

ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ  
СБОРНИК

1974

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

# ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ СБОРНИК

1974

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

МОСКВА

1976

Ответственные редакторы

В. Л. ГИНЗБУРГ и Г. И. НААН

Составитель

У. И. ФРАНКФУРТ

# СО Д Е Р Ж А Н И Е

Переписка А. Эйнштейна и М. Бессо, 1903—1955 . . . . .	5
<i>А. М. Френк</i>	
К переписке Эйнштейн — Бессо . . . . .	113
<i>М. Д. Клейн</i>	
Первая фаза диалога Бора и Эйнштейна . . . . .	115
<i>М. Д. Клейн</i>	
Эйнштейн, удельная теплоемкость и ранняя квантовая теория . . . . .	156
<i>Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров</i>	
Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды) . . . . .	179
<i>М. И. Файнгольд</i>	
О сверхсветовом источнике типа движущегося фокуса . . . . .	276
<i>В. И. Родичев</i>	
Эволюция понятия системы отсчета и программа Эйнштейна . . . . .	286
<i>Э. М. Чудинов</i>	
Эйнштейн и Бриджмен . . . . .	335
<i>В. Л. Гинзбург</i>	
Как и кто создал теорию относительности? . . . . .	351
<i>В. Я. Френкель</i>	
Перечитывая научную прозу Эйнштейна . . . . .	385

ПЕРЕПИСКА А. ЭЙНШТЕЙНА и М. БЕССО,  
1903—1955 \*

1. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берн, четверг (январь 1903)*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за твое милое письмо. Итак, я теперь человек женатый<sup>1\*\*</sup>. Мы с моей женой живем славно и уютно. Она отлично обо всем заботится, хорошо готовит и всегда весела. Упоминание о твоей работе сильно возбудило мое любопытство; помимо этого мне доставила удовольствие тонкая лесть, которую ты туда впледел. Свою работу после многократной переработки и исправлений я в понедельник, наконец, отправил. Теперь она совершенно ясна и проста настолько, что я ею вполне доволен. Понятия о температуре и энтропии вытекают из закона сохранения и атомистической теории, если воспользоваться гипотезой о том, что изолированная система никогда не может перейти в состояние с меньшей вероятностью, а также из второго закона термодинамики, взятого в самой его общей форме, а именно — из невозможности создания *perpetuum mobile* второго рода<sup>2</sup>.

Последнюю неделю Мици<sup>3</sup> болела гриппом, а теперь заболел и я. Сегодня даже не смог пойти на службу; вместе с тем чувствую себя уже лучше и, наверное, завтра буду на своем посту <...>.

---

\* Albert Einstein, Michele Besso. Correspondance 1903—1955. Traduction, notes et introduction de Pierre Speziali. Hermann, Paris, 1972. Перевод И. Л. Гандельсмана, В. Я. Френкеля и А. М. Френка.

\*\* Арабскими цифрами здесь и далее помечены примечания П. Специали. Буквой<sup>(а)</sup> — примечания М.-А. Тоннела. Они (в переводе с французского, сделанном Е. М. Шифриной) приводятся в конце каждого письма.

Примечания в настоящем издании, помеченные В. Р., принадлежат В. И. Родичеву.

Недавно я решил добиться звания приват-доцента, если мне это удастся. Докторской степени мне не получить, да это мне мало поможет, а вся эта комедия мне надоела. В ближайшее время собираюсь заняться молекулярными силами в газах, а потом как следует проштудировать электронную теорию. Сейчас изучаю органическую химию Рихтера <sup>4</sup>, которую я имел удовольствие утащить у тебя.

Сердечный привет тебе и твоим милым дамам и папиши как можно скорее

твоему Альберту.

Извини за плохой почерк. Пишу лежа.

<sup>1</sup> Женитьба на Милеве Марич состоялась 6 января 1903 г.

<sup>2</sup> Речь идет о статье «Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik». Ann. Phys., 1903, 11, 170—187. В конце параграфа, где Эйнштейн устанавливает второй закон, читаем: «Возрастание энергии равно  $S' - S = -Q/T$  (где  $Q$  — количество тепла,  $T$  — абсолютная температура). Так как всегда  $S' - S > 0$ , то из этого следует, что  $Q \leq 0$ ; это и выражает невозможность существования *perpetuum mobile* 2-го рода».

Статья Эйнштейна поступила в Annalen 28 января. Это дает нам возможность сделать предположение относительно даты этого письма, написанного после 6-го января. 28.1.1903 г. была среда; если статья Эйнштейна, отправленная из Берна в понедельник, всего через два дня дошла до Берлина, то письмо к Бессо и было написано в четверг 29-го. Но, судя по ответу Бессо, кажется более вероятным, что оно было написано 22-го (либо еще в предыдущий четверг? Как бы там ни было, Эйнштейн снова послал Бессо письмо, ныне утерянное).

<sup>3</sup> Уменьшительное от Милевы.

<sup>4</sup> Виктор фон Рихтер (1841—1891)—д-р химических наук в Петербурге. Начиная с 1879 г. преподавал химию в университете Бреслау (Вроцлав). Его труды по органической и неорганической химии много раз переиздавались с 1881 до 1914 г. (Lehrbuch der organischen Chemie. Bonn, 1914, 13 изд.). Работа, к которой обращался Эйнштейн, была, вероятно, двухтомная, изданная под редакцией Р. Аншютца и Г. Шрютера; первый и второй тома вышли в 1894 и 1896 гг.

Дорогой Альберт!

Получил оба твоих письма своевременно. За участие и дружеские слова второго пока что спасибо; я собираюсь еще к нему вернуться.

Во втором письме ты ничего не сообщил о своем гриппе. Поправился ли ты уже совсем?

Сообщаю дополнительно то, что уже давно обещал <sup>1</sup>.

1) По Баттелли и Стефанини, значения величины  $i$  (для недиссоциированных молекул  $i = 1$ , для полностью диссоциированных двухионных —  $i = 2$ ) были определены Раулем и Аррениусом криоскопическим методом ( $i_1$ ) (Z. f. phys. Chem., 1887, 1, 634; 1888, 2, 496); Тамманом по понижению упругости паров ( $i_2$ ) (Mem. der Petersb. Acad., 1887, 35, N 9); Бекманом эбулиоскопическим методом ( $i_3$ ) (Z. f. phys. Chem., 1890, 6, 437); Оствальдом по определению сопротивления ( $i_4$ ) (Z. f. phys. Chem., 1, стр. 80, 1887) и Кольраушем (Wied. Ann., 1879, 6, 1—45) при  $p$ -процентных растворах для

	LiCl			NaJ			KJ	
$p$	1,17	2,—	4,38	6,38	•16,18	7,85	15,86	
$i_1$	1,95	2,—	—	—	—	—	—	
$i_2$	—	1,85	1,93	1,76	1,99	1,85	1,90	
$i_3$	—	1,72	1,78	1,86	2,01	1,89	1,87	
$i_4$	1,75	1,70	1,61	1,74	1,70	1,79	1,78	

На этом основывается мое сообщение (в минувшее лето) о том, что экспериментальное подтверждение гипотезы о диссоциации оставляет желать много лучшего. Но это касается уже устаревших наблюдений и, пожалуй, опечаток (перепутаны столбцы в строках  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ). Мог ли бы ты это перепроверить в Берне? В маленькой, но очень славной статье Рольфа <sup>2</sup> об электролитической диссоциации приведены таблицы результатов, в некоторой степени согласующиеся с теорией, — хорошей критики результатов экспериментов мне еще не попадалось.

2) Твой экспериментальный критерий для гипотезы Суверленда <sup>3</sup> не пришел мне в голову. Применение его за-

труднительно из-за неполноты наших сведений о полупроницаемых мембранах. Хотя согласно этому критерию для опровержения гипотезы достаточно иметь две мембраны, одна из которых была бы более проницаема для растворенного вещества  $a$ , чем для другого вещества  $b$ , а другая — наоборот. Это не представляется мне невероятным и тем самым ниспровергает гипотезу.

Я прилагаю здесь два листка, из которых ты сможешь понять, как я представляю себе две возможности уменьшения давления в случае несовершенной полупроницаемости. Прошу тебя вернуть мне эти листки по возможности вместе с посланным изложением (если ты его еще найдешь), так как копию из-за спешки я для себя не сделал.

Остается исследовать, и это не кажется сложным, как надо представлять себе в моей «грубой материальной» картине изменения свободной энергии при растворении и дальнейшем разбавлении растворов.

Растворимость — в известной степени почти всех твердых веществ во всех жидкостях — указывает на то, что и в твердых телах отдельные молекулы обладают большими скоростями. Это соответствует явлениям и в «твердых растворах». Можно было бы попытаться применить соответствующим образом модифицированный максвелловский закон распределения по скоростям к количественному исследованию.

Во всяком случае гравитация не представляется достаточной, чтобы играть роль силы притяжения, хотя на первый взгляд и кажется, что жидкости с наибольшим удельным весом по этой причине должны проявлять наибольшую способность к растворению и диссоциации.

Но все же изменения объема не следует выпускать из поля зрения, поскольку они существенны для «градиента потенциала»: иными словами, если при растворении или диссоциации имеет место уменьшение общего объема, то гравитация совершает при этом уже работу.

Резюмирую: я считаю приведенную формулировку условия диссоциации и в этом смысле соответствующего условия растворов новой. Благодаря ей становятся вероятными (и даже необходимыми) «ионные гидраты» и сводится на нет противоречие между опытом и оствальдовским законом разбавления.

Наконец, теория «ионных гидратов» позволяет временно сохранить гипотезу Сузерленда — правда, конеч-



но, только как инструмент, так как, по моему мнению, в общем в явлениях растворения при полупроницаемых мембранах роль играют химические силы; с ее помощью также можно сделать выводы относительно несовершенных полупроницаемых мембран.

Кончаю, всего тебе хорошего!

*Мишель.*

[A] Несовершенная полупроницаемая мембрана с динамической точки зрения.

$$\int_0^{\infty} ydv = n \text{ — число молекул в единице объема;}$$

$$\int_0^{\infty} zdv = p \text{ — давление на единицу поверхности;}$$

$$z = k y v \text{ (рис. 1).}$$

Если полупроницаемая стенка обладает свойством удерживать молекулы с  $v < V$ , то возвращающееся количество их будет пропорционально  $\int_V^{\infty} ydv$ , а потеря

в давлении пропорциональна  $\int_V^{\infty} zdv$ .

[B] Несовершенная полупроницаемая мембрана по Сузерленду.

Если несовершенная полупроницаемая мембрана действует, не оказывая противодействия, то через нее пройдет определенное количество растворенного вещества. Если концентрация прошедшего раствора не изменится, то мембрана не будет полупроницаемой и давление равно 0; если концентрация равна 0, то давление равно теоретическому осмотическому. По представлениям Сузерленда, мне кажется, на диаграмме следовало бы провести прямую от *A* к *B* (рис. 2).

<sup>1</sup> Вот, по порядку, библиографические источники, на которые Бессо указывает Эйнштейну. Нам кажется полезным остановиться на некоторых подробностях, касающихся истоков теории электролиза, из-за интереса, который Эйнштейн проявил к вопросам физической химии. Б а т т е л л и и С т е ф а н и н и. Критическое

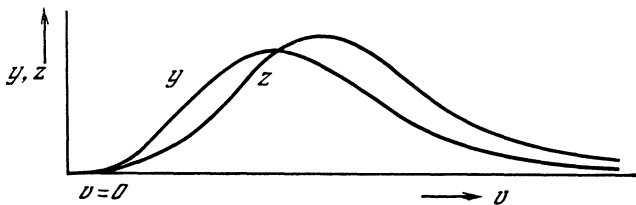


Рис. 1

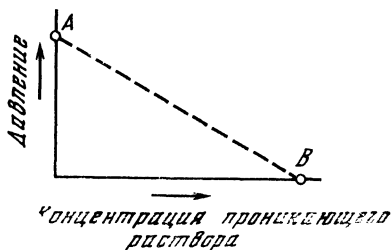


Рис. 2

изложение теории электрической диссоциации. Лукка, 1900, 355 стр.; Z. f. phys. Chem.: «Стехиометрия и учение о химическом средстве», опубликованная Оствальдом и Вант-Гоффом. Лейпциг, 1887, 631—648; «О диссоциации растворенного в воде вещества» Сванте Аррениуса.

Аррениус ссылается сначала на работу Вант-Гоффа 1885 г. об общих свойствах растворенного вещества (обобщающую закон Авогадро), где показано, что давление газа при определенной температуре, когда в заданном объеме находится заданное количество молекул, равно осмотическому давлению, которое оказывает большинство веществ, находящихся в тех же условиях, если они растворены в любой жидкости. Имеются, однако, исключения, и тогда делается допущение, что газ находится в состоянии диссоциации. Таково, например, поведение хлора, брома, йода. Аррениус хочет доказать, что иногда диссоциация некоторых веществ, растворенных в воде, подтверждается электролитическими свойствами этих веществ. Для этого он вводит «коэффициент активности»  $\alpha$ , который представляет собой отношение числа  $n$  активных молекул к сумме активных и неактивных, иначе говоря, недиссоциированных, молекул  $m$  (см. его предыдущую статью о гальванической проводимости электролитов). Он считает этот коэффициент равным 1 при бесконечном разбавлении; в остальных случаях он меньше 1. Коэффициент  $i$ , по Вант-Гоффу, — это отношение осмотического давления, оказываемого телом в действительности, к осмотическому давлению, которое оно оказывало бы, если бы состояло только из недиссоцииро-

важных молекул. Он дает соотношение  $i = (m + kn)/(m + n)$ , где  $k$  — число ионов, на которые разделяется каждая активная молекула. Например, для  $\text{LiCl}$   $k = 2$ , для  $\text{BaCl}_2$  и  $\text{K}_2\text{SO}_4$   $k = 3$ . Можно вычислить  $i$  из  $\alpha$ ; действительно,

$$i = \frac{kn}{m + n} + \frac{m + n - n}{m + n} = k\alpha + 1 - \alpha = 1 + (k - 1)\alpha.$$

При растворении 1 моля вещества в 1 литре воды температура замерзания снижается на  $t^\circ\text{C}$ , откуда  $i = t/18,5$ . На стр. 634—636 помещены таблицы значений, разбитые на четыре группы: диэлектрики, основания, кислоты и соли. Аррениус дает величины  $\alpha$ ,  $i = t/18,5$  и  $i = 1 + (k - 1)\alpha$ .

Отметим значения в таком порядке:

хлористый литий 0,75, 1,99, 1,75

йодистый калий 0,92, 1,90 1,92.

(Йодистый натрий отсутствует).

Если мы откроем следующий том того же *Z. f. phys. Chem.*, 1888, 2, то на стр. 284—295 найдем работу Аррениуса «Теория изогидрированных растворов», которая является продолжением предыдущей. То же и на стр. 491—505: «О точке замерзания расплавленных водных растворов». Ф. М. Рауль из Гренобля опубликовал «О давлении паров эфирных растворов» (стр. 353—373) и «О точке замерзания разбавленных водных растворов» (стр. 488—490). Мемуары Императорской академии наук в Санкт-Петербурге, серия VII, 1887, 35, мемуар № 9; Густав Тамманн. Упругость паров растворов, стр. 172; Эрнст Бекман. Определение молекулярного веса методом фракционирования, 1890, 6, 437—473.

Аррениус делал опыты в лаборатории физической химии Лейпцигского университета под руководством В. Оствальда. В том же томе содержатся посвященные осмотическому давлению статьи Нернста, Оствальда, Планка и Больцмана. Там же, 1887, 1, 74—86; В. Оствальд. Исследования по электрохимии. Молекулярная проводимость всех одноосновных кислот при увеличении разведения возрастает по одному и тому же закону и стремится к максимальному значению, приблизительно одинаковому для различных кислот. Совершенно ли оно одинаково? Этот вопрос рассматривается в данной работе и выводы подтверждают выводы Кольрауша, фигурирующие в *Wiedemann Annalen* (1885, 26). На стр. 80 имеются таблицы, на стр. 97—109 — продолжение и окончание статьи — пятой статьи, которую Оствальд опубликовал на одну и ту же тему.

*Annalen der Physik und Chemie* (*Wiedemann Annalen*), *Neue Folge*, 1878, 6, 1—51; Ф. Кольрауш. Электрическая проводимость водных растворов гидратов и солей легких металлов, а также медного купороса, цинкового купороса и серебряной се-

литры. На стр. 145—210 — продолжение и окончание. Аррениус рассматривает электрическую проводимость более 50 веществ, растворенных в 260 водных растворах.

<sup>2</sup> Фридрих Макс Р о л ь ф. Теория электролитической диссоциации. Berlin, 1902, S. 84.

<sup>3</sup> См.: Вильям С у з е р л е н д (1859—1912) в Philosophical Magazine, 1897, 44: «О причинах осмотического давления и простоты законов, которым подчиняются разбавленные растворы».

### 3. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берн, четверг (17.3.1903)*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за письмо и открытку! Мне на этих днях следовало написать так много писем — и это мое извинение перед всеми, так как я никому ничего не написал.

Сначала по поводу  $\sum \frac{\partial \varepsilon \varphi_v}{\partial p_v} = 0$ <sup>1</sup>. Считай  $p_1, \dots, p_n$  координатами в  $n$ -мерном пространстве. Тогда системе будет соответствовать некая точка;  $\varepsilon$  будет плотностью точек,  $\varepsilon \varphi_v$  будут компонентами материального потока, а приведенное выше выражение — условием соленоидальности. Условие, чтобы  $\varepsilon$  было единственным решением определенного вида, не есть ограничение, так как я обхожусь без него, когда рассматриваю системы, взаимодействующие друг с другом «адиабатически».

Твои заметки, касающиеся катодных лучей, кажутся мне безупречными. Рассчитал ли ты уже абсолютные размеры ионов при условии, что они представляют собой шарики такого размера, что к ним могут быть применены уравнения гидродинамики вязких жидкостей? При нашем знании абсолютной величины электронов это представляется несложным делом. Я проделал бы это сам, но мне не хватает ни литературы, ни времени; ты также можешь привлечь сюда диффузию, для того чтобы получить представление о поведении нейтральных молекул соли в растворе. Если ты не уловил, о чем я говорю, то я охотно напишу тебе подробнее.

Посмотрев мою работу внимательнее, ты найдешь, что один только закон сохранения и основные представления атомистической теории не могут служить достаточными предпосылками для объяснения второго начала

термодинамики, потому что для описания этих вещей нужны координаты  $p$ , выбранные так, чтобы для каждой возможной замкнутой системы выполнялось условие  $\sum \frac{\partial \Phi_v}{\partial p_v} = 0$ . Обои́м условиям удовлетворяют механические уравнения Якоби <sup>2</sup>

$$dp_v/dt = \partial \epsilon / \partial q_v, \quad dq_v/dt = - \partial \epsilon / \partial p_v,$$

и я думаю, что эти уравнения, наверное, всегда могут быть получены подстановками, если выполняются приведенные выше условия. А если это так, то все обобщение, которому посвящена моя последняя работа, заключается в устранении понятия силы, а также в том, что  $\epsilon$  может иметь любую форму (с некоторыми поправками) <sup>3</sup>.

Если ты внимательно прочитаешь работу, то сделаешь мне одолжение; мы сможем тогда по этому поводу побеседовать, когда ты снова появишься в Берне. Я потратил много времени, прежде чем мне удалось собрать материал для моей работы по молекулярным силам. Здешний университет — настоящий свинарник. Я не буду в нем читать — жаль зря терять время.

Сердечный привет всей твоей милой семье

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup>  $\Phi$  — это функция значений  $p$  и  $q$ , переменных состояния.

<sup>2</sup> Заметим, что ныне знак минус фигурирует перед вторым членом первого уравнения (Гамильтона).

<sup>3</sup> В статье Эйнштейна «Кинетическая теория теплового равновесия и второй закон термодинамики». — *Annalen der Physik*, 1902, **9**, 417—433. В конце мы уже находим: «Результаты, полученные при теоретическом рассмотрении этих процессов, имеют реальное значение, только если при этом не проявляются вспомогательные добавочные силы».

4. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Цюрих, 17.11.1909*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за твою открытку. Статью <sup>1</sup> я уже прочел. Представляется, что процесс, обратный фотохимическому, происходит самостоятельно, особенно в явлении

ях, имеющих место при слабом освещении. Отсюда возникает нечто вроде динамического равновесия, а не дальнейшее во времени развитие реакции. Возможно, по видимому, существование порога возбуждения. Фотохимические процессы кажутся поэтому непригодными для проверки квантовой гипотезы.

Я очень занят лекциями<sup>2</sup>, так что, действительно, свободного времени у меня меньше, чем было в Берне. Но это многому учит. В квантах света копался мало и безуспешно. Один раз беседовал со Стодолой<sup>3</sup>. Это удивительный человек, тебе он передал привет. Был там и Габихт с машинками<sup>4</sup>. 1/10 000 часть вольты достижима. Пока еще не в порядке контакты. Их нужно улучшать. Клейнер]<sup>5</sup> странный, но сносный.

В следующий раз напишу побольше. А пока сердечный привет тебе и твоей семье.

*Твой Альберт.*

<sup>1</sup> Die Umschau — Übersicht über die Fortschritte und Bewegungen auf dem Gesamtgebiet der Wissenschaft und Technik, sowie ihrer Beziehungen zu Literatur und Kunst. Франкфурт-на-Майне, № 43 (23 октября 1909), XIII. Данная статья находится на стр. 894—897 и называется «Научные основы фотографии». Автор ее — доктор Людвиг Гюнтер. Он ссылается на работы Винера, Оствальда, Нернста и др. Говоря о фотоэлементе Беккереля, автор утверждает, что это весьма точный прибор для измерения фотохимического разложения.

<sup>2</sup> Назначенный экстраординарным профессором теоретической физики университета в Цюрихе 7 мая 1909 г., Эйнштейн начал читать курс 15 октября. Во время зимнего семестра 1909/10 г. он читает введение в математику (4 часа), термодинамику (2 часа) и проводит семинар по физике (1 час). См.: К. З е л и г. Альберт Эйнштейн и Швейцария. Цюрих, 1952, стр. 99 и последующие.

<sup>3</sup> Ауфель Стодола (1859—1942) — словацкий инженер, профессор Политехнического института в Цюрихе с 1892 до 1929 г. Известен своими работами по газовым и паровым турбинам. Мы обязаны ему многочисленными изобретениями в области техники. Бессо учился у Стодолы, а Эйнштейн был связан с ним дружескими отношениями.

<sup>4</sup> Франц Пауль Габихт из Шаффхауза, младший брат Конрада, сконструировал для Эйнштейна небольшую электростатическую индукционную машину для измерения слабых напряжений. См.: К. З е л и г. Альберт Эйнштейн и Швейцария. Цюрих, 1960, стр.

97—98. Через много лет, в 1952 г., Эйнштейн еще вспоминает об этой машине.

<sup>5</sup> Речь идет о профессоре Альфреде Клейнере, директоре физического факультета университета в Цюрихе. Ему Эйнштейн был обязан своим назначением. Заметим также, что тему «Новое определение размера молекул», представленную Эйнштейном, рассматривали проф. Клейнер и Бургхард.

## 5. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Цюрих, 31.12.1909*

Дорогой Мишель!

Прежде всего сердечно поздравляю вас с Новым годом от себя, моей жены и малыша. Теперь мои дела с преподаванием идут лучше, и это доставляет мне много радости. Не смог ли бы ты послать мне эту вещичку Витте<sup>1</sup>? Я тебе ее верну обратно.

Нашел я пока немного. Самое интересное это то, что можно указать бесконечное множество распределений энергии, которые совместимы с максвелловскими уравнениями. Может быть, в этом и кроется решение квантовой проблемы. Если  $u$ ,  $v$ ,  $w$  будут обозначать (компоненты) плотности тока,  $\rho$  — плотность электрического заряда, а  $\Gamma_x$ ,  $\Gamma_y$ ,  $\Gamma_z$ ,  $\varphi$  — потенциалы, то плотность энергии представится в виде

$$\varphi\rho + (\Gamma_x u + \dots) + \left( \varphi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial \varphi^2}{\partial t} \right) + \\ + \left\{ \left( \frac{\partial \Gamma_x^2}{\partial t} - \Gamma_x \frac{\partial^2 \Gamma_x}{\partial t^2} \right) + \dots \right\}.$$

Это выражение можно обобщить, если вместо  $\varphi$  подставить  $\varphi - \partial\psi/\partial t$ , а вместо  $\Gamma_x$  подставить  $\Gamma_x + \partial\psi/\partial x^2$ ;  $\psi$  при этом — любое из решений дифференциального уравнения  $\Delta\psi - \partial^2\psi/\partial t^2 = 0$ . Все это совместимо с уравнениями Максвелла. Надеюсь, что это не глухое окно<sup>3</sup>.

Сердечный привет

*от вашего Альберта.*

<sup>1</sup> Ганс Витте (1881—1925) обучался в Гейдельберге и Берлине, затем преподавал физику в Политехнической школе в Брауншвейге. Упоминаемая статья — это, по-видимому, «Untersuchungen über

die Frage nach einer mechanischen Erklärung der elektrischen Erscheinungen unter der Annahme eines kontinuierlichen Weltäthers». — Annalen der Physik, 1908, 26, 77 стр.

<sup>2</sup> Мы имеем здесь дело с преобразованиями масштаба для проверки уравнения Клейна — Гордона. См.: Г. А. Л о р е н ц. Теория электронов. Лейпциг, 1909, стр. 238 \*.

<sup>3</sup> П а с к а л ь. Размышления, 1, 27: «Кто строит антитезы, извращая смысл слов, подобен тем, кто для симметрии рисует ложные окна: их принцип не в том, чтобы правильно сказать, а в том, чтобы создать правильные фигуры».

## 6. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Прага, 13.5.1911*

Дорогой Мишель!

Твоя последняя открытка здорово меня устыдила. Сам я не могу простить себе того, что так долго тебе не писал; но ты-то ведь можешь и простить меня без извинения.

Для меня было бы большой радостью провести с тобой несколько дней, но я еще не знаю, когда это удастся сделать. Этим летом я не уеду из Праги, так как мне позарез нужны каникулы для работы. Моя работа и мой институт

---

\* В письме речь идет об известных преобразованиях калибровки. В четырехмерной форме они имеют вид

$$A_a = A'_a + \partial\psi/\partial X^a, \quad a = 0, 1, 2, 3, \quad X^0 = ct$$

и оставляют тензор напряженности электромагнитного поля неизменным:

$$F_{ab} = \partial A_b/\partial X^a - \partial A_a/\partial X^b = \partial A'_b/\partial X^a - \partial A'_a/\partial X^b.$$

Если скалярная функция  $\psi(x)$  есть любое решение уравнения

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\partial^2\psi/\partial t^2 \equiv \eta^{ab}\partial\psi/\partial X^a, \quad \partial\psi/\partial X^b = 0,$$

где  $\eta^{ab} = \eta_{ab} = \text{diag}\{+1, -1, -1, -1\}$  — метрика лоренцевой системы координат, то будет выполняться также и условие Лоренца для потенциалов  $A_a$  и  $A'_a$ , именно

$$\partial A_a/\partial X^a = \partial A'_a/\partial X^a = 0.$$

Все это, по нашему мнению, не связано с проверкой уравнения Клейна — Гордона. — В. Р.



здесь меня очень радуют. Только вот люди очень уж чужды. Они лишены естественных чувств. Это бесстрашие и своеобразная смесь чванства и раболепия, без малейшей доброжелательности к ближнему. На улицах — вызывающая роскошь рядом с едва прикрытой нищетой. Пустые, без веры умы<sup>1</sup>.

Но все это искупается возможностью довольно спокойно предаваться размышлениям о науке.

То, что уже сделано за последнее время, большого значения не имеет. Я посылаю тебе это с данным письмом. Сейчас я как раз пытаюсь вывести из квантовой гипотезы закон теплопроводности для твердых изоляторов. Вопрос о действительном существовании квантов я уже больше не задаю. Я также не пытаюсь больше их конструировать, поскольку знаю теперь, что мне с этим не справиться. Но я как можно более тщательно изучаю следствия, вытекающие из этого представления, чтобы быть в курсе области их применений.

Теория удельной теплоемкости отпраздновала истинный триумф, поскольку Нернст своими опытами показал, что все происходит приблизительно так, как я и предсказывал. Но вместе с тем имеется систематическое отклонение формы кривой от той результирующей, которая дается законом Планка. Однако эти отклонения удастся объяснить очень просто, если допустить, что колебания атомов очень сильно отличаются от монохроматических. Можно даже, исходя из данных упругости, рассчитать собственные колебания и тем самым показать, что амплитуда за полпериода изменяется на величину того же порядка, что и она сама. Эти соотношения изложены в небольшой работе, которая находится сейчас в печати<sup>2</sup>.

Смог ли бы ты как-нибудь меня навестить? У нас есть комната, предназначенная только для того, чтобы ждать, когда приедет кто-нибудь из моих дорогих друзей.

Прага, к тому же, чудесный город; она так красива, что сама по себе уже стбит продолжительной поездки. У жены и детей все в порядке. Оба мальчика обладают поистине железным здоровьем, что обычно для городских детей редкость. Меня немножко напугало то, что Веро, как ты пишешь, не ходит в школу, хотя я знаю, насколько он энергичен и одарен; я боюсь, что так он не приобщится к строгой организованности, очень важной для каждого мужчины. Ты ведь тоже в этом смысле немножко похож

на цыгана. А это жаль! Как нужен был бы здесь человек твоей эрудиции и твоей доброжелательности!

Не захотел ли бы ты при случае на продолжительное время разбить здесь свой вигвам? И тогда нам обоим было бы не так одиноко. А какие здесь приятные условия для работы! Я целыми днями в институте и тружусь, и ты смог бы делать то же. Подумай, как было бы здорово, если бы мы вместе могли изучать теорию протяженности Грассмана<sup>3</sup>.

Всем вам троим сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Довольно суровое суждение, которое, вероятно, отражает то, с каким трудом жена Эйнштейна привыкала к новым переменам жизни. Это ясно следует из писем Милевы Эйнштейн к семейству Бессо, с которыми у нас была возможность свериться.

<sup>2</sup> Beziehung zwischen dem elastischen Verhalten und der spezifischen Wärme bei festen Körpern mit einatomigen Molekül.— *Annalen der Physik*, 1911, 34, 165—169.

<sup>3</sup> Чтобы ознаменовать столетие публикации трактата «Die lineare Ausdehnungslehre» Германа Гюнтера Грассмана (1809—1877), Г. Сартон напечатал статью в *Isis*, 35 (1944), 326—330, где он проводит параллель между работой Грассмана и работой его современника Гамильтона. Вероятно, менее известны, чем труды Грассмана в области точных наук, его работы по филологии: в 1873 г. он составил глоссарий по Риг-Веда — первой из четырех священных книг Индии, а в 1876 г. перевел ее текст на немецкий язык. Г. Сартон говорит об этом со свойственной ему эрудицией. Заметим, для точности, что когда ссылаются на *Ausdehnungslehre* Грассмана, то имеют в виду публикацию 1862 г., где теория представлена в иной форме, чем в первой работе. Отметим также статью «Применение векторного метода Грассмана к геометрии бесконечно малых» Генри Фера. Женева, 1907, 94 стр.

## 7. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ \*

1911

...вблизи абсолютного нуля: нельзя ли предположить, что время пребывания должно было бы зависеть от скоро-

---

\* Фрагмент большого письма, отправленного из Гориции в середине 1911 г.

стей<sup>ей</sup> теплового движения — вплоть до очень низких и до сих пор недостижимых температур, а что вероятное направление, которое изберет электрон, покидая состояние покоя, определяется действующей электрической силой<sup>1</sup>? Мне кажется, что таким образом можно получить линейную зависимость сопротивления от примесей в противоположность тем построениям теории, согласно которым считается, что электрическая сила действует на электроны только во время свободного пробега.

С тех пор я еще много раздумывал об электронной теории металлов. Мне кажется, можно обойтись без твоего вывода, относящегося к небольшому количеству примесей (легким сплавам).

А именно: сопротивление должно быть пропорционально квадрату концентрации примесей, если допустить, что неоднородности также являются источниками электронов; я склонен сделать это допущение и относительно металлов, потому что нет ничего нелепого в том, чтобы считать диссоциированные атомы камнями преткновения. Тогда мы придем к сопротивлению, пропорциональному  $\bar{u}$ , а не  $T$  (так как будем иметь  $n = k/\lambda$ ). Кроме того, нужно и для слабого легирования все время принимать во внимание величину  $\bar{u}$ , столь неприятную вблизи абсолютного нуля.

Другое рассуждение, основанное на кванте действия, приводит, как мне кажется, к действительно имеющейся связи с  $\lambda$ ; вот в чем оно заключается. Представим себе семейство плоскостей, перпендикулярных направлению электрической силы и расположенных на расстоянии  $\lambda$  друг от друга, так что каждый раз, когда электрон достигает одной из таких плоскостей, скорость его не будет зависеть от его прошлой истории. Все скорости я считаю параллельными направлению электрической силы. И вот, таким образом, основываясь на обычной механике, можно получить формулу Друде<sup>2</sup> (которая получится даже еще нагляднее, если рассматривать плоскости, параллельные электрической силе). Но если вместо того, чтобы применять механику, допустить, что нет никаких количеств энергии, кроме тех, которые соответствуют квантам (причем считать, что величину кванта определяет время движения от плоскости к плоскости), то получается:

для электронов, движущихся в направлении элект-

трической силы, когда тепловая и электрическая энергии складываются,

$$\frac{h}{\tau'} = RT - \epsilon\lambda H^*,$$

для электронов, движущихся в противоположном направлении,

$$\frac{h}{\tau''} = RT - \epsilon\lambda H.$$

Среднее значение скорости электронов под действием электрической силы

$$\bar{v} = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{\tau'} - \frac{\lambda}{\tau''} \right) = \frac{\epsilon\lambda^2 H}{h}.$$

Стоп! Как будто здесь что-то заколдовано: запись в упорядоченном виде снова включает  $\lambda^2$ , как это уже следовало из анализа размерностей. Можно ли выкрутиться с моей ранее привлеченной гипотезой  $n\lambda = \text{const}$ ?

Электропроводность равна  $\frac{e^2}{h} \lambda (n\lambda)$ .

Соотношение  $\lambda T = \text{const}$  для чистых металлов не кажется мне (по прежним моим размышлениям) слишком уж неправдоподобным.

Ну, а что при этом будет с теплопроводностью? Нужно подставить для этого  $h/\tau' = RT'$ ,  $h/\tau'' = RT''$ ; поток энергии в единицу времени:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} n \left( \frac{h}{\tau'^2} - \frac{h}{\tau''^2} \right) &= \frac{1}{2} n \frac{R^2}{h} (T'^2 - T''^2) = \frac{1}{2} n \frac{R^2}{h} 2T\Delta T = \\ &= \frac{1}{2} n \frac{R^2}{h} 2T\lambda \left( \frac{\Delta T}{\lambda} \right) = n\lambda \frac{R^2}{h} T \frac{\Delta T}{\lambda} \end{aligned}$$

находится в согласии, как я теперь вижу, с законом Видемана — Франца<sup>3</sup>. Численно подсчитывать не хотелось — не только из-за лени, но еще и потому, что вдруг не сойдется — и все письмо пойдет прахом.

Лампа — Эренгафт<sup>4</sup>. Рассмотрение размерностей: естественная масса двух видов. Кроме  $\epsilon$  — кванта действия.

Письмо должно уйти; после этого я данными вопросами даже заниматься не буду. Твой коллега Лампа обсуждает опыты Эренгафта в журнале «Das Wissen für Alle»<sup>5</sup>. Что ты об этом думаешь? Второе по этому поводу: не за-

\* В правой части этой формулы должен стоять знак плюс. — В. Р.

думывался ли ты, что для введения естественной массы вроде бы остается выбор между  $\varepsilon^2$  и квантом действия?

На сегодня — все.

Сердечный привет госпоже Эйнштейн и детям.

*Ваши Мишель и А. Бессо.*

<sup>1</sup> Бессо, по-видимому, ссылается здесь на работу Эйнштейна «Elementare Betrachtungen über die thermische Molekularbewegung in festen Körpern». Annalen der Physik, 1911, 35, 679—694.

<sup>2</sup> Пауль Друде (1863—1905) изучал роль свободных электронов в металлах. Его формула дает:  $\sigma \sim 1/T$ , где  $\sigma$  — проводимость, а  $T$  — абсолютная температура. См.: А. Германн (A. Hermann). Frühgeschichte der Quantentheorie 1899—1913. Mosbach/Baden, 1969, S. 44—45.

См. также статью Друде в Z. f. wiss. Photogr.: «Optische Eigenschaften und Elektronentheorie», 1905, 3, 5.

<sup>3</sup> См., например: G. J o o s. Lehrbuch der theoretischen Physik, Aufl., Leipzig, 1934, S. 382 (закон Видемана — Франца)..

<sup>4</sup> Антон Лампа́, ученик Маха, — самый близкий сотрудник Эйнштейна в Праге. См.: Ф. Франк. Эйнштейн, перев. А. Жоржак. Париж, 1968, стр. 138—139. Лампа́ сыграл роль в назначении Эйнштейна в Праге. См. его письмо Маху от 18.12.1910 в: «Ernst Mach Wegbereiter der modernen Physik mit ausgewählten Kapiteln aus seinem Werk» К. Д. Геллера. Шпрингер, 1964, 170 стр.

Феликс Эренгафт (1879—1952) был профессором физики в Венском университете. Эйнштейн упоминает о нем еще и в 1953 г.

<sup>5</sup> Обзорение «Das Wissen für Alle», одним из редакторов которого был А. Лампа́ и в котором сотрудничал Эрнст Мах, выходило два раза в месяц в Вене под эгидой Объединения австрийских университетских преподавателей. Статья, о которой пишет Бессо, находится в 11 томе (1911 г.) на стр. 45—47 под названием «Электрон». А. Лампа́ излагает труды Эренгафта, Дж. Дж. Томсона и Г. А. Вильсона. Он говорит также о Милликене и Пржибраме. Следует упомянуть также следующие публикации Эренгафта, касающиеся измерения заряда электрона: «Eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums». Sitzungberichte der kaiser. Ak. d. Wiss. in Wien, Mathem.-naturwiss. Klasse, 118, IIa, март 1909, стр. 321—330 и «Über die Messung von Elektrizitätsmengen, die kleiner zur sein scheinen als die Ladung des einwertigen Wasserstoffions oder Elektrons und von dessen Vielfachen abweichen». Ibid., 119, май 1910, стр. 815—866.

Вторая статья содержит изложение в исторической последовательности задачи, в решение которой Эренгафт сделал значительный вклад. Опыты Милликена относятся к тому же году. Известен его метод, состоящий в наблюдении за движением капли, несущей на себе ограниченное число элементарных зарядов и испытывающей воздействие силы тяжести, вертикального электрического поля и вязкости воздуха. Так же как и Милликен, Эренгафт пользуется в своих вычислениях формулой Стокса  $f = 6\mu a$ , где  $\mu$  — коэффициент вязкости, а  $a$  — радиус капли.

## 8. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Прага, 11.9.1911*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за твои милые и подробные письма. Если я отвечаю не с такой же основательностью, то это потому, что измучен своей болтологией к Брюссельскому конгрессу<sup>1</sup>. Дурацкая идея с  $\gamma$ -лучами прощительна. Явление поглощения (ионизация с большой освобождающейся энергией) ведь схоже с некоторой радиоактивностью. Если не представлять себе облучение квантованным, а каким-то процессом подготовки атома, то тем самым не исключено, что эта подготовка приведет к распаду только через некоторое время после окончания внутриатомных процессов. Это дело нужно, однако, исследовать точно. Конечно, в принципе здесь  $\gamma$ -лучи не обязательны; при рентгеновском и световом облучении должно иметь место то же самое<sup>2</sup>. Закон сохранения нарушаться не должен для каждого из атомов на любых стадиях его подготовки. Психологическую потребность, дающую повод к такому представлению, следует понимать так: если сходство между радиоактивным распадом и распадом под влиянием облучения не только внешнее, но и является сходством по существу, то атом радия следует рассматривать как уже «подготовленный». Поскольку для его распада нужно некоторое время, то оно нужно также и для атомов, сделанных радиоактивными искусственным путем.

Идея, связанная с этой историей о зоммерфельдовских электронах в металле<sup>3</sup> (в соответствии с которой электрическая сила может действовать в течение конечного промежутка времени соударения), интересна и, во всяком случае, просто так ее упускать из виду нельзя. Я подумаю об этом, когда снова смогу вздохнуть. Мне совсем не по

душе рассматривать неоднородности как источники электронов. Не могу принять и гипотезу, по которой  $n\lambda = \text{const}$ . То, что написал Лампá, я не читал, но вопрос этот я знаю детально. Частички серебра, полученные распылением, не демонстрируют существования однозначной связи между подвижностью (соответствующей броуновскому движению) и скоростью падения. Поэтому они должны иметь самые различные формы. Из величин подвижности и скорости в электрическом поле можно корректно получить элементарный квант, как это имеет место в случае падения капелек в поле и в его отсутствие (Пржибрам).

Отношение между  $\varepsilon^2$  и  $h$  составляет приблизительно 900 раз. При рассмотрении размерностей, насколько я припоминаю, это мне еще не встречалось.

Далее: об энтропии и вероятности. Ты пишешь очень бодро: «Случай с частицами... действительно очень поучителен, хотя я, очевидно, еще сам как следует не разобрался, к чему это приведет» (!). Для частиц речь идет о том, что нужно знать выражение вероятности, соответствующей элементу объема  $dt$  на высоте  $z$ . Если  $dt$  реализовать с помощью жесткого ящичка-сита, то при его бесконечно медленном подъеме осмотические силы не будут совершать работы. Если энтропия и вероятность относятся к этой всегда большой области  $\tau$ , то уравнение Больцмана будет точно отвечать этому случаю <sup>4</sup>.

То же самое справедливо и в случае, когда  $\tau$  будет функцией от  $z$ . Только здесь уже при определении  $S$  нужно учитывать осмотическую работу. Очевидно, строгое применение принципа возможно только, когда область состояния физически реализуема и может изменяться бесконечно медленно. В случае, когда часть системы нагрета изохорически, нет никаких средств, которые бы в каждом данном состоянии препятствовали этой части покидать некий энергетический интервал  $\delta E$ . Но для такого энергетического интервала соответствующие точные значения  $S$  и  $W$  должны быть такими, чтобы не зависеть не только от  $E$ , но также и от  $\delta E$ .

Конечно, область, к которой относятся  $S$  и  $W$  (с меньшими значениями энтропии), может быть неограниченной; такой выбор иногда предпочтительнее (осмотическое давление), но принципиально это не существенно.

Думай о металлах! Там должно быть вскрыто нечто удобопонятное. Нынешнее положение невыносимо.

Анну и Веро я благодарю за дружеские строчки.  
Привет вам всем троим

*от вашего Альберта.*

Моя жена приложила отдельную записочку.

<sup>1</sup> Речь идет об отчете по вопросу удельных теплоемкостей, который будет рассматриваться на первом Сольевевском конгрессе.

<sup>2</sup> Заметим по поводу Рентгена (1845—1923), что он был учеником Клаузиуса в Политехнической школе в Цюрихе, где в 1868 г. получил диплом инженера-механика. Открытие, за которое он получил Нобелевскую премию, было сделано в Вюрцбурге в декабре 1895 г. Оно изложено на заседании Общества физики и медицины Вюрцбурга в двух докладах под названием: «О новом роде лучей».

<sup>3</sup> Первые публикации Зоммерфельда по теории электронов следующие: «Теория электронов», в трех частях в *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen*, 1904—1905; 32, 77, 35; *Die Mechanik der Elektronen*, Congr. Int. Mathém., 1905, p. 15; *Bemerkungen zur Elektronentheorie*, Jahresbericht d. Deutsch. Math. Vereinigung, 1906, 15, p. 5; *Bewegung der Elektronen*, 18 p. и *Zur Diskussion über die Elektronentheorie*, 1 p.— *Akad. Sitzungsberichte in München*, 1907, 37. Эйнштейн познакомился с Зоммерфельдом в 1909 г. в Зальцбурге во время 81-го съезда естествоиспытателей. Переписка двух ученых была издана Армином Германном: *Albert Einstein — Arnold Sommerfeld. Briefwechsel*. Stuttgart, 1968, 126 S. Она содержит 61 письмо. Первое помечено 29 октября 1912 г.

<sup>4</sup> Чтобы ознакомиться с жизнью и творчеством Больцмана, следует прочесть великолепную книгу «Людвиг Больцман — человек, физик, философ» Энгельберта Брода с предисловием Ганса Тирринга. Берлин, 1957, 172 стр.

## 9. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*(20—30 сентября 1911), Прага*

Дорогой Мишель!

Посылаю воротнички и книжонку для Веро; по последней ты сможешь увидеть, сколь глубокие корни пустил во мне школьный учитель <sup>1</sup>. Я все еще копаюсь в больцмановском принципе. Кажется, что он действительно подходит точно, если энтропию рассматривать как некое свойство области состояний. Для каждого состояния энтропия —  $\infty$ . Если, например, частицу во взвешенном



состоянии внести в определенный слой  $\alpha$ , то против осмотического давления этой частицы придется совершить бесконечно большую работу. На этом примере видно, что уравнение Больцмана справедливо в точности <sup>2</sup>. К сожалению, для того чтобы определить энтропию в общем, с учетом статистической беспорядочности, не хватает данных, так что приходится удовлетворяться приближенным решением. Досадно, что можно говорить только об энтропии таких состояний, которые, по крайней мере, принципиально реализуются термодинамически. При этом всегда для полупроницаемых мембран нужно придумать аналог, что в большинстве случаев не удается. Мы не можем выдумать какие-нибудь «стены», которые были бы способны удержать тепловую энергию подсистемы в определенных границах. Поэтому невозможно определить энтропию резервуара тепла, а значит, и вычисление колебаний температуры будет недостаточно точно. С энергией периодически колеблющейся системы дело будет обстоять не лучше. Должен быть найден какой-то способ, который бы позволил обобщить термодинамическое понятие энтропии, чтобы можно было применять ее для случаев, которые нельзя считать термодинамически равновесными.

Может быть, ты используешь остаток каникул Веро для частых прогулок? Я рад, что вы все здоровы и бодры. После нескольких попыток найти для ребенка Фанни <sup>3</sup> лучшее место, мы решили его взять к себе домой. Через некоторое время он переберется к своей бабушке. Твой подарок я еще в употребление не пустил. Об этом напишу тебе потом.

Наилучшие пожелания тебе и твоим дорогим

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Веро Бессо не сохранил воспоминания об этом блокноте и его содержанием (нужно сказать в его оправдание, что в то время ему было 12 лет).

<sup>2</sup> Можно исходить из формулы распределения скоростей, дающей число молекул, для которых составляющие скорости по осям  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  соответственно заключены между  $x + \Delta x$ ,  $y + \Delta y$  и  $z + \Delta z$ . Она имеет следующий вид:

$$a \Delta x \Delta y \Delta z \exp [-b^2 (x^2 + y^2 + z^2)],$$

где  $a$  и  $b$  — постоянные. Далее, следует сравнить это с работой, опубликованной Больцманом в 1872 г., приводящей к уравнению, где роль переменной играет не энергия, а скорость.

<sup>3</sup> Лицо, которое не удалось установить.

## 10. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

Прага, 21.10.1911

Дорогой Мишель!

Не сердись на меня за мое молчание. На этот раз я в своих собственных глазах оправдан, так как мне, действительно, немножко не хватает времени. В течение трех недель меня не было дома — сначала я был в Карлсруэ на собрании естествоиспытателей, потом в Цюрихе, где мне предстояло прочитать 8 докладов в каникулярное время. К этому надо еще добавить многочисленные собеседования в узком кругу и личные обязанности! Если бы, однако, шабаш ведъм в Брюсселе остался позади, я снова стал бы сам себе господином, если не считать времени, которого требуют лекции.

Я не имел возможности много размышлять над твоими письмами, но просматриваю их снова. Формула <sup>1</sup>

$$\sigma = \frac{2\epsilon^2}{3h} \lambda^2 n$$

говорит о независимости  $\sigma$  от  $T$  для сплавов, однако лишь при приемлемом допущении о пропорциональной зависимости от квадрата концентрации присадок. Далее, подстановка  $\lambda^2 \sim 1/T$  для чистых металлов и высоких температур еще менее приемлема. Существование простой зависимости  $n$  от температуры, даже если она существует, нельзя принимать без достаточно веских оснований.

Мне представляется наиболее вероятным, что в соотношении между  $\sigma$  и  $\lambda$  заключена существующая между ними пропорциональная зависимость и в него не входит никакая температура. Только так без натяжки можно истолковать результаты опыта. Тогда  $n$  не должно влиять на сопротивление. В этом нет ничего особенного. Я думаю, что нам нужно посмотреть, нельзя ли к такому представлению прийти достаточно простым путем.

Зоммерфельд выдвинул свою гипотезу о времени столкновения без всякого теоретического обоснования <sup>2</sup>. Однако такого рода действительно серьезные основания для

нее можно привести, непосредственно исходя из формулы для излучения. С нашей механикой она не совместима; бесполезно даже ломать себе над этим голову. Формула излучения показывает, что электрически заряженные элементарные образования, сталкивающиеся при малых скоростях (энергиях), не излучают коротких волн. Если в какой-то степени придерживаться максвелловского механизма излучения, то получится, что в разложении ускорений от столкновений в ряд Фурье будут отсутствовать высшие члены, что равнозначно гипотезе Зоммерфельда. Для малых скоростей она не подходит, будучи каким-то непонятным ограничивающим законом.

Я не понял того, что ты написал о законе смещения Вина.

Твоя идея гибкого шарнира для измерения сжимаемости мне очень понравилась — тем более, что она позволяет исследовать материалы, которые нельзя подвергать растяжению. От осуществления мы пока воздержались, так как хотим сделать это немного по-другому. Вопрос: будет ли температурная зависимость гальванического сопротивления капиллярного столбика ртути не зависима от его сечения? Если длина пробега электронов относительно велика, то мы должны были бы заметить эту зависимость от диаметра. Можно ведь получить капилляры диаметром в  $1/100$  мм.

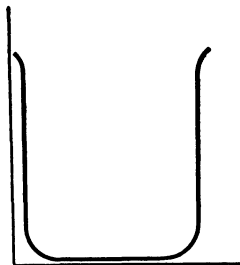


Рис. 3

Габиخت значительно усовершенствовал свою машину. Колебания стали почти в десять раз меньше. Откуда они происходят, еще не ясно и сейчас. Если внести еле заметные следы изоляционной массы на подвижный листочек первого каскада, то получается огромный отброс, и колебания сильно возрастают. Поверхности, движущиеся друг относительно друга, должны быть металлическими<sup>3</sup>.

Вопрос о том, какие выводы можно сделать из формулы излучения относительно  $\omega(E)$ , недавно рассматривался Эренфестом в *Annalen*. Представляется необходимым иметь следующий вид кривой и для того, чтобы граничные условия Вина вытекали из закона, который описывается формулой  $W = \text{const } e^{-\epsilon/kT} \omega(\epsilon)$  (рис. 3). Если хочешь, то я вышлю тебе работу Эренфеста<sup>4</sup>.

Габихт опробовал сталь на стали. Получилось, однако, очень плохо, и наблюдается значительный износ материала. При использовании системы сталь — латунь конец стальной пружины покрывается слоем латуни.

Твои соображения, касающиеся диссоциации сложной системы из-за гравитации или электрической силы, я не уловил.<sup>1</sup>

Большой привет от меня и от жены, остаюсь

*твой Альберт.*

Я, наверное, в следующем семестре приеду в Утрехт или Цюрих.

Сердечный привет Анне и Веро.

<sup>1</sup> Формула, относящаяся к удельной проводимости. См.: G. J o o s. Lehrbuch der theoretischen Physik, 2 Aufl. Leipzig, 1934, p. 381, где она фигурирует в виде  $\sigma = e^2 N v_w / 6 k T$ , причем  $v_w$  — средняя скорость, а  $N$  — количество свободных электронов на  $1 \text{ см}^3$ .

<sup>2</sup> См. у А. Германна\* (Frühgeschichte der Quantenmechanik) главу, посвященную Зоммерфельду.

<sup>3</sup> Уже в 1908 г. Эйнштейн дал в Phys. Z., 9, 216—217 описание этой индукционной машины, позволяющей измерять весьма малые электрические напряжения (порядка 0,0005 V). Название статьи: «Neue elektrostatische Methode zur Messung kleiner Elektrizitätsmengen».

<sup>4</sup> См.: Welche Züge der Lichtquantenhypothese spielen in der Theorie der Wärmestrahlung eine wesentliche Rolle? Пауля Эренфеста. Annalen der Physik, 1911, 36, 91—118.

11. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

23.10.1911

Дорогой Альберт!

Я уже знаю о том, что подробно писать ты не мог, что письма мои ты получил, так что я ждал и, собственно говоря, продолжаю поджидать их и сейчас.

Подстановка  $\lambda^2 \sim 1/T$  во всяком случае сама по себе малопригодна: но я к тому же не знаю, решит ли она вопрос вопреки основной идее (время обратно пропорционально энергии при малых значениях последней), которая, собственно говоря, всегда казалась мне приемлемой.

Но как раз из опытов, которые ты наметил провести с Зуки<sup>1</sup>, выяснится, подойдут ли к этим явлениям длины пробегов, получающиеся из расчетов по моей формуле для слабелегированных сплавов в случае низких температур. Доказательством мог бы служить и ход сопротивления чистых металлов при очень низких температурах, где, как мне представляется, можно считать, что  $1/\lambda$ , а значит и сопротивления, будут пропорциональны тепло-содержанию.

В той же мере я не удовлетворен ситуацией с парадоксом, относящимся к «остановке» электрона: совсем полное отсутствие зависимости от формулы излучения, если мой расчет правилен! И то обстоятельство, что двумя разными способами приходят к заключению о непонимании этой «задержки» электрона, приводит меня, естественно, к мысли о том, не была ли включена уже в старую теорию (может быть, в сочетании с парадоксом, относящимся к структуре электрона) квантовая природа светового излучения.

Закон смещения Вина позволяет по известному из эксперимента диапазону излучения делать вывод о других диапазонах (особенно для диапазона, который существен при низких температурах с точки зрения следствий из квантовой гипотезы). Я только в этом смысле и понимаю формулу излучения Планка<sup>2</sup> как экспериментально доказуемую. Конечно, для всего последующего большое значение имеет сохранение ясного понимания того, что же действительно известно из закона излучения: например, можно ли пытаться выяснить абсолютный минимум времени запаздывания электрона. Какие возможности я при этом подразумевал в том месте, которое осталось тебе непонятным, я что-то не знаю.

Машинки. Что изменил в них Габихт, благодаря чему достигнут такой большой успех? Что там было с пылинкой?

Результат Эренфеста, конечно, очень интересен. Работу его я, во всяком случае, охотно прочитаю. То, что я говорил о диссоциации, собственно, просто то же, что сразу же бросается в глаза и связано с несовместимостью присутствия газовой атмосферы вокруг небесного тела и существованием при этом полного теплового равновесия: ведь всегда имеются (при достаточно низких температурах) такие молекулы газа, которые обладают более высокой

кинетической энергией, чем потенциальная в поле гравитации. Тогда можно было бы подумать, что вопреки этому существует зависящее от температуры состояние равновесия, если рассматривать не одно, а множество таких тел. Но мне кажется, что общая теория теплоты отрицает такую возможность: потенциальная энергия при любой температуре в случае теплового равновесия остается больше критического значения.

После брюссельского шашаба ведем (когда он, наконец, состоится?)<sup>3</sup> я снова буду ждать от тебя отчета вместе с координатами (см. последнее письмо).

Сердечный привет от моих домашних — твоим; что поделывают малыши? За Жюля Ромена я так все еще не смог взяться!

Итак, привет от всех нас — всем вам.

*Ваши М. и А. Бессо.*

<sup>1</sup> Кажется, речь идет скорее о физике Отто Штерне, с которым Эйнштейн опубликовал работу «Einige Argumente für Annahme einer molekularen Agitation beim absoluten Nullpunkt» (Annalen der Physik, 1913, 40, 551—560). Вероятно, Бессо неверно прочел имя; к сожалению, у нас нет соответствующего письма Эйнштейна, которое бы помогло решить вопрос.

<sup>2</sup> Речь идет о формуле для плотности энергии излучения:

$$\rho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left( \exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right) .$$

Следует еще раз обратиться к статье Эйнштейна «Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung» (Phys. Z., 1909, 10, 817—825), текст которой представляет собой его доклад, сделанный в Зальцбурге 21 сентября 1909 г. на Всеобщем съезде естествоиспытателей, где он впервые изложил свою гипотезу световых квантов.

<sup>3</sup> Первый физический Сольвеевский конгресс состоялся в Брюсселе с 30 октября по 3 ноября 1911 г. См.: Пятидесятилетие первого физического Сольвеевского конгресса 1911 г. Брюссель, 1961. Международный физический Сольвеевский институт, 1961. Заметим, что Эйнштейн участвовал в Сольвеевских конгрессах в 1911, 1913, 1927 и 1930 гг.

Прага, 26.12.1911

Дорогой Мишель!

С привычно нечистой совестью берусь я за перо... Ты так запугал меня обилием вопросов, часть из которых я не понял, а на часть которых не знал, как ответить, что я никак не мог заставить себя взяться за письмо.

В электронной теории я так дальше и не продвинулся. И в Брюсселе все со стенаниями констатировали несовершенство теории, хотя выхода из положения так и не нашли. Конгресс этот вообще напоминал плач на развалинах Иерусалима. Ничего положительного не возникло.

Мои рассуждения о колебаниях были встречены с большим интересом и без серьезных возражений. Просветился я мало, так и не услышав ничего из того, что мне было бы неизвестно<sup>1</sup>.

Недавно написал небольшую работу об остаточных лучах. В экспериментах Рубенса ошибка<sup>2</sup>. Он пытался найти длины волн остаточных лучей от NaCl следующим образом (рис. 4).

Если бы остаточные лучи были монохроматическими, то показанная термопарой интенсивность  $I$  как функция расстояния между пластинами  $\Delta$  выглядела бы так (рис. 5). А найдено было вот что (рис. 6), т. е. что-то вроде биений.

Рубенс истолковывает это как разновидность биений, созданных за счет того, что в пучке имеются два почти монохроматических луча, а NaCl обладает двумя собственными частотами. Это непонятно, так как можно представить себе только один вид относительных колебаний ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$ . Но теория дисперсии дает в инфракрасной области вот такую картину при одной собственной частоте (рис. 7).  $\lambda_0$  — длина волны, соответствующая этой собственной частоте;  $n^2$  — квадрат показателя преломления. Для отрицательных  $n^2$  (применительно к диапазону от  $0,68 \lambda_0$  до  $\lambda_0$  в случае каменной соли) вещество отражает полностью. Коэффициент отражения выглядит так (рис. 8). Поглощение почти не оказывает влияния на отражательную способность. Остаточные лучи соответствуют широкой области. Резко отраженная широкая область создает «биения», подобные тем, что нашел Рубенс (рис. 9). Таким образом, в действительности была только одна собствен-

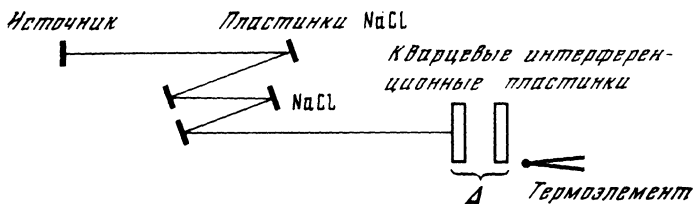


Рис. 4

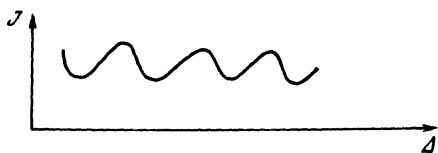


Рис. 5

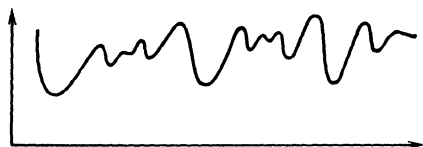


Рис. 6

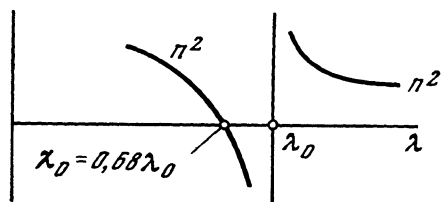


Рис. 7

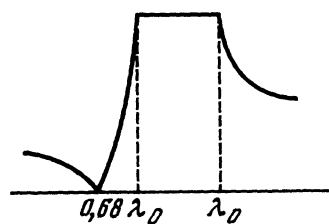


Рис. 8

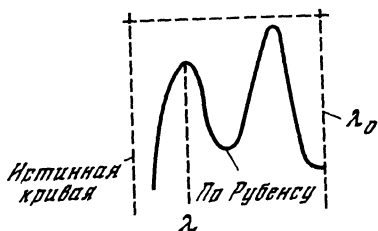


Рис. 9



ная частота и, в частности, более длинноволновая, чем обе, приведенные Рубенсом.

Нернст по данным Рубенса создал свою знаменитую теорию двойных квантов. Ситуация весьма забавная.

Габиخت продемонстрировал свою машинку в Берлинском физическом обществе и имел колоссальный успех. Им намного превзойден струнный электромметр, и будущее его обеспечено. Меня это очень радует. У Габихта уже довольно много заказов.

Статья кажется мне слишком тяжеловесной, хотя читатели у нее, несмотря на длинное изложение, и нашлись бы.

Важнейшим итогом, к которому пришли физики, является, как мне кажется, подтверждение того, что нейтральные металлические пары могут излучать и поглощать спектральные линии, например линии натрия. Тебе нужно поскорее приехать снова; жаль, что мы не вместе, было бы много интересных дел.

Я почти наверняка снова приеду в Цюрих (в Политехнический институт). Не хватает только подтверждения союзного и институтского советов<sup>3</sup>.

Замужество Мари приветствую от души. За кого же она выходит?<sup>4</sup>

Ну, а теперь желаю тебе, Анне и Веро веселых праздничных дней и счастливого Нового года.

С сердечным приветом остаюсь

*твой Альберт.*

Не сердись, когда я не отвечаю на поднятые тобой вопросы. Не могу придумать ничего подходящего.

<sup>1</sup> Отчет о первом Сольвеевском конгрессе фигурирует в *Abhandlungen der Deutschen Bunsengesellschaft*, 7, 330—364.

В письме к Цангеру, посланном из Праги и помеченном 16.XI 1911, Эйнштейн рассказывает, как во время дискуссии Пуанкаре занял резко отрицательную позицию по вопросу теории относительности. Это сообщение можно найти в статье Тео Кагана «О происхождении специальной теории относительности». Обзор по истории наук, 1959 12, 159—165 (*Revue d'Hist. des Sc.*).

<sup>2</sup> См.: Ernst Hagen u. Heinrich Rubens. Über Beziehungen zwischen dem Reflexionsvermögen der Metalle und ihrem elektrischen Leitvermögen. Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Ak. der

Wiss., 1903, 269—277 und 410—419. См., кроме того, статью тех же авторов в Annalen der Physik, 1904, 14, 936.

Отражательная способность  $R$  зависит от длины волны  $\lambda$  и электрической проводимости  $\sigma$  следующим образом:  $1 - R = 1/\sqrt{\sigma\lambda}$ . Принимая в расчет уравнение Друде  $\sigma \sim 1/T$ , мы видим, что имеется также зависимость и от температуры.

<sup>3</sup> О назначении Эйнштейна в Политехническую школу в Цюрихе (Г. Цангер предпринял эффективные шаги перед соответствующими властями.) Ср. К. З е л и г. Альберт Эйнштейн, 1960, стр. 223 и далее.

<sup>4</sup> Речь идет о Марии Винтелер, свояченице Бессо, которая вышла замуж за Альберта Мюллера, часовщика по профессии.

### 13. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

Прага, 4.2.1912

Дорогой Мишель!

Чувства, которые ты испытывал в тот день перед своим докладом и которые так прекрасно описал, совершенно точно совпадают с теми, которые в аналогичных случаях охватывают меня<sup>1</sup>. Поэтому и я тоже, по возможности, держусь от всего в стороне; недавно я дважды ответил отказом Вене и один раз — Нью-Йорку. Но я надеюсь, что ты быстро снова отдохнул и твоя аудитория совсем не пострадала. Напиши мне, пожалуйста, теперь о том, как себя чувствуешь после всего этого, чтобы я мог в душе быть вместе с тобой. Брал ли ты с собой Веро? Если бы у меня здесь был такой ученик, как он, а то ведь отсутствие интереса у студентов к моему чудесному предмету так огорчительно. На семинаре у меня имеется только один стоящий парень и еще две наполовину подходящие студентки; при таких обстоятельствах и этому мне приходится радоваться.

Я должен отклонить твое замечание по поводу влияния рефракции на величину радиуса Земли (рис. 10), определяемому по радиусу горизонта  $R$ , ибо при этом должны получаться слишком большие величины

$$R = s^2/2h.$$

Из-за рефракции получают некоторые  $s' > s$ , так что должно выполняться

$$R' = s'^2/2h > R.$$

Аналогичным образом получится и при использовании  $\pi/2 - \alpha$  и  $h$ . Тогда <sup>2</sup>

$$R = \frac{2h}{(\pi/2 - \alpha)^2}.$$

Из-за рефракции получают заниженное значение  $\pi/2 - \alpha$ , а  $R$  таким образом получается завышенным. И, значит, по этому методу можно получить вполне удовлетворитель-

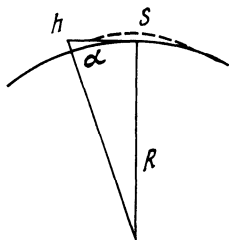


Рис. 10

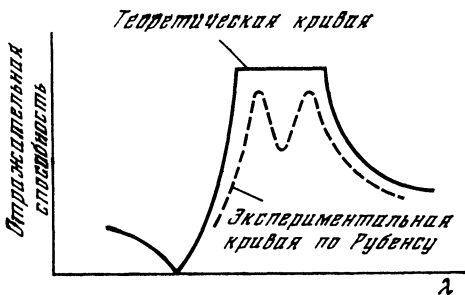


Рис. 11

ные значения для  $R$  или, при известном  $R$ , для коэффициента преломления воздуха.

С инфракрасной собственной частотой я был не совсем прав, так как оба максимума отражения, как уверяет Рубенс, реально существуют. Но вместе с тем это не доказывает того, что в самом деле должны быть две собственные частоты. По-видимому, получается нечто такое (рис. 11).

Здесь, очевидно, примешивается поглощение, которое не так-то просто учесть из-за пропорционального скорости члена, связанного с трением.

Рубенс писал, что поглощение заметно уменьшается с уменьшением температуры. Поэтому следует ожидать, что эта кривая при низких температурах совпадет с теоретической. Я написал об этом Рубенсу. Ему, наверное, уже удалось поставить эксперимент. Ведь существование двух собственных частот совершенно невозможно. В моей последней работе <sup>3</sup> я доказал (с помощью термодинамики), что при фотохимическом разложении одной грамм-молекулы виновским светом всегда имеет место поглощение энергии излучения  $Nh\nu$ . Это может быть выведено из формулы

излучения и из закона действия масс. Так что здесь даже не нужна квантовая гипотеза.

Вчера пришло письмо от Варбурга <sup>4</sup>, которому в Брюсселе я рассказал об этом деле, и он сообщает мне в нем, что у него точно подтвердился закон на одном из веществ. Абрагам развил дальше новую гравитационную теорию; мы переписываемся по этому поводу, поскольку не придерживаемся совершенно одинакового мнения <sup>5</sup>. Один берлинский астроном очень старается проверить искривление лучей Солнцем. Он получает все фотографии солнечного затмения и вымеряет их <sup>6</sup>.

Важнейшее усовершенствование, которое Габихт сделал в своей машинке, заключается в золочении первых слов. Об успехе, который он имел в этой связи в Берлине, я уже тебе, конечно, сообщал. Там чуть ли не прыгали от восторга.

Несколько дней тому назад пришло мое назначение в Цюрих (в Политехнический). Примерно на конец июля намечается переезд. Но ты должен приехать ко мне либо до этого срока сюда, либо потом туда, хорошо бы — всей семьей <sup>7</sup>.

Напиши как можно скорее

*твоему Альберту.*

Большой привет Анне и Веро.

Ребята здорово перепачкали это письмо. Но, надеюсь, ты из-за этого не рассердишься <sup>8</sup>.

<sup>1</sup> К сожалению, от этого письма не сохранилось конверта, из которого можно было бы узнать адрес Бессо, но, по-видимому, он в этот момент уже находился в Гориции вместе со всей семьей. Упомянутое заседание было, вероятно, посвящено юридическим вопросам, связанным с патентами.

<sup>2</sup> Без учета атмосферной рефракции имеем  $R = (h/\text{tg } \beta) \text{tg } (\beta/2)$ , где  $\beta$  — центральный угол. Так как угол этот очень мал, то получаем указанное здесь отношение.

<sup>3</sup> Thermodynamische Begründung des photochemischen Aequivalenzgesetzes. — Annalen der Physik, 1912, 37, 832—838; 38, 881—884.

<sup>4</sup> На стр. 93 и 100 своей книги «Frühegeschichte der Quantentheorie» А. Германи упоминает о письме Эйнштейна Варбургу от

25.IV 1912 г. Вполне вероятно, что речь идет об ответе Эйнштейна на письмо, о котором он здесь говорит. См. в: «Emil Warburg als Forscher».

<sup>5</sup> См. статью Эйнштейна «Bemerkung zu Abrahams Auseinandersetzung: Nochmals Relativität und Gravitation». — Annalen der Physik, 1912, 39, 704.

<sup>6</sup> Речь идет об Эрвине Френдлик-Финлее, который в 1914 г. организовал экспедицию в Россию для наблюдения за солнечным затмением. Экспедиция эта скоро окончила свое существование в связи с внешнеполитическими событиями. Фундаментальная работа Эйнштейна, касающаяся отклонения световых лучей вблизи звезд вследствие гравитации, появилась в Annalen der Physik, 1911, 35, 898—908: «Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes». Эйнштейн нашел для отклонения  $\alpha$  значение  $2kM/c^2\Delta$ , где  $k$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса небесного тела, а  $\Delta$  — расстояние от светового луча до центра этого тела. Вблизи Солнца получаем  $\alpha = 4 \cdot 10^{-6} = 0,83$  дуговых секунд. Статья заканчивается следующими словами: «Было бы крайне желательно, чтобы астрономы занялись поднятым здесь вопросом, даже если предшествующие рассуждения покажутся им недостаточно обоснованными или даже чересчур смелыми. Отбросив всяческие теории, мы должны спросить себя, позволяют ли современные средства заметить влияние гравитационного поля на распространение света».

Как известно, желаемая экспериментальная проверка, о которой Эйнштейн говорил в июне 1911 г. в Праге, смогла осуществиться только через восемь лет.

<sup>7</sup> Эта фраза позволяет заключить, что Бессо находился в Гориции.

<sup>8</sup> Действительно, на письме имеется несколько чернильных потеков, которые тем не менее совсем не затрудняют чтение.

#### 14. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

1913

Дорогой Мишель!

Наконец возвращаю тебе пакет твоих рукописей. Будет очень жаль, если ты это дело не доведешь до конца. С тех пор мне мало что удалось выискать. Но я строго доказал, что как для гравитационной, так и для инерционной массы замкнутой системы общая энергия покоя системы, включая энергию гравитации, является определяющей.

В данный момент я мучаюсь с квантовой проблемой, но без большой надежды на успех. Должен существовать некий «акцентирующий множитель»  $\varphi$  (скаляр) для тензора энергии. Я задаюсь вопросом о том, как должен быть составлен этот тензор  $T_{\mu\nu}$ , чтобы существовало  $\varphi$  такое, чтобы условия  $\sum \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$ , так же как и  $\sum \frac{\partial \varphi T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0$ , выполнялись для любого  $\mu^{(a)}$ .

Не без некоторого неприятного чувства встречаю я приближение Берлинского приключения. В любом случае ты должен нас там вскоре навестить.

С глубоким сожалением я узнал от Розы, что она снова должна что-то искать. Я окажу ей всяческую помощь письмами <sup>1</sup>.

Штарк утверждает, что открыл эффект Зеемана в электрическом поле <sup>2</sup>. Работа ужасающе грязная, но берлинцы дали себя убедить. Как это ужасно глупо, что ты в своем несчастном захолустье не можешь просматривать физические журналы. И как ты только такое выдерживаешь? Но, пожалуй, это лучше, чем если бы ты читал все то, что попадает мне в руки и остается непрочитанным. К работе, связанной с гравитацией, занимающаяся физической часть человечества относится довольно пассивно. Наибольший интерес к этому, пожалуй, проявляет Абрагам. Правда, он основательно поносит в «Scientia» всякую там относительность, но делает это с пониманием <sup>3</sup>. К Лоренцу я собираюсь весной с тем, чтобы обсудить эти дела. Он проявляет большой интерес к ним, так же как и Ланжевэн. Лауэ этим принципиальным доводам не внимает, Планк — тоже, скорее уж Зоммерфельд. Свободный и непредвзятый взгляд на вещи вообще не свойствен (взрослому) немцу (шоры!). Я изучаю английский (у Вольвенда) <sup>4</sup>, медленно, но основательно.

Сердечный привет тебе, а также Веро и Анне

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Роза Винтелер, свояченица Бессо. Ее первого мужа звали Эрнст Бонди.

<sup>2</sup> Разложение спектральных линий, излученных источником света, подвергающегося воздействию магнитного поля или электрического (эффект Штарка). Корреспонденция, оставшаяся после

Йоганна Штарка, содержит около 3000 писем, по большей части не изданных до настоящего времени. Лишь часть из тех, которыми он обменивался с Эйнштейном, Лоренцем и Зоммерфельдом, была опубликована. См.: А. Германн. Frühgeschichte der Quantentheorie, гл. IV.

<sup>3</sup> Обзор Science (Rivista di Scienza), руководимое в это время Ф. Энрикесом де Болонь, напечатало между 1908 и 1914 гг. столько же статей в пользу теории относительности, сколько и против. Например, в 1911 г. там можно найти статью П. Ланжевена «Эволюция пространства и времени», а в 1913 г. — статью М. Бриллюэна «Скептические заметки по поводу принципа относительности». Статья Макса Абрагама относится ко второй категории.

<sup>4</sup> Ганс Вольвенд, давнишний товарищ Эйнштейна в Аарау. Они часто вдвоем играли на скрипке. Вольвенд избрал занятия коммерцией, которые привлекли его в Индию.

(а) «Масштабный» множитель (подходит ли здесь слово «масштабный»?) играет тут роль скаляра, с которым связана своего рода инвариантность масштаба тензора энергии-импульса. Обращение в нуль обычной дивергенции тензора энергии-импульса (аналогично теореме Пойнтинга) должно было бы на этом этапе развития идей Эйнштейна выполняться для всякого тензора  $\Phi T_{ik}$ , отличающегося от  $T_{ik}$  на скалярный множитель  $\phi$ . Действительно, такого типа инвариантность будет применена Вейлем к метрике (конформной метрике).

## 15. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Март, 1914<sup>1</sup>*

Дорогой Мишель!

Прошу тебя не очень обижаться на меня за мое неслыханно долгое молчание; я работал как дикарь, но что все же хорошо, так это то, что с большим успехом. Но об этом потом.

Мы, если все пойдет гладко (перемучавшись из-за юридических сложностей), переедем 20-го этого месяца из Цюриха. Моя жена поедет недели на три с детьми в Локарно, так как наш малыш был серьезно болен и нуждается в уходе. Я поеду к Эренфесту и Лоренцу, а потом в Берлин <sup>2</sup>. У малыша сейчас коклюш, грипп и воспаление среднего уха. Коклюш еще не совсем прошел.

Новости, относящиеся к теории гравитации, следующие. Из уравнения гравитации вытекает

$$\sum_{\alpha\beta\mu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \sqrt{-g} \gamma_{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} \right) = k (T_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu}),$$

а из закона сохранения следует <sup>3</sup>

$$\sum_{\alpha\beta\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sqrt{-g} \gamma_{\alpha\beta} g_{\sigma\mu} \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} = 0.$$

Это 4 уравнения третьего порядка для  $g_{\mu\nu}$  (соответственно для  $\gamma_{\mu\nu}$ ), которые можно рассматривать как условия для специального выбора системы отсчета. Назовем их для краткости  $B_8 = 0$ .

Мне удалось доказать простым расчетом, что уравнения гравитации справедливы для любой системы отсчета, удовлетворяющей этим условиям. А отсюда следует, что имеют место преобразования ускорения различнейших видов, которые преобразуют уравнения в самих себя (например, также и вращение), так что подтверждается гипотеза эквивалентности в своей первоначальной форме, причем в неожиданно широком масштабе.

Строгую эквивалентность инертной и гравитационной массы, так же как и гравитационного поля, я, как мне кажется, доказал еще ко времени твоего посещения.

Теперь я вполне удовлетворен и более не сомневаюсь в правильности всей системы независимо от того, удастся или нет наблюдение солнечного затмения. Здравый смысл этого дела очевиден.

Итак, я буду жить в Далеме и иметь комнату в Институте Габера <sup>4</sup>. Я очень надеюсь на то, что ты вскоре меня наведишь. Но сомневаюсь, что в Берлине будет очень интересно хотя бы с точки зрения удовлетворения любознательности. Я сейчас не очень горю желанием работать, так как измучился ужасно, пока не нашел решения, описанного выше. Общая теория инвариантности была в сущности только препятствием. Прямой путь оказался единственно проходимым. Непонятным остается только, как это я так долго бродил впотьмах, пока не наткнулся на то, что было так близко <sup>(а)</sup>.

Большой привет тебе, а также Анне и Веро.

*Твой Альберт.*

<sup>1</sup> Оригинал этого письма находился вместе с черновиком ответа Бессо от 20 марта. Так как Бессо отвечал всегда без задерж-



ки, то письмо Эйнштейна дает нам во втором абзаце точную дату отъезда в Берлин, дату, которую Зелиг не уточняет, а А. Валлен-тен устанавливает (в конце третьей главы своей книги) как осень 1913 г.

<sup>2</sup> По поводу назначения Эйнштейна в Берлин следует дополнить слова Франка, Зелига и тех, кто на них ссылается, статьей Тео Кагана «Исторический документ Берлинской академии наук о научной деятельности Альберта Эйнштейна (1913 г.)». Межд. Арх. истории науки, 15-й год, № 60—61 (1962), стр. 337—342. Здесь речь идет о рапорте, отредактированном и подписанном Планком, Нернстом, Рубенсом и Варбургом, которые предложили зачисление Эйнштейна в Институт кайзера Вильгельма. В нем можно найти изумляющий нас отрывок, где говорится, что не следует вменять Эйнштейну в вину его дерзкие идеи о квантах света. См. также *Sciences et l'enseignement des sciences*, сент.—окт. 1961 г., № 15, где Т. Каган комментирует тот же документ.

<sup>3</sup> П. В. Шерер обратил мое внимание на, по меньшей мере, странное совпадение между видом  $\gamma_{\alpha\beta} \cdot g_{\sigma\mu} \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}$  и множителем, входящим в лагранжиан теории поля  $\psi \gamma^\alpha \partial_\alpha \psi$ , где тензоры заменены спинорами.

<sup>4</sup> Институт Фрица Габера в Берлине-Далеме в настоящее время один из самых крупных институтов Общества им. Макса Планка, так как к нему присоединился Институт электронной микроскопии. Он был основан в 1911 г. и входил в Институт кайзера Вильгельма, а Габер был его первым директором (настоящее название он носит с 1953 г.). Габер получил Нобелевскую премию по химии в 1919 г. за синтез аммиака.

(а) Любопытное письмо. Эйнштейн как будто утверждает, что уравнения полей, вместе с принципом сохранения импульса полной энергии (материальной и гравитационной), влекут за собой условия, ограничивающие выбор системы отсчета. Действительно, из уравнения полей, вместе с гипотезой сохранения импульса полной энергии, следуют законы движения. Обычно допускают, хотя иногда вопрос этот и оспаривается (см. В. А. Фок), что отношение между законами сохранения и выбором благоприятных систем координат (систем, называемых изотермическими или гармоническими) остается вопросом удобства, а не необходимости. Тем не менее интерпретация и роль условий выбора координат (условие, которое при этом является первого, а не третьего порядка) остается весьма сложным\*.

\* Все эти соображения, а также колебания и сомнения Эйнштейна

Гориция, 20.3.1914

Дорогой Альберт!

Благодарю вас (обоих) за ваше милое письмо и дружеское приглашение в Берлин и надеюсь, что твой маленький вскоре полностью поправится после долгой болезни.

В Берлине, конечно, будет очень интересно; было бы очень здорово, если бы я смог навестить вас осенью [заводно воспользоваться библиотечным материалом, фактическими данными... для продолжения социол...]<sup>1</sup>, чтобы я мог из библиотеки для социологических занятий...

Я очень рад твоему в высшей степени интересному результату [но я допускаю, что если нельзя дойти до сил второго порядка (центробежная сила)...].

Ты уже в общем заметил, что законы сохранения представляют собой условие (координаты) для установления допустимой системы координат. Однако казалось не исключенным, что ограничительные условия в преобразовании Лоренца являются тем самым наперед заданными, так что ничего особенно интересного, теоретически познавательного не получалось. Тем не менее все, в принципе, получается вполне удовлетворительно! Может быть, полученный результат дает какое-либо указание для более полного решения задачи о вращении, так что можно будет получить истинную величину центробежной силы? К несчастью, мой разум, так уж он раз и навсегда обучен, слишком слаб, чтобы самостоятельно ответить на этот вопрос;

в вопросе о том, требовать ли от уравнения гравитационного поля общековариантности или частичной ковариантности относительно некоторой подгруппы преобразования координат, относятся к периоду поисков и построения общей теории относительности.

В своей окончательной формулировке уравнения гравитационного поля общековариантны и справедливы в любой системе координат. Поэтому выбор системы координат связан с технической стороной интегрирования уравнений Эйнштейна и непосредственно не связан с физикой явления. Если же необходимо получить компоненты тензоров, которые имеют физический смысл и могут быть измерены в подходящем эксперименте, то уравнения должны быть отнесены к локальной лоренцевой системе отсчета (к локальной тетраде), связанной с наблюдателем. — В. Р.

Он даже смутно не предвидит, с какой стороны можно было бы взяться за эту задачу.

По причинам, которые уже обсуждались, твоя теория представляется мне важной и для астрономических проблем (поскольку раньше по крайней мере казалось, что система, в которой нет кориолисовых сил, могла все же содержать центробежные силы, или наоборот).

Ну, а теперь на очереди кванты! Но сначала ты должен отдохнуть — в этом ощущается настоящая потребность.

Сердечный привет от всех нас!

*Твой Мишель.*

Милеве<sup>2</sup> я напишу сам; если ты будешь ей писать, то передай наш большой привет.

<sup>1</sup> Мы поместили в квадратные скобки отрывок, зачеркнутый Бессо.

<sup>2</sup> На самом деле Бессо сначала написал *Deine Frau* (твоя жена), но потом спохватился и счел более вежливым написать имя.

## 17. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 12.2.1915<sup>1</sup>*

Дорогой Мишель!

Твоя открытка снова отстегала мою нечистую совесть; и я теперь пишу, пока она не успокоилась. Я был изнурен гриппом, но сейчас уже все прошло. Адрес Мицы: Вольта-штрассе, 30, Цюрих [...].

В настоящее время здесь Натансон<sup>2</sup> из Лемберга (Львова), физик-теоретик и мой соплеменник, к которому я очень привязался. Я переписывался с твоим бывшим приятелем Странео<sup>3</sup> (теперь он в Риме) по поводу гравитации. Эта теория у итальянских коллег встречает большой интерес. С Лоренцем я также по этому поводу часто переписываюсь.

Из научных вопросов я должен сообщить тебе о двух чудесных вещах.

1) Гравитация. Красное смещение и спектральные линии. Спектроскопические двойные звезды имеют оди-

наковые средние скорости в радиусе наблюдения. Массы звезд получают из доплеровского периодического колебания линий. Составляющая большей массы — по сравнению с меньшей массой — должна показывать среднее смещение к красным линиям спектра. Это подтверждается. Поскольку можно даже оценить радиусы звезд (хотя бы по типу спектров), то получается даже приближенная количественная проверка теории, дающая удовлетворительное совпадение.

2) Экспериментальное подтверждение гипотезы молекулярных токов Ампера. Если парамагнитные молекулы являются электронными волчками, то каждому магнитному моменту  $I$  должен соответствовать направленный таким же образом механический момент  $M$  величиной  $M = 1,13 \cdot 10^{-7} I$ .

При изменении  $I$  возникает вращательный момент ( $-dM/dt$ ). Если подвешенный брусочек перемагнитить, то на него будет действовать осевой вращательный момент, существование которого было экспериментально доказано де Гаазом (зятком Лоренца) в Государственном институте. Эксперименты вскоре будут закончены. Тем самым в одном случае доказывается существование «энергии при нуле». Чудеснейший эксперимент, жаль, что ты его не сможешь увидеть<sup>4</sup>. А как коварна природа, когда хотят к ней подступиться с экспериментом! Я на старости лет «заболеваю» экспериментом.

Сердечный привет тебе с Анной и Веро

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Заслуга точного датирования этого письма принадлежит Элен Дюкас.

<sup>2</sup> Натансон Ладислав родился в 1864 г. в Варшаве, профессор теоретической физики в Кракове (начиная с 1899 г.). Отметим его работы по статистической теории излучения и правильной формулировке понятия кванта.

<sup>3</sup> Странео Паоло (1874—1968) учился в Политехнической школе в Цюрихе. Вероятно, слушал курс физики Вебера в одно время с Бессо. Начиная с 1924 г., преподавал теоретическую физику в университете Генуи. Мы обязаны ему многочисленными публикациями по теории относительности. Например, его *Teoria della relativita. Saggio di una esposizione secondo il senso fisico*, 1924 г. Его последняя работа «*Teoria delle dimensioni fisiche*» по-

явилась в Archimede, 1960, 12, 1, стр. 1—9. Автору было в это время 86 лет. Нам не удалось разыскать письма, которыми наверняка обменивались Бессо и Странео. Быть может, в Генуе еще сохранились те, которые Странео получил от Эйнштейна.

<sup>4</sup> См.: 1° Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularströme (mit A. de Haas), Verhandlung. d. deutschen phys. Ges. Эта статья переведена также на голландский в Akademie van Wetenschappen (1915, 23, 1449—1464) и на английский в Proc. of Acad. of Nether. (1916, 18, 696—711). 2°. Einfaches Experiment zum Nachweis der Ampéreschen Molekularströme, Verhandl. d. d. phys. Ges., 1916, 18, 173—177.

## 18. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин-Вильмерсдорф, 10.12.1915*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за письмо.

Теперь я решил, что приеду в Швейцарию, так как моя жена заверила меня письменно, что мой Альберт будет мне рад. Я отправлюсь с ним на Цугерберг. Разумеется, мы с тобой увидимся. Я отправил тебе сегодня работы. Самые смелые мечты начали, наконец, осуществляться. Всеобщая ковариантность. Движение перигелия Меркурия удивительно точно. Последнее полностью гарантируется с точки зрения астрономии по определениям масс внутренних планет, проведенным Ньюкомом<sup>1</sup> с использованием периодических возмущений (а не по секулярному принципу)<sup>(a)</sup>. На сей раз наиболее правильным оказался ближайший путь; однако Гроссман<sup>2</sup> и я думали, что законы сохранения не будут выполняться и что закон Ньютона в первом приближении отсюда не вытекает. Ты будешь поражен появлением  $g_{11} \dots g_{33}$ .

Сердечный привет Анне и проф. Винтелеру от твоего довольного, но очень измотанного

*Альберта.*

<sup>1</sup> Ньюком Саймон (1835—1909). См. его работу «Periodic perturbations of the longitude and rad. vect. of the inner planets of the I order as to their masses» (Washington). Astron. Papers, 1891, 3, 180.

<sup>2</sup> Марсель Гроссман (1878—1936)—товарищ по занятиям Эйнштейна в федеральной Политехнической школе. Приват-доцент

университета в Базеле, затем ординарный профессор в федеральной Политехнической школе по описательной геометрии. Это по ходатайству его отца Эйнштейн получил в 1902 г. должность в федеральном патентном бюро. Гроссман привлек внимание Эйнштейна к работам Кристоффеля, который был первым старейшиной на физико-математическом отделении федеральной Политехнической школы и активно участвовал в создании математического аппарата общей теории относительности. См. его статьи: «Mathematische Begriffsbildungen zur Gravitationstheorie». Vierteljahrsschrift der naturforsch. Ges. Zürich, 1913, 58; «Fernparallelismus? Richtigstellung der gewählten Grundlage für eine einheitliche Feldtheorie». Ibid., 1931, 76, 19. Он напечатал также «Einführung in die Darstellende Geometrie» (Bâle, 1912) (Гроссман был другом Эйнштейна и Бессо и не один раз будет упомянут на этих страницах).

(a) Наблюдаемое вековое опережение перигелия Меркурия (572 дуговых сек.) отличается от векового опережения, вычисленного чисто ньютоновским способом (530 дуговых сек.). При ньютоновском способе для вычисления изменений, обязанных своим происхождением наличию внутренних планет, применяется метод возмущения. Но массы планет выводятся из измерения периодических возмущений, и, таким образом, вычисленное и результирующее вековое возмущение выведено из одних только ньютоновских данных. Его отклонение от наблюдаемого значения позволяет поэтому — не нарушая принцип — оценить чисто релятивистский вклад.

## 19. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин-Вильмерсдорф, 21.12.1915*

Дорогой Мишель!

Я не смогу сейчас приехать, так как граница почти постоянно закрыта. Многим моим знакомым пришлось вернуться, хотя у них были паспорта и т. п. Поэтому я лучше отложу поездку до пасхи. Я буду ждать до тех пор, пока не смогу туда попасть. Я жажду швейцарского воздуха, которым можно будет дышать без противогаза. Прочитай статьи! <sup>1</sup> В них содержится окончательный выход из тупика. Наиболее радостным является согласованность движения перигелия и общей ковариантности, а наиболее удивительным — что ньютоновская теория поля неправильна уже в уравнениях первого порядка (появление  $g_{11} - g_{33}$ ). И простота теории Ньютона обусловлена

только тем обстоятельством, что  $g_{11} - g_{33}$  не появляются в тех уравнениях движения точки, которые представляют первый порядок приближения <sup>(а)</sup>.

Теперь и Планк начал относиться к этому вопросу серьезнее, хотя пока что еще немного сопротивляется. Но он превосходный человек. Мой обычный опыт общения с коллегами <sup>2</sup> указывает на прямо-таки пугающее преобладание чересчур человеческих черт! Я потом расскажу тебе обо всем. Скорее бы уж!

Сердечный привет тебе, проф. В. <sup>3</sup>, Анне и Веро

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> См. также следующие работы Эйнштейна: «Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie». Sitz. d. Preuss. Ak. d. Wiss., 1915, 831—839; «Feldgleichungen der Gravitation». Ibid., 844—847.

<sup>2</sup> Отношения Эйнштейна с его коллегами были с подлинным знанием дела описаны Филиппом Франком в его работе об Эйнштейне (перев. А. Жоржа. Париж, 1968, стр. 180 и т. д.).

<sup>3</sup> По возвращении из Гориции семейство Бессо провело несколько месяцев в Крюмменау, в кантоне Сен-Галль, где тесть Бессо имел дом.

<sup>(а)</sup> Движение планет можно выразить простым способом, пользуясь системой полярных координат ( $r, \theta, \varphi, t$ ). В этой системе «плоский» характер траекторий позволяет выбрать «плоскость»  $\theta = \pi/2$  за «плоскость, в которой располагаются траектории», и написать «элементарный четырехмерный интервал»

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = g_{00} c^2 dt^2 - g_{11} dr^2 - g_{33} d\varphi^2.$$

Следовательно, движение планет, заданное геодезической формулой

$$\delta \int ds = 0,$$

зависит от потенциалов гравитации  $g_{00}$ ,  $g_{11}$  и  $g_{33}$ . Ньютоновское приближение, предполагая, что скорости малы по сравнению со скоростью света, позволяет пренебречь членами  $dr$  и  $d\varphi$  по сравнению с  $cdt$ . Отсюда следует, что приближение уравнений Эйнштейна может быть написано в виде

ускорение = градиент  $g_{00}$

и зависит только от  $g_{00}$ . Это приводит к тому, что  $g_{00}$  — единственная составляющая — может быть приравнена к скалярному нью-

тоновскому потенциалу. Отсюда и «очевидная простота» такого приближения и удивление, которое мог испытать Бессо при появлении метрических составляющих  $g_{11}$  и  $g_{33}$  в соотношениях, описывающих движение планет.

20. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 3.1.1916*

Дорогой Мишель!

Я очень рад твоему письмецу и нахожу, что твое желание переписываться с Альбертиком очень правильно. Я тоже частенько уже пробовал это делать и надеюсь, что это еще принесет свои плоды. Пока что парень еще недостаточно выучен тому, чтобы придать написанному слову необходимую живость; я сам хорошо помню то время, когда был таким же. Но вместе с тем я временами все же хочу попробовать. Если он когда-нибудь приобретет вкус к этому, то тем самым будет достигнуто многое. Во всяком случае на пасху я приеду в Швейцарию и пробуду там несколько недель, сколько бы ни пришлось ждать на границе. Я очень буду рад встрече со своими мальчишками и с тобой. Сейчас ехать было бы бессмыслицей. Я устал от массы работы, должен был бы преодолеть долгое ожидание на границе, имел бы мало времени и к тому же боялся бы не столь уж незначительных расходов.

У меня лично все в порядке <...>.

Меня очень радуют большие успехи в делах с гравитацией. Я всерьез намереваюсь в ближайшее время написать книгу по специальной и общей теории относительности, но мне трудно заставить себя начать, как это часто бывает с делами, к выполнению которых не испытываешь горячего желания. Но если я этого не сделаю, то теорию не поймут, несмотря на то, что в принципе она так проста<sup>1</sup>.

Изучение Минковского тебе никак не помогло бы. Его работы излишне сложны. Движение перигелия, по мнению наших здешних астрономов<sup>2</sup>, для Меркурия установлено точно; оно очень быстро уменьшается с радиусом орбиты (как  $1/R^{5/2}$ )<sup>3</sup>. Если бы орбиты Венеры и Земли были более эксцентричными, то этот эффект можно было бы обнаружить и для них. Значительное отличие в большую сторону этого эффекта по сравнению с нашим расчетом объясняется тем, что согласно новой теории



$g_{11} - g_{33}$  оказываются величинами первого порядка и оказывают влияние на движение перигелия. Значение точно определяется с помощью перемещения Солнца; другие эффекты не оказывают влияния (вращение Солнца — еле еле, отклонения от закона Ньютона за счет возмущений — совсем никак)<sup>4</sup>.

В рассмотрении дырки все было правильно до последнего заключения. Нет никакого физического смысла в существовании двух различных решений  $G(x)$  и  $G'(x)$  применительно к одной и той же системе координат. Представлять два одновременно существующих решения для одного и того же множества бессмысленно, и система  $K$  не будет физически реальной. Вместо рассмотрения дырки возникает следующее рассуждение. Физически реальным может быть совокупность пространственно-временных совпадений точек.

Если бы нужно было, например, изобразить какое-нибудь физическое событие, исходя только из данных о движении материальных точек, то «встреча» этих точек, иначе говоря — точки пересечения их мировых линий, были бы единственной наблюдаемой реальностью. Эти точки пересечения сохранились бы, конечно, при всех преобразованиях (и никакие новые к ним бы не добавлялись), если бы обеспечивались определенные условия однозначности. Таким образом, самое естественное, что можно потребовать от законов, так это то, чтобы они не определяли ничего больше, чем совокупность пространственно-временных совпадений. Это, в соответствии с уже сказанным, достигается с помощью общековариантных уравнений.

Первая статья вместе с дополнением обладает еще и тем недостатком, что в ней в правой стороне не хватает члена <sup>5</sup>  $1/2kg_{\mu\nu}T$ ; отсюда следует постулат:  $T = 0$ . Конечно, все это надо сделать в соответствии с последними работами, причем применительно к структуре материи не должно возникать больше никаких условий. Анализ размерностей, согласно которому электроны и кванты требуют особой  $h$ -гипотезы, независимо от гравитации, остается, таким образом, правильным.

К твоим пожеланиям на 1916 год я горячо присоединяюсь. Однако перспективы паршивые.

Прими привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Это будет статья на 64 страницах «Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie», опубликованная в Annalen der Physik, 1916, 49. В 1933 г. Морис Соловин переведет ее на французский и напечатает с двумя другими статьями: «Унитарная теория гравитации и электричества» и «О космологическом строении пространства».

<sup>2</sup> Прежде всего следует назвать Эрвина Фрейндлиха (1885—1964), астронома в Потсдаме.

<sup>3</sup> Опережение перигелия планет в том виде, как это предполагает общая теория относительности, выражается:

$$\Delta\Omega = \frac{6\pi Gm \times 100}{ac^2(1 - e^2)} \frac{T_{\text{Земли}}}{T_{\text{планеты}}} \text{ радиан за век};$$

$G$  — ньютоновская постоянная,  $m$  — масса Солнца,  $c$  — скорость света в пустоте,  $a$  — половина большой оси планетного эллипса,  $e$  — его эксцентриситет,  $T_{\text{Земли}}$  и  $T_{\text{планеты}}$  обозначают соответственно время оборота Земли и произвольной планеты вокруг Солнца. По третьему закону Кеплера, квадрат времени оборота планеты вокруг Солнца пропорционален кубу большой оси эллиптической орбиты. Следовательно,  $T_{\text{планеты}}$  пропорционально  $a^{3/2}$ . Поэтому  $\Delta\Omega$  пропорциональна  $1/a^{5/2}$ . Так как эксцентриситеты планетных орбит малы, то мы можем, вслед за Эйнштейном, сказать, что движение перигелия быстро уменьшается вместе с «радиусом» орбиты, уподобляя половину большой оси среднему радиусу  $R$ . Тогда  $\Delta\Omega$  убывает как  $1/R^{1/2}$ . Это примечание и два последующих были составлены м-ль С. Мавридес, старшим сотрудником Национального центра научных исследований и специалистом по вопросам космологии. М-ль Мавридес добавила также примечания к письму 35, за что мы и выражаем ей живейшую признательность.

<sup>4</sup> В 1956 г. Р. Л. Дюкомб привел следующие значения для опережения планетных перигелиев:

	Наблюдаемое	Вычисленное по теории Эйнштейна
Меркурий	43",11 ± 0",45	43",03
Венера	8",4 ± 4",8	8",64
Земля	5",0 ± 1",2	3",84

<sup>5</sup> В первом мемуаре Эйнштейна («Zur allgemeinen Relativitätstheorie». Sitz. Ber. d. Preuss. Akad. Wissenschaften, 1915, 44, 778 и дополнение, стр. 799; «Die Feldgleichungen der Gravitation». Ibid., стр. 844) член  $1/2kg_{\mu\nu}T$  отсутствовал. Но в дальнейшем Эйнштейн признал, что наличие этого члена вызывается требованием законов сохранения,

Цюрих, 21.4.1916

Дорогой Мишель!

Захвати, пожалуйста, книгу Рейхенштейна<sup>1</sup> в гостинице. Написана она замечательно. Она доставит вам несколько приятных часов. Наше совместное пребывание было превосходным. Надеюсь, что вскоре его удастся повторить<sup>2</sup>. Цангер был в порядке и хорошо выглядел<sup>3</sup>.

Сердечно приветствует тебя с Анной и Веро

*твой Альберт.*

Дай, пожалуйста, от моего имени 5 франков прислуге и потом напомни мне об этом.

<sup>1</sup> Здесь не может идти речь о книге «Albert Einstein, sein Lebensbild und seine Weltanschauung», которая появилась гораздо позже. М-ль Элен Дюкас считает, что в 1916 г. это монография «Die Eigenschaften des Adsorptionsvolumens». Но, может быть, здесь имеется в виду совсем другое издание.

<sup>2</sup> За день или за два до этого Эйнштейн отправился к Бессо и, не застав его, бросил в почтовый ящик большой лист бумаги со следующими строчками:

Дорогой Мишель! Едва только приехав нынче утром, я, Альберт, с большим трудом откопал твою улиточную раковину, но нашел ее пустой. Позвони мне по телефону завтра рано утром в гостиницу Готтгард (у вокзала), где я снимаю номер, или лучше приходи ко мне сам. Я очень рад, что увижу тебя.

*Твой Альберт.*

Следует, однако, сказать, что записка эта, найденная среди бумаг Бессо, относящихся к тому времени, не помечена числом. Поэтому она, быть может, относится ко второму приезду Эйнштейна в Цюрих после его возвращения из Люцерны, на два или три дня позже.

<sup>3</sup> Выдающийся энциклопедический ум, неутомимый труженик, человек великой мудрости и доброты, Генрих Цангер (1874—1957) был профессором судебной медицины в университете в Цюрихе, членом Международного общества Красного Креста. Он сыграл большую роль в жизни Эйнштейна, как об этом говорят многие места этой переписки. Выходец из скромной семьи из Эна (Цюрих), Цангер вначале учился в художественной школе в Мюнхене, и во время уроков анатомии обнаружилось его медицин-

ское призвание. Вскоре он стал инициатором борьбы против всевозможных ядов: промышленных, хозяйственных, наркотиков и т. д. Его жизнь и деятельность представляют собой славную страницу истории его родины. К Цангеру вполне можно применить, в самом высоком смысле, афоризм Теренция — homo sum: humani nihil a me alienum puto \*.

Хорошо написано о Цангере у К. Зелига «Albert Einstein», 1960. См. также: «Festschrift H. Zannger». Zurich, 1935 и «Erinnungen an Prof. Dr. Heinrich Zannger». Zurich, 1968.

## 22. ЭЙНШТЕЙН -- БЕССО

*Люцерн<sup>1</sup>, 22.4.1916*

Дорогой Мишель!

Я приеду в Цюрих поездом 10.28, сразу же пойду в Консульство и затем, если удастся, разыщу тебя на твоей квартире<sup>2</sup>. Нам здесь очень хорошо. Пауль хорошо выглядит. Та дама, кажется, — мать Гейгера, который когда то работал у Резерфорда<sup>3</sup>. Во время поездки я рассчитал, что отклонение с каждым полным колебанием на экспериментальной установке Физического института должно увеличиваться на 6 см. Покажи это Веро, так как я не успел. Не забудьте внимательно просмотреть книгу Манна<sup>4</sup>. Стоящее дело.

Сердечный привет всем вам

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> В Люцерн Эйнштейн поехал к своей сестре Майе и ее мужу, Паулю Винтелеру.

<sup>2</sup> См. примечание 2 к предыдущему письму.

<sup>3</sup> Первый прибор для подсчета электрических частиц был сконструирован Эрнстом Резерфордом и Гансом Гейгером в 1913 г. Он был усовершенствован в 1928 г. Мюллером и с тех пор стал называться счетчиком Гейгера — Мюллера.

<sup>4</sup> Томас Манн (1875—1955), нобелевский лауреат по литературе за 1929 г. Здесь, вероятно, идет речь о сказке «Смерть в Венеции», напечатанной в 1912 г.

---

\* Я человек, и ничто человеческое мне не чуждо (лат.).

Берлин, 14.5.1916

Дорогой Мишель!

В дороге и позже все было в полном порядке. Моя лень, проявляющаяся в писании, отнюдь не прогрессирует, а вот ты удивительным и отрадным образом меняешься в лучшую сторону. Наш происходящий в действительности стерновский роман не менее прекрасен, чем оригинал, и призывает к продолжению <sup>1</sup>.

Эта история с броуновским движением <sup>2</sup> — дурацкая затея Стодолы, от которой я уже его как-то раз безуспешно пробовал отговорить. Для кривой  $\Omega$  нет экстремальной задачи. Допустимый подъем задается соотношениями потока жидкости; при большом подъеме движение воздуха не примыкает к поверхности и возникают завихрения (рис. 12). Надеюсь, что ты доволен колледжем <sup>3</sup>. Я еще



Рис. 12

очень хорошо помню, что в таких случаях приходилось себя соответственно прищипывать и поначалу преодолевать отвращение, но я всегда думал, что все, что нужно говорить, и так разумеется само собой. Но это оптический обман. А помнишь, как в Берне ты всегда так вовремя ко мне приходил? <sup>4</sup> А я вот теперь не могу отплатить тебе тем же. У меня сейчас снова весьма забавная экспертиза в одном патентном процессе.

Я расскажу тебе об этом при встрече.

В настоящее время я работаю весьма умеренно, так что мне вполне хорошо, живу в блаженном покое, без душевного разлада. В гравитации я ищу граничные условия для бесконечности; интересно поразмышлять о том, как далеко простирается конечный мир, иными словами, — мир естественно измеряемых конечных размеров, в котором действительно вся инерционность относительна. Сегодня была панихида по Шварцшильду, заведующему обсервато-

рией в Потсдаме <sup>5</sup>. Я, конечно, тебе о нем уже рассказывал; жаль его. Из фотографий одну возьми себе, одну дай Майе, одну — Цангеру, а остальные — сохрани. Но если думаешь кому-нибудь доставить удовольствие, то можешь и подарить.

Я нашел красивое упрощение термодинамического вывода фотохимического  $h\nu$ -закона, нечто в стиле Вант-Гоффа.

Я рад, что мальчикам моим хорошо и что ты о них заботишься.

Вот теперь вскоре я смогу послать тебе подробную работу по гравитации, в которой все рассчитано ясно.

Сердечный привет тебе, Анне и Веро

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> По всей видимости, во время своей встречи в Цюрихе за три недели до этого письма Эйнштейн и Бессо говорили о книге Лоуренса Стерна «Тристрам Шенди».

<sup>2</sup> В работах Зюдхоффа можно найти существенный вклад Армина Теске в историю броуновского движения: «Einstein und Smoluchowski. Zur Geschichte der Brownschen Bewegung und Opaleszenz».

<sup>3</sup> Во время летнего семестра 1916 г. Бессо впервые начал читать лекции в качестве приват-доцента Политехнической школы по вопросам, касающимся патентов.

<sup>4</sup> В то время, когда Эйнштейн был приват-доцентом университета в Берне, Бессо был одним из двух его усердных слушателей.

<sup>5</sup> Карл Шварцшильд (1873—1916) был сначала директором обсерватории в Геттингене (1901—1909), а затем, до самой своей смерти, директором обсерватории в Потсдаме. Одна из его последних работ — это «Das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie». Berlin, Akad. Sitzungsberichte, 1916, 11. См. речь Эйнштейна в память Шварцшильда: «Gedachtnisrede auf Karl Schwarzschild». Ibid., 1916, 768—770.

24. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*Цюрих, 28.6.1916*

Дорогой Альберт!

Я большой лентяй: во-первых, никогда тебе не пишу, а во-вторых, даже когда пишу тебе, то только для того, чтобы избавиться тем самым от своей непосредственной работы.

Первое: голоса твоих мальчишек слышал в пятницу вечером. Они купались и здоровы. Альбертик стал немного посерьезней.

Второе: я веду неравную борьбу со своим лекционным материалом, мне не удастся овладеть тем общим подходом, который делает работу плодотворной. К тому же для большего внешнего порядка я сам чересчур беспорядочен. Мне следовало бы поэтому капельку прилежания сосредоточить на тех обязанностях, которые я сам на себя возложил. Но в друзей физического общества вселился сам черт, и они требуют от меня доклада о твоих новейших работах; и это несмотря на то, что здесь по меньшей мере трое — Абрагам, Гроссман и Вейль<sup>1</sup>, которые с этим делом знакомы в сто раз лучше, чем я. Я представляю себя в роли того, кому Бетховен насвистал свою симфонию и который должен был продолжать насвистывать дальше, имея перед глазами партитуру, разбираясь в ней так, как разбираюсь в партитурах я...

