вести к большей глубине, от всего остального и от многого того, что заполняет мысль, но отвлекает от существенного». Да, но экзамены! Эйнштейн должен был подвергаться им дважды. Подготовка ко вторым экзаменам привела к тому, что он после этих экзаменов в начале лета 1900 г. пресытился наукой на целый год. Это он сам выразил следующим образом: «Я думаю, что даже у здорового хищного зверя можно отбить аппетит, если бы удалось с помощью кнута заставлять его жрать в течение продолжительного времени, и особенно если бы при таком принуждении зверь мог бы выбирать самую сытную еду». Впрочем, во время этих дипломных экзаменов Эйнштейн получил, вместо максимально возможных шести пунктов по каждому предмету, по пяти пунктов за практическую и теоретическую физику и за астрономию, 5,5 за теорию функций и 4,5 за дипломную работу [5].

Итак, он закончил обучение. Что теперь делать? Обучение физике в то время не было «хлебным» делом. Поддержка, которую ему оказывали дальние родственники для получения образования, отпала. В то время как товарищи по занятиям, одновременно с ним державшие экзамен, в большинстве случаев получили места ассистентов, Эйнштейн остался не у дел, — быть может, вследствие того, что он так часто пренебрегал лекциями. До осени

[5] См.: C. Seelig, S. 54.

1901 г. он поддерживал свое скромное существование расчетами, которые выполнял для цюрихского астронома Вольфера. Кроме того, временами он в зимние часы преподавал математику в техникуме. Затем он преимущественно был учителем в пансионе для мальчиков в Шафгаузене. Но настоящим спасением для него — как он сам выразился [6] — было назначение его «экспертом 3-го класса» в Федеральное ведомство по идейной собственности (т. е. в патентное бюро) начальником этого ведомства инженером Фридрихом Галлером, внимание которого на Эйнштейна обратил друг детства Эйнштейна, Марсель Гроссман. В 1906 г. Эйнштейн стал даже «экспертом 2-го класса». Связанное с этим повышение его заработка поставило перед ним вопрос: «А что мне делать с таким количеством денег»?

На этой стадии жизни гений Эйнштейна мог уже проявиться: служебные обязанности оставляли ему время для исследовательской работы. В это время начинается ряд публикаций в «Annalen der Physik», публикаций, исходящих из классических исследований, основанных на обоих началах [7] термодинамики и на принципе Больцмана. Эти разделы физики казались ему самыми привлекательными, как наиболее обоснованные. Он воспользовался этими принципами главным образом для рассмотрения вопросов о границах термодинамики с точки зрения молекулярной теории, т. е. для выяснения явлений флуктуации. При этом важную роль играет тепловое излучение. Одно из этих исследований было представлено им в качестве работы при окончании в 1905 г. Цюрихского университета. В том же году, т. е. точно 50 лет назад, появились две его работы, наметившие новую эпоху, а именно — первая, примыкающая к термодинамическим работам,— «Об одной эвристической точке зрения, относящейся к возбуждению и превращению света», и вторая, содержащая в зародыше всю специальную теорию относительности,— «К электродинамике движущихся тел». То, что он тщетно пытался на основании второй работы получить в 1906 г. право преподавания в Бернском университете,— это установленный факт. Он получил это право вскоре после того за другую работу.

---

[6] См.: C. S e e l i g, S. 246.

[7] Третье начало было сформулировано Нернстом лишь в 1906 г.

Дальнейшее течение его жизни хорошо известно. Работы 1905 г. скоро сделали его знаменитым. В 1909 г. его пригласили в Цюрихский университет в качестве экстраординарного профессора теоретической физики, в 1911 г. университет в Праге пригласил его в качестве ординарного профессора по тому же предмету, в 1912 г. на такую же должность он был приглашен в Высшую техническую школу в Цюрихе, а в 1913 г. Прусская Академия наук избрала его на одну из двух главных должностей, занятие которых не связано с какими-либо обязанностями по преподаванию или администрированию, так что занимающие эти должности могут посвятить все время исследовательской работе. Учитывая свой прежний опыт в Германии, Эйнштейн сначала колебался, занять ли эту должность; однако ввиду больших преимуществ в научном отношении он на это, наконец, решился. Доверие, связанное с занятием этой должности в отношении дальнейших достижений, он блестяще оправдал. Ведь именно к этому времени относится, между прочим, построение и завершение теории относительности.

Первая мировая война, со всем ее возбуждением и вызванной ею нуждой, не повлияла на продуктивность Эйнштейна; он научился в значительной степени быть независимым от внешних обстоятельств. Однако теория относительности задевает унаследованные представления о пространстве и времени, а люди мало что воспринимают столь враждебно, как это, что могли заметить уже Аристарх Самосский, а позже коперниканцы. Кроме того, Эйнштейн своим открытым признанием пацифизма впал в резкое противоречие с теми, которые пытались завоевать победу все более жесткими военными мерами. Эта враждебность, в которой к преувеличенному национализму и антисемитизму примешивалась научная оппозиция кругов, группировавшихся вокруг Филиппа Ленарда и Иоганна Штарка, усиливалась еще с увеличением славы Эйнштейна в то время, когда он занимал берлинскую должность. Эта вражда часто приводила к грубым эксцессам. Но все это не возмутило его внутреннего покоя.

Перейдем теперь к его исследовательской работе. Правда, из 313 печатных работ, перечисленных в библиографии Эйнштейна, нам придется сделать очень ограниченный выбор. Мы будем заниматься только теми двумя великими уже упомянутыми открытиями, пятидесятилетний юбилей которых мы сейчас отмечаем.

Первое открытие основано на доказательстве того, что термодинамические свойства достаточно слабого монохроматического излучения частоты ν можно лучше всего понять, если представить излучение состоящим из световых квантов, каждый из которых обладает энергией $h\nu$ (h — элементарный квант действия Планка). При этом становится сразу понятным правило Стокса, согласно которому всякое флюоресцентное свечение обладает меньшей частотой, чем возбуждающее излучение; точно так же становится легко понятным загадочное открытие Ленарда, состоящее в том, что при фотоэлектрическом эффекте максимальная энергия испускаемых электронов зависит не от интенсивности излучения, а только от частоты. То, что здесь имеет место линейная зависимость от частоты, представляет собой выходящее за пределы этого открытия следствие из теории Эйнштейна, подтвержденное позже Милликеном. Несмотря на оба экспериментальные доказательства, это отступление от волновой теории еще долго вызывало сомнения у многих, даже выдающихся физиков. Согласно современным воззрениям, двойная природа излучения полностью соответствует дуализму вещества, обладающего корпускулярными и волновыми свойствами.

Другое далеко идущее следствие из теории световых квантов представляет закон фотохимической эквивалентности, установленный в 1912 г. Согласно этому закону, элементарный фотохимический акт состоит в поглощении одного светового кванта и в соответствующем превращении в поглотителе. Сначала казалось, что против этого говорит множество опытов по определению выхода при таких процессах; частично опыты свидетельствовали о том, что выход слишком мал, а иногда — что он слишком велик. Многочисленные эксперименты, например Эмиля Варбурга и Макса Боденштейна, в конце концов подтвердили закон; оказалось только, что к элементарному акту примыкают большей частью следующие за ним реакции, искажающие картину. Это открытие Эйнштейна в настоящее время оказывает влияние даже на биологию.

Уже в 1907 г. оно открыло перед теорией квантов новую, очень важную область применений. При выводе закона излучения Планк связал определенным соотношением энергию монохроматического осциллятора с температурой. Это соотношение давало для высоких температур линейную зависимость, так что получалась постоянная удельная теплота осциллятора, для низких же температур она падала до нуля. Идея Эйнштейна состояла в том, что следует представлять себе твердое тело как конгломерат осцилляторов с определенной частотой и, таким образом, истолковывать экспериментально установленное падение удельной теплоты тела с уменьшением температуры. Правда, его формула только качественно совпадала с измерениями. Однако вскоре Максу Борну, Теодору Карману, а также Питеру Дебаю удалось показать, что можно получить очень хорошее количественное согласие, если отбросить предположение о том, что все осцилляторы имеют одинаковую частоту.

Величина h Планка, наконец, вновь появляется в экспериментальном исследовании Эйнштейна и де Гааса в 1916 г., исследовании, проведенном в физико-техническом центре и обнаружившем момент вращения, связанный с намагничиванием железного стержня. Это исследование остается, по современным воззрениям, самым непосредственным доказательством спина электрона. По поводу этого открытия имеется целая литература.

Уже этих достижений Эйнштейна было достаточно для того, чтобы считать его великим физиком; только за эти работы он получил в 1922 г. Нобелевскую премию по физике. И все же когда называют его имя, прежде всего думают о теории относительности. Это правильно, так как именно с теорией относительности связаны его самые глубокие идеи, далеко выходящие за рамки физики.

Задачей теории относительности является имеющее смысл измерение пространства и *времени*. Я подчеркиваю — *измерение*, так как сами по себе пространство и время — как это неопровержимо доказано Кантом — представляют собою первичные, врожденные формы человеческого восприятия. В этом отношении никакое естествознание не может ничего изменить. Но это восприятие непрерывно. Оно *поэтому* не содержит в себе никакой меры (грубо говоря, никаких делительных штрихов). Здесь должна вступить физика. Однако с самого начала физика должна строго различать пространство и время, учитывая, что *все* восприятия расположены во времени, но *не все* расположены в пространстве. К последним относятся те восприятия, с которыми имеет дело психология [8]. То, что так часто формулируют как единство пространства и времени, осуществляемое в теории относительности, всегда относится только к совокупности измерений пространства и *времени*.

Во всяком случае, до Эйнштейна всегда разделяли то и другое. Под измерением пространства до XIX в. подразумевали как само собою разумеющуюся евклидову геометрию, потому что ранее никакой другой геометрии не знали, но также и после появления неевклидовых геометрий. Но при этом устранялся (выражаясь на современном языке) вопрос о системе координат, которую нужно положить в основу при описании, например, движений планет. В этом отношении, как известно, различались птолемеева геоцентрическая система и коперниканская — гелиоцентрическая. Конец жестокой борьбе между ними положил достаточно основательно Ньютон, установивший основное уравнение движения и учение о силе тяжести.

Необходимую для основного уравнения систему координат Ньютон и его последователи взяли из астрономии; этого было достаточно также и для практических целей. Однако оставался неразрешенным основной вопрос: *почему* это правильно. Сам Ньютон отвечал на этот вопрос так, что существует некое «абсолютное» пространство и некое «абсолютное» время. Но поскольку он не знал никаких признаков, по которым можно было бы опознать их, сам Ньютон не был вполне удовлетворен таким ответом. Почти в течение двух столетий вопрос оставался в том же положении, хотя этой проблемой занимались многие мыслители высшего ранга. Впервые в 1885—1886 гг. Людвиг Ланге указал на то, что определение искомой системы координат и меры времени связаны. Экспериментатор должен найти такую систему и такую меру времени, чтобы координаты трех свободных точечных масс были линейными функциями времени, как этого требует принцип инерции Галилея. Такую систему Ланге назвал *инерциальной системой*, а меру времени — *инерциальным временем*.

Само собою разумеется, что такое предписание непосредственно не применимо. Необходимо заменить его тре-

---

[8] Вопрос о том, имеет ли значение физическая мера времени для психологии, остается, по-видимому, открытым.

бованием ввести такую систему пространства — времени, чтобы оставалась справедливой механика Ньютона. Фактически физики уже до Ланге установили это. Когда Ньютон на вращающемся ведре заметил, что при вращении поверхность воды в ведре искривляется, или когда Фуко показал, что плоскость качания маятника на Земле систематически поворачивается, то здесь речь шла о том в основном, применима ли вращающаяся система координат в механике, т. е. является ли она инерциальной системой.

Ланге решил проблему измерений пространства и времени для ньютоновой механики. Его инерциальные системы устраняют оттенок «призрачности», которым были наделены как абсолютное пространство, так и абсолютное время Ньютона. Они представляют собой не математическое построение, которое можно принести неизвестно откуда в тела, а физические реальности, опознаваемые независимо сами по себе и действующие физически, как таковые. Именно они *ведут* свободную материальную точку по прямой линии с постоянной скоростью. Выражение «*ведущее поле*» впервые появляется у Эйнштейна; но эта идея лежит в основе идей Ланге[9]. Инерция тела, с которой имеет дело механика, представляет собой действие этого поля.

Разумеется, Ланге, как и каждый физик его эпохи, знал, что из каждой пространственной системы отсчета можно получить бесконечно много других равноправных систем, которые движутся относительно первой с постоянной переносной скоростью. Поэтому все координаты имеют смысл относительно применяемой инерциальной системы. В этом заключается принцип относительности ньютоновой механики. Так как соответствующее этому преобразование, галилеево преобразование, переводит пространственные координаты из одной инерциальной системы в другую, но оставляет неизменным время, то измерение времени приобретает по сравнению с относительностью измерения пространства нечто абсолютное.

По крайней мере, в течение целого столетия надеялись привести всю физику к ньютоновой механике. Но принцип относительности этой механики нельзя было удовлетворительно считать всеобщим; этому препятствовал тот факт,

---

[9] L. Lange. Über die wissenschaftliche Fassung des Galileischen Beharrungsgesetzes. Phil. Studien, 1885, 2, 266, 539. Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffes. Lpz., 1886. M. Laue. Naturwiss., 1948, 35, 193.

что свет в астрономической системе отсчета распространяется с определенной конечной скоростью, а именно со скоростью $c = 3 \times 10^{10}$ *см/сек*. Но значение всякой скорости изменяется при галилеевом преобразовании. Скорость света может иметь такое значение только в одной инерциальной системе Ланге, во всех остальных системах она должна была бы зависеть также от направления. С другой стороны, производились многочисленные оптические и электромагнитные опыты с целью определить эту одну преимущественную инерциальную систему; с экспериментальной точки зрения все говорило за то, что принцип относительности охватывает все явления природы. Для разрешения этой дилеммы Г. А. Лоренц и Анри Пуанкаре проделали в 1900 г. очень важную предварительную работу. Но действительно разрешена была она впервые Эйнштейном, сделавшим значительно более радикальные шаги.

Эйнштейн читал не много, он очень много думал. Таким образом, он совершенно самостоятельно пришел к решению, в котором он проследил сущность пространственно-временного измерения. То, что он в то время ничего не знал о своих предшественниках, совершенно недвусмысленно вытекает из содержащихся в его первой печатной работе от 1905 г. соображений относительно динамики. В противном случае он, конечно, должен был бы обратить внимание на сравнение его выводов с динамикой, установленной Лоренцом. Фактически Планк первый это заметил и внес улучшение в 1906 г.

Эйнштейн начинает работу с анализа понятия «одновременности». Двое часов, покоящихся в одной и той же инерциальной системе на расстоянии L, идут синхронно, если световой сигнал, исходящий из точки расположения первых часов при показании стрелки 0, попадает в точку расположения вторых часов при показании стрелки L/c. Это соответствует давно установленной практике, с той только разницей, что при передаче времени на Земле часто можно пренебречь временем прохождения сигнала L/c. Эйнштейн далее спрашивает: при каком условии два события в различных местах наступают одновременно? Ответ гласит: в том случае, если при наступлении события стрелки в соответствующих местах покоящихся часов показывают одно и то же. Но принцип относительности, рассматриваемый как закон природы, требует, чтобы это утверждение было справедливо и для всякой другой инерциальной системы. Тогда легко показать, что два события, одновременные для одной системы, для другой системы вообще не одновременны. Таким образом, понятие «одновременности» теряет абсолютный характер, который ему придавали до тех пор, когда было представление об абсолютном времени.

Наряду с этим происходит и релятивизация измерения длины; в самом деле, длина какого-либо стержня, например, есть разность координат, которые имеют оба конца стержня *одновременно*[10]. Если теперь потребовать пересчета координат пространства и показаний времени от одной инерциальной системы к другой, то эти рассуждения необходимо приводят к преобразованию Лоренца, в котором преобразуются не только пространственные координаты, но и время, в противоположность преобразованиям Галилея. Но в то время как у Лоренца и Пуанкаре это преобразование представляет искусственный математический прием для электродинамики движущихся тел, и в то время как у них преобразуемые времена противостоят единому истинному времени в качестве расчетных величин, у Эйнштейна все эти измерения времени равноправны, что и соответствует равноправности всех инерциальных систем. Здесь измерение времени и пространства связаны друг с другом. Первым плодом этого решительного шага вперед был опубликованный в том же 1905 г. закон инерции энергии. Как известно, он приобрел в настоящее время исключительное значение. Таким образом, 1905 год является годом рождения специальной теории относительности.

Это название, которое не было предложено самим Эйнштейном, но вскоре было подхвачено, иногда приводит к неправильному пониманию, будто теория относительности релятивирует положение вещей в физике, будто она делает физику зависящей от точки зрения, которую «наблюдатель» может выбирать произвольно. Нельзя представить себе большего искажения. Правда, для различных инерциальных систем протекание во времени одного и того же физического явления может быть различным, форма и величина одного и того же тела может быть описана различными числами, точно так же, как и его энергия, импульс, температура и т. д.; можно также одно и то же электромаг-

[10] Это имеет место в специальной, но не в общей теории относительности.

нитное поле разлагать различным образом на магнитное и электрическое поля; но все эти данные можно однозначно пересчитывать из одной инерциальной системы в другую, следовательно, по существу они представляют собой одно и то же. Это особенно ясно видно, если относить описание, как это делает Герман Минковский, к четырехмерному континууму — «миру», четыре координаты которого можно разложить на три пространственные x_1, x_2, x_3 и одну временную $x_4 = ct$. При этом каждому событию приписывается одна «мировая точка», из которой можно получать четыре координаты — пространственные координаты и момент времени наступления события для каждой инерциальной системы. Здесь различные инерциальные системы играют роль, подобную роли различных возможных декартовых систем координат в трехмерном (евклидовом) пространстве. Если описывать некоторое физическое состояние в рамках такого «мира» Минковского, то таким способом можно получить описание этого события для каждой возможной инерциальной системы и для соответствующей шкалы. Правда, мероопределение в этом «мире» неевклидово, т. е. квадрат расстояния двух бесконечно близких точек задается не уравнением вида

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2,$$

а псевдоевклидово: для расстояния ds двух соседних мировых точек имеет место соотношение

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2.$$

Знак минус выявляет здесь особое положение временных величин по сравнению с пространственными координатами.

Однако этот «мир» имеет не только математическое значение. Физическая функция инерциальной системы Ланге в качестве поля переходит в теории относительности на этот «мир». *«Мир» заставляет свободную материальную точку двигаться по геодезической, т. е. прямой «мировой линии»; при этом получается, что пространственная траектория представляет собой прямую, а скорость постоянна.* Такой смысл мы придали известному положению Минковского: «*Начиная с настоящего момента пространство само по себе и время само по себе полностью сводятся на по-*

ложение теней и самостоятельное существование оправдывается только для некоторого объединения обоих» [11].

Но если действуют силы, то между ними и этим полем происходит борьба; материальная точка отклоняется от мировой геодезической линии, т. е. ее траектория в смысле трехмерного пространства искривляется, а ее скорость становится переменной.

Эйнштейн в своей автобиографии [12] указывает для оценки теории две точки зрения, с которыми согласятся все физики. Во-первых, *внешнее подтверждение*, т. е. вопрос о том, оправдывается ли теория всем опытным материалом. Во-вторых, *внутренняя законченность* — основные понятия и положенные в основу соотношения между ними должны быть логически простыми, «естественными». То, что это требование содержит в себе нечто неопределенное, по Эйнштейну, является бесспорным, но не представляет большого недостатка *«так как между «авгурами» по большей части существует согласие по вопросу об оценке внутренней законченности»*. В обоих отношениях специальная теория относительности была не вполне удовлетворительной. В самом деле, хотя она охватывает все без исключения важнейшие оптические и электромагнитные опыты, не требуя никакой дополнительной гипотезы, и также определяет динамику электрона, однако вся область явлений всеобщего ньютонова притяжения в ней отсутствует. Правда, вскоре были установлены некоторые положения, которые заполняли этот пробел, но они были несколько искусственны, мало «естественны», а для внутренней законченности специальной теории относительности не хватало учета обратного действия тела на действующее на него поле; в самом деле, псевдоевклидово мероопределение этого поля было абсолютно жестким и совершенно не поддавалось никакому влиянию. Вообще же мы знаем, что каждому действию соответствует противодействие.

На этом основании Эйнштейн в 1908 г. приступил к дальнейшему развитию теории относительности [13].

[11] Г. Минковский. Доклад на собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Кёльне в 1908 г., опубликованный в сборнике: «Лоренц — Эйнштейн — Минковский. Принцип относительности».

[12] The Library of Living Philosophers. VII, p. 20—21.

[13] Об этом и о последующей работе говорит Эйнштейн в своей автобиографии на стр. 66.

В качестве исходного пункта он взял твердо установленный закон равенства инертной и тяжелой массы, согласно которому скорость падения не зависит от свойств падающего тела. Этот закон, который в ньютоновой механике являлся, собственно, каким-то чужеродным телом, должен был послужить краеугольным камнем новой теории. Однако Эйнштейну пришлось 7 лет бродить по нехоженной пустыне, руководствуясь только путеводным компасом математики, прежде чем он достиг обетованной земли общей теории относительности. Историю этого блуждания, при котором, конечно, не обошлось и без отдельных ошибок, прежде чем удалось расширить теорию относительности, было бы трудно описать. Вместо этого посмотрим, как выглядит сама эта обетованная земля.

Сначала жесткое псевдоевклидово мероопределение специальной теории относительности было заменено гибкой неевклидовой метрикой

$$ds^2 = \sum_1^4 g_{ik}\, dx_i\, dx_k,$$

в которой десять коэффициентов g_{ik} $(= g_{ki})$ являются функциями четырех мировых координат. Изменяемость g_{ik} характеризует интенсивность поля тяготения; эта метрика служит вместе с тем обобщением ньютонова потенциала тяготения.

На этой двойной роли и основано то, что здесь инерция (выраженная через ведущее поле) и тяжесть представляют собой одно и то же. Для неевклидова мероопределения вообще не существует никакой преимущественной системы координат, как это имеет место для инерциальных систем при псевдоевклидовой метрике. Поэтому нельзя свести допустимые преобразования к такой узкой схеме, какая ограничивается преобразованием Лоренца, а необходимо допустить любое преобразование (в пределах очень широких границ). Геометрия, опирающаяся на такое мероопределение, была в общих чертах набросана уже в 1854 г. математиком Бернгардом Риманом, который гениально предвидел ее решающее значение для применения в физике. Исследования Римана, так же как и примыкающие к ним работы Э. Бр. Кристоффеля, Г. Риччи, Т. Леви-Чивита и др., оказались направляющими; все же Эйнштейн должен был иногда, при содействии своего друга Марселя

Гроссмана, развивать их дальше. Достигнутая после тяжелой борьбы конечная цель состояла в *уравнениях поля тяготения* Эйнштейна. Это — 10 дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка для 10 составляющих тензора меры g_{ik}, связывающие их с 10 составляющими тензора энергии-импульса вещества и в этом смысле представляющие аналогию дифференциальному уравнению Пуассона для ньютонова потенциала, которое позволяет вывести его из масс. Эти уравнения содержат в себе также и всю динамику, так как здесь тяготение и инерция тождественны. Между прочим, из них вытекает чисто математическим путем, что мировая линия свободного, т. е. свободно падающего тела, представляет собой геодезическую линию и, как таковая, не зависит от свойств падающего тела. Здесь содержится, например, также и теория движения планет. Она совпадает с законами Кеплера лишь с небольшим отклонением, до сих пор отмеченным только у Меркурия. Она также дает (для не слишком сильных полей тяготения) в статическом случае приближение ньютонова закона притяжения, но, в противоположность теории дальнодействия Ньютона, для нестатических полей она дает конечную скорость распространения, а именно скорость света. Все это — необходимые следствия из уравнений поля, которые, если можно так выразиться, представляют «святая святых» обетованной земли.

Но не обесценивает ли ликвидация инерциальных систем специальную теорию относительности? Ни в коем случае. Математическая теория утверждает, что для каждой мировой точки можно ввести «геодезические» координаты, для которых внутри некоторой определенной пространственно-временной области g_{ik} в первом приближении постоянны. Подобная система координат свободна от тяготения, у такой системы преобразование удалило тяготение. Внутри такой области в качестве приближения имеет место псевдоевклидова геометрия со своими инерциальными системами и со всеми следствиями из специальной теории относительности. Однако инерциальные системы (это, пожалуй, неожиданно) необходимо свободны от силы тяжести. Самым известным примером подобной системы является часто приводимый Эйнштейном пример лифта, у которого оборвался канат, так что он беспрепятственно летит вниз. В этом лифте действительно нельзя обнаружить никакой силы тяжести.

Подведем итоги. *Только общая теория относительности решает сформулированную вначале задачу физики — обосновать на эмпирической базе метрику пространства и времени. Эту метрику следует взять в неевклидовой геометрии ведущего поля*, которое, в противоположность ранее принятой псевдоевклидовой геометрии, по *своим свойствам физически определимо*, *либо непосредственно в соответствии с уравнениями поля Эйнштейна*, *либо на основании иных физических данных. Это ведущее поле определяет одновременно и свойства инерции тел, и поле силы тяжести. Оно представляет собой самое общее выражение для всех* (до настоящего времени нам достаточно известных) *физических явлений, за исключением электромагнитных.* Неизбежным предварительным условием всякого математического описания ведущего поля является введение координат для пространства и времени; однако они в значительной мере произвольны и имеют не большее физическое значение, чем слова, с помощью которых излагают физику.

Такой совершенно новый ход идей нелегко усваивается; но тот, кто проработал его, переживает радость познания, которая свойственна лишь немногим разделам физики, например, первому ознакомлению с теорией Максвелла. Теория относительности вызвала много неправильных толкований. Одним из наиболее распространенных является мнение, что вращение превратилось в простое относительное движение и что его можно устранить соответствующим преобразованием координат. Мы обязаны Герману Вейлю [14] опровержением этого мнения. У вращающегося свободно падающего тела части, расположенные на оси вращения, описывают геодезические мировые линии, другие же части не описывают геодезических линий, и это различие «абсолютно», оно не связано ни с какой специальной системой координат. Впрочем, абсолютное значение вращения вытекает уже из возможности экспериментально установить его, как, например, в случае опыта Ньютона с ведром. Дальнейшему признанию теории относительности способствовали три астрономических следствия, которых требовала эта теория и которые были подтверждены эмпирически: движение перигелия Меркурия, красное смещение спектральных линий у тех неподвижных звезд,

---

[14] H. W e y l. Naturwiss., 1924, 24, 197.

которые называются «белыми карликами», и прежде всего отклонение светового луча вблизи Солнца. Когда А.-С. Эддингтон действительно обнаружил последнее в 1919 г., слава Эйнштейна неслыханно возросла. И хотя вопрос относительно значения эмпирически наблюдавшегося отклонения еще, по-видимому, не вполне разрешен, все же сделанные до настоящего времени измерения отличаются от теоретического значения не более чем на 10%. Однако как сам Эйнштейн смотрел на это? «*Для специалиста этот факт не особенно важен, так как главное значение теории заключается не в подтверждении ее незначительными эффектами, а в большом упрощении теоретической базы всей физики*» [15].

Общая теория относительности, по-видимому, внесла большое упрощение также и в космологию. Старое представление об евклидовом трехмерном пространстве вынуждало представлять его бесконечно протяженным. В этом заложено нечто не дающее удовлетворения, так как это представление лишает возможности надеяться когда-либо постичь явления природы в целом. Если же вместо этого четырехмерный «мир» Минковского имеет неевклидову метрику, то это означает, что оно имеет место для того трехмерного сечения мира, которое представляет пространство физики.Тогда следует это пространство рассматривать, например, как шаровое пространство, замкнутое в себе, т. е. без граничной поверхности и все же с конечным объемом. Только радиус его должен быть настолько большим, чтобы кривизна его оставалась незаметной даже в пределах нашей Галактики. Фактически Эйнштейн в 1917 г. дал статическое решение своих уравнений поля, соответствующее этому представлению; однако оно оказалось нестабильным. Но в 1922 г. А. Фридман дал решение, согласно которому радиус шарового пространства со временем возрастает. Сначала это показалось чисто математической спекуляцией, но в 1928 г. оно получило значение для физики в связи с открытием Хэбблом красного смещения спектральных линий у далеких туманностей. Это смещение фактически можно свести к всеобщему расширению шарообразной Вселенной, вследствие которого различные галактические системы отталкиваются друг от друга. Количественно эта релятивистская теория

---

[15] C. Seelig, S. 195.

красного смещения находилась до сих пор в удовлетворительном согласии с результатами астрономических исследований. Здесь открываются совершенно неожиданные перспективы возникновения и развития Вселенной.

Это было заведомо самым существенным из богатой жатвы Эйнштейна за время его европейских лет. Мы уже упоминали о том, что нападки в прессе и на собраниях, которые происходили после 1918 г., не влияли на его душевное равновесие. Однако постепенно национал-социалисты перешли к открытым насилиям против евреев и инакомыслящих, и это заставило его все-таки снова предпринять меры предосторожности. В конце 1932 г. он оставляет Германию в связи с приближающимся несчастьем. В конце марта 1933 г. он из Бельгии объявляет о своем выходе из Прусской Академии. Таким образом, он предупредил предполагавшееся исключение его 1 апреля в связи с объявленным национал-социалистской партией днем бойкота евреев. Однако в связи с этим все же нечто произошло. Министерство культуры третьего рейха заставило единственного секретаря академии, который присутствовал во время пасхальных каникул, без ведома трех его коллег, или пленума, опубликовать в газетах сообщение, что академия не может печалиться по поводу выхода Эйнштейна. Вскоре, после конфискации его имущества и его дома в Капуте [16], гитлеровское правительство установило даже награду за его голову в сумме 50 тысяч рейхсмарок [17].

Тогда он задержался на некоторое время в Англии и вскоре переехал в Америку, где ему в Институте развития науки в Принстоне, Нью-Джерси, было предоставлено место, аналогичное берлинскому, т. е. без обязанности преподавать. Там он и провел весь остаток своей жизни, овеянный славой, вызывающий удивление всего населения этого маленького университетского городка, часто посещаемый — больше, чем ему хотелось бы — «почитателями» из всех стран. Он больше не предпринимал никаких путешествий, и никогда больше его нога не ступала на европейскую землю. В научном отношении до конца жизни его особенно занимали две глубокие проблемы.

Как было уже указано, уравнения поля Эйнштейна охватывают теорию тяготения и механику. Но наряду с

[16] Капут — деревня и пригород к югу от Потсдама, расположенные на одном из озер.
[17] C. Seelig, S. 228.

ними остается без всякой внутренней связи с ними, хотя и не в противоречии им, большая область электродинамики. Уже начиная с 1929 г. Эйнштейн стремился обобщить далее общую теорию относительности так, чтобы добиться этой недостающей связи. Страстно и очень напряженно работал он над этим, много усилий положили и другие видные исследователи, но, наконец, они пришли к убеждению, что время для этого еще не пришло.

Еще большее разочарование ожидало Эйнштейна в отношении превращения теории квантов в волновую механику. Сначала он живо приветствовал это новое направление и всегда признавал его заслуги в истолковании наблюдений. Но тот статистический подход, который видит в вероятностных высказываниях последнее слово мудрости, представлял, с его точки зрения, грубое заблуждение. Кто знает, как часто он спорил по этому поводу с ведущими теоретиками-квантовиками, устно, письменно, в журналах, но все это было безуспешно. Во всяком случае, следует к его чести признать, что он не подчинился взглядам большинства своих коллег, но мужественно защищал собственные убеждения. Да и в самом деле, он не мог поступать иначе.

Система наук о природе должна представлять единое целое. Противоречия в ней, неопределенность и даже отсутствие внутренних связей заставляют глубже вникнуть в нее. При разработке теории относительности эта тяга к объединению привела к непредвиденным следствиям. Неужели бог мог так устроить, что в элементарных явлениях господствует слепой непонятный случай? Или же стремление к восприятию природы, как объективно данной, представляет вообще устаревший предрассудок? Против обоих этих заключений Эйнштейн выступает с полной определенностью. Для противоположного взгляда он, такой мягкий и, собственно, все понимающий, применяет жесткое выражение «мода» [18]. «*Если я на протяжении продолжительной жизни чему-нибудь научился*,— писал он мне 3 февраля 1955 г.,— *то это тому, что мы гораздо более далеки от глубокого проникновения в элементарные явления, чем думает большинство наших современников*». Но об этом пусть судит будущее.

В Америке его занимали большие мировые события еще больше, чем прежде; ужасная судьба евреев в Европе за-

---

[18] C. Seelig, S. 235.

ставляла его обращать внимание на эту сторону. Он употребил весь свой авторитет на это и помогал, насколько мог, не только отдельным беженцам из гитлеровской Германии, но и всему обществу. Он видел во всем этом угрозу свободе, величайшей ценности человечества, во всем мире. Постепенно он, пацифист, уяснял себе границы пацифизма, основанного на этических принципах. Против зла необходимо применять оружие и самое острое. Именно поэтому он подписал 2 августа 1939 г. то историческое, составленное Лео Сциллардом, письмо к президенту Рузвельту, которое призывало американское правительство быть настороже и предпринять необходимые меры к созданию атомной бомбы, прежде чем это будет сделано с другой стороны. Это и послужило сигналом к известным физическим и техническим работам над бомбой. Сам Эйнштейн в этом не принимал участия, а впоследствии вместе с другими американскими физиками очень сожалел о применении бомбы в 1945 г. против Японии. Следует признать, что ему самому было очень больно воспоминание о своем предложении, которое он сделал от чистого сердца. И после войны он не уставал при всяком удобном случае поднимать свой голос прежде всего против дальнейшего применения атомной бомбы. Наряду с этим он, как старый борец за свободу, выступал против государственного преследования за убеждения, которое имело место в течение нескольких лет в США под эгидой сенатора Мак-Карти. Он открыто давал совет пострадавшим просто уклоняться от ответа на следствии. Ему посчастливилось еще при жизни испытать удовлетворение от спада этого движения. Однако к моменту его кончины оставалось еще много невыполненных желаний как в науке, так и в политике.

И все же, рассматривая его жизнь в целом, мы должны считать ее счастливой. За это говорит то высказывание, которое было им сделано в свое время при получении золотой медали имени Коплея в Королевском обществе:

«*Тому, кому удается найти идею, позволящую проникнуть несколько глубже в вечную тайну природы, оказана великая милость. Кто при этом заслуживает еще признания, симпатии и авторитета у лучших людей своего времени, тот получает, пожалуй, большее счастье, чем может вынести человек*».

Б. Г. Кузнецов

СПИНОЗА И ЭЙНШТЕЙН

1. ПРИНЦИП СУЩЕСТВОВАНИЯ

В 1937 г. Нильс Бор приехал в Америку, посетил Принстон и встретился с Эйнштейном. Сразу начался, вернее возобновился, спор о квантовой механике. Этот спор продолжался почти непрерывно с 1927 г., с первого Сольвеевского конгресса. Эйнштейн по-прежнему не соглашался с вероятностным характером основных закономерностей мироздания, с утверждением, будто «бог играет в кости». На этот раз дискуссия приняла своеобразную форму: Эйнштейн и Бор спорили, каких взглядов на квантовую механику придерживался бы Спиноза. Голландский гранильщик оптических стекол был приглашен в качестве арбитра, вероятно, по инициативе Эйнштейна,—ведь Спиноза был властителем его дум и Спинозе посвящены очень важные суждения Эйнштейна. Во всяком случае, Бор согласился вызвать великую тень Спинозы и представить на ее суд коренные проблемы физики.

Вмешательство Спинозы в спор Эйнштейна и Бора могло существенно изменить противостоявшие одна другой физические концепции. Можно представить себе, что апелляция к Спинозе заставила и Эйнштейна и Бора перевести спор в плоскость самых общих контроверз, сопоставимых по общности с понятиями, введенными Спинозой. Было бы, вероятно, интересно написать гипотетический диалог между Эйнштейном, Бором и Спинозой, но смертному не дано угадывать слова бессмертных и не следует вкладывать свои догадки в их уста. Однако некоторые догадки — не гипотетические тексты, а догадки о логических связях между концепциями Спинозы, Эйнштейна и Бора — вытекают с некоторой вероятностью из сопоставления концепций.

Такой догадкой является обобщение квантового соотношения микроскопических и макроскопических понятий. Это соотношение состоит в физической неполноценности представления о чисто квантовых свойствах частицы без дополнительного представления о макроскопическом теле, т. е. теле с гарантированными классическими свойствами. Как известно, квантовая механика в общем случае отказывает электрону, или другой микрочастице, в определенной траектории и определенной скорости. Квантовая механика в своем негативном смысле отвергает определенную пространственно-временную локализацию частицы и, с другой стороны, отвергает определенный импульс и энергию частицы. Таким образом, классическое представление о движении падает. Согласно этому представлению — в его наиболее общей и точной форме — частица обладает в каждый момент тремя определенными пространственными координатами, причем этот момент можно отсчитывать от некоторого начального момента, представить как четвертую, временную координату и, таким образом, присвоить частице четыре координаты, определяющие *мировую точку* — пространственно-временную локализацию частицы, ее локализацию в четырехмерном пространственно-временном континууме. Совокупность мировых точек частицы образует ее *мировую линию*. Форма мировой линии зависит от взаимодействия частицы с другими частицами, от обмена энергиями и импульсами с другими частицами; в изменении формы мировой линии и выражается взаимодействие частиц. Подобное представление о движении частицы от точки к точке и от мгновения к мгновению и об определении движения частиц их взаимодействием подготовлялось с XVII в. и получило наиболее полное развитие в XX в., в теории относительности, в тех утверждениях теории относительности, которые считались в первой половине столетия наиболее важными.

Квантовая механика, казалось, разбила этот классический мир, составленный из мировых линий тождественных себе частиц. Но он вышел из испытания преображенным. Все дело в том, что соотношения квантовой механики лишены смысла без классического представления о движении. Квантовая механика обладает позитивным содержанием, она указывает условия и пределы классических представлений, и эти указания лишены смысла без классических понятий. Квантовая механика рисует картину взаимодействия частицы с большим, макроскопическим, классическим телом, например с диафрагмой, прочно установленной и заведомо неподвижной. Через отверстие диафрагмы проходит частица. Отверстие может быть сколь угодно малым, и в результате подобного взаимодействия обретает физический смысл понятие сколь угодно точной пространственной локализации частицы. При этом становится неопределенным ее импульс, так как узкое отверстие воздействует на частицу, изменяя ее скорость. Импульс частицы можно определить, пропуская частицу через дверцу, которая обладает заведомо точной реакцией, отклонением, заведомо точно измеряющим полученный импульс. Но диафрагма с такой реагирующей на импульс частицы дверцей не может обеспечить точного определения положения частицы в момент прохождения сквозь диафрагму. Подобные, широко известные примеры иллюстрируют соотношения, теряющие смысл без классических понятий определенного импульса и определенной локализации частицы. Квантовая механика — это не только учение о квантовых объектах, у которых корпускулярные свойства сочетаются с волновыми и которые поэтому не могут обладать определенной пространственно-временной локализацией и определенными взаимодействиями, определенными энергиями и импульсами. Квантовая механика — это учение о специфических взаимодействиях таких квантовых объектов с классическими объектами, которые вводят в картину мира несколько размытые, но тем не менее реальные мировые линии и восстанавливают, правда, не абсолютную, а конституционно-ограниченную власть классического представления о природе.

Более того. Только теперь классическое представление о природе приобретает физическую содержательность. Требование физической содержательности было самым тяжелым требованием для классической картины мира. В сущности оно никогда не было удовлетворено. Когда Декарт отождествил тело с занятым им местом и, соответственно, вещество — с пространством, науке так и не удалось ответить на вопрос: чем отличается физический объект от геометрического, тело от места, вещество от пространства? Декарт не ответил на этот вопрос, он снял его. Но тем самым понятия тела и движения потеряли физический смысл. С развитием атомистики вопрос был задан в несколько иной форме, он прозвучал так: чем отличается частица от мировой точки, чем отличается движение частицы от мировой линии, чем отличается физический мир от пусть четырехмерной, но все же четырехмерно-геометрической схемы мировых линий?

Вопрос этот задавался в сотне различных форм — мы сейчас привели только одну, соответствующую нашему столетию. И ответ на этот вопрос давали в самых различных формах. В общем, дело сводилось к тому, что физическое тело, в отличие от чисто геометрического образа, в принципе способно воздействовать на органы чувств и быть объектом физического эксперимента. Квантовая механика раскрыла главное условие возможности экспериментальной регистрации частицы: последняя взаимодействует с классическим объектом. Вместе с тем квантовая механика обнаруживает физический характер такого взаимодействия, она отмечает неопределенность сопряженных переменных, неопределенность либо положения, либо импульса или же времени, либо энергии. Такая неопределенность связана с характером взаимодействия частицы и макроскопического объекта. В последнем счете она демонстрирует физическую реальность движения частицы.

Мировая линия показывает, как должна двигаться частица. Но чтобы мы знали, что речь идет не просто о переходе от одной мировой точки к другой, а о переходе частицы, о ее переходе из одной точки в другую, нужна квантовая демонстрация физического взаимодействия частицы с классическим прибором. В этом смысле квантовая неопределенность субстанциализирует мировую линию. Поясним эту мысль. Законы государства определяют поведение людей. Но речь будет идти не о своде законов, а о реальном поведении людей, если можно представить себе некоторую локальную, статистически погашаемую неопределенность в их поведении.

Во второй половине нашего столетия физика приблизилась к миру очень высоких энергий, к процессам, происходящим в очень малых пространственно-временных областях, порядка 10^{-13} *см* и 10^{-24} *сек*, а может быть, и значительно меньше. Когда построят ускорители порядка нескольких сотен миллиардов электронвольт, мы, вероятно, получим однозначную картину таких процессов. По-видимому, это уже не релятивистский мир непрерывных движений тождественных себе частиц, а ультрарелятивистский мир, где возникают и исчезают частицы известных нам (а скорее всего, и неизвестных еще) типов.

Здесь можно высказать предположение, которое обладает очень большой вероятностью. Картина элементарных трансмутаций в пространственно-временных клетках порядка 10^{-13} *см* и 10^{-24} *сек* или меньше не будет обладать физическим смыслом без картины непрерывных движений тождественных себе частиц, определенных типов, без картины мировых линий. В самом деле, понятие трансмутации означает, что частица одного типа превращается в частицу иного типа. Но тип частицы означает определенную форму мировой линии, выражающую массу, заряд, спин и т. д. Это — макроскопическое понятие.

Отсюда следует, что принцип физического существования объекта, принцип субстанциального существования, принцип физической содержательности исходных понятий картины мира становится еще более явным в науке второй половины столетия (насколько можно предвидеть ее развитие), чем в квантовой механике, созданной в 1927 г. Дальше мы пока не пойдем, нам предстоит позже совершить переход от физических прогнозов, обладающих некоторой вероятностью, к более произвольным квазифизическим конструкциям, имеющим лишь иллюстративное значение. Сейчас следует остановиться на позиции Спинозы как условного участника и арбитра принстонской дискуссии Эйнштейна и Бора.

На его основных идеях мы остановимся во втором параграфе. Сейчас только отметим, что с точки зрения современной физики главной идеей Спинозы является идея субстанции, отличающейся от картезианского пространства, отождествленного с веществом. Отметим также, что с точки зрения современной физики понятие субстанции у Спинозы представляется важнейшей для XVII в. реализацией принципа существования.

Только что были повторены слова: «с точки зрения современной физики». Существует ли независимая от точки зрения инвариантная оценка главной идеи в творчестве того или иного мыслителя? Сохраняется ли некоторая объективная оценка творчества при изменении исходного пункта ретроспекции?

Чтобы пояснить ответ на эти вопросы, уделим несколько строк одной или, вернее, двум аналогиям. В теории относительности фигурируют инварианты преобразований от одной системы координат к другой. Таковы, например, взаимодействия тел, скорость света и четырехмерные интервалы между событиями. Напротив, пространственные расстояния, вообще говоря, меняются при переходе от одной системы к другой. В квантовой механике при переходе от одного тела взаимодействия к другому меняется точность определения динамических переменных: в одном случае, например, точнее определяются координаты, в другом случае — импульс.

Инвариантами преобразования от одной исходной точки ретроспекции к другой служат связи между элементами рассматриваемой концепции, а также связи между этой концепцией и другими. Античная атомистика всегда представляется логически стройной концепцией и прогрессивной по своим воздействиям на последующее развитие науки. Но относительные «размеры», относительное значение той или иной идеи меняются в зависимости от угла зрения. В античной атомистике (чтобы продолжить тот же пример) мы по-иному оцениваем эпикурову идею единой ультрамикроскопической скорости частиц, после того как обнаружили аналогичные концепции в современной физике. Если говорить о Спинозе, то инвариантной будет оценка логической безупречности переходов от понятия субстанции к понятию атрибута, к понятию модуса и т. д. Но значение этих понятий меняется в зависимости от того, с какими именно идеями современной науки мы сопоставляем учение мыслителя XVII в. Но при таком сопоставлении, может быть, еще больше меняется смысл современных идей. В том же гипотетическом принстонском разговоре Спиноза узнал бы много нового о действительном смысле понятий субстанции, атрибута и модуса. Но и его сравнительно молодые собеседники узнали бы от Спинозы немало нового о том, «играет ли бог в кости», и о смысле понятий существования, дополнительности, неопределенности и относительности. Тень Спинозы была вызвана в Принстоне именно для того, чтобы пролить свет на указанные понятия и проблемы.

Ограничимся этими предварительными, вводными замечаниями и перейдем к модификации принципа существования в логических конструкциях Спинозы, в релятивистской и в квантово-релятивистской физике.

2. CAUSA SUI

К написанному Спинозой в 1663 г. изложению философии Декарта издатель Людвиг Мейер приложил согласованное с автором предисловие, в котором отмечены главные пункты отличия идей Спинозы от идей Декарта. В качестве одного из таких пунктов указано отрицание границ познания [1]. В физике Декарта не было непознаваемых процессов, все они сводились к перемещению частей гомогенной материи, отождествленной с пространством. Но за пределами физики Декарта оставалась его метафизика, где фигурировала свободная, лишенная каузальных оснований воля человека и, с другой стороны, остающаяся вне каузального объяснения божественная воля. У Спинозы нет никакой мыслящей субстанции помимо протяженной субстанции, и эта субстанция постижима разумом. Непротяженная субстанция, фигурирующая в метафизике Декарта, не вмешивается в судьбы протяженных тел, в перемещения частей вещества — частей пространства. Но *исходные* определения картезианской физики связаны с границей познания, которая служит вместе с тем границей протяженной субстанции. Цепь механических причин в конце концов приводит к этой границе.

У Спинозы такой границы нет. Все мироздание — не только *движение* тел, но и *существование* этих тел — подчинено каузальной гармонии, протяженной и познаваемой. По отношению к концепции Декарта концепция Спинозы уже не рационализм, а ультрарационализм. Эту ультрарационалистскую концепцию можно, если угодно, взять в качестве первого пункта в гипотетическом заключении арбитра, выслушавшего в Принстоне аргументы Эйнштейна и Бора.

Если существование тел должно быть объектом каузального объяснения, то как провести демаркационную линию между *субстанцией* мироздания и *поведением* составляющих его тел, как обеспечить каждому высказыванию о природе не только сказуемое («*как* движется?»), но и подлежащее («*что* движется?»), как решить проблему существования субстанции в каузальном плане?

---

[1] Renati Descartes principiarum philosophiae pars prima et secunda more geometrico demonstratae per Bendictum de Spinoza. Amste Amstelacdamensum· Amst. apud. Ioh. Rieuwertst. 1663. Praef. pg IX—X.

Спиноза решает эту проблему с помощью понятия бытия, которое является причиной самого себя, понятия имманентной причины, не требующей воздействия извне, понятия природы, которая является не только произведенной, но и производящей, производящей самое себя. Эти понятия предвосхищают современное понятие «самодействия», столь существенное для теории элементарных частиц, но они не являются только примитивным и неопределенным прообразом «самодействия». Перечисленные понятия, положенные Спинозой в основание его системы, при сопоставлении с современными концепциями не только сами модифицируются, но и модифицируют современные понятия. Именно поэтому Спиноза и был вызван для участия в принстонской дискуссии не только в порядке повышения его квалификации в вопросах субстанции, но и в качестве арбитра.

Мы можем проиллюстрировать некоторую «операторную» (т. е. изменяющую рассматриваемую современную ситуацию) потенцию спинозовского понятия субстанции с помощью следующего примера. Субстанция — то, что Спиноза называет богом,— является свободной в том смысле, что нет другой субстанции, которая бы вынуждала ее действовать так или иначе. Но она отнюдь не «свободна» в смысле какого-либо произвола, свободной воли мыслящего разума, некаузального выбора того или иного решения. Свобода субстанции — это не свободная воля (libera voluntes), а свободная причина (causa libera), причина, которая состоит в существовании самой причинно обусловленной субстанции (causa sui), а не в импульсе, источником которого служит другая субстанция.

В классической картине мира движение каждого тела определяется импульсами, которые оно получает от других тел. Каждое движение — вернее, каждое изменение состояния движения, каждое ускорение — есть результат воздействия на движущееся тело, оно определено силовым полем. Но какое поле определяет существование и структуру вещества, в его отличии от пространства? Эта проблема выходит за пределы классической науки. Речь идет не о совокупности небесных тел, определяющих силы инерции, как это думал Мах. Принцип Маха — это обобщение классического представления о взаимодействиях тел как о причинах импульсов, которые получают отдельные тела. С точки зрения принципа существования проблема состоит в ином, в поисках единого поля, которое определяет существование, дислокацию, массы, заряды всех частиц, из которых состоит Вселенная. Подобная самосогласованная система взаимодействует сама с собой, и ничем другим, кроме такого «самодействия», не определяется поведение Вселенной.

Очевидно, единое поле, взаимодействующее с собой и ответственное за существование, субстанциальные предикаты и дислокацию частиц, это аналог спинозовской субстанции, causa sui и производящей природы (natura naturans). Однако нужны ли эти, по-видимому не физические, крайне общие категории при поисках единого поля? Ведь представление о существовании частицы как результате существования других частиц пробивает себе дорогу в современной теории элементарных частиц независимо от историко-философских реминисценций. Но Эйнштейн требовал от физической теории не только «внешнего оправдания» — соответствия с наблюдениями, но и «внутреннего совершенства», т. е. естественного логического выведения из наиболее общих посылок, с минимумом допущений ad hoc. Понятие causa sui — самая общая абстракция классической науки может стать *физическим* понятием (т. е. быть связанной с экспериментально проверяемыми выводами) за пределами классической науки.

Из двух атрибутов единой субстанции нас интересует протяженность. Понятие атрибута у Спинозы — чрезвычайно тонкое. «Под атрибутами, — говорит Спиноза,— я подразумеваю то, что интеллект познает как существенное свойство субстанции» («Per attributum intelligo id, quod intellectus de substantia percipit, tanquam ejusdem essentiam constituens») [2].

Это отнюдь не субъективные формы познания. Спиноза подчеркивает постижимость субстанции — п р и н ц и п и а л ь н у ю постижимость. Нужно только подчеркнуть, что атрибуты и, следовательно, протяженность не являются тем, что Спиноза именовал модусом (к этому понятию мы сейчас перейдем), т. е. не являются какими-то конечными свойствами, которые входят в опыт. Атрибуты — вне познающего субъекта, «extra intellectum», как говорит Спиноза. И вместе с тем именно протяженность как атрибут субстанции делает субстанцию пости-

[2] B. S p i n o z a. Ethica I, Def. IV.

жимой. Постижимой как нечто протяженное: протяженность как атрибут не может быть выведена из другого атрибута. Здесь — предупреждение, объективно адресованное будущему и направленное против многочисленных в XVII — XIX вв. попыток представить протяженность как вторичное свойство, выводимое из других (у Лейбница — из понятия силы).

Мы сопоставляем учение Спинозы о субстанции с современными идеями и выясняем, какие современные идеи могут считаться связанными с учением Спинозы. Это не историческая, а физическая проблема, и именно она стояла перед Эйнштейном и Бором в Принстоне. При решении этой проблемы важно подчеркнуть следующее. Протяженность как атрибут связана не с воздействием на субстанцию какого-либо тела, а с «самодействием» субстанции.

С воздействием тел, с взаимодействием конечных объектов связано представление о протяженности как о модусе. Модус—это частное, конечное, ограниченное выражение субстанции. Таким является место тела по отношению к бесконечной протяженной природе. Таковы вообще отдельные предметы, их свойства, их поведение. Последнее определяется внешними воздействиями, и в отличие от субстанции (res libera) Спиноза называет модусы res necessaria vel poitas coacta. Модусами служат покой и движение тела. Тела отличаются одно от другого не субстанцией — они гомогенны,— а скоростью движения. Здесь Спиноза может идти довольно далеко по следам Декарта — проблема существования решается не в учении о модусах, а в учении о субстанции. Спиноза говорит о механической причинности, связывающей движущиеся тела. Их причинная связь объединяет мир модусов — сотворенную природу — natura naturata.

К natura naturata относятся относительные движения и относительные места, которые могут существовать только при наличии тел отсчета. Относительные движения и относительные места тел зависят от импульсов. Речь идет о тех или иных расстояниях между телами, зависящих от взаимодействий тел так же, как скорости движения, т. е. скорости возрастания или уменьшения расстояний.

Если говорить о современных эквивалентах понятий Спинозы, в natura naturata входит метрическое пространство, пространство с любой, постоянной или переменной, определенной или неопределенной метрикой. Только в natura naturata может быть определено поведение тел, то, что сейчас мы назвали бы мировыми линиями.

3. СПИНОЗА И КЛАССИЧЕСКАЯ НАУКА

Каков же физический эквивалент natura naturans и протяженности как атрибута? Мы постараемся прежде всего показать, что протяженность как атрибут, в отличие от протяженности как модуса, не нашла физического эквивалента в классической науке. Если бы Спиноза познакомился с классическими представлениями о физических процессах, он увидел бы в них natura naturata — совокупность модусов и нигде не обнаружил бы natura naturans, субстанции с протяженностью в качестве предиката, не обнаружил бы causa sui. Идеал классической науки — объяснить, как движется каждая частица под воздействием других частиц, причем это воздействие зависит от положений и скоростей других частиц. Классическая картина мира включала две основные составляющие: первая из них — положение частиц в пространстве и во времени, вторая — взаимодействия частиц. Программа, изложенная в ньютоновых «Началах», состояла в том, чтобы по силам находить положение частицы в каждый момент (это задача механики), и в том, чтобы по расположению и движению частиц находить силы (это задача теории поля). Правда, сюда вклинилось противоречащее классическому идеалу воздействие абсолютного пространства, вызывающее силы инерции, но эта концепция Ньютона противоречила классическому представлению о natura naturata, о причинной связи, где движение отдельного тела всегда объяснялось импульсом, о причинной связи, выражающейся во взаимодействии тел как причине сил.

Критика абсолютного пространства и абсолютного ускоренного движения, как причины сил инерции, привела к принципу Маха: силы инерции, как и все силы, зависят от взаимодействия тел, силы инерции — результат воздействия всей совокупности небесных тел. Это весьма общее выражение классического идеала науки не выходит за рамки natura naturata, потому что здесь нет ничего, кроме поведения тел, их траекторий, скоростей, ускорений, здесь нет спинозовской causa sui, нет физического процесса, который выходил бы за пределы каузальной связи мировых линий, за пределы совокупности модусов, за пределы natura naturata.

Классическая термодинамика также находится в пределах модусов. За ее статистическими закономерностями стоят модальные causales — движения молекул, подчиненные механической причинности. Из этих рамок не выходит и классическая электродинамика, и классическая теория поля в целом. Они являются необходимыми компонентами системы каузальных связей, объясняющих поведение частиц, но не выводящих это поведение из атрибутов субстанции. Классическая наука по своему наиболее общему определению структурна: она объясняет свойства макроскопических тел строением и движениями входящих в эти тела частиц, но не выводит поведение частиц из их субстанции, из того, что отличает субстанцию от пространства как расстояния.

На первый взгляд кажется странным, что классическая физика, каузальная по своей основной идее, не испытала существенного воздействия со стороны наиболее последовательной каузальной философии нового времени. Она обнаружила явное влияние философии Декарта, Лейбница, Канта. Но влияние Спинозы мало ощутимо. Столь же странным, и так же только на первый взгляд, кажется тот факт, что наиболее последовательный адепт неограниченного каузального рационализма не был, в отличие от названных мыслителей, физиком, не оставил следов, соответствующих его гению, в области, которая была питательной средой и сферой применения каузального рационализма. Спиноза собирался написать физический трактат, но это намерение не было осуществлено. Можно представить себе причины указанных фактов. Спиноза — единственный философ XVII в., который перешел с требованием чисто каузального объяснения через границы мира, состоящего из отдельных физических объектов и их взаимодействий, и внес это требование в область субстанции. Этим он отличается от Декарта, Лейбница, Канта, вообще от всех философов, которые либо отождествляли, подобно Декарту, субстанцию с пространством (тогда граница исчезает), либо приписывали субстанции непространственный характер (Лейбниц), либо переносили проблему субстанции в телеологическую область практического разума (Кант).

Ценой игнорирования или телеологического решения проблемы субстанции была получена возможность каузального описания поведения объектов, которые в сущности не имели никаких других предикатов, кроме поведения, кроме пространственно-временной локализации и определяющих такую локализацию взаимодействий. Но Спиноза требовал большего — и в этом своеобразие его системы: он требовал, чтобы то, что не является поведением, состоянием, модусом субстанции, то, что является самой субстанцией, было подчинено каузальному объяснению. Но субстанция не может входить в цепь причин и следствий, объясняющих смену ее состояний, ее модусов. Здесь уже требуется понятие причины, совпадающей со своим действием, понятие causa sui. Классическая наука не могла воплотить такое понятие в физический образ.

4. «ГРЕШИТЬ ПРОТИВ РАЗУМА»

Коренные, наиболее важные и специфические идеи Спинозы не были исходными идеями Эйнштейна. Скорее они соответствовали итогам его творчества. Исходная идея Эйнштейна состояла в том, чтобы достроить здание классической науки, входившее в рамки спинозовской natura naturata, т. е. суммы модусов, совокупности однозначно связанных между собой импульсов и движений. Это и было сделано. Специальная теория относительности исключила мгновенное дальнодействие, которое было физическим прообразом отделения пространства от времени. Если одно событие может быть причиной другого, отдаленного события, происшедшего в одно и то же мгновение, что и первое, в один и тот же момент единого, охватывающего все пространство абсолютного времени, то отсюда следует, что чисто пространственное представление о причинной связи одновременных событий — это физический прообраз пространства, как такового, «одновременного» пространства. Но если причинно связаны лишь те события в точках A_1 и A_2, между которыми прошло время не меньше, чем то, которое требуется свету, чтобы пройти от A_1 до A_2, то положение меняется.

Мир распадается не на пространственные траектории, а на четырехмерные пространственно-временные мировые линии.

Общая теория относительности покончила с другим понятием, противоречащим по существу всеобщей каузальной зависимости модусов спинозовской natura naturata и противоречившим идеалу классической науки. Пустое пространство в целом, т. е. нечто не входящее в число модусов, уже не служит причиной сил инерции, силы инерции объясняются импульсом, воздействием небесных тел, вполне в духе концепции natura naturata.

А как обстоит дело с концепцией natura naturans, с субстанцией, с causa sui? Мы увидим сейчас, что именно этот вопрос заставлял Эйнштейна идти вперед. Вперед к объединению макроскопических релятивистских соотношений с ультрамикроскопическими ультрарелятивистскими соотношениями.

В автобиографическом очерке 1949 г. Эйнштейн считает недостатком специальной теории относительности то обстоятельство, что ее соотношения не выведены из ультрамикроскопической структуры тел отсчета. «Это в известном смысле нелогично; собственно говоря, теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решения основных уравнений (учитывая, что эти предметы имеют атомную структуру и движутся), а не считать ее независимой от них»[3].

Речь идет о том, чтобы метрические свойства тел отсчета были состояниями субстанции, вытекали бы не из геометрических постулатов (постулатов псевдоевклидовой четырехмерной геометрии в случае специальной и неевклидовой, в случае общей теории относительности), а чтобы сами эти постулаты, описывающие поведение тел отсчета, вытекали из атрибутов субстанции, из того, что отличает физический объект от пространства или от пространства — времени.

Эта же задача стоит перед общей теорией относительности, когда она ищет путей к преодолению неполноценности тензора энергии-импульса в своем основном уравнении. В этом основном уравнении с одной стороны находятся величины, представляющие собой меру кривизны пространства — времени, т. е. модальные определения протяженности. По существу речь идет опять-таки о поведении тел отсчета — масштабов и часов. С другой стороны находится тензор энергии-импульса, т. е. величина, описывающая

---

[3] А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов. IV, М., 1967, стр. 280.

распределение источников гравитационного поля. Однако эти источники — чисто модальные понятия, сгустки энергии и массы — не выступают в качестве модусов, выведенных из атрибутов субстанции, в качестве величин, производных от некоторого поля, которое уже не зависит от посторонних импульсов, которое взаимодействует только само с собой.

Чем дальше, тем Эйнштейна все меньше удовлетворяла картина универсальной зависимости сил инерции от импульсов со стороны других элементов natura naturata, со стороны совокупности тел Вселенной (принцип Маха). Его все меньше удовлетворял первичный характер элементов natura naturata — изменений метрического пространства, протяженности как модуса.

Видел ли Эйнштейн путь к физическому представлению о natura naturans, о самодействующей субстанции, состояниями которой служат метрические свойства масштабов и часов, метрические свойства пространства — времени, поведение наблюдаемых тел? Этот путь Эйнштейн в некоторой мере видел, вернее допускал его существование. Но он не пошел по указанному пути.

Чисто спинозовское решение проблемы должно было состоять в постулате пространственных, но принципиально не модальных, не регистрируемых метрически процессов, которые тем не менее в принципе могут быть объектом физического анализа, так как они определяют метрически регистрируемые, выражающиеся в метрических соотношениях вторичные процессы. Первый намек на существование метрически нерегистрируемых процессов состоит во взаимодействии измеряемого тела и измеряющего прибора. Измеряющий прибор — тело, с помощью которого производится измерение,— воздействует на измеряемое тело. В письме к Морису Соловину Эйнштейн говорит о таком воздействии, после чего следует неожиданное по общности заключение: «если не грешить против разума, нельзя вообще ни к чему прийти» [4].

Действительно принципиально неконтролируемое воздействие измеряющего прибора на измеряемое тело это грех против разума, это измена рационализму. Но какому рационализму?

---

[4] A. Einstein. Lettres a Maurice Solovine. Paris, 1956, p. 129.

Рационализму Декарта? Да! Рационализму однозначной причинной связи модусов? Да! Но если говорить о рационализме Спинозы, лежащем в основе учения о субстанции, о спинозовском ультрарационализме (сейчас мы увидим, почему термин «рационализм» здесь недостаточен), то перед нами не измена, а апофеоз. «Грех против разума» — это грех против разума, постигающего бытие как систему импульсов и линий поведений, однозначно определяемых этими импульсами. Следовательно, это грех против разума, воплощенного в natura naturata, но грех во имя natura naturans, производящей природы, causa sui, субстанции.

Квантовая частица, иначе говоря, частица, для которой существенна дополнительность волнового и корпускулярного аспектов, несколько выходит за пределы рационализма, против которого приходится грешить. Ее поведение в общем случае не определено полученным импульсом, пространственно-временная локализация определена тем меньше, чем больше определены энергия и импульсы частицы. Что важно подчеркнуть, это то, что квантовая частица отличается от мировой точки, в каждый момент и в каждой пространственной точке ее бытие не сводится к пребыванию в мировой точке и к переходу из одной мировой точки в другую. Таким образом, квантовая частица — это переход в область субстанции, в область того, что находится под областью мировых линий под natura narurans в качестве ее подосновы.

Но в квантовой механике грех против разума — не смертный грех. Наряду с негативной стороной квантовая механика обладает классически позитивной стороной. Постулат классических тел взаимодействия с гарантированно локализованными элементами (например, отверстиями в неподвижной диафрагме) или с гарантированной реакцией на импульс (диафрагма с очень легкой дверцей) позволяет присвоить квантовым объектам пространственно-временную локализацию и метрически регистрируемые импульсно-энергетические взаимодействия и, таким образом, вернуться в мир natura naturata. Но все же грех есть грех, и после квантовой механики классическая картина мировых линий, зависящих от импульсов, которые одно тело (одна модальная протяженность) передает другому телу (другой модальной протяженности), потеряла свой само собой разумеющийся абсолютный смысл.

Теперь можно представить себе смысл той реплики, которую мы не отважимся, как уже было сказано, вложить в уста Спинозы.

По-видимому, Спиноза согласился бы с Эйнштейном: закономерности природы управляют не вероятностями, а самими событиями. Они определяют поведение каждой частицы от точки к точке и от мгновения к мгновению, они определяют мировые линии, и каузально объясненный мир распадается на мировые линии частиц.

Но Спиноза согласился бы и с Бором: схема определенных мировых линий не исчерпывает самых глубоких атрибутов природы, бунт частицы против определенной мировой линии и ее бунт против определенного импульсно-энергетического взаимодействия, быть может, свидетельствует о том, что субстанция частицы не сводится к ее определенному пространственно-временному и импульсно-энергетическому поведению. Бог Спинозы — это не natura naturata, это natura naturans, это субстанция, и из того, что классическая natura naturata имеет строго определенный характер и состоит не из определенных вероятностей, а из определенных событий, вовсе не следует, что такова же и natura naturans. Быть может, бог Спинозы, в отличие от бога Эйнштейна все же играет в кости.

Можно подумать, что Спиноза уподобился бы тому известному мудрецу, который, решая тяжбу, сказал:«Ты прав, сын мой» истцу, ту же фразу — ответчику, а когда жена мудреца запротестовала против согласия с исключающими друг друга версиями, ответил ей: «И ты тоже права». В такой-то мере Спиноза в тяжбе Эйнштейна с Бором апробировал бы противостоящие одна другой концепции. В какой-то мере он согласился бы и с их несовместимостью. Но главное содержание заключения арбитра должно было состоять в развитии и обобщении представленных на его суд концепций.

Можно ли развивать, обобщать модифицировать концепции Эйнштейна и Бора? Ведь для этого, казалось бы, необходимо перейти к новым областям физического эксперимента, к новым рядам физических явлений. Но с современной точки зрения такой переход и был необходимой частью принстонской апелляции к тени Спинозы. Ведь речь шла не о спиритическом сеансе, а о физическом споре и имя Спинозы могло быть только символом поисков новых физических фактов. В 1937 г. еще могло существовать представление о решении спора логическими аргументами и историческими реминисценциями. Но и тогда вопрос Эйнштейна и Бора начинался словами: «если бы Спиноза знал квантовую механику...» Теперь этот вопрос должен начинаться так: «если бы Спиноза знал о виртуальных частицах, о вакууме, о релятивистских квантовых эффектах...»

В 60-е годы, если речь идет о физической, а не историконаучной проблеме, вызов тени Спинозы может означать только одно. Идея natura naturata имеет в качестве физического эквивалента систему мировых линий и импульсно-энергетических взаимодействий, определяющих события — пространственно-временную локализацию и обмен импульсами и энергиями. Неопределенность того и другого — физический эквивалент несводимости natura naturans к natura naturata. А в чем же положительное решение проблемы? Где физический эквивалент спинозовского бога, спинозовской субстанции, спинозовской causa sui?

