
**PHOTON-HADRON
INTERACTIONS**

R. P. FEYNMAN

**California Institute
of Technology**

1972

**W. A. Benjamin, Inc.
Reading, Massachusetts**

Р. ФЕЙНМАН
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ФОТОНОВ
С АДРОНАМИ

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО
Д. И. Дьяконова и М. И. Стрикмана

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
д-ра физ.-мат. наук *В. М. Шехтера*

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
МОСКВА 1975

Книга представляет собой запись лекций одного из крупнейших физиков наших дней Р. Фейнмана. Лекции посвящены проблемам электромагнитного взаимодействия сильновзаимодействующих элементарных частиц (адронов) и читались в 1971—1972 гг. Использование фотонов в качестве пробных объектов позволяет получить уникальную информацию о структуре и свойствах адронов.

В книге сочетаются достоинства учебника и монографии. Подробно разбираются конкретные процессы взаимодействия фотонов с адронами. Экспериментальные результаты обсуждаются в связи с возможностями их теоретической интерпретации в духе кварковой модели, дисперсионных соотношений, алгебры токов и т. п. Детально рассматривается гипотеза о наличии внутри нуклона особых точечных объектов — партонов. Будучи автором партонной концепции, получившей в последние годы широкое признание, Р. Фейнман обсуждает различные ее аспекты. Изложение, как правило, проводится на простом общезначимом уровне, доступном и теоретикам, и экспериментаторам.

Книга полезна физикам, интересующимся строением элементарных частиц и их свойствами, — научным работникам, преподавателям, аспирантам и студентам старших курсов.

Редакция литературы по физике

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Ричард Фейнман не только один из наиболее выдающихся физиков середины XX века, но еще и выдающийся лектор. Наиболее популярны «Фейнмановские лекции по физике» («Мир», 1965—1967), в которых общеизвестные, казалось бы, проблемы изложены необычно и весьма увлекательно. Теоретиком хорошо известны также лекции Фейнмана по квантовой электродинамике, теории интегралов по траекториям, проблемам статистики и т. п. Новая его книга посвящена взаимодействию адронов с электромагнитным полем — проблеме, которая за последние годы стала одной из передовых в физике элементарных частиц, да и, пожалуй, в физике вообще.

Основным источником сведений о свойствах сильновзаимодействующих элементарных частиц — адронов — служат процессы их столкновения, рассеяния и взаимного превращения. Исследование этих процессов позволяет определить связанные с ними квантовомеханические амплитуды и исследовать зависимость последних от энергий и передаваемых импульсов. При этом массы всех частиц, участвующих в каждой конкретной реакции, строго фиксированы. О таких частицах говорят, что они находятся на своей массовой поверхности. Процессы, в которых наряду с адронами участвует и электромагнитное поле, позволяют получить информацию особого рода. Когда источником такого поля являются электроны, оно оказывается вполне определенным. Можно говорить, что электрон образует виртуальный квант поля — фотон — со строго определенной массой, которая известным образом меняется с энергией и углом рассеяния электрона. В результате процесс выглядит как реакция с участием адронов и фотонов переменной массы. Возможность исследовать зависимость амплитуды от массы внешней частицы — одно из главных достоинств фотон-адронных взаимодействий. Такая возможность присутствует еще лишь в одном круге явлений, связанных с рассеянием нейтрино на нуклонах, однако там эксперимент намного сложнее.

С другой стороны — и это, пожалуй, важнее всего, — в случае чисто адронных столкновений процессы с большой передачей импульса являются крайне редкими. Основные события, так сказать, разыгрываются на периферии адронов. Глубоко неупругое рассеяние электронов на нуклонах, т. е. рассеяние при участии виртуального фотона большой массы, позволяет изучить как раз процессы такого типа и заглянуть тем самым «в глубь» адрона, где, как можно ожидать, уже сказывается его внутренняя структура,

Исследование столкновений виртуальных фотонов большой массы и энергии при глубоко неупругом рассеянии электронов привело к ряду открытий, важнейшим из которых представляется тот факт, что соответствующие сечения довольно велики и медленно убывают с ростом массы фотона. Согласно широко распространенному ныне представлению, это обусловлено наличием внутри нуклонов (равно как и других адронов) каких-то точечных объектов, которые Фейнман — автор такой концепции — назвал партонами (от английского *part* — часть). Не будучи элементарными частицами в обычном понимании, т. е. не имея определенной массы и не проявляясь на опыте в виде регистрируемых объектов, партоны тем не менее осуществляют взаимодействие, в данном случае с электромагнитным полем.

Прислушаясь к чтению лекций, автор ставил перед собой, по-видимому, две цели. Одна — это дать систематическое описание всевозможных процессов с участием адронов и фотонов, будь то реальных или виртуальных. Вторая задача — подробно изложить идеи и представления партонной модели. В связи с этим книге присущи качества и учебника и монографии — сочетание весьма редкое.

Как учебник книга будет весьма полезным введением в физику взаимодействий адронов с электромагнитным полем. Автор рассматривает практически все процессы такого рода, доступные для современного эксперимента, за исключением, пожалуй, только слабонаклонных распадов типа $K \rightarrow \mu \nu$, $K^0 \rightarrow \gamma \gamma$ или $\Sigma^+ \rightarrow p \gamma$. Экспериментальные данные анализируются с точки зрения различных теоретических представлений: кварковой модели, модели векторной доминантности, дисперсионных соотношений, алгебры токов, партонной модели и т. п. Попутно выясняются степень истинности и границы применимости этих представлений. Фейнману присущ весьма нестандартный и в то же время довольно простой подход к обсуждаемым им явлениям. Изложение, как правило, проводится на основе общефизических представлений, порой почти «на пальцах», и лишь в нескольких местах автор позволяет себе отступления в область отвлеченной математики. С одной стороны, это никак не сказывается на строгости получаемых результатов, а с другой — делает книгу доступной не только теоретикам, но и экспериментаторам, интересующимся физикой элементарных частиц.

Вторая половина книги посвящена в основном партонной модели. В нее вошло много результатов, полученных автором, но ранее нигде не публиковавшихся. Особый интерес представляют заключительные главы, начиная с лекции 50, в которых Фейнман излагает свои взгляды на строение адронов и их взаимодействия. Эта часть носит программный и, естественно, дискуссионный характер.

Область физики, которой посвящена книга, развивается очень бурно. Многие проблемы электромагнитного взаимодействия адронов еще не выяснены, а часть экспериментальных фактов до сих пор не объяснена. В этой связи весьма интересны многочисленные задачи, которые автор предлагает читателям по ходу изложения. Некоторые из них имеют характер упражнений, зато другие представляют собой темы для серьезной научной работы. Интересны также предложения Фейнмана о постановке новых экспериментов. За два

года после выхода в свет американского издания некоторые из таких экспериментов уже были выполнены. Их основные результаты сообщаются в примечаниях (подстрочных и помещенных в конце книги) редактора перевода.

Автор многократно использует значения масс, времен жизни и вероятностей распада адронов, заимствованные из «Таблиц свойств элементарных частиц» 1971 г., которые издаются ежегодно Международной Группой данных по частицам. К настоящему времени некоторые из указанных величин измерены заново и с большей точностью. Поэтому при переводе мы сочли необходимым заменить устаревшие значения более поздними, взяв их из «Таблиц» 1973 г. Такая замена проведена по всей книге. На доводах и результатах, приводимых автором, она не сказывается.

В английском тексте содержится очень много описок и опечаток. При обнаружении мы их устраняли.

Несколько раз автор упоминает доклады, прочитанные участниками Международного симпозиума по взаимодействиям электронов и фотонов при высоких энергиях, который проходил летом 1971 г. в Корнелльском университете (Итака, США). В предисловии Фейнман пишет, что доклады, сделанные на этом симпозиуме, следует рассматривать как необходимое дополнение к его лекциям. Нам кажется, что это не совсем верно, поскольку в книге содержатся практически все сведения, которые требуются для понимания обсуждаемых в ней вопросов.

Ссылки на оригинальные работы, приводимые автором, более или менее случайны. В этом плане, по-видимому, доклады Корнелльского симпозиума могли бы оказаться полезными. Дополнять список литературы несколькими ссылками не имело смысла, а составлять его заново мы не считали себя вправе.

Поэтому список литературы дополнен лишь работами, на которые ссылается редактор перевода в примечаниях, а также в тех случаях, когда Фейнман упоминает только авторов без библиографической ссылки.

Перевод с английского выполнен М. И. Стрикманом (лекции 1—24 и приложения) и Д. И. Дьяконовым (лекции 25—52 и 55—57). Лекции 53 и 54 переведены ими совместно.

В. М. Шехтер

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Наивысший по уровню курс теоретической физики для студентов, окончивающих Калифорнийский технологический институт, называется «Избранные разделы теоретической физики». Каждый год профессор, читающий курс, выбирает тему, с которой он будет выступать. В этом учебном году (1971—1972) после моего возвращения с Международного симпозиума 1971 г. по взаимодействиям электронов и фотонов высоких энергий, проходившего в Корнелльском университете, мой интерес к предмету усилился, и я решил рассмотреть различные теоретические вопросы, имеющие отношение к этому симпозиуму. Лекции, однако, оказались столь обширными, что было решено издать их в виде книги, имея в виду, что они могут заинтересовать и других читателей. Таким образом, материалы Корнелльского симпозиума следует рассматривать как дополнительный том к этим лекциям. Ссылки, приводимые здесь, далеки от того, чтобы быть полными. Перечень литературы имеется в докладах симпозиума, опубликованных Лабораторией ядерных исследований Корнелльского университета в январе 1972 г.

Материал в настоящей книге преподносится на повышенном уровне. В частности, предполагается, что читатель знаком с теорией адрон-адронных взаимодействий. Я попытался детально проанализировать сегодняшнее положение вещей в теоретическом плане. Изложение различных вопросов носит неровный характер. Я хотел бы, например, изучить теорию распада η -мезона более внимательно, чем смог сделать. Тем не менее в лекциях много места уделяется модели векторной доминантности и глубоко неупругого рассеяния. В полной мере обсуждаются возможные следствия партоновой модели.

Время не позволило мне целиком осуществить первоначальный план, который включал также рассмотрение теорий токов в слабом взаимодействии, столь тесно связанных с электромагнитным током.

Я должен принести свою глубокую благодарность Артуро Сизнеросу, который отредактировал и расширил записи лекций на основе моих конспектов. Без его усилий выход в свет этой книги был бы невозможен.

Ричард П. Фейнман

Пасадена, Калифорния
Лето 1972 г.

I. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

ЛЕКЦИЯ I

Один из самых эффективных способов экспериментального исследования сильновзаимодействующих частиц (адронов) — это как-то «потрогать» их, т. е. привести в соприкосновение с известной частицей, например с фотоном (ни одна другая частица не изучена столь хорошо). Такой подход позволяет намного точнее контролировать переменные и, вероятно, уменьшает сложность теоретического описания взаимодействий. Например, в обычных адрон-адронных столкновениях типа $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$ мы сталкиваем друг с другом два неизвестных объекта. При этом можно варьировать только их начальную энергию; квадрат 4-импульса пиона q^2 изменять невозможно, поскольку он должен быть равен m_π^2 . Представление о пионе, находящемся «далеко от массовой поверхности», в действительности может оказаться бессмысленным или по меньшей мере является в высшей степени непростой идеей. С другой стороны, известно, что в реакции $\gamma p \rightarrow \gamma p$ участвует только один определенный γ -квант, и мы можем изменять q^2 фотонов, используя виртуальные γ -кванты, например в реакции рассеяния электронов $e + p \rightarrow e + p + \gamma$.

Мы полагаем, что свойства фотона известны. Квантовая электродинамика (КЭД) проверена весьма тщательно. Найдено, что если бы фотонный пропагатор отличался от обычного множителем вида $(1 - q^2/\Lambda^2)^{-1}$, то Λ превышало бы 4 или 5 ГэВ. Амплитуды известны с точностью около 5% для q^2 вплоть до 1 ГэВ. Уже существуют, как мы увидим, свидетельства о том, что в столкновениях виртуальных фотонов с адронами фотон ведет себя нормально (т. е. следует предсказаниям КЭД) с точностью до Λ порядка 6—8 ГэВ.

Как бы то ни было, мы далее предполагаем, что КЭД является точной, подразумевая под КЭД обычную теорию взаимодействия электронов, мюонов и фотонов. Точной, но не полной, ибо адроны также заряжены и взаимодействуют не только между собой, но и с чисто квантовоэлектродинамическими системами. Обсудим сперва, как можно описывать такое взаимодействие.

Поскольку e^2 мало, естественно представить электромагнитное взаимодействие адронов в виде ряда по степеням e : однофотонный обмен, двухфотонный обмен и т. д. (Казалось бы, для описания взаимодействия фотонов с адронами необходимо иметь детальную динамическую теорию адронов. В конечном счете это действительно так. Однако кое-что можно сказать об общих ограничениях для матричных элементов, которые справедливы независимо от динамики адронов, лежащей в основе этих процессов. Именно поиску таких ограничений посвящены первые лекции.)

Случай отсутствия электромагнитного взаимодействия не представляет проблемы. Фактор, дающий амплитуду перехода адронной системы из начального состояния $|n, in\rangle$ в конечное состояние $\langle m, out|$, равен

$$S_{mn} = \langle m, out | n, in \rangle. \quad (1.1)$$

S -матрица является матрицей преобразования из представления «in» в представление «out»:

$$\sum_n S_{mn} \langle n, in | = \langle m, out |. \quad (1.2)$$

Под состоянием $|n, in\rangle$ понимается состояние, которое в далеком прошлом представляло систему асимптотически стабильных адронов (стабильных только по отношению к сильным взаимодействиям: например, π^0 «стабилен»), характеризуемых импульсами и спиральностями, которые все включены в индекс n . Состояние $\langle m, out|$ имеет набор индексов m того же типа, но представляет систему, которая в будущем окажется асимптотически в ситуации m .

Таким образом, S -матрица является единичной матрицей, но только в смешанном представлении, в котором начальные и конечные состояния определены по-разному.

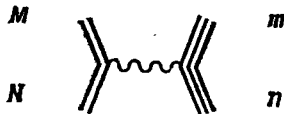
В предположении, что такие состояния образуют полный набор, сохранение вероятности требует, чтобы

$$S^+S = 1 \quad \left[\text{т. е. } \sum_m (S_{mn})^* S_{mn} = \delta_{nn'} \right]. \quad (1.3)$$

(В частном случае, когда состояние n описывает одну стабильную частицу, состояния «in» и «out» совпадают.)

Электромагнитное взаимодействие в первом порядке

В общем виде взаимодействие электронов и адронов представляется диаграммой



Система, состоящая из электронов и фотонов, переходит из состояния N в M , а адроны переходят из состояния $|n, \text{in}\rangle$ в $|m, \text{out}\rangle$. Мы предполагаем, что возможно только такое взаимодействие, которое происходит путем обмена фотоном. Пусть этот фотон характеризуется поляризацией μ и импульсом q ; тогда амплитуда равна

$$A = \langle M | j_\mu(q) | N \rangle \frac{4\pi e^2 i}{q^2} \langle m, \text{out} | J_\mu(q) | n, \text{in} \rangle. \quad (1.4)$$

Таким образом, можно сказать (предполагая, что амплитуда может быть измерена), что в данном эксперименте мы определяем величину

$$\mathcal{F}_\mu(q)_{mn} = \langle m, \text{out} | J_\mu(q) | n, \text{in} \rangle. \quad (1.5)$$

Это достигается путем удаления из измеряемой амплитуды известного (согласно КЭД) множителя

$$\langle M | j_\mu(q) | N \rangle \frac{4\pi e^2 i}{q^2}.$$

Наше первое предположение состоит теперь в том, что величина $\mathcal{F}_\mu(q)_{mn}$ зависит только от состояний m и n адронной системы, а также импульса q и поляризации μ виртуального фотона. При этом \mathcal{F}_μ не зависит ни от того,

как такой фотон был образован (скажем, мюонами или электронами), ни от углов и энергий рассеянных электронов при фиксированных q и μ фотона.

Это предположение является весьма сильным. Наиболее полно оно было проверено при измерении протонного формфактора. Его часто используют при проверке аппаратуры, при сравнении данных разных лабораторий и т. д. Мы его принимаем тоже.

Подчеркнем, что при этом $\mathcal{J}_\mu(q)$ представляет собой экспериментально измеримую величину, которую можно определить в принципе для любых q .

Удобно ввести новую матрицу $J_\mu(q)_{kn}$, определенную в несмешанном представлении как

$$J_\mu(q)_{kn} = \langle k, \text{in} | J_\mu(q) | n, \text{in} \rangle. \quad (1.6)$$

При этом мы можем написать, что

$$\mathcal{J}_\mu(q)_{mn} = \sum_k S_{mk} J_\mu(q)_{kn}. \quad (1.7)$$

То же самое может быть сделано и несколько более абстрактно. С этой целью заметим, что в КЭД величину $\langle M | j_\mu | N \rangle 4\pi e^2/q^2$ можно рассматривать как матричный элемент (между лептонами) некоторого оператора, а именно векторного потенциала для лептонов $a_\mu(q)$. Любой такой матричный элемент считается известным и может быть вычислен с помощью КЭД в каждом конкретном случае. Таким образом, электромагнитное взаимодействие в первом порядке описывается матрицей

$$I + i \int a_\mu(q) J_\mu(q) d^4q + \text{Высшие порядки.}$$

Здесь I представляет собой вклад нулевого порядка (ибо, как мы видели, при отсутствии взаимодействия S -матрица представляется единичной матрицей в смешанном представлении). В первом порядке унитарность требует $[a^+(q) = a^{*T}(-q)]$

$$\begin{aligned} & \left(I - i \int a_\mu^+(q) J_\mu^+(q) d^4q + \dots \right) \times \\ & \times \left(I + i \int a_\mu(q) J_\mu(q) d^4q + \dots \right) = I, \quad (1.8) \end{aligned}$$

и так как $a_\mu(q)$ — произвольный эрмитов оператор, то $J_\mu^+ = J_\mu$. Следовательно, ток J_μ эрмитов.

Поскольку допустимы любые q , можно определить фурье-образ для J_μ :

$$J_\mu(t, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{-iqx} J_\mu(q) d^4q$$

и аналогично для операторов a_μ .

Таким образом, электромагнитное взаимодействие описывается интегралом вида

$$\int a_\mu(1) J_\mu(1) d\tau_1.$$

ЛЕКЦИЯ 2

Сохранение тока

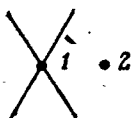
Вы можете, если хотите, попросту постулировать сохранение адронного тока $\nabla_\mu J_\mu = 0$. Однако к этому вопросу можно подойти иначе.

Строго говоря, было бы неправильно думать, что величину \mathcal{J}_μ , входящую в уравнение (1.5), можно полностью найти из эксперимента. Дело в том, что величина $a_\mu(q)$ не вполне произвольна. При ее вычислении по правилам обычной диаграммной техники она всегда удовлетворяет условию $q_\mu a_\mu(q) = 0$. Следовательно, одна компонента a_μ (а именно, компонента по направлению q_μ) всегда отсутствует (за исключением случая $q^2 = 0$), и поэтому компонента тока J_μ по направлению q_μ не определена. Мы завершим определение J_μ , выбирая калибровку $q_\mu J_\mu = 0$.

Это делается следующим образом. Прежде всего, в случае $q^2 = 0$, т. е. свободного фотона с поляризацией e_μ , электромагнитное взаимодействие имеет вид $e_\mu J_\mu$. Однако для свободного фотона поляризация e_μ не определена: к ней можно добавить величину αq_μ (т. е. $e'_\mu = e_\mu + \alpha q_\mu$), где α — любое число. Это не должно приводить к какому-либо наблюдаемому эффекту. Поэтому для согласованности с КЭД должно выполняться условие $q_\mu J_\mu = 0$, по меньшей мере когда $q^2 = 0$. Такое равенство

представляет собой физическое свойство, которым должен обладать ток J_μ . Если при произвольном q^2 такое условие не выполняется, то переопределим ток, вводя вместо J_μ новую величину $J'_\mu = J_\mu - q_\mu (q_\nu J_\nu) / q^2$. Очевидно, что $q_\mu J'_\mu = 0$, причем новый полюс при $q^2 = 0$ из-за слагаемого с $1/q^2$ не возникает, ибо числитель $q_\nu J_\nu$ также обращается в нуль при $q^2 = 0$.

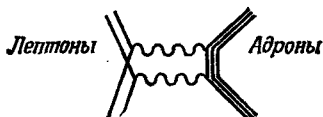
Что можно сказать о других ограничениях на $J_\mu(1)$? Именно их мы и хотим найти. Например, поскольку J_μ — локальный оператор, из теории поля следует (в предположении, конечно, что адроны описываются какой-либо теорией поля), что $[J_\mu(1), J_\nu(2)] = 0$, если 1 и 2 разделены пространственноподобным интервалом; такое расположение точек мы будем обозначать



Если хотите, вы можете это просто предположить. Однако очень интересно вывести это равенство из нашего предположения, что адронная система взаимодействует с чисто квантовоэлектродинамическими объектами. (В доказательстве этого утверждения сплошь и рядом делают ошибки из-за неявных предположений. Оно, возможно, и не является важным, но представляется интересным, и я позволю себе потратить ваше время на его доказательство.)

Электромагнитное взаимодействие во втором порядке

Такое взаимодействие описывается диаграммами типа



Им соответствуют амплитуды, содержащие легко вычисляемый лептонный¹⁾ фактор, который умножается на матричный элемент $-1/2 V_{\mu\nu}(q_1, q_2)$, зависящий от импульсов и поляризаций двух виртуальных фотонов. По определению $V_{\mu\nu}(q_1, q_2)$ симметричен относительно замены $q_1 \leftrightarrow q_2$ и $\mu \leftrightarrow \nu$, поскольку статистика Бозе для фотонов не позволяет различить их; никакую другую функцию нельзя измерить экспериментально. Используя несмешанное представление и координатное пространство (с помощью двойного преобразования Фурье), мы можем представить эту амплитуду как

$$-\frac{1}{2} \int \int V_{\mu\nu}(1, 2) \{a_\mu(1) a_\nu(2)\}_T d\tau_1 d\tau_2. \quad (2.1)$$

Вклад лептонного множителя можно найти для каждой диаграммы и записать, как показывается в КЭД, в виде матричного элемента (между начальными и конечными фотон-лептонными состояниями) от упорядоченного во времени произведения операторов $a_\mu(1)$ и $a_\mu(2)$ (последнее обозначается $\{ \}_T$). Поскольку произведение $a(1)a(2)$ можно выбрать произвольно, $V_{\mu\nu}$ является измеримой величиной.

Теперь я постараюсь доказать несколько утверждений. Нам будет удобнее ограничить интегрирование областью $t_1 > t_2$ и записать амплитуду вплоть до второго порядка в виде²⁾

$$T = 1 - i \int J_\mu(1) a_\mu(1) d\tau_1 - \int \int_{t_1 > t_2} V_{\mu\nu}(1, 2) a_\mu(1) a_\nu(2) d\tau_1 d\tau_2. \quad (2.2)$$

Аналогично можно выписать все члены ряда до сколь угодно высокого порядка.

¹⁾ В первой части этого курса под «лептонами» понимаются только e^- , e^+ , μ^+ и μ^- .

²⁾ В рассматриваемом смешанном представлении $S \equiv 1$. — Прим. ред.

Унитарность второго порядка

Напишем условие унитарности $T^+T = 1$. Разлагая его в ряд до членов второго порядка и используя равенство $a^+ = a$, приходим к соотношению

$$\begin{aligned}
 & - \iint_{t_1 > t_2} V_{\mu\nu}^+(1, 2) a_\nu(2) a_\mu(1) d\tau_1 d\tau_2 + \\
 & \quad + \int \int_{\text{все } t} J_\mu(1) J_\nu(2) a_\mu(1) a_\nu(2) d\tau_1 d\tau_2 - \\
 & - \iint_{t_1 > t_2} V_{\mu\nu}(1, 2) a_\mu(1) a_\nu(2) d\tau_1 d\tau_2 = 0. \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

Во втором слагаемом интегрирование ведется по всем значениям t_1 и t_2 . Разбивая его на интегралы по области $t_1 > t_2$ и по области $t_1 < t_2$ и переставляя в последнем интеграле переменные 1, 2 (и μ, ν), получаем

$$\begin{aligned}
 & + \iint_{t_1 > t_2} [J_\mu(1) J_\nu(2) - V_{\mu\nu}(1, 2)] a_\mu(1) a_\nu(2) d\tau_1 d\tau_2 + \\
 & + \iint_{t_1 > t_2} [J_\nu(2) J_\mu(1) - V_{\mu\nu}^+(1, 2)] a_\nu(2) a_\mu(1) d\tau_1 d\tau_2 = 0. \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

Если бы мы имели право предположить, что в пределах состояний, допускаемых КЭД, можно образовать произвольные величины $a_\mu(1) a_\nu(2)$ (что правильно), а также независимо — произвольные величины $a_\nu(2) a_\mu(1)$ (что неправильно), то из этого следовало бы

$$V_{\mu\nu}(1, 2) = J_\mu(1) J_\nu(2) \quad \text{при } t_1 > t_2. \quad (2.5)$$

Но вне светового конуса, например, $[a(2), a(1)] = 0$, так что два произведения равны и не могут быть заданы независимо. Действуя поэтому более осторожно, запишем

$$a_\nu(2) a_\mu(1) = a_\mu(1) a_\nu(2) + [a_\nu(2), a_\mu(1)],$$

что дает

$$\begin{aligned}
 & \int \int_{t_1 > t_2} [J_\mu(1) J_\nu(2) + J_\nu(2) J_\mu(1) - V_{\mu\nu}(1, 2) - V_{\mu\nu}^+(1, 2)] \times \\
 & \times a_\mu(1) a_\nu(2) d\tau_1 d\tau_2 + \int \int_{t_1 > t_2} [J_\nu(2) J_\mu(1) - V_{\mu\nu}^+(1, 2)] \times \\
 & \times [a_\nu(2), a_\mu(1)] d\tau_1 d\tau_2 = 0. \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

Первый множитель в квадратных скобках должен теперь обращаться в нуль, ибо мы можем начать со случая, когда $a(2)$ и $a(1)$ коммутируют (например, если в низшем порядке один фотон излучается электроном, а другой — мюоном). Следовательно, всегда должно выполняться равенство

$$J_\mu(1)J_\nu(2) + J_\nu(2)J_\mu(1) = V_{\mu\nu}(1, 2) + V_{\mu\nu}^+(1, 2), \quad (2.7)$$

которое определяет вещественную часть $V_{\mu\nu}(1, 2)$. Кроме того, производя эрмитово сопряжение во втором интеграле, имеем

$$\int_{t_1 > t_2} [J_\mu(1)J_\nu(2) - V_{\mu\nu}(1, 2)] [a_\mu(1), a_\nu(2)] d\tau_1 d\tau_2 = 0. \quad (2.8)$$

Вне светового конуса коммутатор равен нулю. Внутри конуса, я полагаю, его значение произвольно (хотя для оправдания этого предположения необходимо небольшое дополнительное рассмотрение частных случаев). Отсюда следует, что

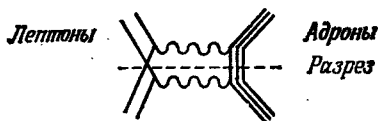
$$V_{\mu\nu}(1, 2) = J_\mu(1)J_\nu(2), \quad (2.9)$$



т. е. 1 находится внутри конуса будущего относительно 2.

Мы уже почти доказали равенство (2.5), но, к сожалению, не для всех $t_1 > t_2$, а только для t_1 внутри светового конуса 2. Это различие очень существенно, ибо для того, чтобы равенство (2.5) было релятивистски-инвариантным, необходимо $[J_\mu(1), J_\nu(2)] = 0$ вне светового конуса. Равенство (2.5) представляется естественным и в случае, когда адроны описываются какой-либо теорией поля. В этом случае наша картина взаимодействия при $t_1 \geq t_2$ может быть разрезана в промежуточный

момент времени t между t_2 и t_1 :



Первое взаимодействие дается здесь величиной $J_\nu(2)$, второе — $J_\mu(1)$. Таким образом, мы получаем произведение токов. Однако можно отнестись с недоверием к предположению, что сильные взаимодействия в любой момент времени описываются полным набором состояний и что в качестве этого полного набора допустимо выбрать $|n, in\rangle$. Несмотря на это, продолжив наше исследование ограничений, необходимых для согласованности с КЭД, до четвертого порядка, мы сможем доказать равенство (2.5).

Доказательство

Хотя это и не очень существенно, мы все же приведем доказательство ради полноты. Если бы равенство (2.5) было справедливо, то амплитуда T имела бы вид $\left\{ \exp -i \int J_\mu(1) a_\mu(1) d\tau_1 \right\}_T$. Вообще говоря, T представляется некоторым полиномом от

$$a_\mu(1), \{a_\mu(1) a_\nu(2)\}_T, \{a_\mu(1) a_\nu(2) a_\sigma(3)\}_T$$

и т. д. (С этого момента мы будем опускать поляризационные индексы, поскольку они всегда очевидным образом следуют за пространственными индексами.) В первом порядке $a_\mu(1)$ умножается на $J_\mu(1)$. Поэтому в общем случае можно написать

$$T = \exp \left[-i \int J(1) a(1) d\tau_1 \right] \left[1 + i \int \int_{t_1 \geq t_2} U(1 2) a(1) a(2) + \right. \\ \left. + \int \int \int_{t_1 \geq t_2 \geq t_3} U(1 2 3) a(1) a(2) a(3) + \right. \\ \left. + \int \int \int \int_{t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq t_4} U(1 2 3 4) a(1) a(2) a(3) a(4) + \dots \right], \quad (2.10)$$

где $U(12)$ представляет отклонение $V(1,2)$ от $J(1)J(2)$ при $t_1 > t_2$. Теперь при вычислении T^+T для проверки унитарности множитель $\exp\left[-i \int J a d\tau\right]$ выпадает. Во втором и четвертом порядке разложения по степеням a член с $U(123)$ вклада не дает. Во втором порядке имеем

$$-\int U^+(12)a(2)a(1) + \int U(12)a(1)a(2) = 0,$$

откуда, как и выше, мы заключаем, что оператор U эрмитов, т. е. всегда $U^+ = U$, и что $U(12) = 0$, если



В четвертом порядке

$$\begin{aligned} & \int_{t_1 > t_2 > t_3 > t_4} U^+(1234)a(4)a(3)a(2)a(1) + \\ & + \int_{t_1 > t_2 > t_3 > t_4} U(1234)a(1)a(2)a(3)a(4) + \\ & + \int_{\substack{t_5 > t_6 \\ t_7 > t_8}} U(56)U(78)a(5)a(6)a(7)a(8) = 0. \quad (2.11) \end{aligned}$$

В последнем интеграле $t_5 > t_6$ и $t_7 > t_8$, но, скажем, t_5 и t_7 взаимно независимы, так что t_5, t_6, t_7, t_8 можно упорядочить шестью способами. Разобьем интеграл соответственно на шесть областей и сделаем в каждой замену переменных на 1, 2, 3, 4 в следующем порядке:

$$\begin{array}{c} 1. \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .7 \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} 5. \\ .7 \\ 6. \\ .8 \end{array} \left| \begin{array}{c} 5. \\ .7 \\ .8 \\ 6. \end{array} \right| \begin{array}{c} .7 \\ 5. \\ 6. \\ .8 \end{array} \left| \begin{array}{c} .7 \\ 5. \\ .8 \\ 6. \end{array} \right| \begin{array}{c} .7 \\ .8 \\ 5. \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} .7 \\ .8 \\ 5. \\ 6. \end{array} \right| \\ 2. \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .7 \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} .7 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \left| \begin{array}{c} .7 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} 5. \\ .8 \\ 6. \\ 6. \end{array} \right| \begin{array}{c} .8 \\ 5. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} .8 \\ 5. \\ .8 \\ 6. \end{array} \right| \\ 3. \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .7 \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} .8 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \left| \begin{array}{c} .8 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} 6. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} 6. \\ .8 \\ 6. \\ 6. \end{array} \right| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \right| \\ 4. \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .7 \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} .8 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \left| \begin{array}{c} .8 \\ .8 \\ 6. \\ .8 \end{array} \right| \begin{array}{c} 6. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} 6. \\ .8 \\ 6. \\ 6. \end{array} \right| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \left| \begin{array}{c} 5. \\ 6. \\ .8 \\ 6. \end{array} \right| \end{array}$$

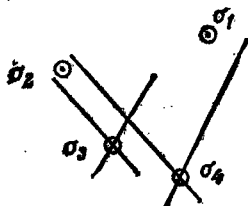
Обозначим $a(1) = A$, $a(2) = B$, $a(3) = C$, $a(4) = D$. Последнее слагаемое в (2.11) имеет теперь вид

$$\begin{aligned}
 U(1\ 2)U(3\ 4)a(1)a(2)a(3)a(4) &: ABCD = ABCD, \\
 U(1\ 3)U(2\ 4)a(1)a(3)a(2)a(4) &: ACBD = A[C, B]D + ABCD, \\
 U(1\ 4)U(2\ 3)a(1)a(4)a(2)a(3) &: ADBC = \\
 &= A[D, B]C + AB[D, C] + ABCD, \\
 U(2\ 3)U(1\ 4)a(2)a(3)a(1)a(4) &: BCAD = \\
 &= B[C, A]D + [B, A]CD + ABCD, \quad (2.12) \\
 U(2\ 4)U(1\ 3)a(2)a(4)a(1)a(3) &: BDAC = \\
 &= B[D, A]C + [B, A]DC + AB[D, C] + ABCD, \\
 U(3\ 4)U(1\ 2)a(3)a(4)a(1)a(2) &: CDAB = \\
 &= C[D, A]B + [C, A]DB + AC[D, B] + \\
 &\quad + A[C, B]D + ABCD,
 \end{aligned}$$

тогда как первый член равен

$$\begin{aligned}
 U^+(1\ 2\ 3\ 4)DCBA &= [D, C]BA + C[D, B]A + CB[D, A] + \\
 &+ [C, B]AD + B[C, A]D + [B, A]CD + ABCD. \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

Теперь мы получаем много очевидных следствий. Например, коэффициент при $ABCD$ должен быть равен нулю (рассмотрите случай, когда все четыре потенциала коммутируют). Мы полагаем, что векторный потенциал a является произвольной функцией пространства и времени. Поэтому его можно выбрать отличным от нуля только в четырех малых пространственно-временных областях около точек 1, 2, 3, 4; назовем эти области σ_1 , σ_2 , σ_3 , σ_4 . Нам здесь особенно интересен случай, когда переменные расположены в световых конусах следующим образом:



Тогда $[A, C] = 0 = [A, B]$, $[B, D] = 0 = [D, C]$ и только $[B, C]$ и $[A, D] \neq 0$, т. е. 1 находится вне светового конуса 2, а 3 — вне светового конуса 4. Опуская член $ABCD$, который, как мы уже отмечали, равен нулю независимо, и собирая остающиеся слагаемые, получаем в левой части (2.11)

$$\begin{aligned} & \int \int \int \int_{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4} \{U^+ (1\ 2\ 3\ 4) \{[C, B]AD + CB[D, A]\} + \\ & + U(1\ 3)U(2\ 4)[C, B]AD + U(2\ 4)U(1\ 3)[D, A]BC + \\ & + U(3\ 4)U(1\ 2)\{[D, A]CB + [C, B]AD\}\} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4. \end{aligned} \quad (2.14)$$

В этом выражении необходимо преобразовать третий член к виду $[D, A]CB + [D, A][B, C]$, после чего все слагаемые, кроме одного, оказываются коэффициентами при $[C, B]AD$ или $CB[D, A]$ и должны быть равны нулю. В итоге мы остаемся с единственным слагаемым $U(2\ 4)U(1\ 3)[D, A][B, C]$ и окончательно получаем

$$\begin{aligned} & \int \int \int \int_{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4} U(2\ 4)U(1\ 3)[a(2), a(3)] \cdot [a(4), a(1)] \times \\ & \times d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4 = 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Поскольку коммутаторы являются достаточно общими величинами, я думаю, можно сделать вывод, что интеграл равен нулю лишь в том случае, если подынтегральное выражение обращается в нуль. Таким образом, $U(1\ 3) = 0$, даже если 1 находится вне светового конуса 3.

Конец доказательства

Вспоминая определение U , приходим к выводу, что

$$V_{\mu\nu}(1, 2) = J_\mu(1)J_\nu(2) \quad \text{при } t_1 > t_2. \quad (2.16)$$

При доказательстве соотношений (2.9) и (2.16) мы предполагали, что $a(x_1, t_1)$ и $[a(x_1, t_1), a(x_2, t_2)]$ являются достаточно общими функциями 1 и 2 (когда 2 находится внутри светового конуса 1). Мы полагаем, что

это и в самом деле правильно. Оправдание этой гипотезы (например, путем построения какого-то базиса) мы оставляем тем, кто интересуется более строгими доказательствами.

ЛЕКЦИЯ 3

В предыдущей лекции мы нашли, что

$$V_{\mu\nu}(1, 2) = J_\mu(1)J_\nu(2) \quad \text{при } t_1 > t_2 \quad (3.1)$$

и, кроме того,

$$[J_\mu(1), J_\nu(2)] = 0 \quad \text{для } \begin{array}{c} \diagup \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \quad (3.2)$$

Это означает, что исходную симметричную функцию $V_{\mu\nu}(1, 2)$ можно записать в форме

$$V_{\mu\nu}(1, 2) = \{J_\mu(1)J_\nu(2)\}_T + (\text{Контактные члены})_{\mu\nu} \delta^4(1-2). \quad (3.3)$$

Второе слагаемое возникает из-за того, что условиям (3.1) и (3.2) не противоречит слагаемое с $\delta(t_1 - t_2)$, или (в силу релятивистской инвариантности) с $\delta^4(1-2)$, а также с производными от δ -функции. После преобразования Фурье это слагаемое превращается либо в константу, либо в полином.

Наличие контактных членов приводит к тому, что абстрактная форма для T -матрицы должна иметь вид

$$\left\{ \exp \left[-i \left(\int J_\mu(1) a_\mu(1) d\tau_1 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \int S_{\mu\nu}(1) a_\mu(1) a_\nu(1) d\tau_1 + \dots \right) \right] \right\}_T,$$

что означает добавление локального выражения в одной пространственно-временной точке, но второго порядка по $a(1)$. Такое выражение появляется в КЭД, например, при взаимодействии фотонов со скалярной частицей. Вместо этого, конечно, T могла бы содержать градиенты типа $F_{\mu\nu}(1)F_{\mu\nu}(1)$. В более высоких порядках теории

возмущений могут возникать и слагаемые с большим числом производных. Короче говоря, мы установили, что T -матрица должна быть представима в форме $T = \left\{ \exp \left[-i \int L(1) d\tau_1 \right] \right\}_T$. Здесь $L(1)$ — оператор, зависящий только от $a(1)$, например вида

$$J_\mu(1) a_\mu(1) + S_{\mu\nu}(1) a_\mu(1) a_\nu(1) + \dots,$$

где J, S, \dots — операторы, действующие на переменные адронов. Такой вид T -матрицы, разумеется, сразу следует и из предположения, что адроны описываются локальной теорией поля.

Тема для исследования

Какие эксперименты могли бы лучше всего продемонстрировать существование или отсутствие контактных членов?

В КЭД для частиц со спином $1/2$ контактные члены отсутствуют; в случае спина 0 они имеются (тем не менее в формализме матриц Кеммера — Даффина их нет — объясните это!). Поскольку все величины определяются на опыте, наличие таких контактных членов для адронов можно выяснить экспериментально.

Таким образом, мы видим, что для определения всех амплитуд рассеяния V достаточно знать только матричные элементы тока J_μ .

Ограничение (3.2) для матричных элементов J_μ очень существенно. Оно приводит ко многим соотношениям, в том числе к дисперсионным соотношениям. Мы вернемся к этому вопросу позже, когда будем обсуждать глубоко неупругое ер-рассеяние. Вследствие того что некоторые из выражений являются сильно расходящимися, возникают специфические технические трудности, так что для математической строгости требуется немного потрудиться. На практике расходимости приводят к затруднениям только при рассмотрении средних по вакууму (например, среднего по вакууму от $V_{\mu\nu}$), но ни в каких иных случаях. Поэтому лучший способ обойти указанные трудности — это не обращать на них внимания. (Такие расходимости были проанализированы Швингером и называются тривиальными швингеровскими членами.)

Сохранение тока

Предположим теперь, что ток сохраняется в более обычном смысле. Иначе говоря, будем считать, что квантовая электродинамика не может определить $a_\mu(1)$ полностью, а лишь с точностью до прибавления к $a_\mu(1)$ градиента $\nabla_\mu \chi(1)$, где $\chi(1)$ — произвольная функция, но не оператор (как если бы в теории лептонов использовались различные калибровки), причем физика от этого не меняется. В таком случае $T[a] = T[a + \nabla\chi]$, откуда получаем

$$\begin{aligned} I - i \int J_\mu(1) a_\mu(1) d\tau_1 - \frac{1}{2} \int V_{\mu\nu}(1, 2) \{a_\mu(1) a_\nu(2)\}_T d\tau_1 d\tau_2 + \dots = \\ = I - i \int J_\mu(1) (a_\mu(1) + \nabla_\mu(\chi(1))) d\tau_1 - \\ - \frac{1}{2} \int V_{\mu\nu}(1, 2) \{(a_\mu(1) + \nabla_\mu\chi(1)) (a_\nu(2) + \nabla_\nu\chi(2))\}_T \times \\ \times d\tau_1 d\tau_2 + \dots, \quad (3.4) \end{aligned}$$

или в первом порядке по χ

$$\nabla_\mu J_\mu(1) = 0, \quad (3.5)$$

$$\nabla_\mu^{(1)} V_{\mu\nu}(1, 2) = 0 \quad (3.6)$$

и т. д. Уравнение (3.5) мы уже обсуждали; (3.6) дает кое-что новое. Используя (3.3), получаем

$$\begin{aligned} \nabla_\mu V_{\mu\nu}(1, 2) = \nabla_\mu \{J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T + \\ + \nabla_\mu (\text{Контактные члены})_{\mu\nu} \delta^4(1-2). \end{aligned}$$

Если бы ∇_μ коммутировало с оператором упорядочения по времени в выражении

$$\begin{aligned} \{J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T = \theta(t_1 - t_2) J_\mu(1) J_\nu(2) + \\ + \theta(t_2 - t_1) J_\nu(2) J_\mu(1), \end{aligned}$$

то из уравнения (3.5) следовало бы, что

$$\nabla_\mu \{J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T = \{\nabla_\mu J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T = 0.$$

На самом деле необходимо также дифференцировать θ по t . Поэтому при $\mu = 0$ возникает дополнительное слагаемое

$$\delta(t_1 - t_2) [J_0(1), J_\nu(2)],$$

т. е. одновременной коммутатор $J_0(1)$ и $J_v(2)$. Таким образом, в общем случае

$$\nabla_\mu V_{\mu\nu}(1, 2) = \{\nabla_\mu J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T + \delta(t_1 - t_2) [J_0(1), J_\nu(2)] + \nabla_\mu (\text{Контактные члены})_{\mu\nu} \delta^4(1 - 2).$$

С учетом сохранения тока это приводит к

$$\delta(t_1 - t_2) [J_0(1), J_\nu(2)] = -\nabla_\mu (\text{Контактные члены})_{\mu\nu} \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) \cdot \delta(t_1 - t_2)$$

или

$$[J_0(1), J_\nu(2)]_{t_1=t_2} = -\nabla_\mu (\text{Контактные члены})_{\mu\nu} \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2). \quad (3.7)$$

На самом деле я несколько упростил рассмотрение, поскольку контактные члены могут содержать также производные от $\delta^4(1-2)$; тем не менее наш вывод, что одновременной коммутатор плотностей заряда и тока определяется контактными членами, от этого не меняется. В частности, если бы (как это предполагали многие, например Гелл-Манн) контактные члены отсутствовали (по аналогии с КЭД для частиц со спином $1/2$, где взаимодействие имеет вид $\int \bar{\psi} A_\mu \gamma_\mu \psi d\tau$ и контактных диаграмм нет), мы бы имели

$$[J_0(1), J_\nu(2)]_{t_1=t_2} = 0. \quad (3.8)$$

Непосредственно проверить это соотношение мы пока не можем, хотя мы и в состоянии проверить равенство $\nabla_\mu V_{\mu\nu}(1, 2) = 0$.

Замечание

Швингер показал, что соотношение (3.8) невыполнимо. Действительно, если обозначить $J_0 = \rho$ и записать $J_\nu = 1, 2, 3$ как вектор \mathbf{J} , то это соотношение принимает вид

$$[\rho(\mathbf{x}_1), \mathbf{J}(\mathbf{x}_2)] = 0.$$

Беря дивергенцию, получаем

$$[\rho(\mathbf{x}_1), \nabla_2 \mathbf{J}(\mathbf{x}_2)] = 0 \quad \text{или} \quad \left[\rho(\mathbf{x}_1), \frac{\partial \rho}{\partial t}(\mathbf{x}_2) \right] = 0.$$

поскольку $\nabla J = \partial \rho / \partial t$. Но $\partial \rho / \partial t$ есть оператор $H\rho - \rho H$, где H — гамильтониан системы (в предположении, что таковой существует, т. е. физическое состояние характеризуется определенной энергией). Следовательно, $\rho H\rho - \rho\rho H = 0$.

Рассмотрим теперь среднее по вакууму от этого равенства, обозначая энергию промежуточного состояния n через E_n :

$$\sum_n (\rho_{0n} E_n \rho_{n0} - \rho_{0n} \rho_{n0} E_0) = 0.$$

С другой стороны, $\rho_{0n} = \rho_{n0}^*$, и так как вакуум является низшим состоянием, $E_n - E_0 > 0$. Следовательно,

$$\sum_n (E_n - E_0) |\rho_{n0}|^2 = 0,$$

что невозможно.

Казалось бы, те же доводы применимы и к самой КЭД, в которой, как мы знаем, исходный лагранжиан не содержит контактных членов. Парадокс возникает из-за того, что на самом деле мы не сравниваем формальную теорию поля непосредственно с экспериментом, а удаляем сперва некоторые расходящиеся вакуумные диаграммы. Эта проблема, по-видимому, связана с проблемой вакуума и может быть устранена. Следовательно, мы вправе проводить аналогию с КЭД, считая, что контактных членов нет и что уравнение (3.8) выполняется для всех задач, кроме вакуумной. Строгое утверждение таково: соотношение (3.8) справедливо, если вычесть из коммутатора величину его вакуумного среднего, умноженную на единичную матрицу.

ЛЕКЦИЯ 4

Изотопический спин, странность, обобщенные токи

Адронные состояния m и n , которые входят в матричный элемент тока J_μ , $\langle m | J_\mu | n \rangle$, могут быть классифицированы по определенным нединамическим квантовым числам — изоспину и странности (оба они, как мы предполагаем, точно сохраняются в сильном взаимодействии).

Матрица J может содержать отличные от нуля элементы между состояниями с разными значениями квантовых чисел, но она должна, конечно, сохранять электрический заряд. Из очень малой вероятности распадов $K^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ ¹⁾ или $\Lambda \rightarrow p + \gamma$ (при том, что распад $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ происходит достаточно быстро) можно заключить, что в них присутствует слабое взаимодействие. Таким образом, мы полагаем, что матричные элементы тока J между состояниями с разной странностью равны нулю. В случае состояний с разными изоспинами можно описать результат, утверждая, что J состоит из нескольких частей: с изоспином $I = 0$ (изоскаляр), $I = 1$ (изовектор), $I = 2$ (изотензор) и т. д., и использовать соответствующие коэффициенты Клебша — Гордана, чтобы установить соотношения между амплитудами внутри разных мультиплетов. Поскольку J не меняет заряда, его изовекторная часть, например, должна содержать только третью компоненту. Уже тот факт, что протон и нейтрон имеют заряды $+1$ и 0 , показывает, что ток J не является ни чистым изоскаляром, не зависящим от изоспина, ни чистым изовектором (в последнем случае заряды были бы противоположными), а содержит их линейную комбинацию. Ни один эксперимент, по-видимому, не требует наличия изотензорного тока, но мне не известно, насколько точно и всесторонне это было проверено. Недавно появились сообщения, что компонента с $I = 2$ необходима для сравнения реакций $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ и $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ при энергиях, близких к резонансу Δ . Похоже, однако, что поправки на структуру дейтрона (сечение реакции $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ определяется из данных по γD -столкновениям) учитывались неправильно.

В наши дни большинство теоретиков предполагают, для J_μ только $\Delta I = 0$ или $\Delta I = 1$. Очевидно, это предположение фундаментально: оно говорит о том, как в конечном счете взаимодействует J , потому что включение сильных взаимодействий, сохраняющих изоспин, не

¹⁾ Такой распад невозможен в силу сохранения момента количества движения, если только γ -квант не является виртуальным. В последнем случае следует говорить скорее о распаде $K^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$ или $K^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$. — Прим. ред.

может изменить такое правило. В этом плане мы заглядываем «внутри» сквозь динамику сильного взаимодействия.

Из матричных элементов $\langle m | J_\mu | n \rangle$ для набора состояний n (и m), принадлежащих к одному изоспиновому мультиплету, всегда можно построить такую их комбинацию, что вклад в нее дает только изоскалярная или только изовекторная часть. В результате определяются матричные элементы, а значит, и операторы для $J_\mu^S(q)$ и $J_\mu^V(q)$. В случае вектора можно вычислить также (используя коэффициенты Клебша — Гордана) матричные элементы между определенными состояниями от других компонент векторного тока, J_μ^{V+} и J_μ^{V-} (с проекцией изоспина $+1$ и -1 соответственно). Таким способом определяется новый тип токов.

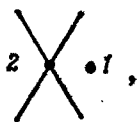
Это могло бы показаться не более чем упражнением на коэффициенты Клебша — Гордана, однако мы полагаем, что некоторые из новых токов также важны для физики. Принято думать, в частности, что ток $J_\mu^{V+}(q)$ описывает составляющую слабого тока, не меняющую странность и сохраняющую четность (гипотеза, известная под названием «сохранение векторного тока»). Это приводит к возникновению чрезвычайно эффективного теоретического метода, использующего такие обобщенные токи (Гелл-Манн).

Тот факт, что в электромагнитное взаимодействие входит ток J_μ , а в слабое взаимодействие — J_μ^{V+} , представляется (с точки зрения, которой мы придерживаемся в этих лекциях) случайностью, не имеющей никакого отношения к сильным взаимодействиям. Это дает нам инструмент для исследования адронов, хотя взаимодействия адронов могут анализироваться и сами по себе. Тем не менее мы вывели ряд соотношений, предположив, что либо эти токи возникают из каких-то операторов в теории поля, управляющей адронами, либо взаимодействие адронов со слабыми полями можно рассматривать по теории возмущений (мы будем пользоваться второй гипотезой). Для любых двух точек и произвольных компонент тока $J_\mu^a(1)$ и $J_\nu^b(2)$ можно ожидать, что они

коммутируют, если точки 1 и 2 разделены пространственноподобным интервалом:

$$[J_\mu^a(1), J_\nu^b(2)] = 0, \quad \text{если} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ \times \\ \diagdown \end{array} \bullet 1. \quad (4.1)$$

Это представляет собой новое предположение. Мы пытаемся сейчас вывести новые законы и ограничения для J и адронной системы. Известно, что $[J_\mu(1), J_\nu(2)] = 0$ для



где J , наш электромагнитный ток, представляется суммой изовектора и изоскаляра. Если использовать только изотопическую инвариантность, то как далеко можно зайти, скажем, в доказательстве коммутации изовекторных частей, т. е. $[J_\nu^+(1), J_\mu^+(2)] = 0$ и т. п.? Мы предполагаем, что в царстве изоспина закон коммутации на пространственноподобных интервалах справедлив не только для полного тока $J^S + J^V$, но также и для одной изоскалярной части с самой собой, для изовекторной части с самой собой, а также для изоскалярной части с изовекторной частью и для обобщений последней на любое направление изоспина.

Можно также рассмотреть процесс рассеяния, при котором поглощается фиктивный векторный «фотон» типа a и излучается «фотон» типа b . Такой процесс описывается матричным элементом $V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2)$.

Иными словами, обобщим понятие векторного потенциала $a_\mu(1)$ путем добавления нового индекса a , характеризующего, например, изоспин или странность. Тогда связь с внешними потенциалами имеет вид

$$T = I - i \int J_\mu^a(1) a_\mu^a(1) d\tau_1 - \frac{1}{2} \int \int V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2) [a_\mu^a(1) a_\nu^b(2)]_T d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (4.2)$$

Поэтому

$$V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2) = \{J_{\mu}^a(1) J_{\nu}^b(2)\}_T + (\text{Контактные члены})_{\mu\nu}^{ab} \delta^4(1 - 2). \quad (4.3)$$

Сохранение обобщенных токов

Нас интересуют законы сохранения, аналогичные уравнениям $\nabla_{\mu} V_{\mu\nu}(1, 2) = 0$; начнем со случая изоспина, о котором известно, что он сохраняется точно. Рассмотрим рассеяние частицы с $I = 1$, происходящее благодаря току J_{μ}^{V+} . Заряд в конечном состоянии на единицу больше, чем в начальном, так что

$$[Q, J_{\mu}^{V+}(1)] = J_{\mu}^{V+}(1). \quad (4.4)$$

Но $Q = \int J_0^V(1) d^3\mathbf{x}$, следовательно,

$$\begin{aligned} \left[\int J_0^V(t_1, \mathbf{x}) d^3\mathbf{x}, J_{\mu}^{V+}(t_1, \mathbf{x}') \right] &= J_{\mu}^{V+}(t_1, \mathbf{x}') = \\ &= \int d^3\mathbf{x} [J_0^V(t_1, \mathbf{x}), J_{\mu}^{V+}(t_1, \mathbf{x}')]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Одновременной коммутатор в последнем интеграле, который, согласно гипотезе (4.1), равен нулю вне светового конуса, должен быть равен произведению $\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$, скажем, на $s(\mathbf{x})$. Уравнение (4.5) показывает, что s должно совпадать с $J_{\mu}^{V+}(\mathbf{x})$. Отсюда получаем коммутационное соотношение для совпадающих времен:

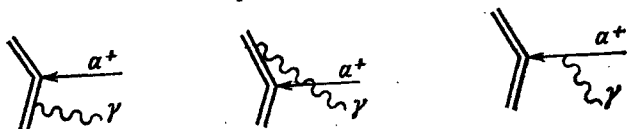
$$[J_0^V(t_1, \mathbf{x}_1), J_{\mu}^{V+}(t_1, \mathbf{x}_2)] = \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) J_{\mu}^{V+}(t_1, \mathbf{x}_1). \quad (4.6)$$

(Предполагается, что в правой части (4.6) нет дополнительных членов, интеграл от которых по $d^3\mathbf{x}$ равен нулю; как мы увидим, и эта проблема связана с контактными членами.)

Уравнение (4.6) и его обобщения для значительно более широкой группы $SU_3 \times SU_3$ известны как одновременные коммутационные соотношения Гелл-Манна. Они выражают первое из предполагаемых динамических свойств адронов, которое не является простым следст-

вием общих принципов релятивистской квантовой механики.

Можно описать это свойство также на языке матричных элементов $V_{\mu\nu}^{ab}$. Рассмотрим случай, когда один потенциал имеет изоспиновый индекс $+$, а другой — индекс 3 . Поскольку ток сохраняется, на первый взгляд может показаться, что $\nabla_{\mu} V_{\mu\nu}^{3+}(1, 2) = 0$, однако ошибка состоит в том, что потенциал $(\nu, 2)$ несет заряд $+1$. Поэтому заряд сохраняется только в том случае, если электромагнитный потенциал (индекс 3) взаимодействует с положительно заряженным мезоном. Например, рассеяние описывается диаграммами типа



Их сумма сохраняет заряд и, следовательно, должна обращаться в нуль, если поляризация фотона пропорциональна его импульсу ($e_{\mu} = \alpha q_{\mu}$). $V_{\mu\nu}^{3+}(1, 2)$ представляет собой сумму первых двух диаграмм. Последнюю диаграмму нетрудно вычислить; ясно, что она равна адронному матричному элементу первого порядка от тока J_{μ} , в данном случае — самому току J_{μ}^{+} . Таким образом,

$$\nabla_{\mu} J_{\mu}^{+}(1) = 0$$

[вследствие изотопической инвариантности и $\nabla_{\mu} J_{\mu}^3(1) = 0$],

$$\nabla_{\mu} V_{\mu\nu}^{3+}(1, 2) = \delta^4(1 - 2) J_{\nu}^{+}(2). \quad (4.7)$$

Как мы сейчас покажем, соотношение (4.7) эквивалентно (4.6), если контактные члены отсутствуют; если же они существуют, то (4.7) справедливо, но (4.6) следует модифицировать. Соотношение (4.7) является более фундаментальным.