Но я все же порадовался, заглянув в партитуру снова. А вот насколько я уверен в себе, несмотря на то, что мне насвистывали и дали партитуру, — это я сейчас тебе продемонстрирую.

Первое:  $K = 1,87 \cdot 10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-1}$  — это, ведь, абсолютная мировая постоянная? Видишь, даже в этом я не совсем уверен (а).

Второе: Несмотря на то, что я в качестве образца имею твой доклад в Вене, я не смог с помощью уравнений (1d) и (7e') на стр. 19<sup>2</sup> вывести соответствующие соотношения по новым гравитационным уравнениям. Результат не совпадает на величину численного множителя.

[Третье: (и если эти недоразумения из-за меня, то случай мой безнадежен!)  $ds^2$  — это инвариант? Это значит, что пространственные расстояния между двумя произвольными точками численно равны, какова бы ни была система координат, избранная для их размещения...].

Третье: На конечном участке пространства, окружающего материальную точку, можно ввести координаты таким образом, чтобы по отношению к ней на всем этом конечном участке исчезло центростремительное ускорение.

Как для этого случая должны выглядеть коэффициенты  $g_{\mu\nu}$ <sup>3</sup>?

<sup>1</sup> В июне 1916 г. Бессо представил Герману Вейлю план своего доклада и первый черновик. Г. Вейль вернул ему эти бумаги, мы их нашли среди других бумаг Бессо, — 1 августа, не сделав никаких существенных замечаний. Следовательно, доклад Бессо должен был состояться после этой даты.

<sup>2</sup> Во время 85-й Ассамблеи немецких естествоиспытателей, созванной в Вене в 1913 г., Эйнштейн 23 сентября сделал доклад под названием «Zum gegenwärtigen Stand des Gravitationsproblem» (ср. Phys. Z., 1913, 14, 1249—1266). Уравнения, о которых говорит Бессо, это:

$$\ddot{r} = -\frac{1}{2} \text{grad } g_{44} + \dot{g} - [\dot{r}, 0]; \quad (1d)$$

$$\square g = -x\rho_0 v, \quad \square g_{44}^* = xc^2\rho_0. \quad (7e')$$

<sup>3</sup> Ответ Эйнштейна заставляет предполагать, что Бессо ограничился подробными новостями о здоровье жены Эйнштейна и обоих сыновей и что он не задал ни одного научного вопроса.

(а) Разумеется, постоянная Эйнштейна  $K = 8\pi G/c^2$ , где  $G$  — ньютоновская постоянная, это универсальная постоянная в той мере, в какой отношение  $M/m$  — отношение массы гравитационной к массе инертной — само является универсальной постоянной.

Конечно, всякая проверка постоянства этого отношения (например, опыт Этвеша) остается локальной. Некоторые теории допускают возможность изменения отношения  $M/m$  и, в частности, члена  $K$  вместе с потенциалом гравитации. Но ни один опыт не оказался достаточно убедительным.

## 25. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 14.7.1916*

Дорогой Мишель!

Прежде всего — моя глубочайшая благодарность за то, что ты такой верный помощник моим детям и моей жене.

Из твоих писем следует, что моя жена действительно серьезно больна <...>.

Я настоятельно прошу тебя держать меня в курсе дел открытками, не связывая себя никакой обязательной последовательностью. В эпоху квантовой теории это тем более допустимо <sup>1</sup>.

Сердечно приветствует тебя и всех твоих

*твой Альберт,*



Сердечный привет и большое спасибо заодно и Цангеру, а также и Цюрхеру <sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Эта параллель между двумя прерывностями не лишена юмора.

<sup>2</sup> Эмиль Цюрхер, юрист, давнишний друг Эйнштейна. Преподавал уголовное право в университете в Цюрихе. В 1916 г. Милева Эйнштейн жила в одном доме с ним (Э. Цюрхер умер в Цюрихе в 1937 г.).

## 26. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 21.7.1916*

Дорогой дядя Тоби! <sup>1</sup>

<...> Я искренне сожалею, что настолько тебя обидел, что ты, при своем самозабвенном дружелюбии, в приписке к своему письму, обращаешься ко мне на «Вы», и беру назад все слова, которые вызвали твою обиду <...> <sup>2</sup>.

Сердечно приветствует тебя

*твой Альберт.*

<sup>1</sup> Персонаж романа «Тристрам Шенди» английского писателя Лоуренса Стерна (1713—1763). Эйнштейн и Бессо читали его лет двадцать тому назад и забавлялись, сравнивая себя с действующими лицами романа (бедный Йорик, дядя Тоби, капрал Трим, доктор Слоп, Тристрам-Трисмегис, его отец и т. д.). См. следующее письмо Эйнштейна от 31.VII. После появления книга Стерна имела огромный успех. Вот тому пример. 26 сентября 1762 г. Дидро пишет Софии Воланд: «Вот уже несколько дней, как я ввязался в чтение самой безумной, самой мудрой, самой веселой из всех книг». А 7 октября он добавляет: «Эта столь безумная, столь мудрая и столь веселая книга — Рабле англичан. Она называется «Жизнь, воспоминания и взгляды Тристрама Шенди». Невозможно составить о ней иное представление, чем об универсальной сатире. Автор ее Стерн — священник». См.: Дени Дидро. Переписка, т. IV. Париж, 1957, стр. 172 и 189.

<sup>2</sup> Эйнштейн не заметил, что Post Scriptum принадлежит не Бессо, а его жене.

## 27. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин-Вильмерсдорф, 21.7.1916*<sup>1</sup>

Дорогой Мишель!

Только что разглядел, что я дьявольски ошибся, приняв, что приписку к письму сделал ты, а не Анна<sup>2</sup>. Я несправедливо обругал тебя за обращение «Sie». Но только в таком смысле ты и должен понять тон моего письма. И надо же, что такое случилось с ученым-естествоиспытателем!

Сердечный привет

*от вашего Альберта.*

<sup>1</sup> Эта открытка написана очень скоро после предыдущего письма. Действительно, на почтовом штемпеле стоит 2—3 N (между 2 и 3 часами пополудни), а на открытке 7—8 N (N — Nachmittag — после полудня).

<sup>2</sup> Хотя оба почерка и отличаются друг от друга. Во всяком случае это доказывает, что Эйнштейн почувствовал потребность перечитать письмо своего друга. Что касается содержания строчек, дописанных Анной Бессо, то, к сожалению, мы ничего о них не знаем, так как приведенный здесь текст письма — только черновик. Кстати, следует заметить, что если Анна Бессо была с Эйнштейном на «ты» в Аарау и Берне, она скромно отказалась от этого с того самого дня, как слава завладела Эйнштейном.

## 28. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин-Вильмерсдорф,  
31.7.1916, понедельник*

Дорогой Мишель!

Твоя открытка меня очень обрадовала, так же как и предыдущее письмо, из которого я узнал, что моей жене лучше. Имеете ли вы ясное представление, чем она страдает? В непоколебимости нашей дружбы я снова твердо убедился.

Обращение «дядя Тоби» — это из романа Стерна, с главными героями которого мы не раз сравнивали себя в Цюрихе<sup>1</sup>.

Поле вращающегося кольца вблизи оси можно найти так<sup>2</sup>. В первом приближении это поле легко получается непосредственным интегрированием описывающих поле уравнений. Второе приближение получается как следую-

щее — с учетом уравнений поля в вакууме. Первое приближение дает кориолисовы \* силы, второе — центробежные силы<sup>3</sup>. То, что последние появляются правильно, с очевидностью вытекает из общей ковариантности уравнений, так что фактический расчет больше не представляет какого-либо интереса. Такой интерес возникает только, если неизвестно, принадлежат ли вращательные преобразования к категории «допустимых», то есть когда нет ясности относительно свойств преобразования уравнений, — ясности, которую, слава богу, мы, наконец, обрели.

Сердечный привет тебе, Анне и Веро

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> См. по этому поводу примечание 1 к письму 26.

<sup>2</sup> Тем временем Бессо, вероятно, задавал научные вопросы вроде тех, которые он собирался формулировать в письме от 28 июня 1916 г. и которые он, в конечном счете, изменил.

<sup>3</sup> В первом приближении «поле Кориолиса» дано через  $g_{14} = -\omega y$ ,  $g_{24} = \omega x$ ,  $g_{34} = 0$ . Члены второго порядка связаны с центробежной силой. Эйнштейн вернется к этому вопросу 31 октября 1916 г.

29. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 18.8.1916*

Дорогой Мишель!

Твой друг Уго Русси<sup>1</sup> написал мне для тебя открытку. Он здоров и спокоен. Он не получал свежих новостей о своей матери. Однако последние были удовлетворительными. Он сообщил свой адрес.

Меня осенило в вопросах о поглощении и испускании излучения: это тебя заинтересует. Потрясающе простой вывод формулы Планка (я имею в виду сам вывод). Все совершенно квантовано. Я пишу прямо с работы<sup>2</sup>. Твое молчание успокаивает меня; надеюсь, что в Цюрихе все идет к улучшению. Большое тебе спасибо за твое последнее письмо из Планальпа. Надеюсь, ты хорошо отдохнул.

---

\* Как было бы, если бы кориолисовы силы не зависели от места? — *Прим. Бессо.*

Через пару недель — если удастся — я поеду на 14 дней в Голландию.

Сердечный привет тебе, Анне и Веро

*от твоего Альберта.*

Что предстоит тебе читать в следующем семестре? Прилежные ли слушатели были у тебя? Удовлетворен ли ты своей преподавательской работой? Обо всем этом подробно напиши мне. Когда наступит мир, ты должен будешь сразу же ко мне приехать!

<sup>1</sup> Инженер из Гориции, семья которого была в дружеских отношениях с семейством Бессо. В 1920 г. он будет работать в Варезе в «Societa Varesina per imprese elettriche».

<sup>2</sup> В этот период две работы Эйнштейна касаются квантовой теории излучения: «Strahlungsemission und Absorption nach der Quantentheorie». Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1916, 18, 318—323; «Quantentheorie der Strahlung». Mitteilungen der Physikalischen Gesellschaft. Цюрих, 1916, 16, 47—62.

### 30. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин-Вильмерсдорф, 24.8.1916*

Дорогой Мишель!

Большое спасибо за открытку из Базеля. К сожалению, я не могу найти открытку твоего друга Русси, так что не смогу передать ему твоего поручения. Я не могу припомнить, ответил ли ему. Сообщи мне его адрес. Я очень рад, что моя жена понемногу поправляется. Но в любом случае, если у нее (что весьма вероятно) туберкулез мозга, то лучше уж скорый конец, чем длительные мучения.

В Голландию я не поеду, так как поездка чертовски затруднительна. Думаю подождать, пока не наступит мир. Но в Швейцарию хочу поехать непременно следующей весной.

Мой Альберт мне не пишет. Мне кажется, что его предубежденность против меня опустилась уже ниже точки замерзания. Наверное, в этом возрасте и на его месте

я — под воздействием таких же обстоятельств — реагировал бы аналогичным образом.

Работы о волнах гравитации и планковской формуле лежат уже давно у тебя дома. Последняя наверняка доставит тебе удовольствие. Вывод чисто квантовый и приводит к формуле Планка. А в дополнение ко всему этому со всей убедительностью получается, что элементарные процессы излучения и поглощения являются процессами направленными. Нужно только исследовать (броуновское) движение одной молекулы (в духе этого же вывода) в поле излучения. И при этом рассмотрении — так же как и в опубликованном в выпусках Цюрихского физического общества <sup>1</sup> в память Клейнера <sup>2</sup> — нет никакого рассуждения, основанного на волновой теории.

Сердечно приветствует тебя

*твой Альберт.*

<sup>1</sup> «Quantentheorie der Strahlung». Mitteilungen der Physikalischen Gesellschaft. Цюрих, 1916, 16, 47—62.

<sup>2</sup> Альфред Клейнер родился 29.IV 1849 г. в Машвандене, в кантоне Цюриха, был приват-доцентом физики в федеральной Политехнической школе с 1875 до 1885 г.; в 1875 г. — приват-доцент в университете в Цюрихе, в 1879 г. — экстраординарный профессор, а в 1885 г. — ординарный; в 1909—1910 гг. — ректор университета в Цюрихе. Он умер в Берне 3 июля 1916 г. См. также письмо 4, примечание 5.

31. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 6.9.1916*

Дорогой Мишель!

Я переслал дальше сообщение твоему другу Русси. Твой подробный отчет о состоянии Милевы меня вполне удовлетворил. С этого момента я больше не буду надеяться ей разводом. Итак, стычка с моими родственниками по этому поводу закончена. Я научился противостоять слезам.

Работы Планка не дают никакой зависимости между  $h$  и  $\epsilon$ . Получается смутное представление о близости между формулами и о том, что порядки величин  $\epsilon^2/c$  и  $h$  очень

близки \*. Но этот последний пункт пока еще не нашел объяснения ни в одной из теорий. Чтобы получить закон смещения Вина, нужны принцип Доплера и закон о давлении излучения, которые до сих пор были сформулированы (как, впрочем, и понятие частоты) лишь с помощью волновой теории. Существенным, однако, является то, что статистическое рассмотрение, приводящее к формуле Планка, стало цельным и при этом мыслимым вообще, в то время как от свойств молекул ничего, кроме применимости самой общей квантовой идеи, более не требуется. При этом получается (этот результат еще не содержится в отосланной тебе работе), что при каждом элементарном акте переноса энергии между излучением и материей молекуле передается импульс величиной  $h\nu/c$  <sup>1</sup>.

Отсюда следует, что каждый такой элементарный процесс является процессом полностью направленным <sup>2</sup>. Тем самым существование квантов света неоспоримо.

Поездку к Лоренцу я попытаюсь осуществить. Для этого мне нужен подлинник моего паспорта. Я написал об этом в Цюрих и просил переслать документ тебе на тот случай, если бюро загса не осуществляет пересылок за границу. Будь добр, перешли мне в таком случае документ окольными путями.

С горячим приветом тебе и всем твоим

*твой Альберт.*

У кого ты живешь и что привязало тебя так надолго к Берну?

---

\* В этом письме Эйнштейн, по-видимому, впервые обращает внимание на одинаковую размерность и близкий порядок величин  $\varepsilon^2/c$  и  $h$ , где  $\varepsilon$  — заряд электрона,  $c$  — скорость света и  $h$  — постоянная Планка. В настоящее время соотношение между этими величинами задается в виде безразмерной постоянной (безразмерная тонкой структуры — Зоммерфельда)

$$\alpha = 2\pi\varepsilon^2/hc \approx 1/137.$$

Постоянная  $\alpha$  в микромире играет роль своеобразного масштаба. Например, пусть  $r_0 = \varepsilon^2/m_0c^2$  — классический радиус электрона ( $m_0$  — масса электрона). Тогда  $\lambda_0 = r_0/\alpha = h/2\pi m_0c$  — комптоновская длина волны электрона. Увеличивая  $\lambda_0$  в 137 раз, т. е.  $\lambda_0/\alpha = h^2/4\pi^2 m_0\varepsilon^2 = a_H$ , получаем радиус первой бордовской орбиты. Теории этого «таинственного» числа 137 еще нет. — В. Р.

<sup>1</sup> Эффект Комптона (1922 г.) свидетельствует о том, что квант света обладает, кроме энергии, импульсом  $h\nu/c$  \*.

<sup>2</sup> Ср.: «Quantentheorie der Strahlung». Phys. Z., 1917, 18, 121—128.

### 32. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 26.9.1916*

Дорогой Мишель!

Завтра еду к Эренфесту в Лейден. Я с радостью предвкушаю встречи и дискуссии с коллегами. Нордстрем<sup>1</sup> тоже там. В последнее время я успел немного, но живу спокойно и доволен, а это тоже неплохо. Напиши мне, когда снова окажешься в Цюрихе, и сообщи твой тамошний адрес. Я засомневался, проживаешь ли ты еще по адресу Цендервег, 10. Нашел ли ты в Берне то, что искал? Видел ли Шперри<sup>2</sup>; он хотел тебя разыскать. Весной, даст бог, увидимся снова.

Во всяком случае я с некоторой сдержанностью думаю о том, чтобы снова поехать в Цюрих. Следствием моей последней поездки было то, что мой Альберт перестал мне отвечать.

Сердечный привет тебе, Анне и Веро

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Нордстрем Гуннар (1881—1923), учился в Геттингене, затем преподавал начиная с 1918 г. теоретическую физику в Политехнической школе в Гельсингфорсе. Он опубликовал многочисленные труды по теории относительности. На 1916 г. отметим его статью «Einstein's Theory of gravitation and Herglotz's Mechanics of continua». Akad. Proc. Amsterdam, 19.

<sup>2</sup> Теофил Шперри основал в этот период в Берне зал для публичных лекций.

\* Это также однозначно следует из специальной теории относительности. Действительно, энергия  $E$  и импульс  $p$  частицы с массой  $m_0$  связаны соотношением

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}.$$

Для фотона  $E = h\nu$ ,  $m_0 = 0$ . Тогда имеем  $p = E/c = h\nu/c$ ,  $p = \hbar k$ , где  $k$  — волновой вектор и  $k = 1/\lambda$  — волновое число. — В. Р.

Берлин, 31.10.1916

Дорогой Мишель!

За это время я прожил чудесные дни в Голландии. Там общая теория относительности уже совсем прижилась. Не только Лоренц и астроном де Ситтер самостоятельно работают в области этой теории, но также еще и многие молодые коллеги. И в Англии эта теория тоже пустила корни. С Эренфестом и особенно с Лоренцем я провел незабываемые часы, которые были не только увлекательными, но и упоительными. И вообще я чувствую, насколько близок я этим людям по взглядам. Нордстрем, которого ты знаешь, был тоже там<sup>1</sup>. О состоянии моей жены и о здоровье моих мальчиков я был недавно извещен Цангером. Я очень счастлив, узнав, что хоть и медленными темпами, но ей лучше. Я позабочусь о том, чтобы из-за меня у нее не было больше никакого беспокойства. На развод я окончательно махнул рукой. Ну, а теперь к интересам научным!

Объективное значение пространства и времени заключается прежде всего в том, что четырехмерный континуум гиперболичен и именно в том смысле, что из каждой точки можно провести «временные» и «пространственные» линейные элементы, т. е. такие, для которых  $ds^2 > 0$ , и такие, для которых  $ds^2 < 0$ . Координате  $x_2$ , самой по себе, пространственный, или соответственно временной, характер не свойствен.

Можно для сохранения привычного хода рассуждений предпочесть такие системы, для которых везде

$$g_{44}dx_4^2 > 0, \quad g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + \dots + g_{33}dx_3^2 < 0$$

Но объективного оправдания выбору такого рода нет. Значит, «пространственный», или соответственно «временной», характер вполне реален. Но нельзя говорить, что эта координата — временная «от природы», а другие координаты — пространственные\*.

\* Очень наглядный пример того, что произвольные координаты  $X^\mu$  не имеют ни метрического, ни физического смысла. Поэтому требование общеквариантности не только уравнений гравитационного поля, но и всех вообще законов природы есть необходимое условие для возможности физической интерпретации аппарата любой теории. — В. Р.



О Делленбахе <sup>2</sup>. Свертывание (Verjüngung) тензора Римана (однократное или двукратное) не приводит к его исчезновению. Ведь для случая поля покоящейся материальной точки (вне ее) можно легко доказать, что

$$(ik, lm)$$

не исчезают, хотя исчезают все суммы вида

$$\sum_{kl} g^{kl} (ik, lm).$$

О Гроссмани: он ошибся. Случай обычной относительности — это случай исчезающей кривизны, точнее: исчезают все компоненты вида  $(ik, lm)^{(a)}$ .

Определение тензора: не как «объекта преобразующегося так или этак», а как объекта, который относительно (любой) системы отсчета может быть описан некоторым количеством величин  $(A_{\mu\nu})$ , причем последние подчиняются определенному закону преобразования.

Независимость от системы отсчета заключается в том, что закон преобразования известен, и, в частности, в том, что благодаря этому закону все величины  $A'_{\mu\nu}$  исчезают вместе с величинами  $A_{\mu\nu}$  ( $fdx_\nu$  будет тензором первого ранга только тогда, когда  $f$  — скаляр).

В рамках специальной теории относительности коварианты и контраварианты не различаются, если приравнять  $x_4 = ict$ . Это происходит потому, что тензор  $g_{\mu\nu}$  вырождается в

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1. \end{matrix}$$

Таким образом,

$$A^{\mu\nu} = \sum_{\alpha\beta} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} A_{\alpha\beta} = A_{\mu\nu}.$$

Равнозначность (дуалистичность) величин  $g^{\mu\nu}$  и  $g_{\mu\nu}$  не полная, поскольку распространение имеет ковариантный характер.

Твое замечание о равнозначности физически различающихся (или различных до предыстории) масштабов, или соответственно часов, совершенно правильно. Но это до-

пушение подразумевалось невысказанным и в теории Галилея — Ньютона.

Поле «кориолисовых сил» задается в первом приближении уравнениями

$$g_{14} = -\omega y, \quad g_{24} = \omega x, \quad g_{34} = 0.$$

Второе приближение получается из членов второго порядка и имеет, следовательно, вид  $g_{14} = \omega^2 r^2$ , что в действительности соответствует потенциалу центробежной силы<sup>3</sup>.

Примечательно к обобщению теории относительности аргументация такого типа, который использован тобой, допустима. Без сомнения, правильны все следствия, относящиеся к индуктивному выводу о воздействии расширения. Но такой способ рассмотрения имеет то неудобство, что весь мир нужно рассматривать как нечто целое. Приятнее исходить из части и иметь свободу в выборе граничных условий, как это сделал я в гипотезе эквивалентности.

Совершенно правильно и то, что ты заметил по поводу работы г-на Долдера. Необходимость допущения принципа постоянства скорости света оправдывается тем, что на помощь призывается весь опытный материал. Для обобщения может, конечно, послужить эфир Лоренца.

В опыте Физо не нужно местное время. Можно задать вопрос о связи между  $f$  и  $d$  в движущейся среде, на что с помощью силы Лоренца дается ответ:

$$g = d - n = (\epsilon - 1) \left( n + \frac{1}{c} [\omega, f] \right).$$

Если это добавить к уравнениям Максвелла то результат Физо получается простым расчетом.

Работа Кайе мне неизвестна<sup>4</sup>, во всяком случае не могу припомнить, чтобы я ее читал. Если она у тебя есть, то покажи мне ее в следующий раз, когда я приеду в Швейцарию. Позаботься, пожалуйста, когда сможешь, о моих мальчиках. Что подельывает Веро? Когда он оперится?

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

Ты скоро получишь одну мою небольшую работу об основах общей теории относительности<sup>5</sup>, в которой будет показано, как связаны требования относительности с энергетическим принципом. Это очень забавно.

<sup>1</sup> Вероятно, Бессо познакомился с Гуннаром Нордстремом в Цюрихе. Нам не удалось найти следов переписки между Бессо и шведским физиком.

<sup>2</sup> Вальтер Делленбах родился в Бургдорфе (Берн) в 1892 г., слушал лекции Эйнштейна в Политехнической школе в Цюрихе. См.: К. З е л и г. Альберт Эйнштейн и Швейцария, стр. 137—139. Инженер-механик, доктор технических наук, Делленбах работал в Швеции, Германии и Италии. Ф. Гонзет сообщил нам, что Эйнштейн очень высоко ценил Делленбаха. Это, впрочем, подтверждается данным письмом. Некоторое время Делленбах жил на пансионе у Бессо.

<sup>3</sup> Эти вопросы уже поднимались раньше.

<sup>4</sup> Шарль Каёе (1865—1922) преподавал в Женевском университете рациональную механику и анализ с 1889 по 1921 г. Статья, о которой здесь говорится, называется «Уравнения принципа относительности и геометрии». Архивы физ. и ест. наук. Женева, 1913, 35, 109—139. Автор выводит преобразование Лоренца из четырех постулатов, имеющих кинематический смысл. В другой статье (там же, 1917, 44, 237—255) он применяет к теории относительности метод кватернионов. См.: «Научные труды Шарля Каёе». Там же, 5-й период, 1922, 4, 417—429.

<sup>5</sup> «Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie». Annalen der Physik, 1916, 49, 417—429.

(а) Римановский тензор, обозначенный здесь через  $(ik, lm)$ , обычно называется тензором Римана — Кристоффеля с компонентами  $R^i_{klm}$ . Эти компоненты полностью выражаются как функции метрики  $g_{rs}$  и ее производных первых двух порядков.

Можно всегда выбрать систему отсчета так, чтобы локально в этой отдельной системе метрика и две первые ее производные сводились к значениям по Минковскому ...\*

Тем не менее, если имеется гравитационное поле, то невозможно найти такую систему отсчета, чтобы все составляющие  $R^i_{klm}$  исчезли. Следовательно, наличие кривизны Вселенной связано с внутренним характером поля.

Разумеется, комбинация составляющих  $R^i_{klm}$  может привести к их взаимному уничтожению.

---

\* Как известно, в заданной точке  $M$  подходящим выбором системы координат можно обратить в нуль все первые производные метрики, т. е.  $(\partial g_{\mu\nu}/\partial X^\sigma)_M = 0$ , но не вторые. Дальнейшим преобразованием координат можно придать всем компонентам  $g_{\mu\nu}$  их галилеевы значения  $(g_{\mu\nu})_M = \eta_{\mu\nu}$ . — В. Р.

Требовать ее осуществления — это то же самое, что предлагать закон тяготения как условие для структур, определяющих кривизну пространства-времени. Таково записанное здесь условие

$$\sum_{kl} g^{kl} (ik, lm) = 0,$$

обычно выраженное в виде

$$R_{im} \equiv g^{kl} R_{iklm} = 0.$$

Оно представляет собой закон тяготения, справедливый для областей, не содержащих материи. Обеспечить его справедливость можно с помощью тривиального условия  $R_{iklm} = 0$  (исчезновение кривизны и вместе с ней поля тяготения).

#### 34. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

Цюрих, 5.12.1916

Дорогой Альберт!

<...>. Я тебя еще не поблагодарил за твою недавно присланную последнюю работу по гравитации. В общем я получил три экземпляра, из которых один отдал Вейлю, а другой Делленбаху. Должен признаться: мне не удалось еще почувствовать, что тем самым заполняются пробелы в теории; а вот Вейль, кажется, эту лауну заполнил, так как работа, которую он тебе послал, в какой-то части в равной мере посвящена связям, существующим между уравнениями гравитации и законами сохранения. В этой работе Вейля показано, как он мне объяснял, что «конечный размер материальной точки» (я себе это представляю так: если пространство отображают на некоторое евклидово — это имеет смысл для покоящихся масс, а также и для трехмерного случая, — то в отображении масштабы становятся переменными, именно около материальной точки они уменьшаются так, что масса стремится к некоторому конечному пределу) исчезает из-за ее электрического заряда (а именно очень маленького заряда  $\epsilon/\mu$ , составляющего приблизительно  $1/20\ 000$  заряда электрона).

Связано ли это с тем, что отрицательная гравитационная энергия поля материальной точки уравновешена электрической энергией поля (уже этого малого заряда)? Ты можешь сказать: лентяй, подумай сам! Но мой мыслительный аппарат сильно задубел и от этого дела мне приходит-

ся отказываться принципиально. Но вот рассказывать другим то, чего я не знаю сам, — тут препятствий не возникает. Вот я и взялся за физику. Коллоквиум по старым экспериментам; объяснять движение перигелия, краткие обзоры, то же по работам Вихерта <sup>1</sup> и Фламма <sup>2</sup>. В связи с попытками их объяснения я нашел интересный материал у Ценнека («Гравитация») в «Энциклопедии математических наук» <sup>3</sup>. И идею Гербера <sup>4</sup> я тоже обдумывал; ее можно так изложить, что она покажется совершенно разумной: действующий потенциал движущейся точки имеет ту величину, которая соответствует ее положению в такое время, в течение которого влияние его сначала достигнет Солнца, а затем перейдет на планеты. Почему Гербер это влияние идентифицировал с потенциалом, а не с какой-либо силой или произвольной функцией потенциала, — это, конечно, непонятно. Но это не более разумно, чем многие другие попытки разобраться в новых вопросах. К тому же, мне кажется (см. выше рассуждения по поводу лени!), что по Герберу для движения перигелия получается правильная величина (только перепутан знак), если по меньшей мере, как показывает грубое сравнение результатов, для потенциала в виде

$$\frac{k}{r} \left[ 1 + a \frac{dr}{dt} + b \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$$

результат получится пропорциональным коэффициенту третьего члена.

По поводу работы Фламма я также вынужден думать о вещах, которые мне не известны. При неизменной конфигурации масс снова получается соответствующее исклечение пространства и времени. Двигается ли свет по прямым линиям в пространстве Шварцшильда — Фламма? Или дело обстоит так, как будто (если здесь однозначно можно говорить о бесконечной скорости) геометрия указывает решение уравнений движения? Мне лично последнее кажется правильным. При отражении сферического пространства на плоское пространство можно (или должно?) поступать так, чтобы считать уменьшение изображений измеряемых тел в пространстве изображения функцией расстояния от неподвижной точки и функцией, в которой «видимый» периметр становился равным

$$2\pi \sin \frac{\text{видимый радиус}}{\text{радиус сферы}} .$$

А можно ли вообще обойтись «изотропным» отображением, то есть можно ли принять, что размеры отображения измеряющего тела не зависят от ориентации относительно исходной точки?

Возможность отображения отпадает для «кажущегося» радиуса  $= \pi/2 \cdot$  радиус сферы. А с этим пропадает и моя возможность что-либо представлять. Что произойдет, если плотность массы шара или величина однородного шара станет еще большей? Не придется ли тогда иметь дело с пространствами, содержимое которых не сможет влиять на окружающий мир? Например, нутро ядер атомов, нутро звезд? Известно ли решение уравнений гравитации для сферической поверхности?

Даже с Вихертом у меня не все гладко. Я твердо и упрямо провозглашал, что совершенно непростительно допускать гравитационное воздействие энергии, даже то, которое численно уравнивает тяжелую и инертную массы. И это, несомненно, правильно. Но что мне теперь уже не так ясно, так это насколько инертная масса сама по себе, без специальной теории относительности, связана с энергией; здесь хорошо бы иметь еще один коэффициент пропорциональности, который был бы, пусть даже слабо, связан с электронной массой.

Гравитационное воздействие гравитационной энергии или соответственно последняя сама по себе являются у тебя только вспомогательными понятиями? Ведь она не обладает свойствами тензора; она отрицательна и поэтому (?) для нее нет места в твоём пустом пространстве. Или твоя последняя работа, если ее правильно понять, как раз и отвечает на эти вопросы по-другому?

Кстати о работах: твоей работы по гравитационным волнам у меня нет. Вопрос о том, можно ли принципиально выбрать координатную систему так, чтобы не появлялось кажущихся решений, представляется мне очень важным!

Искренне

*твой Мишель.*

<sup>1</sup> Иоганн Эмиль В и х е р т (1861—1928). Perihelbewegung des Merkurs und deren allgemeine Mechanik.— Phys. Z., 1916, 17, 7; см. также: Göttingen Ges. d. wiss. Nachr.

<sup>2</sup> Речь идет о статье Людвиг Фламма «Beitrage zur Einsteini-schen Gravitationstheorie».— Phys. Z., 1916, 17, 6 p.

<sup>3</sup> Enzykl. d. math. Wiss., 5, p. 25—67. Статья относится к 1902 г. и рассматривает определение постоянной тяготения, астрономическую и экспериментальную проверку закона Ньютона, его применения к телам, находящимся в движении, и бесконечно большим массам. В ней содержится также попытка механического объяснения тяготения. Автор показывает, каким образом можно свести тяготение к электромагнитным явлениям. См. стр. 46—47, относящиеся к движению перигелия Меркурия. Вековое отклонение этого движения вычислено с помощью комбинации основной формулы Вебера и формулы Римана для потенциала. Джонатан Зеннек (1871—1959) преподавал в этот период физику в Страсбурге.

<sup>4</sup> Пауль Гербер. Räumliche und zeitliche Ausbreitung der Gravitation. Zeitschr. Math., Schlömilch, 1898, 43, 11 p.

### 35. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, декабрь 1916*

Дорогой Мишель!

Очень мило, что вы с Веро принимаете моего Альберта. Я всегда от души желал, чтобы он посещал вас. Почти в каждом письме я советовал ему это. Меня радует также, что у моего бедного малыша все в порядке; но я не строю себе никаких больших иллюзий. Нужно уметь смотреть правде в глаза, даже если она такая жестокая. Я не могу никак объяснить себе, почему Мицу<sup>1</sup> затрагивает твое посещение; но между небесами и землей еще так много такого<sup>2</sup>...

Письма Делленбаху и тебе в пути.

Что касается  $\lambda = 1/R$ , то это дело случая. Совершенно независимо от вопроса, бывает так или нет, здесь дело совсем не имеет такого большого научного значения; так я себе это и представляю. Если в одном месте я выбрал  $g_{\mu\nu}$ , сообразуясь с теорией Галилея, и продолжил систему, по возможности, подобающим образом, то как будут вести себя все  $g_{\mu\nu}$ , если уйти очень далеко в пространстве и времени? Можно ли устроить все так, что  $g_{\mu\nu}$  в действительности будут определены только самой материей, как того и требует релятивистская идея<sup>3</sup>?

Замечания, сделанные тобой, почти все справедливы. Выдвинутые мной аргументы, собственно говоря, не так уже вынуждены, как это обычно бывает во всем, что касается теории относительности. Но в главном, мне кажется,

я прав и смогу убедить и тебя в этом, если понадобится, в личной беседе, когда снова приеду к тебе.

В первую очередь — основной вопрос. Положим в основу ньютоновскую теорию. Ты утверждаешь, что следует принять, будто бы масса, простирающаяся в пространстве до бесконечности, не создает поля (по соображениям симметрии). *Но это не так.* Пусть в точке  $P$  не будет поля (рис. 13). Тогда, несмотря на это, через сферическую поверхность  $K$ , согласно закону Гаусса, должен быть поток гравитации, исходящий из масс, ограниченных этой

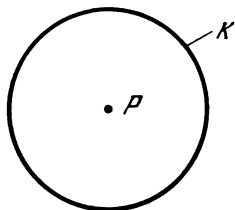


Рис. 13

поверхностью  $K$ . Каждая масса, по закону Гаусса, является точкой конвергенции силовых линий! И пусть мир вне поверхности  $K$  будет заполнен массой даже вплоть до бесконечности. Материя должна будет падать на  $P$  и с тем большим ускорением, чем больше расстояние от  $P$ . На такой безумной основе мир не был создан его творцом.

Если мир длительно стабилен, то движение должно препятствовать падению (центробежные силы). Вот так обстоит дело в Солнечной системе. Но это возможно только, если средняя плотность материи на бесконечности может считаться соответствующим образом равной нулю, так как в противном случае возникнут бесконечно большие разности потенциалов.

Рассуждение такого рода оказывается несостоятельным уже даже по Ньютону (затруднение с обеднением материи и энергии, распыление в бесконечности). Еще менее удовлетворительно оно согласно теории относительности, поскольку не соблюдается относительность инерционности. Последняя определилась бы главным образом за счет  $g_{\mu\nu}$  в пространственной бесконечности и в совсем незначительной степени — за счет взаимодействия с другими массами. Такой вывод не по мне. Выход из положения я нахожу только в гипотезе замкнутости пространства, осуществимость которой я доказал.

Я не верю всерьез, что мир находится в статистическом механическом равновесии, хотя и аргументирую соответственным образом. Тогда все звезды должны были бы сжаться (если бы объем был конечным, как здесь прини-



мается). Но подробное рассмотрение показывает, что статистику по праву можно применять только к тем вопросам, к которым она пригодна. Вообще можно было бы и обойтись без статистического рассмотрения. Очевидно, что бесконечно большие разности потенциалов применительно к очень большим скоростям звезд должны были бы послужить поводом к тому, чтобы их давно остановить. Малые разности потенциалов в совокупности с бесконечным расширением мира требуют существования пустот в мире на бесконечности (постоянство  $g_{\mu\nu}$  в бесконечности при надлежащем выборе системы координат) и находятся в противоречии с имеющей смысл относительностью.

Лишь замкнутая Вселенная может вывести нас из этой дилеммы; эта идея замкнутой Вселенной подсказывается еще и тем фактом, что кривизна повсюду имеет один и тот же знак, поскольку в соответствии с опытом плотность энергии никогда не бывает отрицательной.

Введенная заново величина  $\lambda$  не имеет ничего общего с прежней. Я раньше не обратил внимания на то, что слабое  $+\lambda g_{\mu\nu}$ , стоящее в левой части уравнения поля, совершенно не влияет на характер тензора <sup>4</sup>. Мне нужно было бы сразу, по Ньютону, положить  $\lambda = 0$ . Однако новые соображения говорят в пользу  $\lambda$ , отличной от нуля, что побуждает ввести среднюю плотность материи  $\rho_0$ , отличную от нуля. Астрономия неподвижных звезд дает для нее величину порядка  $\rho_0 = 10^{-22}$  г/см<sup>3</sup>, соответствующую радиусу мира  $R = 10^7$  световых лет, причем наиболее удаленные видимые звезды оцениваются как находящиеся на расстоянии  $10^4$  световых лет. Прочтите статью с Делленбахом, вам понравится <sup>5</sup>.

Дорогой Мишель, вернемся теперь на землю, которая потому так отвратительна, что мы можем ее хорошо разглядеть и узнать <...>.

Сердечный привет тебе, Анне и Веро.

*Альберт.*

<sup>1</sup> Уменьшительное от имени Милева.

<sup>2</sup> There are more things in heaven and earth, Horatio, Than are dreamt of in our philosophy.

Shakespeare, «Hamlet», 1, 5 \*.

\* Есть многое на свете, друг Горацио, Что и не снилось нашим мудрецам.

Шекспир, «Гамлет», 1, 5.

<sup>3</sup> Релятивистская концепция, согласно которой метрическое поле  $g_{\mu\nu}$ , основная динамическая величина в общей теории относительности, должно определяться исключительно через распределение масс, составляет одну из формулировок принципа Маха. Эйнштейн старался ввести этот принцип в свою теорию. В настоящее время физики пришли к заключению, что идеи Маха не являются ни существенным элементом теории Эйнштейна, ни ее следствием.

Некоторые решения уравнений Эйнштейна содержат свойства маховских, но другие — полностью их лишены. Кроме того, связь между различными формулировками принципа Маха и конечностью Вселенной не была установлена с достаточной убедительностью. (Прим. м-ль С. Мавридес.)

<sup>4</sup> После введения этого члена уравнения поля тяготения пишутся в виде

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right).$$

См.: «Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie», Sitz.-Berichte d. Preuss. Akad. der Wiss., 1917, 142—152. В этой статье, как известно, Эйнштейн приходит к пространственно замкнутой Вселенной с равномерно распределенной материей.

<sup>5</sup> В настоящее время допускается, что средняя плотность материи во Вселенной — порядка от  $10^{-29}$  до  $10^{-30}$  г/см<sup>3</sup>. Это соответствует радиусу Вселенной в  $10^{10}$  световых лет в рамках прежней статической модели Эйнштейна. Но для того чтобы учитывать эффект Хаббла, следует пользоваться для представления о Вселенной нестатической космологической моделью, например, расширяющейся моделью, предложенной Фридманом. (Прим. м-ль С. Мавридес.)

## 36. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

Берлин, 9.3.1917

Дорогой Мишель!

...«Рассуждения о космосе» ты должен получить <sup>1</sup>. Это по меньшей мере доказательство того, что общая теория относительности приводит к системе, свободной от противоречий. До сих пор приходилось все время опасаться, что «бесконечное» таит в себе неразрешимые противоречия. К сожалению, не предвидится возможности проверить предлагаемые соображения в действительности. Если привлечь исследования астрономов по плотности распределения звезд, то можно прийти к величине поряд-

ка  $R = 10^7$  световых лет, в то время как предел видимости достигает только  $R = 10^4$  световых лет. К тому же возникает вопрос, не должны ли мы видеть звезды, достаточно близкие нашему противоположению (Antipodenpunkte). Их параллаксы должны быть отрицательными. Не следует, однако, забывать, что кривизна пространства неоднорода, так что световые лучи проходят через среду, заполненную весьма разреженной материей.

Работа о квантах, которую я переслал, снова привела меня к мысли о пространственном квантовом характере лучистой энергии. Но я чувствую, что главного подвоха, который нам приготовил здесь «вечный загадчик», мы еще совершенно не поняли. И доживем ли мы до спасительной идеи?

Политически все выглядит очень странно. Разговаривая с людьми, я чувствую патологию общего настроения. Времена напоминают те, когда велись процессы над ведьмами и совершались прочие религиозные безумства. И как раз те, у кого более всего развито чувство ответственности и кто в личной жизни является наибольшим альтруистом, часто оказываются столпами самой бешеной нетерпимости.

Общественное чувство движется по каким-то дурным окольным путям. Я не мог бы представить себе этих людей, если бы не видел их перед собой. Исход, как я надеюсь, возможен только за счет внешних сил<sup>2</sup>.

Сердечный привет Вам с Анной и Веро.

*Альберт.*

<sup>1</sup> «Kosmologische Betrachtungen...». Эта статья будет фигурировать в томе: «Принцип относительности Лоренца — Эйнштейна — Минковского». Изд. 3. Берлин, 1919.

<sup>2</sup> О позиции и деятельности немецких ученых во время первой мировой войны, так же как и о жизни Эйнштейна в Берлине между 1914 и 1918 гг., можно найти немало интересных страниц в упоминавшейся уже нами книге Ф. Франка в переводе А. Жоржа.

*Берлин-Вильмерсдорф,  
29.4.1917, воскресенье*

Дорогой Мишель!

...Вчера я сделал доклад перед ярко освещенными рядами нашего физического общества по одному небольшому вопросу в связи с формулировкой квантовой теории Зоммерфельдом — Эпштейном. В ближайшие дни я изложу его письменно. Леви-Чивита написал критическую работу по поводу общей теории относительности. Но я считаю, что он заблуждается. Я тебе потом, летом, расскажу про это. Когда же мне к вам приехать? Поедет ли со мной Альберт — это еще неизвестно; по этому поводу в своем письме он выражается очень потешно и осторожно. А что если нам, старым приятелям, совершить совместную поездку! Что там с Цангером? Он кажется таким подавленным.

Сердечный привет тебе

*от твоего Альберта.*

*Цюрих, 5.5.1917*

Дорогой Альберт!

...Что касается лошадки Маха, то не будем ее клясть, не она ли была нашим верным товарищем во время адского путешествия по проблемам обеих относительностей? И, как здесь, не вынесет ли она из окружения коварных квантов рыцаря Дон Кихота де ла Эйнштейна<sup>1</sup>?

Итак, твоему появлению здесь мы все будем очень рады: и Цангер, и Делленбах, и Бессо старший и младший\*; что касается приятной поездки, то тут, по крайней мере за нами двумя, а может и за обоими нашими мальчиками, дело не станет, если, бог даст, все будет хорошо.

Цангер очень мучается со своей книгой в первую очередь, с рецензией (одной из вредных, причем, как мне кажется, вреднее ее не придумать) — во вторую. К тому

\* Веро этой весной сдал экзамены на аттестат зрелости, но полгода пробудет еще в Гларизеге, для того чтобы помочь своим прежним товарищам с оптикой. Любопытно, как это ему удастся?

же он страдает физически (сильное нагноение надкостницы нижней челюсти, по-видимому, из-за отравления во время экспериментальных исследований), а тут ему докучают еще милые коллеги.

Меня же, наоборот, оставили в покое и коллеги, и ученики. Я был вынужден заставить своего сотрудника Фуррера<sup>2</sup> записаться на курс моих лекций для того, чтобы вообще иметь право их читать. У меня тоже есть свои скромные ветряные мельнички — это всякие судебные экспертизы; среди них имеются две, к которым меня только что привлек Цангер. Одна, о которой я упоминал, имеет технический аспект; другая представляет собой очень простой вопрос, касающийся конструкции лифтов. В Цюрихе из-за них регулярно происходят несчастные случаи, а власти до сих пор никак не решатся принять необходимые меры.

Скорее приезжай, мы все очень ждем.

*Твой Мишель.*

Озеен в своей «Электронной теории металлов»<sup>3</sup> лишь раз находит путем вычислений, что установление равновесия излучения по Джинсу потребует колоссального времени. Я знаю, что мы этот вопрос давно забросили, и, если не ошибаюсь, то закон смещения Вина вместе с универсальностью закона черного излучения показывают, что здесь нет ничего существенного. А вот то, что равновесие излучения по Планку устанавливается мгновенно, связано ли это с величиной коротковолновых квантов?

<sup>1</sup> Бессо перефразировал имя Дон Кихота из ла Манчи.

<sup>2</sup> Эрнст Фуррер был также сотрудником Эйнштейна в Бюро патентов в Берне.

<sup>3</sup> Карл Вильгельм Озеен (1879—1944); см. также его работу 1916 г. на ту же тему: «Zur Kritik der Elektronentheorie der Metalle». *Annalen der Physik*, 49, 14 p.

*Берлин, 8.5.1917*

Дорогой Мишель!

Посылаю тебе некоторые статьи с просьбой переслать их г-ну д-ру Л. Зильберштейну (4 Anson Road, Cricklewood, London, N. W. 2), который у меня их просил. Это брат той дамы, у которой мы были вместе <...>.

Я очень радуюсь тому, что мы снова увидимся в июле. Мой здешний врач и Цангер хотят, чтобы я направился лечиться в Тарасп. Но мне трудно заразиться необходимым для этого суеверием. Я буду очень рад, если Альберт будет как можно скорее окончательно устроен. Помоги мне в том, чтобы Цангер разгрузился как можно скорее, так как от него зависит очень многое.

Сердечный привет вам с Анной и Веро

*от твоего Альберта.**Берлин, 13.5.1917*

Дорогой Мишель!

...Я пишу сначала тебе, чтобы преждевременно не волновать Альберта. Это чудесно, что Веро преподает в Кларизеге. Не влюбиться в такого парня нельзя; я не радуюсь на него. А маховскую лошадку я не кляню; ты ведь знаешь, что я по этому поводу думаю<sup>1</sup>. Но здесь ничего живого не народится, разве что будет уничтожена вредная пакость <...>.

Мой врач категорически требует, чтобы я отправился на лечение в Тарасп; я никак не могу примириться с тем, что вот так растрянжирю каникулы. Может быть, меня от этого избавит авторитетное решение Цангера.

Я же в ответ обязуюсь делать все, что только можно себе представить: глотать, воздерживаться — короче, вести себя с медицинской точки зрения послушно и лояльно. Меня очень огорчают неприятности Цангера. Если бы он — в той степени, как это делаю я — безразлично относился к людским делам, — это было бы не так существенно. Более всего меня беспокоит его воспаление надкостницы, в сравнении с которым коллеги и т. д. — это все сравнительно приятное явление.

То, что у тебя нет слушателей,— огорчает меня и за тебя и за слушателей, у которых нет тебя. Люди всегда перегружены обязанностями.

Я приеду в начале июля; раньше я не смогу из-за коллег по физическому обществу, а также и из-за ноги, на которой умудрился сломать палец. У Нернста на войне погибли оба сына <sup>2</sup>... Неужто старый Иегова еще жив? Странные души у этих людей. Я разучился ненавидеть.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> В бытность свою студентом федеральной Политехнической школы Эйнштейн по совету Бессо начал изучать работы Маха. Об Эйнштейне и Махе, об их расхождениях и общих точках зрения Джералд Холтон написал весьма глубокое исследование, опубликованное в *Daedalus* (1968, 97, 2, 636—673): «Mach, Einstein and the Search for Reality».

<sup>2</sup> Эйнштейн, конечно, знал, что Вальтер Нернст во время войны участвовал в качестве химика в создании отравляющих газов.

41. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 5.1.1918*

Дорогой Мишель!

Сердечно благодарю тебя за оба твоих письма и очень рад, что твоя новая деятельность обретает устойчивый характер. Самочувствие мое с тех пор, как слег в постель, совершенно хорошее. У меня язва или на выходе из желудка, или двенадцатиперстной кишки. Крови в стуле нет; никакого разрастания (рентген). Чувствительность к сотрясениям, кислотность. Локальная чувствительность пропала и выгляжу я тоже хорошо. Я пролежу еще 4 недели, если не больше, и это при недостаточном отоплении даже к лучшему. В Швейцарию я в этом году пока не собираюсь, может быть, не поеду вообще. Уход за мной обеспечен надолго и как раз строго по врачебному предписанию (...).

Научными вопросами занимаюсь только по мелочам. Но зато многое изучаю и читаю все, чем не следует пренебрегать. С Институтом кайзера Вильгельма связано много переписки; да и, кроме того, моя корреспонденция

распухает вовсю. У меня, к моему удовольствию, большая научная переписка, в общем мне неплохо. Осенью из Геттингена в здешний университет переедет математик Каратеодори<sup>1</sup>. Это меня очень радует <...>.

На этом закончу — писать в постели неудобно.

Сердечный привет

*от вашего Альберта.*

<sup>1</sup> Константин Каратеодори (1873—1950) — специалист по теории аналитических функций нескольких комплексных переменных.

#### 42. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 23.6.1918*

Дорогой Мишель!

...Вейль — гениальный, славный парень, но его взгляды на электричество никуда не годятся. Делленбаху по этому поводу я написал подробнее, а так больше ничего нового. Но я не буду пытаться вас убеждать, пусть время рассудит. Доклад Вейля мне хотелось бы послушать, все, что исходит от него, всегда накручено оригинально и изящно. А считать он умеет!!!

Для написания статистической механики терпения у меня не хватает. Книга Гиббса<sup>1</sup> — это шедевр, хотя и сложновата для чтения, — а главное, если читать между строк... Мерзавец ты этакый, тебе легко советовать другу пописывать книги, а вот где та твоя, о которой ты так серьезно рассказывал мне в прошлом году? *Par pobile fraterum!*<sup>2</sup> <...>.

Дорогой Мишель! Мы вскоре снова увидимся. Со здоровьем у меня по сравнению с прошлым годом определенно лучше. Эльза неумоимо варит мне каждые три часа куриную еду, а я веду себя спокойно, обычно нахожусь на балконе. Все говорят, что я еще никогда так хорошо не выглядел. А между тем дело идет к миру, и можно будет снова удобнее путешествовать <...>.

Да, вот еще что. Тэте хотел бы заполучить от меня красивую книжку (о путешествиях)<sup>3</sup>. Послать что-либо такое отсюда очень сложно из-за цензуры. Так что купи, пожалуйста, такую и пошли ему от моего имени. Сегодня я получил от него первое письмо. А мне в следующий раз напиши, сколько она будет стоить.



Веро написал мне очень милое письмо, в котором взял под защиту Анну. Тебя бы оно обрадовало. Ему самый теплый привет, также и Анне.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Джошуа Виллард Гиббс (J. W. Gibbs). *Elementary Principles in Statistical Mechanics*. Нью-Йорк и Лондон, 1902.

<sup>2</sup> «Двое знаменитых людей». См.: Г о р а ц и й. Сатиры, II, 3, стих 243: «*Quinti progenies Arri, par nobile fratrum*» \*.

<sup>3</sup> В записке Бессо этого времени имеется список детских книг — Свенссона, Андерсена, Киплинга... Тэте — уменьшительное от Эдуард. Так звали младшего сына Эйнштейна.

#### 43. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Аренсхоуп, 9.7.1918*

Дорогой Мишель!

Твое письмо с оригинальными бракоразводными документами я получил — Тиль Уленшпигель <sup>1</sup>.

Здесь великолепно, и все тут как будто специально создано для людей моего сорта. Жаль, что здесь нет тебя и наших мальчиков.

В Цюрих приедет один мой знакомый учитель (из Прибалтики) по фамилии Бук <sup>2</sup>, которому Швейцария еще не знакома.

Я порекомендовал ему, чтобы он разыскал тебя с тем, чтобы ему немножко помочь. Он по-настоящему добрый человек с чистой душой, заслуживающий того, чтобы облегчить его путешествие. Он может тебе порассказать кое-что интересное.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Юмористический персонаж в немецкой литературе. Он смеется при плохой погоде и плачет при солнечной. Анна Бессо когда-то

---

\* «Квинта же Аррия дети, двое известные братья» (лат.).

упомянула о нем в одном из своих постскриптов к Эйнштейну, который, как мы видим, не забыл это.

<sup>2</sup> В бумагах Бессо мы не нашли никакого следа этого балтийского профессора.

#### 44. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Аренсхоуп, 29.7.1918*

Дорогой Мишель!

Это в самом деле очень трогательно с вашей стороны, что вы посвятили столько времени и стараний моим старым статьям. Но я все же должен признаться, что многое уже устарело и они не стоили затраченных вами усилий. Что касается работы по опалесценции<sup>1</sup>, то она загромождена ненужным разложением Фурье.

Я очень рад, что Бук нашел в тебе своего чичероне. Он отличный парень, но не практичен. Книга моему парню понравилась; он сам написал мне об этом. Спасибо тебе, я заплачу за нее, когда приеду в Швейцарию, что, возможно, случится осенью.

Моя мать, наверное, переедет к моему проживающему в Цюрихе дяде (Яков Кох), что предоставит мне весьма желательную квартирную перспективу...

Я здесь кучу времени думал о квантовой теории, конечно, не продвинувшись ни на шаг. Но в реальности квантов в излучении я больше не сомневаюсь, хотя в этом убеждении все еще нахожусь в полном одиночестве. И так буду до тех пор, пока не созреет математическая теория. Я хочу только еще раз собрать наглядно эти аргументы.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

Если тебе попадетя книжечка Гольдштейна «Мораль личная и мораль государственная», то прочитай ее. Конфликт представлен в ней изумительно.

В одной из работ по поводу закона сохранения энергии в общей теории относительности выяснилось, что общая энергия системы совершенно не зависит от выбора координат (интегральная инвариантность, которой нет соответствующей дифференциальной инвариантности). Энергия всего мира, если он замкнут, оказывается при равномер-

ном распределении материи обусловленной только самой материей: энергия гравитационного поля и энергетический вклад за счет  $\lambda$ -члена взаимно уничтожаются. Далее совсем небезынтересно, что теорию можно легко сформулировать таким образом, что  $\lambda$  не будет универсальной константой в обычном смысле этого понятия, а только проявится как константа интегрирования, или соответственно как множитель Лагранжа <sup>2</sup>.

Следует только посчитать, что

$$\delta \int H d\tau = 0$$

должно выполняться при всех вариациях, которые оставляют инвариантными естественным образом измеренные объемы

$$\int \sqrt{-y} d\tau.$$

Такая формулировка кажется тем более естественной, что вариация гамильтонова интеграла <sup>3</sup> при таких вариациях, которые соответствуют переходу мира в соседний меньший, снова находящийся в равновесии, обращается в нуль; это, конечно, постулировать разумным образом не удастся. В обычной механике для таких размышлений нет аналогов, поскольку массы и объемы там не варьируются. Я думаю, что при случае мне следовало бы опубликовать эти соображения, поскольку они очищают теорию от изъянов.

А не получится ли и с другими универсальными константами так, что и они утратят свой многострадальный характер? <sup>(a)</sup>

<sup>1</sup> Речь идет о работе Эйнштейна, относящейся еще к 1910 г.: «Theorie der Opaleszenz von homogenen Flüssigkeiten in der Nähe des kritischen Zustandes». *Annalen der Physik*, 33, 1275—1298.

<sup>2</sup> В следующем письме Эйнштейн возвращается к роли, которую нужно приписать постоянной  $\lambda$ .

<sup>3</sup> Сэр Вильям Роуэн Гамильтон (1805—1865), ирландский астроном и математик. Его работы по аналитической механике напечатаны в *Philos. Trans. of the Royal Society* 1834—1835 гг. *Lectures of quaternions* и *Elements of quaternions* появились соответственно в 1853 и 1866 гг.

<sup>(a)</sup> Вопрос независимости полной энергии системы (включая гравитационную энергию) от системы отсчета оказался сложнее

чем считал Эйнштейн в 1918 г. Даже выбор знака гравитационной энергии, излученной свободно гравитирующими телами, еще до сих пор представляет затруднение. Как предполагает Эйнштейн, затруднения эти связаны с определением замкнутой системы в общей теории относительности \*.

#### 45. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Аренсхоуп, 20.8.1918;  
с 23.8 снова в Берлине,  
Хаберландштрассе, 5*

Дорогой Мишель!

Если ты не ошибся, проставляя дату, то твое письмо шло ко мне целых 13 дней; я только вчера его получил.

К сожалению, в Швейцарию я смогу приехать не так скоро, так что мы на сей раз, как ни жаль, наверное, не увидимся. Но случилось нечто такое, что привело меня в состояние неприятного смятения. Цангер и Эдг. Майер предложили мне преподавание в Университете и Политехнической школе в Цюрихе, но я же не могу разорваться. В Берлине у меня ни в чем нет отказа... и я от стыда готов провалиться сквозь землю. (Как я был счастлив 18 лет тому назад в своей скудной ассистентской должности<sup>1</sup>. Но получилось, как у Гейне:

Hast du viel, so wirst du bald  
Noch viel mehr dazu bekommen...

Перечитай, превосходный стишок; это из последних произведений<sup>2</sup>).

Что же делать? Тяжелые дни самокопания позади. Доказательство: мне снилось, что я бритвой перерезал себе горло. Цангеру и Майеру я предложил следующее: я сохраню свою берлинскую должность, но дважды в год буду приезжать в Цюрих по 4—6 недель и прочту каждый раз циклы из 12 лекций. Как возмещение я попрошу за это только покрытие моих возрастающих при этом расхо-

---

\* Как известно, проблема энергии гравитационного поля не имеет до сих пор удовлетворительного решения. Основная трудность состоит в том, что плотность энергии-импульса гравитационного поля описывается нетензорной величиной, что для физической величины недопустимо. Множество различных попыток улучшения этого псевдотензора не привели к желаемому результату.— В. Р.

дов. Благодаря такого рода жертве на алтарь моего родного города, я отделаюсь от гнетущего чувства и, может быть, окажусь полезным кое в чем, не нанося вреда моим берлинским друзьям и почитателям.

Здоровье мне это позволит, так как благодаря серьезному уходу оно поправилось. У меня уже больше чем три месяца как не было приступов. Хотя я в любом случае строго должен избегать дальних хождений и резких движений и в какой-то степени — соблюдать диету.

Мне кажется, что Вейль не только выдающийся, но и очень приятный парень. Я не упущу ни одной возможности для встречи с ним. Из релятивистского «тупика» он, конечно, выберется. Его теоретическая попытка не годна для случая, когда два первоначально конгруэнтных твердых тела сохраняют конгруэнтность независимо от того, какова их дальнейшая судьба. В особенности не играет роли, какое значение примет интеграл  $\int \varphi dx$ , по их мировой линии. Иначе должны были бы существовать атомы натрия и электроны всех размеров. Однако если относительная величина твердых тел не зависит от начальных условий, то тогда имеется измеряемое расстояние между двумя (соседними) мировыми точками. Так или иначе основная гипотеза Вейля неправильна — во всяком случае для молекул.

И, насколько мне известно, нет никаких физических оснований, говорящих за то, что она годится для гравитационного поля. Но против нее говорит то, что уравнения поля гравитации обретают четвертый порядок, к чему нет никаких предпосылок из имевшегося к настоящему времени опыта, и что нет в какой-либо степени приемлемой формулировки энергетического принципа, если функция Гамильтона для гравитационного поля содержит производную более высокого порядка, чем первая.

Это приводит меня к вопросу об энергии. Твое высказывание показывает мне, что и ты придерживаешься того мнения, что можно отказаться от тензора энергии для гравитации. Но тогда закон сохранения энергии теряет всякую ценность.

Материя подчиняется закону сохранения энергии

$$\frac{\partial T_{\sigma}^{\nu}}{\partial x_{\nu}} + \frac{1}{2} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_{\sigma}} T_{\mu\nu} = 0.$$

Но второй член приводит к тому, что из этого уравнения не вытекает следствие в виде

$$\frac{d}{dt} \int dV = 0^*.$$

И можно со всей очевидностью непосредственно увидеть, что из закона сохранения энергии без тензора напряжения для статического гравитационного поля не вытекает существование ньютоновских сил.

Если понятие энергия-импульс не может быть распространено также и на  $g_{\mu\nu}$ -поле, то оно теряет всякую физическую ценность (а).

Все, что я писал тебе о  $\lambda$ , никуда не годится. Обоснование остается следующим.

Или мир имеет центральную точку, в целом имеет исчезающе малую плотность, пусть на бесконечности, куда и теряется постепенно через излучение вся тепловая энергия, или все точки в среднем равнозначны и средняя плотность повсюду одинакова. Но тогда нужна гипотетическая константа  $\lambda$ , показывающая, при какой средней плотности материи эта последняя может находиться в состоянии равновесия.

И, безусловно, чувствуется, что вторая возможность является более удовлетворительной, хотя из нее следует конечность величины мира. А так как мир существует только в единственном экземпляре, то по существу безразлично, будет ли этой константе приписана роль мировой постоянной или «постоянной интегрирования».

А priori скорее всего следует ожидать наличия необратимых элементарных законов.

Но все опыты, проделанные до сих пор на частных случаях, говорят не в пользу этой гипотезы (в частности, квантовые законы); и тем более не в пользу существования теплового равновесия. Я на основе всего мне известного верю в обратимость элементарных событий<sup>3</sup>. Вся временная односторонность основывается, как мне кажется, на «порядке».

---

\* Следует писать  $\frac{d}{dt} \int T_0^{\mu} dV = 0$ . — В. Р.

Ты возразишь мне, ссылаясь на радиоактивность. Но я убежден, что обратный процесс невозможен только практически.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Эйнштейн никогда не мог забыть разочарования, которое он испытал от отказа на свое ходатайство о принятии его в 1909 г. ассистентом проф. Гурвица в Цюрихе. См.: К. З е л и г. Альберт Эйнштейн. Цюрих, 1960, стр. 78 и 79 и Ф. Ф р а н к. Эйнштейн. Его жизнь и эпоха, перев. А. Жоржа. Париж, 1968, стр. 57.

<sup>2</sup> Эти две строки относятся к «Романсеро», последнему лирическому сборнику Генриха Гейне, изданному при жизни поэта (1851 г.). Они представляют собой начало Lazarus (Weltauf) — поэмы, которой заканчивается вторая книга. Эйнштейн цитирует по памяти; вот точный текст:

Hat man viel, so wird man bald  
Noch viel mehr dazu bekommen\*.

<sup>3</sup> Что сводится к предположению об обратимости времени на уровне элементарных частиц.

(а) Принцип энергии:

$$\frac{\partial T_{\sigma}^{\nu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{1}{2} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}} T_{\mu\nu} = 0,$$

о котором здесь идет речь, непосредственно вытекает из уравнений тяготения

$$S_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \chi T_{\mu\nu}$$

и тождества Бианки

$$\nabla_{\rho} S_{\mu}^{\rho} \equiv 0$$

( $\nabla_{\rho}$  — ковариантная производная), удовлетворяющих первому члену. Этот закон сохранения, или принцип энергии, по-видимому, тяготеет к единственному материальному тензору  $T_{\mu\nu}$ . Отсюда и заблуждение Бессо, «что можно обойтись без энергетического тензора тяготения».

Можно показать, что этот «принцип энергии» эквивалентен обычному закону сохранения

$$\frac{\partial}{\partial x^{\nu}} (T_{\sigma}^{\nu} + \Theta_{\sigma}^{\nu}) = 0,$$

\* Если много у тебя,  
Станет больше — так ведется.

Г. Гейне. Собрание сочинений, т. III. ГИХЛ, 1957, стр. 94. — Прим. перев.

где  $\theta'_\sigma$  выражает гравитационную энергию с помощью псевдотензора. Так, принцип энергии предполагает, что бы об этом ни думал Бессо, введение энергии тяготения. Но энергия эта не имеет внутреннего характера и форма ее зависит от выбора системы отсчета. И потому «энергетического тензора тяготения» в таком случае не существует.

46. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 28.8.1918*

Дорогой Мишель!

В твоём последнем письме я обнаружил — при повторном чтении — нечто, что меня прямо-таки разозлило: будто бы теоретизирование взяло верх над экспериментом<sup>1</sup>.

Ты имеешь в виду при этом развитие теории относительности. Но я считаю, что это развитие учит чему-то другому, причем прямо противоположному. А именно, тому, как должна быть построена способная обобщить факты теория для того, чтобы заслужить доверие.

Старые примеры.

Основные законы термодинамики относительно невозможности вечного двигателя. Механика на эмпирически нащупанном законе инерции. Кинетическая теория газов — из эквивалентности тепла и механической энергии (также в историческом аспекте). Специальная теория относительности на основе факта постоянства скорости света.

Уравнения Максвелла для вакуума, которые, в свою очередь, основываются на эмпирической базе. Относительность равномерного перемещения — это эмпирический факт. Общая теория относительности: равенство инертной и тяжелой масс.

В действительности никогда и никому не удавалось найти истинно плодотворную и глубокую теорию чисто умозрительным путем. Исключение можно сделать разве что для максвелловской гипотезы о токе смещения. Но там речь шла об оценке реального распространения света (и для незамкнутых контуров)<sup>(a)</sup>.

С сердечным приветом

*твой Альберт.*



<sup>1</sup> Весьма досадно, что мы не имеем в распоряжении письма Бессо, по которому можно было бы судить о контексте, где фигурирует это утверждение. Бессо часто — и Эйнштейн упрекает его в этом — недостаточно ясно выражает свою мысль, что приводит к ее искажению или делает непонятной. Может быть, он просто хотел уделить сравнительно большее место абстрактному исследованию, которое ставил выше экспериментального факта. Может быть, он имел в виду теории, которые эксперимент уже потом подтвердил и придал им законную силу (отклонение световых лучей вблизи звезды, хотя здесь тоже открытие явления гравитации предшествовало всей теории гравитации). Возникает ощущение, что Бессо рассуждает как математик, а Эйнштейн как физик. Как бы там ни было, здесь подняты проблемы изобретения и открытия, а также теории познания и представления, или воображения и действительности. Область изобретения — это область возможности выбора, свободы действия; область открытия содержит известную скованность, но обе они непрерывно влияют друг на друга.

(а) Действительно, факты, поддающиеся обобщению, являются необходимым условием теоретического умозрения, но не являются достаточным условием.

Специальная теория относительности предполагает постоянство скорости света. Это принцип допустимый, но никак не доказанный экспериментально (особенно в 1905 г.). Общая теория относительности, в точном смысле слова, предполагает повсеместное постоянство  $G$  — факт, экспериментально возможный, но никоим образом строго не доказанный.

Эксперимент Физо стали считать фундаментальным в пользу волновой теории, потому что он, якобы, экспериментально «подтверждал» принцип классической механики, что, однако, не имело места.

Позже Эйнштейн будет настаивать на границах этих критериев как на «доказательствах», которые будут действительны еще долгое время.

47. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, воскресенье, 8.9.1918*

Дорогой Мишель!

То, что я не смог тебе до сих пор сообщить, когда приеду в Швейцарию, связано со следующими обстоятельствами.

Три недели тому назад я получил приглашение от Университета и Политехнической школы в Цюрихе (пись-

мо Эдгара Майера <sup>1)</sup>, очевидно, не без усердного содействия Цангера.

Должен признаться, что я из-за этого дела тяжело мучился, и мне было трудно принять решение. Нечего и говорить о том, что общие условия там представлялись мне более чем благоприятными. Но если бы ты знал, насколько прекрасными стали мои взаимоотношения с ближайшими коллегами (особенно с Планком) и как мне все здесь идет навстречу и всегда предупредительны, и если ты, далее, представишь, что эффективность моей работы достигается только благодаря тому пониманию, которое я здесь нахожу, то ты поймешь, что я не могу решиться махнуть на все это рукой. К сказанному нужно еще добавить большие затруднения личного характера, которые возникнут, если я обоснуюсь в Цюрихе, хотя и было бы крайне заманчиво снова оказаться поблизости от моих детей. Прежний опыт моих посещений Швейцарии не вселяет в меня мужества в этом плане. Здесь же мне все близко — до определенного предела, — что позволяет жить почти без трений; этому меня научила жизнь. Но так как я, с другой стороны, очень привязан к Цюриху и мне было бы горько отказаться, то я пошел на то, чего сам очень не люблю: я ухватился за компромисс! Я предложил, чтобы мне разрешили читать по два лекционных курса в год, каждый из которых включал бы по 12 лекций (4—6 недель). Это следует рассматривать не как штатную должность, а как свободное от основной службы занятие, вознаграждение за которое я буду получать в сумме, соответствующей покрытию дополнительных расходов. Вот теперь ты видишь, почему я не мог написать тебе о том, когда приеду в Цюрих. Если предположить, что мое предложение будет принято, то я приеду в Цюрих только после того, как закончатся требуемые переговоры так, чтобы совместить с поездкой чтение цикла лекций. Как ты считаешь — правильно ли я поступил?

Твои рассуждения о роли эксперимента и теории в физике мне очень понравились <sup>2)</sup>. Я хочу только к этому добавить, что нельзя считать выводы Римана чисто умозрительными. Результаты Гаусса — это формулировка законов расположения твердых стерженьков на заданной поверхности. Его  $ds$  соответствует стерженьку; без этой опытной модели все рассмотрение оказывается с неизбежностью несостоятельным.

Риманово обобщение на многомерный случай, безусловно, чисто спекулятивный шаг. Но он также основывается на гауссовой концепции измерительного стержня<sup>3</sup>. Если сейчас забыли о земном происхождении  $ds$ , то это, конечно, нельзя рассматривать как прогресс. Вейль в своей прекрасной книге<sup>4</sup> с полным правом называет теорию Римана геодезией многомерных моделей.

Сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Профессор экспериментальной физики университета в Цюрихе. В своей книге «Альберт Эйнштейн и Швейцария» (Цюрих, 1952, стр. 161) Зелиг кратко упоминает о шагах, предпринятых Цангером для возвращения Эйнштейна в Цюрих. Письмо Эйнштейна дает нам дополнительные подробности этого проекта.

<sup>2</sup> Следовательно, Бессо снова изложил свои мысли о теории и эксперименте; на этот раз в том виде, который удовлетворяет Эйнштейна. См. предыдущее письмо.

<sup>3</sup> По поводу Гаусса и неевклидовой геометрии отметим следующий небольшой факт. Отец математика Больяи, будучи в дружеских отношениях с Гауссом, как-то написал ему: «Мой сын делает невероятные вещи».

<sup>4</sup> Г. Вейль. Пространство, время и материя, 1918, см. гл. II. «Римановская геометрия».

48. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 4.12.1918*

... А ты действительно безалаберный глава семьи, раз так долго крутишься в Цюрихе. С удовольствием что-нибудь бы отдал, чтобы иметь возможность сопровождать тебя туда, куда тебя призывает долги где с радостью бы очутились многие здешние рыцари без мундира (я их всегда утешаю, говоря, что неудача примиряет). Во всяком случае хотел бы поехать в Падую, чтобы навестить милого Леви-Чивиту<sup>1</sup>; может быть, ты сделаешь то же самое?

Вейль прислал мне для академии исключительно тонкую и остроумную работу<sup>2</sup>, которая все же не может быть опубликована, ибо академия была вынуждена отказаться от статей не членов академии из-за их огромного скопления, вызванного хронической нехваткой бумаги. Я твер-

до убежден, что инвариантной вейлевской меры в природе нет, и недавно изложил ему свои соображения. Но я знаю, что всякого, кто более полугода был влюблен в свою идею, не удастся освободить от ее чар, во всяком случае с помощью других.

Мое дело о разводе развлекает всех, кто о нем знает. Теперь должен был явиться перед здешним судом, но получил приглашение слишком поздно. Тем временем все документы были возвращены в Цюрих! Трогательно видеть, как много внимания уделяет Цюрих этому делу.

Передай привет Веро и твоему безжалостному правителю (Анне), а также Цангеру и Делленбаху. А тебе — сердечный привет

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Туллио Леви-Чивита (1873—1941) — профессор математики в Падуе, а с 1924 г. — профессор теоретической механики в Риме. Он развил тензорный анализ, которому его основатель Грегорио Риччи дал название абсолютного дифференциального исчисления. Его работы о задаче трех тел в небесной механике столь же важны, как и опубликованные им работы по теории относительности.

<sup>2</sup> Речь может идти о статье «О статически-симметричных решениях космологических гравитационных уравнений Эйнштейна» (Phys. Z., 1919, 20, 5, 31—34).

49. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 12.12.1919*

Дорогой Мишель!

Твое письмо доставило мне большую радость. Я получил, наконец, твой адрес и вместе с ним надежду увидеть тебя в обозримом будущем, несмотря на почти непреодолимую валютную стену. Особенно меня заинтересовало твое намерение вернуться в патентное бюро, в этот светский монастырь, где зародились самые лучшие мои идеи и где мы вместе пережили такие счастливые дни. С тех пор наши дети стали взрослыми, а мы сами превратились в старых парней!

С 16 по 18 января буду в Базеле \*, где должно состояться совещание, на котором будет обсуждаться вопрос

---

\* Я обещал, но не знаю, сумею ли выполнить свое обещание. Такое дело никогда не проходит без интриг и ненужных волнений.

о создании университета в Палестине. Мне кажется, что это предприятие следует поддержать. Я еду туда не потому, что считаю себя очень компетентным, а потому, что после английских экспедиций <sup>1</sup> по наблюдению солнечного затмения мое имя приобрело определенный вес и может содействовать делу, действуя стимулирующе на менее активных коллег.

Пока не могу сказать почти ничего о науке. Моя жизнь слишком беспокойна. Но одну веселую техническую затею выполняю по-братски вместе с Нернстом. Относительно теории Вейля постепенно выясняется, что не существуют статические решения с отличными от нуля различными электростатическими потенциалами (ср. работу Паули <sup>2</sup> в Phys. Z.). Вначале вводятся данные (изменение масштабов потенциалом), а затем ценой огромных вычислительных усилий все кончается так, как было предусмотрено. Может быть, вопрос о том, верно ли космологическое решение, удастся еще раз проверить в звездной астрономии. Все это продолжает меня беспокоить.

Моя мать придет жить с нами. Это печальное дело, которое еще полгода будет болезненно чувствоваться. Было бы большим облегчением для меня, если бы мои сыновья и Милева в течение следующих лет переехали в Германию. Я думаю о Дюрлахе близ Карлсруэ, где один мой родственник, исключительный человек, является директором гимназии <sup>3</sup>.

На немецкие деньги в Швейцарии ничего не достанешь, и было бы неразумно тратить свои скромные сбережения на приобретение швейцарской валюты. Слава богу, будущее нельзя предвидеть.

Сердечный привет и Анне, с которой я вновь заключил мир,

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Солнечное затмение 29 мая 1919 г. Экспедиция на Принцевых островах, руководимая Эддингтоном, и в Собрале на севере Бразилии.

<sup>2</sup> В. Паули. К теории гравитации и электричества Германа Вейля (Phys. Z., 1919, 20, 10).

<sup>3</sup> Речь идет о проф. Августе Марке, дальнем родственнике, семья которого была близка с химиком Ф. Габером.

Берлин 6.1.1920

Дорогой Мишель!

Совещание в Базеле вследствие серьезных политических соображений отложено на неопределенный срок. Так что пока в Швейцарию не приеду, тем более, что здесь я очень нужен и очень занят. Мать теперь живет у нас; она в безнадежном состоянии, которое продлится еще долго. Портрет, сделанный мадемуазель Шлойсснер, по-моему, не удался<sup>1</sup>. Говорят, он интереснее оригинала и позволил художнице выразить себя. Я еще колеблюсь, нужно ли перевести сюда (т. е. в Баден) семью. Может быть, мне все же удастся собрать достаточно иностранной валюты, чтобы оставить ее в Цюрихе. Для будущего детей это может иметь преимущества, которые оправдают существующие трудности.

Смещение спектральных линий доказано теперь почти точно. Полученные до сих пор отрицательные результаты для Солнца были очень просто объяснены и исправлены Гребе и Бахемом в статье<sup>2</sup>, которая должна скоро появиться.

В Швейцарию приеду, как только смогу, но не для чтения лекций.

Сердечный привет тебе и Анне

*от твоего Альберта.*

<sup>1</sup> Уместно здесь упомянуть о многочисленных портретах Эйнштейна, написанных мюнхенским художником И. Шарлом. Интересная статья А. Грейтер «Дружба Альберта Эйнштейна с художником Иосифом Шарлом» (CIBA Symposium, 1968, 16, 2, p. 5—68) содержит хорошие цветные репродукции портретов Эйнштейна и рисунков пером, выполненных этим художником.

<sup>2</sup> О работах Гребе и Бахема см. примечание 1 к следующему письму.

Берлин, 26.7.1920

Дорогой Мишель!

... не перестает писать вновь и вновь те же глупости в соответствии с утверждением Наполеона, что повторение — лучший аргумент. Несмотря на все усилия,

я не нахожу в его словах никакого смысла и убежден (для себя), что его и нет. Он, по-видимому, в своих рассуждениях не делает различия между предметом и числом. Исследования Юлиуса, безусловно, интересны; они свидетельствуют против существования красного смещения, но ничего не доказывают. До тех пор, пока не исследованы тщательно земные источники света и оба спектра не проанализированы с помощью спектрофотометра, накопление материала бесполезно. Сравнение земных линий с солнечными проводится в предположении, что соответствующими являются те линии, которые меньше всего смещены друг относительно друга, т. е. что гравитационного эффекта нет. Как показали недавно Гребе и Бахем <sup>1</sup>, при исключительно большом числе линий солнечного спектра подобный прием может привести к отождествлению несоответствующих линий. Важно также отдавать предпочтение линиям, не подверженным эффекту центр — край Солнца. Гребе (и Бахем) нашли, что эффект хорошо подтверждается в полосах циана, если исключить асимметричные возмущенные (установленные фотограмметрически). Ты увидишь, что в конце концов получится блестящее подтверждение теории; я ни секунды в этом не сомневался. Теория Вейля не может здесь ничем помочь: либо она дает независимость масштабов и времени от предыстории — тогда она бесполезна, либо она не приводит к подобной независимости — тогда она просто ошибочна вследствие определенности атомных радиусов и частот. Я вообще с самого начала был убежден в ошибочности (т. е. в нереализуемости) теории Вейля. Собственно, существуют факты только против нее, а не за нее. Но пока ты веришь... было бы неверно выступать против Вейля, ибо речь идет о грехах совершенно разного порядка. Вейль остается всегда глубоким, ясным умом, и читать им написанное всегда удовольствие, а второй нечистоплотен.

Моему отцовскому сердцу очень приятно, что ты получаешь удовольствие от Альберта. В октябре, во время осенних каникул, я увижу и его, и Тэте. Они приедут в Швабию, в Бенцинген, около Зигмарингена. Совместное пребывание в Швейцарии обойдется слишком дорого <...>

В работе также теперь мало продвигаюсь. Я распыляю свои силы, должен вести огромную корреспонденцию, советовать, протезировать, а в больших вопросах не продвигаюсь. Планк теперь согласился с моим

выводом <sup>2</sup> для его формулы; ты знаешь о нем? (Квантовое испускание и поглощение согласно статистическому закону, закон распределения Больцмана).

Замечание о книге Вейля относится к его теории электричества. Я понимаю твою точку зрения. Ты говоришь себе: инвариантность относительной протяженности совсем не обязательно должна лежать в основе теории; было бы красивее, чтобы она вытекала как следствие или, что также приемлемо, чтобы она фигурировала в теории как особая гипотеза. Но не забывай, что теория основана на метрической геометрии. Затем принимается, что относительные длины эталонов являются функцией предыстории. Поэтому использованные для основания теории меры эталоны являются лишь мысленными и ведут себя иначе, чем реальные. Это ужасно. Кроме того, теряются полученные до сих пор в теории результаты. Нужно переходить к тензорам четвертого порядка вместо тензоров второго порядка, что приносит с собой далеко идущую неясность теории. Во-первых, потому что надо принимать в расчет значительно больше уравнений, во-вторых, потому что решения содержат больше произвольных постоянных.

Другой аргумент, планетную систему в миниатюре, ты сам затрагиваешь. Отвлекись от молекулярной области и допусти, что вода имеет повсюду одинаковую плотность. Тогда можно вводить плотность как фундаментальную величину вместо массы

$$M \text{ (масса)} = D \text{ (плотность)} \cdot l^3 \text{ (длина в кубе)}.$$

Возьми закон Ньютона

$$k \frac{MM'}{r^2} = \text{ускорение} \cdot \text{масса} = \frac{ML}{T^2}.$$

Значит размерность

$$k = M^{-1} L^3 T^{-2} = D^{-1} T^{-2}.$$

Следовательно, закон Ньютона не инвариантен относительно изменения масштабов, если принять закон постоянства скорости распространения света. Чтобы в любой системе  $c = l/T$  равнялось бы единице,  $T$  должно преобразовываться как  $l$ . Значит нельзя обратиться ни к какому преобразованию подобия без изменения величины плотности соответственно гравитационной постоянной. Закон тяготения вместе с постоянством скорости света не допускает никакого преобразования масштаба, если плотность



вещества рассматривается (независимо от предыстории) как нечто постоянное.

Теперь о примере Делленбаха. Проводник, вращающийся вокруг своей оси, естественно, не заряжен. В случае двойного проводника общий заряд также равен нулю, как это видно из рисунка (рис. 14). Я не вижу здесь никакого особого парадокса, так как при вращающемся проводнике не существует вращающейся вместе с ним галилеевой системы. Последний случай может быть рассмотрен только с помощью преобразований общей теории относительности... Тот факт, что у вращающегося проводника заряды не проявляются, связан с тем, что лоренцево сокращение электрона относительно вещества не совместимо с условиями системы. По моему мнению, с существованием ускорения самого по себе это не имеет ничего общего.

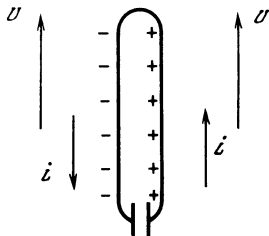


Рис. 14

Ускорение, действительно, в определенном смысле абсолютно, ибо в любом месте существует состояние, свободное от ускорения и вращения (локальная система без поля тяготения), и именно к этой локальной системе можно отнести ускорения в данном месте. Во вращающемся магнитном стержне должны, несомненно, появляться заряды, независимо от любой теории относительности. Эти заряды должны породить вне магнита поле, которое принципиально можно будет наблюдать. Но в этом нет ничего проблематичного.

Относительно понятия масштаб — часы ты, кажется, прав<sup>3</sup>; но надо еще добавить, что ход системы в движениях, о которых идет речь, должен быть стационарным или периодическим <...>.

Сердечно приветствует тебя

*великий мученик Альберт.*

Мое мученичество вызвано преувеличенным восхвалением, удушающим потоком писем и прочих неофициальных обязанностей. Но в остальном чувствую себя очень хорошо и телом, и душой.

<sup>1</sup> См. статьи Гребне и Бахема «Эффект Эйнштейна в гравитационном поле Солнца» (Verh. Dtsch. Phys. Ges., 1919, 11, S. 454), «Эйнштейновское смещение в гравитационном поле Солнца» (1920, 1, S. 51) и «Эйнштейновское гравитационное смещение линии азота  $\lambda = 3883 \text{ \AA}$  в солнечном спектре» (там же, 1920, 2, стр. 415).

<sup>2</sup> Речь идет о статьях Эйнштейна по квантовой теории испускания и поглощения, опубликованных в 1916—1917 гг.\*

<sup>3</sup> Писем Бессо периода конца 1918—1919 гг. не сохранилось.

52. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

Берн, 29.7.1920

Дорогой Альберт!

В благодарность за письмо буду мучить тебя минимально.

1. Я установил полное соответствие между относительным и абсолютным значением  $\Gamma$  [...] и  $V$ [ейля]. Я не думал, что ты обнаружишь в его письме правильное рассуждение, а скорее найдешь, как он пришел к своей трагикомической прихоти, например благодаря опечатке или описке (как на странице 211 в третьем издании Вейля <sup>1</sup> вместо периода стоит частота, так и у тебя где-то могла остаться описка).

2. Относительно теории  $V$ [ейля], ты мне настойчиво подчеркиваешь, что ей противоречит. Но то, чего я не могу понять во Вселенной, существующей только *один раз*, так это смысла переносимости масштабов и т. д., более чем «простой» физический факт, который может быть объяснен, например, огромной величиной некоторой константы.

3. Что касается примера Делл[енбаха], то я все же не пойму следующее: на твоей схеме (пара прямолинейных проводников) заряды определяются лоренцевым сжатием; но для вращающегося проводника должны ли они «быть несовместимыми с условиями системы»? Но в частном случае Делл[енбаха] речь идет о полном заряде вращающегося магнита. Он остается равным нулю, не так ли?

Сердечный привет.

Мишель.

<sup>1</sup> H. W e y l. Raum, Zeit und Materie.

\* Русский перевод см. в кн.: А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. III. М., «Наука», 1966, стр. 386—392, 393—406.—  
Прим. перев.

*Берн, 24—27.12.1920*

Дорогой Альберт!

...Помнишь, как восемь лет назад, будучи у тебя в Цюрихе, я никак не мог освоиться с тензорным исчислением, несмотря на все твои прекрасные рассуждения, в которых ты меня сравнивал с резонансным ящиком новой теории? Сегодня я почти во всех областях ненамного продвинулся. С точки зрения финансовой, несмотря на все потери, связанные с валютным обменом, я бы мог протянуть еще несколько лет даже без услуг доброго Галлера, но, естественно, с возрастающим напряжением. Но интеллектуальная пустота с тех пор сильно расширилась <...>.

Недавно испытал радость, когда поговорил четверть часа с Майей и узнал замечательные новости о твоём здоровье. Она мне рассказала и о проекте твоей поездки в США, и о различных причинах, мешающих тебе работать. По-видимому, их надо понимать относительно: может быть, они связаны с теми огромными препятствиями, перед которыми сегодня вновь стоит мысль, человечество, тобой олицетворенное. Наиболее созревшим представляется сейчас вопрос о теории Вейля<sup>1</sup>. Ты помнишь наши рассуждения о неархимедовой геометрии? (Бесконечно мало отличающиеся величины там считаются неодинаковыми). Мы часто отмечали, что физический континуум должен еще сыграть свою роль; сравни вторую гипотезу Римана, пространство как нечто счетное. При каких условиях различные инварианты теории Вейля остаются принципиально неотличимыми? Как я часто говорил, мне следовало бы молчать: до сих пор я не знаю, какая принципиально наблюдаемая разница существует между гравитационным красным смещением и «красным смещением в электрическом поле», если таковое существует. В моих попытках создать себе правильное представление об этом где-то есть пробел. Это следует уже из того, что по моим понятиям следует ожидать некоторое красное или синее смещение между концами электрической силовой линии (для квазистационарного состояния мира — а что в общем случае?), т. е. чисто потенциальное действие, как в случае гравитации. А ведь и ты, и Вейль единомышленны в том, что здесь будет иметь место поступательное изменение. Это связано

с отсутствием излучения у вращающегося электрона? <sup>(а)</sup>  
При пустой голове рассуждения становятся дикими.

На сегодня — с Новым, 1921 годом!

*Мишель.*

<sup>1</sup> По Эйнштейну, состояние поля тяготения однозначно определено наличием материи. Наоборот, Вейль считал, что согласно законам природы состояние поля в заданный момент произвольно. Для него силы инерции были результатом объединения инерция + тяготение, и именно это соответствует физической реальности. В длинном письме Бессо, датированном 15 февраля 1921 г., Вейль занимается этим вопросом и обещает, что четвертое издание его книги «Пространство, время и материя» наконец ликвидирует конфликт, который противопоставляет его Эйнштейну.

(а) Вопрос Бессо весьма уместен: аналогичны ли причины, вызывающие красное смещение спектральных линий в гравитационном поле и эффект Штарка (расщепление линий в электрическом поле)?

На этот вопрос общая теория относительности дает отрицательный ответ. Электрическое поле вызывает локальное расщепление энергетических уровней, вследствие чего и возникает смещение. Гравитационное поле не производит никакого локального действия. Гравитационное смещение — чисто кинематическое, и энергетическое рассмотрение здесь ни при чем. Наоборот, в унитарных теориях, например в теории Вейля, оба эффекта интерпретируются одинаково — кинематически.

54. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Нью-Йорк, 28.5.1921*

Дорогой Мишель!

... Америка интересна и более энергична во всех предприятиях и торговле, чем другие знакомые мне страны. Я вынужден был показываться как премированный бык, выступать неисчислимо количество раз на малых и больших собраниях, читать опять-таки неисчислимо количество раз научные доклады <sup>1</sup>. Просто чудо, что я все это выдержал.

Теперь со всех сторон начинает подтверждаться красное смещение спектральных линий: Гребе и Бахем, Перо, Фабри, Бюиссон <sup>2</sup>. Я в этом всегда был уверен, но другие,

которые будто понимают теорию относительности, сомневались.

В понедельник мой корабль отправляется в Европу. На несколько дней задержусь в Англии, затем — право на заслуженный отдых. В июле ко мне снова придут мои мальчики, к моей огромной радости. Хотелось бы поехать с ними на север Германии к морю, чтобы походить под парусами.

Сердечный привет Анне и тебе.

*Альберт.*

<sup>1</sup> Это было первое путешествие Эйнштейна в Новый Свет.

<sup>2</sup> Г р е б е и Б а х е м. Тяготение Солнца и красное смещение.— *Z. Phys.*, 1921, 4, 105; А. П е р о. Измерение давления солнечной атмосферы в слое Mg и проверка принципа относительности.— *S. R.*, 1921, 172, 3; Ш. Ф а б р и. Экспериментальная проверка принципа Доплера—Физо.—*J. de Phys.*, 1919, 9; А. Б ю и с с о н. Отклонение солнечных лучей под действием гравитационного поля.— *S. R.*, 1921, 172.

55. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*Берн, 10.6.1921*

Дорогой Альберт!

Только несколько строчек, чтобы поблагодарить тебя за дружеское письмо из Нью-Йорка, которым я особенно дорожу, поскольку знаю, как тебя там преследовали (<...>).

Получил ли ты мое письмо в конце декабря или начале января? Относительно красного смещения: где опубликованы работы Перо, Фабри и Бюиссона? Я живу в пустыне. И что слышно о других загадках: гироскопическом эффекте токов Ампера, загадке Эренфеста? Есть ли новости о квантах? От нас всех сердечный привет.

*Мишель.*

56. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*Берн, 1.8.1921*

Дорогой Альберт!

На твое письмо от 28 мая я ответил примерно месяц назад, поставив целый ряд вопросов, касающихся будущего университета в Иерусалиме. С тех пор накопился ряд других вопросов, например, о твоих переговорах относительно совместной с Луначарским поездки для чтения док

ладов. К этому сегодня добавляется статья, появившаяся в «Bund»<sup>1</sup>. Мне было бы очень любопытно узнать, не является ли она тенденциозной подборкой твоих действительных слов, направленной к дискредитации тебя перед американцами, а американцев — перед швейцарцами <...>.

Я нашел одно из твоих старых писем, в котором ты приглашаешь меня уйти вместе в пустыню для чтения Грассмана. Я сам часто думал о подобном уходе в пустыню. Но теперь хочу раньше увидеть обеспеченным будущее Веро так, как он считает нужным. Потом я хотел бы исчезнуть. Идеи мне приходят редко<...> Не думаешь ли ты, что твоя огромная способность концентрироваться могла сделать из тебя того ученого, которого люди хотят увидеть в твоём лице? Того ученого, которого с энтузиазмом приняли и приветствовали американцы (и американки); не будучи окружены, подобно нам, европейцам, околдовывающими никчемностями науки и искусства, они, быть может, более расположены встретить великое?

*Твой Мишель.*

<sup>1</sup> Статья в бернском журнале «Der Bund» была озаглавлена «Эйнштейн и американцы». Ее анонимный автор представил несколько тенденциозно некоторые опубликованные в «New York Times» заявления Эйнштейна относительно интеллектуальной жизни в США. Поскольку статья появилась 2 августа, дату письма следует исправить.

57. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Флоренция 20.10.1921*

Дорогой Мишель!

Вот мы все вместе сидим во Флоренции<sup>1</sup>, будто ничего не случилось. Завтра еду с Альбертом в Болонью, где должен выступать по-итальянски<sup>2</sup>. Бедные слушатели! Затем мы едем в Цюрих. Очень хотел бы тебя видеть, но время очень ограничено (с 28 по 2). В Берлине находится в работе интересный эксперимент по испусканию света. Согласно волновой теории световой луч должен отклоняться<sup>3</sup> (рис. 15).

Сердечные приветы.

*Твой Альберт.*

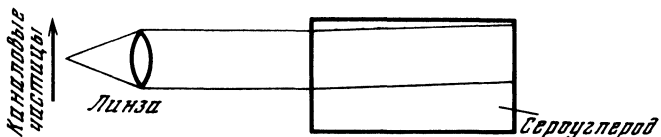


Рис. 15

<sup>1</sup> Открытка начинается четырьмя строчками, написанными сестрой Бессо, и содержит также приветствия Пауля Винтелера и Матт Макет; все это и рисунок Эйнштейна занимают площадь  $3 \times 8 \text{ см}^2$ .

<sup>2</sup> Несколькоими письмами по поводу этого доклада Эйнштейн обменялся с Федерико Энрикесом из Болоньи. В первом из них Энрикес писал Эйнштейну, что в Болонском университете создана комиссия для ежегодного приглашения знаменитых иностранных ученых и что создатель теории относительности приглашается первым.

<sup>3</sup> Эксперимент описан в статье Эйнштейна «Об одном эксперименте, касающемся элементарного процесса испускания света» (Berl. Ber., 1921, S. 882). Опыт дал отрицательный результат. Как показал Лауэ, результат и не мог быть иным; Эйнштейн признал свою ошибку в статье «К теории распространения света в диспергирующих средах» (Berl. Ber., 1922, S 18).

## 58. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Болонья, 26.10.1921*

Дорогой Мишель!

Было бы замечательно, если бы мы увиделись. В субботу (29) я приеду в Цюрих, а второго уеду, так как четвертого должен быть в Лейдене <sup>1</sup>. Напиши в адрес Мицы, где и когда мы сможем встретиться. Мои мальчики не согласятся, чтобы я уехал; может быть, ты приедешь в Цюрих? <sup>2</sup>

Сердечно.

*Твой Альберт.*

<sup>1</sup> После первой мировой войны Эйнштейн принял назначение в Лейденский университет с обязанностью читать ежегодно в течение нескольких недель один курс. В определенный момент в Берлине даже боялись, что он примет окончательное назначение в Голландию и уйдет из Института кайзера Вильгельма, но в конце концов

Эйнштейн рассеял эти опасения. В Лейден он каждый раз ездил с особым удовольствием, так как встречал там любимого друга — Пауля Эренфеста и его жену Татьяну, русского физика.

<sup>2</sup> Вполне возможно, что Бессо удалось освободиться от своих должностных обязанностей, чтобы поехать в Цюрих, но об этом не осталось письменных свидетельств. Из этих строчек можно заключить, что Мица (Милева) была здорова, занималась своими двумя сыновьями, и ее отношения с Бессо восстановились.

59. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

Берн, 23.12.1921

Дорогой Альберт!

Вряд ли я стал бы выражать тебе свою любовь в связи с рождеством или новым годом, если бы маленькое личное несчастье не навело меня на безусловно полезную мысль.

Дело в том, что мне не удалось найти полную коллекцию твоих работ до 1919 г. По-видимому, я потерял ее при переезде в Рим или на обратном пути. Она была мне особенно дорога, ибо напоминала о стольких наших дискуссиях. Но почему столь редкое собрание не может быть предоставлено в распоряжение *всех*, дополненное историческим обзором, генезисом проблем, тем, что ты по форме или содержанию высказал по-новому, а может быть, и тем, что ты хотел бы изложить иначе.

С таким вступлением, а возможно с некоторыми примечаниями подобное собрание нашло бы покупателей за любую цену. Без особых усилий (я не считаю их нулевыми, ибо тебе придется серьезно напрячь память, что для тебя непривычно) ты мог бы создать творение большой материальной и духовной ценности.

Думаю, что во вступлении ты должен бы указать, какие работы других авторов — Больцмана, Лоренца, Планка — тебе были известны к началу твоей деятельности (уточнив, какие именно работы).

Относительно работ, в которых тебя опередили, следовало бы указать, что, почему и кем это сделано и что в них содержится, напротив, еще не развитого дальше. Я бы не стал скрывать от читателя и ошибочные пути, ибо они особенно поучительны. То, что ты продолжаешь считать верным, окончательно установленным, все равно выявится. Из того, что касается общей теории относительности, мне



кажется особенно уместно привести твои исследования об энергии и принципе Гамильтона, а из космологии — необходимые, но менее внутренне связанные взаимозависимости.

В теории теплоты ты должен указать место своих прежних работ и что они содержат еще на сегодня, уточняя, где с тех пор было лучше изложено то, что в них было плодотворно.

Подобная ретроспекция, выявляя одновременно значение каждой работы и ее развитие, была бы очень ценной. Для первого раза она могла бы быть очень краткой, включая только то, что безусловно в твоем духе. В последующем издании она может быть дополнена или рассмотрена самостоятельно\*.

Прошу тебя не относиться к этому отрицательно. Я уже заранее эгоистично радуюсь! Сердечный привет и пожелания от всех нас!

*Мишель.*

Я вскрыл уже запечатанное письмо, чтобы охватить пожеланиями счастья всех твоих, что само собой разумеется. Носится молва, что ты должен (или должен будешь) выступать в Дорнахе. В этом случае и здешняя свободная ассоциация студентов хотела бы пригласить тебя на доклад. Было бы очень приятно, если бы это позволило нам встретиться<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Нет никаких данных о том, что в это время Эйнштейн выступил в Дорнахе или Берне.

60. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*Берн, 12.3.1922*

Дорогой Альберт!

... Я должен бы быть спокойным, чтобы, наконец, поработать для бюро, но малейшее препятствие выводит меня из себя, например каракули бедного Гийома. При чтении их мне становится стыдно, что не могу найти хотя

---

\* Первое издание собрания научных работ Эйнштейна было осуществлено несколько позже (1922—1924) в Японии. Второе, значительно более полное, — в Советском Союзе в 1965—1967 гг. — *Прим. перев.*

бы для третьего лица убедительное решающее слово. В связи с этим я с удовольствием столкнулся со свойствами «диаграммы движения» двумерной кинематики, которая позволяет столь четко пояснять различные теории света и воспроизводит преобразования Лоренца простейшим проективным соотношением (полярная прямая и полярная плоскость). Использован ли уже где-нибудь эффективно этот способ представления? <sup>1</sup> Конечно, у Вейля он дан правильно, но только для преобразований Лоренца, тогда как было бы интересно проследить с помощью этой же картины остальные теории света; интересно также объяснить этой картиной вывод преобразований Лоренца и лоренцева сжатия.

Веро спрашивал несколько дней назад, был ли действительно измерен поперечный доплер-эффект в быстрых анодных лучах и какими опытами мы располагаем. Я также ничего не знаю об этом <sup>2</sup>.

Другой вопрос, который для меня не совсем ясен, — как проявляется эффект первого порядка в теории спутников Юпитера при допущении скорости относительно эфира порядка 10 км/сек, в рамках наивно примененной теории покоящегося эфира. Борн считает, что смещение будет весьма значительным. Но я, кажется, вспоминаю, что ты в свое время говорил, будто это не бесспорно <sup>3</sup>. Думаю — вследствие того, что при учете относительных скоростей света получаются иные положения и размеры планетной орбиты, чем обычно приняты. При нынешнем состоянии теории относительности этот вопрос мало интересен, но он может играть дидактическую роль.

Я рассматриваю в сферическом пространстве два прямых бесконечных соприкасающихся стержня, вовлеченных в противоположные движения. После проведения их сравнительного измерения мы сообщаем каждому скорость в направлении его длины. Что произойдет тогда с лоренцевым сжатием? Вытекает ли, что для «вращающегося» сферического пространства массы находятся в движении, а значит получается новое сферическое пространство, но другого радиуса?

Сердечный привет от всех нас.

*Твой Мишель.*

<sup>1</sup> Этот вопрос кинематики был уже ясно изложен в замечательной книге Ганса Тирринга «Основы теории относительности» (первое издание вышло в Оксфорде в 1921 г., второе — в Вене в 1922 г.). Во французском издании (Париж, 1923) переводчик М. Соловин приводит выдержку из письма Эйнштейна: «Книга Тирринга, обращенная к широкому кругу читателей, содержит наиболее удачное изложение теории относительности. Особенно поучительной является приложенная в конце сводная таблица, выявляющая самостоятельность основных идей теории и способ, каким они в ней реализуются». Странно, что имя Тирринга вообще не упоминается в письмах Бессо. В том же 1922 г. в Париже вышла брошюра Поля Ланжевена под названием «Принцип относительности».

<sup>2</sup> Поперечный эффект (второго порядка) Доплера был измерен впервые лишь в опытах Айвса и Стилуэлла в 1938 г. Совпадение с формулой, полученной Эйнштейном, было полным.

<sup>3</sup> Никакого эффекта первого порядка в теории спутников Юпитера, исходящей из гипотезы об общем движении Солнечной системы относительно неподвижного эфира, не существует. Эффект первого порядка получается лишь при относительном движении источника (спутника Юпитера) и наблюдателя. Абсолютное движение Солнечной системы относительно неподвижного эфира может выявляться только в опытах второго порядка.

61. ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

*Берлин, 20.3.1922*

Дорогой Мисель!

Я говорил с проф. Герцогом, директором Института химии текстильных волокон кайзера Вильгельма <sup>1</sup>. Он обещал содействие, особенно в части испытания изготовленного таким способом образца. Он думает, что с патентом на принцип мало что можно сделать, если не знать, для каких отраслей открытие хозяйственно полезно. Для легких тканей стоимость материала играет весьма ограниченную роль. Только после практической проверки выяснится ее ценность. У вас есть возможность провести эксперимент в большом масштабе? Может быть, при посредстве Цангера? У меня нет связей с людьми этого круга.

Сердечный привет.

*Твой Альберт.*

<sup>1</sup> Речь идет о просьбе Бессо прозондировать мнение специалистов относительно его идеи о новом методе производства искусственных тканей.

62. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

8.8.1922

Дорогой Альберт!

Твое опубликованное в прессе письмо в комиссию по интеллектуальному сотрудничеству<sup>1</sup> одновременно ответило и на мое письмо, посланное около восьми недель назад; не знаю, дошло ли оно до тебя.

Надеюсь, что волны благополучно донесут тебя до страны Восходящего Солнца и обратно. Меня в равной мере не удивит, если путешествие туда принесет тебе величайшее из того, что внешняя жизнь может дать учителю человечества, и если, наоборот, нигде тебя не охватит такое ледяное одиночество, как там<sup>2</sup>. Во всяком случае многие из лучших людей в Германии будут тебе завидовать, что ты смог на время повернуться спиной к этой мутной Европе (трудности которой, вследствие контраста, нигде не могут быть чувствительнее, чем у вас)...

Я рассказал тебе, что Шаван<sup>3</sup> подарил мне твою замечательную увеличенную фотографию, снятую в его лаборатории в 1906 или 1908 г. Он говорил также, как много радости доставило бы ему принять тебя в Берне в качестве гостя. Теперь и мы можем это сделать.

До свидания до или после твоего кругосветного путешествия!

От имени всех наших

*твой Мишель.*

<sup>1</sup> В своем послании комиссии по интеллектуальному сотрудничеству Эйнштейн ратовал за настоящую интернационализацию науки и решительно клеймил тех, кто во время войны во всех областях «предал святые законы, соблюдение которых было им поручено». Несколько позже он подал в отставку, но в 1924 г. вновь стал членом комиссии. В своей книге об Эйнштейне А. Валлентен посвятила несколько страниц этим событиям, полную историю

которых еще надлежит написать \*. Текст заявления об отставке опубликован в книге: A. E i n s t e i n. Comment je vois le monde. Paris, 1958.

<sup>2</sup> В Японии Эйнштейн не испытывал никакого чувства одиночества; ему повсеместно выказывали чувства дружбы и искреннего уважения; у него сохранились наилучшие воспоминания.

<sup>3</sup> Люсьен Шаван — друг и ученик Эйнштейна еще в Берне.

### 63. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*Берн, 24.9.1922*

Дорогой Альберт!

О плане твоего путешествия я ничего не знаю; эти строчки, возможно, застанут тебя в Берлине, чтобы принести еще одно доброе пожелание счастливого пути <sup>1</sup>. Если все пойдет хорошо, то дважды по шесть недель морского путешествия могут дать хороший отдых, которым ты полностью воспользуешься.

Последние новости о тебе я узнал от своего двоюродного брата Арриго Кантони, которого очень обрадовал твой дружеский прием. Но от тебя лично давно ничего не было, два моих последних письма ты, видимо, не получил; исходя из их содержания я подумал, что и сам мог бы разобраться, оставив тебя в покое, ибо эти вопросы не относятся к области твоей деятельности.

Относительно известного парадокса (где забывают об основной предпосылке специальной теории относительности), согласно которому для наблюдателя, отдаляющегося от нас, а затем вновь возвращающегося со скоростью, близкой к световой, наши часы будут почти покоиться, так же как его часы для нас, Веро ставит вопрос, как будет обстоять дело с наблюдателем, удаляющимся от нас со скоростью, близкой к световой, и совершающим облет сферического мира. «Для него, вследствие кругового путешествия, мы постареем так же малозаметно, как и он для нас». Парадокс подобен тому, о котором я уже тебе писал, когда два прямых кольца испытывают лоренцево сжатие вследствие взаимного движения, и решается подобным же образом <sup>2</sup>. Тем не менее мне кажется дидактически интересным предложить его для глубокого размыш-

\* См. об этом: Б. Г. К у з н е ц о в. Эйнштейн. М., «Наука», 1972, стр. 194—197.— *Прим. перев.*

ления преуспевающему дебютанту. (Все обстоит так, что истинное распределение масс, образующее для одного наблюдателя сферический мир, для другого образует иной мир. Какой?)

Итак, сердечные пожелания счастливого путешествия. А если эти строки застанут тебя приветствующим ветку сакуры, пусть они означают поздравление со счастливым приездом.

От имени всех нас

*твой Мишель.*

Что с шестимерным цилиндрическим миром поляка? И с гиперболическими возможностями, о которых я узнал лишь из красивой работы Жана Беккереля? Я сам на точке замерзания...

<sup>1</sup> Эйнштейн с женой покинули Берлин в начале октября и восьмого поднялись на корабль в Марселе.

<sup>2</sup> См. письмо Бессо от 12 марта 1922 г.

64. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

*23.3.1923*

Дорогой Альберт!

...На днях в газете появилось сообщение, будто к концу твоего отсутствия один из твоих коллег по академии представил твою работу, которой приписывается исключительное значение. Я ничего не слышал о результатах работы экспедиции по наблюдению солнечного затмения <sup>1</sup>. Был бы рад получить что-нибудь от тебя — это вовсе не означает, что ты должен комментировать первую часть этого письма <sup>2</sup>. Насколько я знаю тебя, как и самого себя, мы делаем все, насколько мы можем и знаем.

*Твой Мишель.*

Твои красивые открытия мы, Шаван и я, получили. Шаван с радостью хотел бы тебя поздравить с Нобелевской премией <sup>3</sup>, но не знал, где ты. Я... не знал, что делать. Многие люди не были быотягощены заботами о такой сумме денег, но тебе она принесла не только радость. Нужно и хочется столько сделать, но не достигаешь ничего...

<sup>1</sup> Речь идет о наблюдении солнечного затмения 21 сентября 1922 г. Наблюдения проводились в Австралии несколькими экспедициями. Наиболее известны результаты Кэмпбелла и Тремплера из Ликской обсерватории.