Первое, классическое приближение к природе дает систему определенных событий, где нет игры в кости. Это — natura naturata. Далее квантовый мир. И еще дальше, вернее еще глубже, мир ультрарелятивистских эффектов. О нем мы знаем очень мало. Быть может, с помощью ускорителей порядка 400—1000 млрд *электронвольт*, проникнув в области порядка 10^{-13} — 10^{-15} *см* и 10^{-24} — 10^{-25} *сек*, мы узнаем о нем больше. Но одну особенность ультрарелятивистских энергий и ультрарелятивистского мира можно сейчас предугадать с некоторой вероятностью, проиллюстрировав чисто условной схемой (не снижающей по своей заведомой условности вероятности самой особенности), и сопоставить с категориями Спинозы.

Представим себе, что в областях порядка 10^{-13} *см* и 10^{-24} *сек* не происходит непрерывных движений тождественных себе частиц. Здесь частицы только трансмутируют. Но эти трансмутации приводят к существованию тождественных себе частиц одного и того же типа: частица превращается в иную, а затем иная частица превращается в частицу исходного типа. Процесс этот пространственный, частица регенерирует через 10^{-24} *сек* на расстоянии в 10^{-13} *см*. Но пространство в указанных областях — не метрическое, здесь расстояние не является функцией координат и не является величиной, характеризующей движение тождественной себе частицы, оно является условием существования такой частицы, условием ее движения. Пространство здесь не модус, а атрибут субстанции.

Мы можем связать ультрарелятивистские регенерации частицы (исходные, не выводимые из метрической формулы) с самодействием субстанции, с causa sui, и сделать это не с помощью физической гипотезы, а с помощью условной квазифизической схемы, иллюстрирующей лишь принципиальную возможность сближения современных понятий с понятиями Спинозы. Предположим, что регенерации во все стороны на расстояние в 10^{-13} *см* в течение 10^{-24} *сек* обладают равной вероятностью и зависят от воздействия Метагалактики в целом на каждый из ее элементов, на каждую частицу. По существу речь идет о самодействии Метагалактики, о causa sui. Такое самодействие ничего общего не имеет с принципом Маха, поскольку перед нами не импульсы частицы, а исходные пространственные атрибуты.

Несколько столь же условных допущений о механизме перехода от субстанциальной протяженности, т. е. от ультрарелятивистских регенераций, к модальной протяженности, т. е. к движениям на различные расстояния, с различной скоростью, к движениям, зависящим от импульсов.

Наряду с самодействием Метагалактики, мы встречаем в мире локальные поля: гравитационные поля небесных тел и систем и другие силовые поля. Эти локальные поля ответственны за модальные движения. Они нарушают симметрию вероятностей регенерации и создают дисимметрию вероятностей, поэтому частица в локальном поле преодолевает в какой-то мере (различной в различных системах отсчета) исходный симметричный разброс направлений элементарных сдвигов, приобретает макроскопическую ненулевую траекторию (в течение заданного времени, после большого числа случайных блужданий, оказывается более или менее далеко от исходного пункта) и макроскопическую ненулевую скорость (не превышающую, однако, скорости элементарного сдвига 10^{-13} : : $10^{-24} = c$, т. е. «скорость» света; слово «скорость» стоит здесь в кавычках потому, что в указанной области нет движения в модальном смысле).

5. ИГРАЕТ ЛИ БОГ СПИНОЗЫ В КОСТИ?

Этот вопрос, собственно, и интересовал Эйнштейна и Бора. Мы могли бы сейчас придать ему экспериментальный характер. Поскольку с переходом к более высоким энергиям мы проникаем во все меньшие пространственно-временные области, можно представить себе, что энергии порядка 400—1000 млрд *электронвольт* откроют дверь в области, где модальные категории теряют смысл и где мы сталкиваемся непосредственно с атрибутами субстанции, с natura naturans. Но экспериментальный разговор с богом Спинозы требует больших средств, может произойти очень не скоро и, главное, не произойдет без новых понятий: на ряд вопросов физика высоких энергий ответит, вероятно, отрицанием физического смысла заданных вопросов. Поэтому не лишней, быть может, окажется почытка проверить, сохраняет ли смысл вопрос «играет ли бог в кости», когда речь идет о боге Спинозы, о natura naturans.

Вопрос этот обладает физическим смыслом, если выпадение костей — результат испытания — может быть хотя бы в принципе наблюдаемым. Тогда можно ответить на вопрос о боге, играющем в кости, утвердительно либо отрицательно. Если закономерности бытия определяют достоверным образом выпадение костей, иначе говоря, если бог знает заранее, как лягут кости, тогда никакой игры случая нет, тогда бог не играет в кости. Если же закономерности бытия определяют лишь вероятность результата испытания, если бог заранее знает только шансы каждого выпадения костей, тогда бог играет в кости.

Вся эта схема кажется неприменимой к немодальной протяженности, к natura naturans. Приведенная выше схема иллюстрирует такую неприменимость. Известна ли вероятность пространственно неопределенных регенераций? О вероятности тут не может быть и речи, пока мы не вводим в пространство координатные оси, направления, симметрию и дисимметрию направлений. Пока все это не введено, можно говорить только о регенерациях частицы без характеристики направлений. Но регенерация сама по себе не только вероятна и даже не только достоверна, она представляет собой natura naturans, субстанциальное бытие, существование субстанции, и если пользоваться тут языком Спинозы, то нельзя ставить вопрос, разыгрывает ли бог в кости свое бытие. Все дело, однако, в том, что natura naturans не имеет физического смысла без natura naturata.

Что же касается последней, т. е. модального движения частицы в определенную сторону, то здесь, если иметь в виду ультрамикроскопическую картину, бог играет в кости. Но это не спинозовский бог, не natura naturans. Основные закономерности тех движений, которые могут быть наблюдаемы,— статистические закономерности, и это, конечно, относится к каждой, отдельно взятой, индивидуальной тождественной себе частице. Нестатические закономерности модального движения в ультрамикроскопическом аспекте исключены, импульсы, энергия и пространственно-временная локализация частицы определены в общем случае только по вероятности.

И тут мы сталкиваемся с идеей, вполне спинозовской и наиболее чуждой классическому представлению. Все дело в том, что спинозовский «бог, не играющий в кости» неотделим от боровского «бога, играющего в кости», понятие атрибута в современной физике неотделимо от понятия модуса.

Протяженная субстанция обладает в качестве исходного атрибута неопределенными по направлению регенерациями. Эти регенерации и выделяют области порядка 10^{-13} *см* и 10^{-24} *сек* как минимальные дискретные ячейки, внутри которых не может быть модального, метрического пространства — динамической переменной движущейся частицы. Но понятие регенерации лишено смысла без понятия макроскопической мировой линии; в начале статьи уже отмечалось, что превращение частицы одного типа в частицу другого типа означает переход от одной эвентуальной мировой линии к другой. Это — современная физическая модификация спинозовской идеи, которая не имела ни антецедентов, ни продолжения в классической науке: в понятие субстанции включается ее принципиальная познаваемость. Мы можем без какой бы то ни было модернизации применить современный термин и говорить о д о п о л н и т е л ь н о с т и спинозовских natura naturans и natura naturata.

Из представления о такой дополнительности можно было бы вывести инвариантность скорости распространения света и вообще скорости распространения взаимодействий между телами, скорости распространения полей, Речь идет о распространении дисимметрии вероятностей ультрамикроскопических регенераций. Сами эти регенерации — natura naturans, и к ним непосредственно неприменимо понятие вероятности. Однако оно применимо в качестве дополнительного, и без него регенерация бессодержательна; если нет представления о макроскопическом движении, фраза «частица превращается в иную, а затем в частицу исходного типа» лишена смысла: трансмутация — это изменение эвентуальной макроскопической мировой линии. Макроскопическая мировая линия определенна статистически. Таким образом, понятия субстанциальной достоверности и вероятности — дополнительные понятия. Спинозовский бог — natura naturans — не играет в кости, но не имеет физического смысла без играющей в кости natura naturata. Направление элементарного сдвига на расстояние 10^{-13} *см* определяется игрой случая, разыгрывается каждый раз в кости, поэтому направление траектории частицы имеет статистический разброс и макроскопическая скорость частицы в зависимости от такого разброса, в зависимости от системы отсчета оказывается различной. Но самый факт игры в кости, самый факт дополнительности ультрамикроскопической регенерации и ее направления субстанциален, не является игрой случая, дисимметрия вероятностей регенерации не является вероятной, она достоверна, она имеет место при каждом акте регенерации, распространяется без статистического разброса — с одной и той же скоростью во всех системах отсчета.

Это выведение относительности из дополнительности можно было бы изложить в более отчетливой и «физической» форме [5], но здесь, пожалуй, уместно упомянуть о таком выведении в максимально общем и поэтому архаизированном виде, чтобы указать на связь современных проблем со спинозовским учением о субстанции и с тезисом о дополнительности natura naturans и natura naturata.

---

[5] См.: Б. Г. Кузнецов. Относительность и дополнительность. «Эйнштейновский сборник». М., 1966, стр. 141—196.

Я. Пахнер

ПРИНЦИП МАХА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

На основании эмпирических фактов Ньютон [1] считал себя вынужденным ввести в физику понятие «абсолютного пространства», которое «по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным» и в котором «абсолютное, истинное, математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему протекает равномерно...».

Мах [2] в своей критике принципов ньютоновской механики отклонил убеждение Ньютона, что привилегированное положение инерциальной системы отсчета, связанной с неподвижными звездами,— следствие того факта, что эти неподвижные звезды находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения относительно абсолютного пространства, и высказал мнение, что ньютоновские абсолютные движения в действительности суть относительные движения относительно суммарной массы Вселенной (классическая формулировка принципа Маха).

Значение принципа Маха могло быть существенно расширено в общей теории относительности, так как метрика пространственно-временного континуума зависит от пространственного распределения материи. Эйнштейн в своей первой космологической работе [3] был убежден, что уравнения поля общей теории относительности, дополненные новым космологическим членом, вообще не имеют решения, когда исчезают все компоненты тензора

---

[1] Jaroslav Pachner. Das Machsche Prinzip in der allgemeinen Relativitätstheorie. Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich Schiller — Universitat. Jena, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe, Heft 1, Jahrgang 15, 1966.

материи. Тогда можно было бы формулировать принцип Маха как утверждение, что пространство — время без материи не существует (релятивистская формулировка принципа Маха, равноценная «принципу Маха 3» классификации Пирани [4]). Однако вскоре де Ситтер показал [5], что все же существует решение уравнений поля Эйнштейна с космологическим членом и без тензора материи. Позже были еще набросаны более широкие, менее строгие формулировки принципа Маха [4].

Автор хочет здесь предпринять попытку показать, что принцип Маха содержится в первоначальной формулировке Эйнштейном уравнений поля общей теории относительности при допущении, что хотя исчезновение всех компонентов тензора материи и означает исчезновение плотности материи, но это еще необязательно означает одновременное исчезновение суммарной массы статической Вселенной бесконечного объема.

Из уравнений поля общей теории относительности без космологического члена

$$R^{\nu}_{\mu} - \frac{1}{2} R\delta^{\nu}_{\mu} = (8\pi\gamma / c^2)\, T^{\nu}_{\mu} \tag{1a}$$

при

$$ds^2 = -\left(\frac{G(t) / G_0}{1 + kr^2 / 4G_0^2}\right)^2 (dr^2 + r^2 d\Theta^2 +$$

$$+ r^2 \sin^2 \Theta d\varphi^2) + c^2 dt^2, \tag{1b}$$

$$k = +1, \tag{1c}$$

$$T^{\nu}_{\mu} = 0 \text{ за исключением } T^4_4 = \rho(G) \tag{1d}$$

получается, что средняя плотность ρ_0 в момент максимального расширения конечной Вселенной Фридмана выражается известной формулой [6]:

$$\rho_0 = (3c^2 / 8\pi\gamma)(1 / G_0)^2. \tag{2}$$

Здесь c — скорость света, γ — ньютоновская гравитационная постоянная и G_0 — максимальный радиус кривизны пространства. Тогда суммарная масса Вселенной составляет

$$M_0 = 2\pi^2 G_0^3 \rho_0 = (3\pi c^2 / 4\gamma)\, G_0. \tag{3}$$

Из этих двух уравнений получается еще оценка средней плотности в зависимости от суммарной массы

$$\rho \geqslant \rho_0 = (27\pi c^6 / 128\gamma^3)(1 / M_0^2). \tag{4}$$

Из этих хорошо известных соотношений (4) и (3) следует, что суммарная масса Вселенной с исчезающей плотностью должна быть бесконечной. С другой стороны, при исчезновении суммарной массы объем Вселенной должен сократиться до нуля. Иными словами, мы рассматриваем метрику Минковского как предельный случай Вселенной Фридмана с положительной кривизной и именно как единственную статическую изотропную Вселенную с бесконечным объемом.

Приведенная здесь интерпретация принципа Маха подкрепляется следующим соображением. Пусть дана конечная, равномерно распределенная масса. Уравнения поля без космологического члена дают нам два совершенно различных решения: либо метрику Шварцшильда, либо пульсирующую Вселенную Фридмана, в зависимости от того, допускаем ли мы, что пространственно-временной континуум (т. е. метрика с сигнатурой ± 2) существует и в областях, где плотность массы равна нулю, или в них не существует. Но решение уравнений поля вновь становится однозначным, если мы внешнюю метрику Шварцшильда, записанную в изотропных координатах,

$$ds^2 = -\left[1 + \frac{\gamma m_0}{2c^2 r}\right]^4 (dr^2 + r^2 d\Theta^2 + r^2 \sin^2 \Theta d\varphi^2) + \\ + \left[\frac{1 - \gamma m_0 / 2c^2 r}{1 + \gamma m_0 / 2c^2 r}\right]^2 c^2 dt^2 \qquad (5)$$

идентифицируем с предельным случаем ($G = G_0 = \infty$, $G = 0$) метрики Мак-Витти [7], которая после интегрирования своего уравнения для $\mu(t)$ может быть переведена в следующую форму [6]:

$$ds^2 = -\left[1 + \frac{\gamma m_0 G_0}{2c^2 r G(t)} \sqrt{1 + \frac{kr^2}{4G_0^2}}\right] \left(\frac{G(t) / G_0}{1 + kr^2 / 4G_0^2}\right)^2 \times \\ \times (dr^2 + r^2 d\Theta^2 + r^2 \sin^2 \Theta \, d\varphi^2) + \\ + \left[\frac{1 - [\gamma m_0 G_0 / 2c^2 r G(t)] \sqrt{1 + kr^2 / 4G_0^2}}{1 + [\gamma m_0 G_0 / 2c^2 r G(t)] \sqrt{1 + kr^2 / 4G_0^2}}\right] c^2 dt^2. \qquad (6)$$

Можно считать решающим для приведенной интерпретации принципа Маха то, что это дает нам объяснение эффекта Тирринга. Мы исходим из результатов исследований Хёнля и Денена [8], доказавших, что во Вселенной

Эйнштейна и во Вселенной Фридмана появляются кориолисовы и центробежные силы надлежащей величины в любой системе отсчета, вращающейся относительно суммарной массы Вселенной.

Силы Тирринга, т. е. кориолисовы и центробежные силы, величина которых пропорциональна отношению гравитационного радиуса вращающейся полой сферы к ее геометрическому радиусу, получаются как результат одновременного действия вращающейся массы полой сферы и невращающейся бесконечно большой массы Вселенной Минковского.

До сих пор мы рассматривали лишь полевые уравнения без космологического члена. Если мы хотим привести в согласие с вышеприведенной интерпретацией принципа Маха также и Вселенную де Ситтера, данную полевыми уравнениями

$$R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2} R\delta_{\mu}^{\nu} = -\lambda\delta_{\mu}^{\nu} \tag{7a}$$

и метрикой (1в)

$$k = \pm 1{,}0, \tag{7b}$$

то мы должны космологическую постоянную, деленную на 8π, идентифицировать с плотностью массы ρ_G, выраженной в геометрическом масштабе ($\gamma = 1$, $c = 1$), или с отрицательным давлением p_G:

$$\frac{\lambda}{8\pi} = \frac{\gamma}{c^2} T_{\mu}^{\nu} = \left\{\begin{matrix} \rho_G = (\gamma / c^2)\rho, \ (\mu = 4), \\ -p_G = -(\gamma/c^4)p, \ (\mu \neq 4) \end{matrix}\right\}, \tag{8}$$

которые должны иметь необычайное свойство: их величина не зависит от расширения или сжатия пространства Вселенной. Вселенная де Ситтера исчезающей кривизны ($k = 0$) становится благодаря этому идентичной с вариантом Мак-Креа [9].

Кроме метрики Минковского, известны и другие решения уравнений поля без космологического члена и с исчезающим тензором материи. Чтобы иметь возможность судить о них, определим пространственный объем Вселенной выражением

$$V = \iiint \sqrt{-\det g_{\mu\nu}}\, dx_1\, dx_2\, dx_3, \tag{9}$$

где интеграл распространяется на пространство, в котором выполняются условия Гильберта [10]

$$g_{11}<0, \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} > 0, \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} < 0, \quad g_{44} > 0. \quad (10)$$

Пока этот объем бесконечен, эти решения также согласуются с вышеприведенной интерпретацией принципа Маха: они представляют, так сказать, «возбужденные состояния» Вселенной Минковского, т. е. гравитационные волны во Вселенной Минковского. В случае же наличия решения с конечным объемом вышеприведенная интерпретация принципа Маха теряет свое значение.

Если не существуют решения с конечным объемом, то это означает, во-первых, что предположение о возможности существования пространства— времени без материи не доказано и, во-вторых, что в действительности гравитационное поле представляет собой потенциальный резервуар всех форм материи (в смысле соображений Клейна [11]). Тогда мы можем ответить на древний вопрос, что такое пространство и что такое время,— они являются компонентами эйнштейновского гравитационного поля, образованного суммарной массой Вселенной. Изотропия пространства свидетельствует о том, что в космическом масштабе материя распределена однородно и изотропно во всем космическом объеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and his Systems of World. Dorian Cajori (Ed.) Berkeley, 1960, p. 6.
2. *E. Mach.* Die Mechanik in ihrer Entwicklung. Leipzig, 1896, S. 221 ff.
3. A. *Einstein.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1917, 142.
4. *F. A. E. Pirani.* Helv. phys. acta Suppl. IV, 1956, 198; см. также: *H. Hönl.* Physiker-Jagung Wien, 1961. Baden, 1962.
5. *W. De Sitter.* Amstr. Proc., 1917, 19, 1217; 1917, 20, 229.
6. См., например: *J. Pachner.* Phys. Rev., 1963, 132, 1837.
7. *G. C. Mc Vittie.* Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1933, 93, 325.
8. *H. Hönl, H. Dehnen.* Z. Phys., 1962, 166, 544; *H. Dehnen.* Z. Phys., 1962, 166, 559.
9. *W. H. Mc Crea.* Proc. Roy. Soc., 1951, A 206, 562.
10. *M. Laue.* Die Relativitätstheorie, Bd. 2. Braunschweig, 1921, S. 40, 253.
11. *O. Klein.* In: Recent Developments in general relativity. Warszawa, Oxford, 1962, p. 293.

Э. М. Чудинов

ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ БЕСКОНЕЧНОСТИ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КОСМОЛОГИИ

1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Традиционное решение вопроса о пространственно-временной бесконечности Вселенной состояло в безусловном признании бесконечности. Такое решение являлось следствием евклидовой концепции пространства, которая была общепринятой в естествознании, в том числе и в космологии, вплоть до появления общей теории относительности.

Релятивистская космология — космология, построенная на основе общей теории относительности, внесла существенные изменения в традиционное решение вопроса о бесконечности. Было показано, что этот вопрос допускает неоднозначное решение: наряду с возможностью бесконечности пространства имеется возможность конечности, которая также не противоречит законам природы. Новый подход к проблеме явился следствием новой концепции пространства, которая исходит из предположения, что реальное пространство является римановым или, если речь идет о пространстве — времени, псевдоримановым.

Установление возможности неоднозначного решения вопроса о бесконечности Вселенной привело к возникновению следующей проблемы: какая из возможных количественных характеристик — конечность или бесконечность реализуется в действительности. В рамках одной лишь теории эта проблема оказывается неразрешимой. Конечные и бесконечные модели одинаково допустимы с точки зрения релятивистской теории. Оба эти типа моделей являются решениями гравитационных уравнений Эйнштейна, составляющих существо общей теории относительности.

Обычно путь решения проблемы бесконечности представляется в виде сопоставления теоретических возможностей с данными наблюдений. Считается, что в действительности реализуется та возможность, которая находится в лучшем согласии с эмпирическими данными. Однако нужно заметить, что при решении вопроса об отношении космологической модели к действительности, особенно если эта модель выступает в своем глобальном значении, как описание Вселенной в целом, приходится существенно опираться не только на эмпирический материал, но и на некоторые дополнительные допущения, постулаты, непосредственно не вытекающие из опыта. Имеется настоятельная необходимость проанализировать характер посылок, на основе которых решается проблема бесконечности в ее релятивистской постановке.

При рассмотрении оснований любого решения проблемы бесконечности важно установить, не принимаются ли на постулативном уровне идеи, которые являются существенным элементом самого вывода. Например, не опирается ли возможное заключение о пространственно-временной бесконечности на допущениях, которые уже предполагают наличие бесконечности в той или иной форме? Разумеется, использование в качестве аргумента идеи, которая сама подлежит доказательству, делает доказательство некорректным. Это означает petitio principii.

В данной статье мы постараемся показать, что ситуация типа petitio principii оказывается совершенно неизбежной при любой попытке доказать пространственно-временную бесконечность (или конечность) Вселенной. Это, по мнению автора, является проявлением того, что тезис о бесконечности (конечности) имеет аксиоматический характер. Из аксиоматического характера этого тезиса вытекает ряд следствий относительно логической формы решения проблемы бесконечности.

В своей статье мы проявим известное «пристрастие» к более детальному рассмотрению логических оснований одной из возможностей, допускаемых релятивистской космологией,— к возможности пространственно-временной бесконечности Вселенной.

2. ПОНЯТИЕ БЕСКОНЕЧНОСТИ ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ

Сделаем несколько предварительных замечаний. Специальная теория относительности описывает время в «пространственных» терминах: время выступает здесь как одно из измерений четырехмерного континуума. В силу этого проблема определения бесконечности времени в известном смысле сводится к определению бесконечности пространства. Общая теория относительности принимает концепцию метрического пространства. Поэтому определение бесконечности пространства в релятивистской космологии должно быть метрическим, основанным на понятии расстояния. Таким определением может быть, например, следующее: пространство бесконечно, если в нем существуют такие пары различающихся точек, расстояния между которыми больше любого наперед заданного числа [1].

Вполне понятно, что постановка вопроса о метрическом определении бесконечности пространства имеет смысл только для пространств, которые характеризуются единой метрикой. К ним относятся прежде всего пространства постоянной римановой кривизны — нулевой и отрицательной. В отличие от последних пространство постоянной положительной кривизны обычно рассматривается как конечное. В нем любые неограниченно продолженные «прямые» (геодезические) являются замкнутыми и имеют конечную длину.

Все же надо заметить, что положительная кривизна является лишь необходимым, но еще не достаточным условием конечности пространства. Для того чтобы пространство такого типа действительно могло рассматриваться как конечное, необходимо указание на его односвязность. Этот момент в применении к пространствам, рассматриваемым в космологии, впервые был отмечен, видимо, А. А. Фридманом. А. А. Фридман специально оговаривает

[1] Это определение индуцировано определением конечного пространства, данного А. А. Фридманом. «Мы называем пространство конечным,— пишет А. А. Фридман,— если расстояние между двумя произвольными несовпадающими точками не превышает некоторого положительного постоянного числа, какова бы ни была эта пара точек». См. А. А. Фридман. О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной пространства.— Успехи физ. наук, 1963, том LXXX, вып. 3, стр. 451.

односвязность пространства постоянной положительной кривизны путем введения дополнительного постулата, утверждающего, что в таком пространстве между двумя точками можно провести одну и только одну прямую (геодезическую) линию [2].

Единая метрика может быть (хотя и необязательно) и у пространств переменной кривизны. В частности, допустима такого рода ситуация. Пространство состоит из частей, каждая из которых имеет свою метрику. Э. Картан допускает, что в этом случае между метриками соседних частей можно установить связь. «Можно предположить,— указывает он,— ...что аналитическое представление каждой части может быть немного продолжено вне ее, т. е. на соседние части, и что два ds^2, полученные при этом на общих участках, будут сводимы один к другому посредством преобразования координат, которое связывает одно аналитическое представление с другим» [3]. Однако в данном случае, хотя постановка о метрических свойствах всего пространства, в том числе и о его бесконечности, сохраняет смысл, утрачивается связь между бесконечностью и знаком римановой кривизны.

Приведенное определение бесконечности пространства как такого пространства, в котором существуют расстояния, больше любого положительного числа, не является единственным. В принципе допустимо неограниченное множество определений бесконечности. К такому выводу можно прийти, если воспользоваться некоторыми идеями математической логики. В математической логике определением бесконечности принято считать любые математико-логические формулы, выражающие условие бесконечности. Такие формулы тождественно истинны, по крайней мере в одной бесконечной области, и невыполнимы ни в какой конечной области объектов. Принимая изложенный критерий определения бесконечности в некоторых специальных видах математико-логических исчислений, можно получить следующий результат: существует неограниченное количество определений бесконечности. Точнее: не существует самого сильного и самого слабого определения бесконечности. Для любой

[2] А. А. Фридман. Мир как пространство и время, 1965, стр. 101—102.

[3] Э. Картан. Геометрия римановых пространств, М.—Л., 1936, стр. 62.

формулы (аксиомы) бесконечности всегда существует более сильная и более слабая [4].

Аналогично можно считать определением бесконечности пространства любое предложение, выражающее условие его бесконечности. Это предложение необязательно должно в явной форме указывать на количественные размеры пространства. Достаточно, чтобы оно выполнялось для пространства метрически бесконечного и не выполнялось ни для какого конечного пространства. Примером неявного определения бесконечности пространства может служить, в частности, следующее: «пространство, в котором через точку, лежащую вне данной прямой, можно провести только одну неограниченно продолженную параллельную прямую». Такое пространство, как известно, евклидово, а следовательно, и метрически бесконечно.

Примененный критерий немедленно приводит к выводу о том, что существует неограниченное количество определений бесконечности пространства. При этом многие определения оказываются неэквивалентными: выполнение одного из них не влечет с необходимостью выполнения другого, и наоборот.

В связи с многообразием определений бесконечности пространства возникает вопрос о том, какое из них является основным. На этот вопрос вряд ли можно дать удовлетворительный ответ путем выбора из всех определений «самого» основного. Видимо, такого определения вообще не существует и характер определения бесконечности во многом зависит от того, каким образом была определена конечность пространства.

Указание на многообразие определений бесконечности пространства и на наличие так называемых неявных определений является весьма важным моментом для понимания логических оснований проблемы бесконечности в релятивистской космологии. Как в дальнейшем будет показано, любой вывод о бесконечности пространства Вселенной опирается на постулирование более сильных или по крайней мере эквивалентных определений бесконечности, которые относятся к числу так называемых неявных определений.

---

[4] См.: Б. А. Трахтенброт. Невозможность алгорифма для проблемы разрешимости на конечных классах.—ДАН СССР, 1950, LXX, № 4, стр. 571—572. А. Черч. Введение в математическую логику, 1960, стр. 330.

Очень важно отметить и математический тип бесконечности для того случая, когда речь идет о бесконечности Вселенной. Нам думается, что в данном контексте понятие бесконечности неизбежно берется в значении актуальной бесконечности. Актуальный характер бесконечности определяется здесь самой глобальной постановкой вопроса, неограниченным употреблением понятия «все» в применении к явлениям мира.

Можно привести и более общие соображения в пользу того, что в релятивистской космологии, по крайней мере в ее современном виде, оказывается неизбежным употребление понятия актуальной бесконечности. В классической математике, которая составляет аппарат релятивистской космологии, любое употребление понятия бесконечности так или иначе связано с концепцией актуальной бесконечности. Этот момент не всегда учитывается. Некоторые авторы склонны ограничить космологию только потенциальной бесконечностью и исключить из нее актуальную бесконечность [5]. Нам представляется, что эта тенденция неправомерна. Г. Кантор, на наш взгляд, убедительно показал, что в рамках классической математики идея потенциальной бесконечности с необходимостью предполагает признание бесконечности в ее актуальной форме. «Если не подлежит никакому сомнению, что мы не можем обойтись без переменной величины в смысле потенциального бесконечного,— пишет он,— то отсюда можно вывести также необходимость актуального бесконечного следующим образом. Для того чтобы можно было использовать подобную переменную величину в каком-нибудь математическом исследовании, «область» ее изменения должна, строго говоря, быть заданной наперед благодаря некоторому определению. Но эта «область» не может быть сама, в свою очередь, чем-то переменным, ибо, в противном случае, наше исследование не имело бы под собой никакой прочной основы. Следовательно, эта «область» представляет некоторое определенное актуально бесконечное множество значений» [6].

---

[5] См.: Х. П. Керес. Бесконечные материальные системы и гравитационный парадокс. Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии (тезисы докладов и сообщений на Всесоюзном симпозиуме). Киев, 1964, стр. 197.

[6] Г. Кантор. К учению о трансфинитном.— В сб.: «Новые идеи в математике», сб. 6, 1914, стр. 133.

Существование тесной связи между потенциальной и актуальной бесконечностью в классической математике ни в какой степени не противоречит тому, что в рамках конструктивной математики оказывается возможным отход от абстракции актуальной бесконечности при сохранении потенциальной бесконечности в некотором специфическом для конструктивизма значении. Это связано с различием методов классической и конструктивной математики и различием понятий конструктивной и классической потенциальной бесконечности.

Классическая математика оперирует не только конструктивными объектами, но и объектами, которые не обладают этим свойством. Поэтому здесь оказывается возможным введение для переменных с самого начала области объектов, которую переменная «пробегает». Это обстоятельство по-существу и лежит в основе связи актуальной и потенциальной бесконечности. В конструктивной математике такая процедура невозможна. Здесь имеет место не переменная, пробегающая готовую область значений, а некоторый потенциально осуществимый конструктивный процесс. Ограничение, состоящее в конструктивности объектов, делает не только возможным, но и необходимым отказ от абстракции актуальной бесконечности при сохранении потенциальной бесконечности, но уже в неклассическом ее значении.

Приведенные соображения относительно необходимости актуальной бесконечности в релятивистской космологии не следует расценивать как абсолютизацию актуальной бесконечности. Они, во-первых, отражают современное состояние космологической науки, которое характеризуется применением идей и методов классической математики, и, во-вторых, имеют силу для такой ситуации, когда проблема бесконечности решается в виде признания бесконечности Вселенной. В этом случае абстракция актуальной бесконечности неустранима. Но последняя предпосылка не безусловна. Релятивистская космология, допускающая альтернативу бесконечности в применении ко Вселенной в целом, не только не абсолютизирует актуальную бесконечность, но, наоборот, наносит удар по ее абсолютизму.

3. ЛОГИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА КОНЕЧНЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И НЕЗАВИСИМОСТЬ ПРИНЦИПА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Космологические модели обычно рассматриваются под углом зрения их отношения к действительности. В этом аспекте они выступают как теоретические конструкции, воспроизводящие некоторый оригинал — Вселенную в целом или, по крайней мере, некоторую ее область. Однако, если говорить о релятивистских космологических моделях, то к ним допустим и другой подход, который мы условно назовем логическим. Он состоит в рассмотрении моделей в плане их отношения не к отображаемой действительности, а к гравитационным уравнениям, решениями которых они являются.

Отношение решений уравнений к самим уравнениям совершенно аналогично отношению модели, как некоторой совокупности объектов, к абстрактной схеме аксиом, которая выполняется на данной модели. Собственно говоря, это не просто аналогия. Решения уравнений, являющиеся конкретными значениями переменных, и есть модели, выполняющие уравнения. По отношению к уравнениям они выполняют интерпретационную функцию.

Гравитационные уравнения, как известно, не имеют однозначного решения. Им удовлетворяют пространственно-временные структуры, обладающие различными, а подчас и противоположными свойствами. Эта особенность уравнений делает их схожими с неполной системой аксиом, которая выполняется на различных неизоморфных моделях. Методом моделей в основаниях математики и математической логике обычно пользуются для выяснения характера логических отношений между аксиомами, а именно для решения вопроса о том, является данная аксиома независимой от других аксиом аксиоматической системы или же она может быть получена из последних в качестве следствия. Логический аспект релятивистских космологических моделей позволяет использовать их для выяснения отношений между различными принципами релятивистской теории, синтетическим выражением которых являются гравитационные уравнения Эйнштейна.

С изложенной точки зрения факт получения в качестве решений гравитационных уравнений конечных моделей можно рассматривать как доказательство того, что принцип бесконечности (формулировка, задающая бесконечность) не является логическим следствием уравнений, не зависит от них. Здесь мы имеем дело с так называемой независимостью относительно следствий, строгое определение которой дается математической логикой.

Математическая логика различает два вида логической выводимости и соответственно два вида независимости. Для решения вопроса о том, выводимо ли предложение E из некоторых исходных посылок, постулатов Δ, поступают следующим образом. Исходные посылки записываются символическим языком в виде формул. К посылкам присоединяется определенная логическая система, состоящая из логических аксиом и правил вывода. Если при этом оказывается возможным на основе постулатов Δ и логических аксиом при помощи фиксированных правил вывода получить E как теорему, то говорят, что E формально доказуема в данной расширенной логической системе или формально выводима из Δ.

Существует и другой способ определения выводимости, который в отличие от изложенного имеет содержательный характер. Он связан с понятием модели. Допустим, что постулаты представлены некоторыми формулами, включающими в себя предикаты и предметные переменные. Будем рассматривать эти формулы как пропозициональные функции, которые принимают истинностные значения при замене предметных переменных под знаком предикатов конкретными предметами. Тогда моделью постулатов называется некоторая непустая область предметов, для которых постулаты принимают значение «истинно». Предложение E, принадлежащее к логической системе, которая состоит из лежащей в ее основе логики и постулатов, называется следствием постулатов, если формула E имеет значение «истинно» для всякой модели постулатов.

Если формула E не вытекает из исходных посылок, то о ней говорят, что она логически не зависит от них. В соответствии с двумя способами определения логического вывода, различают два вида независимости — независимость относительно доказуемости и независимость относительно следствий [7]. Формулу E называют независимой относительно доказуемости от постулатов Δ, если она не является теоремой в логической системе, включающей эти постулаты

---

[7] А. Черч. Введение в математическую логику, 1960, стр. 315.

вместе с определенной логикой. Эта же формула независима относительно следствий, если она не является следствием других постулатов. Для последнего необходима такая модель, которая бы обеспечивала выполнимость всех постулатов (Δ — истинно) и невыполнимость рассматриваемой формулы (E — ложно). Данная модель в таком случае называется независимостным примером для E.

Важно заметить, что релятивистская космология дает доказательство независимости относительно следствий принципа, утверждающего бесконечность пространства космологической модели. Это доказательство осуществляется моделями с конечным трехмерным пространством. Первой такой моделью была статическая модель А. Эйнштейна.

Создавая релятивистскую космологию, А. Эйнштейн исходил из предположения, что гравитационные уравнения допускают только статическое решение. Это выразилось в том, что он постулировал наряду с однородностью и изотропностью пространства независимость его метрики от времени. Метрика с течением времени не должна меняться.

Поскольку в мире Эйнштейна вещество распределялось с равномерной плотностью, то была опасность возникновения парадокса, аналогичного гравитационному парадоксу в классической космологии. Для того чтобы скомпенсировать гравитационные силы, А. Эйнштейн ввел отрицательное давление, которое было представлено в уравнениях дополнительным членом — космологической постоянной Λ.

Решение обобщенных гравитационных уравнений с Λ-членом

$$R_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}R=-\chi T_{ik}+g_{ik}\Lambda \qquad (1)$$

привело к статической модели, обладающей конечным пространственным сечением. Пространственное сечение этой модели представляет трехмерное риманово пространство постоянной положительной кривизны. Оно характеризуется конечным радиусом и конечным объемом.

Модель А. Эйнштейна была связана с изменением гравитационных уравнений, с введением в них космологической постоянной Λ, необходимость которой не вытекала из самой теории и не оправдывалась данными эксперимента. Исследуя гравитационные уравнения, А. А. Фридман ни-шел, что они допускают также и нестатические решения, которые не требуют обязательного включения в уравнения космологической постоянной и могут быть получены при $\Lambda=0$.

Среди нестатических моделей имеются модели, пространственное сечение которых конечно. Однако в отличие от статической модели А. Эйнштейна, радиус этих моделей не остается постоянным, а меняется с течением времени. Отметим одну из нестатических моделей, имеющих конечное пространственное сечение,— осциллирующую модель O_1. Эта модель совершает эволюцию, состоящую в чередовании состояний расширения и сжатия. Расширение модели начинается с особого «сингулярного» состояния $R=0$, которое сменяется замедленным расширением до регулярного максимума. Затем наступает ускоренное сжатие модели до сингулярного состояния $R=0$.

Статическая модель Эйнштейна и осциллирующая модель являются конечными только в отношении своего трехмерного пространства. Моделью, у которой конечно не только пространственное сечение, но также и пространственно-временной континуум, является модель де Ситтера. Эта модель получена из обобщенных гравитационных уравнений с $\Lambda > 0$. Она имеет ряд особенностей, отличающих ее от упоминавшихся моделей, в частности от модели Эйнштейна. Прежде всего она является пустой. Тензор материи-энергии-импульса для нее равен нулю. Но кривизна пространства — времени этой модели имеет ненулевое значение даже в отсутствии масс. В пятимерном евклидопространстве миру де Ситтера соответствует четырехмерный шар.

Особого внимания заслуживает проблема конечности времени. Дело в том, что временное сечение упоминавшихся моделей является бесконечным. Это относится не только к модели Эйнштейна, но и к модели де Ситтера, пространственно-временной мир которой конечен. Временное сечение этой модели представляет собой однополостный гиперболоид, открытый в направлении линий времени. Все же надо отметить, что в релятивистской космологии имеются и такие модели, временноподобные линии которых замкнуты. К ним относится модель, полученная австрийским математиком и логиком К. Гёделем в 1949 году [8]. Модель К. Гё-

[8] K. Godel. «Rev. Mod. Phis.», 1949, 27.

деля имеет метрику, представленную линейным элементом

$$ds^2 = a^2\left(d\tau^2 - dx^2 + \frac{1}{2} e^{2x} dy^2 - dz^2 + 2e^x d\tau\, dy\right), \quad (2)$$

в которой величина $-1/2a^2$ может быть интерпретирована как Λ. Пространство — время этой модели однородно, но анизотропно: модели присуще абсолютное вращение.

В модели Гёделя не может быть однозначно осуществлен выбор линий времени. Интересной особенностью модели Гёделя является наличие замкнутых временноподобных линий. Например, если на мировой линии некоторой фундаментальной частицы (которая сама по себе незамкнута) выделить две точки A и B, причем таким образом, что A предшествует B на этой мировой линии, то существует временноподобная линия, соединяющая A и B, на которой B предшествует A.

В модели Гёделя замкнуты не все временноподобные линии. Но есть модель, в которой замкнутость является характеристикой времени в целом. Это пустая однородная и изотропная модель с $\Lambda < 0$. Ее иногда также называют моделью де Ситтера [9], хотя, естественно, она отличается от уже упоминавшейся модели де Ситтера с $\Lambda > 0$.

Пространство — время модели де Ситтера с $\Lambda < 0$ имеет отрицательную кривизну. Но ее временное сечение характеризуется положительной кривизной. Все линии времени модели замкнуты.

Может показаться вполне законным рассматривать замкнутое время как форму конечного времени, а модели с замкнутым временем как модели, свидетельствующие о независимости принципа бесконечности времени от гравитационных уравнений. Однако такой вывод, основанный на аналогии времени с пространством, небезупречен. Анализ замкнутого времени показывает, что оно представляет собой конструкцию вырожденного времени. Для него утрачивают смысл аксиомы временного порядка и свойства длительности, составляющие сущность времени, как мы его обычно понимали. Поэтому, как нам кажется, мы не вправе расценивать конструкцию замкнутого времени как свидетельство независимости принципа бесконечности времени. Свойством независимости относительно следствий, видимо, обладает только принцип бесконечности пространства.

[9] См.: Дж. Синг. Общая теория относительности, 1963, стр. 221.

4. ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОПОСТАВЛЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ОПЫТОМ

Релятивистские космологические модели представляют собой теоретически допустимые, с точки зрения гравитационных уравнений, пространственно-временные структуры. Если принять допущение, что гравитационные уравнения верны, т. е. правильно описывают гравитационное поле, метрические свойства пространства и времени реального мира, то релятивистские модели можно рассматривать как гипотезы о строении Вселенной.

Оставаясь в рамках одной лишь теории, невозможно определить, какая из моделей имеет преимущества перед другими в смысле правильного описания внешнего мира. Вопрос о предметном содержании истины есть в конечном счете вопрос практики. Поэтому вполне понятно обращение космологов к опыту, данным астрономических наблюдений, стремление решить проблему бесконечности на эмпирической основе.

Для эмпирической проверки космологических моделей весьма полезным оказывается метод, предложенный А.-С. Эддингтоном. А.-С. Эддингтон отмечает: «Теория преследует две цели: первая заключается в отыскании способов, при помощи которых можно проверить справедливость наших постулатов, а вторая — в открытии того, как законы, выражаемые ими, вытекают из строения мира» [10]. В соответствии с этим все исследования необходимо подразделить на две части: «В одной из них излагалось бы, как можно постепенно от экспериментальных данных перейти к принятому в конце концов описанию строения мира, а в другой, исходя из структуры мира, выводились бы все наблюдаемые явления» [11].

Мы опять-таки остановимся главным образом на возможностях эмпирической проверки бесконечных моделей и воспользуемся для этой цели схемой А.-С. Эддингтона. Сопоставление бесконечных моделей с данными опыта позволяет лучше представить, каким образом и в каком логическом качестве идея бесконечности Вселенной может быть введена в науку.

---

[10] А.-С. Эддингтон. Теория относительности, Л.—М., 1934, стр. 193.

[11] Там же.

Необходимо заметить, что опытные данные сами по себе без каких-либо дополнительных допущений еще не раскрывают бесконечности в ее актуальной форме. Эта истина была известна давно. Релятивистская космология не только ничего не изменила в этом отношении, но еще более ограничила конечные рамки эксперимента. Классическая космология давала некоторую уверенность в том, что для данного момента времени наблюдаемая пространственная область может быть неограниченно увеличена за счет более сильных наблюдательных приборов. Релятивистская космология показала, что такой оптимизм не во всем оправдан. Опыт наблюдателя оказывается принципиально ограниченным горизонтом.

С физической точки зрения горизонт можно представить себе следующим образом. По мере приближения к предельному расстоянию, именуемому горизонтом, «красное смещение» усиливается в такой мере, что видимая частота света стремится к нулю. В силу этого горизонт является границей, разделяющей видимые объекты от тех, которые принципиально не могут наблюдаться в современную эпоху. Математически горизонт представляет собой сечение четырехмерного континуума световым конусом. Это сечение конечно. С течением времени оно возрастает, однако для любого момента времени сохраняет конечное значение.

Несмотря на ограниченность и принципиальную конечность наблюдаемой области, опыт может все же нам дать указания на количественные размеры пространства в целом, если мы примем постулат однородности и изотропии пространства. При допущении однородности пространства о его величине можно судить по знаку римановой кривизны. Решение проблемы бесконечности сводится, таким образом, к эмпирическому определению значения кривизны пространства.

Кривизна пространства в принципе может быть определена непосредственно по числу галактик, занимающих некоторые объемы. А.-Р. Сэндейдж характеризует этот способ следующим образом: «Если галактики однородно распределены в пространстве, то подсчеты до соответствующих пределов параметрического расстояния u дают числа, пропорциональные объему сферы радиуса u. Но поскольку объемы в римановом пространстве изменяются медленнее или быстрее, чем u^3 (при $K=+1$ или $K=-1$ соответственно), то в принципе по подсчетам галактик можно определить пространственную кривизну»[12].

Однако этот способ оказывается неточным, ввиду того что галактики фактически распределены неоднородно. Поэтому обычно предпочитают определять кривизну не приведенным способом, а через эмпирические величины, связанные с ней теоретическими зависимостями. В результате решения гравитационных уравнений при постулировании однородности и изотропии пространства с метрикой, зависящей от времени, получается уравнение, которое связывает кривизну пространственного сечения k/R^2 со средней плотностью вещества ρ и параметром расширения —постоянной Хэббла H

$$\frac{k}{R^2} = \frac{1}{3}\varkappa\rho - H^2. \qquad (3)$$

Если мы допустим, что H определена и равна 25 *км/сек* на один миллион световых лет, то кривизна всецело зависит от значения ρ. Вычисления показывают, что при $\rho > > 10^{-29}$ *гр/см*^{3} кривизна пространства будет положительной, при $\rho < 10^{-29}$ *гр/см*^{3}— отрицательной, а при $\rho \approx 10^{-29}$ *гр/см*^{3} — нулевой.

Из гравитационных уравнений можно получить и соотношение, связывающее кривизну с такой эмпирически определяемой величиной, как параметр замедления расширения q

$$\frac{k}{R^2} c^2 = H(2q - 1). \qquad (4)$$

Для $q > 0{,}5$ это соотношение дает $k = +1$, для $q = 0{,}5$ $k = 0$, для $0 \leqslant q < 0{,}5$ $k = -1$.

Допустим, что ρ ниже критического значения, что не только возможно, но даже и вероятно, а q имеет значение, определяемое соотношением $0 \leqslant q < 0{,}5$. Тогда при постулировании однородности пространства это дает вывод, что пространство является бесконечным.

Как это видно из вышеизложенного, космологический постулат является непременным условием для заключения на основе эмпирических значений кривизны реального

---

[12] А.-Р. Сэндейдж. Возможности проверки выбранных моделей мира при помощи 200-дюймового телескопа. Наблюдательные основы космологии, 1965, стр. 65—66.

пространства о его бесконечности или конечности. Для того чтобы эта роль постулата однородности и изотропии пространства была еще более рельефной, необходимо провести разграничение самой модели, в данном случае бесконечной, и объекта, на описание которого модель претендует.

На уровне теоретической модели постулативно вводится математическая абстракция бесконечного пространства. Это бесконечное пространство сконструировано как модель, реализующая все пространство. Оно не предполагает обязательного наличия объемлющего пространства, и его метрика не зависит от последнего.

На эмпирическом уровне представлена конечная пространственная область и локально определенная отрицательная или нулевая кривизна. Сами по себе эти значения кривизны, если они заданы локально, еще не определяют бесконечности реального пространства. Они могут определять ее лишь в том случае, если они заданы для всего пространства. Это достигается постулированием однородности реального пространства, которая означает постоянство кривизны во всех его точках.

Однако что представляет собой сделанное допущение? Во-первых, оно никак не вытекает из эмпирических данных и из самой теории, а имеет постулативный характер. Во-вторых, только в силу этого постулата упомянутые значения кривизны становятся эквивалентом бесконечности пространства. Поэтому постулирование однородности реального пространства при нулевом или отрицательном значении кривизны есть постулирование и его бесконечности.

Сделанный вывод не будет неожиданным, если мы воспользуемся уже упоминавшимся логическим критерием определения бесконечности. Как отмечалось, определение бесконечности пространства не обязательно должно в явной форме указывать на размеры пространства. Им может быть любое высказывание, которое фиксирует свойства и отношения, задающие бесконечность пространства. И с этой точки зрения высказывание об однородном пространстве с отрицательным значением кривизны есть одно из таких определений. Постулирование выполнимости этого определения означает постулирование бесконечности пространства.

Положение могло быть существенно иным, если бы космологический постулат, требующий однородности пространства, сам мог быть доказан. Тогда в сочетании с эмпирически найденной отрицательной кривизной он давал бы однозначное решение проблемы бесконечности, причем тезис о бесконечности фигурировал бы в качестве следствия. Однако однородность пространства в целом нельзя определить на основе свойств, определенных для локальной его области.

В этой связи уместно коснуться известной в римановой геометрии теоремы Шура, связывающей свойства однородности и изотропии риманова пространства. Теорема Шура утверждает, что если в каждой точке риманова пространства (при числе измерений больше двух) риманова кривизна имеет одинаковое значение во всех направлениях, то она сохраняет постоянное значение и при переходе от точки к точке, а следовательно, пространство является однородным. Однородность пространства выступает как следствие его изотропии. Но это не означает, что однородность пространства в целом выводится из свойств, определенных только для локальной области пространства. Дело в том, что вывод теоремы Шура о постоянстве кривизны в различных точках пространства имеет силу *только для тех точек*, в отношении которых известно, что кривизна в них одинакова во всех направлениях.

При помощи теоремы Шура можно показать, что пространство в целом имеет, допустим, отрицательную кривизну, а поэтому и бесконечно. Но для этого понадобилось бы задать *все бесконечное пространство* и определить условие постоянства отрицательной кривизны *для всех его точек*. Бесконечность пространства здесь оказывается с самого начала постулированной.

Таким образом, однородность пространства нельзя вывести из каких-либо локальных свойств при помощи общих теоретических соображений. Она может быть только постулирована. Собственно говоря, этот момент в космологии подчеркнут даже терминологически. Требование однородности пространства называется «космологическим постулатом». Но постулативный характер требования однородности означает и постулативное введение бесконечности, определяемой через значение кривизны.

Постулативный характер введения бесконечности на основе значения кривизны в явной форме выступает тогда, когда мы определяем кривизну непосредственно. Здесь совершенно очевидно, что только однородность пространства может придать эмпирически найденной кривизне значение предиката бесконечности. Однако он затушевывается, когда мы делаем заключение о бесконечности, например, на основе значения ρ при помощи уравнения (3). Это уравнение получено из гравитационных уравнений при постулировании однородности пространства модели. Поскольку оно явно предполагает однородность пространства, то такие значения кривизны, как $k = +1$ и $k = -1$ автоматически обращаются им в предикаты, задающие бесконечное пространство. В правой части уравнений вводятся эмпирические данные. Связь эмпирических данных с бесконечностью, выраженная уравнением, выступает как основа перехода от эмпирических данных к выводу о бесконечности. Этим создается видимость, что бесконечность вытекает, или, точнее, может вытекать из данных, полученных в ограниченной области.

Такой вывод получается в результате недостаточно четкого логического анализа вышеприведенного уравнения. Нужно иметь в виду, что опыт дает нам зачение ρ только для конечной области. Но поскольку оно вводится в уравнение, предполагающее однородность пространства, то оно приобретает *всеобщий* характер значения средней плотности материи во всей Вселенной. Значение ρ оказывается, таким образом, различным до введения в уравнение по сравнению с тем, каким оно выступает в качестве элемента уравнения. В последнем случае оно становится уже не чисто эмпирическим фактом, каким оно является только для ограниченной области — области, охваченной наблюдениями, а *постулированным* фактом. Это значит, что бесконечность посредством уравнения выводится *не из сведений, обнаруженных только опытным путем, а из постулированных величин*. А поэтому и ее введение имеет также постулативный характер.

Petitio principii возникает не при любом способе употребления понятия бесконечности. Теоретическая физика, пользующаяся аппаратом математического анализа, широко применяет понятие бесконечности, в том числе в форме бесконечно большой величины, для количественной оценки конкретных физических явлений. В большинстве случаев здесь понятие бесконечности употребляется как идеализация очень больших (в выбранном масштабе измерения), но, вообще говоря, конечных величин. Введение бесконечности такого рода не приводит к вышеупомянутым трудностям. Паралогизмы типа petitio principii возникают лишь в результате попытки доказать, что пространство Вселенной бесконечно в смысле того типа бесконечности, который соответствует модели.

В этом случае всегда оказывается, что на уровне оснований, из которых мы намерены вывести идею глобальной бесконечности, нами принимаются допущения, содержащие эту идею.

В связи с последним обстоятельством уместен такой вопрос: допустимо ли вообще считать релятивистские модели моделями Вселенной в целом? В решении этого вопроса обнаруживаются две крайности. Иногда сфера применимости моделей к действительности ограничивается a priori. Например, бесконечная модель с пространством отрицательной кривизны рассматривается как описание конечных областей, измеряемых сотнями миллионов световых лет [13]. Нам думается, что такое ограничение, сделанное в категорической форме, неправомерно. Метрика пространств однородных релятивистских моделей не зависит от объемлющего пространства. Уже в этом заключена возможность рассмотрения пространства моделей — как всего пространства, а самих моделей — как моделей Вселенной в целом.

Однако независимость метрики пространства моделей от объемлющего пространства не означает, вообще говоря, что последнее вообще не существует. Независимость метрики есть лишь возможность всеобъемлющего характера пространства модели, которая, естественно, сама по себе еще не эквивалентна действительности. Можно лишь ввести гипотезу, что данная модель является моделью всей Вселенной. Допустимость этой гипотезы определяется локальным соответствием модели наблюдаемым фактам.

Здесь уместна аналогия между проблемами определения границ применимости космологических моделей и научных теорий. Следует заметить, что, оставаясь в рамках данной теории, которая формулируется как общая теория и в то же время согласуется со всеми известными фактами, нельзя решить вопрос о границах ее применимости. Этот вопрос

---

[13] См.: В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения, 1955, стр. 10, 464.

может быть решен или после создания более общей теории, которая и определяет границы применимости прежней теории, или путем неограниченной экстраполяции, которая, в случае действительной ограниченности теории, может привести на окраинах ее применимости к появлению парадоксов, или же путем практического обнаружения тех объектов, к которым теория неприменима. Если же ни один из приведенных способов не обнаруживает ограниченности теории, то она, по крайней мере на уровне относительной истины, может быть принята как всеобщая. Все это применимо и к релятивистским космологическим моделям.

Для того чтобы избежать угрозы petitio principii, совсем не обязательно отказываться от рассмотрения бесконечных моделей как возможных описаний Вселенной в целом. Здесь требуется другое: отказ от попыток выведения идеи глобальной бесконечности в качестве следствия из каких-либо «более надежных» оснований. Эта идея логически корректно может быть введена в теорию лишь в качестве некоторого постулата.

Сказанное не означает, что постулат бесконечности носит чисто субъективный характер. Он может быть связан с опытом, но только окольным путем — через эмпирическую проверку вытекающих из него следствий. Надо, однако, отметить, что подобная проверка постулата в лучшем случае может показать лишь правдоподобность постулата, так как даже при истинности вытекающих из основания следствий основание может быть как истинным, так и ложным. А.-С. Эддингтон совершенно справедливо замечает, что хотя «мы в состоянии показать, что при помощи некоторой определенной структуры мира возможно объяснить все явления, но не можем доказать, что такая структура будет единственной» [14].

В релятивистской космологии постулативным является не только решение проблемы бесконечности, но и сама ее постановка в применении к пространству и времени Вселенной в целом.

Дорелятивистская космология, опирающаяся на классическую физику и евклидовы представления о пространстве, без каких-либо ограничений оперировала понятиями единого мирового пространства и времени. Ими были ньютоново абсолютное пространство и время. По отношению

[14] А.-С. Эддингтон. Теория относительности, Л.—М., 1934, стр. 193.

к единому мировому пространству и времени ставилась и проблема бесконечности.

Теория относительности внесла существенные изменения в трактовку проблемы. Уже специальная теория относительности показала, что не существует единого для всех систем отсчета пространства и времени. Каждой инерциальной системе соответствует свое собственное пространство и свое собственное время.

Изменения, внесенные общей теорией относительности, являются еще более значительными. Общая теория относительности принимает гипотезу псевдориманова пространства, метрика которого определена только локально. В общем случае это пространство (пространство — время) является максимально неоднородным. Его риманова кривизна меняется от точки к точке и различна в разных направлениях в каждой данной точке. Неоднородность псевдориманова пространства (пространства — времени) является ограничением глобальной постановки вопроса о времени и пространстве, как таковых.

Если согласно специальной теории относительности истинное время течет по-разному в различных системах отсчета,то с точки зрения общей теории относительности в случае произвольного гравитационного поля оно течет по-разному в различных точках в одной и той же системе отсчета. Разумеется, и в общей теории относительности можно выбрать, и притом неограниченным числом способов, координату времени. В качестве ее можно взять произвольно идущие часы в любой точке пространства.Однако в силу того, что время течет в разных точках по-разному, интервал между двумя событиями в одной точке в общем случае не будет равен интервалу между событиями в другой точке, соответственно одновременными с первой парой событий. А это значит, что данная координата времени не представляет собой мировое время в том смысле, в каком оно принимается в физике и космологии.

Аналогичным образом обстоит дело и с пространством. Пространство, как таковое,— это совокупность всех его точек, определенных одновременно. В специальной теории относительности для каждой инерциальной системы отсчета пространственное сечение пространственно-временного континуума получается однозначно. Здесь можно однозначно определить и пространственный интервал между двумя одновременными точками, положив равной нулю временную компоненту пространственно-временного интервала. В общей теории относительности это оказывается уже невозможным. Координатная одновременность даже в применении к данной системе отсчета может быть определена бесчисленным количеством способов. Расстояние между двумя точками лишается однозначности ввиду того, что эти точки должны быть определены одновременно, а время в разных точках в одной и той же системе отсчета течет поразному.

Необходимым условием постановки вопроса о мировом пространстве и времени является их однородность. Физической предпосылкой однородности пространства является равномерное распределение материи. При этом в релятивистской космологии отвлекаются от дискретного распределения материи и допускают, что она имеет континуальную структуру. Материя представляется «размазанной» с равномерной плотностью по всему пространству.

Мировой субстрат — космическая материя — является не только физической основой метрических свойств пространства и времени, но и основой существования привилегированной системы отсчета. Этой системой отсчета является сопутствующая, т. е. такая система отсчета, по отношению к которой фундаментальные частицы мирового субстрата неподвижны. Наличие привилегированной системы отсчета позволяет говорить не только о мировом пространстве и времени, но и *об едином* мировом пространстве и времени.

Таким образом, понятия единого мирового пространства и времени, применительно к которым ставится проблема бесконечности, также вводятся в теорию посредством определенных постулатов. Это их логическое качество является дополнительным элементом, усиливающим сформированное положение о постулативном характере идеи бесконечности Вселенной.

Приведенные сведения о логическом способе введения понятий единого мирового пространства и времени в каком-то смысле выравнивают положение принципов пространственной и временной бесконечности. Как уже отмечалось, несмотря на наличие космологических моделей с замкнутым временем, вряд ли имеет смысл говорить о независимости от гравитационных уравнений принципа бесконечности времени. Однако это не означает, что упомянутый принцип, в отличие от принципа пространственной бесконечности, является логическим следствием уравнений. Он также имеет постулативный характер, так как предполагает наличие времени, вводимого в теорию посредством постулата.

Может показаться, что постулативный характер принципа бесконечности является исключительной особенностью релятивистской космологии, не имеющей места, например, в нерелятивистской космологии, где проблема бесконечности решается однозначно. Однако это не так. В релятивистской космологии постулативный характер принципа бесконечности имеет лишь ярко выраженную форму. И, кроме того, здесь постулат бесконечности является независимым в некотором специальном смысле этого слова, а именно независимым относительно следствий. Но, определив его логическую сущность в релятивистской космологии, можно лучше и полнее разобраться в его логической сущности в рамках космологии нерелятивистской.

Известно, что законы ньютоновой физики требуют бесконечности пространства. Это проявляется в том, что они жестко связаны с евклидовостью пространства (они инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея), которое является метрически бесконечным. Требование бесконечности пространства, казалось бы, является доводом в пользу того, что тезис о пространственной бесконечности вытекает из этих законов. Однако такой ответ является слишком общим и не раскрывает сути дела.

Мы уже отмечали, что в качестве определения бесконечности пространства можно взять любое предложение, которое выполняется только для бесконечных пространств и не выполняется ни для каких конечных типов пространства. С этой точки зрения сами законы ньютоновой физики, если они заданы для всего пространства, являются одним из определений бесконечного евклидового пространства. Поэтому не совсем правильно утверждать, что связь между законами ньютоновой физики и утверждением бесконечности есть связь основания и следствия, если не уточнить дополнительно, что́ в данном случае понимается под бесконечностью, которая «выводится» из законов ньютоновой физики.

Здесь ситуация совершенно аналогична той, которую можно было бы наблюдать в математической логике и в теории множеств. Если мы утверждаем, что множество, которое эквивалентно некоторому своему истинному подмножеству, бесконечно, то этим мы вовсе не утверждаем, что тезис о бесконечности вытекает из приведенной формулировки Дедекинда. Это не вывод, а определение.

Однако мы можем придать выражению «из законов ньютоновой физики следует бесконечность пространства» значение вывода, если соответствующим образом уточним выражение «бесконечность пространства», поставив ему в соответствие другое, а именно явное определение бесконечности пространства. Тогда действительно можно сказать, что из тезиса «пространство, в котором выполняются законы Ньютона» следует, что «в таком пространстве существуют точки, расстояние между которыми больше любого наперед заданного числа». Здесь действительно два различных утверждения, одно из которых имплицирует другое. Приведенный факт весьма симптоматичен. Данное утверждение бесконечности можно вывести, только постулируя более сильное определение бесконечности.

5. ПРОБЛЕМА БЕСКОНЕЧНОСТИ И ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО

Значительный интерес представляет вопрос о логических формах решения проблемы бесконечности в релятивистской космологии. Обычно обращается внимание на то, что релятивистская космология допускает законность альтернативы идеи пространственной бесконечности — пространственную конечность Вселенной. Однако не менее важным является и вытекающий из релятивистской пространственно-временной концепции вывод об ограниченности самой альтернативной постановки проблемы бесконечности Вселенной. Одной из форм неальтернативного решения этой проблемы является указание на невозможность строгого ее решения в терминах двузначной логики с применением закона исключенного третьего.

В релятивистской космологии проблема бесконечности обычно ставится в плоскости проверки справедливости конкретной бесконечной модели. Ограниченность при обсуждении проблемы бесконечности непосредственно следует из той ситуации, которая возникает при сравнении моделей с экспериментом. Справедливость бесконечной модели как описания всего пространства Вселенной, а следовательно, вывода о том, что реальное пространство бесконечно в смысле того типа бесконечности, который выражен моделью, не может быть однозначно доказана данными эксперимента. Самое большее, к чему может привести соответствие модели опыту, — это оценка ее как правдоподобной.

В том случае, если бесконечная модель противоречит данным эксперимента и выведенные из нее следствия не наблюдаются, то ее можно считать не соответствующей действительности. Однако, хотя этот вывод и вполне однозначен, отсюда не следует справедливость утверждения о конечности Вселенной, т. к. отрицание данной бесконечной модели не имеет однозначной альтернативы. Таких альтернатив много. И среди них не только утверждение конечности пространства и времени, но и утверждение иных типов и форм бесконечности по сравнению с той, которая характерна для рассматриваемой бесконечности модели. Здесь явное несоответствие тем требованиям, которые предъявляются законом исключенного третьего.

В первом случае, когда данная бесконечная модель, а следовательно, и утверждение о бесконечности реального мира правдоподобны, отсутствует необходимая предпосылка применимости закона исключенного третьего — наличие двух истинностных значений—«истина» и «ложь». Правдоподобие, имеющее ненулевое значение вероятности, вообще говоря, не исключает возможности того, что данная модель несправедлива в глобальном значении. Правдоподобие и ложность не находятся в альтернативном отношении.

Во втором случае, когда мы утверждаем, что данная бесконечная модель не соответствует действительности и Вселенная не бесконечна в смысле типа бесконечности модели, закон исключенного третьего, вообще говоря, применим. Из ложности A следует истинность $\bar{A}$. Но $\bar{A}$, являющаяся отрицанием данной бесконечности, допускает целый класс возможностей, за исключением A. Если мы интерпретируем A и $\bar{A}$ как класс и его дополнение до универсального класса, то $\bar{A}$ мы можем представить как универсальный класс всех допустимых возможностей (различных типов бесконечности и конечности) за вычетом только одной возможности A.

В теории однородной и изотропной Вселенной обычно не придается серьезного значения тем трудностям, с которыми сталкивается применение закона исключенного третьего. Это связано с тем, что в космологии не делается различия между правдоподобием и истинностью.

Теоретическая модель считается истинной, если вытекающие из нее следствия подтверждаются опытом. Однако в неоднородном и анизотропном случае, допускаемом релятивистской теорией, игнорировать ограниченность закона исключенного третьего уже нельзя.

Для лучшего представления ситуации приведем одну аналогию из области математики, хотя и отдаем себе отчет в ее условности. В математике ситуация, подобная упомянутой, возникает при рассмотрении вопроса о том, существует ли в разложении числа π, представленного непериодической дробью с бесконечным числом десятичных знаков, одиннадцать нулей подряд или нет. Известно, что в разложении числа π одиннадцати нулей подряд практически не получено и мы не можем указать на то место, где они находятся. Поэтому математик сочтет, что утверждение о существовании нулей, как экзистенциальное суждение, лишено содержания и не может быть квалифицировано как истинное. То же самое можно сказать и о другой альтернативе, так как невозможность нулей не вытекает из самого числа π. Здесь справедлива третья возможность, а именно вопрос о существовании нулей является открытым.

Нам думается, что и в случае проблемы бесконечности в релятивистской космологии, если эта проблема берется в общем виде, наиболее естественным будет решение, в известной степени аналогичное приведенному.

В общем случае пространство имеет переменную кривизну. А это значит, что по знаку кривизны в локальной области нельзя судить о конечности или бесконечности пространства в целом. В то же время ни одну из этих альтернатив нельзя исключить a priori ввиду их непротиворечивости. Решение проблемы бесконечности заключается не в том, что тезис о существовании бесконечности является истинным, а тезис о конечности Вселенной ложным или наоборот. Это решение, на наш взгляд, состоит в указании на то, что вопрос о бесконечности является открытым.

Утверждение об открытом характере вопроса о бесконечности Вселенной в данном случае не является отражением ограниченности современного уровня наших знаний. Оно выражает самое существо проблемы, ее реальное содержание. Следует также заметить, что вывод из невозможности решения проблемы бесконечности в рамках двузначной логики ни в какой степени не ограничивает познавательные возможности человека. Не следует отождествлять познание объекта с возможностью выражения результатов познания в терминах двухзначной логики. Человеческое познание характеризуется богатством логических средств. И в определенных условиях рамки двузначной логики оказываются тесными. Это имеет место, в частности, при решении ряда проблем квантовой физики. Это наблюдается и при обсуждении проблемы бесконечности в релятивистской космологии.

Разумеется, поскольку теория относительности, релятивистская космология являются относительными истинами, то относительной истиной является и изложенное решение проблемы бесконечности в ее релятивистской постановке. Однако едва ли прогресс научной мысли вернет нас к евклидовым представлениям о пространстве, для которых проблема бесконечности решалась однозначно. Можно высказать предположение, что новая, более общая теория, если она будет создана, не «аннулирует» той связи материи с геометрией пространства и времени, которая ведет к неоднозначности в решении проблемы бесконечности.

Не означает ли неприменимость закона исключенного третьего к решению проблемы бесконечности возврата к кантовской космологической антиномии в новом варианте? На этот вопрос недостаточно ответить словом «нет». Установление неприменимости закона исключенного третьего к проблеме бесконечности не только не эквивалентно кантовской антиномии, но, наоборот, именно этот результат указывает на ее несостоятельность.

Действительно, что такое антиномия? Антиномия — это пара противоположных положений, каждое из которых может быть л о г и ч е с к и с т р о г о д о к а з а н о. Классическими, если так можно выразиться, примерами антиномий являются антиномии в основаниях математики, обнаруженные в начале нашего века. Кантовская космологическая антиномия формулируется как «доказательство» конечности мира в пространстве и времени и одновременно его бесконечности. Но суть дела в том и состоит, что такие доказательства вообще н е в о з м о ж н ы, в силу аксиоматического характера принципа бесконечности и противоположного ему утверждения.