Чтобы продемонстрировать связь (4.7) с (4.6), подставим (4.3) в (4.7):

$$\nabla_{\mu} \{J_{\mu}^3(1) J_{\nu}^{+}(2)\}_T = \{\nabla_{\mu} J_{\mu}^3(1) J_{\nu}^{+}(2)\}_T + \\ + \delta(t_1 - t_2) [J_0^3(t_1, \mathbf{x}_1), J_{\nu}^{+}(2)]_{t_1=t_2}. \quad (4.8)$$

Записав затем $\delta^4(1-2)$ в правой части (4.7) как $\delta(t_1 - t_2)\delta^3(x_1 - x_2)$ и учтя, что $\nabla_\mu J_\mu^3 = 0$, получаем соотношение (4.6). В общем случае необходимо добавить также контактные члены, но нам не известно, существуют ли они.

Обобщение на произвольную группу Ли с генераторами G^a и коммутационным соотношением $G^a \times^b \equiv [G^a, G^b] = f_{ab}^c G^c$ дается следующими равенствами:

$$\nabla_\mu J_\mu^a(1) = 0, \quad (4.9)$$

$$\nabla_{\mu 1} V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2) = \delta^4(1-2) J_\nu^{a \times b}(1). \quad (4.10)$$

Эти равенства легко получить, используя обобщение калибровочного преобразования $a'_\mu \rightarrow a_\mu + \nabla_\mu \chi$ для случая группы Ли: $a'_\mu \rightarrow a_\mu + \nabla_\mu \chi^a + (\chi \times a_\mu)^a$. Предполагая, что $T[a]$ не меняется при таком преобразовании, находим функциональное соотношение

$$T[a + \nabla \chi + \chi \times a] = T[a],$$

откуда, используя функциональную производную $\delta T/\delta a(1)$, нетрудно получить, что для любых $\chi(1)$ справедливо выражение

$$\int [\nabla \chi(1) + \chi(1) \times a(1)] \frac{\delta T}{\delta a(1)} d\tau_1 = 0.$$

Интегрируя по частям, имеем

$$\nabla_\mu \frac{\delta T}{\delta a_\mu(1)} = a_\mu(1) \times \frac{\delta T}{\delta a_\mu(1)}. \quad (4.11)$$

Подставим в (4.11) матрицу T , записанную в виде степенного ряда по a (4.2). Тогда члены нулевого и первого порядка дадут соответственно (4.9) и (4.10).

Поскольку изоспин сохраняется точно, соотношения (4.9) и (4.10) должны строго выполняться для случая трех изоспиновых компонент векторных токов. Что можно сказать о симметрии SU_3 , которая справедлива лишь приближенно? Гелл-Манн высказал предположение, что, хотя SU_3 не выполняется для всей системы адронов, эта симметрия может быть все более и более точной, по мере того как рассматриваемые пространственно-вре-

менные интервалы становятся все меньше и меньше. Именно такое поведение имело бы место, если бы адроны описывались теорией поля, в лагранжиане которой слагаемые с производными, определяющие пропагаторы, удовлетворяли SU_3 , а слагаемые массового типа ее нарушали (например, $\bar{q}\hat{d}q + \bar{q}mq$, где m — матрица, инвариантная относительно SU_3 , а q — операторы кварков). Если J^a представляет собой ток, изменяющий странность, матричный элемент которого, например, между состояниями Λ и N отличен от нуля, то $\nabla_\mu J_\mu^a(1) \neq 0$, так как Λ и N имеют разные массы. (Если, допустим, Λ и N покоятся, то $\langle \Lambda | J_{x,y,z}^a | N \rangle = 0$, $\langle \Lambda | J_0^a | N \rangle = \alpha \neq 0$, и $\langle \Lambda | \partial J_0^a / \partial t | N \rangle - \langle \Lambda | \nabla J^a | N \rangle = (\omega_\Lambda - \omega_N)\alpha$, т. е. не может быть равно нулю.) Таким образом, $\nabla_\mu J_\mu^a(1)$ эквивалентно новому оператору, скажем, $n^a(1)$. Тогда

$$\nabla_\mu V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2) = \delta(t_1 - t_2) [J_0^a, J_\nu^b]_{t_1=t_2} + \{n^a(1), J_\nu^b(2)\}_T. \quad (4.12)$$

По-видимому, второе слагаемое не содержит сингулярности, столь же сильной, как $\delta^4(1-2)$, но если на достаточно малых расстояниях справедлива SU_3 , то можно сказать, что сингулярность $\nabla_\mu V_{\mu\nu}^{ab}$, пропорциональная $\delta^4(1-2)$, правильно описывается соотношением (4.10). Таким образом, мы утверждаем, что

$$\nabla_\mu V_{\mu\nu}^{ab}(1, 2) = \delta^4(1-2) J_\nu^{a \times b} + \text{«Гладкая» функция}, \quad (4.13)$$

где «гладкая» функция менее сингулярна, чем $\delta^4(1-2)$. Отсюда, как и раньше, можно вывести одновременные коммутационные соотношения (в предположении о гладкости слагаемого, нарушающего симметрию SU_3). Приравнивая сингулярные члены в (4.12) и (4.13), находим

$$[J_0^a, J_\nu^b]_{t_1=t_2} = \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) J_\nu^{a \times b}(2) \quad (4.14)$$

(контактные члены опущены).

Эти соотношения представляют очень большой интерес, поскольку они нелинейные и требуют введения абсолютных масштабов. Поэтому они (если выполняются) могут служить для определения абсолютных масштабов

токов, так что правило, согласно которому слабое взаимодействие адронов имеет вид $V-A$ (а не $V-0,7A$), осмысленно и, следовательно, поддается проверке. Такая проверка была осуществлена Адлером и Вайсбергером, которые использовали гипотезу о частичном сохранении аксиального тока, чтобы выразить дивергенцию аксиального тока через связь с пионами. Ниже (во второй части книги) мы обсудим, как с помощью нейтринного рассеяния можно осуществить несколько более прямую проверку рассматриваемых соотношений.

Сингулярность на световом конусе

Коммутатор $[J_\mu(1), J_\nu(2)]$ равен нулю, если 1 находится вне светового конуса 2, и отличен от нуля внутри него. Какой сингулярностью он обладает при прохождении через световой конус или вблизи него? В теории поля коммутатор свободных полей с произвольной массой имеет на световом конусе сингулярность типа $\delta(s_{12}^2)$, где s_{12} — интервал между точками 1 и 2. В опытах по глубоко неупругому рассеянию электронов на протонах получены экспериментальные свидетельства о том, что $[J_\mu(1), J_\nu(2)]$ имеет сингулярность того же типа, т. е. содержит $\delta(s_{12}^2)$ или ее производные. Мы рассмотрим этот вопрос детальнее, когда будем обсуждать эксперименты. Тогда же мы продолжим изучение других формальных свойств коммутаторов и упорядоченных по времени произведений операторов J_μ . Эти вопросы поэтому откладываются на будущее. По-моему, их будет легче обсуждать, имея перед глазами конкретные эксперименты.

Вакуумное среднее $V_{\mu\nu}(1, 2)$

Тем не менее, чтобы не оставлять это теоретическое рассмотрение полностью повисшим в воздухе, я проиллюстрирую его одним из самых простых приложений, а именно к среднему по вакууму от $V_{\mu\nu}(1, 2)$. Эта величина зависит только от разности 1 — 2. Ее фурье-образ в переменной q , который мы назовем $V_{\mu\nu}(q)$, необходим, например, для вычисления вклада адронов в поправку к поляризации вакуума в порядке e^2 . Среднее по вакууму

от $V_{\mu\nu}$ описывается диаграммой



В импульсном представлении с учетом релятивистской инвариантности имеем $\langle 0 | V_{\mu\nu}(-q, q) | 0 \rangle = -q_\mu q_\nu v(q^2) + \delta_{\mu\nu} b(q^2)$. В силу калибровочной инвариантности $b = q^2 v$, откуда

$$\langle 0 | V_{\mu\nu}(-q, q) | 0 \rangle = (\delta_{\mu\nu} q^2 - q_\mu q_\nu) v(q^2). \quad (4.15)$$

Если записать правую часть (4.15) в форме $(\delta_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2) b$, то легко видеть, что при $q \rightarrow 0$ величина b должна обращаться в нуль, чтобы не возник новый полюс при $q^2 = 0$. Действуя на сохраняющиеся токи, член с $q_\mu q_\nu$ исчезает.

Для последовательности адронных «пузырей», распространяющихся между двумя токами, находим

$$\begin{aligned} s_\mu \left(\text{wavy line} \right) s_\nu + \left(\text{wavy line with loop} \right) + \left(\text{wavy line with two loops} \right) + \dots = \\ = s_\mu \frac{4\pi e^2 i}{q^2} s_\nu + s_\mu \frac{4\pi e^2 i}{q^2} q^2 v(q^2) \frac{4\pi e^2 i}{q^2} s_\nu + \\ + s_\mu \frac{4\pi e^2 i}{q^2} q^2 v(q^2) \frac{4\pi e^2 i}{q^2} q^2 v(q^2) \frac{4\pi e^2 i}{q^2} s_\nu + \dots = \\ = 4\pi e^2 i s_\mu \frac{1}{q^2 [1 - 4\pi e^2 i v(q^2)]} s_\nu. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Заметим, что перенормировка массы фотона отсутствует, т. е. полюс по-прежнему расположен при $q^2 = 0$, а изменение вычета, который становится равным $4\pi e^2 i / (1 - 4\pi e^2 i a)$, где $a = v(0)$ (эта величина может оказаться бесконечно большой), теряется в перенормировке заряда. Если написать разложение $v(q^2)$ около $q^2 = 0$, т. е. $v(q^2) = a + b q^2$, то можно получить выражение для перенормированного пропагатора в первом порядке по e^2 :

$$\frac{i}{q^2 - 4\pi e^2 i b q^4}.$$

Таким образом, $4\pi e^2 i v$ представляет собой вклад адронов в поправку к поляризации вакуума в таких, главным образом низкоэнергетических, КЭД-процессах, как лэмбовский сдвиг и т. п.

Мнимая часть функции $i v(q^2)$ при $q^2 > 0$ характеризует «время жизни виртуального фотона» и определяет сечение образования адронов, скажем, в электрон-позитронном столкновении. Следовательно, она может быть непосредственно измерена на опыте. Вещественная часть $i v(q^2)$ связана с мнимой согласно дисперсионному соотношению. Она описывает уменьшение вероятности того, что фотон остается фотоном:

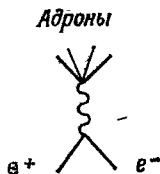
$$\text{wavy line} + \text{wavy line with loop} = 1 + 4\pi e^2 i v(q^2),$$

т. е. вероятность равна $1 + 4\pi e^2 i(v - v^*)$. Поэтому эффекты поляризации вакуума адронами (в порядке e^2) могут быть полностью определены, после того как будут проделаны соответствующие эксперименты. Мы обсудим этот вопрос подробнее в следующей лекции.

ЛЕКЦИЯ 5

Реакция $e^+ + e^- \rightarrow$ Любые адроны

Рассмотрим процесс $e^+ + e^- \rightarrow$ Адроны в состоянии $|m, \text{out}\rangle$. Он определяется диаграммой



$$(\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1) \frac{4\pi e^2 i}{q^2} \langle m, \text{out} | J_\mu(q) | 0 \rangle. \quad (5.1)$$

Отсюда следует, что вероятность пропорциональна $|\langle m, \text{out} | J_\mu(q) | 0 \rangle|^2 = \langle 0 | J_\mu(-q) | m, \text{out} \rangle \langle m, \text{out} | J_\mu(q) | 0 \rangle$.

Итак, если бы мы смогли измерить полное сечение реакции $e^+ + e^- \rightarrow$ Адроны в произвольном состоянии в зависимости от энергии E электрона или позитрона ($q_0 = 2E$, $\mathbf{Q} = 0$, $q^2 = 4E^2$), мы бы нашли непосредственно

$$\sum_{m, \text{out}} \langle 0 | J_\mu(-q) | m, \text{out} \rangle \langle m, \text{out} | J_\mu(q) | 0 \rangle,$$

причем

$$\begin{aligned} \sum_{m, \text{out}} \langle 0 | J_\mu(-q) | m, \text{out} \rangle \langle m, \text{out} | J_\nu(q) | 0 \rangle = \\ = \langle 0 | J_\mu(-q) J_\nu(q) | 0 \rangle = p_{\mu\nu}(q). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Теория относительности и калибровочная инвариантность позволяют нам записать $p_{\mu\nu}(q)$ в форме $(q_\mu q_\nu - q^2 \delta_{\mu\nu}) \theta(q_0) p(q^2)$, поскольку мы знаем, что если $q_0 < 0$ (вакуумное состояние является наименьшим), то невозможно возбудить никакое адронное состояние m, out . Следовательно, $p_{\mu\nu}(q) = 0$ при $q_0 < 0$. [В действительности, если \mathbf{Q} , т. е. пространственная составляющая импульса q , отлична от нуля, то низшим адронным состоянием m, out является пара пионов с импульсом $Q/2$; отсюда $p_{\mu\nu}(q) \neq 0$ только при $q_0 > 2\sqrt{m_\pi^2 + Q^2/4}$, т. е. при $q^2 > (2m_\pi)^2$ и $q_0 > 0$.] Таким образом, $p(q^2)$ существует только для $q^2 > (2m_\pi)^2$. Например, $p(q^2) = 0$ при $q^2 < 0$, т. е. в случае пространственноподобных q^2 . Покажем далее, что $p(q^2)$ — положительная величина. Пусть, например, виртуальный фотон имеет импульс $q = (q_0, 0, 0, 0)$ и поляризацию x ; тогда (5.2) представляет собой сумму квадратов модуля, и правая часть этого равенства должна быть положительной. Следовательно, величина $p(q^2)$ положительна для $q^2 > 4m_\pi^2$ и равна нулю, если $q^2 < 4m_\pi^2$. Поэтому

$$\begin{aligned} \langle 0 | J_\nu(1) J_\mu(2) | 0 \rangle \stackrel{\text{ПФ}}{=} \langle 0 | J_\nu(-q) J_\mu(q) | 0 \rangle = \\ = (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \theta(q_0) p(q^2), \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | J_\mu(2) J_\nu(1) | 0 \rangle \stackrel{\text{ПФ}}{=} \langle 0 | J_\mu(q) J_\nu(-q) | 0 \rangle = \\ = (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \theta(-q_0) p(q^2) \end{aligned} \quad (5.4)$$

(ПФ над знаком равенства обозначает преобразование Фурье).

Теперь мы можем решить задачу о коммутаторе и упорядоченном во времени произведении токов. Рассмотрим сперва коммутатор, представляющий собой разность выражений (5.3) и (5.4):

$$\langle 0 | [J_\nu(1), J_\mu(2)] | 0 \rangle \stackrel{\text{ПФ}}{=} (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \text{sign}(q_0) p(q^2). \quad (5.5)$$

Заметим, что это выражение можно записать как

$$(q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \text{sign}(q_0) \int_{4m^2/\pi}^{\infty} \delta(q^2 - m^2) p(m^2) dm^2. \quad (5.6)$$

Следовательно, среднее по вакууму от коммутатора в координатном представлении имеет вид

$$(\nabla_{\mu 1} \nabla_{\nu 1} - \delta_{\mu\nu} \nabla_1^2) \int_{4m^2/\pi}^{\infty} p(m^2) C^m(1, 2) dm^2 \quad (5.7)$$

и равняется нулю вне светового конуса, так как там $C^m(1, 2) = 0$. Любопытно, что доказательство обращения коммутатора в нуль вне светового конуса, исходящее из релятивистской инвариантности, оказывается столь простым в случае среднего по вакууму. (В конце этой лекции приведены выражения для коммутатора, пропагатора и их фурье-образов.)

Рассмотрим теперь упорядоченное во времени произведение токов (T -произведение)

$$\langle 0 | \{J_\nu(1) J_\mu(2)\}_T | 0 \rangle = \langle 0 | \theta(t_1 - t_2) J_\nu(1) J_\mu(2) + \theta(t_2 - t_1) J_\mu(2) J_\nu(1) | 0 \rangle.$$

Чтобы найти фурье-образ T -произведения, необходимо вычислить свертку с фурье-образом от $\theta(t_1 - t_2)$. Последний равен

$$\int \theta(t) e^{+i(q_0 t - \mathbf{q} \cdot \mathbf{x})} d^3 \mathbf{x} dt = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{Q}) \frac{i}{q_0 + i\epsilon},$$

$$\int \theta(-t) e^{+i(q_0 t - \mathbf{q} \cdot \mathbf{x})} d^3 \mathbf{x} dt = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{Q}) \frac{-i}{q_0 - i\epsilon}.$$

Следовательно, фурье-образ T -произведения $\langle 0 | \{J_\nu(1) J_\mu(2)\}_T | 0 \rangle$ дается выражением

$$\frac{i}{2\pi} \int \left(\frac{1}{q_0 - q'_0 + i\varepsilon} \theta(q'_0) - \frac{1}{q_0 - q'_0 - i\varepsilon} \theta(-q'_0) \right) \times \\ \times (q'_\mu q'_\nu - \delta_{\mu\nu} q'^2) p(q'^2) dq'_0 = V_{\mu\nu}(q), \quad (5.8)$$

где q' означает 4-вектор с компонентами (q'_0, \mathbf{Q}) . Рассмотрим сначала случай $\mu, \nu = t, t$. Здесь $q'_\mu q'_\nu - \delta_{\mu\nu} q'^2 = = Q^2 = q_t q_t - \delta_{tt} q^2$. Эту величину можно вынести из-под интеграла. Затем, изменив знак q'_0 во втором подынтегральном слагаемом, получим

$$\langle 0 | \{J_t(1) J_t(2)\}_T | 0 \rangle \stackrel{\text{ПФ}}{=} \frac{i}{2\pi} (q_t q_t - \delta_{tt} q^2) \times \\ \times \int p(q'^2) \theta(q'_0) \left(\frac{1}{q_0 - q'_0 + i\varepsilon} - \frac{1}{q_0 + q'_0 - i\varepsilon} \right) dq'_0 = V_{tt}(q).$$

В это выражение входит интеграл

$$\frac{i}{2\pi} \int p(q'^2) \theta(q'_0) \frac{1}{q_0^2 - q_0'^2 + i\varepsilon} 2q'_0 dq'_0.$$

После замены переменной интегрирования q'_0 на $m^2 = = q_0'^2 - Q^2$ получаем

$$V_{tt}(q) = \frac{i}{2\pi} (q_t q_t - \delta_{tt} q^2) \int \frac{p(m^2) dm^2}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} - iS_{tt}, \quad (5.9)$$

где S_{tt} представляет собой фурье-образ для среднего по вакууму от возможных контактных членов. S_{tt} вещественно и должно быть либо константой, либо конечным полиномом по q . Можно предположить, что если [обобщая (5.9) на произвольные индексы μ и ν ; см., впрочем, замечание в конце лекции] записать $V_{\mu\nu}$ в виде $V_{\mu\nu}(q) = = (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) v(q^2)$, то $v(q^2)$ представимо в виде

$$v(q^2) = \frac{i}{2\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{p(m^2) dm^2}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} - iS. \quad (5.10)$$

Здесь S — в худшем случае конечный полином по q , а в лучшем случае нуль. Заметив, что мнимая часть $iv(q^2)$

равна $1/2\rho(q^2)$ (это уже отмечалось ранее на основе физических соображений), можем также записать

$$iv(q^2) = -\frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im}(iv(m^2))}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} dm^2 + S. \quad (5.11)$$

Это равенство представляет собой дисперсионное соотношение для $v(q^2)$, выражающее iv при всех q^2 через его мнимую часть, которая в данном случае, во-первых, не равна нулю только при $q^2 > 4m_\pi^2$, а во-вторых, может быть измерена в экспериментах, доступных уже сегодня.

Пусть $\sigma(s)$ — сечение аннигиляции пары e^+e^- в адроны (где s — квадрат полной энергии в системе ц. и.). Тогда $\sigma(s) = (4\pi e^2)^2 \rho(s)/2$, так что поляризация вакуума может быть выражена непосредственно через наблюдаемые величины

$$4\pi e^2 i [v(q^2) - v(0)] = \frac{q^2}{\pi (4\pi e^2)} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\sigma(s) ds}{s - q^2}. \quad (5.12)$$

Поправка к лэмбовскому сдвигу (или поправка к магнитному моменту электрона и т. п.), возникающая вследствие поляризации вакуума адронами, зависит от величины $4\pi e^2 iv'(0)$, которая равна

$$\frac{1}{4\pi^2 e^2} \int \frac{\sigma(s)}{s} ds.$$

По соображениям, которые будут обсуждаться ниже, в настоящее время считается, что $\sigma(s)$ при достаточно больших значениях s ведет себя как const/s . Отсюда следует, что интеграл сходится и может быть определен экспериментально.

Для наиболее полного использования соотношений такого рода необходимо, вообще говоря, выяснить, существует ли член S . Или же, если $v(q^2)$ известно при каком-то определенном значении q^2 (скажем, 0 или ∞), для него можно написать дисперсионное соотношение с вычитанием. Предположим, например, что S — константа, а не полином по q^2 , причем $v(q_1^2)$ известно. Вычитая из $v(q^2)$ в (5.10) его значение при $q^2 = q_1^2$, получаем со-

отношение

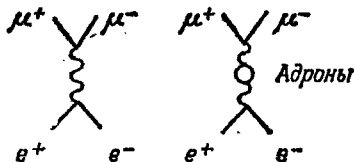
$$v(q^2) - v(q_1^2) = \frac{i}{2\pi} \int \frac{\rho(m^2)(q_1^2 - q^2) dm^2}{(q^2 - m^2 + i\varepsilon)(q_1^2 - m^2 + i\varepsilon)}, \quad (5.13)$$

в которое S не входит. Такой же трюк помогает и в случае, когда интеграл по m^2 оказывается расходящимся. В результате при больших m^2 интеграл сходится быстрее. Для приложений любое постоянное слагаемое в S не представляет интереса, так как $v(0)$ теряется в перенормировке заряда. Отсюда, предполагая, что S не содержит слагаемого с q^2 (это эквивалентно гипотезе об отсутствии плохих контактных членов), можно написать дисперсионные соотношения для разности $v(q^2) - v(0)$ — единственной величины, имеющей физический смысл:

$$v(q^2) - v(0) = \frac{iq^2}{2\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\rho(m^2) dm^2}{(q^2 - m^2 + i\varepsilon) m^2}. \quad (5.14)$$

Таким образом, мы можем ожидать, что в ближайшем будущем, когда экспериментальные результаты для $\rho(m^2)$ станут более полными, можно будет вычислить поправки (первого порядка по e^2) к КЭД от адронных петель.

При измерении сечения реакции $\delta(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ недавно наблюдался эффект, связанный с вкладом ϕ -мезона в $\rho(m^2)$. Он проистекает от интерференции диаграмм



при q^2 , близких к m_ϕ^2 . В низшем порядке, в котором заметен только вклад в вещественную часть $i(v(q^2) - v(0))$, эффект наблюдается как небольшие осцилляции сечения около $q^2 = m_\phi^2$.

В качестве примера вычислим изменение сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ из-за наличия второй диаграммы при

условии, что адроны состоят только из резонанса ϕ . В этом случае

$$p(m^2) = \frac{C}{(m^2 - m_\phi^2)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (5.15)$$

Подставляя это выражение в (5.14), находим, что

$$i[v(q^2) - v(0)] = \frac{q^2}{2\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{C}{((m^2 - m_\phi^2)^2 + \Gamma^2/4)} \frac{dm^2}{m^2(m^2 - q^2 - i\epsilon)}. \quad (5.16)$$

$$\text{Im}(i[v(q^2) - v(0)]) = \frac{1}{2} \frac{C}{(q^2 - m_\phi^2)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}(i[v(q^2) - v(0)]) &= \\ &= \frac{q^2}{2\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C}{(m^2 - m_\phi^2)^2 + \Gamma^2/4} \frac{dm^2}{(m^2 - q^2)m^2}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Здесь P означает, что интеграл берется в смысле главного значения. Нижний предел в интеграле (5.18) можно положить равным $-\infty$. Возникающая при этом ошибка пренебрежимо мала, так как резонанс очень узкий. Выполняя интегрирование, находим

$$\text{Re}(i[v(q^2) - v(0)]) = -\frac{q^2 C}{\Gamma} \frac{m_\phi^2(m_\phi^2 - q^2) - \Gamma^2/4}{(m_\phi^4 + \Gamma^2/4)((m_\phi^2 - q^2)^2 + \Gamma^2/4)}. \quad (5.19)$$

Следовательно, сечение образования пары $\mu^+\mu^-$ при e^+e^- -столкновении равно

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 - \frac{4\pi e^2 q^2 C}{\Gamma} \frac{m_\phi^2(m_\phi^2 - q^2) - \Gamma^2/4}{(m_\phi^4 + \Gamma^2/4)((m_\phi^2 - q^2)^2 + \Gamma^2/4)} \right], \quad (5.20)$$

где σ_0 — сечение процесса в отсутствие взаимодействия ϕ -мезона с фотоном.

Чтобы найти вещественную часть $iv(q^2)$, не было необходимости вычислять интеграл в (5.18). Из соотноше-

ния (5.10) следует, что $iv(q^2)$ является аналитической функцией без полюсов в нижней полуплоскости, причем $\text{Im}[iv(q^2)] = \rho(m^2)/2$. Для того чтобы определить $\text{Re}[iv(q^2)]$, нужно только найти аналитическую функцию с мнимой частью, равной $\rho(m^2)/2$, и с правильными полюсами в верхней полуплоскости. В данном случае такую функцию нетрудно угадать. Она имеет вид

$$iv(q^2) = \frac{C/\Gamma}{(q^2 - m_\Phi^2) - i\Gamma/2}. \quad (5.21)$$

Следовательно,

$$\text{Re}[iv(q^2)] = \frac{C(q^2 - m_\Phi^2)/\Gamma}{(q^2 - m_\Phi^2)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (5.22)$$

Произведя соответствующее вычитание в точке $q^2 = 0$, получим формулу (5.19).

Замечание: досадное место

Давайте вычислим другие компоненты $\mu\nu$ в выражении (5.8). Сперва найдем компоненты tx . В этом случае $q'_\mu q'_\nu - \delta_{\mu\nu} q'^2 = q'_0 Q_x$, и мы получаем

$$\frac{q'_0 Q_x \theta(q'_0)}{q_0 - q'_0 + i\varepsilon} + \frac{q'_0 Q_x \theta(q'_0)}{q_0 + q'_0 - i\varepsilon} = -\frac{2q_0 Q_x q'_0 \theta(q'_0)}{q_0'^2 - q_0^2 - i\varepsilon}.$$

Здесь все прекрасно, ибо величина $q_0 Q_x$ умножается на тот же интеграл, что и в случае tt . Однако неприятность возникает в случае xx , поскольку здесь $q'_\mu q'_\nu - \delta_{\mu\nu} q'^2 = Q_x^2 - \delta_{xx}(q_0'^2 - Q^2)$, и $q_0'^2$ не переходит непосредственно в q^2 , как это нам требуется. Вместо этого появляется дополнительное слагаемое $q_0'^2 - q_0^2$, которое сокращает знаменатель. В итоге мы получаем

$$V_{xx}(q) = \frac{i}{2\pi} (Q_x Q_x - \delta_{xx} q^2) \int \frac{\rho(m^2) dm^2}{q^2 - m^2 + i\varepsilon} + \\ + \frac{i}{2\pi} \int \rho(m^2) dm^2$$

ИЛИ

$$V_{\mu\nu}(q) = \frac{i}{2\pi} (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \int \frac{p(m^2) dm^2}{q^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{i}{2\pi} (\delta_{\mu\nu} - \delta_{\mu i} \delta_{\nu i}) C + iS_{\mu\nu}, \quad (5.23)$$

где C — константа (явно бесконечная), которая равна $\int p(m^2) dm^2$.

Можно было бы избавиться от C с помощью членов контактного типа, но нас смущает то обстоятельство, что при этом T -произведение само по себе, по-видимому, не является релятивистски инвариантным. Очевидно, условие $\langle 0 | [J_\mu(1), J_\nu(2)] | 0 \rangle = 0$ вне светового конуса не является достаточным. Чтобы соблюдалась релятивистская инвариантность, вероятно, надо наложить также какое-то ограничение на характер сингулярности вблизи $x_1 = x_2$ при $t_1 = t_2$, которое в данном случае не выполнено. Во всех других реальных задачах это условие выполняется. В дальнейшем мы отбросим C , предполагая, что для исправления гамильтониана к нему добавлен какой-то член типа $\int \mathbf{A} \mathbf{A} d^3x$. Такая добавка называется тривиальным швингеровским членом. В квантовой электродинамике тривиальный швингеровский член связан с процедурой перенормировки, при которой из пропагатора электрона с массой m^2 вычитается пропагатор с массой $m^2 + \Lambda^2$, так что $p(m^2)$ не обязательно должно быть положительным и $\int p(m^2) dm^2$ принимается равным нулю.

Рассмотрим теперь некоторые функции и их фурье-образы, которые далее будут играть существенную роль в наших рассуждениях.

Пропагатор

$$I_+^m(\mathbf{x}, t) = \int \frac{e^{-ip \cdot (t, \mathbf{x})}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} = -\frac{1}{4\pi} \delta(s^2) + \frac{m}{8\pi s} H_1^2(ms), \quad (5.24)$$

где $H_1^2 = J_1 - iN_1$, $s = +\sqrt{t^2 - x^2}$ во времениподобных областях и $s = -i\sqrt{x^2 - t^2}$ в пространственноподобных областях. Для больших значений s асимптотически $H \sim \exp(-ims)$. Для малых s

$$I_+^m(x, t) = -\frac{1}{4\pi} \delta(s^2) + \frac{i}{4\pi^2 s^2} + \frac{m^2}{16\pi} - \\ - \frac{im^2}{8\pi^2} \left[\ln\left(\frac{1}{2} ms\right) + \gamma - \frac{1}{2} \right] + \dots, \quad (5.25)$$

где $\gamma = 0,5772 \dots$. Для свободного поля с массой m это выражение совпадает с величиной $\langle 0 | [\phi(2)\phi(1)]_T | 0 \rangle$.

Коммутатор

Коммутационная функция определяется в виде

$$C(x, t) = \text{sign}(t) \text{Re} I_+^m(x, t), \quad (5.26)$$

а ее фурье-образ дается равенством

$$C(x, t) \stackrel{\text{ПФ}}{=} \text{sign}(q_0) \delta(q^2 - m^2). \quad (5.27)$$

Для свободных полей это выражение совпадает с $\langle 0 | [\phi(2), \phi(1)] | 0 \rangle$. Только при вещественных s

$$C(x, t) = \text{sign}(t) \left[-\frac{\delta(s^2)}{4\pi} + \frac{m}{8\pi s} J_1(ms) \right].$$

Вне светового конуса $C(x, t)$ равна нулю. При малых s

$$C(x, t) = \text{sign}(t) \left[-\frac{\delta(s^2)}{4\pi} + \frac{m^2}{16\pi} - \frac{m^4 s^2}{128\pi} + \dots \right]. \quad (5.28)$$

Задача 5.1

Покажите, что полное сечение образования адронов при e^+e^- -столкновении с энергией $E + E$ равно

$$\sigma = \frac{(4\pi e^2)^2}{2q^2} p(q^2), \quad \text{где } q^2 = 4E^2.$$

Задача 5.2

Найдите $p(q^2)$ для рождения мюонной пары:

$$p(q^2) = \frac{1}{6\pi} \frac{q^2 + 2\mu^2}{q^2} \left(\frac{q^2 - 4\mu^2}{q^2} \right)^{1/2} \text{ при } q^2 > 4\mu^2.$$

Задача 5.3

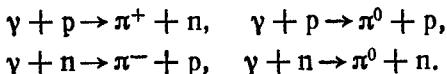
Используя $p(q^2)$ из задачи 5.2, найдите $v(q^2) - v(0)$ для поляризации вакуума мюонами.

II. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ФОТОННЫЕ РЕАКЦИИ [1]

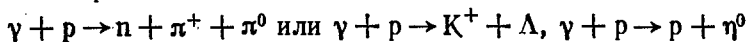
ЛЕКЦИЯ 6

Фоторождение пионов при низкой энергии (0—2 ГэВ)

В качестве нашей первой темы, связанной с экспериментом, рассмотрим низкоэнергетическое фоторождение пионов на нуклонах. Возможны следующие реакции:



Первые два процесса изучались наиболее интенсивно. В настоящее время имеются данные для случаев различных поляризаций и спиновых состояний. Очевидно, что в таких экспериментах измеряются величины, зависящие от $\langle N\pi | J_\mu(q) | N \rangle$ при $q^2 = 0$. Квадрат полной энергии в системе ц. и. обычно обозначается s . Он равен $s = (p + q)^2 = m^2 + 2mv_{\text{лаб}}$, где $v_{\text{лаб}}$ — энергия фотона в лабораторной системе (в нашем случае, скажем, v изменяется от 0 до 2 ГэВ). При таких энергиях возможны также реакции



и т. д., но их мы обсудим позднее.

Наиболее характерной особенностью процессов фоторождения является быстрое изменение угловых распределений с энергией. Это свойство характерно также для адронных реакций типа $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$ и интерпретируется как следствие присутствия резонансов. В нашем случае, очевидно, возникают те же самые резонансы, что и при рассеянии пионов. Именно на этой основе были объяснены и детально проанализированы данные опытов по фоторождению. Обсудим сначала общую «теорию» резонансов.

В общем случае элемент T -матрицы должен обладать специальным свойством факторизуемости, которое

определено при следующих условиях. Представим себе столкновение типа $A + B + C \rightarrow D + E + F$. Одна из возможностей состоит в том, что сначала сталкиваются A и B , образуя при этом состояние $D + X$ в некоторой области пространства (это описывается матричным элементом $\langle DX | T | AB \rangle$), а затем X как реальная частица проходит некоторое расстояние, чтобы столкнуться с C и образовать систему $E + F$ в реакции $X + C \rightarrow E + F$. Следовательно, матричный элемент $\langle EFD | T | ABC \rangle$ должен обращаться в бесконечность, т. е. иметь особенность, когда импульсы удовлетворяют условию $p_A + p_B - p_D = p_X$, а p_X^2 равен величине M_X^2 для реальной частицы X . Вычет в такой особенности равен $\langle EF | T | CX \rangle \langle XD | T | AB \rangle$. Если p_X^2 очень близок к M_X^2 (и E_X положительна), то поведение амплитуды очень похоже на распространение идеальной свободной частицы с массой M_X . Поэтому амплитуда ведет себя как $(p_X^2 - M_X^2 + i\epsilon)^{-1}$:

$$\langle DEF | T | ABC \rangle \approx \langle EF | T | CX \rangle \frac{1}{(p_A + p_B - p_D)^2 - M_X^2 + i\epsilon} \times \\ \times \langle DX | T | AB \rangle. \quad (6.1)$$

В частном случае двухчастичной реакции, если написать S в виде $S_{fi} = \delta_{fi} - (2\pi)^4 i \delta^4(p_f - p_i) T_{fi}$ (не путайте T с использовавшейся до сих пор величиной $T[A]$), то вблизи резонанса можно написать похожее выражение

$$\langle CD | T | AB \rangle = \\ = \langle CD | T | \text{Res} \rangle \frac{1}{p^2 - (M_R^2 - i\Gamma_R M_R)} \langle \text{Res} | T | AB \rangle.$$

В этом случае предполагается, что $(p_A + p_B)^2$ достаточно близок к M_R^2 (и знак энергии выбран правильно). Такое сингулярное поведение должно быть всякий раз, когда из начальных импульсов можно скомбинировать импульс какой-либо стабильной частицы.

Точный вид сингулярности следует из аналитического продолжения мнимой части

$$i\pi \langle EF | T | CX \rangle \langle XD | T | AB \rangle \delta(p_X^2 - M_X^2);$$

которая определяется требованием унитарности, поскольку возможны процессы $A + B \rightarrow D + X$ и $C + X \rightarrow E + F$.

Если под действием малого возмущения (такого, как слабое взаимодействие) состояние X становится слегка нестабильным и распадается с вероятностью Γ_X , то можно показать, что вблизи резонанса достаточно заменить

$$\frac{1}{p_X^2 - M_X^2 + i\varepsilon} \text{ на } \frac{1}{p_X^2 - (M_X^2 - i\Gamma_X M_X)}.$$

При этом слегка изменяются также M_X и вычеты, но форма всего выражения остается неизменной. Нерелятивистское приближение независимо от происхождения Γ имеет вид

$$\frac{1}{E - E_X + i\Gamma_X/2}.$$

Было найдено, что такое резонансное поведение T -матрицы имеет место и в сильных взаимодействиях (здесь ширина Γ обусловлена уже не слабым внешним возмущением, а является следствием самого сильного взаимодействия). Оно характеризуется следующими свойствами.

T -матрица изменяется брейт-вигнеровским образом, т. е. пропорционально $[p^2 - (M_R^2 - i\Gamma_R M_R)]^{-1}$. Это утверждение имеет сколько-нибудь точный смысл, если ширина Γ достаточно мала, так что либо изменением вычета $\langle CD|T|\text{Res}\rangle\langle\text{Res}|T|AB\rangle$ можно пренебречь, либо оно хорошо известно (как, например, в случае околопорогового резонанса, когда зависимость Γ от Q может быть учтена).

Одни и те же резонансы с неизменной массой и шириной (и с определенным изоспином, угловым моментом, странностью и четностью) появляются во многих реакциях. Таблицы свойств элементарных частиц по сути являются таблицами таких резонансов. В чем смысл существования резонансов в сильных взаимодействиях? Рассмотрим примеры узких резонансов, свойственных другим явлениям,

1. *Атомные системы.* Возбужденные уровни атомов нестабильны только из-за взаимодействия со светом. Узость резонансов, наблюдаемых, например, в эмиссионном спектре атома, как известно, связана с малой величиной константы взаимодействия e^2 .

2. *Ядра.* Известно, что константа взаимодействия здесь велика, однако наблюдаются узкие резонансы. Происхождение таких резонансов можно понять и в этом случае. Например, при распаде возбужденного тяжелого ядра с испусканием нейтрона волновая функция такова, что весьма трудно сконцентрировать на одном нейтроне энергию, достаточную для выхода его из ядра. В результате такой процесс становится маловероятным. Другие эффекты, такие, как центробежный барьер, тоже приводят к сужению резонансов в ядерной физике.

Ни один из перечисленных эффектов, по-видимому, не присутствует в физике элементарных частиц. С другой стороны, и резонансы здесь обычно не столь узкие; их ширина составляет примерно четверть расстояния до следующего резонанса в том же канале. Причина появления резонансов в сильных взаимодействиях непонятна. Сначала теоретики и не предполагали, что в теории поля с большой константой взаимодействия существуют резонансы. Позднее они осознали, что если константа взаимодействия достаточно велика, то возникают «изобарные состояния». Однако истинное значение факта существования резонансов для фундаментальной теории остается неясным.

ЛЕКЦИЯ 7

Основываясь на работе Уокера [1], обсудим ряд вопросов, связанных с наличием резонансов.

1. Как много резонансов и как велик фон? Не является ли фон под данным резонансом просто суммой хвостов от других резонансов? Если записать вклад резонанса в форме

$$\frac{a}{E - E_R + i\Gamma/2}$$

то вдали от резонансной области он равен

$$\frac{a}{E - E_R}.$$

Если a изменяется как $a(E) \approx a(E_R) \pm \alpha(E - E_R)$, то это выражение превращается в

$$\frac{a(E_R)}{E - E_R} + \alpha.$$

Отсюда видно, что, вообще говоря, фон α не может быть определен, если только не сказано, как меняются вне резонансной области величины $\langle T \rangle$, определяющие значение вычета. Некоторым авторам нравится определять $\langle T \rangle$ как чистую константу, а затем задавать вопрос, имеется ли фон. Однако ответ зависит от того, в каком виде мы пишем $\langle T \rangle$, скажем, как γ_μ (в случае фоторождения) или в какой-то другой форме, и поэтому представляется несколько произвольным, хотя такая постановка вопроса и обладает некоторыми достоинствами, будучи точно сформулированной.

На практике иногда известно, что ширина Γ должна меняться, поскольку мы находимся вблизи порога, где при малых значениях Q величина Γ ведет себя как Q^{2l+1} (l — орбитальный момент). При больших Q такое поведение не может быть правильным, ибо в противном случае Γ росла бы слишком быстро. Чтобы учесть это, Уокер записал Γ для взаимодействия мезона с протоном в состоянии с орбитальным моментом l в следующем виде:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(\frac{Q}{Q_R} \right)^{2l+1} \left(\frac{x^2 + Q_R^2}{x^2 + Q^2} \right)^l.$$

В случае фотона использовалось аналогичное выражение

$$\Gamma_\gamma = \Gamma_0 \left(\frac{k}{k_R} \right)^{2l} \left(\frac{x^2 + k_R^2}{x^2 + k^2} \right)^l.$$

В этих выражениях x — свободный параметр [x оказался близким к 0,350 ГэВ для всех резонансов, кроме $\Delta(1236)$, для которого используется значение 0,160 ГэВ]. Изменение x подобно изменению $a(E)$ — оно приводит

к искажению выражения для амплитуды и оставляет открытым вопрос: насколько велик хвост резонанса? На этот вопрос можно ответить только — «произволен».

Задача

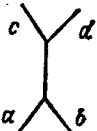
Параметризация $\Gamma = \Gamma_0(Q/Q_0)^{1/2}$ приводит к ряду следствий при написании выражений ниже порога. (Она не использовалась Уокером, ибо это приводит к нарушению дисперсионных соотношений.) Каковы эти следствия?

Среди теоретиков популярно приближение бесконечно узких резонансов; в этом случае $a = \text{const}$ и фон имеет вид

$$\frac{a \text{ (в резонансе)}}{E - E_R}.$$

Это выражение определяет вклад резонансов в фон или скорее «эффект, производимый резонансами вдали от их резонансной энергии». Утверждение, заключенное в кавычки, представляется весьма неопределенным, и его трудно сформулировать строго. Тем не менее, как мы увидим, в современной теории оно используется часто и при самых различных обстоятельствах.

2. Можно ли записать T -матрицу как сумму только резонансных членов? Рассмотрим реакцию $a+b \rightarrow c+d$, определяемую, в частности, диаграммой



$$\begin{aligned} s &= (p_a + p_b)^2, \\ t &= (p_c - p_a)^2, \\ u &= (p_a - p_d)^2. \end{aligned}$$

Такие диаграммы соответствуют s -канальным резонансам типа

$$\frac{1}{s - M_i^2(s)}.$$

Их сумма равна

$$\sum \frac{C_i(t)}{s - M_i^2(s)}. \quad (7.1)$$

Кроме того, существуют резонансы в t -канале. Они описываются диаграммами вида

$$\begin{array}{c} c \\ \diagdown \\ \text{---} \\ \diagup \\ a \end{array} \text{---} \begin{array}{c} d \\ \diagup \\ \text{---} \\ \diagdown \\ b \end{array} \quad \sum \frac{D_i(s)}{t - M_i^2(t)}. \quad (7.2)$$

В реальном эксперименте ни одно из этих слагаемых не является резонансным, ибо $t < 0$; все резонансы находятся далеко. Возникает теоретический вопрос: следует ли к сумме (7.1) добавить (7.2), а также u -канальные резонансы? Все это имеет какой-то смысл лишь в том случае, если выражение (7.1) определено строго.

Догмат современной теории, называемый моделью Венециано, или обобщенной дуальностью, состоит в утверждении, что прибавлять (7.2) к (7.1) не следует и что сумма одних только s -канальных резонансов полностью определяет t -канальное поведение; предполагается, что это справедливо только для мнимой части амплитуды.

Для (7.1) найдено выражение, которое после суммирования можно представить в виде суммы по t -канальным резонансам (Венециано). Однако для практических целей использовать его трудно. Что сделал Уокер, так это взял по одному слагаемому для каждого известного ему резонанса и добавил фон. На самом деле он представил амплитуду в виде суммы трех частей:

- 1) s -канальных резонансов,
- 2) однопионного обмена,
- 3) фона.

1) Массы и ширины резонансов брались из данных по πN -рассеянию, которые были проанализированы на языке парциальных амплитуд (с фиксированным угловым моментом, изоспином и четностью). Константа в вычете (матрица $\langle \text{Res} | J_\mu | N \rangle$, т. е. $\langle \text{Res} | T | \gamma N \rangle$) для каждого резонанса определялась эмпирически из условия наилучшей подгонки экспериментальных данных (другой множитель $\langle \pi N | T | \text{Res} \rangle$ был известен из πN -рассеяния).

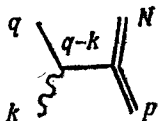
3) Фон представлялся функцией, медленно меняющейся во всех каналах. Критерием удачной подгонки

при выборе параметров резонансов служило то, насколько медленно или хотя бы плавно он менялся. Существовала надежда, что все фоновые слагаемые окажутся вещественными, однако в некоторых каналах в конце концов возникли небольшие мнимые составляющие; возможно, это явилось следствием того, что некоторые резонансы были пропущены или брались с неправильными параметрами (в следующий раз, когда Уокер займется этим делом, он ослабит условие, требующее вещественности фоновой амплитуды).

ЛЕКЦИЯ 8

Продолжим обсуждение слагаемых, использованных Уокером.

2) Пионный полюс в t -канале. Он происходит от диаграммы



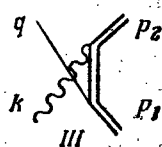
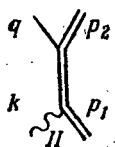
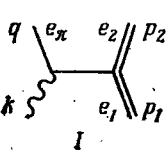
(для π^0 такой диаграммы нет, но об этом будет сказано позже). Вычисление диаграммы приводит к выражению

$$(2q - k) \cdot e \frac{V_{4\pi} e_{\pi}}{(q - k)^2 - m_{\pi}^2} \langle \bar{u}_2 | \gamma_5 | u_1 \rangle \cdot \sqrt{2} \sqrt{4\pi g^2},$$

где $g \langle \bar{u}_2 | \gamma_5 | u_1 \rangle$ представляет собой эмпирическое определение того, как пион взаимодействует в своем полюсе; экспериментальное значение $g^2 = 14,8$. Множитель $(t - m_{\pi}^2)^{-1}$ быстро меняется при малых значениях t , что приводит к сильной угловой зависимости. Малые t соответствуют процессу, происходящему на большом расстоянии от нуклона. В данном случае суть явления в том, что протон может с конечной вероятностью находиться в состоянии нейтрон + π^+ -мезон на относительно большом расстоянии друг от друга. Амплитуда такой вероятности определяется выражением $\exp(-m_{\pi} r)/r$. Если по такому виртуальному π -мезону ударит фотон, то, получив необходимую энергию и импульс, пион

может быть испущен в направлении движения фотона и оказаться реальным («не связанным»). Пион вылетает вперед под очень острыми углами, по крайней мере при высоких энергиях, и дает вклад во все парциальные амплитуды s -канала, включая и амплитуды с большим значением углового момента, где при низких энергиях и импульсах вклад резонансов мал. Следовательно, однопионный обмен дает главный вклад для высших угловых моментов. Поскольку в области, где происходит быстрое изменение амплитуды, т. е. при значениях t , близких к нулю, мы находимся вблизи полюса $m_\pi^2 = 0,02 \text{ ГэВ}^2$, такое изменение может быть рассмотрено аккуратно и достаточно достоверно. Конечно, при более высоких энергиях пионный полюс дает вклад и в парциальные амплитуды с низшими угловыми моментами, т. е. в область больших значений t ; зависимость типа $1/(t - m_\pi^2)$ может оказаться здесь неправильной или сомнительной. (Это означает, что мы желаем придерживаться принципа: вклад полюсов хорошо определен только для значений параметров, близких к резонансным.) Однако в данном случае амплитуда слабо зависит от энергии, а ее точное значение для одного или двух наименьших орбитальных моментов (s -, p -волны) теряется в фоновых амплитудах, которые мы так или иначе добавляем. (К очень высоким орбитальным моментам фон не прибавляется.)

Следует заметить, что выражение, которое было написано для амплитуды, не обладает калибровочной инвариантностью. π^+ -мезон вылетает из источника и не сохраняет электрический заряд. Следовательно, наше выражение необходимо скомбинировать с другими членами, чтобы сделать его калибровочно инвариантным. Очевидным кандидатом на эту роль является s -канальный резонанс, соответствующий невозбужденному нуклону с массой 938 МэВ. Соберем эти члены вместе (обозначая заряд начального нуклона e_1 , конечного e_2 и пиона e_π)



Это дает

$$M_I = 4\pi (2q - k) \cdot e \frac{1}{-2k \cdot q + k^2} (\bar{u}_2 \gamma_5 u_1) e_\pi \sqrt{2} g, \quad (8.1)$$

$$M_{II} = 4\pi \bar{u}_2 \gamma_5 \frac{\rho_1 + \hat{k} + M}{k^2 + 2\rho_1 \cdot k} \left(e_1 \hat{e} + \frac{\mu_1}{4M} (\hat{e} \hat{k} - \hat{k} \hat{e}) \right) u_1 \sqrt{2} g, \quad (8.2)$$

$$M_{III} = 4\pi \bar{u}_2 \left(e_2 \hat{e} + \frac{\mu_2}{4M} (\hat{e} \hat{k} - \hat{k} \hat{e}) \right) \frac{\rho_2 - \hat{k} + M}{k^2 - 2\rho_2 \cdot k} \gamma_5 u_1 \sqrt{2} g. \quad (8.3)$$

Если заменить во всех трех выражениях \hat{e} на \hat{k} , то

$$M_I = -4\pi e_\pi \sqrt{2} g (\bar{u}_2 \gamma_5 u_1),$$

$$M_{II} = +4\pi e_1 \sqrt{2} g (\bar{u}_2 \gamma_5 u_1),$$

$$M_{III} = -4\pi e_2 \sqrt{2} g (\bar{u}_2 \gamma_5 u_1).$$

$M_I + M_{II} + M_{III} = 0$, поскольку $e_\pi = e_1 - e_2$.

Замечание. Включение диаграммы III для нуклонного полюса возвращает нас к вопросу, не следует ли также добавить к нашим низкоэнергетическим s -канальным резонансам типа Δ диаграммы вида



Ответ, несомненно, положителен. Уокер не рассматривал члены такого рода, но при положительной энергии ω они опять-таки меняются довольно медленно, ибо находятся далеко от соответствующих им резонансов (последние расположены ниже порога при отрицательных значениях ω).

Сумма $M = M_I + M_{II} + M_{III}$ остается калибровочно инвариантной, даже если опустить в ней слагаемые с аномальным магнитным моментом. При малой энергии такие слагаемые, равно как сумма M_{II} и M_{III} в целом, вносят вклад только в низшие парциальные волны и сравнительно слабо зависят от k . При малых k все три члена ведут себя сингулярно как $1/k$, что и ожидалось. Слагаемые с аномальным магнитным моментом в диа-

граммах II и III стремятся к константе при $k \rightarrow 0$, поскольку они содержат k еще и в числителе. Фоновый член произволен, но предполагается, что он а) мал в состояниях с высоким угловым моментом и б) слабо меняется с энергией. Поэтому члены с аномальным магнитным моментом можно опустить, включив их в фон. Уокер так и сделал и нашел, вероятно с удивлением, что если исключить эти члены, то фон становится меньше по сравнению с тем, когда они оставлены в явном виде. Таким образом, окончательное определение слагаемого с «однопионным обменом» дается выражением $M_I + M_{II} + M_{III}$, в котором $\mu_1 = \mu_2 = 0$ (это выражение Уокер называет «электрическим борновским членом»).

Заметим, что он мог бы исключить также и член с неаномальным магнитным моментом и пользоваться еще более простым выражением, которое легко обобщить, с тем чтобы сделать калибровочно инвариантным *любой* однопионный член. В выражении

$$(\hat{\rho}_1 + \hat{k} + M) \hat{e} = (2p_1 + k) \cdot e + \frac{1}{2} (\hat{k}\hat{e} - \hat{e}\hat{k}) - \hat{e}(\hat{\rho}_1 - M)$$

последнее слагаемое исчезает, ибо в начальном состоянии $\hat{\rho}_1 = M$. Второе слагаемое похоже на член с аномальным магнитным моментом в том отношении, что оно не имеет полюса при $k \rightarrow 0$; это слагаемое дает вклад только в низшие парциальные волны и слабо зависит от энергии. Его можно включить в фон. Исключая все члены такого рода, поскольку они дают вклад только в неопределенный фон, мы находим, что вклад однопионного обмена можно записать в следующем калибровочно инвариантном виде:

«Однопионный член» \equiv

$$= 4\pi \left(-e_\pi \frac{(2q - k) \cdot e}{(2q - k) \cdot k} + e_1 \frac{(2p_1 + k) \cdot e}{(2p_1 + k) \cdot k} - e_2 \frac{(2p_2 - k) \cdot e}{(2p_2 - k) \cdot k} \right) \times \\ \times \sqrt{2g} (\bar{u}_2 \gamma_5 u_1) \quad (8.4)$$

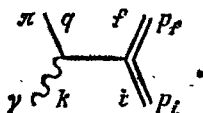
(в случае π^0 имеем $e_\pi = 0$, $e_1 = e_2$, а $\sqrt{2g}$ заменяется на g ; поэтому выражение (8.4) по-прежнему калибровочно инвариантно).

Очевидно, что однопионный член нельзя определить однозначно: к нему всегда можно добавить какую-то

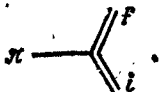
часть слагаемого с нуклонным полюсом. Возникающий при этом произвол является чисто академическим, поскольку неопределенная добавка меняется медленно и легко включается в определение фона. В общем случае, т. е. при произвольном k^2 (не только $k^2 = 0$) и любых начальном и конечном состояниях, мы предложили бы следующую запись «однопионного члена»:

$$\langle f | \pi | i \rangle 4\pi \left(-e_\pi \frac{(2q - k) \cdot e}{(2q - k) \cdot k} + e_i \frac{(2p_i + k) \cdot e}{(2p_i + k) \cdot k} - e_f \frac{(2p_f - k) \cdot e}{(2p_f - k) \cdot k} \right), \quad (8.5)$$

отвечающего диаграмме



В выражении (8.5) $\langle f | \pi | i \rangle$ — амплитуда, описываемая диаграммой



Ввиду того что здесь, строго говоря, пион находится вне массовой поверхности, для вычисления соответствующей амплитуды требуются некоторые теоретические предположения, хотя единственное, в чем мы можем быть уверены — так это в значении вычета на массовой поверхности. «Однопионный член» в случае π^0 -мезона не содержит величины $1/(t - m_\pi^2)$. Амплитуда здесь слабо зависит от угла, а пик вперед отсутствует.

Вообще говоря, для описания амплитуды годилось бы любое выражение типа

$$\frac{(2q - k) \cdot e}{(2q - k) \cdot k} - \frac{a \cdot e}{a \cdot k}$$

с произвольным a , однако достоинство выражения (8.5) в том, что его сингулярность при $k \rightarrow 0$ является правильной с физической точки зрения.