<sup>2</sup> В первой части письма Бессо высказывает свое отношение к выходу Эйнштейна из комиссии по интеллектуальному сотрудничеству.

<sup>3</sup> Вручение Нобелевской премии Эйнштейну состоялось в июле 1923 г. Она была ему присуждена, как говорилось, «за открытие закона фотоэффекта и за работы в области теоретической физики». 11 июля 1923 г. в Гетеборге на собрании естествоиспытателей северных стран Эйнштейн прочитал доклад, на котором присутствовал король Швеции. Этот доклад был опубликован в Стокгольме, в королевской типографии, под названием «Основные идеи и проблемы теории относительности», в сборнике нобелевских речей, хотя при вручении самой премии Эйнштейн не произнес традиционной речи.

## 65. БЕССО — ЭЙНШТЕЙНУ

Письмо на двух страницах большого формата с постскриптумом Веро <sup>1</sup>.

*Берн, 25.12.1923*

Дорогой Альберт!

После твоей открытки из Японии я уже не видел твоего почерка; лишь пару месяцев назад через Цангера получил от тебя хорошие новости и привет. Я также последнее время не писал, последний раз писал, когда ты вышел из комиссии по сотрудничеству (даже не знаю, получил ли ты то письмо).

Думаю, что у тебя мало времени и желания писать. Что касается меня, то я должен бороться со своей обычной ленью. Читаю мало, особенно из области физики; так, у меня очень мало сведений о последних работах Бора и его школы по генеалогии элементов (в журнале прикладной химии и в новейшем издании статей Борна <sup>2</sup>); о твоих новых работах также ничего не знаю, кроме намека в открытке, которую ты написал Вейлю несколько месяцев назад. Поэтому у меня отсутствует обычная точка опоры вопросов и писем. Хочу думать, что если бы ты существенно продвинулся в одном из важных вопросов, ты бы поделился со мной радостью открытия. По-видимому, дело обстоит так, что ледяное поле не было про-

битым в одном из направлений → кванты  
→ связь между электронами  
→ геометрическое понимание  
электромагнитного поля и  
включение в него сингу-  
лярных точек

Может быть, это ледяное поле подобно тому, которое лежит в том месте, где простак хотел бы видеть простые редакционные трудности, именно в проблеме континуума.

Жалею, что не смог встретиться с Зоммерфельдом, когда он этой осенью был в Швейцарии. В то время я был очень мало расположен знакомиться с новыми людьми, был ленив и упрям, откуда следовала и слабая эффективность в конторе. В этой сонливости мне кажется, что тот великий спектакль обновления науки «в своих основах», который мне довелось пережить, догорает где-то позади меня.

Но и для однобокого взгляда на вещи у меня нет настроения. Улыбка моего внука представляет для меня одну из самых глубоких истин...

Счастливого тебе и всем твоим Нового 1924 года от твоего Мишеля, а также от имени Анны и остальных. Соловин просил твой адрес<sup>3</sup>. Я сообщил ему тот, по которому отправляю это письмо.

<sup>1</sup> В этом постскриптуме Веро задавал Эйнштейну два вопроса: 1. Не кажется ли ему музыка более соблазнительной, чем физика? 2. Читал ли он «Братьев Карамазовых» Достоевского? Ответ на последний вопрос содержится в статье Б. Г. Кузнецова «Эйнштейн и Достоевский» (Diogenes, 1966, 53, p. 19). Эта статья правильно начинается с утверждения Эйнштейна: «Он (Достоевский) дал мне больше, чем все остальные мыслители, больше, чем Гаусс» \*.

<sup>2</sup> Z. f. angew. Chemie, 1926, 36, 120. Рецензия Гана на сборник Бора «Три статьи о спектрах и строении атомов» (1922) и Брауна на сборник Бора «Работы по строению атома 1913—1916 гг.» (1921) \*\*.

<sup>3</sup> Письмо Соловина было вызвано слухами о поездке Эйнштейна в Голландию.

\* См. также: Б. Г. Кузнецов. Этюды об Эйнштейне. М., 1970, стр. 154—169; его же. Эйнштейн. М., 1972, стр. 503—530.

\*\* Что касается ссылки на Борна, то речь может идти о сборнике его статей «Строение материи. Три статьи по современной атомистике и электронной теории», английское издание которого вышло в 1923 г. Имеется и русский перевод.— Прим. перев.



## К ПЕРЕПИСКЕ ЭЙНШТЕЙН — БЕССО

«В заключение отмечу, что мой друг и коллега М. Бессо явился верным помощником при разработке изложенных здесь проблем и что я обязан ему за ряд ценных указаний». Так заканчивает Эйнштейн свою знаменитую статью 1905 г. «К электродинамике движущихся тел», в которой изложены основы специальной относительности.

Инженер-механик Мишель Бессо (1873—1955) родился в Ризбахе (близ Цюриха), в семье выходцев из Италии. В 1890—1891 гг. он учился в Римском университете, но затем перешел в Цюрихский политехникум, который закончил в 1895 г., за год до того, как в него поступил учиться Эйнштейн. Их знакомство состоялось, по-видимому, в 1897 г. через Анну Винтелер, дочь учителя и домохозяйки Эйнштейна в Аарау, где он учился в кантональной школе с осени 1895 г. до весны 1896 г. В 1897 г. Анна вышла замуж за Бессо, а в 1910 г. сестра Эйнштейна Майя вышла замуж за брата Анны, Пауля Винтелера.

Знакомство перешло в тесную дружбу в период 1904—1908 гг., когда они вместе работали в Швейцарском патентном бюро в Берне. В течение пяти лет почти ежедневно Бессо провожал после работы своего друга до дома на Крамгассе, 49, на котором теперь прикреплена доска с надписью: «В этом доме в 1903—1905 гг. Альберт Эйнштейн создавал свою основополагающую работу о теории относительности». Именно во время этих прогулок Эйнштейн делился с Бессо своими новыми идеями. Позже великий физик говорил, что во всей Европе он бы не мог найти «лучшего резонатора новых идей». Бессо был не только пассивным слушателем; его многочисленные вопросы и замечания заставляли Эйнштейна тщательно продумывать формулировки, отделять детали новых теорий. В их беседах наряду с теорией относительности обсуждалась и зарождавшаяся тогда квантовая проблема. Энцик-

лопедические познания Бессо в области философии, социологии, литературы, экономики, права, международных отношений, техники, математики, естественных наук делали его прекрасным собеседником, а затем, когда их разделяли расстояния, и интересным корреспондентом.

В 1908/09 учебном году Бессо был одним из двух слушателей начинающего приват-доцента Эйнштейна, читавшего в Бернском университете курс лекций по теории излучения. Через 20 лет сын Эйнштейна Альберт слушал у Бессо курс лекций по патентоведению.

Впоследствии Бессо работал в различных областях промышленности в Швейцарии и Италии, некоторое время преподавал, а в 1919 г. вернулся к работе в патентном бюро в Берне, где проработал до 1938 г. Основные вехи его биографии отражены в переписке.

Издателю переписки П. Специалли удалось собрать из различных источников 110 писем Эйнштейна и 119 — Бессо. Переписка происходила на немецком языке, лишь три письма Бессо написал на французском, одно — на итальянском. В книге все письма даны на языке оригинала и во французском переводе, с краткими комментариями, относящимися главным образом к упоминаемым лицам и событиям и содержащими необходимые библиографические ссылки. Научного содержания эти комментарии почти не касаются. Несколько примечаний научного характера (помеченные буквой «а») составлены М.-А. Тоннела.

Все письма разбиты хронологически на три части: 1903—1922, 1923—1940, 1940—1955, что почти точно соответствует их основному научному содержанию: первая часть — теория относительности и кванты, вторая — единая теория поля; третья — общие гносеологические вопросы, интерпретация квантовой механики.

В настоящем выпуске переводятся письма первого периода с некоторыми сокращениями. Сокращения состоят в том, что опущены некоторые детали, касающиеся личной жизни, рассуждения по поводу событий, не представляющих сейчас интереса и не имеющих отношения ни к Эйнштейну, ни к физике. Почти полностью переводятся и примечания Специалли. Исключены лишь отдельные места, относящиеся к известным фактам и людям. В настоящем издании добавлены примечания В. И. Родичева. Несколько примечаний принадлежат переводчикам, они касаются русских переводов названных в письмах работ.

## ПЕРВАЯ ФАЗА ДИАЛОГА БОРА И ЭЙНШТЕЙНА \*

1. Нильс Бор и Альберт Эйнштейн дискутировали по поводу парадоксов квантовой теории в течение тридцати лет, защищая противоположные точки зрения. Выдающиеся личностные и интеллектуальные качества этих людей, а также беспрецедентная сложность и глубина обсуждавшихся ими проблем делают эти дискуссии уникальными в истории физики. В данной статье я хочу проанализировать первый случай, когда Бор и Эйнштейн разошлись во мнениях по вопросу фундаментальной важности. Это произошло в период с 1923 по 1925 г., как раз перед началом становления новой квантовой механики. Предметом обсуждения были такие важные проблемы, как справедливость законов сохранения энергии и импульса, а также существование корпускулярно-волнового дуализма для излучения.

Бор подробно рассказал о своем долгом диалоге с Эйнштейном по случаю семидесятилетия со дня рождения последнего<sup>1</sup>. Статья Бора представляет собой ценный документ для всякого, кто интересуется историей физики XX века. Однако при ее чтении следует иметь в виду, что она появилась в 1949 г. и что она написана одним из участников этого диалога. Бор, естественно, изложил историю так, как он видел ее во время написания статьи, демонстрирующей глубокую проницательность, приобретенную им в результате богатого опыта, накопленного в течение нескольких десятков лет работы в области квантовой физики. Главными темами боровского обзора явля-

---

\* M. J. Klein. The first phase of the Bohr — Einstein dialogue. In: Historical Studies in the Physical Sciences, v. II. R. McCormach (Ed.). Philadelphia, 1970, p. 1—39. Перевод И. С. Алексеева.

<sup>1</sup> Н. Б о р. Дискуссии с Эйнштейном по проблемам теории познания в атомной физике. Избр. науч. труды, т. II. М., 1971, стр. 399.

ются критические замечания, которые Эйнштейн на протяжении многих лет высказывал по поводу квантовой механики, успешное отражение каждой из этих атак Бором и его сотрудниками, а также показ того, как каждая из этих коллизий приводила к новому, более глубокому пониманию основных положений новой физики. Эйнштейн не мог смириться с жестким ограничением физической теории вероятностной целью, которое было существенной чертой квантовой механики. Поэтому едва ли является удивительным, что он фигурирует в статье Бора как более консервативный участник диалога, озабоченный отсутствием «твёрдо установленных принципов для описания природы, с которыми все могли бы согласиться», в то время как сам Бор выступает в роли того, кто считал, что «мы едва ли можем полагаться на какие-либо старые принципы, хотя бы и очень общие. Единственным обязательным требованием является отсутствие логических противоречий»<sup>2</sup>.

По всей видимости, точно так же дело обстояло и в 1924 г., поскольку одним из самых сенсационных предположений, выдвинутых в двадцатые годы, богатые такого рода предположениями изменить законы физики, было утверждение: «Мы отказываемся от любой попытки установить причинную связь между переходами в отдаленных атомах и, в первую очередь, от прямого применения законов сохранения энергии и импульса, столь характерных для классических теорий». Эта крайняя мера отказа от причинности и законов сохранения в атомной физике была предложена Нильсом Бором в статье, написанной в начале 1924 г. в сотрудничестве с Г. А. Крамерсом и Дж. Слетером<sup>3</sup>. Эта статья и будет центральным пунктом нижеследующего обсуждения.

В боровском изложении его дискуссий с Эйнштейном статья Бора, Крамерса и Слетера упоминается лишь вскользь. Насколько мне известно, Бор и Эйнштейн никогда не встречались для того, чтобы обсудить ее, а также никогда не переписывались по вопросам, затронутым в ней. Тем не менее предложение Бора, Крамерса и Слетера играет не последнюю роль в истории вза-

<sup>2</sup> Н. Б о р. Дискуссии с Эйнштейном по проблемам теории познания в атомной физике, стр. 422.

<sup>3</sup> Н. Б о р, Г. А. К р а м е р с, Дж. С л е т е р. Квантовая теория излучения. Избр. науч. труды, т. I. М., 1970, стр. 526. Цитата взята со стр. 532.

имоотношений Бора и Эйнштейна, и поэтому для историка она представляет очень большой интерес. Бор и его сотрудники пытались преодолеть парадокс, состоявший в том, что излучение при одних условиях вело себя подобно электромагнитной волне, а при других — подобно частице энергии. Хорошо известно, что автором представления о частицах энергии, или световых квантах, выдвинутого в 1905 г. и получившего дополнительную экспериментальную поддержку лишь через два десятилетия в результате исследований изменения длины волны рентгеновских лучей при рассеянии на свободных электронах, проведенных Артуром Комптоном, был именно Эйнштейн. Если задаться вопросом, *почему* Бор и его соавторы хотели отказаться от справедливости законов сохранения, соглашаясь признать их лишь статистически, в среднем, то, я полагаю, ответ ясен: они хотели избавить физику от альтернативы, представлявшейся им еще менее приемлемой, — от признания световых квантов. Работа Бора, Крамерса и Слетера была попыткой сохранить некоторые существенные черты волновой теории излучения перед лицом явной необходимости в эйнштейновских световых квантах. Именно по этой консервативной причине им пришлось сделать радикальный шаг, отказавшись от законов сохранения энергии и импульса. Их попытка оказалась неудачной, однако анализ их предложения в контексте того времени может кое-что добавить к нашему пониманию идей как Бора, так и Эйнштейна, а также поможет лучше понять их взаимоотношения<sup>4</sup>.

И Бор, и Эйнштейн глубоко сознавали всю сложность проблем, которые они пытались разрешить, и никто из них никогда не удовлетворялся слишком легкими ответами. Нижеследующее описание первой фазы их долгого диалога может помочь проникнуться духом «лет интенсивных поисков во мраке, наполненных страстным желанием понять истину, с колебаниями от уверенности к отчаянию», ко-

---

<sup>4</sup> Статья Бора, Крамерса и Слетера довольно подробно обсуждалась Джеммером, Мейр-Абихом и ван дер Варденом: (a) M. J a m m e r. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. New York, 1966, p. 181—188, 345—350; (b) K. M. M e y e r-A b i c h. *Korrespondenz, Individualität und Komplementarität*. Wiesbaden, 1965, S. 102—133; (c) *Sources of Quantum Mechanics*. B. L. van der Waerden (Ed.). Amsterdam, 1967, p. 11—15.

торые должны были пройти, прежде чем «впереді забрезжил свет», и были «почти естественным образом достигнуты желанные результаты, которые любой мыслящий студент теперь может усвоить без особых хлопот»<sup>5</sup>.

2. В 1905 г. Альберт Эйнштейн предположил, что свет состоит из независимых частиц энергии<sup>6</sup>. Он выдвинул это предположение, несмотря на все успехи волновой теории света, достигнутые в XIX веке, потому что был убежден, что новая гипотеза световых квантов открывает более плодотворный подход к пониманию процессов испускания и поглощения света. Классической теории не удалось объяснить существование равновесного распределения энергии в спектре абсолютно черного тела, и Эйнштейн сразу же осознал этот факт как трудность в основах физики<sup>7</sup>. Он пришел к гипотезе световых квантов в ходе своих исследований энтропии излучения в области высоких частот, спектр которого адекватно описывался законом Вина. Проанализировав выражение для энтропии с помощью больцмановского соотношения между энтропией и вероятностью, Эйнштейн пришел к выводу, что в области справедливости закона Вина излучение действует так, как будто оно состоит из квантов, энергия которых пропорциональна частоте излучения.

Эта новая «эвристическая точка зрения» на природу света немедленно получила свое подтверждение. Эйнштейн использовал ее для объяснения закона флуоресценции Стокса и качественно известных, но весьма загадочных свойств фотоэлектрического эффекта. Он предложил также точное соотношение между частотой падающего света при фотоэффекте и разностью потенциалов, необходимой для того, чтобы остановить все порожденные фотоэлектроны. Оно было линейным с постоянным наклоном.

Некоторое свидетельство о непосредственной реакции на предположение Эйнштейна можно получить при внимательном чтении Нобелевской лекции Филиппа Ленарда,

---

<sup>5</sup> A. E i n s t e i n. The world as I see it. New York, 1934, p. 108.

<sup>6</sup> А. Эйнштейн. Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света. Собр. науч. трудов, т. III. М., 1966, стр. 92.

<sup>7</sup> Дальнейшее обсуждение этого вопроса см. в статьях М. Клейна: (а) Первая работа Эйнштейна по квантам. «Эйнштейновский сборник, 1966». М., 1966, стр. 259; (б) Thermodynamics in Einstein's Thought.— Science, 1967, 157, 509.

произнесенной в следующем году — в мае 1906 г. <sup>8</sup> Ленард получил премию за свою работу об электронах, включавшую важные эксперименты по фотоэлектрическому эффекту. Эйнштейн и его работа совершенно не были упомянуты Ленардом, несмотря на то, что он «пытался добросовестно осветить в их исторической перспективе все публикации, которые, по моему мнению, сделали существенный вклад в познание», и действительно процитировал две статьи из того же самого тома «Анналов физики», в котором была опубликована работа Эйнштейна.

В 1909 г. «непрестанная» озабоченность «невероятно важным и трудным» <sup>9</sup> вопросом структуры излучения привела Эйнштейна к еще более глубокому пониманию теоретической ситуации. К этому времени он убедился, что «следующая фаза развития теоретической физики даст нам теорию света, которая будет в каком-то смысле слиянием волновой теории света с теорией истечения» <sup>10</sup>.

У Эйнштейна были основания для такого мнения, и он изложил их на собрании в Зальцбурге в сентябре того же года. Он проанализировал следствия, вытекающие из закона Планка для излучения черного тела, используя специфический собственный подход — исследование флуктуаций <sup>11</sup>.

Флуктуации  $\Delta E$  относительно средней энергии  $E$  излучения черного тела, имеющие частоты в интервале между  $\nu$  и  $\nu + \Delta\nu$  и содержащиеся в части объема  $V$  полости, можно было вычислить, исходя из основного результата статистической механики:

$$(\overline{\Delta E})^2 = kT^2 \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V, \quad (1)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана, а  $T$  — температура стенок полости. Эйнштейн получил этот результат незави-

<sup>8</sup> P. E. A. von L e n a r d. On cathode rays. Nobel Lectures. Physics 1901—1921. Amsterdam, 1967, p. 105.

<sup>9</sup> Письмо А. Эйнштейна к Дж. Лаубу, 1909. Цит по: C. S e e l i g. Albert Einstein, transl. M. Savill. London, 1956, p. 87.

<sup>10</sup> А. Эйнштейн. О развитии наших взглядов на сущность и структуру излучения. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 181. См. также его работу «К современному состоянию проблемы излучения». Там же, стр. 164.

<sup>11</sup> Дальнейшее обсуждение см. в статье: М. Дж. Клейн. Эйнштейн и дуализм волны-частицы. «Эйнштейновский сборник, 1966». М., 1966, стр. 212.

симо в 1904 г. и уже использовал его с большим успехом в исследовании значимости флуктуационных явлений. Поскольку энергию  $E$  можно было выразить в виде

$$E = \rho(\nu, T) V d\nu, \quad (2)$$

где  $\rho(\nu, T)$  — спектральная плотность излучения, то флуктуации определялись формой спектрального распределения. Взяв его в виде закона распределения Планка

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (3)$$

Эйнштейн получил следующий результат:

$$(\overline{\Delta E})^2 = (V d\nu) \{h\nu\rho + (c^3/8\pi\nu^2) \rho^2\}, \quad (4)$$

где  $h$  — постоянная Планка, а  $c$  — скорость света.

Само существование флуктуаций энергии должно иметь место безотносительно к волновой или корпускулярной природе излучения, но конкретный вид полученного выражения привел Эйнштейна к дополнительным выводам. Волновая теория могла давать только второй член, что легко показать, взяв волновой предел спектрального распределения, т. е. классическое выражение для области низких частот, впервые полученное Релеем. Первый же член естественно интерпретировать как флуктуации, которые имели бы место, если бы излучение состояло из независимых частиц (числом  $E/h\nu$ ). Этот член должен доминировать в области высоких частот, т. е. в виновском пределе закона распределения.

Отсюда Эйнштейн сделал вывод, что флуктуации обуславливаются двумя независимыми причинами, так что адекватная теория излучения должна включать описание как волнового, так и корпускулярного механизма. В пользу этой точки зрения он привел совершенно независимый аргумент, рассчитав флуктуации импульса тела, подвешенного внутри полости при заданной температуре. Эти флуктуации, существование которых непосредственно вытекало из его теории броуновского движения, также содержали два члена той же структуры, которые отображали вклад волн и корпускул. Наличие флуктуаций импульса снова продемонстрировало, что одни только интерферирующие волны не могут удовлетворить требованиям термодинамического равновесия. Эйнштейн был уверен, что существование световых квантов представляет собой не-



обходимое следствие флуктуационных свойств излучения черного тела, но не является предположением, достаточным для вывода закона Планка. Поэтому он и считал, что «фундаментальное изменение наших взглядов на природу и структуру света неизбежно». Он был также убежден, что новая фундаментальная теория, включающая как кванты, так и интерференционные явления, вполне может быть построена.

Однако эта эйнштейновская программа не нашла поддержки. Даже те, кто обычно с симпатией относился к его другим работам, — такие ученые, как Макс Планк и Г.А. Лоренц, — высказывали только резкую критику по поводу световых квантов<sup>12</sup>. Построить наглядную квантовую теорию, которая могла бы объяснить интерференционные и дифракционные явления, оказалось невозможным, и физики не были подготовлены к тому, чтобы пожертвовать адекватно объяснявшей эти явления теорией электромагнитных волн на основе довольно ненадежных аргументов, которыми представлялись следствия теории флуктуации. В 1916 г. Роберт Милликен<sup>13</sup> в статье, сообщающей о полном экспериментальном подтверждении фотоэлектрического уравнения Эйнштейна, отметил «удивительную ситуацию, состоящую в том, что эти факты были правильно и точно предсказаны... с помощью той квантовой теории, которая ныне отвергается почти всеми». Милликен был здесь неправ только в одном пункте — он полагал, что представление о световых квантах, которое он называл «дерзкой, если не сказать, отчаянной гипотезой» Эйнштейна, одно время было принятым.

В том же 1916 г. Эйнштейн опубликовал еще одну статью об излучении, которая показывала, что он, по крайней мере, не отказался от своих представлений о квантовой структуре излучения<sup>14</sup>. Он нашел новый способ вывода планковского закона распределения — вывод, который он считал «поразительно простым и общим». Он

<sup>12</sup> См., например, замечание Планка по поводу статьи Эйнштейна в Зальцбурге: «Эйнштейновский сборник, 1971», стр. 354—356. См. также: M. P l a n c k. Zur Theorie der Wärmestrahlung.— Ann. Phys., 31, 758 (1910); H. A. L o r e n t z. Die Hypothese des Lichtquanten.— Phys. Z., 1910, 11, 349.

<sup>13</sup> R. A. M i l l i k a n. A direct photoelectric determination of Planck's h.— Phys. Rev., 1916, 7, 355.

<sup>14</sup> А. Эйнштейн. К квантовой теории излучения. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 393.

даже думал, что его можно назвать «истинным выводом» закона Планка <sup>15</sup>. Такое «чисто квантовое» рассмотрение базировалось на статистическом допущении о процессах испускания и поглощения, а также на основной квантовой гипотезе, что атомные системы обладают дискретным набором стационарных состояний. Доказательство опиралось на требование, чтобы поглощение и испускание излучения были достаточными для поддержания термодинамического равновесия атомов газа.

Основную идею Эйнштейна можно изложить в нескольких словах. Допустим, что  $m$  и  $n$  — два атомных состояния с энергиями  $\epsilon_m$  и  $\epsilon_n$ , причем  $\epsilon_m > \epsilon_n$ . Руководствуясь аналогией с поведением классического осциллятора в электромагнитном поле, Эйнштейн предположил, что вероятность  $dW_a$  того, что в течение промежутка времени  $dt$  атом, находящийся в состоянии  $n$ , поглотит энергию  $\epsilon_m - \epsilon_n$ , заимствовав ее от поля со спектральной плотностью излучения  $\rho$ , и совершит переход в состояние  $m$ , дается уравнением

$$dW_a = B_{mn}\rho dt. \quad (5)$$

Подобным образом вероятность испускания атомом, находящимся в возбужденном состоянии  $m$ , энергии  $\epsilon_m - \epsilon_n$  за промежуток времени  $dt$  и перехода его в состояние  $n$  предполагалась имеющей вид

$$dW_e = (B_{nm}\rho + A_{nm}) dt, \quad (6)$$

где два члена описывают соответственно процессы, стимулированные полем излучения, и процессы, осуществляющиеся спонтанно.

Поскольку указанные процессы излучения должны поддерживать термодинамическое равновесие атомов, мы можем приравнять скорости поглощения и испускания:

$$B_{mn}\rho g_n \exp(-\epsilon_n/kT) = \{B_{nm}\rho + A_{nm}\} g_m \exp(-\epsilon_m/kT), \quad (7)$$

где  $g_m$  и  $g_n$  — статистические веса состояний. Разрешая это уравнение относительно  $\rho$  и допуская, что  $\rho$  неограниченно возрастает с увеличением температуры, а также используя закон смещения Вина, Эйнштейн получил рас-

<sup>15</sup> Письмо А. Эйнштейна М. Бессо от 11 августа 1916 г.

пределение Планка для  $\rho$  и соотношение Бора

$$\varepsilon_m - \varepsilon_n = h\nu, \quad (8)$$

где  $\nu$  — частота излучения, связанного с переходом.

Дальнейший анализ Эйнштейна вскрыл новый аспект проблемы излучения. Для того чтобы сделать свою теорию внутренне согласованной, ему пришлось явно использовать направленный характер квантов энергии. Каждый испущенный квант должен был переносить в определенном направлении импульс  $h\nu/c$ . В том случае, когда испускание было вынужденным, это направление должно было совпадать с направлением внешнего излучения, что же касается спонтанного испускания, то его направление определялось чисто вероятностно. Но в любом из этих случаев испускание должно быть полностью направленным, так что сферические волны не могли существовать. Эйнштейн расценивал направленный характер квантов как главный новый результат своей работы. Это укрепило его уверенность в необходимости построения «подлинно квантовой теории излучения», несмотря на то, что он еще не приблизился «к установлению связи с волновой теорией». Однако эйнштейновская аргументация в пользу этого результата, основанная на броуновском движении молекулы во флуктуирующем поле излучения и представлявшая собой вариант его излюбленной идеи, не имела в глазах других теоретиков того значения, которое ей придавал Эйнштейн.

3. Эйнштейн упорно пытался найти решающий эксперимент, который мог бы четко и недвусмысленно разграничить волновую и корпускулярную теории излучения. Он думал, что нашел его, когда представил Берлинской академии наук в декабре 1921 г. статью об эксперименте, касающемся элементарного процесса испускания света<sup>16</sup>. Предметом обсуждения в ней был вопрос, является ли монохроматическим свет, испускаемый движущимся атомом в единичном элементарном процессе. Согласно волновой теории, частота  $\nu$ , испускаемая атомом, движущимся со скоростью  $v$ , должна была изменяться в зависимости от

---

<sup>16</sup> А. Эйнштейн. Об одном эксперименте, касающемся элементарного процесса испускания света. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 430.

угла  $\theta$  между скоростью и направлением наблюдения:

$$v = v_0 \{1 + (v/c) \cos \theta\}, \quad (9)$$

где  $v_0$  — частота, испускаемая покоящимся атомом. Это представляет собой доплер-эффект первого порядка. С другой стороны, согласно квантовой теории испускания света рассмотрение фундаментального уравнения Бора (8) заставило Эйнштейна «склониться к тому, чтобы приписать некоторую неизменную частоту каждому элементарному акту испускания, в том числе и испусканию движущегося атома»<sup>17</sup>. Эйнштейн предложил эксперимент, дающий возможность выбора из двух указанных альтернатив — частоты, меняющейся в зависимости от направления, что требовалось волновой теорией, и единой неизменной частоты, «предполагаемой, хотя и не требуемой квантовой теорией».

Движущийся источник света в примере Эйнштейна представлял собой возбужденные атомы пучка  $K$  канальных лучей (положительных ионов). С помощью линзы  $L_1$  и экрана  $S$  с малым отверстием можно было выделить свет, испускаемый небольшой частью пучка. Вторая линза  $L_2$ , расположенная так, что отверстие в экране находилось в ее фокусе, преобразовывала этот свет в пучок параллельных лучей. Точнее говоря, поверхности постоянной фазы преобразовывались в плоскости. В том случае, когда частота и длина волны испускаемого света меняются в зависимости от угла испускания, эти плоскости должны быть веерообразно наложенными друг на друга. Свет от верхней части пучка справа от  $L_2$  должен поэтому иметь меньшую частоту, нежели свет от нижней части.

---

<sup>17</sup> В конце своей короткой статьи Эйнштейн заметил, что независимость частоты отдельного элементарного процесса испускания от направления не противоречит существованию доплер-эффекта. Я должен признаться, что совершенно не понимаю этого замечания. Действительно, тогда доплер-эффект еще не получил своего обоснования на основе квантовой теории, хотя Эрвин Шредингер вскоре дал соответствующий вывод (E. S c h r ö d i n g e r. Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung.— Phys. Z., 1922, 23, 301. См. также: Э. Ф е р м и. Квантовая теория излучения. Науч. труды, т. I. М., 1971, стр. 375). Поскольку уравнение (9) оказывается справедливым с позиций как волновой, так и квантовой теорий, предсказанный Эйнштейном эффект не мог помочь выбору между ними. По всей видимости, Эйнштейн в данном пункте ошибся, но, насколько мне известно, никто не обратил на это внимания.

Если к тому же пропустить этот пучок света через рассеивающую среду, то плоскости постоянной фазы будут поворачиваться в направлении распространения, так как низкочастотный свет от верхней части пучка будет распространяться в рассеивающейся среде со скоростью, отличной от высокочастотного света от нижней части пучка. Это вращение, согласно Эйнштейну, должно было проявляться в виде отклонения пучка света от своего первоначального направления. Он рассчитал ожидаемое отклонение и нашел, что при разумных экспериментальных условиях можно получить легко измеримое отклонение в несколько градусов. В том же случае, когда частота не зависит от угла испускания, как «предполагалось» квантовой теорией испускания, такого отклонения не должно быть. Поэтому, если бы отклонения не наблюдалось, волновая теория столкнулась бы с прямым противоречием.

Через несколько недель Эйнштейн сообщил своему другу Паулю Эренфесту, что этот эксперимент был поставлен Гансом Гейгером и Вальтером Боте в Берлине и что результат был отрицательным: отклонения, предсказанного им на основе волновой теории, не наблюдалось<sup>18</sup>. Эренфест считал этот результат поразительным. «Если Ваш эксперимент со светом на самом деле оказывается антиклассическим, — писал он в открытке, — я, конечно, имею в виду последующую теоретическую и экспериментальную критику, — то, как Вы знаете, Вы действительно становитесь *неосторожным* по отношению ко мне... Я говорю это совершенно серьезно». Если бы этот результат оказался верным, то, как полагал Эренфест, Эйнштейн открыл бы «нечто совершенно колоссальное»<sup>19</sup>.

Именно потому, что этот антиклассический результат был таким удивительным, Эренфест не мог его игнорировать. Он еще раз написал Эйнштейну через два дня, чтобы сообщить некоторые тонкости по поводу распространения волн в рассеивающей среде, которых Эйнштейн не принял во внимание и которые ставили его теоретический результат под сомнение<sup>20</sup>. При рассмотрении распространения по фазовой скорости волн Эйнштейн рассуждал так, будто бы волновой цуг был бесконечно длин-

<sup>18</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту от 11 января 1922 г.

<sup>19</sup> Письмо П. Эренфеста А. Эйнштейну от 17 января 1922 г.

<sup>20</sup> Письмо П. Эренфеста А. Эйнштейну от 19 января 1922 г.

ным. В действительности же, однако, в экспериментальной установке наблюдалась группа волн, или волновой пакет. Это означало, что следовало рассматривать групповую скорость. Эренфест придавал большое значение волновым пакетам и групповой скорости. Несколькими годами раньше он обнаружил ошибку в работе крупного авторитета по волновому движению — лорда Релея, ошибку, которая возникла как раз по аналогичной причине<sup>21</sup>. Эренфест напомнил Эйнштейну о старой работе Дж. Гиббса<sup>22</sup>, в которой Гиббс теоретически рассматривал измерение скорости света в рассеивающей среде на основе эксперимента Фуко с вращающимся зеркалом. Гиббс показал, что «в то время как отдельная волна поворачивается, волновая нормаль группы остается неизменной, или, другими словами, что если мы зафиксируем внимание на какой-либо точке, движущейся вместе с группой..., то последовательные фронты волн, проходящие через эту точку, будут иметь одну и ту же ориентацию».

Эренфест увидел, что анализ Гиббса применим также и к эйнштейновскому эксперименту. Увеличение наклона плоскостей постоянной фазы действительно имеет место для индивидуальных волн, если они распространяются через рассеивающую среду, но эти волны перестают физически существовать, поскольку они распространяются из движущейся группы. Внутри движущейся группы волн всегда поэтому будет точно такое же распределение наклонов этих плоскостей, которое имеется при вхождении группы в рассеивающую среду.

Эренфест достаточно хорошо знал своего друга и предварил свое обсуждение следующим замечанием: «Конечно, Вы настолько знакомы с дьяволом, что, естественно, в конце концов окажетесь правы». В заключение он заметил: «Не сердитесь на меня, если я неправ, но не сердитесь на меня и если я прав».

Эйнштейн ответил, что теперь все критикуют его за недавно опубликованный результат<sup>23</sup>. Он и Макс фон

<sup>21</sup> P. Ehrenfest. Misst der Aberrationswinkel im Fall einer Dispersion des Äthers die Wellengeschwindigkeit?— Ann. Phys., 1910, 33, 1571; M. J. Klein. Paul Ehrenfest. The Making of a Theoretical Physicist. Amsterdam, 1970, Chapter 7.

<sup>22</sup> J. W. Gibbs. On the velocity of light as determined by Foucault revolving mirror. Перепечатано в The Scientific Papers of J. Willard Gibbs, v. 2. N. Y., 1906 (переиздано в 1961 г.), p. 253.

<sup>23</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту, полученное 22 января 1922 г.

Лауэ имели по этому поводу «постоянную дуэль» на берлинском коллоквиуме. Тем не менее Эйнштейн остался убежденным в своей правоте. Он выполнил новые и более строгие вычисления, основанные на волновой теории, которые были слишком длинными для того, чтобы приводить их в письме, и рассматривал свое доказательство как «окончательное (certain)» или, по крайней мере, «такое, которое физик-теоретик называет окончательным». Он сожалел о своих прошлых промахах и был удивлен, узнав, что Эренфест хотел бы поговорить и об этом новом доказательстве. Эйнштейн очень любил это доказательство.

Эренфест «хорошо отнесся к новому доказательству», но отказывался верить в отклонение, предсказанное с помощью волновой теории<sup>24</sup>. Он также был убежден в правильности своей позиции и не видел способа обойти выдвинутый им аргумент о группе волн. Поскольку «эксперимент *существенно* имеет дело с группами волн, никаких *индивидуальных* волн не движется от левого конца трубки [содержащей рассеивающую среду, дисульфид углерода] к правому; все волны, входящие слева, умирают за время своего блуждания в пустотах дисульфида углерода, те же, которые достигают правого конца, представляют собой *совершенно другие индивидуальные волны*, порожденные в этих пустотах. Они выходят наружу из правого конца с теми же самыми наклонами, с которыми их умершие родители входили в левый».

Через неделю Эйнштейн написал: «Вы были абсолютно правы»<sup>25</sup>. Он обнаружил ошибку в своих новых расчетах, и, когда он ее исправил, предсказывавшееся отклонение исчезло. Но вся проблема оказалась довольно запутанной, так что, вероятно, было полезным опубликование детальных расчетов, чтобы прояснить ее. Возможность этого предоставилась на следующем собрании Прусской академии 2 февраля 1922 г.<sup>26</sup> Расчеты, представленные Эйнштейном, по форме существенно отличались от расчетов Эренфеста и Гиббса, но главным пунктом было все же использование представлений о группе волн, а не о бесконечном цуге волн. Эйнштейну пришлось признать, что отрицательный результат, полученный Гейгером и Боте,

<sup>24</sup> Письмо П. Эренфеста А. Эйнштейну от 26 января 1922 г.

<sup>25</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту от 30 января 1922 г.

<sup>26</sup> А. Эйнштейн. К теории распространения света в диспергирующих средах. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 437.

не позволяет сделать вывода о волновой или корпускулярной природе испускания света.

4. Как бы то ни было, в начале 20-х годов физики не могли совершенно отказаться от эйнштейновских световых квантов, поскольку они давали эффективный способ описания явлений, подобных фотоэлектрическому эффекту. Большинство физиков, однако, вероятно, согласились бы с тем, что хотя излучение и должно обладать квантовыми чертами, эти черты проявляются только в тех случаях, когда свет испускается или поглощается, и что свободное распространение излучения должно описываться с помощью классической волновой теории <sup>27</sup>.

Это разделение стало невозможным проводить в областях, где были применимы и волновая, и корпускулярная теории света, что произошло после открытия эффекта Комптона <sup>28</sup>. Артур Комптон обнаружил, что длина волны рентгеновских лучей увеличивается, если они рассеиваются свободными электронами. Комптон <sup>29</sup> и Питер Дебай <sup>30</sup> независимо получили известные теперь уравнения для комптоновского рассеяния, рассматривая рентгеновские лучи как частицы, обладающие квантом энергии  $h\nu$  и импульсом  $h\nu/c$ , и применяя законы сохранения энергии и импульса к столкновению между этим квантом и покоящимся электроном. Так как этот подход привел к успешному описанию комптон-эффекта, большинство физиков рассматривало согласие между теорией и экспериментом как «определенное свидетельство в пользу существования световых квантов», как оценил его Дж. ван Флек <sup>31</sup>. Но некоторые шли еще дальше. Арнольд Зоммерфельд, например, писал Комптону, что его открытие прозвучало «похоронным звоном по волновой теории излучения» <sup>32</sup>,

---

<sup>27</sup> См., например, A. S o m m e r f e l d. Atomic Structure and Spectral Lines. New York, 1923, p. 253.

<sup>28</sup> A. H. C o m p t o n. A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements.— Phys. Rev., 1923, 21, 483.

<sup>29</sup> A. H. C o m p t o n. Secondary radiations produced by X-rays and some of their application to physical problems. Bull. Nat. Res. Council, 1922, N 20, p. 16.

<sup>30</sup> P. D e b a y e. Zerstreung von Röntgenstrahlen und Quantentheory.— Phys. Z., 1923, 24, 161.

<sup>31</sup> J. H. V a n V l e c k. Quantum principles and line spectra.— Bull. Nat. Res. Council, 1926, N 54, p. 270.

<sup>32</sup> Цитировано А. Комптоном в J. Franklin Inst., 1924, 198, 70.



поскольку теперь даже свободное излучение выглядело обладающим корпускулярными свойствами, как показала простая квантовая теория Комптона, основанная исключительно на законах сохранения. Эффект Комптона рассматривался всеми как решающий эксперимент такого типа, который искал Эйнштейн.

Квантовое объяснение комптон-эффекта имело и другие следствия. Появилась возможность приступить к решению старой, запутанной и нерешенной проблемы теплового равновесия между свободными электронами и излучением. Г. А. Лоренц и А. Д. Фоккер работали над этой проблемой десятью годами раньше и не смогли построить правдоподобной теории, которая объясняла бы максвелловское распределение скоростей электронов и распределение Планка для излучения<sup>33</sup>. Вольфганг Паули взялся за решение ее в 1923 г. и показал, что комптоновское рассеяние обеспечивает механизм, способствующий достижению этой цели<sup>34</sup>. Метод Паули представлял собой модификацию метода, использованного Эйнштейном в его теории излучения 1916 г. Через несколько месяцев после появления статьи Паули Эйнштейн и Эренфест показали, что его аргументацию можно сделать более ясной для понимания, если рассматривать комптоновское рассеяние как двухступенчатый процесс: поглощение электроном кванта частоты  $\nu$  и испускание кванта частоты  $\nu'$ , причем оба кванта характеризовались соответствующими направлениями, а весь процесс подчинялся законам сохранения энергии и импульса<sup>35</sup>. Эйнштейновские свободные световые кванты еще раз оказались существенными для понимания всего явления.

Тем не менее еще не все были убеждены, что эффект Комптона доказывает существование световых квантов. Наиболее выдающейся фигурой среди неверующих был

---

<sup>33</sup> См.: H. A. L o r e n t z. Sur l'application au rayonnement du théoreme de l'équipartition de l'énergie. Dans: La théorie du rayonnement et les quanta. P. Langevin and M. de Broglie (ed.). Paris, 1912, p. 35; W. P a u l i. Quantentheorie. In: Handbuch der Physik, Bd. 23. Quanten. H. Geiger (Hsg). Berlin, 1926, p. 18.

<sup>34</sup> W. P a u l i. Über das thermische Gleichgewicht zwischen Strahlung und freien Elektronen.— Z. Phys., 1923, 18, 272.

<sup>35</sup> А. Эйнштейн (совместно с П. Эренфестом). К квантовой теории радиационного равновесия. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 450.

Нильс Бор, и мы должны теперь попытаться понять, почему он занял такую позицию.

5. Первая серия знаменитых статей Бора, написанных в 1913 г., касалась проблемы, названной в ее заглавии: «О строении атомов и молекул»<sup>36</sup>. Это исследование не имело главной целью объяснение атомных спектров, и в высшей степени успешная боровская теория водородного спектра, разработанная всего за несколько недель до того, как Бор послал первую статью серии в печать, выглядит почти как отступление от написанного им: «Главная тема этой статьи — обсуждение устойчивого состояния системы, состоящей из ядра и связанных электронов»<sup>37</sup>.

По мере развития боровских идей в последующие годы анализ спектров стал играть все более и более существенную роль, поскольку именно он оказался наилучшим способом исследования структуры атома. Статьи Бора и вообще вся старая квантовая теория имели дело с двумя основными проблемами: какова природа стационарных состояний атомных систем и как структура атома, определенная этими стационарными состояниями, определяет физические и химические свойства соответствующего элемента? (Характер атомного спектра был наиболее важным из этих физических свойств.)

Ни в одной из своих работ, написанных до 1922 г., насколько мне известно, Бор ни словом не касался проблемы природы излучения<sup>38</sup>. Правда, он сделал одно замечание о ней в берлинской лекции 1920 г., на которой присутствовал Эйнштейн, но лишь для того, чтобы отказаться от ее рассмотрения. «Я не буду, — сказал он, — обсуждать здесь известные трудности, к которым приводит «гипотеза световых квантов» в связи с явлениями интерференции, для объяснения которых классическая теория излучения оказалась так замечательно приспособленной. Я вообще не буду рассматривать проблему природы излучения»<sup>39</sup>.

<sup>36</sup> (а) Н. Б о р. О строении атомов и молекул. Избр. науч. труды, т. I. М., 1970, стр. 84. (б) Эти три статьи перепечатаны в книге «On the Constitutions of Atoms and Molecules» (Copenhagen, 1963) с обширным и информативным предисловием Л. Розенфельда.

<sup>37</sup> См.: Н. Б о р (ссылка 36 б), стр. 20.

<sup>38</sup> Аналогичное замечание сделано у К. Мейер-Абиха (ссылка 4б, стр. 108).

<sup>39</sup> N. B o h r. The theory of spectra and atomic constitution. Cambridge, 1922, p. 22.

Однако, несмотря на то, что Бор не писал о проблеме излучения, он, несомненно, размышлял над ней. На него произвел глубокое впечатление новый эйнштейновский статистический вывод распределения Планка, который свидетельствовал также в пользу его собственного характеристического постулата, и Бор воспользовался идеей вероятности переходов (как спонтанных, так и индуцированных) в своих последующих работах. Он особо обратил внимание на тот факт, что Эйнштейн сделал свое основное допущение по аналогии с классической теорией излучения<sup>40</sup>. Связь работы в новой области с классической теорией всегда была предметом интереса Бора.

В своей статье 1913 г. о спектре водорода Бор предположил, что частота спектральной линии, испущенной атомом, пропорциональна разности между энергиями начального и конечного стационарных состояний атома. Это, как говорил Бор, было «в очевидном противоречии с обычными представлениями электродинамики», поскольку нарушало классическое представление о том, что испускаемая частота была частотой некоторого внутреннего движения в атоме. Это предположение было наиболее загадочной и возбуждающей чертой теории Бора (через несколько лет Эрвин Шредингер все еще считал ее «чудовищной» и «непостижимой»<sup>41</sup>). Но Бор показал также, что его новое допущение приводило к частотам, которые полностью согласовывались с предсказаниями классической теории для испускания в длинноволновом пределе — том самом, в котором планковский закон распределения переходил в классическую релеевскую форму.

Бор отнесся к этому результату весьма серьезно — настолько серьезно, что он стал центральным пунктом и регулятивным принципом его работы. В области больших квантовых чисел, где стационарные состояния расположены близко друг к другу и испускаемые волны были длинными, частоты, вычисленные с помощью квантовой теории, должны были совпадать с вычисленными классически, а вероятности перехода просто относились к амплитудам соответствующих гармонических компонент движения. Этот принцип соответствия стал весьма мощным ме-

<sup>40</sup> N. B o h r. The quantum theory of line spectra. D. Kgl. Danske Vid. selskab. Skrifter. Natur og Math. Afd., 1918, (8) 4, 1, 7.

<sup>41</sup> Letters on wave mechanics, by K. Przibram (ed.), trans. M. J. Klein. New York, 1967, p. 61.

тодом для решения специфических проблем теории спектров, но Бор видел его реальный смысл в большем: он делает возможным, писал он, «в некотором смысле рассматривать эту теорию [квантовую теорию спектров] как естественное обобщение наших обычных представлений об излучении»<sup>42</sup>. В его поисках новой теории принцип соответствия был одной из немногих надежных путеводных нитей; он давал Бору возможность сохранять тесный контакт с результатами классической электромагнитной теории в ходе поисков квантовой теории, которая была бы ее «естественным обобщением».

6. В апреле 1921 г. состоялся третий Сольвеевский конгресс «Атомы и электроны». Бор хотел быть там одним из главных докладчиков, однако болезнь помешала ему прибыть в Брюссель. Он так никогда и не закончил доклад о применении квантовой теории к атомным проблемам, который собирался прочитать, написав только его часть. Эта часть была зачитана Эренфестом, вошла в труды конгресса и содержала краткое обсуждение проблемы излучения, подчеркивавшее важность принципа соответствия<sup>43</sup>. Гипотезе свободных световых квантов Бор посвятил лишь несколько предложений, но одно из его замечаний заслуживает того, чтобы привести его здесь. «Такое представление, — писал он, — кажется, с одной стороны, открывающим единственную возможность описания фотоэлектрического эффекта, *если мы будем придерживаться неограниченной применимости идеи сохранения энергии и импульса*. С другой стороны, однако, оно обнаруживает кажущиеся непреодолимыми трудности с точки зрения явлений оптической интерференции...» Слова, выделенные мною курсивом, наводят на мысль, что Бор уже имел в виду возможность, что законы сохранения могут оказаться не универсально справедливыми.

То, что Бор действительно размышлял об этом, подтверждается написанным Эренфестом об идеях своего друга несколькими месяцами позднее. В открытке, адресованной Эйнштейну, которая уже цитировалась выше, Эренфест писал, что он был очень удивлен боровской реакцией на предложенный Эйнштейном решающий экспери-

<sup>42</sup> Н. Б о р. Влияние электрических и магнитных полей на спектральные линии. Избр. науч. труды, т. I, стр. 380.

<sup>43</sup> N. B o h r. L'application de la théorie des quanta aux problèmes atomiques. — Dans. Atomes et Electrons. Paris, 1923, p. 241—242.

мент. Эренфест незадолго до этого был в Копенгагене, где посетил Бора, и так сообщил Эйнштейну о том, чем заняты мысли Бора: «Если бы я смог точно воспроизвести его мнение по этому поводу, то я сформулировал бы его следующим образом. Он гораздо более склонен отказаться от теорем энергии и импульса (в их классической форме) для элементарных атомных процессов и принять их только статистически, чем «возлагать вину на эфир»<sup>44</sup>.

Идея об ограниченной справедливости законов сохранения как возможное средство примирения волнового и квантового аспектов света, по-видимому, в этот период времени возникла у нескольких ученых. Так, еще летом 1919 г. Чарльз Дарвин писал Бору, сообщая ему свои общие взгляды на проблемы квантовой теории<sup>45</sup>. Дарвин считал, что «возражения против законов сохранения совершенно непреодолимы». Он заметил, что Фридрих Линдеман говорил ему об обсуждении этой темы с Эйнштейном: Эйнштейн «пытался обойтись без идеи сохранения», но в конце концов нашел, что «без нее оказалось не лучше, чем с ней».

Бор сразу же начал составлять длинный ответ на письмо Дарвина, в котором пытался сформулировать свои собственные взгляды на некоторые основные вопросы, касающиеся принципов квантовой теории. Это оказалось слишком большой проблемой, чтобы ее можно было разрешить в одном письме, — она была жизненно важной для Бора, — и ответ Дарвину так никогда и не был отослан<sup>46</sup>. Сохранился лишь неоконченный черновик боровских идей, который представляет собой замечательный очерк «научного самосознания (плохого или хорошего?) физика-квантовика», как Бор характеризовал его почти три года спустя, когда он, наконец, написал Дарвину<sup>47</sup>.

Бор начал с довольно общих замечаний о природе научного рассуждения, по-видимому стимулированный дарвиновской критикой доказательств необходимости

---

<sup>44</sup> Письмо П. Эренфеста А. Эйнштейну от 17 января 1922 г.

<sup>45</sup> Письмо Ч. Дарвина Н. Бору от 20 июля 1919 г. (документы, цитированные в ссылках 45—47, находятся в Архиве истории квантовой физики. На них обратил мое внимание проф. Роджер Стювер).

<sup>46</sup> Н. Бор, недатированный черновик письма Ч. Дарвину.

<sup>47</sup> Письмо Н. Бора Ч. Дарвину от 14 февраля 1922 г.

квантовой теории, похожей на критику Пуанкаре<sup>48</sup>. «Прогресс в науке состоит в подчеркивании трудностей, — писал он. — Весь прогресс физики дает не доказательства, а только простые взаимосвязи между различными понятиями». Бор дошел даже до того, что квалифицировал «самые общие рассуждения в науке как оппортунистические». Он согласился с Дарвином, что фотоэлектрический эффект был «самым главным свидетельством» в пользу применимости квантов к нестатистическим явлениям. Однако Бор думал также, что «замечательное обращение фотоэлектрического эффекта, которое мы видим в явлениях возбуждения спектральных линий», делает «очень трудной» любую попытку объяснить подобные вещи статистически. Он был склонен согласиться с довольно широко распространенной точкой зрения, что волновая теория света справедлива для свободно распространяющегося излучения и «что все трудности сконцентрированы во взаимодействии между электромагнитными силами и веществом». Однако в отношении этого взаимодействия Бор был «склонен к принятию самых радикальных и даже мистических точек зрения, какие только можно вообразить». Он полагал, что о сохранении энергии «не может быть никакой речи», и удивился, если бы частота падающего света оказалась чем-то вроде «ключа к замку, контролирующему начало междуатомного [внутриатомного?] процесса». В квантовой теории даже определение энергии не было тривиальным и требовало использования «принципа механической преобразуемости» — так Бор называл адиабатический принцип Эренфеста. Только это обстоятельство предохраняло его от репутации быть «таким криминальным, как оно выглядит на первый взгляд, и позволяло многим с легким сердцем относиться к фундаментальным трудностям, связанным с ним, продолжая в то же время оставаться серьезным исследователем в современной [искаленной?] физике».

Приведенные комментарии представляют собой лишь часть черновика письма, которое никогда не было отослано, но Бор выразился по сути дела в том же духе в одной из своих больших статей, написанной через несколько

---

<sup>48</sup> H. P o i n c a r é. Sur la théorie des quanta.— J. Phys., 1912, 21, 5; R. M c C o r m m a c h. Henri Poincaré and the quantum theory.— Isis, 1967, 58, 37.

лет <sup>49</sup>. Эта работа, законченная в 1922 г., была задумана как начало серии статей о применении квантовой теории к строению атома. В действительности же она оказалась единственной опубликованной статьей из этой серии. В ней шла речь об основных постулатах квантовой теории. Бор хотел сформулировать и объяснить принципы, лежащие в основе применения этой теории к строению атома, что охватило к тому времени обширную область явлений и продолжало непрерывно расширяться. Но намерения Бора не ограничивались этой задачей. Он хотел рассмотреть вопрос «о возможности представления принципов квантовой теории таким образом, чтобы их применение было свободно от противоречий».

Именно в связи с этим вопросом Бор, наконец, оказался вынужденным явно высказать свое отношение к эйнштейновской гипотезе световых квантов. Это он сделал в заключительной части своей большой статьи «О формальной природе квантовой теории». В ней Бор подчеркнул, что гипотезу световых квантов следует рассматривать как исключительно формальную. Представление о распространении света в виде локализованных и неделимых порций энергии «явно связывало некоторые классы явлений типа фотоэлектрического эффекта с квантовой теорией», но оно не могло «никоим образом рассматриваться как удовлетворительное решение». Гипотеза квантов света не только приводила к «непреодолимым трудностям при своем применении к явлениям интерференции», но даже «в принципе исключала возможность рационального определения понятия частоты  $\nu$ , играющего решающую роль в теории этих явлений». Никому не удавалось получить адекватную картину процессов интерференции, отправляясь от гипотезы Эйнштейна. Кроме этого, успех гипотезы световых квантов в описании «некоторых аспектов явлений» свидетельствовал в пользу воззрения, что «полное пространственно-временное описание процессов в атомах не может быть произведено [свободным от противоречий способом] с помощью понятий, заимствованных из классической электродинамики. Следует отметить, что до настоящего времени эти понятия являлись единственными

---

<sup>49</sup> Н. Б о р. О применении квантовой теории к строению атома. Часть I. Основные постулаты квантовой теории. Избр. науч. труды, т. 1, стр. 482.

средствами для определения принципов, лежащих в основе применений квантовой теории»<sup>50</sup>.

Бор также подчеркнул большие трудности, связанные с попытками создания квантовой теории дисперсии. Классическая теория предполагала, что освещенный атом является источником вторичных волн, когерентных падающим первичным волнам. Характеристические частоты эквивалентных осцилляторов, однако, должны были быть такими, которые наблюдались в спектре поглощения. Одним же из основных допущений квантовой теории было то, что частоты поглощения не совпадали с частотами каких-либо движений электронов в атоме<sup>51</sup>.

Из всех этих трудностей можно было сделать вывод, что «общее описание явлений, в которых законы сохранения энергии и импульса в их классической формулировке сохраняли бы свою справедливость вплоть до деталей, дать невозможно». Имея это в виду, Бор предостерегал: «Надо быть готовым к тому, что выводы из этих законов будут обладать лишь ограниченной справедливостью»<sup>52</sup>, и искал опоры не в законах сохранения, а скорее — в принципе соответствия и адиабатическом принципе Эренфеста. Они были более пригодны для дальнейшего развития квантовой теории строения атома, позволяя «надеяться на будущую последовательную теорию, которая одновременно будет воспроизводить наиболее характерные для применения черты квантовой теории и тем не менее сможет рассматриваться как [рациональное] обобщение классической электродинамики»<sup>53</sup>.

Статья Бора напечатана весной 1923 г., так что его отрицание световых квантов опубликовано приблизительно в то же самое время, что и работы Комптона и Дебая, — работы, показавшие, как просто и естественно световые кванты можно было использовать для описания эффекта Комптона.

7. Некоторые другие физики к этому времени также были готовы к рассмотрению отказа от строгой справедливости законов сохранения. Зоммерфельд так комментировал эту идею в своем широко известном трактате о строении атома и спектрах: «Самая умеренная модифи-

<sup>50</sup> Там же, стр. 518.

<sup>51</sup> Там же, стр. 522.

<sup>52</sup> Там же, стр. 524.

<sup>53</sup> Там же, стр. 525.



кация волновой теории, следовательно, должна состоять в отказе от теоремы энергии применительно к отдельному явлению излучения и в предположении ее справедливости только в среднем для множества таких процессов». Он рассматривал это как гораздо менее крайний способ изменения, чем принятие справедливости гипотезы световых квантов, которая низводила максвелловские уравнения поля до уровня «статистических приближений»<sup>54</sup>. Но, несмотря на то, что некоторые физики были склонны к отрицанию законов сохранения, никто из них не мог использовать это отрицание для построения теории излучения, способной описать как волновые, так и корпускулярные его свойства.

Одним из размышлявших над этими вопросами в течение зимы 1923/24 г. был Джон Слестер, только что получивший степень доктора философии в Гарварде и проводивший год в Европе на стажировке. В начале декабря 1923 г. Слестер написал из Англии Г. А. Крамерсу, который с 1916 г. работал вместе с Бором, чтобы уточнить детали своей поездки в Копенгаген через месяц<sup>55</sup>. Слестер кратко упомянул, что он полагает, что может дать некоторый способ последовательного объяснения дисперсии и ряда других проблем на основе световых квантов. Для этого надо было построить электромагнитное поле, определявшее движение этих квантов с помощью теоремы Пойнтинга; это поле должно иметь частоты линий испускания и амплитуды, определяемые принципом соответствия.

Более подробно Слестер изложил свою идею в письме, посланном в *Nature* из Копенгагена в конце января<sup>56</sup>. Он указал на необходимость согласования свойств света, описываемых с помощью волн и квантов. Несмотря на то, что дискретная сторона явлений была «явно более фундаментальной», Слестер думал, что ему удалось продвинуться вперед «посредством ассоциирования существенно непрерывного поля излучения с непрерывностью существования в стационарных состояниях, а дискретных изме-

---

<sup>54</sup> А. З о м м е р ф е л ь д. Строение атома и спектры (ссылка 27), стр. 253.

<sup>55</sup> J. C. S l a t e r. Письмо Г. А. Крамерсу от 8.XII 1923 (Архив истории квантовой физики).

<sup>56</sup> J. C. S l a t e r. Radiation and atoms.— *Nature*, 113, 307 (1924).

нений энергии и импульса — с дискретными переходами из одного состояния в другое».

Он предположил, что атом в любом из своих стационарных состояний окружен «виртуальным полем излучения, порожденным осцилляторами, имеющими частоты возможных квантовых переходов». Это виртуальное поле излучения должно было обеспечивать статистическое сохранение энергии и импульса, определяя вероятности возможных переходов. Виртуальное поле некоторой данной частоты, порожденное самим атомом, определяло вероятность спонтанных переходов, в то время как виртуальные поля, обусловленные другими атомами, определяли вероятности индуцированного испускания и поглощения — в значительной степени, как и предполагал Эйнштейн. При осуществлении какого-то атомного перехода виртуальное поле излучения должно было внезапно изменять свой характер так, чтобы частоты, содержащиеся в нем после перехода, соответствовали новому стационарному состоянию атома.

Слетер заметил, что хотя в его первоначальное намерение входило построение такого поля, которое могло бы рассматриваться как направляющее световые кванты, он был убежден Крамерсом в том, что его новый подход на самом деле влечет за собой «гораздо бóльшую независимость между процессами перехода в удаленных друг от друга атомах, чем [он] ранее представлял себе». Много лет спустя Слетер объяснил, что статистический вариант законов сохранения был, по его словам, «вставлен в теорию Бором и Крамерсом, в противоположность моим более здравым суждениям». Он предпочел бы сохранить световые кванты «как реальные сущности» и потребовать от них точного выполнения законов сохранения, однако «Бор и Крамерс так энергично возражали против этой точки зрения», что он примкнул к ним, «чтобы сохранить мир и опубликовать основную часть своего допущения»<sup>57</sup>.

В своем письме в *Nature* Слетер отсылал за деталями к последующей статье, написанной вместе с Бором и Крамерсом. Хотя эта статья появилась как работа всех трех авторов, Слетер писал одному из своих друзей, что в дей-

---

<sup>57</sup> Письмо Дж. Слетера Б. Л. ван дер Вардену от 4 ноября 1964 г. Цитировано в кн.: V. L. van der Waerden (ссылка 4с), стр. 13.

ствительности всю ее написали Бор и Крамерс<sup>58</sup>. Статья написана в стиле Бора. Слетеровское виртуальное поле излучения, ассоциированное с атомом в одном из его стационарных состояний и первоначально предполагавшееся в качестве одной из составных частей теории световых квантов, теперь стало центральным пунктом новой теории излучения — теории, которая не должна была использовать световые кванты.

Бор начал с длинного введения, подчеркивая трудности в основных представлениях квантовой теории и тот прогресс, который был тем не менее достигнут в атомной физике путем использования некоторых из них<sup>59</sup>. Он еще раз указал, что квантовая теория имеет исключительно «формальный характер», поскольку она не дает «описания механизма прерывных процессов», о которых она говорит. Бор упомянул об аргументах Эйнштейна, основанных на условиях термодинамического равновесия между веществом и излучением, и о выводе Эйнштейна из этих аргументов, что световые кванты должны нести импульс  $h\nu/c$  в определенном направлении. Он допускал, что это заключение рассматривается как некоторый довод в приписывании теории световых квантов определенной физической реальности и что оно недавно было с большим успехом использовано для объяснения эффекта Комптона и для прояснения ряда других проблем<sup>60</sup>. Однако следующий параграф показывает, почему Бор не был удовлетворен этим очевидным прогрессом. Квантовая теория атомных процессов «должна в некотором смысле быть в конечном счете естественным обобщением» классической электродинамики. Этот принцип — принцип соответствия в самом широком смысле — был в центре внимания Бора; он был его единственным руководством в попытках создания новой физики. Эйнштейновские кванты света не могли быть поняты в терминах соответствия, и по этой причине теорию излучения следовало строить на каком-то другом пути. Идея Слетера, казалось, обеспечивала необходимый отправной пункт для этого. Такой новый

---

<sup>58</sup> Письмо Дж. Слетера Дж. ван Флеку от 27 июля 1924 г. (Архив истории квантовой физики).

<sup>59</sup> Н. Б о р, Г. А. К р а м е р с, Дж. С л е т е р. Квантовая теория излучения.— В кн.: Н. Б о р. Избр. науч. труды, т. 1, стр. 526.

<sup>60</sup> Там же, стр. 529.

подход «никоим образом не ликвидировал формального характера теории» — он не давал картины механизма переходов и не исключал их вероятностного описания, но он был «определенным прогрессом» в реинтерпретации явлений излучения <sup>61</sup>.

Атом в некотором стационарном состоянии следовало мыслить как «непрерывно связанный с другими атомами» посредством виртуального поля излучения, частоты которого представляли собой частоты всех переходов из данного состояния, разрешенные ранней теорией Бора. В каждом из стационарных состояний атом, следовательно, был эквивалентным определенному набору виртуальных гармонических осцилляторов. Такой подход уже был использован несколькими годами раньше Р. Ладенбургом в его работе о дисперсии <sup>62</sup>. Частота, интенсивность и поляризация спектральных линий соотносились со структурой атома в точности так же, как и раньше, но осуществление переходов детерминировалось совершенно другим образом.

Согласно теории Бора, Крамерса и Слетера, осуществление перехода в атоме зависело от начального стационарного состояния этого атома и от состояний тех других атомов, которые создавали виртуальное поле излучения в том месте, где находится первый атом. Осуществление перехода в данном атоме, однако, не зависело от осуществления переходов в остальных атомах. Это означало отказ «от любой попытки установить причинную связь между переходами в отдаленных атомах и, в первую очередь, от прямого применения законов сохранения энергии и импульса, столь характерных для классических теорий» <sup>63</sup>.

Таким образом, согласно теории световых квантов, если некоторый атом поглотил квант  $h\nu$ , совершая переход из состояния 1 к состоянию 2 (где  $h\nu = E_2 - E_1$ ), то какой-то другой атом должен был предварительно испустить этот квант, совершив переход из состояния 2 в состояние 1. С другой стороны, согласно новой теории атом в состоянии 1, который поглощает излучение, должен под-

<sup>61</sup> Там же, стр. 531.

<sup>62</sup> R. L a d e n b u r g. Die quantentheoretische Deutung der Zahl der Dispersionselektronen.— Z. Phys., 1921, 4, 451. Англ. перевод см. в кн.: В. L. van der W a e r d e n (ссылка 40), стр. 139.

<sup>63</sup> Н. Б о р, Г. К р а м е р с, Дж. С л е т е р (ссылка 59), стр. 532.

вергаться воздействию [must be subject] виртуального поля излучения частоты  $\nu$ , порожденного другим атомом в состоянии 2, однако для осуществления поглощения не требовалось никакого действительного перехода в этом другом атоме. Он мог оставаться в состоянии 2, но тем не менее его виртуальное поле излучения могло вызывать переходы, в которых любое число других атомов приобретало энергию  $E_2 - E_1$ .

Хотя согласно этой точке зрения энергия в индивидуальных процессах испускания или поглощения не сохранялась, она должна была сохраняться в среднем для большого числа такого рода событий. Это обеспечивалось «особенностями взаимодействия между виртуальным полем излучения и облучаемыми атомами»<sup>64</sup>. Авторы имели в виду механизм, весьма похожий на классическую волновую теорию. Атом, освещенный виртуальным излучением, должен был стать источником вторичного виртуального излучения той же частоты. Амплитуда этих вторичных виртуальных волн должна быть большой, если и только если частота падающего излучения была близка к частоте одного из виртуальных осцилляторов, ассоциированных со стационарным состоянием, в котором пребывал атом. Отношение фаз вторичных и падающих волн должно определять, приведет ли интерференция между ними к уменьшению или увеличению интенсивности виртуального поля излучения. Если эта интенсивность уменьшалась, то виртуальное поле становилось менее способным вызывать переходы в других атомах. (Вероятность какого-либо индуцированного перехода, впервые введенная Эйнштейном, считалась определяемой интенсивностью виртуального поля излучения, имеющего частоту, соответствующую данному переходу.) Если виртуальный осциллятор соответствовал переходу, который увеличивал энергию атома, фазовые отношения должны были быть такими, чтобы уменьшать интенсивность виртуального поля излучения, обеспечивая тем самым статистическую справедливость закона сохранения энергии. Аналогичные замечания можно сделать и в отношении закона сохранения импульса, поскольку переход, сопровождающийся изменением энергии  $h\nu$ , вызывал также изменение импульса  $h\nu/c$  в некотором направлении.

---

<sup>64</sup> Там же, стр. 533.

Бор, Крамерс и Слетер рассмотрели в своей статье целый ряд явлений, показав, как можно их интерпретировать с помощью новой теории излучения. В некоторых случаях новая теория приводила к экспериментальным следствиям, резко отличающимся от выводов прежней теории. Так, например, старая и новая теории давали различные ответы на вопрос о длительности свечения пучка атомов, испускаемых светящимся разрядом в вакуум. Согласно прежней теории даже если бы все испускаемые атомы были в одном и том же возбужденном состоянии и обладали одной и той же скоростью, спад светимости должен был представлять собой суперпозицию экспонент, каждая из которых описывала одну из множества различных вероятностей переходов, соответствующих каждой из испущенных линий. Согласно новой теории, с другой стороны, все спектральные линии, берущие начало в данном состоянии, должны были ослабляться в одной и той же степени. Имевшиеся в то время экспериментальные данные не позволяли сделать выбор между этими двумя явно различными предсказаниями <sup>65</sup>.

Другим экспериментом, обсуждения которого Бор и его сотрудники никак не могли избежать, был эффект Комптона — в особенности потому, что он обычно рассматривался как прямое доказательство существования световых квантов. Сам Комpton уже показал, что изменение излучения, состоящее в увеличении его длины волны, формально можно интерпретировать как возникновение вторичного излучения, испускаемого воображаемым источником, испытывающим отдачу, в результате чего имеет место эффект Доплера. Этот воображаемый источник нельзя было отождествлять с действительно освещаемым электроном, так как скорость, которую нужно было ему приписать, отличалась от скорости электрона. Бор был вынужден признать, что эта черта интерпретации с помощью виртуальных волн была «весьма отлична от классических концепций», однако он думал, что это не дает оснований отрицать ее как неадекватную, поскольку она была всего лишь «формальной интерпретацией». Хотя испускание рассеянного излучения со специфически измененной длиной волны можно было описать таким образом с помощью теории непрерывных виртуальных волн, Бор

---

<sup>65</sup> Н. Бор, Г. Крамерс, Дж. Слетер (ссылка 59), стр. 536.

и его сотрудники все-таки были вынуждены включить в свой анализ и элемент прерывности. Им пришлось допустить, «что облучаемый электрон обладает определенной вероятностью приобрести в единицу времени некоторую конечную величину импульса в данном направлении»<sup>66</sup>. Отдача электрона и возникновение рассеянного излучения с измененной длиной волны с этой точки зрения оказывались не связанными между собой событиями. Этот вывод резко контрастировал с результатом анализа Комптона и Дебая, основанном на представлении о световых квантах.

8. В 1924 г. ни одна из статей Бора не оставалась незамеченной. Тем более это относится к статье, затрагивавшей фундаментальные проблемы, какой была статья трех авторов. Тем не менее понять то, что имел в виду Бор, никогда не было легким делом. Тогда еще не было никаких уравнений, которые могли бы помочь читателю в расшифровке сжатого и трудного стиля изложения Бора. По сути дела, все математическое содержание семнадцатистраничной статьи исчерпывалось единственным уравнением

$$h\nu = E_1 - E_2.$$

Одним из первых откликнулся на статью в печати Эрвин Шредингер<sup>67</sup>. Его очень заинтересовал новый способ рассмотрения излучения, отчасти оттого, что в нем акцентировалось внимание главным образом на непрерывных, а не на дискретных аспектах явлений. Шредингеру нравилась идея возврата к волновой теории, в которой можно было обойтись без световых квантов. (Примечательно, что он нигде не упоминал, что поля излучения, порождаемые атомами в стационарных состояниях, были только виртуальными полями.) Особенно Шредингера привлекало предположение о статистическом характере закона сохранения энергии. С этим предположением он познакомился из работ своего учителя Франца Экснера, а в своей цюрихской лекции при вступлении в должность высказал ряд мыслей о возможности того, что мир в сво-

<sup>66</sup> Там же, стр. 539.

<sup>67</sup> E. Schrödinger. Bohr's neue Strahlungshypothese und der Energiesatz.— Naturwissenschaften, 1924, 12, 720. Обсуждение этой работы см. в кн.: W. T. Scott. Erwin Schrödinger. An Introduction to his writing. Amsterdam, 1967, p. 30, 48.

ей основе является акаузальным и что законы сохранения справедливы лишь статистически. Теория Бора, Крамерса и Слетера представила эти старые предположения и спекуляции «впервые в форме, которую можно понять», и Шредингер, после того как он дал краткое изложение их теории в характерном для него живом стиле, перешел к разработке некоторых следствий из нее. Он подчеркнул одно из следствий статистического характера сохранения энергии: должны существовать соответствующие флуктуации энергии в изолированной системе, — «истинные» флуктуации энергии в том смысле, что они не были обусловлены контактом с другой системой, как в тепловой бане. Несмотря на то, что эти внутренние флуктуации не приводили к губительным последствиям, как это могло показаться на первый взгляд (это Шредингер продемонстрировал с помощью примера, в основе которого лежала аналогия с безудержной инфляцией того времени), они все же обладали некоторыми специфическими особенностями. Обычно они были слишком малы, чтобы их можно было наблюдать, однако с увеличением времени наблюдения их величина с необходимостью должна была неограниченно возрастать, что в лучшем случае было весьма загадочно.

Некоторые физики попытались разработать детали программы, предложенной Бором и его сотрудниками. Рихард Беккер в Берлине, основываясь на новом подходе к излучению, попробовал построить единую теорию для дисперсии и поглощения<sup>68</sup>. Обычно эти явления трактовались независимо друг от друга с помощью волновых и квантовых методов. Беккер же так объяснил природу сферических волн, испускаемых атомом в стационарном состоянии, что оба явления могли быть поняты совместно. В Амстердаме Дж. Д. ван дер Ваальс младший указал на одну непоследовательность в теории Бора — Крамерса — Слетера<sup>69</sup>. Он не видел оснований для невозможности трактовать поглощение импульса непрерывно в рамках этой теории, как это было сделано в отношении поглощения энергии. Он полагал, что такой способ рассмотрения

<sup>68</sup> R. B e c k e r. Über Absorption und Dispersion in Bohrs Quantentheorie. — Z. Phys., 1924, 27, 173.

<sup>69</sup> J. D. van der W a a l s, Jr. Remarques relatives à des questions du domaine de la théorie des quanta. — Arch. Néerl., 1925, 8, 300. На эту статью обратил мое внимание проф. П. Формен.



импульса был необходим для сохранения последовательности теории и поставил под вопрос убедительность старых эйнштейновских аргументов, введивших прерывные изменения импульса  $h\nu/c$ , исходя из термодинамических соображений. Последний пункт был подробно рассмотрен также в геттингенской диссертации Паскуалья Иордана <sup>70</sup>. Иордан предложил обобщить статистические аргументы Эйнштейна так, чтобы избежать необходимости предположений об «игольчатом излучении», но все-таки прийти к планковскому закону излучения. Эйнштейн вскоре указал, однако, что, несмотря на «изобретательные» рассуждения Иордана, его обобщение заходит слишком далеко; оно вообще не позволяет определить коэффициент поглощения, поскольку Иордан не рассматривал процессы поглощения излучения, приходящего с разных сторон, как совершенно независимые <sup>71</sup>.

Экспериментаторы также обратили внимание на предположения Бора, Крамерса и Слетера. Не прошло и месяца с появления их статьи, как Вальтер Боте и Ганс Гейгер предложили эксперимент, который должен был проверить одно из решающих предсказаний теории <sup>72</sup>. Если на основе этой новой теории интерпретировать эффект Комптона, то оказывалось, что рассеяние рентгеновского излучения с увеличением длины волны не обязательно коррелируется с отдачей электронов. Боте и Гейгер заявили, что они собираются экспериментально исследовать совпадения между комптоновскими электронами отдачи и рассеянным рентгеновским излучением (точнее, фотоэлектронами, порождаемыми в результате поглощения рассеянных рентгеновских лучей) с помощью счетчиков.

Почти одновременно Артур Комптон в сотрудничестве с Альфредом В. Симоном осуществили эксперимент для такой же проверки <sup>73</sup>. Они использовали камеру Вильсо-

<sup>70</sup> P. J o r d a n. Zur Theorie der Quantenstrahlung.— Z. Phys., 1924, 30, 2, 297. Аналогичная критика была выдвинута рядом других авторов — см. ссылку в статье J. H. V a n V l e e k (ссылка 31), стр. 269, а также W. P a u l i (ссылка 33), стр. 16.

<sup>71</sup> А. Эйнштейн. Замечание к статье П. Иордана «К теории излучения квантов». Собр. науч. трудов, т. III, стр. 512.

<sup>72</sup> W. B o t h e, H. G e i g e r. Ein Weg zur experimentellen Nachprüfung der Theorie von Bohr, Kramers und Slater.— Z. Phys., 1924, 26, 44.

<sup>73</sup> А. Н. Комптон, А. В. Симон. Directed quanta of scattered X-rays.— Phys. Rev., 1925, 26, 289.

на, а не счетчики и попытались проверить соотношение между углом рассеяния рентгеновских лучей (наблюдавшихся с помощью вторичных фотоэлектронов) и углом отдачи комптон-электрона. Теория световых квантов предсказывала однозначную связь между этими двумя углами, в то время как новая теория Бора, Крамерса и Слетера утверждала об отсутствии корреляции между ними. Этот эксперимент, как и эксперимент Боте — Гейгера, был весьма трудным, и результатов их пришлось ждать до лета 1925 г.

В Копенгагене развитие идей Бора, Крамерса, Слетера шло по целому ряду направлений. Крамерс разрабатывал представление о том, что атом в некотором стационарном состоянии ведет себя подобно набору виртуальных осцилляторов, обладающих частотами, соответствующими всем линиям испускания и поглощения, начинающимся в этом состоянии <sup>74</sup>. Теория дисперсии, развитая им на этой основе, не использовала наиболее спорных аспектов статьи трех авторов. Крамерс продолжал работу над проблемой дисперсии в сотрудничестве с Вернером Гейзенбергом. Их совместная статья была непосредственным предшественником новой квантовой механики Гейзенберга <sup>75</sup>.

Сам Бор упорно боролся за полное понимание следствий своих новых идей путем применения их к другим видам атомных процессов <sup>76</sup>. Он проанализировал во всей полноте проблему столкновений атомов с заряженными частицами. Эта проблема затрагивала ряд явлений, обнаруживавших тот же самый тип дуализма между классической непрерывностью и квантовой дискретностью, который проявлялся в сфере излучения. Одним крайним случаем был процесс типа рассеяния очень быстрых аль-

---

<sup>74</sup> H. A. K r a m e r s. The law of dispersion and Bohr's theory of Nature, 1924, 113, 673; The quantum theory of dispersion spectra.— Nature, 1924, 114, 310. Обе статьи перепечатаны в книге ван дер Вардена (стр. 177, 199). В Архиве истории квантовой физики имеется также несколько неопубликованных рукописей Крамерса, относящихся к этому периоду, в которых затрагиваются возможные расширения работы Бора, Крамерса, Слетера.

<sup>75</sup> H. A. K r a m e r s, W. H e i s e n b e r g. Über die Streuung von Strahlen durch Atome.— Z. Phys., 1925, 31, 681. Англ. перевод в книге ван дер Вардена, стр. 223.

<sup>76</sup> Н. Б о р. О действиях атомов при соударениях. Избр. науч. труды, т. I. М., 1970, стр. 549.

фа-частиц атомами. Чисто классический анализ этого процесса привел Резерфорда к представлению о ядерном атоме, на котором стало основываться все последующее развитие атомной физики. Другим крайним случаем был эксперимент Франка — Герца, так отчетливо демонстрировавший эффекты дискретных, квантованных атомных состояний, как этого можно было желать. Между ними существовал целый ряд ситуаций, в том числе и процесс потери энергии заряженными частицами при прохождении их через вещество — явление, над анализом которого Бор работал уже несколько лет <sup>77</sup>. Бор доказывал, что атомные соударения можно классифицировать согласно тому, проявляют или не проявляют они «взаимность», под которой он понимал «такую взаимосвязь между участвующими системами, при которой с точки зрения каждой из двух систем удар считается законченным лишь тогда, когда другая в результате взаимодействия в конце концов переходит в стационарное состояние» <sup>78</sup>. Взаимными были такие процессы соударения, для которых существовали обратные процессы типа соударений Франка — Герца. Отсутствие таких обратных процессов у невзаимных процессов приводило, по мнению Бора, к трудностям интерпретации при применении к ним точных законов сохранения. Невзаимные соударения типа соударений быстрых альфа-частиц и атомов, при которых продолжительность соударения мала по сравнению с периодами движений внутриатомных электронов, были бы аналогичными процессам излучения: для них следовало ожидать выполнения законов сохранения лишь в среднем.

Бор предложил несколько способов возможной экспериментальной проверки предложенного им различия между взаимными и невзаимными взаимодействиями. В этой статье Бор неоднократно употребляет свое характерное выражение «Мы должны быть готовы к тому, что...», предупреждая читателей, что природа, по всей видимости, труднее понимаема и менее приспособливаема к существующим категориям, чем он думает. Бор закончил статью, подчеркнув предварительный характер предложенной им новой точки зрения, хотя она и казалась открывающей выход из трудностей, связанных с одновременным при-

<sup>77</sup> Н. Б о р. О торможении быстро движущихся заряженных частиц при прохождении через вещество. Там же, стр. 215.

<sup>78</sup> Н. Б о р (ссылка 76), стр. 550.

нятием квантовой теории атомных явлений и законов сохранения.

9. Бор не желал принимать световые кванты. Эйнштейн еще менее был склонен принять альтернативу, предложенную Бором. «Меня очень интересует мнение Бора по поводу излучения,— писал он жене Макса Борна Гедвиге Борн в апреле 1924 г.— Но мне не хотелось бы пойти на отказ от строгой причинности до тех пор, пока мы не нашли вместо этого чего-то совершенно иного. Мысль о том, что попадающий под воздействие луча электрон *по своей воле* может выбирать время и направление дальнейшего движения, для меня невыносима. Если до этого дойдет, то лучше бы мне быть сапожником или маркером в игорном доме, а не физиком. Мои попытки дать квантам осязаемый образ постоянно терпят неудачу, но я еще не скоро оставлю надежду справиться с этим»<sup>79</sup>.

В письме Эренфесту в конце мая Эйнштейн высказался еще более определенно:

«На днях я рассказал о статье Бора, Крамерса, Слетера на нашем коллоквиуме. Их идея давно знакома мне, но я не считаю ее реальным решением проблемы. Основные соображения:

1) Природа, по всей видимости, строго подчиняется законам сохранения (Франк — Герц, правило Стокса). Почему действие на расстоянии должно быть исключением?

2) Ящик с зеркальными стенками, содержащий излучение и помещенный в пустоту, свободную от излучения, испытывал бы все возрастающее броуновское движение.

3) Мне очень трудно примириться с окончательным отказом от строгой причинности.

4) Почти наверняка следовало бы потребовать также существование виртуального акустического (упругого) поля излучения для твердых тел, поскольку нелегко представить, что квантовая *механика* с необходимостью требует для своего обоснования электрической теории материи.

5) Обычное рассеяние (не с собственной частотой молекул), которое, вообще говоря, типично для оптического поведения тел, плохо вписывается в эту схему...»<sup>80</sup>

<sup>79</sup> Письмо А. Эйнштейна Г. Борн от 29 апреля 1924 г. «Эйнштейновский сборник, 1971». М., 1972, стр. 47.

<sup>80</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту от 31 мая 1924 г.

В коротеньких записках, набросанных им для сообщения на коллоквиуме, Эйнштейн сделал еще несколько критических замечаний по поводу идеи Бора, Крамерса, Слетера <sup>81</sup>. Он счел неудовлетворительной предустановленную гармонию между вероятностями поглощения и испускания, с одной стороны, и интенсивностями виртуального излучения—с другой. Его удивляло, каким образом виртуальное поле могло обеспечить возвращение первоначально свободного электрона на соответствующую боровскую орбиту. Эйнштейн считал этот пункт «весьма подозрительным».

Через несколько месяцев Эйнштейн снова затронул эту тему в другом письме Эренфесту, сказав, что Бор и его соавторы «уничтожили свободные кванты», но добавил, что свободные кванты «не позволяют обойтись без них» <sup>82</sup>. Эренфест, который все больше и больше разрывался между противоположными точками зрения своих двух близких друзей, по мере того как шло время, ответил: «Если Боте и Гейгер обнаружат «статистическую независимость» электрона и рассеянного светового кванта, то это *ничего* не докажет. Но если они найдут какую-либо *корреляцию*, это будет триумфом Эйнштейна над Бором. Сейчас, в виде исключения, я твердо убежден, что ты прав, и поэтому буду счастлив, если корреляция будет обнаружена» <sup>83</sup>.

О различии взглядов Бора и Эйнштейна по вопросам фундаментальной важности узнали даже газеты. В конце октября 1924 г. Эйнштейн получил письмо от члена редколлегии берлинской газеты «Фоссише Цайтунг» Курта Йозеля <sup>84</sup>. Йозель писал, что сообщения из Копенгагена показывают, что существуют разногласия по вопросам о природе света и сохранения энергии и что их решения следует ожидать от эксперимента, выполняемого Боте и Гейгером в Берлине. Он просил Эйнштейна любезно согласиться дать информацию об этом. Эйнштейн уже имел представление о нравах прессы того времени, и его ответ был очень кратким <sup>85</sup>. Да, между ним и Бором действительно имеются различия во взглядах на природу

<sup>81</sup> Неопубликованные заметки в Архиве Эйнштейна.

<sup>82</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту от 12 июля 1924 г.

<sup>83</sup> Письмо П. Эренфеста А. Эйнштейну от 9 января 1925 г.

<sup>84</sup> Письмо К. Йозеля (K. Joel) А. Эйнштейну от 28 октября 1924 г.

<sup>85</sup> Письмо А. Эйнштейна К. Йозелю от 3 ноября 1924 г.

света, но сведения Йозеля почерпнуты, очевидно, из недостаточно информированных источников. Он добавил к этому, что никогда письменно не обменивался с Бором мнениями по этому вопросу. (Действительно, Эйнштейн и Бор никогда не переписывались.)

Когда после нескольких месяцев, наполненных разногласиями слухами, результаты эксперимента Боте и Гейгера были, наконец, опубликованы, они оказались совершенно однозначными. Наблюдаемое число совпадений между комптоновскими электронами отдачи и рассеянными рентгеновскими лучами на порядок превышало число чисто случайных совпадений, предсказывавшихся теорией Бора, Крамерса и Слетера. Боте и Гейгер писали: «Описанные эксперименты не совместимы с боровской интерпретацией комптон-эффекта». Вывод был ясен: «Следовательно, приходится признать, что концепция световых квантов обладает большей реальностью, чем это предполагается этой теорией»<sup>86</sup>.

К такому же выводу пришли Комптон и Симон в результате своей проверки соотношения между углами рассеяния и отдачи с помощью камеры Вильсона. «Данные результаты не представляются совместимыми с точкой зрения о статистическом порождении электронов отдачи и фотоэлектронов, выдвинутой Бором, Крамерсом и Слетером. С другой стороны, они служат непосредственной поддержкой точки зрения, согласно которой энергия и импульс сохраняются в процессах взаимодействия между излучением и отдельными электронами». Они также рассматривали свои результаты как прямое свидетельство в пользу эйнштейновского образа «направленных квантов лучистой энергии»<sup>87</sup>.

Эйнштейн же ограничился замечанием в письме Эренфесту: «Мы оба несколько не сомневались в этом»<sup>88</sup>.

10. Экспериментальное опровержение теории Бора — Крамерса — Слетера не разрешило ни одной из трудных проблем излучения. Развитие физики, казалось, поро-

---

<sup>86</sup> W. B o t h e, H. G e i g e r. Über das Wesen des Comptoneffekts; ein experimenteller Beitrag zur Theorie der Strahlung.— Z. Phys., 1925, 32, 639; W. B o t h e. Absorption und Zerstreuung von Röntgenstrahlung.— In: Handbuch der Physik, Bd. 23. Quanten. H. Geiger (Hrsg.). Berlin, 1926, S. 423—424.

<sup>87</sup> A. H. C o m p t o n, A. W. S i m o n (ссылка 73), p. 299.

<sup>88</sup> Письмо А. Эйнштейна П. Эренфесту от 18 августа 1925 г.

дило неразрешимые трудности. Одному из физиков — О. Д. Хвольсону из Ленинграда — предположение Бора послужило в качестве примера «тех странных особенностей современных усилий, можно даже сказать, отчаянных усилий, с помощью которых физики стремятся вывести физику из тупика, в котором она сейчас находится»<sup>89</sup>. Дж. ван Флек, сам посвятивший много сил этой проблеме, высказывался летом 1925 г. в подобном же духе: «Современная физика, пытаясь объяснить одновременное наличие квантовых и классических явлений, определенно идет по кривой дорожке; поэтому неудивительно, что для объяснения парадоксальных явлений требуются парадоксальные теории»<sup>90</sup>.

Реакция Бора на результаты эксперимента Боте — Гейгера последовала в обширном «Послесловии», добавленном в июле 1925 г. к его статье о соударениях атомов, которая была уже набрана<sup>91</sup>. Боте и Гейгер доказали, что индивидуальные процессы, входящие в состав комптон-эффекта, на самом деле связаны и не являются статистически независимыми, как считали Бор и его соавторы. Естественно, вставал вопрос, что это означает? Какие возможности теперь исключались, а какие еще сохранялись? Бор подчеркнул, что результат эксперимента Боте — Гейгера «нельзя просто рассматривать как различие между двумя четко определенными толкованиями распространения света в пустом пространстве, которые соответствовали бы корпускулярной или волновой теории света». Проблема лежала глубже: каковы были пределы, в рамках которых к атомным процессам можно было применять те пространственно-временные образы, которые до сих пор служили для описания явлений природы?

Теория Бора — Крамерса — Слетера попыталась отказаться от строгой справедливости законов сохранения именно потому, что оказалось невозможным представить себе такой пространственно-временной механизм, который обеспечивал бы причинную взаимосвязь между отдельными атомными процессами излучения и в то же время сумел сохранить достаточно тесную связь с представлениями классической электродинамики. Теперь же, несмотря на

<sup>89</sup> O. D. Chwolson. Die Physik 1914—1926. Braunschweig, 1927, S. 392.

<sup>90</sup> J. H. Van Vleck (ссылка 31), p. 287.

<sup>91</sup> Н. Бор (ссылка 76), стр. 559—562.

успешное развитие некоторых из идей Бора — Крамерса — Слетера в теории дисперсии, экспериментальные результаты закрывали этот способ выхода из трудностей. Поскольку эти результаты, очевидно, свидетельствовали в пользу корпускулярной теории света, связанной с эйнштейновскими световыми квантами, Бор предупреждал, что «нужно быть готовым к тому, что желаемое обобщение классической электродинамики потребует решительной ломки понятий, на которых до сих пор было основано описание природы».

Вольфганг Паули, самый критичный из физиков, согласился с неутешительным выводом Бора<sup>92</sup>. Он был убежден, что квантам света нужно приписать не меньше реальности, чем электронам. Паули думал, что серьезного пересмотра потребуют не столько законы сохранения энергии и импульса, сколько классические понятия силы и движения и в особенности классическая концепция электромагнитного поля. Паули был настроен по отношению к теории Бора — Крамерса — Слетера более скептически, чем когда-либо, и был счастлив увидеть ее столь быстро опровергнутой экспериментально. Он убеждал Крамерса, что в противном случае в скором времени развитие теоретической физики будет осложнено серьезными помехами, в частности, со стороны тех физиков, которые не так глубоко чувствовали реальность, как Бор<sup>93</sup>.

Эйнштейн, так же как и Бор, был убежден в том, что загадку изучения разрешить будет нелегко. Он никогда не считал, что его гипотеза световых квантов является подлинной теорией, и никогда не оставлял своих усилий построить такую теорию, которая объединяла бы разобщенные представления механики частиц и электродинамики поля. В декабре 1923 г., когда комптон-эффект окончательно убедил многих физиков в том, что излучение должно обладать корпускулярными свойствами, на которые Эйнштейн указал почти за двадцать лет до этого, и когда Бор уже был готов обсуждать отказ от причинности, законов сохранения и детального пространственно-временного описания атомных явлений, Эйнштейн направил свои иссле-

---

<sup>92</sup> W. P a u l i (ссылка 33), p. 86.

<sup>93</sup> Письмо В. Паули Г. Крамерсу от 27 июля 1925 г. (Собрание Паули. Цюрих. Проф. Формен любезно предоставил мне копию этого письма).



дования в другом направлении. Он представил Прусской академии наук доклад по вопросу «Предлагает ли теория поля возможности для решения квантовой проблемы?»<sup>94</sup> В это время именно Эйнштейн подчеркивал «удивительную уверенность», с которой волновая теория света описывала сложные явления оптической интерференции и дифракции. Никто из тех, кто полностью оценил эту «удивительную уверенность», не считал трудным для себя делом верить, что причинное описание в пространстве-времени с помощью дифференциальных уравнений в частных производных — теория поля — достаточно хорошо обосновано фактами. Эйнштейн был убежден, что теория поля действительно открывает множество неисследованных возможностей, которые могут позволить поставить квантовые правила на твердую основу, и что было бы неразумно отказываться от идеала пространственно-временного описания до тех пор, пока все эти возможности не будут исследованы. Он уже приступил к изучению переопределенных систем уравнений в надежде на то, что это приведет к законам, ограничивающим начальные условия в стиле квантовых требований.

Именно Эйнштейн был готов посвятить себя исследованию и разработке неслыханной дотоле идеи, что материальные частицы должны проявлять волновые свойства, подобно тому как электромагнитное излучение обнаруживало корпускулярные свойства, когда эта идея была выдвинута Луи де Бройлем<sup>95</sup>. Эйнштейн воспринял догадку де Бройля о волнах материи, проверил ее, вывел из нее экспериментальные следствия и стал ее горячим защитником. Первый печатный комментарий Бора к работе де Бройля появился в его «Послесловии» в июле 1925 г.<sup>96</sup>, где он привел диссертацию де Бройля и последующие статьи Эйнштейна в качестве примера работ, в которых отвергался идеал пространственно-временного описания. По крайней мере сомнительно, чтобы де Бройль или Эйнштейн так оценивали свои работы.

11. Вернер Гейзенберг однажды назвал теорию Бора — Крамерса — Слетера «первой серьезной попыткой разрешить рациональным путем парадоксы излуче-

<sup>94</sup> А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 456.

<sup>95</sup> Подробности см. в статье М. Дж. Клейна (ссылка 11).

<sup>96</sup> Н. Бор (ссылка 76), стр. 562.

ния»<sup>97</sup>. Однако когда эта теория появилась, она определенно не рассматривалась как заслуживающая имени «рациональной». Даже Бор, стремившийся развивать новую физику, в необходимости которой он убедился задолго до этого, не квалифицировал так свою работу. Он признавался, что он «никоим образом не ликвидировал формального характера [квантовой] теории», так что даже если бы она оказалась успешной, то это послужило бы лишь указанием на новое направление в будущем.

Замечание Гейзенберга необычно также тем, что в нем утверждается, что до Бора, Крамерса и Слетера никто не пытался разрешить парадоксы волны-частицы «рациональным путем». В апреле 1924 г. Эйнштейн описал тогдашнюю ситуацию в статье о комптон-эффекте, написанной для одной берлинской газеты: «Теперь мы имеем две теории света, обе необходимые и — как приходится признать сегодня — существующие без всякой логической взаимосвязи, несмотря на двадцать лет колоссальных усилий физиков-теоретиков»<sup>98</sup>. Фраза Эйнштейна о «двадцати годах колоссальных усилий» вовсе не была преувеличением, хотя он был слишком скромнен для того, чтобы указать, что большинство из этих усилий были его собственными. Он боролся за построение «рациональной физики», которая могла бы разрешить парадоксы излучения, задолго до того, как его коллеги осознали существование этой проблемы, и он продолжал бороться долгое время после того, как почти все из них удовлетворились, сочтя проблему разрешенной.

Эйнштейн как-то написал, что то, что делает Бора «таким удивительно притягательным мыслителем в науке», было «его редкое сочетание смелости и осторожности»<sup>99</sup> (он, конечно, имел некоторое право говорить об этом). Что же касается сочетания смелости и осторожности у самого Эйнштейна, то оно было дополнительным к боровскому, если кстати употребить здесь подходящий термин. Эйнштейн никогда не разделял взглядов Бора, что новая квантовая физика представляет собой так долго искавшееся «рациональное обобщение классической фи-

<sup>97</sup> В. Гейзенберг. Развитие интерпретации квантовой теории. В сб.: «Нильс Бор и развитие физики». М., 1958, стр. 23.

<sup>98</sup> А. Эйнштейн. Эксперимент Комптона. Собр. науч. трудов, т. III, стр. 466.

<sup>99</sup> A. Einstein. The world as I see it, p. 68.

зики», и никогда не переставал критиковать то, что он считал в ней неадекватным. Эйнштейн не питал никаких иллюзий по поводу избранного им пути. Он знал, что этот путь навлечет на него обвинение в «жесткой приверженности к классической теории» — обвинение, которое далеко не всегда выдвигалось «в самом дружеском духе», как это, по мнению Эйнштейна, делал Бор. Эйнштейн чувствовал, что его отшельнические устремления были вызваны принудительной силой, которая заставляла его следовать ей, и от этого он отказаться не мог<sup>100</sup>, и он лучше, чем кто-либо другой, знал цену, которую они требуют. В 1951 г. он писал своему старому другу Мишелю Бессо: «Все эти пятьдесят лет упорных размышлений не приблизили меня к ответу на вопрос «Что такое световые кванты?» Однако он добавил к этому: «Конечно, сегодня каждый мошенник думает, что он знает ответ, но он обманывает сам себя»<sup>101</sup>. И когда, всего лишь за несколько недель перед смертью, Эйнштейн писал Бору, приглашая его поддержать открытую декларацию, предостерегающую мир о грозных последствиях атомной гонки вооружений, он начал письмо замечанием: «Не хмурься, пожалуйста! Это не имеет ничего общего с нашим старым спором о физике, а касается той области, в которой мы полностью согласны друг с другом»<sup>102</sup>.

Бор писал о «глубоком и длительном впечатлении», которое производили на него дискуссии с Эйнштейном. Насколько глубокими и продолжительными они были, можно судить по воспоминаниям Абрахама Пайса, описавшего способ, которым Бор постоянно возобновлял борьбу, приведшую к пониманию квантовой механики: «Я убежден, — добавлял Пайс, — что в этом был неисчерпаемый источник силы его личности. Эйнштейн всегда выступал как главный духовный партнер Бора по науке, и даже после его смерти Бор продолжал спорить с ним, как если бы Эйнштейн не умирал»<sup>103</sup>.

---

<sup>100</sup> А. Эйнштейн. Замечания к статьям. Собр. науч. трудов, т. IV, стр. 303.

<sup>101</sup> Письмо А. Эйнштейна М. Бессо.

<sup>102</sup> Письмо А. Эйнштейна Н. Бору от 2 марта 1955 г.

<sup>103</sup> А. Пайс. После войны. В сб. «Нильс Бор. Жизнь и творчество». М., 1968, стр. 257.

## ЭЙНШТЕЙН, УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ И РАННЯЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ \*

В июне 1911 г. двадцать пять наиболее выдающихся физиков Европы получили приглашение участвовать в Международном конгрессе, на котором предлагалось обсуждать кризис в науке, связанный с квантовой теорией [1]. Приглашения были разосланы Эрнстом Сольвеем, бельгийским химиком и промышленником, составившим себе состояние открытием нового способа производства соды и использовавшим свои миллионы для поддержки всевозможных благородных целей. Сольвей питал любительский интерес к фундаментальным вопросам физики, и получившим его письма должно было казаться, что увлекающийся дилетант вряд ли компетентен составить повестку дня, выбрать участников и вряд ли в состоянии понять безотлагательность проблем, для обсуждения которых должен был собраться конгресс. Но нетрудно было понять, кто руководил филантропическим энтузиазмом Сольвея, ибо в его письме содержалась просьба направлять ответы профессору Вальтеру Нернсту. Среди тех, кто сразу понял роль в этом деле знаменитого немецкого физико-химика, был Эйнштейн, в то время профессор в Праге, написавший Нернсту, что он принимает приглашение с удовольствием. «Предприятие в целом необыкновенно привлекательно для меня,— писал он,— и я не сомневаюсь, что Вы его вдохновитель» [2].

В начале письма Сольвея, составленного по черновику Нернста [3], излагаются некоторые трудности, с которыми столкнулась физика.

«По всей видимости, мы присутствуем сейчас при новом развитии тех принципов, на которых была осно-

---

\* M. J. Klein. Einstein, Specific Heats and the Early Quantum Theory.— Science, 1965, 148, p. 173—179. Перевод А. М. Френка.

вана классическая молекулярно-кинетическая теория материи. Систематическое развитие этой теории приводит, с одной стороны, к формуле излучения, которая расходится со всеми экспериментами; с другой стороны, из этой самой теории выведены утверждения об удельной теплоемкости... также опровергнутые многими измерениями. Было показано, особенно Планком и Эйнштейном, что эти противоречия исчезают, если установить известные границы для движения электронов и атомов, колеблющихся вокруг положения равновесия (принцип кванта энергии); однако подобная интерпретация так резко расходится с принятыми до сих пор уравнениями движения, что ее допущение неизбежно должно привести к глубокому пересмотру общепринятых теперь принципов».

Уже десять лет прошло с тех пор, как Макс Планк в своей успешной попытке получить корректное описание наблюдаемого спектра излучения черного тела ввел в физику квант энергии [4]. Но пока начало ощущаться влияние исходной точки зрения Планка и пока осознали невозможность двигаться вперед с помощью полумер, прошла большая часть этого десятилетия.

Сам Планк был осторожным мыслителем, но он был вполне убежден, что физики примут и включат в будущую свою теорию фундаментальную дискретность энергии, хотя это и заставит отказаться от некоторых принципов, вроде дифференциальных уравнений движения Гамильтона [5]. Тем не менее он не был уверен, что уже созрело время для общего признания его идеи о квантах. Некоторый собственный горький опыт научил его, что сторонники научной теории не так легко поддаются убедительности разумных аргументов, как следовало бы, и что его собственная оценка о значимости проблемы не всеми широко разделяется [6]. Эта позиция побудила его дать отрицательный ответ на первое предложение Нернста о созыве такой конференции в предыдущие годы. По мнению Планка, необходимым предварительным условием конференции должно быть широко распространенное чувство, что современное неудовлетворительное состояние физической теории «*нетерпимо* для всякого настоящего теоретика», чувство, которое побудило бы этих настоящих теоретиков стремиться к совместному обсуждению. Но, по крайней мере в 1910 г., он сомневался, чтобы подобное острое чувство было достаточно широко рас-

пространено. Он считал, что лишь немногие — пожалуй, Эйнштейн, Лоренц, Вин и Лармор — видели безотлагательность этой проблемы. Конечно, сам он не сомневался в необходимости ее решения. «Могу сказать без преувеличения, — писал он Нернсту, — что в течение десяти лет ничто в физике меня беспрерывно так не возбуждало и не волновало, как этот квант действия» [7].

### Формула излучения Планка

Конечно, Эйнштейн был одним из тех физиков, мнение которого не могло не беспокоить Планка. Эйнштейн рано и независимо понял неизбежность вывода, что вытекающая из классической физики формула излучения безнадежно ошибочна, и он гораздо дальше, чем кто-либо другой, включая самого Планка [8, 9], видел, к каким последствиям ведет правильная формула излучения Планка. Было бы не совсем верно говорить, что Планк не боялся Эйнштейна; взгляды Эйнштейна беспокоили Планка, ибо он полагал, что они идут слишком далеко. Планк не сомневался, что его новая постоянная  $h$  и дискретность энергии, которую подразумевает ее введение, найдут место в будущих фундаментальных теориях, но он совершенно не был подготовлен принять те поразительные выводы из формулы излучения, к которым пришел Эйнштейн.

Начиная с 1905 г. Эйнштейн доказывал, что наблюдаемое распределение энергии в спектре излучения черного тела вынуждает коренным образом пересмотреть принятые представления о природе излучения [10]. Не имея еще подлинной теории излучения, руководствуясь исключительно своей несравненной интуицией в понимании статистического смысла второго закона термодинамики, он утверждал, что электромагнитное излучение должно иметь зернистую структуру. Вопреки всей очевидности волновой теории света, были обстоятельства, заставившие рассматривать свет как совокупность независимых частиц энергии — световых квантов. Первоначальные аргументы Эйнштейна не были связаны с теорией Планка о спектре излучения и его формулой излучения, ибо Эйнштейн воспользовался только хорошо установленным экспериментально видом высокочастотного спектра (распределением Вина). В позднейших статьях Эйнштейн

обобщил эту работу и показал несколькими способами, что радиационный спектр Планка подразумевает проявление у света как волновых, так и корпускулярных свойств — то, что мы теперь называем корпускулярно-волновым дуализмом.

Он был убежден, что будущая теория излучения окажется слиянием волновой и корпускулярной теорий [41].

Планк не был подготовлен к отказу от описания излучения как непрерывного процесса в пространстве и времени — описания, исходящего из волновой электромагнитной теории света. Он мог возражать, в несколько неопределенной форме, против предположений, молчаливо сделанных Эйнштейном, но их расхождение было недостаточно четким для экспериментальной проверки. Конечно, Эйнштейн сделал подробные предсказания о целом ряде эффектов, но эксперименты были сложны и в 1911 г. еще не были осуществлены. Его взгляды на корпускулярные свойства излучения были достаточно еретичными, чтобы не возбудить особого стремления подвергнуть их экспериментальной проверке.

Когда составлялся перечень вопросов для Сольвеевского конгресса, вероятно Нернстом и Планком, с одобрением Лоренца, намеченного в председатели конгресса, идеи Эйнштейна о структуре излучения не фигурировали в повестке. В пригласительных письмах Сольвея перечислялись основные темы, подлежащие обсуждению, и содержались просьбы к соответствующим докладчикам подготовить письменные доклады. Предполагалось раздать эти доклады всем участникам еще до конгресса, с тем чтобы они послужили основой для дискуссии в Брюсселе. В запланированной повестке дня заседаний упоминались доклады как по классической теории основных явлений, так и по их квантовым модификациям. Поэтому Лоренц должен был обсудить применение теоремы о равномерном распределении к излучению с ее катастрофическим следствием — распределением Релея — Джинса, а Планк должен был докладывать собственную теорию излучения. В аналогичном сочетании Джемса Джинса попросили подвергнуть обсуждению классическую теорию удельной теплоемкости (некоторые следствия которой привели к более продолжительным затруднениям, чем в теории излучения), а Эйнштейна, радикальные идеи которого

относительно излучения особо не упоминались, — доложить о квантовой теории удельной теплоемкости.

Первая статья Эйнштейна о квантовой теории удельной теплоемкости появилась в 1907 г. [12]. Это был его первый труд о квантовой теории материи, в отличие от квантовой теории излучения. Его теория удельной теплоемкости, менее радикальная в своих следствиях и более доступная пониманию, чем его попытка понять излучение, несомненно должна была обратить на себя внимание. В 1911 г. эта теория имела огромную экспериментальную поддержку, как прямую, так и косвенную, и эта поддержка в значительной степени исходила от лаборатории Вальтера Нернста в Берлине. Очевидная мощь идей Эйнштейна в объяснении результатов Нернста сделала из последнего восторженного сторонника квантовой теории и, вероятно, сыграла немалую роль в его стремлении организовать Сольвеевский конгресс. Об этой важной роли, которую сыграла эйнштейновская квантовая теория удельной теплоемкости, я собираюсь рассказать здесь.

### Точка зрения Эйнштейна на кванты

Отношение Эйнштейна к концепции квантов резко отличалось от отношения Планка. Планк квантовал энергию заряженного осциллятора, взаимодействующего с электромагнитным излучением, для обоснования вывода предложенной им формулы излучения, которая, как ему было хорошо известно, согласовывалась с экспериментами. Энергия кванта, величина которого из термодинамических соображений должна быть пропорциональна частоте осциллятора, подала Планку первую мысль о том, что может означать постоянная  $h$  в его формуле излучения. (Он был убежден с самого начала, что эта постоянная займет законное место рядом со скоростью света, гравитационной постоянной и зарядом электрона в качестве одной из фундаментальных постоянных природы.) [13] Планк видел в квантовании энергии осциллятора путь к получению закона излучения; он не отказался бы от этого, даже если бы этот шаг оказался радикальным, но он, безусловно, не был склонен отойти от общепринятой структуры теории дальше, чем это было крайне необходимо.

Наоборот, Эйнштейн из экспериментально подтвержденного закона излучения сделал вывод о существовании



кванта энергии. В то время как Планк видел в квантовании лишь достаточное условие для получения закона излучения, Эйнштейн утверждал, что существование квантов является неизбежным следствием закона излучения. И квант Эйнштейна является скорее основой нового взгляда на структуру излучения, чем просто особым свойством осциллятора определенного типа. Как только Эйнштейн осознал значение того, что его друг Пауль Эренфест назвал позже ультрафиолетовой катастрофой Релея — Джинса [14], — а произошло это очень рано, — он в поисках ключа, могущего открыть идеи, которые бы заменили классическую теорию, никогда не прекращал исследование и обдумывание следствий, вытекающих из закона излучения.