Кантовская антиномия как антиномия конечного и бесконечного не является строгой с логической точки зрения. Тезис Кант формулирует так: «Мир имеет начало во времени и заключен в границах в пространстве»[15], а антитезис— «Мир не имеет ни начала, ни границ в пространстве, но бесконечен как в постранстве, так и во времени» [16]. Как видно из формулировок тезиса и антитезиса, Кант не различает такие свойства, как бесконечность и неограниченность. Кроме того, и сами «доказательства» содержат в себе ошибки, на которые неоднократно указывалось в литературе, посвященной кантовским антиномиям. Но если даже попытаться построить строгую космологическую антиномию с учетом всего, что нам известно в космологии и логике, то нас будет ожидать отрицательный результат. При любой попытке доказать тезис и антитезис с самого начала обнаруживалось бы, что такие доказательства содержат в себе petitio principii. В этом, на наш взгляд, разгадка так называемой космологической антиномии Канта, если ее сформулировать корректно, отделив свойства конечного и ограниченного, бесконечного и неограниченного.

Следует заметить, что иногда ситуация, возникшая в космологии в связи с проблемой бесконечности, характеризуется как более определенная, допускающая при соответствующих данных эмпирического порядка однозначный ответ на вопрос, конечна или бесконечна Вселенная. Это порождает у представителей других наук известные надежды опереться на космологическое решение проблемы бесконечности, воспользоваться им для решения внутренних проблем своих наук. В этом отношении весьма характерен следующий пример. На грани XIX—XX в. в канторовской теории множеств, которая существенно опиралась на абстракцию актуальной бесконечности, были обнаружены антиномии, положившие начало кризису оснований математики. В этих условиях у части математиков появилась тенденция исключить из математики актуальную бесконечность по крайней мере в ее содержательном виде. Возможности такой перестройки математики были найдены (интуиционизм, формализм). Однако нужна была уверенность, что она находится в соответствии с действительностью.

Гильберт, исключая из математики актуальное бесконечное в его содержательном виде, полагал, что такой взгляд на бесконечное согласуется с космологическим решением вопроса. Он писал: «Мнение, что Вселенная бесконеч-

---

[15] И. Кант. Критика чистого разума, 1897, стр 308
[16] Там же, стр. 309.

на, долгое время господствовало: до Канта и даже после него вопрос о бесконечности Вселенной не вызывал никаких сомнений.

Но опять-таки современная наука, и, в частности, астрономия, подняла этот вопрос сызнова и попыталась решить его не с помощью недостаточных методов метафизического умозрения, а на основах, опирающихся на опыт и покоящихся на применении законов природы. При этом выявились веские возражения против бесконечности. Предполагать, что пространство бесконечно, вынуждает нас геометрия Евклида... Отказ от евклидовой геометрии является теперь не только чисто математическим или философским умозрением, но мы пришли к этому отказу также и с другой стороны, которая первоначально не имела ничего общего с вопросом о конечности Вселенной. Эйнштейн показал необходимость отойти от геометрии Евклида. На основании своей гравитационной теории он берется и за космологические вопросы и показывает возможность конечности Вселенной, причем все найденные астрономами результаты вполне согласуются с предположением об эллиптическом мире» [17]. Гильберт заключает: «Общий вывод таков: бесконечное нигде не реализуется. Его нет в природе, и оно недопустимо как основа нашего разумного мышления,— здесь мы имеем замечательную гармонию между бытием и мышлением» [18].

Ссылка Гильберта на космологию явилась прецедентом для целого ряда других математиков. Н. А. Шанин, критикуя концепцию актуальной бесконечности в математике, ссылается на пример Гильберта как на довод против актуальной бесконечности [19]. Аналогичная система аргументации приводится и в статье П. Лоренцена «Das Aktual — Unendliche in der Mathematik» [20].

Следует заметить, что в свете современного положения дел в космологии изложенная аргументация против актуальной бесконечности представляется не вполне корректной. Прежде всего статья «О бесконечном», в которой Гильберт утверждает, что космология доказала конеч-

---

[17] Д. Гильберт. Основания геометрии, 1948, стр. 342—343.
[18] Там же, стр. 364.
[19] А. Н. Шанин. Конструктивные числа и функциональные пространства. Труды Математического института им. В. А. Стеклова, 1962, LXVII, стр. 236.
[20] См.: Philos. Natur., 1957, 4, № 1, 3—11.

ность Вселенной и отвергла актуальную бесконечность в онтологическом плане, была написана в 1925 г. В это время работы А. А. Фридмана о возможности релятивистских бесконечных моделей не получили еще широкой известности (можно допустить, что они не были известны Гильберту), а главное, экспериментального подтверждения. В релятивистской космологии была по существу одна модель, которая претендовала на описание структуры Вселенной — конечная модель Эйнштейна.

Доводы в пользу категорического отрицания актуальной бесконечности утратили свой смысл после открытия А. А. Фридманом возможности релятивистских бесконечных моделей. Разумеется, релятивистская космология, допуская принципиальную возможность пространственной конечности Вселенной, наносит удар по абсолютизму актуальной бесконечности. Но она не решает судьбу актуальной бесконечности в смысле безусловного ее отрицания.

Но дело не только в том, что обстановка в космологии существенно изменилась. Тезис о бесконечности в космологии имеет постулативный характер. При этом проблема бесконечности в строгой ее постановке не может быть решена в рамках двузначной логики. Поэтому математика не может воспользоваться космологическими результатами таким образом, чтобы на их основе однозначно решить вопрос о математической концепции бесконечности.

Все же сравнение математики с космологией в вопросе о бесконечности имеет определенную познавательную ценность. Оно раскрывает поразительное сходство логической природы утверждений о бесконечности в этих двух науках. Бесконечность в математике вводится аксиоматически. Она имеет постулативный характер и в космологии, где применяются идеи и аппарат классической математики. Вывод о том, что проблема бесконечности является открытой в терминах двузначной логики, не означает совершенную безнадежность альтернативных решений проблемы бесконечности. Все дело в том, в какой форме они даются. Например, если будет найдено, что кривизна метагалактического пространства является отрицательной, то в известной степени уместно утверждение о том, что все пространство характеризуется отрицательной кривизной, в силу чего пространство Вселенной в целом является бесконечным. Однако необходимо иметь в виду, что истинность данного утверждения, которое является всеобщим, не доказывается локальным соответствием фактам. Это утверждение имеет характер гипотезы, истинность которой постулируется.

Таким образом, мы можем в известной степени преодолеть логические ограничения, накладываемые на обсуждение проблемы бесконечности самой природой проблемы. Но решениями проблемы бесконечности могут быть только гипотезы постулативного типа. Единственное оправдание этих гипотез в том, что они согласуются с данными наблюдений, охватывающих ограниченную область Вселенной. Разумеется, локальное соответствие наблюдаемым фактам не гарантирует их глобальной истинности.

6. ОБ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ НА БЕСКОНЕЧНОСТЬ

Одной из центральных проблем космологии, в том числе и релятивистской, является вопрос о возможности экстраполяции физической теории, лежащей в основе космологии, отдельных ее принципов, которые всегда устанавливаются для ограниченной области явлений, на бесконечность. Заметим, что вопрос об экстраполяции теоретических принципов на бесконечность иногда молчаливо сводится к вопросу о неограниченной их экстраполяции, к экстраполяции на все явления. Такой взгляд основан на отождествлении бесконечности и всеобщности, что, с нашей точки зрения, не является правильным.

Разумеется, вполне допустимо, что бесконечность и всеобщность могут коррелятивно совпадать в том смысле, что данная бесконечная область является всеобъемлющей. Такое совпадение происходит в бесконечных моделях, если они постулируются как модели всей Вселенной. Однако бесконечность и всеобщность, вообще говоря, неэквивалентны. Теоретически допустима возможность того, что всеобщность свойств, отношений реализуется в конечной форме, как это наблюдается в римановых пространствах постоянной положительной кривизны. Кроме того, данная бесконечность может иметь локальный характер, т. е. не быть всеобъемлющей.

Последний момент должен быть отмечен особо. Из признания, что данное пространство (или время) является бесконечным, еще не следует, что это пространство (время) имеет всеобъемлющий характер, является пространством (временем) Вселенной в целом. Этот факт хорошо известен в общей теории относительности. Нам хотелось бы отметить, что возможность локальной формы проявления бесконечности имеет более общие основания, вытекает из самой природы бесконечности.

Допустим, что множество всех явлений бесконечно в смысле актуальной бесконечности. Свойство, которое присуще бесконечному множеству явлений, не обязательно есть всеобщее свойство. Оно не будет всеобщим, если это свойство принадлежит не всему рассматриваемому множеству явлений, а его истинному, но бесконечному подмножеству. Это можно проиллюстрировать на простом математическом примере. Свойство «быть четным числом» задает бесконечное множество чисел. Но оно не является всеобщим свойством даже для множества натуральных чисел, поскольку последнее не исчерпывается четными числами.

Бесконечность состоит не только из конечных, но и бесконечных частей. Уже в этом заложена возможность несовпадения бесконечности и всеобщности. Поэтому одно только указание на бесконечную область «определения» некоторого конкретного свойства недостаточно для заключения, что данное свойство имеет всеобщий характер.

Несколько слов о «неограниченной» экстраполяции. Неограниченная экстраполяция физической теории целесообразна даже и в том случае, если физическая теория не является универсальной. Здесь важно только уточнить цель, с которой экстраполяция применяется. Основное назначение экстраполяции в данном случае состоит не в том, чтобы абсолютизировать физическую теорию, имеющую определенные границы своей применимости, а уточнить эти границы, которые с самого начала еще неизвестны.

«Неограниченная» экстраполяция как логическая форма определения степени общности физических теорий применяется достаточно широко. В физике элементарных частиц, например, на вновь открытые частицы распространяются физические представления, которые были выработаны при изучении ранее известных элементарных частиц. Несоответствие этих представлений свойствам новых частиц, которое дает о себе знать в виде парадоксов, является не только указанием на ограниченность применяемой физической концепции, но и основой выработки новых концепций.

Примером таких парадоксов являются сингулярности однородных эволюционирующих моделей, характеризующихся нулевым объемом и бесконечными значениями плотности вещества[21].

Возможны по крайней мере два объяснения сингулярностей. Во-первых, их можно рассматривать как результат неограниченного применения космологического постулата. Сингулярности, например, не возникает в теории неоднородной анизотропной Вселенной, которая не принимает космологический постулат. Согласно этой теории, расширение пространственно-временной системы не обязательно должно начаться со сверхплотного состояния. Начальное состояние в этой теории может быть представлено как состояние с физически допустимыми значениями плотности.

Но возможно и другое объяснение сингулярностей. Их причина может состоять не в ограниченности космологического постулата, а в ограниченности самой релятивистской теории тяготения, которая оказывается неприменимой к состоянию сверхвысоких плотностей, где начинают играть существенную роль квантово-механические эффекты. Сингулярности являются своего рода парадоксами, указывающими на ограниченность общей теории относительности. Вместе с тем их можно расценивать как выражение необходимости создания более общей теории, чем релятивистская теория тяготения.

Изложенной точки зрения придерживался А. Эйнштейн. В связи с сингулярностями эволюционирующих моделей он, в частности, отметил следующее: «Современная теория относительности основана на разделении физической реальности на метрическое поле (гравитацию), с одной стороны, и на электромагнитное поле и вещество — с другой. В действительности пространство, вероятно, должно быть единым по своему характеру, и современную теорию следует рассматривать лишь как некий предельный случай. При больших плотностях поля и вещества уравнения поля и даже входящие в них переменные должны терять смысл. Поэтому мы не можем предположить, что уравнения поля остаются справедливыми при больших плотностях поля и материи, и не можем заключить, что «начало расширения» должно означать сингулярность в математическом смысле.

---

[21] В последнее время получили развитие взгляды на сингулярности, согласно которым они не являются парадоксами (например, горячая модель Вселенной).

Поэтому мы должны иметь в виду, что, может быть, и нельзя распространять уравнения на такие области»[22].

Обратимся теперь к вопросу об экстраполяции на бесконечность, имеющей свои особенности. При обсуждении допустимости экстраполяции такого рода, как правило, обходится один существенный момент, который проливает свет на всю проблему, а именно — постулативный характер принципа бесконечности. Обычно исходят из предположения, что существование бесконечности в ее определенной конкретной форме уже доказано и не вызывает сомнений. Задача состоит лишь в том, чтобы решить вопрос об экстраполяции на бесконечность того или иного закона, открытого в конечной области.

Но фактически дело обстоит иначе. Бесконечность вводится постулативно. Уже в самом постулативном задании бесконечности содержится акт экстраполяции. Конкретные черты бесконечной постулируемой модели есть результат познания конечной области Вселенной. Этими чертами наделяется вся бесконечная область явлений, которая описывается космологической моделью. Таким образом, когда бесконечность определенного типа полагается, то тем самым уже осуществляется некоторая форма экстраполяции. После постулирования бесконечности речь может идти не о проблеме допустимости экстраполяции, как таковой, поскольку она уже осуществлена, а лишь о допустимости какой-то новой формы экстраполяции.

Для правильной постановки вопроса о возможности экстраполяции на бесконечность важное значение имеет учет следующего обстоятельства. Область, которая является исходной для всех космологических экстраполяций,— пространственно-временная область, охваченная астрономическими наблюдениями,— является конечной. Это не означает, что все свойства и законы, открытые в конечной области, выражают специфику конечного. Одни из них связаны со спецификой конечного, другие нет. Для решения вопроса об экстраполяции того или иного закона на бесконечную область обязательно следует определить его отношение к свойствам, характеризующим конечное как некоторую количественную сущность.

[22] А. Эйнштейн. Сущность теории относительности, М, 1955, стр. 115.

Закономерности, свойства, с которыми имеют дело физика и космология, делятся с точки зрения отношения к сущности конечного на две группы. Одни из них «индифферентны» к сущности конечного, не связаны с его специфическими чертами. Другие, наоборот, жестко связаны со спецификой конечного. Первые в принципе можно экстраполировать на бесконечность. Заметим, однако, что упомянутое условие, будучи необходимым, в то же время является еще недостаточным для того, чтобы осуществляемая экстраполяция была правомерной. Экстраполяция вторых вообще недопустима.

Примером законов первого рода являются законы релятивистской физики. Хотя эти законы открыты в конечной области, они непротиворечиво могут быть распространены на бесконечную область. Это проявляется как при построении бесконечных однородных моделей, так и в теории неоднородной анизотропной Вселенной, если эта теория представляет Вселенную в виде бесконечного множества областей, пространство — время каждой из которых соответствует одному из решений гравитационных уравнений. Разумеется, выводы, полученные на основе такой экстраполяции, даже в случае хорошего согласия с фактами и логической непротиворечивости, могут быть признаны лишь правоподобными.

В то же время существуют законы, которые имеют реальный физический смысл только для конечной области явлений. Они жестко связаны со спецификой конечного. Их экстраполяция на бесконечность просто невозможна. В качестве примеров подобного рода можно привести закон Хэббла, применимость которого ограничена конечной областью прошлого времени.

При экстраполяции на бесконечность приходится сталкиваться с одним любопытным обстоятельством. В космологии нередко бывает так, что какие-либо два свойства порознь могут быть экстраполированы на бесконечность. Однако в совместном виде они имеют физический смысл только для конечной области. Их совместная экстраполяция на бесконечность приводит к парадоксам, свидетельствующим об их несовместимости с бесконечностью.

Характерным примером подобного рода является экстраполяция свойства равномерного распределения материи в пространстве и классического гравитационного закона. Их экстраполяция на бесконечность в раздельном виде логически непротиворечива. Об этом свидетельствуют бесконечная модель Шарлье, полученная в результате экстраполяции на бесконечность ньютонова гравитационного закона в предположении, что материя во Вселенной распределена неравномерно, а также бесконечные однородные и изотропные релятивистские модели, основанные на постулате о равномерном распределении материи и релятивистском (неклассическом) гравитационном законе. Между тем как экстраполяция конъюнкции космологического постулата и классического гравитационного закона приводит к противоречию —гравитационному парадоксу.

Парадоксы, подобные гравитационному,— это не просто парадоксы неограниченной экстраполяции, обусловленные тем, что некоторый частный признак ограниченной области явлений переносится на более широкую область явлений. Это парадоксы бесконечности.

Проблема экстраполяции на бесконечность имеет и еще одну важную сторону, выявление которой помогает лучше представить себе логическую сущность принципа бесконечности, который определен нами как имеющий аксиоматический (постулативный) характер. Любая попытка доказать бесконечность в космологическом плане основана на экстраполяции. Это исключает возможность строгого доказательства существования бесконечности. И дело здесь не только в том, что выводы, сделанные на основе экстраполяции, могут быть только лишь правоподобными. При попытке вывести существование бесконечности пространства и времени на основе каких-либо законов мы должны быть уверены, что они имеют место во всей бесконечной области, т. е. должны экстраполировать их на бесконечную область. А это значит, что мы в данном случае с самого начала должны постулировать бесконечность как область экстраполяции.

Экстраполяция, таким образом, не приводит к доказательству существования бесконечности. Но она еще в большей степени обнажает постулативный характер ее введения в космологию.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение уместно сделать следующее замечание. Релятивистская космология допускает возможность как конечности, так и бесконечности Вселенной. При этом область наблюдений в конечных и в бесконечных моделях ограничена горизонтом. Но при реализации любой возможности — бесконечности или конечности, Вселенная, даже только наблюдаемая ее часть, остается практически бесконечной. Этот момент хорошо отмечен Ф. Энгельсом. «Крайней границей нашего естествознания,—писал Ф. Энгельс,— является до сих пор наша Вселенная, и, для того чтобы познавать природу, мы не нуждаемся в тех бесконечно многих Вселенных, которые находятся за пределами нашей Вселенной. Более того, только одно Солнце из миллионов солнц и его система образует существенную основу нашего астрономического исследования. Для земной механики, физики и химии нам приходится более или менее, а для органической науки всецело ограничиваться нашей маленькой Землей. И тем не менее это не наносит существенного ущерба практически бесконечному многообразию явлений и познанию природы, точно так же как не вредит истории аналогичное, но еще большее ограничение ее сравнительно коротким периодом времени и небольшой частью Земли» [23].

---

[23] Ф. Энгельс. Диалектика природы, 1964, стр. 204.

Ю. Б. Молчанов

О РАЗЛИЧНЫХ СМЫСЛАХ ОТНОШЕНИЯ ОДНОВРЕМЕННОСТИ
(К истории вопроса)

1. Понятие «одновременность» выражает отношение, которое совместно с отношениями «раньше» и «позже» устанавливает временной порядок между событиями.

В классической физике, признававшей существование абсолютного пространства и времени, свойства которых не зависели от материальных систем и взаимодействий между ними и которые рассматривались как уникальные системы отсчета, временной порядок событий определялся «течением» абсолютного времени.

Одновременными событиями здесь являются, вообще говоря, те из них, которые «произошли в одно мгновение абсолютного времени». Все одновременные события принадлежат к одному и тому же «поперечному сечению Вселенной», которое характеризуется одной-единственной точкой на шкале абсолютного времени и выражает момент «теперь» или «настоящее время», разделяющее все события, не совпадающие с ним по времени, на прошлые и будущие. Это «поперечное сечение» является единственным для всех событий, «наполняющих» Вселенную в данный момент времени, а отношение одновременности — принадлежность к данному поперечному сечению — устанавливается само собой, вне зависимости от наличия или отсутствия каких-либо материальных связей или взаимодействий между событиями.

Представление о том, что для разноместных событий существует отношение абсолютной одновременности, казалось самоочевидным фактом, не нуждающимся в какой-либо проверке или обосновании.

Оценивая эту точку зрения, О. Д. Хвольсон охарактеризовал ее в свое время как «элементарнейшие» представления, «к которым мы привыкли с малолетства, которыми мы непременно пользуемся и которые мы **никогда не считали нужным формулировать**, убежденные в том, что они самоочевидны»[1].

Побудительным мотивом к анализу и широкому обсуждению «самоочевидного» понятия одновременности явилась статья А. Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел» (1905)[2], где были сформулированы основные положения специальной теории относительности и впервые был поставлен вопрос об объективном содержании понятия одновременности.

Сравнение временных характеристик событий, происходящих в различных точках пространства, указывал в этой статье А. Эйнштейн, имеет смысл только в том случае, если установлено единое для этих точек время, иначе говоря, если синхронизированы находящиеся в них часы. Синхронизация достигается установлением отношения одновременности между событиями, происходящими в этих точках. Для этого необходимо установить связь между данными точками с помощью каких-либо сигналов, т. е. необходимо, чтобы события, происходящие в них, взаимодействовали друг с другом. Наиболее удобными для этой цели являются световые сигналы, обладающие наибольшей скоростью.

Процедура установления одновременности такова. Из точки A в точку B посылается световой сигнал, который мгновенно там отражается и возвращается назад. Событие отражения сигнала в точке B будет одновременно с тем событием в точке A, которое произойдет посередине временного промежутка, разделяющего моменты отправления сигнала из A и прибытия его обратно.

Таким образом, согласно А. Эйнштейну, между событиями, происходящими в различных точках пространства, можно установить отношение одновременности в том смысле, что одному событию, происходящему в данной точке, будет соответствовать одно-единственное одновременное с ним событие, происходящее в другой. Эта одновременность устанавливается по определению: «Последнее (речь идет о едином для разных точек времени, которое устанавливается на основе одновременности.— *Ю. М.*) можно установить, вводя определение,

---

[1] О. Д. Хвольсон. Теория относительности и новое миропонимание. Л., 1925, стр. 33.

[2] См.: «Принцип относительности». М., ОНТИ, 1935.

что «время», требуемое свету, чтобы прийти из A в B, равно «времени», которое свету необходимо, чтобы из B попасть в A»[3]. Однако установленная таким образом одновременность, отмечает он далее, не будет абсолютной в том смысле, что события, одновременные в одной системе отсчета, не будут таковыми в любой другой системе отсчета.

Нельзя, конечно, сказать, чтобы здесь понятие одновременности получило ясное определение, полностью раскрывающее его объективное содержание. Однако проблема, или, вернее, комплекс проблем, связанных с определением одновременности, поставлен с достаточной полнотой.

Известная неясность формулировок и отсутствие достаточно подробного логического анализа вызвали, помимо других причин, довольно острые и продолжительные дискуссии вокруг понятия одновременности.

Определение одновременности, предложенное А. Эйнштейном, ставит следующие проблемы: 1) вопрос о различии между определением понятия «одновременности» и установлением, или «измерением» одновременности разноместных событий. Одно дело найти критерий одновременности событий, другое дело установить на основе этого критерия, одновременны данные конкретные события или нет. В определении Эйнштейна речь скорее идет об измерительных операциях, а не о самом критерии. Понятие одновременности им, вообще говоря, не анализируется, хотя смысл, который он в него вкладывает, существенным образом отличается от классического истолкования одновременности. Это выражается в требовании установления связи между разноместными событиями, т. е. в требовании наличия между ними материальных взаимодействий.

2) Эйнштейн употребляет три термина — «одновременность», «абсолютная одновременность» и «относительная одновременность», но не выясняет в достаточной мере различия между ними. Представляется, однако, необходимым провести различие между установлением «по определению» отношения одновременности между одной-единственной парой событий, происходящих в разных точках пространства, и отрицанием абсолютного характера этого отношения в том смысле, что оно не имеет всеобщего ха-

[3] А. Эйнштейн. К электродинамике движущихся тел.— В сб. «Принцип относительности», М., ОНТИ, 1935, стр. 137.

рактера, т. е. не сохраняется в других системах отсчета.

3) Остается невыясненным вопрос, является ли необходимость установления «по определению» одновременности событий, происходящих в одной системе отсчета следствием нашего произвола, или же оно вытекает из реальной структуры объективного мира.

Для дальнейшего освещения проблемы существенным является то новое понимание сущности пространственных и временных отношений, которое было сформулировано в теории относительности.

В значительном большинстве работ, посвященных специальной теории относительности, указывается, что заслуга Эйнштейна состоит в том, что он связал разделенные ранее пространство и время в единый четырехмерный континуум. Подобные утверждения выражают только одну из сторон, причем не самую важную, переворота, произведенного Эйнштейном во взглядах на пространство и время. Во-первых, в этом плане главную роль сыграли работы Г. Минковского, во-вторых, А. Эйнштейн оценивал свою точку зрения на сущность пространства и времени несколько иначе, и, в-третьих, попытка связать воедино пространство и время была произведена задолго до создания теории относительности Гамильтоном в его теории кватернионов [4], но это не привело к изменению классической точки зрения.

Эйнштейн оценивал свою теорию прежде всего как новую теорию пространства и времени. Так, в письме к К. Хабихту он писал о своей первой статье по теории относительности, что она «посвящена общим понятиям и представляет собой электродинамику движущихся тел, основанную на модификации теории пространства и времени» [5].

Эта «модификация теории пространства и времени» довольно четко была выражена в других его более поздних работах, в частности в «Сущности теории относительности». Указывая на два исходных постулата своей теории: принцип относительности и принцип постоянства скорости света (дальнейшими исследованиями было показано, что в

---

[4] E. H. S y n g e. The Space — Time Hypothesis before Minkovsky.— Nature, 106, N 2674, p. 693.

[5] C. S e e l i g. A. Einstein. Leben und Werk eines Genies unserem Zeit. Zürich. 1960, 89. Цит. по: Д. Х о л т о н. К генезису специальной теории относительности Эйнштейна. «Эйнштейновский сборник», 1966. Изд-во «Наука», 1966, стр. 199.

данном случае фундаментальное значение имеет принцип предельности скорости света[6]), А. Эйнштейн добавляет, что для того, чтобы сделать из этих принципов какие-то выводы, необходимо пересмотреть физический смысл таких понятий, как «скорость» и «время».

Этот пересмотр состоял в отказе от классических представлений об абсолютном, ни от чего не зависящем времени и в переходе к концепции, которая связывает время с реальными физическими процессами. «Чтобы придать понятию времени физический смысл, нужны какие-то процессы, которые дали бы возможность установить связь между различными точками пространства... пространственные и временные данные имеют не фиктивное, а физическое реальное значение» [7].

Таким образом, существенным для теории относительности является требование изучать свойства пространства и времени, опираясь на реальные физические взаимодействия, ибо в релятивистской концепции эти свойства рассматриваются как производные, определяемые наличием между материальными системами определенных физических взаимодействий.

2. В обсуждении проблемы одновременности можно выделить два основных направления. Первое направление объединяет все попытки опровергнуть утверждения специальной теории относительности и доказать справедливость ньютоновских представлений об абсолютной одновременности разноместных событий.

Второе идет по пути более обстоятельного выяснения смысла понятия одновременности и его определения, а также по пути анализа его объективных оснований.

Среди многочисленных попыток опровергнуть специальную теорию относительности особый интерес представляют те, в которых по сути дела на основе релятивистских представлений о сущности пространства и времени доказывалось существование абсолютной одновременности. Эти попытки, которые характерны для ранних периодов дис-

---

6 См., например, В. А. Фок. Современная теория пространства и времени.— «Природа», 1953, № 12; Г. Рейхенбах. Направление времени. М., ИЛ, 1962, стр. 62. A. Grünbaum. Fundamental Philosophical Issues in the Special Theory of Relativity, Kritik und Fortbildung der Relativitätstheorie. K. Sapper (ed). Graz, Austria, 1957.

7 А. Эйнштейн. Сущность теории относительности. М., ИЛ, 1955, стр. 28.

куссии вплоть до конца 30-х годов, получили на наш взгляд, неадекватную оценку как «классическое понимание одновременности».

Представители данной точки зрения исходили отнюдь не из ньютоновского положения о том, что время «протекает равномерно и безотносительно к чему-либо внешнему», а из точки зрения Эйнштейна: «чтобы придать времени физический смысл, нужны какие-то процессы, которые дали бы возможность установить связь между различными точками пространства». Все эти попытки сводились к тому, чтобы доказать, что в природе существуют такие физические процессы, которые позволяют установить мгновенную связь между различными точками пространства, а тем самым и абсолютную одновременность. Примерами таких процессов предлагалась передача взаимодействий с помощью абсолютно жестких стержней и неэластичных нитей.

Чисто физическая несостоятельность подобных представлений выяснилась довольно скоро, но описание подобных попыток заполняет релятивистскую литературу в качестве примеров «классического» истолкования одновременности.

Подобная оценка ошибочна. Действительно, в формулировках законов всемирного тяготения (сила гравитации зависит только от величины тяготеющих масс и расстояния между ними, но не зависит от времени), а также второго (допускающего мгновенные скорости) и третьего (предполагающего мгновенное противодействие) законов механики Ньютона подразумевается наличие дальнодействия. Но связана ли с данным предположением классическая концепция времени и одновременности? Думается, что нет: ведь прежде чем связать абсолютное время классической физики, равно как и отношение абсолютной одновременности, с существованием мгновенно действующих сил, нужно отбросить представления о времени, как не зависящем ни от чего потоке особой несубстанциальной сущности и рассматривать его и его свойства как результат наличия каких-то физических процессов и их закономерностей, говоря словами Ньютона, нужно рассматривать время как результат «чего-то внешнего».

Об этом свидетельствуют и данные истории науки. С момента возникновения классической физики в ее рамках велась борьба между двумя различными концепциями передачи взаимодействий: концепцией дальнодействия Ньютона и концепцией близкодействия Декарта. Как известно, концепция Декарта, которая победила в этой борьбе и которая, так же как и ньютонова концепция дальнодействия, вначале признавала возможность бесконечных скоростей передачи взаимодействий, перешла с развитием электродинамики к представлениям о передаче взаимодействий только с конечными скоростями [8]. Смена этих концепций отнюдь не пошатнула классическое учение об абсолютном времени, которое мирно уживалось с принципами конечности скоростей передачи взаимодействий.

На самом же деле рассматриваемая нами точка зрения выражает, в каком случае было бы возможно существование абсолютного времени и абсолютной одновременности, но не с классической, а именно с релятивистской точки зрения. «Если бы на расстоянии можно было бы сообщаться мгновенными сигналами... тогда это предположение было бы физически обоснованным» [9]. Ведь теория относительности отрицает абсолютную одновременность именно по причине того, что в природе не существует бесконечных скоростей передачи материальных взаимодействий.

Имеется и другая возможность постулирования абсолютной одновременности. Она очень ясно выражена А.Бергсоном, согласно которому одновременность двух или многих событий соответствует возможности «охватить их единым мгновенным восприятием» [10].

Существование абсолютной одновременности, равно как и единого универсального времени, постулируется им исходя из свойств индивидуального сознания. «Я называю «одновременными» два мгновенные восприятия, постигаемые одним и тем же актом сознания» [11].

Эта точка зрения, несмотря на очевидный ее субъективизм, в том виде, как она выражена А. Бергсоном, требует к себе самого серьезного отношения. Она, несомненно, выражает точку зрения здравого смысла на одновременность, а также связана с развитием представлений о восприятии человеком окружающего мира и имеет некоторое теоретическое оправдание.

---

[8] См.: Б. Г. Кузнецов. Принцип классической физики. М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 312.

[9] А. Эйнштейн. Сущность теории относительности, стр. 26.

[10] А. Бергсон. Длительность и одновременность (по поводу теории Эйнштейна). Пг., 1923, стр. 40.

[11] Там же, стр. 45.

Известно, что долгое время скорость распространения света считали мгновенной. С точки зрения древних греков, зрительные образы возникают в результате взаимодействия глаза и воспринимаемого объекта, наподобие действия радиолокатора. Глаз посылает на объект особое излучение, которое как бы «ощупывает» его и возвращается обратно, неся информацию в виде образа объекта. На основании этой гипотезы Герон Александрийский сформулировал доказательство бесконечности скорости света. Если вы смотрите на ночное небо, то видите звезды сразу же после того, как откроете глаза. Отсюда следует, что между мгновением открытия глаз и тем мгновением, когда вы видите звезды, не протекает никакого времени; свет распространяется мгновенно. Такой же точки зрения придерживался Аристотель.

В более позднее время мгновенность распространения света доказывалась Кеплером на основе представлений о нематериальности света [12].

Подобные взгляды находят свое отражение в точке зрения здравого смысла, согласно которому мы воспринимаем предметы внешнего мира, существующие одновременно с нами.

Однако еще Эмпедокл, по свидетельству Аристотеля [13], отрицал мгновенный характер распространения света. Отрицали это позднее и Ибн-Сина, на основе представлений о материальности света, и Альгазен, который исходил из того, что свет есть движение и, следовательно, не может распространяться мгновенно.

В новое время Галилей пытался поставить эксперимент по измерению скорости света, но окончательно ее ограниченность была доказана в 1676 г. датским астрономом Олафом Кристенсеном Рёмером, предсказавшим на основе представлений о конечном характере скорости света запаздывание затмений спутников Юпитера [14]. Вот как оценивалась данная ситуация А.-С. Эддингтоном: «Внешние события, которые мы наблюдаем, как будто бы покрываются нашей собственной последовательностью времени; но в действительности не сами события, а чувственные восприятия, ко-

---

[12] Подробнее об этом см. Дж. Уитроу. Естественная философия времени. М., «Прогресс», 1964, стр. 231—233.

[13] Аристотель. О душе. М., Соцэкгиз, 1937, стр. 56.

[14] См. подробнее: Дж. Уитроу. Естественная философия времени, стр. 231—233.

торые вызываются ими, укладываются во временную последовательность нашего сознания. С обычной точки зрения нет разницы между самими внешними событиями и соответствующими событиями, вызванными их световым воздействием на наш мозг. Поэтому события Вселенной грубо локализуются в нашей частной последовательности времени. Из-за этой путаницы возникло представление, что мгновения, которые мы осознаем, простираются и на внешние события и имеют значение для всего мира, так что все происходящее в мире предполагается состоящим из ряда мгновенных состояний. Этот грубый взгляд был отвергнут в 1675 г. знаменитым объяснением Рёмера затмения спутников Юпитера, и мы больше не имеем права относить внешние события к тем мгновениям, когда мы их воспринимаем. Все основание представления о ряде мгновений, имеющих значение во всем мире, было разрушено 250 лет тому назад, и кажется странным, что оно могло существовать в физике до сих пор. Но, как это часто случается, старая теория была подправлена, хотя ее первоначальный raison d'être (смысл существования) и исчез»[15].

Оценка Эддингтоном связи представлений об абсолютной одновременности и абсолютном времени с наивными представлениями о мгновенных восприятиях событий внешнего мира является уникальной по своей глубине и ясности.

Но кое в чем с ним согласиться, на наш взгляд, нельзя, ибо однозначной связи между возможностью «мгновенного восприятия» и бесконечностью скорости света, которую опроверг Рёмер, не существует. Эддингтону кажется «странным», что представления об абсолютном времени и абсолютной одновременности сохранились в физике спустя 250 лет после того, как было устранено их реальное основание. Но ведь в таком случае еще более парадоксален тот факт, что они были сформулированы в качестве постулатов физической теории ученым, которому были прекрасно известны результаты Рёмера и других и который не только не пытался их отрицать, но признавал вполне справедливыми. Ведь не кто иной, как Ньютон, писал в «Оптике»: «Свет распространяется от светящихся тел во времени и тратит около семи или восьми минут часа на прохождение от Солнца к Земле» (часть III, книга II, предложение XI).

---

[15] А.-С. Эддингтон. Теория относительности. М.—Л., ОНТИ, 1934, стр. 46—47.

И, видимо, несмотря на то что представление о возможности мгновенных восприятий предметов внешнего мира исторически связано с представлениями о мгновенной скорости света, для подобной точки зрения имеются и другие основания, которые позволили ей удержаться и после того, как была доказана ограниченность скорости света.

Точка зрения Ньютона более близка к сформулированной Бергсоном точке зрения, который считает одновременными события, «постигаемые одним и тем же актом сознания». Ведь недаром Ньютон и некоторые его последователи рассматривали пространство (т. е. совокупность одновременных событий) как «чувствилище бога» [16].

Какие имеются иные основания для подобной точки зрения? Действительно, ни один здравомыслящий человек, независимо от его философской концепции (даже если о возможности существования таковой он не имеет ни малейшего представления), не сомневается в том, что сам-то он существует на самом деле.

Для субъективного идеалиста связывание одновременности между событиями с фактом их восприятия является само собой разумеющимся, ибо для него «внешние» события просто тождественны с фактом их восприятия. Но и для объективного идеалиста, и для материалиста, которые признают существование независимого от их сознания и воли внешнего мира, ассоциация одновременности событий с возможностью их мгновенного восприятия сознанием не является чем-то находящимся в принципиальном противоречии с исходными мировоззренческими установками.

Если существует познающий субъект и если существует независимый от этого субъекта окружающий его мир, то представляется самоочевидным, что сам факт их совместного существования предполагает, что между ними имеются отношения предшествования, следования и одновременности. Такие отношения действительно существуют, и проблема одновременности как раз в том и состоит, чтобы найти надежные критерии для ее объективного определения. С точки зрения познающего мир сознания действительно одновременными с ним будут представляться все те события, которые оно может охватить в данный момент своим мысленным взором. Однако это будет лишь с у б ъ е к т и в н о воспринимаемая одновременность. Мысленным взо-

[16] См.: И. Н ь ю т о н. Оптика. М., ГТТИ, 1954, стр. 302—303; а также «Полемика Г. Лейбница и С. Кларка». Л., 1960, стр. 38, 41.

ром мы, вообще говоря, можем «охватить» все, что угодно, и действительные и несуществующие события, мы можем мгновенно «воспринимать» и сопоставлять как одновременные и те события, которые в действительности происходили в разные моменты времени.

Говоря о классическом истолковании абсолютного времени и одновременности, Дж. Уитроу отмечает: «Несмотря на всеобщее признание такой интерпретации времени, что, по-видимому, связано с глубоко укоренившейся тенденцией соотносить микрокосм (самого себя) с макрокосмом (Вселенной), эта идея единого временного порядка является тем не менее в высшей степени сложным понятием»[17].

Эта идея вовсе не связана с мгновенной скоростью распространения света. «Согласно этой гипотезе (принципу одновременности), каждому абстрактному мгновению линейного временного континуума, континуума, составленного из наших индивидуальных переживаний, накладывающихся друг на друга длительностей, соответствует определенное состояние физической Вселенной... время — это «движущееся лезвие ножа, не ограниченное каким-нибудь отдельным местом, но захватывающее все места одновременно»[18].

Очевидно, что никаких взаимодействий и никакого света для этого не нужно. «Абсолютное, истинное, математическое время *само по себе и по своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему*, протекает равномерно и иначе называется длительностью» [19].

Для такой точки зрения на время имеются еще и теоретические основания, о которых писал А.-С. Эддингтон: «Имея предвзятую идею, что внешние события как-то должны быть сопоставлены мгновением нашего частного сознания, физики устранили основные трудности, помещая события не в мгновения видимого восприятия, а в соответствующие предшествующие мгновения. Физика заимствовала, таким образом, из отвергнутой теории представления о мгновениях во всем мире и построила математическое продолжение мгновений, имеющихся в сознании наблюда-

---

[17] Дж. Уитроу. Естественная философия времени, стр. 227.
[18] Там же.
[19] И. Ньютон. Математические начала натуральной философии. Пер. А. И. Крылова. — В «Собрании трудов академика А. И. Крылова», т. 7, М.— Л., Изд-во АН СССР, 1936, стр. 30.

теля, получив этим путем сетку отсчетов времени во всем четырехмерном мире. Мы не будем придираться к этому полезному методу, который ведет к физическому времени. Мы только настаиваем на том, что нужно помнить о его искусственной природе и что первоначальное требование охватывающего весь мир времени возникло благодаря ошибке. Нам, вероятно, все равно пришлось бы изобрести всеобщую сетку времени, чтобы получить полную координатную сетку, но мы были бы избавлены от значительной путаницы, если бы пришли к указанному решению как к произвольному построению, а не как к унаследованному ошибочному представлению»[20].

Эддингтон указывает на две важные вещи: во-первых, физика нуждается в абсолютном времени, а во-вторых, следует помнить, что это время есть искусственное теоретическое построение, методологическое средство, и не следует удивляться тому, что реальное (а не теоретическое) физическое время окажется отличным от данной абстракции.

Имеется еще одна возможность постулирования абсолютной одновременности, которая имеет своим истоком одну из антиномий чистого разума, сформулированных Иммануилом Кантом. Доказывая тезис о конечности Вселенной, он писал: «Допустим опять, что мир есть бесконечное данное целое из одновременно существующих вещей. Но размер такого количества, которое не дается в определенных границах того или иного созерцания, мы можем представить себе не иначе, как только посредством синтеза частей, и целокупность такого количества — только посредством законченного синтеза или посредством повторного прибавления единицы к самой себе. Поэтому, чтобы мыслить наполняющий все пространство мир как целое, необходимо было бы рассматривать последовательный синтез частей бесконечного мира как завершенный, т. е. пришлось бы рассматривать бесконечное время при перечислении всех сосуществующих как прошедшее, что невозможно. Итак, бесконечный агрегат действительных вещей нельзя рассматривать как целое, стало быть, он не может рассматриваться и как данный одновременно. Следовательно, мир по своему протяжению в пространстве не бесконечен, а заключен в свои границы»[21].

---

[20] А.-С. Эддингтон. Теория относительности, стр. 47.
[21] И. Кант. Критика чистого разума. Соч., т. 3. М., «Мысль», 1964, стр. 405—406.

Не вдаваясь в анализ аргументации Канта, подчеркнем, что для него бесконечный мир нельзя рассматривать как целое, а следовательно, нельзя рассматривать как данный одновременно, т. е. одновременность Кант связывает с целостностью, элементы любого целого, по Канту, существуют одновременно.

Но рассматривать мир как целое, связанное воедино физическими, а не логическими связями, можно только в том случае, если существует мгновенное дальнодействие. Представление о целостности даже конечных объектов является в некотором смысле огрублением, ибо если рассматривать его в достаточно малый промежуток времени, то сил или, вернее, взаимодействий для связи между пространственно разобщенными элементами системы нет. Здесь тоже (в зависимости от размеров предмета и величины промежутка времени) требуются скорости, превышающие скорость света, возможность чего современная физика отрицает[22].

3. Обсуждение определения одновременности, предложенного А. Эйнштейном, вызвало также споры вокруг вопроса о значении определений научных понятий в физических теориях и об их объективном содержании.

Первоначально определение Эйнштейна было подхвачено позитивистами как доказательство условного, конвенционального характера фундаментальных понятий науки.

Так, А. Пуанкаре писал, что установление временного порядка «может быть лишь делом условного соглашения» [23]. Подчеркивая произвольный характер этого соглашения, он говорил далее: «В настоящее время некоторые физики желают усвоить новое условное соглашение. Это не значит, что они вынуждены к этому, они считают новое соглашение более удобным, вот и все. А те, кто не придерживается их мнения, и не желают отказаться от своих старых привычек, могут с правом сохранять старое соглашение» [24].

Подобные идеи высказывали и другие авторы. Э. Геттингтон, например, ставил перед собой задачу «показать, что знаменитые «уравнения преобразования»... могут быть

---

[22] См. подробнее об этом в нашей статье: «Понятие одновременности и его эволюция».— «Вопросы философии», 1964, № 9, стр. 59—60.

[23] А. Пуанкаре. Пространство и время. Новые идеи в математике. Сборник № 2. СПб., 1913, стр. 80.

[24] Там же, стр. 90.

легко выведены из простых соглашений касательно заводки часов и установления систем координат» [25].

Конвенционалистское истолкование определения одновременности и специальной теории относительности вообще лишает смысла проблему выяснения объективного содержания научных понятий, проблему их точного определения, ибо все, с данной точки зрения, зависит от каприза исследователя. Кроме того, подобная точка зрения вообще перечеркивает научное значение теории относительности, ибо, согласно А. Пуанкаре и Э. Геттингтону, физик с таким же правом может пользоваться и другими определениями и теориями и в этом отношении релятивистская и ньютонова концепции равноправны.

Методологическая ущербность конвенционализма хорошо иллюстрируется известной оценкой де Бройля, согласно которой именно конвенционализм не позволил А. Пуанкаре стать автором теории относительности [26].

Несмотря на очевидную философскую несостоятельность точки зрения конвенционализма, не следует забывать при обсуждении объективного содержания научных понятий, что и данное идеалистическое направление не есть «только чепуха», а представляет собой «одностороннее, преувеличенное... развитие... одной из черточек, сторон, граней познания» [27]. На самом деле элементы конвенционализма присутствуют в познании человеком природы, и установление их действительного статуса составляет одну из реальных задач научной теории познания.

Эти вопросы нашли отражение в трудах известного советского физика Л. И. Мандельштама.

В лекциях по физическим основам теории относительности он уделял большое внимание вопросам, связанным с определением одновременности, ибо он считал, «что в них заключается гвоздь всей теории относительности» [28].

Одной из фундаментальных идей, которые привели, по мнению Л. И. Мандельштама, к созданию специальной теории относительности, является ясное осознание необходимости четкого определения основных физических понятий.

[25] Э. Геттингтон. Новое приближение к теории относительности. Новые идеи в математике. Сборник № V. СПб., 1913, стр. 80.
[26] См. Луи де Бройль. По тропам науки. М., ИЛ, 1962, стр. 306—307.
[27] В. И. Ленин. Философские тетради. Соч., IV изд., т. 35, стр. 360—361.
[28] Л. И. Мандельштам. Полное собрание трудов, т. V. Изд-во АН СССР, 1950.

«Неправильно полагать, что принцип относительности перевернул наши понятия о времени и пространстве в том смысле, что на место ясных и четких понятий поставил такие же новые. Это не так. Одна из больших заслуг принципа относительности в том и состоит, что он показал, что основные понятия, которыми оперировали раньше, во всяком случае в известной своей части, вовсе не были определены, что многие высказывания вообще не имели никакого смысла, что это главным образом и было причиной тех недоразумений, с которыми сталкивались, когда старались подвести теоретическое обоснование под те или иные физические явления» [29].

Л. И. Мандельштам подчеркивал, что определение основных физических понятий отличается от определения понятий в других науках, например, в логике. Если в логике определение сложного понятия означает сведéние к более простому, то в физике для определения такого понятия нужно соотнести его с какой-либо реальной вещью или процессом [30].

Однако и при таком способе определения понятий возможен известный момент произвола. Одни могут считать, что данное понятие отражает такие-то определенные свойства действительности, другие же могут вкладывать в него отличное содержание, считая, что оно отражает иные свойства. Учитывая эту ситуацию, Л. И. Мандельштам, говоря о том, что природа не навязывает нам этих определений однозначно, в то же время подчеркивал, что подобные определения не являются полностью произвольными, что они должны удовлетворять известным требованиям [31]. Он отмечает ограниченность области произвола при определении научных понятий, указывая, что определения должны проверяться на опыте, т. е. говорит о практической проверке истинности тех или иных определений.

Для того чтобы физические формулы имели вообще какой-либо смысл, необходимо знать, какие свойства объективного мира выражают входящие в них переменные. «Если вы хотите придать ей (формуле) какой-либо смысл, какое-либо содержание, то вам неизбежно придется выяснить, что означает x, что означает t, и если вы продумае-

[29] Л. И. Мандельштам. Полное собрание трудов, т. V, стр. 92.
[30] Там же, стр. 177.
[31] Там же, стр. 179.

те вопрос до конца, то вы придете к выводу, что x и t не имеют какого-то свыше данного смысла, а нуждаются в конкретном определении. Вы принуждены дать определение, это не желание, это необходимость»[32].

В классической физике определения одновременности фактически были произвольными и давались неосознанно; в разных случаях пользовались разными определениями. «Определение может быть дано так, что одновременность будет абсолютным понятием. Дорелятивистская физика такое определение и давала. Почему же в ней получалось противоречие? Противоречие возникало не из того, что она давала это определение, а из того, что она, давая это определение, навязывала понятию еще и другие свойства, которые в действительности мог указать только опыт. Считалось, что, во-первых, одновременность абсолютна, а во-вторых, говорилось, что как бы она ни была определена, она должна быть абсолютной. Вот тут была ошибка дорелятивистов. Они, например, считали, что понятие одновременности можно установить переносом часов; они говорили, что если мы возьмем часы и перенесем в другое место, то часы будут идти синхронно, что если мы то же самое сделаем в другой системе, то получится то же самое, и что такое определение будет отвечать абсолютной одновременности. Это неверно. Перенос давал новое определение одновременности, и ниоткуда не следовало, что оно совпадет с условиями, которые постулировала дорелятивистская физика. Вот в чем было противоречие, а не в том, что одновременность считалась абсолютной для всех систем»[33].

Таким образом, проблема состоит не только в том, что нужно определить понятие одновременности, но и в том, как ее определить? Нужно определить так, чтобы данное определение соответствовало действительности, а это соответствие устанавливается только в процессе познания, о чем говорил Л. И. Мандельштам, когда писал, что «Физическая теория оперирует некоторыми определениями, но такими определениями, в основе которых лежат действительно выполнимые физические процессы в реальной природе... В зависимости от того, что показы-

---

[32] Там же, стр. 185.
[33] Там же, стр. 206.

вает эксперимент, и наши требования, и наши определения должны быть различны»[34].

Уже в определении, сформулированном А. Эйнштейном в своей первой работе, речь фактически идет о двух различных смыслах одновременности. В одном случае он с помощью предлагаемого определения устанавливает отношение одновременности между двумя различными точками пространства в рамках одной системы отсчета. Причем он не говорит, что данная одновременность относительна. В другом случае он говорит о том, что данное отношение одновременности уже не будет таковым в другой системе отсчета. И в этом смысле она, по Эйнштейну, будет относительной.

Обычно в литературе, посвященной проблемам специальной теории относительности, не обращается внимания на этот факт, на возможность употребления понятий относительной и абсолютной одновременности в двух различных смыслах. Чаще всего просто говорят об относительности и абсолютности одновременности, не вникая в дальнейшие подробности.

Однако проведение ясного разделения между двумя разными смыслами абсолютности и относительности одновременности имеет важное значение для понимания релятивистской концепции времени и эйнштейновского определения одновременности.

Игнорирование этого различия ведет часто к недоразумениям. Так, известный ирландский физик А. А. Робб, о котором Дж. Уитроу весьма лестно отзывается как о человеке, «который сделал для теории временных отношений примерно то же, что Эвклид много лет назад проделал для пространственных отношений»[35], и работам которого дал высокую оценку А. Д. Александров[36], выступил с критикой концепции Эйнштейна, хотя его собственная точка зрения, дополняющая эту концепцию, отнюдь ей не противоречит. Исходя из идей Эйнштейна о том, что временные отношения имеют смысл только для событий и явлений, которые могут взаимодействовать друг с другом, и что материальные взаимодействия не могут распространять-

---

[34] Л. И. Мандельштам. Полное собрание трудов, т. V, стр. 304.
[35] Дж. Уитроу. Естественная философия времени, стр. 257.
[36] А. Д. Александров. Теория относительности как теория абсолютного пространства — времени.— В сб.: «Философские вопросы современной физики». М., Изд-во АН СССР, 1959, стр. 274.

ся со скоростью, превышающей скорость света в пустоте, А. А. Робб пришел к верному выводу, что между разноместными событиями вообще не существует отношения абсолютной одновременности в том смысле, что событию в данной точке пространства будет соответствовать одно-единственное одновременное с ним событие в другой точке. «Таким образом... вообще не существует никаких средств для отождествления мгновений времени, происходящих в разных местах», «...реально одновременными событиями будут только те, которые происходят в одном и том же месте» [37].

Но он необоснованно упрекал Эйнштейна за употребление понятия одновременности в двух смыслах и противопоставлял свое положение об отсутствии отношения одновременности для разноместных событий определению одновременности, предложенному Эйнштейном. Для такого противопоставления оснований нет, ибо если Робб совершенно справедливо утверждает, что для установления абсолютной одновременности разноместных событий нет никаких физических средств, то именно поэтому Эйнштейн и предлагает устанавливать такую одновременность теоретическим путем, «но определенно».

Впервые вопрос о различном смысле понятий абсолютной и относительной одновременности был достаточно ясно поставлен в работах Г. Рейхенбаха [38]. Он назвал ту одновременность, которая устанавливается определением Эйнштейна, «эпистемологической», т. е. «теоретико-познавательной» одновременностью, относительную же, по терминологии Эйнштейна, одновременность, т. е. отношение одновременности между разноместными событиями в различных системах отсчета, он именует «физической» одновременностью. Хотя терминологию Рейхенбаха вряд ли можно оценить как удачную, его несомненная заслуга состоит в четком разделении двух различных смыслов понятий относительной и абсолютной одновременности.

Если исходить из релятивистской концепции времени, согласно которой временные отношения («раньше», «позже») имеют смысл только для событий, связанных мате-

---

[37] A. A. Robb. The Absolute Relations of Time and Space. Cambridge University Press, 1921, p. 1273.

[38] H. Reichenbach. Axiomatik der Relativistischen Raum — Zeit — Lehre, Braunschweig, 1924; The Philosophy of Space and Time. N. Y., 1950.

риальными взаимодействиями, то в силу конечного характера скорости распространения материальных взаимодействий данному событию, говорит Рейхенбах, соответствует в удаленной от него точке пространства некоторый класс одновременных с ним событий. Говоря конкретно, применительно к мысленному опыту, на который ссылался Эйнштейн, моменту отражения света в B не соответствует только одно-единственное одновременное с ним событие в A.

Структура причинности не определяет однозначно одновременности удаленных событий, допуская ряд одинаково правомерных возможностей. Поэтому определение одной-единственной пары одновременных событий может быть только результатом конвенции. Условность определения была бы исключена только в том случае, если бы существовало материальное воздействие, распространяющееся с бесконечной скоростью. Тогда временной интервал, необходимый для передачи этого воздействия, равнялся бы нулю, в результате вместо класса событий, одновременных с данным, осталось бы только одно-единственное событие.

При этом Рейхенбах подчеркивает, что произвольность определения абсолютной в этом смысле одновременности является ограниченной. Момент отражения сигнала можно выбрать произвольно, но только внутри временного интервала, необходимого свету для прохождения пути туда — обратно, в противном случае нарушается принцип причинности.

С точки зрения Рейхенбаха, определение одновременности, предложенное Эйнштейном, является наиболее простым для описания физических явлений, и отличается оно от других возможных определений по чисто формальным соображениям. Отсюда, по Рейхенбаху, можно сделать вывод также о конвенциональном характере определения скорости света в одном направлении.

Кроме этих аргументов в пользу условного характера определения абсолютной одновременности, которые являются верными, он приводит еще и другие аргументы, из которых следует, что данное определение условно не только потому, что такова причинная структура объективного мира, но еще и потому, что нельзя получить логически непротиворечивое эмпирическое определение абсолютной одновременности. Для Рейхенбаха абсолютная одновременность отсутствует в объективной действительности потому, что ее нельзя однозначно определить, опираясь на эмпирические данные. Поэтому он и именует ее «эпистемологической» одновременностью. И он пытается это доказать, анализируя определение одновременности и скорости света. Но ведь если бы даже удалось без логических противоречий провести определение скорости света и дать на ее основе определение абсолютной одновременности, то определенная таким образом одновременность осталась бы «эпистемологической», т. е. выбранная пара точек-мгновений по своим объективным свойствам ничем не отличалась бы от некоторых других. Относительность (в этом смысле) одновременности разноместных событий необходимо следует из рассмотрения отношения одновременности, как фиксирующего невозможность причинного воздействия событий друг на друга и из признания конечного характера скорости этих взаимодействий и вовсе не зависит от того, является ли конвенциональным определение скорости света или нет. Этого не учитывали Г. Рейхенбах и его оппоненты[39], которые основную тяжесть дискуссии перенесли на решение проблемы, можно ли дать непротиворечивое определение скорости света или нет. Ведь даже при наличии такого определения предельный характер скорости распространения взаимодействий не элиминируется, точно так же как нельзя, оставаясь в рамках релятивистской концепции времени, дать какое-либо иное определение одновременности, кроме причинного, и поэтому любое определение абсолютной одновременности будет в ы б и р а т ь одну-единственную пару из двух множеств объективно одновременных событий.

На указанное выше обстоятельство обратил внимание американский философ А. Грюнбаум, который отмечал, что относительность одновременности обусловлена именно предельным характером скорости света. И это предельное свойство скорости света представляет собой объективное свойство причинной структуры физического мира, которое совершенно не зависит от существования в космосе человека и его измерительных операций. «Вытекающая отсюда относительность одновременности выражает прежде всего свойства причинных связей, существующих между физи-

[39] См., например, З. А в г у с т и н е к. Об объективном характере понятия одновременности.— В сб.: «Мировоззренческие и методологические проблемы научной абстракции». М., ИЛ, 1960.

ческими событиями, а не порождается нашей неспособностью выполнить те или иные операции по определению абсолютной одновременности. Напротив, невозможность проведения таких операций является следствием более фундаментальной невозможности, а именно отсутствия необходимых для этого причинных отношений между событиями. Конечно, измерительные операции являются необходимыми для определения или познания того, могут или нет те или иные события вступать в причинные отношения, которые могли бы определять для них отношения временного порядка, следования или одновременности. Однако действительные или физически возможные причинные отношения в данном случае устанавливаются только физическими событиями, совершенно независимо от наших действительных или гипотетических измерительных операций. Короче говоря, отношения абсолютной одновременности не могут быть обнаружены при помощи измерения именно потому, что таких отношений не существует и их несуществование вытекает не из неудачи их обнаружения с помощью измерительных операций, эта неудача только является доказательством их несуществования.

Только философская мистификация этой проблемы позволяет выставлять в правдоподобном виде ту точку зрения, согласно которой относительность одновременности (или, по этой же причине, любое из других философских нововведений теории относительности) подтверждает субъективизм гомоцентрического операционализма или феноменологического позитивизма» [40].

Что касается относительности одновременности в различных системах отсчета, то она рассматривается Рейхенбахом как объективная и поэтому именуется физической, чем она противопоставляется эпистемологической одновременности, устанавливаемой «по определению». Но такое противопоставление ошибочно, ибо относительность одновременности как в первом, так и во втором смысле определяется в конечном счете связью временного порядка с причинно-следственной структурой мира и с конечным характером скорости распространения взаимодействий.

---

[40] A. Grünbaum. Fundamental Philosophical Issues in Special Theory of Relativity, Kritik und Fortbildung der Relativitätstheorie. Graz. Austria, 1957, S. 9—10.

Дальнейший анализ и уточнение смысла относительной и абсолютной одновременности проводится в книге американского философа А. Грюнбаума «Философские проблемы пространства и времени»[41]. Он выделяет класс событий, которые не могут быть связаны между собой физическими причинными (сигнальными) цепями, и называет их *топологически* одновременными[42], подчеркивая, что данная *топологическая* одновременность является строго объективной и вытекает из причинно-следственной структуры мира. Та же одновременность между разноместными событиями, которая устанавливается по определению Эйнштейна, именуется им *метрической* одновременностью. Метрическая одновременность является относительной в том смысле, что, установленная по определению для одной системы отсчета, она не оказывается таковой в рамках другой системы отсчета. Это обусловлено, по Грюнбауму, тем, что топологическая одновременность не является уникальной, т. е. топологически одновременными, в силу конечного характера распространения физических воздействий, всегда могут быть только классы событий, а не отдельные их пары.

Следует также отметить, что именно А. Грюнбаум недвусмысленно подчеркнул, вопреки установившемуся мнению, что относительность одновременности, как отсутствие уникальных пар абсолютно одновременных разноместных событий, обусловлена не взаимным движением систем отсчета, а конечным характером скорости распространения воздействия, и что одновременность в этом смысле является относительной и для разноместных событий, происходящих в рамках одной инерциальной системы[43].

Таким образом, имеет смысл проводить различие между абсолютностью и относительностью одновременности в следующих двух смыслах.

Во-первых, эти понятия можно употреблять при оценке единственности или уникальности отношения одновременности для событий, происходящих в различных точках пространства. Так, например, если имеются две системы отсчета или же удаленные друг от друга точки пространства и в них происходят какие-то серии событий, то отношение одновременности может означать совпадение во

---

[41] A. Grünbaum. Philosophical Problems of Space and Time. N. Y., 1963.

[42] Там же, стр. 28—32.

[43] См. там же, стр. 12.

времени, общем для обеих систем, только двух точек-мгновений времени и идентифицируемых с ними событий. Все остальные мгновения являются неодновременными, и выделение этой одной-единственной пары одновременных мгновений представляет собой установление абсолютной одновременности.

Относительность же одновременности означает в данном случае, что среди этих серий событий одновременными являются не одна-единственная пара мгновений, а некоторые множества мгновений, происходящих в различных системах отсчета или точках пространства.

Такое понимание относительности одновременности вытекает из релятивистской концепции, согласно которой временной порядок обусловливается реальными физическими взаимодействиями или причинно-следственными отношениями и конечным характером скорости распространения этих воздействий.

С точки зрения данной концепции между разноместными событиями вообще не существует отношения а б с о л ю т н о й о д н о в р е м е н н о с т и; одновременными являются не точки-мгновения времени, а только временные области. В рамках этих областей нельзя выделить какие-либо точки, которые можно было бы рассматривать как абсолютно одновременные.

С другой стороны, понятия абсолютной и относительной одновременности можно употреблять в смысле оценки в с е о б щ н о с т и данного отношения, его независимости от точек зрения и систем отсчета. Если события, одновременные в одной системе отсчета, будут одновременными в любой другой системе отсчета, то их одновременность можно оценить как неизменную и в этом смысле абсолютную. В данном случае абсолютно одновременными могут, очевидно, быть как точки-мгновения, так и временные области, о которых речь шла выше. Здесь уже относительность одновременности означает невыполнение условия всеобщности и неизменности данного отношения. События могут быть одновременными в одной системе отсчета и не быть таковыми в другой; в этом смысле их одновременность является относительной.

В. И. Родичев

НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

Среди обширной журнальной литературы по общей теории относительности (о. т. о.) немалую долю составляет литература, посвященная трудностям о. т. о. С другой стороны, во всех широко известных монографиях, с которыми несомненно знаком читатель, а может быть, и основательно штудировал их, изучая о. т. о., трудностям теории относительности либо вовсе не уделяется внимания, либо они рассматриваются не как затруднения, а как особые свойства гравитационного поля. У читателя создается впечатление, будто построение о. т. о. уже закончено и делать тут больше нечего, остается лишь правильно применять ее к решению конкретных задач — именно таково мнение некоторых ведущих физиков [1]. Но если просмотреть оглавления сборников работ по гравитации [2, 3], то легко заметить, что они полны дискуссионных статей, затрагивающих даже основы о. т. о.

До сих пор остается нерешенной проблема энергии гравитационного поля. Мнения здесь сильно расходятся. Часть физиков-гравитационистов считает, что проблемы вовсе не существует, другая часть утверждает, что решение этой проблемы невозможно в рамках обычной—метрической—формулировки теории тяготения.

Наконец, редакторы и авторы статей в одном из сборников ([3] стр. 15) признают, что, несмотря на широкое развитие математического аппарата, понимание сущности о. т. о. остается лишь частичным.

Таким образом, как бы ни относиться к этим дискуссиям и неясностям, следует признать, что в основаниях о. т. о. есть предметы для дискуссии, что о. т. о. заключает в себе возможности дальнейшего развития, а это является одной из привлекательных сторон любой теории.

Автор поставил себе задачу рассказать в полупопулярной форме о некоторых нерешенных проблемах о. т. о., о природе трудностей о. т. о.

При анализе теории тяготения будет использована так называемая тетрадная формулировка о. т. о., которая, по-видимому, более отвечает сути дела, чем обычная— метрическая.

Отдельные места в работе, где используется формализм римановой геометрии, для неискушенного читателя могут оказаться непонятными, он может их опустить, ибо физическую сущность вопроса я старался показать по возможности более наглядно, без привлечения сложной математики.

Некоторые математические результаты будут интересны более подготовленному читателю тем более, что метод тетрад в теории поля не является столь же распространенным, как методы обычного тензорного анализа.

Если по прочтении этой статьи у читателя создастся впечатление некоторой неясности и незаконченности и появится желание продумать затронутые вопросы глубже, то моя цель будет достигнута.

1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В современном естествознании пространство и время рассматриваются как первичные понятия. Со времени Ньютона считалось, что свойства пространства и времени не зависят от происходящих в них явлений. Пространство и время в сущности оставались кантовскими априорными категориями и после того, как Ф. Энгельс выдвинул свой знаменитый тезис — пространство и время суть формы существования материи. Можно было лишь догадываться о том, что если на физические явления, происходящие в пространстве и во времени, оказывают воздействие свойства последних, то и наоборот, движущаяся материя должна как-то влиять на свойства пространства и времени. Но только после построения Эйнштейном специальной теории относительности (с. т. о.) и тем более — о. т. о. мы впервые получили явное доказательство существования связи свойств пространства, времени и движущейся материи.

Согласно о. т. о., тяготение есть проявление геометрических свойств пространства — времени, которые в свою очередь связаны с распределением и движением масс. Поэтому о. т. о. часто называют теорией тяготения.

Мы начнем изложение с рассмотрения таких важнейших понятий с. т. о. и о. т. о., как системы отсчета и системы координат, в понимании которых есть еще много неясностей.

§ 1. СИСТЕМА ОТСЧЕТА И СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Описание движения тела, ориентация в пространстве и времени предполагает наличие других тел и часов. Это могут быть различные ориентиры, связанные с Землей, Солнцем, звездами, это могут быть сигналы радиомаяка, хронометры, гироскопы и другие датчики. Все это вместе образует базис системы отсчета.

Для того чтобы базис превратился в систему отсчета, его необходимо проградуировать, т. е. сопоставить в известном порядке всем телам базиса (в пределе — всем материальным точкам) и моментам времени, некоторые числа. Такая градуировка (однако еще не полная) уже позволяет аналитически описывать положение и изменение положения тел. Эта градуировка, т. е. перечисление (нумерация) точек физического пространства — времени, может быть геометрически отображена в виде некоторой координатной сетки. Например, в виде лоренцовой системы координат x_a, $a = 1, 2, 3, 4$. При этом, очевидно, способ нумерации пространственно-временных точек никак не отражается на базисе системы отсчета и может выбираться в значительной мере произвольно в виде произвольных криволинейных сеток, исходя из соображений удобства.

Однако среди множества криволинейных координатных сеток галилеевы координаты x_a имеют то преимущество, что они обладают непосредственным физическим и, следовательно, метрическим смыслом — пространственных координат и времени; они являются результатами измерений, выполненных наблюдателем.

Ряд простейших криволинейных (трехмерных) систем координат, такие, как цилиндрические, сферические и некоторые другие, имеют также метрический смысл и могут быть получены путем измерений, но произвольные криволинейные координаты метрического смысла не имеют. Аналитическая природа их может быть установлена, если известна их связь с галилеевыми координатами. В общем случае координаты суть отождествляющие (нумерующие) числа, позволяющие аналитически различать точки пространства — времени.

Таким образом, система отсчета представляет собой некоторую совокупность тел и часов — базис, с которым связана произвольная координатная сетка.

В классической механике и в с. т. о. рассматриваются инерциальные системы отсчета (и. с. о.), которые являются преимущественными в том смысле, что именно в них выполняются законы движения Ньютона.

Попытаемся дать определение и. с. о. Обычно говорят, что это такая система отсчета, в которой выполняется закон инерции, т. е. свободное от действия внешних сил тело либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно относительно такой системы отсчета.

А как убедиться в отсутствии внешних сил? Очевидно, если тело движется прямолинейно и равномерно относительно и. с. о., то на него внешние силы не действуют. Получается порочный круг. Таким путем мы не сможем дать определение и. с. о. [4].

Однако практически нас могут устроить следующие соображения: на базис не будут действовать силы, если поблизости не будет их источников, например больших масс. Это значит, что источники сил находятся на таком удалении, когда воздействие их пренебрежимо мало, т. е. находится за пределами точности измерений. Но это предельное расстояние можно заранее рассчитать, например, по закону тяготения Ньютона, не пользуясь пробным телом.