Фотоэлектрические матричные элементы

Состояние	Мультиплет	J_2	I_3	$\langle f J_{\mu e_{\mu}} \lambda \rangle / F$	$A_{\Gamma_{9B}^{-1/2}}$	$A_{\Gamma_{9B}^{-1/2}}^{ANR}$	$A_{\Gamma_{9B}^{-1/2}}^{эксп}$
P_{33} (1236)	${}^4 10_{3/2} [56, 0^+]_0$	+3/2	p	$-\sqrt{6} \rho$	-0,190	-0,178	-0,244
		+1/2	p	$-\sqrt{2} \rho$	-0,110	-0,103	-0,138
		+3/2	p	$+\sqrt{\Omega}$	+0,115	+0,112	+0,151
D_{13} (1520)	${}^2 8_{3/2} [70, 1^-]_1$	+1/2	p	$-\sqrt{3} \lambda \rho + \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{\Omega}$	-0,036	-0,029	-0,026
		+3/2	п	$-\sqrt{\Omega}$	-0,115	-0,112	-0,132
		+1/2	п	$+\sqrt{\frac{1}{3}} \lambda \rho - \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{\Omega}$	-0,033	-0,030	-
S_{11} (1535)	${}^2 8_{3/2} [70, 1^-]_1$	+1/2	p	$+\sqrt{\frac{3}{2}} \lambda \rho + \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\Omega}$	+0,165	+0,160	0,096
		+1/2	п	$-\sqrt{\frac{1}{6}} \lambda \rho - \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\Omega}$	-0,115	-0,109	-0,118
		+3/2	p	0	0	0	0,040?
D_{16} (1670)	${}^4 8_{3/2} [70, 1^-]_1$	+1/2	p	0	0	0	~0
		+3/2	п	$-\sqrt{\frac{3}{5}} \lambda \rho$	-0,057	-0,053	-
		+1/2	п	$-\sqrt{\frac{3}{10}} \lambda \rho$	-0,041	-0,038	-

S_{31} (1650)	${}^2 10_{1/2} [70, 1^-]_1$	+1/2	p	$-\sqrt{\frac{1}{6}} \lambda \rho + \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{V\Omega}$	+0,050	+0,047	-
D_{33} (1670)	${}^2 10_{3/2} [70, 1^-]_1$	+3/2	p	$+\sqrt{V\Omega}$	+0,091	+0,091	-
P_{11} (1470)	${}^2 8_{1/2} [56, 0^+]_2$	+1/2	p	$+\sqrt{\frac{1}{3}} \lambda \rho + \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{V\Omega}$	+0,095	+0,092	-
		+1/2	p	$(+\sqrt{\frac{3}{4}} \lambda \rho) \lambda$	+0,028	+0,032	-
F_{15} (1688)	${}^2 8_{3/2} [56, 2^+]_2$	+1/2	n	$(-\sqrt{\frac{1}{3}} \lambda \rho) \lambda$	-0,019	-0,020	-
		+3/2	p	$(+\sqrt{\frac{4}{5}} \sqrt{V\Omega}) \lambda$	+0,064	+0,070	+0,139
		+1/2	p	$(-\sqrt{\frac{9}{10}} \lambda \rho + \sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{V\Omega}) \lambda$	-0,011	-0,015	~ 0
		+3/2	n	0	0	0	~ 0
ω (784)	${}^3 S_1$	0	π	$(+\sqrt{\frac{2}{5}} \lambda \rho) \lambda$	+0,038	+0,041	-
				$\sqrt{\frac{1}{2}} \rho$	0,297	-	0,22 \pm 0,02
Λ (1520)	${}^2 1_{1/2} [70, 1^-]_1$	+3/2	Λ	$+\frac{5}{6} \sqrt{V\Omega}$	+0,109	-	0,097 \pm 0,010
		+1/2	Λ	$-\frac{5}{6} [\sqrt{3} \lambda \rho - \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{V\Omega}]$	+0,012	-	

Я позволил себе это длинное обсуждение, чтобы показать, что в методе, использованном Уокером, нет принципиальных теоретических ошибок. Его подгоночными параметрами были искомые величины $\langle \text{Res} |J_\mu|N \rangle$ и фоновые амплитуды, которые подбирались так, чтобы быть столь малыми и медленно меняющимися, насколько это возможно. Таким методом были обработаны все данные с целью получения величин $\langle \text{Res} |J_\mu|N \rangle$, существенных для теории. Уокер приводит значения матричных элементов A , определяемых как

$$A = \sqrt{4\pi e^2} (2m_1 2m_2 2Q)^{-1/2} \langle f | J \cdot e | i \rangle,$$

а не прямо $\langle f | J \cdot e | i \rangle$. Предположим, что резонанс с массой m_1 распадается на нуклон с энергией E_2 и фотон, так что оба имеют импульс Q [где $Q = (m_1^2 - m_2^2)/2m_1$]. Пусть фотон улетает в направлении z с положительной спиральностью $+1$. Для нуклона возможны два значения спиральности: $-1/2$ и $+1/2$. При этом спиральность распавшегося резонанса равна $+3/2$ или $+1/2$. В табл. 1 приведены значения матричных элементов A для каждой спиральности отдельно для протона и нейтрона. Резонанс с массой m_1 распадается на фотон с импульсом Q и адрон (см. столбец I_3) с массой m_2 . J_z обозначает проекцию спина резонанса на направление движения фотона, которому приписывается спиральность $+1$. Остальные величины, приводимые в таблице, определены следующими равенствами:

$$Q = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2m_1}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{2}{\Omega}} Q,$$

$$\rho = \sqrt{\Omega} \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \lambda = \sqrt{2} (m_1 - m_2),$$

$$F = \exp \left[\frac{-m_1^2 Q^2}{\Omega (m_1^2 + m_2^2)} \right] \approx 1,$$

$$\Omega = 1,05 \text{ ГэВ}^2.$$

III. КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ РЕЗОНАНСОВ

Кварковая модель

Многие барионные резонансы были успешно систематизированы с помощью кварковой модели; они выглядят так, как будто построены из трех кварков. Спин каждого кварка равен $1/2$; он может находиться в одном из трех унитарно-спиновых состояний: u , d или s . Кварки u и d имеют проекцию изоспина $1/2$ и $-1/2$, а странность $S = 0$; для кварка s изоспин равен 0, а $S = -1$. Электрические заряды в состояниях s и d равны $-1/3$, заряд u -кварка равен $+2/3$. Предполагается, что состояния подразделяются по их зависимости от унитарного спина, обычного спина и какой-то добавочной внутренней координаты (или координат), характеризующей внутреннее орбитальное движение.

Для описания нуклонного октета и низшего декуплета «орбитальный» вклад не нужен, однако уже следующая серия уровней с отрицательной четностью интерпретируется как набор состояний, получающих четность и часть полного момента от первого возбуждения орбитального момента.

На кварки можно смотреть как на абстрактные индексы, характеризующие волновую функцию. В этом случае необходимы 3 индекса, каждый из которых характеризует унитарный и обычный спин, принимая 3×2 (или 3×4 , если используются спиноры Дирака) значений, а также еще один индекс типа 4-вектора для описания углового момента. В другой альтернативе, когда кварки рассматриваются более буквально как частицы, вращающиеся вокруг друг друга, мы должны ввести две внутренние степени свободы и два орбитальных момента, которые могут складываться обычным образом. При этом надо ожидать большего разнообразия состояний,

чем в первом случае, но увеличение их числа появляется только для вторых внутренних возбуждений, т. е. для состояний с положительной четностью и большой массой. На сегодняшний день нет убедительных свидетельств о необходимости двух таких орбитальных моментов. (В Таблицах свойств элементарных частиц 1970 г. приведено состояние, для описания которого требовалось два орбитальных момента, однако сейчас оно рассматривается как недостоверное.) Тем не менее предположим, что такие состояния существуют, т. е. будем придерживаться более «реалистического» взгляда на кварковую модель. Абстрактная теория с одним орбитальным моментом никогда не была сформулирована столь ясно, чтобы с ее помощью можно было производить вычисления. Она, возможно, и не существует как истинная альтернатива.

Я лишь вкратце напомним вам основные идеи и элементарные следствия кварковой модели. Квантовое состояние системы из трех объектов может быть четырех типов относительно перестановки этих объектов. Оно может быть либо симметричным (S), либо антисимметричным (A), т. е. менять знак при перестановке, либо находиться в одном из двух состояний смешанной симметрии α и β , которые при перестановках переходят в линейные комбинации друг друга. Таким образом, если обозначить через X эти два смешанных состояния, то, скажем, комбинация S с X порождает состояние смешанной симметрии X, сочетание A с A симметрично, т. е. дает S, а сочетания X с X приводят к различным линейным комбинациям всех четырех состояний. Мы получаем следующую таблицу для произведения симметрий:

	S	X	A
S	S	X	A
X	X	S, X, A	X
A	A	X	S

Проекцию унитарного спина для каждого кварка можно выбрать тремя способами, поэтому существует всего 27 возможных состояний. Имеется 10 симметричных состояний $|uuu\rangle_s$, $|uud\rangle_s$ и т. д. и только одно антисим-

метричное, а именно $|uds\rangle_A$ (поскольку кварки должны быть разными). Остающиеся 16 состояний — это 8α и 8β . Следовательно, согласно унитарной симметрии,

$$S = \overset{\sim}{10} \text{ (декуплет),}$$

$$X = \overset{\sim}{8} \text{ (октет),}$$

$$A = \overset{\sim}{1} \text{ (синглет).}$$

Среди барионов найдены только такие SU_3 -мультиплеты.

Для обычного спина системы из трех кварков имеются два возможных состояния, среди которых антисимметричного состояния нет. Симметричная комбинация представляет собой квартет со спином $3/2$, а два смешанных состояния X являются дублетами со спином $1/2$; квартет и дублет обозначают с помощью верхних индексов 4 и 2.

Следовательно, комбинируя спин и унитарный спин, мы можем построить следующие мультиплеты (SU_6 -мультиплеты). Согласно приведенной выше таблице, S может возникать как $S \cdot S$ или $X \cdot X$ и т. д., поэтому

$$|S\rangle = \overset{4}{1} \overset{2}{10} \text{ и } \overset{2}{8} \quad \underline{56} \text{ состояний,}$$

$$|X\rangle = \overset{2}{1}, \overset{2}{8}, \overset{4}{8} \text{ и } \overset{2}{10} \quad \underline{70} \text{ состояний,}$$

$$|A\rangle = \overset{4}{1} \text{ и } \overset{2}{8} \quad \underline{20} \text{ состояний.}$$

Наконец, мы комбинируем эти состояния с внутренним орбитальным движением. Для определенности будем считать, что взаимодействие кварков описывается потенциалом гармонического осциллятора. Ответ зависит от степени орбитального возбуждения N .

Нам надо построить полностью симметричные состояния.

$N = 0$. Внутреннее движение отсутствует. Следовательно, здесь имеется только $|S\rangle = \underline{56} = \overset{4}{10}_{3/2}, \overset{2}{8}_{1/2}$, т. е. хорошо известные барионы — низший декуплет и октет.

$N = 1$. Первое орбитальное возбуждение имеет симметрию X . Поскольку центр инерции покоится и все вы-

ражения должны содержать только относительные координаты, комбинация $X_1 + X_2 + X_3$, где X — положение кварка, невозможна. Используя только разности, мы приходим к состояниям $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$:

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (2X_1 - X_2 - X_3),$$

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (X_2 - X_3).$$

Чтобы получить полное $|S\rangle$, необходимо это орбитальное состояние $|X\rangle$ скомбинировать с $|X\rangle$ для унитарного и обычного спина, т. е. с $\underline{70}$. Наконец, комбинируя единственный орбитальный момент со спином всеми возможными способами, с тем чтобы получить различные значения полного момента j , всякий раз с отрицательной четностью, мы приходим к

$$\begin{array}{ccc} \overset{\sim}{2}1_{1/2}, & \overset{\sim}{2}1_{3/2}, & \\ \overset{\sim}{2}8_{1/2}, & \overset{\sim}{2}8_{3/2}, & \\ \overset{\sim}{4}8_{1/2}, & \overset{\sim}{4}8_{3/2}, & \overset{\sim}{4}8_{5/2}, \\ \overset{\sim}{2}10_{1/2}, & \overset{\sim}{2}10_{3/2}, & \end{array}$$

Все эти мультиплеты, за исключением $\overset{\sim}{4}8_{3/2}$, обнаружены на опыте.

Замечание. Если какой-либо объект может находиться в одном из нескольких состояний $x, y, z \dots$, то из трех таких объектов можно построить состояние типа $|xyz\rangle$. Это означает, что первый объект находится в условиях z , второй — в x , третий — в y . Из такого состояния и его перестановок $|xyz\rangle$ и т. д. можно построить состояния с определенной симметрией:

$$|S\rangle = |xyz\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{6}} (|xyz\rangle + |xzy\rangle + |yxz\rangle + |yzx\rangle + |zxy\rangle + |zyx\rangle),$$

$$|\alpha\rangle = |xyz\rangle_\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}} (|xyz\rangle + |xzy\rangle + |yxz\rangle + |yzx\rangle - 2|xzy\rangle - 2|zyx\rangle),$$

$$|\beta\rangle = |xyz\rangle_B = \frac{1}{2} (|xyz\rangle - |xzy\rangle - |yzx\rangle + |yxz\rangle),$$

$$|A\rangle = |xyz\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{6}} (-|xyz\rangle + |xzy\rangle - |yzx\rangle + \\ + |yxz\rangle - |zxy\rangle + |zyx\rangle).$$

Если два состояния, скажем x и y , совпадают, так что $x = y$, то $|xyz\rangle + |yxz\rangle$ следует заменить на $\sqrt{2} |xxz\rangle$. Если все три состояния одинаковы, то выживает только S , т. е. $|xxx\rangle_S = |xxx\rangle$.

Образуя произведение двух состояний любого типа, находим

$$S \cdot S = S, \quad A \cdot S = A, \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha\alpha + \beta\beta),$$

$$S \cdot \alpha = \alpha, \quad A \cdot \alpha = \beta, \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\alpha\alpha + \beta\beta),$$

$$S \cdot \beta = \beta, \quad A \cdot \beta = -\alpha, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha\beta + \beta\alpha),$$

$$S \cdot A = A, \quad A \cdot A = S, \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\alpha\beta + \beta\alpha).$$

С помощью этих правил, а также правил сложения угловых моментов можно построить любое состояние в кварковой модели.

ЛЕКЦИЯ 9

$N = 2$. Два орбитальных возбуждения типа X каждое могут образовывать состояния с симметрией S , X или A , а полный орбитальный момент может равняться 2, 1 и 0. Оказывается, что состояние с симметрией A имеет полный орбитальный момент $L = 1$, тогда как состояния с симметрией S или X могут иметь либо $L = 2$, либо $L = 0$. Следовательно, можно составить мультиплеты

$$[56, 0^+], \quad [70, 0^+], \quad [20, 1^+] = \underset{\sim}{4}1_{1/2}, \quad \underset{\sim}{4}1_{3/2}, \quad \underset{\sim}{4}1_{5/2}, \quad \underset{\sim}{2}8_{1/2}, \quad \underset{\sim}{2}8_{3/2}, \\ [56, 2^+], \quad [70, 2^+].$$

20-плет до сих пор не обнаружен. Матричные элементы между состояниями из этого мультиплета и протоном равны нулю для всех операторов (типа J_μ), действующих на один кварк. По меньшей мере два кварка должны изменить свое движение, чтобы произошел переход в 20-плет из фундаментального мультиплета $[56,0^+]_{N=0}$.

Мультиплет $[56,2^+]$, безусловно, необходим, так как других способов получить $\Delta(1950)$ со спином и четностью $7/2^+$ не существует. Приблизительно при той же энергии наблюдались и два других Δ из этого набора декуплетов, с $j = 1/2^+$ и $3/2^+$. Весь такой мультиплет ожидался как реджевское повторение для фундаментального мультиплета $[56,0^+]_{N=0}$. Он расположен на 2,1 ГэВ² выше по квадрату массы. Этим же хорошо объясняется и октет $5/2^+$ ($m^2 = 2,85$ ГэВ²).

Существует загадочное состояние $1/2^+$ ($m^2 = 2,16$ ГэВ²) — так называемый резонанс Ропера. Он лучше всего объясняется существованием мультиплета $[56,0^+]_{N=2}$. Что непонятно в этом состоянии, так это его низкая масса по сравнению с $m^2 = 2,85$ ГэВ² для резонанса ${}^2_8_{3/2}$, который лучше всего отвечает мультиплету $[56,2^+]_{N=2}$. Эти два состояния одинаковы по их SU₆-свойствам. Кварковая модель с осцилляторным взаимодействием предсказывает равенство их масс, так как оба таких состояния соответствуют двум внутренним возбуждениям. Большая разница в их массах показывает, что приближение осцилляторного взаимодействия может оказаться слишком упрощенным. Резонанс Ропера — это радиальная, или нулевая мода колебаний нуклона; по-видимому, все нулевые моды колебаний приводят к резонансам с более низкой массой, чем в случае ненулевых полных орбитальных моментов. Соответствующий декуплет в $[56,0^+]_{N=2}$ не наблюдался.

Мультиплеты $[56,0^+]_{N=2}$ и $[56,2^+]_{N=2}$ представляют собой состояния, присутствие которых ожидалось бы и в случае одной внутренней степени свободы. Однако 70-плеты при этом не возникают. Насколько убедительны свидетельства в пользу их существования? Имеются

три состояния, для классификации которых может потребоваться 70-плет:

$1/2^+$ N (1780) возможно $[70,0^+]$, $m^2 = 3,16 \text{ ГэВ}^2$,

$3/2^+$ N (1860) возможно $[70,2^+]$, $m^2 = 3,46 \text{ ГэВ}^2$,

$7/2^+$ N (1990) $[70,2^+]$, $m^2 = 3,96 \text{ ГэВ}^2$.

Последнее состояние должно принадлежать к $[70,2^+]$; оно было бы невозможно, если бы имелась только одна внутренняя степень свободы, однако его существование установлено не очень надежно. (Это состояние приведено в Таблицах свойств элементарных частиц 1970 г., но в последующих Таблицах его нет.) Первый резонанс мог бы принадлежать также к $[56,0^+]_{N=4}$; тогда он оказался бы более высокой «нулевой» модой возбуждения нуклона; эта последовательность такова: нуклон с $m^2 = 0,881 \text{ ГэВ}^2$, резонанс Ропера с $m^2 = 2,16 \text{ ГэВ}^2$, N(1780) с $m^2 = 3,16 \text{ ГэВ}^2$.

Если бы существовала только одна внутренняя степень свободы, то второй резонанс должен был бы входить в отсутствующий октет из $[56,2^+]$ со спином $3/2$. Но тогда квадрат его массы $m^2 = 3,46 \text{ ГэВ}^2$ сильно отличался бы от $m^2 = 2,85 \text{ ГэВ}^2$ для состояния с $J = 5/2$, и нам пришлось бы отказаться от обычного правила малости спин-орбитальной связи.

Таким образом, свидетельства в пользу необходимости двух внутренних степеней свободы существуют, но решающих доказательств нет.

Задача

Хорошая тема для исследования — это изучить свойства 20-плета в рамках кварковой модели и предложить самый разумный способ его экспериментального обнаружения.

Трудность наблюдения 20-плета состоит в следующем. Предположим, что мы зондируем барионы оператором, который действует только на один кварк (независимо от природы оператора); тогда получить из нуклона 20-плет невозможно. Причина этого заключается в том, что 20-плет антисимметричен по индексам SU_6 , в то время как нуклон полностью симметричен. Действуя на один из кварков нуклона, мы по-прежнему оставляем два других в симметричном состоянии.

$N = 3$. Может существовать много состояний с $N = 3$. Наиболее важным, безусловно, является реджевское

повторение $[70, 1^-]$ в мультиплете $[70, 3^-]$. Несколько состояний из этого мультиплета, по-видимому, уже известно.

$N = 4$. Обнаружен резонанс Δ со спином $1/2$, вероятно, из мультиплета $[56, 4^+]_{N=4}$.

Вычисление матричных элементов

Простейшим приложением кварковой модели является вычисление матричных элементов в предположении, что кварки описываются нерелятивистским уравнением Шредингера. Существуют неоднозначности в множителях типа m_2/m_1 или E_2/m_2 , куда входят энергии и массы конечных и начальных состояний, однако для изучаемых нами фотоэлектрических матричных элементов они малы. В связи с этим см. работу Уокера [2], а также приведенную там библиографию.

Для нашей цели можно рассмотреть состояния системы трех гармонических осцилляторов с гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p}_1^2 + \mathbf{p}_2^2 + \mathbf{p}_3^2) + \frac{m\omega^2}{2} [(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2 + (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3)^2 + (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_3)^2]. \quad (9.1)$$

Предположим также, что зависимость от спина и унитарного спина не связана с внутренним движением и факторизуется в волновой функции.

Взаимодействие одного кварка, скажем первого, с электромагнитным полем берется в виде

$$e_1 \left[\left(\frac{g}{2m} \right) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{V}(x_1) + \frac{1}{m} \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{A}(x_1) \right],$$

где e_1 — заряд кварка. Матричные элементы этого оператора (где A — соответствующая плоская волна для фотона) между собственными состояниями гамильтониана (9.1) дают искомые значения $\langle \text{Res} | J_\mu | p \rangle$ для сравнения с экспериментом.

Величины m , ω и g являются параметрами, g — гиромагнитный момент кварка. Дираковское значение $g = 1$ работает очень хорошо, и потому g бралось равным 1. Значение ω предполагалось равным 400 МэВ, так что интервал, разделяющий резонансы, был приблизительно

правильным; значение m (340 МэВ) выбиралось таким, чтобы магнитный момент протона имел правильную величину. Результаты, полученные для матричных элементов тока, приведены в предпоследнем столбце $A_{\text{нерел}} = A^{NR}$ табл. 1. Видно, что согласие с экспериментальными значениями является удивительно хорошим. Все знаки правильны, для малых величин предсказывается, что они малы — иногда вследствие правил отбора, возникающих в модели, а иногда из-за сокращения вкладов от орбитального и спинового взаимодействий. (Спин дает вклад только в слагаемые, содержащие ρ в $\langle f | J_{\mu} e_{\mu} | i \rangle$; соответствующие формулы взяты из релятивистской модификации модели. Они фактически такие же, как и в нерелятивистском случае.) Наконец, даже по порядку величины согласие с экспериментом, вообще говоря, очень хорошее; худшим оказался случай резонанса $F_{15}(1688)$ со спиральностью $+3/2$ для фоторождения на протоне — здесь имеется расхождение в два раза. С одинаковой вероятностью это может быть как ошибкой теории, так и следствием систематической ошибки в обработке Уокера, в которой он для простоты исключил ряд резонансов, хотя их вклад, согласно кварковой модели, вовсе не должен быть малым.

Если такое рассмотрение правильно, то возникает несколько вопросов. Во-первых, нерелятивистская теория заведомо неверна, коль скоро она содержит частицы с массой 340 МэВ, для которых энергия первого возбуждения равна 400 МэВ. Во-вторых, при столь небольшой массе кварка должны существовать и состояния $QQQQ\bar{Q}$.

Мы использовали статистику Бозе. Если бы кварки могли быть свободными, то можно было бы доказать, что, имея спин $1/2$, они подчиняются статистике Ферми. Существует единственный выход — предположить, что имеются три сорта, или «цвета», кварков для каждого SU_3 -индекса, и потребовать, чтобы все связанные состояния были чистыми синглетами по новой группе SU_3 . Барионы, например, должны находиться в трехкварковом состоянии, содержащем по одному кварку каждого цвета и антисимметричном по цвету. Из утверждения, что кварки подчиняются статистике Ферми, теперь следует симметрия состояния по всем другим

индексам. (Формальный способ рассмотрения, называемый парастатистикой, как можно показать, полностью эквивалентен теории трехцветных фермионных кварков.)

ЛЕКЦИЯ 10

Модель Фейнмана, Кислинджера и Равдала

Фейнман, Кислинджер и Равдал [3] попытались устранить неоднозначность, возникающую при применении нерелятивистской теории к проблемам релятивистской кинематики, путем построения теории, правила которой по меньшей мере сформулированы релятивистским образом. Если бы такая теория была полной, она была бы релятивистской теорией поля, которая слишком сложна для вычислений. Авторы построили простую теорию состояний, но ценой нарушения унитарности, что означает значительные трудности в дальнейшем. Тем не менее им удалось по крайней мере сформулировать однозначные релятивистские правила. В итоге для наших фотоэлектрических матричных элементов были получены почти такие же численные значения, как и в нерелятивистском случае; поэтому сам результат большого интереса не представляет. (Заметим, впрочем, что подгонка содержит здесь на один параметр меньше.) Тем не менее мы обсудим этот метод.

Авторы [3] заметили, что гамильтониан гармонического осциллятора можно записать в виде $2mH = p^2 + m^2\omega^2x^2$ и что $2mH$ приблизительно равняется разности квадратов энергий $m + W$ (или масс) состояний. Поэтому, чтобы получить равноотстоящие квадраты масс, можно использовать собственные значения оператора квадрата массы гармонического осциллятора. Единственным параметром здесь является величина $m^2\omega^2$, обозначаемая авторами через Ω^2 ; в результате масса кварка исчезает из правой части уравнения. Итак, пусть

$$K = 3(p_a^2 + p_b^2 + p_c^2) + \frac{\Omega^2}{36} [(u_a - u_b)^2 + (u_b - u_c)^2 + (u_c - u_a)^2] + C, \quad (10.1)$$

где C — константа, p_a — 4-импульс, u_a — 4-координата кварка a . Величина $1/K$ представляет собой пропагатор. Его полюса ($K = 0$) дают m^2 . Покажем, что это действительно так.

Выделим движение центра инерции:

$$\begin{aligned} p_a &= \frac{1}{3} p - \frac{1}{3} \xi, \\ p_b &= \frac{1}{3} p + \frac{1}{6} \xi - \frac{1}{2\sqrt{3}} \eta, \\ p_c &= \frac{1}{3} p - \frac{1}{6} \xi + \frac{1}{2\sqrt{3}} \eta, \end{aligned} \quad (10.2)$$

с тем чтобы ввести операторы относительного импульса ξ и η (с соответствующими координатами x и y). Отсюда

$$\begin{aligned} K &= p^2 - N, \\ -N &= \frac{1}{2} \xi^2 + \frac{1}{2} \eta^2 + \frac{\Omega^2}{2} x^2 + \frac{\Omega^2}{2} y^2 + C. \end{aligned} \quad (10.3)$$

N представляет собой гамильтониан для двух осцилляторов. Следовательно, собственные состояния оператора N с собственными значениями N_0 имеют те же полюса для функции $1/K$, что и $(p^2 - N_0)^{-1}$, т. е. они распространяются как частицы с $m^2 = N_0$. Очевидно, что значения N_0 разделены интервалом Ω . Наклон траекторий для полюсов Редже показывает, что при увеличении углового момента на единицу m^2 увеличивается на $1,05 \text{ ГэВ}^2$; поэтому примем $\Omega = 1,05 \text{ ГэВ}^2$. [В случае фотоэлектрических матричных элементов для барионов других (эффективных) подгоночных параметров нет.]

Если добавить к K малое возмущение δK , то пропагатор становится равным

$$\frac{1}{K} + \frac{1}{K} \delta K \frac{1}{K} + \frac{1}{K} \delta K \frac{1}{K} \delta K \frac{1}{K}.$$

Поэтому в первом порядке по δK получаем

$$\frac{1}{p^2 - m_f^2} \langle f | \delta K | i \rangle \frac{1}{p^2 - m_i^2}.$$

Это значит, что возмущения m^2 , которые представляют собой релятивистские матричные элементы T -матрицы,

определенные согласно обычным релятивистским правилам, даются просто матричными элементами δK между собственными состояниями оператора N .

Что можно сказать о спине? Отсутствие сильного спин-орбитального взаимодействия приводит к тому, что спиновые выражения выделяются из волновой функции в виде множителя. Следовательно, тот же самый оператор K действует и на волновую функцию с тремя дираковскими четырехкомпонентными индексами, хотя в отсутствие электромагнитного поля K никак не влияет на эти индексы. Однако p_a^2 интерпретируется теперь как равный ему \hat{p}_a^2 , так что при наличии электромагнитного поля оператор K имеет вид

$$K_{\text{взА}} = 3 [(\hat{p}_a - e_a \hat{A}_a(u_a))(\hat{p}_a - e_a \hat{A}_a(u_a)) + \\ + (\hat{p}_b - e_b \hat{A}_b(u_b))^2 + (\hat{p}_c - e_c \hat{A}_c(u_c))^2] + \\ + \frac{\Omega^2}{36} [(u_a - u_b)^2 + (u_b - u_c)^2 + (u_c - u_a)^2], \quad (10.4)$$

где e_a, e_b, e_c — заряды трех кварков.

Возмущение первого порядка дает оператор тока для импульса q :

$$J_\mu^V = 3 \sum_{a=a, b, c} e_a [\hat{p}_a \gamma_\mu \exp(iq \cdot u_a) + \gamma_\mu \exp(iq \cdot u_a) \hat{p}_a]. \quad (10.5)$$

Матричные элементы этого оператора берутся между состояниями системы. У нашей системы, однако, имеется слишком много состояний.

1. Четырехмерный осциллятор включает в себя времениподобные состояния с отрицательной нормой или отрицательной энергией. Фейнман, Кислинджер и Равндад предпочитают первое (подробнее об этом см. ниже). Чтобы обойти эту трудность, авторы предположили, что такие состояния не возбуждаются, т. е. состояния, наблюдаемые на опыте, удовлетворяют дополнительному условию, согласно которому осциллятор, совершающий колебания в направлении 4-импульса P_μ , покоится:

$$P_\mu a_\mu^+ | \phi \rangle = 0, \\ P_\mu b_\mu^+ | \phi \rangle = 0. \quad (10.6)$$

Здесь a_μ^+ и b_μ^+ — операторы рождения для двух осцилляторов.

2. Поскольку $|\phi\rangle$ описывается дираковскими спинарами, в рассмотрение включено вдвое больше состояний, чем нужно (Q и \bar{Q}). Чтобы исключить ту часть спинов, которая соответствует антикварковым состояниям, предполагались выполненными следующие дополнительные условия:

$$\begin{aligned} P_\mu \gamma_{\mu a} |\phi\rangle &= m |\phi\rangle, \\ P_\mu \gamma_{\mu b} |\phi\rangle &= m |\phi\rangle, \\ P_\mu \gamma_{\mu c} |\phi\rangle &= m |\phi\rangle, \end{aligned} \quad (10.7)$$

где m — масса состояния ($m^2 = P_\mu P^\mu$).

3. Ток калибровочно инвариантен, если только разности квадратов масс не равны точно $N\Omega$ (т. е. S является истинной константой). Матричные элементы вычисляются с правильными экспериментальными значениями m^2 , которые могут быть разделены интервалом, не равным в точности $N\Omega$. На переходы из ${}^{28}p$ в кватертные состояния это не влияет. Резонанс $F_{15}(\tilde{1688})$ также не затрагивается, потому что его квадрат массы точно на 2Ω больше, чем для протона. Вызванная этим неопределенность, по-видимому, очень мала для всех матричных элементов в табл. 1 (кроме случая $\omega \rightarrow \pi\gamma$).

Исключение состояний, не удовлетворяющих дополнительным условиям (10.6) и (10.7), означает, что полный набор не используется. Поскольку исключенные состояния имеют отрицательную норму, вычисляемые матричные элементы, вообще говоря, будут слишком велики, причем множители, характеризующие такое увеличение, становятся больше с ростом разности масс начального и конечного состояний. Фейнман, Кислинджер и Равдал вычислили все парциальные ширины для распада мезонов (связывая с помощью гипотезы о частичном сохранении аксиального тока оператор взаимодействия пиона с дивергенцией аксиального тока) и обнаружили, что указанный эффект действительно имеет место. Чтобы компенсировать его, они ввели в матричный элемент дополнительный множитель $(\bar{u}_2 u_1)^{-3}$ для спинов, а также

обрезающий фактор

$$\exp\left(-\frac{\alpha Q^2 m_1^2}{\Omega(m_1^2 + m_2^2)}\right). \quad (10.8)$$

Значение α определялось эмпирически при подгонке к экспериментальным данным; оказалось, что $\alpha \approx 1/\Omega$.

Эти множители не повлияли серьезно на матричные элементы тока для более низких состояний (теоретическое значение для резонанса $F_{15}(1688)$ было бы без учета таких множителей на 40% выше). Они включены в значения матричных элементов, приведенных в табл. 1. Видно, что существенных изменений матричных элементов J_μ , даваемых нерелятивистской моделью, не происходит.

В табл. 1 содержится также один мезонный процесс, а именно распад $\omega \rightarrow \pi + \gamma$; здесь релятивистские эффекты очень важны. Наблюдается хорошее согласие с экспериментальными значениями, однако последние эксперименты дают более низкий результат (скорее 0,15). Такой результат получен из измерения относительной вероятности распада $\omega \rightarrow \pi + \gamma$.

Кроме рассмотренных недиагональных матричных элементов, имеется, конечно, и диагональный элемент $\langle p | J_\mu | p \rangle$. Известно, что при всех значениях импульса Q он описывает формфактор протона. Мы обсудим здесь только результаты для малых значений q , когда можно говорить лишь о заряде (который, разумеется, оказывается правильным) и магнитном моменте. Тут наша кварковая модель работает весьма хорошо. Релятивистская теория дает $\mu = 3,00$ ядерных магнетона для протона и $-2,00$ для нейтрона (ср. с экспериментальными значениями $\mu = 2,79$ и $-1,91$). Как и симметрия SU_3 , она дает $\mu_\Lambda = \mu_n/2 = -1,00$ в магнетонах Λ , т. е. $-0,84$ ядерного магнетона. Экспериментально $\mu_\Lambda = -0,67 \pm 0,06$. [Причина, по которой в это соотношение входит магнетон в единицах массы состояния, кроется в том, что вместо возмущения энергии, равного $\mu(\sigma B)$, мы имеем возмущение для квадрата массы, т. е. $m\mu(\sigma B)$, а значения $m\mu$ являются просто числами.]

Допустим, что все это служит доводом в пользу кварковой модели — куда идти дальше? У нас имеются следующие возможности.

1. Расширение и улучшение принципов теории.

а) Обобщение на матричные элементы других токов. Очевидно, что матричные элементы аксиального тока можно вычислить в рамках той же модели (при замене $\bar{A} \rightarrow \gamma_5 \bar{A}$); некоторые из них известны из β -распада. Они оказываются неправильными на один и тот же множитель; если теоретические значения умножить на 0,71, то мы придем к согласию с экспериментом (например, $g_A = 5/3$ из модели и 1,25 из опыта). Используя гипотезу о частичном сохранении аксиального тока, можно, как правило, довольно успешно вычислять амплитуды распада резонансов на пион и нуклон, за исключением нескольких очень чувствительных матричных элементов, которые выражаются через разность двух больших чисел. Подробности можно найти в работе [3]. Фотоэлектрические матричные элементы при $q^2 = 0$ мы обсудим позже.

б) Состояния с отрицательной нормой. Они приводят ко всякого рода неопределенностям и неоднозначностям. Во-первых, никто не имеет представления о множителях, вносимых спином, за исключением того, что здесь можно было бы рассмотреть такое же волновое уравнение, что и для волновой функции двухкомпонентного спинора (эту задачу никто не решал), однако похоже, что такое уравнение не сохраняет четности. Во-вторых, времениподобные состояния имеют отрицательную норму. В этой связи Фуджимара, Кобаяши и Нарники [4] сделали одно предположение. Для описания основного состояния авторы [3] использовали «волновую функцию» $\exp(t^2 - x^2 - y^2 - z^2)$ (все остальные даются просто произведением полиномов на этот множитель). Возрастающий множитель $\exp(t^2)$ можно скомпенсировать только с помощью отрицательной нормы. Вместо этого Фуджимара, Кобаяши и Нарники использовали функцию $\exp(-t^2 - x^2 - y^2 - z^2)$, которая, как они заметили, тоже является решением уравнения

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - (t^2 - x^2 - y^2 - z^2) \right] \phi = E\phi. \quad (10.9)$$

Это уравнение представляет собой в конечном свете просто сумму уравнений для четырех независимых осцилляторов в переменных t, x, y, z , каждый из которых может находиться в своем основном состоянии. Времениподобный осциллятор дает теперь отрицательный вклад в m^2 , и мы можем получить состояния с более низкой энергией, чем у основного, и даже состояния с отрицательным значением m^2 . Нам надо снова сказать нечто вроде «времениподобный осциллятор не возбуждается» или что-нибудь в этом духе; во всяком случае, такое утверждение представляет собой одну из возможностей. Тогда волновая функция в импульсном представлении имеет вид

$$\exp\left[\frac{1}{2\Omega}\left(p^2 - \frac{(P \cdot p)(P \cdot p)}{P^2}\right)\right], \quad (10.10)$$

где P — 4-импульс состояния как целого, $P^2 = M_{\text{рез.}}^2$. [Волновая функция основного состояния дается просто формулой (10.10); для других состояний это выражение умножается на полином.] Матричные элементы тока $\exp(iqx)$ между состояниями с импульсами P_1 и P_2 ($P_2 - P_1 = q$) содержат интегралы перекрытия типа

$$\int \exp\left[\frac{1}{2\Omega}\left(p^2 - \frac{(P_1 \cdot p)(P_1 \cdot p)}{P_1^2}\right)\right] \delta^4(p - p' - q) \times \\ \times \exp\left[\frac{1}{2\Omega}\left(p'^2 - \frac{(P_2 \cdot p')(P_2 \cdot p')}{P_2^2}\right)\right] d^4p d^4p'. \quad (10.11)$$

Интегралы берутся без труда и приводят к формфактору

$$\tilde{F} = \frac{M_1^2 M_2^2}{(P_1 \cdot P_2)^2} \exp\left[\frac{1}{\Omega}\left(q^2 - \frac{2(P_1 \cdot q)(P_2 \cdot q)}{P_1 \cdot P_2}\right)\right]. \quad (10.12)$$

Например, формфактор протона, для которого $P_1^2 = P_2^2 = M^2$, $(P_2 - P_1)^2 = q^2$, равен (в предположении об отсутствии спиновой зависимости)

$$\tilde{F} = \frac{1}{(1 - q^2/2M^2)^2} \exp\left(\frac{1}{\Omega} \frac{q^2}{1 - q^2/2M^2}\right). \quad (10.13)$$

Видно, что при больших и отрицательных q^2 величина \tilde{F} ведет себя как $1/q^4$, т. е. как истинный формфактор, и вообще \tilde{F} согласуется с опытом довольно хорошо!

При условии, что наблюдаются только те состояния, в которых времениподобный осциллятор не возбужден, все фотоэлектрические матричные элементы ($q^2 = 0$) оказываются почти такими же, как и вычисленные Фейнманом, Кислинджером и Равндалом (за исключением случайного множителя $M_1 M_2 / P_1 \cdot P_2 = 2M_1 M_2 / (M_1^2 + M_2^2)$, который близок к 1). Кроме того, все матричные элементы содержат теперь формфактор \tilde{F} , который с теоретической точки зрения много лучше, чем F в работе [3], так как в выборе формфактора теперь нет произвола. В данном случае величина \tilde{F} оказывается равной

$$\left(\frac{2M_1 M_2}{M_1^2 + M_2^2} \right)^2 \exp \left(- \frac{4}{\Omega} \frac{M_1 M_2 Q^2}{M_1^2 + M_2^2} \right) \quad (10.14)$$

и весьма похожа на эмпирический формфактор F у Фейнмана, Кислинджера и Равндала, за исключением коэффициента 4 в экспоненте (таким образом, эта величина очень близка к четвертой степени формфактора F).

Обрезание с помощью \tilde{F} производится слишком быстро и приводит к еще более неудовлетворительному результату для $F_{15}(1688)$, а заодно портит и другие случаи, для которых ранее была достигнута хорошая подгонка.

в) Обобщение на случай возмущений более-высоких порядков (в частности, для матричных элементов от последовательности двух операторов тока). Рассеяние фотона, электромагнитные разности масс, нелептонные слабые распады определяются матричными элементами от произведения двух токов. В последнем случае два тока находятся в одной и той же пространственно-временной точке, и если кварки являются бозонами, то можно объяснить знаменитое правило $\Delta I = 1/2$ для нелептонных распадов. Здесь естественно было бы рассмотреть возмущение во втором порядке, т. е. $\delta K(1/K)\delta K$. Однако, что следует делать при суммировании по всем состояниям в пропагаторе $1/K$?

1) Суммировать по всем состояниям, включая времениподобные состояния с отрицательной нормой, и не вводить никакие произвольные формфакторы.

2) Суммировать только по физическим состояниям (так чтобы времениподобные состояния не возбуждались) и вводить какой-то формфактор; если вводить, то какой именно?

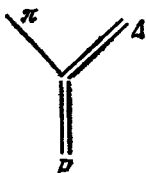
3) Использовать метод Фуджимары и др. и суммировать по всем состояниям, включая состояния с отрицательной энергией.

В каждом подходе появляются трудно преодолимые проблемы (будут ли коммутаторы исчезать вне светового конуса?), и до сих пор не было предложено ничего такого, что можно было бы сравнить с экспериментом. Мы снова вернемся к обсуждению этого вопроса после того, как усовершенствуем наш теоретический аппарат, и, в частности, сможем использовать дисперсионные соотношения.

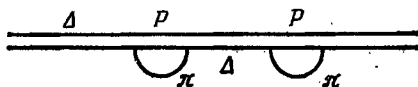
2. Модификации теории. Можно ли так видоизменить теорию, чтобы улучшить согласие с экспериментом? Начать, по-видимому, следует с введения физических значений масс, которые на самом деле зависят от квантовых чисел группы SU_3 и спиновых свойств. Возможно, самым важным фактом является здесь большое расщепление масс в системе π -, η - и η' -мезонов по сравнению с разностью масс ρ -, ω - и ϕ -мезонов, которая объясняется наличием дополнительного массового члена для странности. Это свидетельствует, по-видимому, о том, что взаимодействие является не векторным, а аксиальным. Интересна проблема расщепления Σ и Λ в барионных октетах. Простая кварковая модель предсказывает, что они должны быть вырождены.

Затем идут поправки, которые необходимы для физической самосогласованности кварковой модели. Предположим, например, используя гипотезу о частичном сохранении аксиального тока или модифицированную кварковую модель, в которой имеет смысл говорить о прямом взаимодействии всевозможных частиц, что существует непосредственное взаимодействие π , Δ и ρ ; тогда можно

вычислить амплитуду для диаграммы



Это означает, конечно, что Δ может распадаться на мезон, пион и протон и, следовательно, имеет некоторую ширину. Однако в исходной теории Δ рассматривался как стабильный энергетический уровень. Можно получить ширину, предположив, что в функцию распространения Δ дают вклад переходы, изображаемые горизонтальными диаграммами типа



Кварковая модель дает константу связи, которую затем можно использовать в качестве исходной для какого-либо разложения в ряд теории возмущений. При этом в пропагаторе действительно появляется мнимая часть $i\Gamma m$, но в то же время меняется и вещественная часть. В результате экспериментальная масса не совпадает с некорректированной массой, полученной при непосредственном использовании кварковой модели. Как велика поправка и можно ли ее использовать, чтобы объяснить хотя бы какую-то долю разности масс, скажем, Σ и Λ или расщепления ${}^4_{10}$ и 2_8 в $[56, 0^+]$ и т. п.? Теорию возмущений использовать трудно. Она, как правило, приводит к расходимостям и оперирует, по-видимому, с вершинными функциями очень далеко от их массовой поверхности; в ней рассматривается также очень много других состояний, помимо $p + \pi$, на которые распадается Δ -резонанс, и т. п. Последнее и самое важное замечание — возможно, что мы учитываем некоторые вещи дважды, — исходное уравнение для кварков, вероятно, уже содержит часть физики взаимодействия, которую мы затем снова включаем в поправку от возмущения.

Из-за этих неопределенностей никто так и не решил перечисленные проблемы. (Или другой пример: как велика поправка к магнитному моменту протона? Ведь он может виртуально переходить в Δ и пион и даже в протон и пион.)

Этот вопрос является очень серьезным. Для чего годится кварковая модель? Может быть, для вычисления матричных элементов в первом порядке по взаимодействию между идеальными состояниями, результаты которого должны затем использоваться, согласно каким-то определенным рецептам (например, включающим последовательность диаграмм типа разложения теории поля в ряд по возмущениям), для расчета реального мира адронов?

Теория кварков является неполной. Не существует определенных рецептов ни для того, что делать дальше, чтобы ее исправить, ни даже для того, как использовать ее правильным и согласованным (например, с унитарностью) образом. Сама по себе она зашла в тупик. Она показывает, что в спектре адронов существуют определенные закономерности, но сколько-нибудь точного представления о том, что все это означает или что сохранить при построении более адекватной теории, до сих пор нет. Данная проблема — наиболее важная в теории сильного взаимодействия.

Этот тупик а) возник вследствие недостатка нашего воображения о том, каким путем идти дальше, и б) представляет собой такую проблему, с которой должно столкнуться любое «приближение узких резонансов».

IV. ФОТОРОЖДЕНИЕ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ; ВЫСОКИЕ ЭНЕРГИИ [5, 6]

ЛЕКЦИЯ 11

Рассмотрим теперь, что происходит при более высоких энергиях, конкретнее, в интервале от 5 до 18 ГэВ (полных данных в переходной области 2—4 ГэВ нет). Проводить здесь анализ, выражая сечение через сумму резонансов, безнадежно, поскольку их слишком много. Детального анализа амплитуд не существует. Известны главным образом сечения, а также результаты нескольких измерений асимметрии в реакциях с поляризованными фотонами или поляризованными мишенями, но наше теоретическое искусство анализа амплитуд для каждой спиральности и т. п. пока еще не слишком велико. Следовательно, это будет скорее эмпирический обзор с перечислением нерешенных проблем, нежели законченный теоретический анализ; короче говоря, эту область мы не понимаем.

В этом разделе мы рассмотрим лишь небольшую часть полного фотон-нуклонного сечения при высоких энергиях. Сечение реакции $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ при 5 ГэВ, например, составляет всего 0,6% полного.

В полном сечении γp -взаимодействия имеются низкоэнергетические пики вследствие резонансов 1236, 1560 и 1700. Выше 3 ГэВ оно в основном меняется плавно, падая от 125 до 113 мкб при изменении энергии от 5 до 15 ГэВ (что составляет примерно 1/220 полного γp -сечения).

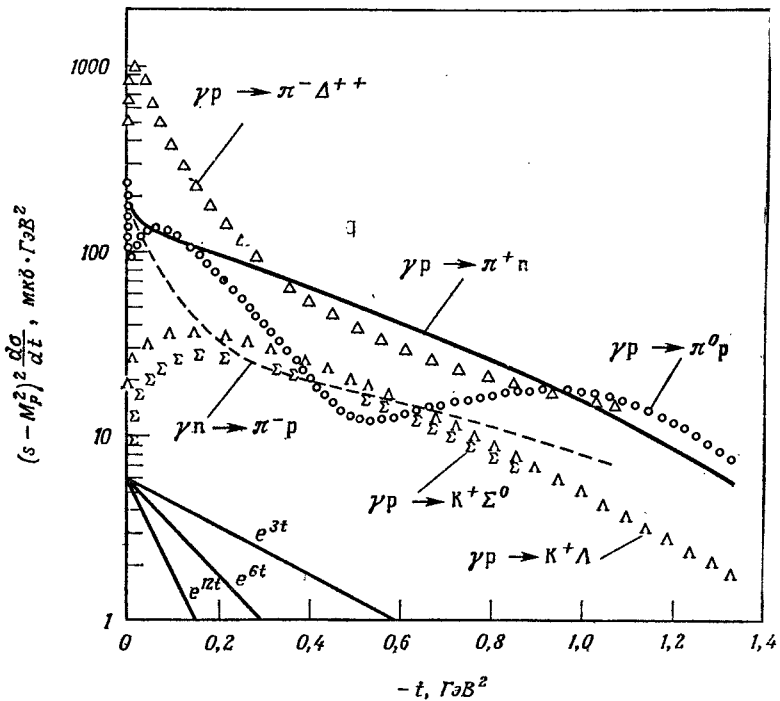
С ростом энергии углы, под которыми вылетают частицы, уменьшаются; поэтому удобно рассматривать сечение как функцию квадрата передаваемого импульса t при фиксированном s (или k — импульсе фотона в лабо-

раторной системе). Оказывается, что наклон кривой, дающей зависимость от t , сравнительно слабо меняется с k , и при изменении t кривую можно разделить на несколько характерных областей. Существует также пик в рассеянии назад при малых u , где лучше всего изучать зависимость сечения от u при заданном s .

Имеется эмпирическое правило, не точное, но очень удобное для сравнения данных при разных энергиях. Согласно этому правилу, все сечения изменяются приблизительно как k^{-2} при рассеянии вперед и как k^{-3} при рассеянии назад. Причина этого не совсем понятна. Таким образом, величина $k^2 d\sigma/dt$ является функцией t , почти не зависящей от энергии. При $-t < 1$ ГэВ² кривые для разных реакций неодинаковы. Они приведены на фиг. 1, взятой из доклада Диболда [5]. [Эти данные не являются точными: изменение $f(t)$ с s сглажено; чтобы получить точные значения, следует обратиться к более подробным экспериментальным обзорам. Однако приведенные кривые дают превосходное представление о положении вещей для общего обзора вроде нашего.]

При $-t > 1$ ГэВ² сечения всех реакций убывают примерно по одному и тому же закону, очень напоминая e^{3t} . Причина этого остается неизвестной. При сравнении с чисто адронными столкновениями видно, что это правило лучше всего выполняется именно для реакций, индуцированных фотонами, однако оно справедливо также и для многих процессов сильного взаимодействия, например для реакций $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$ и $\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$ при рассеянии вперед или $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+$ при рассеянии назад (Г. Фокс [7]). Возможно, такое правило связано с другим, характерным для сильного взаимодействия, согласно которому в инклюзивных спектрах мезонов и барионов при высоких энергиях распределение этих частиц по поперечному импульсу p_{\perp} ведет себя как $e^{-3p_{\perp}^2}$. Это справедливо также и для инклюзивных реакций, вызванных фотонами, но лишь в весьма грубом смысле: при малых p_{\perp}^2 распределение имеет вид $e^{-8p_{\perp}^2}$, а при больших p_{\perp}^2 оно ведет себя как $e^{-2,2p_{\perp}^2}$.

Теория распределений по поперечным импульсам при высоких энергиях и больших $-t$ отсутствует. Это очень хорошая проблема, и над ней стоит поработать.



Фиг. 1.

Крайне удивительно, что, по-видимому, единственным исключением из отмеченного правила являются пики в фоторождении назад. Они очень пологие и ведут себя примерно как $e^{1,2u}$. (Для реакции $\gamma p \rightarrow \Delta^{++}\pi^-$ это не так; сечение рассеяния назад здесь быстро убывает с u , более напоминая e^{3u} .)

Поведение при меньших значениях $-t$ ($-t < 1 \text{ GeV}^2$) может быть качественно объяснено в рамках представления об обмене полюсами Редже с учетом следующих

траекторий:

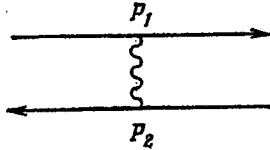
- π и ее странный аналог K ,
- ρ и почти вырожденная с ней A_2 ,
- ω ,
- K^* и почти вырожденная с ней K^{**} .

Каких-либо оснований ожидать поведения вида k^{-2} нет, ибо различные траектории имеют разные наклоны и пересечения с осью $t = 0$. Закон k^{-2} не может быть справедлив и для асимптотического поведения амплитуд; такое поведение должно явиться результатом в некотором роде случайной компенсации разных членов, меняющихся приблизительно одинаковым образом, — хотя добиться этого количественно, как правило, довольно трудно. Это видно из того, что если бы амплитуда действительно менялась как s^{-1} или, точнее, в правильной нормировке она была бы константой, то слагаемые с изоскалярным и изовекторным взаимодействием фотона отличались бы по фазе на 90° и не интерферировали. Поэтому следовало бы ожидать, что $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^+ p) = d\sigma/dt(\gamma n \rightarrow \pi^- p)$, а эти сечения, конечно, неодинаковы.

Причина, по которой изоскаляр и изовектор отличаются по фазе на 90° , состоит в следующем. Для любой амплитуды $f(s)$ античастица рассеивается с амплитудой $f(e^{i\pi}s)^+$. Следовательно, если $f(s) = \beta s^{\alpha(t)}$, то для античастицы амплитуда равна $\beta^* e^{-i\pi\alpha} s^\alpha$. Но при изоскалярном взаимодействии амплитуды для частицы и античастицы различаются знаком, отсюда $\beta_S = ic \exp(-i\pi\alpha/2)$, где c — вещественная величина. При изовекторном взаимодействии обе амплитуды одинаковы, так как античастица имеет противоположную проекцию изоспина, откуда $\beta_V = c' \exp(-i\pi\alpha/2)$, c' вещественно. Таким образом, мы видим, что β_S и β_V действительно различаются по фазе на 90° .

В реджевской теории обмен какой-либо траекторией можно интерпретировать как сумму по t -канальным резонансам. В каждом случае для получения в амплитуде максимально высокой степени s необходимо, чтобы обменываемый резонанс был поляризован по направлению

одной из двух сталкивающихся частиц. Рассмотрим, например, случай обмена векторной частицей без переворота спина в обеих вершинах (t фиксировано, s велико, так что $P_1 \approx P_3$, $P_2 \approx P_4$):



Амплитуда ведет себя как

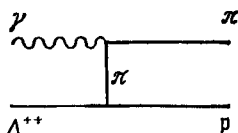
$$\sum_{\text{по поляризациям}} (P_1 \cdot e)(P_2 \cdot e) = P_1 \cdot P_2 = \frac{s}{2}.$$

Следовательно, здесь спин частицы непригоден для переноса продольной проекции углового момента. Если же в одной из вершин имеет место изменение спиральности $\Delta\lambda$, спин обмениваемой частицы опять-таки используется в слагаемом с наивысшей степенью s ; отсюда возникает множитель $Q^{|\Delta\lambda|}$ или $(\sqrt{-t})^{|\Delta\lambda|}$. Если переворот спина происходит в обеих вершинах, то в идеальном варианте амплитуда ведет себя как $(\sqrt{-t})^{|\Delta\lambda_1|+|\Delta\lambda_2|}$. Последнее справедливо, если обе $\Delta\lambda$ имеют противоположный знак; указанная зависимость диктуется тогда сохранением полного момента количества движения. Однако если обе $\Delta\lambda$ одинаковы и равны, скажем, 1, то, хотя мы и ожидаем, что амплитуда пропорциональна t , это уже не следует из сохранения полного момента. На самом деле в таких случаях эффект исчезает из-за поглощения. Абсорбционные поправки при малых прицельных параметрах уменьшают степень t до физически минимально возможной (в данном случае до константы). Только если амплитуда в действительности факторизуется, должна иметь место зависимость $(\sqrt{-t})^{|\Delta\lambda_1|+|\Delta\lambda_2|}$; в противном случае абсорбция может уменьшить показатель степени.

ЛЕКЦИЯ 12

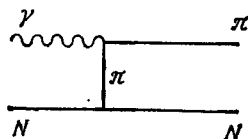
Обсудим теперь каждый конкретный процесс более детально (следуя Фоксу).

Реакция $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$



Эту реакцию можно объяснить просто однопионным обменом. В вершине $\gamma\pi$ должно иметь место изменение спиральности, в вершине $p\Delta$ оно не обязательно (из-за разности масс p и Δ); следовательно, амплитуда пропорциональна $\sqrt{t}/(t - m_\pi^2)$, имеет провал при $t = 0$ и максимум при $t = m_\pi^2$. Обмен пионом приводит к сечению, меняющемуся как $k^{-2}(s^{2\alpha-2}$, $\alpha \approx 0$). В этом случае прекрасно работает калибровочно инвариантный однопионный обмен с абсорбционными поправками.