В статье «Теория излучения Планка и теория удельной теплоемкости» [12], посланной Эйнштейном в *Annalen der Physik* в ноябре 1906 г., излагается ряд совершенно новых связей, открытых им в ходе этих исследований.

Эйнштейн дал новый вывод формуле Планка для средней энергии осциллятора, поглощающего и испускающего электромагнитное излучение. Планк, который в 1900 г., несмотря на свою двадцатилетнюю работу в области термодинамики, был новичком в статистической механике, приспособил для своих целей старый наглядный аргумент Больцмана. Тем не менее ход мыслей Планка фактически не выявляет, в чем его путь отклоняется от основных предположений Больцмана. Эйнштейн начинает свою статью с нового вывода уравнения средней энергии, возвращаясь к основам статистической механики в том виде, в котором он самостоятельно развил их несколькими годами ранее. Он снова показал, что последовательное применение классического метода дает равномерное распределение средней энергии  $\bar{E}$  осциллятора:

$$\bar{E} = \frac{R}{N_0} T, \quad (1)$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $N_0$  — число Авогадро, т. е. число молекул в грамм-молекуле вещества, а  $T$  — температура. Корень этого результата гнездится в основном классическом предположении, что одинаковые области фазового пространства должны иметь одинаковый вес в процессе усреднения. В эйнштейновском

способе интерпретации вероятностей, используемых в статистической механике, имелось в виду, что в равных областях фазового объема система пребывает равные по длительности промежутки времени. Чтобы избежать равномерного распределения и получить выражение Планка для средней энергии осциллятора, следует отказаться от этого предположения и заменить его другим: только те области фазового пространства имеют отличный от нуля вес, в которых энергия имеет дискретное значение  $0, \epsilon, 2\epsilon, 3\epsilon, \dots, n\epsilon, \dots$  и эти целые кратные единичной энергии  $\epsilon$  осциллятора должны иметь одинаковый вес. На основе этого нового предположения можно легко вычислить среднее значение энергии

$$\bar{E} = \epsilon [\exp(N_0\epsilon/RT) - 1]^{-1}. \quad (2)$$

Если квант энергии  $\epsilon$  полагать равным  $(R/N_0)\beta\nu$ , где  $\beta$  — постоянный коэффициент  $h/k$  и  $\nu$  — частота осциллятора, чтобы в конечном счете удовлетворить закону смещения, то среднюю энергию можно записать в виде

$$\bar{E} = (R/N_0)\beta\nu [\exp(\beta\nu/T) - 1]^{-1}. \quad (3)$$

Частотный спектр излучения черного тела  $\rho(\nu, T)$  можно получить, используя выведенное Планком из классической электромагнитной теории выражение, показывающее пропорциональность спектрального распределения и средней энергии  $\bar{E}$  осцилляторов, находящихся в равновесии с излучением:

$$\rho(\nu, T) = (8\pi\nu^2/c^2) \bar{E}, \quad (4)$$

где  $c$  — скорость света. Если применим обозначения, введенные Планком ( $k$  означает  $R/N_0$  и  $h$  используется вместо  $(R/N_0)\beta$ ), то результат приобретет обычный вид закона распределения Планка:

$$\rho(\nu, T) = (8\pi^2\nu^2/c^2) h\nu [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}. \quad (5)$$

Эйнштейн продолжает обсуждать этот аргумент и его следствия. Прежде всего указывается, что нужно изменить в кинетической теории теплоты для приведения ее в согласие с законом излучения. Это подчеркивает, в свою очередь, главный пункт принципа [12, стр. 183—184]:

«А именно, до сих пор считали, что движение молекул подчиняется таким же точно законам, каким подчиняется движение тел нашего повседневного опыта (с добавлением

одного только постулата полной обратимости), теперь же приходится делать предположение, что для колеблющихся с определенной частотой ионов, участвующих в обмене энергией между веществом и излучением, множество состояний, которые могут принимать эти ионы, меньше, чем для тел нашего повседневного опыта. Мы должны при этом предполагать механизм передачи энергии таким, что энергия элементарного образования может принимать только значения  $0$ ,  $(R/N) \beta\nu$ ,  $2(R/N) \beta\nu$  и т. д.».

Это еще не все, ибо Эйнштейн пишет далее:

«Однако я думаю, что мы не можем довольствоваться этим результатом. В самом деле, напрашивается вопрос: если элементарные образования, существование которых предполагалось в теории обмена энергией между излучением и веществом, мы не можем понимать в смысле современной молекулярно-кинетической теории теплоты, то не следует ли нам тогда видоизменить теорию и для других периодически колеблющихся образований, рассматриваемых молекулярной теорией теплоты? Ответ, по моему, сомнений не вызывает. Если теория излучения Планка содержит в себе зерно истины, то мы должны ожидать, что и в других областях теории теплоты найдутся противоречия между современной молекулярно-кинетической теорией теплоты и опытом, устраняемые предложенным здесь путем. По моему мнению, это действительно имеет место, как я постараюсь показать ниже».

Это замечание показывает, насколько неадекватно характеризуется эта статья Эйнштейна теми, кто упоминает о ней как о простом применении квантовой теории к твердым телам. Будет правильнее сказать, что статья была написана, чтобы показать, что существует или должна существовать квантовая теория и что круг явлений, которые могут объясняться подобной теорией, включает свойства материи так же хорошо, как и свойства излучения. Эйнштейн показал вновь и иным путем, насколько глубоко подорваны основы классической физики.

### Удельная теплоемкость твердых тел

Противоречия, на которые ссылается Эйнштейн в приведенной выше цитате, касаются нарушений теоремы о равномерном распределении, выявившихся в величине удельной теплоемкости твердых тел. Ранние калориметрические

измерения Дюлонга и Пти показывали, что теплоемкость для всех элементов в твердом состоянии имеет одинаковое значение, если она относится к грамм-атому. Этот закон Дюлонга и Пти дает грубый метод оценки атомного веса и служит одним из ранних указаний на то, что молекулярно-кинетическая теория твердых тел вообще возможна. Закон Дюлонга и Пти получает простое объяснение, если допускать, что тепловое движение атомов в твердых телах представляет собой простые гармонические колебания около положений равновесия. Каждый атом будет иметь три независимых колебания этого рода, и так как согласно теореме о равномерном распределении (см. уравнение (1)) средняя энергия подобного простого гармонического колебания как раз равна  $(R/N_0) T$ , то полная энергия одного моля твердого тела будет  $3N_0(R/N_0)T$ . Теплоемкость моля является производной этого выражения по температуре —  $3R$ , или около 6 калорий на градус.

Пока что тут, конечно, нет противоречия. Но это объяснение закона Дюлонга — Пти охватывало слишком много, ибо закон есть только определенное правило, и некоторое число элементов имеет теплоемкости намного меньше, чем следует из закона Дюлонга — Пти. Эти исключения встречаются чаще среди легких элементов, таких, как бериллий, бор и углерод.

До 1900 г. было также хорошо известно, что теплоемкость этих самых элементов быстро меняется с температурой и приближается к значению, данному законом Дюлонга — Пти, при температурах, намного выше комнатной [15]. Трудность состояла в том, чтобы найти «некоторые отклонения от убийственной простоты общего правила», как выразился Релей по очень похожему поводу [16].

Как указывал Эйнштейн после описания тех фактов, которые я сейчас резюмировал, ситуация была еще более запутанной. В 1906 г. были веские причины полагать, что атомы обладают внутренней структурой и что они каким-то образом содержат электроны. В частности, Эйнштейн ссылается на работу Друде о дисперсии, показавшую, что в то время как поглощение инфракрасных частот твердыми телами может быть приписано колебаниям ионов, поглощение ультрафиолетовых связано, по-видимому, с колебаниями электронов. Но если это так, то теорема о равномерном распределении вновь требует слишком многого,

ибо из нее следует, что каждое колебание электрона вносит полный вклад  $(R/N_0)$ , и теплоемкость имела бы значение, намного большее, чем по Дюлонгу — Пти.

Обнажив эти противоречия, Эйнштейн разрешает их одним ударом. Если его мнение об универсальности квантовой гипотезы верно («если теория излучения Планка содержит в себе зерно истины»), то средняя энергия одного осциллятора выражается не вытекающим из равномерного распределения значением  $(R/N_0)T$ , а скорее выражением, данным уравнением (3). В этом случае, однако, энергия и удельная теплоемкость зависят от частоты колебаний атомов в твердых телах. Эйнштейн выдвигает наиболее простое возможное предположение, признавая, что оно, вероятно, слишком упрощенно: он принимает, что все атомные колебания независимы и имеют одинаковую частоту  $\nu$ . Энергия  $U$  твердого тела на моль дается уравнением

$$U = 3R\beta\nu [\exp(\beta\nu/T) - 1]^{-1}; \quad (6)$$

удельная теплоемкость получается сразу дифференцированием  $U$  по температуре. Если вычертить удельную теплоемкость как функцию температуры, или, лучше, как функцию  $(T/\beta\nu)$ , то получится гладкая кривая, монотонно возрастающая от нуля и асимптотически приближающаяся к значению, требуемому равномерным распределением при увеличении  $(T/\beta\nu)$ . Грубо говоря, теплоемкость пренебрежимо мала при  $(T/\beta\nu) < 0,1$  и близка к значению  $3R$ , когда  $(T/\beta\nu)$  заметно больше единицы. Так как, при прочих равных условиях, следует ожидать, что легкие атомы имеют большие частоты колебаний, чем тяжелые, этот результат уже качественно объясняет, почему легкие элементы имеют аномально малую теплоемкость при комнатной температуре.

Следствия эйнштейновского уравнения для удельной теплоемкости идут намного дальше этих качественных замечаний. Эйнштейн считал доказанным, что колебания, вносящие вклад в теплоемкость, включают колебания, частоты которых можно измерить изучением поглощения света твердыми телами, по крайней мере в некоторых случаях ([17], см. также [9, стр. 34]). Из известного значения постоянной  $\beta$  он без труда приближенно подсчитал, что если при длинах волн больше нескольких микрон оптическое поглощение не происходит, то при комнатной тем-

пературе соответствующие колебания не вносят вклада в теплоемкость. Только когда поглощенная длина волны больше примерно 50 микрон (далеко в инфракрасной области), при комнатной температуре будет наблюдаться полное значение удельной теплоемкости, требуемое равномерным распределением. Данные, имевшиеся в распоряжении Эйнштейна, были совместимы с этим результатом, и его оценки частот инфракрасного поглощения, исходя из значений удельной теплоемкости, были весьма хорошими, если учитывать использованную им весьма упрощенную модель твердого тела.

Еще более поразительной, чем эта неожиданная новая связь между оптическими и тепловыми свойствами, была общая теорема, вытекающая из эйнштейновских уравнений: удельная теплоемкость всех твердых тел должна быть исчезающе малой при достаточно низких температурах. Исключения из закона Дюлонга — Пти вообще не должны рассматриваться как исключения: это как раз проявление общего уменьшения удельной теплоемкости с понижением температуры для некоторых веществ из-за легкости атомов и соответствующих им высоких частот. Алмаз, например, имеет удельную теплоемкость, приближающуюся к значению по Дюлонгу — Пти лишь при его нагревании до температуры выше  $1000^{\circ}\text{C}$ , его удельная теплоемкость падает почти до десятой части этого значения, когда его охлаждают до  $-50^{\circ}\text{C}$ . Проверка теории для других веществ, особенно для широкого класса тел, подчиняющихся закону Дюлонга — Пти, потребовала бы, однако, экспериментов при низких температурах. Подобные эксперименты были как раз тогда запланированы и в скором времени должны были проводиться в Берлине, но не с целью проверки идей Эйнштейна.

## Новый закон термодинамики

Нуль абсолютной температуры по Кельвину — единственная температура, имеющая абсолютное значение, — по-видимому, не представлял особого интереса для физиков до 1905 г. В декабре этого года Вальтер Нернст предложил новую теорему, которая могла бы занять завидное положение нового закона термодинамики, устанавливающего существенную связь между тепловым поведением материи при температурах, близких к нулю, и проблемами

сжатия и имеющего практически интерес для химиков [18]. Я не намерен пересказывать здесь рассуждения Нернста, но должен обратить внимание, что он занимался вопросами химического равновесия в газах при высоких температурах. Термодинамика не дает способа рассчитать основные постоянные в условиях равновесия, и Нернст пришел к заключению, что можно заполнить этот пробел постулатом, что при абсолютном нуле исчезает разница между значениями энтропии во всех состояниях системы. Факты, имевшиеся у Нернста, делали этот взгляд правдоподобным, но надо было еще приложить много труда, прежде чем «новая тепловая теорема» оказалась твердо обоснованной.

Нернст обсуждал эту теорему в своих Силлиманских лекциях в Йеле в конце 1906 г. и отметил ее следствия для калориметрии [19]:

«В отношении удельной теплоемкости жидкости или твердого тела при абсолютном нуле наша гипотеза требует, чтобы каждый атом имел определенное значение атомной теплоемкости, не зависящее от структуры, кристаллической или жидкой (т. е. аморфной), и от того, находится ли он в химическом соединении с другими. Многочисленные измерения в различных экспериментах согласованно показали, что атомные теплоемкости в твердом состоянии значительно уменьшаются при низких температурах, но в настоящее время нельзя вычислить предельное значение, к которому они стремятся. В отсутствие лучших предположений, я полагаю, что мы можем в настоящее время принять, что атомная теплоемкость при абсолютном нуле для всех элементов равна 1,5. Конечно, вести расчеты с таким неопределенным значением несколько неудовлетворительно, но, с одной стороны, мы вынуждены делать какое-то предположение ради последующих расчетов, а, с другой стороны, для дальнейших целей несущественно, какое точное значение в пределах от 0 до 2 имеет атомная теплоемкость».

Эта неопределенность в поведении удельной теплоемкости при низких температурах должна быть устранена, чтобы иметь возможность проверить теорему, а затем свободно ею воспользоваться. Как указывал Нернст в докладе, прочитанном в Прусской академии месяцем позже [20], чтобы определить предельное значение удельной теплоемкости, достаточно проследить за ее изменением

до точки кипения водорода или, во многих случаях, до точки кипения кислорода. Эти измерения представляют собой серьезную экспериментальную задачу. Прежние исследователи ограничивались измерением средних значений теплоемкости в более широких температурных интервалах [21], и Нернсту надо было разработать новые методы для измерения удельной теплоемкости при определенных температурах, что особенно трудно при низких температурах, где величины малы. Нернст начал сообщать свои результаты с февраля 1910 г. [22]. Он и его сотрудники исследовали многие элементы и их соединения при температурах от комнатной до температуры жидкого воздуха; все опыты показывали заметное уменьшение удельной теплоемкости при снижении температуры. Нернст отмечает: «Создается впечатление, что удельная теплоемкость стремится к нулю, как того требует теория Эйнштейна». Это, кажется, первая ссылка Нернста на работу Эйнштейна: он сообщает о качественном согласии с уравнением Эйнштейна и заявляет, что его сотрудники Ф. А. Линдeman и А. Магнус занимаются определением степени количественного согласия.

Нернст мог сообщить больше об этом количественном согласии, примерно месяц спустя, в докладе о своей работе во Французском физическом обществе [23]. Он цитирует уравнение Эйнштейна, указывает его связь «с этой старой загадкой» — законом Дюлонга — Пти (особенно уместно отметить эту связь на лекции во Франции) и указывает, что полученные до тех пор данные прекрасно согласуются с эйнштейновской формулой теплоемкости. С другой стороны, от внимания Нернста не ускользнула та поддержка, которую результат Эйнштейна оказывал новой тепловой теореме. Он вполне допускал, что теория Эйнштейна придала измерениям удельной теплоемкости такое существенное значение, которое он сам не признавал, когда составлял свою экспериментальную программу. Что наиболее поразительно в замечании Нернста о работе Эйнштейна — это бросающееся в глаза отсутствие упоминаний о квантовой теории. Очевидно, в апреле 1910 г. Нернст был убежден в важности результата Эйнштейна, но еще не был готов принять, или во всяком случае обсуждать, теорию, приведшую к этому результату.

Это нерасположение продолжалось недолго. По-видимому, Нернст почти немедленно обратил внимание на двойную задачу: распространить измерения до темпера-



туры жидкого водорода и после установления формулы удельной теплоемкости полностью овладеть квантовой теорией.

### Частота колебаний

В этой ситуации важный шаг сделал молодой английский физик Фредерик Линдеман, который в тот период был студентом и сотрудником Нернста. Единственным параметром в уравнении Эйнштейна для удельной теплоемкости твердого тела была частота колебаний; как только она определена, определена и удельная теплоемкость при всех температурах. Эйнштейн уже говорил [12], что эта частота колебаний должна быть тождественна с частотой оптического поглощения, определяемой методом «остаточных лучей». Он также указал, что не все тепловые колебания оптически активны, так как колеблющиеся частицы должны быть скорее нейтральными атомами, чем заряженными ионами [24]. Однако Эйнштейн не дал общего метода для установления связи между частотами колебаний, определяющими тепловые свойства, и другими измеримыми свойствами твердого тела. В июне 1910 г. Линдеман представил в *Physikalische Zeitschrift* статью, в которой предлагал способ заполнения этого пробела [25]. Его рассуждения основывались на очень простом и правдоподобном физическом предположении. В точке плавления твердого тела его структура нарушается, и Линдеман предположил, что амплитуда атомных колебаний при температуре плавления является определенной долей от междоатомного расстояния в кристалле. Это предположение позволило ему выразить частоту колебаний просто как функцию температуры плавления, молекулярного веса и плотности. Он пришел к результатам, хорошо согласующимся с частотами оптического поглощения там, где они были измерены, и также с частотами, выведенными из данных об удельной теплоемкости с помощью формулы Эйнштейна. Работа была выполнена при «постоянной полезной поддержке» Нернста; в свою очередь, результат Линдемана, безусловно, укрепил растущее доверие Нернста к работе Эйнштейна.

Новые данные, полученные Нернстом, об удельной теплоемкости, вплоть до температуры жидкого водорода, дали тот же результат. Все подвергнутые измерениям

материалы вели себя в соответствии с предсказаниями теории; даже у свинца, удельная теплоемкость которого уменьшалась при изменении температуры от комнатной до температуры жидкого воздуха не более чем на 10%, при дальнейшем охлаждении на 60° до температуры жидкого водорода теплоемкость убывала почти на 50%.

Экспериментальные кривые Нернста имеют вид и структуру, требуемые теорией Эйнштейна, и они отклоняются от теоретических лишь при очень малых удельных теплоемкостях, где теоретически предсказанные значения оказались ниже измеренных.

Нернст описал эти результаты в нескольких статьях в начале 1911 г. [26]. Он был теперь совершенно уверен не только в том, что результат Эйнштейна в основном правилен, но и что его проверка была аргументом в пользу квантовой теории, из которой этот результат выведен. Он писал:

«Думаю, что никто из тех, кто долголетней практикой приобрел разумное и надежное понимание того, что означает экспериментальная проверка теории (а это никогда и никоим образом не является простым делом), не будет в состоянии созерцать эти результаты, не уверившись в логическом могуществе квантовой теории, сразу объясняющей все существенные свойства».

Его лекция «О современных проблемах термодинамики», прочитанная в Прусской академии наук 26 января 1911 г., предоставила Нернсту удобный случай подробнее обсудить вопрос и более красноречиво высказаться относительно квантовой теории [27]. Он вновь излагает введенную Планком гипотезу о кванте энергии как нововведение такого же ранга, как и те, которыми мы обязаны Ньютону и Дальтону. Квантовая теория, говорит он, до сих пор, разумеется, была лишь правилом для расчетов, «весьма странным правилом, можно даже сказать нелепым», но в работах Планка об излучении и Эйнштейна о молекулярной механике она настолько доказала свою плодотворность, что наука обязана принять ее всерьез и исследовать со всех возможных сторон.

Нернст не только объявил себя сторонником квантовой теории: он предпринял довольно серьезные попытки применить ее к новым проблемам и развить ее дальше. Он наметил путь, по которому квантовая теория могла бы справиться со старой проблемой удельной теплоемко-

сти двухатомных газов квантованием вращательного движения, и утверждал, что основные качественные черты эйнштейновского результата должны быть применимы также к удельной теплоемкости жидкостей. Наиболее известное предприятие Нернста в области квантовой теории — написанная им совместно с Линдеманом в июле 1911 г. статья, предлагавшая пересмотр эйнштейновской теории удельной теплоемкости [28]. Необходимость была вызвана уже упомянутым расхождением между теорией и экспериментом при очень низких температурах. Нернст и Линдеман предлагали заменить эйнштейновскую формулу для молярной теплоемкости при постоянном объеме

$$c_v = \frac{3R}{2} \frac{(\beta v/T)^2 \exp(\beta v/T)}{[\exp(\beta v/T) - 1]^2} \quad (7)$$

уравнением

$$c_v = \frac{3R}{2} \left\{ \frac{(\beta v/T)^2 \exp(\beta v/T)}{[\exp(\beta v/T) - 1]^2} + \frac{(\beta v/2T)^2 \exp(\beta v/2T)}{[\exp(\beta v/2T) - 1]^2} \right\}. \quad (8)$$

Предсказания этой новой формулы удельной теплоемкости не отличаются качественно от формулы Эйнштейна, но формула Нернста — Линдемана лучше согласуется с данными, не вводя новых параметров.

Получив этот результат первоначально эмпирически, они попытались придать ему теоретический смысл, связав член, содержащий «полкванта», с потенциальной энергией, а член с «целым квантом» — с кинетической энергией колеблющегося в кристалле атома. Нет надобности касаться здесь подробностей, но совершенно ясно, что Нернст стал считать себя одним из теоретиков квантов.

### Обзор проблемы

К этому времени, лету 1911 г., приглашения на Сольвеевский конгресс были получены и большей частью приняты. Эйнштейн в Праге подготовил свой обзор «К современному состоянию проблемы удельной теплоемкости» [7, стр. 407—435]. Он не уделял много сил этой проблеме в течение четырех с половиной лет, которые последовали за его первой статьей по этому вопросу. Установив однажды основной пункт — необходимость применения квантовой гипотезы к колебательным движениям в твердых телах, он сосредоточил свое внимание на вопросах,

которые он считал более фундаментальными — на квантовой теории излучения и на углубленных следствиях его теории относительности. Эйнштейн, вероятно, не думал, что теория удельной теплоемкости твердых тел укажет путь к тому новому фундаменту, на котором физики построят свою науку.

Но он не совсем игнорировал этот вопрос и вернулся к нему, опубликовав две статьи в начале 1911 г. В первой из них [29] он доводит до конца выяснение первоначально предложенной Сазерлендом [30] связи между упругими свойствами твердых тел и частотами колебаний, ответственными за оптическое поглощение. Ни Сазерленд, ни Маделунг [31], предложивший независимо ту же в сущности идею, не обсуждали связи между частотами колебаний и удельной теплоемкостью, но Эйнштейн, конечно, ухватился за эту дополнительную связь. Приняв довольно грубую модель взаимодействия в твердых телах, Эйнштейн вычислил частоту колебаний, исходя из сжимаемости и других данных. Согласие для одного случая, где данные Нернста об удельной теплоемкости позволили Эйнштейну сделать сравнение с частотами, определенными по его собственному уравнению для удельной теплоемкости, было «поистине поразительно».

Во второй статье [32] Эйнштейн подчеркивает, что нельзя ожидать полного совпадения его теории с измерениями удельных теплоемкостей, так как в действительности колебания в кристалле не монохроматичны, как он первоначально принял простоты ради. Он пытался что-то сделать с моделью взаимодействующих атомов, учитывая быструю передачу энергии колебания от одного атома к соседним, но положительного результата не достиг. В то время как он «мучил себя» этими вычислениями, он получил от Нернста гранки его совместного с Линдеманом сообщения о формуле Нернста — Линдемана [33]. Эйнштейн сразу признал ее эмпирическую ценность, но, очевидно, не был убежден теоретическими обоснованиями, предложенными авторами. Взамен Эйнштейн интерпретировал формулу Нернста — Линдемана в соответствии с собственными взглядами так, что в твердом теле имеется полный спектр колебательных частот; Нернст и Линдеман, в действительности, принимали очень простой вид этого спектра с одинаковым числом колебаний лишь двух частот —  $\nu$  и  $\nu/2$ . Эйнштейн был убежден,

что действительный спектр намного сложнее, хотя и не видел, как его определить [34].

Продолжавшееся расхождение во взглядах Нернста и Эйнштейна по вопросу о значении формулы Нернста — Линдемана выявилось на конгрессе в Брюсселе, где оба докладывали об удельной теплоемкости. Но различие в мнениях двух ведущих сторонников квантовой теории было весьма небольшим по сравнению с фундаментальными разногласиями, которые выявились и обсуждались в Брюсселе.

### Сольвеевский конгресс

Пять дней двадцать один физик обменивались мнениями. Служащие Сольвея позаботились удобно разместить их в гостинице Метрополь, где проходили и заседания; им не надо было заниматься чем-либо менее важным, чем насущные проблемы физики. На всех заседаниях председательствовал Г. А. Лоренц, которому потребовались вся его блестящая проницательность, энциклопедические знания и владение языками, чтобы сосредоточить дискуссии на основном и поддерживать между участниками подлинный контакт. В официальных документах обсуждалась попытка Джеймса Джинса объяснить все выявленные недостатки классической теории, не прибегая к идеям о квантах и доводам Эйнштейна о неизбежности квантовой структуры излучения. Обсуждение докладов было жарким и часто весьма острым. Пуанкаре отвел попытку Джинса замечанием: «Не в этом роль физических теорий. Они не должны вводить больше произвольных постоянных, чем имеется явлений, подлежащих объяснению» [1, стр. 77]. Эйнштейн жаловался на «несколько странное» использование Планком уравнения Больцмана и на то, что его способ действия лишает уравнение всякого физического содержания [1, стр. 115].

То, чего первый Сольвеевский конгресс безусловно добился, — это заострение разногласий. Опасение Планка, что вряд ли каждый будет резко чувствовать «нетерпимость» нерешенных проблем, могло быть теперь отброшено. На заключительном заседании в Брюсселе такой глубокий наблюдатель, как Марсель Бриллюэн, высказал собственные выводы, допуская, что они могут показаться «довольно робкими» более молодым и смелым из

присутствующих, следующими словами: «Кажется несомненным, что новые факты заставляют нас вводить в наши физические и химические представления дискретность, что-то, что меняется скачками, о чем мы не имели ни малейшего понятия несколько лет тому назад» [1, стр. 451]. П. Ланжевен отмечал, что надо признать могущество квантовой теории в открытии совершенно неожиданных связей между, казалось бы, совершенно различными явлениями, такими, как частоты поглощаемого излучения и удельные теплоемкости.

Косвенные результаты подобного конгресса не поддаются учету. Какое значение, например, имело то, что, посетив Резерфорда через несколько недель после его возвращения из Брюсселя в Манчестер, Нильс Бор услышал из первых уст восторженный отчет о происшедшем [35]? Мы знаем, что девятнадцатилетний Луи де Бройль, старший брат которого Морис де Бройль был одним из ученых секретарей конгресса, прочел труды конгресса, когда рукопись подготавливалась к печати. «Со всем жаром моей юности, — писал он, — я с восторгом увлекся обсуждаемыми проблемами и решил посвятить все свои силы тому, чтобы понять действительную природу загадочных квантов, введенных Максом Планком за десять лет до этого» [36].

Несомненно, что Эйнштейн произвел огромное впечатление на своих коллег в Брюсселе. Фредерик Линдеман, сопровождавший Нернста в Брюссель в качестве ученого секретаря конгресса, на следующий день после его окончания отправил домой отцу письмо [37]. (Линдеман, будущий виконт Черуэлл и научный советник Уинстона Черчилля, был тихим, весьма впечатлительным молодым человеком. Он описывает Сольвея: «Очень хороший человек, неудачник, несмотря на его либеральные взгляды».) Он писал:

«Я хорошо сошелся с людьми здесь, даже с госпожей Кюри, самой славной из тех, кого знаю. У меня хорошие отношения с Эйнштейном, произведшим на меня наибольшее впечатление, за исключением, может быть, Лоренца... Он говорит, что плохо знает математику, но, по-видимому, прекрасно справляется с ней» [37].

Полтора года спустя после первого Сольвеевского конгресса четыре берлинских физика — Планк, Нернст, Рубенс и Варбург — совместно рекомендовали Прусской

Академии наук сделать необычный шаг: они предложили избрать действительным членом Академии Альберта Эйнштейна, которому было в то время всего 34 года, и представить ему исследовательскую профессию. Документ, в котором изложены их доводы, должным образом описан Тео Каханом как «представляющий необычный интерес для истории современных идей» в науке. Он ясно показывает значение творчества Эйнштейна для квантовой теории материи, в частности для удельной теплоемкости, показывает, как относилась в то время эта выдающаяся группа ученых к его идеям о структуре излучения [38]. После краткого описания специальной теории относительности в докладной записке говорится:

«Эти идеи Эйнштейна [теория относительности] оказались фундаментальными для развития принципов физики, а их применения в настоящее время близки к пределам измеряемого. Его исследования по другим вопросам, находящимся теперь в центре интересов, оказались весьма значительными для прикладной физики. Так, он первым показал значение квантовой гипотезы для энергии атомных и молекулярных движений при выводе формулы удельной теплоемкости твердых тел. Хотя эта формула не подтвердилась во всех деталях, она, однако, правильно подсказала основу дальнейшего развития атомно-кинетической теории. Он также связал квантовую гипотезу с фотоэлектрическими эффектами и установил новые и интересные связи, доступные экспериментальной проверке.

Он был одним из первых, кто указал на тесную связь между константами упругости и оптическими свойствами кристаллов.

В общем можно сказать, что вряд ли имеется хоть одна из больших проблем, коими столь богата современная физика, в которую Эйнштейн не внес значительного вклада. И если кое-что в его спекуляциях могло пройти мимо цели, как, например, его гипотеза о световых квантах, то это не может быть поставлено ему в вину, ибо, выдвигая новые идеи, особенно в наиболее точных науках, невозможно не идти на некоторый риск».

## Литература и примечания\*

1. Доклады, прочитанные на I Сольвеевском конгрессе по физике, опубликованы под редакцией П. Ланжевена и М. де Бройля: *La theorie du rayonnement et les quanta*. Paris, 1912.
2. Письмо цитируется полностью в неопубликованной рукописи *J. J. Pelseneer*. *Historique des Instituts internationaux de Physique et de chimie Solvay*. Я благодарен Джону Хейльброну из «Sources for the History of Quantum Physics» за возможность использования этой рукописи и проф. Пельзенееру за разрешение опубликовать цитату.
3. Письмо Сольвея и первоначальный немецкий набросок Нернста хранятся в Гааге в «Lorentz Collection at the Algemeen Rijksarchief».
4. *M. Planck*. *Verh. Dtsch. Phys. Ges.*, 1900, 2, 235. Подробности и библиографию см. *M. J. Klein*. *Arch. Hist. Exact Sci.*, 1962, 1, 459.
5. *M. Planck*. *Ann. Phys.*, 1910, 31, 758.
6. *M. Planck*. *Scientific Biography*. New York, 1949.
7. Цитировано Пельзенеером [2].
8. *A. Einstein*. *Phys. Z.*, 1909, 10, 185, 817; см. также *L. Rosenfeld*. *Osiris*, 1936, 2, 149.
9. *F. Reiche*. *The quantum theorie*. New York, 1922.
10. *A. Einstein*. *Ann. Phys.*, 1905, 17, 132; см. также *M. J. Klein*. In: *The Natural Philosopher*, 1963, vol. 2, p. 57.
11. Подробный анализ см. *M. J. Klein*. In: *The Natural Philosopher*, 1964, vol. 3, p. 1.
12. *A. Einstein*. *Ann. Phys.*, 1907, 22, 180.
13. *M. Planck*. *Ann. Phys.*, 1901, 4, 564; *M. Planck*. *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, 1906, pp. 163, 220. Планк фактически считал постоянную  $h$  фундаментальной даже до того, как он ввел идею о кванте энергии. Тогда  $h$  была просто комбинацией постоянных в законе распределения Вина. См. *M. Planck*. *Ann. Phys.*, 1900, 1, 120. Я благодарю доктора Жозефа Агасси, обратившего мое внимание на это обстоятельство.
14. *P. Ehrenfest*. *Ann. Phys.*, 1911, 36, 91.
15. См., например, *W. Nernst*. *Theoretische Chemie*, Stuttgart, 1900, p. 175.
16. *J. W. Strutt, lord Rayleigh*. *Phil. Mag.*, 1900, 49, 98. Замечание Релея приводится Кельвином в его знаменитой лекции «Nineteenth century clouds over the dynamical theory of heat and light». *W. Thomson, lord Kelvin*. *Baltimore lectures*. Ld., 1904, p. 257.
17. Частоты поглощения были определены методом «остаточных лучей», разработанным Рубенсом. См., например, *O. W. Richardson*. *The electron Theorie of Matter*. Cambridge, 1914, p. 157.
18. *W. Nernst*. *Gött. Nach., Math.-Phys. Kl.*, 1906, p. 1. Обзор творчества Нернста см. *F. Simon*. *Gutrie Lecture*. In: *Yearbook of the Phys. Soc. of London*, 1956, p. 1.

---

\* В конце настоящей статьи помещены примечания переводчика, относящиеся к литературе, опубликованной в СССР.



19. *W. Nernst*. Thermodynamics and Chemistry. New Haven, 1913, p. 63—64.
20. *W. Nernst*. Berl. Ber., Math.-Phys. Kl., 1906, 933.
21. См. *J. Dewar*. Proc. Roy. Soc., 1905, 76A, 330. Новая техника была разработана Эйкеном по предложению Нернста. *A. Eucken*. Phys. Z., 1909, 10, 586.
22. *W. Nernst*. Berl. Ber., 1910, 262, 276, 282.
23. *W. Nernst*. J. Phys. Theor. et Appl., 1910, 9, 721.
24. В самом деле, вначале Эйнштейн думал, что следует учитывать лишь колебания положительных ионов, и на этой основе он предсказал, что поглощение алмаза имеет максимум при 11 микронах. Несколько месяцев спустя он признал свою ошибку и опубликовал поправку к своей статье [12], в которой указал, что либо алмаз имеет максимум поглощения при 11 микронах, либо не имеет максимума поглощения в инфракрасной области, что допускает возможность колебаний нейтральных атомов. См. *A. Einstein*. Ann. Phys., 1907, 22, 800.
25. *F. Lindemann*. Phys. Z., 1910, 11, 609.
26. *W. Nernst*. Berl. Ber., Kl. Math.-Phys., 1911, 306; Z. Elektrochem., 1911, 17, 265. Цитата относится к стр. 275 последней статьи.
27. *W. Nernst*. Berl. Ber., 1911, 65. Цитата на стр. 86.
28. *W. Nernst, F. Lindemann*. Z. Elektrochem., 1911, 17, 817.
29. *A. Einstein*. Ann. Phys., 1911, 84, 170.
30. *W. Sutherland*. Phil. Mag., 1910, 20, 657.
31. *E. Madelung*. Phys. Z., 1910, 11, 898.
32. *A. Einstein*. Ann. Phys., 1911, 35, 679.
33. *W. Nernst, F. Lindemann*. Berl. Ber. Kl. Math.-Phys., 1911, 494.
34. Начало детальной теории спектра было положено Борном и Карманом (Phys. Z., 1912, 13, 297) и почти одновременно замечательно успешную приближенную теорию дал П. Дебай (Ann. Phys., 1912, 39, 789). Обе работы исходят из статей Эйнштейна 1911 г.
35. *N. Bohr*. Essays 1958—1962 on Atomic Physics and Human Knowledge. New York, 1963, p. 31, 83.
36. *L. de Broglie*. Physicien et Penseur. Paris, 1953, p. 458; относительно замечаний М. де Бройля см. стр. 425, а также книгу: *M. de Broglie*. Les premiers congrès de physique Solvay. Paris, 1951.
37. *F. W. Smith*. The Professor and the Prime Minister. Boston, 1962, p. 43.
38. *T. Kahan*. Arch. Inter. Hist. Sci., 1962, 15, 337. Приводится немецкий текст и французский перевод. См. также *C. Seelig*. Albert Einstein. London, 1956, p. 144—146.

## Примечания переводчика\*

1. На русский язык переведены доклады Эйнштейна (*А. Эйнштейн*. Собр. науч. трудов, т. III. М., 1966, стр. 277—313) и Планка (*М. Планк*. Избр. науч. труды. М., 1975, стр. 282—

\* Порядковые номера относятся к примечаниям М. Клейна.

- 310). Там же опубликованы дискуссии по этим докладам. Опубликованы также вступительная речь Лоренца (*Г. А. Лоренц. Старые и новые проблемы физики. М., 1970, стр. 109—124*), Кнудсена, Перрена, Нернста, Зоммерфельда, Ланжевена (*Эйнштейновский сборник 1969—1970. М., «Наука», 1970, стр. 331—370*).
2. Указанная рукопись Пельзенеера была использована О. А. Старосельской-Никитиной в статье «Макс Планк и Первый Сольвеевский конгресс», опубликованной в кн.: *Макс Планк (1858—1958). М., 1958, стр. 221—243*.
  3. Отрывок этого письма приводится в указанной статье О. А. Старосельской-Никитиной.
  4. *М. Планк. Избр. науч. труды, стр. 251*.
  5. *М. Планк. Там же*.
  6. *М. Планк. Научная автобиография. В кн.: Макс Планк (1858—1958), стр. 11—31*.
  8. *А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. III, стр. 164—179, 181—195. Вклад Эйнштейна в развитие квантовой теории подробно прослежен в статьях У. И. Франкфурта и А. М. Френка «Истоки теории излучения Эйнштейна» (Эйнштейновский сборник 1969—1970. М., «Наука», 1970, стр. 270—300) и А. М. Френка «Теория излучения Эйнштейна» (Эйнштейновский сборник 1971. М., «Наука», 1972, стр. 192—225)*.
  10. *А. Эйнштейн. Там же, стр. 92—107; русский перевод статьи Клейна опубликован в кн.: Эйнштейновский сборник 1966. М., 1966, стр. 259—283*.
  11. *М. Клейн. Эйнштейновский сборник 1966, стр. 212—258*.
  12. *А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов, т. III, стр. 134—143*.
  13. *М. Планк. Избранные науч. труды, стр. 268*.
  14. *П. Эренфест. Относительность. Кванты. Статистика. М., 1972, стр. 118—143*.
  24. *А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов, т. III, стр. 144*.
  29. *А. Эйнштейн. Там же, стр. 247—250*.
  32. *А. Эйнштейн. Там же, стр. 253—265*.
  35. Обе статьи опубликованы в кн.: *Н. Бор. Избр. науч. труды, т. II, стр. 545, 591*.
  38. Русский перевод см.: *К. Зелиг. Альберт Эйнштейн. М., 1964*.

## СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД (БЕЗГРАНИЧНЫЕ СРЕДЫ)\*

### Введение

Первые наблюдения, от которых берет свое начало электродинамика движущихся сред, появились в первой половине XVIII в., задолго до того, как была создана максвелловская электродинамика.

В 1675 г. датский астроном Олаф Рёмер при наблюдении спутников Юпитера обнаружил, что время между двумя последующими их затмениями возрастает при удалении Юпитера от Земли и уменьшается, если Юпитер приближается к Земле. Из этого факта Рёмер сделал вывод о конечности скорости распространения света, а по данным наблюдений удалось определить величину этой скорости 214000 км/сек, довольно близкую (если учесть сравнительно низкую точность измерений) к принятому ныне ее значению.

В 1725 г. профессор Оксфордского университета астроном Джеймс Д. Брэдли обнаружил эффект абберрации, а через три года дал правильное его объяснение. Объяснение было основано как на конечности скорости распространения света, так и на учете движения Земли. Для абберационного угла из объяснения Брэдли получилась величина порядка  $v/c$ , где  $v$  — скорость Земли,  $c$  — скорость света.

В 1842 г. профессор Пражского университета Христиан Доплер теоретически рассмотрел вопрос о том, какое влияние оказывает движение источника или наблюдателя на воспринимаемую частоту света. Предсказанный Х. Доплером эффект был в последующие годы подтвержден в целом ряде экспериментальных исследований.

---

\* Обзор опубликован в журнале УФН, 1974, 114, вып. 4, 569. В настоящую публикацию авторы внесли некоторые исправления, изменения и дополнения и составили полную библиографию по электродинамике движущихся сред.

В первой половине XIX в. появляются экспериментальные исследования, ставившие целью выяснить, каким образом движение среды влияет на законы распространения света в этой среде. В 1851 г. А. Физо впервые экспериментально измерил скорость света в движущейся воде и подтвердил выводы, к которым ранее, в 1818 г., пришел О. Френель при теоретическом рассмотрении распространения света в медленно движущейся среде. Отметим, что рассмотрение Френеля было проведено на основе механической модели распространения света в упругой среде — эфире.

Современные уравнения электромагнитного поля были сформулированы Дж. Максвеллом во второй половине XIX в. Эти уравнения явились той основой, на которой строилось все дальнейшее развитие теории электромагнитных явлений в вакууме и в сплошных средах. В частности, электронная теория Г. А. Лоренца<sup>1</sup> явилась известным завершением классической теории электромагнитного поля в сплошных средах.

В 1890 г. Г. Герц предпринял попытку описать электромагнитные явления в движущихся средах на основе электродинамики Максвелла. Однако уравнения Герца были получены из уравнений Максвелла для покоящихся сред с помощью преобразования Галилея, и поэтому, как мы теперь знаем, они были справедливы только для медленно движущихся сред (если опустить то обстоятельство, что Герц измерял скорость среды относительно неподвижного эфира) [105].

В конце XIX в. был выполнен ряд экспериментов, ставящих целью изучение электромагнитных явлений в движущихся средах. В опытах Г. Роуланда, В. Рентгена, А. Эйхенвальда и Г. Вильсона было показано, что движение поляризованного диэлектрика приводит к появлению электрических токов и к намагничению образца и, наоборот, движение магнетика приводит к появлению электрической поляризации и электрического заряда. С современной точки зрения этот результат неудивителен и легко объясняется преобразованиями Лоренца для полей и токов, а также видом материальных уравнений в движущихся средах.

Важное значение имел опыт А. Майкельсона по из-

---

<sup>1</sup> Г. А. Л о р е н ц. Теория электронов. М., ГИТТЛ, 1953.

мерению скорости света в движущейся системе отсчета, выполненный более чем за 20 лет до создания Альбертом Эйнштейном специальной теории относительности [191]. Однако, по-видимому, результаты этого опыта не оказали решающего влияния на А. Эйнштейна.

Появление в 1905 г. специальной теории относительности положило конец поискам неподвижного эфира и вообще изгнало из теории преимущественную систему координат. На этой основе эффект Доплера и аберрация света в пустоте получили физически ясное объяснение, принимающее во внимание только относительное движение источника и приемника. Уравнения Максвелла для поля в пустоте вошли в теорию относительности без всякого изменения — это был первый пример релятивистски инвариантных уравнений. Теория относительности в сочетании с уравнениями Максвелла явилась надежным фундаментом для электродинамики движущихся сред. Действительно, уравнения для электромагнитного поля в движущейся среде могут быть выведены двумя способами. С одной стороны, они могут быть получены усреднением микроскопических уравнений электронной теории, когда у всех частиц, составляющих среду, имеется скорость упорядоченного движения. С другой стороны, уравнения макроскопического электромагнитного поля в движущейся среде могут быть получены с помощью преобразований Лоренца из известных уравнений поля для покоящейся среды. По второму пути пошел Г. Минковский, показавший, что из уравнений Максвелла для покоящихся сред и принципа относительности однозначно следуют уравнения электромагнитного поля для движущихся сред [130].

Приведенный нами краткий исторический обзор отнюдь не претендует на полноту, и желающие ознакомиться подробнее с историей вопроса могут это сделать по книгам У. И. Франкфурта и А. М. Френка [184].

Исходные уравнения электродинамики движущихся сред, полученные Минковским полвека назад, позволяют дать полное описание электромагнитного поля в среде, движущейся равномерно с произвольной скоростью<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Мы здесь не рассматриваем важного вопроса о виде уравнений электромагнитного поля в средах, скорость движения которых зависит от координат и времени (см. конец § 1).

Экспериментальная проверка теории ограничивалась, как правило, исследованием эффектов первого порядка по  $u/c$ , где  $u$  — скорость переноса среды, а  $c$  — скорость света в вакууме. Это объяснялось тем, что в первые годы после создания теории достижимые скорости движения сред в лабораторных условиях были настолько малы в сравнении со скоростью света в пустоте, что об измерении эффектов второго или более высокого порядка по  $u/c$  нечего было и думать. Не случайно, например, в классических учебниках Р. Беккера «Электронная теория» [15] и И. Е. Тамма «Основы теории электричества» [178] изложение электродинамики движущихся сред ограничивается только рассмотрением медленно движущихся сред. По-видимому, именно ограниченными возможностями опыта и объясняется тот факт, что в течение нескольких десятков лет (примерно с 1920 г.) число экспериментальных и теоретических исследований, посвященных электродинамике движущихся сред, было незначительным.

Начиная примерно с середины 50-х годов, положение существенно изменилось, и снова возрос интерес к электромагнитным явлениям в движущихся средах. Объясняется это двумя причинами. Во-первых, возросли экспериментально достижимые значения скорости среды. Например, на сильноточных ускорителях плазмы можно сейчас получать макроскопические сгустки плазмы, движущейся как целое со скоростями  $10^8$  см/сек и выше<sup>3</sup>. Кроме того, стало возможным получение плотных пучков быстрых электронов. Взаимодействие таких объектов с электромагнитными волнами в некоторых случаях может быть описано с помощью электродинамики движущихся сред. При этом достижимые скорости таковы, что становится возможным наблюдение эффектов более высокого порядка по  $u/c$ . Во-вторых, следует подчеркнуть, что отношение скорости движения среды к скорости света в вакууме не всегда является параметром, определяющим релятивистские эффекты. Дело в том, что существуют так называемые замедляющие системы, в которых скорость распространения электромагнитных волн может быть существенно меньше скорости света в вакууме. Примером таких замедляющих систем является волновод, частично

<sup>3</sup> Г. Валлис, К. Зауэр, Д. Зюндер, С. Е. Росинский, А. А. Рухадзе. В. Г. Рухлин. УФН, 1974, 113, вып. 3, 435.

заполненный диэлектриком, цепочка связанных резонаторов, спиральный волновод и т. п. Обозначим скорость распространения электромагнитных волн в таких системах через  $c'$ . Тогда параметром, определяющим релятивистские эффекты движения среды в таких системах, является не  $u/c$ , а  $u/c'$ . Последняя величина может быть сделана близкой к единице даже при малых скоростях движения среды  $u$ .

Указанные возможности, вызванные к жизни развитием физики в последнее десятилетие, снова привлекли внимание к различным вопросам электродинамики движущихся сред. За последнее время появилось значительное количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных как дальнейшему развитию теории, так и исследованию возможностей практического применения. Здесь следует указать на ряд возможных практических применений релятивистских эффектов, таких, как умножение частоты и усиление электромагнитной волны при отражении ее от движущейся границы, диагностика движущихся сред по их взаимодействию с электромагнитными волнами, исследование конвективных неустойчивостей в системах типа плазма — пучок и т. д. Немалый интерес представляет также рассмотрение и некоторых нерелятивистских эффектов, например явлений генерации, отражения и преломления волн при наличии движущихся слоев ионосферы.

Большое количество исследований по электродинамике движущихся сред, опубликованных за последние годы в советских и зарубежных журналах, делает своевременной попытку рассмотреть то развитие, которое получила электродинамика движущихся сред, сопоставить и критически проанализировать результаты, полученные различными авторами.

Если говорить о том новом, что внесено в последние годы в развитие электродинамики движущихся сред, то следует прежде всего отметить, что большое признание и распространение получил метод формулировки основных уравнений, предложенный в 1924 г. Л. И. Мандельштамом и И. Е. Таммом [103]. Этот метод значительно упрощает решение уравнений электродинамики движущихся сред, так как позволяет ввести потенциалы поля. В связи с этим первая половина обзора посвящена изложению указанного метода для случая изотропных движущихся сред

(т. е. сред, изотропных в системе покоя). Изложение ведется с учетом дисперсии, как частотной, так и пространственной. Рассмотрены особенности распространения свободных электромагнитных волн в движущейся среде, приведены выражения для групповой и фазовой скоростей, а также для показателя преломления волн в движущейся среде в зависимости от направления распространения волн, скорости движения среды и других параметров. На основе метода Мандельштама — Тамма рассматривается также поле в движущейся среде при наличии заданных источников. Как известно, в этом случае поле в среде может быть выражено через функцию Грина. Обсуждаются так называемые принципы излучения, т. е. способы выделения таких решений, которые удовлетворяют определенным физическим условиям. Приводятся выражения для функции Грина в движущейся изотропной среде при наличии дисперсии и в пренебрежении ею. Полученные выражения позволяют определить поле любого заданного источника в движущейся среде, например поле покоящегося заряда, поле диполя (статического и переменного), поле движущихся зарядов и диполей (эффект Доплера, потенциалы Льенара — Вихерта и излучение Вавилова — Черенкова в движущейся среде) и т. п. Однако требования к объему настоящей статьи не позволили нам рассмотреть все эти задачи, и мы ограничились только вычислением функции Грина, а также полями покоящихся диполей в движущейся среде и потенциалами Льенара — Вихерта. Не включены в статью также весьма интересные задачи, касающиеся отражения и преломления волн на границах раздела с движущимися средами. Авторы надеются рассмотреть эти вопросы в дальнейшем.

При составлении списка литературы мы использовали указатель, составленный А. М. Глуцюзом [65], которому мы выражаем свою признательность. Мы не касались вопроса о виде тензора энергии-импульса в движущейся среде. Желающие ознакомиться с состоянием вопроса могут это сделать по обзорам Д. В. Скобельцына<sup>4</sup> и В. Л. Гинзбурга<sup>5</sup> и по приведенной в них литературе. Мы благодарны В. Л. Гинзбургу, прочитавшему рукопись статьи и сделавшему ряд существенных замечаний.

<sup>4</sup> Д. В. Скобельцын. УФН, 1973, 110, 253.

<sup>5</sup> В. Л. Гинзбург. УФН, 1973, 110, 309.



# Электродинамика движущихся безграничных сред

## § 1. Уравнения Максвелла и материальные уравнения Минковского

В этом разделе мы приведем основные уравнения электродинамики движущихся сред, сформулированные еще Г. Минковским. Они понадобятся нам для дальнейшего изложения. Более подробно с теорией можно ознакомиться как по оригинальной работе Минковского [364], так и по известным и ставшим уже классическими учебникам [15, 130, 178].

Электромагнитное поле в движущихся средах формально описывается теми же уравнениями Максвелла, что и в покоящейся среде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho; & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь под величинами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  понимаются электрическое и магнитное поле, а под  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  — электрическая и магнитная индукция в движущейся среде,  $\rho$  и  $\mathbf{j}$  — плотность сторонних зарядов и токов в этой среде.

Система уравнений (1.1) должна быть дополнена материальными уравнениями, выражающими связь между полями и индукциями. Эти уравнения для движущейся изотропной среды были предложены Минковским [364] и носят его имя. Рассмотрим среду, которая в системе покоя изотропна. Если скорость переноса среды есть  $\mathbf{u}$ , то уравнения Минковского имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} + [\mathbf{u}/c, \mathbf{H}] &= \varepsilon(\mathbf{E} + [\mathbf{u}/c, \mathbf{B}]); \\ \mathbf{B} + [\mathbf{E}, \mathbf{u}/c] &= \mu(\mathbf{H} + [\mathbf{D}, \mathbf{u}/c]). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $\varepsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости покоящейся среды. Соотношения (1.2) были получены Минковским из известных соотношений между индукцией и полем в покоящейся изотропной среде путем преобразований Лоренца.

Система уравнений (1.1) с материальными уравнениями (1.2) является полной и достаточной для решения задач в безграничной изотропной движущейся среде. Если в движущейся среде имеется граница раздела, то систему уравнений (1.1) и (1.2) следует дополнить граничными

условиями, которым должны удовлетворять поля и индукции. Рассмотрим границу раздела двух сред, движущуюся со скоростью  $v$ . Поля по одну сторону границы будем обозначать индексом «1», а по другую сторону — индексом «2». Тогда на границе между ними должны выполняться следующие соотношения [76, 95]:

$$\begin{aligned} [\mathbf{n}, \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1] &= \frac{v_n}{c} (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1); \\ [\mathbf{n}, \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1] &= -\frac{v_n}{c} (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1), \end{aligned} \tag{1.3}$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к границе раздела, а  $v_n$  — проекция скорости границы раздела на эту нормаль.

Из этих граничных условий видно, что если граница раздела перемещается только в своей плоскости, то граничные условия имеют такой же вид, как и для покоящейся границы.

Подчеркнем, что в соотношении (1.3) величина  $v_n$  является скоростью переноса границы раздела, а не скоростью движения сред по обе стороны от нее. В принципе все три величины — скорость среды по одну сторону от границы раздела  $\mathbf{u}_1$ , скорость границы раздела  $v$  и скорость среды по другую сторону от границы  $\mathbf{u}_2$  — могут быть различны.

Отметим, что при выводе соотношений (1.3) предполагалось отсутствие поверхностных токов и зарядов на движущейся границе раздела.

Следует иметь в виду, что для получения граничных условий на поверхности раздела нужно эту поверхность рассматривать как предельный случай переходного слоя конечной толщины. Поэтому, вообще говоря, характер решений может зависеть от структуры переходного слоя [124, 127].

Предыдущие формулы справедливы в случае, когда свойства среды в системе покоя не зависят явно от координат и времени, т. е. среда является стационарной и пространственно однородной, и, кроме того, скорость переноса среды  $\mathbf{u}$  также не зависит от координат и времени. В общем случае, когда скорость движения среды и ее преломляющие свойства являются произвольными функциями координат и времени, рассмотрение задачи резко усложняется. Можно указать на два предельных случая,

когда это рассмотрение может быть проведено достаточно просто.

Если масштаб неоднородности, характеризующий изменение свойств среды (например, расстояние, на котором существенно меняется скорость переноса среды и ее преломляющие свойства, или время, за которое существенно меняются эти параметры), много больше соответствующих величин, характеризующих электромагнитную волну (длина волны или ее период колебаний), то материальные уравнения могут быть получены методом разложения по малому параметру (отношение масштаба неоднородности волны к масштабу неоднородности среды). В этом случае в материальные уравнения входят не только сами параметры среды, но и их производные по координатам и времени [52, 86, 319].

Во втором предельном случае, когда свойства среды сильно меняются в пространстве и (или) во времени, т. е. за период колебаний или на длине волны свойства среды (показатель преломления, скорость переноса и т. п.) меняются существенным образом, можно воспользоваться материальными уравнениями для стационарных и однородных сред, а неоднородность учитывать с помощью соответствующих «граничных» условий (см. формулы (1.3), а также работы <sup>6</sup>, где ставятся условия на временном скачке).

## § 2. Тензорная форма уравнений Максвелла в движущейся среде

Запись уравнений Максвелла в тензорной форме использовалась главным образом для доказательства релятивистской инвариантности электродинамики движущихся сред. Нам она потребуется в дальнейшем для введения четырехмерных потенциалов электромагнитного поля в движущихся средах.

---

<sup>6</sup> E. R. Morgenthaler. IRE Trans. MTT-6, 1958, 167; В. Л. Гинзбург. Изв ВУЗов, Радиофизика, 1973, 16, 512; С. Н. Столяров, Б. М. Болотовский, А. И. Плис, В. Е. Рок, А. Р. Чигирёв. Сборник «Тезисы докладов VI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн», кн. II. Москва — Ереван (Цахкадзор), 1973, стр. 417.

Следуя Минковскому, составим из полей и индукций два тензора:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -iE_x \\ -B_z & 0 & B_x & -iE_y \\ B_y & -B_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

и

$$H_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Компонентами тензора  $F_{ik}$  являются составляющие электрического поля и магнитной индукции, а компонентами тензора  $H_{ik}$  — составляющие магнитного поля и электрической индукции. |

С помощью введенных тензоров первые два уравнения системы (1.1) (первую пару уравнений Максвелла) можно записать в виде

$$\frac{\partial H_{ik}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} j_i, \quad (2.3)$$

где  $j_i$  — четырехмерный вектор тока с компонентами  $j_x, j_y, j_z, ic\rho$ , а четырехмерные координаты мы выберем в следующем виде:

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict. \quad (2.4)$$

Как всегда, по повторяющимся индексам проводится суммирование, так что

$$A_i B_i = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 + A_4 B_4,$$

где  $A_i = (A, A_4)$ .

Вторая пара уравнений Максвелла также записывается в виде одного тензорного уравнения

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x_k} = 0. \quad (2.5)$$

Материальные уравнения Минковского (1.2) в тензорной форме принимают вид

$$H_{ik}u_k = \varepsilon F_{ik}u_k, \\ F_{ik}u_l + F_{kl}u_i + F_{li}u_k = \mu (H_{ik}u_l + H_{kl}u_i + H_{li}u_k), \quad (2.6)$$

где  $u_k$  — четырехмерный вектор скорости перемещения среды, который выражается через трехмерный вектор  $u$ :

$$u_{1, 2, 3} = \frac{u_x, u_y, z}{c \sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad u_4 = \frac{i^1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}. \quad (2.7)$$

Тензорная формулировка электродинамики движущихся сред полностью эквивалентна системе уравнений (1.1) — (1.2), записанной в векторной форме. Однако обе эти формулировки иногда оказываются неудобными при решении конкретных электродинамических задач. Причина здесь та же самая, что и в обычной электродинамике покоящихся сред, когда приходится определять слишком много неизвестных функций (компоненты полей и индукций), входящих в исходные уравнения. В электродинамике движущихся сред ситуация оказывается еще более сложной, ибо в материальные уравнения (2.6) дополнительно входит скорость движения среды. В ряде случаев гораздо более удобной является формулировка материальных уравнений, предложенная И. Е. Таммом [103, 176, 177]. В этой формулировке свойства движущейся среды описываются четырехмерным тензором четвертого ранга  $\varepsilon_{ikst}$ , дающим прямую связь между тензорами поля  $F_{st}$  и  $H_{ik}$ :

$$H_{ik} = \varepsilon_{ikst} F_{st}. \quad (2.8)$$

Это соотношение заменяет пару материальных уравнений Минковского (1.2) или эквивалентных им уравнений (2.6).

Соотношение (2.8) может быть записано в другой эквивалентной форме [15, 130]

$$H_{ik} = F_{ik} + 4\pi \mathcal{P}_{ik}. \quad (2.9)$$

Здесь тензор  $\mathcal{P}_{ik}$  является четырехмерным тензором поляризуемости движущейся среды. Явный вид этого тензора может быть получен из (2.8), если известно выражение для тензора  $\varepsilon_{ikst}$ .

Запись материальных уравнений в виде (2.8), предложенная И. Е. Таммом, удобна тем, что она позволяет

перейти от полей к потенциалам так же просто, как это делается в случае покоящейся среды. Переход же от полей к потенциалам в ряде случаев облегчает решение задачи, так как уменьшает число функций, подлежащих определению.

### § 3. Введение потенциалов в электродинамике движущихся сред

Как и в случае покоящейся среды, введем четырехмерный вектор-потенциал  $A_i$  с компонентами  $A_x, A_y, A_z, i\phi$ , через который компоненты тензора  $F_{ik}$  (2.1) выражаются следующим образом:

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}. \quad (3.1)$$

При таком выборе вектор-потенциала  $A_i$  уравнение (2.5), содержащее вторую пару уравнений Максвелла в движущейся среде, удовлетворяется тождественно. Выразив  $H_{ik}$  через  $F_{ik}$  по формуле (2.8) и подставив полученное выражение в уравнение (2.3), содержащее первую пару уравнений Максвелла, получим уравнение, которому должны удовлетворять компоненты вектор-потенциала  $A_i$ . При этом мы используем релятивистски-инвариантное выражение для тензора  $\epsilon_{ikst}$ , приведенное М. И. Рязановым [138] и вытекающее из записи материальных уравнений для движущихся сред в форме Ватсона и Яуха [312, 313],

$$\epsilon_{ikst} = \mu^{-1} (\delta_{is} - \kappa u_i u_s) (\delta_{kt} - \kappa u_k u_t). \quad (3.2)$$

Здесь  $u_i$  — четырехмерная скорость переноса среды, определенная формулой (2.7);  $\delta_{is}$  — единичный тензор;

$$\kappa = (\epsilon\mu - 1). \quad (3.3)$$

Выразим тензор  $H_{ik}$  через четырехмерный потенциал  $A_i$ , для чего используем соотношения (2.8), (3.1) и (3.2). Если полученное таким образом выражение для  $H_{ik}$  подставить в уравнение (2.3), эквивалентное первой паре уравнений Максвелла (1.1), получим уравнение, которому должны удовлетворять компоненты четырехмерного

потенциала [21]:

$$(\delta_{is} - \kappa u_i u_s) \left\{ \left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] A_s - \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial x_s} \left( \frac{\partial A_k}{\partial x_k} - \kappa u_k u_t \frac{\partial A_t}{\partial x_k} \right) \right\} = - \frac{4\pi}{c} \mu j_i. \quad (3.4)$$

Если это уравнение умножить на выражение вида  $(\delta_{i\alpha} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_i u_\alpha)$ , то получим уравнение для 4-потенциала в другой форме [375]:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] A_\alpha - \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \frac{\partial A_k}{\partial x_k} - \kappa u_k u_t \frac{\partial A_t}{\partial x_k} \right) = \\ = - \frac{4\pi}{c} \mu \left[ \delta_{i\alpha} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_i u_\alpha \right] j_i. \quad (3.5)$$

При этом было использовано тождество

$$(\delta_{is} - \kappa u_i u_s) \left( \delta_{i\alpha} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_i u_\alpha \right) = \delta_{\alpha s}, \quad (3.6)$$

если учесть, что в принятых нами обозначениях  $u_i u_i = -1$ .

Четыре компоненты  $A$  и  $A_4 = i\varphi$  векторного потенциала  $A_i$  определяются из системы четырех линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Эта система уравнений может быть упрощена с помощью удачно выбранного дополнительного условия, налагаемого на компоненты четырехмерного потенциала. Такая возможность, как известно, вытекает из градиентной инвариантности: как видно из определения потенциала (3.1), мы можем добавить к вектору  $A_i$  четырехмерный градиент  $\partial\Phi/\partial x_i$  произвольной функции  $\Phi$  от координат и времени. При этом тензор  $F_{ik}$  останется без изменения. Любое дополнительное условие, налагаемое на четырехмерный потенциал  $A_i$ , эквивалентно выбору подходящей функции  $\Phi$ .

Мы будем пользоваться в дальнейшем дополнительным условием

$$\frac{\partial A_k}{\partial x_k} - \kappa u_k u_t \frac{\partial A_t}{\partial x_k} = (\delta_{kt} - \kappa u_k u_t) \frac{\partial A_t}{\partial x_k} = 0, \quad (3.7)$$

которое является обобщением дополнительного условия Лоренца  $\frac{\partial A_k}{\partial x_k} + \frac{\kappa}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$  для случая покоящейся среды.

При таком выборе дополнительного условия система уравнений (3.4) принимает следующий более простой вид:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] (\delta_{is} - \kappa u_i u_s) A_s = - \frac{4\pi\mu}{c} j_i, \quad (3.8)$$

а уравнение (3.5) записывается соответственно в виде

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] A_\alpha = - \frac{4\pi\mu}{c} \left( \delta_{\alpha i} + \frac{\kappa}{1 + \kappa} u_\alpha u_i \right) j_i. \quad (3.9)$$

Уравнения для потенциалов могут быть также получены с помощью преобразований Лоренца из соответствующих уравнений для покоящейся среды [168, 170, 375].

Решения системы уравнений (3.8) или (3.9), удовлетворяющие необходимым граничным (и начальным) условиям, определяют поле в движущейся среде, вызванное заданным распределением зарядов и токов  $j_i$ .

Система уравнений (3.8) содержит четыре неизвестные функции — компоненты четырехмерного потенциала  $A_i$ . Но в силу дополнительного условия (3.7) независимыми являются только три из четырех функций  $A_i$ .

Рассмотренный способ введения потенциалов не является единственно возможным. Можно ввести потенциал, который является обобщением понятия вектора Герца на случай движущейся среды [170]. С этой целью введем тензор  $\Pi_{ik}$ , определив его соотношением

$$A_i = \left( \delta_{ik} + \frac{\kappa}{1 + \kappa} u_i u_k \right) \frac{\partial \Pi_{kl}}{\partial x_l}. \quad (3.10)$$

Тогда дополнительное условие (3.7) в силу соотношения (3.6) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Pi_{kl}}{\partial x_k \partial x_l} = 0, \quad (3.11)$$

откуда следует, что тензор  $\Pi_{kl}$  является антисимметричным. Подстановка вектор-потенциала в виде (3.10) в урав-



нение (3.8) приводит к уравнениям

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] \Pi_{ij} = -4\pi c P_{ij}, \quad (3.12)$$

где компоненты тензора моментов  $P_{ij}$  определяются из соотношения

$$j_i = c \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j}. \quad (3.13)$$

Из последнего соотношения видно, что тензор  $P_{ij}$  является антисимметричным тензором. Действительно, в силу известного закона сохранения заряда компоненты четырехмерного тока  $j_i = (\mathbf{j}, ic\rho)$  удовлетворяют условию

$$\frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0. \quad (3.14)$$

Если теперь в это выражение подставить четырехмерный ток  $j_i$ , записанный согласно формуле (3.13) через тензор  $P_{ij}$ , то нетрудно убедиться в антисимметричности этого тензора, ибо тогда выражение  $\partial^2 P_{ij} / \partial x_i \partial x_j$  тождественно обращается в нуль.

В силу антисимметричности тензоров  $\Pi_{ij}$  и  $P_{ij}$  они содержат только по шесть независимых компонент. Поля выражаются через потенциалы  $\Pi_{ij}$  по формулам

$$F_{ik} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \Pi_{kl}}{\partial x_l} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial \Pi_{il}}{\partial x_l} \right) + \\ + \frac{\kappa}{1 + \kappa} \left\{ u_k \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial}{\partial x_l} (\Pi_{sl} u_s) \right] - u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\partial}{\partial x_l} (\Pi_{sl} u_s) \right] \right\}. \quad (3.15)$$

#### § 4. Смысл понятий диэлектрической и магнитной проницаемостей в движущейся изотропной среде с дисперсией

В полученных выше уравнениях (3.8) и (3.9) для четырехмерного потенциала  $A_i$  и в уравнениях (3.12) для тензора Герца  $\Pi_{ij}$  свойства среды учитываются путем задания скорости ее перемещения  $\mathbf{u}$  и ее преломляющих свойств, определяемых значениями диэлектрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  проницаемостей в системе покоя этой среды. При этом  $\epsilon$  и  $\mu$  следует считать операторами, которые зависят от смещения во времени и пространстве. Поясним

это на простом примере. Рассмотрим покоящуюся среду, в которой задан закон дисперсии. В дальнейшем, если это не будет оговорено, мы будем считать, что среда в системе покоя не обладает пространственной дисперсией<sup>7</sup>. Диэлектрическая проницаемость такой среды имеет, вообще говоря, различные значения для волн различных частот. Соотношение

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.1)$$

следует понимать так. Представим  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  в виде интегралов Фурье по времени, т. е. представим электрическое поле и индукцию в виде суперпозиции колебаний с разными частотами:

$$\mathbf{E}(t) = \int \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad \mathbf{D}(t) = \int \mathbf{D}_\omega e^{-i\omega t} d\omega. \quad (4.2)$$

Тогда соотношение (4.1) может быть в фурье-представлении записано в виде соотношения

$$\mathbf{D}_\omega = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}_\omega, \quad (4.3)$$

где  $\varepsilon(\omega)$  — значение диэлектрической проницаемости на частоте  $\omega$ . Отсюда равенство (4.1) принимает следующий вид:

$$\mathbf{D}(t) = \int \mathbf{D}_\omega e^{-i\omega t} d\omega = \int \varepsilon(\omega) \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t} d\omega. \quad (4.4)$$

Если считать, что мы всегда можем представить поля в виде интеграла Фурье по времени, то соотношению (4.1) можно придать операторный смысл

$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{E}(t), \quad (4.5)$$

где  $\varepsilon$  — та же функция, что и в соотношении (4.3), но аргументом ее является оператор смещения по времени. Действительно, если в это соотношение подставить  $\mathbf{E}(t)$  и  $\mathbf{D}(t)$  из (4.2), то получим соотношения (4.3) и (4.4). Таким образом, диэлектрическая проницаемость покоящейся среды с дисперсией имеет смысл оператора, зависящего от смещения по времени. При наличии пространственной

<sup>7</sup> Покоящиеся среды с пространственной дисперсией рассмотрены в монографии: В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., «Наука», 1965.

дисперсии оператор  $\varepsilon$  будет, очевидно, зависеть не только от  $i \frac{\partial}{\partial t}$ , но и от оператора смещения в пространстве ( $-i\nabla$ ). То же самое относится, очевидно, и к оператору магнитной проницаемости  $\mu$ :

$$\varepsilon = \varepsilon \left( i \frac{\partial}{\partial t}, -i\nabla \right), \quad \mu = \mu \left( i \frac{\partial}{\partial t}, -i\nabla \right). \quad (4.6)$$

Если теперь перейти к случаю движущейся среды, то функциональная зависимость операторов  $\varepsilon$  и  $\mu$  от своих аргументов сохранится, но сами аргументы должны быть преобразованы по Лоренцу. Это приводит к замене аргументов в (4.6) по следующему правилу [145]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow cu_i \frac{\partial}{\partial x_i} = \gamma \left[ (\mathbf{u}, \nabla) + \frac{\partial}{\partial t} \right], \quad (4.7)$$

$$\nabla \rightarrow \nabla + \frac{\mathbf{u}}{u^2} \gamma \left[ (1 - \gamma)(\mathbf{u}, \nabla) + \beta^2 \frac{\partial}{\partial t} \right],$$

где принято обозначение

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}. \quad (4.8)$$

Здесь и в дальнейшем мы предполагаем, что все поля могут быть разложены по волнам вида  $\exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$ .

Из приведенных соотношений вытекает одно любопытное следствие. Предположим, что в системе покоя среда имела только временную дисперсию. Это означает, что  $\varepsilon$  и  $\mu$  (4.6) зависели только от аргумента  $\partial/\partial t$ :

$$\varepsilon = \varepsilon \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right), \quad \mu = \mu \left( i \frac{\partial}{\partial t} \right). \quad (4.9)$$

В фурье-представлении это соответствует тому случаю, когда  $\varepsilon$  и  $\mu$  зависят только от частоты волны  $\omega$  и не зависят от волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Если такая среда перемещается со скоростью  $\mathbf{u}$ , в аргументах  $\varepsilon$  и  $\mu$  следует произвести замену по формуле (4.7), в результате чего диэлектрическая и магнитная проницаемости движущейся среды будут иметь вид:

$$\varepsilon = \varepsilon \left( i\gamma \frac{\partial}{\partial t} + i\gamma (\mathbf{u}, \nabla) \right), \quad \mu = \mu \left( i\gamma \frac{\partial}{\partial t} + i\gamma (\mathbf{u}, \nabla) \right). \quad (4.10)$$

Появление в аргументе производных по пространственным координатам означает, что в движущейся среде по-

явилась пространственная дисперсия. Таким образом, если в покоящейся среде в ряде случаев можно не учитывать пространственную дисперсию, в движущейся среде учет пространственной дисперсии принципиально необходим. Физическая причина этого заключается в следующем. Пространственная дисперсия возникает при нелокальной связи между полем и индукцией, когда, например, значение индукции в данной точке пространства определяется значениями поля в некоторой области, окружающей данную точку, а не только в той же самой точке. В движущейся среде такая нелокальность возникает всегда из-за увлечения поля средой. Грубо говоря, значение поля в данной точке движущейся среды связано со значением поля в точке, которая находится «выше по течению». Пространственную дисперсию такого вида можно определить как конвективную пространственную дисперсию [166].

Рассмотрим случай, когда поле в среде описывается волнами вида  $\exp \{i (\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$ . Тогда аргументы  $\epsilon$  и  $\mu$  в (4.10) будут выражаться через частоту  $\omega$  и волновой вектор  $\mathbf{k}$ :

$$\epsilon = \epsilon \left( \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right), \quad \mu = \mu \left( \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right). \quad (4.11)$$

Отсюда видно, что значения  $\epsilon$  и  $\mu$  зависят от направления распространения волны по отношению к направлению движения среды. Движение нарушает изотропию среды.

Анизотропия вызывается не только указанной выше причиной, но также и тензорным характером связи между амплитудами полей и индукций в движущейся среде. Последнее обстоятельство обусловлено специфическим видом материальных уравнений (1.2) в движущейся изотропной среде.

#### § 5. Решение уравнений для потенциалов в движущейся среде

Рассмотрим решение уравнения для потенциалов на примере уравнения (3.9). Разложим потенциалы и токи в интегралы Фурье по всем частотам  $\omega$  и волновым векторам  $\mathbf{k}$ :

$$A_\alpha(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{k} \int d\omega A_\alpha(\omega, \mathbf{k}) \exp \{i (\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}, \quad (5.1)$$

$$j_i(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{k} \int d\omega j_i(\omega, \mathbf{k}) \exp \{i (\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\},$$

где интегрирование ведется в бесконечных пределах. Подстановка этих разложений в систему (3.9) позволяет выразить компоненту Фурье четырехмерного потенциала  $A_\alpha(\omega, \mathbf{k})$  через компоненты Фурье токов  $j_i(\omega, \mathbf{k})$  [21]:

$$A_\alpha(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi\mu(\omega, \mathbf{k})}{c} \frac{\left(\delta_{\alpha i} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_\alpha u_i\right) j_i(\omega, \mathbf{k})}{\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa(\omega, \mathbf{k}) \gamma^2 c^{-2} (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}. \quad (5.2)$$

Напомним, что в данной формуле  $\kappa(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon(\omega, \mathbf{k}) \cdot \mu(\omega, \mathbf{k}) - 1$ , а  $\gamma^{-2} = 1 - u^2/c^2$ .

Если в среде отсутствуют токи и заряды, то, как нетрудно видеть из формул (5.2), числитель выражений для  $A_\alpha(\omega, \mathbf{k})$  обращается в нуль. В этом случае  $A_\alpha(\omega, \mathbf{k})$  отличны от нуля только при выполнении условия

$$\Delta(\omega, \mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \kappa(\omega, \mathbf{k}) \gamma^2 c^{-2} (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2 = 0. \quad (5.3)$$

Уравнение (5.3) определяет, таким образом, закон распространения свободных электромагнитных волн в движущейся среде. Это уравнение может быть также получено с помощью преобразования Лоренца дисперсионного уравнения

$$\mathbf{k}^2 - \varepsilon\mu \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (5.4)$$

для покоящейся среды. Действительно, запишем (5.4) в виде

$$\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - (\varepsilon\mu - 1) \frac{\omega^2}{c^2} = 0. \quad (5.5)$$

Первые два слагаемых образуют релятивистски-инвариантное выражение и не меняются при преобразовании Лоренца. Последнее слагаемое в результате преобразования Лоренца приобретает тот же вид, что и последнее слагаемое в левой части уравнения (5.3).

Равенство (5.2) можно записать в виде

$$A_\alpha(\omega, \mathbf{k}) = G_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) j_\beta(\omega, \mathbf{k}), \quad (5.6)$$

где

$$G_{\alpha\beta} = \frac{4\pi\mu}{c} \frac{\delta_{\alpha\beta} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_\alpha u_\beta}{\Delta(\omega, \mathbf{k})} = \frac{4\pi\mu}{c\Delta(\omega, \mathbf{k})} \times \left(\delta_{\alpha\beta} + \frac{\kappa}{1+\kappa} u_\alpha u_\beta\right). \quad (5.7)$$

— тензор, являющийся фурье-образом тензорной функции Грина исходного уравнения (3.9). Переходя от равенства (5.6) к соответствующему равенству в координатном представлении, получим

$$A_{\alpha}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int G_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') j_{\beta}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt', \quad (5.8)$$

где тензор  $G_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$  получается из  $G_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$  (5.7) с помощью обратного преобразования Фурье и называется тензорной функцией Грина. Вид этой функции для ряда частных случаев (безграничная среда, отсутствие дисперсии, нерелятивистские скорости, сверхсветовое и досветовое движения среды) определялся в работах [168, 170, 267, 345, 346, 417].

Аналогичным образом можно записать выражение для фурье-компонент  $\Pi_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  тензорного потенциала Герца  $\Pi_{ij}$ , удовлетворяющего уравнению (3.12):

$$\Pi_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = - \frac{4\pi\mu P_{ij}(\omega, \mathbf{k})}{\Delta(\omega, \mathbf{k})} = G_0(\omega, \mathbf{k}) P_{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (5.9)$$

где  $G_0(\omega, \mathbf{k})$  — фурье-компонента функции Грина уравнения (3.12). Легко видеть, что в данном случае функция Грина является скалярной величиной. Переходя в равенстве (5.9) к координатному и временному представлению аналогично (5.8), получаем

$$\Pi_{ij}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') P_{ij}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt', \quad (5.10)$$

где  $G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$  получается из  $G_0(\omega, \mathbf{k})$  обратным фурье-преобразованием.

Тензорная функция Грина  $G_{\alpha\beta}$  связана со скалярной функцией Грина  $G_0$  соотношением

$$G_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{c} \left( \delta_{\alpha\beta} + \frac{\kappa}{1 + \kappa} u_{\alpha} u_{\beta} \right) G_0(\omega, \mathbf{k}). \quad (5.11)$$

В этом легко убедиться, сравнивая равенства (5.7) и (5.9). В случае, когда в среде нет дисперсии, из соотношения (5.11) следует

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \frac{1}{c} \left( \delta_{\alpha\beta} + \frac{\kappa}{1 + \kappa} u_{\alpha} u_{\beta} \right) G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t'). \quad (5.12)$$

§ 6. Принцип излучения  
в электродинамике движущихся сред

Запишем выражение для скалярной функции Грина  $G_0$  в координатном пространстве:

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{r}, t) &= 4\pi \int \frac{\mu(\omega, \mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}}{\Delta(\omega, \mathbf{k})} d\mathbf{k} d\omega = \\ &= 4\pi \int \frac{\mu(\omega, \mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\} d\mathbf{k} d\omega}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\kappa}{c^2 - u^2}(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Интегрирование по  $\mathbf{k}$  и  $\omega$  проводится в бесконечных пределах.

Функция Грина  $G_0(\mathbf{r}, t)$ , определяемая выражением (6.1), является формальным решением уравнения

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right] G_0(\mathbf{r}, t) = 4\pi\mu (2\pi)^4 \delta(\mathbf{r}) \delta(t). \quad (6.2)$$

Для вычисления интеграла (6.1) необходимо задать способ обхода полюсов, лежащих на пути интегрирования. Полюсы имеют место при тех значениях  $\mathbf{k}$  и  $\omega$ , для которых выполняется дисперсионное уравнение (5.3). Таким образом, эти полюсы соответствуют реально существующим в движущейся среде свободным электромагнитным волнам. Ниже мы будем предполагать, что полюсы подынтегрального выражения в (6.1) лежат на действительной оси, что соответствует незатухающим волнам.

Поскольку уравнение (6.2) для функции Грина  $G_0(\mathbf{r}, t)$  является дифференциальным уравнением в частных производных порядка выше первого, оно имеет несколько линейно независимых решений. Из интегральной записи  $G_0(\mathbf{r}, t)$  (6.1) можно получить все эти решения соответствующим выбором обхода полюсов. Обычно в электродинамике для выделения физического решения пользуются принципом излучения Зоммерфельда, который эквивалентен требованию, чтобы на бесконечном расстоянии от источника поле представлялось в виде суперпозиции расходящихся волн. Это требование, как было показано впервые Мандельштамом [104], не является достаточным даже в электродинамике покоящихся сред. Причину легко понять, если рассмотреть излучение какого-нибудь источника, например осциллятора, помещенного в преломляющую среду. Если источник излучает энергию, то на большом

расстоянии от источника групповая скорость излучаемых волн должна иметь положительную проекцию на радиус-вектор, проведенный из области, занятой источником, в точку наблюдения. В преломляющей среде направление групповой скорости, вообще говоря, не совпадает с направлением фазовой<sup>8</sup>. Поэтому возможен такой случай, когда проекция групповой скорости на радиус-вектор точки наблюдения положительна (т. е. энергия распространяется от источника к точке наблюдения), а проекция фазовой скорости на то же направление отрицательна. Это означает, что поле излучения представляет собой суперпозицию сходящихся волн. Таким образом, принцип излучения Зоммерфельда в рассмотренном примере не соблюдается, так как физическим требованием является требование, чтобы поток энергии (а не фазовая скорость) был направлен от источника [28]. Отметим, однако, что в движущейся среде требование, чтобы энергия уходила от источника, является недостаточным. Можно указать, например, рассмотренный еще И. Е. Таммом [424] случай обращения черенковских потерь, когда излучение Вавилова — Черенкова рассматривается в системе координат, в которой заряд покоится. В этом случае движущаяся среда ускоряет заряд. Это означает, что энергия передается от движущейся среды источнику поля.

В электродинамике равновесных сред существует несколько способов, позволяющих выделить физические решения уравнений поля. К числу этих способов относятся

1. Способ, основанный на принципе излучения Зоммерфельда (требование, чтобы поле на бесконечности разлагалось только по расходящимся волнам).

2. Способ, основанный на принципе излучения Мандельштама (требование, чтобы поток энергии на бесконечности был направлен от источника).

3. Метод введения бесконечно малого затухания (полюсы смещаются с действительной оси на бесконечно малое расстояние «вверх» или «вниз», и из полученных таким образом решений выбираются те, которые экспоненциально затухают по мере удаления от источника).

---

<sup>8</sup> В качестве примера укажем на изотропную среду с одновременно отрицательными значениями диэлектрической ( $\epsilon$ ) и магнитной ( $\mu$ ) проницаемостей. В этом случае поток энергии направлен противоположно фазовой скорости.



4. Решение задачи Коши (т. е. нахождение решений, удовлетворяющих заданным начальным условиям).

Ниже мы будем определять правила обхода полюсов, исходя из задания начальных условий. Функция Грина  $G_0$  удовлетворяет уравнению (6.2), т. е. описывает поле, возникающее в результате действия мгновенного точечного источника, расположенного в начале координат. Естественно потребовать, чтобы до момента включения источника поле было тождественно равно нулю. Это требование определяет правила обхода полюсов при интегрировании выражения (6.1) для функции Грина. Действительно, для того чтобы функция  $G_0$  обращалась в нуль при  $t < 0$ , необходимо при интегрировании по частоте  $\omega$  все полюсы, возникающие на пути интегрирования, обходить сверху. Этому требованию можно удовлетворить, записав выражение (6.1) в виде

$$G_0 = 4\pi \lim_{\gamma \rightarrow 0} \int \frac{\mu \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}}{\Delta(\omega + i\gamma, \mathbf{k})} d\mathbf{k} d\omega, \quad (6.3)$$

где  $\gamma$  — малая положительная величина. В дальнейшем мы для краткости будем иногда опускать знак предельного перехода. Выражение (6.3) можно переписать, разложив знаменатель  $\Delta$  по степеням  $\gamma$  и ограничившись членами первого порядка:

$$G_0 = 4\pi \int \frac{\mu \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\} d\mathbf{k} d\omega}{\Delta + i\gamma \frac{\partial \Delta}{\partial \omega}}. \quad (6.4)$$

Воспользуемся соотношением

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1}{x + i\alpha} = \frac{P. V.}{x} - i\pi \operatorname{sgn} \alpha \cdot \delta(x), \quad (6.5)$$

где  $P. V.$  означает главное значение, а знаковая функция имеет вид

$$\operatorname{sgn} \alpha = \frac{\alpha}{|\alpha|} = \begin{cases} +1, & \text{если } \alpha > 0 \\ -1, & \text{если } \alpha < 0. \end{cases} \quad (6.6)$$

С помощью этих соотношений выражение для функции Грина можно записать в виде

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 4\pi \int d\mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \int \mu \exp(-i\omega t) d\omega \times \\ \times \left\{ \frac{P. V.}{\Delta(\omega, \mathbf{k})} - i\pi \operatorname{sgn} \left( \frac{\partial \Delta}{\partial \omega} \right) \delta[\Delta(\omega, \mathbf{k})] \right\}. \quad (6.7)$$

В дальнейшем мы будем опускать символ главного значения  $P. V.$ , имея в виду, что все интегралы будут вычисляться в смысле главного значения. Выражение (6.7) было получено Ю. В. Чугуновым [189, 190]. Для случая движущейся среды без дисперсии оно было получено ранее в работе [23].

Можно показать [28], что функция Грина  $G_0(\mathbf{r}, t)$  (6.3) или (6.4), удовлетворяющая поставленным нами начальным условиям, обладает тем свойством, что функция

$$G_\omega(\mathbf{r}) = \int \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}}{\Delta(\omega, \mathbf{k}) + i\gamma \frac{\partial \Delta}{\partial \omega}} \quad (6.8)$$

экспоненциально затухает с ростом расстояния от источника (т. е. от начала координат). Это означает, что решение задачи Коши, полученное выше, удовлетворяет тем же требованиям, что и решение, полученное с помощью введения бесконечно малого затухания в среде. Таким образом, способы 3) и 4) выделения физических решений оказываются эквивалентными. Можно показать далее, что оба эти способа эквивалентны принципу излучения Мандельштама [28]. Что же касается принципа излучения Зоммерфельда, то он сводится к остальным трем способам выделения физического решения только в том случае, если среда не обладает дисперсией. Действительно, принцип излучения Зоммерфельда накладывает условие на фазовую скорость волн, в то время как принцип излучения Мандельштама и эквивалентные ему остальные два способа накладывают условие на групповую скорость.

## § 7. Свободные волны в движущейся среде

Закон распространения свободных электромагнитных волн в движущейся среде можно получить из системы уравнений (3.9) для потенциалов  $A_i$ , если положить в них четырехмерный ток  $j_i$  равным нулю. Тогда мы получим уравнение для потенциалов поля в отсутствие токов и зарядов

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \kappa \left( u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right)^2 \right\} A_\alpha = 0. \quad (7.1)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде

$$A_\alpha(\mathbf{r}, t) = A_{0\alpha} \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}, \quad (7.2)$$

где амплитуда  $A_{0\alpha}$  не зависит от координат и времени. Подставляя это выражение в (7.1), получим следующее уравнение:

$$\left\{ k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\kappa}{1 - u^2/c^2} \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}{c^2} \right\} A_{0\alpha} = 0, \quad (7.3)$$

где  $\mathbf{u}$  — трехмерная скорость переноса среды;  $\gamma^{-2} = 1 - u^2/c^2$ , а  $\kappa = (\epsilon\mu - 1)$ . Из (7.3) видно, что отличные от нуля решения существуют только при выполнении условия

$$\Delta(\omega, \mathbf{k}) = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\kappa}{1 - u^2/c^2} \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}{c^2} = 0, \quad (7.4)$$

представляющего собой дисперсионное уравнение для плоских монохроматических электромагнитных волн в движущейся среде.

Как видно из предыдущего, дисперсионное уравнение (7.4) эквивалентно условию обращения в нуль знаменателя в разложении Фурье для функции Грина (6.1).

Напомним здесь, что величина  $\kappa$  является функцией частоты  $\omega$  и волнового вектора  $\mathbf{k}$ , т. е.  $\kappa = \kappa(\omega, \mathbf{k})$ .

Как видно из дисперсионного уравнения (7.4), в него входит скалярное произведение  $\mathbf{k}\mathbf{u}$  волнового вектора  $\mathbf{k}$  на скорость перемещения среды  $\mathbf{u}$ . Это означает, что закон распространения волны в движущейся среде зависит от угла между направлениями волнового вектора и скорости среды. В этом смысле движущаяся среда обладает анизотропией даже в том случае, если в системе покоя она изотропна.

Ниже мы рассмотрим особенности распространения свободных электромагнитных волн в движущейся среде.

Определим фазовую скорость волны, распространяющейся под углом  $\vartheta$  к направлению движения среды. Для этого положим

$$\mathbf{k}\mathbf{u} = ku \cos\vartheta;$$

$$k = \frac{\omega}{c} n(\mathbf{k}), \quad (7.5)$$

где  $n(\mathbf{k})$  — показатель преломления среды в направлении  $\mathbf{k}$ . Подставив соотношения (7.5) в дисперсионное уравнение (7.4), получим уравнение, определяющее фазовую скорость  $v_{\text{ф}} = c/n$  для волны, распространяющейся под

углом  $\vartheta$  к направлению движения среды:

$$\left(\frac{c}{n}\right)^2 - c^2 + \eta \left(\frac{c}{n} - u \cos \vartheta\right)^2 = 0, \quad (7.6)$$

где

$$\eta = \frac{\kappa}{1 - u^2/c^2} = \frac{\epsilon\mu - 1}{1 - u^2/c^2}. \quad (7.7)$$

Поскольку при наличии дисперсии коэффициент  $\eta$  (7.7) в уравнении (7.6) зависит от  $k$  и  $\omega$  и, следовательно, от  $n$ , то решение уравнения (7.6) в общем случае затруднительно. Однако, если рассмотреть среду без дисперсии, для которой коэффициент  $\eta$  не зависит от  $n$ , уравнение (7.6) можно легко решить. Мы получаем [21]

$$\left(\frac{c}{n}\right)_{1,2} = \frac{\eta u \cos \vartheta \pm \sqrt{c^2 + \eta(c^2 - u^2 \cos^2 \vartheta)}}{1 + \eta}. \quad (7.8)$$

Формула (7.8) определяет фазовую скорость  $c/n$  для электромагнитной волны в движущейся среде без дисперсии, распространяющейся под углом  $\vartheta$  к скорости перемещения среды. На первый взгляд из формулы (7.8) можно вывести заключение, что знаки плюс и минус соответствуют двум различным решениям. Однако это не так. Действительно, два решения  $c/n_1$  и  $c/n_2$  связаны между собой соотношением

$$c/n_1 (\pi - \vartheta) = -c/n_2 (\vartheta). \quad (7.9)$$

Если в каждом данном направлении, составляющем угол  $\vartheta$  со скоростью среды, отложить величины  $c/n(\vartheta)$ , мы получим так называемую поверхность нормалей.

Поверхность нормалей является поверхностью вращения с осью, направленной по скорости движения среды. Из сказанного следует, что два решения (7.8) описывают одну поверхность нормалей. Таким образом, анизотропия движущейся среды имеет характер, отличный от анизотропии кристалла. В обоих случаях показатели преломления для волны заданной частоты зависят от направления. Но в кристалле (без пространственной дисперсии) в каждом заданном направлении могут распространяться две волны определенной частоты с разными фазовыми скоростями, причем каждому из двух возможных значений фазовой скорости отвечает своя поляризация.

В движущейся среде имеет место вырождение по поляризации, т. е. волна, обладающая одним из возможных

значений фазовой скорости, может иметь произвольную поляризацию, совместимую с дополнительным условием (3.7). Для свободных электромагнитных волн можно считать  $A_4 = i\varphi = 0$ . В этом случае условие (3.7) принимает вид

$$\operatorname{div} \mathbf{A} - \frac{\eta}{c^2} \left\{ (\mathbf{u}, \nabla)(\mathbf{u}, \mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}, \mathbf{A}) \right\} = 0. \quad (7.10)$$

Для плоской электромагнитной волны (7.2) получаем

$$\left( \mathbf{k} - \eta \frac{(\mathbf{u}, \mathbf{k}) - \omega}{c^2} \mathbf{u}, \mathbf{A}_0 \right) = 0, \quad (7.11)$$

т. е. вектор поляризации  $\mathbf{A}_0$  перпендикулярен вектору

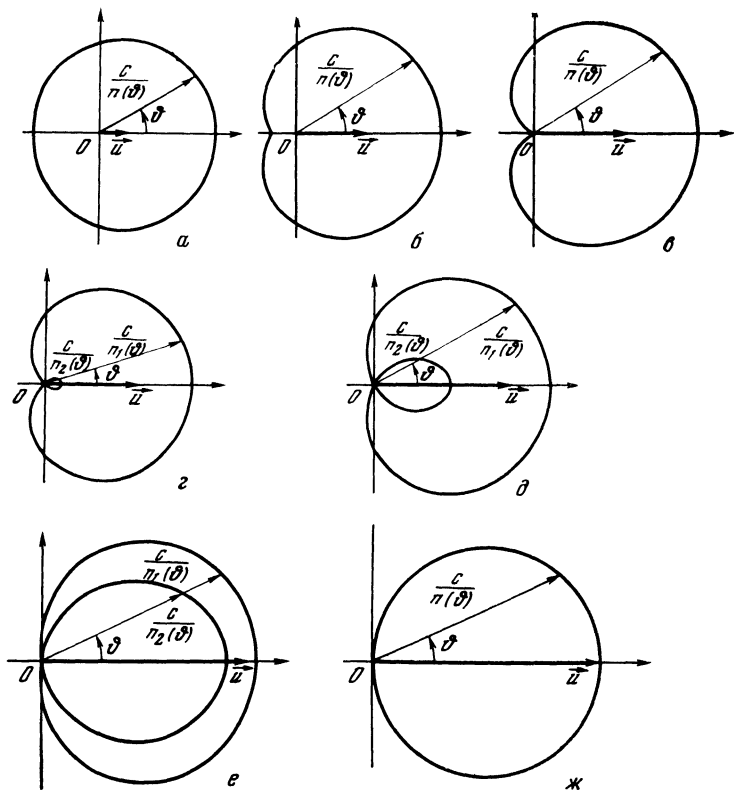
$$\mathbf{k} - \eta \frac{(\mathbf{u}, \mathbf{k}) - \omega}{c^2} \mathbf{u},$$

который представляет собой линейную комбинацию скорости среды и волнового вектора.

Посмотрим, какой вид имеет поверхность нормалей при различных скоростях движения среды (рис. 1). В до-световом случае ( $\epsilon\mu u^2/c^2 < 1$ ) из формулы (7.8) получаем, что поверхность нормалей имеет вид гладкой замкнутой поверхности, содержащей внутри себя начало координат (рис. 1, а). Эта поверхность смещена по направлению движения среды, т. е. фазовая скорость волны, направление распространения которой составляет острый угол со скоростью среды, оказывается больше, чем фазовая скорость волны, распространяющейся под тупым углом к скорости среды (рис. 1, а, б).

Если скорость перемещения среды равна фазовой скорости света ( $u = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ ), то поверхность нормалей имеет характерный вид, изображенный на рис. 1, в. На этой поверхности нет точек самопересечения, т. е. в каждом заданном направлении величина  $c/n$  ( $\vartheta$ ) имеет одно положительное и одно отрицательное значения. В сверхсветовом случае ( $u > c/\sqrt{\epsilon\mu}$ ), как видно из рис. 1, г — е, поверхность нормалей становится самопересекающейся, причем точка самопересечения находится в начале координат. В точке самопересечения поверхность нормалей касается конуса, угол раствора которого определяется равенством

$$(\lg \vartheta_0)_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon\mu u^2/c^2 - 1}{1 - u^2/c^2}}. \quad (7.12)$$



**Рис. 1.** Поверхность фазовой скорости в движущейся среде

$\phi$  — угол между направлением волнового вектора и скоростью движения среды  $u$ . Длина вектора, отложенного из точки  $O$  под углом  $\phi$ , пропорциональна фазовой скорости волны  $c/n(\phi)$ . Показатель преломления среды в системе покоя принят равным 3 ( $\sqrt{\epsilon\mu} = 3$ ). Среда не обладает дисперсией в системе покоя.

$a$  —  $u/c = 0,1$  (нерелятивистская скорость перемещения среды);  $b$  —  $u/c = 0,25$  (досветовая скорость среды);  $в$  —  $u/c = 1/3$  (скорость движения среды равна фазовой скорости света в покоящейся среде);  $г$  —  $u/c = 0,4$  (скорость движения среды несколько превышает фазовую скорость света в покоящейся среде);  $д$  —  $u/c = 0,6$  (скорость движения среды заметно превышает фазовую скорость света);  $e$  —  $u/c = 0,9$  (скорость движения среды близка к скорости света в вакууме);  $ж$  —  $u = c$

Если теперь выбрать направление, лежащее внутри указанного выше конуса, то такому направлению будут соответствовать два возможных значения фазовой скорости  $c/n$ . При этом для направлений, составляющих острый угол с направлением движения среды, эти два значения фазовой скорости оказываются положительными, а для направлений, составляющих тупой угол, — отрицательными. Направлениям же, лежащим вне конуса, соответствуют два значения фазовой скорости, имеющие разные знаки.

Наконец, если скорость перемещения среды равна скорости света ( $u = c$ ), поверхность нормалей принимает вид сферы (рис. 1, ж). Эта сфера построена как на диаметре на отрезке длиной  $c$ , отложенном от начала координат в направлении движения среды.

От поверхности нормалей можно перейти к поверхности показателя преломления  $n$  (рис. 2). Эта поверхность при  $\epsilon\mu u^2/c^2 < 1$  является эллипсоидом, при  $\epsilon\mu u^2/c^2 = 1$  — параболоидом, а при  $\epsilon\mu (u^2/c^2) > 1$  — гиперболоидом вращения. На рис. 2 стрелками обозначены направления групповой скорости, которые определялись с помощью (7.15).

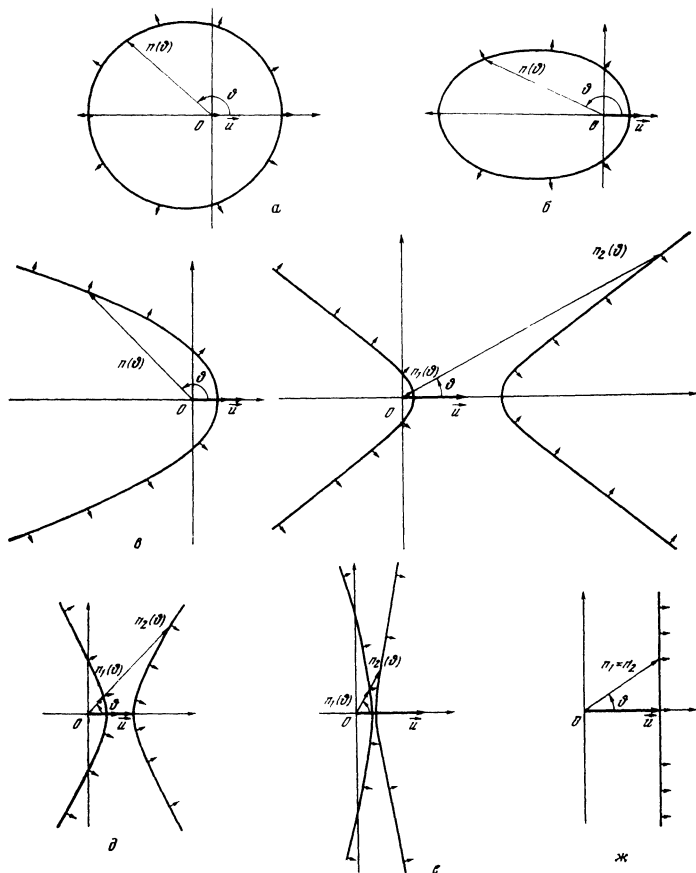
Как видно из рис. 2,  $a, б$ , в досветовом случае возможны любые направления групповой скорости. В случае  $u = c/\sqrt{\epsilon\mu}$  групповая скорость может составлять со скоростью среды только острый угол (рис. 2, в). В сверхсветовом случае (рис. 2,  $г - e$ ) векторы групповой скорости лежат внутри конуса с углом раствора  $\vartheta_g$ , где

$$\operatorname{tg} \vartheta_g = \operatorname{ctg} \vartheta_0 = \sqrt{\frac{1 - u^2/c^2}{\epsilon\mu u^2/c^2 - 1}}. \quad (7.13)$$

Образующие этого конуса перпендикулярны асимптотам гиперболы на рис. 2,  $г - e$ .

При стремлении скорости перемещения среды к скорости света ( $u \rightarrow c$ ) поверхность показателя преломления вырождается в плоскость, расположенную на единичном расстоянии от начала координат и перпендикулярную скорости  $u$  (рис. 2, ж).

Выражение (7.8) дает величину фазовой скорости волны в движущейся среде без дисперсии в направлении, составляющем угол  $\vartheta$  с направлением движения среды. Выражение для групповой скорости волны в движущейся среде без дисперсии можно получить из дисперсионного



**Рис. 2.** Поверхность показателей преломления в движущейся среде

Длина вектора, отложенного под углом  $\theta$  к скорости движения среды  $u$ , пропорциональна показателю преломления в данном направлении. Нормальные к этой поверхности стрелки указывают направления групповой скорости волны. Показатель преломления среды в системе покоя равен 3 ( $\sqrt{\epsilon\mu} = 3$ ). Среда не обладает дисперсией в системе покоя.

$a - u/c = 0,1$  (нерелятивистская скорость перемещения среды);  $б - u/c = 0,25$  (скорость движения среды близка к фазовой скорости света в покоящейся среде);  $в - u/c = 1/3$  (скорость движения среды равна фазовой скорости света в покоящейся среде);  $г - u/c = 0,4$  (скорость движения среды несколько превышает фазовую скорость света в покоящейся среде);  $д - u/c = 0,6$  (скорость движения среды заметно превышает фазовую скорость света в покоящейся среде);  $е - u/c = 0,9$  (скорость движения среды близка к скорости света в вакууме);  $ж - u = c$



уравнения (7.4) [165]:

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = c \frac{\mathbf{k} + \kappa \gamma^2 c^{-2} \mathbf{u} (\omega - \mathbf{k} \mathbf{u})}{\omega/c + \kappa \gamma^2 c^{-1} (\omega - \mathbf{k} \mathbf{u})}. \quad (7.14)$$

При этом нужно иметь в виду, что при получении явного выражения для групповой скорости как функции частоты, скорости движения среды и направления распространения волны, в формуле (7.14) величину волнового вектора  $\mathbf{k}$  следует выразить через эти аргументы с помощью дисперсионного уравнения (7.4). Эти соображения применимы в дальнейшем ко всем выражениям для фазовой и групповой скоростей.

Отметим, что, хотя в системе покоя среда изотропна и в ней групповая скорость совпадает с фазовой по величине и направлению, движение среды вызывает своеобразную анизотропию и приводит к различию между фазовой и групповой скоростями как по величине, так и по направлению. Действительно, можно показать, что групповая скорость волны с волновым вектором  $\mathbf{k}$  совпадает по направлению с нормалью к поверхности волновых векторов  $k = k(\omega, \vartheta, \varphi)$  [26]. В случае изотропной среды поверхность волновых векторов вырождается в сферу и групповая скорость параллельна фазовой.

В движущейся среде без дисперсии имеет место соотношение между фазовой и групповой скоростями

$$(\mathbf{v}_\varphi, \mathbf{v}_g) = v_\varphi^2 \text{ или } v_\varphi = v_g \cos(\mathbf{v}_\varphi, \mathbf{v}_g), \quad (7.15)$$

т. е. проекция групповой скорости на фазовую равна фазовой скорости. Аналогичное соотношение имеет место в анизотропных покоящихся средах<sup>9</sup>. С помощью соотношения (7.15) можно обосновать выбор направлений групповой скорости на рис. 2, а — ж.

При нерелятивистских скоростях движения среды фазовая и групповая скорости волны в среде без дисперсии принимают вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_\varphi &= \left\{ \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon \mu}\right) u \cos \vartheta \right\} \frac{\mathbf{k}}{k}, \\ \mathbf{v}_g &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \frac{\mathbf{k}}{k} + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon \mu}\right) \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (7.16)$$

<sup>9</sup> М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. М., «Наука», 1970.

где  $\vartheta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{u}$ . При этом отброшены члены порядка  $u^2/c^2$  и более высокого порядка малости.

Фазовая скорость направлена по волновому вектору  $\mathbf{k}$ , групповая же скорость имеет составляющие как вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$ , так и по скорости среды  $\mathbf{u}$ . Последнее обстоятельство указывает на увлечение энергии электромагнитной волны движущейся средой. Множитель  $(1 - 1/\epsilon\mu)$  в формулах (7.16) называется коэффициентом увлечения света движущейся средой. Выражение для этого коэффициента было впервые получено Френелем (см. [15]).

Рассмотрим теперь свободные волны в движущейся изотропной среде при наличии дисперсии. При этом мы будем считать, что в системе покоя среда обладает только частотной дисперсией, т. е.  $\epsilon$  и  $\mu$  в системе покоя среды зависят от частоты  $\omega$ . Тогда в движущейся системе постоянные  $\epsilon$  и  $\mu$  будут зависеть от частоты:

$$\omega' = \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (7.17)$$

(см. формулу (4.11)).

В этом случае, как уже было сказано выше, выражение (7.8) определяет фазовую скорость распространения электромагнитных волн в движущейся среде неявным образом, поскольку величина  $\eta$ , которая входит в выражение (7.8) для  $c/n$ , сама зависит от  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ , т. е. в конечном счете и от величины  $n$ . Аналогичная ситуация будет иметь место и в более общем случае, когда изотропная среда в системе покоя обладает не только частотной, но и пространственной дисперсией, т. е. когда функции  $\epsilon$  и  $\mu$  в системе покоя зависят от частоты волны  $\omega$  и волнового вектора  $\mathbf{k}$ . В этом случае в системе координат, где среда движется со скоростью  $\mathbf{u}$ , постоянные  $\epsilon$  и  $\mu$  будут зависеть от аргументов:

$$\omega' = \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}},$$

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{u} \frac{(\mathbf{k}, \mathbf{u})(1 - \sqrt{1 - u^2/c^2}) - \omega u^2/c^2}{u^2 \sqrt{1 - u^2/c^2}}. \quad (7.17')$$

Если фазовая скорость волн в общем случае определяется лишь неявно из выражения (7.8), то для групповой скорости нетрудно получить явное выражение. Из диспер-

сионного уравнения (7.4) получаем

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = c \frac{\mathbf{k} + \frac{\kappa}{c^2} \gamma^2 (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}) \mathbf{u} - \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}{2c^2} \gamma^2 \frac{\partial \kappa}{\partial \mathbf{k}}}{\frac{\omega}{c} + \frac{\kappa}{c} (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}) \gamma^2 + \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}{2c} \gamma^2 \frac{\partial \kappa}{\partial \omega}}, \quad (7.18)$$

где  $\gamma^{-2} = 1 - u^2/c^2$ .

Следует иметь в виду, что функция  $\kappa(\omega', \mathbf{k}') = \varepsilon(\omega', \mathbf{k}') \mu(\omega', \mathbf{k}') - 1$  зависит от  $\mathbf{k}$  и  $\omega$  через аргументы (7.17').

Как видно из формулы (7.18), групповая скорость волны в движущейся среде с пространственной дисперсией имеет три слагаемых. Одно из них направлено по волновому вектору  $\mathbf{k}$ , второе — по скорости движения среды  $\mathbf{u}$ , третье — по градиенту функции  $\kappa$ . Легко видеть, что третье слагаемое — градиент  $\kappa$  — может иметь составляющие только по направлениям  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{u}$ , ибо имеются только два выделенных направления  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{u}$ . Таким образом, и в общем случае изотропной движущейся среды с произвольной дисперсией справедлив вывод, что групповая скорость имеет составляющие по направлениям волнового вектора  $\mathbf{k}$  и скорости переноса среды  $\mathbf{u}$ .