Мы видим, что и. с. о.— идеальная система отсчета, к которой стремится любая реальная, по мере освобождения от действия внешних сил. Это ни в коем случае не означает, что и. с. о. лишена физического содержания, точно так же, как абсолютный нуль температуры не теряет своего смысла только от того, что к нему можно приблизиться лишь в пределе. Более того, и. с. о . является также своеобразным нулем — началом отсчета при измерении любых силовых полей, ибо с и. с. о., по определению, не связаны никакие силовые поля.

Базисы реальных систем отсчета в большей или меньшей степени подвергаются действию сил, поэтому ускоренное движение базиса определяется характером силового поля. Ускоренные или неинерциальные системы отсчета (сокращенно н. с. о.), в отличие от и. с. о., всегда связаны с силовыми полями. Мы вернемся еще к н. с. о., а сейчас попытаемся выяснить, как аналитически описывается и. с. о.

В случае и. с. о., когда на базис силы не действуют, мы можем этот базис представить себе в виде достаточно большого проволочного каркаса, имеющего форму кубической решетки. Такая решетка геометрически может быть отображена в виде трехмерной декартовой системы координат. Это значит, что мы выбрали определенный способ перечисления (нумерации) узлов решетки путем измерения расстояний от некоторого, принятого за начало отсчета узла, до всех остальных. При этом координаты точек (узлов) имеют метрический смысл расстояний. Для измерения времени с каждым узлом следует связать периодический процесс — часы, показания которых будем отождествлять с четвертой координатой.

Тот факт, что галилеевы координаты x_a имеют непосредственный физический смысл, наталкивает на мысль — принять галилееву (или лоренцову) систему координат в качестве аналитического определения и. с. о.

Я уверен, что здесь читатель уличит меня в непоследовательности. Он скажет:

— В начале параграфа вы утверждали, что система координат — это геометрическое отображение градуировки системы отсчета и не более, а сейчас хотите ее принять в качестве аналитического описания и. с. о. Где же логика? Ведь система отсчета— это нечто гораздо большее, чем ее градуировка. Градуировку в одной и той же и. с. о. можно менять практически произвольно!

Этот вопрос действительно очень труден, и пока вместо ответа я кладу перед читателем солидную пачку самых авторитетных монографий и советую перелистать их. Там встретятся одинаково часто слова «система отсчета» и «система координат», употребляемые в одном и том же смысле. Более того, читатель обнаружит инерциальные, ускоренные и даже свободно падающие системы координат.

§ 2. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Специальный принцип относительности существенным образом связан с понятием и. с. о. Однако определение и. с. о., как мы уже отмечали, связано с известными трудностями, которые усугубляются при наличии гравитационного поля. С другой стороны, в действительности мы никогда не имеем дело с и. с. о., все реальные системы отсчетов в большей или меньшей степени ускоренны, т. е. являются н. с. о. Поэтому, естественно, возникает мысль — нельзя ли обобщить с. т. о. так, чтобы можно было пользоваться любыми системами отсчета, а не только инерциальными?

Сформулированная Эйнштейном, на основе равноправия инерциальных и неинерциальных систем отсчета, общая теория относительности заключает в себе также и теорию тяготения.

Прежде чем переходить к формулировке о. т. о., сделаем несколько замечаний относительно ньютоновской теории тяготения. Читатель вправе спросить — в чем, собственно, ее недостатки, заставляющие искать обобщение ее?

Прежде всего основное уравнение ньютоновской теории тяготения для потенциала

$$\nabla^2\varphi_g = 4\pi\varkappa\rho$$

нековариантно относительно преобразований Лоренца, следовательно этот закон будет зависеть от выбора и. с. о., что недопустимо.

Для достижения необходимой ковариантности следует заменить оператор Лапласа ∇^2 на ковариантный оператор $\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ — оператор Даламбера. Затем плотность массы ρ следует заменить либо некоторым скаляром, играющим роль плотности массы, либо в качестве источников гравитационного поля взять весь тензор энергии-импульса T_{ab}, описывающий распределение и движение масс, порождающих гравитационное поле. Тогда в первом случае потенциал φ_g будет также описываться некоторым скаляром, а во втором случае потенциал должен описываться симметричным тензором второго ранга. Однако ни та, ни другая возможность не решает проблемы, ибо гравитационное поле обладает особыми свойствами, выделяющими его из всех остальных полей.

Учет этих особых свойств не может быть проведен намеченными выше путями. Как показал анализ проблемы, данный Эйнштейном, последовательное описание свойств гравитационного поля требует изменения геометрии пространства — времени [6].

Рассмотрим теперь основные свойства гравитационного поля.

Гравитационное взаимодействие является самым слабым из всех известных в настоящее время. Сравним, например, гравитационные и электрические силы между двумя протонами. Эти силы соответственно запишутся:

$$f = \frac{e^2}{r^2}, \quad f_g = \varkappa \frac{{}^*M^2}{r^2}. \tag{1}$$

Если бы закон тяготения открыл не Ньютон, а Кулон, то он, вероятно, записал бы его так

$$f_g = \frac{e_g^2}{r^2}, \tag{2}$$

где величина e_g получила бы название гравитационного заряда частицы. Сравнивая (1) и (2), находим

$$e_g = \sqrt{\varkappa}\, {}^*M, \tag{3}$$

где ${}^*M$ — гравитационная масса (в данном случае протона), $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ $см^3 г^{-1}$ $сек^{-2}$ — гравитационная постоянная. Тогда, сравнивая силы f и f_g, находим:

$$\frac{f_g}{f} = \left(\frac{e_g}{e}\right)^2 \sim 10^{-36}, \tag{4}$$

т. е. гравитационные силы и заряды ничтожно малы в сравнении с электрическими.

Другой отличительной особенностью гравитационного взаимодействия является его универсальность. Материя, находящаяся в любых состояниях и формах, по-видимому, всегда обнаруживает гравитационное взаимодействие. Следующим замечательным свойством гравитационного поля, установленным еще Галилеем, является равенство ускорений всех тел, движущихся в одинаковом поле тяготения. Это значит, что выраженные в одних и тех же единицах инертная и гравитационная массы тела равны

$$M = {}^*M. \tag{5}$$

Этот фундаментальный факт, установленный в настоящее время с точностью до 10^{-10}, является первым постулатом теории тяготения. Сравнивая (3) и (5), мы этот постулат можем выразить иначе,

$$\frac{e_g}{M} = \sqrt{\varkappa}\,, \tag{6}$$

т. е. для всех тел природы отношение гравитационного заряда к массе есть величина постоянная.

Равенство ускорений всех тел в одинаковом поле тяготения делает движение в последнем аналогичным движению относительно н. с. о. Действие сил инерции и тяготения аналогичны — те и другие пропорциональны массе тела. Аналогия эта настолько велика, что локально действие тяготения и сил инерции неразличимы. Этот факт носит название принципа локальной эквивалентности.

Читатель, вероятно, помнит лифт Эйнштейна, который весьма наглядно позволяет иллюстрировать принцип эквивалентности. Наблюдатель, находясь в лифте, никакими средствами не сможет определить, что является причиной падения тел в лифте — притяжение планеты, на которой стоит лифт, или ускоренное движение лифта в пустом пространстве. Точно так же, находясь в лифте, невозможно установить причину невесомости, т. е. различить два случая — движется ли лифт инерциально вдали от больших масс или свободно падает в поле тяготения.

Таким образом, мы приходим к следующему выводу: два утверждения: а) в инерциальной системе отсчета имеется поле тяготения и б) поля тяготения нет, но система отсчета неинерциальная — локально равноправны.

Из принципа локальной эквивалентности можно сделать далеко идущие выводы. Действительно, из локального равноправия утверждений а) и б) следует, что при наличии гравитационного поля законы природы должны быть ковариантны не только относительно выбора и. с. о., как это имеет место в с. т. о., но и относительно выбора неинерциальной системы отсчета. В гравитационном поле теряются все преимущества и. с. о.— их там просто не существует. Более того, так как н. с. о. не обязательно связана с наличием гравитационного поля, ибо неинерциальное движение системы отсчета может быть обусловлено и другими силовыми полями, то и без гравитационного поля законы природы должны быть ковариантны относительно н. с. о.

Переход к какой-либо н. с. о., т. е. к системе отсчета, движущейся не прямолинейно и не равномерно, всегда связан с переходом к некоторой криволинейной системе координат, обратное утверждение, вообще говоря, неверно, тогда допустимость любых систем отсчета аналитически должна выражаться в требовании общековариантности уравнений поля. Уравнения гравитационного и других полей должны сохранять свой вид в любой криволинейной системе координат.

Однако общековариантная форма какого-либо закона еще не говорит о присутствии в описываемой системе гравитационного поля. Это могло бы иметь место в случае полной тождественности гравитации и инерции, да и то не всегда.

Мировая линия в с. т. о., описывающая историю движения материальной точки, является инвариантным построением, не зависящим от выбора и. с. о. Но согласно нашим последним выводам, допустимыми системами являются так же и н. с. о., иначе говоря смысл мировой линии не изменится, если мы перейдем от галилеевой системы координат к любой криволинейной.

Элемент длины мировой линии в галилеевой системе координат запишется в виде.

$$-ds^2 = \delta_{ab}\,dx_a\,dx_b = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2; \tag{7}$$

тогда при переходе к произвольной, криволинейной системе координат x^μ, $\mu = 1, 2, 3, 4$, связанной с галилеевыми координатами x_a формулами преобразования

$$x^\mu = f^\mu(x_a),\ \ x_a = \varphi_a(x^\mu), \tag{8}$$

выражение (7) примет более общую форму

$$-ds^2 = g_{\mu\nu}\,dx^\mu\,dx^\nu, \tag{9}$$

где компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ имеют следующий вид:

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial x_a}{\partial x^\mu}\frac{\partial x_a}{\partial x^\nu}. \tag{10}$$

Так как переход к н. с. о. всегда связан, как мы уже отмечали, с переходом к некоторой криволинейной системе координат, то метрический тензор $g_{\mu\nu}$, зависящий от всех четырех координат, должен содержать кроме чисто геометрической информации о характере системы координат, также физическую информацию о силах инерции (например, о центробежных силах, силах Кориолиса и т. д.).

Теперь второй постулат теории тяготения можно сформулировать следующим образом: ввиду того, что поля сил инерции и тяготения локально неразличимы, то информация о гравитационном поле, так же как и о силах инерции, должна содержаться в метрическом тензоре $g_{\mu\nu}$. Он в теории тяготения играет роль потенциала.

Если гравитационного поля нет, то потенциалы $g_{\mu\nu}$ имеют специальный вид (10), позволяющий с помощью преобразований (8) обратно перейти от выражения (9) к выражению (7), т. е. от н. с. о. перейти к и. с. о. и ликвидировать, тем самым, силы инерции во всем пространстве.

В присутствии поля тяготения потенциалы $g_{\mu\nu}$ теряют свой специальный вид (10) и тогда никакими преобразованиями координат выражение (9) нельзя свести, во всем пространстве, к выражению (7), т. е. невозможно ввести единую галилееву систему координат, т. е. и. с. о.

Геометрически это означает, что пространство перестало быть плоским. Объективный факт наличия гравитационного поля сказывается в кривизне пространства — времени.

Присутствие масс искривляет его и это искривление пространства — времени мы воспринимаем как гравитационное поле. Геометрические свойства такого пространства описываются геометрией Римана.

Поясним кратко, что мы понимаем под плоским и искривленным пространством. Моделью плоского пространства двух измерений является плоскость. Она характеризуется тем, что радиус кривизны в любой ее точке бесконечен (т. е. кривизна равна нулю). На плоскости можно вводить любые криволинейные системы координат и метрический тензор $g_{\mu\nu}$, характеризующий эти системы, будет иметь специальный вид (10), при этом плоскость, очевидно, не перестает быть плоскостью. На ней можно вводить также наиболее простые — декартовы системы координат, которые естественным образом характеризуют плоскость. Метрический тензор в этом случае будет иметь наиболее простой вид $g_{ab} = \delta_{ab}$, а сами координаты x_a

будут иметь метрический смысл длины. Линии кратчайшего расстояния между точками будут, очевидно, прямыми.

Все эти свойства плоскости непосредственно переносятся на случай пространства трех и большего числа измерений. Такие пространства называются плоскими или евклидовыми, или псевдоевклидовыми—как пространство — время с. т. о. Однако наглядность здесь уже теряется или, выражаясь точнее, можно сказать что образная, механическая наглядность теряется, но логическая наглядность математической схемы остается.

Моделью искривленного пространства двух измерений является искривленная поверхность. Радиус кривизны такой поверхности изменяется от точки к точке (если она не является сферой).

Читатель легко сообразит, что на кривой поверхности уже невозможно ввести декартову систему координат в конечной области, это можно теперь сделать только в бесконечно малой окрестности точки. Оставаясь на кривой поверхности, мы вынуждены пользоваться только криволинейными координатами.

Метрический тензор $g_{\mu\nu}$ на искривленной поверхности, уже не имеет специального вида (10), отражая, тем самым, искривленность поверхности. Произвольные преобразования координат, очевидно, никак не отразятся на свойствах самой поверхности, ее искривленность не зависит от характера выбранной системы координат.

Кратчайшим расстоянием между двумя точками здесь уже будет кривая, называемая геодезической линией (например, на сфере это будет дуга окружности большого круга).

Точно так же, как и в случае плоскости, все эти понятия целиком переносятся на искривленное пространство любого числа измерений.

В дальнейшем читатель может пользоваться очень удобным приемом, чтобы более «наглядно» представить себе ситуацию. Именно, четырехмерное искривленное пространство — время можно мыслить как четырехмерную искривленную поверхность, вложенную в плоское пространство большего числа измерений, подобно тому как обычную искривленную поверхность (двухмерное искривленное пространство) мы всегда представляем себе расположенной в трехмерном евклидовом пространстве.

§ 3. ТЕПЕРЬ НЕМНОГО МАТЕМАТИКИ

Геометрические свойства пространства вблизи масс существенным образом отличаются от свойств плоского пространства. Искривление пространства, которое согласно о.т.о. и есть гравитационное поле, порожденное массами, не позволяет вводить при описании физических явлений галилеевых координат. Теперь мы вынуждены пользоваться произвольными криволинейными системами координат. А это, в свою очередь, требует иного математического аппарата, значительно более мощного, чем аппарат, работающий в декартовой (или галилеевой) системе координат. Мы познакомимся сейчас с некоторыми особенностями этого математического аппарата.

1. Понятие о тензорах.

Если задана система чисел A_a и нам известно, что при преобразовании координат[1] числа A_a преобразуются по закону

$$A_{a'} = \omega_{a'a} A_a, \tag{11}$$

где $\omega_{a'a}$ — постоянные коэффициенты, описывающие преобразования координат, то совокупность чисел A_a образует вектор. Преобразование (11) устанавливает связь между компонентами одного и того же вектора в двух, повернутых относительно друг друга, системах координат. Аналитически вектор задается с помощью компонент A_a, которые могут быть функциями всех координат x_a, т. е. в каждой точке пространства имеется тогда свой вектор. В этом случае мы имеем векторное поле.

Пусть имеется квадратная таблица, составленная из чисел F_{ab}; индексы указывают положение числа в таблице, т. е. номер строки и столбца, на пересечении которых находится данное число. Пусть далее при ортогональном преобразовании координат числа F_{ab} также подвергаются преобразованию

$$F'_{a'b'} = \omega_{a'a}\omega_{b'b} F_{ab}; \tag{12}$$

тогда совокупность чисел F_{ab} образует тензор второго ранга. Обобщая закон (12), мы легко придем к определению

[1] Речь идет об ортогональных преобразованиях (поворотах) системы координат $x_a' = \omega_{a'a}\, x_a$, где $\omega_{ac}\, \omega_{bc} = \delta_{ab}$. При этом подразумевается суммирование по повторяющимся индексам (правило Эйнштейна).

тензора третьего, четвертого и т. д. рангов. С этой точки зрения вектор есть тензор первого ранга, а скаляр, который не меняется при преобразованиях координат, есть тензор нулевого ранга.

Тензор равен нулю, если все компоненты его равны нулю; тогда и в любой другой системе координат компоненты его также будут равны нулю и, наоборот, никакими преобразованиями координат невозможно обратить в нуль все компоненты тензора, если в одной какой-либо системе они не все равны нулю.

Дифференцирование и интегрирование тензорных компонент в галилеевых системах координат выполняется обычным образом, при этом тензорные свойства не нарушаются. После каждого дифференцирования ранг тензора увеличивается на единицу.

Введем теперь произвольную криволинейную систему координат. Тогда преобразование векторов и тензоров будет осуществляться посредством двух законов. Примерами этих законов будут преобразование смещения dx^μ и градиента некоторого скаляра U, именно:

$$dx^{\mu'} = \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} dx^\mu; \quad \frac{\partial U}{\partial x^{\mu'}} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \frac{\partial U}{\partial x^\mu}. \tag{13}$$

Первый случай дает закон преобразования контравариантных компонент вектора, второй — ковариантных. В общем случае преобразование ковариантных и контравариантных компонент запишется в виде

$$A_{\mu'} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} A_\mu; \quad B^{\mu'} = \frac{\partial x^{\mu'}}{\partial x^\mu} B^\mu. \tag{14}$$

Связь между этими компонентами осуществляется с помощью метрического тензора

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu; \; A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu; \; g_{\mu\lambda} g^{\nu\lambda} = g_\mu^\nu = \begin{cases} 0, & \mu \neq \nu \\ 1, & \mu = \nu. \end{cases}$$

Мы видим, что коэффициенты преобразования $dx^\mu/dx^{\mu'}$ и $dx^{\mu'}/dx^\mu$ в отличие от $\omega_{a'a}$, которыми мы пользовались, описывая поворот галилеевой системы координат, теперь не постоянные — они являются функциями всех координат. Теперь векторы преобразуются в каждой точке пространства — времени с различными коэффициентами. Это обстоятельство и осложняет все дело. Так, например, если в галилеевой системе производная от вектора дает тензор, то уже в криволинейной системе обычная производная не имеет тензорного характера. Формально в этом легко убедиться, подвергнув преобразованиям (14) обычную производную вектора dA_μ/dx^ν. Однако ввиду важности этого обстоятельства мы рассмотрим его еще раз несколько позже с геометрической точки зрения.

2. Криволинейные системы координат и локальные аффинные реперы.

Пусть x^μ — криволинейные координаты, введенные наряду с галилеевыми x_a, согласно (8), тогда радиус-вектор $\mathbf{r}$, проведенный из начала координат в некоторую точку M, будет функцией криволинейных координат x^μ

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^\mu)$$

Рассмотрим новый вектор $\mathbf{h}_\mu$, полученный дифференцированием $\mathbf{r}$ по x^μ, т. е.

$$\mathbf{h}_\mu = \partial \mathbf{r} / \partial x^\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4. \tag{15}$$

Каждый из этих четырех векторов является касательным к координатной линии x^μ в точке M и все вместе они образуют локальный аффинный репер, с которым можно связать локальную косоугольную и прямолинейную систему координат. При переходе от точки к точке векторы $\mathbf{h}_\mu$ изменяют свою длину и относительную ориентацию. Любой вектор $\mathbf{A}$, заданный в точке M, может быть разложен по векторам $\mathbf{h}_\mu$ аффинного репера, для которого точка M служит началом

$$\mathbf{A} = A^\mu \mathbf{h}_\mu. \tag{16}$$

Коэффициенты разложения A^μ, которые в общем случае могут быть функциями координат x^μ, называются криволинейными контравариантными компонентами вектора[2].

В каждой точке галилеевой системы координат может быть построен ортонормированный репер, векторы которого единичные и взаимно ортогональные. Все эти реперы могут быть ориентированы совершенно одинаково и отличаться только параллельными сдвигами. Аналитически это запишется так:

$$\mathbf{h}_a \mathbf{h}_b = \delta_{ab}; \quad \frac{\partial \mathbf{h}_a}{\partial x_b} = \frac{\partial \mathbf{h}_a}{\partial x^\mu} = 0. \tag{17}$$

---

[2] В каждой точке может быть построен также взаимный аффинный репер $\mathbf{h}^\mu$ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) такой что $\mathbf{h}_\mu \cdot \mathbf{h}^\nu = \delta^\mu_\nu$, тогда $\mathbf{A} = A_\mu \mathbf{h}^\mu$, где A_μ — ковариантные компоненты вектора.

Разложение вектора $\mathbf{A}$ по векторам ортонормированного репера

$$\mathbf{A} = A_a \mathbf{h}_a \tag{18}$$

дает коэффициенты разложения A_a, которые и являются обычными ортогональными проекциями вектора.

Таким образом, в каждой точке пространства могут быть два репера, ортонормированный и аффинный. Скалярные произведения векторов аффинного и ортонормированного реперов называются коэффициентами Ламэ, которые в данном случае оказываются равными:

$$h_{a\mu} = \mathbf{h}_a \mathbf{h}_\mu = \frac{\partial x_a}{\partial x^\mu}\,; \quad h_a^\mu = \mathbf{h}_a \mathbf{h}^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x_a}\,; \tag{19}$$

они позволяют связать ортогональные и криволинейные компоненты векторов:

$$A_a = h_{a\mu} A^\mu = h_a^\mu A_\mu; \;\; A^\mu = h_a^\mu A_a \ldots, \tag{20}$$

а также записать компоненты метрического тензора (сравни (10)):

$$g_{\mu\nu} = h_{a\mu} h_{a\nu} = \frac{\partial x_a}{\partial x^\mu} \frac{\partial x_a}{\partial x^\mu}\,; \;\; g^{\mu\nu} = h_a^\mu h_a^\nu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x_a} \frac{\partial x^\nu}{\partial x_a}. \tag{21}$$

Отметим, что сами коэффициенты Ламэ являются компонентами смешанного тензора, индексы которого относятся к различным координатным системам.

3. Параллельный перенос вектора и ковариантная производная

Допустим, что нам необходимо найти разность двух векторов, заданных в двух бесконечно близких точках M и M'. В декартовой или галилеевой системах координат вычитание векторов сводится к вычитанию их ортогональных проекций

$$dA_a = A_a(x_c + dx_c) - A_a(x_c). \tag{22}$$

Однако при графическом выполнении этой операции (т. е. независимо от какой бы то ни было координатной системы) мы предварительно должны вектор из точки M' перенести параллельно самому себе в точку M и затем уже произвести вычитание. В декартовой или галилеевой системе координат параллельный перенос вектора не влияет на его компоненты, поэтому при составлении выражения (22) всегда подразумевается, что параллельный перенос осуществлен.

Пусть теперь вектор задан с помощью его криволинейных компонент. Тогда при параллельном переносе вектора его компоненты A_μ или A^μ будут изменяться, разумеется, не потому, что сам вектор **A** меняется (он при параллельном переносе остается неизменным), а потому, что при переходе от точки к точке меняются локальные аффинные реперы, по которым производится разложение одного и того же вектора **A** согласно (16). Это изменение компонент при переносе из точки M' в M запишется

$$d_p A^\mu = -\Gamma^\mu_{\sigma\lambda} A^\lambda dx^\sigma; \quad d_p A_\mu = +\Gamma^\lambda_{\sigma\mu} A_\lambda dx^\sigma, \tag{23}$$

где величины $\Gamma^\mu_{\sigma\lambda}$ образуют объект связности, не являющийся тензором. Коэффициенты $\Gamma^\mu_{\sigma\lambda}$ (символы Кристоффеля) как раз и описывают изменение локальных аффинных реперов при переходе от точки к точке. В декартовой (или галилеевой) системе координат, где реперы имеют одинаковую относительную ориентацию, все коэффициенты $\Gamma^\mu_{\sigma\lambda}$ равны нулю.

В нашем случае, когда метрический тензор $g_{\mu\nu}$ порожден только криволинейной системой координат (пространство плоское) и имеет специальный вид (21), коэффициенты связности имеют также специальный вид

$$\Gamma^\mu_{\sigma\lambda} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x_a} \frac{\partial^2 x_a}{\partial x^\sigma \partial x^\lambda}, \tag{24}$$

при этом $g_{\mu\nu}$ и $\Gamma^\mu_{\sigma\lambda}$ связаны следующим образом:

$$\Gamma^\mu_{\sigma\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left\{ \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\sigma} + \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial g_{\sigma\lambda}}{\partial x^\nu} \right\}. \tag{25}$$

Теперь абсолютное изменение вектора (абсолютный или ковариантный дифференциал) запишется

$$DA^\mu = dA^\mu - d_p A^\mu \tag{26}$$

или

$$DA^\mu = \left\{ \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\sigma} + \Gamma^\mu_{\sigma\lambda} A^\lambda \right\} dx^\sigma = \nabla_\sigma A^\mu dx^\sigma, \tag{27}$$

где выражение

$$\nabla_\sigma A^\mu = \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\sigma} + \Gamma^\mu_{\sigma\lambda} A^\lambda, \text{ а также } \nabla_\sigma A_\mu =$$

$$= \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\sigma} - \Gamma^\lambda_{\sigma\mu} A_\lambda \qquad (28)$$

называется ковариантной производной, которая уже будет тензором второго ранга.

Поясним смысл выражения (26). Полный дифференциал содержит в себе изменение компонент, обусловленное как изменением самого вектора, так и изменением локального репера. Вычитая $d_p A^\mu$, мы находим разницу приращенного и начального значения вектора, взятых уже в одной точке; таким образом, DA^μ представляет изменение компонент, обусловленное только изменением самого вектора.

4. Искривленное пространство и тензор кривизны

В рассмотренном выше случае всегда можно от криволинейных координат x^μ перейти к галилеевым x_a, тогда все сорок коэффициентов связности $\Gamma^\mu_{\sigma\lambda}$ обратятся в нуль и ковариантные производные (28) сведутся к обычным.

Если же пространство искривлено, то галилееву систему во всем пространстве ввести нельзя и мы вынуждены пользоваться только криволинейными системами координат и, следовательно, ковариантными производными.

Далее, в искривленном пространстве не существует радиуса-вектора конечных размеров (на кривой поверхности, например, нельзя построить радиус-вектор **r**), однако бесконечно малый радиус-вектор $d\mathbf{r}$ можно построить в каждой (не особенной) точке, но он будет принадлежать уже другому многообразию — касательному плоскому пространству, которое можно построить в каждой точке искривленного пространства. В этом касательном (локальном) плоском пространстве располагаются аффинный и ортонормированный реперы, а также любые векторы, которые можно построить по их криволинейным компонентам.

Теперь возникает вопрос — как определить параллельный перенос вектора? В плоском пространстве мы точно знаем, что это такое; в случае искривленного пространства понятия параллелизма двух векторов, вообще говоря, не существует. Тем не менее, мы определим (и это будет некоторым соглашением) изменение компонент вектора при бесконечно малом «параллельном» переносе, просто скопировав законы (23). При этом коэффициенты связности $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ уже не будут иметь специальный вид (38), но будут в общем случае произвольными дифференцируемыми функциями. В случае, если свойства искривленного пространства описываются римановой геометрией, в выражении для интервала (9) компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ представляют собой также десять произвольных дважды дифференцируемых функций, которые по-прежнему оказываются связанными с коэффициентами $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ согласно (25).

Теперь уже мы не можем считать, что при «параллельном» переносе направление вектора остается неизменным. Наоборот, как легко сообразит читатель, в случае искривленной поверхности ориентация касательной плоскости изменяется при переходе от одной точки поверхности к другой, а переносимый «параллельно» вектор должен всегда оставаться в касательной плоскости, следовательно, направление вектора будет, вообще говоря, изменяться. Тем не менее, в только что рассмотренной операции «параллельного» переноса есть много общего с параллельным переносом в плоском пространстве. Прежде всего, длина вектора при этом остается неизменной, далее, угол между двумя параллельно переносимыми векторами остается неизменным, следовательно, сохраняется скалярное произведение векторов.

Так как d_pA^{μ} в общем случае не является полным дифференциалом, то результат «параллельного» переноса зависит от пути, по которому происходит перенос. Так, например, если произвести перенос вектора по замкнутому бесконечно малому контуру, то мы получим:

$$\Delta A^{\mu} = \oint d_p A^{\mu} = \frac{1}{2}\int R^{\mu}_{\sigma\tau\lambda}\cdot dS^{\sigma\tau} \neq 0,$$

иначе говоря, после обнесения вектора по контуру он не вернется к исходному направлению. Здесь $dS^{\sigma\tau}$ — элемент площади, охватываемой контуром, а компоненты $R^{\mu}_{\sigma\tau\lambda\cdot}$ образуют тензор кривизны пространства (тензор Римана — Кристоффеля)

$$R^{\mu}_{\sigma\tau\lambda\cdot} = \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}}{\partial x^{\tau}} - \frac{\partial\Gamma^{\mu}_{\tau\lambda}}{\partial x^{\sigma}} + \Gamma^{\mu}_{\tau\varepsilon}\Gamma^{\varepsilon}_{\sigma\lambda} - \Gamma^{\mu}_{\sigma\varepsilon}\Gamma^{\varepsilon}_{\tau\lambda}. \qquad (29)$$

В случае плоского пространства, когда метрический тензор и коэффициенты связности имеют специальный вид (21) и (24) соответственно, тензор кривизны тождественно обращается в нуль. Свертывая (29) по индексам μ, τ, мы получим тензор Риччи $R_{\sigma\lambda} = R^{\tau}_{\sigma\tau\lambda\cdot}$; наконец, свертывая тензор Риччи с метрическим тензором $g^{\sigma\lambda}$, получим скалярную кривизну пространства

$$R = g^{\sigma\lambda} R_{\sigma\lambda}, \tag{30}$$

которая в случае двумерного сферического пространства сводится к обратному квадрату радиуса сферы. Отметим еще раз очень важное обстоятельство: так как $R^{\mu}_{\sigma\tau\lambda\cdot}$ — тензор, то никаким преобразованием координат невозможно обратить в нуль все его компоненты, следовательно, наличие кривизны пространства — факт объективный, не зависящий от выбора координатной сетки.

5. Геодезические линии

В искривленном пространстве существуют особые кривые, по своим свойствам напоминающие прямые плоского пространства и называемые геодезическими линиями.

Геодезические — это экстремальные кривые; в простейшем случае — это кратчайшие кривые, проведенные между заданными точками. Если ds — элемент длины дуги, то дифференциальное уравнение геодезической найдется из следующего вариационного принципа:

$$\delta \int ds = 0;$$

подставляя сюда ds из выражения (9), получим уравнение

$$\frac{du^{\mu}}{ds} + \Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} u^{\sigma} u^{\lambda} = 0, \quad u^{\mu} = \frac{dx^{\mu}}{ds}, \tag{31}$$

интегрируя которое мы и найдем геодезические. Отметим следующие свойства геодезической: геодезическая является кратчайшей; вектор, переносимый параллельно вдоль геодезической, сохраняет угол наклона к ней. В частности, если вектор касателен к геодезической, то при параллельном переносе он будет оставаться касательным. Мы видим, что теми же самыми свойствами обладают прямые плоского пространства.

§ 4. УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Поле тяготения, согласно основной идее о. т. о., представляет собой искривление пространства — времени, геометрические свойства которого описываются геометрией Римана. Поэтому интеграл действия, с написания которого начинается построение любой полевой теории, должен быть записан в общековариантной форме:

$$I = \int \sqrt{-g}\, L\, d\Omega, \tag{32}$$

где $g = \mathrm{De}\,|\,\mathrm{t}g_{\mu\nu}|$ и $\sqrt{-g}d\Omega$ — инвариантный элемент объема пространства — времени. Функция Лагранжа, построенная из всех силовых полей и величин, характеризующих распределение и движение вещества описываемой физической системы, представляет собой, как обычно, инвариант (скаляр), который мы разобьем на два слагаемых

$$L = L_g + L_m. \tag{33}$$

Здесь L_m — лагранжиан той физической системы, которая является источником гравитационного поля; ее мы конкретизировать не будем, отметим лишь, что в нее входят все те поля и характеристики распределения и движения масс, которые порождают гравитационное поле, L_g — лагранжиан гравитационного поля, построенный только из гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$ и их производных.

Если лагранжианы для основных полей — скалярных, векторных, псевдоскалярных, псевдовекторных и спинорных — известны и могут быть легко записаны в общековариантной форме, то выбрать правильно L_g не так-то просто.

Для всех перечисленных полей лагранжианы удовлетворяют следующим требованиям: это, во-первых, простейшие скаляры, построенные из соответствующих потенциалов и их производных, во-вторых, во все лагранжианы входят производные от потенциалов не выше первого порядка. Попробуем и для гравитационного поля найти лагранжиан, отвечающий этим требованиям. Лагранжиан гравитационного поля должен быть простейшим скаляром, построенным из $g_{\mu\nu}$ и их производных, характеризующим кривизну пространства — времени (см. начало этого параграфа). Таким скаляром является R — скалярная кривизна пространства (30), но она не удовлетворяет второму требованию — содержит вторые производные. Однако они входят в R линейно — в этом легко убедиться, взглянув на выражения (29) и (25),— и могут быть свернуты в виде обычной, нековариантной, дивергенции

$$R = G + \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial w^\lambda}{\partial x^\lambda}, \tag{34}$$

где

$$G = g^{\mu\nu} \{\Gamma^\lambda_{\mu\sigma} \Gamma^\sigma_{\nu\lambda} - \Gamma^\sigma_{\mu\nu} \Gamma^\lambda_{\sigma\lambda}\}. \tag{35}$$

Каждое из слагаемых в (34) является скаляром только относительно линейных преобразований и лишь в сумме они образуют общековариантный скаляр (т. е. скаляр относительно произвольных преобразований координат).

Читатель, очевидно, знает, что выражения типа дивергенции, стоящие в интеграле действия, не оказывают влияния на уравнения поля (или уравнения движения), получаемые варьированием по потенциалам. Поэтому, казалось бы, в качестве L_g можно выбрать

$$L_g = \text{const} \cdot G,$$

тогда будет удовлетворено второе требование, но, к сожалению,— нарушено первое. Тем не менее, выражение (35) принято в о. т. о. в качестве лагранжиана. Уравнения гравитационного поля при этом получаются общековариантными, ибо для вывода, как мы отмечали, безразлично, какое выражение варьировать, (34) или (35), однако нековариантность G, несомненно, должна сказаться в дальнейших следствиях теории. Некоторые физики считают, что лучше нарушить второе требование и использовать в качестве лагранжиана истинный скаляр R, ибо совершенно справедливо полагают, что минимальное требование — общековариантность, во всяком случае, должно быть соблюдено.

Отметим тут же, что вне зависимости от того, какое выражение R или G взять в качестве исходного, трудности, о которых речь будет ниже, не исчезают. Итак, в качестве лагранжиана гравитационного поля примем следующее выражение:

$$L_g = \frac{c^4}{16\pi\varkappa} G; \tag{36}$$

тогда, варьируя интеграл действия (32) по $g_{\mu\nu}$, мы получим знаменитые эйнштейновские уравнения тяготения

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi\varkappa}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{37}$$

которые аналитически выражают основную идею о.т.о.— распределение и движение всех видов вещества и полей ($T_{\mu\nu}$) вызывает искривление пространства. При этом имеют место следующие четыре тождества

$$\nabla_\sigma \left\{ R^\sigma_\mu - \frac{1}{2} g^\sigma_\mu R \right\} = 0, \ \mu = 1, 2, 3, 4 \ldots, \tag{38}$$

которые показывают, что из десяти уравнений Эйнштейна (37) только шесть независимых и, следовательно, четыре компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ могут быть выбраны произвольно. Это следствие известной теоремы Римана, гласящей, что с помощью произвольных преобразований координат можно четырем компонентам тензора $g_{\mu\nu}$ придать любые наперед заданные значения.

Из (37) и (38) как следствие вытекает закон сохранения энергии-импульса (источников гравитационного поля):

$$\nabla_\sigma T^\sigma_\mu = 0, \tag{39}$$

так что этот закон можно считать содержащимся в уравнениях поля (37), подобно тому, как закон сохранения электричества содержится в уравнениях электромагнитного поля (уравнения Максвелла).

Вместе с тем, закон сохранения (39) содержит в себе уравнения движения той физической системы, которую описывает $T_{\mu\nu}$. Добавляя сюда еще уравнения состояния вещества, которые должны быть заданы независимо (например, зависимость плотности массы от давления), мы найдем гравитационное поле и распределение и движение масс, порождающих его. В отличие от электродинамики, уравнения Эйнштейна содержат в себе также и уравнения движения источников. Это связано с тем, что в уравнения гравитационного поля входит тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$, описывающий распределение массы и импульса вещества. Тогда закон (39), заключающий в себе изменение импульса вещества под действием поля тяготения, представляет собой закон движения масс в дифференциальной форме.

В случае электродинамики в уравнения поля (уравнения Максвелла) не входят величины, характеризующие распределение и движение вещества — грубо говоря, не входят члены с массой и количеством движения, а поэтому здесь не существует закона (39). Вместо него существует закон $\nabla_\sigma j^\sigma = 0$ — закон сохранения электричества, являющийся следствием уравнений поля. Как показывают расчеты, частицы движутся в гравитационном поле по геодезическим линиям (31), а так как они в искривленном пространстве играют роль прямых, то можно сказать, что движение в гравитационном поле есть движение по инерции в искривленном пространстве, подобно прямолинейному движению по инерции в плоском пространстве.

В настоящее время известно много точных решений уравнений Эйнштейна, среди них важнейшим (в смысле возможности экспериментальной проверки) является решение Шварцшильда — статическое, центрально-симметричное гравитационное поле, порожденное точечной массой. Выражение для интервала в этом случае запишется:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2r_0}{r}\right) c^2 dt^2 - r^2 (\sin^2 \vartheta d\varphi^2 + d\vartheta^2) - \\ - \frac{dr^2}{1 - \frac{2r_0}{r}}; \; r_0 = \frac{\varkappa m}{c^2}. \tag{40}$$

Пользуясь уравнением геодезической (31), записанной с помощью компонент $g_{\mu\nu}$, взятых из (40), можно описать три известных эффекта:

1. Вращение перигелия Меркурия, которое в столетие составляет примерно 5600″. После вычета кинематической поправки, равной 5026″, остаток в 575″ представляет динамический эффект, т. е. возмущающее действие остальных планет плюс общерелятивистский эффект.

После учета возмущающего действия планет остается еще $(42{,}9 \pm 0{,}2)''$ в столетие, которые не могут быть объяснены ньютоновской теорией тяготения.

Согласно с. т. о., смещение перигелия за один оборот будет $\Delta\varphi = \pi\varkappa M/Rc^2$; согласно о. т. о.— $\Delta\varphi = 6\pi\varkappa M/Rc^2$, т. е. в шесть раз больше, и дает $\Delta\varphi = 43{,}03''$ в столетие. Мы видим, что согласие вполне удовлетворительное. Здесь M — масса Солнца, R — радиус орбиты Меркурия.

2. Отклонение лучей света в поле тяготения Солнца. В этом случае теория Ньютона и с. т. о., в первом прибли-

жении, дают совпадающие результаты $\Delta\varphi = 2\varkappa M/R_0c^2$, в то время как о. т. о. дает $\Delta\varphi = 4\varkappa M/R_0c^2$, т. е. вдвое больший результат (R_0 — радиус Солнца). Численное значение, согласно о. т. о., оказывается равным $\Delta\varphi = 1{,}75''$. Экспериментальные данные здесь менее точны, вследствие различных не поддающихся учету систематических ошибок. Результат в среднем на 20% превышает теоретический.

3. Гравитационное красное смещение спектральных линий. Теория Ньютона, с. т. о. и о. т. о. дают, в первом приближении, одинаковые результаты: $\Delta\nu/\nu = -\varkappa M/R_0c^2 = -2{,}12 \cdot 10^{-6}$. Экспериментальные данные здесь еще менее надежны, однако использование эффекта Мёссбауера, а также измерение сдвига линии поглощения D_1, натрия, в фотосфере Солнца, дали $(1{,}05 \pm 0{,}05)$ теоретически предсказанного значения.

Читатель, вероятно, не раз встречал в литературе указания на эти эффекты как на решающее подтверждение о. т. о., тем более, что отклонение лучей света было предсказано теорией.

В настоящее время происходит переоценка результатов наблюдений этих эффектов, в связи с более совершенными методами наблюдений. Пытаются уточнить массу Венеры, наиболее сильно возмущающей движение Меркурия, стремятся установить величину сплюснутости Солнца, уточнить методом радиолокации необходимые расстояния. Ничтожное изменение этих данных может привести к значительным добавкам при вычислении вековых эффектов.

В связи с этим интересно высказывание известного гравитациониста Р. Дикке ([3], стр. 49): «... если серьезно исследовать данные наблюдений, лежащие в основе общей теории относительности, то обнаруживается, что уверенность в ее правильности покоится не столько на непосредственных экспериментальных фактах, сколько на стройности и изящности этой теории». Там же указывается, что точность экспериментальных данных такова, что еще нельзя исключить другие возможные теории тяготения.

Любопытно отметить, что в то время как с. т. о. прямо или косвенно подтверждается множеством известных фактов из механики и электродинамики, о. т. о. пока, кроме трех отмеченных эффектов, не имеет других, подтверждающих ее. Это связано с крайней малостью общерелятивистских эффектов; так, например, до сих пор различные вращательные эффекты — прецессия волчка в гравитационном поле, эффекты, связанные с гравитационными волнами,— все еще лежат за пределами возможностей эксперимента.

§ 5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И ПСЕВДОТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА

В любой физической системе будет происходить обмен энергией и импульсом между этой системой и гравитационным полем, которое всегда в ней присутствует. Этот факт и описывается законом сохранения (39). Переписав его в виде

$$\frac{\partial}{\partial x^{\sigma}}\{\sqrt{-g}\,T^{\sigma\mu}\}=-\sqrt{-g}\,\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}T^{\sigma\lambda}, \tag{41}$$

мы получаем, собственно говоря, не закон сохранения, а закон изменения энергии-импульса системы, обусловленного ее взаимодействием с гравитационным полем. Сохраняться, очевидно, будут лишь полная энергия и импульс системы тел и гравитационного поля. Здесь имеется полная аналогия с электродинамикой, где подобное соотношение в галилеевой системе координат имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x_b}T_{ab}=-\frac{1}{c}F_{ab}j_b, \tag{42}$$

где F_{ab} — тензор напряженности электромагнитного поля и j_b — четырехвектор плотности тока — заряда. Правая часть здесь представляет четырехвектор плотности силы (сила Лоренца). Сравнивая (41) и (42), мы видим, что символы Кристоффеля $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ играют роль напряженности гравитационного поля. В случае электродинамики сохраняться будет очевидно сумма двух тензоров плотности энергии-импульса: вещества T_{ab} и электромагнитного поля $\widetilde{T}_{ab}$, т. е. $\theta_{ab}=T_{ab}+\widetilde{T}_{ab}$; следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial x_b}\theta_{ab}=0. \tag{43}$$

В случае гравитации мы аналогично получим

$$\theta^{\sigma\mu}=T^{\sigma\mu}+t^{\sigma\mu};\quad \frac{\partial}{\partial x^{\sigma}}\{\sqrt{-g}\,\theta^{\sigma\mu}\}=0. \tag{44}$$

Однако, в отличие от электродинамики, где $\widetilde{T}_{ab}$ — тензор, величина $t^{\sigma\mu}$, учитывающая энергию и импульс гравитационного поля, не является общековариантным тензором, она преобразуется как тензор только при линейных преобразованиях и иногда называется псевдотензором. Поэтому и сумма также не является тензором. Обычно $t^{\sigma\mu}$ представляет квадратичную комбинацию величин $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$.

Вследствие нетензорности величин $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ и $t^{\mu\nu}$ их можно обратить, например, в нуль или придать им любое наперед заданное значение в любой мировой точке с помощью преобразования координат. Следовательно, гравитационное поле и плотность его энергии можно создать или уничтожить в заданной точке преобразованием координат. Такой парадоксальный результат имеет место только в о. т. о.

Если электромагнитное поле F_{ab} в некоторой точке отлично от нуля, следовательно, и $\widetilde{T}_{ab} \neq 0$, то, поскольку это тензоры, их никакими преобразованиями в нуль не обратишь. Следовательно, $\widetilde{T}_{ab} \neq 0$ выражает объективный факт распределения энергии-импульса электромагнитного поля в пространстве. Наоборот, в случае гравитационного поля распределение энергии-импульса не может быть однозначно описано. Поэтому часто говорят, что понятие локализации энергии и импульса к гравитационному полю неприменимо.

Читатель, впервые встречающийся с такой ситуацией, будет крайне изумлен и снова поставит очень остро вопрос: «Позвольте,— скажет он,— я снова повторяю ваши же слова о том, что координатные системы — это аналитическое отображение способа перечисления мировых точек. Так почему же физический результат должен зависеть от того, каким способом мы перечисляем мировые точки? Какова физическая причина (если она есть) этого странного положения»?

В зависимости от ответа на этот вопрос физики делятся на два лагеря. Одна часть физиков, которых мы кратко будем называть ортодоксами, считает, что так и должно быть, что в этом проявляются особые свойства гравитационного поля — эквивалентность сил инерции и гравитации, неэкранируемость его, универсальность. Другая часть физиков, будем их называть скептиками, считает, что отмеченные странности являются следствием некорректной формулировки теории и настойчиво, в течение десятков лет, начиная с Лоренца и Леви-Чивита, ищет решения этого вопроса.

В последующих параграфах мы попытаемся разобраться в природе этих трудностей.

II. АНАЛИЗ ТРУДНОСТЕЙ И ТЕТРАДНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

§ 6. ТРУДНОСТИ ИЛИ ОСОБЫЕ СВОЙСТВА

Итак, мы подошли к рассмотрению любопытнейшей ситуации, имеющей место только в о. т. о., анализу которой посвящены все последующие параграфы. В чем же состоит эта ситуация? Прежде всего, при формулировке о. т. о. предполагается допустимость любых координат, однако, как уже отмечалось, кроме уравнений Эйнштейна (37), все остальные характеристики гравитационного поля — напряженность поля, энергия, импульс и момент количества движения — описываются нетензорными величинами. Вследствие этого невозможно однозначно описать распределение энергии-импульса физической системы в гравитационном поле, а также невозможно пользоваться любой системой координат при подсчете полной энергии и импульса системы. Допустимыми являются координаты, переходящие в галилеевы по мере удаления от описываемой системы. Нельзя, например, использовать координаты, переходящие в пределе в сферические, ибо тогда на бесконечности $\Gamma^{\mu}_{\nu\tau}$ в нуль не обратятся и даже примут, вместе с $t^{\mu\nu}$, бесконечные значения, что бессмысленно.

Отсутствие общековариантного тензора энергии-импульса гравитационного поля не позволяет также решить вопрос о переносе энергии гравитационными волнами. Этому вопросу посвящается много работ [2, 3], результаты которых часто противоречивы и, естественно, ненадежны. Псевдотензор $t^{\mu\nu}$ можно несколько улучшить, используя как обычный метрический формализм, так и тетрады [2, 12, 13], при этом $t^{\mu\nu}$ будет вести себя как тензор только при чисто пространственных преобразованиях координат, не затрагивающих времени. Конечно, это не является решением проблемы, и результатам, полученным с помощью такого псевдотензора, все еще нельзя доверять.

Далее, согласно исходным положениям, в о. т. о. допустимыми являются любые системы отсчета, однако, как это ни странно, в о. т. о. не существует аналитического определения важнейшего класса систем отсчета — н. с. о.

Но тогда невозможно аргументированно ответить на вопрос — абсолютно или относительно ускорение, т. е. имеет ли смысл говорить об ускорении относительно пустого пространства.

Точно так же невозможно решить известную проблему «Птолемей — Коперник». Остановимся несколько подробнее на этой проблеме, о которой в свое время много говорилось и физиками и философами. Дело здесь сводится к тому, чтобы доказать, пользуясь формализмом о. т. о., что гелиоцентрическая система отсчета Коперника более инерциальна, чем геоцентрическая Птолемея.

В ньютоновской механике этот вопрос решается просто. Ввиду равенства сил тяготения, действующих на Солнце и Землю, ускорение Солнца будет примерно в миллион раз меньше ускорения Земли (другие планеты, ради простоты, не учитываем).

Этот результат будет один и тот же в любой системе координат — декартовой, сферической или еще какой-либо, с началами отсчета, выбранными где угодно.

В случае о. т. о. эта простая задача, как увидим, оказывается неразрешимой.

Рассуждения о том, что теория относительности так же, как и теория Ньютона, оставляет преимущество за системой Коперника, являются утверждениями, которые невозможно подкрепить в о. т. о. формальными выкладками.

Приведем примеры таких рассуждений. Вот что говорит по этому поводу В. А. Фок [9]: «Существование привилегированной системы (Фок имеет в виду систему координат.— *В. Р.*) имеет и принципиальное значение, так как отражает объективные свойства пространства. Только признав существование привилегированной системы, можно отдать преимущество гелиоцентрической теории солнечной системы перед геоцентрической» (стр. 474).

Приведем еще высказывание Л. Инфельда [8] по этому же поводу: «Если речь идет о математической структуре теории относительности, то там действительно инвариантность означает, что понятие системы не нужно и что нет разницы (повторяю, с точки зрения математической трактовки) между системами Птолемея и Коперника. Но дело представляется совершенно иначе, если речь идет о физическом содержании».

Разберем эти высказывания. Все доказательство преимущества системы Коперника, по Фоку, сводится к «признанию» существования привилегированной системы координат. Вряд ли даже неискушенный читатель согласится без строгих аналитических выкладок признать это доказательством преимущества.

Из заявления Инфельда следует, что математическая трактовка вопроса не отражает физического содержания. Заключение звучит довольно странно, однако в данном случае это действительно так, ибо под «системой» Инфельд разумеет систему координат, выбор которой не имеет физического значения, а определяется, например, из соображений удобства вычислений. О системах же отсчета здесь вообще не говорится, а вся физика проблемы как раз и сводится к выбору системы отсчета.

Не обращаясь пока к разъяснению точного геометрического смысла систем координат, приведем слова самих физиков, поясняющих смысл координат.

Так, например, В. А. Фок говорит [9]: «В общем случае координаты суть вспомогательные величины, характеризующие расположение тел по отношению к базису...» (стр. 17).

Добавим сюда еще замечание Эйнштейна о смысле координат в о. т. о. [10]: «... сами координаты потеряли свое прямое значение и выродились просто в числа, не обладающие никаким физическим смыслом, единственным назначением которых является нумерация пространственно-временных точек».

Таким образом, система координат, по самому смыслу своему, не может отражать какие-либо иные объективные свойства пространства, кроме размерности (т. е. числа измерений пространства) и равноправия всех точек его по отношению к выбору способа нумерации. Тем самым решение проблемы «Птолемей — Коперник» не может быть связано с каким-либо выбором системы координат. Общая теория относительности, в которой нет аналитического определения н. с. о., не может сказать по поводу этой проблемы ни да, ни нет.

Однако — заметит мне читатель — в монографиях весьма часто обращаются к понятию н. с. о., например, почти всегда приводится аналитическое описание перехода от и. с. о. к вращающейся н. с. о. Как это согласовать с утверждением о том, что в о. т. о. нет аналитического определения н. с. о.?

Не обращаясь пока к точному геометрическому истолкованию н. с. о., проанализируем высказывания по этому поводу, имеющиеся в монографиях.

Прежде всего общим для всех авторов является смешение или отождествление понятий системы отсчета и системы координат. Читатель и сам, вероятно, убедился в этом, просматривая монографии или популярную литературу. Разберем, однако, несколько примеров. Вот что говорит В. А. Фок [9]: «... мы оставим в стороне вопрос о реализации ускоренно движущейся системы отсчета и будем толковать термин «система отсчета» более формально, в смысле «координатная система». Сообразно этому, под переходом к ускоренно движущейся системе отсчета мы будем разуметь некоторое преобразование координат, содержащее нелинейным образом время» (стр. 280). Поясним это положение.

Пусть x, y, z, t — галилеевы координаты в некоторой и. с. о., тогда преобразование координат

$$x^{k} = f^{k}(x, y, z);\; t' = t;\; k = 1, 2, 3 \tag{45}$$

справедливо рассматривается ([9], стр. 26) как введение криволинейной пространственной сетки в одной и той же и. с. о., но преобразование вида

$$x^{\mu} = f^{\mu}(x, y, z, t);\; \mu = 1, 2, 3, 4, \tag{46}$$

содержащее время, предлагается рассматривать как переход от и. с. о. к н. с. о. Вот еще пример из книги Л. Ландау и Е. Лифшица ([11], стр. 272): «... если мы перейдем к неинерциальной системе отсчета, то ds^2 уже не будет суммой квадратов четырех координат. Так, например, при переходе к равномерно вращающейся системе координат

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \omega t - y' \sin \omega t, \\ y &= x' \sin \omega t + y' \cos \omega t, \\ z &= z', \end{aligned} \tag{47}$$

ω — угловая скорость вращения, направленная вдоль оси z...». В этом примере мы также видим отождествление системы отсчета и системы координат,— переход к вращающейся н. с. о. описывается преобразованием координат, содержащим время.

Покажем на примере (47), что ни о каком переходе к н. с. о. здесь не может быть и речи. Рассмотрим (47) в некоторый момент времени $t = t_0$, это будут формулы, связывающие координаты двух декартовых систем, повернутых друг относительно друга на угол ωt_0. Но, как мы знаем, система координат — это отображение способа перечисления (нумерации) точек пространства, следовательно, преобразования (47) при $t = t_0$ выражают некоторое изменение порядка нумерации точек. В следующий момент времени, $t = t_1$, мы получим следующий, новый порядок нумерации точек и т. д.

Следовательно, преобразования (47), а также и (46) описывают переход к нестационарной координатной сетке, т. е. к изменяющемуся со временем порядку нумерации мировых точек и не больше.

Приведем еще один немного фантастический, но зато наглядный пример. В Нью-Йорке дома нумеруются двумя числами, указывающими номер улицы и номер дома. Такую нумерацию можно отобразить двумерной координатной сеткой. Допустим теперь, что какой-нибудь чудак снабдил все номерные таблички устройствами, которые изменяли бы номера с течением времени (например, через каждую секунду) по некоторому закону.

Пользоваться такой нестационарной нумерацией было бы весьма неудобно, но в принципе возможно. Координатная сетка, отображающая эту нумерацию, очевидно, изменялась бы с течением времени, однако никому и в голову бы не пришло объяснить это изменение тем, что все жители города начали как-то ускоренно двигаться.

Таким образом, утверждение о том, что преобразования координат, содержащие время, описывают переход к некоторой н. с. о., является несостоятельным и мы с неизбежностью приходим к очень важному выводу: именно потому, что выбор координатной сетки не имеет физического значения, законы природы аналитически должны выражаться в общековариантной форме, а все физические величины отображаться общековариантными тензорами.

Это является минимальным требованием, без которого невозможна физическая интерпретация аппарата любой теории.

Даже если бы энергия гравитационного поля не переходила в другие виды, т. е. если бы тяготение в принципе было изолировано от других полей, то и тогда все его характеристики, как объективно существующие, должны были бы отображаться общековариантными тензорами.

Отметим, что механика и электродинамика полностью удовлетворяют этим требованиям.

В обычной (метрической) формулировке о. т. о. действует единственная группа преобразований — произвольные преобразования координатной сетки

$$x^{\mu'} = f^{\mu'}(x^{\mu}); \;\; x^{\mu} = \varphi^{\mu}(x^{\mu'}), \tag{48}$$

которые при любой специализации описывают только изменение порядка перечисления мировых точек. Но как же тогда подойти к описанию н. с. о.? Формализм о. т. о. этого сделать не позволяет и, как это ни странно, теория тяготения формулируется, в сущности, без использования понятия н. с. о. Правда, во втором параграфе, где мы рассматривали исходные положения о. т. о. и где изложена ортодоксальная точка зрения, говорилось, что переход к н.с.о. всегда связан с переходом к некоторой криволинейной системе координат и это, вообще говоря, правильно, но теперь, после выяснения смысла координатных сеток и преобразований координат (8) или (48), мы твердо можем сказать, что метрический тензор $g_{\mu\nu}$ в виде (10) никакой информации о силах инерции содержать не может, он содержит информацию только о геометрических свойствах нестационарной координатной сетки, которую мы ввели вместо галилеевой, согласно (8), в одной и той же и. с. о.

Теперь мы можем ответить на вопрос, стоящий в заголовке этого параграфа. Действительно, гравитационное поле обладает рядом особых свойств, впрочем как и любое поле обладает своей спецификой, но эти его свойства не имеют никакого отношения к так называемой «нелокализуемости». «Нелокализуемость» энергии, импульса и момента количества движения, аналитически выражающаяся нетензорным характером соответствующих величин, есть не проявление особых свойств, а самая настоящая трудность теории, ибо, как мы видели, физические величины во всяком случае должны отображаться общековариантными тензорами.

Перед нами встают, таким образом, следующие вопросы: 1. Можно ли, оставаясь в рамках идей Эйнштейна, сформулировать о. т. о. так, чтобы все ее результаты, а не только уравнения поля, были общековариантными?

2. Можно ли найти общековариантное описание н. с. о. и какими преобразованиями должен описываться переход от одной н. с. о. к другой?

В последующих параграфах мы попытаемся дать ответы на эти вопросы.

§ 7. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Мы отмечали в § 1 некоторые особенности и. с. о., при этом столкнулись с трудностями при попытке аналитически описать ее. Сейчас мы рассмотрим подробно этот вопрос.

В соответствии с тем, что говорилось ранее (§ 1), можем считать, что находимся в области, где силовые поля отсутствуют, или действие их пренебрежимо мало. Тогда множество стандартных тел, находящихся в относительном покое, с которыми связаны некоторые периодические процессы (часы), образуют базис и. с. о. Мы можем предположить, что стандартные тела имеют физически выделенные направления, так что можно говорить об относительной ориентации их. Наглядно это можно представить себе в виде множества микроскопических кристалликов, рассеянных в пространстве, ориентация которых меняется при переходе от одного к другому по некоторому закону. Либо можно представить их собранными в единую кубическую кристаллическую решетку — своеобразный каркас. В этом случае все стандартные тела имеют одинаковую ориентацию и отличаются только параллельными сдвигами.

Каждое стандартное тело вместе с часами представляет собой физический репер, поэтому базис любой системы отсчета представляет собой множество таких физических реперов.

Для того чтобы такой базис превратился в систему отсчета, позволяющую описать движение наблюдаемого объекта (тела), т. е. указать мгновенное положение центра массы тела, его ориентацию и скорость движения, необходимо произвести градуировку базиса (§ 1). Эту градуировку можно разделить на две независимые: A — градуировка точечная, позволяющая мгновенному положению центра масс, в физическом пространстве — времени, сопоставить четыре числа (в соответствии с числом измерений пространства — времени). B — градуировка ориентационная, позволяющая ориентации объекта сопоставить три числа (углы Эйлера) и относительной скорости движения еще три числа (проекции скорости).

Такое разделение градуировки на две части не случайно, ибо, как увидим далее, каждой части соответствует своя группа преобразований, описывающая изменение ее.

Займемся сейчас рассмотрением A-градуировки.

Сопоставляя все ранее сказанное о градуировке системы отсчета (§ 1), читатель легко придет к заключению, что A-градуировка есть просто нумерация пространственно-временных событий по некоторому произвольному закону.

Из такого способа нумерации следует, что номера не имеют метрического смысла, т. е. разность двух соседних номеров непосредственно не может быть истолкована ни как промежуток времени, ни как пространственное расстояние. Кроме того, совершенно очевидно, что порядок нумерации можно изменять в широких пределах и это никак не отразится на состоянии базиса системы отсчета.

Для того чтобы можно было физические закономерности описывать точным языком математических формул и применять в исследованиях математический аппарат, необходимо прежде всего найти подходящее отображение изучаемых физических объектов на некоторую математическую схему.

В соответствии с этим первое, что мы должны сделать, это найти отображение A-градуировки и. с. о. Здесь мы подходим к одному из основных понятий геометрии — элементарному многообразию. Дадим его определение [7].

Рассмотрим некоторое множество; его элементы M, в зависимости от характера решаемой задачи, могут интерпретироваться самым различным образом: это могут быть события в пространстве — времени, состояния динамической системы, точки некоторой поверхности и т. д.

Тогда элементарным многообразием n измерений и порядка $\widetilde{N}$ называется любое множество, для которого задано взаимно однозначное отображение на область Ω изменения некоторых n переменных x^μ с точностью до произвольного $\widetilde{N}$ раз дифференцируемого преобразования.

Запишем это отображение так

$$M \leftrightarrow (x^{\mu}) \in \Omega. \qquad (49)$$

Элементы M-многообразия называются точками, отображение (49) — координатной системой, значения переменных x^{μ} называются координатами точки M.

Применительно к отображению A-градуировки, множество элементов M интерпретируется как множество мгновенных положений в физическом пространстве — времени. Координаты x^{μ} отображают номера N, которыми мы занумеровали эти мгновенные положения. Когда номера событий N пробегают всевозможные значения, то координаты x^{μ} принимают все значения из области изменения Ω.

Таким образом, мы нашли геометрическое отображение A-градуировки базиса; этим отображением оказалась координатная система (сетка). Мы об этом и раньше догадывались, но теперь имеем точное геометрическое обоснование.

В определении многообразия сказано, что отображение задается с точностью до произвольного дифференцируемого преобразования координат (48); многообразия, связанные этими преобразованиями, называются изоморфными. Переводя это на язык физики, мы можем сказать, что преобразования (48), образующие группу, которую будем называть группой (A), описывают изменение A-градуировки базиса.

Следовательно, изоморфизм многообразий геометрически отражает тот факт, что в одном и том же базисе A-градуировка может задаваться бесконечным множеством способов, которым в многообразии соответствует бесконечное множество координатных сеток, связанных преобразованиями группы (A).

Полученное многообразие еще нельзя назвать пространством. С геометрической точки зрения это нечто весьма неопределенное, аморфное. Правда, уже на этой стадии в многообразии можно задавать тензоры с их обычным законом преобразования (14), а также определить все операции с ними, не требующие перехода к соседним точкам (сложение, умножение, свертывание и т. д.).

В многообразии еще нет метрики, следовательно, нельзя определить длину дуги кривой. Здесь нет еще связности, следовательно, нельзя сравнивать тензоры, заданные в различных точках многообразия, и поэтому невозможно определить ковариантную производную.

Мы видим, что элементарное многообразие предшествует пространству при построении геометрии.

Если вдуматься в то, чего мы собственно добились, определив элементарное многообразие, то окажется, что мы произвели довольно безобидную операцию. Именно, множеству в сущности абстрактных, произвольным образом занумерованных элементов M, мы сопоставили некоторую числовую область Ω, в которой переменные x^{μ} соответствуют номерам N элементов M, причем сопоставление это в высшей степени неопределенно, ибо задано с точностью до произвольных дифференцируемых преобразований группы A.

Далее геометр поступает следующим образом: задает или поле метрического тензора $g_{\mu\nu}$, если он думает заниматься римановой геометрией, или задает объект связности $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$, если он хочет изучать пространство аффинной связности, или, наконец, задает независимо и то и другое. Задание этих величин превращает элементарное многообразие в пространство. После этого геометр стремится получить как можно больше следствий из сделанных допущений. Физик, пытающийся разобраться в свойствах пространства — времени, не может поступать так свободно. Каждое допущение, которое он кладет в основу, должно иметь надежное опытное оправдание.

Так, например, тот факт, что число измерений пространства — времени равно четырем, не может быть выведен из аксиом геометрии, мы должны принять его как опытный факт.

Чтобы перейти от многообразия к пространству — времени и. с. о., необходимо ввести метрику. Здесь мы снова должны обратиться к опыту.

Вся совокупность опытных фактов, выраженных постулатами с. т. о. и их многочисленными следствиями, с большой точностью указывает на псевдоевклидов характер геометрии пространства — времени и. с. о. Следовательно, область Ω, на которую мы будем отображать множество мгновенных положений в физическом пространстве — времени, есть область пространства Минковского, интервал в котором дается выражением:

$$-ds^2 = \delta_{ab}\, dx_a\, dx_b, \qquad (7)$$

где метрический тензор имеет наиболее простой вид

$$g_{ab} = \delta_{ab}. \tag{50}$$

Иначе говоря, галилеевы координаты x_a имеют метрический смысл пространственных координат ($a = 1, 2, 3$) и времени $x_4 = ict$, т. е. нумерация мировых точек осуществляется с помощью измерения длин и промежутков времени точно так же, как нумерация километровых столбов определяется, естественным образом, числом километров, отсчитанных от начала пути. Поэтому здесь разность номеров (координат) двух точек имеет метрический смысл либо расстояния, либо промежутка времени.

Разумеется, мы можем, при желании, перейти к любым криволинейным координатам x^ν, согласно (8), и установить тем самым связь с произвольной координатной сеткой, введенной при построении элементарного многообразия.

Итак, A-градуировка позволяет нам аналитически зафиксировать мгновенное положение (например, центра масс) движущегося тела в виде координат мировой точки.

Перейдем теперь к рассмотрению B-градуировки. Для характеристики движущегося тела знания мгновенного положения центра масс еще недостаточно, необходимо знать еще мгновенную пространственную ориентацию и скорость его движения.

Определение этих характеристик окажется возможным, если мы воспользуемся тем фактом, что базис и.с.о., как помнит читатель, представляет собой совокупность покоящихся относительно друг друга физических реперов, т. е. часов и стандартных тел с физически выделенными направлениями. Относительно этих реперов можно сделать локальные отсчеты, т. е. фактически выполнить измерения. Но прежде необходимо физически выделенным направлениям сопоставить начальные значения углов, а самим телам — начальные значения скорости, т. е. осуществить B-градуировку и. с. о.

Так как физический смысл имеют только относительные ориентации и скорости движения (первый постулат с. т. о.), то мы можем локальным физическим реперам сопоставлять любые, распределенные по произвольному закону, начальные значения углов и скоростей, не превосходящих скорости света (второй постулат с. т. о.).

Следовательно, выбор той или иной B-градуировки не имеет существенного значения, а поэтому, как и в случае A-градуировки, может подвергаться дальнейшим, в общем случае нестационарным, изменениям.

Для того чтобы B-градуировку можно было выразить аналитически, необходимо проделать с ней примерно ту же операцию отображения, которую мы проделали с A-градуировкой, получив координатную сетку.

Прежде всего установим, что следует понимать здесь под множеством элементов M. Напомним, что в случае A-градуировки это было множество мгновенных положений в физическом пространстве — времени. Сопоставив смысл A- и B-градуировок, читатель легко придет к заключению, что в случае B-градуировки множество элементов M может быть интерпретировано как множество мгновенных относительных ориентаций и скоростей тел в физическом пространстве — времени. Теперь следует найти подходящую область $\widetilde{\Omega}$ для отображения этого множества.

Совершенно очевидно, что рассмотренное ранее пространство Минковского (точечное пространство) непосредственно использовано быть не может уже потому, что каждый элемент M характеризуется теперь не четырьмя, а шестью параметрами, например, тремя углами Эйлера и тремя проекциями скорости. Для выяснения вопроса обратимся снова к физическим реперам.

Самым существенным является не их конкретный вид, а наличие трех выделенных направлений, например, трех ортогональных осей, задающих пространственную ориентацию. Четвертой ортогональной осью, согласно с. т. о., будет ось времени. Ориентация временных осей задает, очевидно, скорость относительного движения.

Тогда множество элементов M можно рассматривать как множество четырехмерных ориентаций, для отображения которых требуется совокупность (геометр скажет — пространство) геометрических фигур, имеющих четыре выделенных ортогональных направления и переходящих одна в другую при некоторых преобразованиях (автоморфизмах). Такие фигуры в геометрии называются реперами и, следовательно, область $\widetilde{\Omega}$ есть пространство реперов, образом точки в котором является сам геометрический репер. Конкретная конструкция репера не задается, вообще говоря, аксиомами геометрии, поэтому мы выберем его так, чтобы он возможно более соответствовал, в смысле выделенных направлений, физическому реперу.