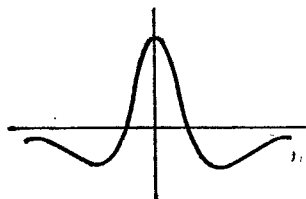
Реакции $\gamma p \rightarrow \pi^+ p$ и $\gamma p \rightarrow \pi^- p$



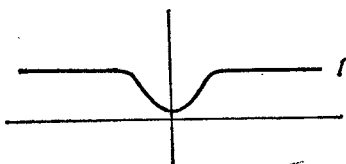
Изменение спиральности происходит здесь как в вершине $\gamma\pi$, так и в вершине $N\pi$ (из-за отрицательной четности пиона). Следовательно, в идеальном случае можно ожидать, что амплитуда пропорциональна $t/(t - m_\pi^2)$, так что при $t = 0$ амплитуда должна обращаться в нуль. Однако если вы посмотрите на данные, приведенные на фиг. 1, то увидите, что при рассеянии вперед имеется пик. Этот эффект объясняется абсорбцией. Чтобы понять, как абсорбция влияет на амплитуду, совершим преобразование Фурье и перейдем к представлению прицельных параметров. Амплитуда вероятности найти пион на прицельном расстоянии b имеет вид $\nabla(e^{-\mu b})$ и является нечетной функцией b . Взаимодействие фотона

с таким пионом описывается амплитудой $\nabla\nabla(e^{-\mu b})$; первый градиент возникает из-за того, что пион находится в p -волне по отношению к нуклону, а второй — потому, что фотон взаимодействует с пионом тоже в p -волне.

Функция $\nabla\nabla(e^{-\mu b})$ имеет вид кривой, показанной на фиг. 2.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Амплитуда рассеяния вперед пропорциональна интегралу от этой функции, который равен нулю, так что мы все еще не объяснили наблюдаемый пик. Если же учесть абсорбцию, то пионы, на которых рассеиваются фотоны с малыми прицельными параметрами, вылетают не всегда, поскольку они имеют определенную вероятность взаимодействия с нуклоном. Функцию $\nabla\nabla(e^{-\mu b})$ следует умножить на функцию $a(b)$, ведущую себя, как показано на фиг. 3. Интеграл от произведения $a(b)\nabla\nabla(e^{-\mu b})$ дает амплитуду рассеяния вперед, которая теперь не равна нулю. В результате амплитуда приобретает вид

$$\frac{t}{t - m_{\pi}^2} - C. \quad (12.1)$$

Фокс заметил, что во многих случаях очень хорошо работает эмпирическое правило $C = 1$. При этом амплитуда превращается в $m_{\pi}^2/(t - m_{\pi}^2)$. (Подобные пики — обычное явление в сильных взаимодействиях, например в pp -перезарядке, $pp \rightarrow p\bar{p}$.)

Различие между дифференциальными сечениями $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^+ p)$ и $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^- p)$ указывает на присутствие обмена состояниями типа ρ . В этих двух случаях

амплитуды ведут себя как

$$\gamma p \rightarrow \pi^+ n = \pi + \rho + A_2,$$

$$\gamma n \rightarrow \pi^- p = \pi - \rho + A_2.$$

Траектории π - и ρ интерферируют когерентно, так как взаимодействие ρ с нуклоном происходит главным образом с переворотом спина (см. ниже). Знак этого взаимодействия согласуется с предсказаниями наивной кварковой модели. (Он согласуется также со знаком в аналогичном случае сильного взаимодействия $p r \rightarrow \rho p = \pi + \rho$ и $p \bar{r} \rightarrow \pi \bar{p} = \pi - \rho$.) Ожидаемая энергетическая зависимость сечения, которая характерна для обмена ρ -мезоном при различных t , на самом деле оказывается не очень заметной. При малых значениях t , вероятно, доминируют пионы. В реакции $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ ожидается провал при $t \approx -0,5 \text{ ГэВ}^2$, потому что при этом $\alpha_\rho(t) = 0$ [приближенно $\alpha_\rho(t) = 0,5 + t$]. В теории полюсов Редже амплитуда обмена ρ -мезонной траекторией пропорциональна

$$\frac{1 - e^{-t\alpha}}{\sin \pi\alpha} \Gamma(\alpha) s^{\alpha(t)}. \quad (12.2)$$

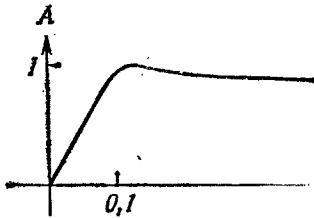
Полюс функции $(\sin \pi\alpha)^{-1}$ при $\alpha = 0$ «убивается дважды» — фазой в числителе и множителем $[\Gamma(\alpha)]^{-1}$; поэтому при $t = -0,5 \text{ ГэВ}^2$ вклад ρ -мезонной траектории в амплитуду обращается в нуль. Провал виден более отчетливо в амплитуде реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$; в случае $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ нуль, имеющийся в амплитуде с двойным переворотом спина, может быть завуалирован абсорбцией. В амплитуде с одним переворотом спина он должен быть более заметным.

Асимметрия в реакции $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$. Коэффициент асимметрии определяется равенством

$$A = \frac{\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel}}, \quad (12.3)$$

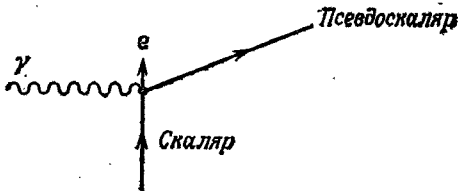
где σ_{\perp} и σ_{\parallel} — сечения рассеяния фотонов, поляризованных перпендикулярно и параллельно плоскости рассеяния. Экспериментальная зависимость A от t выглядит подобно кривой, показанной на фиг. 4. Видно, что при

малых значениях t $\sigma_{\parallel} \approx \sigma_{\perp}$; при $\sqrt{-t} > 0,2$ сечение σ_{\parallel} мало. Такое поведение можно объяснить, приняв во внимание, какие обмены дают вклад в σ_{\perp} и σ_{\parallel} . В σ_{\perp} вносит вклад только обмен с натуральной четностью [$P = (-1)^J$, например траектории ρ и ω], а в σ_{\parallel} — только обмен с ненатуральной четностью [$P = -(-1)^J$, например траектория π].



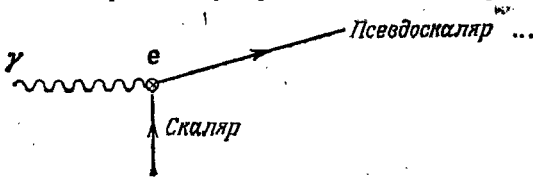
Фиг. 4.

Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим такую картину:



Фотон приходит с вектором поляризации e в плоскости фигуры; зеркальное отражение всей этой картины в плоскости рассеяния будет выглядеть точно так же, однако из-за наличия псевдоскалярной частицы изменится знак амплитуды. Следовательно, она равна нулю.

Рассмотрим теперь фотон, приходящий с вектором поляризации, перпендикулярным плоскости фигуры:



Построим зеркальное отражение этой диаграммы в плоскости рассеяния: вектор поляризации ϵ изменит знак, но из-за псевдоскалярной частицы происходит еще одно изменение знака, поэтому вклад в σ_{\perp} дает обмен с натуральной четностью. Аналогичные аргументы можно использовать и для однопионного обмена; обобщение на траектории с более высоким значением спина приводит к нашему правилу.

Ход кривой асимметрии можно объяснить теперь следующим образом. При $t = 0$ в силу симметрии задачи $\sigma_{\parallel} = \sigma_{\perp}$, ибо выделенного направления здесь нет. В случае идеального однопионного обмена амплитуды имеют вид

$$\begin{aligned} A_{\parallel} &= \frac{t}{t - m_{\pi}^2}, \\ A_{\perp} &= 0. \end{aligned} \quad (12.4)$$

При обмене ρ -мезоном $A_{\parallel}^{\rho} = 0$, $A_{\perp}^{\rho} \neq 0$. От абсорбции (дающей поправки при $t = 0$) мы должны иметь $A_{\parallel} = -1/2$ и $A_{\perp} = -1/2$, с тем чтобы в точке $t = 0$ получить сечение, соответствующее правилу Фокса. Для полных амплитуд получаем

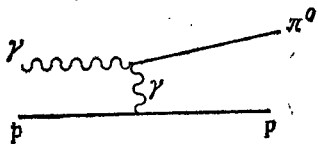
$$\begin{aligned} A_{\parallel} &= \frac{t}{t - m_{\pi}^2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{t + m_{\pi}^2}{t - m_{\pi}^2} \right), \\ A_{\perp} &= -\frac{1}{2} + A_{\perp}^{\rho}. \end{aligned} \quad (12.5)$$

При малых t амплитуда A_{\perp}^{ρ} должна стремиться к нулю. Пренебрегая этой величиной, мы ожидаем, что коэффициент асимметрии

$$A = \frac{|A_{\perp}|^2 - |A_{\parallel}|^2}{|A_{\perp}|^2 + |A_{\parallel}|^2} \quad (12.6)$$

быстро возрастает от нуля при $t = 0$ до 1 при $t = -m_{\pi}^2$ (как это и происходит на опыте), а затем падает до нуля при дальнейшем увеличении t . Величина A действительно слегка спадает, уменьшаясь примерно до 0,8, но не столь сильно, как ожидалось: по-видимому, большой вклад начинают давать другие члены типа A_{\perp}^{ρ} .

Реакция $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$. В этой реакции $d\sigma/dt$ обнаруживает очень острый пик для рассеяния вперед, обусловленный однофотонным обменом (эффект Примакова). Диаграмма процесса имеет вид



(из распада π^0 -мезона мы знаем, что он взаимодействует с двумя фотонами). Эффект Примакова дает самый точный способ измерения времени жизни для реакции $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$; обмениваемый фотон при этом находится почти на его массовой поверхности.

При значениях t вне переднего конуса реакция может происходить тоже путем обмена какими-либо состояниями. Мы ожидаем, что здесь доминирует ω (см. ниже) и происходит однократное изменение спиральности (которое имеет место в вершине $\gamma\pi$; в нуклонной вершине его нет). Поэтому амплитуда равна нулю при $t=0$ и имеет провал при $t=-0,5$, когда $\alpha_\omega(t)=0$. Энергетическая зависимость при малых значениях t описывается совершенно неправильно. Из экспериментальной кривой $\alpha(t)$ (находимой по зависимости $d\sigma/dt = s^{2\alpha(t)-2}$) видно, что α мало и изменяется в пределах $0 \pm 0,2$ для всех значений t вплоть до $t = -1,2 \text{ ГэВ}^2$, где оно может стать равным -1 . Если фоторождение π^0 определяется ω -траекторией, сечения реакций $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ и $\gamma p \rightarrow \pi^0 n$ должны быть равны. При малых значениях t отношение $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^0 p)/\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^0 n)$ действительно равно 1, затем оно спадает до 0,6 в окрестности $t = -0,5$ и при больших $|t|$ снова возрастает до 1.

Измерен также коэффициент асимметрии $A = (\sigma_\perp - \sigma_\parallel)/(\sigma_\perp + \sigma_\parallel)$ для фотонов, поляризованных параллельно (σ_\parallel) и перпендикулярно (σ_\perp) плоскости реакции. В сечение преимущественно дает вклад σ_\perp , кроме окрестности провала, где σ_\parallel составляет, по-видимому, что-то около 20%.

Реакции $\gamma p \rightarrow K + \Lambda$ и $\gamma p \rightarrow K + \Sigma$. Эти реакции происходят благодаря обмену траекториями K^* и K^{**} . При малых значениях t слагаемое с обменом K приводит к превышению Λ над Σ , поскольку константа взаимодействия $Kp\Lambda$ больше $Kp\Sigma$ (см. ниже).

Реакция $\gamma p \rightarrow \eta p$. Здесь доминирует обмен ρ -мезоном, а не ω -мезоном и имеется двойное изменение спиральности; поэтому провал при $t = -0,5 \text{ ГэВ}^2$ не наблюдается.

Все делавшиеся до сих пор попытки произвести количественную подгонку экспериментальных данных, следуя изложенным выше рассуждениям, требуют значительного усложнения теории и введения абсорбции, реджевских ветвлений и т. п. Нет смысла тратить время на рассмотрение специфических особенностей какой-либо из этих моделей, ибо ни одна из них не дает одинаково естественного и детального описания всех реакций.

Тем не менее мы можем утверждать, что в рассматриваемой области больших значений s (по крайней мере при малых t) концепция обмена в t -канале представляется весьма успешным руководящим принципом. Такой же эффект — и даже более отчетливо — наблюдается и в адрон-адронных столкновениях; он никак не является специфической особенностью процессов фоторождения. Поэтому обсуждение этого эффекта в следующей лекции будет иметь более общий характер.

Найдем теперь, исходя из кварковой модели, относительные значения различных констант связи. Эти результаты использовались в приведенных выше рассуждениях.

Чтобы получить отношения констант, предположим, что мезоны взаимодействуют с токами. Такие токи можно построить из кварковых волновых функций мезонов, если интерпретировать в них кварковые состояния как операторы рождения и уничтожения.

Мы знаем, что $\rho = u\bar{u} - d\bar{d}$, $\omega = u\bar{u} + d\bar{d}$; следовательно, ρ -мезон взаимодействует с нуклоном как ток с u -зарядом, равным $+1$, и d -зарядом, равным -1 , а ω -мезон взаимодействует подобно току с u -зарядом, равным $+1$, и d -зарядом, равным $+1$. Фотон взаимодействует как ток с u -зарядом, равным $2/3$, и d -зарядом, равным $-1/3$, или как $(1/6)\omega + (1/2)\rho$. Что касается нейтрона,

то его связь с ρ имеет обратный знак по сравнению с протоном, а с ω — тот же. Поэтому $\gamma\rho = (1/2)\rho + (1/6)\omega$, а $\gamma\pi = -(1/2)\rho + (1/6)\omega$, откуда $\rho = \gamma\rho - \gamma\pi$ и $\omega = 3(\gamma\pi + \gamma\rho)$.

Константы связи ведут себя следующим образом:

	Связь с зарядом	Связь с магнитным моментом
$\gamma\rho$	1	3
$\gamma\pi$	0	-2
ρ	1	5
ω	3	3

Отсюда мы делаем вывод, что ρ -мезон взаимодействует в основном со спином, т. е. здесь преобладает амплитуда с переворотом спина, однако для ω -мезона такого явления нет.

Из соотношения $\pi^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})$ можно получить отношение констант связи $\pi^0\omega\gamma$ и $\pi^0\rho^0\gamma$. Для π^0 и ρ^0 (в которых знаки $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$ одинаковы) константы связи фотона с u и d складываются: $2/3 + (-1/3) = 1/3$, тогда как для π^0 и ω они вычитаются: $2/3 - (-1/3) = 1$. Следовательно, отношение констант связи равно

$$\frac{\pi^0\omega\gamma}{\pi^0\rho^0\gamma} = \frac{3}{1}.$$

В случае η -мезона, где $\eta = (2s\bar{s} - u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{6}$, аналогичное отношение имеет обратную величину:

$$\frac{\eta\omega\gamma}{\eta\rho^0\gamma} = \frac{1}{3}.$$

Псевдоскалярные мезоны взаимодействуют с нуклонным октетом SU_3 -симметричным образом с константами $F = 2$ и $D = 3$. При этом

$$\frac{K\Xi N}{K\Lambda N} = \frac{(1/\sqrt{2})(F - D)}{\sqrt{3/2}(F + 1/3D)} = -\frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

V. ЯВЛЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С t -КАНАЛЬНЫМ ОБМЕНОМ

ЛЕКЦИЯ 13

t -канальный обмен

Существует много теоретических представлений о том, как понимать эффекты, связанные с t -канальным обменом. Рассмотрим некоторые из них. Все они тесно взаимосвязаны и, несомненно, в значительной степени представляют собой различные способы описания одного и того же явления. Я дам очень краткую характеристику каждого из них, указывая на их взаимосвязь и разную степень неполноты. Вот некоторые из путей к пониманию t -канального обмена при больших значениях s :

а) геометрический подход или метод прицельных параметров;

б) полюса Редже;

в) t -канальные резонансы;

г) s -канальные резонансы.

а) *Геометрический подход*. В этом подходе (который наиболее полно рассмотрен Харари) отмечается, что при $s \rightarrow \infty$ угловые моменты могут стать очень большими. Поэтому если выбрать фиксированный l -й орбитальный момент, где $l = kb$, то с ростом s мы можем определять прицельный параметр b все более точно. В конечном счете b становится двумерным вектором, перпендикулярным плоскости столкновения, и оказывается переменной, которая связана с \mathbf{Q}_\perp , поперечной составляющей переданного импульса, через преобразование Фурье.

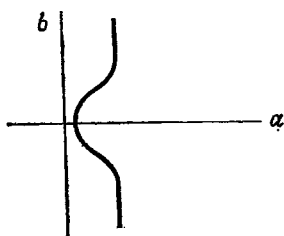
Это означает, что амплитуду $A(\mathbf{Q}_\perp, s)$ можно записать в виде

$$A(\mathbf{Q}_\perp, s) = \int \exp(i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{b}) a(\mathbf{b}, s) d^2\mathbf{b}, \quad (13.1)$$

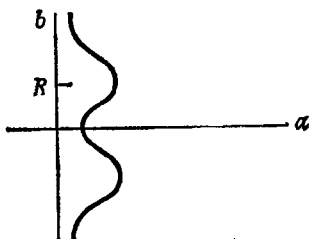
и мы можем изучать поведение амплитуды A , рассматривая $a(\mathbf{b}, s)$. При этом геометрическая интуиция помогает

понять поведение $a(\mathbf{b}, s)$, что легче, чем делать интуитивные умозаключения непосредственно о $A(\mathbf{Q}_\perp, s)$.

Теперь нетрудно понять дифракцию, если предположить, что амплитуда вероятности для прохождения частицы через мишень без взаимодействия очень мала при небольших b и возрастает до 1 вне мишени. Тогда $a(\mathbf{b}, s)$ имеет вид, подобный кривой, показанной на фиг. 5. Энергетическая зависимость такой амплитуды (очень слабая) берется из эксперимента. (Это довольно смутно понимается как сильное взаимодействие некоего объекта фиксированных размеров.)



Фиг 5.



Фиг. 6.

Реакция типа перезарядки (скажем, $\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$) описывается в предположении, что при фиксированном b пролетающий π^- имеет некоторую амплитуду для перехода в π^0 . (Зависимость такой амплитуды от энергии можно опять-таки взять из эксперимента или из другой теории, подобной теории полюсов Редже.) Эта амплитуда максимальна в кольце, показанном на фиг. 6, поскольку при больших значениях b взаимодействия нет, а при малых b у частицы мало шансов пролететь насквозь. В самом грубом приближении можно сказать, что все происходит в кольце радиусом R . После преобразования Фурье это приводит к амплитуде, описываемой функцией Бесселя $J_0(\sqrt{-t}R)$ для процесса без изменения спиральности. При $R = 1$ ферми такое поведение амплитуды приводит к провалу в распределении по t при $t = -0,25 \text{ ГэВ}^2$, который иногда обнаруживается на опыте.

При однократном изменении спиральности, когда амплитуда должна меняться с углом в плоскости прицельных параметров как $\exp(i\varphi)$, мы получаем функцию $J_1(\sqrt{V-t}R)$. Теперь амплитуда равна нулю при $t = -0,5 \text{ ГэВ}^2$ ($R = 1$ ферми), что и является в этой модели причиной провала для указанного значения t в случае рассеяния с однопионным обменом, фоторождения π^0 -мезона и т. д. [Это тот самый провал, который в теории полюсов Редже мы связывали с нулем функции $\alpha(t)$.]

Такая модель дает, за некоторыми исключениями, довольно грубое описание общей картины, но она вовсе не играет роли полной теории, поскольку не объясняет ни энергетическую зависимость амплитуд, ни величину констант связи.

Точка зрения, согласно которой частица представляет собой точечный объект, перемещающийся с фиксированным значением прицельного параметра, а не структуру с конечными размерами в поперечной плоскости (в такой картине сталкиваются как бы две мелкие тарелки), является слишком упрощенной. Все попытки работать с подобными представлениями привели пока лишь к усложнениям и неоднозначностям; никакой ясной и определенной картины не возникло.

б) *Полюса Редже*. Формулы с полюсами Редже вытекают из предположения (основанного на анализе нерелятивистского рассеяния, проведенном Редже), что амплитуду двухчастичной реакции $A(s, t)$ следует рассматривать как аналитическую функцию энергии s и непрерывно меняющегося углового момента α в t -канале. Предполагается, что при больших s справедливо следующее аналитическое выражение:

$$A(s, t) = \left(\sum_i + \int_i \right) \beta_i(t) s^{\alpha_i(t)}, \quad (13.2)$$

где, вообще говоря, ожидается, что суммирование происходит как по дискретным значениям i , называемым полюсами, так и по непрерывным значениям i , называемым разрезами. Почти любую функцию можно разложить в такой ряд, но плодотворность этой идеи зависит от даль-

нейших предположений. Очевидно, что при $s \rightarrow \infty$ поведение амплитуды A определяется наибольшими значениями α . Была высказана надежда, что такие значения α соответствуют именно полюсам и определенно превосходят величину α для начала разрезом. Поэтому A должна вести себя как $\beta(t)s^{\alpha(t)}$ или как сумма очень небольшого числа слагаемых такого вида. Если это действительно так, то в реакции $A + B \rightarrow C + D$ функция $\beta(t)$ должна факторизоваться: $\beta(t) = \beta_{AC}(t)\beta_{BD}(t)$. При продолжении в область положительных t функция $\alpha(t)$ должна принимать целочисленные значения при t , равных квадратам массы реальных частиц с соответствующей величиной спина. Только при таких t амплитуда A могла бы иметь полюсную особенность по t .

Для некоторых реакций (например, $\pi^- p \rightarrow \pi^0 p$) эти предсказания блестяще подтвердились, однако обычно возникают сложности. Мы видели, например, как в случае однопионного обмена абсорбция — понятие, естественное с геометрической точки зрения п. а), — часто модифицирует простую полюсную картину. В рамках «чисто» реджевских представлений любое изменение простой полюсной формулы для $A(s, t)$ может быть, конечно, описано как результат добавления точек ветвления, но остается вопрос, какие ветвления надо добавлять и с каким весом. Для ответа на этот вопрос требуются новые идеи, заимствованные, например, из абсорбционной модели. При больших s точки ветвления расположены точно там же, где и полюса, поэтому разделить их не легко.

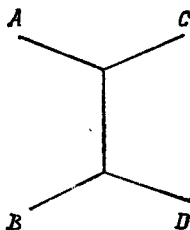
Эмпирически было установлено, что функция $\alpha(t)$ представляется почти прямой линией. Причины этого неизвестны.

Кроме того, для описания приблизительно постоянных полных сечений была придумана специальная траектория — померон, для которой $\alpha = 1$ при $t = 0$. Никакого динамического объяснения для нее дано не было.

Эта теория тоже не полна, поскольку не дает информации ни о том, как получить функцию $\beta(t)$, ни о том (что практически даже более важно), как возникают разрезы и каково их поведение. Попытки найти выход с помощью абсорбционной модели («конспирации» и т. п.)

потерпели неудачу. Наиболее полезным, очевидно, будет какой-то синтез представлений а) и б).

в) t -канальные резонансы. Связь реджевского выражения с частицами на траекториях можно рассматривать под другим углом (ван Хов). Допустим, что у нас имеется теория, которая дает последовательность частиц со все возрастающим спином. Тогда борновские члены, описывающие обмен всеми этими t -канальными частицами, в первом порядке будут давать сумму, ведущую себя подобно полюсу Редже. Я приведу один пример. Пусть квадраты масс растут как $m_n^2 = m_0^2 + n\Omega$, где m_0^2 — квадрат массы для скаляра, $m_0^2 + \Omega$ — для вектора, $m_0^2 + 2\Omega$ — для тензорной частицы (со спином 2) и т.д. Обмен такой последовательностью частиц в реакции $A + B \rightarrow C + D$, где для простоты принято, что A, B, C и D — скаляры, выглядит как ¹⁾



Этот обмен описывается выражением

$$C_0 \frac{1}{t - m_0^2} - C_1 \frac{s}{t - m_1^2} + C_2 \frac{s^2}{t - m_2^2} - \dots \quad (13.3)$$

Множитель s в векторном слагаемом происходит от $(p_A + p_C) \cdot e$ в верхней вершине и $(p_B + p_D) \cdot e$ в нижней после суммирования по e . Аналогичным образом s^2 для тензора возникает в том случае, когда оба тензорных индекса используются для переноса информации о $p_B + p_D$ в вершину, связанную с $p_A + p_C$, с тем чтобы получить $((p_A + p_C) \cdot (p_B + p_D))^2$ или s^2 в пределе больших энергий. Коэффициенты C_n определяются как квадраты кон-

¹⁾ На диаграммах, приводимых в этом разделе, направление времени — слева направо. — *Прим. ред.*

стант связи. Положим $m_n^2 = m_0^2 + n\Omega$, и пусть, например, $C_n = 1/n!$; тогда амплитуда равна

$$\begin{aligned} A &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{(-s)^n}{(t - m_0^2 - n\Omega)} = \\ &= - \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{(-s)^n}{n!} \exp[x(t - m_0^2 - n\Omega)] dx = \\ &= - \int_0^{\infty} \exp[(t - m_0^2)x] \exp[-s \exp(-\Omega x)] dx. \end{aligned}$$

Полагая $u = s \exp(-\Omega x)$ и $(t - m_0^2)/\Omega = \alpha(t)$, можно преобразовать интеграл к виду

$$A = - \frac{1}{\Omega} s^{\alpha(t)} \int_0^s u^{-\alpha(t)-1} \exp(-u) du.$$

При больших s верхний предел в интеграле можно положить равным ∞ , с тем чтобы получить асимптотическое выражение для амплитуды

$$- \frac{1}{\Omega} s^{\alpha(t)} \Gamma[-\alpha(t)]. \quad (13.4)$$

Полюса и вычеты Γ -функции, $\Gamma(-n + \varepsilon) = (-1)^n/n! \varepsilon$, воспроизводят исходный ряд. В общем случае произвольный реджевский член можно представить в виде суммы полюсных по t слагаемых [происходящих от $\beta(t)$]; полученный при этом ряд оказывается рядом ван Хова, определяющим и частицы, и константы связи. Можно поступать иначе, т. е. стараться угадать частицы и константы и вывести из этого реджевское выражение. Эти два подхода представляют собой математические формулировки одной и той же теории, что позволяет рассматривать каждое явление с разных точек зрения; в зависимости от ситуации то одна из них, то другая оказывается более плодотворной.

Замечание. При отрицательных значениях s ряд (13.3) дает амплитуду, растущую как $\exp(|s|)$. Это наводит на мысль, что коэффициенты C_n не могут спадать

столь быстро, как $1/n!$. Или же можно сказать, что значения амплитуды при отрицательных s получены из асимптотического выражения, а при положительных s — путем аналитического продолжения.

Очевидно, что при отрицательных значениях t мы находимся в этой сумме далеко от истинных резонансов и снова ничего не знаем о том, каким должно быть настоящее выражение, пока у нас нет полной теории. Формулы, полученные при таком аналитическом продолжении, трудно использовать на практике. Например, что может нам сказать наблюдение двух первых резонансов из их последовательности об асимптотическом виде амплитуды:

$$\frac{1}{t - m_0^2} - \frac{s}{t - m_1^2} + ? = ?$$

Если бы не было других слагаемых, то асимптотически сумма росла бы как s . Кроме того, из величин m_0^2 и m_1^2 можно извлечь очень мало информации о поведении $\alpha(t)$. Как с этим работать? Я не знаю. Аналитическое продолжение приближенных функций или функций, определенных из опыта лишь частично, представляет собой математическую задачу, которой я не понимаю, не доверяю и в которой я не могу оценить возможные ошибки. Чтобы показать, какого рода трудности могут здесь встретиться, предположим, что сумма t -канальных резонансов дает в результате $\beta s^{\alpha(t)}$; изменим затем коэффициент в слагаемом с $l = 1$ на ΔC . Ясно, что сумма теперь равна $\beta s^{\alpha(t)} + (\Delta C) s / (t - m^2)$ и при больших значениях s пропорциональна s . Дело в том, что изменение одного лишь второго слагаемого не является ни «естественным», ни «гладким» и в корне меняет результат. Какая бы физическая причина ни приводила к изменению одного из слагаемых, она обязательно слегка меняет и все другие члены, так что изменение асимптотического выражения оказывается незначительным.

Суммирование ряда ван Хова представляет интерес только для теории. Если вы имеете какую-то теорию всех t -канальных резонансов и их констант связи, то вы можете быть уверенными, что она приведет к реджевскому

асимптотическому поведению; или же, если у вас есть теория, приводящая к реджевской асимптотике, вы можете, исследуя полюса амплитуды (по t), выяснить расположение t -канальных резонансов [в них функция $\alpha(t)$ равна целому числу] и кое-что узнать об их константах связи.

Суммирование t -канальных резонансов, описываемых кварковой моделью с потенциалом гармонического осциллятора для мезонных резонансов ($Q\bar{Q}$), действительно приводит к ожидаемому реджевскому поведению. Более детальное численное сравнение еще не сделано.

ЛЕКЦИЯ 14

г) *s*-канальные резонансы. Согласно другому теоретическому представлению, чтобы понять поведение амплитуд при большой энергии, можно просто продолжить наш анализ *s*-канальных резонансов (например, по Уокеру) на более высокие энергии. Если в амплитуде имеется, скажем, провал при фиксированном t , то с ростом s такая структура наблюдается при постепенно уменьшающихся углах $\theta \approx \sqrt{-t/s}$; поэтому угловое распределение становится все острее. Это означает, что по мере увеличения s должны давать вклад *s*-канальные резонансы со все более высоким спином. Так, конечно, и должно быть, ибо, как мы знаем, при более высоких значениях s можно найти и резонансы с большим угловым моментом. Приближенная стабильность кривых $f(t)$, несмотря на изменение s , очень много значит для поведения резонансов и их констант связи при больших энергиях.

Утверждение, что все сечение определяется суммированием только *s*-канальных (и, как сказали бы некоторые, *u*-канальных) резонансов, представляет собой очень сильное ограничение, которое (если оно правильно) может оказаться настолько жестким, что приведет теорию к одному-единственному точному выражению, которое обладает таким свойством. Не удивительно, что этой идее уделялось много внимания. В большинстве своем выдвинутые утверждения выглядят менее претенциозными, поскольку сравнение с экспериментом снова

оказывается бессмысленным, коль скоро нам приходится высказывать суждения о гипотетическом значении суммы резонансов вдали от их резонансных энергий. Замечено, однако, что мнимая часть резонансной амплитуды $\Gamma [(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4]^{-1}$ велика только вблизи резонанса; поэтому исходный принцип для амплитуд формулируется в виде

$$\text{Im } A(s, t) = \sum \text{Im } (s\text{-канальные резонансы}). \quad (14.1)$$

Померон, вероятно, представляет исключение из этого правила.

При таком подходе остаются в стороне вопросы о том, каков вклад u -канальных резонансов (которые всегда находятся вне резонансной области, так что их мнимая часть очень мала и равна нулю для бесконечно узких резонансов) и следует ли включить в рассмотрение слагаемое с однопионным обменом (которое вещественно).

Следует подчеркнуть, что в (14.1) имеются в виду только s -канальные полюса. Если бы мы включили в это равенство еще и интеграл по континууму, то в таком виде можно было бы записать почти любую функцию $A(s, t)$.

Если ввести еще дополнительный принцип (дуальность), согласно которому амплитуда, полученная при суммировании s -канальных полюсов и аналитически продолженная, должна в t -канале иметь только полюса, причем с теми же квадратами масс и квантовыми числами, что и в s -канале, то мы получим столь жесткие ограничения, что, видимо, им удовлетворяет почти единственное решение, из которого таким образом можно было бы получить решение проблемы сильных взаимодействий. В этом направлении проделана большая работа, однако успеха достигнуто не было. Исходный принцип, естественно, может быть и неверным; возможно, s - и t -канальные резонансы следует складывать независимо; либо надо ввести в амплитуду еще и s -канальные разрезы для того, чтобы она правильно описывала высокоэнергетическое поведение по s и t . Не существует какого-либо физического принципа, лежащего в основе гипотезы дуальности, — это просто догадка о возможном математическом свойстве амплитуды. При низких энергиях най-

дено, что в амплитудах доминируют резонансы; поэтому какой-либо вариант приближения бесконечно узких резонансов может оказаться хорошей отправной точкой. Но справедливо ли это при высоких энергиях, когда в большинстве столкновений образуется много частиц? Можно ли рассматривать их как продукты каскадного распада резонансов или же имеется существенный вклад от непосредственного взаимодействия с континуумом?

Напомним, что при больших значениях s двухчастичные конечные состояния, которые мы изучали, составляют, по-видимому, только очень малую долю от полного сечения. Многочастичные состояния, которые вносят в него основной вклад, будут обсуждаться нами позднее.

Формула Венециано

Изложенные идеи вдохновляются существованием функции (Венециано), которую можно целиком разложить в ряд по полюсам в s - или t -канале и которая обладает реджевским поведением при высоких энергиях:

$$A(s, t) = \frac{\Gamma(-\alpha(s))\Gamma(-\alpha(t))}{\Gamma(-\alpha(s) - \alpha(t))}; \quad (14.2)$$

здесь $\alpha(s)$ — линейная функция от s .

В некоторых обобщениях вычеты в полюсах не всегда положительны — даже там, где это от них требуется.

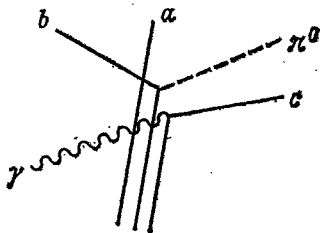
Приведенное выражение для $A(s, t)$ является единственно возможным, если рассеиваются бесспиновые частицы. Была проделана большая работа по обобщению этой формулы, но выводы остаются неясными. То же самое можно сказать и об обобщении 4-точечной функции на n -точечные.

Фундаментальная задача состоит в следующем: формула (14.2) написана в приближении узких резонансов. Как именно ее следует исправить, чтобы получить более точное выражение? (Таковую же проблему мы обсуждали в случае кварковой модели.) Тот же, по-видимому, вопрос можно сформулировать на другом языке: формула (14.2), возможно, справедлива не для $A(s, t)$, а для какой-то исходной амплитуды, и в это выражение еще надо, так сказать, «ввести поправку на абсорбцию».

Имеем ли мы здесь дело с борновским членом из какого-то разложения?

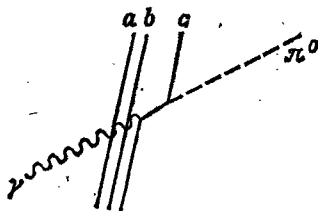
Попытки обобщить дуальность или модель Венециано на процессы с участием фотонов были исключительно неудачны. Не следует, однако, пренебрегать проблемой математических свойств взаимодействия с фотонами. Она особенно важна, потому что эти взаимодействия зависят не только от s и t , но и от новой переменной q^2 — квадрата массы фотона (который может быть виртуальным, например, при рассеянии электронов). Амплитуда $A(s, t, q^2)$ обладает определенными аналитическими свойствами по всем трем переменным s , t , а также q^2 (мы обсудим их позднее), и связанное с этим усиление ограничений может оказаться очень полезным при выборе выражений для амплитуды и построении теории.

Наконец, перед нами встает вопрос: можно ли ожидать, что какая-нибудь динамическая модель адронов (скажем, вроде трехкварковой модели) приводит именно к такой сумме резонансов и тем константам связи, которые необходимы, чтобы рассеяние происходило главным образом вперед? Я думаю, что построить такую модель, по-видимому, не трудно. Рассмотрим следующую диаграмму:



Если предположить, что и фотон, и пион взаимодействуют каждый с одним, но не тем же самым кварком, то кварки b и c получают большой импульс. Поэтому амплитуда вероятности того, что окончательная конфигурация a , b и c окажется просто протонным состоянием, в котором кварки имеют малый относительный импульс, весьма незначительна. Таким образом, при высокой энергии наиболее существен случай, когда один и тот же

кварк поглощает фотон и излучает пион:



Импульс, который получает кварк c , равен всего лишь передаваемому импульсу $k - q$, и амплитуда того, что a , b и c соберутся в протон, оказывается значительной тогда и только тогда, когда этот переданный импульс мал. Следовательно, пион испускается вперед с вероятностью, зависящей от величины передаваемого импульса.

Как бы то ни было, может оказаться, что в рамках динамической теории с учетом резонансов только в s -канале не слишком трудно получить эффекты, которые кажутся связанными с t -канальным обменом.

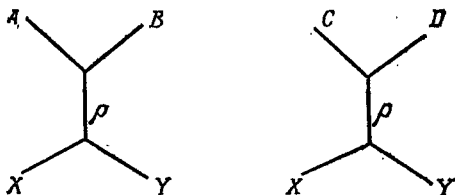
Оценки констант связи

В ряде случаев мы уже оценивали величину констант связи. Например, мы говорили, что обмен ρ -мезоном происходит в основном с переворотом спина нуклона. Подобные утверждения следуют из соображений, не связанных ни с методом прицельных параметров, ни с реджевской теорией, в которых такие константы остаются неопределенными. Их можно получить из других экспериментов (тот факт, что переворот спина велик, можно, например, вывести из πN -рассеяния), но тем не менее существуют и такие теории, которые предсказывают, что нам следует ожидать. Мы использовали главным образом симметрию SU_3 , но даже здесь необходимо знать отношения F/D ; последние хорошо описываются симметрией SU_6 или тем, что я назвал оценками кварковой модели.

Эта кварковая модель в действительности не то же самое, что модель кварков с потенциалом гармонического осциллятора, использовавшаяся выше в теории

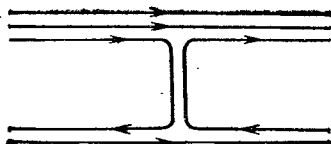
s -канальных резонансов и примененная к резонансам в t -канале. Мы имеем здесь дело не с t -канальными резонансами, а скорее с t -канальными траекториями. Количественная теория траекторий не разработана ни в одной из версий кварковой модели (в частности, это справедливо и для «гармонических» кварков). Поэтому мы используем «кварковую модель» просто для подсчета коэффициентов, с тем чтобы получить правила SU_3 и фиксировать отношение F/D .

Даже в этом случае мы неявно предполагаем кое-что из того, чем пользовались многие авторы (но что было, насколько я знаю, четко сформулировано Кислинджером совсем недавно). Мы полагали, что ρ - или ω -траектории связаны с частицами в той же пропорции, что и токи (с соответствующими квантовыми числами $I=1, 0$). Эта гипотеза обычно вводится в два этапа: 1) векторные мезоны на их массовой поверхности взаимодействуют так же, как и токи, и 2) ρ -, ω - и ϕ -траектории связаны с частицами подобно векторным мезонам ρ , ω и ϕ . Для большей строгости рассмотрим амплитуды, соответствующие следующим диаграммам:



Отношение этих амплитуд равно $\langle B|j|A\rangle/\langle D|j|C\rangle$, где j — ток с квантовыми числами ρ . Предполагается, что поправки на абсорбцию в амплитуды не введены.

Эту «кварковую арифметику» можно сформулировать и по-иному, нарисовав диаграммы для t -канального обмена между адронами в виде



Как обычно, здесь подразумевается, что барионы суть QQQ , а мезоны — $Q\bar{Q}$, но их взаимодействие в основном представляется суммой членов, каждый из которых описывает рассеяние кварка одного из адронов на кварке другого.

Ясно, что наша интерпретация рассеяния при высоких энергиях эквивалентна сочетанию нескольких идей. В настоящее время не существует общей точки зрения, которая бы их изящно объединила. До сих пор слишком много внимания уделялось попыткам «втиснуть» амплитуду в ту или иную форму, вместо того чтобы объединить основные и наиболее хорошо установленные представления каждой из них в единое целое.

VI. ВЕКТОРНЫЕ МЕЗОНЫ И ГИПОТЕЗА ДОМИНАНТНОСТИ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

Свойства векторных мезонов

Прежде чем перейти к рассмотрению фоторождения векторных мезонов, рассмотрим более простую задачу о взаимодействии фотонов с векторными мезонами.

Образование векторных мезонов электронами. В экспериментах на встречных пучках можно измерить сечение реакции $e^+ + e^- \rightarrow$ Адроны. Такая реакция, естественно, рассматривается как процесс с участием виртуального фотона при положительном $q^2 = (2E_{ц.п.})^2$. Зная сечение, мы можем непосредственно определить матричный элемент

$$\langle \text{Адроны} | J_\mu(q) | 0 \rangle$$

для положительных значений q^2 . Основной вклад в этот матричный элемент дают три резонанса при значениях q^2 , соответствующих массам нейтральных мезонов ρ , ω и ϕ со спином 1^- , таким же, как и у фотона.

Если, например, адроны представляют собой пару K^+K^- мезонов, то сечение рождения K^+K^- оказывается очень малым, до тех пор пока q^2 не станет близким к значению $(1020 \text{ МэВ})^2$, т. е. m_ϕ^2 , где это сечение значительно превосходит фон и описывается идеальной кривой Брейта — Вигнера с шириной $4,2 \pm 0,2 \text{ МэВ}$. Это, разумеется, объясняется тем, что здесь мы проходим через резонанс ϕ , которому соответствует диаграмма типа



Для описания такого процесса нам нужны две амплитуды: одна чисто адронная $\langle K^+K^- | \phi \rangle$, а другая фотонная, которая на массовой поверхности ϕ имеет вид $\sqrt{4\pi e^2} e_\mu^\nu \langle \phi | J_\mu | 0 \rangle$ (здесь e_μ^ν — поляризация фотона). Матричный элемент $\langle \phi | J_\mu | 0 \rangle$ можно записать как $F_\phi e_\mu^\rho$, где e_μ^ρ — поляризация векторной частицы. (Общепринятой записи для F_ϕ не существует. Одни представляют величину F_ϕ в виде m_ϕ^2/g_ϕ , другие пишут $m_\phi^2/2\gamma_\phi$, так что $\gamma_\phi = 1/2g_\phi$, но есть и такие, которые используют то же обозначение γ_ϕ для иной константы связи.)

Экспериментаторы устраняют всю неопределенность, замечая, что свободный ϕ -мезон, как это видно из приведенной выше диаграммы, с определенной вероятностью распадается на e^+ и e^- . Они приводят значение именно этой вероятности (которая, во всяком случае, непосредственно выводится из экспериментальных данных) либо по абсолютной величине

$$\Gamma(\phi \rightarrow e^+e^-) = (1,35 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} \text{ ГэВ},$$

либо как относительную вероятность (по отношению к полной ширине). Простое вычисление показывает, что для произвольного векторного мезона V с массой m_V и в пренебрежении массой электрона соотношение между величинами Γ , F и g дается равенством

$$\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3} F_V^2 m_V^{-3} = \frac{\alpha^2}{3} \frac{4\pi}{g_V^2} m_V, \quad (14.3)$$

где $\alpha = 1/137$. Для ϕ -мезона $F_\phi = 0,080 \text{ ГэВ}^2$ или $g_\phi^2/4\pi = 13,2$.

В той же области энергий можно наблюдать и другие продукты аннигиляции e^+ и e^- (такие, как 3π или $\eta^0\gamma$) и снова обнаружить резонанс. Таким методом определяют амплитуды адронных распадов $\phi \rightarrow 3\pi$ и $\phi \rightarrow \eta^0\gamma$, которые обычно приводятся в виде относительных вероятностей.

В случае если конечным состоянием является 3π , существует еще один резонанс с массой 785 МэВ , который

представляет собой ω -мезон; он изучается таким же образом.

При исследовании конечного состояния 2π обнаружен третий и очень большой резонанс с массой около 770 МэВ и шириной примерно 150 МэВ. Столь большая ширина вносит существенную неоднозначность в определение таких констант, как масса и время жизни (ибо приходится делать предположение о том, как Γ зависит от q^2). К тому же кривая асимметрична: она спадает круче в сторону больших энергий. Довольно отчетливо заметно и небольшое плечо — оно интерпретируется как интерференция с ω -резонансом, которая имеет место, если амплитуда распада $\omega \rightarrow 2\pi$ отлична от нуля. (Распад $\omega \rightarrow 2\pi$ нарушает изотопическую инвариантность и представляет собой электромагнитный эффект, который мы рассмотрим в следующей лекции.)

Значения различных констант для векторных мезонов можно найти в Таблицах свойств элементарных частиц. Они найдены с учетом результатов, полученных за последние годы на встречных электрон-позитронных пучках. Эти значения¹⁾ приведены в табл. 2, где B обозначает относительную вероятность данного распада.

Используя данные табл. 2, находим

$$\frac{g_\rho^2}{4\pi} = 2,17 \pm 0,25, \quad \frac{g_\omega^2}{4\pi} = 18,6 \pm 2,4, \quad \frac{g_\phi^2}{4\pi} = 13,2 \pm 1,2.$$

Группа Орсе, учитывая в своих данных «поправки на конечную ширину», приводит несколько иные значения для

¹⁾ Незадолго до того, как Фейнман начал читать свои лекции, появилось сообщение [8] о результатах новых тогда экспериментов на встречных электрон-позитронных пучках в Орсе. Сообщавшиеся данные не всегда сходились с цифрами, имевшимися в Таблицах свойств элементарных частиц 1971 г., и автор был вынужден привести два набора констант: один брался из Таблиц, а другой — из доклада Лефранка [8]. В более поздних изданиях Таблиц данные электрон-позитронных экспериментов учтены в полной мере. Поэтому здесь мы привели только один набор констант, взятый из Таблиц 1973 г. Численные значения, рассматриваемые далее в лекциях, поправлены с учетом этих новых констант. Изменения в них невелики. — *Прим. ред.*

Таблица 2

Свойства векторных мезонов

Мезон	Масса, МэВ	Полная ширина Γ , МэВ	Распад	$B, \%$
ϕ	$1019,6 \pm 0,3$	$4,2 \pm 0,2$	K^+K^-	$46,8 \pm 2,7$
			$K_L K_S$	$35,0 \pm 2,8$
			3π	$15,2 \pm 3,6$
			$\eta^0\gamma$	$3,0 \pm 1,1$
			$\pi^0\gamma$	$< 0,35$ (не наблюдали)
			$\pi^+\pi^-$	$< 0,03$ (не наблюдали)
			e^+e^-	$0,032 \pm 0,003$
ω	$783,8 \pm 0,8$	$9,8 \pm 0,5$	$\mu^+\mu^-$	$0,025 \pm 0,003$
			3π	$89,6 \pm 0,6$
			$\pi^0\gamma$	$9,1 \pm 0,5$
			2π	$1,3 \pm 0,3$ (фаза $87 \pm 15^\circ$)
			$\eta\gamma$	$< 0,5$ (не наблюдали)
			e^+e^-	$0,0076 \pm 0,0017$
			$\mu^+\mu^-$	$< 0,02$ (не наблюдали)
ρ^0	$770 \pm (> 5)$	$146 \pm (> 10)$	e^+e^-	$0,0043 \pm 0,0005$
			$\mu^+\mu^-$	$0,0067 \pm 0,0012$
			$\pi^0\gamma$	$< 0,5$ (не наблюдали)
			$\pi^+\pi^-$	100

этих констант [8], а именно:

$$\frac{g_\phi^2}{4\pi} = 2,56 \pm 0,22, \quad \frac{g_\omega^2}{4\pi} = 19,2 \pm 2, \quad \frac{g_\rho^2}{4\pi} = 11,3 \pm 0,8.$$

Замечание. Теперь у нас имеются данные [8] для парциальных вероятностей распада $\phi \rightarrow \eta\gamma$ и $\omega \rightarrow \pi\gamma$, и мы можем сравнить их с предсказаниями кварковой модели Фейнмана, Кислинджера и Равндала (ФКР) с потенциалом гармонического осциллятора [3]:

	Кварковая модель	Эксперимент
$\Gamma(\phi \rightarrow \eta\gamma)$	$1,79 \cdot 10^{-4}$ ГэВ	$(1,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$ ГэВ
$\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)$	$1,92 \cdot 10^{-3}$ ГэВ	$(0,89 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}$ ГэВ.

ЛЕКЦИЯ 15

Интерференция ω и ρ . Сделаем отступление от нашей главной линии в исследовании роли векторных мезонов и рассмотрим интересное явление $\omega - \rho$ -интерференции.

Причина, по которой резонанс ω может распадаться на 2π , состоит в том, что $|\omega\rangle$ не является чистым состоянием $|\omega_0\rangle = (1/\sqrt{2})(u\bar{u} + d\bar{d})$ с изоспином 0, а содержит в себе небольшую примесь $|\rho_0\rangle = (1/\sqrt{2})(u\bar{u} - d\bar{d})$ с изоспином 1. Такое смешивание обусловлено электромагнитным взаимодействием. Рассмотрим ω и ρ как систему с двумя уровнями, где C_{ρ_0} (или C_{ω_0}) — амплитуда вероятности того, что система находится в состоянии ρ_0 (или ω_0). Тогда

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} C_{\omega_0} \\ C_{\rho_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{\rho_0\rho_0} & H_{\rho_0\omega_0} \\ H_{\omega_0\rho_0} & H_{\omega_0\omega_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\omega_0} \\ C_{\rho_0} \end{pmatrix}, \quad (15.1)$$

а массовая матрица равна

$$H = \begin{pmatrix} m_\omega - \frac{i\Gamma_\omega}{2} & \delta \\ \delta & m_\rho - \frac{i\Gamma_\rho}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 784 - i5 & \delta \\ \delta & 770 - i73 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, истинное состояние ω имеет вид

$$|\omega\rangle = |\omega_0\rangle + \frac{\delta}{m_\omega - m_\rho - (i\Gamma_\omega - i\Gamma_\rho)/2} |\rho_0\rangle, \quad (15.2)$$

$$|\omega\rangle = |\omega_0\rangle + \frac{\delta}{14 + i68} |\rho_0\rangle.$$

Параметр δ можно выразить через относительную вероятность распада $\omega \rightarrow 2\pi$:

$$\frac{\text{Вероят. } (\omega \rightarrow 2\pi)}{\text{Вероят. } (\omega \rightarrow \text{все каналы})} =$$

$$= \left| \frac{\delta}{14 + i68} \right|^2 \frac{\text{Вероят. } (\rho \rightarrow 2\pi)}{\text{Вероят. } (\omega \rightarrow \text{все каналы})} = 3,10 \cdot 10^{-3} \delta^2 \text{ МэВ}^{-2}. \quad (15.3)$$

Согласно приведенным в табл. 2 экспериментальным данным, эта относительная вероятность равна $1,3 \pm 0,3\%$, откуда $|\delta| = 2,0 \pm 0,2 \text{ МэВ}$. Фаза $\omega - \rho$ -интерференции определяется при подгонке «плеча» в $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ около резонанса ρ ; она равна $87 \pm 15^\circ$. Если δ отрицательно, то фаза величины $\delta/(14 + i68)$ равна 102° , что прекрасно согласуется с экспериментом.

Смешивание ω и ρ можно трактовать как следствие двух эффектов: 1) электромагнитная энергия пары $u\bar{u}$ не равна энергии пары $d\bar{d}$ из-за разности собственных энергий обоих кварков и из-за различия в энергии взаимодействия; 2) имеется вклад, обусловленный процессами

$$\rho_0 \rightarrow \gamma \rightarrow \rho_0, \quad \omega_0 \rightarrow \gamma \rightarrow \omega_0, \quad \rho_0 \rightarrow \gamma \rightarrow \omega_0.$$

Зная разности масс $K^{*+} - K^{*0}$ и $\rho^+ - \rho^0$, а также F_0 , можно оценить оба эти эффекта. Обозначим электромагнитную собственную энергию d -кварка через a , а энергию связи пары $d\bar{d}$ через $-b$; тогда собственная энергия u -кварка равна $4a$, а энергия связи пары $u\bar{u}$ есть $-4b$, поскольку фотоны два раза взаимодействуют с удвоенным зарядом.

Из соотношений $\omega_0 = (1/\sqrt{2})(u\bar{u} + d\bar{d})$, $\rho_0 = (1/\sqrt{2}) \times (u\bar{u} - d\bar{d})$, $\rho^+ = u\bar{d}$, $K^{*+} = u\bar{s}$ и $K^{*0} = d\bar{s}$ получаем следующие значения электромагнитной собственной энергии:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= (4a + a) - \frac{1}{2}(4b + b) = 5a - \frac{5}{2}b, \\ \omega_0 &= (4a + a) - \frac{1}{2}(4b + b) = 5a - \frac{5}{2}b, \\ \rho^+ &= (4a + a) + 2b = 5a + 2b, \\ K^{*+} &= (4a + a) + 2b = 5a + 2b, \\ K^{*0} &= (a + a) - b = 2a - b. \end{aligned} \quad (15.4)$$

Кроме того, для матричного элемента перехода между состояниями $\langle \rho_0 |$ и $| \omega_0 \rangle$ находим

$$\langle \rho_0 | \Delta m | \omega_0 \rangle = 4a - a - \frac{1}{2}(4b - b) = 3a - \frac{3}{2}b.$$

Используя только эти формулы, получаем массовую матрицу в виде

$$\begin{array}{c} \rho_0 \\ \omega_0 \end{array} \begin{pmatrix} \rho_0 & \omega_0 \\ 5a - \frac{5}{2}b & 3a - \frac{3}{2}b \\ 3a - \frac{3}{2}b & 5a - \frac{5}{2}b \end{pmatrix}.$$

В силу того что $K^{*+} - K^{*0} = 3a + 3b$ и $\rho^+ - \rho^0 = 9b/2$, мы получаем выражение для недиагонального элемента этой матрицы через наблюдаемые величины¹⁾:

$$3a - \frac{3}{2}b = (K^{*+} - K^{*0}) - (\rho^+ - \rho^0). \quad (15.5)$$

Заметим, что в выражении (15.5) написано $\rho^{0'}$ вместо ρ^0 ; это означает только то, что в $\rho^{0'}$ не содержится вклад от аннигиляционного слагаемого, который мы сейчас вычислим. В первом порядке по e^2 изменение массы описывается диаграммой



и равно

$$\Delta m_\rho^2 = \frac{4\pi e^2}{q^2} \langle \rho | J^V | 0 \rangle \langle 0 | J^V | \rho \rangle \quad (15.6)$$

или

$$\Delta m_\rho^2 = \frac{4\pi e^2}{m_\rho^2} F_\rho^2, \quad (15.7)$$

$$\Delta m_\rho = 1,10 \text{ МэВ.}$$

Пусть x — амплитуда перехода $(1/\sqrt{2})(u\bar{u} - d\bar{d}) \rightarrow \gamma$, тогда амплитуда перехода $(1/\sqrt{2})(u\bar{u} + d\bar{d}) \rightarrow \gamma$ равна $x/3$ (лекция 16). Следовательно, обусловленный аннигиляционным слагаемым вклад в массовую матрицу пропорционален

$$\begin{matrix} \rho_0 & \omega_0 \\ \rho_0 & \left(\begin{array}{cc} x^2 & \frac{x^2}{3} \\ \frac{x^2}{3} & \frac{x^2}{9} \end{array} \right). \end{matrix} \quad (15.8)$$

¹⁾ По выводу в формуле (15.5) вместо $\rho^{0'}$ должна стоять масса несмешанного состояния ρ_0^0 . Нетрудно видеть, однако, что если расщепление ρ_0^0 и ω_0 за счет сильного взаимодействия превышает величину электромагнитных поправок a и b , то $\rho_0^{0'}$ можно заменить на ρ_0^0 . — Прим ред.