Если пространственная дисперсия в системе покоя отсутствует, то градиент  $\kappa$  направлен только по скорости  $\mathbf{u}$  и тогда групповая скорость принимает вид [165]

$$\mathbf{v}_g = c \frac{\mathbf{k} + \mathbf{u} \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{c^2} \gamma^2 \left[ \kappa + \frac{\kappa'}{2} \gamma (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}) \right]}{\frac{\omega}{c} + \frac{\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}}{c} \gamma^2 \left[ \kappa + \frac{\kappa'}{2} \gamma (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}) \right]}, \quad (7.19)$$

где  $\kappa' = \partial \kappa(\omega') / \partial \omega'$ .

В случае нерелятивистских скоростей последнее выражение для групповой скорости сильно упрощается и принимает вид

$$\mathbf{v}_g = v_{0g} \frac{\mathbf{k}}{k} + \left( 1 - \frac{v_{0g}}{n_0 c} \right) \mathbf{u} + \frac{v_{0g}^2}{c} \left( \frac{\mathbf{k}}{k}, \mathbf{u} \right) \times \\ \times \frac{\omega \left[ n_0^2 \frac{\partial^2 (\omega n_0)}{\partial \omega^2} + \frac{\partial n_0}{\partial \omega} \right]}{n_0} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad (7.20)$$

где  $v_{0g} = \frac{c}{d(\omega n_0)/d\omega}$  есть групповая скорость волн в покоя-

щейся среде, а величина  $n_0 = \sqrt{\epsilon\mu}$  совпадает с показателем преломления в покоящейся среде.

Приведем также выражение для фазовой скорости волн в медленно движущейся среде в отсутствие пространственной дисперсии:

$$v_{\Phi} = \left\{ \frac{c}{n_0} + \left[ \left( 1 - \frac{1}{n_0^2} \right) + \frac{\omega}{n_0} \frac{dn_0}{d\omega} \right] u \cos \vartheta \right\} \frac{k}{k}, \quad (7.21)$$

где  $\vartheta$  есть угол между направлением распространения волны  $\mathbf{k}$  и скорости переноса среды  $\mathbf{u}$ .

В формуле (7.21) член с производной по частоте получен Лоренцем в 1895 г. и экспериментально подтвержден Зеemanом в 1905 г. (см. [130]).

В заключение этого раздела остановимся на особенностях распространения волн в такой движущейся среде, которая в системе покоя имеет диэлектрическую проницаемость вида

$$\epsilon(\omega) = 1 + \text{const}/\omega^2, \quad (7.22)$$

причем постоянная в формуле (7.22) может быть как положительной, так и отрицательной. В последнем случае диэлектрическая проницаемость (7.22) описывает электромагнитные свойства холодной электронной плазмы в длинноволновом приближении.

Для таких сред дисперсионное уравнение (7.4) принимает вид

$$\mathbf{k}^2 - \omega^2/c^2 = \text{const}. \quad (7.23)$$

Как видно из формулы (7.23), в этом случае в дисперсионное уравнение не входит скорость переноса среды  $\mathbf{u}$ , т. е. оно имеет один и тот же вид при любой скорости перемещения среды.

Если приравнять нулю постоянную в правой части уравнения (7.23), то мы получим дисперсионное уравнение для свободных волн в вакууме.

Из дисперсионного уравнения (7.23) получаем следующие выражения для фазовой и групповой скоростей волн:

$$v_{\Phi} = \frac{\omega}{\sqrt{\text{const} + \omega^2/c^2}} \frac{k}{k},$$

$$v_g = \frac{c^2}{\omega} \sqrt{\text{const} + \frac{\omega^2}{c^2}} \frac{k}{k}. \quad (7.24)$$

В этом случае произведение фазовой скорости на групповую равно квадрату скорости света. Разумеется, выражения (7.24) могут быть получены из ранее выведенных общих формул (7.8) и (7.19).

Соотношения (7.23) и (7.24) в точности аналогичны соотношениям между энергией и импульсом частицы, обладающей конечной массой. В данном случае эта масса пропорциональна входящей в уравнение (7.23) постоянной.

### § 8. Функция Грина в движущейся среде без дисперсии

Для движущейся среды, не обладающей дисперсией, функция Грина (6.1) может быть вычислена точно. Введем цилиндрическую систему координат, ось  $z$  которой направлена по скорости переноса среды. Компоненту волнового вектора  $\mathbf{k}$  по оси  $z$  обозначим через  $k_z$ , а его проекцию на плоскость, перпендикулярную оси  $z$ , — через  $k_\rho$ . Аналогичные проекции радиуса-вектора  $\mathbf{r}$  обозначим соответственно через  $z$  и  $\rho$ . Проводя в (6.1) интегрирование по азимутальному углу между векторами  $\mathbf{k}_\rho$  и  $\rho$ , получим

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 8\pi^2 \mu \int \frac{J_0(k_\rho \rho) \exp\{i(k_z z - \omega t)\} k_\rho dk_\rho dk_z d\omega}{k_\rho^2 + \frac{\epsilon\mu - \beta^2}{1 - \beta^2} \frac{\omega^2}{c^2} + 2 \frac{\epsilon\mu - 1}{1 - \beta^2} \beta \frac{\omega}{c} k_z + \frac{1 - \epsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} k_z^2}, \quad (8.1)$$

где  $J_0(k_\rho \rho)$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, а  $\beta = u/c$ . С помощью известной формулы<sup>10</sup>

$$\int_0^\infty \frac{J_0(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho}{k_\rho^2 + a^2} = K_0(a\rho) \quad (8.2)$$

( $K_0$  — функция Макдональда) интеграл (8.1) приводится к виду

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 8\pi^2 \mu \times \\ \times \int K_0\left(\frac{\rho}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sqrt{(\beta^2 - \epsilon\mu) \frac{\omega^2}{c^2} + 2(\epsilon\mu - 1)\beta \frac{\omega}{c} k_z - (\beta^2 \epsilon\mu - 1)k_z^2}\right) \times \\ \times \exp\{i(k_z z - \omega t)\} dk_z d\omega, \quad (8.3)$$

где  $\beta = u/c$ .

<sup>10</sup> И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1971.

При этом необходимо выбирать такую ветвь аргумента функции  $K_0$ , чтобы было

$$\operatorname{Re} \left\{ \sqrt{(\beta^2 - \varepsilon\mu) \frac{\omega^2}{c^2} + 2(\varepsilon\mu - 1)\beta \frac{\omega}{c} k_z - (\beta^2 \varepsilon\mu - 1) k_z^2} \right\} > 0. \quad (8.4)$$

Это требование эквивалентно принципу излучения, сформулированному в виде (6.3).

Представление функции Грина в виде разложения (8.3) оказывается удобным для задач с цилиндрической симметрией.

Вычисление интеграла в (8.3) удобно провести, введя вместо  $\omega$  новую переменную

$$\omega' = \omega - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} \beta c k_z. \quad (8.5)$$

Тогда формула (8.3) запишется в виде

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 4\pi^3 \mu i \int H_0^{(1)} \left( \rho \sqrt{\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{c^2(1 - \beta^2)} \omega'^2 - \varepsilon\mu \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2} k_z^2} \right) \times \\ \times \exp(-i\omega't) \exp \left\{ i k_z \left( z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} ut \right) \right\} dk_z d\omega', \quad (8.6)$$

где  $H_0^{(1)}$  — функция Ганкеля.

Здесь мы воспользовались известным соотношением из теории бесселевых функций

$$K_0(z) = \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}(iz).$$

Естественно, что в этом случае условие (8.4) удобно записать несколько иначе:

$$\operatorname{Im} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{c^2(1 - \beta^2)} \omega'^2 - \varepsilon\mu \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2} k_z^2} \right\} > 0. \quad (8.7)$$

Проводя в формуле (8.6) интегрирование по переменной  $k_z$  с помощью формулы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} H_0^{(1)}(r \sqrt{\alpha^2 - t^2}) dt = -2i \frac{\exp(i\alpha \sqrt{r^2 + x^2})}{\sqrt{r^2 + x^2}} \quad (8.8)$$

$$(\operatorname{Im} \sqrt{\alpha^2 - t^2} > 0, \operatorname{Im} \alpha > 0),$$

получим следующее выражение для функции Грина:

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \frac{8\pi^3\mu}{\sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}{\varepsilon\mu-\beta^2}\rho^2 + \left[z - \frac{\varepsilon\mu-1}{\varepsilon\mu-\beta^2}ut\right]^2}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \exp\left(-i\omega' \left\{t - \frac{\varepsilon\mu-\beta^2}{c\sqrt{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}{\varepsilon\mu-\beta^2}\rho^2 + \left[z - \frac{\varepsilon\mu-1}{\varepsilon\mu-\beta^2}ut\right]^2}\right\}\right). \quad (8.9)$$

Интегрируя по  $d\omega'$ , получаем окончательное выражение для функции Грина в среде, движущейся со скоростью  $u$  вдоль оси  $z$ :

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \frac{16\pi^4\mu}{\sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}{\varepsilon\mu-\beta^2}\rho^2 + \left[z - \frac{\varepsilon\mu-1}{\varepsilon\mu-\beta^2}ut\right]^2}} \times \\ \times \delta\left\{t - \frac{\varepsilon\mu-\beta^2}{c\sqrt{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}{\varepsilon\mu-\beta^2}\rho^2 + \left[z - \frac{\varepsilon\mu-1}{\varepsilon\mu-\beta^2}ut\right]^2}\right\}. \quad (8.10)$$

Это выражение другим путем получил Р. Комптон [267].

Как видно из решения (8.10), функция Грина отлична от нуля только для тех значений переменных  $\rho$ ,  $t$  и  $z$ , для которых аргумент  $\delta$ -функции обращается в нуль. При этом в соответствии с принципом излучения (6.3) в решении (8.10) следует учитывать лишь положительные значения времени  $t$  (при  $t < 0$   $G_0(\mathbf{r}, t) \equiv 0$ ).

Функция Грина  $G_0(\mathbf{r}, t)$  описывает поле точечного мгновенного источника, расположенного в начале координат  $\mathbf{r}_0 = 0$  и включенного в момент времени  $t_0 = 0$ . Если источник расположен в точке  $\mathbf{r}_0 \neq 0$  и включается в момент времени  $t_0 \neq 0$ , то аргументами функции Грина будут величины  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$  и  $(t - t_0)$ , и мы соответственно получим  $G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, t - t_0)$ , где  $\mathbf{r}_0, t_0$  — координаты источника, а  $\mathbf{r}, t$  — координаты точки наблюдения.

Функция  $G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, t - t_0)$  обладает следующим свойством симметрии, которое можно рассматривать как обобщение теоремы взаимности<sup>11</sup> на случай движущихся

<sup>11</sup> Формулировку теоремы взаимности в анизотропных покоящихся средах см., например, в монографии: В. Л. Г и н з б у р г. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., «Наука», 1967.

сред. Если поменять местами точку наблюдения  $\mathbf{r}$  и точку  $\mathbf{r}_0$ , где расположен источник, и одновременно изменить знак скорости среды (т. е. перейти к рассмотрению среды, движущейся с той же скоростью в противоположном направлении), то функция Грина останется без изменения:

$$G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, t - t_0, \mathbf{u}) = G_0(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}, t - t_0, -\mathbf{u}).$$

При  $\beta = u/c = 0$  или при  $\varepsilon\mu = 1$  функция Грина (8.10) переходит в хорошо известное выражение для функции Грина в покоящейся среде без дисперсии:

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \frac{16\pi^4\mu}{R} \delta\left(t - \frac{R}{c} \sqrt{\varepsilon\mu}\right), \quad (8.11)$$

где  $R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$  есть расстояние от точки источника до точки наблюдения.

С помощью соотношения

$$\delta[f(t)] = \sum_s \frac{\delta(t - t_s)}{|f'(t_s)|},$$

где  $t_s$  —  $s$ -й корень уравнения  $f(t) = 0$ , а  $f'(t) = df/dt$ , функцию Грина (8.10) можно преобразовать к более удобному виду

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 16\pi^4\mu \frac{\frac{1}{2}(1 + \operatorname{sgn} t_1) \delta(t - t_1) + \frac{1}{2}(1 + \operatorname{sgn} t_2) \delta(t - t_2)}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}}, \quad (8.12)$$

где

$$t_{1,2} = \frac{1}{c} \frac{(1 - \varepsilon\mu)\beta z \pm \sqrt{\varepsilon\mu}(1 - \beta^2) \sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}}{1 - \varepsilon\mu\beta^2} \quad (8.13)$$

— те значения времени  $t$ , для которых аргумент  $\delta$ -функции в (8.10) обращается в нуль, а  $\operatorname{sgn} t_{1,2}$  — знаковая функция (см. (6.6)). Естественно, что в выражениях (8.12) и (8.13) следует учитывать только действительные значения величин  $t_1$  и  $t_2$ .

Сомножители перед  $\delta$ -функциями в (8.12) вида  $\frac{1}{2}(1 + \operatorname{sgn} t_{1,2})$  «выключают»  $\delta$ -функцию, у которой значение  $t_1$  (или  $t_2$ ) становится отрицательным.

Функция Грина (8.12) записывается по-разному, в зависимости от того, какова скорость перемещения среды  $u$



по сравнению с фазовой скоростью света  $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ . Рассмотрим следующие три случая:

1. Скорость движения среды меньше фазовой скорости света в покоящейся среде ( $u < c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ ). В этом случае из двух корней  $t_{1,2}$  в (8.13) корень  $t_1$  оказывается положительным, а корень  $t_2$  отрицательным. Поэтому функция Грина принимает вид

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \frac{16\pi^4\mu}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}} \delta(t - t_1), \quad (8.14)$$

где

$$t_1 = \frac{1}{c} \frac{(1 - \varepsilon\mu)\beta z + \sqrt{\varepsilon\mu}(1 - \beta^2) \sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}}{1 - \varepsilon\mu\beta^2}.$$

Функция Грина (8.14) отлична от нуля на поверхности, уравнением которой в каждый фиксированный момент времени  $t$  является

$$t = \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\sqrt{\varepsilon\mu}(1 - \beta^2)} \sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1 - \beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2} \rho^2 + \left[ z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} ut \right]^2}. \quad (8.15)$$

Это эллипсоид вращения, ось симметрии которого совпадает со скоростью движения среды (рис. 3, а). Уравнение эллипсоида имеет вид

$$\rho^2/a^2 + (z - z_0)^2/b^2 = 1, \quad (8.16)$$

где

$$\rho^2 = x^2 + y^2.$$

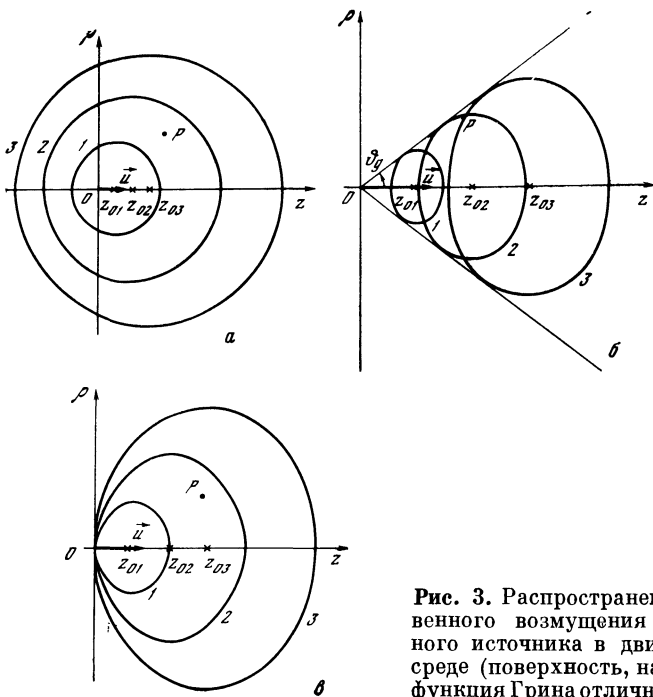
Полуоси эллипса равны

$$a = ct \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2}}, \quad b = ct \sqrt{\varepsilon\mu} \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2} \quad (8.17)$$

(при  $\varepsilon\mu > 1$   $a > b$ ), а положение центра эллипса  $z_0$  определяется соотношением

$$z_0 = ut \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2}. \quad (8.18)$$

Как видно из приведенных формул, оболочка, на которой функция Грина отлична от нуля, расширяется в пространстве, а центр ее перемещается в направлении движе-



**Рис. 3.** Распространение мгновенного возмущения от точечного источника в движущейся среде (поверхность, на которой функция Грина отлична от нуля)

Цифры 1—3 обозначают соответствующие поверхности в три последовательных момента времени, разделенных равными промежутками.  $P$  — точка наблюдения. Мгновенное возмущение создано точечным источником в начале координат  $O$  и в начальный момент времени. Среда не обладает дисперсией в системе покоя. Показатель преломления среды в системе покоя равен 3 ( $\sqrt{\epsilon\mu} = 3$ ).  $\theta_g$  — угол раствора конуса, внутри которого возмущение отлично от нуля; а —  $u/c = 0,15$  (досветовая скорость движения среды); б —  $u/c = 1/3$  (скорость движения среды равна фазовой скорости света в покоящейся среде); в —  $u/c = 0,6$  (скорость движения среды больше фазовой скорости света в покоящейся среде)

ния среды со скоростью

$$u_0 = \frac{dz_0}{dt} = u \frac{\epsilon\mu - 1}{\epsilon\mu - \beta^2}. \quad (8.19)$$

Эта скорость отлична от скорости перемещения среды  $u$ . При нерелятивистских скоростях среды

$$u_0 = u \left( 1 - \frac{1}{\epsilon\mu} \right), \quad (8.20)$$

т. е. скорость, с которой «сносятся» центр оболочки, равна скорости перемещения среды, умноженной на коэффициент увлечения Френеля (см. формулы (7.16)).

Оболочка, несущая сигнал, расширяется во все стороны от точки, где находится единичный мгновенный точечный источник ( $\rho = 0, z = 0, t = 0$ ), хотя скорость этого расширения, как видно из формул (8.15) — (8.18) и из рис. 3, *a*, различна в разных направлениях. Поэтому рано или поздно сигнал дойдет до наблюдателя, находящегося в любой точке пространства. Иными словами, наблюдатель, который до прихода сигнала находился вне оболочки, после приема сигнала окажется внутри расширяющейся оболочки и в дальнейшем будет оставаться внутри ее.

2. Скорость движения среды больше фазовой скорости света в системе покоя среды ( $u > c/\sqrt{\epsilon\mu}$ ). В этом случае в области  $z > 0$  оба корня  $t_1$  и  $t_2$  в формуле (8.13) положительны и функция Грина имеет вид

$$G_0(\mathbf{r}, t) = 16\pi^4\mu \frac{\delta(t - t_1) + \delta(t - t_2)}{\sqrt{z^2 - \frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}\rho^2}}, \quad (8.21)$$

где

$$t_1 = \frac{1}{c} \frac{(\epsilon\mu - 1)\beta z - \sqrt{\epsilon\mu}(1 - \beta^2) \sqrt{z^2 - \frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}\rho^2}}{\epsilon\mu\beta^2 - 1};$$

$$t_2 = \frac{1}{c} \frac{(\epsilon\mu - 1)\beta z + \sqrt{\epsilon\mu}(1 - \beta^2) \sqrt{z^2 - \frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}\rho^2}}{\epsilon\mu\beta^2 - 1}. \quad (8.22)$$

В области  $z < 0$  оба корня  $t_{1,2}$  в формулах (8.22) становятся отрицательными и, следовательно, функция Грина тождественно обращается в нуль.

Функция  $G_0(\mathbf{r}, t)$  тождественно обращается в нуль также в той области пространства, где

$$z^2 < \frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}\rho^2,$$

так как в этой области значения  $t_1$  и  $t_2$  в формуле (8.22) становятся комплексными.

При сверхсветовом движении среды, как и в досветовом случае, функция Грина отлична от нуля на поверх-

ности, уравнение которой в фиксированный момент времени имеет вид (8.15). Эта поверхность является эллипсоидом вращения, ось которого направлена по скорости движения среды. Уравнение этого эллипсоида по-прежнему имеет вид (8.16). Однако распространение сигнала в сверхсветовом случае существенно отличается от распространения сигнала в среде, движущейся со скоростью, меньшей фазовой скорости света. Действительно, в до-световом случае источник всегда находится внутри расширяющейся поверхности, несущей сигнал. Это видно из того факта, что при  $\epsilon\mu\beta^2 < 1$  длина малой полуоси эллипсоида  $b$  в выражении (8.17) больше, чем координата  $z_0$  центра эллипсоида, определяемая выражением (8.18).

В сверхсветовом случае ( $\epsilon\mu\beta^2 > 1$ ) длина  $b$  малой полуоси эллипсоида вращения становится меньше, чем расстояние  $z_0$  центра эллипсоида от начала координат. В этом случае источник всегда находится вне оболочки, на которой функция Грина отлична от нуля (рис. 3, б). Вся оболочка «сносится» движущейся средой так, что она оказывается по одну сторону от источника, т. е. в области  $z > 0$  (напомним, что скорость среды направлена по оси  $z$ ). Из уравнения эллипсоида (8.16) видно, что на оси  $z$  (при  $\rho = 0$ ) оболочка занимает область значений  $z$ , определяемую неравенствами

$$z_0 - b < z < z_0 + b. \quad (8.23)$$

В случае сверхсветового движения среды обе границы неравенства положительны и растут со временем.

Рассмотрим положение расширяющейся оболочки в несколько последовательных моментов времени. Все оболочки расположены внутри конуса

$$z = \sqrt{\frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \rho = \sqrt{\frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (8.24)$$

угол раствора которого равен (см. формулу (7.13))

$$\operatorname{tg} \vartheta_g = \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{\epsilon\mu\beta^2 - 1}}. \quad (8.25)$$

Образующие этого конуса являются касательными ко всем поверхностям семейства (8.16).

Пусть теперь наблюдатель расположен в некоторой точке  $P$  с координатами  $(z, \rho = \sqrt{x^2 + y^2})$ , и в момент времени  $t = 0$  в начале координат «вспыхивает» мгновенный

источник. Если наблюдатель находится вне конуса (8.24), то поле источника для него все время тождественно равно нулю. Если же выбранная точка находится внутри конуса (8.24), т. е. в области

$$\rho < \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{\epsilon\mu\beta^2 - 1}} z, \quad (8.26)$$

то сигнал от мгновенного источника дважды пройдет через эту точку. Сначала в момент времени  $t_1$  передняя часть оболочки пройдет через точку  $P$ , а затем в момент времени  $t_2$  задняя часть оболочки пройдет через точку  $P$ . Эта картина изображена на рис. 3, б.

Мы видим, что в сверхсветовом случае сигнал от мгновенного точечного источника, расположенного в начале координат, воспринимается в точке наблюдения  $P$  как два разделенных во времени сигнала. Временной интервал  $\Delta t = t_2 - t_1$  между этими сигналами определяется с помощью формул (8.22):

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 \frac{\sqrt{\epsilon\mu} (1 - \beta^2)}{\epsilon\mu\beta^2 - 1} \frac{1}{c} \sqrt{z^2 - \frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2} \rho^2}. \quad (8.27)$$

Из этой формулы видно, что только на поверхности конуса (8.24) эти два сигнала «сливаются» в один. Это видно и из рис. 3, б: если точка наблюдения  $P$  находится на поверхности конуса, то сигнал проходит через нее только один раз.

3. Представляет интерес также случай, когда скорость движения среды совпадает с фазовой скоростью света в системе покоя среды ( $u = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ ).

В этом случае из формул (8.13) в области  $z > 0$  можно получить следующие выражения для  $t_1$  и  $t_2$ :

$$t_1 = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{2c} \left[ \left(1 + \frac{1}{\epsilon\mu}\right) z + \frac{\rho^2}{z} \right], \quad t_2 = \infty. \quad (8.28)$$

Функция Грина (8.12) в этом случае принимает вид

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \frac{16\pi^4\mu}{z} \delta(t - t_1). \quad (8.29)$$

Поскольку в области  $z < 0$  величина  $t_1$  в (8.28) становится отрицательной, то в этой области функция Грина тождественно обращается в нуль.

Поверхность, на которой функция Грина в выражении (8.29) отлична от нуля, является эллипсоидом вращения вида (8.16), у которого  $z_0 = b$  (рис. 3, в). Это означает, что поверхность эллипсоида расширяется таким образом, что в любой момент времени касается плоскости  $z = 0$ . Точкой касания является начало координат, где расположен точечный источник.

### § 9. Функция Грина для монохроматических полей

В практических задачах часто бывает необходимо знать не сами поля, а их спектральные компоненты, соответствующие определенной частоте  $\omega$ . Для их вычисления полезно знать спектральную компоненту  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$  функции Грина  $G_0(\mathbf{r}, t)$ , отвечающую заданному значению частоты  $\omega$ . Очевидно, функция  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$  может быть получена из  $G_0(\mathbf{r}, t)$  с помощью преобразования Фурье по времени:

$$G_0(\mathbf{r}, t) = \int G_{0,\omega}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) d\omega; \quad (9.1)$$

$$G_{0,\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int G_0(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (9.2)$$

С помощью равенства (9.1) функция  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$  может быть вычислена, если в интегральном выражении (6.1) для  $G_0(\mathbf{r}, t)$  провести интегрирование по  $dk_x, dk_y, dk_z$ , не вычисляя интеграл по частотам. Однако этот путь довольно утомителен и для отыскания функции  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$  проще воспользоваться определением (9.2) и найденным ранее выражением (8.12) для  $G_0(\mathbf{r}, t)$ . Это дает

$$G_{0,\omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3\mu}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}} \left\{ \frac{1}{2} (1 + \operatorname{sgn} t_1) \exp(i\omega t_1) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (1 + \operatorname{sgn} t_2) \exp(i\omega t_2) \right\}, \quad (9.3)$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — функции координат, определяемые равенством (8.13). Напомним, что если  $t_1$  или  $t_2$  принимают комплексные значения, то соответствующие члены в (9.3) следует считать равными нулю.

Посмотрим, какой вид принимает выражение (9.3) для функции  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$ , в различных предположениях относительно скорости движения среды.

1. Досветовая скорость перемещения среды, т. е.  $u < c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . В этом случае [167, 267, 346, 417]

$$G_{0, \omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3\mu \exp(i\omega t_1)}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \epsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}} = \frac{8\pi^3\mu}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \epsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}} \times \\ \times \exp\left\{ \frac{i\omega}{c(1 - \epsilon\mu\beta^2)} \left[ \sqrt{\epsilon\mu(1 - \beta^2)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{z^2 + \frac{1 - \epsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2} - (\epsilon\mu - 1)\beta z \right] \right\}. \quad (9.4)$$

Рассмотрим точку, находящуюся на расстоянии  $R$  от начала координат, так что

$$z = R \cos \theta, \quad \rho = R \sin \theta. \quad (9.5)$$

Подстановка координат  $z$  и  $\rho$  в виде (9.5) в выражение (9.4) для функции Грина  $G_{0, \omega}(\mathbf{r})$  дает [167]

$$G_{0, \omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3\mu}{R \sqrt{1 - \kappa\beta^2\gamma^2 \sin^2 \theta}} \exp\left\{ i \frac{\omega R}{c} n_{\text{эф}}(\theta) \right\}, \quad (9.6)$$

где величина  $\kappa$  определена формулой (3.3),  $\gamma$  — формулой (4.8), а «эффективный показатель преломления»  $n_{\text{эф}}(\theta)$  записывается в виде

$$n_{\text{эф}}(\theta) = \frac{\sqrt{1 + \kappa} \sqrt{1 - \kappa\beta^2\gamma^2 \sin^2 \theta} - \kappa\beta\gamma^2 \cos \theta}{1 - \kappa\beta^2\gamma^2}. \quad (9.7)$$

Легко убедиться в том, что величина  $n_{\text{эф}}(\theta)$  не равна показателю преломления  $n(\theta)$  движущейся среды в направлении наблюдения  $\theta$ . Это видно из сравнения с формулой (7.8) для величины  $1/n(\theta)$ . Более подробное рассмотрение [26] показывает, что величина  $n_{\text{эф}}(\theta)$  действительно совпадает со значением показателя преломления  $n(\vartheta')$  в некотором направлении  $\vartheta'$ , не совпадающем с направлением  $\theta$ . Это направление  $\vartheta'$  определяется следующим образом.

Построим поверхность показателей преломления  $n(\vartheta)$ , т. е. в каждом заданном направлении, составляющем угол  $\vartheta$  с направлением скорости перемещения среды (ось  $z$ ), будем откладывать от начала координат отрезки, длина которых равна  $n(\vartheta)$  (рис. 4). Концы отложенных отрезков лежат на некоторой поверхности, которая в рассматриваемом нами случае является поверхностью вращения с осью симметрии вдоль скорости движения среды  $u$ . Полученная таким образом поверхность обладает следующим свой-

ством. Проведем от начала координат отрезок длиной  $n(\vartheta')$  в направлении  $\vartheta'$ . Конец этого отрезка определит некоторую точку поверхности показателя преломления. Через эту точку проведем внешнюю нормаль к поверхности (см., например, рис. 2). Эта нормаль будет составлять с осью  $z$  угол  $\theta$ , отличный от угла  $\vartheta'$ . Известно [95], что если угол  $\vartheta'$  определяет направление фазовой скорости волны в рассматриваемой среде, то направление нормали к поверхности показателя преломления, задаваемого углом  $\theta$ , определяет направление групповой скорости той же волны. Как показано в [26], величина  $n_{\text{эф}}(\theta)$  связана с показателем преломления следующим образом:

$$n_{\text{эф}}(\theta) = n(\vartheta') \cos(\theta - \vartheta'), \quad (9.8)$$

где  $\vartheta'$  — направление фазовой скорости, если направление групповой скорости определяется углом  $\theta$ . Соотношение (9.8) при заданном угле наблюдения  $\theta$  представляет собой уравнение относительно угла  $\vartheta'$ . Как видно из рис. 2, *a*, в случае досветовой скорости перемещения среды каждому направлению  $\theta$  отвечает одна определенная точка поверхности показателя преломления (та, в которой внешняя нормаль к поверхности составляет угол  $\theta$  со скоростью среды).

В покоящейся изотропной среде направления фазовой и групповой скоростей совпадают и формула (9.7) дает

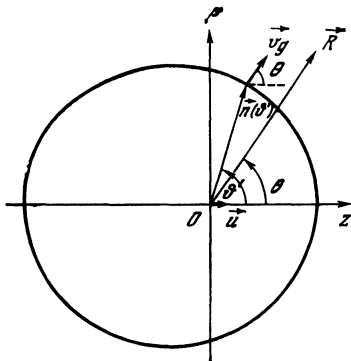
$$n_{\text{эф}}(\theta)|_{\beta=0} = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Функция Грина  $G_{0,\omega}(\mathbf{r})$ , определяемая формулой (9.6), представляет собой волну, расходящуюся во все стороны от начала координат. Это следует из того, что величина  $\frac{R}{c} n_{\text{эф}}(\theta)$  равна величине  $t_1$  в (8.14), т. е. всегда положительна.

2. Сверхсветовой случай движения среды [267], т. е. случай  $u > c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . В этом случае величины  $t_1$  и  $t_2$  положительны и поэтому в формуле (9.3) необходимо учитывать оба слагаемых. В результате получим следующее выражение для функции  $G_{0,\omega}$ :

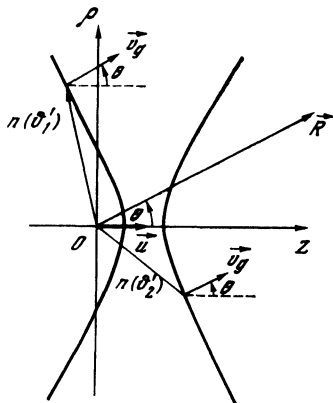
$$G_{0,\omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3\mu}{\sqrt{z^2 - \frac{\epsilon\mu^3 z^2 - 1}{1 - \beta^2} \rho^2}} \{ \exp(i\omega t_1) + \exp(i\omega t_2) \}, \quad (9.9)$$





**Рис. 4.** Связь между направлением в точку наблюдения и направлениями фазовой и групповой скоростей излучаемых волн

Вектор  $R$  направлен в точку наблюдения. Вектор  $v_g$  перпендикулярен поверхности  $n(\theta)$  и параллелен вектору  $R$ . Вектор  $n(\theta)$  дает направление распространения излучаемой волны (направление волнового вектора). Показатель преломления среды в системе покоя равен 3 ( $\sqrt{\epsilon\mu} = 3$ ). Среда не обладает дисперсией в системе покоя. Досветовая скорость движения среды ( $u = 0,1c$ )



**Рис. 5.** То же, что и на рис. 4

Сверхсветовая скорость движения среды ( $u = 0,6c$ )

в котором величины  $t_1$  и  $t_2$  определяются формулами (8.22). Напомним, что функция  $G_{0,\omega}(r)$  в сверхсветовом случае отлична от нуля только в области

$$z > \rho \sqrt{\frac{\epsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}}.$$

Как и в досветовом случае, введем вместо координат  $z$  и  $\rho$  координаты  $R$  и  $\theta$ , определяемые формулой (9.5). Тогда формула (9.9) запишется в виде

$$G_{0,\omega}(r) = \frac{8\pi^3\mu}{R \sqrt{1 - \kappa\beta^2\gamma^2 \sin^2 \theta}} \left\{ \exp\left[i \frac{\omega R}{c} n_{1\text{эф}}(\theta)\right] + \exp\left[i \frac{\omega R}{c} n_{2\text{эф}}(\theta)\right] \right\}, \quad (9.10)$$

где

$$[n_{\text{эф}}(\theta)]_{1,2} = \frac{\kappa\beta\gamma^2 \cos \theta \mp \sqrt{1 + \kappa} \sqrt{1 - \kappa\beta^2\gamma^2 \sin^2 \theta}}{\kappa\beta^2\gamma^2 - 1}. \quad (9.11)$$

Как видно из формулы (9.10), в сверхсветовом случае функция Грина  $G_{0,\omega}(r)$  представляет собой сумму

двух расходящихся волн, поскольку оба значения  $[n_{\text{эф}}(\theta)]_{1,2}$  положительны. Эти два значения  $n_{\text{эф}}(\theta)$  представляют собой значения показателя преломления для тех направлений  $\vartheta$  волнового вектора, для которых групповая скорость направлена по радиусу-вектору точки наблюдения  $(R, \theta)$  (рис. 5).

В записи (9.10) и (9.11) функция Грина отлична от нуля только в той области углов  $\theta$ , для которой выполняется неравенство

$$\sin^2 \theta < \frac{1}{\kappa \beta^2 \gamma^2} \quad \text{или} \quad \text{tg}^2 \theta < \frac{1 - \beta^2}{\epsilon \mu \beta^2 - 1} = \text{tg}^2 \vartheta_g, \quad (9.12)$$

где  $\vartheta_g$  — угол раствора конуса, в котором заключены все допустимые значения групповой скорости.

Выражение (9.10) для функции Грина в сверхсветовом случае можно записать также в виде

$$G_{0, \omega}(\mathbf{r}) = \frac{16\pi^3 \mu \exp\left(i \frac{\omega R}{c} \frac{\kappa \beta \gamma^2 \cos \theta}{\kappa \beta^2 \gamma^2 - 1}\right)}{R \sqrt{1 - \kappa \beta^2 \gamma^2 \sin^2 \theta}} \times \cos\left(\frac{\omega R}{c} \frac{\sqrt{1 + \kappa} \sqrt{1 - \kappa \beta^2 \gamma^2 \sin^2 \theta}}{\kappa \beta^2 \gamma^2 - 1}\right). \quad (9.13)$$

Как видно из этой формулы, в направлении наблюдения  $\theta$ , определяемом предельным углом  $\vartheta_g$  в (9.12), функция Грина (9.13) представляет одну расходящуюся волну. При остальных значениях угла  $\theta$ , как уже было отмечено раньше, функция Грина в сверхсветовом случае представляет сумму двух расходящихся от начала координат волн.

3. Световая скорость перемещения среды, т. е.  $u = c/\sqrt{\epsilon \mu}$ . В этом случае, воспользовавшись фурье-преобразованием (9.2) для формулы (8.29), получаем

$$G_{0, \omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3 \mu}{z} \exp(i\omega t_1), \quad (9.14)$$

где  $t_1$  определяется формулой (8.28).

Вместо цилиндрических координат  $\rho, z$  введем, как и раньше, сферические координаты  $R, \theta$  по формулам (9.5). Тогда для функции Грина  $G_{0, \omega}(\mathbf{r})$  (9.14) получим

$$G_{0, \omega}(\mathbf{r}) = \frac{8\pi^3 \mu}{R \cos \theta} \exp\left\{i \frac{\omega R}{c} \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{2 \cos \theta} \left(1 + \frac{\cos^2 \theta}{\epsilon \mu}\right)\right\}. \quad (9.15)$$

Эта формула описывает расходящуюся волну. При этом условии  $t_1 > 0$  (т. е.  $z > 0$ ) соответствует условию  $\theta < \pi/2$ .

Световой случай, когда  $u = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ , может быть получен предельным переходом при  $u \rightarrow c/\sqrt{\epsilon\mu}$  из досветового или сверхсветового случаев.

### § 10. Функция Грина в движущейся среде с дисперсией

Если среда обладает дисперсией (частотной и пространственной), то диэлектрическая  $\epsilon$  и магнитная  $\mu$  проницаемости, а также и величина  $\kappa = (\epsilon\mu - 1)$ , входящая в дисперсионное уравнение (5.3), зависят от частоты  $\omega$  и от волнового вектора  $\mathbf{k}$ . В этом случае коэффициент, стоящий перед функцией  $G_0(\omega, \mathbf{k})$  в формуле (5.11), является функцией от  $\omega$  и  $\mathbf{k}$ . Поэтому функция Грина не может быть выражена через одну скалярную функцию  $G_0(\mathbf{r}, t)$  (6.1).

При наличии дисперсии тензорная функция Грина может быть выражена через две скалярные функции:

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \{G_0(\mathbf{r}, t) \delta_{\alpha\beta} + u_\alpha u_\beta G_1(\mathbf{r}, t)\}, \quad (10.1)$$

где  $G_0(\mathbf{r}, t)$  определяется формулой (6.1), а  $G_1(\mathbf{r}, t)$  — формулой

$$G_1(\mathbf{r}, t) = 4\pi \int \frac{\mu\kappa}{1 + \kappa} \frac{\exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\} d\mathbf{k} d\omega}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\kappa}{c^2 - u^2} (\omega - \mathbf{k}\mathbf{u})^2}. \quad (10.2)$$

Как видно из сравнения  $G_0$  и  $G_1$ , эти две функции отличаются друг от друга только множителем

$$\frac{\kappa}{1 + \kappa} = 1 - \frac{1}{\epsilon\mu}$$

под знаком интеграла в выражении (10.2).

Точное вычисление  $G_0$  и  $G_1$  при наличии дисперсии зависит от конкретного вида функций  $\epsilon(\omega, \mathbf{k})$  и  $\mu(\omega, \mathbf{k})$ .

В ряде случаев с помощью метода стационарной фазы удается получить асимптотические выражения для функции Грина, пригодные на больших расстояниях от источника. Для случая, когда  $\epsilon$  и  $\mu$  в системе покоя зависят толь-

ко от частоты  $\omega$ , такие выражения были получены в работах [167, 168]. В частности, в работе [167] вычислена функция Грина для случая движущейся электронной плазмы, диэлектрическая проницаемость которой в системе покоя имеет вид (7.22):

$$\epsilon = 1 - 4\pi e^2 N / m\omega^2,$$

где  $e$  и  $m$  — заряд и масса электронов, а  $N$  — их концентрация.

Полученные для функции Грина в движущейся среде формулы позволяют находить потенциалы и поля различных источников в движущейся среде.

### § 11. Поля простейших источников в движущейся среде

Знание функции Грина дает возможность достаточно простым образом вычислять поля различного вида источников (точечный заряд, электрический диполь, магнитный диполь и т. д.). Для того чтобы определить источник, необходимо задать в правой части уравнений (3.9) для потенциалов  $A_i$  четырехмерный ток  $j_i$ . Если поля определяются через тензор Герца  $\Pi_{ij}$  в согласии с формулами (3.10), то в правой части уравнения (3.12) для  $\Pi_{ij}$  необходимо задать компоненты тензора моментов  $P_{ij}$  (см., например, (3.13)). Источник может быть как статическим (это означает, что  $j_i$  или  $P_{ij}$  не зависят от времени), так и переменным во времени.

В этом параграфе будут рассмотрены поля источников простейшего вида. При этом мы ограничимся случаем среды без дисперсии. Это ограничение не всегда существенно, так как в ряде случаев можно довольно просто обобщить полученный результат на случай среды с дисперсией в системе покоя. Для этого достаточно разложить полученное выражение для статического поля по плоским волнам и затем считать, что каждая такая парциальная волна характеризуется своими значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей. Может возникнуть вопрос, почему для статического поля оказывается существенной дисперсия. Дело в том, что статическое поле в движущейся среде, вообще говоря, не является статическим в системе ее покоя. Поэтому в движущейся среде дисперсия может оказаться существенной и для статического

поля. Это видно хотя бы из того, что дисперсионное уравнение (5.3) для статического случая ( $\omega = 0$ ) принимает вид

$$k^2 - \kappa(k) \gamma^2 c^{-2} (ku)^2 = 0. \quad (11.1)$$

Это уравнение определяет закон дисперсии статических волн в движущейся среде. Отметим, что в покоящейся среде статическое волновое решение невозможно, ибо из уравнения (11.1) при  $u = 0$  получаем, что  $k^2 = 0$ . Это означает, что в покоящейся среде волна вида  $\exp(ikr)$  обязательно должна затухать, так как уравнение  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 0$  имеет решение только при комплексных значениях компонент волнового вектора.

Перейдем теперь к конкретным примерам.

1) *Поле покоящегося точечного заряда в движущейся среде.*

Пусть точечный заряд величины  $q$  расположен в начале координат. Как обычно, считаем, что среда движется вдоль оси  $z$  со скоростью  $u$ . Плотность четырехмерного тока в этом случае выражается следующим образом:

$$j_1 = j_2 = j_3 = 0; \quad j_4 = icq \delta(\mathbf{r}) = icq \delta(x) \delta(y) \delta(z). \quad (11.2)$$

Тогда с помощью формул (5.8) и (5.12) получаем

$$A(\mathbf{r}, t) = - \frac{q}{(2\pi)^4 c} \frac{\epsilon\mu - 1}{\epsilon\mu (1 - \beta^2)} u \int G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \times \\ \times \delta(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' dt'; \\ \varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{(2\pi)^4} \frac{1 - \epsilon\mu\beta^2}{\epsilon\mu (1 - \beta^2)} \int G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \delta(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' dt',$$

где  $\beta = u/c$ . (11.3)

Интегрирование по пространственным координатам проводится без труда, а для интегрирования по времени следует вспомнить выражение (8.12) для функции Грина  $G_0$ . Результат интегрирования по времени зависит от соотношения между скоростью движения среды  $u$  и фазовой скоростью света в системе покоя среды,  $c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . В досветовом случае, когда  $u < c/\sqrt{\epsilon\mu}$ , в числителе выражения (8.12) только одно слагаемое отлично от нуля (см. формулу (8.14)). В сверхсветовом случае, когда  $u > c/\sqrt{\epsilon\mu}$ , оба слагаемые в числителе выражения (8.12) отличны от ну-

ля (см. формулу (8.21)), но не во всем пространстве, а только там, где выполняется неравенство

$$z > \sqrt{\frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \rho. \quad (11.4)$$

С учетом высказанных соображений результат интегрирования может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}) &= q \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{\varepsilon(1 - \beta^2)} \frac{f}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}}; \\ A(\mathbf{r}) &= - \frac{[\varepsilon\mu - 1]}{1 - \varepsilon\mu\beta^2} \frac{\mathbf{u}}{c} \varphi(\mathbf{r}) = - q \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon(1 - \beta^2)} \frac{\mathbf{u}}{c} \times \\ &\quad \times \frac{f}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}}, \end{aligned} \quad (11.5)$$

где в досветовом случае  $\varepsilon\mu\beta^2 < 1$ ,  $f = 1$ , а в сверхсветовом случае  $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$ <sup>12</sup>

$$f = \begin{cases} 2 & \text{при } z > \sqrt{\frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \sqrt{x^2 + y^2} \\ 0 & \text{при } z < \sqrt{\frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \sqrt{x^2 + y^2}. \end{cases} \quad (11.6)$$

Как и следовало ожидать, потенциалы в этом случае не зависят от времени. Характерно, что оказывается отличным от нуля вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  покоящегося заряда, который пропорционален скорости движения среды  $\mathbf{u}$ .

Приведем выражения для электрического поля  $\mathbf{E}$  и магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . С помощью (2.1), (3.1) и (11.5) получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= - \text{grad } \varphi(\mathbf{r}); \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \\ &= \frac{\varepsilon\mu - 1}{1 - \varepsilon\mu\beta^2} \left[ \mathbf{E}(\mathbf{r}), \frac{\mathbf{u}}{c} \right]. \end{aligned} \quad (11.7)$$

Зная выражения для  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , можно записать выражения для магнитного поля  $\mathbf{H}$  и электрической индукции  $\mathbf{D}$ . Для этого можно воспользоваться материальными уравнениями Минковского (1.2), рассматривая их как уравне-

<sup>12</sup> Для сверхсветового случая эту задачу впервые рассмотрел И. Е. Тамм [424].

ния для  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  при заданных  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{V}$ . Еще проще воспользоваться тензорной связью (2.8), где материальный тензор  $\epsilon_{ikst}$  определяется соотношением (3.2). В результате получим

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} + \frac{\kappa \gamma^2}{\mu} \{ \beta^2 \mathbf{E} - \beta (\beta, \mathbf{E}) + [\beta, \mathbf{V}] \}; \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \mathbf{V} - \frac{\kappa \gamma^2}{\mu} \{ \beta^2 \mathbf{V} - \beta (\beta, \mathbf{V}) - [\beta, \mathbf{E}] \}, \end{aligned} \quad (11.8)$$

где  $\kappa = (\epsilon \mu - 1)$ ;  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$ ;  $\beta = u/c$ . Подстановка в эти формулы выражений (11.7) дает

$$\mathbf{D} = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon \mu \beta^2} \{ (1 - \beta^2) \mathbf{E} - (\epsilon \mu - 1) \beta (\beta, \mathbf{E}) \}; \quad \mathbf{H} \equiv 0. \quad (11.9)$$

Своеобразие движущейся среды заключается в том, что вектор магнитной индукции  $\mathbf{V}$  покоящегося заряда отличен от нуля. Магнитное поле, как и в случае покоящейся среды, равно по-прежнему нулю.

Выражения (11.5) позволяют определить поверхности, на которых потенциалы имеют постоянное значение (эквипотенциальные поверхности). При досветовых скоростях движения среды ( $\epsilon \mu \beta^2 < 1$ ) эти поверхности представляют семейство эллипсоидов вращения с осью, направленной по скорости движения среды  $\mathbf{u}$ :

$$z^2/l_z^2 + \rho^2/l_\rho^2 = 1, \quad (11.10)$$

причем отношение полуосей  $l_\rho$  и  $l_z$  равно:

$$l_\rho/l_z = \sqrt{(1 - \beta^2)/(1 - \epsilon \mu \beta^2)}. \quad (11.11)$$

В сверхсветовом случае ( $\epsilon \mu \beta^2 > 1$ ) эти поверхности представляют собой семейство гиперболоидов вращения с той же осью симметрии, что и в досветовом случае:

$$z^2/m_z^2 - \rho^2/m_\rho^2 = 1 \quad (z > 0). \quad (11.12)$$

Асимптотической поверхностью этого семейства гиперболоидов является коническая поверхность, уравнение которой имеет вид

$$z = \sqrt{\frac{\epsilon \mu \beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \rho = \sqrt{\frac{\epsilon \mu \beta^2 - 1}{1 - \beta^2}} \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (11.13)$$

Вектор электрического поля  $\mathbf{E}$  в (11.7) перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям. При нерелятивистских скоростях эквипотенциальные эллипсоиды вырождаются в сферы. В этом случае вектор  $\mathbf{E}$  направлен по радиусу-вектору, соединяющему заряд с точкой наблюдения. При релятивистских скоростях вектор  $\mathbf{E}$  уже не направлен по радиусу-вектору. Вектор электрической индукции  $\mathbf{D}$ , как видно из формул (11.9), не совпадает по направлению с вектором  $\mathbf{E}$ , отличаясь от него слагаемыми, квадратичными по  $u/c$  и направленными по скорости движения среды.

Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  (11.7) по величине пропорционален скорости движения среды, а по направлению перпендикулярен вектору электрического поля  $\mathbf{E}$  и скорости движения среды  $\mathbf{u}$ . Если изображать  $\mathbf{B}$  с помощью силовых линий, то эти линии представляют собой окружности с центром на оси  $z$ , плоскость которых перпендикулярна этой оси. Наконец, вектор магнитного поля  $\mathbf{H}$  можно считать направленным по желанию читателя, поскольку этот вектор в данном случае тождественно равен нулю.

Поле покоящегося заряда вызывает поляризацию движущейся среды. Вектор электрической поляризации  $\mathbf{P}$  легко определить с помощью соотношения

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{D} - \mathbf{E}), \quad (11.14)$$

которое вытекает из равенства (2.9). Подставляя в эту формулу выражения для  $\mathbf{D}$  из (11.9), получим

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi (1 - \epsilon\mu\beta^2)} \{[(\epsilon - 1) + \epsilon(\mu - 1)\beta^2] \mathbf{E} - \epsilon(\epsilon\mu - 1) \times \times \boldsymbol{\beta} (\boldsymbol{\beta}, \mathbf{E})\}, \quad (11.15)$$

где  $\mathbf{E}$  — поле покоящегося заряда в движущейся среде, определяемое по формулам (11.5) и (11.7).

При нерелятивистских скоростях движения среды получаем хорошо известное соотношение

$$\mathbf{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E}. \quad (11.16)$$

Аналогичным образом мы можем найти намагниченность движущейся среды  $\mathbf{M}$  (магнитный момент единицы



объема):

$$\mathbf{M} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{V} - \mathbf{H}). \quad (11.17)$$

Поскольку в рассматриваемой нами задаче магнитное поле  $\mathbf{H} = 0$ , а магнитная индукция  $\mathbf{V}$  отлична от нуля, то с помощью (11.7) получаем

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{V}}{4\pi} = \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi(1 - \varepsilon\mu\beta^2)} [\mathbf{E}, \mathbf{u}/c]. \quad (11.18)$$

В нерелятивистском случае

$$\mathbf{M}' = \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{u}/c]. \quad (11.19)$$

Сравнивая (11.16) и (11.19), видим, что в нерелятивистском случае  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{P}$  связаны следующим соотношением:

$$\mathbf{M} = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon - 1} [\mathbf{P}, \mathbf{u}/c]. \quad (11.20)$$

Эта формула представляет собой частный случай более общего нерелятивистского соотношения между намагниченностью  $\mathbf{M}$  и поляризацией  $\mathbf{P}$ , которое нетрудно получить из формул (11.8) с помощью (11.14) и (11.17):

$$\mathbf{M} = \frac{\mu - 1}{4\pi} \mathbf{H} + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon - 1} [\mathbf{P}, \mathbf{u}/c]. \quad (11.21)$$

В рассматриваемой нами задаче  $\mathbf{H} = 0$ , и формула (11.21) переходит в (11.20).

Формулы (11.20) и (11.21) дают связь между электрической поляризацией и намагниченностью в движущейся среде. Эту связь качественно можно понять следующим образом. При электрической поляризации среды возникают связанные заряды, плотность которых  $\rho_{\text{св}}$  определяется формулой  $\rho_{\text{св}} = -\text{div } \mathbf{P}$ . При движении среды эти связанные заряды приводят к появлению тока, который является причиной намагничивания среды. Соотношения (11.20) и (11.21) для  $\mu = 1$  были экспериментально подтверждены в опытах Рентгена и Эйхенвальда (см. [15]).

2) *Поле покоящегося точечного магнитного диполя.* Рассмотрим точечный магнитный диполь  $\mathbf{m}_0$ , расположенный в начале координат. Как обычно, предполагается, что среда движется в рассматриваемой системе координат со скоростью  $\mathbf{u}$  вдоль оси  $z$ . Как и выше, дисперсией среды в системе покоя пренебрегается.

Поле в рассматриваемой задаче оказывается удобным выражать через тензор Герца  $\Pi_{ij}$  — антисимметричный тензор второго ранга, в котором отличны от нуля шесть независимых компонент. Эти компоненты можно рассматривать как проекции на оси координат двух векторов — электрического вектора Герца  $\Pi$  и магнитного вектора Герца  $\Pi^*$ :

$$\Pi_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \Pi_z^* & -\Pi_y^* & i\Pi_x \\ -\Pi_z^* & 0 & \Pi_x^* & i\Pi_y \\ \Pi_y^* & -\Pi_x^* & 0 & i\Pi_z \\ -i\Pi_x & -i\Pi_y & -i\Pi_z & 0 \end{pmatrix} \quad (11.22)$$

Потенциалы  $A_i$  выражаются через тензор Герца  $\Pi_{ij}$  по формуле (3.10), которая в векторной записи имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \text{rot } \Pi^* + \frac{1}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{\kappa c^{-2} \gamma^2}{1 + \kappa} \mathbf{u} \left\{ c \text{ div } \Pi + (\mathbf{u}, \text{rot } \Pi^*) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\mathbf{u}}{c}, \frac{\partial \Pi}{\partial t} \right) \right\}, \\ \varphi &= - \left( 1 - \frac{\kappa \gamma^2}{1 + \kappa} \right) \text{div } \Pi + \frac{\kappa \gamma^2}{1 + \kappa} \left\{ \left( \frac{\mathbf{u}}{c}, \text{rot } \Pi^* \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\mathbf{u}}{c^2}, \frac{\partial \Pi}{\partial t} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (11.23)$$

где  $\kappa = \varepsilon \mu - 1$ ;  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$ ;  $\beta = u/c$ .

Тензор Герца  $\Pi_{ij}$  удовлетворяет уравнению (3.12), в правой части которого стоит антисимметричный тензор моментов  $P_{ij}$  второго ранга, описывающий внешние источники:

$$P_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & m_z & -m_y & ip_x \\ -m_z & 0 & m_x & ip_y \\ m_y & -m_x & 0 & ip_z \\ -ip_x & -ip_y & -ip_z & 0 \end{pmatrix}. \quad (11.24)$$

Тензор источников  $P_{ij}$  составлен из компонент сторонних электрического момента  $\mathbf{p}$  и магнитного момента  $\mathbf{m}$ , создающих поле в среде.

С помощью (11.22) и (11.24) получаем из (5.10)

$$\begin{aligned} \Pi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{p}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt'; \\ \Pi^*(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{m}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt'. \end{aligned} \quad (11.25)$$

Эти формулы выражают электрический и магнитный векторы Герца через заданные распределения сторонних электрического и магнитного моментов. Выражение для функции Грина  $G_0$  подробно рассмотрено в предыдущем параграфе. С помощью этих формул для нашего случая  $\mathbf{m}(\mathbf{r}', t') = m_0 \delta(\mathbf{r}')$  и  $\mathbf{p}(\mathbf{r}', t') = 0$ , нетрудно получить

$$\mathbf{\Pi}^*(\mathbf{r}) = \frac{\mu/m_0}{\sqrt{z^2 + \frac{1 - \varepsilon\mu\beta^2}{1 - \beta^2} \rho^2}} = \psi(\mathbf{r}) \mathbf{m}_0; \quad \Pi(\mathbf{r}) = 0. \quad (11.26)$$

Величина  $f$  определяется точно так же, как и в ранее рассмотренной задаче о поле точечного заряда (см. формулу (11.6)).

Воспользовавшись этими выражениями для векторов Герца и соответствующими им выражениями для потенциалов (11.23), можно найти электрическое поле  $\mathbf{E}$  и магнитную индукцию  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\text{grad } \varphi(\mathbf{r}) = -\frac{\kappa\gamma^2}{1 + \kappa} \text{grad} \left( \frac{\mathbf{u}}{c}, [\text{grad } \psi(\mathbf{r}), \mathbf{m}_0] \right); \quad (11.27)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) + \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{E}(\mathbf{r}) \right], \quad (11.28)$$

где  $\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}^*(\mathbf{r})$  — вклад от первого слагаемого в выражения для  $\mathbf{A}$  (11.23).

Как видно из этих формул, у покоящегося магнитного диполя в движущейся среде возникает отличное от нуля электрическое поле, пропорциональное скорости движения среды  $\mathbf{u}$ . Заметим здесь, что если рассмотреть электрическое поле от точечного электрического диполя с моментом  $[\mathbf{u}/c, \mathbf{m}_0]$ , помещенного в начале координат, то его направление во всех точках совпадает с направлением электрического поля в (11.27), т. е. с электрическим полем магнитного диполя  $\mathbf{m}_0$ . Это утверждение нетрудно доказать с помощью формул (11.25) и (11.23).

Приведем также выражения для магнитного поля  $\mathbf{H}$  и электрической индукции  $\mathbf{D}$ :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) + \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\mu} \gamma^2 \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \right] \right]; \quad (11.29)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\mu} \gamma^2 \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) \right].$$

Эти формулы получены из соотношений (11.8), куда подставлены выражения для  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , определенные формулами (11.27) и (11.28).

Выражения для векторов поляризации  $\mathbf{P}$  и намагничивания  $\mathbf{M}$  при этом примут вид:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{D} - \mathbf{E}}{4\pi} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E} + \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi\mu} \gamma^2 \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}_0 \right];$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{B} - \mathbf{H}}{4\pi} = \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \mathbf{B}_0 - \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi\mu} \gamma^2 \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}_0 \right] \right] - \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{E} \right].$$
(11.30)

При нерелятивистских скоростях движения среды отсюда получаем

$$\mathbf{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E} + \frac{\varepsilon\mu - 1}{4\pi\mu} \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}_0 \right];$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \mathbf{B}_0.$$
(11.31)

Второе слагаемое в выражении для  $\mathbf{P}$  дает электрическую поляризацию, возникающую за счет движения среды. Если это слагаемое обозначить через  $\mathbf{P}'$ , то видно, что

$$\mathbf{P}' = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\mu - 1} \left[ \frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{M} \right].$$
(11.32)

Это соотношение может быть получено как нерелятивистский предел общих формул (11.8). Физический смысл его заключается в том, что при движении среды через магнитное поле появляется электрическая поляризация, пропорциональная скорости движения. Эффект возникает из-за того, что на движущиеся в магнитном поле заряды действует сила Лоренца. Эта сила смещает заряды разных знаков в противоположных направлениях, что и приводит к возникновению электрической поляризации в нейтральной среде. Эти соотношения впервые были экспериментально проверены в опытах Вильсона (см. [15, 130]).

Не составляет труда из полученных формул найти поле покоящегося электрического диполя.

3) *Потенциалы Льенара — Вихерта в движущейся среде.* Рассмотрим точечную заряженную частицу с зарядом  $q$ , которая может перемещаться в движущейся

среде. Закон движения частицы зададим в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t); \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt}. \quad (11.33)$$

Плотность заряда и плотность тока, связанные с движением этой частицы, можно записать следующим образом:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q\delta\{\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)\}; \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = q\mathbf{v}(t)\delta\{\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)\}. \quad (11.34)$$

Потенциалы  $A_\alpha(\mathbf{r}, t)$  определяются формулой (5.8), которую мы можем записать в трехмерных обозначениях:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4 c} \int d\mathbf{r}' dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \left\{ \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa\gamma^2}{1 + \kappa} \mathbf{u} [\rho(\mathbf{r}', t') - (\mathbf{u}, \mathbf{j}(\mathbf{r}', t')) c^{-2}] \right\}; \quad (11.35) \\ \varphi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{r}' dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \left\{ \left( 1 - \frac{\kappa\gamma^2}{1 + \kappa} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \rho(\mathbf{r}', t') + \frac{\kappa\gamma^2 c^{-2}}{1 + \kappa} (\mathbf{u}, \mathbf{j}(\mathbf{r}', t')) \right\}. \end{aligned}$$

В этих формулах интегрирование по  $\mathbf{r}'$  проводится легко с помощью формул (11.34), и мы получаем

$$\begin{aligned} A(\mathbf{r}, t) &= \frac{q}{(2\pi)^4 c} \int dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t'), t - t') \times \\ &\quad \times \left\{ \mathbf{v}(t') - \frac{\kappa\gamma^2}{1 + \kappa} \mathbf{u} \left( 1 - \frac{\mathbf{u}\mathbf{v}(t')}{c^2} \right) \right\}; \quad (11.36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, t) &= \frac{q}{(2\pi)^4} \int dt' G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t'), t - t') \times \\ &\quad \times \left\{ \left( 1 - \frac{\kappa\gamma^2}{1 + \kappa} \right) + \frac{\kappa\gamma^2 c^{-2}}{1 + \kappa} (\mathbf{u}, \mathbf{v}(t')) \right\}. \end{aligned}$$

Подставим в эти выражения функцию Грина из формулы (8.10) и проведем интегрирование по  $t'$ . Как видно из выражения (8.10) для функции Грина  $G_0$ , она имеет особенности в точках, в которых выполняется равенство

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{c} \frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\sqrt{\varepsilon\mu(1 - \beta^2)}} \left\{ \frac{\varepsilon\mu(1 - \beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2} (X^2 + Y^2) + \right. \\ &\quad \left. + \left[ Z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} uT \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (11.37) \end{aligned}$$

где  $T = t - t'$ ;  $X(t') = x - x(t')$ ;  $Y(t') = y - y(t')$ ;  $Z(t') = z - z(t')$ ;  $\beta = u/c$ ;  $x, y, z, t$  — координаты точки

наблюдения;  $x(t')$ ,  $y(t')$ ,  $z(t')$  — координаты точки, где находится заряд в момент времени  $t'$ .

Если рассматривать движения заряженной частицы в пустоте, то уравнение (11.37) принимает хорошо знакомый вид

$$t - t' = R(t')/c, \quad (11.38)$$

где  $R(t') = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$ .

Для каждого данного момента времени  $t$  в пустоте существует лишь одна точка в пространстве, где удовлетворяется это уравнение<sup>13</sup>. Это объясняется тем, что в каждой точке своего пути заряд создает возмущение, которое отлично от нуля на сферической поверхности, расходящейся во все стороны со скоростью света. Эта поверхность доходит до точки наблюдения в момент времени, определяемый соотношением (11.38). В движущейся среде положение иное. В каждой точке своего пути заряд создает возмущение, отличное от нуля не на расширяющейся сфере, а на эллипсоиде, уравнение которого имеет вид (8.16). Величина полуосей этого эллипсоида линейно растет со временем по закону (8.17), а центр эллипсоида увлекается в направлении движения среды со скоростью (8.18). Поэтому в движущейся среде уравнение (11.37) может не иметь ни одного, иметь одно или несколько решений в зависимости от положения наблюдателя по отношению к траектории заряда, от величины и направления скорости перемещения среды и от закона движения заряда. Приведем простой пример. Пусть скорость среды  $u$  превышает фазовую скорость света  $c/\sqrt{\epsilon\mu}$  ( $\epsilon\mu\beta^2 > 1$ ). В этом случае возмущение, созданное в любой точке, «сносится» движущейся средой так, что поле возмущения может быть отлично от нуля только по одну сторону от источника (в полупространстве, где  $(r, u) > 0$ ). Тогда до наблюдателя, находящегося в полупространстве  $(r, u) < 0$ , вообще не дойдет никакого сигнала. Наблюдатель же, находящийся в полупространстве  $(r, u) > 0$ , будет получать сигнал от движущегося источника (будет «видеть» заряд) только в течение конечного промежут-

<sup>13</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., «Наука», 1973.

ка времени, отвечающего конечному участку траектории заряда.

Приведем теперь окончательные выражения для потенциалов Льенара — Вихерта в движущейся среде без дисперсии:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\mu q}{c} \left[ v + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu} \gamma^2 u \left( \frac{u, v}{c^2} - 1 \right) \right] \times \\
 &\times \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon\mu (1 - \beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2} (X^2 + Y^2) + \left[ Z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} uT \right]^2} - \right. \\
 &- \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} (Xv_x + Yv_y) - \frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{c \sqrt{\varepsilon\mu (1 - \beta^2)}} \times \\
 &\times \left[ Z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} uT \right] \left[ v_z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} u \right]^{-1}; \\
 \varphi &= \mu q \left[ 1 + \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu} \gamma^2 \left( \frac{u, v}{c^2} - 1 \right) \right] \times \\
 &\times \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon\mu (1 - \beta^2)}{\varepsilon\mu - \beta^2} (X^2 + Y^2) + \left[ Z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} uT \right]^2} - \right. \\
 &- \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} (Xv_x + Yv_y) - \frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{c \sqrt{\varepsilon\mu (1 - \beta^2)}} \times \\
 &\times \left[ Z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} uT \right] \left[ v_z - \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2} u \right]^{-1}. \quad (11.39)
 \end{aligned}$$

В этих формулах положение и скорость заряда берутся в момент времени  $t'$ , определяемый уравнением (11.37). Если это уравнение имеет несколько решений, то следует просуммировать полученные выражения для  $A$  и  $\varphi$  по всем таким моментам времени  $t'$ .

Как видно из выражений (11.39), для потенциалов Льенара — Вихерта в движущейся среде в случае покоящегося заряда вектор-потенциал  $A$  отличен от нуля и направлен по скорости движения среды  $u$ . Этот результат находится в согласии с формулами (11.5) и противоречит результатам работы [200], в которой автор без должных оснований предположил, что вектор-потенциал заряда в движущейся среде пропорционален только скорости движения заряда.

**Аннотированная библиография работ  
по электродинамике движущихся сред с 1905 по 1973 г.**

1. *Аверков С. И., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 2, № 2, 203—212 (1959). Строгое решение задачи о распространении волн в длинной линии с бегущим параметром без потерь.
2. *Айвазян Ю. М., Мергелян О. С.* Изв. АН АрмССР. Физика, 5, 88 (1970). Дифракция волн на движущейся идеально проводящей полуплоскости.
3. *Алексеев А. И., Никитин Ю. П.* ЖЭТФ, 63, в. 4 (10), 1194—1197 (1972). Интенсивность излучения произвольного источника в неограниченной среде, движущейся со сверхсветовой скоростью.
4. *Аскаръян Г. А.* ЖЭТФ, 42, в. 6, 1672—1673 (1962). Влияние сдвига частоты при отражении излучения от колеблющегося зеркала на срыв генерации лазера и на появление параметрической генерации.
5. *Аскаръян Г. А.* ЖЭТФ, 43, в. 3 (9), 1104—1105 (1962). Указано на возможности изменения частоты и модуляции сигналов при отражении излучения от движущейся полупроводниковой плазмы в магнитном поле.
6. *Ахизер А. И., Половин Р. В.* УФН, 104, в. 2, 185—200 (1971). Обзор теоретических работ по неустойчивостям волн на основе соответствующего дисперсионного уравнения и, в частности, по конвективной неустойчивости в системе движущихся взаимопроникающих сред типа плазма — пучок.
7. *Барabanенков Ю. Н.* Научные доклады высшей школы. Физ.-мат. науки, № 1, 141—145 (1959). Уравнения Максвелла во вращающейся системе отсчета.
8. *Баранов Р. И., Широков Ю. М.* ЖЭТФ, 53, в. 6 (12), 2123—2130 (1967). Точное решение для электромагнитных полей в одномерном резонаторе с равномерно движущимся зеркалом с указанием на существование «динамических» мод.
9. *Барсуков К. А., Болотовский Б. М.* Изв. вузов, Радиофизика, 3, № 2, 336—338 (1960). С помощью преобразований Лоренца вычислены потери энергии заряженной частицы на переходное излучение от движущейся границы раздела двух сред.
10. *Барсуков К. А., Нарышкина Л. Г.* Изв. вузов, Радиофизика, 4, № 3, 574—577 (1961). Расчет интенсивности переходного излучения вперед и назад на движущейся границе раздела двух сред с учетом знаков проекций групповой скорости на нормаль к границе раздела.
11. *Барсуков К. А., Болотовский Б. М.* ЖЭТФ, 45, в. 2(8), 303—304 (1963). Рассчитан спектр излучения заряженных частиц, движущихся в периодически нестационарных и неоднородных средах, и вычислена интенсивность излучения в направлении движения в случае слабomodулированной волны бегущего параметра.
12. *Барсуков К. А., Болотовский Б. М.* Изв. вузов, Радиофизика, 7, № 2, 291—299 (1964). Анализ спектра излучения равномерно движущейся в произвольном направлении заряженной частицы в среде, параметры которой изменяются по закону бегущей волны. Методом возмущений вычислена интенсивность излучения



- в приближении медленной или слабой модуляции волны параметра.
13. Барсуков К. А. Радиотехника и электроника, 9, № 7, 1175—1178 (1964). Уравнения для векторов Герца в среде с бегущим параметром. Найдены геометро-оптические решения в волноводе с такой средой.
  14. Барсуков К. А., Болотовский Б. М. Изв. вузов, Радиофизика, 8, № 4, 760—767 (1965). Спектр излучения равномерно движущегося точечного осциллятора в среде с бегущим параметром. Методом геометрической оптики вычислена интенсивность излучения покоящегося осциллятора.
  15. Беккер Р. Электронная теория. М.—Л., ОНТИ, 1936. Подробно изложены основные уравнения электродинамики движущихся сред и обсуждены эксперименты по электродинамике медленно движущихся сред.
  16. Белоногов А. М. ЖТФ, 39, № 7, 1175—1179 (1969). Ортогональные типы колебаний электромагнитного поля в объемном медленно вращающемся резонаторе.
  17. Благовещенский А. С., Борисов В. В. Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 9, 1314—1319 (1972). Отражение и преломление полубесконечного импульса излучения на движущемся навстречу ему со сверхсветовой скоростью фронте ионизации.
  18. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. М.—Л., Гостехиздат, 1946. Распространение и излучение звуковых волн в движущейся среде.
  19. Богданкевич Л. С., Болотовский Б. М., Рухадзе А. А. Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы. Рига, Изд-во ЛатвССР, 1962. Переходное излучение заряженной частицы на фронте ударной волны.
  20. Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. УФН, 103, в. 4, 609—640 (1971). Обзор теоретических и экспериментальных работ по пучковым неустойчивостям в конкретных плазменных системах.
  21. Болотовский Б. М., Рухадзе А. А. ЖЭТФ, 37, в. 5(11), 1346—1351 (1959). Выведены и решены уравнения для потенциалов источников поля в движущейся среде. Исследовано дисперсионное уравнение для волн в движущемся диэлектрике и в движущейся изотропной плазме. Вычислены поляризационные потери и потери на излучение Вавилова — Черенкова.
  - 22—24. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Изв. вузов, Радиофизика, 4, № 6, 1171—1172 (1961). Отражение и преломление волн с различной поляризацией при их наклонном падении на перемещающуюся нормально самой себе границу раздела двух движущихся сред.  
Изв. вузов, Радиофизика, 7, № 3, 442—445 (1964). Принцип излучения в электродинамике движущихся сред без учета пространственной дисперсии в системе покоя.  
Труды 7-й Международной конференции по явлениям в ионизованных газах, т. 3. Югославия, Белград, август 1965, стр. 133—140. Возможности диагностики движущейся плазмы с помощью излучения и быстрых заряженных частиц.
  25. Болотовский Б. М. Автореф. докт. дис. ФИАН, М., 1965. Излучение равномерно движущихся источников. В частности, рассмотрены потенциалы источников в движущейся среде и отражение от границ раздела с движущейся средой.

- 26—27 *Болотовский Б. М., Мергелян О. С., Столяров С. Н.* Изв. АН АрмССР, Физика, 4, № 4, 203—218 (1969). Поля излучения на больших расстояниях от источников в анизотропных и в том числе в движущихся средах. Указано на связь между направлениями фазовой и групповой скорости в движущейся среде.
- Тезисы докладов на 9-й Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. Харьков, июнь 1969. О свойствах поля излучения на далеких расстояниях от источника.
28. *Болотовский Б. М., Столяров С. Н.* Проблемы теоретической физики (сборник памяти И. Е. Тамма). М., «Наука», 1972, стр. 267—280. Рассмотрена связь между различными формулировками принципа излучения.
29. *Борисов В. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 12, № 8, 1249—1255 (1969). Возбуждение продольных и поперечных волн при движении фронта ионизации со скоростью света во внешних взаимно перпендикулярных статических полях  $E_0$  и  $B_0$ .
30. *Борисов В. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 13, № 9, 1376—1379 (1970). Отражение полубесконечного импульса излучения от движущегося, в том числе и со скоростью света, навстречу ему фронта ионизации.
31. *Борисов В. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 1, 54—59 (1971). Общие формулы для коэффициентов отражения и преломления произвольных электромагнитных импульсов от движущегося навстречу им со скоростью света фронта ионизации.
32. *Борисов В. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 12, 1923—1924 (1971). Установившийся режим для полей при падении электромагнитного сигнала конечной длительности на движущийся навстречу ему со скоростью света фронт ионизации.
33. *Борисов В. В.* Вестник ЛГУ, № 10, в. 2, Физико-химия, 46—53 (1971). Поля отраженных и преломленных волн для полубесконечного импульса, падающего наклонно на фронт ионизации.
34. *Буц В. А.* ЖТФ, 42, № 4, 705—719 (1972). Электромагнитные колебания в движущемся с переменной скоростью электронном пучке. Указано на раскачку продольных и поперечных волн.
35. *Векслер В. И.* Атомная энергия, 2, № 5, 427—430 (1957). Предложен метод когерентного ускорения заряженных частиц за счет эффекта обращения поляризационных потерь и потерь на излучение Вавилова — Черенкова покоящихся зарядов и сгустков зарядов в движущейся среде, а также в движущейся плазме или в релятивистских пучках.
36. *Весницкий А. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 12, № 6, 935—945 (1969). Точные решения задачи о распространении волн  $H$ -типа в прямоугольном пустом волноводе с равномерно движущейся боковой стенкой. Приближенные решения при произвольном законе ее движения.
- 37—41. *Весницкий А. И., Костров А. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 5, 754—760 (1971). Электромагнитные колебания в сферическом резонаторе с равномерно расширяющейся металлической оболочкой.
- Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 9, 1432—1439 (1971). Распределение полей в одномерном пустом резонаторе с медленно движущейся по произвольному закону полупрозрачной стенкой. Указано на существование динамических ортого-

нальных мод и на наличие адиабатического инварианта в виде числа квантов.

Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 10, 1531—1537 (1971). Точные решения одномерных волновых уравнений при заданных начальных и граничных условиях, когда расстояние между зеркалами резонатора меняется по линейному или гиперболическому законам. Возбуждение таких резонаторов источником, расположенным на подвижной границе.

Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 10, 1538—1546 (1971). По заданному виду собственной моды одномерного резонатора с импедансными условиями на движущихся границах путем решения алгебраического уравнения определяется закон движения границы. Найдены приближенные решения для резонатора с периодически колеблющимся зеркалом.

Автореф. канд. дис. ГГУ. Горький, 1973. О некоторых вопросах распространения волн в параметрических системах.

42. *Виглин А. С.* ЖЭТФ, 50, в. 1, 85—92 (1966). Методом Манделъштама и Тамма получены релятивистски инвариантные уравнения для потенциалов в анизотропных диспергирующих средах. Найдены интегральные выражения для полей от заданных источников.

43. *Виглин А. С., Кашин В.* ДАН СССР, 173, № 4, 797—800 (1967). Методом Манделъштама и Тамма введены потенциалы в анизотропных диспергирующих и движущихся средах и обсуждена их калибровка.

44. *Волков А. М., Киселев В. А.* ЖЭТФ, 57, в. 4 (10), 1353—1360 (1969). Методом Манделъштама и Тамма рассмотрены электромагнитные поля в среде, покоящейся в неинерциальной системе отсчета. Определены собственные частоты вращающегося кольцевого резонатора.

45. *Волков А. М., Киселев В. А.* ЖЭТФ, 58, в. 5, 1857—1861 (1970). Влияние гравитационного поля на собственные частоты вращающегося кольцевого резонатора.

46. *Волков А. М.* Автореф. канд. дис. МФТИ. М., 1970. К теории кольцевых оптических квантовых генераторов. Рассмотрено распространение электромагнитных волн в среде, движущейся в произвольной неинерциальной системе (в том числе во вращающейся системе и в гравитационном поле).

47. *Воронцов В. И., Левашов А. Е.* Изв. вузов, Физика, № 1, 68—74 (1966). Вариационный принцип в релятивистской электродинамике движущихся сред.

48. *Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 13, № 5, 700—705 (1970). Распространение и неустойчивость волн поверхностного типа в плазменной струе, погруженной в неподвижную плазму.

49. *Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 13, № 9, 1350—1353 (1970). Распространение волн в неоднородно и медленно движущейся среде при градиенте скорости, перпендикулярном направлению движения.

50. *Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А., Степанов Н. С.* ЖТФ, 41, № 3, 534—538 (1971). Тензор диэлектрической проницаемости движущейся изотропной плазмы. Рассчитан коэффициент отражения от границы тангенциального разрыва движущейся и неподвижной плазмы, когда скорость движения лежит в плоскости падения.

51. *Гавриленко В. Г., Лупанов Г. А., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, **15**, № 2, 183—190 (1972). Электромагнитные волны в неоднородно и медленно движущейся изотропной плазме. Указано на явление вращения плоскости поляризации.
52. *Гавриленко В. Г.* Автореф. канд. дис. ГГУ. Горький, 1973. К теории электромагнитных волн в неоднородно движущихся и нестационарных средах.
53. *Гапонов А. В., Фрейдман Г. И.* Изв. вузов, Радиофизика, **3**, № 1, 79—88 (1960). Образование и структура одномерных ударных электромагнитных волн в нелинейном феррите с насыщением с учетом проводимости среды.
54. *Гапонов А. В., Островский Л. А., Фрейдман Г. И.* Изв. вузов, Радиофизика, **10**, № 9—10, 1376—1413 (1967). Обзор теоретических и экспериментальных работ по образованию и распространению ударных электромагнитных волн в нелинейных средах и нелинейных линиях передач. Отражение и преломление на них слабых волн с выводом соответствующих материальных уравнений и граничных условий.
55. *Гапонов А. В., Островский Л. А., Рабинович М. И.* Изв. вузов, Радиофизика, **13**, № 2, 163—214 (1970). Обзор теоретических работ по распространению, самовоздействию, взаимодействию и генерации волн в нелинейных одномерных системах с дисперсией.
56. *Гарибян Г. М., Костанян Ф. А.* Изв. вузов, Радиофизика, **14**, № 12, 1857—1863 (1971). Спектр и поля равномерно движущегося осциллятора в движущемся диэлектрике для различных ориентаций диполя и скорости движения среды.
57. *Гетманцев Г. Г.* ЖЭТФ, **37**, в. 3 (9), 843—846 (1959). Дисперсионное уравнение для волн в смеси покоящейся и движущейся сред. Условия их нарастания, в частности, для изотропной плазмы, движущейся сквозь покоящийся диэлектрик.
58. *Гетманцев Г. Г., Рапопорт В. О.* ЖЭТФ, **38**, № 4, 1205—1208 (1960). Дисперсионное уравнение для волн в плазме, движущейся сквозь покоящийся диэлектрик вдоль магнитного поля.
59. *Гетманцев Г. Г., Пасека А. М., Токарев Ю. В.* Изв. вузов, Радиофизика, **10**, № 5, 599—602 (1967). Влияние движения космической среды на поляризацию космического радиоизлучения.
60. *Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А.* Волны в магнитоактивной плазме. М., «Наука», 1970. Рассмотрены вопросы устойчивости колебаний однородной и неоднородной плазмы с пучком заряженных частиц.
61. *Гинзбург М. А.* Космич. исслед., **3**, № 2, 340—342 (1965). Распространение радиоволн в медленно движущейся космической плазме при наличии границ раздела.
- 62—66 *Глуцук А. М.* ЖТФ, **34**, № 8, 1345—1350 (1964). Уравнения электромагнитного поля в движущейся анизотропной среде. Решена задача об отражении волны от движущейся области сильного поля в нелинейной среде.  
ЖТФ, **36**, № 3, 413—416 (1966). Волны в медленно и равномерно вращающемся анизотропном диэлектрике. Решена задача об отражении и преломлении нормально падающих на него волн.  
ЖТФ, **37**, № 6, 1176—1177 (1967). Собственные частоты плоского одномерного резонатора, заполненного движущимся

- перпендикулярно его оси изотропным диэлектриком или оптически активной средой.
- Указатель литературы по электродинамике движущихся сред. ИРЭ АН УССР. Харьков, 1967.
- Автореф. канд. дис. ФТИНТ АН УССР. Харьков, 1968. К теории распространения электромагнитных волн в анизотропных движущейся и нестационарной средах.
67. *Гуревич А. В., Шварцбург А. Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М., «Наука», 1973. Распространение волн в нелинейной и неоднородной среде с учетом дисперсии и, в частности, в ионосферной плазме.
  68. *Дауме Э. Я., Фрейдман Г. И.* ЖЭТФ, 43, в. 3(9), 1102—1104 (1962). Эксперименты по сдвигу частоты ( $\sim 5\%$ ) при отражении ( $R \sim 0,01\%$ ) волн от бегущей волны намагничения в феррите.
  69. *Дерюгин И. А., Воронцов В. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 9, № 6, 1155—1163 (1966). Формальный аппарат ковариантной записи уравнений электромагнитного поля для движущихся одноосных кристаллов и гиротропных сред с анализом законов сохранения, теоремы взаимности и т. п.
  70. *Дерюгин И. А., Воронцов В. И.* В сб.: Квантовая электроника ИП АН УССР, в. 6. Киев, «Наукова Думка», 1972, стр. 208—219. Уравнения для тензоров Герца, функция Грина в движущейся с досветовой скоростью среде. Поля излучения в дальней зоне различно ориентированных в ней антенн.
  71. *Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М.* ЖЭТФ, 38, в. 1, 7—9 (1960). Эксперименты по увеличению частоты (на 20%) при отражении излучения от плазмы, движущейся с  $v \sim 10^7$  см/сек в пространстве замедленных (до  $1/200$  с) волн.
  72. *Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М., Болотин Л. И.* ЖТФ, 31, в. 3, 297—300 (1961). Наблюдался эффект умножения частоты за счет многократного отражения излучения от движущейся плазмы.
  73. *Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М., Кившик А. Ф.* В сб.: Физика плазмы и проблема управляемого термоядерного синтеза, в. 1. Киев, Изд-во АН УССР, 1962, стр. 9—20. Результаты экспериментальных и теоретических исследований по отражению волн от движущейся плазмы и по свойствам плазменных волноводов в системе плазма — пучок.
  74. *Зельдович Я. Б.* ЖЭТФ, 62, в. 6, 2076—2081 (1972). Для вращающегося диэлектрического цилиндра малой проводимости доказан эффект усиления волн при отражении без изменения частот падающей на него цилиндрической волны, когда скорость вращения больше скорости вращения поверхности постоянной фазы на границе.
  75. *Зоммерфельд А.* Оптика. М., ИЛ, 1949. Даны основы оптики медленно движущихся сред.
  76. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М., ИЛ, 1958. Изложены теоретические основы электродинамики движущихся сред.
  77. *Карпман В. И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973. Методы решения различных нелинейных уравнений для волн в нелинейных средах с дисперсией и потерями. В частности, рассмотрена задача об образовании уединенных импульсов в такой среде.

78. *Кикина Н. Г.* Автореф. канд. дис. МФТИ. М., 1971. Взаимодействие звуковых волн с тангенциальным разрывом и плоским слоем движущейся сжимаемой среды при дозвуковом и сверхзвуковом ее движении. Указано на возможность усиления волн при отражении.
79. *Ковалев А. М., Красильников В. Н.* ЖТФ, 32, № 1, 30—33 (1962). Отражение волн, падающих нормально на движущееся по произвольному закону зеркало и наклонно — на осциллирующее зеркало. Угловое и частотное уширение спектра отраженных волн при малых скоростях и амплитудах осцилляций зеркала.
80. *Колесников П. М.* Введение в нелинейную электродинамику. Минск, «Наука и техника», 1971. Аналогия между одномерной нелинейной электродинамикой без дисперсии и теорией нелинейных цепей с распределенными в том числе и бегущими параметрами. Приведены различные методы решения таких задач с примерами.
81. *Колесников П. М.* Электродинамическое ускорение плазмы. М., Атомиздат, 1971. Основы электродинамики движущихся сред применительно к нерелятивистским задачам динамики и ускорения плазмы. Изложены технические методы ее ускорения.
82. *Кондратенко А. Н.* ЖТФ, 38, № 11, 1835—1842 (1968). В кинетическом приближении решена задача об отражении наклонно падающих волн с электрическим вектором в плоскости падения от движущейся в покоящемся диэлектрике плазмы или от движущегося слоя плазмы в магнитном поле. Найдены коэффициенты отражения, прохождения и поглощения.
83. *Кондратенко А. Н.* УФЖ, 13, № 2, 236—243 (1968). Отражение нормально падающих циркулярно поляризованных волн от движущегося в покоящемся диэлектрике слоя плазмы в магнитном поле с учетом движения ионов.
84. *Кондратьев И. Г., Таланов В. И.* ЖТФ, 35, № 3, 571—573 (1965). Вычисление полей источников в анизотропных и движущихся средах с помощью леммы Лоренца. Поля источников в дальней зоне.
85. *Костанян Ф. А.* Автореф. канд. дис. ЕРФИ. Ереван, 1973. Электромагнитное излучение при периодическом движении зарядов и эффект Доплера в неоднородных средах. В частности, рассмотрено излучение осциллятора в движущемся диэлектрике или в плазме.
86. *Кравцов Ю. А., Степанов Н. С.* ЖЭТФ, 57, в. 5(11), 1730—1734 (1969). Адиабатический инвариант (число квантов) для волновых пакетов в средах с медленно меняющимися во времени и в пространстве, в том числе и по закону бегущей волны, параметрами. Получены обусловленные неоднородностью и нестационарностью поправки к тензору диэлектрической проницаемости непоглощающей анизотропной и диспергирующей среды.
87. *Красильников В. Н.* В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн, в. VIII. Изд. ЛГУ, 1968, стр. 43—59. Собственные волны сферического резонатора с произвольно расширяющейся по радиусу импедансной стенкой. Параметрическое возбуждение в нем волн для низких и высоких частот.
88. *Красильников В. Н., Панкратов А. М.* В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн, в. VIII. Изд. ЛГУ, 1968, стр. 59—

84. Параметрическая раскачка колебаний в одномерном резонаторе с колеблющимся зеркалом.
89. *Курилко В. И.* ЖТФ, 30, № 5, 504—507 (1960). Изменение со временем заданного распределения поля и его фурье-компонент внутри объема с равномерно движущимися навстречу друг другу стенками.
90. *Курилко В. И.* ЖТФ, 31, № 1, 71—77 (1961). Отражение нормально падающей волны от поверхности плазмы в магнитном поле, движущейся в пространстве замедленных волн. Указано на уменьшение коэффициента отражения при синхронном движении плазмы и отраженной волны.
91. *Курилко В. И., Мирошниченко В. И.* УФЖ, 6, № 3, 415—416 (1961). Отражение волн от границы плазмы в магнитном поле, движущейся в пространстве замедленных волн.
92. *Курилко В. И.* ЖТФ, 31, № 8, 899—906 (1961). Отражение волн от поверхности плазмы, движущейся в пространстве замедленных волн в спиральном или плазменном волноводе. Указано на наличие максимума в частоте отраженных волн.
93. *Курилко В. И., Мирошниченко В. И.* ЖТФ, 32, № 7, 803—810 (1962). Отражение электромагнитных волн от движущейся плазмы в случае сильной и слабой пространственной дисперсии. Показано, что коэффициент отражения стремится к нулю при синхронном движении отраженной волны и границы раздела.
94. *Курилко В. И.* Автореф. докт. дис. ХГУ. Харьков, 1970. Ускорение частиц в инвертированных средах. Дана аналогия с обращением потерь в движущихся средах.
95. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1957. Изложение основ электродинамики движущихся сред.
96. *Литвиненко Л. Н., Литвиненко Т. С., Шестопалов В. П.* Труды VI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн, т. 2. Москва — Ереван, 1973, стр. 101—104. Излучение электромагнитных волн при вращении разрезного металлического цилиндра в электростатическом поле соосного сплошного цилиндра.
97. *Лупанов Г. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 8, 1139—1146 (1972). С помощью уравнений электромагнитного поля для плоскостной и неоднородно движущейся среды рассмотрено распространение волн в плоскости, перпендикулярной движению. В медленно движущихся средах с экспоненциальным профилем скоростей и линейным профилем диэлектрической постоянной найдены точные решения для независимых лево- и правоработающих волн.
98. *Лупанов Г. А.* Тезисы доклада на X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. Иркутск, 1972. М., «Наука», 1972, сек. III, стр. 155—159. Отражение волн от тангенциального разрыва релятивистских скоростей плазмы с учетом трансформации в продольные волны.
99. *Лупанов Г. А.* ЖТФ, 43, № 5, 925—931 (1973). Отражение и прохождение наклонно падающих волн на тангенциальном разрыве релятивистских скоростей плазмы с учетом трансформации в продольные волны,

100. Мананкова А. В. Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 2, 211—220 (1972). Возбуждение электромагнитных полей радиальным и азимутальным  $\delta$ -образным сторонним током, движущимся по радиусу со скоростью света вблизи равномерно расширяющейся проводящей сферы.
101. Мананкова А. В., Борисов В. В. Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 6, 928—934 (1972). Поля, возникающие в проводящей области за движущейся в вакууме со скоростью света границей раздела, от падающего на нее электромагнитного импульса. Показано, что в бесконечно проводящей среде возникают статическое неоднородное поле и стационарный ток.
102. Мананкова А. В., Борисов В. В. Изв. вузов, Радиофизика, 16, № 2, 312—316 (1973). Отражение одномерных импульсных сигналов от движущегося с любой переменной скоростью зеркала. Решено одномерное волновое уравнение с источниками в присутствии одного или двух движущихся зеркал.
103. Мандельштам Л. И., Тамм И. Е. Полное собрание трудов Л. И. Мандельштама, т. I. Изд-во АН СССР, 1948, стр. 273—279 (см. также Math. Annalen, 95, № 1, 154—160 (1925)). Обсуждена удобная форма записи с помощью тензоров четвертого ранга материальных уравнений для движущихся анизотропных сред.
104. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., «Наука», 1972. Дифракция на медленно движущейся дифракционной решетке (стр. 51—59) и принцип излучения для сред с отрицательной групповой скоростью (стр. 431—437).
105. Меерович Э. А. Методы релятивистской электродинамики в электротехнике. М.—Л., Энергия, 1966. Показано, как из общих уравнений электродинамики движущихся сред при малых скоростях движения среды можно получить основные динамические соотношения электротехники.
106. Мергелян О. С. ДАН АрмССР, 32, № 4, 204—212 (1961). Черенковское излучение линейного источника в движущейся безграничной и ограниченной среде для разных случаев ориентации нити и скоростей движения среды и нити. Рассмотрено переходное излучение такой нити на тангенциальном разрыве скоростей.
107. Мергелян О. С. ДАН АрмССР, 34, № 2, 65—70 (1962). Отражение и преломление наклонно падающих волн на тангенциальном разрыве покоящейся и движущейся сред. Указано на поворот плоскости поляризации при движении среды перпендикулярно плоскости падения.
108. Мергелян О. С. Автореф. канд. дис. НИИЯФ МГУ. М., 1963. Некоторые граничные задачи электродинамики движущихся и оптически активных сред.
109. Мергелян О. С., Столяров С. Н. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, № 5, 309—319 (1970). О тензоре энергии и импульса поля в движущейся среде. Показано, что в движущейся среде направление вектора Пойнтинга совпадает с направлением групповой скорости.
110. Мергелян О. С. Изв. АН АрмССР, Физика, 8, № 3 (1973). Дифракция волн на движущейся слабomodулированной диэлектрической гребенке.



111. *Мергелян О. С.* Докт. дис. ФИАН, 1975. Рассеяние волн движущимся слабопреломляющим диэлектриком переменной плотности.
112. *Мирошниченко В. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 9, № 4, 666—674 (1966). Отражение наклонно падающих волн от движущейся в магнитном поле и в пространстве замедленных волн плазмы в случае слабой и сильной пространственной дисперсии.
113. *Мирошниченко В. И.* УФЖ, 11, № 4, 451—453 (1966). Отражение наклонно падающих волн с электрическим вектором, перпендикулярным плоскости падения, от движущейся в покоящемся диэлектрике плазмы.
114. *Мирошниченко В. И.* Автореф. канд. дис. ФТИАН УССР. Харьков, 1966. Отражение и поглощение электромагнитных волн ограниченной и полуограниченной плазмой (в том числе и движущейся).
115. *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. М., Атомиздат, 1970, т. 1; 1971, т. 2. Возбуждение и устойчивость волн во взаимодействующих средах типа плазма — пучок или плазма — движущаяся плазма, с учетом магнитного поля, пространственной дисперсии и т. п. в однородных (т. 1) и неоднородных (т. 2) средах.
116. *Найда О. Н.* Автореф. канд. дис. ФИАН СССР. М., 1973. Геометрическая оптика неоднородных анизотропных сред и проблема предельной поляризации. В частности, рассмотрены некоторые общие вопросы геометрической оптики движущихся неоднородных и нестационарных сред.
117. *Незлин М. В.* УФН, 102, в. 1, 105—139 (1970). Обзор теоретических и экспериментальных работ по неустойчивостям пучков заряженных частиц в плазме.
118. *Нерух А. Г., Хижняк Н. А.* Тезисы доклада на X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, Иркутск, 1972. М., «Наука», 1972, сек. V, стр. 39—43. Рассеяние радиоволн медленно пульсирующим и малым по сравнению с длиной волны диэлектрическим шаром.
119. *Островский Л. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 2, № 5, 833—834 (1959). Взаимодействие малых возмущений поля с сильным движущимся разрывом (ударная волна в феррите или в ферромагнетике). Вычислены амплитуды и частоты прошедших волн. Отраженные волны отсутствуют из-за граничных условий, отличных от граничных условий в электродинамике движущихся сред.
120. *Островский Л. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 4, № 2, 293—305 (1961). Приближение геометрической оптики для волн в линиях передач или в волноводах с переменными в пространстве и во времени (и, в частности, бегущими) диспергирующими параметрами.
121. *Островский Л. А.* ЖТФ, 33, № 8, 905—908 (1963). Образование и распространение уединенных импульсов в нелинейном феррите.
122. *Островский Л. А., Степанов Н. С.* ЖЭТФ, 45, в. 5 (11), 1473—1478 (1963). Параметрическая генерация поперечных электромагнитных волн на слабomodулированной бегущей

- Вдоль магнитного поля продольной волне концентраций электронов в плазме, помещенной в покоящийся диэлектрик.
123. *Островский Л. А.* ЖЭТФ, 51, в. 4 (10), 1189—1194 (1966). Распространение и устойчивость волновых пакетов в нелинейной среде или в плазме. Показана возможность существования уединенных импульсов.
  124. *Островский Л. А., Соломин Б. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 10, № 8, 1183—1186 (1967). Отражение волн от движущегося в неподвижной среде скачка параметра в случае, когда скорость границы раздела заключена между значениями скоростей волн перед границей и за ней. Найдены решения в случае возрастания скорости волн, а в случае их убывания указано на неустойчивость скачка.
  125. *Островский Л. А.* ЖЭТФ, 54, в. 4, 1235—1243 (1968). Устойчивые ударные электромагнитные волны в диспергирующей среде с релаксационной нелинейностью и граничные условия на таком разрыве.
  126. *Островский Л. А.* Изв. вузов, Радиофизика, 12, № 2, 268—272 (1969). Взаимодействие и трансформация волновых пакетов в нелинейной среде.
  127. *Островский Л. А.* ЖЭТФ, 61, в. 2 (8), 551—561 (1971). С помощью лагранжева формализма для произвольного поля выведены граничные условия на движущихся границах раздела двух сред и показано, что в общем случае вид граничных условий зависит от внутренних параметров граничной области. Получены также инвариантные соотношения для числа квантов, взаимодействующих на этой границе волновых пакетов для досветового и сверхсветового ее движения. В последнем случае эффекты усиления рассматриваются как излучение Вавилова — Черенкова в среде без потерь.
  128. *Островский Л. А., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 4, 489—529 (1971). Обзор теоретических работ по нерезонансным параметрическим явлениям в распределенных системах и в том числе по преобразованию волн при их отражении и преломлении на резких и плавных движущихся границах раздела сред с дисперсией и без нее.
  129. *Павленко Ю. Г.* Геомагнетизм и аэронавтика, 6, № 4, 790—791 (1966). Доплеровское смещение частоты излучателя, движущегося в ионосфере.
  130. *Паули В.* Теория относительности. М.—Л., ГИТТЛ, 1947. Теоретические и экспериментальные вопросы электродинамики движущихся сред.
  131. *Певзнер М. Ш.* УФЖ, 8, № 6, 657—663 (1963). Свойства калибровочной инвариантности потенциалов и потенциалы Льенара — Вихерта в движущейся среде при досветовой скорости движения среды. Подробно рассмотрен случай нерелятивистского движения среды.
  132. *Петров Б. М.* Радиотехника и электроника, 15, № 11, 2220—2228 (1970). Отражение волн от медленно движущегося и вращающегося импедансного цилиндра с результатами экспериментов.
  133. *Рапопорт В. О.* Изв. вузов, Радиофизика, 3, № 1, 148—150 (1960). Нарастание волн в системе из квазиупругих диполей, движущихся в покоящемся диэлектрике.

134. *Рапопорт В. О.* Изв. вузов, Радиофизика, 3, № 5, 737—741 (1960). Нарастание волн в системе взаимопроникающих плазм в магнитном поле.
135. *Рухадзе А. А.* ЖТФ, 31, № 10, 1236—1245 (1961). Дисперсионные уравнения для волн в системе взаимопроникающих движущихся плазм. Найдены условия устойчивости и инкременты нарастания волн.
136. *Рухадзе А. А.* ЖТФ, 32, № 6, 669—673 (1962). Неустойчивость в системе плазма — пучок в отсутствие и при наличии магнитного поля.
137. *Рытов С. М.* ЖЭТФ, 17, в. 10, 930—936 (1947). Соотношения между плотностью энергии, плотностью потока энергии, групповой скоростью, импульсом и т. п. волн в анизотропных средах при медленном изменении компонент тензора диэлектрической проницаемости в пространстве и во времени.
138. *Рязанов М. И.* ЖЭТФ, 32, в. 5, 1244—1246 (1957) (см. также сб.: Некоторые вопросы теоретической физики. М., Атомиздат, 1958, стр. 75—86). Квантовомеханическая функция Грина фотона в движущейся среде.
139. *Семенова В. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 10, № 8, 1077—1086 (1967). Отражение волн от движущегося фронта ионизации при постоянной, нарастающей или убывающей концентрации электронов за ним. Показано, что из-за появления за фронтом дополнительной волны коэффициент отражения всегда меньше единицы, в отличие от случая движущейся плазмы.
140. *Семенова В. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 5, 665—674 (1972). Отражение и преломление волн при их наклонном падении на движущийся фронт ионизации. Показано, что для волн с электрическим вектором, перпендикулярным плоскости падения, за фронтом ионизации возникает одна дополнительная поперечная волна, а для другой поляризации — еще две продольные волны, уменьшающие коэффициент отражения.
141. *Семенова В. И.* Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 12, 1793—1800 (1972). Роль соударений при нормальном падении волны на движущийся фронт ионизации.
142. *Семенова В. И.* Тезисы доклада на X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, Иркутск, 1972. М., «Наука», 1972, сек. V, стр. 34—38. Отражение и поглощение электромагнитных волн плазмой с соударениями, образующейся за движущимся фронтом ионизации.
143. *Сердюков А. Н.* Автореф. канд. дис., Ученый совет по физике ОФМ наук АН БССР. Минск, 1970. Некоторые вопросы электродинамики оптически активных и нелинейных сред. В частности, обобщены материальные уравнения Минковского на случай движущихся оптически активных или нелинейных сред. Выяснен вид тензора энергии и импульса, а также законы сохранения в них.
144. *Сермонс Г. Я.* Автореф. канд. дис. Рига, 1966. Распространение импульсных электромагнитных полей в медленно движущихся проводящих средах.
145. *Силин В. П., Рухадзе А. А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. М., Госатомиздат, 1961. Феноменологическая теория сред с частотной и пространственной

- дисперсией в системе их покоя. Тензор диэлектрической проницаемости таких сред при их равномерном движении.
146. *Скряцкий Г. В.* ДАН СССР, 114, № 1, 73—75 (1957). Показано, что уравнения электромагнитного поля в вакууме в присутствии конечных масс можно привести к виду уравнений для движущейся анизотропной среды.
147. *Скряцкий Г. В., Изместьев А. А.* ДАН СССР, 178, № 1, 77—78 (1968). Указано на поворот плоскости поляризации волн в медленно движущемся слабонеоднородном диэлектрике.
148. *Сорокин Ю. М., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 1, 19—27 (1971). Отражение наклонно падающих волн от неоднородного слоя плазмы, движущегося в покоящемся диэлектрике. Путем сведения к вспомогательному покоящемуся слою показано, что всегда возникает не более двух вторичных волн, а число квантов в этих волновых пакетах сохраняется при досветовом движении слоя и увеличивается при его сверхсветовом движении.
149. *Сорокин Ю. М., Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 14, № 5, 686—689 (1971). Взаимодействие электромагнитных волн с движущейся в неподвижной среде неоднородной областью ионизации. Показано, что во всех случаях полная энергия пакета и число квантов уменьшаются.
150. *Сорокин Ю. М., Степанов Н. С.* ПМТФ, № 1, 31—39 (1972). Анализ распространения волн в одномерных линейных системах с бегущим параметром с помощью лангранжева формализма. Получены соотношения для частот и энергий всех волновых пакетов и указано на возможность вынужденного рождения квантов при сверхсветовом движении неоднородности.
151. *Сорокин Ю. М.* Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 1, 51—54 (1972). Соотношения между полными энергиями, частотами, числами квантов волновых пакетов для трехмерной среды с бегущим параметром. Указано на рождение квантов при сверхсветовом движении неоднородности.
152. *Сорокин Ю. М.* Автореф. канд. дис. ГГУ. Горький, 1973. Некоторые вопросы излучения и распространения волн, связанные с эффектом Доплера в диспергирующей среде. Обоснован метод сведения задач об отражении и преломлении волн на движущейся в покоящейся среде неоднородности произвольной формы к эквивалентной задаче для вспомогательного покоящегося слоя. Рассмотрены случаи досветового и сверхсветового движения неоднородности и указано, что рождение квантов при сверхсветовом движении можно рассматривать как аномальный эффект Доплера на движущейся неоднородности.
- 153—161 *Степанов Н. С.* Изв. вузов, Радиофизика, 3, № 4, 672—682 (1960). Распространение волн в длинной линии с поглощением и без дисперсии при произвольном изменении ее параметров в пространстве и во времени (в частности, и по закону бегущей волны). В отсутствие отражения даны оценки изменения формы и спектра сигнала.
- Изв. вузов, Радиофизика, 4, № 4, 656—664 (1961). Резонансное отражение волн в длинной линии без потерь с пара-

метрами, меняющимися по закону слабомодулированной бегущей волны. Показано, что накопление резонансно отраженных волн может приводить к их усилению или самовозбуждению.

Изв. вузов, Радиофизика, 5, № 5, 908—917 (1962). Показано, что задачу об отражении и прохождении волн от движущейся в среде неоднородности можно свести к эквивалентной задаче для неподвижного неоднородного слоя. Выявлены общие свойства решения при досветовом и сверхсветовом движении неоднородности и рассмотрен случай движущейся плазмы.

Изв. вузов, Радиофизика, 6, № 1, 112—118 (1963). Распространение волн пространственного заряда в одномерном односкоростном электронном пучке, слабо модулированном бегущей волной. Исследовано изменение амплитуд, формы, спектра и энергии слабых сигналов в такой системе.

Изв. вузов, Радиофизика, 6, № 3, 461—468 (1963). Распространение поперечных волн в плазме, помещенной в диэлектрике и слабо модулированной бегущей волной. Исследованы возможности усиления или затухания этих волн в зависимости от соотношения скоростей волны и параметра. Автореф. канд. дис. ГГУ. Горький, 1963. Распространение волн в некоторых системах с переменными (в частности, и с бегущими) параметрами.

ЖЭТФ, 53, в. 6 (12), 2186—2193 (1967). Изменение частоты, волнового вектора, амплитуды и энергии электромагнитных волн в плазме с медленно меняющимися в пространстве и во времени концентрацией электронов и скоростью дрейфа вдоль слабопеременного магнитного поля. Найден адиабатический инвариант, соответствующий закону сохранения числа квантов в волновом пакете.

Изв. вузов, Радиофизика, 11, № 5, 700—706 (1968). Распространение волн в волноводе, который заполнен изотропной плазмой с медленно меняющейся во времени концентрацией электронов, погруженной в покоящийся диэлектрик. Найден адиабатический инвариант и указано на возможность повышения частоты сигнала при одновременном сужении его спектральной полосы.

Изв. вузов, Радиофизика, 12, № 2, 283—292 (1969). Уравнения для изменения частоты и волнового вектора в произвольной слабонестационарной и слабонеоднородной (в том числе и с бегущим параметром) среде с временной и пространственной дисперсией. Рассмотрено преобразование спектра в таких средах.

162. Степанов Н. С., Гавриленко В. Г. ДАН СССР, 201, № 3, 577—579 (1971). Распространение волн в слабонестационарной медленно дрейфующей неоднородной плазме. Указано на эффект вращения плоскости поляризации в отсутствие постоянного магнитного поля.