Выберем геометрический репер в виде точки O — начала репера — и выходящих из нее четырех взаимно ортогональных единичных векторов. Обозначим это так

$$\{O, \mathrm{h}(\alpha)\}; \ \alpha = 1, 2, 3, 4. \tag{51}$$

Здесь первые три вектора — пространственно-подобные и отображают пространственную ориентацию, четвертый — временно-подобный, задает направление оси времени. Такой четырехмерный ортонормированный репер называется тетрадой.

Мировая точка O (начало тетрады) отображает мгновенное положение; множество этих точек и образует пространство Минковского. Мы здесь подчеркнем важное обстоятельство: тетрады только одной точкой O (началом) принадлежат пространству Минковского, а вся остальная векторная конструкция ему не принадлежит. Геометрически это утверждение означает, что преобразования группы (A) меняют координаты точек O, но не изменяют ориентации самих тетрад, поэтому говорят, что группа (A) действует в точечном многообразии, в данном случае — пространстве Минковского.

Тот факт, что векторы, образующие тетрады, единичны и ортогональны мы запишем так

$$\mathrm{h}(\alpha)\cdot\mathrm{h}(\beta) = \delta(\alpha\beta). \tag{52}$$

Отображение множества четырехмерных ориентаций на пространство тетрад, по аналогии со случаем A-градуировки, запишем в виде

$$\tilde{M} \leftrightarrow \{O, \mathrm{h}(\alpha)\} \in \tilde{\Omega}. \tag{53}$$

Но отображение множества всегда задается с точностью до любого, ему изоморфного. Легко видеть, что два изоморфных отображения (53) могут отличаться только относительной ориентацией тетрад, иначе говоря, они связаны локальным ортогональным преобразованием тетрад

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{h}(\alpha') &= \omega(\alpha'\alpha)\,\mathrm{h}(\alpha) \\ \omega(\alpha\varepsilon)\,\omega(\beta\varepsilon) &= \delta(\alpha\beta) \end{aligned}\right\}, \tag{54}$$

где коэффициенты преобразования $\omega(\alpha\beta)$ зависят от координат, т. е. повороты тетрад, осуществляемые ими в разных мировых точках, различны (локальные вращения).

Выполняя всевозможные преобразования тетрад, мы будем всякий раз получать одно из изоморфных отображений множества элементов M. Преобразования (54) образуют группу, которую мы будем называть группой (B). Эта группа действует только в пространстве тетрад и выполняет примерно ту же роль, что и группа (A) в пространстве Минковского. Другими словами — группа (B) описывает изменение B-градуировки системы отсчета.

Характерной особенностью и. с. о. является то, что физические реперы, образующие базис, находятся в относительном покое. В пространстве Минковского их мировые линии представляют собой множество параллельных прямых, а гиперповерхности одновременных событий образуют семейство пространственно-подобных гиперплоскостей, ортогональных к мировым линиям. Эти мировые линии и гиперплоскости, образующие некоторую инвариантную структуру, не зависящую как от A-, так и от B-градуировок, отображают самые существенные черты строения базиса и. с. о.

В этой пространственно-временной структуре можно установить наиболее простую, будем называть ее естественной, B-градуировку. Для этого построим в каждой мировой точке тетраду, временно-подобный вектор которой направлен вдоль мировой линии, проходящей через эту точку. Остальные векторы тетрад выберем также соответственно параллельными.

Таким образом, мы получаем поле тетрад:

$$\{O, \mathfrak{h}_a\}; \;\; a = 1, 2, 3, 4, \tag{55}$$

которые образуют прямолинейную тетрадную решетку и отличаются только параллельными сдвигами. Тетрадные векторы в этом случае мы будем нумеровать латинскими индексами a, b, c... без скобок. Выбрав точку O какой-либо тетрады (55) за начало отсчета, мы остальным точкам O можем сопоставить координаты Минковского x_a, отсчитываемые вдоль направлений тетрадных векторов. Этим устанавливается определенный способ перечисления мировых точек, т. е. A-градуировка, и возникает ортогональная координатная сетка, простейшим образом связанная с тетрадной решеткой. Такую сетку будем в дальнейшем называть собственной.

Примером такой координатной сетки, линии которой направлены вдоль векторов тетрадной решетки, является, очевидно, галилеева система координат.

Подвергая поле тетрад (55) локальным вращениям, мы получим произвольную B-градуировку, когда начала отсчета углов и относительных скоростей в каждой точке устанавливаются свои. Это произвольное поле тетрад, задаваемое, например, тетрадами (51), будет связано с тетрадами (55) локальным ортогональным преобразованием группы (B):

$$\mathrm{h}(\alpha) = h_a(\alpha)\,\mathrm{h}_a, \tag{56}$$

где переменные коэффициенты $h_a(\alpha)$ выполняют ту же роль, что и $\omega(\alpha'\alpha)$ в (54) и называются коэффициентами Ламэ (§ 3).

Подобно тетрадам (55), тетрады (51) также образуют ортогональную, но уже искривленную (деформированную) тетрадную решетку, с которой можно также связать собственную координатную сетку $x(\alpha)$, т. е. также перечислить все точки O тетрад (51), как это было сделано в случае тетрад (55).

Собственные координатные сетки тетрад (51) и (55) связаны, аналогично (56), локальным ортогональным преобразованием

$$dx(\alpha) = h_a(\alpha)\,dx_a. \tag{57}$$

Вслед за преобразованием тетрад (54) координатная сетка $x(\alpha)$ может быть подвергнута аналогичным преобразованиям

$$dx(\alpha') = \omega(\alpha'\alpha)\,dx(\alpha), \tag{58}$$

после чего сетка $x(\alpha')$ будет собственной координатной сеткой преобразованных тетрад $\{O,\ \mathrm{h}(\alpha')\}$.

Итак, мы аналитически описали градуировку базиса и. с. о., которая складывается из A- и B-градуировок, нашли для них подходящее геометрическое отображение, а также нашли способ описания изменения этих градуировок, т. е. группы преобразований (A) и (B), соответственно.

Проанализируем теперь, в свете того, что мы узнали, обычные преобразования Лоренца:

$$x_{a'} = \omega_{a'a}x_a;\quad \omega_{a'a} = \mathrm{const}, \tag{59}$$

связывающие координаты двух различных и. с. о. Системы отсчета будут различны, если они имеют различные базисы. Это различие состоит в том, что физические реперы, образующие базис одной и. с. о., инерциально движутся относительно базиса другой. Относительная пространственная ориентация физических реперов первой и второй и. с. о. может быть также различной.

Пусть эти и. с. о. имеют естественные B-градуировки, как в случае (55), которые геометрически отображаются полями тетрад

$$\{O, \mathbf{h}_a\}; \ \{O, \mathbf{h}_{a'}\}; \ a', a = 1, 2, 3, 4,$$

но тогда эти тетрады должны быть связаны ортогональным преобразованием с постоянными коэффициентами $\omega_{aa'}$:

$$\mathbf{h}_{a'} = \omega_{a'a}\mathbf{h}_a, \tag{60}$$

при этом их собственные координатные сетки будут связаны преобразованием (59). Преобразование (60) в сущности и есть преобразование Лоренца, оно относится только к тетрадам [3], и лишь при дополнительном требовании того, чтобы в новой и. с. о. координатная сетка была также собственной, мы получаем преобразование координат (59), имеющее хорошо известный смысл.

Сами по себе преобразования (59) относятся к группе (A) и описывают только изменение нумерации мировых точек (т. е. изменение A-градуировки).

Если рассматривать (59) как преобразования Лоренца без связи с (60), то получится противоречие. Действительно, с одной стороны преобразования (59) должны описывать переход к новой и. с. о., с другой — они являются частным (линейным) случаем группы (A) и потому не могут описывать такой переход.

Преобразования координатной сетки и тетрад относятся к разным группам, (A) и (B) соответственно, которые действуют в различных многообразиях: группа (A) — в точечном многообразии—пространстве Минковского, группа (B) — в пространстве тетрад.

Ч и т а т е л ь: Что же это такое, выходит что преобразования Лоренца (59) уже не преобразования Лоренца? Не слишком ли много автор на себя берет? Ведь

---

[3] А также к любым векторам и тензорам, ортогональные компоненты которых будут изменяться ввиду поворота тетрад.

преобразования Лоренца имеют хорошо известный физический смысл.

Автор: Если вспомнить шаг за шагом проделанный нами анализ, то легко убедиться в том, что мы нигде не меняли и не умаляли физический смысл преобразований Лоренца. Мы старались лишь выяснить, к каким геометрическим объектам применяется преобразование Лоренца.

Читатель помнит, что координаты появляются на самой ранней стадии построения геометрии, когда не введено даже понятие пространства. Установленный там смысл координат в дальнейшем уже не меняется, изменяется в зависимости от характера решаемой задачи лишь способ, которым мировым точкам сопоставляются числа. Координатные числа во всех случаях всегда имеют одно и то же назначение — нумерации мировых точек, поэтому, например, такое понятие, как поворот, по самому своему определению, неприменимо к номерам. Вращение предполагает наличие каких-то направлений, которых нет в точечных многообразиях. Когда говорят о направлении линии, начерченной на искривленной поверхности (точечное многообразие), то имеют в виду единичный вектор касательной, который не принадлежит искривленной поверхности, но лежит в касательной плоскости.

Однако имеется одно очень важное исключение, когда двум точкам всегда может быть сопоставлен направленный отрезок — вектор. Это случай евклидовых или псевдоевклидовых пространств (плоские пространства). В этом, и только в этом случае, можно ввести такие системы координат, в которых положение точки задается радиусом-вектором, проведенным из начала координат, координатами точки являются ортогональные проекции радиуса-вектора на координатные оси, а направление осей задается начальной тетрадой. Мы имеем в виду, как, очевидно, догадался читатель, декартовы или галилеевы системы координат.

В этом случае координатные числа имеют двоякий смысл: во-первых, это номера мировых точек, во-вторых,— значения этих номеров численно равны отрезкам длины, отложенным по соответствующим осям.

Рассмотрим теперь новую систему тетрад, связанную со старой преобразованиями (60), т. е. поворотом. Если в новой системе тетрад мы осуществим нумерацию мировых точек по тому же принципу, что и в старой, то новые и старые координаты будут связаны преобразованием (59), т. е. преобразованием компонент радиуса-вектора. В этом, и только в этом случае, преобразование координат (59) получает важный физический смысл, ибо одновременно с изменением нумерации (A-градуировки) происходит изменение B-градуировки, устанавливается связь пространственных отрезков и времени двух различных и. с. о.

Читатель: Ваше длинное пояснение меня все-таки не убедило. Я со школьной скамьи уверовал в то, что (59) есть преобразования Лоренца, связывающие координаты двух и. с. о. Во всех монографиях и учебниках (59) называют преобразованиями Лоренца без всякой связи с (60).

Автор: Но, с другой стороны, как мы отмечали, (59) есть преобразование координатной сетки, т. е. частный случай группы (A), описывающей изменение A-градуировки. Ведь ничто не мешает мне, оставаясь в той же самой и. с. о., изменить нумерацию мировых точек в соответствии с (59). Как же теперь узнать, когда преобразование (59) описывает просто изменение A-градуировки и когда оно описывает переход к новой и. с. о.?

Читатель: Но ведь преобразования (59) есть следствие поворота осей координат, например в плоскости x_1, x_4, описывающего переход к новой и. с. о.

Автор: Вполне согласен, ибо Вы неявно обратились здесь к преобразованию (60), связь с которым вначале отрицали. Поворот осей определяется поворотом тетрад, так как о повороте координатных линий, самих по себе, говорить не имеет смысла.

Читатель: Но это же само собой разумеется. Стоило ли тратить столько слов на разъяснение.

Автор: Мне кажется — стоило. И я еще хочу добавить следующее. Декартова координатная сетка и тетрадная решетка, в представлении неискушенного читателя, как бы сливаются друг с другом, маскируя сосуществование двух различных многообразий — точечного и векторного. Маскировка эта оказывается весьма совершенной, ибо в этом случае, как мы отмечали, каждой паре точек может быть сопоставлен вектор и кажется, что точки определяют векторы и, следовательно, точечное и векторное пространства представляют одну и ту же суть, выраженную разными словами.

Но такая маскировка имеет место только в декартовых или галилеевых системах координат. Если же перейти к криволинейной сетке, то направление координатных линий больше не будет определяться тетрадными векторами. В этом случае особенно ясно видна разница преобразований группы (A) и (B), координатная сетка изменилась, а тетрадная решетка осталась прежней.

Однако любым двум точкам мы все еще можем сопоставить вектор. Если же мы перейдем к искривленным пространствам, то лишимся и этой возможности. Правда, мы еще можем сопоставить вектор двум бесконечно близким точкам, но этот вектор будет лежать в касательном плоском пространстве.

Читатель: Хорошо, допустим, что суть преобразований Лоренца заложена в преобразованиях тетрад (60), но Вы же сами говорили, что они принадлежат группе (B) и описывают изменение B-градуировки и. с. о., а эта градуировка может быть выбрана произвольной и даже нестационарной. Следовательно, преобразования группы (B), так же как и преобразования группы (A), не могут описывать переход к новой и. с. о. Нет ли здесь противоречия?

Автор: Покажем, что никакого противоречия нет. Пусть в некоторой и. с. о., назовем ее K, тело покоится, т. е. скорость его относительно K равна нулю. Это значит, что мы системе K приписываем нулевое значение скорости — она является началом отсчета относительных скоростей. После перехода к другой и. с. о., назовем ее K', т. е. после преобразования Лоренца, скорость того же тела будет отлична от нуля. Произошло это потому, что за начало отсчета скоростей мы выбрали другую и. с. о., именно K'.

Таким образом, преобразование Лоренца (в простейшем случае) есть изменение начала отсчета относительных скоростей, а это и есть изменение B-градуировки. В общем случае выбирается также новое начало отсчета углов (ориентация), т. е. частное преобразование Лоренца дополняется пространственным поворотом.

Если вдуматься в смысл B-градуировки, то легко видеть, что она всегда может быть осуществлена (по крайней мере, в принципе) подходящим набором тел отсчета и часов, даже в том случае, когда она меняется при переходе от точки к точке, как в случае тетрад (51). Действительно, изменение B-градуировки сводится, во-первых, к чисто пространственным поворотам, которые всегда могут быть выполнены реально, во-вторых, к выбору новых начал отсчета скоростей, т. е. к локальным преобразованиям Лоренца. Каковы бы ни были последние, мы всякий раз будем получать допустимое (и следовательно, реализуемое) распределение скоростей. В частности, мы никогда не получим относительной скорости тела, большей скорости света.

Конечно, возможность осуществить различные B-градуировки, не влияющие на характер описываемых явлений, отражает свойства физического пространства, времени и движения, рассмотрение которых и является содержанием с. т. о.

Сами постулаты с. т. о., с точки зрения B-градуировки, кратко могут быть сформулированы так: при описании явлений природы допустима любая B-градуировка базиса и. с. о.

§ 8. НЕГОЛОНОМНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ОБЪЕКТЫ НЕГОЛОНОМНОСТИ И СВЯЗНОСТИ

Читатель, вероятно, уже заметил, что преобразования координат (8) или (48) записаны в конечной, или интегральной, форме, а преобразования (57) или (58) — в дифференциальной. И это не случайно. Дело в том, что выражения (57) и (58) неинтегрируемы, так как ни $dx\ (\alpha')$, ни $dx\ (\alpha)$ не являются полными дифференциалами. Такие преобразования называются неголономными, в отличие от (8) и (48) — голономных преобразований.

Поясним на примере различие их природы. Предположим, что в некоторой и. с. о. выполнена A-градуировка, т. е. каждая пространственно-временная точка получила свой номер N. Совершим теперь мысленно путешествие по некоторому пути из точки N_1 в точку N_2 (практическая реализация сейчас не существенна). В процессе перемещения номера́ точек, через которые мы проходим, будут, очевидно, изменяться от N_1 до N_2. Если мы для путешествия выберем другой путь, то и порядок изменения номеров вдоль нового пути будет другим, но тем не менее мы снова придем к номеру N_2.

Иначе говоря, результирующее изменение номера $\Delta N = N_2 - N_1$ не зависит от пути, но определяется положением (номером) начальной и конечной точек.

В частности, если мы совершим путешествие по любому замкнутому пути, отправляясь из точки N_1 и возвращаясь в нее, то всегда будет $\Delta N = 0$.

Этим очевидным свойством обладает любая нумерация пространственно-временных событий, этим же свойством должно обладать и ее геометрическое отображение, т. е. «хорошая» координатная сетка, в противном случае весь смысл координатной сетки будет утерян.

Мы знаем, что галилеевы координаты x_a обладают этим «хорошим» свойством, т. е. при возвращении в исходную точку координаты также принимают исходные значения. Перейдем теперь к некоторой криволинейной системе x^μ согласно (8), тогда при переходе к соседней точке изменения новых dx^μ и старых dx_a координат будут связаны соотношением

$$dx^\mu = h^\mu_a dx_a, \text{ где } h^\mu_a = \frac{\partial x^\mu}{\partial x_a}. \tag{61}$$

Найдем изменение новых координат Δx^μ при обходе по замкнутому контуру (этим мы отображаем в новых координатах проделанное путешествие по точкам пространства — времени); получим:

$$\Delta x^\mu = \oint\limits_{(L)} h^\mu_a dx_a = \frac{1}{2}\int\limits_{(S)} \left\{\frac{\partial h^\mu_b}{\partial x_a} - \frac{\partial h^\mu_a}{\partial x_b}\right\} dS_{ab}. \tag{62}$$

Здесь мы воспользовались теоремой Стокса и перешли от интеграла по замкнутому контуру (L) к интегралу по охватываемой контуром поверхности (S). Но, учитывая тот факт, что, согласно (61), коэффициенты преобразования h^μ_a есть производные (компоненты градиента), мы сразу находим $\Delta x^\mu = 0$. Следовательно, система координат x^μ будет «хорошей» только в том случае, если коэффициенты преобразования h^μ_a будут компонентами градиента (производными). В этом случае соотношение (61) интегрируется и мы получим исходное (глобальное) преобразование (8). Преобразования (61) называются локальными голономными преобразованиями.

Подсчитаем теперь аналогичное изменение $\Delta x(\alpha)$ в случае преобразования (57), получим:

$$\Delta x(\alpha) = \oint\limits_{(L)} h_a(\alpha)\, dx_a = \frac{1}{2}\int\limits_{(S)} \left\{\frac{\partial h_b(\alpha)}{\partial x_a} - \frac{\partial h_a(\alpha)}{\partial x_b}\right\} dS_{ab} \neq 0. \tag{63}$$

Результат оказывается отличным от нуля, ибо $h_a(\alpha)$ здесь не являются компонентами градиента. Координаты $x(\alpha)$, с нашей точки зрения, являются «плохими», кроме того, таких глобальных координат вообще не существует, ибо соотношение (57) неинтегрируемо. Неголономными координатами можно пользоваться только локально (в бесконечно малой окрестности каждой точки). Величина, стоящая под интегралом в (63)

$$C_{ab}(\alpha) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial h_b(\alpha)}{\partial x_a} - \frac{\partial h_a(\alpha)}{\partial x_b}\right\}, \tag{64}$$

называется объектом неголономности, он является общековариантным тензором в индексах a, b, но не относительно индекса (α). Он имеет, следовательно, смысл в любых системах координат, а также и в искривленном пространстве. Выражение (64) записано в галилеевых координатах; в общем случае оно имеет аналогичный вид

$$C_{\mu\nu}(\alpha) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial h_\nu(\alpha)}{\partial x^\mu} - \frac{\partial h_\mu(\alpha)}{\partial x^\nu}\right\}. \tag{65}$$

Только в том случае, если все компоненты $C_{\mu\nu}(\alpha)$ равны нулю, преобразование будет голономным. Возникает вопрос, а зачем нужны эти «плохие» координаты, почему нельзя пользоваться только голономными преобразованиями, как это делается в обычной (метрической) формулировке о. т. о.? Давайте прежде вспомним, откуда появились неголономные коэффициенты $h_a(\alpha)$ и $\omega(\alpha'\alpha)$. Они впервые появились в преобразованиях (56) группы (B), устанавливающих связь между различными B-градуировками и. с. о. В преобразованиях координат (57) они появились вследствие требования, чтобы новая координатная сетка $x(\alpha)$ была собственной, так же как и x_a, а это требование очевидно необходимо, если мы хотим сохранить метрический смысл координат $x(\alpha)$ таким же, как и метрический смысл галилеевых координат x_a. Неголономные координаты, возникающие в результате преобразований (57), (58), всегда сохраняют обычный метрический смысл, в то время как произвольные координаты x^μ его теряют. Поэтому все результаты, полученные в произвольных координатах, прежде чем сравнивать с опытом, необходимо выразить в локальной (связанной с наблюдателем) ортогональной системе координат.

Позже мы увидим, что бесконечно малые ортогональные преобразования связаны также с описанием неинерциального движения.

Но если локальные ортогональные преобразования столь важны, то нельзя ли их сделать голономными?

Условие ортогональности преобразований (56), (57)

$$h_a(\alpha)\, h_a(\beta) = \delta(\alpha\beta) \tag{66}$$

и условие голономности

$$h_a(\alpha) = \frac{\partial x(\alpha)}{\partial x_a} \tag{67}$$

дают систему десяти дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial x(\alpha)}{\partial x_a}\frac{\partial x(\beta)}{\partial x_a} = \delta(\alpha\beta), \tag{68}$$

которым должны удовлетворять четыре функции $x(\alpha) = f_\alpha(x_a)$. Как известно, в общем случае это невозможно, для этого необходимо иметь не четыре, а десять функций. В частном случае, когда коэффициенты (67) постоянны, они, очевидно, голономны и могут удовлетворять условиям (66), но это будут линейные преобразования, т. е. известные преобразования Лоренца в с. т. о.

В заключение этого параграфа остановимся еще на одном важном обстоятельстве. Дело в том, что введение искривленной тетрадной решетки влечет за собой появление объекта связности (§ 3).

Пусть вместо простейшей тетрадной решетки (55) введена искривленная, согласно (56). Тогда при параллельном переносе вектора его компоненты $A(\alpha)$ будут изменяться, вследствие различной ориентации тетрад, по закону:

$$d_p A(\alpha) = \Delta_a(\alpha\beta)\, A(\beta)\, dx_a. \tag{69}$$

Здесь объект связности $\Delta_a(\alpha\beta) = -\Delta_a(\beta\alpha)$ играет, очевидно, ту же роль, что и $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ в выражениях (23). Величины $\Delta_a(\alpha\beta)$, образующие общековариантный вектор относительно индекса a, называются коэффициентами вращения Риччи. Геометрический смысл их легко установить из выражения

$$d\omega(\alpha\beta) = \Delta_a(\alpha\beta)\, dx_a, \tag{70}$$

определяющего коэффициенты бесконечно малого поворота (преобразования Лоренца), связывающего две тетрады, находящиеся на расстоянии dx_a. Коэффициенты Риччи в данном случае, могут быть просто выражены через коэффициенты Ламэ $h_a(\alpha)$:

$$\Delta_a(\alpha\beta) = -h_b(\alpha)\frac{\partial h_b(\beta)}{\partial x_a}. \qquad (71)$$

В случае неискривленной решетки все тетрады (55) ориентированы одинаково, тогда $d_p A_a = 0$ и, следовательно, все коэффициенты Риччи также обращаются в нуль.

§ 9. КВАЗИИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Характерной особенностью и. с. о., как мы уже отмечали, является неподвижность тел, образующих базис.

Предположим теперь, что стандартные тела базиса находятся в инерциальном относительном движении со скоростями, распределенными по некоторому закону. В такой системе отсчета, так же как в и. с. о., сил инерции не будет, однако геометрия ее будет резко отличаться от геометрии и. с. о., поэтому мы будем, в дальнейшем, называть ее квази-и. с. о. [18, 19].

Мировые линии тел базиса будут, так же как и в и. с. о., прямые, но не параллельные, поэтому ортогональная к мировым линиям гиперповерхность одновременных событий будет теперь искривленной. Следовательно, геометрия трехмерного пространства квази-и. с. о. будет неевклидовой.

Признаком инерциальности систем отсчета во всех случаях будет то, что мировые линии тел базиса прямые. Отнесем тела базиса квази-и. с. о. к галилеевой системе координат некоторой и. с. о., тогда условие инерциальности базиса запишется

$$\frac{du_a}{ds} = 0, \qquad (72)$$

т. е. четырехвектор скорости u_a не меняется вдоль мировой линии. Однако $\partial u_a/\partial x_b \neq 0$; это значит, что при переходе от точки к точке, например, по гиперповерхности одновременности, скорость, вообще говоря, будет изменяться, так как при этом мы будем переходить от одного тела базиса к другому, скорости которых различны.

В случае и. с. о., где мировые линии тел базиса не только прямые, но и параллельные, имеют место равенства

$$\frac{du_a}{ds} = 0; \ \frac{\partial u_a}{\partial x_b} = 0.$$

В случае естественной B-градуировки и. с. о. все пространственные компоненты u_k равны нулю и $u_4 = ic$.

То же самое имеет место и в квази-и. с. о., однако тетрадная решетка теперь будет деформирована, ибо пространственно-подобная гиперповерхность одновременности искривлена.

Рассмотрим в качестве примера сферически симметричную квази-и. с. о. Пусть из некоторой точки (центра) в некоторый момент, примем его за начало отсчета собственного времени, вылетает по всем направлениям множество стандартных тел со всевозможными скоростями. Примем эти тела за базис квази-и. с. о. Мировые линии их изобразятся пучком прямых, выходящих из одной точки, лежащих внутри светового конуса. Тогда гиперповерхность одновременных событий $S = \text{const}$ изобразится частью гиперсферы радиуса S, заключенной внутри светового конуса. Следовательно, трехмерное пространство такой квази-и. с. о. будет пространством постоянной кривизны.

В этом пространстве можно ввести произвольные криволинейные координаты x^k; $k = 1, 2, 3$, будет своя метрика g_{kl} и соответствующий тензор кривизны R^m_{kln} будет отличен от нуля. Спрашивается, откуда появилась кривизна и что она характеризует? Во всяком случае, эта кривизна не связана с гравитационным или другим каким-либо силовым полем, ибо тела движутся инерциально — их мировые линии прямые.

Если мы находимся в и. с. о., то гиперповерхности $t_4 = \text{const}$ есть гиперплоскости и, следовательно, $R^m_{kln} = 0$, но зато локальные трехмерные скорости тел базиса квази-и. с. о. не равны нулю, наоборот, в квази-и. с. о., т. е. на гиперповерхности $S = \text{const}$, эти локальные скорости тел равны нулю, но зато теперь $R^m_{kln} \neq 0$. Иначе говоря, кривизна пространства обусловлена некоторым распределением скоростей тел базиса, т. е. выражает тот абсолютный факт, что тела базиса квази-и. с. о. находятся в относительном движении [5].

Выясним теперь, как изменятся коэффициенты связности при переходе от и. с. о. к квази-и. с. о. Для этого рассмотрим изменение четырехвектора скорости u_a тел базиса квази-и. с. о., относительно и. с. о., в которой введена галилеева система координат.

При смещении на dx_c компоненты u_a изменятся, но так как абсолютная величина u_a остается неизменной, то все изменение u_a сведется к бесконечно малому повороту

$$\left.\begin{aligned} du_a &= Q_{c,\,ab} u_b\, dx_c \\ Q_{c,\,ab} &= -\,Q_{c,\,ba} \end{aligned}\right\}. \tag{73}$$

Если ввести в и. с. о. произвольную B-градуировку, так что $u_a = h_a(\alpha)\, u(\alpha)$, то (73) запишется

$$du(\alpha) = \left\{-h_a(\alpha)\frac{\partial h_a(\beta)}{\partial x_c} + Q_c(\alpha\beta)\right\} u(\beta)\, dx_c. \tag{74}$$

Коэффициенты вращения $Q_c(\alpha\beta)$ являются тензорами относительно обеих групп преобразований (A) и (B) и описывают распределение скоростей и пространственных ориентаций тел базиса квази-и. с. о. Тот факт, что движение тел базиса инерциальное, означает, что условие (72) с помощью (73) запишется

$$Q_{c,\,ab} u_c = 0; \;\; Q_c(\alpha\beta)\, u_c = 0; \tag{75}$$

это значит, что четырехмерная ориентация тел базиса вдоль мировой линии не меняется.

Выражение (74) показывает, что связность в квази-и. с. о. имеет вид

$$^{*}\Delta_c(\alpha\beta) = -\,h_a(\alpha)\frac{\partial h_a(\beta)}{\partial x_c} + Q_c(\alpha\beta); \tag{76}$$

сравнивая это с (51), мы видим, что переход от и. с. о. к квази-и. с. о. аналитически описывается добавлением тензора $Q_c(\alpha\beta)$. Такое преобразование называется деформацией связности, а $Q_c(\alpha\beta)$ называется тензором аффинной деформации.

§ 10. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Если тела, образующие базис и. с. о. или квази-и. с. о., подвергнуть действию силового поля, природа которого безразлична, лишь бы оно оказывало на базис силовое воздействие, то система отсчета превращается в неинерциальную (н. с. о.).

В случае и. с. о. мы могли ее базис всегда представить себе в виде некоторого проволочного каркаса, или кристаллической решетки, или любой механически связанной системы тел. Теперь же, в случае н. с. о., этого сделать, вообще говоря, нельзя. Воздействия силового поля, силы инерции, приведут к разрушению такой конструкции или, во всяком случае, вызовут ее деформацию, которая будет зависеть от вида конструкции и свойств материала. Все это приведет к ненужным усложнениям. Поэтому базис н. с. о. мы будем представлять себе в виде бесконечного числа стандартных тел и связанных с ними периодических процессов (часов), заполняющих все пространство наподобие некоторой среды.

К такому представлению базиса н. с. о. мы, очевидно, вполне подготовились всем предыдущим рассмотрением свойств и. с. о. и квази-и. с. о. Именно так определяется базис н. с. о. в монографии Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [11], стр. 275. Следует отметить, что это правильное и весьма наглядное определение базиса н. с. о. находится в противоречии со способом описания перехода от н. с. о. и и. с. о., данным там же [11], стр. 272, где переход к вращающейся системе отсчета описывается переходом к «вращающейся» координатной сетке, т. е. с помощью преобразований (47) группы (A).

На самом же деле вращающаяся система отсчета, в соответствии с приведенным определением, должна представлять собой вихрь (смерч), ось которого принята за координатную ось z. Легко видеть, что такая система не может вращаться как одно целое уже потому, что скорость стандартных тел на любом, сколь угодно большом расстоянии от оси вихря не превзойдет скорости света. Переход к такой системе отсчета невозможно описать преобразованиями (47).

Итак, по определению, характерной особенностью н. с. о. является наличие силового поля, обеспечивающего неинерциальное движение базиса, поэтому различные н. с. о. неэквивалентны в физическом отношении.

Рассмотрим движение базиса н. с. о. относительно некоторой и. с. о. Здесь может возникнуть сомнение — можно ли говорить об и. с. о. при наличии силового поля. Если таким силовым полем является электрическое, то, очевидно, следует позаботиться о том, чтобы базис и. с. о. был электрически нейтрален или находился на достаточном удалении (§ 1) от источника. Если же поле гравитационное, то на достаточном удалении от его источника система отсчета может рассматриваться практически также инерциальной.

Мировые линии тел базиса н. с. о. будут отличаться от мировых линий квази-и. с. о. тем, что они искривлены. Теперь уже условие (72) не будет выполняться.

Если мы вспомним смысл произвольной B-градуировки и. с. о и то, что она, в принципе, всегда может быть осуществлена подходящим набором движущихся тел отсчета, то легко догадаться, что описание как квази-и. с. о., так и н. с. о. относительно и. с. о. есть, в сущности, описание произвольной B-градуировки и. с. о.

Произвольная B-градуировка, т. е. деформированная тетрадная решетка, приводит, как мы видели, к связности (71) и к собственной неголономной системе координат. Тетрадные векторы $\mathrm{h}(\alpha)$, согласно определению, очевидно, являются касательными к соответствующим координатным линиям неголономной системы.

Мы знаем, что неголономные системы координат обладают «плохим» свойством, рассмотренным в § 8, и если не принять надлежащих мер, то может добавиться еще одно «плохое» свойство, также связанное с векторными полями $\mathrm{h}(\alpha)$. Дело в том, что векторные поля могут обладать фиктивными источниками, т. е. соответствующие векторные линии (координатные линии $x(\alpha)$), могут испытывать разрыв в некоторых точках или областях, подобно тому как линии напряженности электростатического поля терпят разрыв в местах расположения зарядов.

Для устранения фиктивных источников потребуем обращения в нуль расходимости векторов

$$\frac{\partial h_a(\alpha)}{\partial x_a} = 0. \tag{77}$$

Записав (71) в локальных ортогональных компонентах

$$\Delta(\varepsilon, \alpha\beta) = h_c(\varepsilon)\frac{\partial h_a(\alpha)}{\partial x_c} h_a(\beta), \tag{78}$$

условие (77) можно представить в виде

$$\frac{\partial h_a(\alpha)}{\partial x_a} = \Delta(\beta, \alpha\beta) = 0. \tag{79}$$

Если от галилеевой системы координат перейти к произвольной координатной сетке, согласно (8), то (79) запишется

$$\nabla_\sigma h^\sigma(\alpha) = \frac{1}{\Lambda}\frac{\partial}{\partial x^\sigma}\{\Lambda h^\sigma(\alpha)\} = \Delta(\beta, \alpha\beta) = 0; \qquad (80)$$

$$\Lambda = \mathrm{Det}\,|h_\mu(\alpha)|.$$

Коэффициенты Риччи (78) можно выразить через объект неголономности (65) следующим образом:

$$\Delta(\varepsilon, \alpha\beta) = C(\alpha\varepsilon, \beta) + C(\alpha\beta, \varepsilon) + C(\varepsilon\beta, \alpha), \qquad (81)$$

где

$$C(\varepsilon\beta, \alpha) = C_{\mu\nu}(\alpha)\, h^\mu(\varepsilon)\, h^\nu(\beta).$$

Тогда условие (80), которое будем называть условием калибровки, запишется:

$$\Delta(\beta, \alpha\beta) = 2C(\alpha\beta, \beta) = 0. \qquad (82)$$

Легко видеть, что если коэффициенты $h^\sigma(\alpha)$ будут голономные, то (80) превращается в известное условие гармоничности для координатной сетки.

Если векторные поля $\mathrm{h}(\alpha)$ не удовлетворяют условиям (80), т. е. $\Delta(\beta, \alpha\beta) \neq 0$, то можно найти такое ортогональное преобразование, после которого новые компоненты

$$h'_\mu(\alpha) = \tilde{\omega}(\alpha\beta)\, h_\mu(\beta) \qquad (83)$$

уже будут удовлетворять условиям (80). При этом $\tilde{\omega}(\alpha\beta$ должны быть решениями следующей системы уравнений:

$$h^\sigma(\beta)\frac{\partial\tilde{\omega}(\alpha\beta)}{\partial x^\sigma} + \Delta(\varepsilon, \beta\varepsilon)\,\tilde{\omega}(\alpha\beta) = 0. \qquad (84)$$

С другой стороны, если (80) имеет место, то тетрады и неголономная система $x(\alpha)$ могут быть подвергнуты любому ортогональному преобразованию, не нарушающему (80). Коэффициенты этого преобразования должны удовлетворять уравнениям

$$h^\sigma(\beta)\frac{\partial\omega(\alpha\beta)}{\partial x^\sigma} = 0, \qquad (85)$$

которые следуют из (80) и (84).

Теперь мы можем уточнить определение группы преобразований (B). Именно, группу (B) составляют только те преобразования, которые не нарушают условие калибровки (80).

В качестве примера рассмотрим описание вращающейся стационарной системы отсчета.

Пусть ось вращения совпадает с осью $z = x_3$ галилеевой системы координат. Скорости тел базиса такой системы образуют, очевидно, цилиндрически симметричное стационарное поле скоростей. Тогда коэффициенты Ламэ $h_a(\alpha)$, связывающие тетрады $\{O, \mathrm{h}_a\}$ и образующие естественную тетрадную решетку и. с. о., и тетрады $\{O, \mathrm{h}(\alpha)\}$, представляющие собой локальные лоренцовы системы, связанные с телами базиса н. с. о., удовлетворяющие условиям (77), запишутся:

$$\begin{aligned} &h_a(k) = A\delta_{ak} - Bn_a n_k;\ h_3(3) = f, \\ &h_a(3) = -h_3(a) = gn_a;\ h_4(4) = A, \\ &h_a(4) = -h_4(a) = -iG\varepsilon_{ab}n_b;\ a, b, k = 1, 2, \\ &h_3(4) = h_4(3) = 0, \end{aligned} \tag{86}$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} &n_k = \frac{x_k}{r};\ r^2 = x_1^2 + x_2^2;\ \varepsilon_{ab} = -\varepsilon_{ba};\ \varepsilon_{12} = 1, \\ &g = \frac{a}{r};\ f = \frac{1}{A} = \sqrt{1-g^2};\ G = \frac{B}{g} = gA, \end{aligned} \tag{87}$$

здесь a — постоянная интегрирования.

Определим теперь поле скоростей относительно и. с. о.

$$u_a = h_a(\alpha)u(\alpha) = c\frac{dx_a}{ds} = \frac{v_a}{\sqrt{1-\beta^2}};\ a = 1, 2, 3. \tag{88}$$

Так как каждая локальная тетрада «жестко» связана с телом базиса н. с. о., то $u(k) = 0$, $k = 1, 2, 3$, $u(4) = ic$. Тогда, воспользовавшись (86) и (88), находим

$$u_a = \frac{cg}{\sqrt{1-g^2}}\varepsilon_{ab}n_b;\ u_3 = 0,\ a, b = 1, 2; \tag{89}$$

отсюда, вместе с (88) следует

$$v_a = v\varepsilon_{ab}n_b;\ v = \frac{ac}{r}. \tag{90}$$

Мы видим, что распределение скоростей оказывается таким же, как в случае вихря в идеальной жидкости, порожденного бесконечной вихревой нитью, совпадающей с осью x_3.

Точно так же легко вычислить ускорения:

$$c\frac{du_a}{ds} = \frac{1}{1-\beta^2}\frac{dv_a}{dt} = \frac{\partial u_a}{\partial x_b}u_b = -\Delta_{b,ac}u_b u_c =$$

$$= -\frac{c^2}{r}G^2\cdot n_a; \tag{91}$$

отсюда окончательно находим

$$\frac{dv_a}{dt} = -\frac{v^2}{r}n_a. \tag{92}$$

Выражение (91) показывает, что коэффициенты Риччи описывают ускорения или напряженность поля сил инерции.

Если бы мы попытались описать движение базиса этой н. с. о. с помощью преобразований (47) группы (A), т. е. путем перехода к вращающейся координатной сетке, то в силу голономности преобразований все компоненты $C_{ab}(\alpha)$, согласно (64), и все $\Delta_{b,ac}$, согласно (81), обратятся в нуль, т. е. никаких ускорений не возникнет.

Это еще раз показывает, что преобразования группы (A) не могут описывать переход от одной системы отсчета к другой. Вращающуюся систему отсчета, приведенную в [11], стр. 272, можно было бы реализовать только с помощью абсолютно твердых тел и мгновенно распространяющихся сигналов. И только на малых расстояниях от оси x_3 при малых угловых скоростях реальное тело можно приближенно рассматривать как абсолютно твердое, вращающееся как одно целое.

Величины $C_{\mu\nu}(\alpha)$, $\Delta(\varepsilon, \alpha\beta)$, $h_\mu(\alpha)$ являются общековариантными тензорами относительно группы (A), поэтому свойства системы отсчета не зависят от выбора координатной сетки.

Мы все еще находимся в и. с. о. и только «наблюдаем» движение тел базиса вращающейся н. с. о.

Рассмотрим переход к н. с. о. чисто качественно, без формальных выкладок.

Для перехода к н. с. о. необходимо установить прежде всего пространственно-временное «строение» ее.

Мировые линии тел базиса вращающейся н. с. о. представляют собой множество винтовых линий, осью которых является ось времени x_4 галилеевой системы координат и. с. о., в которой мы находимся. Трехмерная, пространственно-подобная гиперповерхность одновременных событий, ортогональная к мировым линиям, представляет собой трехмерный геликоид—винтовую поверхность, напоминающую сверло в случае двух измерений. Эта поверхность, так же как и в случае квази-и. с. о., искривлена, ибо мировые линии не параллельны.

Мы видим, что квази-и. с. о. по своей пространственно-временной структуре является промежуточной между и. с. о. и н. с. о. Более того, в каждый момент любая н. с. о. представляет собой некоторую квази-и. с. о., ибо неинерциальное движение — локально инерциальное.

Связность в н. с. о. в общем случае будет иметь вид такой же, как и в случае квази-и. с. о., однако условия (75) теперь уже не будет — мировые линии теперь искривлены. Тогда в произвольной криволинейной сетке вместо (76) мы получим

$$^{*}\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} = h^{\mu}(\alpha)\,\frac{\partial h_{\lambda}(\alpha)}{\partial x^{\sigma}} + Q_{\sigma,\lambda\mu}, \tag{93}$$

где величины $Q_{\sigma,\lambda\mu} = -Q_{\sigma,\mu\lambda}$ описывают как кривизну гиперповерхности одновременных событий, так и кривизну мировых линий.

Переход от и. с. о. к н. с. о., как и в случае квази-и. с. о., описывается деформацией аффинной связности, где $Q_{\sigma,\lambda\mu}$ — тензор аффинной деформации, определяется, очевидно, строением н. с. о.

Теперь можно дать определенный ответ на вопрос — относительно или абсолютно ускорение? Обычно ответы на этот вопрос даются чисто качественные, не подкрепленные формальными выкладками, ибо в о. т. о., в ее обычной, метрической формулировке, нет общековариантного выражения для ускорения. Так, например, в [19], стр. 467, предлагается признать «ускорение по отношению к пространству». В других случаях этот вопрос решается в духе принципа Маха, согласно которому ускоренное движение, например, вращение, так же относительно, как и любое инерциальное, так как оно совершается относительно далеких звезд (относительно всех масс Вселенной).

При этом остается неясным, почему ускорение мы можем определить, находясь внутри системы, не обращаясь к внешним ориентирам, в то время как инерциальное движение можно описать только относительно внешнего тела отсчета.

В описании н. с. о. с помощью формализма ортогональных реперов мы видели (91), что коэффициенты Риччи $\Delta_\mu(\alpha\beta)$ описывают ускорение. С другой стороны, величины

$$d\varphi(\alpha\beta) = \Delta_\mu(\alpha\beta)\, dx^\mu$$

описывают относительный поворот тетрад, находящихся на расстоянии dx^μ. Отсюда видно, что ускорение относительно и самое существенное то, что ускорение локально относительно. Оно определяется относительной ориентацией (движением) локальных лоренцовых систем. Изменяющаяся от точки к точке относительная ориентация их описывает изменяющуюся скорость, т. е. неинерциальное движение. Поэтому для описания ускоренного движения не требуется внешних ориентиров, они имеются в каждой мировой точке системы отсчета в виде локальных тетрад. Поле тетрад (локальных лоренцовых систем) в н. с. о. неоднородно и эта неоднородность, физически проявляющаяся в виде ускорения (сил инерции), позволяет обходиться, при определении ускорения, без внешних ориентиров.

В случае и. с. о., когда все мировые линии тел базиса параллельны и соответствующее им поле тетрад однородно, имеет место

$$\Delta_\mu(\alpha\beta) = 0$$

независимо от вида координатной сетки, введенной в и.с.о. Поэтому, исследуя систему внутри, мы не в состоянии отличить инерциальное движение от покоя.

§ 11. ТЕТРАДНАЯ ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

Формализм ортогональных реперов и в особенности понятие н. с. о. позволяет сделать очень прозрачным физический смысл соотношений теории тяготения, позволяет получить все результаты в общековариантной форме [14—16].

Предварительно приведем несколько соотношений, необходимых для дальнейшего.

Символы Кристоффеля (25), являющиеся коэффициентами римановой связности, могут быть выражены через коэффициенты Ламэ и Риччи следующим образом

$$\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} = h^{\mu}(\alpha)\frac{\partial h_{\lambda}(\alpha)}{\partial x^{\sigma}} + \Delta^{\mu}_{\sigma,\lambda\cdot}, \tag{94}$$

где $\Delta^{\mu}_{\sigma,\lambda\cdot}$ — коэффициенты вращения Риччи выражаются через объект неголономности согласно (81).

Подставляя (94) в выражение (29) тензора кривизны или вычисляя изменение вектора, заданного ортогональными компонентами, при параллельном переносе по замкнутому контуру, найдем

$$R_{\mu\nu}(\alpha\beta) = \frac{\partial\Delta_{\nu}(\alpha\beta)}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial\Delta_{\mu}(\alpha\beta)}{\partial x^{\nu}} + \Delta_{\mu}(\alpha\varepsilon)\Delta_{\nu}(\beta\varepsilon) - \\ - \Delta_{\nu}(\alpha\varepsilon)\Delta_{\mu}(\beta\varepsilon) \tag{95}$$

выражение тензора кривизны через коэффициенты Риччи.

Свертывая индексы в (95) с помощью коэффициентов Ламэ $h^{\mu}(\alpha)$, $h^{\nu}(\beta)$, получим скалярную кривизну пространства

$$R = 4\nabla_{\sigma}\{C(\varepsilon\beta, \beta)h^{\sigma}(\varepsilon)\} - \\ - 4C(\alpha\beta, \beta)C(\alpha\varepsilon, \varepsilon) + \Delta(\varepsilon, \alpha\beta)C(\alpha\beta, \varepsilon). \tag{96}$$

Выясним теперь, что следует принять в качестве компонент напряженности гравитационного поля.

В настоящее время во многих исследованиях в качестве напряженности поля рассматривается сам тензор кривизны на том основании, что отклонение двух близких геодезических описывается уравнением

$$\frac{d^2\eta^{\mu}}{ds^2} + R^{\mu}_{\sigma\lambda\nu\cdot}u^{\sigma}u^{\nu}\eta^{\lambda} = 0;\quad u^{\mu} = \frac{dx^{\mu}}{ds},$$

напоминающим релятивистский закон движения материальной точки. С другой стороны, легко видеть, что изменение скорости отклонения $d\eta^{\mu}/ds$ будет определяться также неоднородностью гравитационного поля — его градиентами, точно так же, как отклонение мировых линий двух зарядов, движущихся в электрическом поле, будет зависеть от градиента электрического поля.

Тензор кривизны содержит вторые производные от $g_{\mu\nu}$ потенциала гравитационного поля в метрической формулировке о. т. о., а это указывает на то, что $R^{\mu}_{\nu\sigma\lambda\cdot}$, помимо всего прочего, характеризует неоднородность поля.

Поэтому вряд ли допустимо принимать тензор кривизны в качестве напряженности гравитационного поля, тем более что закон движения частицы в гравитационном поле, принятый в метрической формулировке о. т. о.,

$$\frac{du^{\mu}}{ds} + \Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} u^{\sigma} u^{\lambda} = 0,$$

т. е. уравнение геодезической, определенно указывает на то, что именно $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ — символы Кристоффеля — играют роль напряженности гравитационного поля. Но они не образуют тензора, следовательно, непосредственно вообще не могут описывать какое-либо физическое поле!

Пусть в гравитационном поле свободно падают множество стандартных тел (физических реперов); мы можем их рассматривать как базис н. с. о., движение которой обусловлено гравитационным полем.

История движения этого базиса отобразится множеством мировых линий. Построив, если это возможно, семейство ортогональных к ним гиперповерхностей одновременных событий [4], мы получим «конструкцию», отображающую пространственно-временную структуру н. с. о. Эта инвариантная, не зависящая от градуировок структура позволяет определить соответствующую ей связность — мы подчеркиваем, что именно определить (обнаружить) связность. Иначе говоря, геометрические свойства пространства оказываются тесно связанными с физическими полями, а не задаются априори.

В этом состоит одна из глубочайших идей, высказанных еще Лобачевским и Риманом, реализации которой Эйнштейн посвятил большую часть жизни.

Связность в такой, как впрочем и в любой, н. с. о., согласно (93), запишется

$$^{*}\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda} = h^{\mu}(\alpha) \frac{\partial h_{\lambda}(\alpha)}{\partial x^{\sigma}} + Q^{\mu}_{\sigma,\lambda} \cdot .$$

Она состоит из двух слагаемых существенно различной природы. Первое слагаемое не является тензором ни относительно группы (A), ни относительно (B), оно, собственно, и представляет объект связности, компенсирующий произвольный выбор градуировки. Второе слагаемое,

---

[4] Если это окажется невозможным в конечной области, можно ограничиться малыми областями, установив между ними связь.

наоборот, представляет собой тензор относительно обеих групп преобразований (A) и (B), который и характеризует пространственно-временную структуру н. с. о. В этом слагаемом содержатся все физические сведения о воздействии гравитационного поля на базис, а также сведения о мгновенном распределении скоростей и ориентаций тел базиса.

Тензор $Q_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu}$ может быть явно определен только в том случае, если мы заранее знаем, во-первых, как действует силовое поле на базис, и, во-вторых, как распределены скорости и ориентации тел базиса в некоторый (начальный) момент времени. Если бы силовое поле было, например, электромагнитным, а тела базиса заряженными, то можно было легко отыскать те компоненты $Q_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu}$, которые описывают силовое воздействие, они выражались бы, очевидно, через тензор напряженности электромагнитного поля.

В случае гравитации мы заранее не знаем ни как действует поле на тела базиса, ни что следует принять за напряженность гравитационного поля. Здесь требуется определенная гипотеза и мы, вместе с Эйнштейном, предположим, что свойства пространства — времени, при наличии гравитационного поля, таковы, что могут быть отображены только римановым многообразием.

Тогда связность н. с. о. должна быть римановой; сравнивая выражения (93) и (94), находим:

$$Q_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu} = \Delta_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu}, \tag{97}$$

т. е. гравитационное поле, согласно гипотезе, должно описываться коэффициентами вращения Риччи.

Равенство (97) представляется нам очень важным, в нем заключается, как увидим, разъяснение ряда вопросов, остающихся без ответа в метрической формулировке о. т. о. Это равенство является общековариантным, ибо справа и слева стоят тензоры относительно группы (A), однако $\Delta_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu}$ не тензор относительно группы (B); как помнит читатель, $\Delta_{\sigma,\lambda\cdot}^{\mu}$ является объектом связности в неголономной ортогональной системе координат. Поэтому равенство (97) имеет место только в определенной B-градуировке, иначе говоря, гравитационное поле мы будем описывать распределением относительной ориентации тетрад.

Таким образом, возникает следующая картина: тетрады изображают собой локальные лоренцовы системы (физические реперы), свободно падающие в гравитационном поле. Изменяющаяся от точки к точке их ориентация описывает воздействие гравитационного поля на тела базиса. Ввиду принципа эквивалентности, изменение ориентации тетрад не будет зависеть от массы стандартных тел и, следовательно, коэффициенты вращения Риччи (описывающие изменение ориентации) мы должны принять в качестве компонент напряженности гравитационного поля.

Другую величину — объект неголономности

$$C_{\mu\nu}(\alpha) = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial h_\nu(\alpha)}{\partial x^\mu} - \frac{\partial h_\mu(\alpha)}{\partial x^\nu}\right\},$$

представляющий четырехмерный вихрь от тетрадных векторов и являющийся также тензором относительно группы (A), следует принять в качестве индукции гравитационного поля, а тетрадные векторы $\mathfrak{h}(\alpha)$ следует рассматривать как потенциалы гравитационного поля.

Ниже мы увидим, что $\Delta_\sigma(\alpha\beta)$ и $C_{\mu\nu}(\alpha)$ во все соотношения входят так же, как напряженность и индукция поля в электродинамике, поэтому использование электродинамической терминологии весьма удобно.

Мы знаем, что компоненты напряженности и индукции должны удовлетворять соотношениям

$$\Delta(\beta, \alpha\beta) = 2C(\alpha\beta, \beta),$$

вытекающим из условий калибровки (80); если это учесть, то выражение (96) для скалярной кривизны сильно упрощается и принимает вид:

$$R = \Delta(\varepsilon, \alpha\beta)\, C(\alpha\beta, \varepsilon), \tag{98}$$

напоминающий соответствующее выражение из электродинамики. Мы принимаем R в виде (98) в качестве лагранжиана гравитационного поля, он является скаляром относительно обеих групп преобразований (A) и (B), содержит производные только первого порядка, т. е. удовлетворяет всем обычным требованиям.

Интеграл действия, в соответствии с (32), запишется:

$$I = \frac{1}{ic}\int \Lambda\{L_g + L_m\}\, d\Omega, \tag{99}$$

где L_g теперь запишется так:

$$L_g = \frac{c^4}{8\pi\varkappa} R = \frac{c^4}{8\pi\varkappa} \Delta(\varepsilon, \alpha\beta)\, C(\alpha\beta, \varepsilon). \tag{100}$$

Далее, варьирование по потенциалам $h_\mu(\alpha)$ осуществляется так же, как в электродинамике. Мы получаем:

$$\frac{1}{\Lambda} \frac{\delta \Lambda L_m}{\delta h_\mu(\alpha)} = T^\mu(\alpha) \tag{101}$$

—тензор энергии-импульса источников гравитационного поля,

$$\frac{1}{\Lambda} \frac{\partial \Lambda L_g}{\partial h_\mu(\alpha)} = t(\alpha)^\mu = -\frac{c^4}{4\pi\varkappa} \Big\{ 2\Delta(\beta, \varepsilon\tau)\, C(\varepsilon\alpha, \beta) - \\ - \frac{1}{2} \delta(\alpha\tau) R \Big\} h^\mu(\tau) \tag{102}$$

—тензор энергии-импульса гравитационного поля и

$$\frac{1}{\Lambda} \frac{\partial \Lambda L_g}{\partial h_\mu(\alpha)_{,\sigma}} = -\frac{c^4}{4\pi\varkappa} \Delta(\alpha)^{\mu\sigma}_{\cdot\cdot};$$

$$h_\mu(\alpha)_{,\sigma} \equiv \frac{\partial h_\mu(\alpha)}{\partial x^\sigma}. \tag{103}$$

Тогда уравнения гравитационного поля запишутся:

$$\nabla_\sigma \{\Delta(\alpha)^{\mu\sigma}_{\cdot\cdot}\} = -\frac{4\pi\varkappa}{c^4} \Theta(\alpha)^\mu_\cdot, \tag{104}$$

где

$$\Theta(\alpha)^\mu_\cdot = T(\alpha)^\mu_\cdot + t(\alpha)^\mu_\cdot \tag{105}$$

представляет собой тензор полной энергии и импульса источников и гравитационного поля. Из уравнений поля (104) следует закон сохранения

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \{\nabla \Theta(\alpha)^\mu_\cdot\} = 0. \tag{106}$$

Разберемся теперь в этих результатах. Прежде всего, уравнения гравитационного поля (104) весьма напоминают уравнения Максвелла, которые в тетрадной форме имеют вид:

$$\nabla_\sigma \{F(\alpha)^\sigma_\cdot\} = \frac{4\pi}{c} j(\alpha). \tag{107}$$

Далее, в тензор источников входит, согласно (105), тензор энергии-импульса гравитационного поля, это показывает, что гравитационное поле само по себе является источником, т. е. действует само на себя. Этого нет, как известно, в электродинамике. Закон сохранения (106) снова напоминает, по своему происхождению, закон сохранения электричества

$$\nabla_\sigma j^\sigma = 0, \qquad (108)$$

который является следствием уравнений поля (107).

Конечно, уравнения поля (104) можно представить в канонической эйнштейновской форме

$$R(\alpha)^{\mu}_{\cdot} - \frac{1}{2} h^{\mu}(\alpha) R = \frac{4\pi\varkappa}{c^4} T(\alpha)^{\mu} \qquad (109)$$

со всеми вытекающими следствиями, но тогда аналогия с электродинамикой и, следовательно, наглядность теряются.

Так как интеграл действия (99) является инвариантом относительно групп (A) и (B), то, воспользовавшись теоремами Э. Нетер, мы получим, очевидно, тензоры энергии-импульса и момента количества движения гравитационного поля и их законы сохранения.

Так, например, инвариантность (99) относительно бесконечно малых преобразований группы (A), т. е. относительно бесконечно малых локальных переносов начал отсчета координат, приводит к закону сохранения

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \{\Lambda t(\alpha)^{\mu}_{\cdot}\} = 0; \qquad (110)$$

мы положили для простоты $T^{\mu}_{(\alpha)} = 0$; $t(\alpha)^{\mu}_{\cdot}$ совпадает с выражением (102), что и оправдывает смысл $t(\alpha)^{\mu}_{\cdot}$ как тензора энергии-импульса гравитационного поля. Его «конструкция» также в точности соответствует аналогичному тензору из электродинамики.

Подвергая теперь (99) бесконечно малым преобразованиям группы (B), т. е. бесконечно малым локальным вращениям, получим тензор плотности момента количества движения и закон его сохранения

$$S(\alpha\beta)^{\sigma}_{\cdot} = \frac{c^4}{2\pi\varkappa} C(\alpha\beta)^{\sigma}_{\cdot}; \quad \frac{\partial}{\partial x^{\sigma}}\{\Lambda S(\alpha\beta)^{\sigma}_{\cdot}\} = 0. \qquad (111)$$

Интегрируя законы сохранения (106) и (111) обычным образом, получим сохраняющиеся величины

$$P(\alpha) = \frac{i}{c}\int \Lambda\Theta(\alpha)^{\sigma} dV_{\sigma} \qquad (112)$$

—четырехвектор энергии-импульса системы,

$$S(\alpha\beta) = \frac{i}{c}\int \Lambda S(\alpha\beta)^{\sigma}_{\cdot} dV_{\sigma} \qquad (113)$$

— тензор моментов системы. Эти интегралы не зависят от выбора координатной сетки, так как подынтегральные выражения являются скалярами относительно группы (A). Кроме того, $P(\alpha)$ и $S(\alpha\beta)$ являются, соответственно, вектором и антисимметричным тензором относительно линейных ортогональных преобразований, что находится в согласии с их физическим смыслом.

В качестве примера приведем результаты решения задачи Шварцшильда в тетрадах, т. е. найдем потенциалы $h_{\mu}(\alpha)$ в случае центрально симметричного статического гравитационного поля, порождаемого точечной частицей. В этом случае в уравнениях поля (104) следует положить $T(\alpha)^{\mu}_{\cdot} = 0$, тогда получим

$$\nabla_{\sigma}\{\Delta(\alpha)^{\mu\sigma}_{\cdot\cdot}\} = -\frac{4\pi\varkappa}{c^4} t(\alpha)^{\mu}. \qquad (114)$$

Компоненты потенциалов $h_{\mu}(\alpha)$, удовлетворяющие условиям калибровки (80) и уравнениям (114), запишутся

$$h_k(s) = A\delta_{ks} + \frac{3r_0}{2fr} n_k n_s - C\varepsilon_{ksm} n_m;$$

$$h_4(4) = f;\ n_k = \frac{x_k}{r};\ k, s, m = 1, 2, 3; \qquad (115)$$

$$r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2,$$

где

$$A = \frac{1}{f}\left(1 - \frac{3r_0}{2r}\right);\ C = \frac{1}{f}\left\{\frac{r_0}{r}\left(1 - \frac{9r_0}{4r}\right)\right\}^{1/2};$$

$$f = \left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^{1/2};\ r_0 = \frac{\varkappa m}{c^2}; \qquad (116)$$

ε_{ksm} полностью антисимметрично $\varepsilon_{123} = 1$. Пользуясь этими данными, можно вычислить интегральные величины (112) и (113), при этом получим

$$P(k) = 0,\ P(4) = imc,\ S(km) = 0;\ k, m = 1, 2, 3 \qquad (117)$$

и этот результат, как мы отмечали, не зависит от выбора координатной сетки.

Образуя метрический тензор $g_{\mu\nu} = h_{\mu}(\alpha) h_{\nu}(\alpha)$ из компонент (115), получим, разумеется, результат Шварцшильда, какова бы ни была калибровка тетрад, так как $g_{\mu\nu}$ ведет себя как скаляр относительно группы (B). Точно так же и вся метрическая формулировка о. т. о. является скалярной относительно группы (B).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предметом нашего рассмотрения были трудности о. т. о., связанные с так называемой «нелокализуемостью» энергии и момента гравитационного поля. При этом усилия были направлены прежде всего на уяснение смысла таких понятий, как система отсчета и произвольные системы координат, используемые в о. т. о. Для этого пришлось обратиться к исходным положениям геометрии.

Мы установили, что координатная сетка —это геометрическое отображение нумерации мгновенных положений в физическом пространстве — времени. Что касается физического смысла произвольных координат и их преобразований (группа A), то его просто не оказалось.

Именно поэтому любая физическая геория должна допускать общековариантную формулировку, а все физические величины — отображаться общековариантными тензорами. Следовательно, «нелокализуемость» гравитационного поля есть не проявление особых свойств его, а самая настоящая трудность о. т. о.!

В своей творческой автобиографии [17] Эйнштейн пишет, что ему было... «не так легко освободиться от представления, что координаты имеют прямой метрический смысл». По-видимому, так же трудно освободиться и от представления, будто преобразования координат могут иметь какой-либо физический смысл. Пройдет еще немало времени, прежде чем перестанут отождествлять системы отсчета и системы координат.

Координатную сетку мы дополнили системой тетрад, которые устанавливают локальные начала отсчета углов Эйлера и относительных скоростей (B-градуировка). Этой градуировке всегда можно придать физический смысл, она всегда может быть реализована подходящим набором движущихся стандартных тел и часов, т. е. физических реперов.

В связи с этим мы выяснили, что преобразования Лоренца есть не что иное, как изменение B-градуировки и, следовательно, относятся они прежде всего к тетрадам, а не к координатам. Только в связи с преобразованием тетрад, при определенных условиях, «координатные» преобразования Лоренца получают известный физический смысл.

Далее, мы произвели обобщение и. с. о. на тот случай, когда тела базиса движутся инерциально, но с различными скоростями, распределенными по некоторому закону (квази-и. с. о.). Любопытным фактом здесь является наличие кривизны трехмерного пространства, которое представляет собой гиперповерхность одновременности, ортогональную к мировым линиям тел базиса. Этот случай показывает, что кривизна не обязательно связана с наличием силового поля, в данном случае она отображает тот абсолютный факт, что тела базиса движутся с различными относительными скоростями. На то, что квази-и. с. о.— система инерциальная, указывают прямые мировые линии тел базиса.

Если же на базис действуют силы, мировые линии искривляются и мы получаем отображение н. с. о. Таким образом, н. с. о. в отображении отличается от квази-и. с. о., прежде всего, кривизной мировых линий.

В последних параграфах мы рассмотрели тетрадную формулировку теории тяготения, в основе которой лежит равенство (97), выражающее гипотезу о том, что действие гравитационного поля на тела описывается коэффициентами вращения Риччи.

Это равенство ковариантно только относительно группы (A), но не (B). Мы не можем теперь пользоваться преобразованиями (кроме линейных) группы (B) без того, чтобы не ввести новое поле, поэтому кроме уравнений гравитационного поля, все остальные результаты нековариантны относительно группы (B).

С ортодоксальной точки зрения казалось бы это можно рассматривать не как трудность, а как проявление принципа локальной эквивалентности с гораздо большим правом, чем это было в метрической формулировке, так как теперь $\Delta_\sigma(\alpha\beta)$ — общековариантный тензор. Однако такой возможности здесь также нет, ибо мы знаем теперь, что группы (A) и (B) не могут описывать переход к какой-либо н. с. о.

Как же быть в этом случае с принципом локальной эквивалентности? В метрической формулировке о. т. о. его связывают с тем, что преобразованием координат в заданной точке всегда можно обратить в нуль объект связности $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ и ввести лоренцову систему, ликвидировав в этой точке гравитационное поле вместе с его энергией-импульсом и моментом.

Прежде всего, следует заметить, что принцип эквивалентности — это силовой принцип и сказывается он непосредственно на законе движения пробного тела, т. е. на уравнении геодезической, и выражает локальное равенство сил инерции и гравитации. В такой формулировке этот принцип может быть распространен на любые поля — всегда можно достичь равенства сил инерции и любых других сил.

В случае гравитации, ввиду равенства инертной и гравитационной масс, равенство сил инерции и гравитации сводится к численному равенству соответствующих полей, маскируя, тем самым, чисто силовой характер принципа эквивалентности.

Переход от одной н. с. о. к другой описывается, как мы установили, деформацией связности, т. е. добавлением к связности исходной н. с. о. некоторого тензора третьего ранга — тензора аффинной деформации. Принцип эквивалентности тогда будет выражаться так: всегда можно найти такую н. с. о., связность которой будет компенсировать в уравнении движения члены, описывающие действие сил на пробное тело так, что относительно этой н. с. о. движение тела будет инерциальным.

Такой компенсации можно достичь не только в точке, а сразу в конечной области. На опыте это соответствует, например, принципиальной возможности окружить Землю множеством кораблей-спутников, тогда будет осуществлена невесомость сразу в большой области, ибо внутри каждого спутника силы тяготения будут компенсированы. Мы имеем в этом случае практическую реализацию базиса н. с. о., определенного в [9], стр. 275.

Итак, тетрадная формулировка о. т. о., хотя и ковариантна относительно произвольных преобразований координат, однако величины $\Delta_{\sigma}(\alpha\beta)$, $C_{\mu\nu}(\alpha)$, $t^{\mu}(\alpha)$, характеризующие гравитационное поле, нековариантны относительно группы (B). Поэтому, например, распределение энергии гравитационного поля зависит от выбора локальных начал отсчета как углов Эйлера, так и относительных скоростей, что так же нелепо, как и зависимость физических величин от выбора координатной сетки, т. е. от способа нумерации мировых точек!

Откуда же появляются нековариантные результаты в теории, одним из принципов которой является принцип общей ковариантности?

Как видно, причина трудностей лежит в равенстве (97), в котором величина $Q_{\sigma,\lambda}^{\mu}$, являющаяся тензором относительно обеих групп преобразований (A) и (B), приравнивается коэффициентам вращения Риччи $\Delta_{\sigma,\lambda}^{\mu}$, образующим тензор только относительно группы (A). Здесь лежит корень зла!

Ввиду важности этого обстоятельства остановимся на нем более подробно.

Мы можем составить себе определенное представление о свойствах силового поля, наблюдая за движением пробных тел, которые можно рассматривать как базис некоторой н. с. о. Попытаемся отобразить движение этого базиса на некоторое многообразие.

В нашем распоряжении имеются любые координатные сетки, отображающие нумерацию событий в физическом пространстве — времени, но мы можем строить мировые линии, отображающие историю движения пробных тел, вовсе не пользуясь криволинейными координатами.

Для этого необходимо задать начальные положения тетрад (для каждого пробного тела), тогда, зная первую, вторую и третью кривизны, можно шаг за шагом построить все мировые линии. При этом каждая локальная тетрада будет являться, очевидно, репером Френе, отображающим локальную лоренцову систему.

Конечно, значение кривизны мировой линии мы должны получить от наблюдателя, который, находясь в локальной системе отсчета, снабженной хронометром, соответствующим гироскопическим устройством и другими датчиками, может наблюдать отклонение его мировой линии от прямой.

В построенной, таким образом, инвариантной конгруэнции мировых линий и поле тетрад заключена вся информация о силовом поле. Более того, поле тетрад содержит также информацию о мгновенном распределении как скоростей пробных тел, так и нормалей к мировым линиям чисто пространственная часть тетрад).

Аналитически вся эта информация содержится как в тензоре $Q_{\sigma,\lambda}^{\cdot\cdot\mu}$, так и в коэффициентах вращения Риччи, которые описывают относительную ориентацию тетрад и которые, в соответствии с гипотезой Эйнштейна, мы отождествили с компонентами напряженности гравитационного поля.