Поскольку нам известен один из элементов этой матрицы, а именно $\Delta m_\rho = 1,10$ МэВ, полная матрица имеет вид

$$\begin{array}{cc} \rho_0 & \omega_0 \\ \rho_0 & \left(\begin{array}{cc} 1,10 & 0,37 \\ 0,37 & 0,12 \end{array} \right) \text{ МэВ.} \end{array} \quad (15.9)$$

Суммируя вклады электромагнитной собственной энергии и аннигиляционного слагаемого в недиагональный матричный элемент, находим

$$\delta = 0,37 \text{ МэВ} + (K^{*+} - K^{*0}) - (\rho^+ - \rho^0), \quad (15.10)$$

а поскольку

$$-(\rho^+ - \rho^0) = -(\rho^+ - \rho^0) - 1,10 \text{ МэВ}, \quad (15.11)$$

то

$$\delta = -0,73 \text{ МэВ} + (K^{*+} - K^{*0}) - (\rho^+ - \rho^0).$$

Согласно Таблицам свойств элементарных частиц 1973 г., $(K^{*+} - K^{*0}) = -6,1 \pm 1,5$ МэВ, а $(\rho^+ - \rho^0) = -2,4 \pm \pm 2,1$ МэВ. Этим данным вряд ли можно доверять; в особенности это касается разности масс ρ -мезонов. Скажем только, что они свидетельствуют, видимо, об отрицательном знаке δ .

Связь γ и ρ , описываемая выражением $\sqrt{4\pi e^2} F_\rho e_\mu^\nu e_\mu^\rho$, градиентно неинвариантна и должна приводить к конечной массе фотона из-за переходов



Связь γ и ρ имеет здесь вид $A_\mu^\nu B_\mu^\rho$. С другой стороны, можно, например, связать напряженности $F_{\mu\nu}$ для фотона и ρ -мезона. Это приводит к выражению

$$\begin{aligned} \sqrt{4\pi e^2} C_\rho (q_\mu \cdot e_\nu^\gamma - q_\nu \cdot e_\mu^\gamma) (q_\mu \cdot e_\nu^\rho - q_\nu \cdot e_\mu^\rho) = \\ = \sqrt{4\pi e^2} 2C_\rho [q^2 e^\gamma \cdot e^\rho - (q \cdot e^\gamma) (q \cdot e^\rho)], \end{aligned} \quad (15.12)$$

которое, очевидно, градиентно-инвариантно. Так как $q \cdot e^\nu$ тождественно равно нулю, мы видим, что наш полюс

ведет себя как

$$\frac{q^2(e^\gamma \cdot e^\rho)}{q^2 - m_\rho^2} = \frac{m_\rho^2}{q^2 - m_\rho^2} e^\gamma \cdot e^\rho + e^\gamma \cdot e^\rho. \quad (15.13)$$

Последний член не имеет полюсной сингулярности и «теряется» на фоне других неполюсных слагаемых. Поэтому эффективно можно считать, что вычет просто пропорционален $e^\gamma \cdot e^\rho$ (при этом $2C_\rho m_\rho^2 = F_\rho$).

ЛЕКЦИЯ 16

Вернемся теперь к обсуждению свойств векторных мезонов. Посмотрим, что дает симметрия SU_3 для отношения констант связи g_V^2 , приведенных в конце лекции 14. Мы исходим из простой кварковой модели (используя её только для подсчета коэффициентов) и принимаем, что ϕ -мезон состоит лишь из странных кварков. Связь электромагнитного тока с парой $Q\bar{Q}$ пропорциональна ее заряду. Поэтому

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right] = \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ \omega &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \right] = \frac{1}{3\sqrt{2}}, \\ \phi &= s\bar{s} \rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}. \end{aligned} \quad (16.1)$$

Замечая, что эти числа соответствуют значениям констант связи F и что g обратно пропорционально F , находим следующее соотношение:

$$g_\rho^{-2} : g_\omega^{-2} : g_\phi^{-2} = 9 : 1 : 2.$$

Разные авторы пытались исправить это отношение, учитывая поправки на нарушение симметрии SU_3 , но на самом деле никто не знает, как это надо делать. Здесь возникают два вопроса. Первый — в какой степени резонанс ϕ представляет собой чистое состояние $s\bar{s}$? Какого-либо пути для решения этого вопроса я не вижу. Низкое значение относительной вероятности распада $\phi \rightarrow 2\pi$ объ-

ясняется, согласно кварковой модели, тем, что ф-резонансу, состоящему только из странных кварков, трудно перейти в нестранные объекты (π). Если это действительно так, то вся амплитуда перехода в $\pi\gamma$ происходит от примеси состояния $\omega_0 = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ в волновой функции ф-мезона. При этом амплитуда, с которой можно найти ω_0 в ф, оказывается равной приблизительно 0,10 с неопределенностью $\pm 0,03$; последняя связана с тем, что непонятно, как в такую амплитуду входят множители, зависящие от масс. Это соответствует вероятности порядка всего лишь 1%, т. е. резонанс ф на 99% ведет себя как чистое состояние $s\bar{s}$.

Задача.

Пропробуйте оценить относительную вероятность распада $\phi \rightarrow 3\pi$, если он обусловлен наличием в ф-мезоне малой примеси ω ; надо предположить (без сколько-нибудь веских на то оснований), что $s\bar{s}$ не может переходить в 3π .

Поскольку массы неодинаковы, то более важным оказывается вопрос о нарушении симметрии SU_3 . Из-за этого, например, возникает следующая неопределенность: что следует сравнивать с предсказаниями SU_3 — непосредственно F_V ; или F_V/m_V , или F_V/m_V^2 , или что-либо еще? Для какой из этих величин справедливы наши простые соотношения? Симметрия SU_3 ничего сказать об этом не может, и никто в действительности не знает, как это установить, хотя здесь и высказывались разнообразные догадки. (По теоретическим соображениям я предпочитаю отношение F_V/m_V , однако на самом деле эти соображения не являются ни глубокими, ни необходимыми.) Указанные трудности, вероятно, не влияют сколько-нибудь существенным образом на отношение констант связи для ρ и ω , поскольку их массы довольно близки. Как вы видите, соотношение 9:1 выполняется не так уж плохо (и, несмотря на неоднозначности, соотношение для ф тоже оказывается приблизительно правильным).

Модель доминантности векторных мезонов (МДВМ)

Подводя итог сказанному, представим амплитуду перехода фотона в $\pi^+ + \pi^-$ вблизи ρ -мезонного полюса (ρ — единственный из трех резонансов ф, ω и ρ , который

распадается на два пиона), когда $q^2 \approx m_\rho^2$, в виде

$$\begin{aligned} \langle \pi^+ \pi^- | J_\mu | 0 \rangle &\approx \langle \pi^+ \pi^- | \rho \rangle \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + i\Gamma_\rho m_\rho} \langle \rho | J_\mu | 0 \rangle \approx \\ &\approx f_{\rho\pi\pi} (p_{1\mu} + p_{2\mu}) \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 + i\Gamma_\rho m_\rho} F_\rho \approx \\ &\approx \frac{f_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} \frac{m_\rho^2}{q^2 - m_\rho^2 + i\Gamma_\rho m_\rho} (p_{1\mu} + p_{2\mu}). \end{aligned} \quad (16.2)$$

Естественно было бы думать, что к этому выражению надо добавить другие слагаемые (такие, например, как непосредственное взаимодействие фотона с пионами или вклад иных «промежуточных состояний»). Это, конечно, не изменило бы поведения вблизи полюса (который, к сожалению, определен для резонанса ρ не очень хорошо, ибо его ширина Γ_ρ довольно велика; на практике это приводит к значительным трудностям при обработке экспериментальных данных, однако в данном теоретическом рассмотрении мы ими пренебрежем). То же самое можно сказать и по-другому, если либо предположить, что числитель содержит множитель $\xi(q^2)$, который так зависит от q^2 , что $\xi(m_\rho^2) = 1$, либо принять, что «константы» $f_{\rho\pi\pi}$ и g_ρ изменяются с q^2 , причем их значения определены только при $q^2 = m_\rho^2$. Все эти формулировки эквивалентны, поэтому спорить о них мы не будем.

Тем не менее была высказана весьма смелая гипотеза (так называемая модель векторной доминантности, или модель доминантности векторных мезонов — МДВМ), согласно которой выражение (16.2), как оно есть, с постоянным отношением $f_{\rho\pi\pi}/g_\rho$ является полным — других слагаемых нет. Я лично не вижу для этого никаких сколько-нибудь хороших физических оснований. Такое предположение было высказано по аналогии с другой загадочной гипотезой того же рода — частичным сохранением аксиального тока в слабом взаимодействии, которая оправдывается на опыте. В случае частичного сохранения аксиального тока мы проделываем похожую операцию с пионным полюсом, с тем лишь отличием, что там мы продолжаем полюсное слагаемое из полюса при

$q^2 = m_\pi^2 = 0,02$ в точку $q^2 = 0$. Здесь же предполагается, что равенство (16.2) справедливо не только вблизи $q^2 = m_\pi^2$, но также и для всех других q^2 , по крайней мере вплоть до $q^2 = 0$.

Известно, что пион с большой длиной волны можно рассматривать просто как точечный заряд; поэтому при $q^2 \rightarrow 0$ (используя кроссинг, чтобы преобразовать $\langle \pi^+ \pi^- | J_\mu | 0 \rangle$ в $\langle \pi^+ | J_\mu | \pi^+ \rangle$) мы имеем

$$\langle \pi^+ | J_\mu | \pi^+ \rangle = (\rho_{1\mu} + \rho_{2\mu}) \quad (\text{когда } q^2 \rightarrow 0). \quad (16.3)$$

Следовательно, равенство (16.2) может удовлетворяться лишь при условии (если пренебречь проблемами, связанными с шириной Γ_ρ , или же предположить, что Γ_ρ зависит от q^2 и равна нулю на пороге при $q^2 = 4m_\pi^2$ и ниже)

$$\frac{f_{\rho\pi\pi}}{g_\rho} = 1.$$

На опыте было найдено $f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 2,78$ и $g_\rho^2/4\pi = 2,56$, т. е. обе величины совпадают в пределах 10%, что близко к их экспериментальной неопределенности.

Это означает также, что формфактор пиона $F_\pi(q^2)$, определенный как $\langle \pi^+ | J_\mu | \pi^+ \rangle = F_\pi(q^2) (\rho_{1\mu} + \rho_{2\mu})$, при отрицательных q^2 должен быть в точности равен $[1 + (-q^2)/m_\rho^2]^{-1}$. Мы рассмотрим имеющиеся данные позднее, но пока такая зависимость выглядит вполне разумной.

Описанная гипотеза была распространена и на случай взаимодействия с произвольным состоянием. Например, для взаимодействия с нуклоном его изовекторная часть должна иметь вид

$$\langle N | J_\mu | N \rangle_{\text{изовектор}} = - \frac{m_\rho^2}{g_\rho} \frac{1}{q^2 - m_\rho^2} \langle N | \rho_\mu | N \rangle. \quad (16.4)$$

Член $\langle N | \rho_\mu | N \rangle$, описывающий связь ρ -мезона с нуклоном определен только в ρ -мезонном полюсе, в котором он имеет электрическую и магнитную составляющие и может быть записан как $\langle N | C_1 \gamma_\mu + C_2^{1/2} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) | N \rangle$. Таким образом, выражая изовекторную часть вершины,

связанной с током J_μ , через обычным образом определенные формфакторы, получаем

$$\begin{aligned} \langle N | J_\mu | N \rangle &= \langle N | F_1^V(q^2) \gamma_\mu + F_2^V(q^2) \cdot 1/2 (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) | N \rangle = \\ &= \frac{1}{1 - q^2/m_\rho^2} \langle N | \frac{C_1}{g_\rho} \gamma_\mu + \frac{C_2}{g_\rho} 1/2 (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) | N \rangle. \quad (16.5) \end{aligned}$$

Отсюда мы можем заключить, что $F_1/F_2 = C_1/C_2$ не зависит от q^2 (это действительно так) и что F_1 изменяется как $1/(1 - q^2/m_\rho^2)$. Последнее нехорошо, намного лучше была бы $1/(1 - q^2/m_\rho^2)^2$. Здесь мы проверяем нашу гипотезу при больших отрицательных значениях q^2 (вдали от ρ -мезонного полюса) и видим, что она не подтверждается. Очевидно, МДВМ не может быть точным принципом, верным для всех значений q^2 . Быть может, она приближенно справедлива от $q^2 = m_\rho^2$ до $q^2 = 0$. Ниже мы рассмотрим обобщения этой гипотезы вместе с другими доводами в ее пользу.

Кроме того, из рассмотренного нуклонного случая следует, что $C_1/g_\rho = 1$. Способа однозначного установления связи ρ -мезона с нуклоном, т. е. нахождения величин C_1 или C_2 , в настоящее время нет. (Да и будет ли? Ведь это вопрос определения вершины $\langle N | \rho | N \rangle$, где все частицы не могут находиться на массовой поверхности!) Кое-что известно, например, из πN -рассеяния о константах связи для траектории с квантовыми числами ρ , т. е. для того, что мы называли ρ -обменом. Тем не менее экстраполяция от ρ -траектории к обмену ρ -мезонным полюсом неоднозначна. Амплитуда, включающая обмен ρ -мезонным полюсом, пропорциональна s , тогда как слабые с обменом ρ -траекторией ведут себя иначе, как того требует от них теория полюсов Редже.

Используя ω -траекторию, можно получить аналогичное выражение для изоскалярной части взаимодействия. Поскольку массы ω - и ρ -мезонов приблизительно равны, изоскалярный и изовекторный формфакторы должны одинаково зависеть от q^2 ; это действительно имеет место, хотя поведение формфакторов и отличается от ожидаемой зависимости $1/(1 - q^2/m_\rho^2)$.

ЛЕКЦИЯ 17

В более общем случае могут присутствовать все три нейтральных векторных мезона. Запишем, например, электромагнитную вершину для произвольного адронного состояния в виде

$$\langle \text{Адроны} | J_\mu | 0 \rangle = \sum_{V=\rho, \omega, \phi} \frac{1}{g_V} \left(\frac{-m_V^2}{q^2 - m_V^2 + i\Gamma_V m_V} \right) \langle \text{Адроны} | V_\mu \rangle, \quad (17.1)$$

куда входит V_μ с поляризацией μ . Точно так же для произвольного перехода адронов X в адроны Y , отличающегося от (17.1) кроссингом, напишем

$$\langle Y | J_\mu | X \rangle = \sum_V \frac{1}{g_V} \left(\frac{-m_V^2}{q^2 - m_V^2 + i\Gamma_V m_V} \right) \langle Y V_\mu | X \rangle. \quad (17.2)$$

Утверждение, что правая часть этих выражений исчерпывает все возможности для связи с током J_μ , представляет собой наиболее общую формулировку гипотезы векторной доминантности. Мы уже видели, как с помощью МДВМ можно получить значение константы связи $\rho\pi\pi$. Можно ли сделать то же самое в случае константы связи $\phi K\bar{K}$, например $\phi K^+ K^-$? Известно, что при $q^2 \approx 0$ оператор тока можно записать в виде $p_{1\mu} + p_{2\mu}$ с коэффициентом 1, поскольку заряд равен 1. Таким образом, записав

$$\langle K^+ K^- | V_\mu \rangle = f_{VK^+ K^-} (p_{1\mu} + p_{2\mu}), \quad (17.3)$$

мы приходим к равенству

$$\sum_V \frac{f_{VK^+ K^-}}{g_V} = 1. \quad (17.4)$$

Затруднение теперь состоит в том, что, хотя мы и знаем из эксперимента все три константы g_V , выражение (17.4) все еще содержит слишком много неизвестных величин, чтобы его можно было сравнивать с опытом. (Измеренная парциальная вероятность распада $\phi \rightarrow K^+ K^-$ приводит к $f_{\phi K^+ K^-}^2 / 4\pi = 1,49$.) Нам необходимы какие-то

дополнительные соображения, чтобы разделить ток на части и распределить их между ρ , ω и ϕ .

Очень заманчивой выглядит возможность использовать представление кварковой модели о том, что ϕ -мезон является чистым состоянием $s\bar{s}$ и поэтому взаимодействует только с s -кварками системы. Для этой цели естественно ввести три тока, J^u , J^d , J^s , которые связаны только с u -, d - или s -кварками (так, будто каждый из них имеет единичный заряд). Тогда, например, электрический ток (для которого заряды u -, d - и s -кварков равны соответственно $2/3$, $-1/3$, $-1/3$) имеет вид

$$J^{\text{эл}} = \frac{2}{3} J^u - \frac{1}{3} J^d - \frac{1}{3} J^s. \quad (17.5)$$

Далее, поскольку $\rho = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$, определим ток ρ -типа как $J^\rho = (J^u - J^d)/\sqrt{2}$ и аналогично ток ω -типа как $J^\omega = (J^u + J^d)/\sqrt{2}$; в силу того, что $\phi = \bar{s}s$, ток ϕ -типа равен просто $J^\phi = J^s$. Отсюда

$$J^{\text{эл}} = \frac{1}{\sqrt{2}} J^\rho + \frac{1}{3\sqrt{2}} J^\omega - \frac{1}{3} J^\phi. \quad (17.6)$$

Теперь мы сделаем очевидное предположение, что каждый из трех токов, на которые расщепляется $J^{\text{эл}}$ в (17.6), приводит к соответствующему резонансному вкладу векторного мезона в выражении (17.2). Это можно записать очень просто, если g_V действительно соотносится так, как того требует кварковая модель (лекция 16): тогда, конечно,

$$\langle Y | J_\mu^V | X \rangle = \text{const} \left(\frac{-m_V^2}{q^2 - m_V^2 + i\Gamma_V m_V} \right) \langle Y V_\mu | X \rangle, \quad (17.7)$$

где константа одинакова для всех кварков и равна $\sqrt{2}/g_\rho$.

Кроме того, нам надо еще определить, как J^u , J^d , J^s или J^ρ , J^ω , J^ϕ связаны с экспериментально наблюдаемыми величинами. Вместо кварковых чисел можно использовать в качестве трех сохраняющихся величин (каждая из которых является вполне определенной для любого перехода $X \rightarrow Y$) изоспин, гиперзаряд и число кварков (или

лучше — барионное число). Итак, пусть J^3 обозначает ток, соответствующий 3-й компоненте изоспина, J^Y — ток гиперзаряда, а J^B — барионный ток (равный току для числа кварков, умноженному на $1/3$). Тогда

$$\begin{aligned} J^u &= J^3 + \frac{1}{2} J^Y + J^B, \\ J^d &= -J^3 + \frac{1}{2} J^Y + J^B, \\ J^s &= -J^Y + J^B \end{aligned} \quad (17.8)$$

(если, например, вы подставите в токи квантовые числа u -кварка, т. е. $I_3 = 1/2$, $Y = 1/3$, $B = 1/3$, то получите 1 для J^u , 0 для J^d и J^s и т. д.).

Отсюда

$$\begin{aligned} J^p &= \sqrt{2} J^3, \\ J^\omega &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} J^Y + J^B \right), \\ J^\varphi &= -J^Y + J^B. \end{aligned} \quad (17.9)$$

Это уже представляет собой точное определение того, что мы понимаем под токами в (17.5) и (17.6).

В качестве примера применим полученные результаты к распаду $\varphi \rightarrow K^+ K^-$. Нам надо найти связь тока J^φ с K^+ -мезоном (для полноты найдем также J^p и J^ω). Квантовые числа K^+ -мезона суть $I_3 = +1/2$, $Y = +1$, $B = 0$; поэтому при $q^2 = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \langle K^+ | J^p | K^+ \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ \langle K^+ | J^\omega | K^+ \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ \langle K^+ | J^\varphi | K^+ \rangle &= -1. \end{aligned} \quad (17.10)$$

Комбинируя (17.10) с (17.6) и (17.2), находим

$$\frac{f_{\rho K^+ K^-}}{g_\rho} = \frac{1}{2}; \quad \frac{f_{\omega K^+ K^-}}{g_\omega} = \frac{1}{6}; \quad \frac{f_{\varphi K^+ K^-}}{g_\varphi} = \frac{1}{3}.$$

Эти числа определяют, в какой пропорции единица делится между тремя слагаемыми в сумме (17.4). Во

всяком случае, мы получаем величину отношения

$$\frac{f_{\Phi K^+ K^-}^2 / 4\pi}{g_{\Phi}^2 / 4\pi} = \frac{1}{9},$$

прекрасно согласующуюся со значением $f_{\Phi K K}^2 / 4\pi = 1,49$, которое следует из распада $\Phi \rightarrow K^+ K^-$, и величиной $g_{\Phi}^2 / 4\pi = 13,2$ из $\Phi \rightarrow e^+ e^-$.

Сколь медленно происходит распад $\Phi \rightarrow 3\pi$ по сравнению с $\omega \rightarrow 3\pi$? Φ -мезон распадается на три пиона в 15% всех случаев, но его полная ширина Γ равна всего лишь 4 МэВ; поэтому для парциальной ширины получаем только 0,6 МэВ, в то время как для ω -мезона парциальная ширина равна 9 МэВ. Фазовый объем больше для Φ , но для более детального анализа необходимо также знать поведение матричных элементов. Если e — поляризация векторного мезона, а p_1, p_2 и p_3 — 4-импульсы трех пионов, то амплитуда должна представлять собой константу, умноженную на $\epsilon_{\mu\nu\sigma\rho} e_{\mu} p_{1\nu} p_{2\sigma} p_{3\rho}$. Для Φ эта константа должна быть приблизительно в 10 раз меньше, чем для ω .

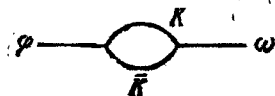
ЛЕКЦИЯ 18

Φ как $s\bar{s}$

По-видимому, Φ -мезон ведет себя как чистое состояние $s\bar{s}$. Что это означает, или, точнее, как можно выразить этот факт на языке квантовых чисел или каких-либо правил отбора без ссылок на кварковую модель? Нам это не известно. Мы говорим, что Φ -мезон слабо связан с состояниями, в которых нет странных частиц, т. е. его распад на три пиона маловероятен, а вероятность распада на два K -мезона довольно велика. И все же представлению о «состоянии, в котором нет странных частиц», нелегко придать смысл. В присутствии сильного взаимодействия состояние типа $K\bar{K}$ не имеет таких квантовых чисел, которые отличали бы его от 3π . В самом деле, благодаря виртуальным взаимодействиям состояние $K\bar{K}$ должно быть сильно связано с 3π (например, через виртуальный ω -мезон: $K\bar{K} \leftrightarrow \omega \leftrightarrow 3\pi$). Таким

образом, остается вопрос: что же удерживает φ от сильной связи с 3π ?

С точки зрения кварковой модели мы могли бы воспользоваться доводом, что состояние $s\bar{s}$ отличается от состояния ω -мезона $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ просто тем, что s -кварки обладают большей массой (или характеризуются другой энергией взаимодействия), чем нестранные кварки. Поэтому в низшем порядке теории возмущений собственными состояниями энергии являются $s\bar{s}$ и $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$. Затем мы находим, что эти состояния нестабильны и под воздействием каких-то возмущений распадаются, причем с малыми ширинами. Однако такое «возмущение» нельзя считать малым — φ^0 и ω^0 связаны со всеми мезонными состояниями (константа связи с $K\bar{K}$ для ω составляет $-1/\sqrt{2}$ от константы для φ). Из-за этих виртуальных мезонных состояний ω и φ должны смешиваться; например, диаграммы типа



приводят к переходу $\varphi \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \omega$. Такие диаграммы не поддаются вычислению (та, что приведена выше, расходится квадратично). Попытки произвести расчет такого рода петель, обусловленных сильными взаимодействиями, никогда и ни в одной задаче не приводили к успеху. Тем не менее обычно бывает справедливо качественное представление, что если какие-то состояния могут быть связаны через виртуальные состояния сильновзаимодействующих частиц, то они могут переходить друг в друга. Константы связи $f_{\varphi K\bar{K}}$ и $f_{\omega K\bar{K}}$ столь велики, что обусловленные ими эффекты должны, по всей вероятности, быть порядка единицы, т. е. сильно смешивать исходные чистые состояния $s\bar{s}$ и $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$.

Всегда, конечно, можно считать, что мир просто-напросто сложен и что чистое состояние $s\bar{s}$ в принципе не выделено, однако очень виртуальные взаимодействия выбирают некоторую линейную комбинацию состояний $s\bar{s}$ и $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$, чтобы построить φ (и ортогональную

комбинацию для ω), причем такой комбинацией оказывается именно состояние $s\bar{s}$.

В этом случае, вероятно, действительно можно понять, почему вероятность распада $\phi \rightarrow \pi\pi$ столь мала, но очевидно ли в такой модели, почему маловероятен распад $\phi \rightarrow 3\pi$?

Еще более поразителен тот факт, что такая «случайность» повторяется и в другом случае! Из числа мезонов со спином 2^+ резонанс $f(1260)$ хорошо распадается на 2π или 4π , а также на $K\bar{K}$. В то же время $f(1514)$ распадается только на $K\bar{K}$, но не переходит в 2π , несмотря даже на больший фазовый объем. [Парциальные ширины, полученные в кварковой модели ФКР с использованием чистых состояний $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ для $f(1260)$ и $s\bar{s}$ для $f(1514)$, слишком велики, но их отношения оказываются правильными.]

Парциальные ширины для мезонов со спином 2^+ , полученные из эксперимента и из кварковой модели ФКР [3], приведены в табл. 3.

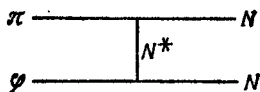
Таблица 3

Парциальные ширины $f(1260)$ и $f(1514)$

Распад	Парциальная ширина, МэВ	
	эксп	ФКР
$f(1260) \rightarrow \pi\pi$	130	244
$\rightarrow K\bar{K}$	~ 8	13
$\rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$	~ 8	—
$f(1514) \rightarrow K\bar{K}$	40	103
$\rightarrow \bar{K}K^* + K\bar{K}^*$	< 14	15
$\rightarrow \pi\pi$	< 8	0
$\rightarrow \eta\pi\pi$	< 12	—
$\rightarrow \eta\eta$	< 20	—

Замечание. В физике адронов можно указать еще два явления, которые связаны с ϕ -мезоном и выглядят малопонятными, если только не принять, что рассматриваемый как чистое состояние $s\bar{s}$ ϕ -мезон слабо взаимодей-

ствует с адронными состояниями нулевой странности. Первое из них — это реакция $\pi + N \rightarrow N + \varphi$ с вылетом φ -мезона в направлении, противоположном импульсу начального пиона:



Ее сечение очень мало, как если бы φ -мезон не был связан с вершиной NN^* (N^* — какая-либо нуклонная траектория). Реакция $p + \bar{p} \rightarrow \varphi + \pi$ тоже подавлена очень сильно (по сравнению, например, с $p + \bar{p} \rightarrow p + \pi$). Это выглядит так, как будто входящие в φ -мезон кварки s и \bar{s} нельзя построить из нестранных кварков, содержащихся в других частицах.

МДВМ и фотон-адронные взаимодействия

Полная векторная доминантность означает, что фотоны не могут взаимодействовать с адронами иначе, как в два этапа: сначала фотон переходит в ρ , ω или φ , а затем этот ρ -, ω - или φ -мезон (обозначим его в общем случае через V) взаимодействует с адронами. Поэтому можно ожидать, что амплитуды типа

$$A(\gamma + A \rightarrow B) = \sqrt{4\pi e^2} \sum_V \frac{1}{g_V} A(V + A \rightarrow B) \quad (18.1)$$

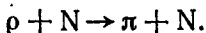
связаны между собой какими-то соотношениями.

При использовании этой формулы возникает несколько вопросов. Во-первых, это теоретический вопрос о смысле такого выражения. Поскольку для фотона $q^2 = 0$, векторный мезон в правой части (18.1) должен быть виртуальным и иметь $q^2 = 0$. Амплитуду при этом невозможно определить строго. Масса налетающей частицы, видимо, наименее существенна при больших значениях s (когда $E \approx p$ для любой конечной массы). Это утверждение можно рассматривать как довод в пользу того, что выражение (18.1) с реальными векторными мезонами в правой части должно быть ближе всего к

истине при очень больших s . С этим же связана и другая неопределенность: фотон имеет только две поляризации, т. е. спиральности ± 1 ; поэтому наше уравнение имеет смысл только для состояний V с соответствующей спиральностью ± 1 . Однако спиральность не является релятивистски инвариантным понятием и зависит от системы координат. Большинство теоретиков пришли к выводу, что спиральность ρ -мезона должна быть равна ± 1 в s -канальной системе. Во всяком случае, эта неопределенность тоже уменьшается при переходе к большим значениям s . Поэтому, чтобы не входить в очень сложные рассуждения, ограничимся сравнением с экспериментом при наибольших из доступных сейчас энергий.

Следующая проблема состоит в том, как найти сечения для векторных мезонов или амплитуды $A(V+A \rightarrow B)$: ведь в конце концов пучков векторных мезонов нет. Иногда здесь помогают теоретические соображения, но если они слишком сложны, то использовать их для проверки МДВМ невозможно. Наиболее полезными оказываются следующие простые случаи.

1. Образование псевдоскалярных мезонов, например в реакции



2. Дифракционное (упругое) рассеяние на нуклонах, $\rho + N \rightarrow \rho + N$, или на ядрах, $\rho + \text{Ядро} \rightarrow \rho + \text{Ядро}$.

Обсудим по очереди оба случая.

Изучение процесса $\rho + N \rightarrow \pi + N$ можно осуществить путем экспериментального исследования обратной реакции $\pi + N \rightarrow \rho + N$, которая должна описываться той же самой амплитудой. О результатах исследования этой реакции при энергии 15 ГэВ сообщил Лейт [9]. Разумеется, ρ -мезон непосредственно не наблюдается; данные по реакции $\pi^- p \rightarrow \rho^0 p$ извлекаются из полного анализа процесса $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ при выделении соответствующей области масс для двух пионов в конечном состоянии. Кроме того, необходимо принять во внимание некоторые поправки на присутствие таких пар пионов, скажем, в s -волне друг относительно друга, которые не связаны с распадом виртуальных ρ -мезонов. Несмотря на эти трудности, данные при малых t были детально

проанализированы теоретически, и результаты такого анализа можно уже сравнивать с предсказаниями МДВМ.

Нам, естественно, хотелось бы сравнивать эти результаты с реакциями типа $\gamma + p \rightarrow \pi^+ n$. Согласно МДВМ, процесс $\gamma N \rightarrow \pi N$ непосредственно связан с $\pi^- p \rightarrow V^0 n$, где V^0 — линейная комбинация векторных мезонов ρ , ω и ϕ . Поскольку взаимодействие ϕ с нестранными мезонами мало, мы его опустим, равно как и ω — ϕ -интерференцию. Тогда МДВМ предсказывает, например, что (после возведения в квадрат соответствующих амплитуд)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[\frac{d\sigma}{dt} (\gamma p \rightarrow \pi^+ n) + \frac{d\sigma}{dt} (\gamma n \rightarrow \pi^- p) \right] = \\ = 4\pi e^2 \left[\frac{1}{g_\rho^2} [\rho_{11}]_\rho \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \rho^0 n) + \right. \\ \left. + \frac{1}{g_\omega^2} [\rho_{11}]_\omega \frac{d\sigma}{dt} (\pi^- p \rightarrow \omega n) \right]. \quad (18.2) \end{aligned}$$

Здесь $[\rho_{11}]$ — элементы матрицы плотности, которые соответствуют реакции со спиральностью ± 1 . Данные для процесса с образованием ω -мезона отсутствуют, но, поскольку $g_\rho^{-2} : g_\omega^{-2} \approx 9 : 1$, второй член, вероятно, всегда мал. Кроме того, при энергии 8 ГэВ само сечение $d\sigma/dt (\pi^- p \rightarrow \rho^0 n)$ на нулевой угол примерно в 10 раз превосходит сечение $d\sigma/dt (\pi^- p \rightarrow \omega n)$. Следовательно, вклад ω -мезона в результат МДВМ может составить что-то около 1%. Этого, однако, нельзя сказать о слагаемом, описывающем ρ — ω -интерференцию (амплитуда порядка 0,1, интерферируя с 1, может привести к вкладу $\sim 20\%$, тогда как ее квадрат равен всего лишь 1%). Именно по этой причине сравнение производится для суммы сечений $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ и $\gamma n \rightarrow \pi^- p$; в такой сумме, как следует из изоспиновых соотношений, ρ — ω -интерференционные члены взаимно сокращаются (равно как и ρ — ϕ -интерференция).

При измерении угловых распределений пар пионов $\pi^+ \pi^-$, образующихся при распаде поляризованных ρ^0 -мезонов, были определены сечения для всех спиральных состояний ρ . Соответствующие данные приводятся в виде

элементов матрицы плотности. Имеются также данные для фотонов, поляризованных перпендикулярно или параллельно плоскости реакции. Поэтому мы можем проверить соотношения МДВМ для двух сечений. МДВМ предсказывает, что

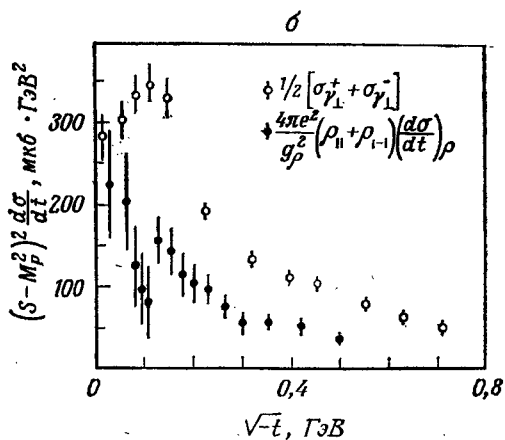
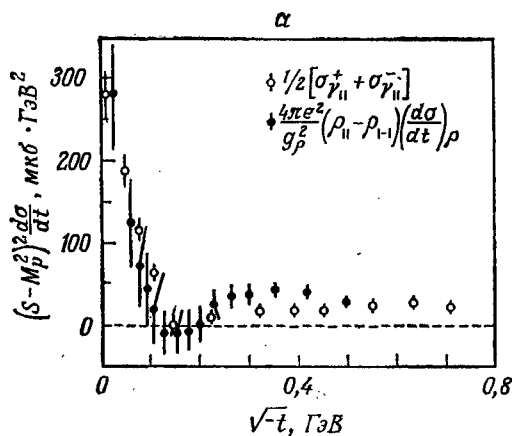
$$\frac{d\sigma_{\perp}}{dt}(\gamma N \rightarrow \pi N) = \frac{4\pi e^2}{g_{\rho}^2} [\rho_{11} + \rho_{1-1}] \frac{d\sigma}{dt}(\pi^{-} p \rightarrow \rho^0 p), \quad (18.3)$$

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{dt}(\gamma N \rightarrow \pi N) = \frac{4\pi e^2}{g_{\rho}^2} [\rho_{11} - \rho_{1-1}] \frac{d\sigma}{dt}(\pi^{-} p \rightarrow \rho^0 p), \quad (18.4)$$

где $d\sigma/dt(\gamma N \rightarrow \pi N)$ означает среднее для $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^{-} p)$ и $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^{+} p)$, т. е. полусумму этих сечений, а ρ_{11} и ρ_{1-1} — элементы матрицы плотности в спиральном базисе. Результаты сравнения левых и правых частей приведены на фиг. 7. Данные для поляризованных фотонов при 15 ГэВ пока еще отсутствуют, поэтому производилась приблизительная экстраполяция результатов, полученных при 8 ГэВ; это не влияет на величину суммы $\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel}$, которая, разумеется, измерялась при 15 ГэВ как полное сечение для неполяризованных фотонов.

Из фиг. 7 видно, что соотношения МДВМ хорошо выполняются для рассеяния вперед и вообще для σ_{\parallel} , которое соответствует обмену с ненатуральной четностью. Для σ_{\perp} при удалении от $t = 0$ наблюдается явное расхождение. Следовательно, МДВМ не может играть роль правильной общей теории (если только исключить возможность аномально большого вклада ω -мезона в этой области).

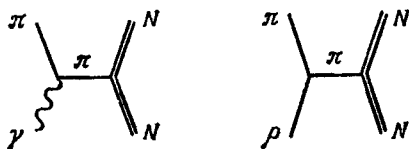
Итак, фотоны взаимодействуют несколько иначе, чем векторные мезоны вне массовой поверхности. Как же именно они взаимодействуют? Чтобы добиться успеха, нам необходимо исследовать природу отклонений от точной МДВМ и установить их характерные особенности. Если бы, например, у нас была хорошая теория (которой в настоящее время нет, но которую следовало бы разработать), то мы смогли бы объяснить, почему эти различные сечения совпадают в случае σ_{\parallel} и для рассеяния вперед, но не совпадают в случае σ_{\perp} . Может



Фиг. 7.

оказаться, что в рассмотренном примере спрятан какой-то ключ к решению проблемы, поэтому мы продолжим его изучение.

Значения t , которые здесь рассматриваются, столь малы, что однопионный обмен должен был бы давать доминирующий вклад в оба сечения (как для γ -квантов, так и для ρ -мезонов). Если бы это утверждение выполнялось строго без поправок на абсорбцию, то следовало бы ожидать, что между сечениями существует соотношение, аналогичное (18.2), (18.3) или (18.4), — просто из-за соответствия диаграмм



Единственная разница (за исключением различия в m^2 для γ -квантов и ρ -мезонов и выбора правильных спиральных амплитуд для сравнения) состояла бы в том, что связь фотона с пионами содержит сумму их импульсов $p_{1\mu} + p_{2\mu}$, умноженную на $\sqrt{4\pi e^2}$, тогда как в случае ρ -мезона этот коэффициент заменяется на $f_{\rho\pi\pi}$. Следовательно, мы можем ожидать, что вместо (18.1) должно выполняться соотношение

$$A(\gamma N \rightarrow \pi N) = \sqrt{4\pi e^2} \frac{1}{f_{\rho\pi\pi}} A(\rho N \rightarrow \pi N), \quad (18.5)$$

а также соответствующие равенства для сечений, т. е. (18.3) и (18.4), в которых g_ρ^2 надо заменить на $f_{\rho\pi\pi}^2$. Хотя при малых t эти соотношения удовлетворяются, мы здесь не произвели какой-либо новой проверки гипотезы векторной доминантности, за исключением только равенства $f_{\rho\pi\pi}^2 \approx g_\rho^2$, которое, как мы уже видели, выполняется очень хорошо. Если бы совпадение констант связи было случайным, то согласие для малых t означало бы только, что при таких t в обеих реакциях доминирует однопионный обмен — то, чего мы и ожидали исходя из совсем иных соображений.

С другой стороны, даже при малых t , например при $\sqrt{-t} = m_\pi$, две теории расходятся — как это могло произойти? В член, описывающий однопионный обмен, конечно, необходимо ввести поправки на поглощение. Различие между $\sigma_{\nu N}$ и σ_{pN} при малых t скорее всего следует отнести на счет разной степени, с которой абсорбция меняет предсказания однопионного обмена.

Прежде всего следует заметить (см. доклад Лейта [9]), что однопионный обмен с поправкой на абсорбцию (введенной Вильямсом [10]) прекрасно описывает данные по образованию ρ -мезонов. Для интересующих нас величин этот подход приводит к следующим соотношениям:

$$s^2 [\rho_{11} + \rho_{1-1}] \frac{d\sigma_{\perp}}{dt} = 290 m_\pi^{-4} \exp(10(t - m_\pi^2)) \left[-\frac{1}{2}\right]^2 \quad (18.6)$$

и

$$s^2 [\rho_{11} - \rho_{1-1}] \frac{d\sigma_{\parallel}}{dt} = 290 m_\pi^{-4} \exp(10(t - m_\pi^2)) \left[\frac{t}{t - m_\pi^2} - \frac{1}{2}\right]^2. \quad (18.7)$$

В связи с обсуждением фоторождения мы уже видели, что однопионный обмен без учета поглощения дает

$$A_{\perp} \approx 0 \text{ и } A_{\parallel} \approx \frac{t}{t - m_\pi^2}$$

и что при идеальной абсорбции из каждой амплитуды должна вычитаться $1/2$. Это приводит к обращению A в нуль при $-t = m_\pi^2$ и к одинаковым с точностью до знака амплитудам A_{\parallel} и A_{\perp} при больших значениях $-t$, а значит — к асимметрии, которая возрастает от 0 при $t = 0$ до 1 при $-t = m_\pi^2$ и затем снова падает до 0. Это согласуется с асимметрией, наблюдаемой в реакциях с образованием ρ -мезонов, но не в случае фоторождения, где при больших $-t$ она убывает довольно умеренно, скажем до 0,5. Вся картина здесь выглядит так, как будто для учета абсорбции в реакциях с фотоном надо вычесть из обеих амплитуд по $2/3$. (Тогда асимметрия равна 1 при $-t = 2m_\pi^2$ и падает до 0,6 при больших

значениях $-t$, что не противоречит эксперименту.) На самом деле мы как раз и не знаем, почему член, вычитаемый для учета абсорбции, должен всегда быть равен в точности $1/2$. Вполне возможно, что в случае фотона имеется дополнительный вклад (изоскалярный или изовекторный?), который увеличивает вычитаемую константу по сравнению с $1/2$ в случае ρ -мезона. Главное здесь в том, что существует эффект, различный для ρ и γ и, следовательно, отличающийся от предсказаний МДВМ (если только он не возник из-за вклада ω -мезона). С другой стороны, правильное значение вычитаемой константы определяется на опыте по величине сечения при $t = 0$, которая пропорциональна квадрату этой константы с известными коэффициентами. При этом она действительно оказывается равной $1/2$ с точностью 10%.

Гораздо более удивительной представляется разница между $\sigma_{\gamma\perp}$ и $\sigma_{\rho\perp}$. Она велика уже при малых значениях t : $\sigma_{\rho\perp}$ убывает значительно быстрее, чем $\sigma_{\gamma\perp}$. Почему? Я не знаю. Секрет здесь, по-моему, кроется в причине быстрого падения сечения $\sigma_{\rho\perp}$. При подгонке этого сечения в модели однопионного обмена с поправкой на абсорбцию было эмпирически найдено, что в него необходимо включить множитель $\exp\{10(t - m_\pi^2)\}$. Вильямс [10] предположил существование подобного множителя для учета абсорбционных эффектов, но он ожидал значительно более медленного убывания [типа $\exp\{3(t - m_\pi^2)\}$]. Следствием каких причин оказывается столь быстрое и неожиданное падение? Очень вероятно, что оно обусловлено методом обработки экспериментальных данных. Вклад от амплитуды с образованием пары пионов в s -волне, где резонанс ρ отсутствует, должен быть исключен. Значения элемента матрицы плотности ρ_{11} особенно чувствительны к тому, как это делается, вблизи $-t = m_\pi^2$ (не чувствительны при $t = 0$ или $-t \approx 10m_\pi^2$). И все-таки существует какой-то вклад в обмен с натуральной четностью, который различен для γ и ρ (и нарушает МДВМ). Как построить теорию, описывающую, где и когда должны возникать подобные отклонения? Мы оставим эту проблему в качестве задачи для более детального анализа. Одна из очевидных возможностей,

чтобы понять, как в показателе экспоненты появляется большое число, состоит в аналогии с поведением суммарных абсорбционных эффектов, наблюдаемых в упругом рассеянии. Следует напомнить, что в случае рассеяния пиона на нуклоне сечение спадает как $\exp(bt)$, где b порядка 8 или 9. Поэтому может получиться, что тщательный анализ поглощения, а также возможности того, что источник пионов во много раз превосходит по своим размерам нуклон или ρ -мезон, объяснит подобное поведение сечений. Основная трудность, однако, состоит в том, что надо еще объяснить и куда более медленное падение сечения в случае фоторождения. Поэтому, какой бы ни была причина, она действует по-разному при образовании псевдоскалярных частиц фотонами или ρ -мезонами. В изучении таких процессов заложена возможность физического понимания того, в чем неправильны представления МДВМ. Эта задача не может быть трудной, поскольку эффект наблюдается при малых значениях t , а значит, при больших прицельных параметрах, т. е. в той области, где физические явления обычно можно понять.

ЛЕКЦИЯ 19

Дифракционное образование ρ -, ω - и ϕ -мезонов

Мы переходим теперь к следующей теме: дифракционному образованию векторных мезонов фотонами. Рассмотрим сначала фоторождение ρ -мезонов, ибо для них имеются более полные данные. Я не стану вдаваться в столь же детальное, как и раньше, обсуждение результатов (подробный обзор можно найти в докладе Вулфа [11]). Нашей главной задачей будет сравнение с предсказаниями МДВМ.

Образование ρ^0 -мезонов в реакции $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$. Этот процесс очень похож на дифракционное рассеяние. Его сечение стремится к константе при высокой энергии и имеет типичную для такого рассеяния угловую зависимость. Но как же фотон дифрагирует в ρ^0 -мезон? Один из ответов дается МДВМ, согласно которой из

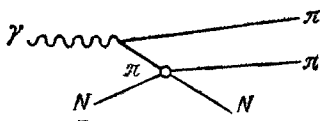
соотношения (18.1) для амплитуд следует

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma N \rightarrow \rho^0 N) = \frac{4\pi e^2}{g_\rho^2} \frac{d\sigma}{dt}(\rho^0 N \rightarrow \rho^0 N) \quad (19.1)$$

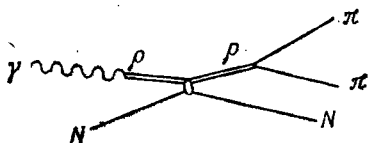
(поскольку процессы $\omega^0 N \rightarrow \rho^0 N$ и $\phi^0 N \rightarrow \rho^0 N$ идут с изменением изоспина, следует ожидать, что их сечения быстро убывают с ростом энергии и потому остается только член с ρ^0). Мы не в состоянии непосредственно измерить сечение рассеяния ρ^0 -мезона на нуклонах, но можно ожидать, что оно представляет собой типичное упругое рассеяние.

Прямолинейное использование «наивной» кварковой модели, при котором считается, что кварки рассеиваются независимо от ориентации их спина и что они одинаково распределены внутри ρ^0 и π^0 , приводит к равенству $\sigma(\rho^0 N) = \sigma(\pi^0 N)$. Прямых измерений последнего сечения нет, но изотопическая инвариантность определяет его как $\frac{1}{2}[\sigma(\pi^- N \rightarrow \pi^- N) + \sigma(\pi^+ N \rightarrow \pi^+ N)]$. На опыте полное сечение $\gamma N \rightarrow \rho^0 N$ действительно меняется с энергией точно так же, как и $\frac{1}{2}[\sigma(\pi^+ N) + \sigma(\pi^- N)]$. Оно хорошо описывается этим правилом и соотношением (19.1) с $g_\rho^2 = 2,8$.

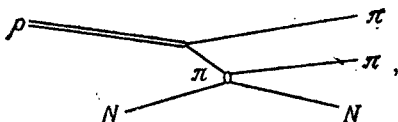
Существует неопределенность порядка 15%, связанная с тем, что реально наблюдается процесс $\gamma N \rightarrow N + \pi^+ + \pi^-$, в интерпретации которого имеется некоторая неоднозначность. Она связана с так называемыми диаграммами Дека, в которых γ -квант превращается в два пиона вне резонанса ρ , а один из пионов рассеивается затем на нуклоне в соответствии с диаграммой



вместо



Строго следуя МДВМ, надо было бы ожидать, насколько я могу судить, аналогичного эффекта и в случае рассеяния ρ -мезона с образованием 2π вследствие процесса



но, поскольку задача состоит только в оценке эффекта упругого ρN -рассеяния, мы можем пользоваться аналогией с $\pi^0 N$ -рассеянием.

Представление, согласно которому реакция $\gamma N \rightarrow \rho N$ дает нам информацию об упругом рассеянии $\rho N \rightarrow \rho N$, позволяет сделать выводы и о других особенностях этих процессов. В частности, можно измерить поляризацию вылетающего ρ -мезона. Она оказывается почти чисто поперечной и совпадает с поляризацией налетающего γ -кванта. Это является прекрасным свидетельством в пользу того, что в процессе упругого рассеяния (который называется также померонным обменом) спиральность в системе ц. и. не меняется.

Образование ω -мезонов. В этом случае дифракционный член меньше, так что играют роль и другие процессы, в частности (при более низких энергиях) однопионный обмен. Вклад в обмен с натуральной четностью дает не только померон но, возможно, еще и A_2 -траектория. Поэтому чисто дифракционная часть, необходимая для однозначной проверки МДВМ, пока еще не выделена.

Образование ϕ -мезонов. Эксперименты здесь несколько противоречивы, но кое-какие данные имеются.

Один из способов проверить соотношения МДВМ — это сравнить между собой дифференциальные сечения на нулевой угол для реакций $\gamma N \rightarrow V N$ и $V N \rightarrow V N$. Последнее, по-видимому, можно определить довольно хорошо с помощью оптической теоремы и оценок кварковой модели для полных $V N$ -сечений. Оценки кварковой модели для

ρ -, ω - и ϕ -мезонов при энергии 5 ГэВ таковы:

$$\sigma_{\text{полн}}(\rho\rho) = \sigma_{\text{полн}}(\omega\rho) = \frac{1}{2}[\sigma_{\text{полн}}(\pi^+\rho) + \sigma_{\text{полн}}(\pi^-\rho)] = 28 \text{ мб},$$

$$\sigma_{\text{полн}}(\phi\rho) = \sigma_{\text{полн}}(K^+\rho) + \sigma_{\text{полн}}(K^-\rho) - \sigma_{\text{полн}}(\pi^+\rho) = 15 \text{ мб}.$$

При обработке этих данных получаем следующие значения параметров: $g_\rho^2/4\pi = 2,6 \pm 0,3$, $g_\omega^2/4\pi = 24 \pm 5$ и $g_\phi^2/4\pi = 22 \pm 6$. Только константа g_ϕ^2 оказывается слишком большой. Это могло бы означать, что оценка кварковой модели для $\sigma_{\text{полн}}(\phi N)$ завышена — значение 10 мб подошло бы лучше.

ЛЕКЦИЯ 20

Дифракционное образование векторных мезонов можно также наблюдать, причем с лучшей статистикой и в более чистом виде, когда γ -кванты рассеиваются на ядрах [12]. В случае рождения ω -мезонов имеются трудности, поскольку регистрировать конечное состояние $\pi^+\pi^-\pi^0$ трудно; в то же время резонанс ρ столь широк, что возникают теоретические вопросы о правильной интерпретации данных. Наиболее ясным с экспериментальной точки зрения остается рождение ϕ -мезонов, однако для ρ -мезонов имеется намного больше данных. Конечно, в экспериментах по образованию ρ -мезонов наблюдается фоторождение пионных пар на ядрах. В распределении по массе для системы двух пионов виден отчетливый пик, положение которого соответствует массе ρ -мезона. Его форма асимметрична, что указывает на интерференцию с $\omega \rightarrow 2\pi$ точно так же, как и в экспериментах на встречных пучках e^+e^- .

В настоящее время имеются хорошие данные и для ϕ -мезонов. Зависимость от массового числа ядра A дает нам некоторое представление о поведении сечения $\sigma_{\text{ФР}}$, а абсолютная величина сечения позволяет определить g_ϕ . Тем не менее здесь возникает и некоторая неопределенность, поскольку результаты сильно зависят от выбора неизвестной величины, а именно вещественной части амплитуды ϕN -рассеяния вперед. Пусть $\alpha_{\phi N} = \text{Re} f_{\phi N} / \text{Im} f_{\phi N}$. Данных по $\gamma N \rightarrow \phi N$ недостаточно, что

бы определить все три величины $g_{\rho}^2/4\pi$, $\sigma_{\rho N}$ и $\alpha_{\rho N}$. Если $g_{\rho}^2/4\pi = 13,2$, то все, что мы можем отсюда вывести, — это, что $\alpha_{\rho N}$, вероятно, находится в интервале значений от $-0,3$ до $-0,5$, а $\sigma_{\rho N}$ — в интервале $8-14$ мб (для энергии около 7 ГэВ). Последняя величина, видимо, несколько меньше, чем предсказывает кварковая модель, но по этому поводу мало что можно сказать.

Данные для ρ -мезонов более обширны. Большая ширина приводит здесь к некоторой неясности в вопросе о том, какую часть всех событий следует приписать образованию ρ -мезонов. Мы снова имеем три параметра: $g_{\rho}^2/4\pi$, $\sigma_{\rho N}$ и $\alpha_{\rho N}$. Можно добиться согласия с ожидаемыми значениями первых двух величин, если положить $\alpha_{\rho N} = -0,24$ (но это число определено не очень точно). Экспериментальные данные приводят (при энергии $8,8$ ГэВ) к «хорошим значениям» $g_{\rho}^2/4\pi = 2,6$ и $\sigma_{\rho N} = 27$ мб. (Впрочем, величина $\alpha_{\rho N}$ определена плохо, а результаты от нее существенно зависят.)

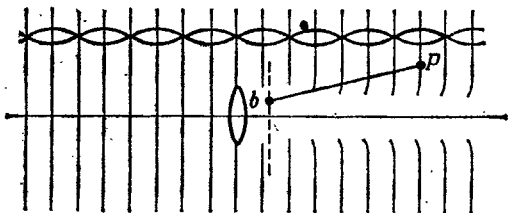
Итак, имеет место образование векторных мезонов, которое очень похоже на процесс дифракции. Вполне возможно, что такой процесс согласуется с МДВМ и количественно. Является ли это доказательством правильности модели? Я думаю, что нет, так как формулу (19.1) в применении к дифракционному рассеянию можно вывести (при очень высокой энергии) и из другой гипотезы, а именно что упругое рассеяние ρ -мезонов значительно превосходит их дифракционную диссоциацию (т. е. процесс $\rho N \rightarrow \rho^* N$, где ρ^* — какое-то иное состояние с тем же изоспином, что и у ρ ; такой переход тоже выживает при $s \rightarrow \infty$). Дифракционная диссоциация (типа $NN \rightarrow NN^*$ или $\pi N \rightarrow \pi^* N$) составляет в других реакциях, вероятно, всего лишь 30% упругого рассеяния на нуклоне. Поэтому нет оснований для того, чтобы нельзя было предполагать подобной малости и для ρ . К тому же, в случае ρ -мезонов нам надо только допустить, что вклад в дифракционную диссоциацию от ρ^* , имеющих спин 1^- (подобно фотону), мал по сравнению с упругим рассеянием. Имеется, кстати, непосредственное экспериментальное подтверждение того факта, что сечение $\gamma N \rightarrow \rho^* N$, где ρ^* — произвольное состояние с

изоспином 1 и спином 1⁻, образованное с помощью механизма дифракционной диссоциации, не убывает с энергией.

Для фоторождения частиц на ядрах предположение о преобладании упругого рассеяния над дифракционной диссоциацией по мере роста A выполняется все лучше. Дифракционное упругое рассеяние возникает из-за наличия тени от всего ядра, тогда как образование частиц, связанное с диссоциацией, может происходить только на его границах.

Дело в том, что для обоснования соотношения (19.1) нам не обязательно требовать, чтобы доминировал переход $\gamma \rightarrow \rho$; это соотношение следует также из преобладания процесса $\rho \rightarrow \rho$ при дифракции ρ -мезонов на нуклонах и ядрах.

Чтобы понять механизм такого явления, рассмотрим наиболее прозрачный пример рассеяния на большом ядре, когда наши предположения выполняются лучше всего. Вместо того чтобы обсуждать процесс $\gamma A \rightarrow \rho A$, рассмотрим обратную реакцию $\rho A \rightarrow \gamma A$ и сравним ее с $\rho A \rightarrow \rho A$. Высокоэнергетическое ρA -рассеяние выглядит, скажем, в лабораторной системе следующим образом:



Волны налетающего ρ -мезона приходят слева и, падая на ядро, поглощаются. На малых расстояниях (которые при $s \rightarrow \infty$ могут быть много больше длины волны) за мишенью, например в точках, отмеченных штриховой линией, волновая функция оказывается почти такой же, как исходная волновая функция ρ -мезона, но с дыркой, которая зависит от прицельного параметра b . Вдали от ядра волны медленно дифрагируют в тень в соответствии с принципом Гюйгенса. Если $1 - a(b)$ представляет собой вероятность найти ρ -мезон на при-

цельном расстоянии b (так что a близко к 1 для b , меньших радиуса ядра, и близко к 0 вне этой области), то амплитуда расходящейся волны с поперечным импульсом Q дается выражением $\int (1 - a(b)) e^{-iQ \cdot b} d^2b = f(Q)$. Амплитуда в точке P равна приблизительно

$$\psi(P) = \int [1 - a(b)] \frac{e^{ikr}}{r} d^2b. \quad (20.1)$$

Очевидно, что 1 в этом выражении описывает только проходящий вперед пучок и нас не интересует. Поэтому все выглядит так, как если бы рассеянные ρ -мезоны вылетали только с поверхности ядра. В той мере, в какой ρ -мезон не является точечной частицей, а, скажем, составлен из каких-то частей (это показано переплетенными линиями), мы, конечно, не можем получить точное выражение для всех интересующих нас величин через амплитуду рассеяния ρ . В этом случае необходимо ввести функцию, зависящую от переменных, которые характеризуют все части ρ . Ясно, однако, что для прицельного параметра b вне ядра эти части обладают той же самой амплитудой относительного движения, что и в ρ -мезоне. Только около ядра происходит некоторое искажение относительной конфигурации составляющих частей, и появляется возможность для перехода в какие-то состояния, отличные от ρ . Очевидно, что $a(b)$ представляет собой амплитуду для ρ -мезона как целого при всех значениях b , кроме близких к границе ядра. Поэтому упругое рассеяние значительно больше (по крайней мере для ядер), чем дифракционная диссоциация.