163. Степанов Н. С., Сорокин Ю. М. ЖТФ, 42, № 3, 578—583 (1972). Отражение волн от плавного слоя нагретой плазмы, движущейся в покоящемся диэлектрике в направлении распространения волны. Путем сведения к задаче о неподвижном вспомогательном слое вычислены коэффициенты отражения

- и прохождения, а также частоты и полные энергии всех волновых пакетов. Указано на возможность вынужденного рождения квантов при сверхсветовом движении неоднородности.
164. *Стеценко О. А.* Изв. вузов, Радиотехника, 7, № 1, 71—80 (1969). Метод приближенного решения волновых уравнений в резонаторах с подвижной границей.
- 165—175. *Столяров С. Н.* Изв. вузов, Радиофизика, 5, № 4, 671—678 (1962). Отражение и преломление волн различной поляризации, падающих наклонно из вакуума на движущийся навстречу им диэлектрик. Получены формулы для фазовой и групповой скоростей волн в движущейся среде и исследованы особенности преломленных волн из-за эффектов увлечения. ЖТФ, 33, № 5, 565—570 (1963). Отражение и преломление волн на фронте ударной волны в движущейся среде и на границе тангенциального разрыва движущейся среды с вакуумом. Указано на явление поворота плоскости поляризации при отражении от тангенциального разрыва и на явление конвективной пространственной дисперсии. Изв. вузов, Радиофизика, 6, № 6, 1268—1271 (1963). Потенциалы Льенара — Вихерта в движущейся среде и, в частности, в движущейся плазме. Потери на излучение Вавилова — Черенкова и зона его формирования при конечной траектории заряда. Автореф. канд. дис. ФИАН. М., 1963. Некоторые вопросы электродинамики движущихся сред (безграничных и при наличии границ).
- ЖТФ, 34, № 8, 1396—1400 (1964). Поле заряженной частицы, перемещающейся вдоль оси цилиндрического канала в движущейся среде, заполненного другой движущейся средой. Вычислены потери на излучение Вавилова — Черенкова, а также потери заряда и сгустков зарядов в движущейся плазме, заполняющей волновод.
- Изв. вузов, Радиофизика, 9, № 3, 631—634 (1966). Релятивистски инвариантные уравнения для векторов и тензоров Герца (обобщение вектора Герца на систему магнитных и электрических диполей), описывающих поле системы зарядов и токов в движущейся среде.
- Изв. вузов, Радиофизика, 10, № 2, 284—288 (1967). Отражение и преломление волн при их наклонном падении на движущуюся диэлектрическую пластинку или слой плазмы. Рассмотрены случаи обеих поляризаций падающих волн. Тезисы докладов на 8-й международной конференции по явлениям в ионизованных газах. Австрия, Вена, август 1967, стр. 494. Отражение и преломление волн, падающих наклонно на нормальный или тангенциальный разрыв скоростей двух и более движущихся сред при досветовом и сверхсветовом движении границ раздела. Получены аналогичные формулы для случая взаимопроникающих сред типа плазма — пучок.
- Изв. вузов, Радиофизика, 11, № 4, 543—551 (1968). Отражение и преломление волн на одной границе раздела или на слое двух движущихся с различными скоростями сред при досветовом и сверхсветовом их движении,

- ЖТФ, 39, № 8, 1388—1396 (1969). Отражение и преломление при наклонном падении волны на слой, состоящий из смеси покоящейся и движущейся сред, для случая досветового и сверхсветового движения их. Даны оценки для движущейся плазмы в пространстве замедленных волн. Изв. АН АрмССР, Физика, 4, № 5, 282—286 (1969). Геометро-оптические решения уравнений электромагнитного поля в движущейся неоднородной среде.
176. Тамм И. Е. ЖРФХО, сер. физ., 56, в. 2—3, 248—262 (1924). Предложена запись материальных уравнений в движущихся изотропных и анизотропных средах с помощью тензора четвертого ранга.
177. Тамм И. Е. ЖРФХО, сер. физ., 57, в. 3—4, 209—214 (1925). Ковариантным образом изучено распространение плоских электромагнитных волн в движущихся анизотропных средах. Получено уравнение эллипсоида Френеля и исследовано двулучепреломление.
178. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.—Л., Гостехиздат. 1946. Рассмотрены некоторые вопросы электродинамики движущихся сред и обсужден вид тензора энергии и импульса в них.
179. Титов А. М. ЖРФХО, сер. физ., 56, в. 4, 331—351 (1924) (см. также Z. Phys., 33, № 4, 306—319 (1925)). Отражение света от движущегося зеркала.
180. Файнберг Я. Б. Атомная энергия, 6, № 4, 431—452 (1959). Ускорение частиц в нелинейной теории медленных волн в плазме. В частности, рассмотрено ускорение частиц из-за эффектов обращения потерь и умножение частоты за счет многократного отражения от движущихся плазменных поверхностей.
181. Файнберг Я. Б., Ткалич В. С. ЖТФ, 29, № 4, 491—496 (1959). Отражение и преломление нормально падающих волн на границе раздела с плазмой в магнитном поле, движущейся с досветовой и сверхсветовой скоростью сквозь покоящийся диэлектрик.
182. Файнберг Я. Б. Автореф. докт. дис. ФИАН. М., 1960. Некоторые вопросы взаимодействия заряженных частиц с медленными волнами в плазме.
183. Файнберг Я. Б. Взаимодействие пучков заряженных частиц с плазмой. М., Атомиздат, 1962.
184. Франкфурт У. И., Френк А. М. Оптика движущихся сред. М., «Наука», 1972 (см. также: Франкфурт У. И. Специальная и общая теория относительности. М., «Наука», 1968). Краткое изложение основ специальной теории относительности и электродинамики движущихся сред в плане их исторического развития.
185. Фрейдман Г. И. Изв. вузов, Радиофизика, 3, № 2, 276—284 (1960). Структура ударной волны в плоском волноводе, заполненном намагниченным до насыщения ферритом.
186. Фрейдман Г. И. ЖЭТФ, 41, в. 1 (7), 226—233 (1961). Отражение слабой волны от бегущей навстречу ей сильной волны магнитного поля в феррите и в плазме, а также от движущейся плазмы и от фронта ионизации. Указано на увеличе-

- ние частот и амплитуд отраженных волн, за исключением амплитуд на фронте ионизации.
187. *Хромых А. М.* ЖЭТФ, 50, в. 1, 281—282 (1966). С помощью материальных уравнений для медленно движущейся среды во вращающейся системе отсчета получены формулы для сдвига частот встречных волн в кольцевом лазере.
  188. *Чугунов Ю. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 9, № 6, 1151—1154 (1966). Возбуждение продольных волн равномерно движущейся заряженной частицей в системе взаимопроникающих плазм. Указано на экспоненциальное нарастание волн во времени при досветовом движении и отсутствие его при сверхсветовом движении среды.
  189. *Чугунов Ю. В.* Изв. вузов, Радиофизика, 12, № 1, 108—113 (1969). Уравнения для потенциалов во взаимопроникающих средах и начальная задача Коши в них. Исследовано распространение возмущений в такой системе и потери энергии на излучение Вавилова — Черенкова при движении заряженной частицы параллельно и перпендикулярно перемещению потока.
  190. *Чугунов Ю. В.* Автореф. канд. дис. ГГУ. Горький, 1970. Источники электромагнитных волн в анизотропных средах. В частности, исследовано возбуждение и распространение волн в потоковых системах типа плазма — пучок.
  191. *Эйнштейн А.* Собр. науч. трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 7—35 (см. также *Ann. d. Phys.*, 17, 891—921 (1905)). К электродинамике движущихся тел. Сформулированы основы теории относительности. Показана релятивистская инвариантность уравнений Максвелла в вакууме. Рассмотрены теория абберации и эффект Доплера. Вычислено световое давление на движущееся зеркало.
  192. *Эйнштейн А., Лауб И.* Собр. науч. трудов А. Эйнштейна, т. I. М., «Наука», 1965, стр. 115—122 (см. также *Ann. d. Phys.*, 26, N 4, 532—540 (1908), а также 27, № 4, 232 (1908)). Об основных электродинамических уравнениях движущегося тела. С помощью преобразований Лоренца более просто получены материальные уравнения Минковского, а также соотношения между токами и зарядами в движущейся среде.
  193. *Эйнштейн А., Лауб И.* Собр. науч. трудов А. Эйнштейна, т. I. М., «Наука», 1965, стр. 123—125 (см. также *Ann. d. Phys.*, 28, № 4, 445—447 (1908)). С помощью локальных производных движущихся объемов выведены граничные условия на резкой границе раздела двух движущихся сред.
  194. *Agostinelli C.* Rend. Seminario mat., Univ. e. Politechn. Torino, 14, N 4, 257—268 (1954—1955). Дисперсионное уравнение для волн в цилиндрическом волноводе, заполненном движущейся средой.
  195. *Anderson J. L., Ryon J. W.* Phys. Rev., 181, N 5, 1765—1775 (1969). Уравнения электромагнитного поля для среды в системе координат с произвольным законом движения и, в частности, для равномерно ускоренных и равномерно вращающихся систем.
  196. *Arzelies H.* Проводящие или поляризованные движущиеся среды, Gauthier-Villars, Paris, 1959. Обзор по теории и экспериментам в медленно движущихся проводящих средах.



197. *Auld B. A., Tsai C. S.* Appl. Phys. Lett., 9, N 5, 192—193 (1966). Преобразование частоты и амплитуды акустических и спиновых волн при отражении и преломлении на бегущих и адиабатически меняющихся во времени параметрах в ферромагнетиках.
198. *Auld B. A., Collin J. H., Zapp H. R.* Electron. Lett., 3, N 1, 35—36 (1967). Эксперименты по преобразованию частоты волн в спиновой системе при адиабатическом включении магнитного поля.
199. *Balazs N. L.* Opt. Soc. America, 45, N 1, 63—64 (1955). Уравнение эйконала и принцип Ферма в движущейся (и, в частности, медленно) неоднородной среде. Получены без вывода путем сопоставления с уравнениями гравитационного поля в пустоте.
200. *Balazs N. L.* Amer. J. Phys., 24, N 4, 185—188 (1956) (имеется перевод в сб.: Миллиметровые и субмиллиметровые волны. М., ИЛ, 1959, стр. 56—59). Потенциалы Льенара — Вихерта и конус Маха в движущейся среде. Ошибочно считается, что поле покоящегося заряда в движущейся среде имеет кулоновский характер.
201. *Balazs N. L.* J. Math. Analysis and Applicat., 3, N 3, 472—484 (1961). Точные решения одномерного волнового уравнения в резонаторе по заданному начальному распределению поля при равномерном и равномерно ускоренном релятивистском движении зеркал.
202. *Bailey V. A.* Phys. Rev., 83, N 2, 439—454 (1951). Материальные уравнения, а также дисперсионные уравнения для волн в системе релятивистски движущихся электронов и ионов в постоянном магнитном поле.
203. *Battig A.* Rev. Univ. nac. Tucuman, ser. A, 11, N 1—2, 110—119 (1957). Отражение и преломление волн на границе раздела с электронным газом, движущимся сквозь покоящийся диэлектрик.
204. *Bava G. P.* Electron. Lett., 4, N 14, 299—300 (1968). Теорема взаимности для двоякоанизотропных и движущихся анизотропных сред.
205. *Backmann P.* Proc. IEEE, 58, N 6, 800—801 (1970) (имеется перевод в ТИИЭР, 1970, 58, № 6, 79—80). Аналогия материальных уравнений для медленно движущихся сред с материальными уравнениями для покоящихся сред.
206. *Bellman R., Kalala R., Veno S. J.* Math. Analysis and Applicat., 15, N 2, 171—182 (1966). Прохождение одномерного пучка излучения через слой медленно движущейся рассеивающей среды при медленном изменении ее свойств в пространстве и во времени.
207. *Bennett G. E., Auld B. A.* Electron. Lett., 3, N 1, 33—35 (1967). Эксперименты по сдвигу частоты при отражении волн от движущегося фронта магнитного поля в покоящемся ферромагнетике.
208. *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Trans. IEEE, AP-15, N 3, 490 (1967). Закон сохранения энергии в движущейся среде.
209. *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Trans. IEEE, AP-15, N 4, 585 (1967). Указано на отсутствие эффекта увлечения волн в медленно движущихся плазмоподобных средах.

210. *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Trans. IEEE, MTT-16, N 1, 11—20 (1968). Поля и постоянные распространения волн в волноводе, заполненном движущимся диэлектриком или изотропной плазмой с учетом отбора физических решений по направлению групповой скорости.
211. *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Trans. IEEE, MTT-16, N 10, 842—849 (1968). Установление колебаний в волноводе, заполненном движущейся с досветовой и сверхсветовой скоростью средой, при возбуждении его точечным и произвольным источником.
212. *Berger H. J.* Appl. Phys., 39, N 7, 3512—3513 (1968). Усреднение по времени вектора Пойнтинга для волн, отраженных от движущихся границ.
213. *Berger H., Griemsmann J. W. E. J.* Appl. Phys., 39, N 8, 3569—3573 (1968). Дисперсионное уравнение и увлечение волн в движущейся среде с поглощением. Явление отсечки в волноводах с движущейся средой. Указано на исчезновение поглощения при движении диссипативной среды.
214. *Bergerson J. E.* Rad. Sci., 3, N 2, 191—200 (1968). Излучение осциллирующего магнитного диполя в плазменной струе.
215. *Bergerson J. E. J.* Appl. Phys., 40, N 1, 152—158 (1969). Мощность излучения точечных осцилляторов в потоке холодной плазмы с учетом релятивистского потока энергии, переносимого движущимися электронами.
216. *Besieris I. M. J.* Math. Phys., 8, N 3, 409—416 (1967). Уравнения для потенциалов и функция Грина в медленно движущейся проводящей среде.
217. *Besieris I. M., Compton R. T. Jr. J.* Math. Phys., 8, N 12, 2445—2451 (1967). Материальные уравнения, уравнения для потенциалов и частотная функция Грина в движущейся проводящей среде без дисперсии.
218. *Besieris I. M.* Proc. IEEE, 60, N 2, 229—230 (1972) (имеется перевод в ТИИЭР, 60, № 2, 95—96 (1972)). Соотношение взаимности для движущихся сред с учетом частотной и пространственной дисперсии и во внешнем магнитном поле.
219. *Boffi L. V.* Дис. Массачусетский технологический институт, 1957. Обсуждение форм записи материальных уравнений в электродинамике движущихся сред.
220. *Bramley A.* Nature, 210, N 5038, 833 (1966). Моделирование эффекта увлечения света в медленно движущейся среде.
221. *Broussaud G.* Compt. rend., B262, № 4, 248—251 (1966). Качественный анализ взаимодействия волн в волноводе с движущимся слоем нелинейного бегущего параметра.
222. *Carini G.* Rend. Inst. Lombardo sci. e let. Cl. sci. fis., mat. e natur., 87, N 2, 439—444 (1954). Распространение плоских магнитогидродинамических волн в проводящей жидкости, движущейся в постоянном магнитном поле.
223. *Carini G.* Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 17, № 6, 358—361 (1954). Дисперсионное уравнение для волн в движущейся среде с анализом частных случаев.
224. *Carini G.* Rend. Inst. Lombardo sci. e let. Cl. sci. fis., mat. e natur., 88, N 1, 41—47 (1955). Распространение волн в движущихся проводниках.
225. *Carini G.* Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur.,

- 88, № 2, 152—158 (1955). Материальные уравнения для движущихся проводников.
226. *Carini G.* Atti. Acad. Naz. Lincei Rend. Cl. sci. fis., mat. natur., 90, N 9, 163—168 (1956). Частные случаи распространения света в движущихся диэлектриках.
227. *Carini G.* Atti Soc. Peloritana. Sci. fis., mat. e natur., 2, N 3, 253—260 (1955—1956). Точное решение уравнений электромагнитного поля в медленно движущихся проводниках.
228. *Carini G.* Atti Soc. Peloritana. Sci. fis., mat. e natur., 2, N 4, 283—291 (1955—1956). Импульс электромагнитного поля в электродинамике движущихся сред.
229. *Carini G.* Atti Acad. Naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 21, N 6, 436—440 (1956). Вывод уравнений магнитной гидродинамики из уравнений электромагнитного поля в медленно движущейся сжимаемой среде.
230. *Carini G.* Atti Acad. Naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 22, N 1, 38—43 (1957). Излучение волн при движении вращающегося жидкого проводящего шара в постоянном магнитном поле.
231. *Carini G.* Atti Acad. Naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 22, N 4, 482—488 (1957). Излучение волн вращающимся проводящим цилиндром при движении в постоянном магнитном поле.
232. *Carrara N.* Nuovo cimento, 5, ser. 1, N 4, 249—262 (1948). Распространение волн в прямоугольном волноводе, заполненном движущейся вдоль его оси средой. Обсуждено влияние движения среды на фазовую и групповую скорость этих волн.
233. *Carstou J.* Compt. Rend., B258, N 4, 1163—1165 (1964). Законы сохранения энергии и заряда в медленно движущихся средах и их аналоги в текущей проводящей жидкости.
234. *Casey K. F., Yeh C.* Trans. IEEE, AP-17, N 6, part 1, 757—762 (1969). Угловое распределение излучения из отверстий в металлическом цилиндре, покрытом движущейся параллельно его оси плазменной оболочкой конечной толщины.
235. *Casey K. F.* Trans. IEEE, AP-19, N 4, 401—405 (1971). Распределение излучения в дальней зоне от щелевой антенны в плоском металлическом экране, покрытом оболочкой движущейся вдоль него плазмы.
236. *Sensor D.* Trans IEEE, MTT-17, N 7, 373—378 (1969). Распространение и рассеяние волн в медленно и неоднородно движущейся среде.
237. *Sensor D.* Trans. IEEE, MTT-16, N 8, 565—566 (1968). Волновые уравнения без источников и их решения в цилиндрической и сферической системе координат для медленно движущихся сред.
238. *Sensor D.* Trans. IEEE, MTT-17, N 3, 154—158 (1969). Рассеяние волн, падающих нормально из покоящейся среды на движущийся вдоль оси диэлектрический цилиндр.
239. *Sensor D.* Radio Sci., 4, N 11, 1079—1088 (1969). Отражение и преломление волн на границе раздела двух движущихся сред при произвольном направлении к границе раздела скорости одной из них.

240. *Chakravarti*. Trans. IEEE, AP-19, N 1, 145—147 (1971). Отражение и преломление волн на движущейся нормально границе раздела плазме с частотой соударений, зависящей от интенсивности пришедшей в нее волны.
241. *Chambers Le. G. J.* Math. Analysis and Applicat., 4, N 3, 411—421 (1962). Дисперсионные уравнения и поля для волн в движущейся среде, поляризованных вдоль и поперек направления ее движения.
242. *Chawla B. R., Unz H.* Proc. IEEE, 54, N 3, 397—398 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, № 3, 69—70 (1966)). Уравнения для потенциалов в медленно движущейся изотропной среде. Замечания приоритетного характера см. *Compton R. T. Jr.*, Proc. IEEE, 54, № 7, 980—981 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54 № 7, 56—57 (1966)).
243. *Chawla B. R., Unz H.* Trans. IEEE, AP-14, N 3, 407—408 (1966). Частные решения дисперсионных уравнений для волн в медленно дрейфующей магнитоплазме.
244. *Chawla B. R., Unz H.* Proc. IEEE, 54, N 8, 1103—1105 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, № 8, 108—110 (1966)). Интегральные выражения для полей источников в движущейся анизотропной плазме.
245. *Chawla B. R., Unz H.* Proc. IEEE, 54, N 9, 1214—1215 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, № 9, 93 (1966)). Дисперсионное уравнение для волн в нагретой столкновительной плазме, движущейся с релятивистской скоростью вдоль магнитного поля.
246. *Chawla B. R., Rao S. S., Unz H. J.* Appl. Phys., 37, N 9, 3563—3566 (1966). Волновые и дисперсионные уравнения для волн в медленно движущейся под произвольным углом к магнитному полю плазме с учетом соударений и теплового движения электронов.
247. *Chawla B. R., Unz H.* Trans. IEEE, AP-15, N 2, 324—326 (1967). Отражение и преломление нормально падающих волн на границе раздела с релятивистски дрейфующей вдоль магнитного поля плазмой. Обсуждена проблема граничных условий при наличии в плазме многих волн.
248. *Chawla B. R., Unz H.* Proc. IEEE, 55, N 10, 100—101 (1967) (перевод в ТИИЭР, 55, № 10, 1741—1742 (1967)). Вектор Пойнтинга в движущейся среде в различных моделях материальных уравнений. Дискуссию см.: *Koyama M.*, Proc. IEEE, 55, № 4, 579—581 (1967) (перевод в ТИИЭР, 55, № 4, 112—114 (1967)). ■
249. *Chawla B. R., Unz H.* Nuovo cimento, 57B, N 2, 399—418 (1968). Отражение и преломление линейно поляризованных волн, падающих из вакуума нормально на медленно движущуюся в том же направлении и вдоль магнитного поля плазму.
250. *Chawla B. R., Unz H.* Trans. IEEE, AP-17, N 3, 384—385 (1969). Волновое и дисперсионное уравнение для волн в двухпоточковой бесстолкновительной электронной плазме в магнитном поле.
251. *Chawla B. R., Unz H.* Trans. IEEE, AP-17, N 6, part 1, 771—777 (1969). Отражение и пропускание волн, падающих из вакуума нормально на плазменный слой, движущийся нормально поверхности раздела вдоль постоянного магнитного поля.

252. *Chawla B. R., Unz H.* Trans. IEEE, AP-17, N 6, part 1, 822—823 (1969). Дисперсионные уравнения для волн в движущейся магнитоплазме с учетом теплового движения.
253. *Chawla B. R., Unz H.* Electromagnetic waves in moving magnetoplasmas. Lawrence, Kansas-Univ. Press., 1971. Дисперсионные уравнения и их решения для волн в движущейся безграничной и ограниченной магнитоплазме.
254. *Chen H. C., Cheng D. K.* Proc. IEEE, 54, N 1, 62—63 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, № 1, 71—72 (1966)). Материальные уравнения для движущихся анизотропных сред и в частности для одноосного кристалла и медленно движущейся анизотропной среды.
255. *Cheng D. K., Chen H. C.* Proc. IEEE, 55, N 9, 1631—1632 (1967) (перевод в ТИИЭР, 55, № 9, 102—103 (1967)). Дисперсионное уравнение для волн в анизотропной плазме, движущейся сквозь покоящийся диэлектрик.
256. *Cheng D. K., Kong J. A.* Proc. IEEE, 56, N 3, 248—251, (1968) (перевод в ТИИЭР, 56, № 3, 5—8 (1968)). Формальная запись дисперсионных уравнений для волн в движущихся анизотропных средах.
257. *Cheng D. K., Chen H. C.* Proc. IEEE, 56, N 9, 1622—1623 (1968) (перевод в ТИИЭР, 56, № 9, 235—236 (1968)). Поля антенных решеток в дальней зоне в движущейся среде. Показано, что их можно оптимизировать и в движущейся среде путем соответствующей корректировки фаз их возбуждений.
258. *Cheng D. K., Kong J. A. J.* Appl. Phys., 39, N 12, 5792—5796 (1968). Методом Манделъштама — Тамма получено дисперсионное уравнение для волн в движущемся одноосном кристалле. Рассмотрено отражение и преломление нормально падающих на него волн при его движении нормально границе раздела вдоль оси анизотропии.
259. *Clauser E.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci. fis., mat. e natur., 17, N 6, 362—365 (1954). Релятивистски инвариантные уравнения для лучей и формулы для фазовой скорости волн в движущейся среде.
260. *Clauser E.* Rend. Inst. Lombardo sci. e let. Cl. sci. fis., mat. e natur., 88, N 4, 287—320 (1955). Обзор по распространению света в движущихся кристаллах.
261. *Cole C. F., Jr., J. Franklin Inst.*, 265, N 6, 463—471 (1958). Отражение волн от движущегося зеркала. Ошибочно принято, что при этом амплитуда отраженной волны не меняется.
262. *Collier J. R., Tai C. T.* Trans. IEEE, AP-12, N 3, 375—376 (1964). Дисперсионные уравнения для волн в медленно движущейся проводящей среде.
263. *Collier J. R., Tai C. T.* Amer. J. Phys., 33, N 2, 166—167 (1965). Соотношения между амплитудами полей в медленно движущихся средах.
264. *Collier J. R., Tai C. T.* Trans. IEEE, MTT-13, N 4, 441—445 (1965). Волноводные волны в движущихся поглощающих средах без дисперсии и проблема граничных условий. Уравнения для потенциалов в медленно движущихся средах.
265. *Compton R. T., Jr., Tai C. T.* Trans. IEEE, AP-12, N 3, 238—239 (1964). Вектор Пойнтинга и закон сохранения энергии для источников в медленно движущихся средах.

266. *Compton R. T., Jr., Tai C.T.* Trans. IEEE, AP-13, N 4, 574—577 (1965). Уравнение для тензорной функции Грина и поле покоящегося точечного осциллятора в медленно движущейся среде.
267. *Compton R. T., Jr.* J. Math. Phys., 7, № 12, 2145—2152 (1966). Вычисление функции Грина в движущейся среде с анализом случаев досветового и сверхсветового движения среды.
268. *Compton R. T., Jr.* J. Math. Phys., 9, N 11, 1865—1872 (1968). Уравнения и решения для одномерной и двумерной функции Грина в движущейся среде для случаев досветового и сверхсветового ее движения.
269. *Costen R. C., Adamson D.* Proc. IEEE, 53, N 9, 1181—1196 (1965) (имеется перевод в ТИИЭР, 53, № 9, 1341—1358 (1965)). Граничные условия в электродинамике движущихся сред. Обсуждение этой работы применительно к вращающимся средам см.: *Young F. I.* Proc. IEEE, 54, N 3, 399—400 (1966) (имеется перевод в ТИИЭР, 54, № 3, 72—73 (1966)).
270. *Crupi G.* Atti Soc. Peloritana. Sci. fis., mat. et natur., 2, № 4, 299—307 (1956). Распространение волн в движущемся проводнике.
271. *Crupi G.* Atti Soc. Peloritana. Sci. fis., mat. et natur., 3, N 1, 74—87 (1956—1957). Распространение электромагнитных импульсов в движущейся среде.
272. *Crupi G.* Boll. Union Mat. Ital., Bologna, 12, N 3, 439—442 (1957). Показано, что в медленно движущейся в постоянном магнитном поле проводящей жидкости могут существовать незатухающие вдоль этого поля волны.
273. *Crupi G.* Boll. Union Mat. Ital., Bologna, 12, N 4, 604—609 (1957). Указано на существование в проводящей движущейся жидкости незатухающих волн при их распространении под углом к магнитному полю.
274. *Crupi G.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. sci. fis., mat. et natur., 25, N 5, 280—283 (1958). Фазовая и групповая скорости волн в медленно движущейся проводящей среде.
275. *Cullwick E. G.* Electromagnetism and relativity with particular reference to moving media and electromagnetic induction. Longmans, Green and Co. London — New York — Toronto, 1957. Учебник для электротехников с подробным вычислением полей от медленно движущихся и медленно вращающихся зарядов, токов, конденсаторов и магнитов. По характеру близка к книге Мееровича (см. [105]).
276. *Dällenbach W.* Ann. der Phys., 58, N 3, 523 (1919); 59, N 1, 28—33 (1919). Основные ковариантные уравнения электромагнитных полей внутри движущихся сред.
277. *Daly P., Lee K. S. H., Papas C. H.* Trans. IEEE, AP-13, N 4, 583—587 (1965). Функция Грина и мощность излучения осциллирующего диполя в движущейся среде или плазме.
278. *Daly P.* Trans. IEEE, MTT-15, N 4, 274—275 (1967). Постоянные распространения волн в волноводах произвольного сечения, заполненных релятивистски движущейся средой.
279. *Daly P., Gruenberg H.* J. Appl. Phys., 38, N 11, 4486—4489 (1967). Законы сохранения энергии и импульса при наклон-

- ном падении волн из вакуума на движущийся диэлектрик или проводник.
280. *Davis L. C.* Jour. Appl. Phys., 43, N 10, 4256—4257 (1972). Силы, действующие на магнит, медленно движущийся в вакууме вдоль металлической пластинки.
  281. *Diesendruck L.* Amer. Jour. Phys., 30, N 4, 256—265 (1962). Потенциалы и поля при равномерном относительном движении заряженной частицы и среды.
  282. *Du L. J., Compton R. T. Jr.* Trans IEEE MTT-14, N 8, 358—363 (1966). Волны в прямоугольном и цилиндрическом волноводах, заполненных движущейся средой. Критические частоты при досветовом и сверхсветовом движении среды с неправильным учетом волн, не удовлетворяющих принципам излучения (см. об этом в работе [210]).
  283. *Duhau S., Gratton F., Gratton J.* Phys. Fluids, 14, N 9, 2067—2069 (1971). Состояния с отрицательной плотностью энергии в движущейся со сверхзвуковой скоростью жидкости. Критерии отрицательной групповой скорости для излучения гидромагнитных волн от тангенциального сверхзвукового разрыва.
  284. *Dunn D. A., Wallace R. W., Choi S. D.* Proc. IEEE, 57, N 1, 45—57 (1969). Распространение волн в медленно движущихся средах. Энергетический анализ применительно к магнито-гидродинамическим генераторам, ускорителям плазмы и т. п.
  285. *Epheser H., Schломко T.* Ann. der Phys., 8, N 3—4, 211—220 (1950). Граничные условия в электродинамике движущихся сред.
  286. *Eropkin D. I.* Z. Phys., 58, N 3—4, 268—272 (1929). Законы преломления и отражения лучей на движущейся границе раздела двух сред.
  287. *Ferla A.* Boll. Union Mat. Ital., Bologna, ser. III, 11, № 1—2, 229—237 (1956). Волновое уравнение для полей при распространении волн вдоль и поперек движения среды и в случае светового движения среды.
  288. *Fujita H., Muramatsu H.* Proc. IEEE, 56, N 9, 1605—1606 (1968) (перевод в ТИИЭР, 56, № 9, 216—218 (1968)). Отражение и преломление волн, падающих наклонно на движущуюся с досветовой скоростью границу раздела двух покоящихся сред.
  289. *Fujioka H., Yoshida K., Kumagai N.* Trans. IEEE, MTT-15, N 4, 265—267 (1967). Возбуждение волновода произвольного сечения, заполненного медленно движущейся диспергирующей средой.
  290. *Fujioka H., Kumagai N.* Radio Sci., 2, N 12, 1449—1458, 1449—1458 (1967). Уравнения для потенциалов в медленно движущейся среде с потерями. Поля в дальней зоне покоящегося точечного осциллятора в такой среде.
  291. *Fujioka H., Nihei F., Kumagai N. J.* Appl. Phys., 39, N 4, 2161—2162 (1968). Коэффициенты отражения и преломления волн, падающих из вакуума на движущийся параллельно границе раздела и в плоскости падения проводящий диэлектрик. Указано на возможность передачи энергии от движущейся среды в излучение.
  292. *Fukai I., Suzuki M.* Trans. IEEE MTT-19, N 11, 882—883 (1971) Распространение волн в анизотропном диэлектрическом цилиндре, движущемся вдоль оси металлического волновода.

293. *Galli-Shohat N.* J. Opt. Soc. America, 25, N 1, 39—41 (1935). Отражение сферической волны от движущегося плоского зеркала.
294. *Gandhi O. P.* Nature, 196, N 4857, 884—885 (1962). Обсуждена возможность преобразования частоты путем отражения волн от движущейся плазмы в полупроводнике.
295. *Gerdy C.* Mem. artill. franç., 39, N 2, 409—420 (1965). Распространение волн во вращающихся средах.
296. *Gheorghitâ St. J.* Comun. Acad. R. P. Române, 4, N 1—2, 21—23 (1954). Эффекты Доплера и Физо в медленно движущихся анизотропных средах.
297. *Goldstein S.* В сб.: Electromagnetics and Fluid Dynamics of Gaseous Plasmas, Brooklyn, N. Y., Polytechn. Press Polytechn. Inst., 1962, p. 65. Замечания о законах сохранения в электродинамике и динамике медленно движущихся сред. Материальные уравнения в медленно вращающихся средах.
298. *Gruenberg H., Daly P.* Trans. IEEE, MTT-15, N 11, 636—642 (1967). Изменение постоянной распространения (или частоты) волн в волноводах при их заполнении медленно и неоднородно движущейся средой. Распространение поверхностной волны вдоль границы раздела покоящегося диэлектрика с движущейся плазмой.
299. *Guery F.* Rev. Gen. Electr., 16, 371—376 (1924). Геометрическая оптика лучей в медленно движущихся средах.
300. *Hämeen-Antilla K. A.* Suomalais. tiedeanat. toimituksia, ser. AVI, N 120 (1963). Релятивистская формулировка уравнений Максвелла и граничных условий в электродинамике движущихся сред.
301. *Hanka L.* Acta techn. CSAV., 10, N 4, 371—387 (1965). Приложение к электротехнике электродинамики медленно вращающихся сред.
302. *Harrison E. R., Stringer T. E.* Proc. Phys. Soc., 82, pt. 5, N 529, 689—709 (1963). Устойчивость продольных волн в медленно движущейся вдоль магнитного поля плазме с линейным профилем скоростей и на границе тангенциального разрыва скоростей.
303. *Haviland R. P.* Proc. IRE, 49, N 11, 1694—1695 (1961). Эффект Доплера для источников в космической плазме.
304. *Hazama K., Shiozawa T., Kawano I.* Radio Sci., 4, N 5, 483—488 (1969). Интегральные выражения для полей и поля в дальней зоне от линейного источника, помещенного вблизи и параллельно границе раздела двух движущихся вдоль нее и перпендикулярно источнику сред.
305. *Henry J.* Travaux Inst. scient. chérifien, ser. sci. phys., N 9, Bordeaux, 1965. Обзор теоретических и экспериментальных исследований по релятивистской электродинамике.
306. *Hershberger W. D.* J. Appl. Phys., 16, N 8, 465—468 (1945). Собственные поля прямоугольного волновода в системах координат, движущихся с фазовой и групповой скоростью волн в волноводе.
307. *Hessel A., Oliner A.* Trans. IEEE, MTT-9, N 4, 337—340 (1961). Распространение волн в среде со слабомодулированным бегущим параметром.
308. *Hey J. S., Pinson J. T., Smith P.* Nature, 179, 1184 (1957).



- Эксперимент по сдвигу частоты ( $\sim 10^{-3}\%$ ) при отражении волн от движущейся в вакууме плазмы.
309. *Holmes J. F., Ishimaru A.* Radio Sci., 5, N 1, 61—72 (1970). Излучение диполя, покоящегося вблизи движущегося нормально его ориентации диэлектрика.
  310. *Ignatowski W.* Math. und Phys., 18, N 3, 17—40 (1911). Материальные уравнения в движущейся среде.
  311. *Ise J., Uretsky J. L.* Amer. J. Phys., 26, N 7, 431—435 (1958). Материальные уравнения и метрический тензор для релятивистски вращающегося диэлектрика в отсутствие гравитации.
  312. *Jauch J. M., Watson K. M.* Phys. Rev., 74, N 8, 950—957 (1948). Квантование свободного поля в движущейся среде. Указано, что при сверхсветовом движении среды возникают фотоны отрицательной энергии, соответствующие появлению излучения Вавилова — Черенкова.
  313. *Jauch J. M., Watson K. M.* Phys. Rev., 74, N 10, 1485—1493 (1948). Уравнения для потенциалов источников поля в движущейся среде. Проведено квантование поля заряда в ней и рассмотрено излучение Вавилова — Черенкова для покоящегося заряда в движущейся среде и наоборот.
  314. *Jauch J. M., Watson K. M.* Phys. Rev., 75, N 8, 1249—1261 (1949). Квантование поля излучения в движущейся среде с дисперсией.
  315. *Jiang C. L.* J. Appl. Phys., 38, N 9, 3692—3696 (1967). Дисперсионное уравнение для волн в волноводе произвольного сечения, заполненного движущимся диэлектриком или плазмой. Фазовые и групповые скорости этих волн и явление отсечки.
  316. *Kalafas R. M.* Radio Sci., 4, N 10, 977—982 (1969). Функция Грина и вопрос о сохранении заряда в движущейся проводящей среде.
  317. *Kalluri D.* Proc. IEEE, 58, N 2, 278—280 (1970) (имеется перевод ТИИЭР, 58, № 2, 167—169 (1970)). Дисперсионное уравнение для волн в изотропной плазме, медленно дрейфующей вдоль постоянного магнитного поля внутри волновода.
  318. *Katz S. J.* Math. Phys., 2, N 1, 149—150 (1961). Переменные поля, возникающие при произвольном законе расширения в постоянном магнитном поле полностью ионизованного металлического шара.
  319. *Kaufman A. N.* Ann. of Phys., 18, N 2, 264—273 (1962). Материальные уравнения в среде, состоящей из системы движущихся с непостоянными и неоднородными скоростями частиц.
  320. *Kojima T., Itakura K.* Canad. J. Phys., 48, N 7, 873—878 (1970). Излучение линейного магнитного источника в движущейся вдоль его оси среде. Ошибочно утверждается, что поток энергии в движущейся изотропной плазме не направлен по радиусу (см. работу [26]).
  321. *Kojima T., Higashi T., Itakura K.* Trans. IEEE, AP-20, N 2, 224—226 (1972). Поля излучения линейного источника, помещенного в движущийся параллельно границе раздела анизотропный слой, нанесенный в вакууме на металлическую поверхность.
  322. *Kojima T., Higashi T., Itakura K.* Trans. IEEE, AP-20, N 3, 398—400 (1972). Отражение и пропускание волн, падающих

- наклонно из вакуума на движущийся вдоль границы раздела плазменный слой.
323. *Kong J. A., Cheng D. K.* Trans. IEEE, MTT-16, 99—102 (1968). Дисперсионные уравнения для волн в движущейся анизотропной среде в волноводах произвольного сечения.
  324. *Kong J. A., Cheng D. K.* Trans. IEEE, AP-16, N 5, 577—583 (1968). Отражение волн, падающих наклонно из покоящейся среды на зеркало, покрытое слоем движущейся вдоль него анизотропной среды.
  325. *Kong J. A., Cheng D. K.* J. Appl. Phys., 39, N 5, 2282—2286 (1968). Отражение и преломление волн, падающих наклонно из покоящейся среды на движущийся в плоскости границы раздела одноосный кристалл. Вычислены угол Брюстера и угол полного внутреннего отражения.
  326. *Kong J. A., Cheng D. K., J. Appl. Phys., 40, N 5, 2206—2212 (1969).* Отражение и прохождение волн, падающих наклонно из покоящейся среды на движущийся вдоль границы раздела слой одноосного кристалла или плазмы в магнитном поле.
  327. *Kong J. A., Cheng D. K.* Canad. J. Phys., 47, N 3, 353—360 (1969). Рассеяние волн, падающих нормально из покоящейся среды на металлический цилиндр, покрытый слоем движущейся по азимуту анизотропной среды, плазмы или гиротропного кристалла.
  328. *Kong J. A.* J. Appl. Phys., 41, N 2, 554—559 (1970). Квантование свободного поля в движущемся вдоль оси анизотропии одноосном кристалле.
  329. *Kong J. A.* J. Opt. Soc. America, 61, N 1, 49—52 (1971). Классический и квантовый анализ распространения волн в двоякоанизотропных и в частности в движущихся средах.
  330. *Kong J. A.* Radio Sci., 6, N 11, 1015—1019 (1971). Потенциалы и поля покоящегося точечного заряда в двоякоанизотропных и в частности в движущихся средах.
  331. *Kong J. A.* Trans IEEE, AP-19, N 3, 451—452 (1972). Поля точечного источника в двоякоанизотропных и в частности движущихся средах в присутствии металлического экрана.
  332. *Kong J. A.* J. Appl. Phys., 43, N 4, 1396—1400 (1972). Дисперсионные уравнения и амплитудные соотношения для волн в движущейся среде, модулированной бегущим параметром.
  333. *Kong J. A.* Proc. IEEE, 60, N 9, 1036—1046 (1972) (имеется перевод в ТИИЭР, 60, № 9, 21—32 (1972)). Обзор по материальным уравнениям для двоякоанизотропных и в том числе движущихся сред. Исследована их симметрия в пространстве и во времени. В общем виде обсуждены теорема взаимности, тензорная функция Грина, законы сохранения и квантование поля.
  334. *Kooy C.* Trans. IEEE, AP-17, N 6, part 1, 820—821 (1969). Возбуждение колебаний тока в проволочной антенне, помещенной в движущуюся среду.
  335. *Kritikos H. N.* Proc. IEEE, 55, N 3, 442—443 (1967) (имеется перевод в ТИИЭР, 55, № 3, 221—222 (1967)). Уравнение эйконала в медленно движущихся неоднородных и нестационарных средах. Обсуждение работы см.: *Chawla B. R., Unz H., Kritikos H. N.* Proc. IEEE, 55, N 10, 1768 (1967) (имеется перевод ТИИЭР, 55, № 10, 129 (1967)).

336. *Kritikos H. N., Lee K. S. H., Papas C. H.* Radio Sci., 2, N 9, 991—995 (1967). Отражение и прохождение наклонно падающей волны от плоского слоя неоднородно движущейся вдоль него и в плоскости падения плазмы.
337. *Lampariello G. Z.* angew. Math. und Mech., 33, N 8—9, 274—275 (1953). Граничные условия в электродинамике движущихся сред.
338. *Lampariello G.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci., fis., mat. et natur., 17, N 1—2, 37—44 (1954). Дисперсионное уравнение для волн в медленно движущейся среде при их распространении вдоль направления ее движения.
339. *Lampariello G.* Atti Acad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci. fis., mat. et natur., 17, N 3—4, 100—108 (1954). Дисперсионное уравнение для волн в релятивистски движущейся среде при их распространении вдоль направления ее движения.
340. *Lampariello G.* Atti Acad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci. fis., mat. et natur., 17, N 5, 222—228 (1954). Характеристическое дифференциальное уравнение для волн в движущейся среде.
341. *Lampariello G.* Proc. Internat. Congr. Mat., 1954, Amsterdam, Noordhoff, Groningen. Amsterdam, 1957, v. 1, p. 523—525. Волновые уравнения для полей в движущейся среде. Фазовая скорость волн в направлении ее движения.
342. *Lampert M. A.* Phys. Rev., 102, N 2, 299—304 (1956) (имеется перевод в сб.: Миллиметровые и субмиллиметровые волны. М., ИЛ, 1959, стр. 145—150). Отражение и преломление волн при нормальном падении на границу с электронным газом, движущимся в пространстве замедленных волн. Указано на появление второй преломленной волны при сверхсветовом движении границы.
343. *Landecker K.* Phys. Rev., 86, N 6, 852—855 (1952) (имеется перевод в сб.: Миллиметровые и субмиллиметровые волны. М., ИЛ, 1959, стр. 179—182). Отражение волн от релятивистского пучка электронов. Указано на возможность увеличения частоты отраженного сигнала.
344. *Laue M.* Handbuch der Experimentalphysik, 18, 39—107 (1928). Обзор основных результатов теории и экспериментов по оптике медленно движущихся сред.
345. *Lee K. S. H., Papas C. H.* J. Math. Phys., 5, N 12, 1668—1672 (1964). Уравнения для потенциалов и функция Грина в движущейся среде. Излучение осциллятора, покоящегося в среде, движущийся с досветовой скоростью.
346. *Lee K. S. H., Papas C. H.* Trans. IEEE, AP-13, N 5, 799—804 (1965). Функция Грина и поля осциллятора в движущейся плазме. Ошибочно утверждается, что направление вектора Пойнтинга в ней не совпадает с направлением групповой скорости (см. работу [109]).
347. *Lee S. W., Lo Y. T.* Radio Sci., 1, N 3, 313—325 (1966). Материальные уравнения и формулы для показателей преломления для движущегося одноосного и гиротропного кристалла и для плазмы в магнитном поле. Приведены интегральные выражения для полей гармонических источников. В статье *Chawla B. R., Unz H.* Radio Sci., 1, N 9, 1055 (1966) указано, что авторы неправильно преобразовывали по Лоренцу плазменную частоту.

348. *Lee S. W., Lo T. Y.* J. Appl. Phys., 38, N 2, 870—875 (1967). Отражение и преломление волн, падающих наклонно из вакуума на движущийся параллельно границе раздела и в плоскости падения анизотропный диэлектрик. Поправку этих авторов см. там же, 38, № 12, 4932 (1967).
349. *Lee S. W., Mittra R.* Canad. J. Phys., 45, N 9, 2999—3007 (1967). Рассеяние нормально падающей плоской волны на движущемся в вакууме перпендикулярно своей оси металлическом цилиндре. Найдены угловые распределение рассеянного излучения и зависимость его частоты от угла рассеяния.
350. *Linhart J. G., Ornstein L. Th. M.* IV-th International Conference on Ionization Phenomena in Gases. Uppsala, 2, 774 (1959). Расчеты и эксперименты по многократному умножению частоты волн при сжатии плазменных поверхностей в прямоугольном волноводе.
351. *Liu C. H.* Trans. IEEE, AP-19, N 5, 652—656 (1971). Отражение плоских и сферических волн от случайно осциллирующей проводящей плоскости.
352. *Majorana Q.* Atti. Accad. Naz. Lincei Roma, 19, 754—759 (1934). Обзор по отражению света от движущегося зеркала.
353. *Manarini A. M.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci. fis., mat. e nat., 20, N 2, 229—231 (1956). Дисперсионное уравнение и фазовая скорость для волн в движущейся проводящей среде.
354. *Manarini A. M.* Atti Accad. Naz. Lincei Roma, 20, N 3, 357—362 (1956). Показано, что в движущемся кристалле направление распространения потока энергии волн не совпадает с направлением распространения волны.
355. *Manarini A. M.* Boll. Union Mat. Ital., Bologna, ser. III, 11, N 3, 440—444 (1956). Доказательство теоремы единственности решений уравнений электромагнитного поля в движущейся с досветовой скоростью среде.
356. *Manarini A. M.* Rend. Seminario Mat. Univ. Padova, parte 1, 27, 60—74 (1957). Обзор итальянских работ по распространению волн в движущихся средах вдоль направления их движения.
357. *Marvan M.* Českosl. Časop. Fys., A12, N 1, 1—11 (1962). Дисперсионные уравнения и уравнения для потенциалов в движущихся средах с естественной оптической активностью.
358. *McKenzie J. F.* Proc. Phys. Soc., 91, pt. 3, N 573, 537—551 (1967). Дисперсионные уравнения и поля для волн в анизотропном диэлектрике, движущемся вдоль оси анизотропии. Вычислена мощность излучения покоящегося в такой среде осциллятора при различной его ориентации.
359. *McKenzie J. F.* J. Appl. Phys., 38, N 13, 5249—5255 (1967). Влияние движения сильно замагниченной плазмы на интенсивность излучения покоящегося осциллятора конечных размеров.
360. *Messiaen A. M., Vandenplas P. E.* Phys. Rev., 149, N 1, 131—140 (1966). Результаты теоретических и экспериментальных исследований по рассеянию высокочастотных волн, падающих нормально на холодный магнитоплазменный столб с медленным дрейфом электронов вдоль его оси.
361. *Metz A.* Compt. Rend., 250, N 22, 3591—3592 (1960). Отражение

- и преломление волн на тангенциальном разрыве скорости двух медленно движущихся сред.
362. *Meyers N. H.* J. Franklin Inst., 266, 439—464 (1958). Теорема Пойнтинга для движущихся сред и релятивистская механика расширяющихся объектов.
363. *Michels W. C., Patterson A. L.* Phys. Rev., 60, N 8, 589—591 (1941). Вывод преобразований Лоренца для движущейся среды путем формальной замены скорости света в вакууме на скорость света в покоящейся среде. Формулы теряют смысл при сверхсветовом движении.
364. *Minkowsky H.* Götting Nachr. Kgl. Ges. Wiss., II, Math. Phys., Kl., 2, 53—116 (1908); перепечатана в Math. Ann., 68, 472—525 (1910). Основные уравнения для электромагнитных процессов в движущихся средах.
365. *Minkowsky H., Born M.* Math. Ann., 68, 526—551 (1910). Вывод основных уравнений для электромагнитных процессов в движущихся средах из уравнений электронной теории.
366. *Mo T. C.* J. Math. Phys., 11, N 8, 2589—2610 (1970). Электродинамика сред в неинерциальных системах отсчета и ее применения.
367. *Nag B. D., Sayied A. M.* Proc. Roy. Soc., Ser. A, 235, N 1203, 544—551 (1956) (имеется перевод в сб.: Миллиметровые и субмиллиметровые волны, ИИЛ, М., 1959, стр. 134—141). Потери энергии заряженной частицы в движущейся среде.
368. *Nathan A., Censor D.* Trans IEEE, MTT-16, N 10, 883—884 (1968). Использование обобщенного градиентного оператора для записи уравнений поля в движущейся среде.
369. *Nickle H. H.* J. Appl. Phys., 39, N 1, 353—355 (1968). Анализ многократного отражения волн от движущегося зеркала (см. работу [451]).
370. *Nicolis J. S., Lin C. C.* Radio Sci., 5, N 3, 625—634 (1970). Показатель преломления и групповая скорость волн, преломленных на границе раздела с движущейся нормально или касательно ей средой. Поправку по поводу отсутствия полного внутреннего отражения см. там же, 5, № 12, 1498 (1970).
371. *Ohkubo M.* Trans. IEEE, AP-19, N 4, 569—571 (1971). Отражение и преломление волн, падающих наклонно из вакуума на движущуюся нормально границе раздела плазму в магнитном поле.
372. *Orthwein W. C.* Tensor, 15, N 3, 209—227 (1964). Вращательная инвариантность уравнений электромагнитного поля в медленно вращающихся средах.
373. *Otsuka M.* J. Phys. Soc. Japan, 21, N 7, 1398—1410 (1966). Кинематика изменения длительности, частоты и энергии импульсов, отраженных и преломленных на движущейся навстречу им границе раздела двух покоящихся сред.
374. *Ott R. H., Hufford G.* Radio Sci., 3, N 8, 857—861 (1968). Рассеяние сферической волны на движущемся проводнике произвольной формы.
375. *Papas C. H.* Theory of Electromagnetic Wave Propagation, N. Y., McGraw-Hill, 1965. В книге, в частности, рассмотрены свободные волны, эффект Доплера и уравнения для потенциалов в движущейся изотропной среде.

376. *Pauli W.* Theory of relativity. Pergamon Press, 1958. Имеются дополнительные замечания по электродинамике движущихся сред, написанные в 1956 г.
377. *Penfield P. L., Jr., Haus H. A.* Electrodynamics of moving media. Cambridge, MIT Press, 1967. Обсуждение различной формы записи материальных уравнений в движущихся средах и анализ различных тензоров энергии и импульса в них.
378. *Pham Man Quan.* Compt. Rend., **245**, N 21, 1782—1785 (1957). Ковариантная форма записи уравнений электромагнитного поля в среде применительно к общей теории относительности.
379. *Picht J. Z.* Phys., **40**, N 7, 521—529 (1926); см. там же, **58**, № 9—10, 667—695 (1929) и **60**, № 9—10, 718 (1930). Отражение пучка лучей движущимся зеркалом.
380. *Poevlein H.* Phys. Rev., **128**, N 2, 956—964 (1962). Трехмерный и четырехмерный анализ кручения лучей в неоднородных, анизотропных и нестационарных средах при наличии движущихся границ раздела.
381. *Pogorzelski R. J.* J. Math. Phys., **11**, N 5, 1685—1689 (1970). Отражение нормально падающих волн от медленно расширяющегося во времени слоя диэлектрика.
382. *Pogorzelski R. J.* Trans. IEEE, AP-19, N 3, 455—456 (1971). Сведение уравнений электромагнитного поля в медленно движущихся средах к уравнениям в эквивалентном покоящемся анизотропном диэлектрике.
383. *Pogorzelski R. J.* J. Appl. Phys., **43**, N 4, 1572—1577 (1972). Решение уравнений для электромагнитного поля в слабоанизотропной движущейся среде.
384. *Post E. J.* Tijdschr. Nederl. Radiogenootschap, **20**, 93—102 и 307—321 (1955). Материальные уравнения в равномерно движущихся и во вращающихся средах.
385. *Post E. J.* Rev. Mod. Phys., **39**, N 2, 475—494 (1967). Обзор теоретических и экспериментальных работ по эффекту Саньяка и по материальным уравнениям электродинамики во вращающихся системах отсчета и в гравитационном поле при наличии равномерно движущейся среды.
386. *Pyati V. P.* J. Appl. Phys., **38**, N 2, 652—655 (1967). Отражение и преломление произвольно поляризованных волн, падающих наклонно из вакуума на движущийся в плоскости границы раздела диэлектрик. Указано на явление поворота плоскости поляризации отраженных и преломленных волн и на наличие угла Брюстера.
387. *Pyati V. P.* J. Appl. Phys., **38**, N 11, 4372—4374 (1967). Поля в дальней зоне для диполя, расположенного в вакууме вблизи движущегося вдоль границы раздела диэлектрика.
388. *Ramasastri J., Chiu G. Y.* Electron. Lett., **3**, N 11, 479—481 (1967). Отражение и преломление наклонно падающих волн на движущейся в покоящихся средах границе раздела.
389. *Restrick R. C.* Radio Sci., **3**, N 12, 1144—1154 (1968). Рассеяние плоской волны на движущейся проводящей сфере.
390. *Risco M. J.* de Phys., ser. 8, **8**, N 9, 282—288 (1947). Абберации и эффект Доплера в движущейся среде. Дифракция волн на движущейся решетке для трех частных случаев направлений ее движения.
391. *Risco M. J.* de Phys. ser. 8, **10**, N 4, 128—131 (1949). Кинематика

- отражения сходящегося пучка лучей от движущегося плоского зеркала.
392. *Risco M. J.* de Phys., ser. 8, 10, N 4, 159—163 (1950). Эффект Доплера и абберации в медленно движущихся средах.
393. *Risco M. J.* de Phys., ser. 8, 14, N 12, 657—662 (1953). Векторы Пойнтинга и электромагнитного импульса в движущейся среде.
394. *Sayied A. M.* Proc. Phys. Soc., 71, pt. 3, N 459, 398—404 (1958). Излучение Вавилова — Черенкова заряженной частицы, покоящейся на оси двух движущихся соосных диэлектрических цилиндров.
395. *Scarf F. L.* Amer. J. Phys., 29, N 2, 101—107 (1961). Распространение волн в медленно движущейся изотропной плазме. Ошибочно указано на наличие в ней эффекта увлечения света (см. работу [21]).
396. *Schlegel R.* Amer. J. Phys., 28, N 8, 687—692 (1960). Радиационное давление изотропного излучения на движущееся зеркало. Содержит ошибку, исправленную в статье: *Rinder W., Terrel J.* Amer. J. Phys., 29, N 9, 643—644 (1961).
397. *Schlomka T.* Ann. Phys., 5, N 3—5 (1949). Поверхностные электрические и магнитные вихри в движущихся средах.
398. *Schlomka T.* Ann. Phys., 7, N 5, 228—239 (1950). Электромагнитные поля в движущихся средах.
399. *Schlomka T.* Ann. Phys., 8, N 5—8, 246—252 (1951). Материальные уравнения и закон Ома для движущихся проводящих сред.
400. *Schlomka T.* Wiss. Z. Hochschule Archit. und Bauwesen Weimar, 7, N 2, 151—154 (1959—1960). Отражение света от движущегося зеркала.
401. *Schöpf H. G.* Ann. Phys., 13, N 1—2, 41—52 (1964). Материальные уравнения и тензор энергии и импульса в движущихся анизотропных средах.
402. *Schumann W. O.* Z. angew. Phys., 2, N 10, 393—399 (1950). Электромагнитные волны в движущейся плазме.
403. *Seto Y. J.* Trans. IEEEE, MTT-15, N 8, 455—462 (1967). Тензорная функция Грина в движущейся изотропной среде. Возбуждение токовой антенной цилиндрического волновода, заполненного движущейся средой.
440. *Shiozawa T.* Proc. IEEEE, 54, N 12, 1985—1985 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, № 12, 397—399 (1966)). Дисперсионные уравнения для волн и их поля в прямоугольном волноводе, заполненном движущейся средой. Замечания приоритетного характера см.: *Berger H., Griemsmann J. W. E.* Proc. IEEEE, 55, N 7, 1214—1215 (1967) (перевод в ТИИЭР, 55, № 7, 160—162 (1967)).
405. *Shiozawa T., Kumagai N.* Proc. IEEEE, 55, N 7, 1243—1244 (1967) (перевод в ТИИЭР, 55, N 7, 190—191 (1967)). Анализ дисперсионного уравнения для волн в движущейся среде применительно к явлению полного внутреннего отражения волн на границе тангенциального разрыва скоростей двух движущихся сред.
406. *Shiozawa T., Hazama K., Kumagai N. J.* Appl. Phys., 38, N 11, 4459—4461 (1967). Отражение и преломление волн, падающих из вакуума наклонно на диэлектрик, движущийся в плоскости границы раздела перпендикулярно плоскости падения.

407. *Shiozawa T.* J. Appl. Phys., **39**, N 7, 2993—2997 (1968). Рассеяние волн на движущейся малой сферической частице, состоящей из диэлектрика, плазмы, заряженной среды или металла.
408. *Shiozawa T., Hazama K.* Radio Sci., **3**, N 6, 569—576 (1968). Отражение и преломление волн, падающих наклонно из покоящейся среды на движущийся в плоскости границы раздела диэлектрик. Указано на явление поворота плоскости поляризации.
409. *Shiozawa T.* J. Appl. Phys. **40**, N 1, 435—437 (1969). Рассеяние волн малым плазменным эллипсоидом, движущимся вдоль внешнего магнитного поля.
410. *Shiozawa T., Seikai S.* Trans. IEEE, AP-20, N 4, 455—463 (1972). Рассеяние волн на неоднородно движущемся вдоль оси и внешнего магнитного поля плазменном столбе.
411. *Shulka P. K., Singh R. P., Singh R. N.* Trans. IEEE, AP-19, N 2, 295—296 (1971). Дисперсионное уравнение для волн в медленно движущейся столкновительной плазме при распространении вдоль направления движения.
412. *Simon J.* Trans. IEEE, MTT-8, N 1, 18—23 (1960). Распространение волн в покоящейся среде с бегущим слабomodулированным параметром.
413. *Singh N.* Trans. IEEE, AP-20, N 1, 77—78 (1972). Связь фазовой и групповой скорости волн в медленно движущейся магнито-плазме.
414. *Sivadjian J.* Rev. opt. (theor. et instr.), **30**, N 7, 323—331 (1951). Кинематика отражения лучей от двух параллельных движущихся зеркал.
415. *Skorupski A.* Bull. Acad. polon. Sci. Ser. math., astron. phys., **10**, N 7, 391—395 (1962). Ковариантная запись граничных условий на произвольно движущейся с досветовой скоростью границе раздела двух сред.
416. *Tai C. T.* Proc. IEEE, **52**, № 6, 685—689 (1964) (имеется перевод в ТИИЭР, **52**, N 6, 728—730 (1964)). Обзор различных форм записи материальных уравнений в движущихся средах. Дискуссии по различным формам материальных уравнений в движущихся средах содержатся в статьях в журнале Proc. IEEE (перевод в ТИИЭР): а) *Tai C. T.* **52**, N 3, 307—308 (1964) (перевод в **52**, N 3, 328—329 (1964)). К вопросу об электродинамике движущихся сред; б) *Penfield P., Jr.* **52**, N 11, 1361—1363 (1964) (перевод в **52**, N 11, 1468—1471 (1964)). Электродинамика движущихся сред; в) *Szablya J. F.* **53**, N 4, 418 (1965) (перевод в **53**, N 4, 481 (1965)). О силе Лоренца; г) *Penfield P., Jr.* **53**, N 4, 422 (1965) (перевод в **53**, № 4, 486 (1965)). Электродинамика движущихся сред; д) *Tai C. T.* **53**, N 8, 1144—1145 (1965) (перевод в **53**, № 8, 1302 (1965)); е) *Costen R. C., Staton L. D.* **54**, N 9, 1210 (1966) (перевод в **54**, N 9, 88 (1966)). Эти работы собраны в книге [377].
417. *Tai C. T.* Trans. IEEE, AP-13, N 2, 322—323 (1965). Функция Грина в движущейся с досветовой и сверхсветовой скоростью среде.
418. *Tai C. T.* Radio Sci., 69D, N 3, 401—405 (1965). Материальные уравнения для медленно движущихся анизотропных сред. Дисперсионное уравнение и показатель преломления для волн в медленно дрейфующей вдоль магнитного поля плазме.



419. *Tai C. T.* Appl. Opt., 4, N 10, 1347—1349 (1965). Система интегральных уравнений и принцип Гюйгенса для полей источников в движущейся изотропной среде. Приведены явные выражения для функции Грина.
420. *Tai C. T.* Radio Sci., 2, N 2, 245—248 (1967). Различная форма записи материальных уравнений в электродинамике движущихся сред.
421. *Tai C. T.* J. Math. Phys., 8, N 3, 646—647 (1967). Функция Грина в среде, движущейся со сверхсветовой скоростью.
422. *Tai C. T.* Dyadic Green's functions in electromagnetic Theory, N. Y., Intext Publishers, 1971. Применение диадных функций Грина в электродинамике покоящихся и движущихся сред.
423. *Tai C. T.* Proc. IEEE, 60, № 8, 936—945 (1972) (перевод в ТИИЭР, 60, N 8, 17—27 (1972)). Обзор по методам изложения уравнений электромагнитного поля применительно к движущимся средам.
424. *Tamm I. E.* J. Phys. USSR, 1, N 5—6, 439—454 (1939). Излучение заряженной частицы, покоящейся в движущейся со сверхсветовой скоростью среде.
425. *Taylor N. W.* Austral. J. Phys., 6, N 1, 1—9 (1953). Запись уравнений электромагнитного поля в движущейся среде с помощью кватернионов.
426. *Thirring H.* Handbuch der Physik, Bd. 12, 245—348 (1927). Обзор основных положений электродинамики движущихся сред.
427. *Tischer T., Hess S.* Ann. Phys., 3, 113—121 (1959). Материальные уравнения в произвольных средах.
428. *Totaro C.* Atti Soc. Peloritana. Sci. fis., mat. e natur., 2, N 1, 89—94 (1956). Отражение и преломление нормально падающих волн на границе раздела двух движущихся сред.
429. *Totaro C.* Atti Soc. Peloritana, Sci. fis., mat. e natur., 2, N 4, 293—298 (1956). Дисперсионное уравнение для частных случаев распространения волн в движущейся среде.
430. *Totaro C.* Boll. Union Math. Ital., Bologna, 12, N 4, 609—661 (1957). Сведение условий непрерывности нормальных компонент индукций на движущейся границе раздела к непрерывности тангенциальных компонент эффективных полей.
431. *Totaro C.* Boll. Union Math. Ital., Bologna, 12, N 4, 658—663 (1957). Отражение и преломление наклонно падающей из покоящейся среды волны на движущемся нормально границе диэлектрике.
432. *Totaro C.* Atti Acad. Naz. Lincei Rend., Cl. sci. fis., mat. e. natur., 24, N 3, 310—316 (1958). Распространение альфеновских волн в медленно движущейся в магнитном поле проводящей жидкости.
433. *Tsai C. S.* Appl. Phys. Lett., 9, N 11, 400—403 (1966). Отражение инфракрасных и упругих волн от движущихся доменов с сильным полем в полупроводниках. Обсужден вопрос о влиянии степени нерезкости движущейся границы раздела.
434. *Tsai C. S., Auld B. A.* J. Appl. Phys., 38, N 5, 2106—2115 (1967). Обсуждение технических возможностей увеличения частоты и амплитуды волн при их отражении от движущейся навстречу им одной или нескольких границ раздела покоящихся сред.

435. *Tsai C. S. J. Appl. Phys.*, 39, N 1, 133—136 (1968). Возбуждение передающей линии волной движущегося по ней емкостного параметра. Методом функции Грина вычислены рассеянные волны.
436. *Tsandoulas G. N. Radio Sci.*, 3, N 9, 887—893 (1968). Дифракция плоской волны на краю движущегося металлического клина.
437. *Tseng F. I., Cheng D. K. Trans. IEEE, AP-17*, N 4, 524—526 (1969). Фазовая и амплитудная синхронизации антенной решетки (21 антенна) в медленно движущейся среде.
438. *Unz H. Trans. IEEE, AP-10*, N 3, 459—464 (1962). Дисперсионное уравнение для волн в дрейфующей магнитоплазме. В работах *Unz H. Trans. IEEE, AP-10*, N 5, 645 (1962) и *Bell, T. Smith R., Brice N., Epstein M. Trans. IEEE, AP-11*, № 2, 193—194 (1963) замечено, что автор не учитывает силы Лоренца от направленного движения и ошибочно заменяет полную производную по времени на частную.
439. *Unz H. Trans. IEEE, AP-11*, N 5, 573—578 (1963). Общий вид материальных и дисперсионных уравнений для волн в медленно движущихся средах. Даны интегральные выражения для полей.
440. *Unz H. Trans. IEEE, AP-13*, N 4, 595—600 (1965). Дисперсионное уравнение для волн в медленно дрейфующей столкновительной магнитоплазме с анализом частных случаев.
441. *Unz H. Phys. Rev.*, 146, N 1, 92—95 (1966). Дисперсионное уравнение для волн, распространяющихся вдоль магнитного поля в релятивистски движущейся вдоль него плазме.
442. *Unz H. Proc. IEEE*, 54, N 2, 304 (1966) (перевод в ТИИЭР, 54, N 2, 224—225 (1966)). Дисперсионное уравнение для волн в движущейся столкновительной нагретой магнитоплазме.
443. *Unz H., Radio Sci.*, 1, N 3, 325—328 (1966). Дисперсионное уравнение для волн в медленно движущейся нагретой магнитоплазме.
444. *Unz H. Trans. IEEE, MTT-15*, N 7, 432—433 (1967). Отражение и преломление волн, падающих нормально на движущуюся вдоль магнитного поля и нормально поверхности раздела плазму.
445. *Unz H. Radio Sci.*, 3, N 3, 295—298 (1968). Дисперсионные уравнения для волн в движущейся холодной магнитоплазме с анализом частных случаев.
446. *Unz H. Radio Sci.*, 3, N 3, 305—306 (1968). Дисперсионное уравнение для волн в дрейфующей нагретой плазме.
447. *Valenzuela G. R. Radio Sci.*, 3, N 12, 1154—1157 (1968). Рассеяние волн на движущейся вдоль своей границы и в плоскости падения шероховатой металлической поверхности.
448. *Yeh H. Y. Trans. IEEE, MTT-19*, N 4, 400—401 (1971). Дисперсионное уравнение для волн в волноводах, заполненных движущейся изотропной средой.
449. *Yeh C. J. Appl. Phys.*, 36, N 11, 3513—3517 (1965). Отражение и преломление волн, падающих из вакуума наклонно на движущийся в плоскости падения вдоль и перпендикулярно поверхности раздела диэлектрик. Ошибочно считается, что сумма коэффициентов отражения и пропускания всегда равна единице.

450. *Yeh C., Casey K. F. Phys. Rev., 144, N 2, 665—669 (1966)*. Отражение и преломление волн, падающих наклонно на слой диэлектрика, движущийся в плоскости падения перпендикулярно и вдоль границы раздела.
451. *Yeh C. Appl. Phys. Lett., 9, N 5, 184—185 (1966)*. Оценки экспериментальных возможностей по сдвигу (порядка  $10^{-2}\%$ ) частоты лазерного излучения за счет многократного отражения от движущегося зеркала (см. также [369]).
452. *Yeh C. J. Appl. Phys., 37, N 8, 3079—3082 (1966)*. Отражение и преломление волн, падающих наклонно из вакуума на движущуюся в плоскости падения вдоль и перпендикулярно поверхности раздела плазму или слой плазмы.
453. *Yeh C. J. Opt. Soc. America, 57, N 5, 657—661 (1967)*. Отражение волн, падающих из вакуума наклонно на слой нанесенного на зеркало диэлектрика, движущегося вместе с ним в плоскости падения вдоль или перпендикулярно границе раздела.
454. *Yeh C. J. Appl. Phys., 38, N 7, 2871—2873 (1967)*. Отражение и преломление волн на движущейся плазме или слое плазмы (см. [452]) при их электрическом векторе, лежащем в плоскости падения.
455. *Yeh C. J. Appl. Phys., 38, N 13, 5194—5200 (1967)*. Законы сохранения и угол Брюстера при наклонном падении волн из вакуума на движущийся в плоскости границы раздела и перпендикулярно ей диэлектрик.
456. *Yeh C. Phys. Rev., 167, N 3, 875—877 (1968)*. Отражение и преломление волн с электрическим вектором в плоскости падения, падающих наклонно из вакуума на движущийся нормально границе раздела и вдоль нее диэлектрик.
457. *Yeh C. J. Opt. Soc. America, 58, N 6, 767—770 (1968)*. Распространение волн в движущемся вдоль оси диэлектрическом цилиндре или в движущемся вдоль оси диэлектрическом слое. Исследованы сверхсветовое движение и явление отсечки.
458. *Yeh C. J. Appl. Phys., 39, N 13, 6112—6113 (1968)*. Дисперсионное уравнение и постоянные распространения волн в плазменном цилиндре, движущемся в вакууме вдоль оси.
459. *Yeh C. J. Appl. Phys., 40, N 3, 5066—5075 (1969)*. Рассеяние волн, падающих наклонно на движущийся вдоль оси плазменный столб.
460. *Yildiz A.; Tang C. H. Phys. Rev. Lett., 16, N 17, A1 (1966)*. Собственные волны и частоты кольцевого вращающегося резонатора, заполненного движущимся диэлектриком для трех случаев относительного движения диэлектрика и резонатора.
461. *Zeeman P. Arch. neerl., ser. IIIA, 10, N 2, 131—200 (1924)*. Обзор экспериментальных работ по распространению света в медленно движущихся жидкостях и твердых телах.
462. *Zeuli T. Rend. Seminar. Math. Univ. e Polytechn. Torino, 14, N 2, 141—158 (1955)*. Анализ уравнений электромагнитного поля в медленно движущихся проводящих средах.
463. *Zeuli T. Boll. Union Mat. Inst., Bologna, ser. III, 11, N 2, 189—197 (1956)*. Анализ уравнений электромагнитного поля в движущихся проводящих средах.

## О СВЕРХСВЕТОВОМ ИСТОЧНИКЕ ТИПА ДВИЖУЩЕГОСЯ ФОКУСА

Эффекты, связанные со сверхсветовыми скоростями, в последнее время вызывают все больший интерес. Работы в этом направлении можно разделить на две группы:

1. Теоретический анализ возможности существования тахионов и вытекающих отсюда следствий [1—4].

2. Изучение эффектов, связанных с реальными сверхсветовыми источниками [5—8].

Различные возможности реализации сверхсветовых источников при наклонном падении фронта волны на границу раздела двух сред проанализированы в статье [9].

В настоящей заметке делается попытка сблизить оба указанных направления. В ней рассмотрен иной способ реализации сверхсветового источника, при котором последний не связан с границей раздела двух сред. Такой источник представляет собой движущийся фокус сходящихся и расходящихся волн и может быть получен как в однородной среде, так и в вакууме. Ему отвечает трехмерная область максимальной плотности электромагнитной энергии, движущаяся со скоростью  $\tilde{v} > c$ . В некотором смысле такой объект можно считать «фотонной моделью» тахиона. Связанное с ним электромагнитное поле тождественно конусу черенковского излучения. При этом энергия переносится с обычной скоростью  $v \leq c$ .

1. Обсуждавшиеся в литературе способы реализации сверхсветового источника сводятся к наклонному падению прямой линии (заряженная нить) [9] или плоскости (фронт возмущения) [5, 9] на неподвижную плоскость  $B$ , разделяющую две среды  $I$  и  $II$ . Соответствующая точка или линия пересечения движется со скоростью  $\tilde{v} = c/n \sin \alpha$ , где  $c/n$  — скорость фронта в среде  $I$ ,  $\alpha$  — угол падения (рис. 1, а).

В данной работе мы освободимся от наличия двух разных сред, разделенных неподвижной плоскостью. За-

меним эту плоскость вторым волновым фронтом, движущимся с той же скоростью  $c/n$  в той же однородной среде (в частности, в вакууме). Оба фронта можно реализовать в виде плоских пакетов, которые аппроксимируем  $\delta$ -функциями:

$$U = U_0 [\delta(\mathbf{n}_1 \mathbf{r} - ct) + \delta(\mathbf{n}_2 \mathbf{r} - ct)]. \quad (1)$$

Обозначим угол между единичными векторами  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  через  $2\theta$ . Из элементарного геометрического рассмотрения находим, что линия пересечения фронтов скользит вдоль биссектрисы угла  $BOB'$  со скоростью

$$\tilde{v} = c/\cos \theta. \quad (2)$$

Теперь вместо двух плоских пакетов перейдем к системе с осевой симметрией, т. е. «прокрутим» рис. 1, б относительно прямой  $OO'$ . В результате получим три области с высокой концентрацией энергии:

1) коническую поверхность  $A$  — огибающую плоских фронтов;

2) плоскость  $B$ , проходящую через вершину конуса перпендикулярно оси симметрии;

3) саму вершину, где плотность энергии максимальна (рис. 2). В вакууме (и в однородной среде без дисперсии) вся система оказывается стабильной и движется вдоль оси симметрии с той же скоростью  $\tilde{v} = c/\cos \theta$ . Такой объект можно кратковременно реализовать, например, с помощью сходящихся лазерных импульсов. Этот способ позволяет получить «объемный» сверхсветовой сгусток с гораздо большей концентрацией энергии, чем в одномерном пересечении двух фронтов. Однако он требует синхронного излучения большого числа лазеров, что технически сложно.

Ниже предлагается простой и более эффективный способ получения сверхсветового сгустка из одного импульса. Рассмотрим коническое зеркало с углом раствора  $2\alpha$ . Пусть вдоль оси симметрии на зеркало падает плоский волновой фронт  $AB$  (рис. 3). В результате отражения от зеркала возникнет коническая волна с максимальной плотностью энергии в вершине конуса. «Лишняя» плоскость  $B$  при этом не возникает, так как в остальных ее точках интерференция отраженных волн со скоррелированными фазами приводит к «гашению» поля. Угол раствора конуса равен  $\psi = 4\alpha - \pi$ , волновые векторы образуют

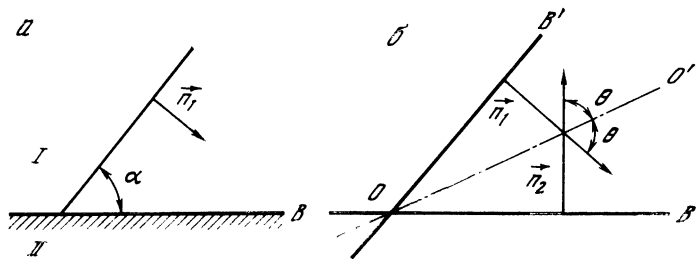


Рис. 1

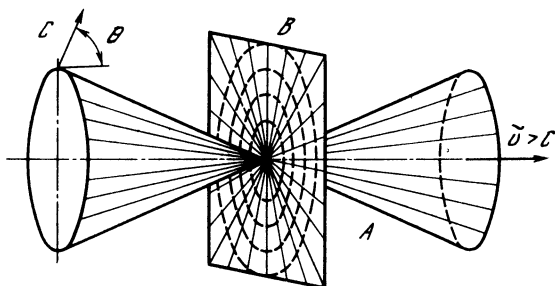


Рис. 2

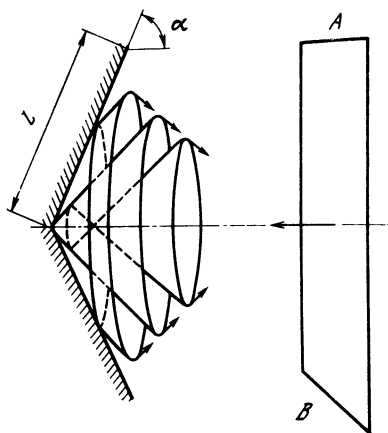


Рис. 3

с осью  $OO'$  угол  $\theta = \pi - 2\alpha$ . Поэтому скорость «сгустка» будет

$$\tilde{v} = c/\cos \theta = c/\cos 2\alpha. \quad (3)$$

При изменении  $2\alpha$  от  $\pi$  до  $1/2 \pi$  скорость сгустка меняется от  $c$  (отражение от плоского зеркала) до  $\infty$  (конус вырождается в круговой цилиндр). В зеркалах с  $0 < 2\alpha < \pi/2$  сгусток движется в обратном направлении — от основания к вершине зеркала.

Если длина образующей зеркала равна  $l$ , то длина образующей светового конуса, возникшего при отражении, равна  $l \sin \alpha$ . Поэтому вершина конуса проходит расстояние

$$S = \frac{l \sin \alpha}{\cos(2\alpha - \pi/2)} = \frac{1}{2} \frac{l}{\cos \alpha}. \quad (4)$$

Следовательно, время жизни сгустка равно

$$\tau = \frac{S}{\tilde{v}} = \frac{l}{2c} \frac{|\cos 2\alpha|}{\cos \alpha}. \quad (5)$$

Заполним область пространства перед зеркалом оптически активной средой, возбуждающейся под действием света. Тогда в области светового сгустка возникнет импульс максимального возбуждения, перемещающийся со скоростью  $c/n \cos \theta$  вдоль оси симметрии. Связанный с ним конус является отразившейся от зеркала первичной волной. Однако спустя некоторый промежуток времени, равный среднему времени релаксации, возникнет вторая волна, обусловленная высвечиванием возбужденных уровней среды. В результате вслед за импульсом возбуждения понесется импульс высвечивания. Он также будет сопровождаться конусом излучения, но этот конус, в отличие от первого, уже генетически связан с самим импульсом. Вследствие возможных нелинейных эффектов в сильном поле сгустка спектр вторичного импульса может отличаться от исходного спектра. Расположив соответствующую аппаратуру под нужным углом, можно сфотографировать вторичный импульс методом, описанным в [10].

При наличии сильной дисперсии будет наблюдаться расплывание сгустка. Этого можно избежать, сделав спектральную ширину исходного импульса достаточно узкой.

Указанный способ получения сверхсветового сгустка имеет еще то преимущество, что позволяет легко промодулировать сгусток для наблюдения аномального доплер-эффекта. С этой целью достаточно поставить на пути падающей волны зонную пластинку с концентрическими «кольцами непрозрачности» так, чтобы ось симметрии проходила через центр пластинки перпендикулярно ее плоскости (рис. 4). Если ширина колец много больше максимальной длины волны в падающем «пакете», то волну,

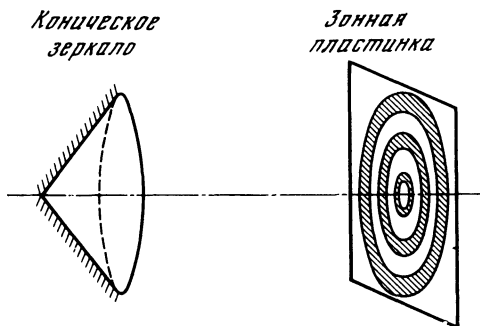


Рис. 4

прошедшую через пластинку, можно по-прежнему считать плоской, однако ее амплитуда в поперечном сечении будет промодулирована пластинкой. Сгусток, образовавшийся при отражении такой волны от конического зеркала, будет «мерцать». Закон мерцания можно менять, подбирая разные пластинки.

2. Рассмотрим основные особенности полученных сверхсветовых источников. Для простоты ниже ограничимся случаем движения в вакууме. Согласно (2) угол между направлениями скоростей источника и конического фронта равен

$$\cos \theta = c/\tilde{v}. \quad (6)$$

Это — известное соотношение Маха — Зоммерфельда — Черенкова. Применительно к нашему случаю оно показывает, что световой конус сгустка тождествен конусу черенковского излучения от сверхсветового источника. С этой точки зрения можно считать, что не сгусток порождается пересечением волновых фронтов, а, наоборот, последние — результат излучения фиктивной сверхсветовой частицы — тахиона.



Аналогию полученного объекта с тахионом можно продолжить. Вычислим полную энергию  $E$  и импульс  $P$  всего конуса. Мы имеем поток фотонов, волновые векторы которых образуют конус с углом раствора  $2\theta$ .

Пусть  $dF(\omega, \varphi) = f(k) dk d\varphi$  — спектральное распределение фотонов. Вследствие осевой симметрии  $f(k)$  не зависит от азимутального угла  $\varphi$ . Поэтому

$$E = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \hbar\omega f(k) dk = 2\pi\hbar c \int_0^{\infty} f(k) k dk; \quad (7)$$

$$P = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \hbar k \cos \theta f(k) dk = 2\pi\hbar \cos \theta \int_0^{\infty} f(k) k dk. \quad (8)$$

Отсюда следует

$$P = \frac{E}{c} \cos \theta. \quad (9)$$

С помощью соотношений

$$E^2 - P^2 c^2 = m_0^2 c^4; \quad (10)$$

$$v = \frac{dE}{dP} = \frac{P}{E} c^2 \quad (11)$$

находим

$$m_0 = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - P^2 c^2} = \frac{E}{c^2} \sin \theta; \quad (12)$$

$$v = c \cos \theta. \quad (13)$$

Инвариант  $m_0$  имеет смысл массы покоя конуса, т. е. массы в системе отсчета, где  $P = 0$ ,  $v = 0$  и конус вырождается в сходящуюся и расходящуюся цилиндрическую волну. Скорость  $v$  «центра масс» конуса, как и следовало ожидать, совпадает с проекцией скорости фронта на ось симметрии. Вершина же конуса, двигаясь согласно (2) быстрее света, обгоняет его центр масс. Это легко показать прямым геометрическим построением с помощью рис. 3. Но точно такое же «убегание» имеет место при движении заряженной частицы быстрее света в среде или гипотетического тахиона в вакууме. В случае вакуума соответствующие скорости согласно (2) и (13) связаны соотношением

$$v\tilde{v} = c^2. \quad (14)$$

Это также объединяет рассматриваемый объект с тахионом.

Наконец, покажем, что наряду со сверхсветовой скоростью  $\tilde{v}$  источника можно ввести величины, имеющие смысл энергии  $\tilde{E}$  и импульса  $\tilde{P}$  соответствующего тахиона и должным образом преобразующиеся при переходе к любой другой инерциальной системе, движущейся вдоль оси симметрии со скоростью  $u < c$ . Для этого заметим, что у обычного материального объекта в силу (10) всегда  $E \geq \tilde{P}c$ . У тахиона же, обладающего мнимой массой покоя  $m_0^*$ ,  $\tilde{E} < \tilde{P}c$ . Поэтому естественно определить энергию и импульс фиктивного тахиона, связанного с конусом, следующим образом:

$$\tilde{E} = \tilde{P}c, \quad \tilde{P} = E/c, \quad (15)$$

где  $E$ ,  $P$  — энергия и импульс конуса.

Из преобразований Лоренца для  $E$  и  $P$ :

$$E' = \frac{E - uP}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad P' = \frac{P - (u/c^2)E}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (16)$$

получим

$$\tilde{E}' = \frac{\tilde{E} - u\tilde{P}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad \tilde{P}' = \frac{\tilde{P} - (u/c^2)\tilde{E}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad (17)$$

т. е.  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{P}$  преобразуются так же, как  $E$  и  $P$ .

Остается показать, что с помощью величин  $\tilde{E}$  и  $\tilde{P}$  получаются правильные выражения для массы и скорости соответствующего тахиона. Подставляя (15) в (10) и (11) и используя (9), найдем

$$m_0^* = i \frac{E}{c^2} \sin \theta = i m_0; \quad \tilde{v} = \frac{c}{\cos \theta} = \frac{c^2}{v}. \quad (18)$$

В частности, в упоминавшейся выше системе отсчета, где  $v = 0$ , мы имеем  $\tilde{v} = \infty$ ,  $\theta = \pi/2$ ,  $\tilde{P} = m_0c$ ,  $\tilde{E} = 0$ ; при  $v \rightarrow c$  получим  $\tilde{v} \rightarrow c$ ,  $\theta \rightarrow 0$ ,  $\tilde{P} \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{E} \rightarrow \infty$ . Именно так и должны вести себя тахионы.

Таким образом, в кинематическом смысле рассмотренный световой конус реализует «фотонную модель» тахиона.

Правда, «модельный» тахион является центром как расходящихся, так и сходящихся волн, т. е. соответствует общему решению уравнения для сверхсветового источника с учетом как запаздывающих, так и опережающих потен-

циалов. Это связано с постоянством скорости  $\tilde{v}$  сгустка: энергия, излучаемая в виде сопровождающего конуса, утекает из опережающего. В итоге энергия и скорость самого сгустка не меняются.

3. Теперь покажем, что сверхсветовая скорость сгустка не противоречит теории относительности. Рассмотрим результат сложения двух плоских волн одинаковой частоты из пакетов (1):

$$U_1 = U_0 e^{i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega t)}; \quad U_2 = U_0 e^{i(\mathbf{k}_2 \mathbf{r} - \omega t)}. \quad (19)$$

Результирующее возмущение равно

$$U = U_1 + U_2 = 2U_0 \cos \frac{1}{2} (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{r} e^{\frac{1}{2} i (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} - i \omega t} \quad (20)$$

Уравнение волновой поверхности

$$\psi \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} - \omega t = \text{const} \quad (21)$$

для каждого момента  $t$  описывает семейство плоскостей перпендикулярных вектору  $\mathbf{K} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)$ . Согласно

(21) для точек  $\mathbf{r} = r \frac{\mathbf{K}}{K}$  имеем

$$r = r_0 + \frac{2\omega t}{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|} = r_0 + \frac{2\omega t}{k \sqrt{2(1 + \cos 2\theta)}} = r_0 + \frac{c}{\cos \theta} t, \quad (22)$$

т. е. фазовые плоскости (21) движутся со скоростью  $\tilde{v} = c/\cos \theta$ . В соответствии с этим фаза (21) не удовлетворяет уравнению эйконала, которое для монохроматической плоской волны должно иметь вид [11]:

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (23)$$

Вместо этого из (21) следует

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \cos^2 \theta. \quad (24)$$

Этот «парадокс» связан с тем, что волна (20) не является плоской. Ее амплитуда заметно меняется на расстояниях порядка длины волны и, в частности, периодически обращается в нуль на узловых плоскостях:

$$\frac{1}{2} (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{r} = \pm (n + \frac{1}{2})\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Последние разбивают плоскости (21) на полосы, причем в соседних полосах амплитуды противоположны по знаку, т. е. значения поля колеблются в противофазе. Таким образом, плоскости (21), перпендикулярные вектору  $\mathbf{K}$  и тем самым траектории сгустка, не являются плоскостями постоянной фазы. Поэтому и скорость сгустка (и плоскости  $B$ , рис. 2) не будет скоростью группы волн (лишь при  $\mathbf{k}_1 \rightarrow \mathbf{k}_2$ , т. е.  $\theta \rightarrow 0$ , полоса постоянной фазы охватывает всю плоскость и система становится группой, но тогда и  $\tilde{v} \rightarrow c$ ).

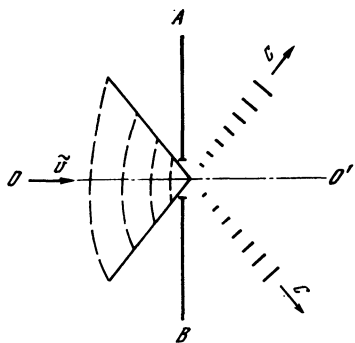


Рис. 5

Вследствие этого сверхсветовая скорость плоскости  $B$  со сгустком не противоречит положению о невозможности переноса энергии быстрее света. Физически это связано с тем, что энергия переносится не сгустком, а коническим фронтом, без которого сгусток разрушается. Действительно, поставим экран  $AB$  с прорезью для вылета

сверхсветовой частицы, посредством которой мы хотим «переправить» энергию сгустка вдоль его траектории (рис. 5). Экран поглощает энергию предшествующего конуса, «питающего» сгусток. После вылета из просвета сгусток распадается на «осколки», движущиеся со скоростью  $c$  под углами  $\theta$  к оси  $OO'$  и вдобавок расплывающиеся из-за дифракции на щели. Никакой передачи энергии вдоль  $OO'$  не получится, так как исходная «частица» попросту исчезнет.

Таким образом, сверхсветовой сгусток не может существовать без сопутствующего ему конуса. В этом его главное отличие от обычной частицы. Последнюю можно локализовать в том смысле, что вне окружающей ее достаточно большой сферы плотность энергии частицы и ее поля убывает во всех направлениях, как  $r^{-2}$  или быстрее. Локализовать таким путем сверхсветовую частицу невозможно, ибо всегда существует конус направлений  $\theta' = \arcsin(c/\tilde{v})$  вокруг вектора скорости, вдоль которых плотность энергии убывает медленнее, чем  $r^{-2}$ .

В заключение сформулируем основные результаты. Существует простой способ реализации сверхсветового источника, не требующий наличия двух разных сред. В отличие от обсуждавшихся ранее, этот способ создает источник типа движущегося фокуса и соответственно позволяет получить более высокую концентрацию энергии. Получающийся сгусток и сопутствующий ему конус моделируют ряд особенностей гипотетического тахиона. Указаны характеристики конуса, ведущие себя как энергия и импульс тахиона.

Не исключено, что соотношения (15), связывающие характеристики тахиона и конуса, в случае реального существования тахионов могли бы иметь и более общее значение. Они описывают переход от частицы с массой покоя  $m_0$  и скоростью  $v$  к тахиону с той же (по модулю) массой и скоростью  $\tilde{v} = c^2/v$ , равной фазовой скорости соответствующей волны де Бройля [12]. Указанный переход согласно (15) меняет ролями пространственную и временную компоненты 4-импульса. Эта ситуация аналогична изменению характера пространственных и временных координат при переходе между  $R$ - и  $T$ -областями и, в частности, через сферу Шварцшильда в общей теории относительности [13]. Однако обсуждение этих вопросов выходит за рамки данной статьи.

## Л и т е р а т у р а

1. А. Зоммерфельд. Оптика, § 7. М., ИЛ, 1953.
2. О. М. Р. Bilaniuk, V. K. Deshpande, E. G. Sudarschan. Am. J. Phys., 30, 718 (1962).
3. G. Feinberg. Phys. Rev., 159, 1089 (1967).
4. F. A. Pirani. Phys. Rev., D1, 3224 (1970).
5. И. М. Франк. Изв. АН СССР, серия физ., 6, 3 (1942).
6. В. Л. Гинзбург. ЖЭТФ, 62, 173 (1972).
7. Б. М. Болотовский. Краткие сообщения по физике. ФИАИ СССР, № 6 (1972).
8. В. Л. Эйрман. Изв. вузов, Радиофизика, 15, № 4 (1972).
9. Б. М. Болотовский, В. Л. Гинзбург. УФН, 106, 577 (1972).
10. М. Дюге. УФН, 109, 157 (1973).
11. Л. Д. Ландау. Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., Физматгиз, 1962, стр. 158—162.
12. П. Г. Бергман. Введение в теорию относительности. М., 1947, стр. 195—198.
13. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. Теория тяготения и эволюция звезд. М. 1971, стр. 109—110, 134—138.

## ЭВОЛЮЦИЯ ПОНЯТИЯ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА И ПРОГРАММА ЭЙНШТЕЙНА

### Введение

Среди физиков распространено мнение, согласно которому в описании систем отсчета с помощью координатных систем имеется полная ясность. В противном случае уже в классической механике и тем более в СТО<sup>1</sup> недостатки описания давно проявили бы себя. Точно так же и в ОТО предполагается, что произвольные системы координат, особенно синхронные, с некоторыми ограничениями, достаточно хорошо описывают любую систему отсчета.

С другой стороны, как известно из геометрии и как это не раз подчеркивал Эйнштейн, произвольные координаты полностью теряют свой метрический и физический смысл, поэтому они сами по себе, без дополнительных построений, кроме нумерации точек, ничего описать не могут.

Сам Эйнштейн, считавший, что произвольные преобразования координат содержат и те, которые описывают переход от одной системы отсчета к другой [1], по-видимому, чувствовал, что здесь не все благополучно, поэтому не раз возвращался к этим вопросам. Так, например, в известной дискуссии с Абрагамом в 1912 г. наряду с другими вопросами обсуждались и вопросы описания НСО. При этом Эйнштейн подчеркивал, что наличие гравитации требует перехода от ИСО к НСО, пространство-время которых уже будет искривленным, отображающим самые существенные свойства гравитации. Затем, в 1921 г., в статьях «Сущность теории относительности» и «Геометрия и опыт» [2] он опять возвращается к этим вопросам и формулирует программу построения НСО, которая в последнее время снова начинает привлекать к себе внимание.

---

<sup>1</sup> Здесь приняты следующие сокращения: ИСО — инерциальная, НСО — неинерциальная система отсчета, СТО — специальная, ОТО — общая теория относительности.

Неясности в определении ИСО подчеркивались и другими физиками. Указывалось, например, что ИСО — понятие, не имеющее удовлетворительного определения. При этом предлагалось термин «система отсчета» толковать более формально, в смысле «координатная система» [3] и т. д.

Любопытно отметить, что число работ, прямо или косвенно связанных с попытками описания систем отсчета, неуклонно растет и в недалеком будущем эти вопросы могут оказаться такими же боевыми, как в свое время была и остается сейчас проблема энергии гравитационного поля.

Как это будет видно из дальнейшего, в настоящее время нет единого, общепризнанного метода описания систем отсчета. Бытующие ныне способы описания, часто принципиально различные, подчеркивают обычно лишь отдельные стороны и свойства того физического объекта, который мы называем системой отсчета.

Тем не менее скептически настроенный читатель может спросить: в чем же все-таки недостатки координатного метода, так хорошо работающего в классической механике и в СТО? Существует ли здесь вообще какая-либо проблема?

Внешне ситуация действительно кажется несколько странной. Рассмотрим, однако, преобразования, связывающие в классической механике ИСО и НСО:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{a}(t) + \mathbf{r}'(t), \quad t = t', \quad (1)$$

где векторы  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  указывают мгновенное положение движущейся материальной точки  $M$  (объект наблюдения) относительно ИСО и НСО соответственно, в то время как вектор  $\mathbf{a}$  указывает относительное мгновенное положение двух точек  $O$  и  $O'$ , принадлежащих уже самим системам отсчета ИСО и НСО. Эти точки внутри системы отсчета могут быть выбраны произвольно и служат началами векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$ . Здесь мы обращаем внимание читателя на весьма существенное обстоятельство, именно, все три вектора в равенстве (1) описывают взаимное расположение реальных физических объектов, ибо система отсчета всегда имеет физический базис в виде одного или многих тел и, следовательно, равенство (1) описывает инвариантный факт, не зависящий от способа нумерации точек пространства и моментов времени. Поэтому равенство (1) является истинно векторным, общековариантным равенством. Здесь век-

торы  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  нельзя, вообще говоря, считать радиусами-векторами некоторой точки пространства, ибо радиус-вектор, как известно, не является истинным вектором. Относительно вращений декартовой системы координат он ведет себя как вектор, однако с помощью подходящего параллельного сдвига системы координат радиус-вектор заданной точки всегда можно обратить в нуль, тогда как с истинным вектором этого сделать нельзя. Координатный радиус-вектор всегда своим началом связан с началом отсчета системы координат, а потому меняется при выборе другого начала отсчета.

Таким образом, равенство (1) не связано, вообще говоря, с системой координат, но, конечно, точки  $O$  и  $O'$ , принадлежащие ИСО и НСО, можно выбрать за начала отсчета соответствующих систем координат, тогда в этом частном случае радиусы-векторы точки  $M$  совпадут с  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$ . В этом случае координаты точки  $M$  получают известный физический смысл, и зависимость этих координат от времени выражает, инвариантным образом, факт относительного движения. Равенство (1) принимает тогда свой обычный координатный вид

$$X^k(t) = a^k(t) + X'^k(t), \quad t = t', \quad (2)$$

дифференцируя которое по времени, для относительных скоростей находим

$$V^k(t) = v^k(t) + V'^k(t). \quad (3)$$

Таким образом, если пользоваться преобразованием (2) для описания перехода от одной системы отсчета к другой, где координаты имеют тот реальный физический смысл, о котором мы говорили, то действительно описание механических явлений будет непротиворечивым. Отсюда часто делают поспешное заключение о том, что переходы между системами отсчета всегда можно описать преобразованиями координат, зависящими от времени, а сами системы отсчета — геометрически отобразить в виде системы координат.

Но такое заключение, вообще говоря, неверно. В самом деле, исходное преобразование (1), как мы видели, является общековариантным векторным равенством, не зависящим от выбора системы координат. Последняя может быть выбрана в виде совершенно произвольной координатной сетки  $x^{\mu}$  и притом общей для ИСО и НСО. Тогда



равенство (1), отнесенное к локальному координатному реперу выбранной системы координат, примет следующий вид:

$$r^\mu(x^\lambda, t) = a^\mu(x^\lambda, t) + r'^\mu(x^\lambda, t), \quad t = t', \quad \lambda, \mu = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Более того, и это, по-видимому, самое важное, сама координатная сетка  $x^\lambda$  может еще произвольным образом зависеть от времени, отображая нестационарную (т. е. изменяющуюся со временем) нумерацию точек пространства, и это никак не скажется на информации, содержащейся в равенстве (4).

Пусть, например, компоненты вектора  $\mathbf{r}(t)$  в декартовой системе координат  $X^k$  будут  $r^k(t)$ , тогда при переходе к произвольной нестационарной сетке

$$x^\mu = x^\mu(X^k, t), \quad k, \mu = 1, 2, 3, \quad (5)$$

где время  $t$  входит как некоторый скалярный параметр, компоненты вектора  $\mathbf{r}$  запишутся в виде

$$r^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial X^k} r^k. \quad (6)$$

Теперь компоненты  $r^\mu$  будут зависеть от времени даже в том случае, если исходные  $r^k$  были постоянными. Иначе говоря, зависимость произвольных компонент вектора  $r^\mu$  от времени еще не указывает на изменение самого вектора  $\mathbf{r}$ , т. е. не указывает на наличие движения физического объекта.

Особенно ясно это видно в случае преобразования скорости, порожденного преобразованием координат (5). В этом случае имеем

$$V^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial X^k} V^k; \quad V^k = \frac{dr^k}{dt}. \quad (7)$$

Тогда, если материальная точка  $M$  будет покоиться, т. е. если  $V^k = 0$ , то, очевидно, и  $V^\mu = 0$  при любой зависимости координат  $x^\mu$  от времени. Таким образом, с помощью произвольных преобразований координат, даже если они любым образом зависят от времени, невозможно описать переход между системами отсчета. И только в том случае, если система координат «подогнана» соответствующим образом к инвариантному построению (1), координатное равенство (2) может описывать эти переходы.

В случае специальной теории относительности ситуация остается в основном прежней. Как известно, Эйнштейн при построении СТО настойчиво подчеркивал, что любая ИСО всегда имеет свой физический базис. Читатель, очевидно, помнит о многочисленных примерах базисов, приведенных в его работах: это инерциально движущиеся корабли и поезда, проволочные каркасы, снабженные часами, и т. д. Все это физические объекты, относительное расположение, ориентация и движение которых есть абсолютные физические факты, для отображения которых необходимы также инвариантные геометрические объекты, а не произвольно меняющаяся координатная сетка.

Резюмируя, мы хотим еще раз подчеркнуть, что система отсчета есть прежде всего физический объект, подчиняющийся тем же законам, что и любой другой, являющийся объектом наблюдения. Поэтому средства и методы описания как систем отсчета, так и наблюдаемого объекта должны быть в принципе одинаковыми и прежде всего общековариантными.

Если непредубежденный читатель, рассмотрев приведенные доводы, согласится с тем, что вопрос об описании систем отсчета не является тривиальным и навсегда решенным, то чтение следующих разделов поможет ему уяснить круг вопросов, подлежащих решению, и познакомит с попытками решения этих вопросов в духе программы Эйнштейна.

## **§ 1. Эволюция наших представлений о системах отсчета**

Со временем представления о системах отсчета претерпели значительные изменения, при этом если в определении физического содержания понятия системы отсчета, по-видимому, с самого начала установилось полное единство взглядов, то при попытках геометрически отобразить это содержание имелись и имеются до сих пор разногласия и неясности уже в самой постановке задачи.

Систему отсчета, точнее ее физический базис, обычно связывали с некоторым телом отсчета или со многими телами отсчета.

Часто образно заменяли тело отсчета физической лабораторией или множеством локальных физических лабораторий, снабженных масштабами и часами. Иногда базис

системы отсчета, как мы отмечали, представляли в виде воображаемого проволочного каркаса с кубическими ячейками и т. д.

Отсюда видно, что базис системы отсчета всегда мыслится как реальный физический объект, подчиняющийся тем же законам движения, как и любой другой объект, за которым мы ведем наблюдение, пользуясь системой отсчета.

Эти представления, сложившиеся еще до построения СТО, в дальнейшем уже практически не менялись.

Совсем иная картина представляется при рассмотрении геометрических отображений систем отсчета.

Как известно, для аналитического описания физической системы (в том числе и системы отсчета) необходимо прежде всего физические характеристики системы отобразить на подходящую математическую (геометрическую) схему. В нашем случае это значит: найти геометрическое отображение как самого базиса системы отсчета, так и его движения.

Эта задача в разное время решалась по-разному, и до сих пор здесь еще не выработан единый подход.

На протяжении всего развития как СТО, так и ОТО системы отсчета большей частью отображались и отображаются сейчас системой координат (координатной сеткой). Так, начиная с работ Лоренца, Пуанкаре, Эйнштейна ИСО отображаются галилеевой системой координат, при этом переходы между различными ИСО описываются координатными преобразованиями Лоренца:

$$X^{a'} = \omega_a^{a'} X^a; \quad \eta_{ab} \omega_a^a \omega_b^b = \eta_{a'b'}, \quad (8)$$

$$a, b = 0, 1, 2, 3$$

где  $\eta_{a'b'} = \eta_{ab} = \text{diag} \{+1, -1, -1, -1\}$  — метрика галилеевой системы координат.

В дальнейшем, при построении ОТО, когда необходимо было отобразить, при наличии гравитационного поля эквивалентность не только ИСО, но и НСО, последние отображались произвольной координатной сеткой, а переходы между ними описывались произвольными преобразованиями координат (группа преобразований  $A$ ):

$$x^{\mu'} = x^{\mu'}(x^{\mu}), \quad \mu, \mu' = 0, 1, 2, 3. \quad (9)$$

Как полагал Эйнштейн, среди всевозможных преобразований координат всегда найдутся те, которые описывают относительное движение трехмерных координатных систем. Следовательно, предполагалось, что группа  $A$  содержит как преобразование координатной сетки в одной и той же системе отсчета (например, переход от декартовых координат к сферическим), так и переход от одной НСО к другой.

Затем позднее, реализуя в известном смысле эти положения, группу  $A$  разбили на две подгруппы:

$$(A_1) \quad \begin{aligned} x^{k'} &= f^{k'}(x^k), \\ x^{0'} &= f^{0'}(x^0, x^k); \end{aligned} \quad (A_2) \quad \begin{aligned} x^{k'} &= \varphi^{k'}(x^0, x^k), \\ x^{0'} &= x^0. \end{aligned} \quad (10)$$

Смысл такого разбиения поясняет следующий пример. Пусть в координатной сетке  $x^\mu$  компоненты 4-вектора скорости частицы будут

$$V^0 \neq 0; \quad V^k = 0; \quad (11)$$

тогда после преобразования  $A_1$  в координатной сетке  $x^{\mu'}$  мы также получим

$$V^{0'} \neq 0; \quad V^{k'} = 0. \quad (12)$$

Если же воспользоваться преобразованиями  $A_2$ , то найдем

$$V^{0'} \neq 0; \quad V^{k'} \neq 0. \quad (13)$$

Таким образом, если равенство нулю пространственных компонент 4-скорости мы интерпретируем как требование покоя частицы относительно координатной сетки<sup>2</sup>, то преобразования  $A_1$ , не нарушающие согласно (12) ее покоя, описывают изменение координатной сетки в одной и той же системе отсчета. В результате преобразования  $A_2$  частица согласно (13) приобретает скорость, следовательно,  $A_2$  описывает переход к новой НСО.

На основе такого разбиения группы  $A$  был развит формализм хронометрических инвариантов [4, 5], а также формализмы кинеметрических инвариантов разного типа [6], связанных с более детальным разбиением группы  $A$ .

До сих пор мы рассматривали отображение системы отсчета с помощью координатных сеток; эти отображения

<sup>2</sup> Отображающей согласно этим представлениям систему отсчета.

не являются, очевидно, ковариантными. Эта нековариантность и рассматривается здесь как факт перехода к новой НСО.

Рассмотрим теперь принципиально другой подход к отображению систем отсчета: это отображение ковариантно относительно группы  $A$ , т. е. не зависит от выбора координатной сетки.

Пусть относительно некоторой ИСО, в которой введена галилеева сетка  $X^a$ , движется во внешнем силовом поле множество базисных тел НСО<sup>3</sup>. Тогда согласно СТО движение каждого базисного тела изобразится мировой линией, а в целом базису будет соответствовать конгруэнция мировых линий. Совершенно очевидно, что это изображение будет инвариантным, так как конгруэнция не зависит от того, к какой координатной сетке она отнесена. Дифференциальной характеристикой конгруэнции будет также инвариантное поле единичных касательных векторов [7]

$$u^a = dX^a/dS; \quad \eta_{ab}u^a u^b = 1. \quad (14)$$

Это поле и принимается за геометрическое отображение НСО.

Можно, конечно, так выбрать систему координат, что времениподобные координатные линии совпадут с конгруэнцией мировых линий. Для этого достаточно найти решение следующих дифференциальных уравнений:

$$u^{k'} = u^a \frac{dx^{k'}}{\partial X^a} = 0, \quad k' = 1, 2, 3. \quad (15)$$

Тогда функции  $x^{k'} = x^{k'}(X^a)$ , являющиеся решением системы (15), и произвольное преобразование  $x^{0'} = x^{0'}(X^a)$  решают поставленную задачу.

Времениподобные линии такой координатной сетки будут иметь уже определенный физический смысл — это будут линии собственного времени базисных тел. Может показаться, что таким путем мы снова переходим к описанию систем отсчета с помощью координатных сеток, как в предыдущих случаях, однако это не так. Ранее на фоне координатных сеток у нас не было никакой инвариантной

<sup>3</sup> Базисные тела будем рассматривать как пробные частицы, не влияющие на внешнее силовое поле, их взаимодействием можно пренебречь.

конструкции <sup>4</sup>, сейчас же она есть в виде инвариантной конгруэнции мировых линий и поля касательных векторов. Преобразованием координат, удовлетворяющим условиям (15), мы лишь «подгоняем» координатную сетку к независимо от нее существующей конгруэнции мировых линий.

Другим, общековариантным относительно группы  $A$ , описанием системы отсчета [8] является представление ее полем координатных тетрад — ортонормированных четырехмерных реперов <sup>5</sup>. Переходы между системами отсчета здесь описываются локальными ортогональными преобразованиями координатных тетрад (группа  $B$ ):

$$\{O, e_a\} \rightarrow \{O, e_{a'}\}; \quad e_{a'} = \omega_{a'}^a e_a. \quad (16)$$

Инвариантность здесь достигается тем, что преобразования группы  $A$  не преобразуют тетрады, они преобразуют лишь координатную сетку и связанные с ней локальные аффинные координатные реперы.

По аналогии с формализмом хронометрических инвариантов, группу  $B$  также разбивают на две подгруппы:

$$(B_1) \quad e_{a'} = \tilde{\omega}_{a'}^a e_a, \quad \tilde{\omega}_{a'}^a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_{k'}^k \end{pmatrix}; \quad (17)$$

$$(B_2) \quad e_{a'} = L_{a'}^a e_a, \quad \omega_{a'}^a = \tilde{\omega}_{a'}^b L_b^a.$$

Здесь  $B_1$  — группа вращений декартовых триад; ось времени (или вектор  $e_0$ ) остается при этом неизменной. Следовательно,  $B_1$  описывает локальное изменение ориентации декартовых триад в одной и той же системе отсчета. Группа  $B_2$  — локальные гиперболические вращения (собственно лоренцевы преобразования) — описывает переход от одной НСО к другой [9].

<sup>4</sup> Мы имели лишь множество координатных сеток, связанных преобразованиями группы  $A$ .

<sup>5</sup> Координатные тетрады, а также координатные аффинные реперы, по определению, всегда связаны с координатной сеткой и преобразуются вместе с ней. Первые связаны с локальной галилеевой системой координат, вторые — с произвольной координатной сеткой. Векторы координатного репера всегда касаются соответствующих координатных линий. В противоположность этому инвариантные тетрады (поле тетрад) не зависят ни от выбора координатной сетки, ни от выбора координатных тетрад. Таким является, например, поле реперов Френе, связанных с конгруэнцией мировых линий.

Переходы между НСО описываются также локальными аффинными преобразованиями [10, 11], которые в известном смысле можно рассматривать как обобщение локальных преобразований Лоренца.

Характерной особенностью этого, далеко не полного, перечня описаний систем отсчета является то, что описания эти почти всегда связаны либо с выбором координатной сетки, либо с выбором поля координатных тетрад с последующим наложением координатных условий или калибровки тетрад <sup>6</sup>. Эти дополнительные условия, ограничивая группы преобразований  $A$  или  $B$ , оставляют тем самым инвариантными некоторые конструкции, построенные из координат или координатных тетрад, которые по мысли их авторов должны отображать систему отсчета.

Такое стремление получить инвариантные конструкции, конечно, обусловлено тем, что система отсчета, как мы уже отмечали, есть прежде всего некоторый физический объект, само существование которого является таким же инвариантным фактом, как и существование того физического объекта, за которым мы наблюдаем.

Наконец, совершенно отличным от всего предыдущего должно быть описание НСО в соответствии с идеями, высказанными Эйнштейном сначала в дискуссии с Абрагамом в 1912 г., а затем позднее более детально в 1921 г. в статьях «Сущность теории относительности» и «Геометрия и опыт» [2].