Мы видим, что коэффициенты Риччи и, следовательно, тензор кривизны содержат много лишних, не относящихся непосредственно к силовому полю сведений, поэтому как метрическая, так и тетрадная формулировки о. т. о. оказываются перегруженными излишней информацией.

Собственно силовое поле, которое должно отображаться тензором относительно обеих групп преобразований (A) и (B), очевидно, не определяет полностью коэффициентов Риччи, и этой неоднозначностью можно воспользоваться для того, чтобы исключить, при формулировке теории, отмеченные выше несущественные факторы.

Такое построение показывает, что физические свойства поля содержатся не в метрике, а в связности.

Метрические свойства пространства (его кривизна) определяются выбором системы отсчета. Читатель помнит, что трехмерное пространство квази-и. с. о. уже обладает кривизной, хотя там нет еще силового поля.

Наблюдатели, изучающие общерелятивистские эффекты, по необходимости находятся на Земле, которую можно рассматривать как одно из тел базиса н. с. о., неинерциальное движение которой обусловлено полем тяготения Солнца, следовательно, они вынуждены пользоваться искривленным трехмерным пространством, не говоря уже об искривленном четвертом измерении, задаваемом мировыми линиями.

Но если метрика есть вспомогательное средство, то почему же метрическая формулировка теории тяготения описывает тонкие общерелятивистские эффекты?

Это связано, очевидно, с тем, что, изучая эволюцию во времени пространственно-подобной гиперповерхности, мы можем проследить за эволюцией ортогональных к ней мировых линий, отображающих воздействие силового поля. При этом следует помнить, что, изучая свойства этой гиперповерхности, мы будем получать много лишней, не относящейся к силовому полю информации, которая содержится, как мы уже отмечали, в тензоре кривизны и в скалярной кривизне пространства, чрезвычайно усложняя аппарат теории. Отсюда возникают следующие вопросы: можно ли определить связность и кривизну пространства, обусловленную только силовым полем, используя мировые линии; можно ли вводить при этом, не локально, плоскую метрику; как будет выглядеть тогда описание основных эффектов? Но анализ всех этих вопросов выходит за рамки этой статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Я. Б. Зельдович.* УФН, 1962, 28, вып. 4, стр. 549.
2. Новейшие проблемы гравитации. Сборник статей под ред. Д. Д. Иваненко. М., ИЛ, 1961.
3. Гравитация и относительность. Сборник статей под ред. Х. Цзю и В. Гоффмана. М., Изд-во «Мир», 1965.
4. *А. Эйнштейн* и *Л. Инфельд.* Эволюция физики. Л., ОГИЗ, 1948, стр. 194.
5. Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии. Раздел третий. Киев, 1965.
6. *А. Эйнштейн.* Сущность теории относительности, гл. III. М., ИЛ, 1955.
7. *П. К. Рашевский.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Гостехиздат, 1953.
8. *Л. Инфельд.* УФН, IX, вып. 1, май, 166, 1956.
9. *В. А. Фок.* Теория пространства времени и тяготения. М., Гостехиздат, 1955.
10. *А. Эйнштейн.* Собрание научных трудов, т. 2. Изд-во «Наука», М., 1966, стр. 103.
11. *Л. Д. Ландау* и *Е. М. Лифшиц.* Теория поля. М., Физматгиз, 1962.
12. *Н. Мицкевич.* ЖЭТФ, 1959, 36, 1207.
13. *X. Mĕller.* Mat.-fys. skr. Danske vid. selskab., 1961, 1, N 10.
14. *А. Левашов, О. Иваницкая.* Acta phys. polon., 1963, 23, 647.
15. *В. Родичев.* Известия ВУЗ' ов, Физика, 1965, № 1,142.
16. *Б. Фролов.* Вестник МГУ, серия III, «Физика, астрономия», 1964, № 2, 56.
17. *А. Эйнштейн.* УФН, 1956, 9, вып. 1, май, 95.

М. Бернштейн

А. ЭЙНШТЕЙН О НАУЧНОМ ТВОРЧЕСТВЕ

Альберт Эйнштейн больше чем какой-либо из великих ученых нашего века, да, пожалуй и прошлых веков, уделял внимание и проявлял неизменный интерес к проблеме научного творчества, отдавая себе отчет в ее сложности, научном и практическом значении.

Его раздумья по многим коренным вопросам самой природы научного творчества и самых различных его аспектов нередко встречаются в его научных статьях, в характеристиках великих ученых прошлого (Ньютона, Кеплера, лорда Кельвина), равно как и современников (Макса Планка, Поля Ланжевена, Марии Кюри, Г. Лоренца, П. Эренфеста и других).

К характеристике научного творчества вообще и специфических качеств своего собственного научного мышления Эйнштейн многократно обращается в автобиографических материалах, в многочисленных беседах со своими биографами, в переписке с друзьями, в ответах на вопросы корреспондентов газет.

Об интересах Эйнштейна к психологии научного творчества свидетельствуют, в частности, его беседы с видными психологами: с известным представителем гештальтпсихологии М. Вертхаймером, с крупными швейцарскими психологами Ж. Пиаже и К. Юнгом, а также его письмо к французскому математику Ж. Адамару [1].

В письме Ж. Адамару он подчеркнул актуальность изучения научного творчества, равно как и ее трудность.

Общеизвестна личная скромность Эйнштейна, внутренне сопротивлявшегося всяким попыткам поднимать его на щит, всяким восхвалениям его особы. И только глубокое

---

[1] О последнем см.: Эйнштейновский сборник, 1967, стр. 28—44.

сознание общественной важности изучения жизнедеятельности и творческого вклада ученых для тех, кто еще только вступает на этот трудный и тернистый путь, заставляло его временами публично рассказать о самом себе.

Характерно в этом отношении предисловие к «Автобиографическим наброскам», написанным Эйнштейном в марте 1955 г., за месяц до болезни, и опубликованным осенью того же года в «Schweizarische Hochschulzeitung», к столетию Цюрихского политехнического института.

«Редакция этого праздничного издания,— писал Эйнштейн,— любезно предложила мне написать для него статью. Я не знал, как начать, и сначала пытался отмолчаться, но, поняв, что мне не выйти сухим из воды, я отказался от первоначальной тактики. Но, не чувствуя себя способным сказать нечто жизненно важное и объективное о Союзной политехнической школе, для меня остается единственный выход: сообщить нечто лично мною пережитое, поскольку это связано с политехникумом.

При этом необходимо было преодолеть некоторое внутреннее сопротивление, имеющее некоторое отношение к профессиональной психологии ученых точных наук. Хотя и они, как и другие члены этого рода, называющие себя homo sapiens, нисколько не свободны от тщеславия, им все же претит публиковать что-либо о себе. Образование такого ученого и его научные устремления ограничиваются областью объективного и отвлеченно воспринимаемыми вещами.

Я умышленно грешу против этой добродетели. Но грешу не без плана. И для объективно настроенного читателя может представить некоторый интерес то, что привело индивидуум на его путь и что вынудило его развиваться в определенном направлении»[2].

Но скромная самооценка Эйнштейна не должна заслонять перед нами того большого значения, которое имеют его многочисленные высказывания по различным аспектам научного творчества. Можно смело сказать, что в этих его высказываниях он проливал свет на самые коренные общефилософские, социологические, психологические и педагогические аспекты научного творчества.

---

[2] Цит. по: C. S e e l i g. Helle Zeit — dunkle Zeit, Europa Verlag, 1956, S. 165.

Одним из таких коренных вопросов является вопрос о *критериях* оценки характера и степени творческого склада того или другого ученого. Этот вопрос имеет не только большое принципиальное и методологическое значение для объективного изучения научного творчества, но и сугубо практическое значение для диагностики творческих способностей и прогнозирования творческих возможностей, для любых эффективных мероприятий по воспитанию и культивированию творческих способностей у подрастающих поколений, для отбора в научно-исследовательские институты и лаборатории наиболее обещающих кандидатов, для создания наиболее благоприятных условий для творческой работы ученых и т. д.

Вопрос об объективных критериях подлинного творчества неизбежно возникает перед каждым исследователем научного творчества. Этот вопрос неизменно возникал на всех без исключения симпозиумах по научному творчеству, которые регулярно созываются в США с 1949 года. На 4-й конференции по научному творчеству при университете штата Юта, состоявшейся в 1961 г., проблема критериев научного творчества подверглась специальному и всестороннему обсуждению.

Подводя итоги этого обсуждения, Хьюберт Брогден и Томас Шпрехер подчеркивают, что проблема критериев является наиболее настоятельной и неотложной. *Она является фундаментом для всех исследований творчества*. Однако несмотря на актуальность этой проблемы, она остается далеко не решенной.

Частными и частичными являются попытки выставить в качестве *единственного* критерия творчества такие его признаки, как оригинальность или новизна, выход за пределы установленных в науке парадигм, то, насколько творчество ученого реконструирует наше понимание универса. Были предложены и чисто внешние критерии научного творчества вроде *продуктивности* ученого, измеряемой количеством опубликованных им научных трудов, выбранных им патентов, его популярность среди своих коллег и др. Уже сам этот разнобой в трактовке критериев, равно как и анализ структуры научного творчества, свидетельствует о его сложности. Становится все более очевидным, что единичные критерии должны уступить место *множественным* критериям.

С этой точки зрения особый интерес представляют высказывания Эйнштейна, относящиеся к самой сути вопроса. В своей «Творческой автобиографии» он высказывает несколько общих положений о критериях, с которых можно критиковать физические теории.

Такими критериями он считает «внешнее оправдание» и «внутреннее совершенство». Первый критерий требует, чтобы теория не противоречила данным опыта, а второй — чтобы она была «логически простой и не произвольно выбранной».

Несколько ниже Эйнштейн дает более развернутое определение:

«Теория производит тем большее впечатление, чем проще ее предпосылки, чем разнообразнее предметы, которые она связывает, и чем шире область ее применения»[3].

Такой теорией Эйнштейн, как известно, считал классическую термодинамику, но в еще большей мере этим критериям отвечают созданные им самим специальная и общая теория относительности.

С точки зрения *механизма* творческого процесса центральное место в приведенной характеристике теории занимают слова «чем разнообразнее предметы, которые она связывает».

На эту специфику творческого мышления указывает сам Эйнштейн. «Что значит, в сущности, «думать»? Когда при восприятии ощущений, идущих от органов чувств, в воображении всплывают картины-воспоминания, то это еще не значит «думать». Когда эти картины становятся в ряд, каждый член которого пробуждает следующий, то и это еще не есть мышление. Но когда определенная картина встречается во многих таких рядах, то она в силу своего повторения начинает служить упорядочивающим элементом для таких рядов, благодаря тому, что *она связывает ряды, сами по себе лишенные связи*»[4].

В своем письме к М. Гроссману от 14 апреля 1902 г. Эйнштейн писал: «Познать единство комплекса явлений, которые непосредственному восприятию кажутся совершенно несвязанными (ganz getrente),— это прекрасное чувство».

---

[3] А. Эйнштейн. Физика и реальность. М., 1965, стр. 143.
[4] Там же, стр. 133.

Яркими примерами «связывания несвязуемого» являются его четырехмерная геометрия — унитарная структура пространства и времени, его формула $E = mc^2$, вскрывающая взаимозависимость энергии и массы, эквивалентность силы инерции силам тяжести (общая теория относительности).

В статье «Общий обзор научной работы А. Эйнштейна», написанной Льюисом Брогли для сборника, изданного Шилпом к семидесятилетию Эйнштейна, Брогли подчеркивает вторую характерную особенность и значение творчества Эйнштейна — ее всеохватывающий характер.

Указав, что Эйнштейн, как правило, писал краткие статьи, Брогли пишет: «Он излагал лишь несколько сравнительно всеохватывающих экспозиций...

Не было среди его статей ни одной, которая бы не содержала замечательных новых идей, которым суждено было революционизировать науку. Его глубокие и острые замечания пронизывали наиболее темные глубины разбираемой проблемы, открывая несколькими словами почти неограниченные перспективы.

Его статьи можно сравнить с ракетами, ярко вспыхнувшими в темной ночи, неожиданно бросавшими яркий свет над огромной неизведанной областью»[5].

При некоторой противоречивости его мировоззрения в вопросах гносеологии Эйнштейн стоял на прочных материалистических позициях, причем не стихийно, как многие видные естествоиспытатели, а сознательно и убежденно.

Теория познания занимала Эйнштейна почти на протяжении всей его научной деятельности. Он отдавал себе отчет о значении гносеологических проблем для ученого.

В своем «Ответе» на статьи, вошедшие в юбилейный сборник под редакцией Шилпа, Эйнштейн писал: «Теория познания вне связи с наукой — пустая схема. Наука без теории познания, насколько это вообще мыслимо,— примитивна и путана»[6].

На оба основных вопроса гносеологии Эйнштейн отвечал с материалистической последовательностью; он по-

---

[5] P. A. Schilpp (ed.) Albert Einstein: philosopher — scientist, N. Y., 1949, стр. 100.
[6] Ibid., стр. 684.

стоянно подчеркивал независимость существования объективной реальности от сознания воспринимающего его человека, равно как познаваемость мира.

Эту свою позицию Эйнштейн четко и категорически подчеркивал многократно. В статье «Влияние Максвелла на эволюцию идеи физической реальности» Эйнштейн писал: «Убеждение в существовании внешнего мира, независимом от воспринимающего субъекта, является основой всех естественных наук»[7].

В письме от 4 марта 1930 г. к своему другу Морису Соловину, члену знаменитой академической «Олимпии», одобрительно отзываясь, о книге Соловина, посвященной Демокриту, Эйнштейн, между прочим, писал: «Достойна восхищения твердая вера (Демокрита) в физическую причинность, независимую от воли homo sapiens'а. Насколько я знаю, лишь Спиноза столь радикален и последователен»[8].

К этому же вопросу Эйнштейн возвращается в письме от 10 апреля 1938 г. Касаясь написанной им совместно с Инфельдом книги «Эволюция физики», Эйнштейн замечает: «Мы вместе очень тщательно обработали сюжет, в частности, принимая во внимание эпистемологическую точку зрения. В то время, как во времена Маха господствовала вредная точка зрения догматического материализма, так в наше время господствуют в излишней мере субъективистская и позитивистская точка зрения. Постижение природы как объективной реальности объявляют устарелым предрассудком, превращая нужду теоретиков квант в добродетель»[9].

Один из авторов юбилейного сборника Ф. Нортсроп в статье «Эйнштейновское понимание науки» подчеркивает, что глубокая заинтересованность Эйнштейна в вопросах гносеологии была связана с тем, что он много занимался теоретическими основами физики и методом науки. «Его эпохальный вклад в теоретическую физику,— пишет Нортсроп,— в значительной степени обязан тому заботливому вниманию, которое он постоянно уделял эпистомологическому вопросу о соотношении познающего и познаваемого»[10].

---

[7] A. Einstein. The World as I see it, стр. 60.
[8] «Эйнштейновский сборник», 1967, М., изд-во «Наука», стр. 13.
[9] Ibid., стр. 15.
[10] Ф. Нортсроп. В сборнике Шилпа.

В своей лекции «О методе теоретической физики», прочитанной в Оксфорде в память Герберта Спенсера, Эйнштейн дал классическую формулировку этого соотношения: «Все познание реального мира исходит из опыта и завершается им»[11].

И он тут же ставит кардинальный вопрос, непосредственно относящийся не только к гносеологии, но и к психологии научного творчества:

«Если опыт является началом и концом всех наших знаний о действительности, то какова же роль разума в науке?»[12]

Над этим вопросом Эйнштейн лично много и упорно думал, брал его в самых различных аспектах. Его он касался в ряде своих теоретических статей. Этому вопросу он посвятил специальную статью «Общий язык науки». Много внимания он уделял этому вопросу в автобиографических материалах, в беседах с биографами и друзьями, в переписке, в ответах корреспондентам газет.

Постоянно указывая, что объективно данный внешний мир через органы чувств отражается в нашем мозгу, Эйнштейн одновременно подчеркивает, что это отражение носит не зеркальный, не пассивный, а активный, преобразующий характер, благодаря мышлению и воображению, свойствам, выработанным человеком в процессе его филогенетического развития. Особую, хотя, как мы увидим, не всеобъемлющую роль в развитии мышления и воображения, Эйнштейн отводил языку.

«Первая ступень к возникновению языка,— писал Эйнштейн,— это связывание акустических сигналов с ощущениями. Вероятней всего, что все социальные животные достигли этой примитивной стадии коммуникации. На более высокой стадии вводятся дальнейшие сигналы, устанавливающие связь с первичными. На этой стадии уже можно сообщить несколько более сложные серии впечатлений: можно сказать, что появился язык. Чтобы язык был понятным слушателю, должны существовать *правила*, относящиеся к *связям* между сигналами, и должно существовать устойчивое соответствие между знаками и впечатлениями. Дети схватывают эти правила *интуи-*

---

[11] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 62.
[12] Ibid.

интивно. Когда же люди осознают эти правила, возникает грамматика.

На ранних стадиях слова прямо корреспондируют впечатлениям. На более поздней стадии эта прямая связь теряется. Язык становится все более независимым от основы ощущений. Только на стадии, когда начинают более часто пользоваться абстрактными понятиями, язык становится инструментом мышления».

И тут же Эйнштейн делает одно замечание о соотношении языка и мышления, неоднократно повторенное им в других случаях, связанное с его убеждением о важной роли интуиции в научном творчестве [13].

«Что приводит к такой интимной связи между языком и мышлением? Разве нет мышления без пользования языком, а именно, в понятиях и комбинациях понятий, для которых на ум не должны прийти слова? Не приходилось ли каждому из нас биться над словами, хотя связь между «вещами» была уже ясна?»[14]

Но к этой стороне вопроса мы вернемся несколько позднее. Здесь же остановимся на том значении, которое Эйнштейн отводит мышлению в создании науки. Согласно Эйнштейну, мышление позволяет обозревать и упорядочить ту хаотическую информацию, которая непрестанно поступает в наше сознание через чувственные восприятия. Разум создает структуру научных знаний.

«Мышление,— писал Эйнштейн,— позволяет строить систему; содержание результатов опытов и связи между ними излагаются с помощью следствий, полученных из теории»[15]. Чем более ученый уходит в мир абстракций, тем меньше его привязанность к чувственным восприятиям, тем больше он «свободен» в выборе исходной аксиоматики, на которой он строит свою систему. Основным критерием в этой части Эйнштейн считал «внутреннее совершенство теории». В своей статье «Законы науки и законы этики» Эйнштейн даже утверждал, что «чистая логика всяких аксиом, в том числе и этических, произвольна»[16].

---

[13] Подробно об этом см. письмо к Адамару в «Эйнштейновском сборнике», 1967, стр. 28—44.
[14] A. Einstein. Out of my later years. N. Y., 1950, стр. 112.
[15] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 62.
[16] A. Einstein. Out of my later years, стр. 115.

Известно, в частности, как Эйнштейн с детских лет и до конца своей жизни восхищался логической стройностью и совершенством «Начал» Евклида.

«Геометрия Евклида — это чудо мысли, логическая система, выводы которой с такой точностью вытекают один из другого, что ни один из них не был подвергнут какому-либо сомнению. Это удивительнейшее произведение мысли дало человеческому разуму ту уверенность в себе, которая была необходима для его последующей деятельности. Тот не рожден для теоретических исследований, кто в молодости не восхищался этим творением»[17].

Но, восхищаясь этим «чудом мысли», Эйнштейн не преминул подчеркнуть, что аксиоматическая структура евклидовой геометрии имела эмпирическую основу, от которой не следует абстрагироваться. «Иначе,— говорил Эйнштейн об аксиоматике евклидовой геометрии, равно как и об аксиоматике теоретической физики, сходство между которыми полное,— последние остаются свободным творением человеческого ума, которое нельзя оправдать ни природой самого человеческого ума, ни тем более как-то априори».

«Чисто логическое мышление само по себе не может дать никаких знаний о мире фактов... Полученные чисто логическим путем положения ничего не говорят о действительности»[18].

Больше того. В статье «Влияние Максвелла на эволюцию идей физической реальности» Эйнштейн писал, что «Наши понятия о реальности не могут быть окончательными. Мы должны всегда быть готовы менять наши взгляды, т. е. аксиоматическую структуру физики, чтоб наиболее совершенным логическим путем отдать должное воспринимаемым фактам»[19].

Свою позицию в вопросе о соотношении эмпирического опыта и аксиоматической структуры физики Эйнштейн наглядно и четко изложил на склоне своих лет в своем письме к Соловину, от 7 мая 1952 г.

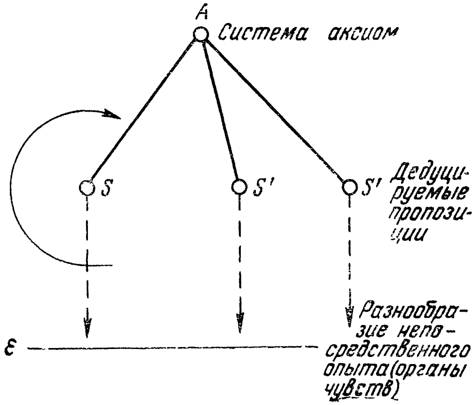
«Что касается вопроса эпистомологии, то Вы меня радикально не поняли. Я очевидно плохо выразился. Я вижу вещи следующим образом:

---

[17] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 62.
[18] Там же.
[19] A. Einstein. The World as I see it, стр. 60.

1. E (Erlebnisse) — непосредственный опыт нам дан.
2. A — аксиомы, из которых мы выводим разные следствия.

Психологически A покоятся на E, но не существует никакого логического пути, ведущего от E к A[20], а только интуитивная (психологическая) связь, которая может быть отменена.



3. Из A дедуцируются логическим путем единичные утверждения S, могущие претендовать на точность.

4. Эти утверждения (S) связываются с E (проверка экспериментом). Эта процедура при ближайшем рассмотрении относится одинаково к экстралогической (интуитивной) сфере, ибо связь между понятиями, представленными в S, и непосредственным опытом E не является по своей природе логической.

Но эта связь между S и E является (прагматически) гораздо менее сомнительной, чем связь между A и E. (Например, понятие «собака» и соответствующий непосредственный опыт.)

Если такое соответствие не может быть достигнуто с большой достоверностью (хотя бы оно не было логически охватывающим), то логический механизм не будет иметь никакой ценности для «познания реальности» (например, теология).

---

[20] К. Зелиг приводит более развернутое изложение этого же положения, высказанное Эйнштейном: «Ошибочно думать, что чистым рядоположением наблюдений можно образовать понятие» (C. Seelig. Helle Zeit — dunkle Zeit, стр. 73).

Квинтэссенция всего этого — это вечная проблематическая связь между миром идей и тем, что может быть непосредственно испытано (непосредственные ощущения)»[21].

Эти высказывания Эйнштейна интересны во многих отношениях. Они еще раз подтверждают его убеждение о первичности объективной реальности, данной нам в непосредственном опыте.

Аксиоматическая система науки, представляя собой наивысшую ступень абстракции, «свободна» от непосредственного опыта (не существует никакого логического пути, ведущего от E к A). В этом и только в этом смысле можно говорить о произвольности выбора ученым своей логической системы.

Однако дедуцируемые из A утверждения (S) хотя бы интуитивным путем должны быть согласованы с E (проверяться опытом). Аксиоматическая система должна быть приведена в соответствие с реальной действительностью. Для этого, как мы видели выше, Эйнштейн готов при необходимости вносить изменения в эту систему.

Примером системы аксиом, не соответствующей реальности, Эйнштейн считает теологию, подчеркивая, что такая логическая система не имеет никакой ценности для познания действительности.

Это письмо Эйнштейна представляет, наконец, интерес и в том отношении, что и здесь, как во многих других случаях, подчеркивает роль и значение экстралогического (интуитивного) познания.

О значении экстралогического для научного творчества Эйнштейн писал со свойственным ему остроумием в письме к Соловину от 28 мая 1953 г.

«Если совсем не грешить против разума, нельзя ни к чему прийти, или еще лучше, нельзя построить дом или мост, не пользуясь лесами, которые, право же, не являются частью сооружения».

Наряду со строго логическим мышлением Эйнштейн отводил большое место научному в о о б р а ж е н и ю.

«Теоретику,— писал он,— следует разрешить фантазировать, ибо никакого другого пути для достижения цели не дано. Это отнюдь не бесплановое фантазирование, а поиски логических наипростейших возможностей и их последствий.

---

[21] A E i n s t e i n. Briefe an Morice Solovine, стр. 120.

Полное предчувствий (ahnungsvolle) искание в темноте, длящееся годами, с характерным для него напряженным ожиданием, сменой уверенности и изнеможения, ведущее в конце концов к прорыву, к ясности, знакомо лишь тому, кто сам это пережил»[22].

Муки творчества были ведомы Эйнштейну с первых до последних лет его сознательной жизни.

Работа над специальной теорией относительности отняла у него 7 лет, а над общей теорией относительности дополнительно 10 лет. Все эти годы были отмечены глубочайшими переживаниями, были насыщены, по его собственному выражению, «драмами идей». То он думал, что «наконец ухватился за краешек истины, то снова, все перечеркнув, начинал сначала».

«Вскоре после 1900 г.,— писал Эйнштейн в «Творческой автобиографии»,—т. е. вскоре после основополагающей работы Планка, мне стало ясно, что ни механика, ни термодинамика не могут претендовать на полную ясность (за исключением предельных случаев). Постепенно я стал отчаиваться в возможности докопаться до истинных законов путем конструктивных обобщений известных фактов. Чем больше и отчаяннее я старался, тем больше я приходил к заключению, что только открытие общего формального принципа может привести нас к надежным результатам... Такой принцип я получил после десяти лет размышлений из парадокса, на который я натолкнулся уже в 16 лет.

Парадокс заключался в следующем. Если бы я стал двигаться за лучом света со скоростью *c* (скорость света в пустоте), то я должен был воспринимать такой луч света как покоящееся переменное в пространстве электромагнитное поле. Но ничего подобного не существует; это видно как на основании опыта, так и из уравнений Максвелла. Интуитивно мне казалось ясным с самого начала, что с точки зрения такого наблюдателя все должно совершаться по тем же законам, как и для наблюдателя, неподвижного относительно Земли...

Можно видеть, что в этом парадоксе уже содержится зародыш частной теории относительности. Сейчас, конечно, всякий знает, что все попытки удовлетворительно разъяснить этот парадокс были обречены на неудачу до тех

[22] А. Эйнштейн. Пространство, эфир и проблема поля.

пор, пока аксиома об абсолютном характере времени и одновременности оставалась укоренившейся, хотя и не осознанной в нашем мышлении. Установить наличие этой аксиомы и признать ее произвольность, в сущности, уже означает решить проблему»[23].

Здесь мы имеем яркий и конкретный пример революции в науке.

Сущность последней и причины, ее порождающие, убедительно раскрыл Томас Кун в книге «Структура научных революций»[24].

Каждая устоявшаяся, по терминологии Куна, «зрелая» наука имеет свои парадигмы, свои законы: она твердо придерживается основополагающих научных концепций, определяющих ее предмет, ее проблемы, методологию и методы исследования, она разрабатывает свой научный аппарат и инструментарий, свои правила и процедуры.

В нормальное время такая наука занята расширением изучаемых ею фактов, явлений и процессов, совершенствованием своих методов и научного аппарата, углублением теоретического осмысливания изучаемой ею области объективного мира.

Это, по терминологии Куна, составляет «нормальную науку». Но именно благодаря такому накоплению научных знаний, совершенствованию методики и инструментария каждая наука на каком-то этапе своего развития сталкивается с фактами, явлениями или процессами, которые не укладываются в установленные ею парадигмы, не могут быть ими научно объяснены. Возникают научные аномалии (по терминологии Эйнштейна, «парадоксы»).

История любой науки дает много примеров того, как такого рода аномалии сначала просто не замечаются, игнорируются или замалчиваются. Когда же дальнейшее замалчивание делается невозможным, лучшие умы данной науки набрасываются на исследование этих аномалий, пытаясь различными предположениями, сделанными ad hoc, включить их в укоренившиеся парадигмы. Однако для подлинных ученых-революционеров такие нарочитые попытки втиснуть аномалии в господствующие парадигмы являются принципиально неприемлемыми. Последние

---

[23] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 150—151.
[24] T. Kuhn. The Structure of Scientific Revolutions, International Encyclopedia of Unified Science, vol. II, N 2, 1962.

становятся своеобразным прокрустовым ложем для полета их научной мысли, и они взрывают сами эти парадигмы. Они производят радикальный пересмотр основополагающих концепций, формулируют новые теоретические положения, поднимающие науку на новую более высокую принципиальную высоту. Короче говоря, они совершают революцию в науке. Именно таким революционером в науке был Эйнштейн. «В каждом исследовании,— пишет Бройли,— Эйнштейн всегда был способен — и это признак его гениальности — овладеть всеми стоящими перед ним вопросами и увидеть их как-то в новом аспекте, ускользавшем от его предшественников.

Каждое такое новое видение показывает нам оригинальность его ума, умеющего с одного взгляда уловить в запутанном лабиринте сложных вопросов новую и простую идею, которая позволяла ему извлечь их истинное значение и неожиданно вносить ясность и свет туда, где господствовала темнота»[25].

Вносить в науку подлинно новое давалось Эйнштейну с огромным трудом, в борьбе со старыми, отжившими концепциями, крепко державшими в плену ученых, успех и достижения которых базировались на этих концепциях.

Раньше чем созидать это новое, вернее, для того, чтобы иметь возможность созидать это новое, Эйнштейну приходилось многое разрушать. Ибо, по образному выражению известного французского поэта Валери, в каждом акте творчества «много огня, но и немало пепла...». А разрушать ему приходилось не только то, что было создано крупными умами прошлого или его современниками, но нередко перечеркивать все, что делал он сам, и «начинать сначала». Своим ассистентам в Принстоне Эйнштейн говорил: «Для нашей работы необходимы неустанное выжидание и готовность выбросить за борт то, на что потрачено много времени и труда»[26].

Нетрудно себе представить, с какими огромными душевными переживаниями была связана эта титаническая работа.

---

[25] P. A. Schilpp. Ibid., стр. 110.
[26] C. Seelig. A. Einstein, стр. 417.

Об этом поведал он сам, об этом же свидетельствуют близко знавшие его люди. В одной из своих бесед с Эйнштейном будущий его биограф А. Мошковский спросил о его душевном состоянии во время работы над теорией относительности.

«В самое первое время,— ответил Эйнштейн,— когда во мне складывалась специальная теория относительности, я наблюдал у себя разные нервные явления. По целым дням я был как в угаре. Это было неизбежно в моем положении в ту пору ранней молодости. Но потом все это изменилось, и Вы можете не волноваться по поводу моего спокойствия»[27].

В трогательном жизнеописании Эйнштейна, написанном любимой его сестрой Майей, повествуется об этом периоде:

«В 1905 году он предложил «Annalen der Physik» статью о специальной теории относительности (речь идет о статье «Elektrodynamik bewegten Körper».— *М. Б.*) и очень боялся, что издатель Амброзиус Барт может ее отклонить. Но через некоторое время последний ему сообщил, что он напечатает статью. Велика же была радость в маленьком доме! Молодой ученый мечтал, что его статья, опубликованная в солидном, широко распространенном научном журнале, будет замечена. Возможно, он ожидал резких возражений и строгой критики, но был разочарован: царило полное молчание. В ближайших номерах журналов его публикации не было посвящено ни слова. Специалисты выжидающе воздерживались. Через некоторое время после появления статьи Эйнштейн получил письмо из Берлина. Оно пришло от известного профессора Планка, который просил разъяснить ему некоторые неясные места.

После долгого ожидания это был первый знак того, что его статья была кем-то прочитана. Радость молодого ученого была тем большей, что его труд был замечен одним из величайших физиков современности. Впоследствии между обоими физиками завязалась оживленная научная переписка, перешедшая после личного знакомства в крепкую дружбу, несмотря на различие в возрасте и мировоззрении»[28].

Только к 1908—1909 гг., пишет Инфельд, многие

---

[27] А. Мошковский. Альберт Эйнштейн. М., 1922, стр. 18.
[28] M. Winteler-Einstein. Der Lebensgang...

ученые начали наконец признавать значение результатов, достигнутых Эйнштейном. Сам Эйнштейн по этому поводу заметил: «Научные мельницы наиболее медлительно мелют зерно...»[29].

Кто-то заметил, что основной побудительной силой мышления Эйнштейна было страстное желание побороть «тиранию неизвестного».

Пожалуй, будет также верно, что он столь же страстно боролся с тиранией «очевидного», боролся против того, что казалось уже познанным, когда на деле оно еще далеко не было познано.

Характерно в связи с этим отношение Эйнштейна к гипотезе Фицжеральда — Лоренца, пытавшихся объяснить «неожиданные» результаты опыта Майкельсона сжатием интерферометра, вызванным движением Земли относительно эфира.

Объяснения Фицжеральда — Лоренца, по убеждению Эйнштейна, были нарочитыми, сделанными ad hoc, такие предположения противоречили его второму критерию научной теории — «внутреннему совершенству». В отличие от большинства ученых, которые ревностно придерживаются господствующих в науке парадигм и очень неудобно чувствуют себя при возникновении каких-либо научных аномалий, Эйнштейн не только не боялся таких аномалий, но и сам создавал таковые.

Нильс Бор, говоря в 1961 г. о своей долголетней дискуссии с Эйнштейном, между прочим подчеркнул:

«В каждом новом шаге физики, который, казалось бы, однозначно следовал из предыдущего, он (Эйнштейн) отыскивал противоречия, и противоречия эти становились импульсом, толкавшим физику вперед. На каждом новом этапе Эйнштейн бросал вызов науке и не будь этих вызовов, развитие квантовой физики надолго бы затянулось»[30].

О состоянии физической науки в начале нашего века, когда Эйнштейн создавал специальную теорию относительности, он писал: «Несмотря на то, что в отдельных областях она процветала, в принципиальных вещах господствовал догматический застой»[31].

---

[29] A. Vallentin. Le drame d'Albert Einstein. Paris, 1954, стр. 40.
[30] «Наука и жизнь», 1961, № 8, стр. 73.
[31] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 337. Ярким доказательством этого застоя является то, что представленная Эйнш-

И он всеми силами старался нарушить этот застой, взбудоражить науку. И чем больше при этом создавался «беспорядок», тем вольготнее он себя чувствовал.

О роли такого идейного «беспорядка» для творчества очень хорошо говорил Поль Валери: «Беспорядок — это условие плодотворности ума, ибо его плодотворность больше зависит от неожиданного, чем от ожиданного, зависит больше от того, чего мы не знаем и потому, что мы не знаем, чем от того, что мы знаем»[32].

«Эйнштейн же мыслил и действовал не так, как было «принято», «договорено», —пишет Е. Кляус,—а так, как подсказывало ему его чутье физической сущности. Он был парадоксален и смел. Решительно встав на совершенно новую точку зрения, он порвал с привычными представлениями о пространстве и времени и не оробел, получив странные, а то и вовсе, казалось бы, нелепые результаты»[33].

По поводу таких «безумных идей» Нильс Бор остроумно заметил: «Весь вопрос в том, достаточно ли идея безумна для того, чтобы оказаться истинной». Многие научные идеи Эйнштейна были именно такими «достаточно безумными».

Принципиальное значение для раскрытия психологической природы научного творчества имеют высказывания Эйнштейна о соотношении логического и экстралогического (интуитивного) в творческом процессе.

Эти высказывания имеют тем большую ценность, что они являются не продуктом абстрактного теоретизирования, а базируются в первую очередь на анализе его собственного научного творчества. Можно смело сказать, что над психологией мышления Эйнштейн, пожалуй, думал не меньше, чем над вопросами гносеологии.

«Физик,— говорил он,—не может продвигаться вперед, если в критические моменты, возникающие при решении наиболее трудных проблем, он не займется изучением самого мышления»[34].

тейном теория относительности в качестве докторской диссертации была отклонена ученым советом Цюрихского политехнического института.

[32] B. Guiselin. The Creative mand. N. Y., Mentor books, 1955, стр. 105.

[33] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 337.

[34] A. Vallentin. Ibid., p. 219.

В многочисленных высказываниях Эйнштейна по этому вопросу красной нитью проходит мысль о значительной роли, которую играет экстралогическое наряду и в связи с логическим, особенно при революционном решении научной проблемы. Открытие,— говорил он,— не является плодом логического мышления, даже если конечный результат привязан к логической форме.

В записях Эрнста Штрауса, его ассистента 1944—1945 гг. в Принстоне, мы находим весьма знаменательное в этом отношении высказывание Эйнштейна: «Когда долго работаешь над такой проблемой, начинаешь казаться самому себе тупицей. Лишь через известное время ничегонеделания начинаешь снова верить в свое разумение»[35].

Свою позицию по этому вопросу Эйнштейн четко и недвусмысленно сформулировал в 1929 г. в день пятидесятилетия при встрече с корреспондентами нью-йоркских газет.

Среди других вопросов, которые ему задавали последние, были два вопроса, непосредственно относящиеся к этой теме.

Вопрос. В каком соотношении находятся в Вашем творчестве:

а) произвольное и сознательное мышление,

б) непроизвольное, но все же сознательное, мышление,

в) бессознательное?

Ответ Эйнштейна. Поиски и даже суждения делаются чутьем. Но в большинстве случаев я могу апостериори осознать основания.

Последние безусловно необходимы для формулировки.

Вопрос. Что Вас побуждает к новым последовательным работам?

Ответ Э. Чаще всего всякая работа зависит от какой-нибудь конструктивной внезапной догадки (Einfall)[36].

Интуиция служила Эйнштейну не только в качестве стимула для новых поисков, но и при научных «суждениях».

В письме Соловину от 25 ноября 1948 г. Эйнштейн, рассказывая о совместных чтениях с больной сестрой Майей, между прочим писал: «Сегодня, например, читал любопытные аргументы Птоломея против мнения Аристарха,

---

[35] Ф. Гернек. А. Эйнштейн. М., Прогресс, 1966, стр. 51.
[36] C. Seelig. Helle Zeit—dunkle Zeit, стр. 72.

что Земля вращается и движется вокруг Солнца. Я не могу не думать о некоторых аргументах современных физиков: ученые и утонченные, но без инстинкта. Испытание аргументов в теоретических делах есть, по правде, дело интуиции»[37].

Известно, какое большое значение Эйнштейн придавал интуиции в его собственном научном творчестве.

Как мы видели выше, зарождение специальной теории относительности он относил к своим гимназическим годам, когда ему минуло всего 16 лет. Естественно, что его размышления над парадоксом о наблюдателе, мчащемся со скоростью света за световым лучом, носили чисто интуитивный характер, ибо он не был еще искушен в фундаментальных проблемах теоретической физики того времени.

Между тем, как он пишет, интуитивно ему все «казалось ясным с самого начала».

Как и другие до него, пишет его сестра Майя во введении к «Жизненному пути Альберта Эйнштейна», Эйнштейн говорил, что «зерно его теории было заложено в спонтанной интуитивной догадке. То, что он сам усматривал происхождение своих теорий в интуиции, объясняет и то, что многосторонние его исследования действуют на человечество, как открытия»[38].

Действительно, интуиция лежала не только в самом истоке его теорий, но неоднократно вновь и вновь проявлялась на различных стадиях его научного творчества.

Известный немецкий представитель гештальтпсихологии Макс Вертхаймер на основании многочисленных бесед с Эйнштейном в 1916 г. в Цюрихе сделал попытку раскрыть *решающие ступени*, по которым поднимался Эйнштейн при создании теории относительности.

«В течение этих длительных обсуждений,— пишет Вертхаймер,— я детально расспрашивал Эйнштейна о конкретных событиях, происходящих в его уме. Он их мне описывал не «вообще», а разбирал *генезис* каждой проблемы.

В трудах Эйнштейна изложены результаты. Они не рассказывают *историю* его мышления.

---

[37] Эйнштейновский сборник, 1967, стр. 20.
[38] M. *Winteler-Einstein*. Der Lebensgang, S. 4.

Вот как развертывалась эта «драма идей»[39].

Из-за ограниченности места нет возможности воспроизводить волнующую картину этой «драмы», которую дал Вертхаймер в «девяти актах». Мы ограничимся лишь сжатым изложением «событий».

Эти события имели свою «предысторию». Все началось с вышеуказанного «парадокса». Согласно Вертхаймеру, Эйнштейн затруднялся точно описать начало процесса, по его словам, он «находился в состоянии удивления». Первые вопросы, которые он перед собой ставил, были: Что случится, если погнаться за лучом света? Если его оседлать? Если гнаться за лучом, уменьшится ли его скорость? Если мчаться за лучом с большой скоростью, покажется ли, что луч совсем не движется? Будет ли тот же луч для другого наблюдателя иметь другую скорость? Неужели при известных условиях скорость света будет больше в одном направлении, чем в другом? Если так, то можно это использовать для изучения движения Земли.

Это его захватило и он стал придумывать различные мысленные эксперименты со светом, при которых можно доказать и даже измерить скорость движения Земли. Но уже на том этапе у Эйнштейна возникли смутные сомнения по поводу относительности скорости света.

На вопрос Вертхаймера, была ли уже в тот период у Эйнштейна хоть какая-либо идея о постоянстве скорости света, он ответил: «Нет. Это было лишь известное любопытство. Я лишь сомневался в том, может ли скорость света зависеть от движения наблюдателя. В дальнейшем это сомнение все усиливалось».

После этого началась серьезная работа. В уравнениях электромагнитного поля Максвелла скорость света принимается постоянной. Но если скорость света относительна, то уравнения Максвелла действительны только для избранной им системы, а для другой системы они не действительны.

Эйнштейн пытался даже изменить сами уравнения, но не мог им придать такой формы, чтобы снять возникшие трудности. Он хотел ответить на вопрос: что произойдет

---

[39] M. Wertheimer. Einstein: The Thinking that led to the Theory of relativity, в Productive thinking. N. Y., Harper, 1945. стр. 168—188.

с уравнениями Максвелла и с их соответствием фактам, если предположить, что скорость света зависит от движения его источника?

В нем все усиливалось убеждение в постоянстве скорости света. Поэтому и опыты Майкельсона, результаты которых противоречили фундаментальным представлениям физиков, не удивили Эйнштейна. Наоборот, результаты опытов Майкельсона были для него решающими в подтверждении его собственных убеждений. Естественно поэтому, что гипотеза Фицжеральда — Лоренца, как будто бы «снявшая» трудности, возникшие для господствующих в физике парадигм, показалась Эйнштейну нарочитой, сделанной ad hoc, но не вникающей в суть дела. Но и сам Эйнштейн в это время не мог еще достаточно ясно объяснить результаты Майкельсона, потому что и он трактовал время, пространство, измерения, движение, скорость света с позиции господствующих парадигм классической физики.

Здесь мышление Эйнштейна делает революционный поворот. А являются ли сами парадигмы традиционной физики столь бесспорными в свете противоречащих им результатов опыта Майкельсона?

Тут сразу нахлынули новые вопросы: как, собственно, измеряется скорость света в движущейся системе? Как следует измерять время при таких обстоятельствах? Что означает в такой системе одновременность событий?

В частности, что значит «одновременность», применяемая к событиям, происходящим в разных местах. Созревала мысль о том, что «Каждая система имеет свои специальные значения времени и пространства».

Такое толкование одновременности явилось одним из решающих «Einfall», или «инсайтов» (по терминологии гештальтпсихологии»), взорвавших парадигмы классической физики.

Радикально изменились основные понятия времени, пространства, движения и их измерения. О том, что новое толкование одновременности было продуктом инсайта, засвидетельствовал сам Эйнштейн: своему другу Ehrat'у он рассказывал, что «Осознание того, что два события, являющиеся для одного наблюдателя одновременными, могут для другого наблюдателя быть неодновременными, пришло к нему внезапно рано утром, как только он проснулся и чувствовал себя хорошо отдохнувшим»[40]. Но на этом дело не закончилось. Итак, система отсчета может меняться, ее можно выбрать произвольно. Но, по глубокому убеждению Эйнштейна, основные законы физики не могут и не должны зависеть от таких произвольных изменений.

«Реальность,— говорил он Вертхаймеру,— не может быть ни произвольной, ни субъективной, ее законы не могут зависеть от наблюдателя и его системы координат».

Осознание взаимозависимости измерения и движения недостаточно. Вопрос в том, как найти значения времени и пространства какого-либо события в одной системе, если измерено время и пространство в другой системе. Для этого, решил Эйнштейн, необходим какой-либо процесс, на который не действует переход от одной системы к другой.

И новый инсайт: *константой является скорость света!*

И сразу встали на свои места трансформации Лоренца и результаты Майкельсона. Переход от парадигм классической физики к парадигмам релятивистской физики был совершен.

В классической физике время рассматривалось как переменная, функционально независимая от движений в наблюдаемых ситуациях. В мышлении Эйнштейна значения времени тесно связаны с самими физическими событиями. В классической физике пространство также рассматривалось как независимое ни от времени, ни от физических событий. Согласно Эйнштейну, пространство не является простым и индифферентным вместилищем физических событий. Геометрия пространства была интегрирована с измерениями времени в четырехмерную унитарную систему с фактическими физическими событиями. В классической физике скорость света рассматривалась как одна среди других, хотя и самая большая. Скорость света не соотносилась с теми способами, какими измерялись время и пространство. В физике Эйнштейна скорость света тесно связана со значениями времени и пространства. Эта скорость стала фундаментальным фактором для физики в целом. Из частного факта среди многих скорость

---

40 C. Seelig. Albert Einstein, стр. 118.

света стала центральной для новой системы физических взглядов.

В одной из своих бесед с Эйнштейном Мошковский его спросил: Почему оба события (в мчащемся поезде) выражаются или сигнализируются как раз ударением молнии? Ведь если воспользоваться акустическими сигналами, то в основных условиях опыта ничто не изменится. Звуковые волны точно так же встретятся в середине пути, если соответствующие события происходят одновременно. Отчего же это зависит, что к относительности времени мы приходим исключительно оптическим путем, и что в дальнейшем решающую роль играет исключительно только световой луч?

На это Эйнштейн ответил:

«Дело в том, что свет есть единственное движение, происходящее совершенно независимо от своего носителя, от той среды, в которой оно осуществляется.

В наших рассуждениях мы исходим из предпосылки о постоянстве скорости движения, а так как такое постоянство свойственно одному лишь свету, то всякий другой метод при исследовании понятия одновременности должен быть отвергнут, как неправомерный»[41].

Надо отметить, что сохранилась оценка Эйнштейном изложенной работы Вертхаймера.

В качестве замечания к своему письму, адресованному Жаку Адамару, Эйнштейн писал: «Проф. Макс Вертхаймер пытался исследовать отличие между чистым ассоциированием или комбинированием воспроизводимых элементов и пониманием (Organisches Begriefen). Я не могу судить, насколько его психологический анализ улавливает существо дела»[42].

Но как одна из первых попыток раскрыть сам процесс мышления Эйнштейна при создании теории относительности работа Вертхаймера представляет несомненный интерес. Во-первых, потому, что эта работа содержит многие высказывания самого Эйнштейна о различных этапах его мышления, о трудностях, которые возникали на его пути, которые преодолевались различными «Einfall». Работа Вертхаймера ценна и тем, что многие из приведенных в ней высказываний Эйнштейна не получили

---

[41] А. Мошковский. Альберт Эйнштейн. М., 1922, стр. 170.
[42] «Эйнштейновский сборник», 1967, стр. 29.

отражения в собственных сочинениях последнего. Работа Вертхаймера наглядно и конкретно показывает, как тесно переплетались в мышлении Эйнштейна логическое и экстралогическое, как благодаря инсайтам он поднимался на все высшие ступени построения новой физики.

По образному выражению Вертхаймера, благодаря этим инсайтам Эйнштейн каждый раз поднимался с более и более ограниченного физического гештальта к более всеобъемлющему и вместе с тем и более элегантному гештальту.

Повествование Вертхаймера, как и многочисленные свидетельства самого Эйнштейна, убедительно показывают скачкообразный и дискретный характер научного творчества высшего порядка. Кто знает, возможно в конечном счете окажется, что творческая энергия, как и световая, распространяется волнообразно и своеобразными квантами...

Интерес Эйнштейна к психологии научного творчества получил свое проявление по крайней мере еще в двух аспектах, имеющих *принципиальное* значение.

Речь идет о его многолетнем интересе к проблеме *генезиса* наших понятий и о его высказываниях о личностных качествах, наиболее важных для ученого.

Из приведенных выше слов Вертхаймера мы уже знаем, что в процессе их многократных бесед Эйнштейн не жалел сил и времени для того, чтобы разобраться, как *зарождались* в нем самом те или другие идеи в годы разработки теории относительности.

О его интересе к этой проблеме свидетельствует также М. Соловин. Повествуя о совместных занятиях в Академии «Олимпия», посвященных философским, теоретическим и методологическим проблемам, Соловин между прочим пишет:

«При исследовании основополагающих понятий Эйнштейн предпочитал исходить из возникновения (происхождения) понятия. Для выяснения этого вопроса он пользовался своими наблюдениями над детьми»[43].

Имеется по этому вопросу и прямое высказывание самого Эйнштейна. В упомянутой выше его статье «Законы науки и законы этики», вслед за вышеприведенными его утверждениями о том, что «чистая логика всяких аксиом,

---

[43] A. *Einstein*. Briefe an Morice Solovine, стр. XX.

в том числе этических, произвольна», он тут же добавляет: «Но они ни в какой мере не произвольны с психологической и генетической точек зрения».

Смысл и значение этой заинтересованности Эйнштейна в генезисе понятий раскрыл женевский психолог Жан Пиаже в своей публичной лекции «Место психологии в системе наук»[44], прочитанной им на XVIII Международном конгрессе психологов в Москве.

«Никакая наука,— говорил Пиаже,— особенно хорошо развитая, не существует в одном только плане. На каком-то этапе становится для нее все более необходимым задуматься над своей природой, над своими основами...

Поучительно,— продолжал Пиаже,— что математики (и, как он показал дальше,—физики, химики и другие представители естественных наук.— *М. Б.*) легко достигают соглашения, когда речь идет о «верности» и точности той или другой операции или теоремы, но они часто расходятся в понимании самой природы «числа» или «структуры» и даже в толковании математической истины в целом.

Для решения этих последних проблем имеются лишь два пути: 1) анализ формальных условий и 2) изучение происхождения и развития этих основных понятий.

Первый путь — чисто логический и долгое время казалось, что он является достаточным. Но с появлением в 1930 г. памятных теорем Гёделя стало очевидным, что никакая теория не может имманентно присущими ей средствами доказать свою достаточность или обнаружить наличие внутренних противоречий. Для этого требуются все более «сильные» средства, что неизбежно ведет к непрерывной конструкции все более высокого сооружения.

Изучение процесса создания научных структур становится, таким образом, предметом истории и социологии. Но и та и другая не могут углубляться дальше, чем до доисторического человека. Здесь на помощь математикам приходит психология, изучающая психику в онтогенезе, т. е. психическое развитие ребенка.

Эти материалы психологов могут послужить математикам так же, как эмбриология послужила теории эволюции.

---

[44] См. Приложение к журн. «Народное образование» за ноябрь 1966 г., стр. 7—8. «XVIII конгресс психологов».

Действительно, изучение формирования у ребенка математических операций дает очень много. Оно показывает, что числа формируются ребенком отнюдь не так, как думали Бертран Рассел и Уайтхед, а своеобразным диалектическим синтезом включения и порядка. Оно также показывает, что знаменитые три «материнские структуры» группы «Бурбаки» — алгебраические, порядковые и топологические—не являются «искусственными». Они вполне естественны и встречаются у детей 7—8 лет и старше. Больше того, это изучение показывает, что психологическая конструкция пространственных структур соответствует современному теоретическому порядку (от топологии, к проективным и евклидовым структурам), а не историческому порядку их появления».

О том, что Эйнштейн полностью разделял точку зрения Пиаже на важность генетического изучения научных понятий, в том числе физических, свидетельствует дальнейшее повествование Пиаже о его встречах с автором теории относительности:

«Я имел счастье встречаться с Эйнштейном. Первый раз в 1928 г. на узком симпозиуме, проведенном в Швейцарии в горах, где участники виделись целыми днями и могли говорить о чем угодно».

Тогда же Эйнштейн по своей инициативе посоветовал Пиаже заняться исследованием восприятия и формообразования у ребенка понятия времени и скорости.

«Эйнштейн,— рассказывает Пиаже,— считал это необходимым прежде всего потому, что в физике эти понятия образуют заколдованный круг: скорость определяется при помощи времени и пространства, а время, в свою очередь, измеряется скоростью. Это казалось ему необходимым, в частности, и потому, что в классической механике время является более непосредственным и более элементарным понятием, чем скорость, тогда как в теории относительности время зависит от скорости».

Пиаже последовал рекомендации Эйнштейна. Его исследования показали, что: 1) У детей существует примитивная интуиция в отношении скорости, независимо от длительности. Предмет A движется скорее предмета B, если A сначала позади B, а затем впереди него, т. е. если A перегнал B. Такое чисто порядковое представление о скорости удерживается у ребят до 8—

9 лет. 2) Формирование понятия длительности во времени ребятами всегда соотносится со скоростью движения частот, ритмов и т. д.

Любопытно отметить, что данные Пиаже о «перегоне» были впоследствии использованы французскими физиками Абелем и Мальво для формулировки релятивистских принципов, без использования понятия длительности для конструкции скоростей.

Второй раз Пиаже встретился с Эйнштейном незадолго до его смерти в Принстоне (США). И снова Эйнштейн проявил живой интерес к онтогенетическим исследованиям Пиаже. На сей раз Пиаже ему рассказывал о результатах своих исследований формирования и развития у детей понятий массы, веса и других количественных мер. Эйнштейн был удивлен поздним (в возрасте 7—11 лет) появлением этих понятий и сложности умственных операций, связанных с образованием и усваиванием этих понятий.

«Как это трудно,— заметил по этому поводу Эйнштейн,— ну, конечно же, психология еще более трудная наука, чем физика...»

Не случайно, подчеркивал Эйнштейн, что «физик не может продвигаться вперед без того, чтобы в практический момент при решении наиболее трудной проблемы не заняться анализом природы самого мышления...».

Психология научного творчества ставит перед собой не только теоретико-познавательные, но и сугубо практические задачи. Перед нею, как говорят, стоят не только исследовательские, но диагностические и прогностические задачи. Изучая интеллектуальные, волевые и эмоциональные особенности ученых, она стремится выявить ту роль, которую отдельные черты личности играют в их творческой деятельности, рассматривая эти черты в динамике и развитии. Изучая биографию этих ученых, она стремится пролить свет на вопрос о роли наследственных и социальных факторов в возникновении и развитии творческих способностей, определить, в какой степени различные способности и черты характера, проявленные ученым в его детские и юношеские годы, могут предсказать будущие его творческие достижения и тем самым подвести научную основу для отбора кандидатов в ученые для создания оптимальных условий их подготовки, работы и продвижения.

Сознавал это значение изучения психологии научного творчества и Эйнштейн. Как мы помним, в предисловии к автобиографическим заметкам, которые он написал для юбилейного сборника Цюрихского политехникума, он писал: «И для объективно настроенного читателя, может быть, интересно узнать, что́ индивидуум пронес на своем жизненном пути, что́ заставило его развиваться в определенном направлении».

С этой точки зрения несомненно принципиальное, а в известной мере и практическое значение имеют высказывания Эйнштейна о самом себе, о значении различных качеств личности для творческой научной работы.

К великому ученому неоднократно обращались с вопросом о происхождении его огромного таланта. На вопрос его биографа Карла Зеелига, от кого из родителей он унаследовал свою научную одаренность, Эйнштейн лаконично ответил:

«Я не обладаю какой-то особой одаренностью, но я мучительно любознателен. Поэтому отпадает вопрос об унаследовании»[45].

Близкому другу Мюзаму, предложившему Эйнштейну заняться составлением своего «родословного дерева», он писал: «Во-первых, я почти ничего не знаю о своих предках, и нет в живых людей, которые могли бы многое об этом сказать. Даже когда налицо одаренность, она часто в ограниченных жизненных условиях может не проявиться. Кроме того, я хорошо знаю, что я лично не обладаю исключительными способностями.

Любопытство, одержимость и упрямое выжидание, связанные с самокритикой, привели меня к моим мыслям... Сила мысли (Gehirenmuskulatur) у меня весьма скромная. У многих ее гораздо больше, хотя ничего ошеломляющего у них не получается»[46].

В этом же духе он ответил Франку: «Откуда берется то, что именно я создал специальную теорию относительности? Мне кажется, это объясняется следующим обстоятельством:

Нормальный взрослый человек почти не задумывается над проблемами пространства и времени. Он думает, что это он уже проделал в детстве. Я, напротив, духовно

---

[45] C. Seelig. Albert Einstein, стр. 13.
[46] C. Seelig. Helle Zeit — dunkle Zeit, стр. 56.

медленно развивался и только уже взрослым начал задумываться над этими проблемами и, естественно, более глубоко в них разобрался, чем нормально развивающиеся дети»[47].

Чрезвычайно актуальным для наших дней и для нашей педагогической практики является мнение Эйнштейна по вопросу об отборе одаренных детей для специальных школ, высказанные им в беседе с Мошковским:

«Мошковский. Если поступить, как предлагают не в меру ретивые педагоги, то «наиболее одаренные» должны пройти весь курс школьной науки в три счета и взобраться на высшую ступень академической лестницы в таком возрасте, когда их сверстники еще сидят в классах средней школы.

Эйнштейн. Вы хотите испытать в каком-нибудь классе силу ума учеников? Что ж, производите пробы, будите мысль учеников, действуйте на них честолюбием, раздавайте даже награды, только не с тем, чтобы в кратчайший срок отделить резвых козлов и хитрых лисиц от овец. Не забывайте, что среди тех, кого вы на основании ваших схематических испытаний отнесете к овцам, есть много таких, которые через 10, 20 лет окажутся великими талантами»[48].

Сам Эйнштейн развивался медленно. Об этом повествует его сестра Майя в упомянутом уже «Жизненном пути»:

«Развитие его речи шло медленно. Одно время опасались, что он вообще не будет говорить». Казалось, что основательно и осторожно думавший мальчик обладает средними способностями. Усвоение таблицы умножения учителя вбивали ударами линейки по руке, требуя быстрого ответа. Мальчику же требовалось время, чтобы взвесить и продумать, и это, собственно, мешало ему быстро реагировать. В дальнейшем он уверенно находил путь к решению трудных и завуалированных задач, хотя и допускал ошибки в счете. Зато рано развились в нем самостоятельность, терпение и упорство. «В три-четыре года он самостоятельно ходил по мюнхенским улицам. На перекрестках со смыслом оглядывался сначала направо, затем налево и без страха переходил мостовую».

---

[47] C. Seelig. Albert Einstein, стр. 119.
[48] А. Мошковский. Альберт Эйнштейн, стр. 82.

В каникулы перед началом изучения алгебры и геометрии родители достали ему учебники. Он забыл всякие игры и полностью отдался самостоятельному их изучению. За каникулы он проработал весь гимназический курс алгебры и геометрии. Особенно увлекался нахождением доказательств теорем. Когда он после долгих усилий нашел доказательство теоремы Пифагора, он чувствовал себя счастливым. Его самостоятельность проявилась также в смелом решении бросить мюнхенскую гимназию и готовиться к экзаменам на аттестат зрелости.

«Мне кажется самым худшим,— говорил Эйнштейн, вспоминая атмосферу, царившую в мюнхенской гимназии,— когда главным принципом школьной методы являются страх, насилие и искусственный авторитет. Такие методы разрушают здоровые чувства, откровенность и чувство самоутверждения учащихся.

Таким путем создают покорных верноподданных» [49].

К этой же мысли он возвращается в своей «Творческой автобиографии».

«В сущности почти чудо, что современные методы обучения не совсем удушили святую любознательность, ибо это нежное растеньице требует наряду с поощрением прежде всего свободы — без нее оно неизбежно погибает... Мне кажется, что даже здоровое хищное животное потеряло бы жадность к еде, если бы удалось с помощью бича заставить его непрерывно есть, даже тогда, когда оно неголодно, и особенно, если принудительно предлагаемая еда не им выбрана» [50].

Эту самостоятельность мысли и упорство в преодолении интеллектуальных трудностей Эйнштейн сохранил до конца своих дней. Своим сотрудникам в Принстоне он со свойственным ему юмором говорил:

«Я не могу привыкнуть ни к какой рутине. К тому же, я плохой калькулятор. Не из-за небрежности (Schluderkeit), а потому, что когда я рассматриваю определенную вещь, я забываю о всем остальном и не могу вдаваться в сами вычисления. Бог распределяет свои дары неумолимо. Мне он дал упрямство мула и ничего больше. Впрочем, и нос он мне дал. А мате-

---

[49] C. Seelig. Albert Einstein, стр. 14.
[50] А. Эйнштейн. Физика и реальность, стр. 138.

матика — это как раз та совершенная метода, при помощи которой можно самого себя водить за нос» [51].

Итак, самостоятельность мысли, способность удивляться, неуемная любознательность, способность фантазировать, упорство в преодолении трудностей, одержимость, неустанное выжидание, связанные с самокритикой (готовность выбросить за борт то, на что потрачено много времени и труда),— вот те качества, которые Эйнштейн считал первостепенными для ученого. Этим качествам он придавал больше значения, чем интеллектуальной одаренности.

Одному своему знакомому в Берлине он сделал на подаренной книге следующую надпись: «Хороший и сильный характер стоит больше, чем разум и ученость»[52].

Об этом убеждении Эйнштейна свидетельствует ближайший его сотрудник и соавтор Инфельд:

«Эйнштейн много раз мне говорил, насколько существенно способности к научным исследованиям зависят от характера» [53].

«Научное величие — это по существу вопрос характера,— сказал Эйнштейн,— главное — не идти ни на какой гнилой компромисс»[54].

Научное творчество Эйнштейна оказало неизгладимое революционизирующее влияние на все области изучения природы. Оно еще долго будет служить предметом изучения для представителей многих наук. Именно поэтому оно представляет исключительный интерес для каждого, кто занимается изучением природы самого научного творчества. Фундаментальные исследования генезиса и процесса его научного мышления потребуют тщательнейшего изучения всех архивных материалов, его рукописей и черновиков, биографических и автобиографических материалов, равно как и высказываний о нем виднейших ученых его времени, их оценок его как ученого, как учителя, как человека. Эта увлекательная работа еще ждет своих исследователей. В настоящей статье сделана лишь первая попытка поднять небольшой краешек этой обширной проблемы. Но и приведенных материалов, как мне кажется,

---

[51] C. Seelig. Albert Einstein, стр. 418.
[52] Ibid., стр. 425.
[53] Ibid., стр. 372.
[54] C. Seelig. Helle Zeit — dunkle Zeit, стр. 72.

достаточно для того, чтобы убедить каждого, кто вздумает заняться изучением научного творчества виднейшего ученого-революционера нашего века, что он найдет в лице Эйнштейна не только благодарнейший объект, но и тонкого и умного советчика и учителя, ибо он больше, чем какой-либо другой из великих ученых, понимал актуальное значение психологии для каждого «объективно настроенного» ученого, занимающегося исследованием самих *основ* своей науки, ибо он сам в критические моменты при решении наиболее трудных физических проблем нередко обращался и к анализу самого мышления, ибо и в область психологии мышления Эйнштейн, пускай интуитивно, вносил свет своего великого творческого ума.

Э. Векерле

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ НА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛАХ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

ВВЕДЕНИЕ

В так называемом «парадоксе часов» обсуждается вопрос, какое время отметят на своих часах два наблюдателя, сначала удаляющиеся друг от друга, а затем вновь встречающиеся. В общем случае они приходят к различным выводам.

Этот удивительный результат и обусловил термин «парадокс».

Существенным элементом рассмотрения этой проблемы является вопрос определения того измерительного прибора, который должен служить часами. Пока наблюдатели находятся в инерциальных системах, можно дать простое определение, следующее из хорошо обоснованных понятий специальной теории относительности. Если же наблюдатели встречаются вновь, то по крайней мере один из них должен двигаться не по прямой, т. е. претерпеть период ускорения. Обычно это изображается на плоскости пространство—время с помощью подходящей системы координат, в которой ускоренное тело покоится (напр., [1—3]). Для решения того, каким образом нужно проводить измерение времени в течение процесса ускорения, нужно обсудить вопрос о поведении часов при ускорениях. Проведение измерения состоит при этом в искусственном процессе (определение стандартных часов [1]), который должен позволить рассматривать проблему часов с помощью другого процесса, временно́е течение которого можно описать без применения этого определения.

---

[1] E. Wackerle. Zur Zeitmessung bei bewegten Körpern in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Zeitschr. f. Physik, 1964, 179 (5), 496—506.

Так как ускоренные движения являются предметом общей теории относительности, напрашивается мысль о рассмотрении этих движений как свободных движений в гравитационных полях, получающихся как решения эйнштейновских уравнений поля. Такой подход дает то преимущество, что обсуждение поведения часов при ускорениях становится излишним. Способы измерения времени являются элементами фундаментальных представлений специальной теории относительности, и нет надобности в дальнейших предпосылках. Тогда «парадокс часов» следует только из строгих решений эйнштейновских уравнений поля. В дальнейшем мы обсудим сначала такое представление в общем виде и затем укажем специальный пример, который может быть осуществлен двумя спутниками.

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ НА ДВУХ ТЕЛАХ, ДВИЖУЩИХСЯ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ОТ ВСТРЕЧИ ДО ВСТРЕЧИ

Тело, предоставленное самому себе в гравитационном поле, свободно падает и описывает геодезическую линию в искривленном пространстве — времени. Во время этого движения всегда можно для любой точки тела ввести локальную геодезическую координатную систему, совпадающую с инерциальной системой отсчета (в этом сущность принципа эквивалентности), так что временно́й интервал этой системы точно так же определяет часы, как в специальной теории относительности.

Исследование движения в искривленном пространстве—времени позволяет весь процесс от встречи до встречи изобразить как свободное движение, т. е. движение вдоль геодезических линий. Действительно, некоторые геодезические линии, исходящие из одного пункта в различных направлениях, могут вновь пересекаться. (Представим себе, например, две точки на поверхности кругового цилиндра, не лежащие на одной окружности. Все винтовые линии, проходящие через обе точки, суть геодезические линии, обладающие этим свойством.)

Очевидно, что в евклидовом пространстве, где геодезические линии суть прямые, это невозможно.

К часам, сопутствующим наблюдателям, находящимся на движущихся телах, мы предъявляем лишь ограниченные требования. Они должны быть одинаковыми и работать в отсутствие внешних сил. (Например, маятниковые часы исключаются.) Совпадение часов в начале и в конце движений позволяет провести сравнение показаний часов, несмотря на то что в эти моменты существует относительная скорость между ними. Часы запускаются при первом совпадении. При втором совпадении они покажут время, определенное интегралами:

$$S_1 = \int\limits_A^B ds_1, \quad S_2 = \int\limits_A^B ds_2. \tag{1}$$

Так как собственные времена инвариантны, то не имеет значения, какие координатные системы применяются. Необходимым условием все же является совпадение начала и конца движений.

Для проведения измерения нужно, чтобы начало и конец движения были точно установлены. Это требует определения одновременности в различных точках пространства, что в теории относительности возможно лишь в определенной системе отсчета, а не инвариантно. Отсюда физическая интерпретация интегралов (1) зависит от системы отсчета, следовательно, лишена смысла. Это легко демонстрировать на примере, предложенном Мак-Кри [4].

Пусть два тела движутся вокруг центральной гравитационной массы m по круговым орбитам с радиусами a_1 и a_2 ($a_1 < a_2$), измеренным в элементах длины Шварцшильда, при этом тело на внутренней орбите 1 делает p оборотов, в то время как тело на наружной орбите 2 делает один оборот.