Как мы уже видели, обсуждая эксперименты на встречных пучках e^+e^- , всякий раз, когда присутствует ρ -мезон, имеется отличная от нуля амплитуда для его распада на e^+e^- (через фотон) и, следовательно, существует источник электромагнитного поля. Соответствующий ему ток j_μ определяется выражением $\sqrt{4\pi e^2} F_\rho$ ($F_\rho = M_\rho^2/g_\rho$), умноженным на амплитуду вероятности обнаружить ρ -мезон, поляризованный в направлении μ .

Таким образом, в каждой пространственной точке P имеется источник электромагнитного поля с амплитудой $\psi(P)$, а, значит, полная амплитуда вероятности найти

Фотон, испускаемый с волновым вектором \mathbf{k}_{out} , равна $\int \psi(\mathbf{P}) \exp(-i\mathbf{k}_{\text{out}} \cdot \mathbf{P}) d^3P$. Если подставить сюда наше выражение для $\psi(\mathbf{P})$, то свертка выражений $e^{-i\mathbf{k}r/r}$ и $\exp[-i\mathbf{k}_{\text{out}} \cdot \mathbf{P}]$ дает просто $\exp(-i\mathbf{k}_{\text{out}} \cdot \mathbf{b}) / (k^2 - k_{\text{out}}^2)$. Но поскольку $k^2 = m_\rho^2$, а $k_{\text{out}}^2 = 0$, мы получаем амплитуду испускания фотона в виде

$$\frac{\sqrt{4\pi e^2} F_\rho}{m_\rho^2} \int [1 - a(b)] \exp(-i\mathbf{Q}_{\text{out}} \cdot \mathbf{b}) d^2b, \quad (20.2)$$

где \mathbf{Q}_{out} — поперечная компонента вектора \mathbf{k}_{out} . Интеграл здесь такой же, как и для упругого рр-рассеяния, поэтому амплитуды этих процессов пропорциональны друг другу, а их сечения относятся как $4\pi e^2/g_\rho^2$.

Можно, конечно, провести и более детальное математическое рассмотрение, аккуратно разделяя поперечный и продольный (вдоль оси z) импульсы, с тем чтобы выяснить, где существенно предположение, что энергия велика. Последнее нетрудно понять, если пренебречь дифракцией волны в тень. Тогда за ядром вперед распространяется волна $\exp(ik_z^0 z) (1 - a(b))$, где $k_z^0 = \sqrt{E^2 - m_\rho^2} = E - m_\rho^2/2E$, а E — энергия налетающего ρ -мезона. Амплитуда рождения фотона с энергией E , поперечным импульсом Q и продольным импульсом $k_z^y = E - Q^2/2E$ равна

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4\pi e^2} F_\rho}{i2E} \int \exp[i(k_z^0 - k_z^y)z] [1 - a(b)] \exp(i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{b}) d^2b dz = \\ = - \frac{\sqrt{4\pi e^2} F_\rho}{2E(k_z^0 - k_z^y)} f(Q) = \frac{\sqrt{4\pi e^2} F_\rho}{m_\rho^2 - Q^2} f(Q). \end{aligned} \quad (20.3)$$

Множитель $1/2E$ включен сюда для того, чтобы учесть релятивистскую нормировку $1/\sqrt{2E}$ для начальных и конечных частиц. Множитель $m_\rho^2 - Q^2$ неправилен; учет дифракции в тень делает его равным m_ρ^2 [как будто для ρ -мезонов, летящих в данном направлении, $k_z^0 = E - (m_\rho^2 + Q^2)/2E$].

Очевидно, что в таком процессе поляризация γ и ρ совпадает. Это было очень тщательно проверено на опыте и производит сильное впечатление: поляризация ρ -мезона, образованного поляризованным γ -квантом, почти точно такая же, как и у исходного фотона.

Часто высказывалось мнение, что соотношение (19.1), предсказываемое МДВМ, возникает из-за диаграммы вроде



Здесь предполагается, что фотон превращается в виртуальный ρ -мезон с $q^2 = 0$ и, следовательно, константа $\gamma\rho$ -взаимодействия F_ρ (или m_ρ^2/g_ρ) должна соответствовать $q^2 = 0$, а не $q^2 = m_\rho^2$, при котором она измерялась на встречных пучках e^+e^- . Установить, что такая константа не меняется в диапазоне q^2 от 0 до m_ρ^2 — это и означает произвести проверку МДВМ. Рассматривая обратную реакцию и пренебрегая дифракционной диссоциацией, мы видели, однако, что соответствующая константа должна браться в точке $q^2 = m_\rho^2$ и никакой экстраполяции здесь не требуется.

Дж. Мандула подтвердил мою аргументацию, используя дисперсионные соотношения и формулу приведения.

Теперь настала очередь предположения о возможности пренебречь дифракционной диссоциацией. Около границы ядра части, из которых был составлен налетающей ρ -мезон, могут не находиться точно в том же состоянии относительного движения, из которого образуется ρ . Они могут также образовать фотон. Ясно, что соответствующая амплитуда мала. Она определяется выражением, которое имеет вид суммы по ρ^* от произведения $F_{\rho^*}/m_{\rho^*}^2$ на амплитуду рождения состояния ρ^* (где F_{ρ^*} — константа связи ρ^* с фотонами). Для ядер, во всяком случае, это выражение должно быть невелико, ибо состояние ρ^* рождается только вблизи их границы. Дело даже не в том, что F_{ρ^*} мало (такое вполне

может быть, поскольку при взаимодействии фотонов с ядрами, по-видимому, рождается очень мало ρ^* , а это определяет величину $F_0^2 \cdot \sigma_{\rho^* N}$, сколько в том, что невелико число состояний ρ^* , образуемых ρ -мезонами за счет механизма дифракционной диссоциации.

Другие возможности проверки МДВМ

Если бы МДВМ была правильной, то мы должны были бы ожидать, что амплитуда превращения фотона в векторный мезон V равна $1/g_V$, так что полное сечение γp -рассеяния дается произведениями $1/g_V^2$ на полное сечение для каждого векторного мезона:

$$\sigma_{\text{полн}}(\gamma p) = \sum_{\rho, \omega, \phi} \frac{4\pi e^2}{g_V^2} \sigma_{\text{полн}}(V p) \quad (20.4)$$

(в пренебрежении возможными эффектами $\omega - \phi$ -интерференции). В этой сумме доминирует ρ -мезон [ибо g_V^{-2} относятся как 9:1:2, а $\sigma(\phi p)$ мало]. Из кварковой модели мы получаем оценку $\sigma_{\text{полн}}(\rho p) = \sigma_{\text{полн}}(\omega p) = \sigma_{\text{полн}}(\pi^0 p)$ [это как раз та схема, которую мы проверили выше, рассматривая сечение $\sigma(\gamma p \rightarrow V p)$]. Экспериментально установлено, что $\sigma_{\text{полн}}(\gamma p)$ слишком велико; по сравнению с (20.4) оно на 40% больше. Это выглядит так, как будто фотон может взаимодействовать с протоном за счет каких-то иных процессов, помимо перехода в виртуальные векторные мезоны.

Очень похожая проверка, дающая точно такой же результат, состоит в использовании (18.1), чтобы получить соотношение

$$A(\gamma p \rightarrow \gamma p) = \sqrt{4\pi e^2} \sum_V \frac{1}{g_V} A(\gamma p \rightarrow V p). \quad (20.5)$$

Здесь снова доминирует слагаемое с ρ -мезоном. Независимо от относительных фаз мы получаем неравенство

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \gamma p) \leq 4\pi e^2 \left(\sum_{\rho, \omega, \phi} \sqrt{\frac{1}{g_V^2} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow V p)} \right)^2. \quad (20.6)$$

Величины, стоящие в правой части этого неравенства, непосредственно измеряются на опыте. Правая часть хорошо описывает зависимость дифференциального сечения $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \gamma p)$ от s (при изменении энергии от 2,7 до 5,2 ГэВ) и t (в области 0—0,4 ГэВ²), однако ее величина составляет всего лишь около половины экспериментального сечения! Таким образом, МДВМ терпит здесь неудачу.

Этот результат согласуется с 40%-ной ошибкой МДВМ в случае полных сечений, поскольку оптическая теорема связывает $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \gamma p)$ при $t = 0$ с квадратом $\sigma_{\text{полн}}(\gamma p)$ (при кое-каких предположениях о фазах).

ЛЕКЦИЯ 21

Экранирование в ядрах

Как должно меняться полное сечение взаимодействия γ -квантов с ядрами в зависимости от массового числа ядра A ? Мы знаем, что при столкновении с нуклонами ядерное вещество почти непрозрачно (потому что адрон-нуклонные сечения сравнимы с квадратом расстояний между нуклонами в ядре). Следовательно, сечение рассеяния на A нуклонах не равно сумме сечений на каждом из них (в этом случае было бы $\sigma_{\text{полн}} \sim A\sigma_N$), ибо нуклоны, расположенные спереди, экранируют нуклоны, находящиеся за ними, причем настолько эффективно, что при больших значениях A сечение рассеяния пропорционально числу нуклонов на поверхности ядра, т. е. $A^{2/3}$.

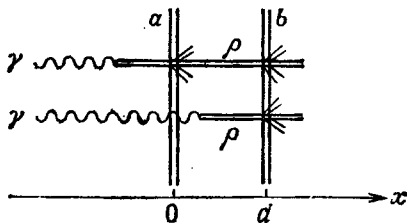
С другой стороны, в случае столкновения фотона с ядром на первый взгляд может показаться, что ядро становится прозрачным ($\sigma_{\gamma N}$ значительно меньше квадрата среднего расстояния между нуклонами в ядре), т. е. каждый нуклон как бы «видит» весь пучок, и, следовательно, сечение пропорционально массовому числу ядра A (умноженному просто на фотон-нуклонное сечение).

Тем не менее, пример МДВМ показывает, что этот вывод не может быть справедлив в общем случае, ибо он неверен, если правильна МДВМ. Действительно, согласно МДВМ, любая амплитуда для фотонов должна быть пропорциональна соответствующей амплитуде для ρ -мезонов, а последняя является адронной амплитудой. Следовательно, сечение рассеяния фотона на ядре пропорционально сечению рассеяния ρ -мезона и потому меняется как $A^{2/3}$. (В этом качественном рассмотрении я пренебрегаю вкладом ω - и ϕ -мезонов, который нетрудно восстановить.)

Суть дела состоит в том, что с наивной точки зрения реакция $\gamma + N \rightarrow X$ представляется локальным столкновением γ -кванта и нуклона, при котором γ -квант взаимодействует лишь вблизи нуклона, однако МДВМ напоминает нам, что это не так. Фотон может превратиться в совокупность виртуальных адронов (например, в два пиона или, что наиболее существенно, — в ρ -мезон) еще вдали от мишени, а затем эти адроны проходят довольно большое расстояние, прежде чем провзаимодействуют с нуклоном. Реальный фотон представляет собой идеальный фотон плюс виртуальные адроны с амплитудой $1/\Delta E$, которая соответствует теории возмущений. Здесь ΔE означает разность энергий для состояний фотона и адронов с одинаковым импульсом v . Если система адронов представляется одним ρ -мезоном, то его энергия равняется $\sqrt{v^2 + m_\rho^2}$, тогда как для фотона она равна v . Поэтому $\Delta E = \sqrt{v^2 + m_\rho^2} - v \approx m_\rho^2/2v$, что очень мало при больших значениях v . Величина $1/\Delta E$ определяет также расстояние перед нуклоном, на котором происходит превращение фотона в адрон. Если оно велико по сравнению со средней длиной свободного пробега ρ -мезона в ядре, то имеет место экранирование (т. е. сечение пропорционально $A^{2/3}$), если же это расстояние мало, то экранирования нет (сечение пропорционально A).

Физическую суть идеи проиллюстрируем сначала на примере простой модели, в которой имеются два тонких слоя a и b , состоящие из ядерного вещества и расположенные один за другим на расстоянии d . Проведем

вычисления согласно МДВМ:



Пусть налетающей частицей является ρ -мезон. Предположим, что вероятность его поглощения в первом слое мала и равна f_a , а во втором (если слой a отсутствует) — f_b . Но вероятность того, что ρ -мезон долетит до слоя b , есть $1 - f_a$; поэтому вероятность его поглощения в b равна $(1 - f_a)f_b$. В результате получаем полное сечение $f_a + (1 - f_a)f_b = f_a + f_b - f_a f_b$, причем последнее слагаемое представляет собой поправку на экранирование.

Вычислим теперь с помощью МДВМ вероятность образования фотоном произвольных частиц в слое b при наличии a . Если a отсутствует, то амплитуда взаимодействия ρ -мезона с b пропорциональна амплитуде превращения γ -кванта в ρ -мезон в точке x перед этим слоем (т. е. $\sqrt{4\pi e^2 F_\rho}$), умноженной на амплитуду, с которой ρ -мезон попадет затем в точку с координатой d , т. е.

$$\sqrt{4\pi e^2 F_\rho} \exp[i(k_\gamma - k_\rho)(x - d)] \quad (21.1)$$

[фаза отсчитывается здесь от фазы фотона при $x = d$, поэтому (21.1) содержит дополнительный множитель $\exp(-ik_\gamma d)$]; k_γ и k_ρ — волновые векторы γ -кванта и ρ -мезона при одинаковой частоте. Следовательно, $k_\gamma - k_\rho = m_\rho^2/2v$ для больших значений $v (=k_\gamma)$.

В присутствии слоя a выражение (21.1) справедливо только для $0 < x < d$. При $x < 0$ появляется дополнительный множитель, равный амплитуде прохождения ρ -мезона через слой a , т. е. $\sqrt{1 - f_a} \approx 1 - f_a/2$. Таким образом, при $x < 0$ мы имеем

$$\sqrt{4\pi e^2 F_\rho} \left(1 - \frac{f_a}{2}\right) \exp[i(k_\gamma - k_\rho)(x - d)]. \quad (21.2)$$

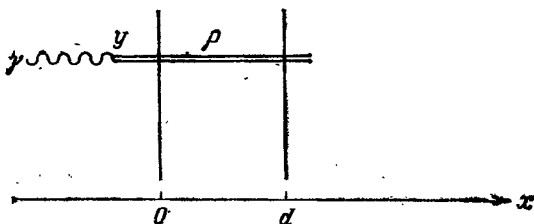
Полная амплитуда (проинтегрированная по x) пропорциональна

$$\frac{\sqrt{4\pi e^2} F_\rho}{k_\gamma - k_\rho} \left(1 - \frac{f_a}{2} \exp[-i(k_\gamma - k_\rho) d] \right). \quad (21.3)$$

Как мы и предполагали, главный член в амплитуде пропорционален $\sqrt{4\pi e^2} F_\rho / m_\rho^2 = \sqrt{4\pi e^2} / g_\rho$; в поправку на экранирование входит амплитуда f_a с фазой, зависящей от расстояния d . В более реалистической задаче с непрерывно распределенным слоем эта поправка должна выпасть при $(k_\gamma - k_\rho) d > 1$.

Таким образом, вероятность рассеяния зависит от энергии фотона ν ; при $\nu \rightarrow \infty$ должно происходить полное экранирование.

Все сказанное легко обобщить на случай одномерного толстого слоя:



Найдем амплитуду вероятности обнаружить ρ -мезон в точке x (с тем чтобы, возведя ее затем в квадрат и проинтегрировав по x , получить полное сечение).

Рассмотрим два случая: $y < 0$ и $y > 0$.

$y < 0$: фотон превращается в ρ -мезон в точке y и распространяется как ρ до точки $x = 0$ и далее — уже в среде — до некоторой точки x .

$y > 0$: в точке y фотон превращается в ρ -мезон, который распространяется в среде до точки x .

Следовательно, амплитуда пропорциональна

$$\exp[i(k_\gamma - k_\rho) y] \exp[-i(k_\gamma - k'_\rho) x], \quad y < 0$$

или

$$\exp[i(k_\gamma - k'_\rho) y] \exp[-i(k_\gamma - k'_\rho) x], \quad y > 0$$

(21.4)

[Фазы здесь отсчитываются относительно фазы фотона в точке x , т. е. в (21.4) содержится дополнительный множитель $\exp(-ik_{\nu}x)$].

Интегрируя по y , получаем амплитуду в точке x :

$$\frac{1}{k_{\nu} - k_{\rho}} e^{-i(k_{\nu} - k'_{\rho})x} + \frac{1}{k_{\nu} - k'_{\rho}} (1 - e^{-i(k_{\nu} - k'_{\rho})x}). \quad (21.5)$$

Здесь k'_{ρ} обозначает волновой вектор ρ -мезона в среде. При очень больших значениях ν у k'_{ρ} есть мнимая часть, характеризующая поглощение и являющаяся конечной и фиксированной величиной. Вещественная часть растет, разумеется, вместе с ν , но может отличаться от ν на конечную величину. Таким образом, при $\nu \rightarrow \infty$ разность $k_{\nu} - k'_{\rho} = k$ представляет собой некоторую конечную величину (мнимая часть $k_{\nu} - k'_{\rho}$ определяет сечение поглощения ρ -мезона, фаза этого выражения совпадает с фазой амплитуды ρN -рассеяния вперед).

Следовательно, если $k_{\nu} - k_{\rho} = m^2/2\nu \gg k$, то в (21.5) доминирует первое слагаемое и мы находим точную пропорцию, в какой происходит поглощение ρ -мезона, а значит, и поглощение фотона.

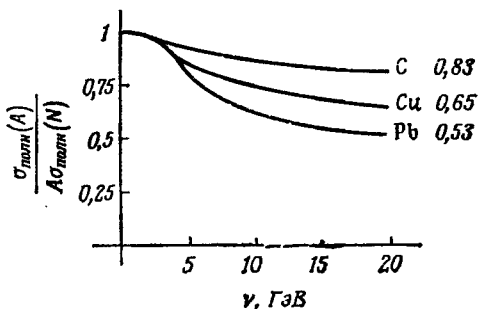
Были выполнены и более детальные расчеты с учетом сферической геометрии ядра. Они приводят к определенной зависимости отношения полных сечений $\sigma_{\text{полн}}(A)/A\sigma_{\text{полн}}(N)$ от ν для различных ядер (см. доклад Готтфрида [12]), которая показана на фиг. 8.

С другой стороны, имеющиеся сейчас экспериментальные данные не свидетельствуют об очень сильной зависимости от ν (они, правда, являются еще далеко не окончательными, экспериментальные ошибки весьма велики, а опыты при низких энергиях оказываются очень трудными). Тем не менее они и не слишком далеки от теоретических ожиданий. И все же асимптотические значения $\sigma_{\text{полн}}(A)/A\sigma_{\text{полн}}(N)$ ближе к 0,87 для С, к 0,75 для Си и 0,60 (с большой ошибкой) для Рб.

Все это можно понять, приняв, что полное сечение на 70% определяется МДВМ и на 30% — чем-то иным (это, как мы уже знаем, правильно), причем та часть сечения, которая дается «чем-то иным», в точности пропорциональна A , т. е. не экранируется. Тогда асимптотические

(при $\nu \rightarrow \infty$) значения $\sigma_{\text{полн}}(A)/A\sigma_{\text{полн}}(N)$ должны отличаться от единицы только на 70% теоретического значения, предсказываемого МДВМ.

Измерения проводились также и для виртуальных фотонов. В этом случае $q^2 = -Q^2$ и $k_\nu = \nu + Q^2/2\nu$, так что $k_\nu - k_\rho = (m_\rho^2 + Q^2)/\nu$. Поэтому, исходя из МДВМ, мы снова ожидаем найти экранирование, зависящее от ν ,



Фиг. 8.

Параметр, определяющий степень экранирования, равен теперь $(m^2 + Q^2)/2\nu$ вместо $m^2/2\nu$. В полном противоречии с предсказаниями МДВМ никакой зависимости экранирования от ν не обнаружено (в Au при $Q^2 = 0,5 \text{ ГэВ}^2$). Если подправить МДВМ, допустив в определенной пропорции «другие процессы», которые не экранируются, то предсказываемое экранирование, конечно, уменьшится. Следует, однако, отметить, что с ростом Q^2 доля «чего-то иного» должна увеличиваться. Амплитуда с виртуальным ρ -мезоном убывает как $(m_\rho^2 + Q^2)^{-1}$, поэтому вклад МДВМ в сечения должен падать как $(m_\rho^2 + Q^2)^{-2}$. В действительности при больших Q^2 сечение, видимо, убывает лишь как Q^{-2} (см. ниже). Поэтому доля фотонного сечения, которую можно связать с рождением векторных мезонов (вклад МДВМ), должна убывать по мере того, как фотоны становятся более виртуальными. Таким образом, результаты для Au не вызывают удивления.

Резюме о состоянии МДВМ

На взаимодействие фотонов с малым q^2 (или $q^2 = 0$) сильно влияют близкие полюса, расположенные при массах векторных мезонов. Значительную часть электромагнитного взаимодействия можно представить себе как происходящую через посредство промежуточных виртуальных векторных мезонов, но этим, конечно, нельзя объяснить взаимодействие в целом (МДВМ, например, отвечает только за 70% полного сечения γp -рассеяния при высокой энергии).

В частном случае взаимодействия с пионами векторная доминантность становится более полной, о чем свидетельствует прямой эксперимент $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (где наблюдается в основном пик, связанный с резонансами ρ и ω ; фон невелик, а другие резонансы не обнаружены вплоть до $q^2 = 4 \text{ ГэВ}^2$). Имеет место также соответствие констант: $f_{\rho\pi\pi} \approx g_\rho$. Мы рассмотрим это позже в лекции 24 в связи с дисперсионной теорией пионного формфактора.

Наконец, существуют измерения сечений фоторождения некогерентных ($-t > 0,1 \text{ ГэВ}^2$) ρ^0 -мезонов на ядрах, равно как и сечений фоторождения других частиц — π^+ , π^- и даже π^0 (а также K^+). В этом случае теория усложняется рядом эффектов, таких, как поглощение частиц, покидающих ядро. МДВМ предсказывает быстрое изменение амплитуд таких процессов с энергией, в то время как эксперимент, если и свидетельствует об изменении этих амплитуд, то лишь о весьма слабом [5, 12]. В настоящее время нет никакого объяснения такому расхождению, и его изучение представляет собой прекрасную задачу. Я сомневаюсь, что столь большое расхождение связано только с тем фактом, что МДВМ описывает лишь часть взаимодействия фотонов. По-видимому, это затрагивает также какие-то стороны теории некогерентных конечных состояний.

VII. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ

ЛЕКЦИЯ 22

Электромагнитные формфакторы нуклонов

Матричный элемент для взаимодействия электрона, скажем, с протоном включает в себя диагональный элемент оператора тока $\langle p | J_\mu | p \rangle$. Используя релятивистскую и калибровочную инвариантность, можно записать его в виде

$$\langle p_2 | \tilde{J}_\mu | p_1 \rangle = \langle \bar{u}_2 | \gamma_\mu F_1 + \frac{1}{2} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) F_2 | u_1 \rangle,$$

где u_1 и u_2 — четырехкомпонентные спиноры, описывающие начальный и конечный протоны с импульсами p_1 и p_2 , а $q = p_2 - p_1$ — переданный импульс. F_1 и F_2 зависят только от q^2 . Можно рассматривать также и лднейные комбинации F_1 и F_2 , из которых чаще всего используются так называемые электрический и магнитный формфакторы:

$$G_E = F_1 + \frac{q^2}{2M} F_2$$

и

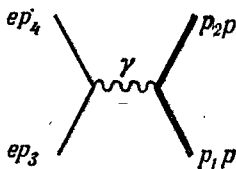
$$G_M = F_1 + 2MF_2.$$

Очевидно, что при $q^2 \rightarrow 0$ F_1 равен заряду, т. е. для протона $F_1(0) = 1$, а для нейтрона $F_1(0) = 0$; формфактор F_2 равен аномальному магнитному моменту. Поэтому $G_E(0) = 1$ для протона и $G_E(0) = 0$ для нейтрона; $G_M(0) = \mu$ дает полный магнитный момент.

Эти величины были измерены при упругом рассеянии электронов на протонах. В низшем порядке амплитуда равна (\bar{u}_4, u_3 — спиноры для электронов)

$$(\bar{u}_4 \gamma_\mu u_3) \frac{4\pi e^2}{q^2} \langle p_2 | J_\mu | p_1 \rangle, \quad (22.1)$$

что соответствует диаграмме



Отсюда получаем дифференциальное сечение в лабораторной системе (Розенблют)

$$\sigma(\theta) = \sigma_{\text{Мотт}}(\theta) \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right], \quad (22.2)$$

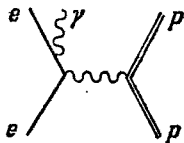
$$\sigma_{\text{Мотт}}(\theta) = \frac{e^4 \cos^2(\theta/2)}{4E_0^2 \sin^4(\theta/2) \left(1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2(\theta/2)\right)}, \quad (22.3)$$

где

$$\tau = -\frac{q^2}{4M^2}, \quad -q^2 = \frac{4E_0^2 \sin^2(\theta/2)}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2(\theta/2)}.$$

Варьируя E_0 и θ , мы можем независимо изменять q^2 и θ и таким образом проверить, действительно ли величина в квадратных скобках в (22.2) линейно изменяется с $\operatorname{tg}^2(\theta/2)$ при фиксированном q^2 . Это правило на опыте работает хорошо, так что из данных по рассеянию электрона на протоне можно определить как G_E , так и G_M . Данные для G_M являются более точными, чем для G_E . В случае нейтрона неоднозначность в определении волновой функции дейтрона делает результаты значительно менее надежными, особенно для G_{En} .

В e -рассеянии играют роль также и электромагнитные поправки более высокого порядка, связанные главным образом с тормозным излучением, т. е. с диаграммой



Однако они в основном хорошо известны и могут быть приняты во внимание, представляя собой довольно значительную, хотя и утомительную для расчета поправку, знание которой необходимо, чтобы получить сечение процесса с идеальным однофотонным обменом.

Экспериментальные результаты обычно приводятся в виде отклонения от чисто эмпирического приближения, а именно

$$G_{Ep} = \frac{G_{Mp}}{\mu_p} = \frac{G_{Mn}}{\mu_n} = \left(1 + \frac{-q^2}{0,71}\right)^{-2}.$$

Последнее выражение называется дипольной функцией G_D .

С наибольшей точностью известна величина G_{Mp}/μ_p . Ее поведение в общем согласуется с функцией G_D . При малых q^2 она меняется приблизительно как $1 + (2,6 \pm 0,1)q^2$, что близко к диполю. В интервале $1 < -q^2 < 6$ найдено, что $(G_{Mp}/\mu_p)/G_D \approx 1,08$. Для $-q^2 \geq 8$ ГэВ² это отношение становится меньше 1. Следовательно, при больших $-q^2$ величина магнитного формфактора G_M убывает несколько быстрее, чем $1/q^4$.

Равенство $G_{Mn}/\mu_n = G_{Mp}/\mu_p$ справедливо в пределах точности нейтронных данных.

Для нейтрона $G_{En}^2 = 0,0045 \pm 0,0043$ при $q^2 = 1$ ГэВ². При этом годится подгонка $G_{En} \approx G_{Mn}\tau/(1 + 10\tau)$.

Из нейтрон-электронного рассеяния при низких энергиях (изучавшегося путем рассеяния нейтронов на атомных электронах) найдено, что

$$\left. \frac{dG_{En}(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} = 0,9 \frac{\mu_n}{4M^2}.$$

Для протона отношение $G_{Ep}/(G_{Mp}/\mu_p)$ начинает убывать при больших значениях q^2 , порядка 2—3. Если параметризовать это отношение как $1 + Aq^2$, то A , по-видимому, равно 0,08 ГэВ⁻² (с большой ошибкой). Соотношение $G_{Ep} = G_{Mp}/\mu_p$ не может быть справедливым при всех q^2 , ибо при $q^2 = 4M^2$ оба формфактора, G_E и G_M , выражаются через F_1 и F_2 совершенно одинаковым образом. Следовательно, если только G_{Ep} и G_{Mp} не обращаются в нуль в этой точке (что очень маловероятно),

то при $q^2 = 4M^2$ мы должны иметь $G_{E\rho} = G_{M\rho}$. Таким образом, $G_{E\rho}/(G_{M\rho}/\mu\rho)$ равно 2,79 при $q^2 = 4M^2$ и 1 при $q^2 = 0$.

Исходя из гипотезы о полной доминантности векторных мезонов и принимая, что массы ρ и ω одинаковы, а φ -мезон взаимодействует с протоном очень слабо, можно было бы ожидать, что существуют простые и приближенно правильные соотношения между $G_{M\rho}$, $G_{M\omega}$, $G_{E\rho}$ и $G_{E\omega}$. При этом, однако, все формфакторы должны были бы вести себя (с точностью до константы) не как G_D , а подобно мезонному пропагатору $m_\rho^2/(m_\rho^2 - q^2) = (1 + Q^2/0,58)^{-1}$. Последнее эквивалентно предположению, что связь фотона с точечным зарядом нуклона осуществляется через ρ -мезон. При больших значениях Q^2 это приводит к неправильному поведению ¹⁾ формфакторов $\sim Q^{-2}$. При малых Q^2 формфакторы ведут себя как $1 - 1,7 Q^2$ вместо $1 - 2,6 Q^2$. Никто, конечно, и не ожидал, что МДВМ будет давать правильные результаты при переходе к положительным значениям Q^2 , располагающимся все дальше и дальше от полюса амплитуды при $Q^2 = -m_\rho^2$. Но вызывает мало сомнения и то, что большая величина квадрата зарядового радиуса (т. е. коэффициента $-2,6$ при Q^2) в значительной степени обусловлена вкладом виртуальных ρ -мезонов. На самом деле непонятно, почему рассмотренные отношения не меняются (с точностью 10—20%) при изменении Q^2 от 0 до 2 или 3 ГэВ².

ЛЕКЦИЯ 23

Некоторое представление о смысле формфакторов можно получить, рассматривая нерелятивистский случай. Для бесспиновой системы формфактор дает просто

¹⁾ Довольно часто указанное противоречие пытаются устранить, вводя новый векторный мезон ρ' с массой порядка 1,3 ГэВ, вклад которого в формфактор при больших Q^2 почти нацело сокращает вклад ρ -мезонов, оставляя лишь зависимость $\sim Q^{-4}$. До сих пор такой мезон не найден. Сообщалось только о резонансе в реакции $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ (но не 2π) с массой $\sim 1,6$ ГэВ. — *Прим. ред.*

распределение плотности заряда в импульсном представлении:

$$f(Q) = \int \rho(\mathbf{R}) \exp(i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}) d^3\mathbf{R} = \int \rho(r) \frac{\sin Qr}{Qr} 4\pi r^2 dr. \quad (23.1)$$

— Разлагая в ряд по степеням Q^2 (в случае малых Q^2) $\sin Qr/Qr = 1 - Q^2 r^2/6$ и нормируя $\rho(r)$ условием $\int \rho(r) 4\pi r^2 dr = 1$, мы находим.

$$f(Q) = 1 - \frac{1}{6} r_p^2 Q^2 + \dots, \quad (23.2)$$

где r_p^2 — средний квадрат зарядового радиуса, равный

$$r_p^2 = \int r^2 \rho(r) 4\pi r^2 dr.$$

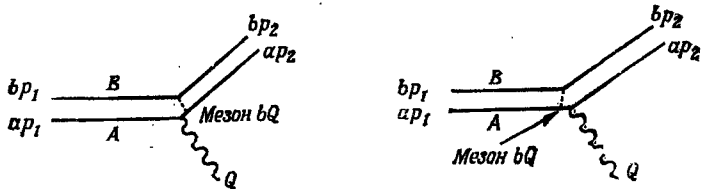
Экспоненциальная зависимость вида $\exp(-\alpha r)$ для плотности заряда приводит к дипольному распределению $f(Q) = (1 + Q^2/\alpha^2)^{-2}$. Поведение $\sim Q^{-4}$ требует, чтобы наклон $\rho(r)$ при $r = 0$ был отличен от нуля. С другой стороны, пользоваться нерелятивистскими соображениями при изучении больших Q^2 явно незаконно. Тем не менее полученные здесь выводы по существу правильны.

Тот факт, что формфакторы стремятся к нулю при $Q^2 \rightarrow \infty$, с релятивистской точки зрения означает, что вероятность обнаружить один лишь протон как точечный заряд равна нулю. В теории поля это может быть следствием либо отсутствия идеальных составляющих поля (партонов) с квантовыми числами протона, либо того, что, если даже такие объекты и существуют, реальные протоны всегда одеты и имеют нулевую амплитуду находиться в состоянии «голового» протона.

Чтобы построить релятивистский аналог системы, подобной атому водорода [у которого распределение заряда имеет вид $\exp(-\alpha r)$], представим себе две бесспиновые частицы, удерживаемые вместе бесспиновым потенциалом Юкавы, который возникает благодаря обмену скалярным мезоном в низшем порядке. Тогда 1) нерелятивистская волновая функция ведет себя как $\exp(-\alpha r)$ и 2) при больших Q^2 формфактор изменяется как Q^{-4} .

Пусть, например, одна из таких частиц, А, имеет массу m_A и заряжена, а другая, В, обладает массой m_B

и нейтральна. Предполагается, что они связаны друг с другом слабо и нерелятивистски. Масса протона близка к $m_A + m_B$. Если в низшем порядке пренебречь внутренним движением этих частиц, то для налетающего протона с импульсом p_1 импульс частицы А равен ap_1 , а частицы В — bp_1 [где $a = m_A/(m_A + m_B)$, $a + b = 1$]. После взаимодействия с электромагнитным полем мы хотим получить протон с импульсом p_2 , при этом импульсы составляющих его частей должны быть равны ap_2 и bp_2 . Процесс начинается с того, что фотон с очень большим импульсом $Q = p_2 - p_1$ ударяет по частице А. Но, для того чтобы протон в конце концов не развалился на составные части, надо изменить p_A всего лишь на aQ . Следовательно, часть переданного импульса bQ должна быть передана частице В (путем обмена мезоном, ответственным за взаимодействие А и В). Этому отвечают диаграммы



При больших значениях Q^2 каждый из двух пропагаторов ведет себя как $1/Q^2$, откуда для формфактора следует зависимость вида $1/Q^4$. В частности, для больших Q^2 первая диаграмма дает

$$\frac{1}{(ap_1 + Q)^2} \frac{1}{(bQ)^2} = \frac{1}{b^3 Q^4},$$

а вторая —

$$\frac{1}{(ap_2 - Q)^2} \frac{1}{(bQ)^2} = \frac{1}{b^3 Q^4}.$$

Если же происходит обмен векторным мезоном между частицей со спином $1/2$ и частицей со спином 0, то в числителе появляется Q^2 из-за связи с магнитным моментом.

Согласно нерелятивистской теории, если система состоит из трех частиц, то ее асимптотическое поведение

при больших Q^2 определяется особенностью, происходящей от конфигурации, когда все три частицы (а не только две) сходятся вместе.

Как мы увидим далее, такая картина слишком проста и неадекватна. Ради сравнения с нерелятивистскими представлениями мы имеем дело здесь лишь с очень, наивными моделями. Они не согласуются с неупругим рассеянием.

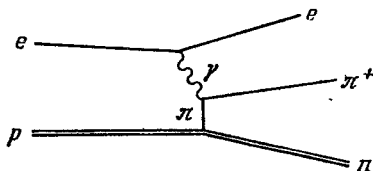
ЛЕКЦИЯ 24

Формфактор пиона

Имеются также экспериментальные данные для формфактора пиона в пространственноподобной области, где $q^2 < 0$:

$$\langle \pi^+ | J_\mu | \pi^+ \rangle = (p_1 + p_2)_\mu F_\pi(q^2), \quad F_\pi(0) = 1. \quad (24.1)$$

Наилучшие данные получены из реакции $\gamma p \rightarrow \pi^+ p$ с виртуальным фотоном (который образуется при рассеянии электрона):



При достаточно высокой энергии можно получить кинематическую область, в которой наиболее существен обмен виртуальным пионом. Значение q^2 для него почти равно нулю (такой пион настолько близок к своей массовой поверхности, насколько это вообще возможно). В этой области мы знаем вершину взаимодействия виртуального пиона с нуклоном ($g_{N\pi\pi\gamma}$, $g^2 = 15$), так что единственной неизвестной величиной оказывается электромагнитная вершина для перехода реального пиона в почти реальный при большой передаче импульса Q .

Экспериментальные данные имеются вплоть до значения $q^2 = -1,2 \text{ ГэВ}^2$, при котором F_π уменьшается до

0,28. Эта величина почти точно совпадает (по неизвестным причинам) с изовекторной частью нуклонного формфактора $F_{1p} - F_{1n}$. Совпадение F_{π} и $F_{1p} - F_{1n}$ не противоречит и данным при более низких значениях Q^2 . Приведенное выше значение F_{π} хорошо согласуется также с результатом чистой МДВМ, т. е. с вкладом ρ -мезонного полюса $(1 + Q^2/0,56)^{-1} = 0,32$ при $Q^2 = 1,2 \text{ ГэВ}^2$, но совсем не согласуется со значением дипольного формфактора G_D , которое при таком Q^2 оказывается слишком низким ($G_D = 0,15$ для $Q^2 = 1,2 \text{ ГэВ}^2$).

Мы уже обсуждали поведение формфактора F_{π} при положительных значениях q^2 . Он измерялся в реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Экспериментальная кривая хорошо описывается выражением для ρ -мезонного полюса (с небольшими поправками, учитывающими ω — ρ -интерференцию и т. п.). Интересно, что экстраполяция в весьма далекую область отрицательных значений Q^2 работает еще довольно сносно. По измеренному сечению реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ можно определить только абсолютную величину $|F_{\pi}(q^2)|^2$, но не вещественную и мнимую части формфактора по отдельности. Однако форма кривой (для ρ -резонанса) настолько проста, что разделение формфактора на вещественную и мнимую части на основе дополнительных физических соображений не представляется безнадежной задачей [например, для амплитуды вблизи резонанса мы раньше писали выражение $-m_{\rho}^2/(q^2 - m_{\rho}^2 + i\Gamma_{\rho}m_{\rho})$ и делали предположение о том, как ширина Γ изменяется с q^2]. Если бы это действительно было сделано, мы имели бы информацию (либо уже сейчас, либо в ближайшем будущем) о поведении $F_{\pi}(q^2)$ в широкой области значений q^2 — как положительных, так и отрицательных. После этого мы смогли бы проверить гипотезу, которая всем представляется очевидной, что формфактор $F_{\pi}(q^2)$ должен быть аналитической функцией своей переменной q^2 с разрезом вдоль положительных q^2 . Это означает, что F_{π} удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$F_{\pi}(q^2) = -\frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_{\pi}(q'^2) dq'^2}{q^2 - q'^2 + i\epsilon} \quad (24.2)$$

(для сокращения записи обозначаем $\mu = m_\pi$). Мнимая часть формфактора $F_\pi(q^2)$ отлична от нуля только при $q^2 > 4\mu^2$, где во всяком случае измерена его абсолютная величина $|F_\pi(q^2)|^2$. Проверкой какого-либо предположения о мнимой части могло бы служить вычисление вещественной части $F_\pi(q^2)$ при $q^2 > 0$ с помощью (24.2) и сравнение найденного значения $|F_\pi|^2$ с экспериментальным. [Существует и другой метод, эквивалентный описанному, но куда более простой — подгонять экспериментальную величину $|F_\pi|^2$, выбирая для комплексной функции $F_\pi(q^2)$ физически разумное аналитическое выражение.] Затем убедившись в том, что данное предположение о виде $\text{Im } F_\pi(q^2)$ приемлемо, можно вычислить формфактор $F_\pi(q^2)$ для отрицательных значений q^2 (где эта функция является вещественной), с тем чтобы сравнить его с экспериментом. Мы уже видели, что такая процедура дает хороший результат, поскольку в области положительных q^2 основной характерной чертой является резонанс ρ и вплоть до довольно больших значений q^2 не найдено ни других резонансов, ни сколько-нибудь значительного нерезонансного образования адронов.

Ниже порога при $q^2 = 4\mu^2$ (а практически, вероятно, и несколько выше его) фаза функции $F_\pi(q^2)$ должна, согласно условию унитарности в первом порядке, совпадать с фазой амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния. В последнее время стала появляться информация об этой фазе, получаемая из анализа рассеяния реального пиона на виртуальном. Это может помочь при рассмотрении дисперсионного соотношения.

Как ведет себя $F_\pi(q^2)$ при больших q^2 ? Формфактор должен убывать, потому что вероятность образования именно двух пионов, в то время как доступно очень много других состояний, весьма мала. Ток изоспина, генерируемый пионной парой, должен быть связан с другими адронами, причем мы требуем, чтобы такая связь не приводила к излучению адронов. Позднее нам станет ясно, что при больших значениях q^2 это ведет к падению $F_\pi(q^2)$ по степенному закону, хотя показатель степени заранее неизвестен. В результате таких соображений не вызывает удивления тот факт [коль скоро задано экспериментальное поведение $F_\pi(q^2)$ при положительных q^2], что

при отрицательных значениях q^2 вплоть даже до $-1,2 \text{ ГэВ}^2$ формфактор F_π хорошо описывается ρ -мезонной формулой [которая следует из (24.2), если мнимая часть F_π велика в основном вблизи m_ρ^2].

Из приведенных далее соображений можно вывести несколько правил сумм. Если справедливо дисперсионное соотношение (24.2) без вычитаний, то [поскольку известно, что $F_\pi(0) = 1$] должно иметь место равенство

$$\frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_\pi(q'^2) dq'^2}{q'^2} = 1, \quad (24.3)$$

т. е. «правило сумм».

Если в (24.2) положить $q^2 \rightarrow \infty$, можно ожидать, что $F_\pi(q^2)$ ведет себя как $1/q^2$, умноженное на $(-1/\pi) \int \text{Im } F_\pi(q'^2) dq'^2$ [если бы функция $F_\pi(q^2)$ убывала медленнее, чем $1/q^2$, нам следовало бы сказать, что $\int \text{Im } F_\pi(q'^2) dq'^2$ расходится; это было бы вполне естественно, так как $\text{Im } F_\pi(q'^2)$, вероятно, тоже убывала бы медленнее, чем $1/q'^2$]. Если же предположить, что $F_\pi(q^2)$ падает быстрее, чем $1/q^2$ (сколько-нибудь серьезных доводов в защиту такого предположения у нас нет), мы получим еще одно соотношение

$$\int_{4\mu^2}^{\infty} \text{Im } F_\pi(q'^2) dq'^2 = 0,$$

называемое условием сверхсходимости.

Мы полагаем, что справедливо дисперсионное соотношение без вычитаний, потому что если бы (24.2) содержало дополнительную неизвестную константу в правой части, то формфактор $F_\pi(q^2)$ мог бы и не обращаться в нуль при $q^2 \rightarrow \infty$. Во всяком случае, у нас имеется дисперсионное соотношение с вычитанием, а именно (24.2) — (24.3):

$$1 - F_\pi(q^2) = \frac{q^2}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im } F_\pi(q'^2) dq'^2}{q'^2 (q^2 - q'^2 + i\epsilon)}. \quad (24.4)$$

Практически для сравнения $F_\pi(q^2)$ с его экспериментальными значениями при отрицательных q^2 соотношение

(24.4) более полезно, чем (24.2), поскольку в (24.4) значительно меньше неопределенность, обусловленная вкладом от области больших значений q'^2 , где данных нет.

Используя (24.4), мы теперь можем понять, почему из известного нам экспериментального поведения $F_\pi(q^2)$ при положительных q^2 следует, что даже при довольно больших отрицательных q^2 этот формфактор должен быть близок к значениям, определяемым ρ -резонансной формулой. Как мы уже знаем, основной вклад в $\text{Im}F_\pi(q'^2)$ в соотношении (24.4) дает ρ -резонансный полюс — при $q'^2 > m_\rho^2$ величина $|F_\pi(q'^2)|^2$ мала (во всяком случае, резонансов нет вплоть до $q'^2 = 4 \text{ ГэВ}^2$), а при еще больших q^2 подынтегральное выражение в (24.4) не вносит сколько-нибудь существенного вклада даже для довольно больших отрицательных значений q^2 , таких, как $-1,2 \text{ ГэВ}^2$. Следовательно, $F_\pi(0) - F_\pi(q^2)$ неплохо описывается аналитическим продолжением ρ -резонансной формулы. С другой стороны, как мы видели выше, и $F_\pi(0)$ хорошо задается такой формулой (здесь мы имеем случайность, связанную с условием МДВМ, $f_{\rho\pi\pi}/g_\rho = 1$; см. лекцию 16). Таким образом, ρ -полюс должен описывать также и $F_\pi(q^2)$. Весьма интересно было бы подтвердить это рассуждение количественным расчетом. Возникает также вопрос, являются ли достаточно точными данные по реакции $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$; используя их, мы могли бы проверить, что ρ -полюс доминирует и в (24.3), а это объяснило бы происхождение равенства $f_{\rho\pi\pi}/g_\rho = 1$.

Формфактор протона для положительных q^2

Формфактор протона для положительных значений q^2 можно получить из реакции $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$. Экспериментов, которые бы давали количественные результаты, пока еще нет, но они ожидаются в самое ближайшее время¹⁾. В одном эксперименте, проводившемся вблизи порога, пары $p\bar{p}$ не обнаружены; это свидетельствует о том, что формфакторы G_M и G_E здесь малы — порядка значений, даваемых дипольной формулой для $q^2 \sim 4$.

¹⁾ См. примечание 1 в конце книги. — *Прим ред.*

Мы снова предполагаем, что $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ — аналитические функции, удовлетворяющие дисперсионным соотношениям типа

$$F(q^2) = -\frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im} F(q'^2) dq'^2}{q^2 - q'^2 + i\epsilon}. \quad (24.5)$$

(Если амплитуды могут быть записаны несколькими способами, например в случае, когда они выражаются через спиральные амплитуды или коэффициенты при матрицах Дирака в выражениях со спинорами, предполагается, что именно для таких коэффициентов справедливы простейшие дисперсионные соотношения. Из них уже следует выводить соотношения для других комбинаций.)

Здесь мы встречаемся с некоторой трудностью. При $q^2 < 0$ формфактор $F(q^2)$ может быть измерен посредством рассеяния электронов, а для $q^2 > 4M^2$ — при изучении аннигиляции e^+e^- в протон-антипротонную пару. Спрашивается, как можно было бы определить F экспериментально в интервале от $q^2 = 0$ до $q^2 = 4M^2$? Какого-либо способ сделать это мне не известен. С другой стороны, мы полагаем (исходя из теоретико-полевых моделей и т. п.), что в этой области мнимая часть $\text{Im} F(q'^2)$ отлична от нуля и что нижний предел интегрирования в (24.5) в действительности равен $4\mu^2$. Поэтому никакие экспериментальные данные не позволят нам полностью проверить соотношение (24.5), ибо часть подынтегрального выражения остается совершенно недоступной для эксперимента. Конечно, если для описания $F(q^2)$ имелась бы какая-то теория, то этот формфактор можно было бы определить на «ничейной земле» ($0 < q^2 < 4M^2$) с помощью аналитического продолжения. С другой стороны, если бы у нас была такая теория, то формфактор, по-видимому, удовлетворял бы соотношению (24.5) и было бы разумно сравнивать его непосредственно с экспериментом в физически доступной области.

Замечание

В качестве дополнения приведем здесь теоретическое рассуждение о положении порога в (24.5), ниже которого, можно думать, $\text{Im} F(q^2)$ обращается в нуль.

В классической физике распределение заряда $\exp(-ar)/r$ приводит к формфактору $F = 1/(Q^2 + a^2)$, у которого первая сингулярность расположена при

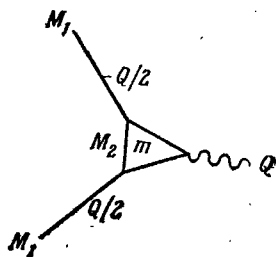
$Q^2 = -a^2$. Суперпозиция экспонент $\int_{\lambda_0}^{\infty} f(\lambda) \exp(-\lambda r)/r d\lambda$

даёт $\int_{\lambda_0}^{\infty} [f(\lambda)/(Q^2 + \lambda^2)] d\lambda$, где уже имеется континуум

сингулярностей. Низшая из них находится при $Q^2 = -\lambda_0^2$ и соответствует наиболее медленно убывающему экспоненциальному хвосту. Такое представление справедливо и в релятивистском случае. (Показано, что положение сингулярностей совпадает с положением особенностей фейнмановских диаграмм для рассматриваемого процесса, как если бы виртуальные частицы были реальными.)

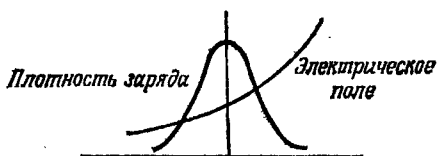
В случае протона существует виртуальное состояние $p + \pi^+$, в котором волновая функция π^+ -мезона ведет себя как $\exp(-\mu r)/r$ (или как некоторая производная от этого выражения). Ее квадрат, т. е. плотность заряда, представляется полиномом от $1/r$, умноженным на $\exp(-2\mu r)$. Следовательно, показатель самого длинного экспоненциального хвоста содержит 2μ и порог расположен при $Q^2 = -4\mu^2$.

Более интересен случай, скажем, гиперона Σ с массой M_1 , который виртуально может излучить K -мезон (массой m) и превратиться в нуклон массой M_2 , причем $M_2 < M_1$. Мы находим характер сингулярности, изучая диаграммы теории возмущений. Ее положение может быть выяснено с помощью физических соображений следующим путем. Рассмотрим диаграмму



Зададимся вопросом: насколько резко можно позволить расти (не зависящему от времени) экспоненциальному электрическому потенциалу, с тем чтобы еще не появилась расходимость вследствие более быстрого возрастания поля по сравнению с убыванием плотности заряда (фиг. 9)?

Таким образом, мы имеем поле с импульсом Q (чисто мнимым и равным ia), которое, действуя на Σ -гиперон, способно образовать K -мезон. В виртуальном состоянии присутствуют две частицы: одна с массой M_2 и нулевым импульсом и другая с массой m и импульсом



Фиг. 9.

$Q/2$, тогда как в начальном состоянии имелась одна частица с массой M_1 и импульсом $-Q/2$ (в брейтовской системе отсчета, где $\omega = 0$).

Условие появления расходимости требует обращения в нуль энергетического знаменателя для такого состояния:

$$\sqrt{M_1^2 + \frac{Q^2}{4}} = \sqrt{m^2 + \frac{Q^2}{4}} + M_2.$$

Это уравнение релятивистское, поскольку здесь сохраняются как энергия, так и импульс. Оно имеет решение

$$Q^2 = -a^2 = -4m^2 + \frac{(M_1^2 - M_2^2 - m^2)^2}{M_2^2},$$

если только $M_2^2 < M_1^2 - m^2$ (в противном случае подкоренные выражения не положительны). Порог расположен при $q^2 = a^2$. Поскольку это значение ниже энергии $4m^2$, необходимой для образования пары и представлявшейся

на первый взгляд нижним пределом интегрирования, мы называем такую особенность аномальным порогом.

При $M_2^2 > M_1^2 - m^2$ уравнение не разрешимо. В этом случае сингулярность (нормальный порог) действительно появляется тогда, когда фотон впервые может образовать пару: $q^2 = 4m^2$.

Замечание о кварковой модели ФКР

Согласно модели ФКР, формфактор протона дается выражением

$$\frac{G_M}{\mu} = \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)^{-1} \exp\left[\frac{q^2}{2\Omega} \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right)\right],$$

где $\Omega = 1 \text{ ГэВ}^2$, а M — масса протона. Это выражение является очень плохим — описываемая им функция слишком быстро падает при больших значениях $-q^2$ (кстати, нет никаких оснований ожидать, что модель ФКР справедлива в области больших $-q^2$). При малых значениях q^2 формфактор ведет себя как $1 + 0,7 q^2$ вместо $1 + 2,6 q^2$. Согласно модели ФКР, фотон взаимодействует с адронами непосредственно [процессы, характерные для МДВМ, не рассматриваются; если бы они присутствовали, то мы должны были бы ввести множитель $(1 - q^2/m_0^2)^{-1}$ или $(1 + 1,7 q^2)$, что привело бы к лучшему согласию]. Отношение $G_E\mu/G_M$ ведет себя как $1 + q^2/2M^2$ или $1 + 0,5 q^2$, т. е. убывает с $-q^2$ слишком быстро, в то время как экспериментальное отношение приближенно описывается формулой $1 + 0,06 q^2$.

(Другой способ применения уравнений для кварков, который приводит к более приемлемому формфактору, но дает существенно худшую подгонку для фотоэлектрических матричных элементов, был предложен Фуджимарой и др. [4].)

Для пиона модель ФКР приводит к выражению ($m_\pi^2 = \mu^2 = 0,02$)

$$F_\pi = \frac{1 + q^2/4\mu^2}{1 - q^2/4\mu^2} \exp\left[\frac{q^2}{2\Omega} \left(1 - \frac{q^2}{4\mu^2}\right)\right],$$

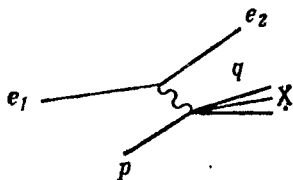
которое, очевидно, лишено смысла (например, $F_{\pi} = 0$ при $q^2 = -0,08!$). Это, бесспорно, наихудшая из неудач модели (ее причина кроется в специальном способе учета спина кварков, при котором фотон не действует на спин). Говоря по совести, авторам следовало бы включить этот результат в свою работу [3]. Они этого не сделали, потому что не удосужились, как ни странно, вычислить F_{π} , когда писали статью.

VIII. ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОЕ РАССЕЯНИЕ, ГЛУБОКО НЕУПРУГАЯ ОБЛАСТЬ

ЛЕКЦИЯ 25

Другие процессы с участием фотонов при $q^2 < 0$

Пучки ускоренных электронов позволяют исследовать такие реакции, как $e p \rightarrow e X$, где X — некоторое конечное адронное состояние:

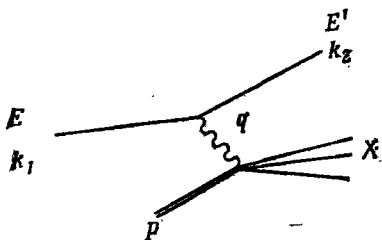


Амплитуда такой реакции определяется выражением $(\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1) (4\pi e^2/q^2) \langle X | J_\mu | p \rangle$, в котором неизвестен только множитель $\langle X | J_\mu | p \rangle$; следовательно, мы в состоянии измерить этот матричный элемент (точнее, его квадрат). Новой характерной чертой здесь оказывается возможность варьировать q^2 виртуального фотона. Вместо $q^2 = 0$ (как было в уже обсуждавшихся экспериментах с реальными фотонами) мы переходим к отрицательным q^2 , точнее, в область больших отрицательных значений q^2 . Вдобавок на ускорителях высоких энергий могут быть возбуждены адронные состояния X с большой массой. В наше распоряжение поступает значительная информация, и возникает много теоретических вопросов, особенно в новой области больших значений $-q^2$ и состояний X с большой массой.