В этих работах Эйнштейн наметил по существу целую программу построения НСО. По Эйнштейну, пространство-время НСО должно быть искривленным, и причину искривления он видел в локальных лоренцевых сокращениях, иллюстрируя это на хорошо известном теперь примере аномального отношения длины окружности вращающегося диска к его радиусу.

В этой программе впервые делается попытка объяснить «механизм» возникновения кривизны пространства-времени.

К сожалению, эта интереснейшая программа не только не была реализована, но даже и не поставлена должным образом ни самим Эйнштейном, ни его последователями.

<sup>6</sup> В работе [12] подробно проанализированы координатные и калибровочные условия и показано полное соответствие хронометрического, кинематрических и тетрадного формализмов. При этом обобщающим является последний.

Интересно было бы разобраться в причинах такого положения. Нам кажется, немалую роль в этом сыграли, с одной стороны, успехи ОТО в предсказании и объяснении общерелятивистских эффектов — без явного определения и описания системы отсчета, с другой стороны, — укоренившееся неверное представление о том, что система координат везде, во всех случаях и есть система отсчета. Как показывает множество современных работ по ОТО, освободиться от этого неверного представления до сих пор еще не удалось.

В настоящее время делаются попытки реализации программы, намеченной Эйнштейном. Так, например, в работе [8] исходят из отображения системы отсчета в виде поля координатных тетрад, используют принцип эквивалентности и связывают НСО с описанием гравитационного поля. При этом формулируют совершенно новые гравитационные уравнения уже не для метрики, а для коэффициентов Ламе.

Мы считаем, что сейчас, на первом этапе реализации программы Эйнштейна, связывать описание НСО с гравитацией нецелесообразно по следующим причинам. Во-первых, при таком совместном рассмотрении к трудностям описания НСО добавляются все известные трудности теории тяготения, что в высшей степени усложняет задачу. Во-вторых, не следует считать, что НСО обязательно связана только с гравитационным полем. Неинерциальное движение базиса НСО может быть обусловлено также любым другим силовым полем, например электромагнитным, в то время как воздействие гравитации на базис может оказаться пренебрежимо малым.

Ниже мы рассмотрим описание НСО, исходя из этих соображений, и постараемся выяснить, в какой мере координатная сетка и координатные тетрады могут быть использованы для этой цели.

## § 2. Что такое система отсчета?

Образно говоря, система отсчета (точнее, ее базис) представляет собой множество действительных или воображаемых локальных лабораторий с измерительными устройствами, масштабами и часами, движущихся в заданном силовом поле. Такой базис, который представляет собой в сущности поле физических реперов, локализованных в не-



которой пространственно-временной области, должен позволить наблюдателю выполнить ряд простейших измерений: например, зафиксировать мгновенное положение наблюдаемого объекта и отметить соответствующий момент времени, определить его ориентацию и скорость относительного движения. Но, чтобы это можно было выполнить фактически, т. е. сопоставить отмеченным характеристикам числа, необходимо базис и интересующую нас область пространства-времени градуировать<sup>7</sup>.

Все это вместе, базис и связанная с ним градуировка, и составляет систему отсчета.

Остановимся кратко на градуировке системы отсчета<sup>8</sup>. Система отсчета, если ее рассматривать как своеобразный физический прибор, имеет две существенно различные градуировки: *A*-градуировку и *B*-градуировку.

*A*-градуировка — это точечная, позволяющая каждой материальной точке поставить в соответствие четыре числа, характеризующие положение ее в физическом (трехмерном) пространстве и отмечающие соответствующий момент времени. Такая градуировка состоит, очевидно, в перечислении (нумерации) в определенном порядке всех точек и моментов времени в данной области физического пространства-времени. Эта нумерация может быть связана с измерением расстояний и промежутков времени, тогда числа, сопоставляемые точкам, будут иметь простой метрический и физический смысл. Одну нумерацию мы можем заменять произвольной другой, однозначно связанной с первой, и даже непрерывно изменять ее с течением времени.

Разумеется, в этом случае нумерующие числа уже теряют непосредственный метрический и физический смысл и превращаются лишь в регистрационные номера пространственно-временных точек.

Подчеркнем еще раз, что нумерацию точек можно, при желании, выбрать нестационарной, т. е. зависящей от времени, которая хотя и может оказаться практически неудобной, но является столь же допустимой и принципиально не отличающейся от любой другой — стационарной. При этом такую зависимость номера от времени, конечно,

<sup>7</sup> Вейль еще в 1923 г. отмечал [14] необходимость включения в определение системы отсчета ее градуировку (*Eichung*).

<sup>8</sup> Этот вопрос подробно рассмотрен в монографии [13].

нельзя истолковать как движение некоторого физического объекта, например материальной точки. Здесь «движется»<sup>9</sup> нумерация, и, при желании, ее можно заставить двигаться, по образному выражению Эддингтона, со скоростью мысли.

Рассмотрим теперь кратко *B*-градуировку системы отсчета.

Для описания движения тела, кроме сведений о мгновенном положении, необходимо также знать его мгновенную ориентацию и скорость движения центра масс.

Тела, образующие базис системы отсчета, представляют собой, как было сказано, физические реперы. Они могут иметь физически выделенные направления, реализованные с помощью гироскопов, лучей света и других устройств. Относительно этих выделенных направлений можно делать отсчеты, определять ориентацию. Однако, чтобы это можно было выполнить фактически, направления также необходимо занумеровать (т. е. перечислить), а для этого следует задать начальные направления, например, для отсчета трех углов Эйлера.

Так как понятие направления относительно, то устанавливать начальные или нулевые направления можно произвольно, более того, локально и нестационарно, т. е. в каждой точке пространства-времени свои.

Для определения скорости движения наблюдаемого объекта необходимо выбрать тело отсчета скоростей, приписав ему условно скорость, равную нулю. Но ввиду относительного характера скорости, выбор начала отсчета также можно делать совершенно произвольно, и даже для каждого базисного тела системы, в пределе в каждой пространственно-временной точке, можно выбирать свой нуль для отсчета относительных скоростей.

Мы видим, что для определения относительных скоростей (так же как положений и направлений) необходимо прежде всего занумеровать (т. е. перечислить) возможные значения скорости, и эта нумерация может быть выполнена с большим произволом.

В этом и заключается содержание *B*-градуировки системы отсчета.

Здесь следует сделать точно такое же замечание, какое мы сделали при рассмотрении *A*-градуировки. Именно,

---

<sup>9</sup> Если слово «движение» уместно в данном случае.

зависимость от времени начальных направлений нельзя истолковать как вращение тела отсчета, на котором устанавливаются эти направления, ибо эта операция не вносит в динамику физической системы никаких изменений. Точно так же зависящий от времени выбор начала отсчета скоростей не может привести к динамическому, т. е. зависящему от силы, ускорению тела отсчета.

Таким образом, рассмотренные *A*- и *B*-градуировки системы отсчета, стационарные или нет, хотя и необходимы, но в основе своей формальны, связаны с перечислением возможных значений физических величин (как и градуировка любого прибора) и не вносят, очевидно, никаких изменений в состояние движения как самой системы отсчета, так и любого другого наблюдаемого физического объекта.

### § 3. Две независимые шкалы системы отсчета

*A*- и *B*-градуировки системы отсчета имеют свое геометрическое отображение [13]. Произвольная *A*-градуировка, т. е. нумерация пространственно-временных точек, отображается на точечное многообразие в виде произвольной координатной сетки, а преобразования группы *A* описывают переход от одной *A*-градуировки к другой.

По своему смыслу и назначению координатная сетка является первой шкалой, *A*-шкалой, того своеобразного физического прибора, который мы называем системой отсчета.

Тот факт, что галилеева, или произвольная, система координат отображает нумерацию точек физического пространства-времени, известен давно, и к этому все привыкли. Однако до сих пор часто вызывает сомнение и недоумение то, что нестационарная, т. е. зависящая от времени, координатная сетка также отображает нумерацию точек, но уже нестационарную. Здесь обычно начинаются разговоры о движении тела или системы координат, или наблюдателя, и забывается при этом, что понятие движения в физическом смысле этого слова не применимо как к нумерации мировых точек, так и к ее отображению — системе координат. Иначе говоря, зависимость пространственных координат материальной точки от временной координаты

еще не является однозначным признаком того, что она движется<sup>10</sup>.

Следовательно, какую бы  $A$ -шкалу мы ни выбрали, стационарную или нет, это никак не скажется на динамическом состоянии любой физической системы, в том числе и системы отсчета.

Перейдем теперь к рассмотрению  $B$ -градуировки системы отсчета.

Для того чтобы  $B$ -градуировку можно было описать аналитически, она должна быть также отображена геометрически на некоторую область, подобно тому, как мы отобразили  $A$ -градуировку на область точечного многообразия, получив координатную сетку.

Если ранее каждая точка многообразия, на которое мы отобразили  $A$ -градуировку, характеризовалась четырьмя числами, то теперь каждая точка области должна характеризоваться шестью числами (должна иметь шесть измерений): тремя углами Эйлера и тремя проекциями относительной скорости. Таким образом,  $B$ -градуировка связана с определением направлений, по крайней мере локально, и с понятием скорости.

Так как всевозможные направления и векторы, связанные с ними, располагаются в локальных, касательных к точечному многообразию плоских пространствах, то  $B$ -градуировку можно, очевидно, отобразить на эти касательные пространства. При этом они должны быть метризованные, иначе ни углы, ни тем более скорости определить невозможно.

Эксперимент в лице СТО подсказывает нам, что локальное касательное пространство по своим свойствам должно быть локальным галилеевым пространством, т. е. плоским пространством с псевдоевклидовой метрикой.

Итак, в локальном касательном пространстве  $B$ -градуировку в данной точке, т. е. в точке соприкосновения касательного пространства и точечного многообразия, мы можем отобразить следующим образом: во-первых, локальные начальные направления для отсчета углов можно отобразить, задав декартову триаду, во-вторых, локальное начало отсчета скоростей согласно СТО можно отобразить, задавая четвертую (времениподобную) ось, ортогональную триаде. Иначе говоря, вся  $B$ -градуировка в дан-

<sup>10</sup> См. введение.

ной точке отобразится заданием локальной тетрады <sup>11</sup>:

$$\{O, e_{\alpha'}(x)\}, \quad (18)$$

где вектор  $e_{0'}(x)$ , времениподобен, остальные три  $e_{k'}(x)$ , составляющие декартову триаду, пространственноподобны.

В целом возникает, очевидно, неоднородное и нестационарное поле координатных тетрад.

Не следует думать, что координатные тетрады (18) отображают собой физические реперы, т. е. базис. Они отображают лишь нулевые направления для отсчета углов и относительных скоростей и могут, очевидно, изменяться в одном и том же физическом репере с большим произволом, хотя в частном случае могут и совпадать с ними. В этом случае за нулевые принимаются сами физически выделенные направления.

Мировая точка  $O$  — начало тетрады — отображает мгновенное положение. Множество этих точек и есть то точечное многообразие, на которое отображена  $A$ -градуировка. Тетрады только одной точкой  $O$ , своим началом, принадлежат этому многообразию. Геометрически это означает, что преобразования группы  $A$  изменяют координаты точек  $O$ , но не меняют, вообще говоря, ориентации самих тетрад. Группа  $A$  действует только в точечном многообразии.

Легко видеть, что два различных отображающих поля тетрад (18) могут отличаться в каждой точке только относительной ориентацией локальных тетрад, иначе говоря, они связаны локальным ортогональным преобразованием, т. е. преобразованием группы  $B$ . Эта группа действует только в пространстве тетрад и выполняет примерно ту же роль, что и группа  $A$  в точечном многообразии.

Таким образом, поле координатных тетрад (18) представляет собой вторую, в общем случае нестационарную,  $B$ -шкалу системы отсчета, при этом группа преобразований  $B$  описывает изменение градуировки этой шкалы.

---

<sup>11</sup> Эти тетрады, как мы говорили, называются координатными на том основании, что с каждой из них связана локальная неголономная галилеева система координат.

#### § 4. Недостатки координатного и тетрадного методов описания систем отсчета

Здесь мы рассмотрим характерные неоднозначности и трудности, встречающиеся при отображении системы отсчета с помощью координатной сетки или координатных тетрад.

Предположим, что координатная сетка есть отображение системы отсчета, а преобразования группы  $A$  (или ее подгруппы  $A_2$ ) должны описывать переход от одной системы отсчета к другой. Но, с другой стороны, в предыдущем параграфе координатная сетка фигурировала как геометрическое отображение  $A$ -градуировки системы отсчета, а группа преобразований  $A$  описывала переход от одной  $A$ -градуировки к другой, в одной и той же системе отсчета. Мы видим, что возникает противоречие, причем в рамках этих представлений не преодолимое.

В самом деле, если мы предположим, что некоторая подгруппа  $A'$  группы  $A$  описывает переход от одной системы отсчета к другой, то сейчас же возникает неразрешимый вопрос: а как отличить это от случая, когда подгруппа  $A'$  описывает изменение  $A$ -градуировки в одной и той же системе отсчета? В частности, этот вопрос относится к подгруппе  $A_2$ . Действительно, преобразования  $A_2$ :

$$x^{0'} = x^0; \quad x^{k'} = \varphi^{k'}(x^0, x^k), \quad (19)$$

которые согласно формализму хронометрических инвариантов описывают переход от одной ИСО к другой, могут с таким же правом быть истолкованы как переход к нестационарной сетке в одной и той же системе отсчета.

Такую неоднозначность можно было бы ликвидировать, если бы удалось каким-либо способом (разумеется, не административным) запретить пользоваться преобразованиями (19) в одной и той же системе отсчета. Но для этого нет никаких оснований. Точно так же координатные преобразования Лоренца (8), представляющие частный (линейный) случай группы  $A$ , сами по себе без дополнительных соглашений не могут описывать переход от одной ИСО к другой по тем же самым причинам.

Но это еще не все. Отображение систем отсчета координатной сеткой приводит к следующему противоречию. Пусть два движущихся различным образом наблюдателя

$N_1$  и  $N_2$  наблюдают друг друга. Тогда  $N_1$  будет описывать свою ИСО с помощью координатной сетки, а наблюдателя  $N_2$  он будет рассматривать как объект наблюдения и историю движения его и всех тел, связанных с ним, опишет мировыми линиями, т. е. инвариантным образом.

Наоборот,  $N_2$  опишет свою систему отсчета <sup>12</sup> координатной сеткой, а историю движения  $N_1$  как наблюдаемого объекта — мировыми линиями.

Но понятия «наблюдатель» и «наблюдаемый объект» условны <sup>13</sup> и не оказывают никакого влияния на закономерности движения. Тогда почему же они должны описываться столь различным образом?

Равноправие  $N_1$  и  $N_2$  требует, чтобы их истории движения описывались одинаковым, инвариантным образом, т. е. мировыми линиями.

Наконец, имеется третье обстоятельство, далеко не всегда учитываемое, не позволяющее рассматривать координатную сетку как отображение ИСО.

Рассмотрим более подробно, как описывается здесь переход от ИСО к ИСО. Пусть задан базис некоторой ИСО. Закон движения базисных тел ее в галилеевой системе координат  $X^a$  запишется в виде

$$du^a/ds = 0; \quad u^a = dX^a/ds. \quad (20)$$

Это значит, что на базис силовое поле не действует (ускорение равно нулю). Перейдем с помощью преобразований группы  $A$ , или подгруппы  $A_2$  (это несущественно), к новой координатной сетке  $x^\mu$ . Это означает, по определению, переход к ИСО. Тогда закон движения (20) примет следующий вид:

$$\frac{Du^\mu}{ds} \equiv \frac{du^\mu}{ds} + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu u^\sigma x^\lambda = 0; \quad u^\mu = u^a \frac{\partial x^\mu}{\partial X^a}; \quad (21)$$

$$\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial X^a} \frac{\partial^2 X^a}{\partial x^\sigma \partial x^\lambda}.$$

Этот результат интерпретируется здесь следующим образом: в случае ИСО  $du^a/ds = 0$ , т. е. ускорение базисных тел отсутствует (движение инерциальное), после перехода

<sup>12</sup> Т. е. те же самые тела, движение которых  $N_1$  описывает мировыми линиями.

<sup>13</sup> Являются своего рода маркировкой.

к ИСО имеем

$$du^\mu/ds = -\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu u^\sigma u^\lambda \neq 0; \quad (22)$$

следовательно, теперь базисные тела движутся с ускорением, обусловленным некоторым силовым полем  $\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu$ .

Легко видеть, что здесь мы снова сталкиваемся с уже отмеченным неравноправием. В самом деле, действие силового поля (например, электромагнитного) на базисное тело системы отсчета, его ускорение (22), записывается в нековариантной форме, величина его зависит от выбора координатной сетки. С другой стороны, ускорение наблюдаемого пробного заряда, движущегося в том же силовом поле, записывается всегда в общековариантной форме  $F_{\mu\nu}^\lambda u^\nu$ , где  $F_{\mu\nu}$  — тензор напряженности электромагнитного поля.

Но, как мы уже отмечали, базисное тело и пробный заряд — физически совершенно равноправные объекты (дело не в их названии), поэтому закон движения любого тела, независимо от того, принадлежит ли оно базису системы отсчета или нет, должен быть записан в общековариантной форме.

Тогда выражения (20) и (21)

$$d\mu^\alpha/ds = 0, \quad Du^\mu/ds = 0 \quad (23)$$

получают совсем иную (обычную) интерпретацию — они описывают одно и то же инерциальное движение тела в галилеевых и произвольных координатах соответственно относительно одной и той же ИСО. При этом равенства (23) отображают тот хорошо известный факт, что никакими преобразованиями координат не возможно ни создать, ни уничтожить силовое поле не только в конечной области, но даже в одной точке.

Перейдем теперь к рассмотрению трудностей отображения систем отсчета с помощью поля координатных тетрад.

Точно так же, как и в предыдущем рассмотрении, здесь все ранее сказанное о недостатках координатного метода можно повторить применительно к координатным тетрадам. Это связано с тем, что координатные тетрады, как мы видели, выполняют примерно ту же задачу в многообразии четырехмерных направлений, что и координа-



ты в точечном многообразии, т. е. отображают нумерацию (градуировку) четырехмерных направлений.

С другой стороны, полем координатных тетрад отображают систему отсчета, а группой  $B$  или  $B_2$  (см. § 1) описывают переход от одной ИСО к другой.

Мы видим, что здесь также возникает неразрешимое противоречие, ибо невозможно найти аналитический критерий, позволяющий различить два случая: когда группа  $B$  или  $B_2$  описывает переход к новой ИСО и когда она описывает переход к новой нестационарной  $B$ -градуировке в одной и той же системе отсчета.

Рассмотрим, однако, более подробно переход от ИСО к ИСО.

Пусть имеется однородное поле координатных тетрад, отображающее, по определению, некоторую ИСО:

$$\{O, e_a\}; \quad e_a = \text{const.} \quad (24)$$

С этим полем связана глобальная галилеева система координат  $X^a$ . Пусть векторы с нулевым номером ( $a = 0$ ) отображают поле скоростей базиса ИСО.

Закон движения тетрад, т. е. базиса ИСО, согласно (24) запишется в виде

$$\frac{\partial e_a}{\partial X^c} = 0; \quad \frac{de_a}{ds} = u^c \frac{\partial e_a}{\partial X^c} = 0; \quad \frac{du^a}{ds} = 0; \quad u = e_0. \quad (25)$$

Подвергая поле тетрад (24) локальным ортогональным преобразованиям<sup>14</sup>, что интерпретируется здесь как переход от ИСО к ИСО, получим неоднородное поле тетрад

$$\{O, e_{a'}(X)\}; \quad e_{a'}(X) = \omega_{a'}^a(X) e_a. \quad (26)$$

При этом галилеева координатная система  $X^a$  может либо остаться прежней<sup>15</sup>, либо можно в каждой точке ввести локальные галилеевы координаты  $x^{a'}$ , связанные с локальными тетрадами (26). Для простоты мы оставим координатную сетку без изменений.

Коэффициенты преобразований  $\omega_{a'}^a$  и  $\omega_a^{a'}$  представляют собой частный случай коэффициентов Ламе и могут рассматриваться либо как проекции векторов  $e_{a'}(X)$  на од-

<sup>14</sup> Т. е. преобразованиям группы  $B$  или  $B_2$ ; сейчас это несущественно.

<sup>15</sup> Так как группа  $B$  не имеет непосредственного отношения к преобразованию координат.

нородное поле тетрад (24), либо как проекции векторов  $e_a$  на неоднородное поле тетрад (26). Введем специальное обозначение

$$\omega_{0'}^a = \tilde{u}^a, \quad (27)$$

где  $\tilde{u}^a$  — компоненты времениподобного вектора  $e_{0'}$  и здесь, по определению, играют роль компонент поля скоростей базиса НСО. Преобразуя теперь уравнение движения тетрад (25) аналогично тому, как это было в случае (21), найдем

$$\frac{d\mathbf{e}_{a'}}{ds} - Q_{c, a'}^{b'} \tilde{u}^c \mathbf{e}_{b'} = 0; \quad Q_{c, a'}^{b'} = \omega_{b'}^{b'} \frac{\partial \omega_{a'}^b}{\partial X^c}. \quad (28)$$

Относя это к однородному полю тетрад, получим

$$\frac{D\omega_{a'}^a}{ds} \equiv \frac{d\omega_{a'}^a}{ds} - Q_{c, b}^a \tilde{u}^c \omega_{a'}^b = 0; \quad Q_{c, b}^a = Q_{c, c'}^{b'} \omega_{b'}^a \omega_b^{c'} \quad (29)$$

Легко видеть, что величины  $Q_{c, b}^a$  являются частным случаем коэффициентов вращения Риччи, которые представляют собой компоненты объекта связности. Они возникают в результате перехода к неоднородному полю координатных тетрад или соответственно к неголономной галилеевой системе координат.

Положив теперь в (29) номер  $a' = 0$  и воспользовавшись (27), получим

$$\frac{D\tilde{u}^a}{ds} \equiv \frac{d\tilde{u}^a}{ds} - \tilde{F}^a_{.b} \tilde{u}^b = 0; \quad \tilde{F}^a_{.b} = \tilde{u}^c Q_{c, b}^a. \quad (30)$$

Для случая однородного поля (25) имеем

$$du^a/ds = 0. \quad (31)$$

Результаты (31) и (30) интерпретируют следующим образом: в случае (31) ускорение базисных тел равно нулю, система отсчета инерциальная. После перехода к неоднородному полю тетрад (26) получаем ускорение, отличное от нуля:

$$d\tilde{u}^a/ds = \tilde{F}^a_{.b} \tilde{u}^b; \quad \tilde{F}^a_{ab} = -\tilde{F}^a_{b1}, \quad (32)$$

обусловленное силовым полем  $\tilde{F}^a_{.b}$ . Иначе говоря, с помощью преобразований группы  $B^{16}$  согласно этим пред-

<sup>16</sup> Которые являются неголономными.

ставлениям можно ввести силовое поле. Это поле общековариантно относительно группы  $A$ , но, очевидно, нековариантно относительно преобразований группы  $B$ <sup>17</sup>. С другой стороны, силовые поля, например электромагнитное, описываются тензорами относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$ .

Таким образом, снова получается неравноправное описание: если тело принадлежит базису системы отсчета, то действие силового поля на него описывается нетензорным выражением (32); если же тело не базисное, то действие силового поля описывается выражением, общековариантным относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$ .

Однако решающим возражением против равенства (32), рассматриваемого как закон движения в силовом поле, является то, что (32) — не закон движения, а тождество, справедливое при любом выборе как поля  $\tilde{u}^a$ , так и поля тетрад  $\{O, e_{a'}(X)\}$ . В этом легко убедиться, воспользовавшись выражениями (28) и (30)<sup>18</sup>.

Истинный смысл поля  $Q_{c',a'}$  состоит в том, что это есть, как мы отмечали, объект связности, возникающий всякий раз при переходе к неоднородному полю координатных тетрад или к неголономным координатам, подобно объекту связности (21). Он компенсирует произвольный выбор поля тетрад.

Но тогда, аналогично (23), выражения (31) и (30)

$$du^a/ds = 0; \quad Du^a/ds = 0 \quad (33)$$

также получают свою обычную интерпретацию: они описывают одно и то же инерциальное движение (базиса ИСО) в галилеевых и неголономных координатах соответственно. При этом они отображают тот факт, что силовое поле невозможно создать или уничтожить не только координатными преобразованиями, но и произвольными преобразованиями тетрад.

Мы видим, что ни координатная сетка, ни поле координатных тетрад не могут служить непосредственным отображением ни НСО, ни ИСО.

<sup>17</sup> Ибо порождается этой группой.

<sup>18</sup> Оно ничем другим и быть не может, ибо (32) получается из заранее заданного согласно (26) неоднородного поля тетрад и лишь фиксирует факт изменения поля, в то время как закон движения задает это изменение.

Любая система отсчета, как мы видели, представляет собой реальный физический объект, свойства которого не зависят ни от выбора координатной сетки, ни от выбора поля координатных тетрад, поэтому и отображаться она должна также инвариантным относительно преобразований групп  $A$  и  $B$  геометрическим объектом<sup>19</sup>.

## § 5. Инвариантное описание базиса системы отсчета

В качестве первого шага на пути преодоления отмеченных трудностей, а также в соответствии с указаниями Эйнштейна, изложенными в [2], которые мы рассматриваем как конструктивную программу описания систем отсчета, мы должны прежде всего найти инвариантное отображение базиса системы отсчета.

Легко видеть, что в системе отсчета есть как абсолютные элементы, например базис, с изменением которых меняется и сама система отсчета, так и относительные элементы, например градуировки, которые в одном и том же базисе могут изменяться в широких пределах и даже могут быть нестационарными.

Базисные тела, как мы отмечали, можно наглядно представить себе как локальные физические лаборатории с масштабами и часами, с физически выделенными<sup>20</sup> направлениями. Каждое базисное тело, следовательно, представляет собой локальный физический репер. Для отображения основных инвариантных характеристик его требуется также инвариантный геометрический объект. Таковым может быть, вообще говоря, любой инвариантный репер, но мы выберем ортонормированный репер — инвариантную тетраду<sup>21</sup>

$$\{O, n_{(\alpha)}(x)\}, \quad \alpha = 0, 1, 2, 3. \quad (34)$$

Индекс  $\alpha$ , нумерующий векторы тетрады, является инвариантным относительно обеих групп преобразований.

В целом базис системы отсчета отобразится, очевидно, полем инвариантных тетрад, в котором поле векторов

<sup>19</sup> Конечно, координатная сетка и тетрады всегда могут быть удачно подогнаны к геометрическому объекту, отображающему систему отсчета, тогда они получают определенный физический смысл.

<sup>20</sup> С помощью лучей света, силовых полей, гироскопов и т. д.

<sup>21</sup> См. сноску на стр. 294.

$n_{(0)}$  задает конгруэнцию мировых линий базисных тел.

Для достижения ковариантности всех результатов относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$  необходимо иметь в каждой мировой точке еще два независимых координатных репера: аффинный

$$\{O, e_{\mu}(x)\}; \quad e_{\mu} \cdot e_{\nu} = g_{\mu\nu}, \quad (35)$$

векторы которого касательны к координатным линиям произвольной координатной сетки, и локальную координатную тетраду

$$\{O, e_{a'}(x)\}; \quad e_{a'} \cdot e_{b'} = \eta_{a'b'}. \quad (36)$$

В направлении векторов этой тетрады располагаются координатные оси локальной неголономной галилеевой системы координат. Если векторы инвариантной тетрады отображают физически выделенные направления, то векторы координатной тетрады задают нулевые направления (начала отсчета углов). Тогда физически выделенным направлениям могут быть сопоставлены определенные числа.

Конечно, при решении практических задач бывает удобно совместить тетрады (34) и (36), мы получаем тогда собственную  $B$ -градуировку, когда сами физически выделенные направления служат началами отсчета углов, а каждому базисному телу приписывается нулевое значение скорости (начало отсчета относительных скоростей). Но при общих исследованиях, дабы не потерять ковариантности выводов, полезно не предрешать выбор координатной сетки и поля координатных тетрад.

Векторы инвариантной тетрады (34) могут быть отнесены как к аффинному реперу (35), так и к координатной тетраде (36). Тогда свойства векторов тетрады (34) и ей взаимной запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} n_{(\alpha)}^{\mu} n_{(\beta)}^{\nu} &= \eta_{ab} n_{(\alpha)}^a n_{(\beta)}^b = \eta_{(\alpha)(\beta)}; \\ g^{\mu\nu} n_{\mu}^{(\alpha)} n_{\nu}^{(\beta)} &= \eta^{ab} n_a^{(\alpha)} n_b^{(\beta)} = \eta^{(\alpha)(\beta)}; \\ n_{(\alpha)}^{\mu} n_{\nu}^{(\alpha)} &= n_{(\nu)}^{\lambda} n_{\lambda}^{(\mu)} = \delta_{\nu}^{\mu}; \\ \eta_{(\alpha)(\beta)} &= \eta^{(\alpha)(\beta)} = \text{diag} \{+1, -1, -1, -1\}. \end{aligned} \quad (37)$$

Допустим, что в той же области пространства-времени, где задана первая система отсчета, определена еще дру-

гая. Отображением ее базиса будет, очевидно, второе поле инвариантных тетрад

$$\{O, \mathbf{n}'_{(\alpha)}(x)\}. \quad (38)$$

Теперь в каждой мировой точке будут две инвариантные тетрады (34) и (38), причем относительная ориентация векторов  $\mathbf{n}_{(1)}$  и  $\mathbf{n}'_{(0)}$  отображает скорость относительного движения базисных тел в данной точке.

Из этой картины следует, что описание перехода от одной системы отсчета к другой должно содержать преобразование поля тетрад (34) в поле (38). Совершенно ясно, что преобразованиями группы  $A$  или  $B$  этого достичь невозможно, ибо поля инвариантных тетрад заданы независимо от этих групп преобразований.

Инвариантная операция, связывающая эти тетрады, называется аффинором<sup>22</sup>. Эту операцию можно представить либо в виде инвариантной матрицы, действующей на номера тетрадных векторов и сохраняющей номер компоненты:

$$\tilde{n}_{(\alpha)}^a = \Omega_{(\alpha)}^{(\beta)} n_{(\beta)}^a, \quad (39)$$

либо в виде тензора второго ранга, действующего на номера компонент и оставляющего неизменным номер тетрадного вектора:

$$\tilde{n}_{(\alpha)}^a = \Omega_b^a n_{(\alpha)}^b. \quad (40)$$

В общем случае аффиноры (39) и (40) локальные, т. е. зависят от координат и преобразуют одно неоднородное поле тетрад в другое<sup>23</sup>.

С другой стороны, если поля тетрад (34) и (38) и их взаимные тетрады заданы, то из (39) и (40) найдем компоненты аффинора в двух видах:

$$\Omega_{(\alpha)}^{(\beta)} = \tilde{n}_{(\alpha)}^c n_c^{(\beta)}; \quad \Omega_b^a = n_b^{(\alpha)} \tilde{n}_{(\alpha)}^a. \quad (41)$$

Аффинор (40), связывающий базисы двух локальных ИСО, в сущности и есть преобразование Лоренца, а все остальные преобразования — координатное преобразование

<sup>22</sup> Аффинор — закон линейной зависимости вектора-функции от векторов-аргументов.

<sup>23</sup> В данном случае компоненты матрицы и тензора, конечно, совпадают с компонентами матрицы локального ортогонального преобразования.

вание Лоренца и лоренцево преобразование координатных тетрад — получаются из (40) с помощью дополнительных условий.

## § 6. Инерциальные системы отсчета

Пусть внешнее поле или отсутствует, или пренебрежимо мало; тогда базисные тела системы отсчета либо движутся относительно друг друга инерциально, со скоростями, распределенными по некоторому закону, либо находятся в относительном покое. В первом случае мы имеем базис квази-ИСО, или обобщенной ИСО, во втором — базис обычной, «жесткой» ИСО.

Рассмотрим случай двух жестких ИСО. Здесь мировые линии базисных тел образуют две конгруэнции прямых параллельных мировых линий, принадлежащих первой и второй ИСО, которые назовем ИСО ( $S$ ) и ИСО ( $S'$ ).

Предположим далее, что инвариантные декартовы триады образуют в ИСО ( $S$ ) и ИСО ( $S'$ ) два однородных поля, тогда в целом базисы ИСО ( $S$ ) и ИСО ( $S'$ ) будут отображаться двумя однородными полями тетрад:

$$\{O, n_{(\alpha)}\}; \quad \{O, n'_{(\alpha)}\}, \quad \tilde{n}_{(\alpha)}^a = \Omega_b^a n_{(\alpha)}^b. \quad (42)$$

Если мы, кроме того, выберем поле координатных тетрад также однородным <sup>24</sup>,

$$\{O, e_a\}, \quad e_a = \text{const}, \quad (43)$$

то компоненты аффиноров (42), преобразующих одно однородное поле тетрад в другое, будут постоянными.

Мы получим еще некоторое упрощение компонент  $\Omega_b^a$ , если предположим, что поля тетрад (42), отображающие базисы систем ( $S$ ) и ( $S'$ ), отличаются только вследствие относительного движения систем отсчета; это означает, что если векторные поля  $\tilde{n}_{(0)}^a$  и  $n_{(0)}^a$  окажутся совпадающими, то и поля декартовых триад также совпадут.

В таком случае (42) будет чистым преобразованием Лоренца, не содержащим дополнительного поворота декартовых триад. Обозначим компоненты аффинора  $\Omega_b^a$  в этом случае через  $L_b^a$  (они будут, очевидно, функциями только скоростей). Тогда преобразования Лоренца запи-

<sup>24</sup> Не совпадающим, вообще говоря, ни с полем (34), ни с полем (38).

шутся так:

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{(x)}^a &= L_b^a n_{(x)}^b; & n_{(x)}^a &= L_b^a \tilde{n}_{(x)}^b; \\ \tilde{u}^a &= \tilde{n}_{(0)}^a; & u^a &= n_{(0)}^a; & \eta_{ab} &= \eta_{a'b'} L_a^{a'} L_b^{b'}. \end{aligned} \quad (44)$$

Если потребовать еще, чтобы аффинор сводился к тождественному преобразованию при совпадении скоростей<sup>25</sup>, то мы получим следующее выражение для компонент  $L_a^b$ :

$$L_a^b = \delta_a^b - \frac{1}{1+p} (u_a u^b + \tilde{u}_a \tilde{u}^b + u_a \tilde{u}^b + \tilde{u}_a u^b) + 2u_a \tilde{u}^b, \quad (45)$$

где

$$p = u^c \tilde{u}_c. \quad (46)$$

Это и есть наиболее общее выражение компонент лоренцева аффинора, не содержащее дополнительного поворота декартовых триад.

Дальнейшее упрощение аффинора (45) связано с подходящим выбором поля координатных тетрад (43). Не нарушая общности, мы можем их совместить с полем инвариантных тетрад  $\{O, \mathbf{n}_{(x)}\}$ , отображающих базис системы  $S$ , т. е. положим

$$\mathbf{e}_a = \mathbf{n}_{(a)}; \quad n_{(x)}^a = \delta_x^a. \quad (47)$$

Этим самым мы выберем так называемую собственную  $B$ -градуировку, когда начала отсчета углов задаются самой инвариантной тетрадой<sup>26</sup>. Из (47) и (46) следует:

$$u^a = \delta_0^a; \quad p = \tilde{u}_0. \quad (48)$$

Это значит, что при собственной  $B$ -градуировке мы принимаем систему отсчета<sup>27</sup> за неподвижную — за начало отсчета относительных скоростей. Такую систему отсчета иногда называют лабораторной. В этом случае (45) запи-

<sup>25</sup> Т. е. при условии  $\tilde{u}^a = u^a$ .

<sup>26</sup> Т. е. физически выделенными направлениями.

<sup>27</sup> В данном случае ИСО ( $S$ ).



пешся в следующем виде:

$$L_{.b}^a = \begin{pmatrix} L_{.0}^0 & L_{.k}^0 \\ L_{.0}^m & L_{.k}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0 & \tilde{u}_k \\ -\tilde{u}^m & \delta_k^m - \frac{\tilde{u}^m \tilde{u}_k}{1 + \tilde{u}_0} \end{pmatrix}; \quad (49)$$

$$L_a^{.b} = \begin{pmatrix} L_0^0 & L_k^0 \\ L_0^m & L_k^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0 & -\tilde{u}_k \\ \tilde{u}^m & \delta_k^m - \frac{\tilde{u}^m \tilde{u}_k}{1 + \tilde{u}_0} \end{pmatrix}. \quad (50)$$

Если, далее, компоненты  $\tilde{u}_0$  и  $\tilde{u}^k$  выразим обычным образом через 3-мерную скорость  $v$  относительного движения систем отсчета, то получим хорошо известные компоненты лоренцева аффинора для произвольного направления скорости  $v$ .

Введем новое однородное поле координатных тетрад  $\{O, e_{a'}\}$ , совпадающее с полем  $\{O, n_a\}$ . Это значит, что в ИСО ( $S'$ ) введена также собственная  $B$ -градуировка. Тогда координатные тетрады  $\{O, e_{a'}\}$  и  $\{O, e_a\}$  будут, очевидно, связаны тем же аффинором, что и инвариантные:

$$e_{a'} = L_{a'}^a e_a; \quad e_a = L_a^{a'} e_{a'}. \quad (51)$$

Далее, с каждым полем координатных реперов, по определению, связана собственная система координат<sup>28</sup>. В нашем случае это будут две собственные галилеевы координатные системы  $X^a$  и  $X^{a'}$ , связанные линейным преобразованием<sup>29</sup>, коэффициенты которого совпадают с компонентами лоренцева аффинора

$$X^{a'} = L_{a'}^a X^a; \quad X^a = L_a^{a'} X^{a'}. \quad (52)$$

Это и есть известное координатное преобразование Лоренца. Координаты  $X^a$  и  $X^{a'}$ , каждые в своей системе отсчета, имеют смысл пространственных координат и времени, измеренных масштабами и часами, принадлежащими ИСО ( $S$ ) и ИСО ( $S'$ ). В этом случае преобразования (52) связывают время и пространственные координаты движущихся ИСО и дают много ценной информации о свойствах пространства-времени и движения, рассматри-

<sup>28</sup> Отображающая  $A$ -градуировка системы отсчета.

<sup>29</sup> Частный случай группы  $A$ .

ваемых в СТО. Сравнивая (44), (51) и (52), мы видим, что в этом случае имеет место совпадение трех геометрических объектов: компонент лоренцева аффинора  $L_a^{a'}$ , компонент  $B$ -градуировочного аффинора  $\omega_a^{a'}$ <sup>30</sup> и коэффициентов линейного преобразования координат.

Только при этих условиях координаты и координатные преобразования Лоренца получают известный физический смысл. В противном случае преобразования (52) невозможно отличить от перехода к новой координатной сетке в одной и той же ИСО.

## § 7. Квазиинерциальные системы отсчета

Рассмотрим другой случай системы отсчета, когда базисные тела движутся инерциально, но с различными скоростями, распределенными по некоторому закону.

Система отсчета уже не будет жесткой, базисные тела будут двигаться инерциально относительно друг друга. Будем называть такую систему отсчета квази-ИСО.

Пространство-время такой системы отсчета резко отличается от случая ИСО, она по своим свойствам занимает промежуточное положение между ИСО и НСО и находится ближе к последней. Более того, в каждый момент времени распределение скоростей базиса НСО всегда соответствует некоторой квази-ИСО, поэтому движение базиса НСО можно рассматривать как последовательность бесконечно малых переходов от одной квази-ИСО к другой.

Теперь аффинор, связывающий базисные тетрады ИСО и квази-ИСО, будет локальным<sup>31</sup>:

$$\tilde{n}_{(x)}^a(X) = L_b^a(X) n_{(x)}^b; \quad n_{(x)}^a = \text{const.} \quad (53)$$

Неоднородные векторные поля  $\tilde{n}_x^a(X)$  удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\partial \tilde{n}_{(x)}^a / \partial X^c \neq 0; \quad d \tilde{\gamma}_{(x)}^a / ds = 0. \quad (54)$$

Последнее из них показывает, что в направлении своих мировых линий базисные тетрады не меняются. Сами ми-

<sup>30</sup> Преобразующего координатные тетрады.

<sup>31</sup> Компоненты по-прежнему имеют вид (49) и (50), с той разницей, что компоненты скорости  $\tilde{u}^a$  будут теперь функциями точек.

ровые линии есть прямые, т. е. движение инерциальное, так как, положив в (54) индекс  $\alpha = 0$ , находим

$$d\tilde{u}^a/ds = 0, \quad (55)$$

т. е. силы на базис квази-ИСО не действуют.

Чтобы получить представление о метрических свойствах пространства-времени квази-ИСО, мы воспользуемся указаниями Эйнштейна<sup>32</sup>, данными им применительно к построению ИСО, так как они полностью применимы и здесь. По Эйнштейну, локальные лоренцевы сокращения приводят к локальным изменениям масштабов, т. е. к нетривиальной, не связанной с преобразованием координат метрике пространства-времени. Поэтому нашей ближайшей задачей является определение лоренцевых сокращений в самом общем случае. Это следует рассматривать как второй этап на пути реализации программы Эйнштейна — построения описания ИСО<sup>33</sup>.

В квази-ИСО мы можем также ввести собственную  $B$ -градуировку, тогда преобразования (51) будут локальными, ибо поле координатных тетрад в квази-ИСО, т. е.  $\{O, e_a(X)\}$ , будет теперь неоднородным:

$$e_a(X) = L_a^{\alpha'}(X) e_{\alpha'}; \quad e_{\alpha'} = L_{\alpha'}^a(X) e_a(X). \quad (56)$$

Точно так же преобразование собственных координатных сеток будет локальным:

$$dx^{\alpha'} = L_{\alpha'}^a dX^a; \quad dX^a = L_a^{\alpha'} dx^{\alpha'}, \quad (57)$$

ибо теперь вместо глобальной координатной системы  $X^a$ , принадлежащей ИСО ( $S'$ ), будет в каждой точке локальная галилеева система координат  $x^{\alpha'}$ , принадлежащая локальной координатной тетраде  $\{O, e_a(X)\}$ . При этом самому квази-ИСО мы будем рассматривать как неоднородное поле локальных ИСО ( $S'$ ).

В сравнении со случаем глобальной ИСО ( $S'$ ) ситуация здесь резко изменилась. Раньше во всех мировых точках пространства-времени ИСО ( $S'$ ) масштабы были одинаковыми, теперь же в квази-ИСО они остаются неиз-

<sup>32</sup> См. § 1.

<sup>33</sup> Так как квази-ИСО передает мгновенное распределение скоростей ИСО, а лоренцевы сокращения определяются только скоростями и не зависят от ускорений, то полученные ниже результаты применимы и к ИСО.

менными только в направлении мировых линий базисных тел, т. е. не меняются с течением собственного времени. Во всех остальных направлениях, при переходе от точки к точке, они меняются. Чтобы описать картину распределения этих масштабов в некоторой пространственно-временной области, следует сравнить их в каждой точке с подходящим единым стандартом.

Таким идеальным стандартом является ИСО ( $S$ ), относительно которой мы описываем квази-ИСО. Действительно, все локальные ИСО ( $S$ ), образующие глобальную ИСО ( $S$ ), находятся в относительном покое, имеют одинаковые масштабы и ориентации, во всей ИСО ( $S$ ) введена собственная галилеева система координат  $X^a$ , поэтому все различия, которые могут возникнуть при сравнении масштабов, будут характеризовать изменение их в квази-ИСО, так как именно ее поле локальных ИСО ( $S$ ) неоднородно.

Измерять или сравнивать, в силу определения самого процесса сравнения, можно только конфигурации одновременных событий, например отрезки длины, либо конфигурации одностепенных событий, т. е. отрезки времени. В соответствии с этим мы и рассмотрим два случая сравнения.

Пусть в локальной ИСО ( $S'$ ), принадлежащей квази-ИСО, определен некоторый вектор  $l$ . Если координаты концов его будут  $x_1^{a'}$  и  $x_2^{a'}$ , то проекции в локальной ИСО ( $S'$ ) запишутся в виде

$$l^{a'} = x_2^{a'} - x_1^{a'}. \quad (58)$$

Этот вектор, в зависимости от его ориентации, может отображать как отрезок времени, так и отрезок длины. Пусть он параллелен оси  $x^{0'}$ , т. е. отображает конфигурацию одностепенных событий — отрезок времени, измеренный часами, покоящимися в некоторой точке  $x^{k'}$  локальной ИСО ( $S'$ ). Координаты его концов будут иметь, очевидно, следующие значения:

$$x_1^{0'}, x^{k'}; \quad x_2^{0'}, x^{k'},$$

а его проекции согласно (58) запишутся так:

$$l^{0'} = x_2^{0'} - x_1^{0'}; \quad l^{k'} = 0. \quad (59)$$

Нам необходимо выяснить, какому промежутку времени, измеренному по часам ИСО ( $S$ ), это будет соответ-

ствовать. Воспользуемся координатными преобразованиями Лоренца

$$x^{a'} = L_{a'}^a X^a; \quad X^a = L_a^{a'} x^{a'}. \quad (60)$$

Эти преобразования в случае квази-ИСО неголономные, но дифференциалы, как в случае (57), ради простоты не пишем<sup>34</sup>.

Второе из равенств (60) после выделения временной слагаемой дает

$$\begin{aligned} X_2^0 &= L_{0'}^0 x_2^{0'} + L_{k'}^0 x^{k'}, \\ X_1^0 &= L_{0'}^0 x_1^{0'} + L_{k'}^0 x^{k'}. \end{aligned}$$

Вычитая из первого равенства второе и учитывая (59), находим

$$l^0 = L_{0'}^0 l^{0'}; \quad l^0 = X_2^0 - X_1^0; \quad l^{0'} = \frac{1}{L_{0'}^0} l^0 = \frac{1}{\tilde{u}_0} l^0, \quad (61)$$

или, заменяя  $\tilde{u}_0$  ее выражением через 3-мерную скорость, находим

$$\tilde{u}_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2}; \quad \beta = \frac{v}{c}; \quad l^{0'} = \sqrt{1-\beta^2} \tilde{l}^0.$$

Мы получили известный результат — движущиеся часы идут медленнее, причем результат не зависит от направления скорости относительного движения локальной ИСО ( $S'$ ).

Пусть теперь вектор  $l$  лежит в гиперплоскости одновременности локальной ИСО ( $S'$ ),  $x^{0'} = \text{const}$ . Если координаты концов вектора в гиперплоскости будут  $x_1^{k'}$  и  $x_2^{k'}$ ,  $k' = 1, 2, 3$ , то проекции вектора согласно (58) запишутся в виде

$$l^{0'} = 0; \quad l^{k'} = x_2^{k'} - x_1^{k'}. \quad (62)$$

В этом случае вектор  $l$  представляет собой конфигурацию одновременных событий, т. е. отрезок длины, и нам следует выяснить, какова будет его длина, измеренная масштабами ИСО ( $S$ ).

Так как процедура сравнения требует, чтобы отсчеты положения начала и конца движущегося отрезка про-

<sup>34</sup> Значения координат здесь следует считать бесконечно малыми первого порядка.

изводились в эталонной ИСО ( $S$ ) одновременно, то измеренные проекции  $\tilde{l}^k$  будут проекциями на оси координатной тетрады  $\{O, e_a\}$ <sup>35</sup> того направленного отрезка, который высекается мировыми линиями концов  $l$  на гиперплоскости одновременности  $X^0 = \text{const}$ . Это будут, очевидно, косоугольные проекции, так как мировые линии концов движущегося вектора  $l$  неортогональны гиперплоскости одновременности ИСО ( $S$ ).

Если координаты точек пересечения мировых линий с гиперплоскостью  $X^0 = \text{const}$  будут  $X_1^k$  и  $X_2^k$ , то проекции измеренного отрезка в ИСО ( $S$ ) запишутся:

$$\tilde{l}^0 = 0; \quad \tilde{l}^k = X_2^k - X_1^k. \quad (63)$$

Тогда, воспользовавшись первым из равенств (60) и выделяя временно слагаемое, применительно к координатам (62) и (63), можем написать

$$x_2^{k'} = L_{.0}^{k'} X^0 + L_{.k}^{k'} X_2^k;$$

$$x_1^{k'} = L_{.0}^{k'} X^0 + L_{.k}^{k'} X_1^k.$$

Вычитая из первого равенства второе и учитывая (62) и (63), находим

$$l^{k'} = L_{.k}^{k'} \tilde{l}^k. \quad (64)$$

В частности, если локальная ИСО ( $S'$ ) движется вдоль оси  $X^1$  ИСО ( $S$ ) и движущийся отрезок расположен на оси  $x^{1'}$  локальной ИСО ( $S'$ ), то, учитывая (49), получим также известный результат

$$l^{1'} = \tilde{l}^1 / \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Итак, сравнение отрезков времени и пространственных отрезков, отнесенных к локальной ИСО ( $S'$ ), с масштабами эталонной ИСО ( $S$ ) привело к следующим результатам:

$$l^{0'} = \frac{1}{L_{.0'}^{.0}} \tilde{l}^0; \quad l^{k'} = L_{.k}^{k'} \tilde{l}^k, \quad (65)$$

<sup>35</sup> Которые совпадают, как мы условились, с инвариантными базисными тетрадами ИСО ( $S$ ) и задают собственную  $B$ -градуировку.

которые можно объединить, определив следующий аффи-  
нор:

$$l^{a'} = h_a^{a'} \tilde{l}^a; \quad h_a^{a'} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_0^{a'0}} & 0 \\ 0 & L_{k'}^{k'} \end{pmatrix}. \quad (66)$$

Подставляя сюда значения компонент  $L_{a'}^{a'}$  из (49), получим

$$h_a^{a'} = \begin{pmatrix} 1/\tilde{u}_0 & 0 \\ 0 & \delta_{k'}^{k'} - \frac{\tilde{u}^{k'} \tilde{u}_{k'}}{1 + \tilde{u}_0} \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Вычисляя обычным образом взаимный аффи-  
нор, найдем

$$h_{a'}^a = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0 & 0 \\ 0 & \delta_{k'}^{k'} + \frac{\tilde{u}^{k'} \tilde{u}_{k'}}{\tilde{u}_0 (1 + \tilde{u}_0)} \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Эти аффи-  
норы мы назовем масштабными.

Разберемся теперь в полученных результатах. Преж-  
де всего компоненты аффи-  
норов (67) и (68) не образуют  
матрицы ортогонального преобразования, ибо, как легко  
видеть, операция сравнения не есть ортогональное пре-  
образование компонент вектора. Выпишем еще раз эти  
преобразования — ортогональные и неортогональные<sup>36</sup>:

$$\begin{aligned} l^{a'} &= L_{a'}^{a'} l^a, & l^a &= L_a^{a'} l^{a'}; \\ l^{a'} &= h_a^{a'} \tilde{l}^a, & \tilde{l}^a &= h_a^{a'} l^{a'}. \end{aligned} \quad (69)$$

Подсчитав квадрат длины вектора, получим

$$\begin{aligned} \eta_{ab} l^a l^b &= \eta_{a'b'} l^{a'} l^{b'} = g_{ab} \tilde{l}^a \tilde{l}^b, \\ g_{ab} &= \eta_{a'b'} h_a^{a'} h_b^{b'}. \end{aligned} \quad (70)$$

Первая квадратичная форма дает выражение квадра-  
та длины вектора через компоненты  $l^i$  в исходной (эта-  
лонной) ИСО ( $S$ ), вторая форма, как видно из (69), выра-  
жает то же самое через компоненты  $l^{i'}$  в масштабах, при-  
надлежащих локальной ИСО ( $S'$ ). Наконец, третья форма  
дает выражение его через неортогональные компоненты  
 $\tilde{l}^a$ , полученные в результате сравнения движущихся про-

<sup>36</sup> Неортогональные компоненты отмечены тильдой.

странственно-временных отрезков с неподвижными масштабами эталонной ИСО ( $S$ ).

Сам вектор  $l$  может быть также выражен тремя различными способами

$$l = l^a e_a = l^{a'} e_{a'} = \tilde{l}^a h_a. \quad (71)$$

В первом случае  $l$  разлагается по векторам тетрады эталонной ИСО ( $S$ ), во втором он разлагается по векторам локальной тетрады квази-ИСО, т. е. по векторам локальной ИСО ( $S'$ ). Наконец, в третьем случае он разлагается по векторам локального аффинного репера  $\{O, h_a(X)\}$ , который будет, как видно, отображением локальной (движущейся) лоренцевой системы  $\{O, e_{a'}(X)\}$ , т. е. ИСО ( $S'$ ), в масштабах эталонной ИСО ( $S$ ).

Сами векторы аффинного репера разлагаются по векторам локальной ИСО ( $S'$ ) следующим образом:

$$h_a = h_a^{a'} e_{a'}. \quad (72)$$

Кроме того, согласно определению имеем

$$\eta_{ab} = e_a \cdot e_b; \quad \eta^{a'b'} = e_{a'} \cdot e_{b'}; \quad g_{ab} = h_a \cdot h_b. \quad (73)$$

Итак, поле движущихся локальных ИСО ( $S'$ ), образующих квази-ИСО, при переходе к единым масштабам эталонной ИСО ( $S$ ) превращается в поле локальных аффинных реперов  $\{O, h_a(X)\}$ , задающих метрику  $g_{ab}$ . Вычисляя эти компоненты согласно (70), получим

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} 1/\tilde{u}_0^2 & 0 \\ 0 & \eta_{km} - \tilde{u}_k \tilde{u}_m \end{pmatrix}. \quad (74)$$

Контравариантные компоненты метрического тензора запишутся

$$g^{ab} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0^2 & 0 \\ 0 & \eta_{km} + \frac{\tilde{u}_k \tilde{u}_m}{\tilde{u}_0^2} \end{pmatrix}. \quad (75)$$

Непосредственным вычислением легко убедиться в том, что

$$\sqrt{-g} = 1, \quad g = \text{Det} |g_{ab}|, \quad (76)$$



т. е. четырехмерный объем является инвариантным не только относительно ортогональных преобразований  $L^{a'}$ , но и относительно масштабных  $h_a^{a'}$ .

Самым неожиданным здесь является то, что пространство-время квази-ИСО оказывается искривленным, хотя не только гравитационного, но и вообще никакого силового поля мы не вводили.

Все базисные тела движутся инерциально, но с различными скоростями, и это неоднородное поле скоростей привело к неоднородному полю лоренцевых сокращений, а последнее привело к нетривиальной метрике  $g_{ab}$ .

Эта лоренцева метрика и кривизна<sup>37</sup> отражают, следовательно, тот абсолютный факт, что поле скоростей квази-ИСО неоднородно, что мировые линии базиса, хотя и прямые, но не образуют конгруэнцию параллельных прямых. Наконец, эта кривизна характеризует относительное движение базисных тел, ибо, хотя движение относительно, но относительное движение двух или большего числа тел есть факт абсолютный.

Пусть в галилеевых координатах  $X^a$  эталонной ИСО ( $S$ ) задано некоторое смещение  $dX^a$ , тогда интервал в ИСО ( $S$ ) запишется

$$d\tilde{s}^2 = \eta_{ab}dX^adX^b. \quad (77)$$

Для квази-ИСО интервал с этими же компонентами будет

$$ds^2 = g_{ab}dX^adX^b. \quad (78)$$

Относительно метрики  $g_{ab}$  координаты  $X^a$  уже будут негалилеевы — искривленные и неортогональные.

Рассмотрим, для примера, случай сферически-симметричной квази-ИСО. Базисные тела ее, выброшенные в некоторый момент времени из одного центра, движутся инерциально с различными скоростями по радиусам. Свяжем с этим центром начало координат исходной ИСО ( $S$ ) и введем сферическую систему координат  $r, \theta, \varphi$ .

Тогда компоненты поля скоростей базиса квази-ИСО относительно ИСО ( $S$ ) запишутся

$$\tilde{u}^0 = X^0/S; \quad \tilde{u}^1 = r/S; \quad \tilde{u}^2 = \tilde{u}^3 = 0; \quad S = \sqrt{(X^0)^2 - r^2}. \quad (79)$$

<sup>37</sup> Пример мы рассмотрим ниже.

Квадрат интервала (78) в этом случае запишется

$$ds^2 = \frac{1}{(\tilde{u}^0)^2} (dX^0)^2 - (\tilde{u}^0)^2 dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2);$$

подставляя значение скорости из (79), находим

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r^2}{X^0^2}\right) (dX^0)^2 - \frac{1}{1 - r^2/X^0^2} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (80)$$

Наконец, вычисляя тензор Риччи, получаем следующий результат <sup>38</sup>:

$$\begin{aligned} R_0^0 &= R_1^1 = -3/X^0^2 - 3r^2/S^4; \\ R_2^2 &= R_3^3 = -3/X^0^2; \\ R_0^1 &= R_{\sigma\nu\lambda}^{\mu} g^{\sigma\lambda}; \\ R_0^1 &= 2r/X^0^3; \end{aligned} \quad (81)$$

остальные компоненты равны нулю.

Таким образом, действительно, лоренцевы сокращения масштабов приводят к кривизне пространства-времени даже в том случае, если нет никаких силовых полей, а есть просто неоднородное поле скоростей базиса системы отсчета.

Если справедливы наши предыдущие выводы, то следует признать, что в ОТО тензор кривизны, помимо сведений о гравитационном поле, содержит главным образом информацию о свойствах пространства-времени системы отсчета.

## § 8. Описание перехода от инерциальной к квазиинерциальной системе отсчета

В случае двух ИСО, как мы видели, существует однозначный лоренцев аффинор (45) или (49), (50), преобразующий поля инвариантных тетрад, отображающих базисы этих ИСО, одно в другое. Это преобразование, влекущее за собой преобразование компонент всех геометрических объектов, отнесенных к исходной ИСО, и есть описание перехода от одной ИСО к другой. При этом всевозможные

<sup>38</sup> Мы вычислили тензор Риччи ввиду большей его простоты в сравнении с тензором кривизны.

векторные или тензорные поля, мировые линии, отображающие историю или мгновенное состояние физической системы, конечно, являются инвариантами перехода, ибо классическая (неквантовая) физическая система не меняет своего состояния от того, что подвергается наблюдению. Изменяются лишь проекции геометрических объектов на базисные или координатные тетрады, т. е. наблюдаемые, в данной системе отсчета, численные значения физических величин. Поэтому описание перехода от одной ИСО к другой весьма похоже на преобразование галилеевых систем координат <sup>39</sup>.

В случае квази-ИСО дело обстоит гораздо сложнее. Неоднородное поле скоростей базиса привело к неоднородному полю лоренцевых сокращений, что обусловило неоднородность геометрических свойств пространства-времени квази-ИСО, т. е. его кривизну. Следовательно, переход от ИСО к квази-ИСО есть в сущности «переход» от плоского пространства к искривленному.

На языке геометрии это означает взаимно однозначное отображение друг на друга римановых пространств, одно из которых является плоским. Основной вопрос, возникающий здесь,— это вопрос о соответствии геометрических объектов, заданных в отображаемых пространствах.

Если такое соответствие окажется возможным и содержательным как с геометрической, так и физической точек зрения, то оно и будет описывать переход от ИСО к квази-ИСО.

Определение соответствия или отображения должно быть связано с некоторыми физическими предположениями, ибо сама по себе геометрия по этому поводу не может дать однозначной рекомендации, но зато может или оправдать, или отвергнуть то, что мы примем, исходя из некоторых других соображений.

Рассмотрим сначала вопрос с чисто геометрической точки зрения. Пусть между точками двух областей  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , которые представляют собой элементарные многообразия, установлено взаимно однозначное непрерывно дифференцируемое соответствие <sup>40</sup>. Далее предположим

<sup>39</sup> Происхождение этой аналогии мы рассмотрели в § 6.

<sup>40</sup> Сейчас не существенно, как это сделано, важно, что такое соответствие установлено.

что в  $\Omega_1$  введена некоторая координатная сетка  $x^\mu$ , тогда в  $\Omega_2$  мы можем построить такую же сетку следующим образом. Каждой точке  $M_2$  из  $\Omega_2$  приписываем те же координаты  $x^\mu$ , которые имеет соответствующая ей точка  $M_1$  из  $\Omega_1$ . После этого можно сказать, что в нашем распоряжении имеются два элементарных многообразия с одинаковыми координатными сетками:

$$\Omega_1 [x^\mu]; \quad \Omega_2 [x^\mu].$$

Допустим, что в каждом многообразии заданы метрики  $\dot{g}_{\mu\nu}$  и  $g_{\mu\nu}$ ; тогда для интервалов, имеющих компоненты  $dx^\mu$ , получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Omega_1 [x^\mu], \quad ds^{\dot{2}} &= \dot{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \\ 2) \quad \Omega_2 [x^\mu], \quad ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \end{aligned} \quad (82)$$

Такое сопоставление двух пространств будем называть их соответствием. Частным случаем такого соответствия является конформное соответствие. Сейчас нас интересует не столько соответствие метрик, сколько соответствие между геометрическими объектами, заданными в разных пространствах.

Конкретно вопрос сводится к следующему. Пусть в точке  $M_1$  области  $\Omega_1$  задан тензор  $\dot{A}^\mu$ , в соответствующей ей точке  $M_2$  из  $\Omega_2$  задан тензор  $A^\mu$ . Спрашивается, можно ли, исходя только из соответствия (82), установить какую-либо связь между компонентами  $\dot{A}^\mu$  и  $A^\mu$ ? Компоненты тензоров, вообще говоря, имеют аффинный характер, т. е. не связаны непосредственно с метрикой, поэтому о какой-либо связи между  $\dot{A}^\mu$  и  $A^\mu$  говорить не приходится, если, конечно, мы эту связь не введем «насильно», исходя из каких-либо дополнительных соображений. Но даже при наличии этой связи мы не получим никакого представления о связи геометрических объектов (векторов), так как их компоненты  $\dot{A}^\mu$  и  $A^\mu$  принадлежат аффинным реперам, построенным в разных пространствах, и у нас нет пока никакого мотивированного способа установить связь между этими реперами.

Если же не требовать слишком многого, то можно и при этих данных построить некоторое отображение.

Построим для этого в соответствующих точках  $M_1$  и  $M_2$ , т. е. в точках, имеющих одинаковые координаты  $x^\mu$ ,

аффинные реперы:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Omega_1[x^\mu], \quad \{M_1, e_\mu\}, \quad e_\mu \cdot e_\nu = \overset{\circ}{g}_{\mu\nu}; \\ 2) \quad \Omega_2[x^\mu], \quad \{M_2, e_\mu^*\}, \quad e_\mu^* \cdot e_\nu^* = g_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (83)$$

о которых мы только что говорили. Кроме того, в этих же точках построим инвариантные тетрады:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Omega_1[x^\mu], \quad \{M_1, n'_{(\alpha)}\}, \quad n'_{(\alpha)} \cdot n'_{(\beta)} = \eta_{(\alpha)(\beta)}; \\ 2) \quad \Omega_2[x^\mu], \quad \{M_2, n''_{(\alpha)}\}, \quad n''_{(\alpha)} \cdot n''_{(\beta)} = \eta_{(\alpha)(\beta)}. \end{aligned} \quad (84)$$

Все эти построения выполнены, разумеется, в локальных касательных пространствах. После этого можно записать следующие разложения векторов:

$$\begin{aligned} 1) \quad \Omega_1[x^\mu], \quad \mathring{A} = \mathring{A}^\mu e_\mu = A^{(\alpha)} n'_{(\alpha)}; \\ 2) \quad \Omega_2[x^\mu], \quad A = A^\mu e_\mu^* = A^{(\alpha)} n''_{(\alpha)}. \end{aligned} \quad (85)$$

Теперь для получения отображения мы должны сделать определенное предположение о связи компонент отображаемых объектов, ибо как раз в этом вопросе геометрия нам ничем помочь не может. Лучше всего это сделать относительно компонент  $\mathring{A}^{(\alpha)}$  и  $A^{(\alpha)}$ , являющихся скалярами, так как они принадлежат инвариантным тетрадам. Последние, хотя и принадлежат разным пространствам, имеют одинаковую (стандартную) конструкцию.

Простейшим предположением будет следующее:

$$A^{(\alpha)} = M_{(\beta)}^{(\alpha)} \mathring{A}^{(\beta)}; \quad \mathring{A}^{(\beta)} = M_{(\alpha)}^{(\beta)} A^{(\alpha)}, \quad (86)$$

т. е. мы предполагаем, что скаляры  $A^{(\alpha)}$  и  $\mathring{A}^{(\alpha)}$  связаны линейным однородным соотношением, где  $M_{(\beta)}^{(\alpha)}$  — локальная скалярная матрица, которую удобно (но необязательно) подчинить следующим условиям:

$$\eta_{(\alpha)(\beta)} M_{(\gamma)}^{(\alpha)} M_{(\varepsilon)}^{(\beta)} = \eta_{(\alpha)(\beta)} M_{(\gamma)}^{(\alpha)} M_{(\varepsilon)}^{(\beta)} = \eta_{(\gamma)(\varepsilon)}. \quad (87)$$

В частности, если матрица  $M_{(\beta)}^{(\alpha)}$  будет единичной, то (86) превращается в равенство скалярных компонент:

$$A^{(\alpha)} = \mathring{A}^{(\alpha)}. \quad (88)$$

Тогда если условия (86) или (88) имеют место, то, по определению, будем считать, что вектор  $A$  есть отображение вектора  $\mathring{A}$  и, наоборот,  $\mathring{A}$  — отображение  $A$ .

Определенное таким путем отображение, как это видно из построения, инвариантно относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$ . В то же время оно будет зависеть как от выбора полей инвариантных тетрад (84), так и от выбора матрицы  $M_{(\beta)}^{(\alpha)}$ .

Для того чтобы соответствия (82), (86), (88) можно было использовать для описания перехода от ИСО к квази-ИСО, необходимо ликвидировать три пробела, оставшихся в определении соответствия:

1. Необходимо конкретизировать и установить возможный физический смысл соответствия точек  $M_1$  и  $M_2$ , принадлежащих разным областям  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ .

2. Исходя из физических соображений (аксиомы геометрии здесь ничего не дают), попытаться установить связь между реперами, принадлежащими областям  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ .

3. Попытаться или оправдать, или уточнить условия (86) — (88).

Начнем с сопоставления рассмотренной геометрической картины соответствия с тем, что мы уже знаем относительно ИСО, квази-ИСО и НСО.

Поставим следующий вопрос: в каком виде предстанут перед нами пространство-время и всевозможные физические объекты, если отвлечься от их метрических свойств?

Очевидно, в нашем распоряжении тогда останутся физические объекты, представленные своими аффинными свойствами. Останутся, например, занумерованные определенным образом точечные события, т. е. пространственно-временные совпадения; останутся их последовательности, или различные конгруэнции мировых линий; останутся некоторые поля, например поля касательных к конгруэнциям векторов, и т. д. Сама интересующая нас область физического пространства-времени превратится в некоторое «физическое многообразие», которому в геометрии можно сопоставить область  $\Omega$  элементарного многообразия с координатной сеткой  $x^\mu$ , отображающей нумерацию точечных событий.

В этом и только в этом «физическом многообразии», ибо другого нам не дано, движутся базисы всех систем отсчета, действительных или воображаемых, которые только могут быть определены. Геометрически это означает, что в одной и той же отображающей области  $\Omega$  элементарного многообразия может быть определено сколько угодно различных метрик.

Тогда в сопоставлении (82) нам нет надобности рассматривать две различные области  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  — это есть в сущности одна и та же область  $\Omega$ , в которой введены две метрики:  $\dot{g}_{\mu\nu}$ , описывающая ИСО ( $S$ ) и соответствующая плоскому пространству-времени, и  $g_{\mu\nu}$ , описывающая квази-ИСО. Тем самым конкретизируется соответствие точек  $M_1$  и  $M_2$ : они просто оказываются совпадающими и отображаются мировой точкой  $M$  области  $\Omega$ . Следовательно, мы имеем

$$\Omega_1 [x^\mu] = \Omega_2 [x^\mu] = \Omega [x^\mu]; \quad M_1 = M_2 = M. \quad (89)$$

Таким образом, устраняется первая из отмеченных выше неясностей.

Перейдем к рассмотрению второй неясности в определении соответствия. Нам следует попытаться установить связь между тетрадами (84), принадлежащими различным пространствам с метриками  $\dot{g}_{\mu\nu}$  и  $g_{\mu\nu}$ , заданными в одном и том же многообразии.

Для первой ориентации в этом вопросе обратим внимание на следующее обстоятельство. Совершенно очевидно, что базисные тела квази-ИСО принадлежат пространству-времени ИСО ( $S$ ), так как их движение описывается относительно ИСО ( $S$ ), но точно так же они принадлежат и пространству-времени квази-ИСО, ибо они являются ее базисом. Но тогда соответствующая базису конгруэнция мировых линий в своей аффинной части будет тоже общей как для ИСО, так и для квази-ИСО. Точно так же и инвариантные тетрады, построенные вдоль этих мировых линий, отображающие историю движения базисных тел, будут общими как для ИСО, так и для квази-ИСО. Это значит, что в соответствии (84) совпадают не только области  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  и соответствующие точки  $M_1$  и  $M_2$ , но совпадают и инвариантные тетрады, построенные в этих точках, т. е.

$$\{M_1, n'_{(\alpha)}\} = \{M_2, n''_{(\alpha)}\}. \quad (90)$$

Тогда касательные пространства, в которых построены эти тетрады, очевидно, также совпадают. Иначе говоря, оба пространства-времени ИСО ( $S$ ) и квази-ИСО касаются вдоль мировой линии базисного тела.

Таким образом, все локальные реперы оказываются построенными в одном и том же локальном касательном пространстве в одной и той же точке  $M$ , поэтому между

ними можно установить обычные связи. Перечислим предварительно все эти реперы:

1) Инвариантная базисная тетрада  $\{M, n_{(\alpha)}\}$ ; все такие тетрады образуют однородное поле тетрад, отображающее базис ИСО ( $S$ ).

2) Координатная тетрада  $\{M, e_{\alpha}\}$ , совпадающая, по соглашению, с предыдущей. Однородное поле этих тетрад отображает собственную  $B$ -градуировку ИСО ( $S$ ). С ними связана собственная галилеева система координат  $X^{\alpha}$ , отображающая собственную  $A$ -градуировку ИСО ( $S$ ).

3) Инвариантная базисная тетрада  $\{M, n'_{(\alpha)}\}$ ; в целом эти тетрады образуют неоднородное поле, отображая базис квази-ИСО.

4) Координатная тетрада  $\{M, e_{\alpha'}\}$ , совпадающая, также по соглашению, с предыдущей. Поле тетрад отображает собственную  $B$ -градуировку квази-ИСО. С каждой такой тетрадой связана локальная неголономная галилеева система координат  $X^{\alpha'}$ .

5) Аффинный координатный репер  $\{M, h_{\alpha}\}$ , задающий согласно (73) метрику пространства-времени квази-ИСО. С этим репером связана голономная координатная сетка  $X^{\alpha}$ , которая здесь уже неортогональная и криволинейная.

Следует отметить, что помимо тех соглашений, о которых сказано во втором и четвертом пунктах, имеется еще одно неявное соглашение. Здесь предполагается, что координатные тетрады  $\{M, e_{\alpha'}\}$  отображают также некоторую, уже несобственную,  $B$ -градуировку эталонной ИСО ( $S$ ). Это видно из равенства (56), ибо, как мы знаем, локальные лоренцевы или более общие ортогональные<sup>41</sup> преобразования координатных тетрад описывают переход от одной  $B$ -градуировки к другой, но поскольку в данном случае  $\omega_{\alpha}^{\alpha'} = L_{\alpha}^{\alpha'}$ <sup>42</sup>, то эти координатные тетрады оказываются совпадающими с базисными тетрадами квази-ИСО и, следовательно, одновременно описывают собственную  $B$ -градуировку квази-ИСО. Вследствие этого, очевидно, и локальные неголономные галилеевы системы координат, принадлежащие ИСО ( $S$ ) и квази-ИСО, также совпадают.

<sup>41</sup> Содержащие дополнительный поворот декартовых триад.

<sup>42</sup> Т. е. аффинор  $B$ -градуировочного преобразования совпадает с аффинором, преобразующим базисы систем отсчета.



Разумеется, этого могло и не быть, ибо  $B$ -градуировки как в ИСО ( $S$ ), так и в квази-ИСО могут выбираться совершенно независимо. В данном случае такой выбор  $B$ -градуировок очень удобен.

Учитывая все сказанное относительно расположения тетрад, мы можем, наконец, найти отображающий аффинор, связывающий координатные реперы ИСО ( $S$ ) и квази-ИСО, т. е.  $\{M, e_a\}$  и  $\{M, h_a\}$ , и решающий задачу описания перехода между системами отсчета.

Используя (56) и (72), получаем следующую цепочку равенств:

$$h_a = h_a^{a'} e_{a'} = h_a^{a'} L_{a'}^b e_b = \Theta_a^b e_b, \quad (91)$$

где

$$\Theta_a^b = h_a^{a'} L_{a'}^b \quad (92)$$

есть искомый отображающий аффинор. Обратный ему, очевидно, запишется

$$\Theta_b^a = h_a^{a'} L_{a'}^b. \quad (93)$$

В аффинорах (92) и (93) первый индекс, верхний или нижний, относится к квази-ИСО, а второй — к ИСО ( $S$ ).

Легко усмотреть следующие свойства этих аффиноров:

$$\begin{aligned} \Theta_c^a \Theta_b^c &= \Theta_b^c \Theta_c^a = \delta_b^a; \\ \eta_{cd} \Theta_a^c \Theta_b^c &= g_{ab}; \quad g_{ab} \Theta_c^a \Theta_b^d = \eta_{cd}. \end{aligned} \quad (94)$$

Воспользовавшись ранее полученными выражениями для  $L_{a'}^a$  и  $h_a^{a'}$  и им обратными, легко найдем

$$\begin{aligned} \Theta_a^b &= \begin{pmatrix} \Theta_0^0 & \Theta_0^k \\ \Theta_0^m & \Theta_0^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_0^2 & \tilde{u}_0 \tilde{u}_k \\ -\tilde{u}^m / \tilde{u}_0 & \delta_k^m \end{pmatrix}, \\ \Theta_a^b &= \begin{pmatrix} \Theta_0^0 & \Theta_m^0 \\ \Theta_0^k & \Theta_m^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tilde{u}_0 \tilde{u}_m \\ \tilde{u}^k / \tilde{u}_0 & \delta_m^k - \tilde{u}^k \tilde{u}_m \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (95)$$

Может показаться, что преобразования с коэффициентами (92) и (93)

$$h_a = \Theta_a^b e_b; \quad A^a = \Theta_b^a \dot{A}^b \quad (96)$$

есть локальные аффинные преобразования, переводящие векторы из плоского пространства в искривленное и наоборот, однако это не так <sup>43</sup>.

Рассмотрим второе из равенств (96). Умножив его на  $h_a^{c'}$  и приняв во внимание (93), получим

$$h_a^{c'} A^a = L_b^{c'} \dot{A}^b \quad (97)$$

или

$$A^{c'} = \dot{A}^{c'}. \quad (98)$$

Мы получили равенство локальных ортогональных компонент векторов, принадлежащих разным, но касающимся в данной точке пространствам:  $A^{c'}$  принадлежит искривленному пространству квази-ИСО и  $\dot{A}^{c'}$  — плоскому пространству ИСО ( $S$ ). Строго говоря, вместо знака равенства в (97) и (98) следовало бы поставить стрелку, указывающую на численное соответствие ортогональных компонент вектора, взятых относительно совпадающих в данной точке <sup>44</sup>, но принадлежащих разным пространствам координатных тетрад. Если бы эти тетрады не совпадали, т. е. если бы локальные  $B$ -градуировки ИСО ( $S$ ) и квази-ИСО в этой точке были различны, то вместо равенства (98) мы, очевидно, имели бы

$$A^{c'} = \tilde{\omega}_{c'}^{c'} \dot{A}^c. \quad (99)$$

Мы видим, что равенства (99) и (98) есть не что иное, как условия (86) и (88), принятые нами при построении отображения.

Поэтому мы и называем аффиноры (92) и (93) не преобразующими, но отображающими, а равенства (98) и (99) — условиями отображения.

Таким образом, чтобы описать переход от ИСО к квази-ИСО, необходимо проделать три операции:

1) найти аффинор, преобразующий базис ИСО в базис квази-ИСО, т. е.  $\Omega_a^{a'}$  или  $L_a^{a'}$ ;

2) определить метрику  $g_{ab}$  пространства-времени квази-ИСО;

3) найти отображающие аффиноры  $\Theta_{\cdot b}^a$  и  $\Theta_a^{\cdot b}$ .

<sup>43</sup> Таких преобразований не существует.

<sup>44</sup> В точке касания пространств.

После этого мы будем в состоянии физические величины, характеризующие явления в ИСО, отобразить на пространство-время квази-ИСО и описать тем самым эти физические явления с точки зрения наблюдателей, находящихся в квази-ИСО.

Итак, полученное отображение, как легко видеть, общековариантно относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$ . Так, например, метрика  $g_{ab}$ , как видно из выражения (70), является инвариантом относительно локальных ортогональных преобразований. Сам отображающий аффинор является общековариантным тензором относительно преобразований группы  $A$ , выполненных как в пространстве ИСО ( $S$ ), так и в квази-ИСО, причем эти преобразования могут быть и независимыми, т. е. в каждой системе отсчета своими.

## § 9. Неинерциальные системы отсчета

Если базисные тела подвергаются действию силового поля любой природы, т. е. движутся неинерциально, то система отсчета становится неинерциальной. В отличие от квази-ИСО, здесь мировые линии базисных тел уже искривлены.

Однако в каждый данный момент <sup>45</sup>, как мы отмечали, распределение скоростей НСО соответствует некоторой квази-ИСО. Но так как лоренцевы сокращения определяются только относительными скоростями, то метрика пространства-времени НСО будет формально иметь вид метрики квази-ИСО, т. е. (74) и (75), с той лишь разницей, что теперь поле скоростей вместо (55) будет удовлетворять условию

$$d\tilde{u}^a/ds = f^a, \quad (100)$$

показывающему, что ускорение отлично от нуля.

Поле скоростей базиса  $\tilde{u}^a(X)$  должно быть найдено в результате интегрирования уравнения движения (100), где  $f^a$  считается заданным вместе с начальными значениями компонент поля скоростей.

Приведем несколько конкретных примеров метрик НСО.

<sup>45</sup> Разумеется, если это понятие имеет смысл, т. е. если часы можно синхронизировать на некоторой пространственноподобной гиперповерхности, как, например, в случае нормальной конгруэнции.

1) **Общий случай.** В квазигалилеевых координатах имеем

$$ds^2 = \frac{1}{(\tilde{u}_0)^2} (dX^0)^2 - (\delta_{km} + \tilde{u}_k \tilde{u}_m) dX^k dX^m,$$

где имеет место условие

$$\eta_{ab} \tilde{u}^a \tilde{u}^b = 1.$$

2) **Базисные тела движутся параллельно  $X^1$  исходной ИСО:**

$$ds^2 = \frac{1}{(\tilde{u}_0)^2} (dX^0)^2 - (\tilde{u}_0)^2 (dX^1)^2 - (dX^2)^2 - (dX^3)^2.$$

Если еще при этом базисные тела движутся равноускоренно (гиперболическое движение), мы получаем равноускоренную систему отсчета с метрикой

$$ds^2 = \frac{(dX^0)^2}{1 + (kX^0)^2} - [1 + (kX^0)^2] (dX^2)^2 - (dX^3)^2.$$

Из всех компонент тензора кривизны в этом случае отличной от нуля остается только одна <sup>46</sup>:

$$R_{0101} = -k^2.$$

Мы видим, что эти результаты резко отличаются от координатных преобразований Меллера.

3) Рассмотрим еще метрику сферически-симметричной НСО. В этом случае силовое поле имеет центральную симметрию и действие его на базис НСО описывается (в исходной ИСО) законом типа Кулона или Ньютона. Кроме того, скорости базисных тел имеют из пространственных компонент отличной от нуля только радиальную, тогда

$$ds^2 = \frac{(dX^0)^2}{\left(1 + \frac{r_0}{r}\right)^2} - \left(1 + \frac{r_0}{r}\right)^2 dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2),$$

где

$$r_0 = qq'/m_0 c^2 \text{ или } r_0 = \gamma M/c^2.$$

Легко видеть, что эта метрика в первом приближении (с точностью до  $r_0/r$ ) совпадает с метрикой Шварцшильда и, следовательно, все эффекты первого порядка в случае этой НСО и ОТО будут совпадать.

<sup>46</sup> С точностью до перестановки индексов.

Последний пример показывает, сколь значительным может быть вклад, вносимый НСО в наблюдаемые эффекты, поэтому выбор системы отсчета не является делом вкуса или удобства (как это имеет место в случае координатной сетки), по определяется теми реальными условиями, в которых находятся наблюдатель и его приборы.

## Заключение

Читатель, знакомый с предыдущими работами [13], очевидно, заметил, что автор назойливо твердит о том, что любые преобразования координат и координатных тетрад, зависящие от времени или нет, отображают в общем случае только изменение нестационарной нумерации мировых точек, направлений и скоростей и сами по себе не могут описать процесс движения тела или переход от одной системы отсчета к другой. И хотя факт этот ясно виден уже в случае относительного инерциального движения двух материальных точек в СТО, где оно изображается двумя, например, расходящимися прямыми мировыми линиями, инвариантными относительно обеих групп преобразований  $A$  и  $B$ , он оказался весьма трудным для восприятия.

Сомнения и возражения, здесь возникающие, по-видимому, связаны с тем, что часто смешивают два существенно различных понятия. С одной стороны, это физически выделенные <sup>47</sup> направления и пространственно-временные точки, с другой — числа, которые сопоставляются этим направлениям и точкам в результате градуировок (калибровок).

Рассмотренные  $A$ - и  $B$ -градуировки систем отсчета имеют отношение только к этим числам. Группы преобразований  $A$  и  $B$  изменяют только эти числа и не влияют на состояние движения системы отсчета.

Переход от одной системы отсчета к другой согласно идеям, высказанным Эйнштейном, — операция, гораздо более фундаментальная, практически всегда связанная с изменением физических условий, в которых находятся наблюдатель и его средства измерения, и здесь рассмотрены лишь первые попытки реализации этой эйнштейновской идеи.

<sup>47</sup> С помощью различных устройств, лучей света, силовых полей, гироскопов и т. д.

## Л и т е р а т у р а

1. А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. 1. М., «Наука», 1965, стр. 459.
2. А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. 2. М., «Наука», 1966, стр. 56, 85.
3. В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1955, стр. 280.
4. С. Cattaneo, *N. Cim.* 1958, 10, 318.
5. А. Л. Зельманов. Докл. АН СССР, 1956, 107, 815.
6. Ю. С. Владимиров, В. Н. Ефремов. Метод дважды кинематически инвариантных величин и гравитационные волны.— В сб. «Гравитация и элементарные частицы». Атомиздат, 1973.
7. Г. Денен. Эйнштейновский сборник, 1969—1970. М., «Наука», 1971, стр. 140.
8. Г. Тредер. Теория гравитации и принцип эквивалентности (перев. с нем.). М., Атомиздат, 1973.
9. И. П. Сягло. Изв. АН БССР, серия физ.-мат. наук, 1971, № 5, 89.
10. В. С. Кирия. Обобщение преобразований Лоренца при наличии гравитационного поля. Тезисы ГР-П. Тбилиси, 1965.
11. М. М. Мирианашвили, В. С. Кирия, М. С. Гобеджишвили, А. Б. Кереселидзе. О неинтегрируемых преобразованиях в общей теории относительности.— В сб. «Современные проблемы гравитации». Тбилиси, 1967.
12. О. С. Иваницкая, В. В. Митянок. Классы калибровок Ламэ и локальных преобразований Лоренца для гравитационных потенциалов. Ротапринт АН БССР. Минск, 1974.
13. В. И. Родичев. Теория тяготения в ортогональном репере. М., «Наука», 1974.
14. H. Weyl. RZM. Berlin, 1923, S. 123.

## ЭЙНШТЕЙН И БРИДЖМЕН

(О двух подходах  
к проблеме эмпирического обоснования  
физической теории)

Американский ученый Перси Бриджмен (1882—1961) известен не только как крупный специалист в физике высоких давлений (за исследования в этой области он был удостоен Нобелевской премии), но, может быть, и еще в значительно большей степени как автор ряда работ по философским проблемам современной физики<sup>1</sup>. Им была развита концепция операционализма, в рамках которой давалось новое решение проблемы эмпирического обоснования научной теории, наиболее полно соответствующее, как он считал, духу современной физики. С позиции операционализма Бриджмен попытался критически переосмыслить содержание современной физики, в частности общей теории относительности. Он считал, что последняя не отвечает требованиям операционализма и поэтому не является корректной теорией.

Хотя подавляющее большинство физиков, по-видимому, не разделяет операционализма Бриджмена и его критических замечаний по общей теории относительности, все же представляется полезным ознакомиться с ними<sup>2</sup>. Прежде всего рассмотрение операционалистской критики Бриджмена, равно как и ответов на нее со стороны Эйнштейна, дает возможность глубже понять философские основания общей теории относительности, творческий метод Эйнштейна.

Кроме того, немаловажным является и следующее обстоятельство. Известно, что в последнее время пред-

<sup>1</sup> См.: The nature of physical theory. Princeton, 1936; Reflection of a physics. New York, 1950; The logic of modern physics. New York, 1958; The nature of some of our physical concepts. New York, 1952.

<sup>2</sup> Вряд ли можно согласиться с М. Бунге, который утверждает, что операционализм является крайне популярной философией среди физиков-профессионалов. См.: М. Б у н г е. Философия физики. М., 1975, стр. 17.

принимаются попытки ревизии общей теории относительности, замены ее другими теориями гравитации. Любопытно отметить, что некоторые из них явным образом опираются на методологию Бриджмена. В качестве примера можно упомянуть последнюю книгу Л. Бриллюэна «Новый взгляд на теорию относительности»<sup>3</sup>, в которой прямо указывается, что идейной основой содержащегося в ней критического пересмотра общей теории относительности является бриджменовский операционализм. Естественно, возникает вопрос о том, насколько надежной является эта философия.

Рассмотрим вначале общие принципы операционализма. Главной проблемой, которой он занимается, является определение критериев содержательности физических понятий. Известно, что физика отличается от математики тем, что величины, входящие в уравнения физической теории, связываются с результатами наблюдений и экспериментов. Физика требует эмпирической интерпретации своего формализма. При этом обычно предполагается, что физическим понятиям соответствуют свойства реальных физических объектов, выявленные посредством физических экспериментов. Именно эти свойства и определяют содержание физических понятий.

Бриджмен находит изложенное выше решение неудовлетворительным. По его мнению, содержание физических понятий определяется не свойствами вещей, а операциями, которые мы осуществляем над данными понятиями. Он пишет: «Основная идея операционального анализа довольно проста, а именно: мы не знаем значения понятия до тех пор, пока мы не определим операции, которые используются нами или нашими коллегами по применению этого понятия в некоторой конкретной ситуации»<sup>4</sup>. Из этого требования вытекает и ограничение, накладываемое операционализмом на использование физических понятий. В том случае, если мы не в состоянии указать операции над некоторым понятием, то последнее объявляется бессодержательным и подлежит исключению из физики.

В операционалистской методологии отчетливо просматривается крен в сторону эмпиризма. Нетрудно пред-

<sup>3</sup> Л. Бриллюэн. Новый взгляд на теорию относительности. М., «Мир», 1972.

<sup>4</sup> P. W. Bridgman. The nature of some of our physical concepts. New York, 1952.



видеть, к каким последствиям должно привести ее применение к общей теории относительности. Эта теория с ее абстрактным математическим формализмом находится в противоречии с операционалистским идеалом научного знания, поскольку многие ее понятия не связаны непосредственно с физическими операциями.

Бриджмен выступал с критикой общей теории относительности еще в 20-е и 30-е годы. Но особенно остро она прозвучала в его статье «Теория Эйнштейна и операциональная точка зрения», написанной в 1949 г. Эта статья вошла в книгу «Альберт Эйнштейн: философ-ученый», которая была посвящена 70-летию Эйнштейна.

Приступая к критическому анализу общей теории относительности, Бриджмен оговаривается, что он не собирается критиковать физико-математические аспекты этой теории, что его в значительно большей степени интересуют ее философские основания. Он пишет: «Следует отметить два аспекта общей теории относительности. Во-первых, имеется математическое здание системы уравнений и правил, посредством которых символы уравнений коррелируются с результатами физических операций, и, во-вторых, образ мышления, что я называю философией, которая ведет к аргументации, используемой в получении уравнений и в ожидании, что уравнения, полученные таким образом, имеют физическое значение... В этой работе мы коснемся скорее философии Эйнштейна, чем уравнений, которые он получил при помощи своей философии»<sup>5</sup>.

Однако эта оговорка оказывается чистой декларацией. Философия Эйнштейна тесно связана с его уравнениями. Поэтому Бриджмен вынужден полемизировать не только с философскими постулатами общей теории относительности, но и с ее физико-математическим содержанием. С операционалистской точки зрения, оказывается неприемлемым целый ряд фундаментальных ее понятий. Прежде всего это относится к понятию «событие». Событие, представляющее собой точку, которая характеризуется тремя пространственными и одной временной координатами, лишено, по Бриджмену, физического смысла. Координаты всегда предполагают некоторый физический объект. Вне физического субстрата мы не можем выделить

<sup>5</sup> P. W. Bridgman. Einstein's theories and the operational point of view.— In: Albert Einstein: philosopher-scientist. London, Cambridge, 1949, p. 347.

в пространстве то, что могло бы характеризоваться координатами. Координаты есть всегда координаты какого-то реального физического объекта. Понятие события, введенное как точка пустого четырехмерного пространственно-временного континуума, оказывается в физическом плане фикцией.

Не меньшие возражения вызывает у Бриджмена и другое фундаментальное понятие — понятие произвольной системы координат. Оно также не имеет операционального смысла. Физически значимой является лишь та система координат, с которой связан наблюдатель и его инструментарий. Такая же судьба постигает и понятие ковариантности законов, применяемое Эйнштейном в общей теории относительности. Это понятие также отвергается Бриджменом как лишенное операционального смысла.

Известно, что понятия события, произвольной системы координат, ковариантности являются фундаментальными понятиями общей теории относительности. Отказ от этих понятий оставляет от общей теории относительности одни руины. Бриджмен заключает свою статью следующими словами: «В своей вере в возможность исключения любой специальной координатной системы, в своей уверенности в плодотворности такого шага, в своем рассмотрении события как чего-то первичного и неанализируемого, он (т. е. Эйнштейн. — Э. Ч.) привнес в общую теорию относительности именно ту некритическую доэйнштейнскую точку зрения, которая, как он убедительно показал нам в своей специальной теории относительности, таит в себе возможность фиаско»<sup>6</sup>.

Эйнштейн познакомился с содержанием статьи Бриджмена, как и с другими статьями книги «Альберт Эйнштейн: философ-ученый», когда она была в верстке. Его ответ на нее вошел в приложенную к этой книге статью «Замечания к статьям». В своем ответе Эйнштейн не дает подробного анализа статьи Бриджмена. Но он сумел в предельно краткой форме выразить именно то, что отличает теорию относительности от операционализма. Он писал, имея в виду операционалистскую точку зрения на физику: «Для того, чтобы какую-нибудь логическую сис-

<sup>6</sup> P. W. Bridgman. Einstein's theories and the operational point of view.—In: Albert Einstein: philosopher-scientist, p. 354.

тому можно было считать *физической* теорией, необходимо потребовать, чтобы все ее утверждения можно было независимо интерпретировать и «операционалистски» «проверить». В действительности же еще ни одна теория не смогла удовлетворить этим требованиям, и им вообще невозможно удовлетворить. Для того чтобы какую-нибудь теорию можно было считать *физической* теорией, необходимо лишь, чтобы вытекающие из нее утверждения в принципе допускали эмпирическую проверку»<sup>7</sup>.

В замечаниях Бриджмена и в ответах на них, данных Эйнштейном, ясно просматривается различие их творческих методов и их взглядов на природу *физического* познания. Эйнштейн считает, что наиболее адекватной для *физики* является так называемая гипотетико-дедуктивная схема познания. Сущность ее состоит в том, что первоначально формулируются теоретические принципы, а затем из них дедуктивным путем выводятся эмпирические следствия. Причем исходные теоретические принципы являются «свободным» изобретением ученого.

Мысль о свободе создания теоретических принципов проводится Эйнштейном во многих его работах. Так, в своей статье «О методе теоретической *физики*» он пишет: «Полная система теоретической *физики* состоит из понятий, фундаментальных законов, которые должны иметь силу для этих понятий, и следствий, выведенных посредством логической дедукции. Это те следствия, которые должны соответствовать нашему единичному опыту... Логическое мышление определяет структуру этой системы; то, что содержит опыт и взаимные соотношения опытных данных, должно найти свое отражение в выводах теории. В том, что такое отражение возможно, состоит единственная ценность и оправдание всей системы и особенно понятий и фундаментальных законов, лежащих в ее основе. В остальном эти последние суть свободные творения человеческого разума, которые не могут быть априори оправданы ни природой этого разума, ни каким-либо другим путем»<sup>8</sup>.

С термином «свобода» Эйнштейн, однако, не связывает представление о субъективной произвольности процедуры создания теоретических принципов. Он указы-

<sup>7</sup> А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. 4. М., «Наука», 1967, стр. 306.

<sup>8</sup> Там же, стр. 182—183.

вает, что свобода выбора в данном случае имеет специфический характер. Она похожа не на свободу пишущего роман, а скорее на свободу человека, решающего кроссворд. Хотя последний может предложить любое слово в качестве решения, только одно слово действительно решает кроссворд во всех частях <sup>9</sup>.

Свобода интерпретируется Эйнштейном главным образом в смысле антииндуктивизма, как возможность формулировать на основе чисто логических соображений теоретические принципы, непосредственно не вытекающие из опыта. Именно такого рода свобода нашла свое проявление в генезисе общей теории относительности. Здесь уместно подчеркнуть, что эта теория не вытекает из единственного эмпирического факта — эквивалентности тяжелой и инертной масс. Сам по себе этот факт еще не приводит к общей теории относительности. Он связан с ней лишь при условии определенной его интерпретации (при соответствующем изменении интерпретации он может рассматриваться в качестве эмпирической основы не общей теории относительности, а, например, конкурирующей с ней скалярно-тензорной теории гравитации). Но даже и в том случае, когда факт эквивалентности тяжелой и инертной масс берется в трактовке, приводящей к общей теории относительности, он не может рассматриваться достаточным ее основанием. Из него нельзя получить ни вывода о том, что гравитация имеет геометрическую природу, ни ковариантных уравнений гравитационного поля. Для получения этих выводов нужны дополнительные гипотезы математического порядка. В частности, для вывода гравитационных уравнений требуется постулирование ряда формальных условий: четырехмерности пространства-времени, симметричности метрического тензора, определяющего его структуру, инвариантности уравнений относительно группы непрерывных преобразований.

Гипотетико-дедуктивная схема и связанный с ней принцип свободы конструирования исходных теоретических принципов не является, по мнению Эйнштейна, исключительной особенностью релятивистской физики. Этой схеме следовала вся физика с момента своего появления. Она характеризует и развитие современной физической мысли.

---

<sup>9</sup> А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. 4, стр. 204.

Гипотетико-дедуктивный метод в его эйнштейновской версии не приемлем для Бриджмена. Этот метод предполагает возможность глобального эмпирического обоснования физической теории как целого. Между тем задача, по его мнению, состоит в том, чтобы эмпирически проверить локальные элементы теории — отдельно взятые понятия и принципы. Лишь такой анализ, считает он, способен выявить содержательность и эмпирическую обоснованность теории.

Стремление Бриджмена решить судьбу каждого положения физической теории на основе сепаратной эмпирической проверки приводит к целому ряду негативных последствий. Дело в том, что в физике всегда имеются не только понятия, допускающие непосредственную эмпирическую интерпретацию, но также и абстрактные теоретические конструкты, непосредственно не связанные с опытом. Следуя логике операционализма, их нужно исключить из физической теории. Но последняя не может без них существовать и функционировать. Поэтому такая элиминация не возможна.

Для того чтобы выйти из этого логического тупика, Бриджмен пытается расширить трактовку операций, ответственных за содержание понятий, путем допущения не только инструментальных, но и мысленных операций. Он пишет: «Часто утверждают, что операционалистский критерий значения требует, чтобы все операции, которые дают значение физическим понятиям, должны быть инструментальными. Я полагаю, что это ошибочная точка зрения. Простое наблюдение показывает, что физику полезно применять понятия, значения которых не могут быть найдены в инструментальных операциях, проводимых в лабораториях... Все эти неинструментальные операции, вместе взятые, могут быть названы «мысленными операциями»<sup>10</sup>. К мысленным операциям Бриджмен относит бумажно-карандашные и вербальные.

Предложенное Бриджменом расширение понятия операции все же не решает проблемы. Прежде всего он не указывает четких критериев и границ применимости мысленных операций. В результате он произвольно допускает правомерность одних теоретических конструктов (на-

---

<sup>10</sup> P. W. Bridgman. The nature of some of our physical concepts, p. 8.

пример, волновой функции в квантовой механике) и отрицает допустимость других (произвольной системы координат в общей теории относительности). Кроме того, несмотря на декларируемое согласие допустить мысленные операции, Бриджмен в конечном счете приходит к выводу о том, что только реальные физические операции определяют содержание понятий. Это, в частности, видно из следующего его замечания: «Операции, которые определяют значение наших физических понятий, должны, строго говоря, быть физическими операциями, которые фактически выполнимы»<sup>11</sup>.

Одним из ярких проявлений эмпиризма Бриджмена является его негативное отношение к идеализированным экспериментам. Использование такого рода экспериментов привносит, по его мнению, спекулятивный элемент в решение проблемы наблюдаемых, что не совместимо с физикой. Поэтому идеализированный эксперимент должен быть исключен из физики, заменен реальным, фактически выполняемым экспериментом, а проблема наблюдаемых должна быть переформулирована применительно к условиям последнего.

Эта позиция Бриджмена нашла поддержку у Бриллюэна. В упомянутой книге «Новый взгляд на теорию относительности» он делает следующее замечание по этому поводу: «Любая теория содержит ряд величин, которые можно экспериментально измерять, и величины, которые экспериментально наблюдать нельзя. Первые называются *наблюдаемыми*, вторые — *ненаблюдаемыми*. Между ними не всегда делают четкое различие, и многие авторы, утверждая, что те или иные величины являются наблюдаемыми, исходят при этом из произвольных определений, которые не соответствуют никаким физическим экспериментам. Это ведет к противоречиям и парадоксам, которых во что бы то ни стало следует избегать. В этом вопросе я придерживаюсь строгой точки зрения и предполагаю (следуя Бриджмену), что некоторая величина является наблюдаемой только тогда, когда для ее наблюдения можно указать метод и дать подробное описание экспериментальной установки»<sup>12</sup>.

<sup>11</sup> P. W. Bridgman. The nature of physical theory. Princeton, 1936, p. 9.

<sup>12</sup> Л. Бриллюэн. Новый взгляд на теорию относительности, стр. 15.

Бриджмен и Бриллюэн связывают идеализированные эксперименты с именем Эйнштейна, главным образом с его общей теорией относительности. Эйнштейн, действительно, широко пользовался методом идеализированных экспериментов при построении общей теории относительности. Однако этот метод не является специфическим для Эйнштейна. Его использование восходит к началу физики как науки. Без идеализированного эксперимента, вообще говоря, не мог быть установлен даже первый закон механики — закон инерции<sup>13</sup>. В настоящее время идеализированные эксперименты применяются не только в релятивистской физике, но и в квантовой механике, физике элементарных частиц. Без них вообще трудно представить себе физическое познание.

Идеализированные эксперименты сами по себе не вносят спекулятивного элемента в решение проблемы наблюдаемых. Наоборот, они позволяют более строго решить эту проблему. Именно на их основе вводится понятие *принципиальной наблюдаемости*.

Известно, что в физике наблюдаемым считается объект, который поддается измерению. Наблюдаемость идентична измеряемости. При этом во многих случаях существенной оказывается не фактическая, а лишь принципиальная возможность измерения. Это означает, что мы можем отвлечься от технических трудностей процедуры измерения, связанных с несовершенством инструментов, с влиянием на измеряемую величину других явлений. Такое абстрагирование осуществляется посредством перехода от реального к идеализированному эксперименту. Принципиально наблюдаемое — это то, что может быть измерено в условиях идеализированного эксперимента.

Идеализированный эксперимент приводит и к уточнению понятия принципиально ненаблюдаемых объектов, которые подлежат исключению из теории. Принципиально ненаблюдаемые объекты подразделяются на два класса — на абстрактные теоретические конструкты, имеющие внутринаучное значение, и на эмпирические объекты. Теория накладывает запрет не на все принципиально ненаблюдаемые объекты, а лишь на те, которым придается статус эмпирических объектов.

<sup>13</sup> А. Эйнштейн. Собр. науч. трудов, т. 4, стр. 364.

Что же представляют собой последние? По-видимому, это такие объекты, которые не могут быть зафиксированы не только в реальном, но и в идеализированном эксперименте. Невозможность их обнаружения обусловлена не техническими трудностями, а физическими законами. Идеализированный эксперимент, таким образом, позволяет отвлечься от всех технических деталей, мешающих зафиксировать принципиально ненаблюдаемые эмпирические объекты и сформулировать четкий критерий принципиальной ненаблюдаемости — противоречие допущения реальности принципиально ненаблюдаемых объектов установленным физическим принципам и законам.

Решение проблемы наблюдаемых в теории относительности — как в специальной, так и в общей — не превращает данную теорию в умозрительную схему. Как раз наоборот. Релятивистская физика, в отличие от классической, дала строгое эмпирическое определение пространственно-временным понятиям. Так, специальная теория относительности раскрыла физический смысл понятия одновременности разноместных событий, которое считалось интуитивно ясным представителям классической физики и принималось ими чисто умозрительно. Общая теория относительности осуществила переход от абстрактной к физической геометрии. Кроме того, эйнштейнова концепция наблюдаемых позволила исключить из физического рассмотрения принципиально ненаблюдаемые объекты — такие, как, например, лоренцевский эфир.

Бриджмен полагал, что применение операционализма приводит к возрастанию строгости физики. Эта его уверенность была основана на том, что операционализм, устраняя из физики произвольные конструкции, обеспечивает более тесную связь теории с экспериментом. Причем строгость в данном случае не приобретает ценой обеднения науки. Бриджмен писал: «Я не вижу причин, почему операциональный метод тормозил бы любой законный вид теоретизирования. Его влияние может быть только положительным, поскольку он приводит к возрастанию научной строгости»<sup>14</sup>.

Действительное положение дел существенно отличается от приведенной оценки. Требование операционального

---

<sup>14</sup> P. W. Bridgman. Reflection of a physics. New York, 1950, p. 32.



определения физических понятий, осуществленного в условиях реального эксперимента, накладывает серьезные ограничения на физику как науку. Последовательное осуществление этого требования в состоянии вообще аннулировать физику как теоретическую науку. Именно поэтому Бриджмен и не настаивает на полном выполнении программы операционализма. Но даже и в тех случаях, когда эта программа осуществляется лишь частично, это приводит к исключению из физики целого ряда важных ее проблем и разделов. Сам Бриджмен, например, утверждал, что исследователь никогда не способен узнать, что находится внутри звезд или что было миллионы лет тому назад <sup>15</sup>. Астрофизика и космогония оказываются, с его точки зрения, набором спекулятивных гипотез, находящихся вне науки.

К подобным взглядам на физику приходит и Бриллюэн, принимающий бриджменовский операционализм. Он утверждает: «Некоторые традиционные науки представляют собой странную смесь наблюдений и их интерпретации, основывающейся на отличных теориях, но экстраполируемой столь далеко за пределы условий эксперимента, что невольностораживаешься и удивляешься: как часто желаемое выдается за действительное и тщательный анализ подменяется фантазированием. Приятно рассуждать о происхождении Вселенной, но надо помнить, что такие рассуждения — лишь чистая фантазия. И нечего ожидать, что читатель поверит в какую-либо модель Вселенной, описывающую то ли внезапный первовзрыв, то ли расширения и сжатия от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Все это слишком красиво и слишком невероятно, чтобы поверить в это» <sup>16</sup>.

Нам хотелось бы здесь обратить внимание на схожесть установок операционализма с математическим интуитионизмом Брауэра — направлением в основаниях математики, возникшем в начале XX в. Брауэр и его последователи считали, что причиной кризиса классической математики, нашедшего свое выражение в антиномиях канторовской теории множеств, является использование математиками конструктивно неконтролируемых абстракций, основанных на понятии актуальной бесконечности. Для того чтобы преодолеть кризис в математике и дать последней более

<sup>15</sup> Ibid., p. 192.

<sup>16</sup> Л. Б р и л л ю э н. Новый взгляд на теорию относительности, стр. 17.

надежные основания, они считали необходимым ограничить математику только конструктивными объектами — объектами, для которых существует алгоритм их построения. Интуционистская ревизия математики действительно привела к устранению антиномий. Однако это было достигнуто ценой существенного обеднения содержания математики, исключения из нее ряда важных ее разделов.

Бриджмен был, по-видимому, знаком с программой математического интуционизма. Во всяком случае он упоминает это направление и выражает сочувственное отношение к нему <sup>17</sup>. Создается впечатление, что он поставил перед собой задачу провести такую же ревизию в физике, какую провели интуционисты в математике. Он так же, как и сторонники математического интуционизма, жертвует богатством содержания научных теорий во имя более строгого обоснования.

Таким образом, основным объектом операционалистской ревизии являются фрагменты эмпирически неинтерпретированного математического формализма физики. Бриджмен ставит своей задачей освободить физику от математических «излишеств», привязать математический аппарат к реальной эмпирической ситуации. Эта операция, проведенная над физикой, не оказалась, однако, научно плодотворной.

Иным является подход к интерпретации математического формализма, предпринятый Эйнштейном. Эйнштейн считал нецелесообразным вводить с самого начала те ограничения, которые представлялись необходимыми Бриджмену. Наоборот, он допускал свободное развитие математического формализма в его более или менее абстрактном виде. Такой подход давал возможность более полно выявить эвристические возможности, заложенные в математике.

Плодотворность метода Эйнштейна нашла свое выражение не только в самом факте создания уравнений общей теории относительности, но и в их дальнейшем развитии. В этих уравнениях оказалось значительно больше содержания, чем то, которое в них вкладывал сам Эйнштейн. Иллюстрацией их эвристических возможностей явился следующий хорошо известный факт. Первоначально Эйнштейн считал, что его уравнения допускают только стати-

---

<sup>17</sup> P. W. Bridgman. The nature of physical theory, p. 41.

ческие решения. Исходя из этого предположения, он получил космологическую модель, пространственная метрика которой не изменялась во времени. Эйнштейн полагал, что пространственная структура с неизменной метрикой является единственной возможностью, допускаемой теорией. Однако такой взгляд оказался неверным. А. Фридман нашел, что уравнениям Эйнштейна удовлетворяют не только статические пространственные структуры, но и структуры с изменяющейся во времени метрикой. Более того, после открытия Хабблом закона красного смещения было установлено, что именно эволюционирующие, а не статические модели являются описанием структуры реального мира. Уравнения оказались «умнее» своего создателя.

Приведенный пример не единичен. Факты, подобные ему, можно встретить и в других физических теориях, допускающих известную свободу от операционалистских ограничений в развитии математического формализма. Здесь можно было бы отметить чисто математическое предвосхищение Максвеллом электромагнитных волн, предсказание Дираком античастиц и целый ряд других фактов.