Процесс периодический, т. к. по истечении времени T_2 оборота внешнего спутника оба тела находятся вновь в исходном положении. Эту периодичность можно всегда достичь соответствующим выбором радиусов орбит. Имеем

$$T_2 = pT_1, \ p \text{ — целое число} > 1. \tag{2}$$

Оба наблюдателя отмечают на своих часах продолжительность этого процесса согласно (1)

$$S_1 = \int\limits_0^{T_2} ds_1 = p \int\limits_0^{T_1} ds_1, \quad S_2 = \int\limits_0^{T_2} ds_2. \tag{3}$$

Интегрирование в этом специальном случае можно просто выполнить с помощью уравнения геодезических линий, что в этом специальном случае дает:

$$S_1 = c\sqrt{1 - \frac{3m}{a_1}}\cdot pT_1, \quad S_2 = c\sqrt{1 - \frac{3m}{a_2}}\, T_2. \qquad (4)$$

Эти времена различны: $S_2/S_1 > 1$. Хотя уравнения (4) инвариантны, их физическое значение зависит от неинвариантного соотношения (2). Действительно, если перейти к другой системе отсчета, например, с помощью преобразований

$$\left.\begin{aligned} \bar{t} &= t + k\vartheta \\ \bar{r} &= r \\ \bar{\vartheta} &= \vartheta \\ \bar{\varphi} &= \varphi \end{aligned}\right\}, \quad k = \mathrm{const}, \quad \neq 0,$$

(r, ϑ, φ, t — обычные координаты метрики Шварцшильда), то соотношение (2) не сохраняется. Рассматриваемый процесс в новой системе уже непериодичен. Поэтому нет смысла приписывать физическое значение неравенству $S_2/S_1 > 1$.

Этот пример демонстрирует необходимость совпадений начала и конца движений в задаче измерения времени на двух движущихся телах.

Вернемся к свободному движению от совпадения A до совпадения B и рассмотрим этот процесс несколько подробнее. Прежде всего констатируем, что здесь зависимость интеграла (1) от системы отсчета лишь кажущаяся. При изменении системы координат сохраняется равенство пределов интегрирования, совпадения не нарушаются и лишь меняются переменные, по которым производится вычисление интегралов. При свободном движении с каждым из двух тел можно связать локальную геодезическую систему координат, так что каждая из них в своей ближайшей окрестности длительно регистрирует инерциальную систему; в связи с этим иногда высказывается мнение, что в этом случае не может возникнуть разницы времени. В общем случае это все же неверно. Свободно падающее тело не находится длительно в одной и той же инерциальной системе отсчета (определенной через $ds^2 = c^2dt^2 - dr^2$), а испытывает последовательность бесконечно малых координатных преобразований.

Спрашивается, в чем причина разницы времени при вторичной встрече в B?

Чтобы это исследовать, введем вдоль одной из траекторий, например C_1, координатную систему ξ^μ, локально геодезическую не только в отдельной мировой точке тела, а вдоль всей мировой линии. В такой системе координат (координаты Ферми [5]) ξ^0 — временна́я координата, а переменная ξ^0 совпадает вдоль C_1 с длиной дуги, то есть с собственным временем.

Тело I покоится в координатной системе ξ^μ. Интегралы (1) имеют вид

$$S = \int\limits_A^B \sqrt{g_{\mu\nu}\dot{\xi}^\mu\dot{\xi}^\nu}\, d\lambda, \quad \dot{\xi}^\mu = \frac{d\xi^\mu}{d\lambda}.$$

Напишем их, применяя координаты Ферми ξ^μ, и выберем в качестве параметра мировых линий время системы $\xi^0(=ct)$.

$$C_1: \begin{cases} \xi_{\mathrm{I}}^i = \xi_{\mathrm{I}}^i(\xi^0) = 0 \\ \xi_{\mathrm{I}}^0 = \xi^0 \end{cases} \qquad C_2: \begin{cases} \xi_{\mathrm{II}}^i = \xi_{\mathrm{II}}^i(\xi^0) \\ \xi_{\mathrm{II}}^0 = \xi_{\mathrm{II}}^0(\xi^0) \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3).$$

В этих координатах вдоль C_1 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ и

$$\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^i = 0, \quad \dot{\xi}_{\mathrm{I}}^0 = 1.$$

Таким образом,

$$S_1 = \int\limits_A^B ds_{\mathrm{I}} = \int\limits_A^B \sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^\mu\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^\nu}\, d\xi^0 = \int\limits_A^B \sqrt{\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^{02}}\, d\xi^0 = \xi_B^0 - \xi_A^0. \tag{5}$$

Собственное время тела II, измеренное вдоль C_2

$$S_2 = \int\limits_A^B ds_{\mathrm{II}} = \int\limits_A^B (\sqrt{g_{\mu\nu}\dot{\xi}^\mu\dot{\xi}^\nu})_{\mathrm{II}}\, d\xi^0. \tag{6}$$

Интегралы (5) и (6) имеют вообще различные значения. Так, уже в начальной точке A подынтегральные выражения различны:

$$\eta_{\mu\nu}\dot{\xi}_{\mathrm{II}}^\mu\dot{\xi}_{\mathrm{II}}^\nu \neq \eta_{\mu\nu}\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^\mu\dot{\xi}_{\mathrm{I}}^\nu = 1$$

или

$$\left.\begin{aligned} 1-\dot{\xi}_{\mathrm{II}}^{i^2} \neq 1 \\ 1-\frac{v_{\mathrm{A}}^2}{c^2} \neq 1 \end{aligned}\right\} \frac{v^i}{c}=\dot{\xi}^i=\frac{d\xi^i}{d\xi^0},$$

ибо тела имеют относительно друг друга скорость v_{A}. В противном случае оба тела проходили бы одну и ту же траекторию C_1.

Конечно, не исключено, что $(\sqrt{g_{\mu\nu}\dot{\xi}^\mu\dot{\xi}^\nu})_{\mathrm{II}}$ в среднем вдоль C_2 равно 1, откуда $S_1 = S_2$. Например, это случится, если два спутника движутся в противоположных направлениях по одной и той же орбите вокруг центральной массы. Тогда равенство $S_1 = S_2$ очевидно по причине симметрии. Но вообще значения интегралов (5) и (6) различны.

Для наглядного представления причины этого различия можно положить $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$, $\gamma_{\mu\nu}$ выражает отклонение метрического тензора от его значений вдоль C_1.

Можно эти величины рассматривать как гравитационные потенциалы относительно неподвижной системы отсчета тела I. Тогда

$$\left.\begin{aligned} S_2 &= \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} (\sqrt{\eta_{\mu\nu}+\gamma_{\mu\nu}\dot{\xi}^\mu\dot{\xi}^\nu})_{\mathrm{II}}\, d\xi^0 = \\ &= \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}+\gamma_{\mu\nu}\dot{\xi}^\mu\dot{\xi}^\nu}\right)_{\mathrm{II}} d\xi^0 \end{aligned}\right\}. \qquad (7)$$

Разложение $g_{\mu\nu}$ по ξ^i в какой-то точке ξ^0 на C_1 дает

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu}|_{ik} (\xi^0, 0, 0, 0)\, \xi^i\xi^k + \ldots |_i = \frac{\partial}{\partial\xi^i}.$$

Первые производные не входят. Таким образом, если ряд сходится, то

$$\gamma_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu}(\xi^0, 0)|_{ik}\, \xi^i\xi^k + \ldots,$$

$\xi^i(\xi^0)$ — координаты тела II — мера расстояния между двумя телами. Так как в искривленном пространстве — времени $R_{\mu\nu\rho\sigma} \neq 0$, то вторые производные от $g_{\mu\nu}$ не могут быть все равны нулю.

Относительная скорость v и «относительный гравитационный потенциал $\gamma_{\mu\nu}$» влияют на значение S_2 и обусловливают отклонение от S_1.

Без члена $(\gamma_{\mu\nu}\dot{\xi}^{\mu}\dot{\xi}^{\nu})_{\text{II}}$ мы имеем известный интеграл собственного времени тела, движущегося равномерно относительно инерциальной системы отсчета. Таким образом, значение собственного времени зависит от величины и знака этого дополнительного члена. Надо иметь в виду, что нельзя инвариантно отделить эффект скорости (замедление времени) от гравитационного эффекта (гравитационное красное смещение). Оба интеграла (1) можно писать в координатных системах, движущихся каким угодно образом, что изменяет v^i и $\gamma_{\mu\nu}$. Даже покоящаяся система тела I не определена однозначно (при $\xi^{\mu} \notin C_1$).

Во всяком случае, при принятии общей системы координат, интегралы (1) отражают итоговое действие гравитационных полей, пройденных с определенной скоростью во время движения.

ВЫЧИСЛЕНИЕ РАЗНИЦЫ ВРЕМЕНИ В ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

Пусть тело I движется по круговой орбите, а тело II удаляется радиально от центральной массы m до поворотного пункта и затем возвращается. Оба движения начинаются в точке A. Пока тело II удаляется и возвращается, тело I совершает p оборотов. Мы исключаем из рассмотрения периоды ускорения обоих тел до получения необходимых начальных скоростей в точке A; с этого момента мы имеем чисто геодезические движения. Начальные скорости таковы, что по окончании процесса оба тела проходят одновременно через точку B. Точки A и B расположены в пространстве произвольно. Часы на этих спутниках пускаются в ход при прохождении точки A; при вторичной встрече в B они покажут времена

$$S_1 = p\int_1 ds, \quad S_2 = \int_2 ds. \tag{8}$$

Покажем, что в данном специальном случае $S_2 > S_1$, т. е. что часы 1 идут медленнее, чем часы 2.

Для вычисления интегралов (8) используем координаты, измеренные в элементах длины Шварцшильда. Процесс происходит в плоскости $\varphi = \text{const}$.

Значение интеграла для тела I, согласно (4), равно

$$S_1 = c\sqrt{1 - \frac{3m}{a}}\, pT_1.$$

При этом, как легко установить из уравнений геодезических линий для круговых траекторий, между a и T_1 имеется отношение

$$cT_1 = 2\pi\sqrt{\frac{a^2}{m}}. \tag{9}$$

Уравнение (9) совпадает формально с соответствующим уравнением ньютоновской теории тяготения.

Для вычисления интеграла тела II нужно привлечь уравнения геодезических линий для этого специального случая.

Без затруднений получаем:

$$S_2 = 2\int\limits_a^R \frac{dr}{\sqrt{\frac{2m}{r} - \frac{2m}{R}}}, \tag{10}$$

где R — вершина «вертикального броска».

Дальше из уравнения движения получаем

$$cT_2 = 2\sqrt{1 - \frac{2m}{R}}\int\limits_a^R \frac{dr}{\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\sqrt{\frac{2m}{r} - \frac{2m}{R}}}. \tag{11}$$

Условие совпадения выражается равенством $cpT_1 = cT_2$ или, согласно (9) и (11), равенством

$$2\pi p\sqrt{\frac{a^3}{m}} = 2\sqrt{1 - \frac{2m}{R}}\int\limits_a^R \frac{dr}{\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\sqrt{\frac{2m}{r} - \frac{2m}{R}}}. \tag{12}$$

Это уравнение определяет значение высоты R, до которой должно долететь тело II, чтобы время его полета (время системы отсчета) равнялось времени p оборотов тела I на высоте a.

Для упрощения дальнейшего исследования введем другие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &\mu = \frac{m}{a} \text{ — безразмерная величина} \\ &\qquad\quad \text{со значением } \sim 7\cdot 10^{-10} \text{ для Земли} \\ &\sin\beta = \sqrt{\frac{r}{R}} \\ &\sin\beta_0 = \sqrt{\frac{a}{R}} \end{aligned}\right\}. \tag{13}$$

При этом $a \leqslant r \leqslant R$, следовательно, $\pi/2 \geqslant \beta \geqslant \beta_0 > 0$.

В этих обозначениях уравнение (4) с учетом (9) запишется

$$S_1 = 2\pi p \frac{a}{\sqrt{\mu}} \sqrt{1 - 3\mu}, \tag{14}$$

интеграл (10) запишется

$$S_2 = \frac{2a}{\sin^3\beta_0} \sqrt{\frac{2}{\mu}} \int_{\beta_0}^{\pi/2} \sin^2\beta d\beta, \tag{15}$$

а условие совпадения (12) запишется

$$2\pi p \frac{a}{\sqrt{\mu}} = 2\sqrt{2} \frac{a}{\sqrt{\mu}} \times$$
$$\times \frac{\sqrt{1 - 2\mu\sin^2\beta_0}}{\sin^3\beta_0} \int_{\beta_0}^{\pi/2} \frac{\sin^4\beta\, d\beta}{\sin^2\beta - 2\mu\sin^2\beta_0}. \tag{16}$$

Дальнейшее исследование заключается лишь в оценке последних трех соотношений. Ввиду малости μ, можно ограничиться членами, содержащими μ не выше, чем в первой степени. Тогда условие совпадения выразится

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p\pi}{\sqrt{2}} \sin^3\beta_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\beta_0 + \frac{1}{4}\sin 2\beta_0 + \\ &+ \mu\sin^2\beta_0 \left[\frac{3\pi}{4} - \frac{3}{2}\beta_0 - \frac{1}{4}\sin 2\beta_0\right] \end{aligned}\right\}. \tag{17}$$

Из (14) и (15) следует

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{\sin^3\beta_0}\left(\frac{\pi}{2} - \beta_0 + \frac{1}{2}\sin 2\beta_0\right)}{\sqrt{2}\, p\pi \sqrt{1 - 3\mu}}. \tag{18}$$

Преобразуя числитель, согласно (17), получаем

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{\sqrt{1-3\mu}}\left[1+\mu\left(\frac{2\sqrt{2}}{p\pi}\cos\beta_0-3\sin^2\beta_0\right)\right]. \quad (19)$$

Скобка, являющаяся функцией от μ, содержит решение уравнения (17). Так как мы учитываем лишь первые степени μ, достаточно решить (17), пренебрегая μ. В первую очередь произведем оценку.

Так как $2\beta_0>\sin 2\beta_0$, то при $\mu=0$ из (17) следует

$$\sin^3\beta_0\frac{\pi p}{\sqrt{2}}<\frac{\pi}{4},\quad \sin^2\beta_0<\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{p^2}},\quad \cos\beta_0>\frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (20)$$

Пользуясь этим неравенством, из (19) легко получить

$$\left.\begin{aligned}&\frac{S_2}{S_1}>\frac{1}{\sqrt{1-3\mu}}\left[1+\mu\left(\frac{2}{p\pi}-\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{p^2}}\right)\right]\\&\frac{S_2}{S_1}>1+\frac{3}{2}\mu\left(1-\frac{1}{\sqrt[3]{p^2}}\right)+\frac{2}{p\pi}\mu+0(\mu^2)>1\end{aligned}\right\}. \quad (21)$$

Последнее неравенство показывает, что время S_2 действительно больше при любом $p\geqslant 1$. Часы 1 идут медленнее из-за того, что спутник на круговой орбите находится длительно в более сильном гравитационном поле, чем второй.

При желании определить числовое значение разницы времен для конкретного случая необходимо вместо оценки (20) вычислить точное значение из (17). При большом p значение β_0, согласно (20), мало. Для таких не слишком малых p можно положить $\sin\beta_0\approx\beta_0-\frac{1}{6}\beta_0^3$. Ограничиваясь малыми β_0, получаем из (17)

$$\beta_0=\frac{1}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}\,p+\frac{4}{3\pi}}}. \quad (22)$$

Поэтому вместо (21) получаем

$$\frac{S_2}{S_1}=1+\frac{3}{2}\mu\left(1-\frac{1}{p}\sqrt[3]{p+\frac{\sqrt{2}}{3\pi}+\frac{4\sqrt{2}}{3\pi p}}\right). \quad (23)$$

Если сформулировать результат несколько иначе:

$$\Delta S=S\cdot\frac{3}{2}\mu\left(1-\frac{1}{p}\sqrt[3]{p+\frac{\sqrt{2}}{3\pi}+\frac{4\sqrt{2}}{3\pi p}}\right). \quad (24)$$

то выявляется, что разница во времени возрастает пропорционально полному времени полета и зависит также от p. Для больших p тело II находится практически все время при нулевом гравитационном потенциале и эта зависимость проявляется как действие разницы гравитационных потенциалов. При возрастании p увеличивается $\Delta S/S$ и при $p \to \infty$ достигает предельного значения

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{3}{2}\mu.$$

Для получения больших ΔS нужно либо предпринять длительное путешествие, либо проложить путь через области с большим гравитационным потенциалом. Это, конечно, также видно из общей формулы (7).

Для численного примера примем, что спутник делает $p = 50$ оборотов вокруг Земли на высоте 300 *км*. Тогда $a = 6{,}67 \cdot 10^6$ *м* и согласно (22)

$$\beta_0 = 0{,}1917.$$

Таким образом, $a/R = 0{,}0364$ и $R = 27{,}4a \approx 29$ радиусам Земли.

Согласно (14), $S = S_1 = 8{,}12 \cdot 10^{13}$ *м*.

Время полета равно

$$\tau = \frac{1}{c} S = 2{,}71 \cdot 10^5 \text{ сек}$$

и разница во времени, согласно (24),

$\Delta\tau/\tau = 9{,}42 \cdot 10^{-10}$ $\Delta\tau = 2{,}55 \cdot 10^{-4}$ *сек*.

ЛИТЕРАТУРА

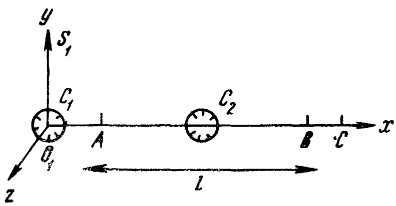
1. *C. Møller*. The theory of relativity. Oxford. Clarendon, 1955.
2. *M. Born* and *W. Biem*. Proc. Koninkl. nederl. Akad. wetenschap., 1958, Ser. B-61, N 2.
3. J. *Crampin*, *W. H. Mc Crea* and *F. R. S. Mc Nally*. Proc. Roy. Soc., 1959, A-252, 156—176.
4. *W. H. Mc Crea*. A time-keeping problem connected with the gravitational red-shift... 50 Jahre Relativitätstheorie. Basel, Birkhäuser, 1956, S. 121—124.
5. *T. A. Schouten*. Ricci-Calculus, Berlin — Göttingen — Heidelberg. Springer, 1954.

Х. Мёллер

ПАРАДОКС ЧАСОВ [1]

Мы теперь в состоянии дать полное решение парадокса часов, игравшего известную роль в ранних дискуссиях о логичности теории относительности [1—6].

Пусть двое стандартных часов C_1 и C_2 покоятся в начале O_1 инерциальной системы отсчета S_1 с координатами X, Y, Z, T (см. рисунок). При $T = 0$ часы C_2 ускоряются постоянной силой F в направлении положительных X.



По достижении точки A часы C_2 приобрели скорость v и продолжают двигаться с этой равномерной скоростью до точки B, где они подвергаются торможению постоянной силой такой же величины F, но действующей в обратном направлении. Часы C_2 останавливаются в точке C и затем ускоряются назад к точке B, по достижении которой имеют скорость $-v$. Между B и A часы движутся с равномерной скоростью $-v$, а в точке A вновь подвергаются постоянной силе F, которая останавливает их в точке O_1. Пусть $\Delta' T$, $\Delta'' T$, $\Delta''' T$ обозначают время, затраченное часами C_2 на прохождение путей O_1A, AB и BC. Движение от C до O_1 реверсивно тождественно с движением от O_1 до C по причине симметрии и, кроме того,

$$\Delta''' T = \Delta' T.$$

[1] C. Møller. The Theory of Relativity. Oxford, 1952, p. 258, § 98.

Пусть $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ обозначают время, отмеченное часами C_1 и C_2 между двумя встречами часов, где τ_1 и τ_2 — собственное время часов. Так как часы C_1 все время неподвижны в точке O_1, то $\Delta\tau_1$ равно времени ΔT между встречами в системе отсчета S_1. Следовательно, имеем

$$\Delta\tau_1 = \Delta T = 2(\Delta' T + \Delta'' T + \Delta''' T) = 2(2\Delta' T + \Delta'' T). \tag{152}$$

Аналогично

$$\Delta\tau_2 = 2(\tau_2' + \tau_2'' + \tau_2''') = 2(2\tau_2' + \tau''_2), \tag{153}$$

где τ_2', τ_2'', τ_2''' обозначают прирост собственного времени часов C_2 при прохождении O_1A, AB и BC. Движение часов C_2 от O_1 до A является гиперболическим и описывается уравнением (III, 47)

$$X = \frac{c^2}{g}\left\{\left[1 + \left(\frac{gT}{c}\right)^2\right]^{1/2} - 1\right\}, \tag{154}$$

где $g = F/m_0$, а m_0 — масса покоя. Скорость $u = dX/dT$, следовательно,

$$u = \frac{dX}{dT} = \frac{gT}{\sqrt{1 + (gT/c)^2}}. \tag{155}$$

Откуда

$$v = \frac{g\Delta' T}{\sqrt{1 + (g\Delta' T/c)^2}} \tag{156}$$

или

$$g\Delta' T = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{157}$$

Используя (155), мы можем вычислить собственное время τ_2' часов C_2 с учетом формулы (II.38)[2] специальной теории относительности, действительной для инерциальной системы отсчета S_1.

$$\tau_2' = \int_0^{\Delta T} \sqrt{1 - u^2/c^2}\, dT = \int_0^{\Delta' T} \frac{dT}{\sqrt{1 + (gT/c)^2}} = \frac{c}{g}\,\mathrm{sh}^{-1}\frac{g\Delta' T}{c}.$$

---

[2] См. Приложение в конце статьи.

С учетом (157) мы можем написать

$$\frac{g\Delta' T}{c} = \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \operatorname{sh}\frac{g\tau_2'}{c} = \operatorname{sh}\frac{g\tau_2'''}{c} \tag{158}$$

или

$$\operatorname{th}\frac{g\tau_2'}{c} = \frac{\operatorname{sh}\frac{g\tau_2'}{c}}{\sqrt{1+\operatorname{sh}^2\frac{g\tau_2'}{c}}} = \frac{v}{c}. \tag{158'}$$

Аналогично получаем, используя (II.38),

$$\tau_2'' = \Delta'' T\sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{159}$$

Если при постоянном значении v мы применяем все большую и большую силу F, то ускорение F/m_0 увеличивается. Из (158) видно, что для $g \to \infty$ при постоянном v, значения $\Delta' T = \Delta''' T$ и $\tau_2' = \tau_2'''$ стремятся к нулю.

В предельном случае, когда скорость v достигается мгновенно, получается, согласно (152), (153) и (159),

$$\Delta\tau_1 = 2\Delta'' T,\ \Delta\tau_2 = 2\tau_2'' = 2\Delta'' T\sqrt{1-v^2/c^2}, \tag{160}$$

т. е. $$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1\sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{161}$$

Как и следовало ожидать, движущиеся часы C_2 отстают от неподвижных часов C_1. Кроме того, при $g \to \infty$ максимальное расстояние между часами

$$l = v\Delta'' T. \tag{162}$$

Мы покажем теперь, что тот же результат получается при рассмотрении всего процесса в системе отсчета S_2 с координатами x, y, z, t, связанной с часами C_2 так, что часы C_2 все время находятся в начале координат. В течение того времени, когда система S_2 ускорена относительно S_1 (или относительно отдаленных звезд), мы имеем в S_2 гравитационное поле. В интервале времени $0 < t < \tau_2'$, длительностью $\Delta' t = \tau_2'$, гравитационное поле описывается скалярным потенциалом (139). В интервале $\tau_2' < t < \tau_2' + \tau_2''$ длительностью $\Delta'' t = \tau_2''$ имеем $\chi = 0$ и в интервале $\tau_2' + \tau_2'' < t < \tau_2' + \tau_2'' + \tau_2'''$ длительностью $\Delta''' t = \tau_2''' = \tau_2' = \Delta' t$ имеем $\chi = -gx(1 - gx/2c^2)$.

В течение первого периода $\Delta' t$ часы C_1 свободно падают в направлении отрицательной оси x, согласно уравнению движения (149). В период $\Delta t''$ они движутся равномерно со скоростью $-v$ и, наконец, в период $\Delta''' t$ они останавливаются в точке $x_0 = -l$. Так как в этот момент системы S_1 и S_2 неподвижны относительно друг друга, то максимальное расстояние между часами одинаково в обеих системах. После этого часы C_1 реверсивным движением возвращаются к началу координат. Часы C_2 в течение всего процесса пребывают неподвижно в начале координат, ибо гравитационное поле уравновешивается внешней силой F.

Теперь мы можем вычислить возрастание собственного времени часов C_1 с учетом общей формулы (99) и приведенного выше выражения для χ. В (149), (150) и (151) мы дали решение уравнений движения (147). Если τ_1', τ_1'', τ_1''' обозначают собственные времена часов C_1 в периоды $\Delta' t$, $\Delta'' t$, $\Delta''' t$, то, очевидно, мы имеем

$$\Delta\tau_1 = 2\,(\tau_1' + \tau_1'' + \tau_1'''). \tag{163}$$

Так как C_2 неподвижно в начале координат $x = 0$, где χ все время равно нулю, аналогично получаем

$$\Delta\tau_2 = 2\,(\Delta' t + \Delta'' t + \Delta''' t) = 2\,(2\Delta' t + \Delta'' t) = \\ = 2\,(2\tau_2' + \tau_2''). \tag{164}$$

Так как скорость часов C_1 в начале была равна нулю, мы можем получить τ_1', согласно, (151) при $x_0 = 0$ и $t = \Delta' t = \tau_2'$. Итак,

$$\tau_1' = \frac{c}{g}\,\mathrm{th}\,\frac{g\tau_2'}{c} = \frac{v}{g} \tag{165}$$

в согласии с (158').

В течение $\Delta t''$ часы C_1 движутся с равномерной скоростью в пространстве без гравитационного поля. Отсюда

$$\tau_1'' = \Delta'' t\sqrt{1 - v^2/c^2} = \tau_2''\sqrt{1 - v^2/c^2} = \\ = \Delta'' T\,(1 - v^2/c^2) \tag{166}$$

в согласии с (159). Наконец, полагая в (151) g равным $-g$ $x_0 = -l$ и $t = \Delta''' t = \tau_2''' = \tau_2'$, получаем

$$\tau_1''' = \left(\frac{c}{g} + \frac{l}{c}\right)\mathrm{th}\,\frac{g\tau_2'}{c} = \left(\frac{c}{g} + \frac{l}{c}\right)\frac{v}{c} \tag{167}$$

в согласии со (158').

Когда $g \to \infty$ при постоянном v, $\tau_1' \to 0$ согласно (165). Хотя $\Delta'''t = \tau_2''' = \tau_2' \to 0, \tau_1'''$ стремится к конечной величине,

$$\tau_1''' = \frac{lv}{c^2}. \tag{168}$$

Этот неожиданный результат — следствие хода часов C_1 при гравитационном скалярном потенциале $\chi = -gx(1 - gx/2c^2)$, достигающем бесконечности при $g \to \infty$. Таким образом, при $g \to \infty$ из (163), (166), (168), (162), (164) и (159) получаем

$$\left.\begin{aligned} \Delta\tau_1 &= 2\left[\Delta''T\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \Delta''T\frac{v^2}{c^2}\right] = 2\Delta''T, \\ \Delta\tau_2 &= 2\tau_2'' = 2\Delta''T\sqrt{1 - v^2/c^2}, \end{aligned}\right\} \tag{169}$$

т.е. тот же результат, что и в (160). Этот результат, представляющий решение парадокса часов, не удивителен, ибо собственное время инвариантно и имеет одно и то же значение в любой системе координат.

В заключение рассмотрим другой простой пример этого же феномена, также иллюстрирующий значение гравитационного потенциала для хода движущихся часов. Пусть часы C_2 под действием центральной силы F совершают равномерно круговое движение в инерциальной системе отсчета S_1. При радиусе R и постоянной угловой скорости ω линейная скорость часов составляет $R\omega$ и возрастание собственного времени τ_2 за один оборот

$$\tau_2 = T\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} \tag{170}$$

в согласии с формулой (II.38). Соответствующее собственное время часов C_1, неподвижных на окружности,

$$\tau_1 = T = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{171}$$

Рассмотрим теперь этот же феномен с точки зрения наблюдателя, находящегося на вращающемся диске. В этой системе S_2 часы C_2 неподвижны в точке ($r = R$, $\vartheta = 0$), тогда как часы C_1 вращаются с угловой скоростью

$$d\vartheta/dt = \omega$$

по окружности с радиусом $r = R$. Часы C_1 свободно падают под действием гравитационного поля с потенциалами

(74) и (97);

$$\chi = -\frac{1}{2} r^2\omega^2, \quad \gamma_i = \left(0, \frac{\omega r^2}{c\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}, 0\right). \tag{172}$$

Легко видеть, что $r = \text{const}$, $d\vartheta/dt = -\omega$ дают решение уравнений движения (86), где g_{ik} дано выражением (73). Часы C_2 остаются в покое, так как гравитационное ускорение (96) уравновешивается силой F.

Для вычисления собственного времени τ_2 часов C_2 за время $t = 2\pi/\omega$ мы воспользуемся формулой (100) для покоящихся часов

$$\tau_2 = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 + 2\chi/c^2} = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2} \tag{173}$$

в согласии с (170).

Для определения соответствующего собственного времени часов C_1 мы должны применить общую формулу (98)

$$u^i = \frac{dx^i}{dt} = (0, -\omega, 0).$$

Из (74) получается

$$u^2 = \frac{d\sigma^2}{dt^2} = \gamma_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^i}{dt} = \gamma_{22}\omega^2 = \frac{r^2\omega^2}{1 - r^2\omega^2/c^2}.$$

Далее, учитывая (172),

$$\gamma_i u^i = -\frac{r^2\omega^2}{c\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}.$$

Откуда, согласно (98),

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega}\left\{\left(\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2} + \frac{r^2\omega^2}{c^2\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}\right)^2 - \right.$$
$$\left. - \frac{r^2\omega^2}{c^2(1 - r^2\omega^2/c^2)}\right\}^{1/2} = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{174}$$

Таким образом, в этом случае влияния гравитационного потенциала и скорости часов C_1 на их собственное время τ_1 взаимно аннулируются и мы получаем для τ_1 и τ_2 те же значения, как и прежде. Однако физическая интерпретация в обеих системах совершенно различна. В S_1 эффект приписывается лишь скорости часов, а в S_2 — совместному действию гравитационного поля и движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Einstein*. Ann. Phys., 1905, **17**, 891.
2. *P. Langevin*. Scientia, 1911, **10**, 31.
3. *M. Laue*. Phys. Z., 1912, **13**, 118.
4. *H. A. Lorentz*. Das Relativitätsprinzip. 3. Haarlemer Vorlesungen Leipzig, 1914, S. 31 a. 47.
5. *A. Einstein*. Naturwissenschaften, 1918, **6**, 697.
6. *C. Møller*. Danske Mat.-fys. Medd., 1943, **20**, N 19.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ФОРМУЛЫ

$$d\tau = \sqrt{1 - u^2/c^2}.dt \tag{II.38}$$

$$x = \frac{c^2}{g}\left\{\left[1 + \left(\frac{gt}{c}\right)^2\right]^{1/2} - 1\right\} \tag{III.47}$$

$$\left.\begin{aligned} &g_{11} = 1,\ g_{22} = r^2,\ g_{33} = 1,\ g_{44} = -\left(1 - \frac{r^2\omega^2}{c^2}\right) \\ &\gamma_{24} = \gamma_{42} = \frac{\omega r^2}{c} \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

$$\left.\begin{aligned} &\gamma_i = \left(0,\ \frac{\omega r^2}{\sqrt{c^2 - r^2\omega^2}},\ 0\right) \\ &\gamma_{11} = 1,\ \gamma_{22} = \frac{r^2}{1 - r^2\omega^2/c^2},\ \gamma_{33} = 1 \\ &\gamma_{ik} = 0 \text{ при } i \neq k \end{aligned}\right\} \tag{74}$$

$$\frac{d}{dt}\left(g_{ik}\frac{dx^k}{d\tau}\right) = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}\frac{dx^k}{d\tau}\frac{dx^l}{d\tau},\ g_{il} = \frac{dx^i}{d\tau}\frac{dx^k}{d\tau} = -c^2 \tag{86}$$

$$a_i = -\frac{\partial\chi}{\partial x^i} \tag{96}$$

$$\chi = -\frac{1}{2}r^2\omega^2 \tag{97}$$

$$d\tau = dt\left\{\left[\left(1 + \frac{2\chi}{c^2}\right)^{1/2} - \frac{\gamma_i u^i}{c}\right]^2 - \frac{u^2}{c^2}\right\}^{1/2} \tag{98}$$

$$d\tau = dt\left(1 + \frac{2\chi}{c^2} - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2} \tag{99}$$

$$d\tau_0 = dt\ \sqrt{1 + 2\chi/c^2} \tag{100}$$

$$\chi = -\frac{c^2}{2}(g_{44} + 1) = gx\left(1 + \frac{gx}{2c^2}\right) \tag{139}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{2g/c^2}{1+gx/c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + g\,(1+gx/c)^2 = 0 \tag{147}$$

$$x = \frac{c^2}{g}\left[\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{1}{\operatorname{ch} gt/c} - 1\right] \tag{149}$$

$$\frac{dx}{dt} = -c\left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\frac{\operatorname{sh} gt/c}{\operatorname{ch}^2 gt/c} \tag{150}$$

$$\tau = \left(1+\frac{gx_0}{c^2}\right)\int_0^t \frac{dt}{\operatorname{ch}^2 gt/c} = \left(\frac{c}{g}+\frac{x_0}{c}\right)\operatorname{th}\frac{gt}{c} \tag{151}$$

Р. Бойер

ПАРАДОКС ЧАСОВ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ [1]

1. ПАРАДОКС ЧАСОВ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Термин «парадокс» вызывает недоразумения. Хотя в вопросе об измерении времени нет никакого парадокса, я должен объяснить, что имеется в виду в этом пусть и не парадоксальном эффекте [1]. Прежде всего это следствие специальной теории относительности. Пусть наблюдатель A остается неподвижным в инерциальной системе отсчета, а другой наблюдатель B ускоряется относительно A, проходит большое расстояние и затем возвращается к A. При сравнении их часов путешественник B отметит меньшее время (рис. 1). Многие считают, что это парадокс, демонстрирующий противоречивость специальной теории относительности; оборачивая аргумент, спрашивают, чьи же часы измеряют меньшее время. Однако существование различных инерциальных систем отсчета ясно постулировано специальной теорией относительности; A находится все время в одной и той же системе отсчета, тогда как B переходит из одной в другую. Их роли не взаимозаменяемые и аргумент не может оборачиваться.

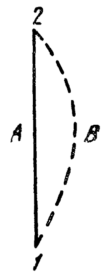


Рис. 1

Другие признают специальную теорию относительности, но утверждают, что она здесь неприменима. Поскольку мы имеем дело с ускоренными телами, они считают, что

---

[1] R. H. Boyer. The Clock Paradox in General Relativity.— Nuovo Cimento, 1964, 33, N 2, 345—351.

мы должны пользоваться общей теорией относительности. Это неверно, специальная теория относительности может прекрасно иметь дело с ускорениями (пока справедливы преобразования Лоренца). Общая теория относительности — это теория гравитации и она должна применяться, когда гравитационные поля создаются массивными телами.

Более того, эффект замедления косвенно наблюдался не в биологических системах, хотя и это не за горами — на элементарных частицах. Например, время жизни быстрых мезонов больше, чем время жизни покоящихся мезонов.

Говоря кратко, предсказание эффекта вытекает из следующего. Два ближних события связаны характерным временны́м интервалом $d\tau$, т. е. собственным временны́м интервалом идеальных часов, история которых содержит оба события. Если t, x, y, z — координаты Минковского в некоторой инерциальной системе отсчета, а c фундаментальная скорость, то

$$d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2}(dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Существование таких систем отсчета, где интервал принимает эту форму, является основным геометрическим постулатом специальной теории относительности, следствием чего кривизна равна нулю, имеется отдаленный параллелизм и т. д., чего нет в общей теории относительности. Полагая $v_x = dx/dt$ и т. д., получаем, что интересующие нас времена составляют

$$\tau_A = t_2 - t_1 \text{ и } \tau_B = \int_{t_1}^{t_2} (1 - v^2/c^2)^{1/2}\, dt.$$

Очевидно, что $\tau_A > \tau_B$. Это чрезвычайно просто и логично, хотя и удивительно для многих, привыкших лишь к классическому понятию универсального времени [2].

2. ПАРАДОКС ЧАСОВ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Можно быть склонным занять аналогичную точку зрения в общей теории относительности, где $\int d\tau$ также измеряет собственный интервал времени в истории движущегося наблюдателя. Но в общей теории относительности это геодезическая линия, соответствующая прямой линии в специальной теории, ибо можно вывести из уравнения поля, что небольшое пробное свободное тело движется по геодезической линии в пространстве — времени, искривленном из-за присутствия массивных тел. Таким образом, можно было бы ожидать, что собственное время по геодезической линии между двумя точками будет больше, чем по другому какому-либо пути, соединяющему те же точки. Однако это не всегда верно, что иллюстрируется интересным примером, предложенным Тангерлини [3]. Причину нарушения $\tau_A > \tau_B$ нетрудно найти, и это явление не заслуживало бы обсуждения, если бы Тангерлини не пытался сделать из него некоторые неожиданные и, по-моему, сомнительные выводы.

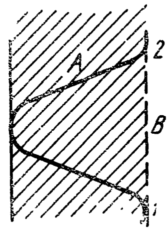


Рис. 2

В этом примере пробное тело движется свободно внутри шварцшильдовского пространства—времени (симметрически сферическое решение уравнений поля соответствует идеальной жидкости с постоянной плотностью массы покоя μ).

Интервал можно написать следующим образом:

$$\partial\tau^2 = \frac{1}{4}(3\cos\chi_0 - \cos\chi)^2 dt^2 - \frac{R^2}{c^2}(d\chi^2 + \sin^2\chi d\omega^2).$$

Здесь χ — радиальная координата, такая, что $\chi = 0$ в центре и $\chi = \chi_0 < \cos^{-1}(1/3)$ на границе с внешним вакуумом; $R^{-2} = 8\,\pi\mu\, G/3c,^2$, где G — ньютоновская гравитационная постоянная и $d\omega$ — элементарный угол. Геодезическая линия соответствует свободному падению тела A внутрь из состояния покоя $\chi = \chi_0$ (рис. 2)

$$(3\cos\chi_0 - \cos\chi)^2 \frac{dt}{d\tau_A} = \mathrm{const} = 4\cos\chi_0.$$

Для тела B, вынужденного оставаться в покое при $\chi = \chi_0$, имеем

$$\frac{d\tau_B}{dt} = \cos\chi_0 .$$

Откуда

$$\frac{d\tau_A}{d\tau_B} = \left(\frac{3\cos\chi_0 - \cos\chi}{2\cos\chi_0}\right)^2 < 1,$$

т. е. время геодезической линии от 1 до 2 м е н ь ш е.

Хотя нетрудно найти причину этого, может представить интерес сначала рассмотреть идею Тангерлини, которую этот пример призван иллюстрировать. Отметим, что в обоих случаях считается, что прямая линия имеет большее время («прямая» в смысле постоянной пространственной координаты, а не в геодезическом смысле). В последнем примере такой путь неподвижен относительно распределения материи. Таким образом, одно из объяснений появления и важности инерциальных систем отсчета в механике Ньютона или в специальной теории относительности состоит в том, что эти системы не имеют ускорения относительно всей материи Вселенной или что «инерционные силы» действительно гравитационного происхождения. Это объяснение (несущественное для специальной теории относительности) обычно называется принципом Маха. Тангерлини говорит, что «замедление времени» движущихся часов в действительности происходит из-за движения относительно материи Вселенной и таким образом оно в некотором смысле является подтверждением принципа Маха [4].

Я хочу показать, что принцип Маха, хотя и желателен в идеале, но не имеет отношения к данному вопросу и что задача определения, является ли интервал собственного времени вдоль геодезической линии максимальным, есть объект для применения вариационного исчисления. Это будет ответ, по крайней мере частичный, на вопрос, поставленный Тангерлини.

3. ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ

Напомним, что геодезическое условие — лишь необходимое условие того, что τ максимально, но недостаточное. Пусть σ— параметр, обозначающий семейство путей с конечными точками 1 и 2 так, что $\sigma = 0$ обозначает путь A; пусть $I(\sigma)$ обозначает соответствующее собственное время. Тогда $I(0) = \tau_A$.

Из стационарного характера τ следует $I'(0) = 0$. Наконец, согласно результату Синга [5]:

$$I''(0) = \int_0^{\tau_A} [g_{ab}(\partial\xi^a/\partial\tau)(\partial\xi^b/\partial\tau) - R_{abcd}\xi^a U^b \xi^c U^d]\, d\tau.$$

Здесь применены следующие обозначения. Латинские индексы принимают значения 0, 1, 2, 3 ($t = x^0$); $U^a = \partial x^a/\partial\tau|_{\sigma=0}$ и $\xi^a = \partial x^a/\partial\sigma/_{\sigma=0}$ при условии $\xi^a(0) = \xi^a(\tau_A) = 0$, или, без потери общности, $U^a\xi_a = 0$; g_{ab} — метрический тензор и R_{abcd} — тензор Римана, производный от него; $\partial/\partial\tau$ обозначает внутреннее дифференцирование. Пусть $(U^a, \lambda_d^a)_{(d=1,2,3)}$ — ортонормированная тетрада, переносимая параллельно вдоль A. Пусть ξ^α компоненты ξ^a вдоль $\lambda_\alpha^a : \xi^a = \xi^\alpha\lambda_\alpha^a$. Мы поднимем и понизим греческие индексы соответственно символу Кронекера. Тогда можем записать

$$I''(0) = -\int_0^{\tau_A} [(d\xi^\alpha/d\tau)(d\xi_\alpha/d\tau) + R_{\alpha\beta}\xi^\alpha\xi^\beta]\, d\tau,$$

где $R_{\alpha\beta} = R_{abcd}\,\lambda_\alpha^a U^b \lambda_\beta^c U^d$. Упомянем, что

$$R_{\alpha\beta}\xi^\alpha\xi^\beta = K(\xi)\,\xi^\alpha\xi_\alpha,$$

где $K(\xi)$ — римановская кривизна двухмерного элемента, определенного при U^a и ξ^a.

После этой подготовки мы можем дать достаточное условие для того, чтобы τ имело максимальное значение: $I''(0) < 0$ для всех семейств вариаций при условии, что τ достаточно мало. Отсюда следует, что тогда τ_A—относительный максимум. Докажем это утверждение (для достаточно гладких вариаций, что во всяком случае правильно для весьма широкого класса вариаций) и между прочим дадим представление о том, насколько мало τ_A. Поскольку $\xi^\alpha = 0$ на конечных точках, разложим ξ^α в ряд Фурье:

$$\xi^\alpha(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\alpha \sin\frac{n\pi\tau}{\tau_A}.$$

Тогда

$$I''(0) \leqslant -\int_0^{\tau_A} [(d\xi^\alpha/d\tau)(d\xi_\alpha/d\tau) + K_{\min}\xi^\alpha\xi_\alpha]\, d\tau =$$

$$= -\frac{\tau_A}{2}\sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{n\pi}{\tau_A}\right)^2 + K_{\min}\right].$$

Выберем теперь τ_A таким малым, что $[\pi/\tau_A]^2 + K_{\min} > 0$. Тогда $I''(0) < 0$, чем и доказано утверждение.

4. СОПРЯЖЕННЫЕ ТОЧКИ

Достаточность геодезического условия для максимального τ данного пути тесно связана с существованием сопряженных точек. В разъяснение этого рассмотрим уравнение геодезической девиации (известной в других работах как уравнение Якоби) [6]

$$\partial^2\eta_a / \partial\tau^2 + R_{abcd}U^b\eta^c U^d = 0.$$

Здесь η^a пропорционально смещению между точками двух соседних геодезических линий и может быть выбрано так, чтобы удовлетворить условию $U^a\eta_a = 0$ вдоль A. В тетрадном обозначении уравнение имеет вид

$$d^2\eta_a / d\tau^2 - R_{\alpha\beta}\eta^\beta = 0.$$

Мы говорим, что две точки на A сопряженные, если существует решение $\eta^\alpha \neq 0$ вдоль A, стремящееся к нулю в обеих точках. Связь с максимализацией τ может быть установлена следующим образом. Если внутри геодезического сегмента (1, 2) имеется точка *, сопряженная с I, то существует семейство вариаций на (1, 2) с $I''(0) > 0$. Докажем это.

Пусть $\overset{*}{\tau}_A$ — собственное время (1, *) и η^α — решение (2) на (1, *), так что $\eta^\alpha(0) = \eta^\alpha(\overset{*}{\tau}_A) = 0$; определим $\eta^\alpha(\tau) \equiv 0$ на (*, 2), Пусть ζ^α — какая-нибудь функция, обращающаяся в нуль при 1 и 2, так что $\zeta^\alpha d\eta_\alpha/d\tau < 0$ при *. Тогда, вставляя $\xi^\alpha = \eta^\alpha + \varepsilon\zeta^\alpha$ в (I), получаем

$$I''(0) = -\int_0^{\overset{*}{\tau}_A} [(d\eta^\alpha/d\tau)(d\eta_\alpha/d\tau) + R_{\alpha\beta}\eta^\alpha\eta^\beta]\, d\tau -$$

$$-2\varepsilon \int_0^{\overset{*}{\tau}_A} [(d\eta^\alpha/d\tau)(d\zeta^\alpha/d\tau) + R_{\alpha\beta}\eta^\alpha\zeta^\beta]\, d\tau + 0(\varepsilon^2).$$

Интегрируя по частям в каждом члене, находим, что первый интеграл исчезает, а второй равен $\xi^\alpha d\eta_\alpha / d\tau$ при *. Тогда ясно, что $I''(0) > 0$ при достаточно малом ε.

Обратное утверждение будет: если геодезический сегмент (1, 2) **допускает семейство вариаций с $I''(0) \geqslant 0$, то он содержит точку *, сопряженную с I.** Доказательство. Так как $I''(0) < 0$ для достаточно короткого интервала, то существует кратчайший интервал (1, *), для которого $I''(0) \geqslant 0$. Более того, ни одна вариация этого кратчайшего интервала не может иметь $I''(0) > 0$, ибо мы могли бы найти более короткий интервал с теми же свойствами. Таким образом, существует на (1, *) семейство вариаций (характеризуемое ξ^α), для которого $I''(0) = 0$, тогда как для всех других семейств вариаций $I''(0) \leqslant 0$. Следовательно $I''(0)$, у которого подынтегральное выражение квадратично относительно $\xi^\alpha(\tau)$, является стационарным относительно ξ^α, и мы можем применить вариационное исчисление к $I''(0)$ и найти уравнение Лагранжа—Эйлера

$$d^2\xi_\alpha / d\tau^2 - R_{\alpha\beta}\xi^\beta = 0.$$

Из того, что $\xi^\alpha(0) = \xi^\alpha(\overset{*}{\tau}_A) = 0$ следует, что точки I и * сопряжены.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вышеприведенные два результата показывают, что сопряженная точка появляется на интервале A тогда и только тогда, когда τ_A не является относительным максимумом для этого интервала. Таким образом, нарушение «парадокса часов» — признак существования сопряженной точки. Легко видеть, например, что парадокс часов всегда имеет место в пространстве — времени де Ситтера (структура космологического «установившегося равновесия»), так как $K(\xi)$ — положительная постоянная. Один взгляд на рис. 3 показывает, что в примере Тангерлини точка 2, где A возвращается к B, лежит вдали от сопряженной точки, ибо A пересекается соседней геодезической линией A'.

В защиту тех, кто все же желает «решить» парадокс часов, можно указать, что вдоль интервала (1, *), соединяющего сопряженные точки, существует семейство геодезических линий, таких что

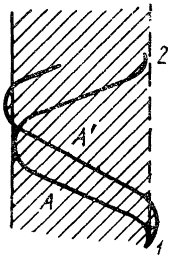


Рис. 3

$$x^a(\sigma, 0) - x^a(0, 0) = 0,$$
$$x^a(\sigma, \overset{*}{\tau}_A) - x^a(0, \overset{*}{\tau}_A) = 0(\sigma^2),$$
$$I(\sigma) - I(0) = 0(\sigma^2).$$

Так как все наблюдатели свободно падают, их роли теперь взаимозаменяемы в смысле второго раздела. И так как отмеченные ими времена равны в пределах $0(\sigma^3)$, здесь теперь также нет парадокса.

Бергман [7] исследовал этот же вопрос геодезической девиации, однако его метод пригоден лишь в малом пространстве — времени в близости отдельной точки. Его заключение, в согласии с предыдущим разделом, состоит в том, что этот метод годится лишь для больших отрицательных K (ξ). Тэйлор [8] пришел к этому же выводу, найдя, что собственное время одного периода осциллятора около центра внутреннего поля Шварцшильда соответствует, с точностью до $0(\sigma^4)$, собственному времени неподвижной частицы в центре поля. Здесь снова события, при которых сравниваются часы, сопряжены, так что мы должны ожидать $I''(0) = 0$. Математические идеи, использованные в этой работе, не новы. Цель этой статьи — показать, каким образом хорошо известная техника вариационного исчисления [9, 10] может применяться к неопределенной метрике общей теории относительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Schild.* Amer. Math. Monthly, 1959, 66, 1.
2. *C. C. Mac Duffee.* Proc. Cambridge Philos. Soc., 1960, 56, 176.
3. *F. R. Tangherlini.* Nuovo cimento, 1961, 25, 1081.
4. *F. R. Tangherlini.* Suppl. Nuovo cimento, 1961, 20, 1.
5. *T. L. Synge.* Proc. London Math. Soc., 1926, 25, 247.
6. *F. L. Synge* and *A. Schild.* Tensor Calculus. Toronto, 1949, p. 90.
7. *O. Bergmann.* Acta phys. austriaca, 1957, 11, 377.
8. *N. W. Taylor.* J. Austral. Math. Soc., 1961, 2, 206.
9. *G. A. Bliss.* Calculus of variations. Chicago, 1925.
10. *T. J. Willmore.* An introduction to Differential Geometry. Oxford, 1959, p. 145.

В. Кюндиг

ИЗМЕРЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ЭФФЕКТА ДОППЛЕРА В УСКОРЕННОЙ СИСТЕМЕ [1]

ВВЕДЕНИЕ

Чрезвычайно высокая точность измерения частоты, достижимая при помощи эффекта Мёссбауера, позволяет произвести проверку одного из следствий теории относительности, так называемого «поперечного допплер-эффекта». Идея эксперимента заключается в следующем: источник расположен в центре системы, вращающейся с угловой скоростью ω; поглотитель смонтирован на расстоянии R_A от центра, а счетчик неподвижен. Прохождение γ-лучей через поглотитель наблюдается как функция скорости поглотителя $R_A\omega$.

Как отметил Шервин [1], этот эксперимент отличается от измерений поперечного допплер-эффекта при равномерном движении, т. е. от измерений допплер-эффекта второго порядка для каналовых лучей [2, 3], и измерений времени жизни мезонов, распадающихся в полете [4—6] (в этих измерениях поперечный допплер-эффект проверялся с точностью около 10%). Сдвиг частоты во вращающейся системе может рассматриваться как поперечный допплер-эффект в ускоренной системе, а также как известный «парадокс часов».

Если эксперимент рассматривается в инерциальной системе отсчета источника, то эффект является следствием замедления времени в специальной теории относительности [7]. Так как относительная скорость источника и поглотителя $v = \beta c (\beta \ll 1)$ всегда перпендикулярна к соединяющей их линии, то имеется поперечный допплер-

[1] W. Kündig. Measurement of the Transverse Doppler-Effect in an Accelerated System. Phys. Rev., 1963, 129 (6), 2371—2375.

эффект, вызывающий изменение энергии, равное в первом приближении

$$(E_A - E_S)/E_S = (1 - \beta^2)^{1/2} - 1 \simeq -\frac{1}{2}\beta^2 =$$
$$= -R_A^2\omega^2/2c^2, \quad (1)$$

где E_A и E_S — характеристические энергии поглотителя и источника. С другой стороны, если явление рассматривается в системе отсчета K, связанной с поглотителем, то оно может трактоваться [7] в свете принципа эквивалентности и общей теории относительности. Центробежная сила, действующая на поглотитель, интерпретируется, тогда как гравитационная с потенциалом

$$\Phi = -\frac{1}{2}R_A^2\omega^2. \quad (2)$$

Таким образом, наблюдатель в K придет к заключению, что часы замедляются гравитационным потенциалом. Частота ν_A, измеренная в системе отсчета поглотителя, равна в первом приближении

$$\nu_A = \nu_S(1 + 2\Phi/c^2)^{1/2} \simeq \nu_S(1 + \Phi/c^2). \quad (3)$$

Изменение энергии, как и в первом случае, равно

$$(E_A - E_S)/E_S \simeq -R_A^2\omega^2/2c^2. \quad (4)$$

Мы видим, таким образом, что поперечный допплер-эффект и замедление времени при гравитации являются двумя различными выражениями одного и того же явления, т. е. что часы, подверженные ускорению, идут медленнее, чем неподвижные часы.

Эксперимент впервые осуществили Гэй, Шифер, Креншау и Егельстаф [8]. Они наблюдали увеличение пропускания γ-лучей поглотителем при увеличении его скорости, что показывает сдвиг характеристической энергии поглотителя в сторону меньших частот.

Полагая, что экспериментально известная форма линии неподвижного поглотителя не изменяется, они определили величину смещения частоты. Авторы нашли, что эффект совпадает с ожидаемым в пределах экспериментальных ошибок.

Для повышения точности этого эксперимента, имеющего фундаментальное значение для теории относительности, он был повторен с усовершенствованной техникой. На ультрацентрифугальном роторе с помощью эффекта Мёссбауера измерялся сдвиг 14,4 *кэв* линии поглощения Fe^{57} в функции от ω. Источник Co^{57} находился на пьезоэлектрическом преобразователе в центре ротора, а железный поглотитель — на расстоянии R_A от центра. Источник мог передвигаться относительно поглотителя при подаче на преобразователь пилообразного напряжения. Такое устройство позволяло наблюдать полный резонанс линий при различных ω. Таким образом, в отличие от прежних измерений определение смещения не зависит от формы линии. Движение источника, осуществляемое преобразователем, было выверено отдельным экспериментом.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО

На рис. 1 виден поперечный разрез ротора. Изготовлен ротор из специального алюминиевого сплава, его диаметр равен 20 *см*. Источник и поглотитель помещаются в канале ϕ 1 *см*, просверленном диаметрально сквозь ротор. Поглотитель, фольга толщиной $25 \cdot 10^{-5}$ дюйма из железа, обогащенного до 91% Fe^{57}, помещен внутри диска из

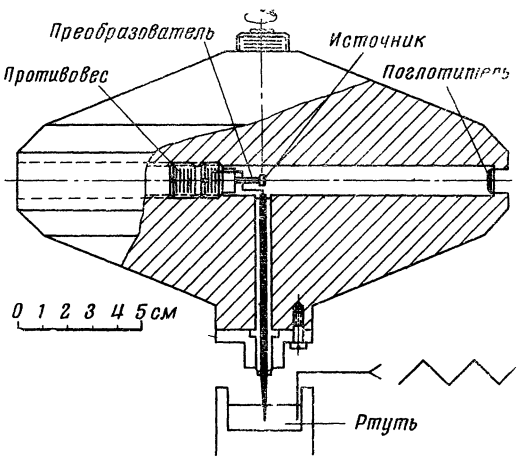


Рис. 1. Поперечный разрез ротора

Преобразователь показан повернутым на 90°, так что длинная сторона источника (3 × 8 *мм*) параллельна оси вращения плексигласа толщиной 1/16 дюйма на расстоянии 9,3 *см* от центра. Источник около 10 *mC* Co^{57}, нанесенного на железной фольге размером 3×8 *мм*, был приклеен к изоляционной детали из плексигласа, смонтированной на торце пьезоэлектрического преобразователя в центре ротора. Для преобразователя использовали пластинку $10 \times 8 \times 1$ *мм* из PZT-4, керамического ферроэлектрика [9]. Пилообразное напряжение подводилось к преобразователю через изолированную иглу из нержавеющей стали, конец которой погружался в ртуть, покрытую маслом.

Общая схема эксперимента показана на блок-схеме рис. 2. Ротор подвешен на гибком стальном вале и вращается ультрацентрифугальным мотором Spinco. Таким образом, ротор автоматически уравновешен. Скорость ротора регулировалась вручную с точностью до 0,1%. Для уменьшения нагревания от трения о воздух ротор вращался в вакуумной камере. Пилообразное напряжение генератора Hewlett — Packard $1000 \pm 0{,}5$ *гц* усиливалось до амплитуды 100 *в* и поддерживалось с точностью до 0,2%. Напряжение делилось 40 безындукционными сопротивлениями по 100 Ω и подводилось к преобразователю. Неподвижный счетчик находился против диаметрального канала с поглотителем в течение 2% времени. Для увеличения продолжительности использовались два пропорциональных счетчика с криптоновым наполнением.

Импульсы от каждого из двух пропорциональных счетчиков усиливались и направлялись к анализаторам амплитуды импульсов, селектирующим мёссбауеровское излучение 14,4 *кэв*. Выход селектора амплитуды импульсов соединен с двумя счетчиками *A* и *B* (рис. 2).

Счетчики *A* и *B* согласованы с движением источника следующим образом: счетчик *A* срабатывает, когда пилообразное напряжение, подведенное к преобразователю, повышается от 20 до 80%, а счетчик *B* — когда напряжение понижается от 80 до 20%. Для уменьшения паразитных источников предусмотрен фотоэлемент, так что счетчики принимают импульсы лишь тогда, когда источник, поглотитель и приемник находятся на одной прямой линии. Оба счетчика соединены с кристаллическим осциллятором 100 *кгц* и совместно с фотоэлементом и генератором пилообразного напряжения определяют время работы счетчиков *A* и *B*. Это время нужно для нормировки счета. Измерения производятся при любой скорости ротора, однако при условии отсутствия резонанса с пилообразным напряжением, имеющим частоту 1 *кгц*.

На рис. 3 показаны примеры измерения резонанса линий при трех различных скоростях ротора. Измеренное число импульсов хорошо соответствует кривой Лоренца по методу наименьших квадратов (при нормировке скорость счета равна 10 для $v = \infty$).

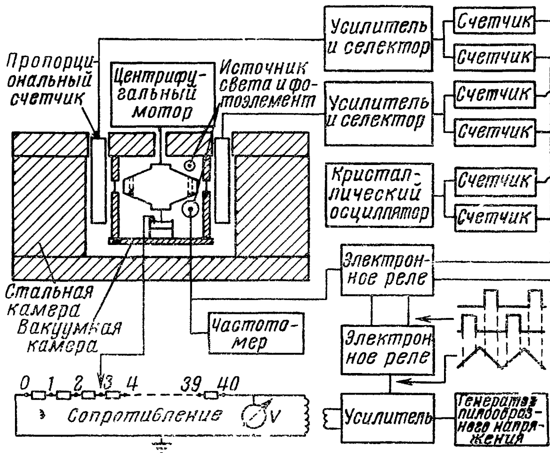


Рис. 2. Схема экспериментального устройства

Фотоэлемент и световой источник повернуты на 90° относительно положения пропорциональных счетчиков. Показаны два аксиальных отверстия в роторе, которые служат для освещения фотоэлементов, осуществляющих переключение счетчиков

Скорость источника, смонтированного на преобразователе, должна быть тарирована как функция от напряжения, подведенного к пьезоэлектрическому преобразователю. Это было осуществлено следующим образом. Источник передвигался к поглотителю механическим приводом с постоянной скоростью v. Механическим приводом служил микрометрический винт, вращаемый синхронным мотором. Средняя скорость выдерживалась с точностью 0,1% и определялась измерением с помощью фотоэлемента продолжительности 24 оборотов (12 *мм*) микрометрического винта.

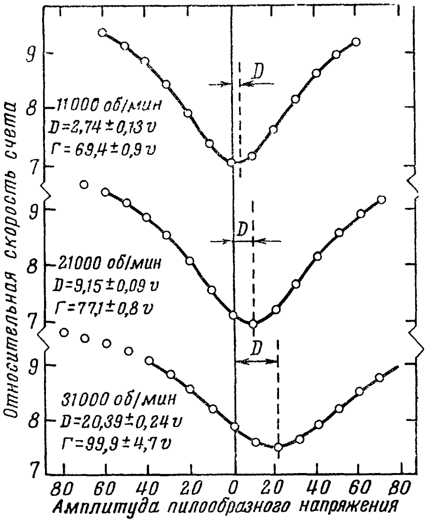


Рис. 3. Типичные кривые резонанса

Амплитуда пилообразного напряжения пропорциональна линейной скорости источника относительно поглотителя Левая сторона чертежа соответствует движению источника к поглотителю, правая — от поглотителя. Вычерченные кривые — подобранные кривые Лоренца, нормированные к скорости счета 10 при $v = \infty$. Г — полная ширина резонансной линии. Наблюдалось значительное расширение резонансной линии при увеличении скорости ротора Статистические ошибки точек меньше размеров кружков

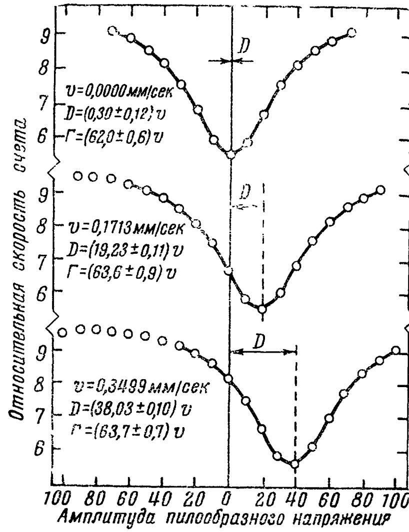


Рис. 4. Типичные кривые резонанса, измеренные при использовании линейного привода

Источник, двигаясь с указанной скоростью к поглотителю, вызывал линейный доплер-эффект. Амплитуда пилообразного напряжения на левой стороне рисунка представляет скорость источника, обусловленную преобразователем и приложенную в том же направлении, что и скорость привода v; на правой стороне — при противоположном направлении. Линия поглощения, измеренная при $v = 0$, показывает наличие небольшого химического сдвига резонансной линии. Вычерченные кривые получены методом наименьших квадратов

Линейный сдвиг, вызванный приближением и отдалением источника от поглотителя, измерялся таким же образом, как и в самом опыте: подведением различного пилообразного потенциала к преобразователю. Этот метод калибровки имеет то преимущество перед использованием постоянных характеристик пьезоэлектрика, что

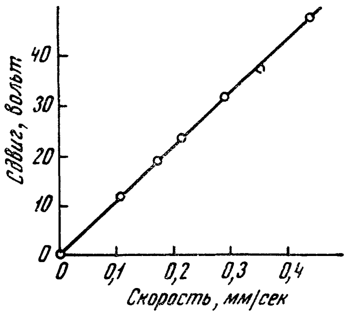


Рис. 5. Полученная методом наименьших квадратов калибровочная парабола для преобразователя

Сдвиг D вычерчен при линейной скорости механического привода. В первом приближении скорость источника пропорциональна амплитуде пилообразного напряжения, подведенного к преобразователю. Статистические отклонени меньше размера кружков

нет надобности в знании абсолютной амплитуды и искажений пилообразной волны и точных размеров преобразователя. Возможный химический сдвиг резонансных линий устраняется использованием того же источника и поглотителя, что и во время эксперимента. Рис. 4 показывает пример таких калибровок, которые производились каждые пять дней. Положение D резонансной линии, выраженное в амплитуде пилообразного напряжения, было определено, как и в самом эксперименте, подгонкой экспериментальных точек к кривой Лоренца методом наименьших квадратов. На рис. 5 дана зависимость D от скорости линейного привода. Точки подогнаны методом наименьших квадратов к параболе

$$D = (0{,}64 \pm 0{,}40) + (174{,}85 \pm 0{,}38)\, v - (1{,}79 \pm 0{,}85) v^2,$$

где D выражено в вольтах, а v — в *мм/сек*. Калибровочные измерения были проведены при трех различных линейных приводах (один гидравлический и два микрометрических). Оказалось, что различные механические приводы дают одинаковые соотношения между скоростью и напряжением преобразователя в пределах статистических ошибок 0,25%.

ОЦЕНКА И РЕЗУЛЬТАТЫ

Калибровка позволяет вычислить смещение, измеренное в эксперименте, в единицах скорости, вызывающей соответствующий линейный доплер-эффект. При расчете скорость $R_A\omega$ поглотителя корректировалась на растяжение ротора и на деформацию плексигласа, поддерживающего поглотитель. Растяжение ротора оценивалось по данным изготовителя подобных роторов из того же материала (Spinco Division of Beckman Company). Удлинение радиуса $R_A = 93{,}07 \pm 0{,}13$ *мм* составляет при 40 000 *об/мин* $0{,}31 \pm 0{,}07$ *мм*. Деформация диска измерялась при действии на него сжатого воздуха, имеющего давление, соответствующее центробежным силам при различных скоростях ротора. Было найдено, что, например, при 40 000 *об/мин* деформация составляет $0{,}04 \pm \pm 0{,}01$ *мм*. Далее результат был скорректирован на положение источника, который при ширине 3 *мм* двигался по среднему радиусу $R_S \simeq 1$ *мм*. Среднее замедление времени по этой причине равно $R_S^2\omega^2/2c^2 = 0{,}01 \pm 0{,}005\%$ от замедления времени поглотителя, равного $R_A^2\omega^2/2c^2$.

Рассматривались следующие влияния, которые оказались пренебрежительно малыми.

а) Влияние давления на резонансную линию поглотителя. Для поглотителя внутри диска при данных центробежных силах эффект меньше 10^{-5} измеренного поперечного доплер-эффекта.

b) Разница температуры между источником и поглотителем [11].

Например, при 30 000 *об/мин* разница температуры в 1° С вызывает ошибку в 0,45%. При большой скорости наблюдалось небольшое повышение температуры ротора из-за трения о воздух (10—20° С при 35 000 *об/мин* после 30—70 часов работы). Рассеяние тепла в преобразователе из-за приложенного пилообразного напряжения могло вызвать повышение температуры. Мощность этого рассеяния во всяком случае меньше 1 *mW*. Оно одинаково как во время калибровки, так и при самом эксперименте и поэтому не имеет значения.

Нет оснований считать, что имеется существенный градиент температуры между источником и поглотителем.

с) Температурный эффект пьезоэлектрического преобразователя. Согласно паспорту примененного ферроэлек-

Скорость ротора, *об/мин*	Сдвиг, 10^{-6} *м/сек*	$D/(R_A^2 - R_S^2)\omega^2$, 10^{-9} *сек/м*
3 000	$-$ 1,5±1,8	$-$1,7 ±2,1
11 000	+ 20,8±1,5	+1,803±0,127
21 000	+ 71,8±1,2	+1,705±0,029
25 000	+101,4±1,5	+1,703±0,026
31 000	+151,5±2,3	+1,653±0,025
35 000	+195,0±2,3	+1,666±0,020
Среднее взвешенное		+1,679±0,013
Ожидаемый результат = 1/2 *c*		+1,668

Примечание. Поперечный допплер-эффект измерен в функции от скорости ротора. Отношение $D/[(R_A^2 - R_S^2)\omega^2]$ должно сравниваться с ожидаемым теоретическим значением 1/2 *c*. Указанное отклонение является суммой статистических ошибок при подгонке результатов эксперимента к кривой Лоренца по методу наименьших квадратов и в 5—10 раз меньшей ошибки при подгонке к параболе сдвигов при калибровке (см. рис. 5). Случайные ошибки включены в таблицу.