Простейшими оказываются такие эксперименты, в которых вовсе не требуется исследовать состояния X (т. е. по всем возможным X производится суммирование), а изучается только электронный пучок. Отклонение электрона от начального направления и его энергия опреде-

ляют величину переданного импульса, а его потеря энергии определяет (в лабораторной системе) превышение энергии состояния X над массой протона. Эти эксперименты были выполнены раньше других и являются наиболее полными. Поэтому мы сначала обсудим их результаты и теоретическую интерпретацию (этим мы будем заниматься в течение многих лекций), а затем вернемся назад и обсудим вопрос, как могут выглядеть адронные состояния X и что уже известно из эксперимента об их свойствах.

Неупругое рассеяние электрона на нуклоне



В лабораторной системе измеряется потеря энергии электроном $\nu = E - E'$, а также переданный 4-импульс q^2 . Инвариантами задачи являются q^2 и $p \cdot q = M\nu$, где p — 4-импульс протона. Все величины, относящиеся к адронам, выражаются в виде функций этих двух переменных. Измеряемая нами вероятность пропорциональна

$$M^2 = (\bar{u}_2 \gamma_\nu u_1)^* (\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1) \left(\frac{4\pi e^2}{q^2} \right)^2 \sum_X \langle p | J_\nu(-q) | X \rangle \times \\ \times \langle X | J_\mu(q) | p \rangle 2\pi \delta((p+q)^2 - M_X^2). \quad (25.1)$$

В случае неполяризованных электронов (пока еще нет экспериментов с поляризованными электронами и протонами, но все же мы позднее обсудим соответствующую теорию) суммирование и усреднение по электронным состояниям приводят к шпуру от $(\bar{u}_2 \gamma_\nu u_1)^* (\bar{u}_2 \gamma_\mu u_1)$, равному $\frac{1}{2} \text{Sp}(\hat{k}_2 \gamma_\nu \hat{k}_1 \gamma_\mu) = 2(k_{1\mu} k_{2\nu} + k_{1\nu} k_{2\mu} - \delta_{\mu\nu} k_1 \cdot k_2)$.

Суммирование по адронным состояниям дает тензор, который мы назовем $K_{\mu\nu}$:

$$K_{\mu\nu} = \sum_X \langle p | J_\nu(-q) | X \rangle \langle X | J_\mu(q) | p \rangle 2\pi\delta(M_X^2 - (p+q)^2). \quad (25.2)$$

(При усреднении по поляризациям это выражение определяет $\mu\nu$ -симметричную часть для любого спина.) Заметим, что квадрат массы конечного состояния, которое образуется в рассматриваемой реакции, можно выразить через переменные q^2 и ν следующим образом:

$$M_X^2 = (p+q)^2 = M^2 + 2M\nu + q^2,$$

где q^2 — отрицательная величина. Изменяя ν при заданном q^2 , мы можем варьировать M_X^2 , например, с целью поиска резонансов в конечном состоянии.

Из соображений калибровочной и релятивистской инвариантности следует, что симметричная часть тензора $K_{\mu\nu}$ (она одна имеет значение, если электроны не поляризованы; если же протоны не поляризованы, симметричная часть представляет собой все, что остается от полного тензора $K_{\mu\nu}$) должна иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{M}{\pi} K_{\mu\nu} = & 4W_2(q^2, \nu) \left(p_\mu - q_\mu \frac{p \cdot q}{q^2} \right) \left(p_\nu - q_\nu \frac{p \cdot q}{q^2} \right) - \\ & - 4W_1(q^2, \nu) M^2 \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right). \quad (25.3) \end{aligned}$$

Рассмотрим свойства функций W_1 и W_2 . Явные, но нежелательные полюса при $q^2 = 0$ возникают (в 25.3) только из-за выбранной нами формы записи и, конечно, не могут быть подлинными. Для устранения полюса высшего порядка должно выполняться соотношение $(p \cdot q)^2 W_2 = -M^2 q^2 W_1$ при $q^2 \rightarrow 0$ или же $W_2 = -(q^2/\nu^2) W_1 + O(q^4)$ при $q^2 \rightarrow 0$, но W_1 может стремиться к константе $W_1(0, \nu)$. Таким образом, при малых значениях q^2 функция $W_1 \rightarrow W_1(0, \nu)$, а $W_2(q^2, \nu) \rightarrow (-q^2/\nu^2) W_1(0, \nu)$.

Полное сечение поглощения воображаемого фотона с массой q^2 , ударяющего по протону, равно

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{4\pi e^2}{2k2M} \sum_X |\langle X | e_\mu J_\mu | p \rangle|^2 2\pi\delta(M_X^2 - (p+q)^2) = \\ &= \frac{4\pi e^2}{2k2M} e_\mu e_\nu K_{\mu\nu}; \end{aligned} \quad (25.4)$$

здесь k — импульс фотона в системе покоя протона.

Существуют две возможные поляризации. *Поперечная*: e_μ перпендикулярно q_μ и p_μ ; при этом

$$\sigma_t = \frac{4\pi^2 e^2}{k} W_1. \quad (25.5)$$

Продольная (иногда ее называют *скалярной*): $e_t = q_z/\sqrt{-q^2}$, $e_z = q_t/\sqrt{-q^2}$; в этом случае

$$\sigma_s = \frac{4\pi^2 e^2}{k} \left[\left(1 + \frac{v^2}{-q^2} \right) W_2 - W_1 \right]. \quad (25.6)$$

Эти два сечения можно использовать вместо W_1 и W_2 . Из приведенных формул следует

$$\frac{W_1}{W_2} = \left(1 + \frac{v^2}{-q^2} \right) \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_s}. \quad (25.7)$$

Сворачивая электронный шпур с $K_{\mu\nu}$, получаем сечение ер-рассеяния в лабораторной системе

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) W_2 + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) W_1 \right]. \quad (25.8)$$

В принципе возможно определить как W_1 , так и W_2 , что и было сделано в нескольких случаях. Однако более точно известна функция W_2 , и часто то, что приводится в литературе, представляет собой именно W_2 , вычисленную при некоторых предположениях о W_1 . С другой стороны, можно написать

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{e^2}{2\pi^2} \frac{kE'}{-q^2 E (1-\varepsilon)} [\sigma_t + \varepsilon\sigma_s], \quad (25.9)$$

где

$$\varepsilon = \left[1 + 2 \operatorname{tg}^2(\theta/2) \left(1 + \frac{v^2}{-q^2} \right) \right]^{-1};$$

данные эксперимента часто приводятся в комбинации $\sigma_t + \varepsilon\sigma_s$, не разрешенной относительно σ_t и σ_s ; величина ε чаще всего мала.

Задача.

Покажите, что для упругого рассеяния на протоне

$$4M^2 W_1 = -q^2 G_M^2 \delta \left(\nu + \frac{q^2}{2M} \right),$$

$$W_2 = \frac{G_E^2 - (q^2/4M^2) G_M^2}{1 - q^2/4M^2} \delta \left(\nu + \frac{q^2}{2M} \right).$$

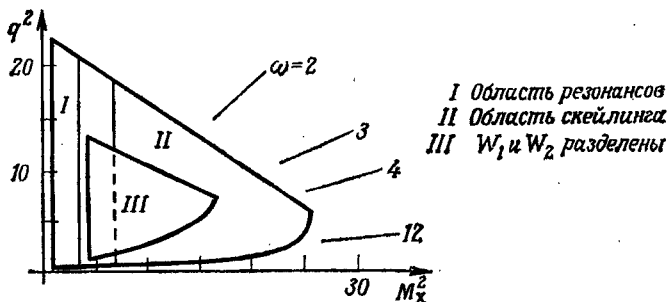
ЛЕКЦИЯ 26

Теперь мы дадим нечто вроде предварительного описания экспериментальных результатов (опуская некоторые детали, которыми займемся позже). Прежде всего заметим, что при обсуждении низкоэнергетических результатов в качестве переменной удобно использовать квадрат массы конечного состояния $M_X^2 = M^2 + 2M\nu + q^2$. Наше обсуждение мы начнем, пользуясь переменными M_X^2 и q^2 . Пока $M_X^2 < M^2$, ничего, разумеется, не рождается. Затем наблюдается большой пик от упругого рассеяния, соответствующий $M_X^2 = M^2$, когда в конечном состоянии имеется только один протон. Этот пик возникает из-за $\delta(q^2 + 2M\nu)$, и его высота определяется форм-факторами G_M и G_E в соответствии с задачей в конце предыдущей лекции. С ростом $-q^2$ высота пика падает по закону $1/(1 - q^2/0,71)^4$.

Увеличивая M_X^2 при фиксированном q^2 , мы получаем далее «первый» резонанс при $M_X = 1236$, «второй» — вблизи 1520 и, наконец, «третий» — около 1700 МэВ; имеются также некоторые указания на «четвертый» резонанс при 1900 МэВ. Теоретически мы должны были бы видеть больше резонансов, например при 1535 МэВ, однако «второй» пик, несомненно, является смесью двух неразрешенных резонансов, в то время как пик вблизи 1700 МэВ, называемый иногда резонансом 1688, вероятно, представляет собой смесь его с четырьмя другими, ожидаемыми в той же области энергий. Резонанс около 1470 МэВ (резонанс Ропера) в этих экспериментах обнаружен не был.

Все резонансы могут быть описаны как пики Брейта — Вигнера над фоном, который по мере роста M_x^2 становится преобладающим и переходит в гладкую кривую.

Как зависит рождение резонансов от q^2 ? Теоретически при очень малых значениях q^2 вероятность обнаружить резонанс определяется угловым моментом состояния и пропорциональна соответствующей степени Q ($Q^2 = -q^2$).



Ф и г. 10.

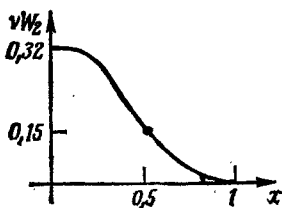
Однако при бóльших значениях $-q^2$ высота всех резонансных пиков падает более или менее так же, как и пик от упругого рассеяния. В самом деле, если построить графики для зависимости отношения $(d\sigma/d\Omega)_{\text{рез}} / (d\sigma/d\Omega)_{\text{упр}}$ от $-q^2$, то обнаруживается, что кривые быстро возрастают от порогового значения (отвечающего фоторождению) и достигают насыщения. (вблизи единицы или чуть ниже) при $-q^2 \gtrsim 1 \text{ ГэВ}^2$.

При еще больших $-q^2$ и больших ν от резонансов ничего не остается. Относительно этой области Бьёркен предположил, что функция $\nu W_2(q^2, \nu)$ [а также $W_1(q^2, \nu)$] должна зависеть только от переменной $x = -q^2/2M\nu$. (Экспериментальные данные часто представляют также в виде функции от $\omega = 2M\nu/(-q^2) = 1/x$.) Как оказалось, это с хорошей точностью соответствует действительности. Такое свойство, что при $-q^2 \rightarrow \infty$ и $\nu \rightarrow \infty$, но конечном значении $-q^2/2M\nu = x$ величина $\nu W_2(q^2, \nu)$ стремится к функции $F(x)$, зависящей только от x , известно как

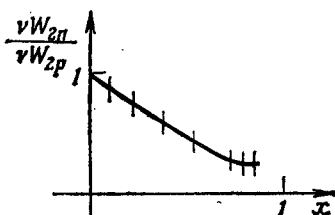
бьёркеновский скейлинг. Нам еще предстоит большой разговор о теоретическом значении этого факта.

На фиг. 10 указаны области (обозначенные римскими цифрами) изменения переменных M_X^2 и q^2 , для которых к настоящему времени (январь 1972 г.) получены экспериментальные данные.

При $\omega < 4$ скейлинг наблюдается для $M_X^2 > (2,6)^2 \text{ ГэВ}^2$. В области $12 > \omega > 4$ для $M_X > 2$ и $-q^2 > 1$ функция νW_2 постоянна в пределах экспериментальных ошибок и «масштабно инвариантна» по любой переменной.



Фиг. 11.



Фиг. 12.

На фиг. 11 показана зависимость νW_2 от x . Для протона получено $\int_0^1 \nu W_{2p} dx = 0,18 \pm 0,01$, а для нейтрона

$$\int_0^1 \nu W_{2n} dx \approx 0,12.$$

Данные для нейтрона получаются вычитанием из данных по дейтрону. Зависимость отношения $\nu W_{2n}/\nu W_{2p}$ от x имеет вид кривой, показанной на фиг. 12. Эта кривая близка к прямой линии $(1 - x)$ для значений x от 0 до 0,75. Имеются указания на то, что при дальнейшем увеличении x эта линия загибается вверх и достигает значения 0,4 (?) для $x \rightarrow 1$, но большие значения, по-видимому, исключены¹⁾.

В области, где функции W_1 и W_2 могут быть разделены, можно определить значения $R = \sigma_s/\sigma_t$. Найдено,

¹⁾ В связи с более поздними данными см. примечание 2 в конце книги. — Прим. ред.

что R меняется от 0 до 0,5, но из-за больших экспериментальных ошибок какой-либо определенной тенденции увидеть не удалось. Если предположить, что величина R постоянна, то она равна $0,18 \pm 0,10$. Экспериментальные данные согласуются также с $R = 0,03(-q^2)/M^2$ или $R \approx -q^2/v^2$. В последнем случае следует ожидать, что в области скейлинга $R \rightarrow 0$ при фиксированном значении x .

Теория глубоко неупругого рассеяния электронов на протонах

Мы начинаем теперь довольно длительное теоретическое обсуждение неупругого ер-рассеяния. Прежде всего речь пойдет о «глубоко» неупругой области, где $-q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$, но величина $-q^2/2M\nu = x$ остается конечной, или области бьёркеновского скейлинга. Сначала мы обсудим вкратце то, что называется партонной моделью, а затем поговорим об общих свойствах функций W_1 и W_2 и увидим, что они связаны с коммутатором двух токов. После этого мы снова вернемся к партонной модели, но рассмотрим ее более детально, обсудим предположения, согласно которым партоны можно отождествить с кварками и т. п., и установим связь всего этого с более абстрактным представлением, которое называется алгеброй Гелл-Манна на световом конусе. Затем последует обсуждение разнообразных вопросов, которое завершится попытками разобраться в том, что происходит в других областях изменения переменных q^2 и ν [т. е. при меньших q^2 и (или) в области резонансов]. На самом деле наши рассуждения не будут столь четко организованы, и мы будем как бы блуждать среди всех этих вопросов.

IX. ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ

Партонная модель

В идейном отношении партонная модель наиболее проста для понимания, хотя она и представляется несколько специфичной, поскольку в ней делаются конкретные предположения. Более общие и абстрактные построения представляются поэтому более удовлетворительными, но для начала мы все же примем самую элементарную точку зрения. При обсуждении такого рода вопросов надо не упускать из виду принципы теории относительности, квантовой механики, унитарности, аналитичности и т. п. Одна из возможностей учесть все это состоит в том, чтобы работать с какой-нибудь моделью, которая удовлетворяет всем этим принципам одновременно. Нам не известна ни одна простая модель такого рода, за исключением теории поля (но и она может не годиться — все примеры расходятся!), которая на самом деле является исключительно сложной моделью. Тем не менее постараемся выяснить, что она могла бы нам предложить.

В теории поля волновая функция какого-либо состояния, например протона, может быть определена путем задания амплитуд вероятности обнаружить «голые» полевые частицы различного сорта, движущиеся с разными импульсами. Эти голые полевые частицы мы назовем «партонами». Некоторые явления могут быть порой поняты непосредственно с помощью таких волновых функций, но обычно приходится анализировать матричные элементы перехода к волновым функциям других состояний. К сожалению, волновая функция преобразуется весьма не просто при переходе от одной релятивистской системы отсчета к другой (для этого надо бы знать гамильтониан), поскольку она описывает только срез в данный момент времени. Поэтому некоторые свойства легче

увидеть, анализируя волновую функцию в какой-то одной системе, чем в другой. Свойства глубоко неупругого рассеяния становятся более понятными, если рассматривать волновую функцию протона, движущегося с очень большим импульсом P (в направлении $+z$). Фактически мы будем изучать предельный вид этой волновой функции при $P \rightarrow \infty$.

В каких переменных волновая функция имеет предельный вид? Исследовав свойства нескольких типичных гамильтонианов и зная характер инклюзивных адронных реакций при очень высокой энергии, мы заключаем, что если измерять импульс партонa в долях P , т. е. записывать его как ξP , а поперечный импульс — в абсолютных единицах k_{\perp} , то при больших значениях P амплитуды зависят только от ξ и k_{\perp} . [Исключение представляет случай настолько малых значений ξ , что ξP составляет величину порядка нескольких ГэВ. Значения $\xi \sim 1$ ГэВ/ P назовем «маленькими» (*wee*). Распределение маленьких партонoв («малюток»), по-видимому, лучше всего описывается в абсолютных переменных p_z и k_{\perp} . Как мы увидим ниже, область «малюток» анализировать трудно, но основные свойства глубоко неупругого рассеяния не имеют к ним отношения.]

Тот факт, что поперечный импульс k_{\perp} остается конечным, *не вытекает* (по крайней мере с очевидностью) непосредственно из теории поля (и действительно, теория возмущений не приводит к этому результату; следовательно, опираться на нее нельзя). Это только догадка, основанная на общем свойстве столкновений при высоких энергиях, заключающемся в том, что в среднем поперечные импульсы продуктов реакции равны примерно $p_{\perp}^2 = (0,4 \text{ ГэВ})^2$.

Тем не менее, допустив, что значения k_{\perp} ограничены, можно вывести независимость амплитуд от P , пользуясь теорией поля. (Сегодня, впрочем, мы могли бы основывать это утверждение на опыте. Оно представляет собой закон масштабной инвариантности — скейлинга — для продольных импульсов продуктов реакции при очень высокой энергии.) Приведем некоторые соображения о том, как возникает такой скейлинг. Амплитуда того, что состояние с энергией E выглядит как бы построенным из

двух частей с энергией $E_n = E_1 + E_2$, определяется (по теории возмущений) множителем

$$\frac{A}{E - E_n} = \frac{A}{E - E_1 - E_2}. \quad (26.1)$$

С другой стороны, сумма z -компонент импульсов обеих частей равна z -компоненте полного импульса $P = p_1 + p_2$. Положим $p_1 = \xi_1 P$, $p_2 = \xi_2 P$, $\xi_1 + \xi_2 = 1$ и $E = \sqrt{P^2 + M^2} \approx P + M^2/2P$. Если M_1 — масса первой части, а k_1 — ее поперечный импульс, то приближенно

$$E_1 = \sqrt{\xi_1^2 P^2 + k_1^2 + M_1^2} \approx \xi_1 P + \frac{k_1^2 + M_1^2}{2\xi_1 P} \quad (26.2)$$

и аналогично

$$E_2 \approx \xi_2 P + \frac{k_2^2 + M_2^2}{2\xi_2 P}.$$

Таким образом,

$$\frac{A}{E - E_1 - E_2} = \frac{AP}{M^2/2 - (M_1^2 + k_1^2)/2\xi_1 - (M_2^2 + k_2^2)/2\xi_2}. \quad (26.3)$$

Величина P , стоящая в числителе, обычно включается в нормировку или в выражение для A , так что существенная часть выражения (26.3) оказывается функцией только переменных ξ_1 , ξ_2 , k_1^2 и k_2^2 . Подобные соображения были использованы для предсказания скейлинга в инклюзивных реакциях; они подтверждены экспериментом.

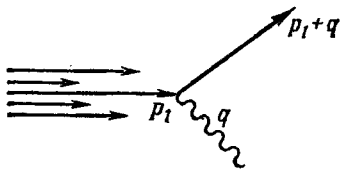
Далее мы видим, что величина ξ_1 (вне области малюток) должна быть положительной, т. е. ни один партон не может быстро двигаться назад. Действительно, если ξ_1 отрицательна, то выражение (26.2) неправильно; его правая часть должна содержать $|\xi_1|$. Но тогда (если ξ_1 отрицательно) $E - E_1 - E_2 \approx (1 - |\xi_1| - |\xi_2|)P = 2\xi_1 P$, так что знаменатель в (26.3) не мал, а велик, и амплитуда в P^2 раз меньше, чем в случае положительных значений ξ_1 .

ЛЕКЦИЯ 27

Представим себе, что протон с импульсом P состоит из партонов с импульсами $\xi_i P$. Импульс протона поделен, таким образом, между партонами в различных пропорциях ξ_i , причем все значения ξ_i лежат в интервале между 0 и 1 (иначе какие-то ξ_i обязаны быть отрицательными, поскольку $\sum \xi_i = 1$).

Итак, начальный протон представляется нам пачкой партонов, между которыми распределен весь его импульс и которые практически свободны. Последнее можно пояснить, рассмотрев динамику отдельных частей протона в его системе покоя и предположив, что энергия их взаимодействия конечна, так что они изменяют свой импульс, рождаются или уничтожаются и т. п. за конечные отрезки времени. Тогда при движении протона с большим импульсом P эти отрезки времени растягиваются в соответствии с релятивистским преобразованием, и по мере роста P все изменения происходят медленнее и медленнее. В конце концов все выглядит так, будто партоны не взаимодействуют вовсе.

Когда по протону ударяет фотон, оператор взаимодействия J_μ действует на тот или иной партон, переводя его в новое состояние с импульсом $p_2 = p_1 + q$ ($p_1 \approx \xi P$). Если бы партон обладал определенной массой m^2 , то следовало бы ожидать, что сечение процесса



пропорционально

$$\frac{1}{2E_1} |M|^2 2\pi\delta((p_1 + q)^2 - m^2) = \frac{1}{2E} K_{\mu\nu}; \quad (27.1)$$

множители $1/2E_1$ и $1/2E$ появляются здесь в результате выбранной нами нормировки $|M|^2$ и $K_{\mu\nu}$. Фактически вследствие предположения о конечности энергий взаимодействия изменение энергии партона при столкновении

с фотоном не совсем такое, как для свободных частиц, а отличается на некоторую неизвестную (но конечную) величину Δ , которая может зависеть от x и т. п.

В случае партонов с нулевым спином

$$|M|^2 = (p_{1\mu} + p_{2\mu})(p_{1\nu} + p_{2\nu}). \quad (27.2)$$

Для партонов со спином $1/2$

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{1}{2} \text{Sp} ((\hat{p}_1 + m) \gamma_\mu (\hat{p}_2 + m) \gamma_\nu) = \\ &= [2p_{1\mu}p_{2\nu} + 2p_{1\nu}p_{2\mu} - 2\delta_{\mu\nu}(p_1 \cdot q)]. \end{aligned} \quad (27.3)$$

(Мы будем проводить вычисления для партонов со спином $1/2$; в случае нулевого спина мы только сформулируем результаты.) Для облегчения опустим в $K_{\mu\nu}$ все члены с q_μ , поскольку известно, как можно получать их, используя калибровочную инвариантность. Так, в выражении для $|M|^2$ мы будем писать $p_{1\nu}$ вместо $p_{2\nu}$. В нашем предельном случае можно с очень хорошей точностью писать $p_{1\mu} = \xi P_\mu$, где P_μ — 4-импульс протона (строго говоря, это верно только для z -компоненты импульса, но мы видели, что отсюда следует соотношение и для t -компоненты, т. е. $E_1 = \xi E$; поперечные импульсы конечны и относительно малы).

Таким образом, если величина $\int f(x) dx$ равна числу партонов с импульсами между x и $x + dx$, причем каждый сорт взвешен со своим квадратом заряда (в единицах заряда электрона), то

$$\begin{aligned} K_{\mu\nu} &= \frac{\pi}{M} (4P_\mu P_\nu W_2 - 4\delta_{\mu\nu} M^2 W_1) = \\ &= \int \frac{f(\xi)}{\xi} (4\xi^2 P_\mu P_\nu - 2\xi \delta_{\mu\nu} P \cdot q) 2\pi \delta((\xi P + q)^2 - m^2 - \Delta) d\xi. \end{aligned} \quad (27.4)$$

Множитель $1/\xi$ происходит здесь от нормировочных множителей $2E/2E_1$. В аргументе δ -функции стоит величина $(\xi P + q)^2 - m^2 - \Delta = 2\xi(P \cdot q) + q^2 + \xi^2 M^2 - m^2 - \Delta$, но при $-q^2 \rightarrow \infty$ и $P \cdot q = M\nu \rightarrow \infty$ (так что $-q^2 = 2M\nu \cdot x$) этот аргумент превращается в $2M\nu(\xi - x) +$ (конечные величины), откуда приближенно $\delta(2M\nu(\xi - x)) =$

$= (1/2Mv)\delta(\xi - x)$. Следовательно, интегрирование в (27.4) δ -функции при больших значениях v дает

$$4P_{\mu}P_{\nu}W_2 - 4\delta_{\mu\nu}M^2W_1 = \frac{f(x)}{v}(4xP_{\mu}P_{\nu} - 2Mv\delta_{\mu\nu}).$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} vW_2(q^2, v) &= xf(x), \\ 2MW_1(q^2, v) &= f(x), \end{aligned} \quad (27.5)$$

и мы приходим к функциям, зависящим только от $x = -q^2/2Mv$.

Если использовать скалярные партоны, то формула для vW_2 не изменится, но для $2MW_1$ мы получим $W_1=0$. Если доля партонов со спином $1/2$ (взвешенных со своими квадратами зарядов) и импульсом в интервале от x до $x + dx$ равна $\gamma(x)$, то функция W_2 не меняется, а $2MW_1 = \gamma(x)f(x)$. Отношение

$$R = \frac{\sigma_s}{\sigma_t} = \frac{\left(1 + \frac{v^2}{-q^2}\right)W_2 - W_1}{W_1}$$

в пределе бьёркеновского скейлинга равно

$$R = \frac{vW_2/x - 2MW_1}{2MW_1} = \frac{1 - \gamma(x)}{\gamma(x)}. \quad (27.6)$$

В экспериментально исследованной области значений q^2 и v отношение R имеет порядок $0,18 \pm 0,10$; поэтому $1 - \gamma$ меньше 0,2, и скалярных партонов немного. Наиболее вероятная гипотеза состоит в том, что

все заряженные партоны имеют спин $1/2$.

Наблюдаемое ненулевое значение R можно объяснить тем, что мы еще не достигли достаточно высоких значений энергии и q^2 , чтобы полностью оказаться в области скейлинга. Например, выражение $R \approx q^2/v^2$ также удовлетворяет данным эксперимента и обращается в нуль в бьёркеновском пределе.

Это заключение о структуре теории, определяющей свойства адронов, представляется очень важным. Необходимо проследить, действительно ли R стремится к нулю

по мере достижения бьёркеновского предела, т. е. скейлинга.

Если бы все заряженные партоны несли фундаментальный заряд $\pm e$, то в наших единицах квадрат заряда был бы равен 1 и мы могли бы сказать, что на долю заряженных партонов приходится только 18% импульса протона (потому что $\int xf(x)dx = 0,18 \pm 0,01$), а весь остаток, т. е. 82%, достается каким-то нейтралам. Эти 18% удивительно малы. Если партоны суть кварки и несут заряды вроде $\pm^2/3$ или $\pm^1/3$, то доля импульса, переносимого кварками, могла бы быть больше. Мы рассмотрим такую модель подробнее, но, оказывается, даже и в ней надо предположить, что часть импульса уносится нейтралами.

ЛЕКЦИЯ 28

Область малюток

Идеи, приводящие к формулам скейлинга (27.5), представляются вполне убедительными. Сделав дополнительные предположения относительно области малюток, мы сможем понять и другие аспекты поведения W_1 и W_2 . Следует иметь в виду, что мы теперь развиваем дальше наши первоначальные представления о партонах с целью понять другие особенности поведения кривой $f(x)$. Экспериментальные значения νW_2 , по-видимому, стремятся к константе (0,32) при $x \rightarrow 0$. Это означает, что $f(x)$ ведет себя как $0,32/x$, демонстрируя тем самым рост среднего числа партонов по мере уменьшения x и приближения к области малюток (так что число партонов-малюток является конечным и не зависит от P , а среднее полное число партонов в состоянии с импульсом P растет логарифмически с увеличением P). Такое поведение функции $f(x)$ не столь уж неожиданно — аналогичное распределение имеют и продукты адронных столкновений. Понять, как это происходит, можно, изучая уравнения теории поля при высоких энергиях, а также теорию возмущений для тормозного излучения. В последнем случае генерируются нейтральные частицы с распределением $dk/E \sim dp_z / \sqrt{p_z^2 + k_\perp^2 + m^2} \rightarrow dx/x$.

Такие нейтралы в свою очередь могут рождать пары, поэтому в области малых значений x находится большое и примерно одинаковое число частиц и античастиц. Уравнения теории поля приводят к тому же самому; кроме того, из них следует, что в более высоких порядках теории возмущений область малых значений x заполняется частицами, приходящими из области больших импульсов путем каскада переходов $x \rightarrow x' \rightarrow x''$, идущих с уменьшением x . В любом случае мы делаем вывод, что пары в целом нейтральны, а потому их характер одинаков как для протона, так и для нейтрона. Этого следует ожидать и из других соображений. Например, поведение dx/x приводит к постоянному сечению для виртуальных фотонов (с фиксированным, но большим отрицательным квадратом массы). То, что такие сечения должны быть постоянными, следует из представления, что эти фотоны обладают некоторой вероятностью превратиться в виртуальные адроны (типа ρ -мезона), а адроны имеют постоянные полные сечения (для «объяснения» этого употребляют магическое слово «померон»), одинаковые для протона и нейтрона. Таким образом, мы ожидаем, что $\nu W_{2n} = \nu W_{2p}$ при $x \rightarrow 0$, как и оказывается в действительности: обе функции $f(x)$ стремятся к одинаковому для протонов и нейтронов пределу $0,32/x$ при малых значениях x . Мы знаем также из опыта при 16 ГэВ, что с точностью 3% $\sigma_{\gamma p} = \sigma_{\gamma n}$ для $q^2 = 0$.

Тот факт, что $f(x)$, по-видимому, ведет себя как $0,32/x$ при $x \rightarrow 0$, означает, что полное сечение поглощения протонами виртуальных фотонов с энергией ν и фиксированным большим отрицательным q^2 стремится к константе при бесконечном увеличении энергии, т. е. ведет себя точно так же, как и сечение поглощения реальных фотонов. До тех пор, пока мы остаемся на верхней границе области малюток, так что $x = b/P$, причем b достаточно велико, можно ожидать, что $f(x) \approx 0,32/x$, согласно эксперименту. Отсюда находим сечение поглощения поперечных виртуальных фотонов в пределе скейлинга:

$$\sigma_t = \frac{4\pi^2 e^2}{k} W_1 = \frac{4\pi^2 e^2}{\sqrt{\nu^2 - q^2}} \frac{1}{2M} f(x) \approx \frac{4\pi^2 e^2}{\nu} \frac{f(x)}{2M}. \quad (28.1)$$

Для значений x , соответствующих верхней границе области малюток ($-q^2$ достаточно велико):

$$\sigma_t = \frac{4\pi^2 e^2}{2M\nu} \frac{0,32}{x} = \frac{4\pi^2 e^2 (0,32)}{-q^2} = 115 \text{ мкб} \left(\frac{0,32 \text{ ГэВ}^2}{-q^2} \right). \quad (28.2)$$

В этой связи уместно высказать догадку (эти рассуждения не имеют отношения к партонной модели) о том, что происходит при больших ν , но не настолько больших значениях $-q^2$, чтобы $-q^2/2M\nu$ выходило далеко за пределы области малюток $\sim 1 \text{ ГэВ}/P$. Известно, что при $q^2 = 0$ полное сечение γN -взаимодействия не зависит от ν . При других значениях $-q^2$ ненадежная МДВМ привела бы к множителю $-m_p^2/(q^2 - m_p^2)$ в амплитуде или $[1/(1 - q^2/m_p^2)]^2$ в сечении, который домножается на выражение, не зависящее от ν (в случае больших ν). Очевидно, что при больших значениях $-q^2$ (далеко от p -мезонного полюса) это неправильно, поскольку здесь сечение падает по закону $(-q^2)^{-2}$ вместо $(-q^2)^{-1}$, что, как мы видели выше, обнаружено на опыте. С другой стороны, безусловно, можно предположить, что для любого значения $-q^2$ полное сечение постоянно при больших ν , но зависит от $-q^2$, т. е. $\sigma_t = 4\pi^2 e^2 C(-q^2)$. В настоящее время функция $C(-q^2)$ неизвестна, за исключением случая $q^2 = 0$ и больших значений $-q^2$. Чтобы описать поведение этой функции, нужна хорошая теория.

Хотя число партонов бесконечно, импульс, который они несут, разумеется, конечен, ибо полный импульс всех партонов — заряженных и нейтральных — равен 1 (в единицах P). Мы знаем также, что импульс всех заряженных партонов, взвешенный с квадратом заряда e^2 ,

$$\text{равен } \int_0^1 x f(x) dx = 0,18 \pm 0,01.$$

Формула для R . Можно прикинуть, как ведет себя отношение R при подходе к пределу скейлинга, если вычислить σ_s непосредственно в этой области. Будем работать в системе, в которой q_μ является чисто простран-

ственным вектором:

$$P_\mu = (E, P, 0, 0), \quad P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu = (E, 0, 0, 0),$$

$$q_\mu = (0, -2Px, 0, 0), \quad \delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} = \text{diag}(1, 0, -1, -1).$$

Воспользуемся теперь уравнением (27.4), где восстановим все q_μ в выражении для $|M|^2$:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{M} (4P_\mu P_\nu W_2 - 4\delta_{\mu\nu} M^2 W_1) = \\ & = \int \frac{f(\xi)}{\xi} 2[p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{1\nu} p_{2\mu} - \delta_{\mu\nu} (p_1 \cdot p_2 - m^2)] \times \\ & \quad \times 2\pi\delta((p_1 + q)^2 - m^2 - \Delta) d\xi \end{aligned}$$

[аргумент δ -функции превращается в $4P^2x(\xi - x) - \Delta$]. Чтобы получить σ_s , нам нужно выделить tt -компоненту в обеих частях этого равенства. Однако если бы правая часть была записана точно, то (в силу калибровочной инвариантности) ее z -компонента строго равнялась бы нулю. Во избежание ошибок при вычислении разности двух больших величин положим $\mu = t - z$ и $\nu = t - z$, так что $\delta_{\mu\nu}$ не дает вклада, а $p_{1\mu} p_{2\nu} \rightarrow (E_1 - p_{1z})(E_2 - p_{2z})$. Это эквивалентно замене поляризации фотона $e_\mu = (1, 0, 0, 0)$ на $e'_\mu = (1, 1, 0, 0)$. В силу калибровочной инвариантности ответ должен быть одним и тем же. Поскольку импульс p_{2z} направлен назад, то $E_2 - p_{2z} \approx \approx 2|p_{2z}| = 2(2x - \xi)P$; p_{1z} направлен вперед, поэтому $E_1 - p_{1z} \approx \sqrt{p_{1z}^2 + k_\perp^2 + m^2} - p_{1z} \approx (k_\perp^2 + m^2)/(2P\xi)$. Здесь $k_\perp^2 + m^2$ представляет собой сумму среднего поперечного импульса и квадрата массы партонa (с долей импульса ξ). Что бы ни означала эта величина, она, во всяком случае, определяет квадрат какой-то конечной энергии. Величины σ_z и R даются формулами

$$(4E^2 W_2 - 4M^2 W_1) = 2Mf(x) \frac{4(k_\perp^2 + m^2)}{-q^2} \Big|_x$$

$$R = \frac{4(k_\perp^2 + m^2)}{-q^2} \Big|_x$$

Явная зависимость этих выражений от m^2 ошибочна. В рамках партонной модели неточность вычислений со свободными партонами приводит, по-видимому, к неопределенности $\pm\Delta$ (поправке на энергию связи) во всех эффективных массах партонов. В нашем частном случае ошибка происходит из-за того, что в выражении $E_1 - p_{1z}$ мы, по сути, предположили, что E_1 представляет собой только кинетическую энергию свободного партона и больше ничего. Между тем, когда операторы шредингеровской теории возмущений содержат d/dt , точное выражение для них обычно является более сложным, чем для оператора кинетической энергии. Формула для R должна иметь вид

$$R = \frac{4(k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta)}{-q^2} \Big|_x. \quad (28.3)$$

Ожидаемая тенденция R падать как $1/(-q^2)$ на опыте не видна, правда, ошибки еще слишком велики. Взяв для оценки $k_{\perp}^2 \approx 0,25 \text{ ГэВ}^2$ независимо от x — как в адронных соударениях — и m^2 того же порядка (иначе мы не смогли бы объяснить, почему величина k_{\perp}^2 так мала), получаем $R \approx (2 \pm 4\Delta)/(-q^2)$. Для значения $-q^2 = 7$ (соответствующего примерно середине экспериментально исследованной области) $R \approx 0,3 \pm 4\Delta/7$, что не представляется неразумным при сравнении со средним экспериментальным значением $R \approx 0,18$.

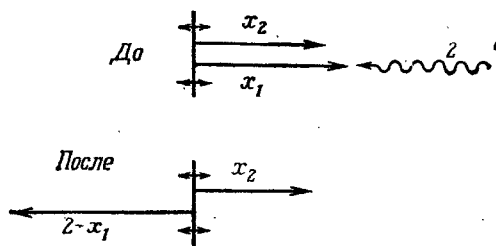
ЛЕКЦИЯ 29

Область вблизи $x = 1$

Мы можем получить некоторые качественные представления относительно области вблизи $x = 1$. Рассмотрим сначала предельный случай $x = 1$ (соответствующий упругому рассеянию) при больших $-q^2$. Выберем систему координат, в которой $q_{\mu} = (0, -Q, 0, 0)$ — чисто пространственный вектор. Для 4-импульса протона $P_{\mu} = (E, P, 0, 0)$ имеем $P = Q/2$, поскольку после столкновения импульс протона $P'_{\mu} = P_{\mu} + q_{\mu} = (E, -P, 0, 0)$ имеет z -компоненту противоположного знака. При боль-

ших значениях Q , а значит, и больших P начальное состояние протона можно характеризовать амплитудами вероятности различных конфигураций (в пространстве x и k_{\perp}). Предположим, например, что конфигурация включает в себя два маленьких партона и два немаленьких, как показано на фиг. 13 (диаграмма «до»).

Потребуем теперь, чтобы конечное состояние (диаграмма «после») было именно протоном. Это дает множитель $\langle \text{Протон с импульсом } -P | \text{Состояние «после»} \rangle$, представляющий собой (с точностью до комплексного сопряжения) амплитуду обнаружить в волновой функции

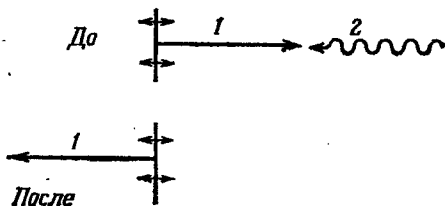


Фиг. 13.

протона состояние «после». Однако протон, движущийся налево, никогда (при больших значениях импульса P) не может выглядеть так, как показано на диаграмме «после», потому что в противном случае он содержал бы партон, движущийся назад (x_2), и любая оценка квадрата протонной массы привела бы к величине порядка P^2 , так что для получения нормальной массы протона M^2 требовалась бы энергия связи того же порядка P^2 .

Итак, пока конфигурация протона выглядит, как показано на диаграмме «до», она вносит очень малый вклад в упругое рассеяние. Чтобы такое рассеяние произошло, надо исходить из конфигурации, в которой один партон несет почти весь импульс: $x \approx 1$, а все остальные партоны являются малютками со значением x , скажем, меньше $1/P$ (соответствующая конфигурация представлена на фиг. 14).

Теперь после столкновения с налетающим фотоном направление импульса единственного быстрого партона меняется на противоположное; при этом его энергия изменяется слабо, и конечная конфигурация возможна для протона, поскольку партоны-малютки (абсолютные значения p_z которых ограничены, скажем, величиной порядка 1 ГэВ) могут двигаться как назад, так и вперед. Следовательно, амплитуда рассеяния (формфактор) пропорциональна квадрату амплитуды того, что протон выглядит как на диаграмме «до» (фиг. 14). Иначе говоря, она пропорциональна вероятности того, что все партоны, кроме одного, находятся в области малюток,



Фиг. 14.

Покажем теперь качественно, почему эта амплитуда должна вести себя как некоторая обратная степень Q . Если аналогия с тормозным излучением при образовании «моря» (т. е. области, где партоны распределены по закону dx/x) в какой-то мере соответствует действительности, то можно считать, что вероятность полного отсутствия частиц со значениями $x > x_0 \sim 1/Q$ имеет вид $\exp(-C\bar{n})$, где \bar{n} — среднее число частиц, ожидаемых с $x > x_0$, C — некоторая константа, учитывающая корреляции. (В отличие от тормозного излучения в первом порядке, которое является чисто пуассоновским, каждый «фотон», вероятно, в состоянии породить два каких-то других объекта и т. д., так что среднее число частиц оказывается большим, но пропорциональным некоторому смутно определенному «среднему числу статистически независимых событий».) Мы видели, что по крайней мере для малых значений x величина n ведет себя как a/x , где a — другая константа;

отсюда \bar{n} , среднее число частиц с $x > x_0$, равно

$$a \int_{x_0}^{x_1} dx/x = a \ln x_1 - a \ln x_0, \quad \text{где } x_1 \text{ — какой-то неизвест-}$$

ный верхний предел, начиная с которого распределение партонов отличается от закона dx/x . Итак, для достаточно малых значений x_0 вероятность $\exp(-C\bar{n})$ ведет себя как $\exp[Ca(\ln x_0 - \ln x_1)]$, т. е. как константа, умноженная на некоторую степень x_0 . Это и означает, что вне области малюток вероятность полного отсутствия партонов, имеющих распределение dx/x , падает как степень Q .

Могут существовать также какие-то особые партоны, которые участвуют в составлении квантовых чисел протона, но не принадлежат «морю»; они тоже должны находиться в области малюток. Изучение уравнений поля в пределе скейлинга, равно как и другие теоретические соображения (связанные с поведением реджевского типа), показывает, что такие партоны должны быть распределены по закону $x^\alpha dx/x$, где $\alpha \geq 0$. Таким образом, вероятность обнаружить их в области $x < x_0$ тоже должна падать как степень x_0 .

Мы приходим к выводу, что вероятность того, что протон выглядит как партон с $x \approx 1$, а остальные партоны имеют x ниже некоторого малого значений x_0 , падает как некоторая степень x_0 , скажем как x_0^γ . В частности, для маленького x_0 порядка $1/Q$ находим, что вероятность меняется как $Q^{-\gamma}$.

Следовательно, формфактор протона G_M (а также G_E ; см. ниже) должен спадать по закону $Q^{-\gamma}$. Экспериментальное значение γ , по-видимому, чуть больше 4.

Тот факт, что формфактор спадает до нуля при $Q \rightarrow \infty$, означает, что протон (при $P \rightarrow \infty$) выглядит как единственный партон с вероятностью, равной нулю. Это может происходить вследствие того, что ни один партон не имеет в точности квантовых чисел протона. Но, даже если бы такой партон и существовал, более убедительная причина этого состоит в том, что вероятность найти партон, который не окружен другими полями, порожденными взаимодействием с ним (и представляемыми «морем» dx/x), равна нулю — в точности так, как это ожидается из теории тормозного излучения.

Исследование отношения $R = \sigma_s/\sigma_t$, проведенное в предыдущей лекции, можно с тем же успехом повторить и в случае упругого рассеяния при $x = 1$. В результате находим

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_t} \Big|_{\text{упр}} = \frac{4(k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta)}{-q^2} \Big|_{x=1},$$

где $k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta$ относится к единственному партону, несущему почти весь импульс протона. С другой стороны, это отношение, выраженное через G_E/G_M , имеет вид

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_t} \Big|_{\text{упр}} = \frac{4M^2 G_E^2}{-q^2 G_M^2}$$

(M — масса протона). Таким образом, следует ожидать, что при больших $-q^2$ отношение G_E^2/G_M^2 стремится к константе, равной $(k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta)_{x=1}/M^2$. Серьезная проблема возникает при оценке этой константы из данных эксперимента. Если $G_M \approx \mu G_E$, где $\mu = 2,79$, то мы приходим к $(k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta)_{x=1} = 0,11 \text{ ГэВ}^2$, что подозрительно мало! Но данные при $-q^2 = 2,6$ показывают, что $\mu G_E/G_M$ даже меньше единицы, составляя что-то около 0,6 (и падает?), так что $(k_{\perp}^2 + m^2 \pm \Delta)_{x=1} < 0,04?$

Посмотрим, как должна меняться $f(x)$ для x вблизи 1, скажем при $x = 1 - y$, когда y мало. Найдем полную

вероятность того, что x превосходит $1 - y$, т. е. $\int_{1-y}^1 f(x) dx$.

Мы опять должны иметь один партон, уносящий почти весь импульс протона, в то время как суммарный импульс остальных партонов не может превосходить y . Это не совсем то же самое, что вероятность того, что ни один из остальных импульсов не превосходит $x_0 = y$, которая, как мы выяснили, равна y^N . Небольшое размышление приводит, тем не менее, к выводу, что интересующая нас вероятность меняется как та же степень, но только с другой константой перед степенью. (Это легче всего увидеть, воспользовавшись анализом размерностей; другая возможность состоит в подробном рассмотрении случая с

распределением Пуассона dx/x .) Отсюда при малых значениях y

$$\int_{1-y}^1 f(x) dx \sim y^{\nu},$$

или

$$f(x) \sim (1-x)^{\nu-1}$$

для x , близких к 1. Иначе говоря, мы ожидаем, что степенной закон в упругом рассеянии должен быть связан со степенным поведением $f(x)$ вблизи $x=1$. В частности, следует ожидать, что $f(x) \sim (1-x)^3$ или же показатель степени чуть больше. Данные опыта этому не противоречат. (Указанное соотношение было впервые опубликовано Дреллом и Яном [34*].)

Область больших $-q^2$ и конечных M_x^2 . Резонансы

Можно ли расширить эти идеи с тем, чтобы как-то понять, почему сечения рождения резонансов спадают при больших Q^2 примерно с той же степенью Q , что и пик от упругого рассеяния? [Мы сейчас рассматриваем область больших $-q^2$ и $2M\nu \approx -q^2$, а точнее, область конечных $M_x^2 = M^2 + 2M\nu - (-q^2)$.] Вероятно, лучше будет честно перевернуть вопрос и спросить, что можно сказать о волновых функциях резонансов, если с ростом $-q^2$ их сечения падают так же, как и в случае упругого рассеяния.

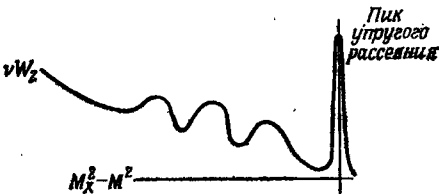
Если мы возбуждаем, скажем, резонанс Δ^+ , то диаграмма процесса опять-таки не может иметь вид, показанный на фиг. 13. Действительно, состояние «после» не является здесь резонансом Δ^+ , быстро движущимся влево, потому что в нем содержатся партоны, летящие в неправильную сторону. Взамен мы должны иметь конфигурацию типа показанной на фиг. 14, но на этот раз вместо того, чтобы интересоваться, выглядит ли диаграмма «после» как протон, зададимся вопросом: с какой амплитудой она соответствует резонансу Δ^+ ? Мы снова ожидаем, что Δ^+ содержит море маленьких партонов и т. п. и что амплитуда появления Δ^+ в состоянии с

единственным немаленьким партоном подавлена в $Q^{-\gamma'/2}$ раз (в случае протона амплитуда ведет себя как $Q^{-\gamma'/2}$). Из эксперимента мы заключаем, что γ' , по-видимому, совпадает с γ , и задним числом, вероятно, можем придумать соображения для объяснения этого. (Например, море может быть очень схожим в обоих случаях из-за того, что оно генерируется одним и тем же партоном. Тогда множитель $Q^{-\gamma'/2}$ характеризует вероятность того, что этот партон не окружен ничем, кроме маленьких частиц, а сам партон в обоих случаях одинаков.) Маленькие партоны, оставшиеся от протона, который первоначально двигался направо, имеют лишь определенную амплитуду оказаться в правильной пропорции (между величинами импульсов, не зависящих от Q , и т. п.), чтобы соответствовать протону, движущемуся налево, и некоторую другую амплитуду, чтобы соответствовать резонансу Δ^+ . Именно отношение этих не зависящих от Q амплитуд (в квадрате) определяет окончательное отношение вероятностей образования Δ^+ и протона при больших Q^2 . (В принципе, конечно, всегда может случиться, что для какого-то определенного резонанса такая амплитуда равна нулю, и тогда сечение рождения этого резонанса падает быстрее с ростом Q^2 , чем пик от упругого рассеяния.)

Отмеченные соотношения между показателями степени для упругого пика, резонансов и асимптотики $f(x)$ очень интересны. Важно отметить поэтому, что их можно сформулировать в виде общего принципа совершенно независимо от какой-либо интерпретации в рамках партонной теории (я очень признателен Бьёркену за обсуждение этой идеи). При таком подходе они представляются весьма глубокими и отражают новое фундаментальное свойство высокоэнергетических столкновений (ибо можно ожидать, что аналогичные соотношения связывают эксклюзивные и инклюзивные адронные реакции при высокой энергии).

Представьте, что мы построили график νW_2 (фиг. 15) при заданном большом значении $-q^2$ в зависимости от $M_X^2 - M^2 = 2M\nu(1-x) \approx -q^2(1-x)$ (x вблизи 1, и $2M\nu \approx -q^2$). Заметим, что масштабы $M_X^2 - M^2$ и $1-x$

пропорциональны. Мы обнаруживаем набор резонансов при соответствующих M_X^2 и хвост от «фоновой» кривой $(1-x)^{\nu-1}dx$ или $(-q^2)^{-\nu}(M_X^2 - M^2)^{\nu-1}d(M_X^2)$. Если теперь увеличивать $-q^2$, то, как мы уже видели, высота всех резонансов падает (хотя сами они остаются при тех же значениях M_X^2) по закону $(-q^2)^{-\nu}$, однако высота «фоновой» кривой (при заданном M_X^2) тоже падает как $(-q^2)^{-\nu}$. Таким образом, отношение «фона» [под «фоном» я подразумеваю хвост функции $f_p(x)$ из области скейлинга при x , близких к 1] к резонансам сохраняется



Ф и г. 15.

постоянным. Переходя к большим значениям $-q^2$ (в соударениях адронов — к большим значениям s), невозможно ни отделить более отчетливо резонансы от фона, ни заставить резонансы упасть ниже уровня фона и исчезнуть в нем. Иначе говоря, фон можно представлять себе происходящим от перекрытия резонансов или от хвостов самих резонансов, а все резонансы в конечном счете спадают по одинаковому закону (как некоторая степень $-q^2$ при увеличении значений $-q^2$). Бору бы это понравилось; он бы сказал, что существует два взаимно дополнительных способа рассмотрения фона: как континуума одночастичных состояний, приводящего к результатам, предсказываемым гипотезой скейлинга, или как совокупности большого числа резонансов — а Природа устраивает заговор, с тем чтобы в промежуточной области (больших значений $M_X^2 - M^2$) невозможно было решить, какая из двух точек зрения правильна.

ЛЕКЦИЯ 30

Довод в пользу того, что $\gamma' = \gamma$

Предположим, что для любого состояния (например, p или Δ) распределение партонов с маленькими x (т. е. с конечными значениями импульса) при увеличении Q стремится к вполне определенному распределению, не зависящему от Q . Или лучше (в нашем случае так будет яснее) примем, что для протона амплитуда находится в состоянии с единственным быстрым партоном, заданным распределением по маленьким импульсам (к примеру, ниже 2 ГэВ), и ничем более как-то падает с ростом Q , но распределение среди малюток стремится к определенному пределу. [Например, отношение (Амплитуда отсутствия малюток) : (Амплитуда одного партона с импульсом 300 МэВ) : (Амплитуда двух партонов с импульсами 100 и 400 МэВ) и т. д. становится постоянным.] Запишем сказанное в виде

$$\langle \text{Один партон при } x \approx 1, \text{ малютки с импульсами } k \mid \text{Протон} \\ \text{с импульсом } Q \rangle = F_p(Q) f_{p,i}(k)$$

(индекс i указывает на сорт партона). Аналогичное выражение можно написать и для резонанса.

Рассмотрим процесс поглощения фотона (фиг. 16) в системе координат, где $q_\mu = (Q' - Q, -Q' - Q, 0, 0)$. Столкнувшись с фотоном, быстрый партон с импульсом Q меняет направление своего движения на обратное и приобретает импульс Q' .

Согласно сказанному, амплитуда процесса пропорциональна

$$F_p(Q) \cdot F_\Delta(Q') \cdot \int f_p^*(k) f_\Delta(-k) d^3k.$$

Сделаем явное предположение, что последний множитель отличен от нуля. [Для некоторых резонансов по причинам, связанным с квантовыми числами (например, с изоспином), интеграл мог бы обращаться в нуль; такие резонансы могут падать с Q быстрее, но мы здесь рассматриваем лишь те состояния, которые в этом смысле не являются особыми.] Результат, однако, должен

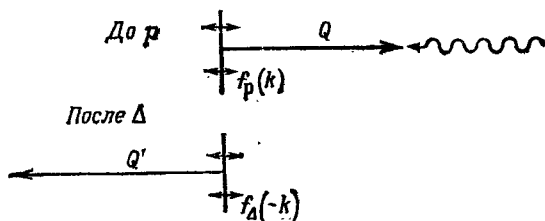
быть релятивистски инвариантным, т. е. он может зависеть лишь от $q^2 = -4QQ'$. Поэтому $F_p(Q)F_\Delta(Q')$ является функцией только QQ' , откуда мы заключаем, что как $F_p(Q)$, так и $F_\Delta(Q)$ должны иметь вид $1/(2Q)^{1/2}$ (константу можно включить в последний множитель). Следовательно,

$$\text{Амплитуда } (p \rightarrow \Delta) = (-q^2)^{-1/2} a(p, \Delta),$$

где величина

$$a(p, \Delta) = \sum_i \int f_{p,i}^*(k) f_{\Delta,i}(-k) d^3k$$

зависит от состояний p и Δ , но не зависит от $-q^2$.



Фиг. 16.

Если же два состояния имеют разные степени Q в выражении для $F(Q) = Q^{-1/2}$, то они должны быть ортогональны в том смысле, что $\int f_p^*(k) f_\Delta(-k) d^3k = 0$. Обычно это происходит из-за различия в квантовых числах системы малюток, таких как заряд, странность, изоспин или z -компонента углового момента.

Принцип, который обсуждался в конце предыдущей лекции, вполне применим и к столкновениям адронов при высокой энергии. Хотя в этом курсе лекций такие столкновения и не представляют для нас непосредственного интереса, я вкратце обрисую, как указанный принцип мог бы там работать.

Рассмотрим какую-либо эксклюзивную реакцию (при конечном или нулевом переданном импульсе t) $A + B \rightarrow C + X$, где A , B и C фиксированы, а X — резонансное состояние; пусть начальный импульс в системе ц. и. равен P , вторичная частица C уносит импульс $P_C = Px$, а

величина $s = 4P^2$ стремится к бесконечности. Представим себе, что мы измеряем недостающую массу резонанса $M_X^2 = P_X^2 = (P_A + P_B - P_C)^2 \approx s(1-x) + M_A^2 + M_B^2 - M_C^2$. Построим кривую для сечения в зависимости от $M^2 = M_X^2 + M_C^2 - M_A^2 - M_B^2 \approx s(1-x)$. При изменении s положение резонансов на оси M^2 остается, конечно, неизменным, но их высота падает, скорее всего, как некоторая степень s , скажем как $s^\alpha F(M^2) dM^2$ (α отрицательно), как это ожидается для эксклюзивных реакций, где α — наименьшая отрицательная возможность для обмена чем-то, что отвечает за перенос квантовых чисел от А к С. С другой стороны, поскольку в действительности мы не изучаем продукты распада X процесс может рассматриваться как инклюзивная реакция, относительно которой были приведены соображения [13] в пользу того, что ее вероятность должна быть функцией только x . Но область скейлинга около $x = 1$ переходит в область резонансов с большими M^2 только в том случае, если $s^\alpha F(M^2) dM^2 = s^\alpha F(s(1-x)) d[s(1-x)]$ зависит лишь от x , но не от s . Следовательно, функция $F(s(1-x))$ должна вести себя как $(s(1-x))^{-\alpha-1}$, и результат в области скейлинга для x вблизи 1 имеет вид $(1-x)^{-\alpha-1} dx$. (Бывают ситуации, например, если и С, и А — протоны, когда технически трудно дойти до столь больших значений x , чтобы отделиться от протонов, происходящих от распада других адронных резонансов С' и т. п., но мы не можем сейчас подробно останавливаться на этих вопросах; отметим только, что по этим причинам наш результат еще не проверен ¹⁾.)