Казалось, эмпирические установки Бриджмена все же должны привести к более «реалистическому» пониманию физики как науки. В соответствии с ними из физики должны быть исключены абстрактные теоретические конструкции, обобщения, выходящие за рамки опыта, и любые идеи, не имеющие непосредственного эмпирического обоснования. Все это, конечно бы, сузило физику, низвело бы ее на положение простого феноменологического описания, своего рода каталога фактов. Но зато в ней сохранились бы абсолютно «надежные» истины, дающие объективное представление о физическом мире. Такой вариант ревизии физики с позиции эмпиризма, вообще говоря, логически допустим. Однако, если иметь в виду эмпиризм Бриджмена, то он не только не способствует возрастанию объективной ценности физических знаний, а, наоборот, привносит в их трактовку элемент субъективизма.

Два обстоятельства обуславливают субъективистское понимание Бриджменом физической науки. Во-первых, это операционалистская трактовка содержания физических понятий. Как уже отмечалось, Бриджмен выступал против теории понятий, согласно которой последним соответствуют референты в объективном мире. Содержание

понятий, по его мнению, определяется не свойствами предметов объективного мира, а нашими операциями над ними. Понятия в этом случае оказываются оторванными от предметов и замыкаются сами на себе.

Вообще говоря, можно понять мотивы, руководствуясь которыми Бриджмен акцентирует внимание на роли операционального момента в формировании содержания понятий. Он выступает против наивно-созерцательной трактовки отношения физического знания к его объекту. Это видно, в частности, из такого рассуждения: «Свойство, — пишет он, — это изобретенное понятие, определяющее те аспекты вещей, которые существуют сами по себе, независимо от того, думаем мы о них или нет. Но вводить понятие свойств вещей всегда опасно. В этом случае мы пытаемся достичь невозможного. Для этого нам следует забыть о том, что свойства должны найти свое значение в операциях»<sup>18</sup>.

В приведенном фрагменте сочетаются неприязнь Бриджмена к наивно-созерцательной трактовке физических понятий и его субъективизм. Разумеется, мы ничего не можем сказать о свойствах физического мира вне операций, их фактического измерения и теоретического описания. Операции накладывают отпечаток и на содержание понятий. В этом Бриджмен прав. Более того, можно считать его заслугой то, что он привлек внимание к роли операционального элемента в формировании содержания понятий. Однако было бы ошибочным утверждать, что свойства вещей создаются операциями. Инструментальные операции экспериментатора не создают свойств физических объектов, а лишь способствуют их выявлению.

Во-вторых, субъективизм Бриджмена проявляется также в постоянном подчеркивании индивидуального, личного элемента научной деятельности и отрицании общезначимости и публичности науки. «Невозможно уйти от того факта, — пишет он, — что именно я экспериментирую и создаю физическую теорию и что я являюсь центром любого исследования, которое мной проводится. Мне кажется, что попытка приуменьшить этот факт составляет почти преднамеренный отказ признать очевидную структуру эксперимента»<sup>19</sup>.

---

<sup>18</sup> P. W. Bridgman. The nature of physical theory, p. 43.

<sup>19</sup> Ibid., p. 83.

Продолжая развивать концепцию индивидуальности научной деятельности, Бриджмен приходит к отрицанию того, что наука изучает объективные законы, которые являются общими для любого исследователя. Он выступает с критикой точки зрения Эйнштейна, который постулировал существование вне человека общих физических законов, могущих быть выраженными в ковариантной форме. Так, он пишет: «...наиболее радикальной особенностью мировоззрения Эйнштейна, нашедшего свое выражение в общей теории относительности, является то, что он верит в возможность выхода за рамки специальной точки зрения индивидуального наблюдателя и возведения ее в нечто универсальное, «общезначимое» и «реальное». Я, со своей стороны, занимаю позицию, согласно которой тщательный анализ всего, что мы делаем в физике, указывает на общую невозможность выхода за пределы исходной точки зрения индивидуального наблюдателя»<sup>20</sup>.

Для большинства физиков, которые приемлют материалистический взгляд на мир, все эти рассуждения Бриджмена выглядят как несостоятельные. Ценность науки в том и заключается, что она дает объективное знание о мире, не сводящееся к личной точке зрения, к индивидуальным восприятиям отдельных ученых. И то, что Эйнштейн подчеркнул этот момент, составляет не слабость, а силу его философской позиции.

Конечно, было бы неправильным идеализировать творческий метод Эйнштейна и считать, что Эйнштейн всегда прав. В его методе имеются односторонности, которые помешали ему правильно оценить квантовую механику. Как известно, он выступил с критикой квантовой механики в той ее трактовке, которая была дана Гейзенбергом и Борном. Для Эйнштейна был неприемлемым сам метод познания, принятый квантовой механикой, согласно которому физическая теория должна описывать не объект сам по себе, а объект в том виде, каким он становится после процесса физического измерения. Напротив, он считал, что физические объекты могут быть познаны более или менее «умозрительно», посредством построения соответствующей математической модели, правомерность которой может быть доказана лишь постфактум путем

---

<sup>20</sup> P. W. Bridgman. Einstein's theories and the operational point of view. In: Albert Einstein: philosopher-scientist, p. 349.

проверки вытекающих из теоретического описания эмпирических следствий. Рационализм Эйнштейна, его вера в возможность чисто интеллектуального постижения микромира не соответствуют природе квантовомеханического познания.

Однако, несмотря на отмеченные недостатки, эйнштейновская позиция в вопросе о сущности физического познания, о методах эмпирического обоснования физических теорий обладает несомненным преимуществом перед операционализмом Бриджмена.

## КАК И КТО СОЗДАЛ ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ?

(Опыт рецензии  
с предисловием и комментариями)\*

### Предисловие

В конце 1973 г. в Атомиздате вышла книга «Принцип относительности. Сборник работ по специальной теории относительности». Этот сборник был прислан издательством в редакцию журнала «Наука и жизнь» с просьбой его прорецензировать, и как член редколлегии я должен был решить, как поступить.

Массовый журнал не может и не должен, как правило, помещать рецензии на книги, рассчитанные на специалистов или вообще сравнительно узкий круг читателей. Поэтому вполне можно было бы лишь «принять к сведению» факт выхода в свет упомянутого сборника (его тираж 3825 экземпляров). Другая возможность — поместить краткую рецензию-информацию, что позволило бы читателям убедиться, в частности, в том, что купить сборник нельзя (разве что он где-нибудь сохранился в магазинах на периферии, в которых книг по теории относительности обычно не ищут). Наконец, хорошо известна третья возможность, которая меня и привлекла, — написать рецензию не только о самой книге, а то что называется *à propos* (по поводу).

А повод в данном случае действительно имеется. Речь идет о становлении одной из величайших физических теорий. Речь идет, фактически, и о многом другом. Во всяком случае при чтении сборника «Принцип относительности», содержащего хорошо знакомый в общем материал (в качестве примера замечу, что еще лет 35 назад переводил включенный в сборник исторический обзор из книги В. Паули «Теория относительности»), у меня возникло довольно много весьма разнородных ассоциаций и сооб-

---

\* Вопросы философии, 1974, № 8, 125.

ражений как о физике, так и в еще большей мере о физиках, истории науки, об этике, пресловутых вопросах приоритета и т. п. Изложить все это на бумаге для человека, привыкшего писать лишь довольно сухие статьи с формулами, дело весьма нелегкое, и предлагаемая рецензия с комментариями является лишь бледной тенью статьи, которую мне самому хотелось бы прочесть. Так или иначе, настоящая статья была написана, но оказалась столь длинной и местами недостаточно популярной, что для «Науки и жизни» она не подошла. Надеюсь, однако, что ее опубликование в другом месте представляется оправданным.

## Рецензия

История науки (физики, химии, биологии, математики) всегда выглядела Золушкой рядом с всеобщей историей или историей искусства и литературы. Это в общем вполне понятно и естественно. Во-первых, история науки может интересовать в основном лишь самих ученых, да еще к тому же специалистов в той области, история которой излагается. В то же время, например, всеобщая история интересна для любого культурного человека, быть может, лишь за какими-то особыми исключениями (здесь уже приходится думать о самом определении понятия «культурный человек»). Во-вторых, история науки, в отличие от других разделов истории, обычно малоактуальна в смысле ее связей с сегодняшним днем. В самом деле, история древних Греции или Рима столь популярна потому, что мы находим аналогии, узнаем проявление, хотя и в других условиях, но хорошо знакомых нам человеческих черт и страстей. На далеком во времени материале мы изучаем человека и человеческое общество. Древняя скульптура и живопись также, в значительной части, живут для нас как произведения искусства, а не только являются объектами изучения для истории искусства или какими-то музейными экспонатами, подобными костям вымерших животных. А вот античная физика родственна таким музейным экспонатам. Древние считали, например, что движение тела является равномерным и прямолинейным, лишь пока на него действует сила, а при отсутствии сил тело должно покоиться. Такой вывод следовал из повседневного опыта тех времен, когда



еще не научились избавляться от сил трения. Только Галилей и Ньютон окончательно порвали с античной физикой и заменили ее представлениями, используемыми и сегодня в механике, — здесь имеется в виду хотя бы закон инерции, согласно которому равномерное и прямолинейное движение в инерциальных системах отсчета осуществляется не при наличии сил, а как раз при их отсутствии.

Вряд ли имеются основания развивать здесь эти соображения и подробнее пояснять, почему хорошо сохранившаяся древняя скульптура (и все, что с ней связано в историческом плане) имеет сегодня совсем иное «звучание», чем физика Аристотеля или астрономия Птолемея. Напомнить же об этом я хотел для того, чтобы высказать, быть может, и спорный тезис: похоже на то, что Золушка на наших глазах преобразается и если и не затмит своих сестер, то станет равноправной с ними.

Наиболее явственно и даже ярко этот процесс, обусловленный резким повышением роли науки в жизни общества, находит отражение в произведениях, так сказать, биографического жанра. В качестве героев биографий, воспоминаний и художественных произведений все чаще фигурируют ученые, потеснившие в этом отношении королей, «фюреров», канцлеров, и т. д. Разумеется, жизнь ученого — это жизнь человека, и соответствующая биография лишь частично связана с историей науки. Но в хорошей биографии такая связь должна быть глубокой и органичной. В «Автобиографических заметках», написанных на 68-м году жизни и названных им чем-то «вроде собственного некролога», Эйнштейн после многих страниц, посвященных в основном физике, замечает: «И это некролог? — может спросить удивленный читатель. По сути дела — да, хотелось бы мне ответить. Потому что главное в жизни человека моего склада заключается в том, что он думает и как он думает, а не в том, что он делает или испытывает. Значит, в некрологе можно в основном ограничиться сообщением тех мыслей, которые играли значительную роль в моих стремлениях».

Повышается интерес и внимание к истории науки и в других сферах (помимо биографической), в особенности когда речь идет об истории великих открытий и глубоких идей, появившихся в недавнем прошлом. К их числу в первую очередь относятся детища нашего века — теория

относительности и квантовая теория, появление и развитие которых преобразовало физику и, косвенно, почти все естествознание.

Два вопроса находятся в центре внимания при ознакомлении с историей науки. Раньше всего это вопрос «как» — как возникли и развивались идеи, как готовилось и было совершено открытие. Вторым является вопрос «кто» — кто сделал открытие, высказал идею, воплотил ее «в плоть и кровь», развил, довел до сознания научной общественности. Вопрос «как» представляется основным, первичным — он связан с самим содержанием науки и методами научного исследования. Вопрос же «кто» может показаться второстепенным, и, действительно, он не связан с существом дела, если иметь в виду, скажем, физику, а не психологию научного творчества, социологию научной среды или личную судьбу того или иного человека. Но фактически анализ проблем «как» и «кто» часто, если не в большинстве случаев, трудно разграничить. Науку ведь развивают люди, и если конечный продукт — совокупность определенных утверждений, уравнений, соотношений и т. д., безличен или, вернее, почти безличен, то первоначальный процесс открытия или вывода и получения этих уравнений и соотношений сильно окрашен в человеческие тона и, конкретно, в тона, характерные и типичные для первооткрывателей. Тем самым, если речь идет именно об истории науки, а не о том, как излагать материал в учебниках и монографиях, то на вопросы «как» и «кто» не только на практике приходится, но и естественно отвечать одновременно.

В какой же форме это лучше всего сделать? Универсальный ответ здесь, конечно, дать нельзя. Важнейшим фактором является время, отделяющее нас от рассматриваемой эпохи. Несмотря на то, что форма в науке играет несравненно меньшую роль, чем в искусстве и литературе, она все же весьма существенна и нередко быстро изменяется. Сейчас, например, в физике общеприняты векторные и тензорные обозначения, а еще в XIX веке и начале XX доминировала запись формул в другом виде. Этот момент в известных пределах непринципиален, но даже подобное препятствие — по сути дела лишь использование непривычных обозначений — очень затрудняет чтение. Что уж тогда сказать о еще более старых книгах, написанных не современным языком? Поэтому, когда речь

идет об истории науки до середины XIX века, а иногда и до начала XX века, лучшей формой изложения представляются монографии или статьи, написанные современными авторами и, естественно, снабженные отрывками из оригинальных сочинений (это можно делать не только в виде цитат в тексте, но и в форме более обширных приложений).

Нисколько не противоречит этому пути, а лишь дополняет его издание оригинальных сочинений классиков, снабженное специальными статьями и комментариями, но роль таких собраний научных трудов классиков естествознания еще больше возрастает и, пожалуй, становится первой по важности, когда речь идет о наших современниках или почти что современниках — ученых XX века. Большой заслугой издательства «Наука» является издание, причем на хорошем уровне, серии «Классики науки», в которой уже вышли сочинения А. Эйнштейна, Н. Бора, Э. Резерфорда, Э. Ферми, А. Пуанкаре и некоторые другие. Той же цели с успехом служат менее «академические» издания — сборники статей видных физиков (Д. Максвелла, Л. Больцмана, Г. Лоренца, М. Лауэ, П. Эренфеста, Э. Шредингера, А. Зоммерфельда и др.), выходящие также в издательстве «Наука», и сборники трудов известных русских физиков дореволюционного времени и советских физиков, выпущенные рядом издательств.

В большинстве случаев, однако, фундаментальные научные достижения и теории являются продуктом коллективного творчества (исключение, которое сразу же приходит на ум, это создание Эйнштейном общей теории относительности). Поэтому возникла еще одна и весьма удачная форма — сборник оригинальных работ, составленный по тематическому принципу. Пожалуй, это самый удобный и надежный, вообще говоря, способ получить ответ на вопросы, как и кто создал ту или иную великую естественнонаучную теорию или породил научное направление (нам вместе с тем придется еще напомнить, что сборники работ классиков являются формой, далеко не свободной от определенных ограничений).

В случае теории относительности первый сборник такого типа был издан в Германии еще в 1913 г. и затем не раз переиздавался. В СССР аналогичная книга «Принцип относительности. Сборник работ классиков релятивизма» появилась в 1935 г., она содержала основные работы

Г. Лоренца, А. Эйнштейна, А. Пуанкаре и Г. Минковско-го по специальной теории относительности (СТО), а также ряд работ Эйнштейна по общей теории относительности (ОТО). Этот сборник пользовался большим и заслуженным успехом, но давно уже стал библиографической редкостью.

В силу сказанного можно было бы только приветствовать появление нового сборника работ классиков релятивизма. При известных условиях можно также согласиться с тем, что достаточно полное освещение истории возникновения и развития специальной теории относительности приходится достигать ценой исключения вопросов, связанных с общей теорией относительности (ОТО). Действительно, если не ограничиваться оригинальными работами классиков, а поместить разнообразный дополнительный материал, то для изложения ОТО просто не останется достаточно места. Рецензируемый сборник «Принцип относительности» по идее так и составлен. Половину сборника (138 стр. из 330) составляет часть вторая — «Построение специальной теории относительности», где помещены все соответствующие статьи из предыдущего сборника, а также добавлен отрывок из книги Дж. Лармора (1900 г.), краткое предварительное сообщение Пуанкаре (1905 г.) и небольшой доклад М. Планка (1906 г.). Хотя, на мой взгляд, все эти добавления правильнее было бы поместить в других частях сборника, но это вопрос спорный и, главное, не принципиальный. А вот первая и третья части сборника («Возникновение концепции относительности» и «К истории создания специальной теории относительности») вызывают самые серьезные возражения. При этом одна из существенных сторон проблемы здесь даже не историческая, не физическая, а скорее этическая.

Чтобы яснее объяснить, в чем дело, проведу аналогию с литературой и ее историей. Некоторые великие писатели и поэты подвергались как при жизни, так и после смерти необъективной и тенденциозной критике. Кроме того, личная или общественная жизнь некоторых из них иногда бросала какую-то тень на их имя или могла быть так истолкована. Наконец, историки литературы, текстологи и коллекционеры собрали немало личных писем, записок и т. п., которые производят неприятное впечатление по крайней мере без учета обстоятельств места и времени их появления.

Существует мнение, что многие подобные материалы вообще не должны публиковаться. Такой подход в ряде случаев я считаю совершенно неправильным, часто ханжеским и лицемерным. Если прошло достаточно много времени, то любые факты и материалы разного типа могут в принципе публиковаться и использоваться в специальных статьях, сборниках и монографиях, а также в полных академических собраниях сочинений.

Но вот никому еще, вероятно, даже не приходила в голову идея опубликовать классические стихотворения, близкие и дорогие многим читателям, вместе с отрывками из мемуаров или писем, порочащих их великих авторов, или вместе со статьями, содержащими обвинения этих авторов в плагиате. Так или иначе, ясные из сказанного ограничения учитываются и должны учитываться при издании и переиздании классических произведений как писателей, так и ученых. Независимо от неизбежного расхождения во взглядах и оценках имена Пушкина и Льва Толстого не могут не пользоваться глубоким уважением совершенно подавляющего большинства литераторов (и, конечно, не только литераторов). В равной мере для совершенно подавляющего большинства физиков имена великих преобразователей естествознания ассоциируются не только с научными принципами, формулами и эффектами, но и являются, как правило, именами глубоко почитаемых людей, хотя они сами и ничего от нас не требовали, ибо, как отметил Эйнштейн в некрологе, посвященном памяти Макса Планка: «Человек, которому было суждено одарить мир великой созидательной идеей, не нуждается в похвале потомства. Его творчество даровало ему более значительное благо».

Все это имеет прямое отношение к обсуждаемому сборнику «Принцип относительности», так как при его составлении явно нарушены, по моему мнению, упомянутые, казалось бы очевидные, условия издания работ классиков. Самое яркое этому доказательство связано с включением в сборник большого куска (он занимает 25 страниц) из книги Эд. Уиттекера, озаглавленного так: «Теория относительности Пуанкаре и Лоренца». Это красноречивое заглавие не обманывает — Уиттекер действительно задался целью доказать, что Эйнштейн не является даже одним из основных авторов специальной теории относительности! В классической же работе Эйнштейна 1905 г., по Уит-

текеру, лишь «более пространно излагалась теория относительности Пуанкаре и Лоренца» (стр. 216; здесь и ниже указываются страницы сборника).

Известный англо-ирландский физик и математик Дж. Синг назвал выводы Уиттекера в отношении Эйнштейна диффамацией (стр. 245), что с точностью до перевода с английского эквивалентно слову клевета. Прочитав Уиттекера и убедившись в том, как он искажает и подтасовывает факты (это относится даже к переводу цитат из Пуанкаре; см. стр. 248), я могу только полностью присоединиться к заключению Дж. Синга (справедливости ради, нужно, правда, отметить, что Уиттекеру еще очень далеко до тех, кто выдумал термины «неарийская физика», «реакционное эйнштейнианство» и т. п.). Не знаю, какой процент физиков буквально согласится с таким заключением, тем более, что четкую грань между клеветой и явной недобросовестностью или искажением фактов провести трудно, но сути дела название не изменяет. В этой связи представляется существенным, что даже сам составитель сборника А. А. Тяпкин также говорит о «явной предвзятости позиции Уиттекера» и т. п., хотя и считает его книгу «совершенно новым словом в историографии» (стр. 321). Не будем здесь спорить с последним тезисом, жизнь сложна и удивительна, а посему предвзятость и даже клевета действительно могут в одном и том же сочинении уживаться с новым словом в историографии. Но если подобные сочинения можно использовать в собственных статьях, черпая из них какой-то материал, то их включение в сборники, содержащие в основном труды самих классиков естествознания, не представляется допустимым. Основания для такого вывода уже были приведены, подкрепить же их ссылками на математические теоремы или на уголовный кодекс я не могу.

Включение сочинения Уиттекера хотя и важнейший, но далеко не единственный недостаток сборника. Все эти недостатки, вместе взятые, обусловлены в первую очередь тенденциозностью составителя сборника, который буквально поглощен идеей подчеркнуть и «защитить» приоритет Пуанкаре, а частично и Лоренца, вклад которых в создание СТО якобы далеко не достаточно признан и оценен в связи с преувеличением роли Эйнштейна.

Дать оценку такой позиции можно, очевидно, только на основе конкретного анализа фактического материала,

ответив тем самым на вопрос: кто создал специальную теорию относительности? Форма рецензии не подходит для решения этой задачи, и на ней мы остановимся преимущественно во второй части статьи, условно названной «комментариями». Но уже здесь можно осветить вопрос об авторстве СТО, если не с научной, то с «человеческой» стороны.

Три работы считаются важнейшими при создании СТО. Автором первой из них (1904 г.) был один из общепризнанных лидеров теоретической физики, голландский профессор Гендрик Антон Лоренц (1853—1928), за два года до этого получивший Нобелевскую премию по физике. Автором второй работы (1906 г., краткое сообщение было опубликовано в 1905 г.) явился уже тогда знаменитый французский математик Анри Пуанкаре (1854—1912), хорошо известный также своими исследованиями в области физики и методологии науки. Наконец, третья работа (1905 г.) была написана почти неизвестным мелким служащим швейцарского федерального патентного бюро Альбертом Эйнштейном (1879—1955).

Кому не известно, что новые произведения популярных и любимых писателей и поэтов сразу же привлекают внимание, в то время как сочинениям новичков нужно еще пробивать себе дорогу. В науке та же естественная тенденция проявляется, пожалуй, еще резче.

Почему же в интересующем нас случае — при создании СТО — все получилось наоборот: особенно известной, без преувеличения можно сказать знаменитой, стала именно работа Эйнштейна? Ответ на этот вопрос был очень четко сформулирован еще, например, в широко известной книге В. Паули «Теория относительности», впервые опубликованной в 1921 г. в наиболее авторитетной в то время «Энциклопедии математических наук». Книга Паули затем переиздавалась и была переведена на другие языки (русский перевод вышел в 1947 г.). Изложение истории создания СТО Паули заканчивает так: «Основы новой теории были доведены до известного завершения Эйнштейном. Его работа 1905 г. была направлена в печать почти одновременно с сообщением Пуанкаре и написана без осведомленности о работе Лоренца 1904 г. Исследование Эйнштейна содержит не только все существенные результаты обеих названных работ, но также прежде всего изложение совершенно нового и глубокого понимания всей проблемы»

(стр. 204). Другой известный физик, М. Борн, так вспоминает о впечатлении, произведенном на него чтением статьи Эйнштейна: «Хотя я был хорошо знаком с релятивистской идеей и с преобразованиями Лоренца, ход идей Эйнштейна был для меня откровением» (стр. 236).

В совершенно новом и глубоком освещении проблемы, явившемся откровением, и состоит очевидная причина успеха работы Эйнштейна, причина того, что именно эта работа считается самой важной при создании СТО. Допускать же, что «немаловажную роль» здесь сыграли «националистические настроения немецкой школы физиков» (стр. 307), представляется просто смехотворным, тем более, что Эйнштейн был евреем и швейцарским гражданином.

Чтобы завершить рецензию, сделаем лишь еще два замечания.

Если основным недостатком третьей части сборника является присутствие некоторых материалов, помещение которых либо кажется нам недопустимым (Уиттекер), либо вызывает сильные сомнения (не буду на них останавливаться за неимением места), то первая часть сборника страдает недостатком противоположного характера. Действительно, читатель ожидает, что здесь будут отражены идеи, результаты и трудности, особенно важные для понимания истоков СТО. Но в то время как этими истоками является раньше всего электродинамика движущихся сред, первая часть сборника целиком посвящена одностороннему освещению лишь одного аспекта предыстории СТО — возникновению «концепции относительности». На более понятном языке это означает, что речь идет о таком расширении принципа относительности классической механики, которое охватывало бы также электродинамику и вообще «всю физику». Если напомнить, что такой принцип относительности справедлив только в инерциальных системах и означает полную равноправность всех этих систем отсчета при формулировке законов природы, то становится ясным следующее: история возникновения концепции относительности никак не может излагаться вне связи с вопросом об инерциальных системах и другими основами механики Галилея и Ньютона. Тем не менее как классическая механика, так и дорелятивистская электродинамика движущихся сред остались по существу вне поля зрения составителя, и оно почти цели-



ком заполнено Пуанкаре: в первой части сборника помещены только доклад Пуанкаре и четыре отрывка из его статей и лекций, а также еще лишь одна небольшая заметка Лоренца.

Можно думать, что картина уже достаточно выяснена: рецензируемый сборник — это не столько собрание трудов классиков релятивизма, снабженное каким-то более или менее нейтральным и вспомогательным дополнительным материалом, сколько полемическое и во многом спорное произведение по истории СТО, снабженное оригинальными статьями классиков релятивизма. В принципе и такая форма изложения допустима, но тогда так и нужно прямо заявить, отразив это и в построении, и в названии книги.

В свете сказанного отмечать технические недостатки издания кажется почти что излишним. Но все же трудно пройти мимо того факта, что сборник плохо отредактирован в литературном отношении (это не относится к переводам, уже издававшимся ранее) и изобилует опечатками.

Многие нужные книги по физике у нас очень трудно купить, так как они издаются совершенно недостаточными тиражами. И дело здесь не в недостатке бумаги, поскольку сейчас речь идет не о массовых изданиях, а о монографиях, сборниках обзорных статей и т. п. Книгу нужно бы издать тиражом в 7—10 тысяч, а выпускаются, скажем, лишь 3000 экземпляров, и это несмотря на то, что увеличение тиража экономически выгодно. О необходимости изменить положение часто, но безрезультатно говорят, и я пользуюсь возможностью еще раз напомнить о необходимости повысить тиражи многих книг по физике. Правда, вышедший сборник «Принцип относительности» никак не принадлежит к числу таких книг, но вот хороший сборник на ту же тему издать нужно большим тиражом — он найдет широкий круг читателей.

## Комментарии

Ниже мы сделаем ряд фрагментарных замечаний, прямо или косвенно связанных с заголовком настоящей статьи.

## 1. Что такое специальная теория относительности?

Одним из основных физических понятий является понятие об инерциальных системах отсчета. Данная система отсчета, служащая для определения координат и времени событий, инерциальна, если в ней соблюдается закон инерции — изолированное тело (тело, не находящееся под действием сил) движется равномерно и прямолинейно. Такое определение не свободно, правда, от возражений и нуждается в уточнениях, поскольку остается еще неясным, какое тело можно считать изолированным, но, грубо говоря, изолированность гарантирована, если все другие тела находятся достаточно далеко (подробнее осветить вопрос об инерциальных системах, как и некоторые другие, здесь нет возможности). Примером достаточно «хорошей» инерциальной системы может служить система координат, начало которой совпадает с Солнцем, а оси направлены на далекие звезды. С несколько меньшей, но обычно еще весьма большой точностью, закон инерции выполняется и на Земле (действие силы тяжести считается исключенным). Система отсчета, вращающаяся относительно инерциальной, уже не будет таковой, причем с увеличением угловой скорости вращения различия между инерциальной и вращающейся системами проявляются все резче.

Если данная система инерциальна, то инерциальной будет и любая другая система отсчета, движущаяся относительно нее равномерно и прямолинейно. Обобщение этого заключения на все механические явления — утверждение о том, что все такие явления во всех инерциальных системах протекают совершенно одинаково (разумеется, при одинаковых начальных условиях), как раз и составляет содержание классического или галилеева принципа относительности. Точнее, использование и формулировка этого принципа включают в себя также вполне определенное, дорелятивистское предположение о том, как связаны между собой координаты и время событий в различных инерциальных системах. Так, если одна из этих систем — система  $K'$  (координаты  $x', y', z'$  и время  $t'$ ) движется относительно данной инерциальной системы  $K$  (координаты  $x, y, z$  и время  $t$ ) со скоростью  $v$  вдоль положительных осей  $x$  и  $x'$  (направления всех осей считаем совпадающими), то, как предполагалось до создания СТО,  $x' =$

$= x - vt$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ ,  $t' = t$  (преобразования Галилея). Впрочем, абсолютность времени — его независимость от движения системы отсчета (отсюда и равенство  $t' = t$ ) — считалась имеющей место вообще в любых системах отсчета.

При равномерном движении тела его ускорение, конечно, равно нулю. Значит, при преобразовании Галилея, т. е. в любых инерциальных системах, ускорение одинаково. Поэтому при таких преобразованиях закон динамики—второй закон Ньютона (масса  $\times$  ускорение = сила)—остается неизменным, если только масса и сила, как и ускорение, остаются одинаковыми в системах  $K$  и  $K'$ . Последнее предполагается (и обосновывается на опыте), в результате чего мы и приходим к выводу о соблюдении классического принципа относительности в механике Ньютона. Вообще гарантией соблюдения классического принципа относительности является неизменность (инвариантность) рассматриваемых физических законов при преобразованиях Галилея.

Когда-то, до второй половины и даже до конца XIX века, считали, что всю физику можно построить на основе ньютоновских уравнений движения. Тем самым считался всегда справедливым и классический принцип относительности. Развитие электродинамики поставило, однако, классический принцип относительности под сомнение. Уравнения электродинамики (уравнения Максвелла) при преобразованиях Галилея не сохраняют свою форму, и поэтому применение этих преобразований приводит к такому выводу: принцип относительности в электродинамике нарушается, и, в частности, свет и электромагнитные волны всех других диапазонов в вакууме в различных инерциальных системах распространяются по-разному. Если вводившаяся тогда «светоносная среда» — эфир неподвижна в одной из инерциальных систем (в системе  $K$ ), то в этой системе скорость света независимо от направления равна  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/сек. В других же инерциальных системах  $K'$ , движущихся относительно эфира со скоростью  $v$  (вдоль осей  $x$  и  $x'$ ), как ясно из преобразований Галилея, скорость света будет равна  $c' = c - v$  при его распространении вдоль осей  $x$  и  $x'$ , равна  $c' = c + v$  при распространении света против осей  $x$  и  $x'$  и т. д.

Но опыты опровергли столь ясный, казалось бы, вывод: все эксперименты, начиная со знаменитого опыта

Майкельсона, впервые проведенного в 1881 г. и затем неоднократно повторявшегося, подтверждают справедливость принципа относительности и в электродинамике, и вообще для всей физики. Но как же тогда, в согласии с принципом относительности, скорость света может равняться одной и той же величине в разных системах отсчета, когда из преобразований Галилея очевиден противоположный вывод?

Понадобилось почти четверть века, чтобы в итоге мучительных поисков прийти к решению, составляющему ядро и основу СТО и сводящемуся к отказу от преобразований Галилея. Точнее, как это обычно бывает в подобных случаях, от них не отказались, а был понят их приближенный характер. Точные же формулы, связывающие координаты и время в системах  $K'$  и  $K$ , имеют вид

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(преобразования Лоренца).

Если скорость рассматриваемых инерциальных систем друг относительно друга  $v$  достаточно мала по сравнению со скоростью света  $c$ , то преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея; отсюда и ясна их точность, характеризуемая параметром  $v^2/c^2$ . Для близкого спутника Земли скорость  $v \simeq 8$  км/сек и  $v^2/c^2 \sim 10^{-9}$ . Скорость Земли относительно Солнца  $v \simeq 30$  км/сек и  $v^2/c^2 \sim 10^{-8}$ . Уже из этих примеров ясно, что в области механических явлений, с которыми мы сталкиваемся в повседневной жизни, преобразования Галилея и вся связанная с ними ньютоновская механика справедливы с огромной точностью. Но в электродинамике и при исследовании релятивистских частиц — частиц, движущихся с высокой скоростью  $v$ , сравнимой со скоростью света в вакууме  $c$ , нужно пользоваться преобразованиями Лоренца. Одно из их следствий — равенство  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = (x')^2 + (y')^2 + (z')^2 - c^2 (t')^2$ . Если учесть, что уравнение фронта сферической световой волны имеет вид  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$ , то указанное равенство сразу же свидетельствует о справедливости принципа относительности при распространении света — во всех инерциальных системах скорость света одинакова и равна  $c$ .

Здесь нет, разумеется, никакой возможности подробнее излагать основы СТО<sup>1</sup>, но не сообщить или не напомнить сказанное выше было невозможно: под СТО как раз понимают теоретические построения, базирующиеся на принципе относительности и преобразованиях Лоренца. Без понимания того, что это значит, нельзя понять, как и кто создал СТО. Для известной полноты картины заметим, что в настоящее время отдельный курс «специальная теория относительности» студентам обычно не читается. Дело в том, что о принципе относительности и преобразованиях Лоренца рассказывают в курсе общей физики и повторяют это в курсе электродинамики. Весь же остальной материал, который составлял содержание курсов СТО, теперь, естественным образом, вошел в различные разделы теоретической физики (теорию поля, электродинамику сплошных сред и т. д.). Тем самым лишний раз подчеркивается тот факт, что главное в СТО — это новые по сравнению с дорелятивистской физикой пространственно-временные представления, находящие отражение в замене преобразований Галилея преобразованиями Лоренца.

Содержание последних, если говорить о физике, не сводится только к самим приведенным простым формулам, связывающим координаты и время  $x', y', z', t'$  с  $x, y, z$  и  $t$ . Как всегда в физике, нужно также установить смысл всех величин — указать основу используемых методов измерения координат и времени, уточнить некоторые свойства служащих для этой цели масштабов и часов. Относится сюда, в частности, и вопрос о синхронизации часов в каждой из систем  $K$  и  $K'$ . Так, координаты и время, фигурирующие в преобразованиях Лоренца, определены таким образом, что события, одновременные в системе  $K$  (время  $t$ ), не одновременны в системе  $K'$  (время  $t'$ ). Отказ от абсолютного времени является особенно радикальным

---

<sup>1</sup> Помимо уже цитированной книги В. Паули, упомянем о популярной книге М. Борна «Эйнштейновская теория относительности» (М., «Мир», 1972) и вводных главах курсов: Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица «Теория поля» (М., «Наука», 1973) и В. А. Угарова «Специальная теория относительности» (М., «Наука», 1969). О физическом содержании СТО см. также статью Е. Л. Фейнберга (УФН, 1975, 116, 709). История создания и развития теории относительности освещена, в частности, в книге У. И. Франкфурта «Специальная и общая теория относительности. Исторические очерки» (М., «Наука», 1968); см. также статьи И. Ю. Кобзарева (УФН 1974, 113, 679; 1975, 115, 545).

выводом (им мы обязаны Эйнштейну). По своему значению и трудности этот вывод можно сравнить с отказом от абсолютной неподвижности Земли, лежащим в основе гелиоцентрической системы Коперника.

## 2. Как и кто создал СТО?

Путь к СТО лежал, как ясно из сказанного, через преодоление фундаментальной трудности — принцип относительности на опыте соблюдается и в электродинамике (а не только в механике), но это несовместимо с преобразованиями Галилея. Впрочем, Лоренц и другие пытались устранить противоречие без отказа от преобразований Галилея, путем предположения о том, что все тела при их движении относительно эфира сокращаются. Если масштаб, длина которого в покое относительно эфира равна  $l$ , при движении со скоростью  $v$  имеет длину  $l\sqrt{1 - v^2/c^2}$ , то можно объяснить, почему некоторые опыты не обнаруживают движения тел относительно эфира и их результаты не зависят от скорости движения Земли относительно Солнца. Гипотезы сокращения, однако, не для всех опытов достаточно; становились известными все новые опыты, которые находились в согласии с принципом относительности и для своего объяснения требовали дополнительных гипотез. Такое положение, конечно, неудовлетворительно, и Лоренц упорно стремился «показать, что многие электромагнитные явления строго, т. е. без пренебрежения членами высших порядков, не зависят от движения системы». Для этой цели Лоренц стремился показать, что для равномерно и прямолинейно движущегося (относительно эфира) тела уравнения электродинамики допускают решения, которые определенным образом соответствуют решениям для такого же покоящегося тела. Соответствие достигается в результате перехода к новым переменным  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  и  $t'$  с помощью преобразований Лоренца, а также введения новых (штрихованных) векторов электромагнитного поля. В результате таких преобразований форма уравнений поля не изменяется, т. е. они имеют одинаковый вид для старых (нештрихованных) и новых (штрихованных) величин. Такое свойство называется инвариантностью — в данном случае инвариантностью уравнений электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца.

Сейчас, после создания СТО, мы знаем, что это свидетельствует как раз о соблюдении принципа относительности в электродинамике, но Лоренц отнюдь не считал время  $t'$  временем в движущейся системе отсчета, он называл это время местным и полагал, что имеет «дело просто со вспомогательными величинами, введенными лишь с помощью математического ухищрения. В частности, переменную  $t'$  нельзя было назвать «временем» в том же смысле, как переменную  $t$ » (стр. 193). В 1915 г. Лоренц писал то же самое: «Главная причина моей неудачи заключалась в том, что я всегда придерживался мысли, что только переменную  $t$  можно принять за истинное время и что мое местное время  $t'$  должно рассматриваться не более как вспомогательная математическая величина. В теории Эйнштейна, напротив,  $t'$  играет ту же роль, что и  $t$ » (стр. 197). В 1927 г., за год до смерти, Лоренц высказывался еще более определенно: «Для меня существовало только истинное время. Я рассматривал свое преобразование времени только как эвристическую рабочую гипотезу. Итак, теория относительности является фактически работой исключительно Эйнштейна» (стр. 263). Добавлю, что, перечитав сейчас (через 70 лет после их опубликования!) работы Лоренца и Пуанкаре, я лишь с трудом и зная заранее результат (а это, как известно, чрезвычайно облегчает понимание) смог понять, почему доказанная в этих работах инвариантность уравнений электродинамики относительно преобразований Лоренца могла тогда рассматриваться в качестве свидетельства справедливости принципа относительности. К тому же Лоренц и Пуанкаре понимали этот принцип лишь как утверждение о невозможности заметить равномерное движение тела относительно эфира. Перейти отсюда к рассмотрению всех инерциальных систем отсчета как совершенно равноправных (такова современная формулировка принципа относительности) можно без особого труда, только если понимать преобразования Лоренца как имеющие смысл перехода к движущейся системе отсчета.

Как мы видели, Лоренц последнего определенно не считал. Позиция Пуанкаре менее ясна. В его статье 1905—1906 гг. просто утверждается, что уравнения электродинамики «можно подвергнуть замечательному преобразованию, найденному Лоренцем, которое объясняет, почему никакой опыт не в состоянии обнаружить абсолютное

движение Земли» (стр. 122). Само же это «объяснение», на мой взгляд, не идет дальше объяснения Лоренца. Вообще о своей работе Пуанкаре пишет: «Результаты, полученные мною, согласуются во всех важных пунктах с теми, которые получил Лоренц. Я стремился только дополнить и видоизменить их в некоторых деталях. Некоторые имеющиеся расхождения, как мы увидим дальше, не играют существенной роли» (стр. 119). С другой стороны, в более ранних работах, статьях и докладах Пуанкаре имеется ряд замечаний, звучащих почти пророчески. Речь здесь идет и о необходимости определить понятие одновременности, и о возможности использовать для этой цели световые сигналы, и о принципе относительности. Но Пуанкаре не развил этих соображений и в своих работах 1905—1906 гг. следует за Лоренцем. Как уже подчеркивалось, они в основном стремились показать и показали, при каких предположениях равномерное движение тел относительно эфира будет совершенно незаметно. Между тем Эйнштейн в его работе 1905 г., можно сказать, обернул всю постановку вопроса — он показал, что, приняв принцип относительности и осуществив синхронизацию часов светом (а также приняв, что скорость света не зависит от движения источника), никаких других дополнительных гипотез делать не нужно: преобразования Лоренца и, как следствие, сокращение движущихся масштабов и замедление хода движущихся часов непосредственно следуют из указанных предположений.

Таким образом, если судить по опубликованным материалам, Пуанкаре был, по-видимому, довольно близок к созданию СТО, но до конца не дошел. Почему так произошло, можно только гадать. Возможно, главная причина в том, что Пуанкаре был все же в первую очередь математиком и в этой связи ему особенно трудно было подняться (или опуститься?) до четкого понимания столь важных для физики сторон проблемы, как достаточно определенное уточнение смысла всех вводимых величин и понятий. Другая, хотя и близкая, гипотеза такова: Пуанкаре помешала его приверженность к конвенционализму, т. е. течению, подчеркивающему (и переоценивающему) роль условных элементов и определений в физике. Какая-то конвенциональность при построении физических теорий совершенно несомненна. Длину можно измерять и в метрах, и в футах, а также и рядом необычных



и экстравагантных методов. То же относится ко времени, к другим величинам, а также к определению одновременности — такое определение не предписано однозначно. Но конечный результат, содержание физической теории (в отличие от формы записи и т. п.) не является условным, а определяется природой, объектом исследования. Переоценка конвенционального элемента в познании может помешать уточнению понятий. Могло это сказаться, в частности, на том, что Пуанкаре не позаботился об уточнении смысла «истинного» времени  $t$  и «местного» времени  $t'$ , которые на самом деле в одинаковой мере истинны, но являются, если угодно, «местным» временем соответственно для систем  $K$  и  $K'$ .

Должен подчеркнуть, однако, что подобные гипотезы, в данном случае касающиеся Пуанкаре, не только произвольны, но и вообще незаконны, неправомочны. Пуанкаре, несомненно, принял активное участие в создании СТО, его вклад бесспорен<sup>2</sup>. Спрашивать же, почему он

<sup>2</sup> Поскольку вопрос о вкладе Пуанкаре при создании СТО широко обсуждается, в частности, в настоящей статье, по ряду причин уместно привести здесь мнение на этот счет, высказанное Л. де Бройлем. В своей речи, произнесенной в 1954 г. в связи со столетием со дня рождения А. Пуанкаре, де Бройль говорит (см.: А. Пуанкаре. Избр. труды, т. 3. М., «Наука», 1974, стр. 706—707): «Еще немного и Анри Пуанкаре, а не Альберт Эйнштейн первым построил бы теорию относительности во всей ее общности, доставив тем самым французской науке честь этого открытия... Однако Пуанкаре так и не сделал решающего шага и предоставил Эйнштейну честь разглядеть все следствия из принципа относительности и, в частности, путем глубокого анализа измерений длины и времени выяснить подлинную физическую природу связи, устанавливаемой принципом относительности между пространством и временем. Почему Пуанкаре не дошел до конца в своих выводах? Несомненно, чрезмерно критическая направленность его склада мышления, обусловленная, быть может, тем, что Пуанкаре как ученый был прежде всего чистым математиком. Как уже говорилось ранее, Пуанкаре занимал по отношению к физическим теориям несколько скептическую позицию, считая, что вообще существует бесконечно много логически эквивалентных точек зрения и картин действительности, из которых ученый, руководствуясь исключительно соображениями удобства, выбирает какую-то одну. Вероятно, такой номинализм иной раз мешал ему признать тот факт, что среди логически возможных теорий есть такие, которые ближе к физической реальности, во всяком случае лучше согласуются с интуицией физика, и тем самым больше могут помочь ему. Вот почему молодой Альберт Эйнштейн, которому в то время исполнилось лишь 25 лет и математические знания которого не могли идти в сравнение с глубо-

не выполнил еще и работу Эйнштейна, можно не с большим основанием, чем и в отношении всех физиков того времени, — великие работы потому и называются великими, что сделать их крайне трудно.

Роль работы Эйнштейна, ее смысл, помимо уже сказанного, поясним его же словами, содержащимися в письме, написанном за два месяца до смерти<sup>3</sup>: «Вспоминая историю развития специальной теории относительности, мы можем с уверенностью сказать, что к 1905 г. открытие ее было подготовлено. Лоренц уже знал, что преобразование, получившее впоследствии его имя, имеет существенное значение для анализа уравнений Максвелла, а Пуанкаре развил эту мысль. Что касается меня, то я знал только фундаментальный труд Лоренца, написанный в 1895 году, но не был знаком с его более поздней работой и со связанным с ней исследованием Пуанкаре. В этом смысле моя работа была самостоятельной. Новой в ней была мысль о том, что значение преобразования Лоренца выходит за рамки уравнений Максвелла и касается сущности пространства и времени. Новым был и вывод о том, что «инвариантность Лоренца» является общим условием для каждой физической теории. Это было для меня особенно важно, так как я еще раньше понял, что максвелловская теория не описывает микроструктуру излучения и поэтому не всегда справедлива».

кими познаниями гениального французского ученого, тем не менее раньше Пуанкаре нашел синтез, сразу снявший все трудности, использовав и обосновав все попытки своих предшественников. Этот решающий удар был нанесен мощным интеллектом, руководимым глубокой интуицией о природе физической реальности.

Однако блестящий успех Эйнштейна не дает нам права забывать о том, что проблема относительности была еще ранее глубоко проанализирована светлым умом Пуанкаре и что именно Пуанкаре внес существенный вклад в будущее решение этой проблемы. Без Лоренца и Пуанкаре Эйнштейн не мог бы достичь успеха».

Как нам представляется, позиция де Бройля, относящегося к памяти А. Пуанкаре с глубоким уважением и максимальной благожелательностью, должна рассматриваться как еще одно свидетельство того, что основным автором СТО является А. Эйнштейн (См. также детальный анализ работы Пуанкаре «К динамике электрона» в статье А. I. Miller. *Archive for History of Exact Sciences*. 10, 1973, 207—328).

<sup>3</sup> Цитируем по книге К. Зелига «Альберт Эйнштейн» (Атомиздат, 1966), являющейся лучшей известной нам биографией Эйнштейна (см. стр. 67 этой книги; несколько другой перевод см. на стр. 236 рецензируемого сборника).

Так кто же все-таки создал специальную теорию относительности, спросит читатель, желающий получить простой ответ. Как и в большинстве подобных случаев, СТО не является открытием или результатом, целиком принадлежащим одному человеку. Но главную роль в создании СТО большинство физиков (и я в том числе), безусловно, отводит Эйнштейну, так как именно его работа содержала «изложение совершенно нового и глубокого понимания всей проблемы» (В. Паули, стр. 201) и была «тем последним и решающим элементом в фундаменте, заложенном Лоренцем, Пуанкаре и другими, на котором, могло держаться здание...» (М. Борн, стр. 238). К числу этих «других» следует в первую очередь отнести Лармора, который еще в 1900 г. получил преобразования Лоренца (еще раньше, в 1887 г., очень близкие по типу преобразования использовал Фогт).

Существуют и другие оценки роли Эйнштейна, Лоренца и Пуанкаре в создании СТО. И если экстремистские взгляды, сводящиеся к отрицанию вклада Эйнштейна, не заслуживают, по моему убеждению, никакого внимания, то более умеренные формулировки типа «СТО создана Лоренцем, Пуанкаре и Эйнштейном» остаются, в конце концов, делом их авторов — нельзя же такие вещи декретировать и никто еще не изобрел весов, на которых с аптекарской точностью удалось бы отмерять научные заслуги. По этой и некоторым другим причинам приоритетные споры, а тем более дразги, достаточно частые в научной среде, обычно вызывают чувство протеста. Но об этом — в следующем разделе. Сейчас же кажется уместным, во избежание недоразумений, сделать замечание, касающееся названия «Теория относительности Эйнштейна».

Такое словопотребление совершенно естественно и законно, тем более, что оно отнюдь не тождественно с названием «специальная теория относительности Эйнштейна». Дело в том, что под теорией относительности, если не уточнять, понимают и специальную (СТО) и общую теорию относительности (ОТО). Общая теория относительности обобщает и развивает СТО и, как принято считать, является непревзойденной вершиной теоретической физики<sup>4</sup>. Например, М. Борн в 1955 г. в своем докладе за-

<sup>4</sup> Поскольку здесь нет возможности подробнее остановиться на месте ОТО в развитии физики, позволю себе сослаться на свою статью «Гелиоцентрическая система и общая теория относитель-

явил: «Я считал и считаю поныне, что это величайшее открытие человеческой мысли, касающееся природы, открытие, в котором удивительнейшим образом сочетаются философская глубина, интуиция физика и математическое искусство. Я восхищаюсь им как творением искусства». Выразительно также замечание самого Эйнштейна, сделанное им в 1912 г. в письме А. Зоммерфельду, как раз в период создания ОТО: «По сравнению с этой проблемой первоначальная теория относительности (т. е. специальная, или частная, теория. — В. Г.) является просто детской игрушкой». Из другого письма Эйнштейна мы знаем, что «Период со дня зарождения идеи о специальной теории относительности и до окончания статьи, в которой она изложена, составил пять или шесть недель». На построение же общей теории относительности Эйнштейн затратил около 8—9 лет (с 1906 или 1907 по 1915—1916 гг.), а затем ее развитием занимался вплоть до своей смерти 18 апреля 1955 г. К этому нужно еще раз добавить, что общая теория относительности в максимальной известной в истории науки степени — создание одного автора — Эйнштейна. Наконец, теория относительности стала достоянием широкой публики и вышла за пределы чисто научных кругов только в 1919 г., когда впервые было наблюден предсказанное ОТО отклонение световых лучей, проходящих вблизи Солнца. Следовательно, теорию относительности в целом можно связать только с именем Эйнштейна.

### 3. Замечания о приоритете

Явно или неявно, но вопрос о приоритете занимает видное место в жизни научно-технической среды. Иногда без этого действительно трудно обойтись, например при выдаче патентов или авторских свидетельств на изобретения. Но нередко внимание к приоритету, а тем более борьба за приоритет, гипертрофированы под действием таких человеческих страстей, как честолюбие, тщеславие, а иногда и похуже. В применении к таким случаям можно было бы сказать, что «вопросы приоритета — грязное дело». Хотелось бы сделать это «дело» более чистым, и, вероятно, такая задача не безнадежна, поскольку неблагоприят-

---

ности (от Коперника до Эйнштейна)», опубликованную в журнале «Вопросы философии» (1973, № 6, 9) и в «Эйнштейновском сборнике, 1973» (стр. 19).

ное поведение в вопросах приоритета не может быть врожденным, оно не записано генетическим кодом. Другими словами, устранение ненормальных явлений в сфере установления приоритета в значительной мере является задачей воспитания. И нет здесь лучшего метода воспитания, чем примеры, достойные подражания. Вот ради такого примера я, собственно, и решил написать настоящий раздел.

В рецензии были приведены утверждения о том, что Эйнштейн не создавал специальной теории относительности. Как же он сам реагировал на подобные высказывания? Ответ ясен из переписки между Борном и Эйнштейном. В 1953 г. Борн писал Эйнштейну из Эдинбурга: «Престарелый математик Уиттекер, с которым я дружу, проживающий здесь в качестве почетного профессора, подготовил новое издание своей старой «Истории развития теории эфира», второй том которой уже вышел в свет. Он содержит, в числе прочего, также и историю создания теории относительности, с той особенностью, что ее открытие приписывается Пуанкаре и Лоренцу, между тем как твои работы упоминаются лишь как второстепенные. Хотя книга происходит из Эдинбурга, я, собственно говоря, не боюсь, что тебе может прийти в голову, будто я стою за этим делом. Фактически вот уже три года, как я делал все возможное, чтобы отговорить Уиттекера от его намерения, которое он давно лелеял и любил пропагандировать. Я перечитал старые оригинальные статьи, в том числе некоторые побочные статьи Пуанкаре, и снабдил Уиттекера английскими переводами немецких работ... Но все было тщетно. Он настаивал на том, что все существенное содержалось уже у Пуанкаре, и что Лоренцу было вполне ясно физическое толкование. Ну, мне-то уж известно, сколь в действительности скептически был настроен Лоренц и как долго длилось, пока он стал «релятивистом». Все это я рассказал Уиттекеру, но без успеха. Эта история злит меня, поскольку он пользуется большим авторитетом в говорящих по-английски странах, и многие ему поверят. К тому же мне в особенности неприятно, что в свое изложение он ввел всевозможные частные сообщения по поводу квантовой механики таким способом, что моя роль в ней в особенности расхваливается. Так что многие (если даже и не ты сам) могут подумать, что я сам дурным образом причастен к этому делу».

Ответ Эйнштейна был таков: «Дорогой Борн! Выбрось из головы все мысли по поводу книги твоего друга. Каждый ведет себя, как это представляется ему правильным, или, выражаясь детерминистически, как ему предначертано. Если он убедит других — это их дело. Что касается меня, то я во всяком случае нашел удовлетворение уже в самом процессе своих усилий. Я не считаю, однако, разумным делом защищать пару своих результатов как свою «собственность», уподобляясь старому скряге, собравшему, надрываясь, пару грошей. Я не питаю к Уиттекеру и уж, разумеется, к тебе никакого зла. Да ведь вовсе и нет нужды мне читать эту штуку»<sup>5</sup>.

Этот ответ очень характерен для Эйнштейна, и тем, кто мало знаком с его биографией, он пояснит многое. Да, собственно, он пояснит главное — в чем «секрет» исключительной популярности Эйнштейна в современном мире. Тот факт, что он был величайшим из великих физиков нашего, да и не только нашего, века, — это основное, но далеко не все. Эйнштейн еще и боролся за справедливость, за свободу и другие права человека, презирал темные силы и являл пример благородства и высокого человеческого достоинства. И просто невозможно себе представить, чтобы Эйнштейн вступил в приоритетные споры, не говоря уже о дрызгах. То же можно сказать о Лоренце и Пуанкаре. Лоренц, так много сделавший для создания СТО, отдавал честь создания этой теории «исключительно Эйнштейну», отмечал вклад Пуанкаре. Последний превозносил роль Лоренца. Эйнштейн подчеркивал заслуги Лоренца и Пуанкаре. Можно подозревать, что Пуанкаре не считал вклад Эйнштейна особенно значительным и, возможно, даже полагал, что он и сам «все сделал». Но в том-то и дело, что о настроениях Пуанкаре мы пытаемся догадаться по его молчанию, а не на основании каких-то высказанных им претензий.

И какой же это разительный контраст по сравнению с тем, что пришлось повидать! Вспоминая поведение некоторых борцов за приоритет (разумеется, за их собственный приоритет, хотя это и прикрывалось фразами об интересах науки), приходит на ум мелькавший в литературе рассказик о беспризорном, требовавшем деньги в такой

<sup>5</sup> Albert Einstein, Hedwiga und Max Born. Briefwechsel 1916—1955. München, 1968. Письмо от 12 октября 1953 г. См. также «Эйнштейновский сборник, 1972». М., «Наука», 1974, стр. 71.

форме: «Тетка, дай гривенник, не то в морду плюну, а у меня болезнь заразная». И, вероятно, давали тетки гривенники и уж заведомо цитировали и цитировали вымогателей, требовавших этого во славу их приоритета. Не стоило бы об этом и вспоминать, если бы не убеждение в том, что бактерии «приоритетомании» живы и, во избежание неприятностей, руки, по-прежнему, все время нужно мыть. Учат же с детства не плевать на пол, уступать место пожилым людям и многому подобному, а презрительное отношение к правилам «хорошего поведения», как к буржуазному предрассудку, давно уже сменилось их признанием. Точно так же когда-то и в какой-то форме нужно учить молодежь и тому, что и когда можно позволять себе в области приоритета. Тот факт, что писанных правил здесь не существует, довольно естествен и не является особым препятствием.

Чтобы не быть неправильно понятым, а то и обвиненным в лицемерии, должен подчеркнуть, что ни в какой мере не собираюсь объявлять само внимание к приоритетным вопросам каким-то недостойным или мелким чувством и т. п. Напротив, насколько известно, большинство людей, занимающихся наукой (не хочется лишней раз употреблять заштампованное слово «ученый»), интересуются приоритетом, равнодушны к нему, и это достаточно естественно. Получение новых научных результатов, и по возможности важных, значительных и интересных, как раз и является целью этих людей. И получить результат нужно впервые или, хотя бы, одновременно и независимо от других. Чем больше получено результатов, тем с большей уверенностью их автор может считать, что жизнь прожита не зря, не говоря уже о признании в научной среде и более прозаических благах. Поэтому практически все (исключение составляют так называемые «люди не от мира сего») научные работники в той или иной степени интересуются вопросами приоритета — они радуются признанию их работ и огорчаются невниманию и забвению.

Относится это и к людям, выдающимся в научном и человеческом отношениях. К их числу все физики, насколько я знаю, относят Пауля Эренфеста, оставившего по себе теплую и благодарную память и в нашей стране (Эренфест одно время жил в России, а затем приезжал в СССР из Голландии, где он был преемником Лоренца

на кафедре теоретической физики Лейденского университета). Но вот что писал Эйнштейн Зоммерфельду в 1922 г.<sup>6</sup> «Когда я последний раз был в Лейдене, то заметил, что Эренфест был прямо несчастен, оттого что в последнем издании Вашей книги Вы не отметили его авторство адиабатической гипотезы».

Каким-то доводом в пользу равнодушия к вопросам приоритета не может служить и приведенное выше письмо Эйнштейна Борну. Эйнштейн тогда находился на склоне дней, а признание уже получил ни с чем не сравнимое. Поэтому, если он тогда в какой-то форме сопоставлял специальную теорию относительности с парой грошей, то это еще нельзя обобщать на всю его жизнь. Да и письмо это было приведено не как пример безразличия к приоритету — в нем отражено, в первую очередь, другое. Это «другое» не позволяет людям требовать признания и цитирования, подобно тому как не требуют и даже не просят уважения и любви — их завоевывают другими путями. В вопросах приоритета тоже есть такие пути. Но невозможно себе даже представить, скажем, Эренфеста, требующего упоминания его имени в книге Зоммерфельда с помощью письма в «местком» Мюнхенского университета (Зоммерфельд был там профессором) или, например, в редакцию какого-то журнала.

Если же под влиянием минутного раздражения или в силу каких-то других причин «обиженный» все же пишет какое-то письмо в редакцию или вообще реагирует не так, «как надо», то сам же об этом обычно потом жалеет, стыдится своего поведения. С сожалением должен признаться, что вспоминаю несколько таких случаев и из собственной практики. В общем опыт показывает, что в вопросах приоритета за редкими исключениями (такие, конечно, существуют) самый правильный путь — это просто молчать, иначе может остаться неприятный осадок, и он горше отсутствия каких-то ссылок, кажущегося или даже истинного невнимания. Большинство людей так и поступает.

Справедливости ради нужно заметить, правда, что такое отношение к вопросам приоритета в каком-то смысле идет на руку ничтожному, но довольно неприятному

<sup>6</sup> Переписка Эйнштейна с Зоммерфельдом частично опубликована в русском переводе: А. З о м м е р ф е л ь д. Пути познания в физике. М., «Наука», 1973.



и крикливому меньшинству. Проходит научная конференция. В кулуарах, за круглым столом собралась группа участников — они обсуждают будоражащие новости, тему завтрашнего заседания. Идет обмен мнениями, гипотезами, рождаются идеи. На другой день один из участников этой дискуссии выступает на заседании самой конференции, излагает коллективное мнение, явно упоминая об этом. Потом идут прения. Все это будет опубликовано через пару лет в трудах конференции. Но уже через пару месяцев в известном журнале появляется статья одного из участников дискуссии. Он ничего не упоминает, ни дискуссии, ни ее участников, но использует ее результаты. Возможно, что этот автор и на самой дискуссии первым сказал какое-то «э». В любом случае он что-то добавил нового, когда писал статью. Так что это отнюдь не плагиат в обычном смысле слова. Или другой пример. Человек получает препринт (например, ротационированную копию статьи, направленной в журнал) и видит там интересную идею. Может быть, получивший препринт имел аналогичную идею, но не стал публиковать. Может быть, просто досада взяла, что сам не додумался. Так или иначе, пишется статья на ту же тему, но с примечанием: «Когда настоящая работа уже была сделана, нам стала известна статья...» И упрекнуть-то вроде автора не в чем — он ведь сослался — и поди докажи, что раньше ничего или мало что сделал. Если авторы подобных научных работ люди способные, сами вносят какой-то вклад и никогда не делают ошибок наивных дебютантов, списывающих целые страницы, то их деятельность внешне вполне успешна.

Как с этим бороться? Писать протестующие статьи в журналы? Да это заденет пишущего не меньше, чем заслуженно им критикуемого. Для тех, кто огорчен подобной ситуацией, могу в утешение высказать только такую гипотезу: незаслуженные известность и слава, вероятно, не доставляют такого же удовольствия, как заслуженные. И к тому же за круглым столом ведь сидело человек двадцать и некоторые из них все помнят, так что правда может выплыть наружу — понимание этого тоже не доставляет удовольствия нашему «герою».

Можно было бы сделать много и других замечаний на приоритетные темы. Тут и вопрос о подсознательных явлениях, когда человек забывает об услышанном

или прочитанном и ему вполне искренне кажется, что идея потом явилась у него самого. Тут и вопросы о дипломах за открытия и различных премиях, в частности Нобелевских. Но для этого здесь нет места и ограничусь еще лишь замечанием о приоритете, связанном с «потусторонним миром», с выяснением приоритетных споров в отношении людей, уже давно ушедших от нас.

Спора нет, ответ на вопрос, кто создал теорию или сделал открытие, в той или иной мере связан с приоритетом. «Разыскание», как говорят литературоведы, новых документов и фактов можно только приветствовать. Но могут ли не вызвать чувство досады различные домыслы, например о том, знал ли Эйнштейн работу Лоренца 1904 г.? Эйнштейн вполне четко и, кажется, не раз указывал, что не знал об этой работе, когда писал свою статью. Но вот Дж. Кисуани, отмечая, что «прямых доказательств по этому вопросу нет» (стр. 254), посвящает ему тем не менее несколько страниц, стараясь с помощью анализа терминологии доказать, что Эйнштейн все же знал работу Лоренца, хотя она и была опубликована в малодоступном журнале. А. А. Тяпкин, потративший столь много сил для доказательства (с моей точки зрения совершенно излишнего) того, сколь значителен был вклад Лоренца, отмечает, что с выводом Кисуани «никак нельзя согласиться» (стр. 327). Таким образом, А. А. Тяпкин не склонен, видимо, считать текстологию методом, особенно подходящим для решения приоритетных вопросов в физике. Но выдвигаемые им самим принципы немногим лучше. Так, он считает, что вопросы приоритета в создании теории «недопустимо оценивать... исходя в основном из факта признания самим автором незначительности собственного вклада в решение проблемы. Подробные признания могут характеризовать лишь степень понимания автором значения своего труда, да и то после поправки, учитывающей скромность автора» (стр. 272).

Хорошо известно, что признание обвиняемого не считается в суде доказательством его виновности, ибо это признание может оказаться вынужденным или иметь целью оградить истинного виновника. Но почему же мы не должны верить утверждению Лоренца, что не он создал специальную теорию относительности? Да и вообще, не звучит ли крайне странным стремление приписать какому-то автору приоритет вопреки его мнению и желанию? И не

является ли непонимание автором значения его труда лучшим указанием на тот факт, что труд этот далеко не был завершен?

В связи со сказанным вспоминаются два рассказика, имеющие под собой реальную почву. Но, поскольку я позабыл источник и детали, приведу их в форме анекдотов. Первый из них таков: «В своих воспоминаниях Гете заметил, что больше всего в своей жизни он любил Грехен; комментатор же собрания сочинений Гете сделал к этому месту такое примечание: здесь Гете ошибается, больше всего он любил Лизхен». Второй анекдот — совсем почти бль. «Некто физик А. в разговоре с физиком Б. заметил, что он получил основное уравнение квантовой механики — уравнение Шредингера еще до Шредингера, но не стал публиковать статьи на этот счет, ибо не счел результат достаточно важным. На это Б. ответил: не советую Вам еще кому-либо рассказывать об этом, ибо не вывести уравнение Шредингера не стыдно, но вот действительно стыдно получить такой замечательный результат и совсем не понять его значения».

Шутки шутками, но ведь недаром говорят, что в каждой шутке есть доля правды. Так или иначе, я думаю, что при обсуждении приоритетных споров исторического характера, типа вопросов истории создания СТО, не мешает, дабы не потерять чувства меры, вспоминать некоторые шутки.

#### 4. Об источнике научного знания

Надежно установлено, что одни и те же по существу научные результаты иногда получают совершенно независимо друг от друга разные люди. Классическим примером является построение неевклидовой геометрии. История создания СТО также являет собой не столь яркий, но в общем аналогичный пример (имеется в виду, скажем, параллелизм между некоторыми результатами Эйнштейна, с одной стороны, и Лоренца и Пуанкаре — с другой). Здесь мы имеем в виду не сроки, не даты поступления сообщений в печать. Разумеется, почти невероятно, чтобы и эти даты совпадали, да это и совершенно неважно в плане установления независимости открытия. И такая независимость довольно многих, по-видимому, поражает и удивляет. Одним из элементарных проявлений подобного удивления является как раз стремление во что бы то ни

стало найти какие-то связи, фактическую зависимость между разными авторами. Действительно, это же проще всего: получил точно такой же результат, значит, подглядел, как-то узнал о том, что сделал предшественник. Но, конечно, это в целом несерьезно.

Другая крайность (мне кажется, что слово «крайность» здесь подходит) заключается в привлечении какой-то иррациональности, религии. Речь не идет о «боге с бородой» или с атрибутами официальных религий. Имеется в виду какой-то пантеизм или «космическая религия». Например, по словам Эйнштейна, «космическое религиозное чувство является сильнейшей и благороднейшей из пружин научного исследования. Только те, кто сможет по достоинству оценить чудовищные усилия и, кроме того, самоотверженность, без которых не могла бы появиться ни одна научная работа, открывающая новые пути, сумеют понять, каким сильным должно быть чувство, способное само по себе вызвать к жизни работу, столь далекую от обычной практической жизни».

С подобной точки зрения, видимо, именно одно и то же религиозное чувство внушает разным людям одни и те же идеи. Но подробнее и точнее объяснить эту концепцию я не могу, так как не вполне ее понимаю и не разделяю в той мере, в какой понимаю. Сколь угодно сильные чувства и страстное стремление выяснить истину, несомненно, могут не иметь ничего общего с религией. Что же касается близости идей, независимо возникающих у разных людей, то это вполне естественным образом объясняется теорией отражения: человек изучает природу, реальность и, следовательно, его построения и теории являются отражением этой реальности (материальной действительности). Нужно ли удивляться тому, что картины разных художников, если они даже совершенно независимо будут рисовать один и тот же портрет, предмет или пейзаж, окажутся в своей основе похожими одна на другую? Правда, художественное отображение может, и иногда с успехом, очень сильно удаляться от оригинала. В случае же науки требования к отражению значительно более строги — естественнонаучные теории контролируются опытом, математикой, логикой. Поэтому недостаточно точное отражение будет просто признано плохой теорией.

Итак, с такой хорошо известной читателям точки зрения источником научных знаний служит сама приро-

да, не зависящая от нашего сознания действительность. Поэтому не видно трудностей принципиального характера при ответе на вопрос о причинах общности научных теорий, независимо создаваемых разными индивидами.

Та сторона проблемы, быть может, деталь, которая меня некоторое время беспокоила, заключается в следующем. Математики создают понятия и доказывают теоремы, казалось бы, относящиеся к чему-то совершенно не связанному с реальным миром. Многомерные и функциональные пространства, различные неевклидовы геометрии и т. д. и т. п. — где же они реализуются, что отражают? То же самое можно, впрочем, спросить и об огромном многообразии тех физических теорий, которые явно не отвечают действительности, хотя и не встречают логических трудностей. Ответ, который меня более или менее удовлетворил, таков. Представим себе гигантскую вычислительную машину. Запущенная в ход, такая машина способна построить, «выдать», сложнейшие математические конструкции, записанные в виде совокупности цифр или даже описанные словами. Так можно, в частности, смоделировать, как-то отразить особенности и свойства многомерных пространств и т. п. Но полученный «продукт» явно материален и ограничен его непосредственным источником — машиной. Человеческий мозг является признанным аналогом гигантской вычислительной машины (или, наоборот, что в данном случае не важно). Таким образом, становится ясным, что все математические результаты, физические теории и все остальные продукты деятельности мозга — это в конечном счете какое-то отражение если не окружающего мира, то работы самого мозга, обусловленное и одновременно ограниченное его материальной сущностью.

Боюсь продолжать эти несколько доморощенные или, скорее, непрофессиональные рассуждения, да и нет в этом нужды. Но не хотелось совсем уклониться от обсуждения вопроса, который многих интересует, а кое-кого и волнует.

## 5. Наука и нравственность

Помимо физики и ее истории, настоящая статья оказалась посвященной и многому другому. Поэтому те читатели, которые вообще не прекратили ее чтения еще

раньше, не удивятся и теме этого последнего раздела комментариев. Да и чему удивляться: и наука и вопросы нравственности, морали, тесно переплетаются, когда речь идет не о самом содержании науки, а об ее истории и истории ее создателей. Непосредственным же поводом написать этот раздел послужила анкета «XX век. Наука и общество», на которую «Литературная газета» просила ответить целый ряд советских и зарубежных ученых. Пункт 11 этой анкеты гласил: «Способствует ли само по себе занятие наукой воспитанию высоких нравственных качеств?»

Анкета проводилась около двух лет, но мои ответы появились в первой же подборке (3 сентября 1971 г.) и были даны независимо от каких-либо других и, так сказать, «с хода», без длительных размышлений. Ответ на вопрос № 11 был таков: «К сожалению, на основании имеющихся у меня сведений нет никаких оснований утверждать, что занятие наукой способствует воспитанию высоких нравственных качеств. Вместе с тем такой вывод меня самого удивляет. Видимо, многие другие факторы значительно сильнее и раньше влияют на формирование личности, чем облагораживающее воздействие занятий наукой».

Некоторые другие ответы на тот же вопрос поражали своей разноречивостью. Вот часть одного из них: «...не могу вспомнить ни одного действительно выдающегося ученого, который бы отличался низким уровнем моральных качеств». А вот часть другого ответа: «...крупный негодяй тоже может быть ученым, он может обладать волей, работоспособностью, интересом к познанию». Вообще вопрос № 11 оказался самым интересным, и я, во всяком случае, следил именно за ответами на этот вопрос. В номере «ЛГ» от 19 сентября 1973 г. был опубликован анализ ответов на анкету, проведенный целыми тремя секторами Института истории естествознания и техники АН СССР. И с некоторым удивлением я увидел, что мой ответ на вопрос № 11 был целиком перепечатан с таким резюме: «Ученый приходит к выводу, который во всех отношениях представляется более достоверным. Да, положительное влияние занятий наукой на нравственность ученого кажется весьма вероятным. Однако оно не может быть решающим. Научная работа — это лишь составляющая часть большого комплекса социальных условий, в

которых существует человек. Именно этот комплекс, взятый как целое, и определяет нравственное лицо ученого».

Да, комплекс определяет нравственное лицо. Гений и злодейство совместимы. Но все-таки... Все-таки собственный ответ меня не удовлетворяет. Он справедлив только «в среднем», для массы научных работников. Но в науке среднее далеко не всегда характерно, ведь еще Галилей подчеркивал, что в вопросах науки мнение одного бывает дороже мнения тысячи. Поэтому о связи науки с нравственностью тоже можно и нужно судить не только (и, быть может, не столько) по средним «показателям», сколько на примере самых выдающихся представителей. А здесь картина изменяется. Дж. К. Максвелл, Г. А. Лоренц, М. Планк, А. Эйнштейн и Н. Бор — крупнейшие представители физики за целое столетие, были людьми с самыми высокими нравственными качествами. Одна из их характерных черт, с присущей ему афористичностью, была выражена Эйнштейном словами: «Честного человека надо уважать, даже если он разделяет другие взгляды». Должен добавить, что назвал лишь имена людей, о которых знаю достаточно много. Несомненно, список следовало бы расширить, и из физиков высшего ранга в него не попала бы, видимо, лишь сравнительно малая доля.

Таким образом, связь, и притом связь положительная, между занятием наукой и воспитанием нравственных качеств все же существует, но в прошлом она пробивала себе дорогу с большим трудом и поэтому проявлялась только статистически и в основном только тогда, когда занятие наукой было подлинным делом жизни, было высоким, всепоглощающим призванием. То же можно сказать и о настоящем. А что ждет наших потомков в будущем, какой ответ они дадут на вопрос № 11 в 2074 году?

Разумеется, на этот счет можно только гадать. Генетические изменения в человеческой породе за такое время, в течение трех — пяти поколений, не произойдут, если не думать об искусственном вмешательстве, допустимость которого вызывает самые серьезные возражения. Речь идет поэтому об изменении социальных условий, существенная роль которых в данном случае несомненна. Обсуждать здесь эту большую проблему в целом нет возможности, да я и не считаю себя на это способным. Хотелось бы тем не менее указать на три частных, быть может второстепенных, момента, связанных с развитием науки.

Во-первых, общепризнанное быстрое повышение удельного веса науки в современном мире (несомненно, этот процесс будет продолжаться) должно, вероятно, укрепить и усилить облагораживающее воздействие занятия наукой или, если угодно, ослабить противоположное воздействие многих других факторов. Во-вторых, положительную роль может сыграть улучшение средств информации, их быстрота, не знающая барьеров, их всеобщность. В-третьих, существенно увеличение продолжительности человеческой жизни. Талант в физике и математике, да и во многих других областях, проявляется рано. Совсем молодой человек способен быстро впитать уже известное и добиться самых выдающихся научных успехов. Напротив, социальный, жизненный опыт накапливается медленно, иногда слишком медленно. Человек многого не сделает повторно, если уж раз обжегся, заплатил за свой опыт дорогой ценой. Поэтому, как можно думать, удлинение жизни, повышение среднего возраста должно прямо или косвенно способствовать укреплению нравственности, причем это особенно резко проявится в научной среде.

Я далеко не уверен в своей правоте, быть может, отмеченное выше является лишь частностями и окажется несущественным на фоне других социальных процессов нашей бурной эпохи. Но каждый имеет право высказать свои предположения, особенно если они помогают ему верить в прогресс человечества.



## ПЕРЕЧИТЫВАЯ НАУЧНУЮ ПРОЗУ ЭЙНШТЕЙНА

Следовать за мыслями великого человека  
есть наука самая занимательная.

*А. С. Пушкин*

Публикация четырехтомного Собрания научных трудов Эйнштейна, предпринятая Академией наук СССР в середине 60-х годов, несомненно явилась примечательным событием в культурной жизни нашей страны. Нигде и никогда ранее его работы не издавались в таком объеме. Советскому изданию предшествовало лишь одно, вышедшее в 1922 г. в Японии и приуроченное к приезду в эту страну самого Эйнштейна. Четыре тома, опубликованные у нас, с большей полнотой охватывают начальный — и самый плодотворный — период творчества Эйнштейна, перекрывая в этом отношении японское издание, и дополняются позднейшими работами великого физика. К этому следует добавить, что советская Эйнштейниана отнюдь не исчерпывается указанным собранием его трудов. Помимо ставших традиционными ежегодных «Эйнштейновских сборников», много раз и огромными тиражами издавались биографии Эйнштейна — научные и художественные, советские и переводные, выходили сборники его работ. Неуклонно приближаются две юбилейные даты: 75-летие его основополагающих работ по теории относительности, квантовой теории и теории броуновского движения и столетие со дня его рождения (в 1979 г.). Фонд Альберта Эйнштейна в США, руководимый его душеприказчиком д-ром Отто Натаном, готовит к этой последней дате первые тома огромной переписки Эйнштейна, лишь в небольшой своей части опубликованной (письма Соловину, Борну, Зоммерфельду, Бессо).

Представляется весьма характерным, что наше издание трудов Эйнштейна в серии «Классики науки», которую в то время возглавлял академик И. Г. Петровский,

ни к какой специальной «круглой» дате приурочено не было. Можно в развитие сказанного выше утверждать, что сам факт выхода его сочинений является приметной датой. Вместе с тем не подлежит никакому сомнению, что Эйнштейновский комитет, функционирующий при Академии наук, будет курировать подготовку соответствующих изданий.

Эйнштейн родился в Германии, жил и работал, помимо Германии, в Швейцарии, Чехословакии, США. И здесь уместно будет вспомнить его собственные слова, сказанные о Копернике: «Никакая нация не должна гордиться одна, что такой человек развился в ее среде. Национальная гордость — это скорее легкая слабость, которая не оправдана перед лицом человека с такой внутренней независимостью, как Коперник». С такой удивительной одаренностью, добавим мы, говоря уже об Эйнштейне, и с таким добрым сердцем («Это был лучший человек на свете», — писал о нем его ученик польский физик-теоретик Леопольд Инфельд). И тем не менее, позволив себе подобную «легкую слабость», мы с удовлетворением еще раз подчеркнем, что родиной самого полного собрания его сочинений явилась наша страна, к которой, как и к ее ученым, сам он всегда относился с интересом и симпатией.

Причина актуальности издания трудов Эйнштейна — помимо, конечно, того общеизвестного обстоятельства, что работы Эйнштейна органически входят в современную физику (да сейчас и не только в физику, но и технику: атомную и квантово-электронную) — заключается, вероятно, в том, что, как отмечается ведущими специалистами, физика сейчас находится на пороге нового скачка. Необходимость его диктуется и определяется накоплением за последние примерно два десятилетия новых фактов, не укладывающихся в старые схемы и теории. Это значит, что одновременно настало время и для подведения итогов. Однако, как это всегда бывает, переход на более высокую ступень наших знаний отнюдь не означает отбрасывания и даже полного переосмысления прежних завоеваний. Основные же из них — квантовая теория и теория относительности — неразрывно связаны с именем Эйнштейна. Его основополагающие статьи, посвященные этим проблемам, написаны несравненным по стройности и законченности стилем и могут быть отнесены к лучшим непо-

пулярным изложениям предмета, т. е. незаменимы для специалистов. В юности мы извлекаем основную мелодическую мысль того или иного музыкального произведения по переложениям. Как обогащается наш духовный мир, однако, обращением к оригиналу! Так и теперь физики «не первой молодости», впервые прочитав оригинальные работы Эйнштейна, собранные вместе и образцово переведенные, не только получили возможность оценить нюансировку и параллельные темы, но и проследить за избранной им логической схемой изложения материала. Сам Эйнштейн в предисловии ко второму тому упомянутого выше японского собрания своих сочинений писал: «Наша наука прогрессирует так стремительно, что оригинальные работы весьма быстро утрачивают то значение, которое придается им сегодня, и оказываются превзойденными новыми работами. С другой стороны, прослеживание процесса становления теории по оригинальным работам само по себе является привлекательным, и нередко такое изучение источников позволяет глубже постичь существо дела, чем систематическое изложение современного состояния теории в ее завершеном виде, которое можно найти в работах наших современников».

К этому следует добавить, что ознакомление с Эйнштейном из «первоисточника» доставляет широкому кругу читателей удовольствие, которое, как правило, не омрачается сознанием недоступности и непонятности того, что он пишет. Не только в популярных статьях, но и в своих основных работах Эйнштейн всегда стремился к простоте и ясности изложения. Ему претила нарочитая наукообразность, и он иронически заметил однажды, что «большинство людей испытывает священный трепет именно перед теми словами, которые недоступны их пониманию, и считает поверхностным того автора, которого они могут понять. Трогательное проявление скромности!».

Было бы полезно помещать этот отрывок на обложках научных журналов, поскольку среди части научных работников простота изложения и по сей день считается чуть ли не плохим тоном, а оживление текста живыми метафорами и аналогиями — и вовсе профанацией науки.

Содержание первых двух томов советского издания составляют, как известно, статьи по теории относительности и единой теории поля; в третий том вошли работы по термодинамике, кинетической теории газов, теории

излучения и квантовой механике. В последующих заметках мы остановимся на рассмотрении четвертого тома Собрания. В него включено около 90 статей и заметок; он представляет интерес не только для специалистов, но и гораздо более обширной аудитории. Это определяется прежде всего кругом вопросов, охватываемых вошедшими в этот том статьями. Вот сами за себя говорящие их названия: «Мотивы научного исследования», «Религия и наука», «Наука и счастье», «Наука и цивилизация», «Мое (нравственное. — В. Ф.) кредо», «Свобода науки», «Всеобщий язык науки» — простое их перечисление может дать хотя бы примерное представление о круге этических проблем, являвшихся предметом размышлений Эйнштейна. Много писал он и о людях науки, как современниках, так и своих великих предшественниках (прежде всего — Ньютоне). В четвертый том включены выступления Эйнштейна, его рецензии, предисловия; именно в нем было дано извлечение из переписки с Морисом Соловиным, с которым его связывала полувековая дружба. Надо сказать, что большое эмоциональное впечатление на читателей производят тридцать прекрасно выполненных и со вкусом подобранных фотографий — это своеобразная «биография в снимках» (стоит упомянуть, что существенно более полная их подборка с очень скупыми комментариями в свое время была издана в США Каном и названа им «Pictorial Biography»). Мы видим вначале маленького мальчика, примерно пяти лет, а на предпоследнем снимке — глубокого и трогательного старика — Эйнштейна, сфотографированного за две недели до смерти (1955 г.). И самая последняя фотография: письменный стол Эйнштейна в его кабинете на втором этаже дома на Мерсер-стрит, 112, в Принстоне, США. Он уже не вскроет конвертов с письмами и бандеролей, в беспорядке разбросанных по столу, не сядет на откидное кресло, не поднимется, чтобы, поясняя свою мысль собеседнику, написать что-либо на грифельной доске, висящей позади стола, между заставленных книгами полок.

Вероятно, именно за этим столом Эйнштейн писал свои «Автобиографические заметки». В один из дней 1947 г. он, сдвинув в стороны книги и пакеты, расчистил себе немного места и — это уже наверняка — написал на чистом листе бумаги: «Вот я здесь сижу и пишу на 68 г. жизни что-то вроде собственного некролога. Делаю это не только

потому, что меня уговорили; я и сам думаю, что показать своим ищущим братьям, какими представляются, в исторической перспективе, собственные стремления и искания, — дело хорошее», — простые и искренние слова, западающие в сердце читателя...

Не раз отмечалось, что большая одаренность — подобно беде — никогда не приходит одна. Это правило можно проиллюстрировать, обращаясь, например, к нашим выдающимся соотечественникам: Пушкин и Лермонтов — художники, Грибоедов — композитор, Бородин — химик. Универсальным гением, если говорить о мировых образцах, был Леонардо да Винчи.

Читая статьи четвертого тома Собрания, убеждаешься в том, что Эйнштейн обладал ярким литературным дарованием, не говоря уже о таланте историка (Эйнштейну — историку науки посвящен ряд статей, в частности, и в отечественной литературе). Статьи Эйнштейна о современниках-физиках — прежде всего о его «дорогом и незабвенном друге» — Пауле Эренфесте, о Лоренце, Планке, Нернсте, Марии Кюри, Ланжевене — привлекают острым писательским зрением и мастерством: на 2—3 страничках дается образ человека, который по прочтении не забывается. Причем не забывается не только общее впечатление, которое обычно оседает в нашей памяти после знакомства с подобными литературными портретами. В случае эйнштейновских зарисовок навсегда запоминаются меткие психологические детали.

Вот трагическая фигура Пауля Эренфеста, одареннейшего ученого, вошедшего в историю физики не только своими оригинальными работами, но и благодаря исключительной способности к стимулирующей научной критике. «Он постоянно страдал от того, что у него способности критические опережали способности конструктивные. Критическое чувство обкрадывало, если можно так выразиться, любовь к творению своего собственного ума даже раньше, чем оно зарождалось».

Мария Кюри, оказавшая такое большое влияние на своих коллег и современников; «Моральные качества выдающейся личности, — пишет по этому поводу Эйнштейн, — имеют, возможно, большее значение для данного поколения и всего хода истории, чем чисто интеллектуальные достижения. Последние зависят от величия характера в большей степени, чем это обычно принято считать».

Вот Лоренц, имя которого Эйнштейн называл в ряду своих заочных учителей: «Он легко и со спокойной уверенностью владел собой так же, как владел физикой и математическим аппаратом. Необычное отсутствие у него человеческих слабостей не действовало унижающе на близких. Каждый чувствовал его превосходство, но оно никогда не подавляло».

Большинство статей Эйнштейна о физиках — мемориальные. Но он никогда не впадает в панегирический тон, они написаны тепло и искренне. О Вальтере Нернсте Эйнштейн вспоминал: «Хотя мы часто добродушно посмеивались над его детским тщеславием и самодовольством, мы искренне восхищались им и любили его. Пока не затрагивалась его эгоистическая слабость, он проявлял редко встречающуюся объективность, умение безошибочно чувствовать и настоящую страсть к познанию глубоких взаимосвязей в природе».

Надо сказать, что обращение к научно-литературному творчеству Эйнштейна, к его прозе, сопряжено, вообще говоря, с некоторой предвзятостью. Любое сделанное им замечание, высказывание воспринимается не само по себе, а в связи с уже сложившимся у каждого из нас его образом. В подобном — не единственном в своем роде — случае мы склонны обычно преувеличивать ценность таких высказываний. Мы забываем, что эта ценность часто определяется не столько мощным интеллектуальным содержанием, заложенным в обсуждаемую мысль, сколько тем, что она высказана незаурядным человеком. От такого самогипноза трудно отключиться, и мы часто сравнительно тривиальное соображение, принадлежащее выдающемуся человеку, склонны считать чуть ли не откровением. Но если, сделав над собой усилие, справиться с этим чувством, то мы придем к заключению, что подавляющее большинство подобных высказываний Эйнштейна интересны в первую очередь сами по себе.

Здесь будет уместно привести несколько его запоминающихся и глубоких, походя, как правило, брошенных замечаний.

«Ньютона можно сравнить с поэтом, чьи стихи настолько тонки, что их можно написать только на новом языке, создать который должен сам поэт» (стоит ли указывать, что языком механики Ньютона были интегральное и дифференциальное исчисления).

«Чистая математика — это своего рода поэзия логики идей».

«Наш век характеризуется развенчиванием целей и совершенством средств для их достижения».

В письме к Соловину (20 ноября 1932 г.): «Надеюсь, что Вы вскоре сумеете вновь обрести свойственную Вам бодрость духа, которая столь прочно основывалась на покорности судьбе».

«Я смотрю на картину, но мое воображение не может воссоздать внешность ее творца. Я смотрю на часы, но не могу представить, как выглядит создавший их часовой мастер. Человеческий разум не способен воспринимать четыре измерения. Как же он может постичь бога, для которого тысяча лет и тысяча измерений предстают как одно!».

Эти и им подобные мысли, отшлифованные в изящные и вместе с тем естественно звучащие фразы, невольно напоминают нам Анатоля Франса — как по самому стилю, так и по заряду иронического скепсиса, в них заключенного. Близость Эйнштейна-литератора и Анатоля Франса в этом случае определяется щедрой одаренностью и тонким умом их обоих. Умные люди вообще довольно похожи друг на друга, тогда как глупцы бесконечно разнообразны (на правильно поставленный вопрос обычно существует один правильный ответ и бесконечно много неверных).

Но, как отмечалось, есть среди высказываний Эйнштейна и сравнительно тривиальные. Подобные мысли мы слышали и раньше, хотя нельзя отказать Эйнштейну в том, что он сформулировал их в запоминающейся форме. Мы отмечаем это потому, что, когда пишешь и думаешь о человеке масштаба Эйнштейна, очень легко перейти на восторженные тона — опасность естественная и извиняемая.

Пожалуй, в случае Эйнштейна ее в наибольшей степени можно избежать, если обратиться к его суждениям по философским вопросам: обсуждая в своих статьях фундаментальные проблемы физики, он часто, если воспользоваться его же выражением, ступал «на тонкий лед философии». Внимательное ознакомление с его высказываниями общего характера не оставляет сомнения в материалистических позициях, им занимаемых: «Вера в существование внешнего мира, не зависящего от воспринимаю-

щего субъекта, лежит в основе всего естествознания»; в другом месте: «Ни один физик не верит, что внешний мир является производным от сознания, иначе он не был бы физиком». Вместе с тем Эйнштейн часто применял метафорические обороты. Подлинно классическим примером является замечание, сделанное им в связи с выступлением против статистической интерпретации волновой функции. Как известно, он любил говорить, что не верит в бога, метающего игральные кости. Такого рода высказывания нельзя, конечно, толковать как проявление когда-то приписывавшегося ему идеализма, но они могли давать — в руках недобросовестных людей — пищу для злоупотреблений. Скажем, в своих афоризмах о науке, в разделе «Космическая религия», Эйнштейн писал: «Основой всей научной работы служит убеждение, что мир представляет собой упорядоченную и познаваемую сущность». Оборвем здесь цитату: автор снова высказывает свое материалистическое кредо, подобно тому, как это было сделано им в двух приведенных выше случаях. Теперь продолжим цитату: «Это убеждение зиждется на религиозном чувстве». На этом месте ее с удовольствием прервали бы церковники, отметив, как прекрасно наука — в лице одного из своих самых ярких представителей — уживается с религией. Закончим, наконец, цитирование: «Мое религиозное чувство — это почтительное восхищение тем порядком, который царит в небольшой части реальности, доступной нашему слабому разуму». Много лет спустя, в 1951 г., Эйнштейн писал Соловину: «Мне вполне понятно Ваше упорное нежелание пользоваться словом «религия» в тех случаях, когда речь идет о некотором эмоционально-психическом складе, наиболее отчетливо проявившемся у Спинозы. Однако я не могу найти выражения лучше, чем «религия», для обозначения веры в рациональную природу реальности, по крайней мере той ее части, которая доступна человеческому сознанию. Там, где отсутствует это чувство, наука вырождается в бесплодную эмпирию. Какого черта мне беспокоиться, что попы наживают капитал, играя на этом чувстве. Ведь беда от этого не слишком велика».

Эта довольно подробная выдержка приведена здесь в порядке «антипанегирического» — представляется, что опасения Соловина справедливы и что незачем для обозначения уверенности в познаваемости мира применять



слово, столь отягощенное грузом слепой веры. Вероятно, можно было бы легко убедить Эйнштейна в том, какой вред был причинен людям, когда играли на их религиозных чувствах. Однако приведенные примеры — это просто не совсем удачные высказывания, или, точнее, высказывания, рассчитанные на непредвзято настроенных читателей, чутко улавливающих метафорические обороты. Еще один такой пример: Эйнштейн говорит о познаваемости мира, как о своеобразном чуде или о вечной загадке. Он делает очень интересное замечание, что априори следовало бы ожидать «хаотического мира». Его познание, по мнению Эйнштейна, сводится к развенчиванию чудес, к объяснению сложных явлений на основе простых аксиом и постулатов. Эти последние в его понимании «чудесны», ибо их нельзя объяснить. Правомерность их зиждется на непротиворечивости между опытом и выводами, которые из них следуют.

Известна точка зрения Эйнштейна о гармонии, царящей в природе: чудесна не только познаваемость мира, но и простота и красота физических законов, которые им управляют (правда, на это можно было бы возразить, что простота и красота — понятия относительные: закон, который прост для Эйнштейна, безнадежно сложен для неуспевающего студента и достаточно труден для рядового физика; то, что кажется простым сейчас, было сложно в прошлом). Эйнштейн не раз иллюстрировал свою уверенность в том, что красота и простота законов физики могут служить критерием их правильности, обращаясь к примерам из математики. Именно в этой науке, по мнению Эйнштейна, наиболее отчетливо проявляется свобода творчества ученого, который не привязан к экспериментальным данным (великому немецкому математику XX в. Г. Кантору принадлежат слова: «Смысл математики в ее свободе»). Но вот что особенно восхищало Эйнштейна: все свободно построенные математические конструкции и понятия рано или поздно находили свое воплощение в реальной природе. Так, эллипс и гипербола были придуманы древними математиками чисто умозрительно, из головы. Но именно по эллипсам, как много веков спустя показал в сформулированных им законах И. Кеплер, движутся вокруг Солнца планеты. Евклидова геометрия подсказывается нам, как и ее создателю, зримым опытом; неевклидова геометрия Лобачевского и Римана — дитя

их творческой фантазии, не более, — органически вошла в мир теории относительности Эйнштейна.

«Опыты быстротекущей жизни», непосредственные наблюдения над природой, данные физического эксперимента — все это, по мнению Эйнштейна, совершенно не ограничивает свободы творческого мышления и в физике. Эта мысль переходит у Эйнштейна из одной статьи в другую, из года в год (так, в четвертом томе в различных вариантах она высказана не менее 9 раз). Звучит она у него, например, так: «В настоящее время (1932 г. — В. Ф.) известно, что наука не может вырасти на основе одного только опыта и что при построении науки мы вынуждены прибегать к свободно создаваемым понятиям, пригодность которых можно а posteriori проверить опытным путем. Эти обстоятельства ускользали от предыдущих поколений, которым казалось, что теорию можно построить интуитивно, не прибегая к свободному, творческому созданию понятий». Представляется, что именно такое понимание свободы соответствует гегелевскому, согласно которому «свобода — это осознанная необходимость».

Изложенные живым и образным языком философские раздумья Эйнштейна, его сомнения и надежды читаются и перечитываются с неослабевающим вниманием и дополняют тот обаятельный образ, который вырисовывается из знакомства с другими статьями, помещенными в четвертом томе.

В их гармоничной мозаике имеются и две необычные для Эйнштейна работы: «Элементарная теория полета и волн на воде» и «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра». Их своеобразие — в непосредственной зримости и конкретности. Задачей второй статьи является выяснение физических причин, обуславливающих «графику» речных русел, их извилистость (породивших образное и точное сравнение рек, вьющихся, как змейки). Другой вопрос, поставленный в статье: почему у рек обычно размывается один берег: правый в северном полушарии и левый — в южном. Приступая к объяснению, Эйнштейн говорит: «Я начну с небольшого эксперимента, который каждый может легко повторить. Представим себе чашку с плоским дном, полную чая. Пусть на дне ее имеется несколько чайнок, которые остаются там, так как оказываются тяжелее вытесняемой ими жидкости. Если с помощью ложки привести во враще-

ние жидкость в чашке, то чайники быстро соберутся в центре дна чашки». Далее дается объяснение этого явления и, по аналогии, обсуждается интересовавший Эйнштейна эффект из области физической географии. Приведенный пример живо иллюстрирует недремлющую физическую мысль Эйнштейна. За завтраком ли, устраивая «бурю в чашке чая», во время ли прогулки на яхте по волнующемуся озеру — он ни на минуту не прекращает видеть окружающий мир глазами физика. Эстетическое же наслаждение, получаемое им от наблюдений того или иного явления природы — динамического пейзажа, моря, заката, — дополняется радостным сознанием раскрытия физического механизма, физической подоплеки, ответственности за наблюдаемую картину. В данном случае «проверка алгеброй гармонии» не умертвляет природу, а заставляет ее переливаться новыми красками.

Эйнштейн не достиг сорока лет, когда, сразу же после окончания первой мировой войны, имя его получило широчайшую известность и стало знакомо практически каждому грамотному человеку. Причины такой лавинообразно нараставшей популярности биографы Эйнштейна связывают с усталостью людей от долгой и тяжелой войны, со стремлением утолить духовный голод, терзавший их на протяжении этих лет, наконец, от сознания того, что их современником является человек масштаба Ньютона (сознания, которое внедрялось в их умы авторитетными учеными — через газеты и журналы). Как сам Эйнштейн переносил это искушение славой? И было ли это вообще искушением — в его случае? В уже цитировавшихся заметках «О науке» он с горечью спрашивает: «Почему всеобщее любопытство избрало своим объектом меня, ученого, который занимается абстрактными вещами и счастлив, когда его оставляют в покое? Это одно из проявлений психологии масс, не доступных моему разумению. Ужасно, что так случилось. Я страдаю от этого больше, чем можно себе представить». В письме Максу Борну он вспомнил сказку: все, к чему бы ни прикоснулся ее герой, превращалось в золото. «Так и все, чего я касаюсь, — писал Эйнштейн, — превращается в газетный шум».

Примерно десятью годами раньше, тридцатилетним молодым человеком, он не мог не знать, что на физическом горизонте он возвышается над своими научными кол-

легами и что сами они придерживаются того же мнения. А это означало, что каждая его новая публикация всегда будет встречаться с особым вниманием. Три сделавшие эпоху<sup>1</sup> статьи Эйнштейна, увидевшие свет в течение одного 1905 г., являлись в этом плане весьма неблагоприятным критерием для оценки дальнейших его работ (трудность, с которой он справился по крайней мере трижды: в работах по общей теории относительности, вынужденному излучению и статистике). Подобная ситуация характерна не только для ученых. Мы знаем писателей — рабов своей лучшей книги и актеров, навсегда ассоциирующихся с одной особо им удавшейся ролью. Но есть здесь и существенное различие. Прославившийся актер может плохо сыграть очередную роль, писатель — выпустить слабую книгу. Неудача физика-теоретика практически не может воплотиться в «плохую» теорию. Взавшись за фундаментальную проблему, ученый может ее или решить, или не решить. Он избавлен, как правило, от необходимости судить об ее достоинствах и недостатках, рискуя впасть в ошибку, так как в качестве судьи здесь выступает беспристрастный опыт. Но человек, подобный Эйнштейну, не будет отвлекаться на решение второстепенных задач, его влекут к себе проблемы, соответствующие масштабу его таланта. Такой задачей, которой Эйнштейн занимался всю вторую половину своей жизни, было построение единой теории поля. И на путях к этой вершине, которой ему так и не удалось достигнуть, он был одинок. «Он оказался в изоляции, — писал Макс Борн, — которая была бы трагической, если бы не его радостный, оптимистический темперамент, который охранял его от горечи». И все же в письмах Соловину встречаются не жалобы, а грустные признания: «Современники видят во мне еретика и реакционера, который, так сказать, пережил самого себя. Все это, конечно, вопрос моды и объясняется их недомыслием, но чувство неудовлетворенности поднимается во мне и изнутри. Впрочем, иначе и быть не может, если ты критически относишься к себе, честен, а чувство юмора и скромность позволяют сохранять внутреннее равновесие, несмотря на все внешние воздействия» (28 марта 1949 г.). Или: «Мне кажется, что Вы не только мой переводчик,

---

<sup>1</sup> На немецком языке такие работы называют «Epochenmachend».

по и мой единственный по-настоящему внимательный читатель» (15 августа 1953 г.).

К этому следует добавить, что особый интерес — и этого тоже не мог не знать Эйнштейн — должны были с начала десятых годов приобрести и все его личные письма и даже высказывания. Как это сказало на строе его писем? По опубликованной переписке с друзьями и коллегами сравнение провести затруднительно — слишком мало там ранних писем. Поздние написаны совершенным по стилю языком, но из этого отнюдь не следует думать, что писал он их с «оглядкой на Вечность»: пером Эйнштейн владел всегда. Все же создается впечатление, что, обращаясь к Бессо, Соловину и другим, он не думал о той многотысячной аудитории, достоянием которой станут его письма в будущем.

Здесь будет уместным заметить, что в 1967 г. в США по инициативе проф. Т. Куна была издана книга, содержащая перечень хранящихся в наиболее известных архивах Европы и Америки писем крупнейших физиков XX в., имена которых прочно связаны с возникновением квантовой механики. В ней имеется перечень десятков писем Эйнштейна — Лоренцу, Бору, Эренфесту и др. Подготавливаемое в США их издание, несомненно, станет бесценным источником для понимания личности Эйнштейна и проникновения в его внутренний мир. И когда думаешь об этом эпистолярном наследстве, на память приходят письма Пушкина: одна из самых замечательных страниц его творчества, без знакомства с которой его образ не может быть полным.

Между Пушкиным и Эйнштейном, казалось бы, мало общего. Жившие в разные эпохи, они были людьми совершенно разных темпераментов и судеб. Но объединяет их одно немаловажное качество: исключительность их гения. И это позволяет проводить соответствующие сопоставления и параллели. Так, первая биографическая книга о Пушкине (П. Анненкова) появилась лишь через 37 лет после его смерти. Первая большая книга об Эйнштейне (А. Мошковского) издана за 30 с лишним лет до его кончины (эти цифры дают возможность сравнить скорее эпохи, чем их выдающихся представителей; добавим к этому, что одна из первых подробных биографий Ньютона, жившего в XVII в., увидела свет в XIX в.). Мы вправе ожидать выхода книг «Эйнштейн в воспоминаниях современ-

ников»<sup>2</sup> — ведь многие из близких ему людей не только живы, но даже не стары! Подобно тому как были опубликованы книги В. В. Вересаева «Спутники Пушкина» и «Пушкин в жизни», несомненно, будут написаны и такие же книги об Эйнштейне. Увы, здесь надо, правда, спешить: на память приходит замечание, принадлежащее какому-то остроумному французу: «Что бы ни происходило, — заметил он в середине прошлого века, — непреложным остается факт: все меньше среди нас насчитывается людей, лично знавших Наполеона».

С каким интересом знакомимся мы со списком книг, имевшихся в библиотеке Пушкина! Сам Эйнштейн в предисловии к книге (де Вилламиля) «Ньютон как человек» воздает должное ее автору, «упорство и изобретательность которого позволили ему открыть для нас важные реликвии: библиотеку Ньютона, полный каталог книг, принадлежавших великому ученому... Эти находки позволяют нарисовать гораздо более реалистическую картину жизни и работы человека, чем старая легенда о яблоке, упавшем в саду». Было бы интересно узнать о любимых книгах Эйнштейна, о его библиотеке.

Хотя об Эйнштейне написано уже очень много, все же несомненно, что мировая Эйнштейниана только начинается. И, ожидая от будущих «эйнштейнистов» интереснейших и поучительных исследований, не будем забывать его собственные слова о том, что постижение внутреннего мира выдающихся людей «лучше всего... достигается не чтением их биографий, а ознакомлением с их оригинальными работами, в которых запечатлен ход мысли этих великих личностей».

---

<sup>2</sup> В отечественной литературе уже появились публикации, связанные с именами Н. И. и С. И. Вавиловых, А. Ф. Иоффе, И. П. Павлова, А. Е. Ферсмана и т. д. Две подобного рода книги: «И. П. Павлов в воспоминаниях современников» и «А. Е. Ферман в воспоминаниях современников», а также (переводная) книга о Нильсе Боре вышли в изд-ве «Наука».

УДК 530.12

**Переписка А. Эйнштейна и М. Бессо.** 1903—1955. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 5.

Публикуется первая половина насчитывающей более 200 писем переписки Эйнштейна и Бессо. Переписка охватывает более полувека и включает в себя вопросы специальной и общей теории относительности, теории квантов и квантовой механики, термодинамики и философских аспектов науки. Илл. 15.

УДК 530.12

**К переписке Эйнштейн — Бессо.** Френк А. М. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 113.

Приведены некоторые биографические сведения о Бессо. Указаны отличия настоящей публикации от оригинала.

УДК 530.12

**Первая фаза диалога Бора и Эйнштейна.** Клейн М. Д. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 115.

Споставляются относящиеся к 1923—1925 гг. позиции Эйнштейна и Бора по вопросам сохранения энергии и импульса в микромире и корпускулярно-волнового дуализма.

УДК 530.12

**Эйнштейн, удельная теплоемкость и ранняя квантовая теория.** Клейн М. Д. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 156.

Рассматривается роль Эйнштейна в развитии квантовой теории на первом этапе ее развития (1905—1912). Особо подчеркивается значение создания квантовой теории теплоемкости и связь тепловой теоремы Нернста с квантовой проблемой. Приводятся данные о подготовке I Сольвеевского конгресса (Брюссель, 1911) и анализируются его результаты. Библ. 38 назв.

УДК 530.12

**Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды).** Болотовский Б. М., Столяров С. Н. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 179.

Обзор по электродинамике изотропной прозрачной движущейся среды. Рассмотрены уравнения для полей и потенциалов в движущейся среде, условия распространения свободных волн, функция Грина, что дает возможность определять поля при наличии источников. Рассмотрены своеобразные эффекты, возникающие при сверхсветовой скорости движения среды (когда скорость движения среды превышает фазовую скорость света в системе покоя среды). К обзору приложен полный библиографический указатель работ по электродинамике движущихся сред. Илл. 5. Библ. 463 назв.

УДК 530.12

**О сверхсветовом источнике типа движущегося фокуса.** Файнгольд М. И. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 276.

Показано, что существует простой способ реализации сверхсветового источника, не требующий наличия двух сред. Такой источник в определенном смысле может реализовать «фотонную модель» тахиона. Илл. 5. Библ. 13 назв.

УДК 530.12

**Эволюция понятия системы отсчета и программа Эйнштейна.** Родичев В. И. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 286.

Анализируются трудности описания системы отсчета с помощью координат или координатных тетрад. Делается попытка описания системы отсчета на основе программы, выдвинутой Эйнштейном, согласно которой пространство-время неинерциальной системы будет

искривлено вследствие локальных лоренцевых сокращений. Рассмотрен промежуточный, между инерциальной и неинерциальной системами, тип системы отсчета — квазинерциальной, когда тела базиса движутся инерциально со скоростями, распределенными по некоторому закону. Приведены примеры интервалов в различных системах отсчета. Библ. 14 назв.

УДК 530.12

**Эйнштейн и Бриджмен.** Чудинов Э. М. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 335.

Сопоставляются методология операционализма, созданная Бриджменом, и методология, составляющая философский подтекст общей теории относительности Эйнштейна. С точки зрения операционализма общая теория относительности не удовлетворяет требованиям физической содержательности. Последовательное проведение принципов операционализма накладывает, однако, такие ограничения на физическое познание, которые ведут к запрету не только общей теории относительности, но и других фундаментальных физических теорий. В статье отмечается положительное влияние методологии Эйнштейна на формирование современного стиля физического мышления.

УДК 530.12

**Как и кто создал теорию относительности?** Гинзбург В. Л. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 351.

Статья посвящена истории создания специальной теории относительности и ряду замечаний «по поводу» — по вопросам, возникшим в ходе изложения. При этом автор начинает с рецензии на вышедшую в 1973 г. книгу «Принцип относительности. Сборник работ по специальной теории относительности». Затем, в большей части статьи, названной комментариями, содержатся замечания, касающиеся существования теории относительности, истории ее создания и приоритетных вопросов, а также некоторые другие.

УДК 530.12

**Перечитывая научную прозу Эйнштейна.** Френкель В. Я. «Эйнштейновский сборник, 1974». М., «Наука», 1976, стр. 385.

Анализируются стилистические особенности работ Эйнштейна, посвященных роли науки в современном мире, ее этическим и философским проблемам.

## **Эйнштейновский сборник 1974**

*Утверждено к печати*

*Отделением ядерной физики АН СССР*

Редактор В. А. Никифоровский

Художественный редактор Н. Н. Власик

Технический редактор Т. С. Жарикоза

Корректоры Л. С. Агапова, И. А. Талалай

Сдано в набор 12/XII 1975 г. Подписано к печати 13/VII 1976 г. Формат 84×103<sup>1/2</sup>/<sub>32</sub>

Бумага типографская № 2.

Усл. пел. л. 21.

Уч.-изд. л. 23,3

Тираж 9200.

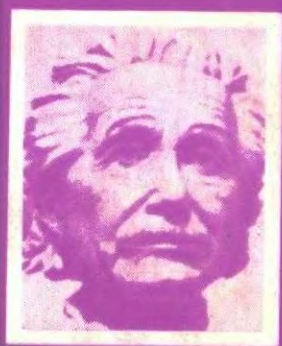
Т-06099.

Тип. зак. 3213

Цена 1 р. 74 к.

Издательство «Наука» 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 24  
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10





ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ  
СБОРНИК

1974

В сборнике публикуются переписка Эйнштейна — Бессо и работы, анализирующие творчество Эйнштейна. Помещен обстоятельный обзор по электродинамике движущихся сред, содержащий полную библиографию, а также ряд других статей по теории относительности. Сборник интересен как для физиков, так и для широкого круга лиц, интересующихся историей науки.