трика, изменение константы d_{31} соответствующего пьезоэлектрика не превышает 1% между 0 и 100° С.

d) Эффект давления на пьезоэлектрический преобразователь. Уменьшение d_{31} пропорционально ω^4, следовательно, составляет 0,025% при 35 000 *об/мин*.

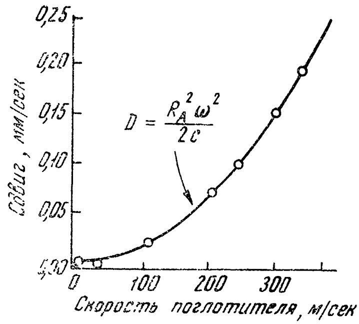


Рис. 6. Сравнение экспериментальных точек с теоретическим для поперечного допплер-эффекта

Сдвиг выражен через линейную скорость продольного допплер-эффекта, соответствующего скорости $R_A\omega$ поглотителя. Статистические отклонения порядка радиуса кружков

Результаты измерений, в том числе и ошибки, даны в табл. 1. На рис. 6 измеренный сдвиг D вычерчен как функция от скорости поглотителя $R_A\omega$. Парабола представляет теоретическое ожидание. Нулевая точка параболы установлена при калибровке. Подгонка измеренных точек по методу наименьших квадратов, основанная на предположении, что замедление времени пропорционально $(R_A^2 - R_s^2)\,\omega^2$, дает $(E_A - E_s)/E_s = -(1{,}0065 \pm 0{,}011)\cdot R_A^2\omega^2/2c^2$

Ошибка включает статистическую ошибку 0,77% при определении сдвига во время калибровки и эксперимента и систематическую ошибку 0,28% при определении R_A.

Как показывает рис. 3, наблюдалось значительное расширение резонансной линии при увеличении скорости. Это можно объяснить вибрацией ротора. При оценке делается предположение, что расширение резонансной линии не влияет на ее положение. Такое предположение верно, если вибрации ротора случайны относительно фазы вращения ротора и, следовательно, относительно фазы колебаний преобразователя. Примеры зависимости фазы дают вынужденные колебания из-за дефектной подвески вала, соединяющего ротор с центрифугальным приводом. Вынужденные колебания могут дать различное расширение и различный сдвиг при противоположных направлениях вращения, а также при различных роторах. Для скорости 25 000 *об/мин* измерения осуществлены при обоих направлениях вращения и дали одинаковый результат с точностью до статистической ошибки в 3% при подгонке методом наименьших квадратов. При более высоких скоростях пользовались лишь одним направлением вращения, так как другое считалось опасным. При поломке вала привода нарезной диск вверху ротора упал бы на нижнюю опору. При одном из направлений вращения ротор при этом отвинтился бы от предохранительного диска, упал бы на дно вакуумной камеры и разрушил аппарат. Были использованы два несколько отличающихся ротора. Один из них был неправильно обработан и имел статическую неуравновешенность 20 *гсм*. Систематического различия между результатами при работе с обоими роторами не обнаружено. Можно было монтировать роторы под различными углами относительно вала. Не обнаружено явной зависимости результатов от угла монтажа. Кроме того, довольно тонкий и гибкий вал (около 2 *мм* в диаметре, длиной 10 *см*) чрезвычайно мало передает вынужденные колебания. Единственное правдоподобное объяснение причины вибраций — это то, что они являются почти недемпфированными вибрациями ротора. Амплитуда этих колебаний в 10—15 Å достаточна для расширения, наблюдаемого при 31 000 *об/мин*. Отдельные оценки частот этих вибраций делают маловероятной ее фазовую связь с вращением. Эти характерные вибрации происходят от случайных ускорений и торможений привода, т. е. от небольших колебаний его скорости.

В последних фазах эксперимента линии резонанса приобрели невоспроизводимую асимметричность порядка 5%. Поскольку это наблюдалось как в эксперименте, так и при калибровке, этот эффект не объясняется вышеприведенным обсуждением о вибрациях ротора. Он может быть вызван нестабильностью формы пилообразного напряжения, цепей переключения, изменениями монтажа или нарушениями линейности пьезоэлектрического преобразователя; однако истинная причина не была установлена.

Ни одно из этих невоспроизводимых измерений не включено в результат. Результаты прежних измерений [12] также опущены, так как использованный тогда ротор разбился до того, как успели сделать проверку и новую калибровку.

Результаты, представленные здесь, показывают, что измеренный экспериментально допплер-эффект второго порядка совпадает с точностью до 1,1% с предсказанным теорией относительности и, насколько нам известно, это до сих пор наиболее точное измерение поперечного допплер-эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *C. W. Sherwin.* Phys. Rev., 1960, 120, 17.
2. *H. E. Ives* and *G. R. Stilwell.* J. Opt. Soc. America, 1938, 28, 215.
3. *G. Otting.* Phys. Z., 1939, 40, 681.
4. *R. Durbin*, *H. H. Loar* and *W. W. Harens.* Phys. Rev., 1952, 88, 179.
5. *L. M. Lederman*, *E. T. Booth*, *H. Byfield* and *J. Kessler.* Phys. Rev., 1951, 83, 685.
6. *H. C. Burrowes*, *D. O. Caldwell*, *D. H. Frisch*, *D. A. Hill*, *D. M. Ritson* and *R. A. Schluter.* Phys. Rev. Letters, 1959, 2, 117.
7. *W. Pauli.* Theory of relativity. London, Pergamon Press, 1958, p. 19, 151.
8. *H. J. Hay*, *J. P. Schiffer*, *T. E. Cranshaw* and *P. A. Egelstaff.* Phys. Rev. Letters, 1960, 4, 165; Proc. Second Conf. on Mössbauer Effect, A. Schoen and D. M. T. Compton (Eds). N. Y., John Wiley and Sons Inc., 1962.
9. Manufactured by Clevité Corporation, Cleveland, Ohio.
10. *R. V. Pound.* Proc. Second Conf. on Mössbauer Effect, A. Schoen and D. M. T. Compton (Eds). N. Y., John Wiley and Sons Inc., 1962.
11. *B. D. Josephson.* Phys. Rev. Letters, 1960, 4, 341.
12. *W. Kündig.* Bull. Amer. Phys. Soc., 1962, 7, 350.

Г. Хёнль

К ИСТОРИИ ПРИНЦИПА МАХА [1]

Всякий юбилей — это дни воспоминаний и осмысливания. Это должно оправдывать то, что для сегодняшней лекции вместо доклада о какой-либо специальной теме я предпочел дать обзор эволюции одной проблемы, привлекавшей внимание Эйнштейна с прямо-таки «магнитным» притяжением с самого начала его научной деятельности и занимавшей вновь и вновь его творческую фантазию. Речь идет о принципе Маха и его отношении к общей теории относительности.

Вопрос о связи между общей теорией относительности и так называемым принципом Маха занимал внимание почти всех исследователей творчества Эйнштейна. Градация суждений при этом простирается от полного отрицания принципа Маха до точки зрения, что лишь общая теория относительности впервые полностью развила мысль Маха о сведении ведущего поля материи к наличию и воздействию «отдаленных масс». Сам Эйнштейн в течение долгих лет придерживался этой точки зрения, и идеи Маха безусловно послужили Эйнштейну эвристическим путеводителем при разработке и обосновании общей теории относительности. В противоположность этому Герман Вейль в «Пространство — время — материя» [1] — первом учебнике теории относительности, ставшем знаменитым, показал, что методически правильнее отделить принцип Маха от идейного содержания теории относительности, чем с самого начала связывать последнюю с кругом идей принципа Маха. Именно влиянию этой значительной работы нужно приписать то, что по-

---

[1] H. H ö n l. Zur Geschichte des Machschen Prinzips. Wissenschaftliche Zeitschrift der Friedrich-Schiller Universität. — Jena. Mathem.— Naturwiss. Reihe, Heft I, Jahrgang 15, 1966.

чти все современные изложения общей теории относительности обосновывают ее основные положения безотносительно к принципу Маха. Это привело к тому, что в течение полстолетия вопрос о связи между теорией относительности и принципом Маха оставался открытым.

В дальнейшем я попытаюсь, с одной стороны, возможно яснее выявить основные идеи принципа Маха, а с другой, проследить исторически те изменения, которые претерпело понятие принципа Маха впоследствии, при развитии теории относительности. При этом в мои намерения не входит проследить в отдельности все разветвления и множество точек зрения на принцип Маха, которые встречаются в современной литературе; я должен и хочу ограничиться лишь изложением основных направлений. Зато прошу разрешить мне в конце выступления особо подчеркнуть ту точку зрения на принцип Маха, которая мне кажется наиболее приспособленной к современной ситуации в теории относительности.

1. Начнем с Маха. Большой заслугой Эрнста Маха является особая настойчивость указания на то обстоятельство, что инерциальные системы, для которых механика Ньютона во всяком случае приблизительно верна, с большой точностью «свободны от вращения» относительно системы неподвижных звезд. Это обстоятельство и сегодня лежит в основе практической астрономии. С полным правом Мах указал, что это бросающееся в глаза обстоятельство не находит никакого отражения в механике Ньютона, и Мах сделал это обстоятельство исходным пунктом своей критики — проведенной с большой остротой — ньютоновского понятия «абсолютного пространства» (а также «абсолютного времени») [2]. Он высказал убеждение, что это совпадение систем отсчета, определенных, с одной стороны, «динамически», а с другой — «кинематически», вряд ли случайно, и в связи с этим он выдвинул гипотезу, что в «действительности» не ньютоновское абсолютное пространство, а находящиеся в пространстве «отдаленные массы» образуют ведущее поле инертных тел, например стремятся удержать плоскость качания маятника Фуко и являются первопричиной центробежных сил и сил Кориолиса.

В этом смысле так называемый «принцип Маха» должен рассматриваться с самого начала как космологический принцип.

Очень впечатляюща критика, которой Мах подвергает доказательность ньютоновского эксперимента с вращающимся сосудом в своей «Механике» (1883) [2].

«Опыт Ньютона с вращающимся сосудом с водой показывает только то, что относительное вращение воды по отношению к с т е н к а м с о с у д а не побуждает заметных центробежных сил, но что эти последние побуждаются относительным вращением по отношению к массе Земли и остальным небесным телам. Никто не может сказать, как протекал бы опыт, если бы стенки сосуда становились все толще и массивнее, пока, наконец, толщина их не достигла бы нескольких миль. Налицо перед нами только один опыт и нам остается привести его в согласие со всеми остальными известными нам фактами, но не с произвольными созданиями нашей фантазии».

Таким образом, ньютоновское «доказательство» реальности «абсолютного пространства» сводится, согласно Маху, к тавтологии. В этой критике проявляется известная «позитивистская» точка зрения Маха. Освобождение механики и в конечном счете всей физики от подобных чуждых ей «схоластико-матафизических», по Маху, элементов (вроде ньютоновского «абсолютного пространства») — вот то позитивистское теоретико-познавательное требование, которое выдвинул Мах. Решающим обстоятельством при этом является то, что любое допустимое физическое понятие, согласно Маху, должно быть непосредственно или косвенно связано — посредством конечного и обозреваемого числа промежуточных звеньев — с наблюдаемыми фактами (в данном случае с астрономическими фактами).

Общеизвестно, что Эйнштейн присоединился к позитивистской критике Маха уже в ранней стадии — именно в годы пребывания в Берне — и что это сыграло важную роль в его первых работах по обоснованию специальной теории относительности.

Здесь я хотел бы указать, что махистская критика ньютоновской механики уже отчетливо обрисовывалась у Лейбница. Мы это знаем прежде всего из переписки Лейбница с Христианом Гюйгенсом об основах ньютоновской механики [3]. Лейбниц выдвигает против Ньютона то, что пространство — лишь «схема порядка» реально существующих вещей — spatio est *ordo* coexistendi, но не нечто столь же реальное и безусловно существующее, как вещество или материя. Гюйгенс также глубоко ощущал внутренние затруднения ньютоновского понятия «абсолютного пространства». К сожалению, переписка Лейбниц — Гюйгенс об этом важном вопросе прекратилась из-за смерти Гюйгенса в 1695 г.

Успехи ньютоновской механики при вычислении астрономических возмущений и прежде всего канонизирование ньютоновских «Principia» как основы всей физики затмили на протяжении следующих двух с половиной столетий ее внутренние затруднения. Тем не менее всегда находились голоса, высказывающие сомнения в справедливости и непротиворечивости основ механики Ньютона. В качестве типичного примера назову здесь статью Карла Неймана в юбилейном сборнике 1904 г. в честь Больцмана под заглавием «Об абсолютном движении» [4]. Опуская все частные высказывания, процитирую лишь заключительные слова:

«Я, конечно, охотно допускаю, что это определение, опирающееся на лапласовское «expace immobile» (неподвижное пространство) или на мою систему Альфа, в сущности всегда будет содержать нечто очень неудовлетворительное и загадочное. Однако теория, разработанная Галилеем, Ньютоном, Лагранжем и Лапласом, несмотря на ее величие и совершенство, возможно когда-нибудь уступит место еще более совершенной теории, при которой эти загадки исчезнут...».

2. Перехожу теперь к работам Эйнштейна об общей теории относительности, или к теории гравитации, и именно к тому специфическому оформлению, которое получили идеи Маха в связи с исследованиями Эйнштейна.

Здесь особое значение имеют следующие две фундаментальные работы:

1. Предварительно завершенная работа 1916 г. в «Annalen», озаглавленная «Основы общей теории относительности» [5].

2. Космологическая работа 1917 г., озаглавленная «Вопросы космологии и общая теория относительности» [6].

Достойно внимания, что в обеих работах Эйнштейн оказывается под сильным влиянием Маха и что он в них обстоятельно обсуждает связь своего исследования с Махом.

Термин «принцип Маха», безусловно, впервые появился expressis verbis (дословно) в 1918 г. в небольшой статье, в которой Эйнштейн обсуждает возражения против своей теории со стороны Кречмана [7]. К этому я еще вернусь.

При историческом рассмотрении изменений принципа Маха мне представляется весьма интересным то, что Эйнштейн с самого начала опирался на Маха, именно уже тогда, когда он располагал лишь немногими эвристическими точками зрения для выяснения некоторых эффектов, связанных с гравитацией. Это проявляется с полной отчетливостью в письме Эйнштейна от 25 июня 1913 г. к Маху, единственном письме Эйнштейна, найденном в архиве писем Маха в институте Эрнста Маха во Фрейбурге. Это письмо опубликовано мною некоторое время тому назад в «Phys. Blättern» [8]. Я хотел бы здесь воспроизвести дословно содержание этого краткого письма:

Цюрих, *25. VI. 13.*

Глубокоуважаемый Коллега!

Вероятно, Вы недавно получили мою новую работу об относительности и гравитации, которую я, наконец, закончил после бесконечных усилий и мучительных сомнений. В будущем году во время солнечного затмения будет проверено, изгибаются ли световые лучи Солнцем или, другими словами, верно ли основное и фундаментальное предположение об эквивалентности ускоренной системы и гравитационного поля.

Если это так, то Ваши вдохновляющие исследования об основах механики — вопреки несправедливой критике Планка — получат блестящее подтверждение. Тогда неизбежным следствием будет то, что инерция проявляется как своего рода взаимодействие тел, вполне в духе Вашей критики ньютоновского эксперимента с вращающимся сосудом.

Первое следствие в этом смысле Вы найдете на странице 6 этой работы. Дальше оказалось:

1. Если ускорить массивную сферическую оболочку S, то, согласно теории, заключенное внутри тело должно испытывать ускоряющую силу.

2. Если вращать оболочку S вокруг оси, проходящей через ее центр (вращать относительно неподвижных звезд, т. е. «неподвижной системы»), то внутри оболочки возникает кориолисово поле, т. е. происходит увлечение плоскости маятника Фуко (конечно, с практически неизмеримо малой скоростью) (рис. 1).

Возможность сообщить Вам это доставляет мне большую радость, ибо критика Планка мне всегда казалась в высшей степени необоснованной.

С глубоким уважением и сердечным приветом преданный Вам *А. Эйнштейн.*

Об ответном письме Маха на письмо Эйнштейна от июня 1913 г. ничего не известно. Я опускаю отрицательное отношение к кругу идей теории относительности со стороны тогда уже весьма престарелого Маха, которое можно найти в предисловии Маха к его «Физической оптике», написанном в июле 1913 г., несомненно под влиянием переписки с Эйнштейном.

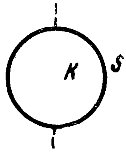


Рис. 1

Интерес, который представляет для нас сообщение Эйнштейна Маху, заключается в ряде причин. Помимо психологического состояния писавшего, выявившегося в первых же строках, письмо ясно показывает, что Эйнштейн уже тогда воспринимал свою теорию настолько цельной, что у него не было сомнения в тесной взаимосвязи различных следствий из нее, так что подтверждения одного лишь следствия — например, искривления световых лучей в гравитационном поле Солнца — влекло за собой подтверждение всех остальных следствий и также фундаментальных основ теории. Только так Эйнштейн мог прийти к выводу, что экспериментальная проверка отклонения световых лучей представляет собой подтверждение того, «что инерция проявляется как своего рода взаимодействие тел»—соображение, имевшее всегда большое эвристическое значение для Эйнштейна при обосновании общей теории относительности.

Что касается вышеупомянутого солнечного затмения 1914 г., во время которого должно быть проверено «верно ли основное и фундаментальное предположение об эквивалентности ускоренной системы и гравитационного поля», то посланная в Россию экспедиция распалась из-за вспыхнувшей первой мировой войны, и часть ученых попала в плен. Как известно, подтверждение правильно предсказанного Эйнштейном отклонения световых лучей осуществлено впервые во время солнечного затмения 29 мая 1929 г. английской экспедицией, посланной в Южную Америку. Можно действительно усматривать в этом и подтверждение «принципа эквивалентности», но лишь с учетом уточненной теории.

Если бы удалась экспедиция 1914 г. и точность наблюдений того времени была достаточной, то нашли бы, что отклонение лучей в два раза больше, чем предсказал Эйнштейн в 1913 г. [9]. В то время теория — до установления окончательных уравнений гравитационного поля — была еще несовершенной и даже противоречивой.

Кратко резюмируя, письмо содержит три следствия теории гравитации, тогда еще далеко не законченной.

Первое следствие лишь упомянуто в письме со ссылкой на пересланную работу. Речь идет о том, что согласно теории, масса пробного тела должна возрастать при приближении его к скоплению больших масс; это следствие Эйнштейн уже тогда назвал «относительностью инерции» [9]. Второе следствие состоит в утверждении, что ускорение большой массы влечет за собою одинаково направленное ускорение находящегося вблизи пробного тела. Третье следствие — это тот феномен, который позже подробно исследован теоретически Гансом Тиррингом [10]; последнее исследование содержит до известной степени количественный анализ упомянутого ньютоновского эксперимента с вращающимся сосудом. Все три следствия ведут, конечно, к принципу Маха, причем следует упомянуть, что первые два следствия не получены самим Махом. Лишь на третье следствие — частичное увлечение инерциальной системы вращающимися массами — имеется намек в упомянутой критике Махом эксперимента с вращающимся сосудом. Психологически понятно, насколько эти следствия теории укрепляли убеждение Эйнштейна в ее правильности.

Вопрос, которым мы должны прежде всего заняться, это выяснение того, насколько эти следствия гравитационной теории Эйнштейна вообще связаны с первоначальной *космологической* формулировкой принципа Маха. Названные эффекты можно совсем отделить от космологических соображений. Это уже видно из того, что все эффекты можно вывести из л и н е й н ы х эйнштейновских уравнений поля, совершенно непригодных для космологических исследований, ибо они лежат в основе псевдоевклидовой метрики Минковского. Вальтер Тирринг [11] и, с другой стороны, X. Денен, К. Вестпфаль и докладчик [12] показали, что можно вполне эвристически обосновать линейную теорию без ссылок на строгие уравнения поля. Указанные эффекты уже имеют место в этой предварительной теории, не имеющей ничего общего с принципом Маха.

Особенно интересен в этом отношении тот эффект, который Эйнштейн назвал «принципом относительности инерции»: масса тела возрастает вблизи больших скоплений масс. В этом Эйнштейн усматривал непосредственное подтверждение идей Маха. Эйнштейн вычисляет приблизительную величину возрастания инертной массы в поле тяготения (например, во всех изданиях The Meaning of Relativity [13] он дает: $m = m_0 (1 + \Phi/c^2)$, где Φ — значение ньютоновского потенциала в месте пробного тела. Я обязан моему сотруднику Денен доказательством, что эйнштейновская формула должна быть заменена формулой $m = m_0 (1 + 3\Phi/c^2)$ [12]; позднее это было также подтверждено Аткинсоном [14]).

Важно прежде всего то, что при последовательном доведении до конца эйнштейновских соображений из космологической формулировки принципа Маха необходимо сделать вывод, что при бесконечном удалении от масс, образующих гравитационное поле, инерция тела должна стремиться к нулю, что не подтверждается теорией ни в ее приближенной, ни в строгой форме.

Следовательно, нужны особо аккуратные определения, чтобы отличить «принцип относительности инерции» от принципа Маха в его к о с м о л о г и ч е с к о й формулировке.

Первый принцип лишь ч а с т и ч н о подтверждается эйнштейновской теорией гравитации. А как обстоит дело с к о с м о л о г и ч е с к и м п р и н ц и п о м?

3. В этом отношении особенно поучительна установка Эйнштейна в его краткой вышеупомянутой статье «Принципиальное содержание общей теории относительности» 1918 [7]. После своих фундаментальных работ 1916 и 1917 годов Эйнштейн, обсуждая возражения Кречмана, дополнительно резюмирует руководящие идеи своей теории следующим образом:

«Теория, как мне кажется сегодня, покоится на трех основных положениях, которые ни в какой степени не зависят друг от друга. Ниже они будут коротко сформулированы, а в дальнейшем освещены с некоторых сторон.

а) Принцип относительности: законы природы являются лишь высказываниями о пространственно-временных совпадениях; поэтому они находят свое естественное выражение в общековариантных уравнениях.

б) Принцип эквивалентности: инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что симметричный «фундаментальный тензор» ($g_{\mu\nu}$) определяет метрические свойства пространства, движение тел по инерции в нем, а также и действие гравитации. Описываемое фундаментальным тензором состояние пространства мы будем обозначать как «G-поле».

в) Принцип Маха: G-поле полностью определено массами тел. Масса и энергия, согласно следствиям специальной теории относительности, представляют собой одно и то же; формально энергия описывается симметричным тензором энергии: это означает, что G-поле обусловливается и определяется тензором энергии материи».

В примечании к в) Эйнштейн разъясняет: «До сих пор я не разделял принципа «а» и «в», но это приводило к путанице. Название «принцип Маха» выбрано потому, что этот принцип является обобщением требования Маха, что инерция должна сводиться к взаимодействию тел».

Нигде в трудах Эйнштейна его понимание принципа Маха не выражено столь сжато и однозначно. Таким образом, решающим является: 1) что G-поле полностью определяется массами, образующими гравитацию космоса; 2) что Эйнштейн видит в этой формулировке «обобщение», т. е. усиление космологического требования Маха о сведении инерции к взаимодействию тел и 3) принцип Маха оказывается совершенно равноправным с принципом общей относительности и принципом эквивалентности. Мы назовем теперь в) космологической формулировкой принципа Маха.

Отсюда непосредственно понятна мотивировка Эйнштейном соображений при обосновании общей теории относительности в его работе 1916 г. [5]: общая теория относительности должна привести к полному развитию идей Маха. Ньютоновское обоснование механики всегда считалось неудовлетворительным. Эйнштейн надеялся устранить этот фундаментальный недостаток новой, совершенной им ориентировкой физики. Поэтому в своей работе «Основы общей теории относительности» он указал на принцип Маха как на одно из соображений, приведших к развитию специальной теории в общую теорию относительности. Весьма характерно, что в этой связи Эйнштейн обратился к нерешенной до тех пор проблеме относительности вращательного движения. Известный мысленный эксперимент с двумя свободными в пространстве жидкими массами, из которых одна («неподвижная») представляет шар, а другая («вращающаяся») из-за центробежных сил становится эллипсоидом (рис. 2), — лишь модификация возражения Маха против ньютоновской интерпретации эксперимента с вращающимся сосудом.

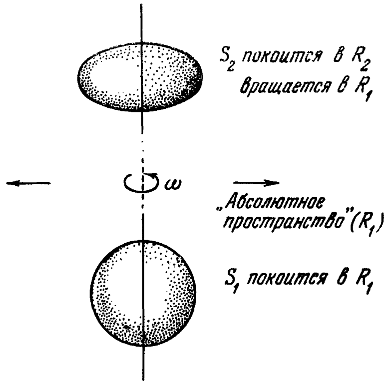


Рис. 2. Мысленный эксперимент Эйнштейна [5]

Для Ньютона «фиктивной причиной» возникновения центробежных сил служит «абсолютное пространство», не поддающееся никаким наблюдениям (с помощью вещественных тел).

Теперь займемся вопросом, оправдала ли общая теория относительности надежды Эйнштейна.

Космологическая работа Эйнштейна 1917 г. [6] начинается снова упорной борьбой за принцип Маха. Эта работа заслуживает нашего особого внимания. Это исследование обладает единственной в своем роде научной и психологической привлекательностью. Эйнштейн ведет читателя, как он сам выразился, «по пройденному им самим извилистому и неровному пути», в конце которого оказывается концепция пространственно-замкнутой, конечной Вселенной. Как раз эти эвристические соображения Эйнштейна раскрывают его сокровенную мысль. Здесь принцип Маха трактуется прежде всего совершенно в смысле относительности инерции масс. В этом проявляется свободная интерпретация Эйнштейном идей Маха, ибо последний лишь высказал мысль, что инерционные силы имеют причиной «отдаленные массы». Космологическая проблема впервые рассматривается в этой работе как вопрос граничных условий метрического поля в бесконечном пространстве. Эйнштейн показывает прежде всего, что общая теория относительности не может преодолеть затруднения ньютоновской теории, пока она придерживается того, что предельные значения G-поля переходят в бесконечном пространстве в нормальные значения метрики Минковского. В действительности принятие метрики Минковского в бесконечном пространстве означает в известном смысле возврат к «абсолютному пространству». И в общей теории относительности можно дать при этих граничных условиях приближенное решение полевых уравнений, отвечающее вращению (медленному) жидкой массы с определенной «угловой скоростью» (измеренной относительно граничной метрики в бесконечности) безотносительно к каким-либо другим массам Вселенной. При таком специальном выборе граничных условий в бесконечности можно усмотреть основание, вопреки общей ковариантности полевых уравнений, для возрождения в общей теории относительности понятия абсолютного пространства — правда, в несколько модифицированной ньютоновской форме. Следовательно, специальный выбор граничных условий в бесконечности совершенно препятствует проведению идеи относительности вращательных движений. Внутренние затруднения этой концепции заключаются не только в неудовлетворительности понятия «абсолютного пространства», но также и в присущей теории Ньютона космологии конечной островной системы звезд, свободно плавающей в бесконечном пространстве, системы, которая в течение времени должна по законам статистической механики распадаться. Эти затруднения также неизбежно возникают из требования, чтобы предельные значения $g_{\mu\nu}$ в бесконечном пространстве переходили в нормальные значения метрики Минковского. Поэтому Эйнштейн исследует теоретическую возможность изменения граничных условий в бесконечном пространстве, руководствуясь полностью принципом относительности инерции; инертная масса пробного тела должна стремиться к нулю в бесконечности, т. е. при достаточном удалении от скоплений масс, находящихся в конечном пространстве. Действительно, удается указать специальные условия, обеспечивающие это; однако при этом получается противоречие с эмпирически якобы надежным фактом «малых» скоростей звезд (по сравнению со скоростью света), который в противоречие к требуемым условиям допускает лишь относительно небольшие колебания «гравитационного потенциала» (как известно, к тому времени космическое расширение Вселенной еще не было открыто).

Соответственно этому мыслимые решения проблемы изменением граничных условий не приводят к цели. Против граничных условий Минковского, в частности, выступает принцип Маха, как это определенно подчеркивает Эйнштейн. Ибо, аргументирует он, «благодаря этому, хотя материя (находящаяся на конечном расстоянии) и влияет на инерцию, но все-таки не обусловливает последнюю. Если бы существовала только одна материальная точка, то она, согласно этому представлению, обладала бы почти такой же инерцией, как и в том случае, когда она окружена всеми прочими массами нашего реального мира.

Наконец, против этого представления нужно выдвинуть те же статистические возражения, которые выше были указаны для теории Ньютона».

Остается, по Эйнштейну, один путь решения «космологической проблемы» с одновременным спасением принципа Маха. «Именно, если бы можно было рассматривать мир в его пространственной протяженности как замкнутый континуум, то вообще отпала бы необходимость в подобного рода граничных условиях». Для проведения этой мысли, Эйнштейн считал тогда необходимым модифицировать свои уравнения гравитационного поля добавлением космологического члена. Лишь теперь мы в состоянии полностью оценить фундаментальное значение тогдашнего шага, состоящего в аппроксимации эмпирического пространства астрономов моделью замкнутого пространственного континуума. Правда, мы теперь знаем, с учетом космического расширения Вселенной, что нет надобности в космологическом члене для обобщения фундаментальных уравнений гравитации. Напротив, решающим является изменение топологической структуры эмпирического пространства.

Мы придем к точке зрения, что этим также удовлетворяется принцип Маха в точном смысле его первоначальной космологической формулировки. В истории науки останется всегда достойным удивления то, что, опираясь на эвристическую интуицию (как и в других фундаментальных идеях), Эйнштейну удалось совершить поворот в дискуссии о космологической проблеме, который, по всей вероятности, приблизит ее к решению.

Но проследим теперь дальнейшую историю принципа Маха. Как мы видели, Эйнштейн понимает требование принципа Маха так, что «согласно уравнениям гравитационного поля, не может существовать никакого G-поля без материи». Первоначальные уравнения 1916 г. во всяком случае не соответствуют этому требованию; они допускают решение при исчезающем тензоре энергии: именно $g_{\mu\nu} \Rightarrow \text{const}$. Но постулат в), с другой стороны, как будто выполняется добавлением к полевым уравнениям «космологического Λ-члена». Эйнштейн мог тогда допустить, что не существует решений этих расширенных полевых уравнений, свободных от сингулярностей при повсеместно исчезающем тензоре энергии. Однако голландский астроном де Ситтер, вскоре после работы Эйнштейна, показал, что полевые уравнения, расширенные космологическим членом, допускают решение, соответствующее полностью «пустой» Вселенной, совершенно лишенной материи (и к тому же бесконечно протяженной) [15]. Эйнштейна постигло большое разочарование. Решение де Ситтера ясно показало, что надежды, возложенные на расширенные полевые уравнения, призрачны.

Хотя физики и астрономы не восприняли эту «Вселенную де Ситтера» буквально и считали, что внесенная в эту пустую Вселенную «дополнительно» материя достаточно малой плотности не изменила бы существенно в целом свою метрику, все же казалось очевидным, что не материя, а «превосходство эфира» — по выражению Вейля — определяет ведущее поле. В этом нужно видеть причину того, что принцип Маха оказался тогда опороченным в глазах многих физиков.

Вселенная де Ситтера оказалась весьма важной и в совершенно другом отношении: она побудила к поиску других космологических решений. Сперва Эддингтон открыл, что пробные тела, внесенные во Вселенную де Ситтера, обнаруживают феномен космического расширения, что побудило его к систематическому поиску Галактик, удаляющихся от нашего Млечного пути со скоростями, пропорциональными астрономическому расстоянию. Одновременно решение де Ситтера побуждало к поиску связующих членов между ним и эйнштейновским космосом, оказавшимся тем временем нестабильным. Можно поэтому усмотреть в решении де Ситтера толчок к разработке космологических теорий, нашедший скоро свое выражение в работах Эддингтона, Фридмана, Леметра, Робинсона и др. [16]. Более подробное изложение вышло бы за рамки этого доклада.

Укажем лишь еще на один принципиальный результат. Эти исследования показали, что космическое расширение никоим образом не связано с космологическим Λ-членом. Поэтому сам Эйнштейн позже рекомендовал вычеркнуть Λ-член из уравнений поля как излишний для космологии [17]. С другой стороны, возможность сохранения Λ-члена, при соблюдении общей ковариантности полевых уравнений, характеризует физическую проблему, до сих пор не решенную и очень загадочную, но вряд ли имеющую какое-либо отношение к принципу Маха.

4. Я хотел бы теперь перейти к обсуждению некоторых точек зрения, которые могут, в их совокупности, поновому осветить отношения между принципом Маха и общей теорией относительности. Прежде всего зададимся вопросом, совместима ли вообще сразу идея Маха с ситуацией в физике, созданной общей теорией относительности.

Аргументы Маха базируются на гипотезе, что тяготение — дальнодействие. Наоборот, общая теория относительности по своей сущности — теория близкодействия, именно в том смысле, что четырехмерное пространство — время — арена настоящих событий. Таким образом, имеется фундаментальное физическое различие между обеими теориями. Действительно, пространственно-временной континуум означает наличие второй фундаментальной реальности — «метрики», наряду с первичной реальностью материи; согласно полевым уравнениям, обе эти реальности находятся в определенных, закономерных отношениях. Напротив, Мах знал лишь одну основную реальность — материю. Поэтому «доступно наблюдению» в смысле позитивизма Маха равноценно «доступно проверке» по положению материи, например, созвездий. С другой стороны, кажется слишком спекулятивным, если пожелать — вопреки Маху — упорствовать на чистом «монизме поля» (который объявлял бы материю в некотором роде «порождением» поля) и этим аргументом отклонить принцип Маха a limine (с самого начала). (Сам Эйнштейн, кажется, никогда, как это ни странно, не приходил к этой мысли, хотя полевой монизм был ему по душе.) Но безусловно необходима модификация идеи, воспринятой интуитивно от Маха, для того, чтобы ее приноровить к новой ситуации в физике, созданной общей теорией относительности. Как это можно осуществить?

В согласии с Махом и Эйнштейном, ведущее поле для пробных тел должно определяться всецело распределением (мы добавили бы: и движением) масс во Вселенной; в релятивистской формулировке — энергией и импульсом материи.

Из-за упомянутого дуализма поля и материи эта формулировка еще неудовлетворительна. Скорее нужно требовать, чтобы при формулировке принципа Маха энергия и импульс гравитационного поля выступали наравне с энергией и импульсом материи. В самом деле, как вам сообщил в своем докладе Денен, исследования, проведенные во Фейбургском институте [18], показали возможность формулировки динамических законов движения пробных масс в G-поле, в котором действующие силы поля обусловлены одинаковым образом как плотностью энергии-импульса материи, так и гравитационного поля. Этот факт должен дать теоретическое обоснование для формулировки принципа Маха, если таковое вообще возможно.

Проведение принципа Маха, исходя из сил, проявляющихся в ведущем поле, требует возобновления понятия силы в смысле динамики Ньютона — Лагранжа.

Что подобное возобновление, т. е. «легализация» понятия силы, в рамках теории гравитации возможно, было показано в предыдущем докладе Денена. Поэтому я ограничусь здесь лишь схемой этой теории.

«Поле наблюдателя» u_μ.

Условие временноподобности: $u_\mu u^\mu = 1$.

Напряженности поля, вызванные вращением:

$$F_{\mu\nu} = u_{\nu/\mu} - u_{\mu/\nu}.$$

Откуда «Максвелл I»

$$F_{\mu\nu/\lambda} + F_{\lambda\mu/\nu} + F_{\nu\lambda/\mu} = 0.$$

Источники $F_{\mu\nu}$-поля. Преобразование

$$R_{\mu\sigma}u^\sigma - \frac{1}{2}(R - 2\Lambda)\, u_\mu = -\varkappa T_{\mu\sigma}u^\sigma$$

дает «Максвелл II»:

$$F^\sigma_{\mu\|\sigma} = \frac{\varkappa}{2}(j_\mu + S_\mu)$$

при $j_\mu = T_{\mu\sigma}\, u^\sigma$, $S_\mu =$

$$= -\frac{1}{k}\left\{2u_\mu{}^{\|\sigma}{}_{\|\sigma} - u^\sigma_{\|\mu\|\sigma} \quad - u^\sigma_{\|\sigma\|\mu} + \frac{1}{2}(R - 2\Lambda)\, u_\mu\right\}$$

и законе сохранения

$$(j^\mu + S^\mu)_\mu = 0.$$

Силы G_μ, действующие на пробное тело (масса покоя m_0), при

$$E_\mu = F_\mu u^\nu,\ B_{\mu\nu} = F_{\mu\nu} - E_\mu u_\nu - E_\nu u_\mu$$

будут равны

$$G_\mu = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}(E_\mu + B_{\mu\nu}\varkappa^\nu)$$

аналогично силе Лоренца в электродинамике.

На этой основе можно действительно дать вполне строгую формулировку принципа Маха, удовлетворяющую условию общей ковариантности [19]. Формулируем:

В о п р о с, у д о в л е т в о р я е т и л и н е т п р и н ц и п у М а х а о п р е д е л е н н о е к о с м о л огическое решение уравнений поля, сводится к тому, выводятся ли силы G_μ (соответственно $F_{\mu\nu}$) в любой системе отсчета целиком и однозначно из суммы $j_\mu + S_\mu$, согласно уравнению Максвелла II, или нет. В такой постановке вопроса мы усматриваем строгую формулировку принципа Маха.

Если дальше мы добавим гипотезу, что реальный мир удовлетворяет принципу Маха, то последний окажется принципом отбора: лишь среди маховских решений уравнений поля могут находиться те модели мира, которые с большей или меньшей точностью аппроксимируют реальную Вселенную.

Очевидно, эта формулировка принципа Маха означает расширение относительно первоначальных концепций Маха и Эйнштейна; ни Мах, ни Эйнштейн не принимали серьезно во внимание обратное действие гравитационного поля на возбуждение сил в ведущем поле (соответственно члену $S_{\mu\nu}$). Все же удивительно в историческом отношении, что Эйнштейн в своих эвристических соображениях при обосновании уравнений гравитационного поля в работе 1916 г. в «Анналах» [20] замечает, что «энергия гравитационного поля должна действовать в смысле тяготения точно так же, как всякая энергия другого рода»; однако в дальнейших разработках теории эта точка зрения совершенно утерялась.

Далее сразу ясно, что именно упомянутая формулировка принципа Маха оправдывается ситуацией, созданной общей теорией относительности (совершенно независимо от того, вносят ли в уравнения поля космологический Λ-член или нет), ибо эта формулировка учитывает обе основные реальности, устанавливающие эту теорию: поле и материю. Этим она, безусловно, отличается от слишком узкой концепции Маха, в которой только наличие материи дает основание для принципиальной возможности наблюдения.

Согласно Эйнштейну, принцип Маха удовлетворяется тогда, когда G-поле не только обусловлено тензором энергии, но и полностью им определено. Здесь мы должны заменить тензор энергии тензорами материи и гравитационного поля. Если мы понимаем принцип Маха в смысле требования однозначности сил, то вопрос сводится к тому, при каких условиях распределение энергии и импульсов $j_\mu + S_\mu$ материи и поля полностью определяет силы.

Теперь очень легко указать достаточные для этого условия. Именно, если Вселенная пространственно замкнута и конечна, то отпадают добавочные граничные условия в бесконечном и, учитывая предпосылку, что модель свободна от сингулярностей, нет ничего, что могло бы ставить под вопрос однозначность сил при данном размещении источников. Отсюда положение: все пространственно замкнутые, конечные модели Вселенной удовлетворяют принципу Маха, короче, являются махистскими.

Иначе обстоит дело в бесконечно протяженных моделях Вселенной — «открытых» относительно бесконечности. Действительно, если мы допускаем бесконечные модели Вселенной как равноправные математически и физически с конечными (как мы еще увидим, это может вызвать размышления фундаментального характера), то влияние граничных условий в бесконечности приобретает решающее значение, аналогично как и в электродинамике. При таком предположении мы должны различать махистские и антимахистские бесконечные модели.

5. При такой формулировке принципа Маха некоторые критерии, справедливо считающиеся при прежних дискуссиях о принципе Маха решающими, теперь не имеют значения. К ним относится, в частности —согласно Маху и Эйнштейну — требование относительности вращательного движения, с которого и началась Махом критика ньютоновской механики.

Если понимать под «махистскими решениями в узком смысле» такие, которые дополнительно удовлетворяют «принципу относительности вращения», то можно показать, что среди махистских моделей, в определенном выше смысле, можно отделить класс махистских моделей в узком смысле, удовлетворяющих этому принципу. Необходимое и достаточное условие для этого состоит в том, что кориолисовы силы в «покоящемся пространстве» материи целиком исчезают.

Легко показать, что все строго *однородные и изотропные* модели, например статический космос Эйнштейна и расширяющееся сферическое пространство Фридмана, «махистские в узком смысле». В таких моделях в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью ω относительно пространства покоя материи, возникают кориолисовы силы, пропорциональные ω, и центробежные силы, пропорциональные ω^2. Таким образом, как это видно из более точных выкладок, осуществляется относительность вращения. Поэтому в таких моделях можно систему покоя материи назвать «махистской системой отсчета». В махистских решениях в узком смысле имеется действительно далеко идущее согласие кинематики и динамики, соответствующее старому требованию строго проводимой относительности движения *наблюдаемых* масс в духе Лейбница, Гюйгенса и Маха.

Противоположным примером служит модель Озвата и Шюкинга конечного замкнутого пространства, в котором относительно пространства покоя материи имеются кориолисовы силы [21]. Эти силы, правда, исчезают в системе отсчета, движущейся соответственным образом относительно материи, но не представляющей собой махистской системы отсчета. Модель Озват — Шюкинга, как конечнозамкнутая Вселенная, все же «махистская в широком смысле». Таким образом, получается совершенно естественная «градация» моделей Вселенной как махистских «в более узком» или «в более широком» смысле, в зависимости от того, ближе или дальше они от первоначальной идеи Маха — Эйнштейна.

6. Я хотел бы сперва еще раз вернуться к старой проблеме относительности вращения с достигнутой теперь новой точки зрения. Уже в 1918 г. Ганс Тирринг исследовал на основе линейных полевых уравнений Эйнштейна гравитационное поле вращающегося полого шара [10] и, совместно с Лензе, также поле вращающегося сплошного шара [22]. В противоположность Ньютону, получается, что G-поле вращающегося шара отличается от поля неподвижного. Вычисления показывают, что внутри вращающегося полого шара пробные массы испытывают ускорения, весьма аналогичные тем, которые возникают под действием кориолисовых и центробежных сил во вращающихся системах отсчета.

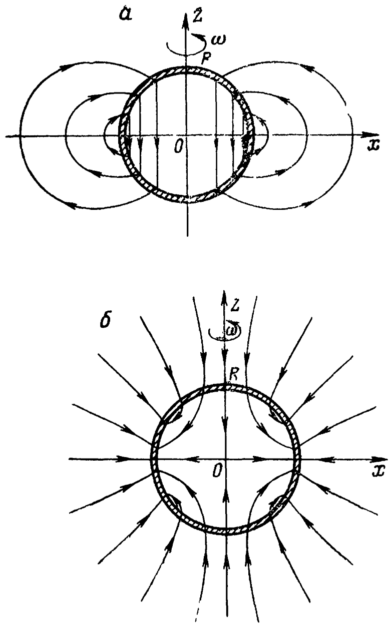
Рис. 3 Кориолисово поле (*а*) и центробежное поле (*б*) в эффекте Тирринга

Суммарное ускорение в окрестности центра полой сферы:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = a\left\{\frac{8}{3}\mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega} + \frac{2}{15}\omega^2\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}\right\},$$

$$a = \frac{GM}{c^2R} = \frac{r_0}{R}$$

(R—радиус полой сферы, r_0—гравитационный радиус)



Эти силы можно толковать так, что инерциальная система в небольшой степени перемещается, «увлекается» вращением шара. Как известно, эти силы настолько малы, что подтверждение этого эффекта наблюдениями — например, возмущений орбит спутников вращающимся небесным телом (например, над луной у Юпитера) — до сих пор невозможно.

С другой стороны, пытались появление этих сил при «эффекте Тирринга» с известным правом связать с принципом Маха, тем более что сам Мах указал на подобного рода мысленный эксперимент при критике ньютоновского опыта с вращающимся сосудом. Однако при этом нужно учесть следующее. Во-первых, принцип Маха не дает никаких указаний для коэффициентов, определяющих величину сил. С другой стороны, решающее отличие от Маха лежит в том, что вычисления Тирринга постольку не соответствуют рассуждениям Маха, поскольку вращение полой сферы Тирринга происходит не относительно «отдаленных масс» в смысле Маха, а, согласно исходным предпосылкам расчета, относительно совершенно «пустого» пространства. Таким образом, ситуация ньютоновской механики принципиально никоим образом не преодолена. Причина этого лежит, конечно, опять в том, что граничные условия в бесконечности приняты, согласно метрике Минковского, для однозначной постановки задачи. Для более тщательного исследования связи мысленного эксперимента Тирринга с принципом Маха нужно так изменить постановку задачи, чтобы вопрос шел не об инерционных силах в бесконечном пустом евклидовом пространстве, а об инерционных силах в конечной замкнутой Вселенной.

Наиболее простой здесь оказывается космическая модель Эйнштейна. Сферическая однородная расширяющаяся модель Фридмана также не представляет особых затруднений для вычисления. Теперь задачу можно сформулировать примерно так. В космосе Эйнштейна, пользуясь координатами, в которых вся материя покоится, выделяется небольшая часть постоянной плотности $\delta\rho$, вращающаяся с определенной скоростью вокруг заранее выбранной геодезической. Затем вычисляют G-поле в линейном приближении с метрикой Эйнштейна в качестве основной метрики. После этого применяют уравнения движения для пробных тел и анализируют их в отношении действующих сил.

В такой постановке проблема была окончательно решена уже в 1958 г. госпожой Зоргель-Фабрициус [23]. Оказалось, что во всем космосе появляются кориолисовы и центробежные силы, при этом в отношении кориолисовых сил получается увлечение инерциальной системы, связанной с покоящейся материей, как раз согласно коэффициенту $\delta\rho/\rho$ (ρ — постоянная плотность материи, $\delta\rho$—плотность вращающегося распределения масс), т. е.

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{\delta\rho}{\rho}2\boldsymbol{v}\times\omega+\mathbf{Z}.$$

Таким образом, кориолисово поле исчезает лишь в такой системе отсчета, в которой исчезает также момент импульса всей материи. Коэффициент увлечения $\delta\rho/\rho = =\delta M/M$ (M и δM—полная масса и вращающаяся масса) теперь точно соответствует значению, ожидаемому согласно принципу Маха (для краткости мы не останавливаемся подробно на центробежном поле).

Еще более поучителен вопрос об интенсивности кориолисова поля внутри вращающейся сферы в зависимости от «астрономически» определенного радиуса r_0 сферической оболочки (постоянной толщины и плотности) [24]. В решении этой задачи можно усмотреть точный ответ на один из вопросов, поставленных Махом, хотя бы в принципе. Результат решения показан на следующем рисунке (рис. 4).

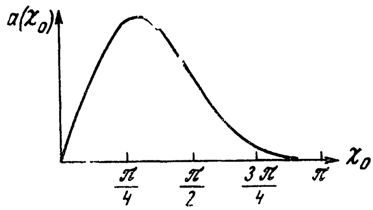


Рис. 4. Зависимость интенсивности кориолисова поля от астрономического расстояния $r_0 = R\chi_0$ вращающейся полой сферы (R — радиус кривизны космоса Эйнштейна)

$$a(\chi_0) \sim \{1 - (\pi - \chi_0) \operatorname{ctg} (\pi - \chi_0)\} \sin \chi_0.$$

То, что вышеуказанный результат получается как интегральное действие всех сферических оболочек, само собою разумеется. Также понятно из наших общих соображений, что появляющиеся в любой вращающейся системе отсчета силы при конечном и замкнутом космосе могут в принципе рассматриваться как воздействие распределения энергии и импульса материи и гравитационного поля относительно этой системы отсчета. Подробные расчеты подтверждают это.

На этом примере мы хотели лишь показать, как относительность вращения в однородных и изотропных пространствах, заполненных материей, подчиняется общей формулировке принципа Маха. С другой стороны, очевидно, что реальный мир может быть «махистским» лишь в «широком смысле», ибо махистские решения в узком смысле связаны с идеализациями (вроде однородности и изотропности), которые, несомненно, не имеют места в реальном мире. Таким образом, в реальном мире не может быть строгой согласованности динамики и кинематики вещественной материи. Тем не менее вполне возможно (в силу приблизительной однородности распределения материи в космосе) и даже вероятно, что фактическое поведение материи во Вселенной может быть очень хорошо аппроксимировано махистской моделью в узком смысле, например расширяющимся сферическим пространством Фридмана.

7. В заключение нужно обсудить еще один фундаментальный вопрос.

Насколько сейчас нам известно, существуют лишь к о н е ч н ы е объекты опыта. Эта точка зрения подчеркивалась при случае не только физиками, но и математиками, особенно Давидом Гильбертом [25]. Теория относительности учит, что все действия распространяются с конечной скоростью, скоростью света. Квантовая механика показывает, что элементарные процессы материи и излучения ограничены снизу конечным квантом действия Планка, так что не существует сколь угодно малых преобразований энергии. Вероятно, напряженности электрических и магнитных полей не могут достигать сколь угодно больших значений и т. д.

Мыслимо ли, исходя из этой общей точки зрения, вывести заключение о бесконечности Вселенной?

В отношении понятия «модели Вселенной» нужно иметь в виду следующее: «модели Вселенной» представляют всегда идеализации, необходимые для того, чтобы данную задачу сделать вообще доступной математическому анализу. Подобные идеализации проявляются в требовании симметричности или однородности, или изотропности модели. При пространственно конечно протяженных моделях подобные требования имеют непосредственно понятный смысл.

Хотя такие требования не могут выполняться в действительности абсолютно строго, все же соответствующая модель может представить ожидаемые отношения во Вселенной с хорошим приближением. При пространственно бесконечно протяженных моделях дело обстоит принципиально иначе. Требование однородности, изотропности или другой внутренней симметрии для всей бесконечно протяженной Вселенной, очевидно, лишено физического смысла, ибо оно превышает возможности любого мыслимого опыта. Все же при математическом построении моделей Вселенной обращаются к подобным требованиям, так как задача поддается математической формулировке лишь при подобных крайних условиях. Это не означает, что можно принимать эти строгие требования «буквально».

Поясним это подробнее на примерах. Пусть распределение плотности в бесконечно протяженном пространстве задается через $\rho = \rho_0 \exp(\alpha r^2)$. Это означает, что для достаточно большого r плотность ρ отличается сколь угодно от постоянной плотности ρ_0, несмотря на то что в очень больших областях (при достаточно малом $|\alpha|$) ρ и ρ_0 могут эмпирически не отличаться.

Другим примером служит закон Биркгофа. Как известно, эта теорема утверждает, что уравнения поля для вакуума $R_{\mu\nu} = 0$ не имеют решений, зависимых от времени при требовании пространственно центральной симметрии решения [26]; в этом случае единственное независимое от времени решение — это статическое решение Шварцшильда. Последнее имеет то свойство, как известно, что $g_{\mu\nu}$ в бесконечности переходит в нормальное значение $\eta_{\mu\nu}$ метрики Минковского. Требование центральной симметрии в этом случае заменяет граничные условия в бесконечности. Закон Биркгофа не имеет силы при малейшем ослаблении требования симметрии. В любом другом случае, кроме крайнего требования центральной симметрии (физически никогда точно не выполнимого), необходимо специально постулировать граничные условия в бесконечности, если нужно получить однозначное решение полевых уравнений (например, в симметричной задаче вращающейся сферы Г. Тирринга).

Хорошо известны аналогичные условия в электродинамике. Например, единственное центрально симметричное решение уравнения потенциала $\Delta\varphi = 0$ — это решение $\varphi = a/r + b$, которое для $r \to \infty$ стремится к постоянной. Если заряженная сфера находится в однородном электрическом поле, то суммарное поле определяется поведением (асимметричным) поля в бесконечности и т. д. Однако в физике никогда не принимали требование однородности электрического или магнитного поля буквально, а имели в виду заряды или токи в конечном пространстве, создающие приблизительно «однородное» электрическое или магнитное поле.

Но в космологии условия отличаются от условий в электродинамике, поскольку в первой нет ничего вне области идеальных требований: космология всегда распространяется на всю мыслимую область опыта. Отсюда следует, что условия симметрии или требования однородности, изотропности и т. п. к метрике поля при бесконечно протяженных моделях Вселенной никогда не могут соответствовать фактическим условиям в каком-либо задаваемом приближении и поэтому как «физические» условия не имеют смысла. (Иначе обстоит дело с так называемыми «условиями сшивания» для метрического поля, но последние не являются космологическими условиями.) При применении этого рассуждения к принципу Маха оказывается, что именно все конечные и пространственно замкнутые модели удовлетворяют принципу Маха (в упомянутом расширенном смысле) и что, напротив, соответствующее утверждение (положительное или отрицательное) относительно бесконечно протяженных моделей невозможно. Согласно предыдущим соображениям, это происходит оттого, что само определение таких моделей не может иметь физически понятного смысла и недоступно какой-либо опытной проверке. На этом основании бесконечно протяженные космологические модели должны принципиально исключаться при обсуждении космологических проблем. Решение о привлечении к обсуждению принципа Маха бесконечно протяженных моделей зависит, таким образом, от того, понимают ли требования симметрии таких моделей буквально или нет; на наш взгляд, такой «буквальный подход» физически недопустим.

Как мы видели, именно все конечные, замкнутые модели Вселенной — «махистские»; при бесконечных открытых моделях нужно отличать «махистские» от «антимахистских». Отсюда следует, что исключение бесконечности представляет более сильный принцип отбора, чем отличие «махистских» и «антимахистских» решений уравнений поля. Если признать на основании приведенных соображений исключение бесконечности (при этом, естественно, принципиально отпадают граничные условия на бесконечности), то остающиеся конечные модели фактически все «махистские». Это должно означать, что выполнение принципа Маха — уже следствие уравнений поля.

Таким путем осуществляется надежда Эйнштейна на то, что благодаря общей теории относительности сразу удовлетворяется принцип Маха. Это обстоятельство могло до сих пор оставаться не раскрытым лишь потому, что, с одной стороны, не было правильной оценки смысла бесконечных моделей, а с другой, потому, что прежние формулировки принципа Маха не учитывали вышеприведенной ситуации, созданной общей теорией относительности. Если вообще исключить на вышеуказанных основаниях бесконечные модели, то, по всей видимости, можно сохранить для оставшихся конечных моделей идею Маха — Эйнштейна, что пространство, несущее

Космологическая модель	Классификация	Объем	Временная характеристика	Система покоя материи ($j^{\mu}=0$) Силы	j^4	S^{μ}	Λ
I. Однородно изотропная							
1. Космос Эйнштейна	Me	Конечный	Статическая	Нет	$\rho=\rho_0$	$S^i=0,\ S^4=-\rho_0$	Λ
2. Космос Фридмана	Me	Конечный	Расширяющаяся		$\rho(t)$	$S^i=0,\ S^4=-\rho(t)$	$0, \Lambda$
	(Me)	∞					
3. Вселенная де Ситтера	Me	Конечный	»		0	0	Λ
	(Me)	∞					
4. Мир Минковского	(A)	∞	Статическая		0	0	0
II. Однородно анизотропная							
1. Озват—Шюкинга	M	Конечный	Стационарная*		$\rho=\rho_0$	$\sim-(0, 0, -8aA^2, 1-4A^2)$	Λ
2. Космос Геделя	(A)	∞		Кориолиса	$\rho=\rho_0$	$\frac{3}{\chi R^3}(0,0,0,1)$	Λ
III Неоднородно изотропная							
1. Шварцшильда	(A)	∞	Статическая	Гравитационные	$\rho=\begin{cases}\rho_i\\ \rho_a=0\end{cases}$	$S^i=0,\ S^4\cong\left\{\frac{M^2}{\chi r_1^4}\left(9-11\frac{r^2}{r_1^2}\right)-\frac{2M^2}{\chi r^4}\right.$	0
2. Статическая де Ситтера	(Me)	Конечный			0	$S^i=0,\ S^4=-\frac{2\Lambda}{3\chi}\ \frac{1+2\cos^2\chi}{\cos^3\chi}$	Λ
IV. Неоднородно анизотропная				Гравитационные	$\rho=\begin{cases}\rho_i\\ \rho_a=0\end{cases}$	$S^3\sim\omega^3\ldots,\ S^4=\begin{cases}\frac{M^2}{kr_1^4}\left(9-11\frac{r^2}{r_1^2}\right)+\omega^2\ldots\\ -\frac{2M^2}{kr^4}+\omega^2\ldots\end{cases}$	
Вращающаяся сфера (Тирринг—Лензе)	(A)	∞	Стационарная	Кориолиса	$(j^3=\rho\omega)$		0

* Обозначение «стационарная» у Озвата и Шюкинга не относится к системе покоя материи.

ведущее поле, «напряжено» целиком вещественной материей и гравитационным полем. К динамике структуры пространства существенно относится, естественно, расширение Вселенной (или, при случае, сжатие). Наоборот, конденсация первоначально однородной материи в звезды или галактики мало бы изменила в целом первоначальную структуру пространства, как это можно рассчитать на примерах.

8. В заключение наиболее известные космологические решения уравнений поля (модели Вселенной) сопоставлены в следующей таблице с точки зрения принципа Маха. (*М* означает махистское решение, *Ме* — махистское решение в узком смысле; при бесконечно протяженных моделях, эти обозначения взяты в скобки; подробности см. в [19].)

В этом докладе много говорилось о научных традициях, а также о новых и новейших развитиях мысли. Может быть, из этих высказываний стало ясно, что изучение исторического происхождения проблемы не только привлекательно само по себе, но (совершенно в духе Маха) также позволяет лучше понять идейные связи. И так как мы находимся в Тюрингии, недалеко от Веймара и Иены, в известной степени в близкой зоне гения Гёте, хотелось бы закончить это обсуждение следующими словами поэта («Завет»):

Издревле правда нам открылась,
В сердцах высоких утвердилась,
Старинной правды не забудь!

И непосредственно перед этим («Одно и все»):

Вновь переплавить сплав творенья,
Ломая слаженные звенья,
Заданье вечного труда[1].

В этом духе я хотел бы передать завет не только Гёте, но и Эйнштейна прежде всего молодому поколению физиков.

---

[1] Перев. стихов Н. Вильмонта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *H. Weyl.* Raum — Zeit — Materie. Berlin, Springer-Verlag, I. Aufl. (1917), 5. Aufl. (1923).
2. *E. Mach.* Die Mechanik in ihrer Entwicklung. 1. Aufl. Leipzig, 1883; 3. Aufl., 1897, S. 221 ff. Русск. перев.: *Эрнст Мах.* Механика. СПб., 1909, стр. 194.
3. Briefwechesel Leibniz — Huygens. Oeuvres complètes de Chr. Huygens, den Haag 1905, Bd. 10. Korrespondenz 1691—1695, S. 639; deutsch in G. W. Leibniz, Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie, E. Cassierer (Hrsg). Leipzig, 1909, S. 243.
4. *C. Neumann.* Boltzmann-Festschrift. Leipzig, Ambrosius — Barth — Verlag, 1904. S. 252. См. также: *C. Neumann.* Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie (1869).
5. *A. Einstein.* Ann. Phys., 1916, **49**, 771. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. I, стр. 452.
6. *A. Einstein.* Sitzungs ber. Berl. Akad. Wiss., 1917, 142. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. I, стр. 601.
7. *A. Einstein.* Ann. Phys., 1918, **55**, 241. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. I, стр. 613.
8. *H. Hönl.* Phys. Blätter, Jahrg. 16, 1960, H. 11, 571.
9. *A. Einstein.* Phys. Z., 1913, **14**, 1249. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. I, стр. 273.
10. *H. Thirring.* Phys. Z., 1918, **19**, 33; 1921, **22**, 29.
11. *W. Thirring.* Fortschr. Phys., 1959, **7**, 79; см. также: Ann. Phys., 1961, **16**, 96.
12. *H. Dehnen, H. Hönl, K. Westpfahl.* Ann. Phys., 1960, **7**, 360.
13. *A. Einstein.* Gründzüge der Relativitätstheorie. 5 Aufl., Vieweg, 1956, S. 66. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. II, стр. 77.
14. *R. d' E. Atkinson.* Proc. Roy. Soc., 1963, A**272**, 60.
15. *W. De Sitter.* Monthly Nontices Roy. Astron. Soc., 1917, **78**, 1.
16. *O. Heckmann.* Theorien der Kosmologie. Springer — Verlag, 1942.
17. *A. Einstein.* См., например, [13, S. 89]. Русск. перев.: *Эйнштейн.* Собрание сочинений, т. II, стр. 610.
18. *H. Dehnen.* Z. Phys., 1964, **179**, 76 ff., 96 ff.; Ann. Phys., 1964, **13**, 101.
19. *H. Hönl, H. Dehnen.* Ann. Phys., 1964, **14**, 271; см. также Ann. Phys., 1963, **11**, 201
20. *A. Einstein* [5], см. § 16.
21. *I. Ozsvath, E. Schücking.* Nature, 1962, **193**, 1168; *H. Dehnen. Hönl.* Nature, 1962, **196**, 362; Z. Phys., 1963, **171**, 178; *H. Dehnen.* Z. Phys., 1966, **191**, 329.
22. *H. Thirring, J. Lense.* Phys. Z., 1918, **19**, 156.
23. *Ch. Soergel-Fabricius.* Phys. Z., 1961, **159**, 541.
24. *H. Hönl, Ch. Soergel-Fabricius.* Z. Phys., 1961, **163**, 571; ср. также: *H. Hönl.* Physiker-Tagung Wien, 1961, Physik Verlag Mosbach/Baden, 1962, S. 88.
25. *D. Hilbert.* Math. Ann., 1926, **95**, 161.
26. *G. D. Birkhoff.* Relativity and modern physics. Harward Uni. Press, 1923, p. 253.

УДК 530.12

Эйнштейн и теория относительности. Л а у э М. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 7—27.

Лауэ, один из крупнейших физиков современности, в докладе на съезде немецких физиков дает обзор истории создания специальной и общей теории относительности.

УДК 530.12

Спиноза и Эйнштейн. К у з н е ц о в Б. Г. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 28—49.

В 1937 г. между Бором и Эйнштейном возобновился начавшийся еще в 1927 г. спор о квантовой механике. Видимо, по инициативе Эйнштейна, почитавшего Спинозу, в качестве арбитра был взят Спиноза. Дискуссия приняла своеобразную форму; Эйнштейн и Бор спорили, каких взглядов на квантовую механику придерживался бы Спиноза.

В статье рассмотрена связь современных физических идей с учением Спинозы о субстанции и с тезисом о дополнительности natura naturans и natura naturata.

УДК 530.12

Принцип Маха в общей теории относительности. П а х н е р Я. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 50—54.

Сделана попытка показать, что принцип Маха содержится в первоначальной формулировке Эйнштейном уравнений поля общей теории относительности.

Литература — 11 назв.

УДК 530.12

Логические основания проблемы бесконечности в релятивистской космологии. Ч у д и н о в Э. М. «Эйнштейновский сборник», № 1, Изд-во «Наука», 1968, стр. 55—91.

Показано, что при попытке доказать пространственно-временную бесконечность или конечность Вселенной неизбежна ситуация, когда принимаются постулативно идеи, которые являются существенным элементом самого вывода. Утверждается, что тезис о бесконечности или конечности имеет аксиоматический характер. Рассмотрена одна из возможностей, допускаемых релятивистской космологией, возможность пространственно-временной бесконечности Вселенной.

УДК 530.12

О различных смыслах отношения одновременности (к истории вопроса). М о л ч а н о в Ю. Б. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 92—114.

Необходимо проводить различие между абсолютностью и относительностью одновременности в двух смыслах. 1) Эти понятия можно употреблять при оценке единственности или универсальности отношения одновременности для событий, происходящих в различных точках пространства. 2) Понятие абсолютности и относительности одновременности можно употреблять в смысле оценки всеобщности данного отношения, его независимости от систем отсчета.

УДК 530.12

Нерешенные проблемы общей теории относительности. Р о д и ч е в В. И. «Эйнштейновский сборник», № 1, Изд-во «Наука», 1968, стр. 115—186.

Рассмотрены трудности общей теории относительности, связанные с так называемой нелокализуемостью энергии и момента гравитационного поля. Обсуждены такие понятия общей теории относительности, как система отсчета и произвольные системы координат. При анализе теории тяготения использована тетрадная формулировка общей теории относительности, более отвечающая, по мнению автора, сути дела, чем метрическая.

Литература — 17 назв.

УДК 530.12

А. Эйнштейн о научном творчестве. Бернштейн М. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 187—218.

Дан анализ взглядов Эйнштейна на научное творчество, высказанных им в научных статьях, характеристиках ученых, автобиографических материалах, беседах с биографами и психологами, переписке с друзьями, ответах на вопросы корреспондентов.
Иллюстраций — 1.

УДК 530.12

Измерение времени на движущихся телах в общей теории относительности. Векерле Э. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 219—229.

Рассмотрено свободное (геодезическое) движение двух тел — от встречи до встречи — во внешнем гравитационном поле для показа зависимости хода часов от движения тела.
Литература — 5 назв.

УДК 530.12

Парадокс часов. Мёллер Х. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 230—238.

Решен парадокс часов для случаев прямолинейного и вращательного движения.
Иллюстраций — 1, литература — 6 назв.

УДК 530.12

Парадокс часов в общей теории относительности. Бойер Р. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 239—246.

Парадокс часов специальной теории относительности рассматривается в свете общей теории относительности. Сделана ссылка на пример, с помощью которого Тангерлини показал, что предсказание специальной теории относительности не всегда оправдывается в общей теории относительности. Причина этого исследована методами вариационного исчисления.
Иллюстраций — 3, литература — 10 назв.

УДК 530.12

Измерение поперечного эффекта Допплера в ускоренной системе. Кюниг В. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 247—257.

На центрифугальном роторе с помощью эффекта Мёссбауера измерен сдвиг 14,4 *кэв* линии поглощения Fe^{57} в функции угловой скорости ω. Поглотитель Fe^{57} был расположен на расстоянии 9,3 *см* от центра ротора. Источник Co^{57} был смонтирован в центре ротора на пьезоэлектрическом преобразователе.

Источник мог передвигаться относительно поглотителя посредством подачи на преобразователь линейно меняющегося напряжения. Такое устройство позволяет наблюдать резонанс при различных значениях ω. Измеренный сдвиг совпадает с предсказанным теорией относительности в пределах экспериментальной ошибки (точность— 1,1 %). Обсуждены возможные источники систематических ошибок.
Иллюстраций — 6, таблиц — 1, литература — 12 назв.

УДК 530.12

К истории принципа Маха. Хёнль Г. «Эйнштейновский сборник», № 1. Изд-во «Наука», 1968, стр. 258—285.

Рассмотрены основные идеи принципа Маха и прослежены изменения, которые претерпело содержание принципа Маха с развитием теории относительности.
Иллюстраций— 4, таблиц — 1, литература — 26 назв.

Эйнштейновский* сборник, 1968 г.

Утверждено к печати
Эйнштейновским комитетом АН СССР

Редактор издательства *В. А. Никифоровский*
Технический редактор *Ф. М. Хенох*

Сдано в набор 1/III 1968 г. Подписано к печати
29/VII 1968 г. Формат $84 \times 108^1/_{32}$. Бумага № 1. Усл. печ. л. 15,12.
Уч.-изд. л. 14,5. Тираж 10 000. Т-11921. Тип. зак. 272.

Цена 1 р. 23 к.

Издательство «Наука».
Москва К-62, Подсосенский пер., 21.

2-я типография издательства «Наука».
Москва Г-99, Шубинский пер., 10