ЛЕКЦИЯ 31

Подведем итог тому, что мы знаем или предполагаем о поведении vW_2 и W_1 при больших значениях v . Рассмотрим отдельные области изменения $-q^2$ и x .

¹⁾ В последнее время появились убедительные экспериментальные данные в пользу того, что при s в области 500 ÷ 3000 ГэВ² сечения инклюзивных реакций практически не зависят от s (это явление часто называют фейнмановским скейлингом). В частности, оно было обнаружено и для реакции $pp \rightarrow p +$ (Любые адроны) в области $x \approx 1$. Сечение этой реакции хорошо описывается формулой $(1-x)^{-1} dx +$ (Поправки, малые при больших $s, x \rightarrow 1$). — Прим. ред.

Область 1. Большие ν , большие $-q^2$, но величина $-q^2/2M\nu = x$ фиксирована. Здесь $2M\mathcal{W}_1$ является функцией только x , называемой $f(x)$, а $\mathcal{W}_2 = (-q^2/\nu^2)\mathcal{W}_1$.

Область 2. Большие ν , значение $-q^2$ остается конечным при $\nu \rightarrow \infty$. В этом случае $2M\mathcal{W}_1 = [2M\nu/(-q^2)] \times \times g(-q^2)$, где $g(-q^2)$ — некоторая функция q^2 .

Область 3. Большие ν , большие $-q^2$, но конечные значения $M_X^2 - M^2 = 2M\nu - (-q^2)$. Здесь $2M\mathcal{W}_1 = = (2M\nu)^{-\nu+1} \times (\text{Функция только от } M_X^2) = (-q^2)^{-\nu} \times \times h(M_X^2 - M^2) 2M\nu$. Последний множитель $2M\nu$ связан с нормировкой и возникает при переходе от dM_X^2 к dx .

Для того чтобы эти три области переходили одна в другую, должны быть выполнены следующие условия:

Области 1 и 2. При малых x функция $f(x)$ должна вести себя как a/x ($a = 0,32$); при больших $-q^2$ функция $g(-q^2)$ должна стремиться к a .

Области 2 и 3. При x вблизи 1 функция $f(x)$ должна вести себя как $A(1-x)^{\nu-1}$, где $\nu \approx 4$ или 5, а при больших значениях $M_X^2 - M^2$ функция $h(M_X^2 - M^2)$ должна иметь вид $A(M_X^2 - M^2)^{\nu-1}$.

Мы ожидаем, что в области 1 отношение σ_s/σ_t падает с увеличением ν как $1/\nu$ или $1/(-q^2)$, а в области 2 при $\nu \rightarrow \infty$ оно стремится к некоторому конечному пределу, зависящему от $-q^2$. (Это означает, что $\nu\mathcal{W}_2$ конечно, а \mathcal{W}_2 того же порядка, что и $(-q^2/\nu^2)\mathcal{W}_1$, но не равно ему.) В области 3 ожидается, что σ_s/σ_t падает с увеличением ν как $1/\nu$. В особой области малых значений q^2 должно иметь место соотношение $\mathcal{W}_2 = -q^2\mathcal{W}_1/\nu^2 + + O(q^4/\nu)$; $\sigma_s \approx q^2$.

Общее замечание относительно степенного закона

$$(-q^2)^{-\nu}$$

При степенном множителе может стоять еще логарифмически спадающий коэффициент: $(-q^2)^{-\nu}/(a \ln(-q^2) + b)$. В предыдущих лекциях мы видели, что показатель степени ν может зависеть от квантовых чисел группы малюток, таких, как полный изоспин, угловой момент

и т. д. Эти числа дискретны, поэтому величины γ_i тоже дискретны, и среди них имеется наименьшая. Однако существует поперечный импульс, который не дискретен. Показатель степени γ мог бы зависеть от поперечного импульса быстрого партона, скажем, как $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 k_{\perp}^2$. В этом случае ответ имеет вид

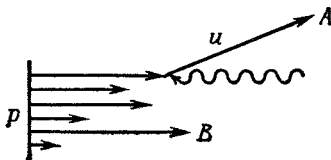
$$\int (-q^2)^{-(\gamma_0 + \gamma_1 k_{\perp}^2)} dk_{\perp}^2 = \frac{(-q^2)^{-\gamma_0}}{\gamma_1 \ln(-q^2)}, \quad (31.1)$$



Кварки в роли партонов

Нам, естественно, хотелось бы пойти дальше и узнать больше о квантовых числах, переносимых партонами. Как выясняется, из нынешних экспериментов можно узнать сравнительно немного, однако будущие опыты смогут добавить информацию, которая существенно ограничит число допустимых возможностей. Обсудим в качестве примера случай, когда партоны обладают квантовыми числами кварков. (В такой модели автоматически удовлетворяются одновременные коммутационные соотношения Гелл-Манна для токов.) Мы не будем работать с трехкварковой моделью; число кварков может быть и в действительности даже должно быть бесконечным.

Сразу же возникает вопрос: годится ли вообще наше объяснение скейлинга, если партоны не имеют целого заряда? Идея состояла в том, что выбитый фотоном партон (а теперь кварк) мог вылететь, не испытывая в дальнейшем сильного взаимодействия, и распасться в конце концов на пучок адронов:



Но если это кварк, то (поскольку мы не знаем ни одного низкоэнергетического адрона с зарядом, скажем, $2/3$) он не может превратиться в адроны, если только не подхватит добавочный заряд $1/3$, потянув за собой еще один партон-кварк. Если бы этот добавочный партон принадлежал группе партонов, летящих вперед с импульсами порядка P , то изменение импульса (при переходе от направления B к A) было бы порядка P , и предположение о малости сил связи, которое, очевидно, требовалось при нашем выводе, стало бы неверным. С другой стороны, вероятно, можно найти добавочные кварки среди маленьких партонов, которые естественны для любой адронной волновой функции, а так как адроны, движущиеся в направлениях A и B , имеют общую область малюток, они могли бы обмениваться кварками в этой области, с тем чтобы составить необходимые целые числа. Такое рассуждение не является вполне удовлетворительным, но какое захватывающее приключение — испробовать идею, что заряженные партоны — просто кварки, вывести из нее следствия, придумать эксперименты для их проверки; а в случае успеха — с еще большим интересом вернуться к вопросу, каким же образом Природа должна разрешать явный парадокс, заключающийся в том, что

- а) партоны несут квантовые числа кварков, но
- б) адроны их не несут и тем не менее
- в) имеет место скейлинг.

Имея это в виду, постараемся понять, каким образом можно проверить гипотезу «а». По меньшей мере мы приведем пример того, как эксперимент мог бы в дальнейшем помочь выяснению свойств партонов.

Для описания распределения партонов в протоне надо иметь шесть функций:

$$\left. \begin{aligned} u(x) &= \text{Число } u\text{-кварков} \\ d(x) &= \text{Число } d\text{-кварков} \\ s(x) &= \text{Число странных } s\text{-кварков} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{с импульсом от } x \\ \text{до } x + dx \text{ в про-} \\ \text{тоне} \end{array}$$

Точно так же $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$ и $\bar{s}(x)$ суть числа антикварков \bar{u} , \bar{d} и \bar{s} в протоне с импульсом от x до $x + dx$.

Полный заряд протона равен $+1$, поэтому

$$1 = \frac{2}{3} \int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx - \frac{1}{3} \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx - \\ - \frac{1}{3} \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx.$$

3-я компонента изоспина равна $+1/2$, отсюда

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx - \frac{1}{2} \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx.$$

Странность протона равна нулю; поэтому

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0.$$

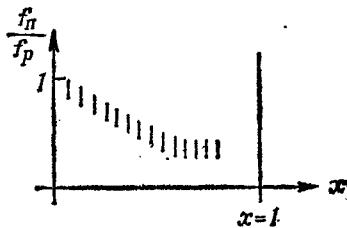
Эти уравнения имеют решение

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2, \\ \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1, \\ \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0. \quad (31.2)$$

Иными словами, чистое число кварков каждого сорта, т. е. число кварков минус число антикварков, в точности равняется числу кварков в простой нерелятивистской трехкварковой модели. Наблюдаемая функция $f_p(x)$ из $2M\mathbb{W}_1$ (или из $\nu\mathbb{W}_2/x$) представляет собой сумму числа кварков каждого сорта, взвешенного с квадратом заряда:

$$f_p(x) = \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \\ + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]. \quad (31.3)$$

Измерение ер-рассеяния дает нам, конечно, лишь всю сумму, и мы не в состоянии разделить отдельные слагаемые, изучая только этот процесс. С другой стороны, у нас есть еще данные по рассеянию на нейтронах. Для нейтрона справедлива та же самая формула, за тем исключением, что $u(x)$ должно теперь означать число u -кварков в *нейтроне* и т. д. При изотопическом отражении, однако, нейтронные функции получаются из протонных путем простой замены u на d и \bar{d} на u . Таким образом, если не менять определение $u(x)$, то число



Фиг. 17.

u -кварков в протоне равно числу d -кварков в нейтроне, и мы имеем

$$f_n(x) = \frac{1}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{4}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]. \quad (31.4)$$

Имеются экспериментальные данные по обеим f_n и f_p функциям. Отношение f_n/f_p ведет себя, как показано на фиг. 17. Делалось предположение, что $f_n/f_p \sim 1 - x$, т. е. это отношение стремится к нулю при $x \rightarrow 1$. Однако сразу видно, что это невозможно, если заряженные парты являются кварками: поскольку функции $u(x)$, $\bar{u}(x)$ и т. д. все положительны, f_n/f_p не может быть меньше $1/4$. Первоначально имелись данные только до $x \approx 0,8$, согласно которым отношение f_n/f_p падало до значения около $0,3$, так что величина $0,25$ представлялась вполне возможным предельм при $x \rightarrow 1$, но с тех пор выяснилось,

что в программе компьютера была допущена ошибка и что предельное значение при $x \rightarrow 1$ ближе к $0,4$ ¹⁾.

Посмотрим, тем не менее, просто в качестве упражнения, какой можно сделать вывод, если при $x \rightarrow 1$ отношение f_n/f_p равно в точности $1/4$? Это означает, что при $x \rightarrow 1$ функция $d(x)$ стремится к нулю быстрее, чем $u(x)$. Так получалось бы, если бы показатель степени γ [в $(-q^2)^{-\gamma}$ или $(1-x)^{\gamma-1}$] для маленьких партонов с нулевым полным изоспином был меньше, чем γ для партонов с полным изоспином, равным единице (для случая единственного немаленького партона). Тогда в главном члене (с наименьшим γ) требовалось бы, чтобы быстрый партон имел ту же проекцию изоспина, что и протон, т. е. был бы u -кварком (поскольку изоспин малюток равен нулю). В этом случае, однако, вероятность возбуждения резонанса Δ (с изоспином $3/2$) падала бы быстрее, чем пик от упругого рассеяния, ибо Δ можно составить только из малюток с изоспином единица (быстрый кварк может внести только $1/2$). Таким образом, следовало бы ожидать, что с ростом $-q^2$ резонанс Δ вымирает быстрее других (данных опыта еще недостаточно, чтобы установить, верно это на самом деле или нет).

Можно показать (если партоны суть кварки), что если отношение f_n/f_p меньше единицы, то оно «почти наверняка» падает до $1/4$. Предположим прежде всего, что почти наверняка (?) значения γ для различных квантовых чисел малюток не одинаковы и, следовательно, какое-то одно значение доминирует. Рассмотрим сначала более простой случай кварков с нулевой странностью. Введем обозначения γ_0 для $I = 0$ и γ_1 для $I = 1$. В зависимости от того, какое из этих чисел меньше, малютки (при $x \rightarrow 1$) находятся в чистом состоянии либо с $I = 0$, либо с $I = 1$. В случае $I = 0$ быстрый (немаленький) кварк должен находиться в состоянии ($I = 1/2, I_3 = 1/2$), т. е. быть u -кварком; это немедленно дает $f_n/f_p = (\text{Заряд } d\text{-кварка})^2 / (\text{Заряд } u\text{-кварка})^2 = 1/4$. Если $I = 1$, то быстрый кварк может быть как u -, так и d -кварком с весом, определяемым соответствующим коэффициентом Клеб-

¹⁾ Экспериментальная ситуация снова переменялась. См. примечание 2 в конце книги. — *Прим. ред.*

ша — Гордана: $p = \sqrt{2/3} (+1) d - \sqrt{1/3} (0) u$ и $n = \sqrt{1/3} (0) d - \sqrt{2/3} (-1) u$. Отсюда

$$\frac{f_n}{f_p} = \frac{(2/3)(1/9) + (1/3)(1/9)}{(2/3)(1/9) + (1/3)(1/9)} = \frac{3}{2}, \quad \text{если } I = 1.$$

Таким образом, предположив неравенство показателей γ , мы видим, что пределом отношения f_n/f_p является либо $1/4$, либо $3/2$ (следовательно, если оно меньше единицы, то предел равен $1/4$). Существует еще возможность того, что быстрый кварк представляет собой антикварк. В этом случае, если доминирует состояние с $I=0$, то $f_n/f_p = 2/3$, но эта возможность для протонов и нейтронов представляется маловероятной.

Другой возможностью является состояние только с s -кварком в качестве быстрого партонa и с малютками, имеющими в целом странность $\neq 1$. Трудно себе представить, чтобы такое состояние осуществлялось легче, чем случай с нулевой странностью, но даже если бы это было и так, отношение f_n/f_p равнялось бы единице, что исключается опытом.

Было предложено несколько моделей, которые предсказывают значения между 1 и $1/4$. Во всех этих моделях предполагается, что корреляции между квантовыми числами быстрого кварка и характером состояния малюток отсутствуют (наличие этих корреляций явно использовалось нами), т. е. предполагается вырождение $\gamma_1 = \gamma_0$; в этом случае, конечно, возможны и другие значения f_n/f_p .

Читатель может проверить, что при больших $-q^2$ отношение формфакторов G_M для протона и нейтрона оказывается равным -2 в случае малюток с нулевым изоспином (при $q^2 = 0$ это отношение равно $\mu_p/\mu_n = -1,4$). Сначала лучше рассмотреть случай, когда полный угловой момент малюток равен нулю. Покажите также, что формфактор G_{M_p} для протона положителен при больших $-q^2$, так что не требуется изменения его знака с ростом $-q^2$. Это хорошо, поскольку на опыте, по-видимому, G_{M_p} никогда не обращается в нуль. Изоспин малюток, равный единице, приводит при больших $-q^2$ к тому, что положителен формфактор G_{M_n} , а $G_{M_p}/G_{M_n} \rightarrow 0$.

ЛЕКЦИЯ 32

Импульс, уносимый кварками

Другой интересный вопрос — это полный импульс, который несет совокупность кварков каждого сорта. Введем величины

$$U = \int [u(x) + \bar{u}(x)] x dx, \quad D = \int [d(x) + \bar{d}(x)] x dx \quad \text{и}$$

$$S = \int [s(x) + \bar{s}(x)] x dx,$$

которые представляют собой полный импульс, уносимый u - (а также \bar{u} -) кварками, и т. д. Мы знаем, что

$$\int x f_p(x) dx = 0,18, \quad \int x f_n(x) dx = 0,12,$$

так что

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} U + \frac{1}{9} D + \frac{1}{9} S &= 0,18, \\ \frac{1}{9} U + \frac{4}{9} D + \frac{1}{9} S &= 0,12. \end{aligned} \tag{32.1}$$

Если теперь предположить, что никаких нейтральных партонов, помимо кварков, не существует (например, нет «глюонов» — нейтральных векторных мезонов с ненулевой массой), то кварки уносят полный импульс протона, т. е.

$$U + D + S = 1.$$

Решая эти уравнения, получаем $U = 0,21$, $D = 0,03$ и $S = 0,76$. Такой результат явно неразумен — трудно представить, чтобы $3/4$ импульса такого нестранного объекта, как протон, уносили странные кварки. Это является серьезным указанием на то, что все партоны не могут быть кварками — должны быть еще какие-то нейтралы, несущие часть импульса. Можно думать, что этот импульс уносится полем, посредством которого кварки взаимодействуют между собой (если только оно существует); такое поле (например, нейтральное и псевдовекторное) представляется в теории поля промежуточными частицами, которые принято называть глюонами.

В области около $x \approx 0$ функции f_p и f_n расходятся как $0,32/x$, что соответствует бесконечному числу кварков и антикварков. [Чистое число кварков, т. е. число кварков минус число антикварков, конечно; см. равенства (31.2).] Далее, f_p и f_n должны вести себя одинаково, поэтому если $u(x) = \alpha/x$ при малых x , то $\bar{u}(x) = u(x) = d(x) = \bar{d}(x)$. Не думаю, что мы смогли бы доказать, что функция $s(x)$ и равная ей $\bar{s}(x)$ должны вести себя точно так же, т. е. как α/x с тем же самым значением α , ибо SU_3 не абсолютно точна, однако $s(x)$ и $\bar{s}(x)$ могут быть довольно близки к α/x (если только все функции вообще не одинаковы).

Интересной величиной является характеристика того, насколько быстро сближаются u и \bar{d} при $x \rightarrow 0$; хотя каждая из них стремится к бесконечности, их разность конечна и интегрируема. Экспериментальное значение

интеграла $\int_0^1 [f_p(x) - f_n(x)] dx \approx 0,17$, но ошибка здесь

весьма велика, потому что интеграл очень чувствителен к малой разности вблизи $x = 0$; он равен

$$\int_0^1 (vW_{2p} - vW_{2n}) dx/x.$$

Модели

Кое-кто (например, Паскос, Вайскопф и Кути [38*]) пытался угадать функции u , \bar{d} и т. д., делая упрощающие предположения, которые выбирались исходя скорее из соображений простоты, чем из физической целесообразности. Такие предсказания могут быть успешными, а могут и не быть; если они оказываются неудачными, то все, что можно сказать, — это что Природа не столь проста. В отличие от представлений партонной модели, которыми мы пользовались до сих пор, дополнительные предположения этих моделей, вообще говоря, не имеют физических оснований. На тот случай, если кто-нибудь из вас интересуется моделями, я приведу здесь один пример такого рода. Идея состоит в том, что малютки или же партоны в области «моря» с распределением

dx/x составлены исключительно из некоррелированных пар, а над всем этим имеются три «валентных кварка» типа тех, которые рассматривают в обычной трехкварковой модели. Волновая функция представляется здесь произведением независимых частей. (Лично я не ожидаю такой простоты.) Таким образом, если $\alpha(x)$ — типичное распределение в области «моря», а $v(x)$ — распределение валентных кварков, то в случае протона можно написать

$$\begin{aligned} u &= \alpha + 2v, & \bar{u} &= \alpha, \\ d &= \alpha + v, & \bar{d} &= \alpha, \\ s &= \alpha, & \bar{s} &= \alpha. \end{aligned}$$

$\left[\int_0^1 v(x) dx = 1, \text{ чтобы удовлетворить (31.2)} \right]$. При $x \rightarrow 0$ именно $\alpha(x)$ стремится к бесконечности (как $0,24/x$), тогда как $xv(x) \rightarrow 0$. Отсюда следует соотношение между суммарными импульсами, уносимыми кварками: $S = 2D - U$. Из экспериментальных данных (32.1) вытекает, что $U = 0,36$, $D = 0,18$ и $S = 0$ (сюрприз), и мы оказываемся в затруднении (ибо α не может быть нулем), если только экспериментальные ошибки не позволят величине $\int xf_n dx$ превзойти $2/3 \int xf_p dx$. Во всяком случае, часть импульса (46%) должна достаться глюонам. Модель предсказывает, что $\int_0^1 [f_p(x) - f_n(x)] dx = 1/3$ — результат, который трудно, но не невозможно совместить с экспериментальным значением 0,17. Предсказывается также, что $vW_{2n}/vW_{2p} \rightarrow 2/3$ при $x \rightarrow 1$ (это, вероятно, неверно) в предположении, что в этой области α падает быстрее, чем v .

ЛЕКЦИЯ 33

**Будущие эксперименты для проверки гипотезы,
что заряженные партоны суть кварки**

До сих пор ни одно экспериментальное число не является настолько точным, чтобы подтвердить или опровергнуть идею, что заряженные партоны суть кварки.

Будущие эксперименты, однако, в состоянии это сделать. Мы приведем два примера: рассеяние нейтрино и рассеяние поляризованных электронов на поляризованных протонах.

Неупругое рассеяние нейтрино на протоне ($\nu p \rightarrow \mu + \text{Адроны}$) будет подробно обсуждаться в последней части нашего курса лекций¹⁾. Мы не знаем теорию слабых взаимодействий столь же хорошо, как квантовую электродинамику, но для ее проверки можно использовать те же νp -эксперименты (если, например, взаимодействие не является точечным и четырехфермионным, то в той форме, в какой мы его выведем, скейлинг отсутствует). Предположим все же, что с теорией все в порядке и что взаимодействие с кварками имеет вид $(\bar{\mu}\gamma_{\mu}(1+i\gamma_5)\nu)(\bar{Q}'\gamma_{\mu}(1+i\gamma_5)Q)$, причем $Q' = u$, $Q = \cos\theta_C d + \sin\theta_C s$, где θ_C — угол Кабиббо ($\sin^2\theta_C \approx \approx 0,06$). Для простоты положим в нашем грубом рассуждении $\theta_C = 0$.

При рассеянии антинейтрино $\bar{\nu}$, которое переходит в μ^+ , мы действуем только на u -кварки (переводя u в d) либо на \bar{d} -кварки (превращая \bar{d} в \bar{u}). Таким образом, если бы ток был чисто векторным, мы бы измерили $u + \bar{d}$, однако ток имеет структуру $V - A$. Для релятивистских частиц A ведет себя подобно V (за тем исключением, что в отличие от V знак A для античастиц не меняется на обратный). Определим через матричные элементы этого тока тензор

$$M_{\mu\nu} = \sum_X \langle X | J_{\nu}^V - J_{\nu}^A | p \rangle^* \langle X | J_{\mu}^V - J_{\mu}^A | p \rangle \times \\ \times 2\pi\delta(M_X^2 - M^2 - 2M\nu + q^2), \quad (33.1)$$

который по аналогии с КЭД условимся записывать в наиболее общем виде как

$$M_{\mu\nu} = \frac{\pi}{M} [4P_{\mu}P_{\nu}W_2 - 4M^2\delta_{\mu\nu}W_1 - 2ie_{\mu\nu\sigma\lambda}P_{\sigma}q_{\lambda}W_3] \quad (33.2)$$

(все члены, пропорциональные q_{μ} , отбрасываем, потому что на лептонном конце они приводят к малым

¹⁾ См. также приложение 2.

величинам — пропорциональным квадрату массы мюона). W_1 и W_2 — такие же функции, как и в случае электророжения, только теперь они содержат как слагаемое VV , так и слагаемое AA (которые почти равны). Новый член W_3 происходит от интерференции VA . В области скейлинга величины νW_2 , $2M\bar{W}_1$ и νW_3 превращаются в функции одного лишь x , т. е. $f_2(x)$, $f_1(x)$ и $f_3(x)$ ($x = -q^2/2M\nu$). Если партоны имеют спин $1/2$, то $f_2 = 2xf_1$. В кварковой модели находим

$$\begin{aligned}
 f_1^{\nu p} &= 2(\bar{u} + d \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\nu n} &= 2(\bar{d} + u \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\bar{\nu} p} &= 2(u + \bar{d} \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\bar{\nu} n} &= 2(d + \bar{u} \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_3^{\nu p} &= 2(\bar{u} - d \cos^2 \theta - \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_3^{\nu n} &= 2(\bar{d} - u \cos^2 \theta - \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_3^{\bar{\nu} p} &= -2(u - \bar{d} \cos^2 \theta - \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_3^{\bar{\nu} n} &= -2(d - \bar{u} \cos^2 \theta - \bar{s} \sin^2 \theta).
 \end{aligned} \tag{33.3}$$

В результате мы получаем много соотношений, например

$$\begin{aligned}
 f_1^{\nu p} - f_3^{\nu p} &= 4(d \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\nu n} - f_3^{\nu n} &= 4(u \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\bar{\nu} p} + f_3^{\bar{\nu} p} &= 4(\bar{d} \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta), \\
 f_1^{\bar{\nu} n} + f_3^{\bar{\nu} n} &= 4(\bar{u} \cos^2 \theta + \bar{s} \sin^2 \theta).
 \end{aligned} \tag{33.4}$$

Пренебрегая величиной $\sin^2 \theta$, имеем

$$\begin{aligned}
 4\bar{u} &= f_1^{\nu p} + f_3^{\nu p}, & 4u &= f_1^{\bar{\nu} p} - f_3^{\bar{\nu} p}, \\
 4\bar{d} &= f_1^{\nu n} + f_3^{\nu n}, & 4d &= f_1^{\bar{\nu} n} - f_3^{\bar{\nu} n}.
 \end{aligned} \tag{33.5}$$

Правила сумм имеют вид

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 (f_1^{\bar{v}p} - f_1^{vp}) dx &= 2(2 - \cos^2 \theta) \approx 2, \\
 \int_0^1 (f_1^{\bar{v}n} - f_1^{vn}) dx &= 2(1 - 2 \cos^2 \theta) \approx -2, \\
 \int_0^1 (f_3^{\bar{v}p} + f_3^{vp}) dx &= -2(-2 - \cos^2 \theta) \approx -6, \\
 \int_0^1 (f_3^{\bar{v}n} + f_3^{vn}) dx &= -2(1 + 2 \cos^2 \theta) \approx -6.
 \end{aligned}
 \tag{33.6}$$

Первое равенство представляет собой правило сумм Адлера, которое не зависит от кварковой модели; третье было впервые получено Ллуэлин Смитом и Гроссом.

Для распределений f_3 делается предсказание:

$$\begin{aligned}
 f_3^{\bar{v}p} - f_3^{vp} &= 2[-(u - \bar{u}) + \cos^2 \theta (d - \bar{d}) + \sin^2 \theta (s - \bar{s})] = \\
 &= -6(f^{ep} - f^{en}) + \sin^2 \theta [(s - \bar{s}) - (d - \bar{d})].
 \end{aligned}
 \tag{33.7}$$

Последним членом, вероятно, можно пренебречь, так что мы получаем возможность для очень хорошей проверки модели. Аналогично предсказывается, что

$$\begin{aligned}
 f_3^{\bar{v}n} - f_3^{vn} &= 2[-(d - \bar{d}) + \cos^2 \theta (u - \bar{u}) + \sin^2 \theta (s - \bar{s})] = \\
 &= 6 \cos^2 \theta (f^{ep} - f^{en}) + \sin^2 \theta [(s - \bar{s}) - (d - \bar{d})].
 \end{aligned}
 \tag{33.8}$$

Вычитая это равенство из предыдущего, можно исключить последний член, если имеются какие-то сомнения в допустимости пренебречь им.

Знание $f_1^{\bar{v}p}$, f_1^{vp} , f^{ep} и f^{en} позволяет нам получить отдельно $u + \bar{u}$, $d + \bar{d}$ и $s + \bar{s}$, а используя $f_3^{\bar{v}p}$, можно далее (если пренебречь величиной $\sin^2 \theta$) разделить u , \bar{u} , d , \bar{d} и $s + \bar{s}$.

Глубоко неупругое рассеяние поляризованных частиц

Если при глубоко неупругом рассеянии пучок электронов и протон поляризованы, то можно получить дополнительную информацию — на этот раз о том, как поляризованы партоны в поляризованном протоне. Для определенности положим, что все заряженные партоны имеют спин $1/2$.

Когда частица покоится, ее спиновое состояние можно описать, сказав, что спин имеет некоторое пространственное направление s . При релятивистском преобразовании спиновое состояние можно описывать единичным 4-вектором s_μ , который преобразуется так же, как если бы он был полярным вектором. Он должен удовлетворять условиям $s_\mu s_\mu = -1$ и $s_\mu p_\mu = 0$, где p_μ — импульс состояния. Вычисляя матричные элементы, мы можем использовать шпуры и суммирование по состояниям, если заменим обычный оператор проектирования $\hat{p} + m$ на более общий оператор $(\hat{p} + m)(1 - i\gamma_5 \hat{s})/2$, который проецирует на спиновое состояние, характеризующееся псевдовектором s_μ . Рассмотрим выражение

$$W_{\mu\nu} = \sum_X \langle X | J_\nu | p' \rangle^* \langle X | J_\mu | p \rangle 2\pi\delta(M_X^2 - (P + q)^2).$$

Спиновое состояние протона в множителе, содержащем J_ν , не обязательно совпадает со спиновым состоянием протона в множителе с J_μ , так что интересующая нас величина оказывается матрицей 2×2 (матрицей плотности), переводящей одно из двух начальных состояний в одно из двух конечных. С другой стороны, чтобы получить полную информацию, достаточно знать диагональные элементы между всеми состояниями, т. е. не только когда спины обоих протонов с импульсами p и p' направлены по $+z$ или $-z$, но также, например, для спинов, направленных по $x = [(+z) + (-z)]/\sqrt{2}$ или по $-x$ (фактически в нашем случае достаточно этих четырех величин). Итак, рассмотрим только диагональные матричные элементы (когда спин s_μ протона с импульсом p равен спину протона с импульсом p'), но для различных s_μ . Тогда можно показать, что $W_{\mu\nu}$ имеет

ВИД

$$\frac{M}{\pi} W_{\mu\nu} = 4P_\mu P_\nu W_2 - 4M^2 \delta_{\mu\nu} W_1 + \\ + 4Mi \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda [M^2 s^\sigma G_1 + (P \cdot q s^\sigma - s \cdot q P^\sigma) G_2] \quad (33.9)$$

(члены, пропорциональные q_μ или q_ν , опускаем); здесь W_1 и W_2 — те же функции, что и раньше, а G_1 и G_2 — две новые функции q^2 и ν .

Что можно ожидать, согласно партонной модели, от этих новых функций G_1 и G_2 в глубоко неупругой области? Если партон обладает импульсом $p_1 = xP$, а его спин характеризуется 4-вектором w^μ , то рассеяние, при котором его импульс изменяется до величины $p_2 = p_1 + q$, описывается следующим выражением:

$$\frac{1}{2} \text{Sp}[(\hat{p}_2 + m) \gamma_\mu (\hat{p}_1 + m) (1 - i\gamma_5 \hat{w}) \gamma_\nu] = \\ = 2(p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{1\nu} p_{2\mu} - \delta_{\mu\nu} (p_1 \cdot q) + i m \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda w^\sigma). \quad (33.10)$$

Воспользуемся, например, системой координат, в которой импульс фотона имеет только z -компоненту. В этой системе

$$q_\mu = (0, -2Px, 0, 0), \quad 2M\nu = 4P^2x, \\ P_\mu = (E, P, 0, 0), \quad -q^2 = 4P^2x^2.$$

Предположим для начала, что протон имеет определенную спиральность «+» или «-», так что $s_\mu = (P, E, 0, 0)/M$ или $s_\mu = (-P, -E, 0, 0)/M$. Далее пусть

$h_+(x)$ — число партонов со спиральностью «+», умноженное на заряд², в протоне со спиральностью «+», а

$h_-(x)$ — число партонов со спиральностью «-», умноженное на заряд², в протоне со спиральностью «-».

Для спиральности «+» имеем $w^\mu = (p_1, E_1, 0, 0)/m = xMs_\mu/m$; в случае спиральности «-» также $w^\mu =$

$= xMs_\mu/m$. Стало быть,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} W_{\mu\nu} = & \int \frac{1}{\xi} (h_+ + h_-) (4\xi^2 P_\mu P_\nu - 2\xi \delta_{\mu\nu} P \cdot q) \times \\ & \times \delta((\xi P + q)^2 - m^2 - \Delta) d\xi_5 + \\ & + \int \frac{1}{\xi} (h_+ - h_-) (2im\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda \omega^\sigma) \delta((\xi P + q)^2 - m^2 - \Delta) d\xi_5. \end{aligned} \quad (33.11)$$

В пределе скейлинга δ -функция сводится к $\delta(\xi - x)/2M\nu$. Первый интеграл приводит к результату, который мы уже знаем: $2MW_1 = f(x) = h_+ + h_-$ и $\nu W_2 = xf(x)$. Вычисление второго интеграла даёт

$$2M^2\nu(G_1 - 2xG_2) = h_+(x) - h_-(x). \quad (33.12)$$

Таким образом, функция $\nu(G_1 - 2xG_2)$ масштабно-инвариантна.

Предположим теперь, что протон поляризован в направлении $\pm x$, тогда $\omega^\sigma = s^\sigma = (0, 0, 1, 0)$ для партона с поляризацией $+x$ и $\omega^\sigma = -s^\sigma$ для партона с поляризацией $-x$. Пусть

$k_+(x)$ — число партонов с поляризацией $+x$, умноженное на заряд², в протоне с поляризацией $+x$, а

$k_-(x)$ — число партонов с поляризацией $-x$, умноженное на заряд², в протоне с поляризацией $-x$.

Мы получаем выражение типа (33.11), в котором h_+ заменено на k_+ и h_- — на k_- ; из него следует

$$2M^3\nu G_1 + 2M^2\nu^2 G_2 = \frac{m}{x} [k_+(x) - k_-(x)]. \quad (33.13)$$

Следовательно, функция $2M^3\nu G_1 + 2M^2\nu^2 G_2$ масштабно-инвариантна.

Из выражений (33.12) и (33.13) вытекает, что масштабно-инвариантными являются также функции $M^2\nu^2 G_2$ и $M^3\nu G_1$; поэтому запишем $M^2\nu G_1 = g_1(x)$ и $M\nu^2 G_2 = g_2(x)$. В этом и состоят предсказания в области скейлинга для случая поляризованных частиц. Слагаемое с G_2 в (33.12) относительно мало (порядка $1/\nu$ по сравнению со слагаемым, содержащим G_1). Таким об-

разом, из (33.12) и (33.13) находим, что

$$2g_1(x) = h_+(x) - h_-(x), \quad (33.14)$$

$$2[g_2(x) + g_1(x)] \frac{M}{m} x = k_+(x) - k_-(x), \quad (33.15)$$

$$h_+ + h_- = k_+ + k_- = f(x).$$

Новые функции g_1 и g_2 , естественно, не могут быть получены из $f(x)$, поскольку они определяют новые распределения — числа партонов с различными направлениями спина в состояниях протона с разной спиральностью. Даже используя столь специфическую модель, как кварковую, мы не получаем ничего, кроме самого факта скейлинга. Тем не менее в такой модели можно получить замечательное правило сумм Бёркена.

Мы вправе использовать нашу волновую функцию протона (выраженную через партоны) не только, чтобы получать предсказания для скейлинга при глубоко неупругом рассеянии, но как и всякую волновую функцию — для записи матричных элементов различных операторов. Мы уже один раз проделали это довольно тривиальным образом, когда записали оператор J_μ в виде

$$\sum_{\text{по кваркам}} e_i \gamma_\mu,$$

и нашли, что полный заряд протона может быть выражен как

$$\int_0^1 \left[\frac{2}{3}(u - \bar{u}) - \frac{1}{3}(d - \bar{d}) - \frac{1}{3}(s - \bar{s}) \right] dx.$$

Теперь мы рассмотрим матричный элемент менее тривиального оператора — аксиального оператора β -распада для перехода $p \rightarrow n$. Эмпирически он записывается как $\langle p | J_{A\mu}^+ | n \rangle = i(\bar{u}_p \gamma_\mu \gamma_5 u_n)(G_A/G_V)$, причем экспериментально $G_A/G_V = 1,23 \pm 0,02$. Теоретически в кварковой модели оператор $J_{A\mu}^+$ является суммой по кваркам величин $\tau^+ \gamma_\mu \gamma_5$ (τ^+ — повышающий оператор изоспина). Заменив τ^+ на третью компоненту τ^3 , мы можем

воспользоваться соотношением

$$\langle p | \mathcal{J}_{A\mu}^3 | p \rangle = \langle p | \sum_{\text{по кваркам}} \tau^3 \gamma_\mu \gamma_5 | p \rangle = (\bar{u}_p \gamma_\mu \gamma_5 u_p) \frac{G_A}{G_V} \frac{1}{2}.$$

Вычислим обе части этого равенства для быстрого протона, движущегося направо с импульсом P и спином s^σ , и затем просуммируем по состояниям протона, используя правильный оператор проектирования и вычисляя шпур. В левой части у нас стоит соответствующая сумма по кваркам, т. е.

$$\sum_{\text{по кваркам}} \text{Sp}[(\hat{p} + m)(1 - i\gamma_5 \hat{\omega}) \gamma_5 \gamma_\mu] = \frac{1}{2} \frac{G_A}{G_V} \text{Sp}[(\hat{P} + M)(1 - i\gamma_5 \hat{s}) \gamma_5 \gamma_\mu],$$

или

$$\sum_{\text{по кваркам}} m \omega_\mu = \frac{1}{2} \frac{G_A}{G_V} s_\mu M,$$

где при суммировании подразумевается, что u - и \bar{u} -кварки входят с весом $+1/2$, а d - и \bar{d} -кварки — с весом $-1/2$. Сумма в левой части представляет собой не что иное, как интеграл по x от функции $2g_1$ [или $2(g_1 + g_2)$ в зависимости от оси, по которой направлен спин]. Такие же интегралы участвовали в описании глубоко неупругого ер-рассеяния, только там весами были числа $4/9$ для u - и \bar{u} -кварков, $1/9$ для d и \bar{d} и $1/9$ для s и \bar{s} в случае протона (или $1/9$ для u и \bar{u} , $4/9$ для d и \bar{d} , $1/9$ для s и \bar{s} в случае нейтрона), в то время как сейчас мы имеем $1/2$ для u и \bar{u} и $-1/2$ для d и \bar{d} . Но в разность функций g_{1p} и g_{1n} входят веса $1/3$ для u и \bar{u} и $-1/3$ для d и \bar{d} , т. е. как раз $2/3$ от того, что нам надо. Следовательно, для двух направлений спина мы имеем

$$2 \int_0^1 (g_{1p} - g_{1n}) dx = \frac{1}{3} \frac{G_A}{G_V}, \quad (33.16)$$

$$2 \int_0^1 (g_{1p} - g_{1n} + g_{2p} - g_{2n}) dx = \frac{1}{3} \frac{G_A}{G_V}. \quad (33.17)$$

[Равенство (33.16) и есть соотношение Бьёркена.] Отсюда мы заключаем, что $\int_0^1 (g_{2p} - g_{2n}) dx = 0$. Это следует единственно из равенства коэффициентов в случаях, когда спин направлен по z или по x , которое должно иметь место независимо ни от каких весов. Поэтому мы можем заключить, что по отдельности

$$\int_0^1 g_{2p} dx = 0 \quad \text{и} \quad \int_0^1 g_{2n} dx = 0, \quad \text{т. е.}$$

$$\int_0^1 g_2 dx = 0. \quad (33.18)$$

Этот результат является следствием вращательной симметрии (т. е. сохранения полного углового момента).

Соотношение (33.16) интереснее; его проверка была бы одновременно проверкой того, что партоны суть кварки, и того, что ток в слабом взаимодействии имеет вид $\gamma_\mu (1 + i\gamma_5)$, причем не только для элементарных частиц e , ν_e , μ и ν_μ , но и для элементарных кварков, составляющих адрон (или же проверкой предположения, что партоны со спином $1/2$ обладают квантовыми числами кварков). Его подтверждение или опровержение оказало бы решающее воздействие на направление развития теоретической физики высоких энергий в будущем.

Х. ПРОВЕРКА ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

ЛЕКЦИЯ 34

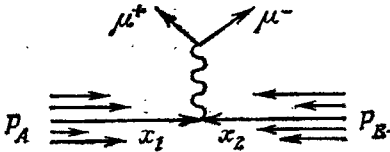
Угловой момент в партонных волновых функциях

Уравнение $\int_0^1 g_2 dx = 0$ следует из соображений, связанных с сохранением углового момента (а именно с тем, что и протон, и партон имеют спин $1/2$). В связи с этим возникает общая теоретическая проблема об угловом моменте и партонных волновых функциях (которые зависят от x и поперечного импульса k_{\perp}). Зависимость этих функций от поперечного импульса k_{\perp} неизвестна, и с теоретической точки зрения она представляется очень интересной. Можно ли извлечь какую-нибудь информацию о ней или о чем-либо еще, изучая свойства партонных волновых функций, связанные с угловым моментом? Например, какие ограничения (если они вообще существуют) накладывает на волновую функцию тот факт, что полный момент протона равен именно $1/2$? Или допустим, что известно распределение вероятности $f(x)$ для партонов из резонанса Δ в состоянии со спиральностью $+3/2$. Что бы вы могли сказать о распределении партонов для Δ в состоянии со спиральностью $+1/2$?

Другие эксперименты для проверки партонной гипотезы. Реакция $p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- +$ (Любые адроны)

Дрелл [35*] предложил эксперимент, результат которого может быть предсказан, если известно распределение партонов. Для описания его идеи мы снова воспользуемся моделью кварков в роли партонов; но, конечно, ее можно анализировать точно так же и при других представлениях о партонах. Имеется в виду реакция

$p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- + \dots$ (Любые адроны). При столкновении протона с протоном (или антипротоном) при очень высокой энергии (т. е. с большим импульсом P в системе ц. и.) образуется пара $\mu^+ \mu^-$ с энергией, пропорциональной P , и с z -компонентой импульса порядка P , причем $P \rightarrow \infty$. Диаграмма реакции имеет вид



Пара мюонов образуется при аннигиляции партона из протона А и антипартон из протона В, в то время как другие партоны просто продолжают свое движение, с тем чтобы образовать конечные адроны. Измеряя энергию и импульс (в z -направлении) мюонов, мы можем определить значения x_1 и x_2 для аннигилирующих партонных. Так, например, если в системе ц. и. импульс сталкивающихся протонов равен P , а энергия и z -компонента полного импульса пары мюонов равны соответственно ε и p_z , то из сохранения энергии и импульса следует

$$Px_1 - Px_2 = p_z, \quad Px_1 + Px_2 = \varepsilon,$$

$$x_1 = \frac{\varepsilon + p_z}{2P}, \quad x_2 = \frac{\varepsilon - p_z}{2P}.$$

Легче всего регистрировать пары, вылетающие под большими углами. Поскольку угловое распределение имеет вид $1 + \cos^2 \theta$, при этом не происходит больших потерь в интенсивности мюонов, зато от адронов, составляющих фон и летящих в основном по оси z , мы избавляемся. Если, однако, выбрать $\theta = 0$, то импульсы двух мюонов равны в точности Px_1 и Px_2 , поскольку в таком одномерном столкновении релятивистских частиц импульсы конечных частиц равны импульсам начальных.

Сечение такого процесса равно сечению аннигиляции релятивистской пары $[e^4(1 + \cos^2 \theta)/16\pi^2]$, умноженному на величину C , представляющую собой вероятность того, что найдутся подходящие для аннигиляции партоны. Например, в случае столкновения протонов $p \pm p$, если пар-

тоны суть кварки,

$$C = \frac{4}{9} [u(x_1) \bar{u}(x_2) + \bar{u}(x_1) u(x_2)] + \\ + \frac{1}{9} [d(x_1) \bar{d}(x_2) + \bar{d}(x_1) d(x_2)] + \\ + \frac{1}{9} [s(x_1) \bar{s}(x_2) + \bar{s}(x_1) s(x_2)]. \quad (34.1)$$

Чтобы это выражение было верным, надо, конечно, исключить область малюток (т. е. импульс протона P должен быть довольно большим, чтобы Px_1 и Px_2 намного превосходили 1 ГэВ). Вначале может смутить то обстоятельство, что начальное состояние $|p\rangle|p\rangle$ не является стационарным, ибо протоны рассеиваются в результате сильного взаимодействия, и существует возможность того, что распределения партонів сначала искажаются «сильными» взаимодействиями, и только после этого происходит аннигиляция с образованием мюонов. Однако мы начинаем сейчас понимать, что «сильное» взаимодействие не является столь уж сильным — в том смысле, что в адрон-адронных столкновениях взаимодействуют не быстрые партоны, а малютки. Этим объясняется небольшая величина передаваемого импульса и скейлинг в столкновениях при очень высокой энергии. Таким образом, до тех пор пока мы не рассматриваем взаимодействие в области малюток (которые взаимодействуют только с партонами, имеющими относительно них лишь конечную энергию, а вовсе не порядка P), партоны ведут себя как почти свободные частицы (при $P \rightarrow \infty$).

Очевидно, если бы мы имели достаточно данных, можно было бы выяснить, годится ли выражение типа (34.1), или же, зная u , \bar{u} и т. д. из нейтринных экспериментов, мы могли бы проверить его непосредственно.

ЛЕКЦИЯ 35

Гронау заметил, что, даже не имея никаких данных сверх тех, которыми мы уже располагаем, можно вычислить величину C , по крайней мере в одной области. Если x_1 мало, то, как мы знаем, все функции u , \bar{u} , d и \bar{d}

ведут себя как α/x_1 с одним и тем же α , а s и \bar{s} — как α_s/x_1 , где α_s может быть близко к α (но не обязательно в точности ему равно, скажем, $\alpha_s = \alpha - \beta$, где β мало; из симметрии SU_3 следует, что $\alpha_s = \alpha$, но это неправильно). Рассмотрим сначала случай $\beta = 0$, а потом скажем, к чему приводит отличие β от нуля. Тогда в этой области ($\alpha = 0,24$)

$$C = \frac{\alpha}{x_1} \left\{ \frac{4}{9} [u(x_2) + \bar{u}(x_2)] + \frac{1}{9} [d(x_2) + \bar{d}(x_2)] + \frac{1}{9} [s(x_2) + \bar{s}(x_2)] \right\}. \quad (35.1)$$

Но множитель в фигурных скобках есть не что иное, как $f^{\text{ep}}(x_2)$, т. е. $2MW_1$ для протона, и потому известен. Следовательно, величина C в этой области может быть предсказана. Это означает, что эксперимент, предложенный Дреллом, мог бы служить для проверки любой партонной модели, и было бы интересно поглядеть на его результаты.

Если β отлично от нуля, то

$$C = \frac{0,24}{(1 - \beta/6) x_1} \left[f^{\text{ep}}(x_2) - \frac{\beta}{9} (s(x_2) + \bar{s}(x_2)) \right].$$

Таким образом, любое разумное значение β приводит, по-видимому, к малому эффекту. К примеру, когда x_1 и x_2 малы,

$$C = \frac{4}{3} \frac{(0,24)^2}{x_1 x_2} \left[1 + 5 \left(\frac{\beta}{6 - \beta} \right)^2 \right],$$

что очень слабо зависит от β .

Аналогичным образом можно описать процесс, происходящий при столкновении протона с антипротоном: $p + \bar{p} \rightarrow \mu^+ \mu^- + (\text{Любые адроны})$. Сечение определяется здесь множителем

$$C' = \frac{4}{9} [u(x_1) u(x_2) + \bar{u}(x_1) \bar{u}(x_2)] + \frac{1}{9} [d(x_1) d(x_2) + \bar{d}(x_1) \bar{d}(x_2)] + \frac{1}{9} [s(x_1) s(x_2) + \bar{s}(x_1) \bar{s}(x_2)]. \quad (35.2)$$

Наконец, если бы были известны функции u , \bar{u} и т. д. для протона, можно было бы найти соответствующие функции $u_\pi(x)$, $\bar{u}_\pi(x)$ и т. д. для пиона — посредством процесса $\pi + p \rightarrow \mu^+\mu^- + (\text{Любые адроны})$ (здесь, правда, трудно достичь достаточно высокой энергии), для которого

$$C_\pi = \frac{4}{9} [u_p(x_1) \bar{u}_\pi(x_2) + \bar{u}_p(x_1) u_\pi(x_2)] + \\ + \frac{1}{9} [d_p(x_1) \bar{d}_\pi(x_2) + \bar{d}_p(x_1) d_\pi(x_2)] + \\ + \frac{1}{9} [s_p(x_1) \bar{s}_\pi(x_2) + \bar{s}_p(x_1) s_\pi(x_2)]. \quad (35.3)$$

Аннигиляция электронов в адроны

Дрелл и др. [36*, 37*] предложили еще один фундаментальный эксперимент, который мог бы дать информацию о свойствах партоннов. Это процесс $e^+ + e^- \rightarrow (\text{Любые адроны})$ при высокой энергии. Мы ожидаем, что прежде всего рождается пара каких-то партоннов со спином $1/2$ и зарядом e_i (в единицах заряда электрона). Сечение такого процесса равно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = e_i^2 \frac{e^4}{4q^2} (1 + \cos^2 \theta), \quad \sigma = e_i^2 \frac{4\pi e^4}{3q^2} = e_i^2 \sigma_0, \quad (35.4)$$

где σ_0 — сечение образования пары обычных частиц со спином $1/2$ (например, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$). Затем пара партоннов превращается в адроны, и, если энергия при этом достаточно велика, полная энергия адронов оказывается почти такой же, как и у виртуального состояния партонной пары. Таким образом, если имеется несколько типов партонных пар с зарядами e_1 , e_2 и т. д., то полное сечение $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Адроны})$ представляется просто суммой сечений образования каждой пары:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2. \quad (35.5)$$

Иными словами, отношение сечений (35.5) стремится к константе, а константа равна сумме квадратов партонных зарядов, причем суммирование производится по

всем существующим типам партонов. Если имеются какие-либо партоны со спином 0, то они вносят в 4 раза меньший вклад (т. е. $1/4e_i^2$ на каждый партон с нулевым спином). Назовем величину $D = \sum_i e_i^2$ константой Дрелла.

Если, например, партоны суть кварки, то мы ожидаем для D значение $4/9 + 1/9 + 1/9 = 2/3$. Если же партоны обладают целым зарядом и спином $1/2$, то эта величина должна быть не меньше 1.

В случае кварков мы встречаемся с трудностью, которая до сих пор игнорировалась. Она заключается в проблеме, каким образом пара зарядов, равных, скажем, $\pm 2/3$ и движущихся в противоположные стороны, может превратиться в адроны только с целочисленными зарядами. Возможно, что требуемые добавочные кварки каким-то образом подхватываются из «моря» мягких пар, но возникает вполне законный вопрос, являются ли приведенные выше рассуждения очевидными, поскольку они содержат предположение о том, что партонные состояния целиком переходят в адронные. Последовательно ли принять такое предположение и не рассматривать состояния с кварковыми квантовыми числами? Было бы исключительно интересно, если бы константа Дрелла оказалась равной $2/3$ (что, впрочем, вполне возможно¹⁾), поскольку теоретические вопросы, возникающие из такого простого ответа, чрезвычайно любопытны. Я думаю, имело бы смысл хотя бы в качестве упражнения попробовать предположить заранее, что ответ действительно равен $2/3$, и посмотреть, какие парадоксы придется при этом разрешать (если таковые возникнут).

При теоретическом рассмотрении в лекции 5 мы выяснили, что полное сечение $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Любые адроны})$ как функция q^2 ($q^2 = 4E^2$, где E — энергия в системе ц. и.) определяет среднее по вакууму от произведения токов

$$\langle 0 | J_\mu(-q) J_\nu(q) | 0 \rangle = (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) \theta(q_0) \rho(q^2), \quad (35.6)$$

¹⁾ На опыте значение D намного превышает $2/3$. См. примечание 3 в конце книги. — *Прим. ред.*

причем

$$\sigma = \frac{(4\pi e^2)^2}{2q^2} \rho(q^2).$$


Вклад адронов в поляризацию вакуума виртуальным фотоном дается выражением (напомним, что ПФ означает преобразование Фурье)

$$\langle 0 | \{J_\mu(1) J_\nu(2)\}_T | 0 \rangle^{\text{ПФ}} = (q_\mu q_\nu - \delta_{\mu\nu} q^2) v(q^2), \quad (35.7)$$

где, согласно дисперсионной теории, $\text{Im}(iv) = 1/2 \rho(q^2)$, и

$$i[v(q^2) - v(0)] = \frac{q^2}{\pi(4\pi e^2)^2} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\sigma(s) ds}{s - q^2}. \quad (35.8)$$

Величина $1 + 4\pi e^2 i[v(q^2) - v(0)]$ представляет собой множитель, на который умножается фотонный пропагатор $1/q^2$ при учете эффекта виртуальных адронов в первом порядке, т. е.



$$= \frac{1}{q^2} 4\pi e^2 i[v(q^2) - v(0)].$$

Низкоэнергетические проявления этой поправки, например вклад в лэмбовский сдвиг, определяются только первым членом в разложении по q^2 или, иначе, величиной $iv'(0)$, т. е. $\int \sigma s^{-1} ds$.

Сегодня мы уже можем сказать кое-что вполне определенное об этой величине, так как при изменении q^2 от $(2m_\pi)^2$ до значения чуть выше 1 ГэВ^2 сечение в основном определяется образованием ρ -, ω - и ϕ -мезонов. Вероятно, при больших q^2 величина $\rho(q^2)$ довольно быстро оказывается фактически равной своему пределу $D/6\pi$ ¹⁾. Хотя не исключено, что для насыщения $\rho(q^2)$ необходимо пройти существенно за порог рождения нуклонных пар, возможно, что все же это окажется неверным: образование мягких частиц может доминиро-

¹⁾ См. примечание 3 в конце книги. — Прим. ред.

вать при всех энергиях и достигать своей асимптотики раньше.

Сизнерос вычислил вклад различных адронов в $iv'(0)$. Оказалось, что вклад ρ , ω и ϕ в десять раз больше вклада от области больших q^2 [при разумных предположениях о возможной величине константы Дрелла и значении q^2 , при котором $\rho(q^2)$ достигает своей асимптотики].

Для нахождения вклада ρ -мезонов можно непосредственно использовать данные эксперимента на встречных e^+e^- -пучках. Эти данные просто подставляются в формулу

$$iv'(0) = \frac{1}{\pi(4\pi e^2)^2} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\sigma(q^2)}{q^2} dq^2, \quad (35.9)$$

в результате получим

$$iv'_\rho(0) = (5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (35.10)$$

[Мы воспользовались здесь экспериментальными данными для пионного формфактора, поскольку в реакции (Виртуальный фотон) $\rightarrow \rho \rightarrow$ (Адроны) двухпионный вклад является подавляющим. 4π -неупругость очень мала даже при $q^2 = (0,8 \text{ ГэВ})^2$.]

В случае ω - и ϕ -мезонов мы полагаем, что верна МДВМ, которая хорошо работает в процессах рассматриваемого типа. Согласно этой модели, вклад векторного мезона V (ω или ϕ) имеет вид

$$\rho(q^2) = \frac{2}{g_V^2} \frac{\Gamma_V}{m_V} \frac{m_V^4}{(q^2 - m_V^2)^2 + \Gamma_V^2 m_V^2}. \quad (35.11)$$

Из соотношения $\text{Im}[iv(q^2)] = (1/2) \rho(q^2)$ следует

$$iv_V(q^2) = \frac{1}{g_V^2} \frac{m_V^2}{(q^2 - m_V^2) - i\Gamma_V m_V}. \quad (35.12)$$

В пределе очень узкого резонанса, который представляется хорошим приближением для ω и ϕ , можно написать $\rho(q^2) = m_V^2 g_V^{-2} 2\pi\delta(q^2 - m_V^2)$, и величина $iv'_V(0)$

равна

$$iv'_V(0) = g_V^{-2} m_V^{-2}. \quad (35.13)$$

(В случае ρ -мезона эта формула дает $iv'_\rho(0) = 5,3 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}$, что хорошо согласуется со значением, найденным выше непосредственно из экспериментальных данных.) Вклады ω и ϕ поэтому равны

$$iv'_\omega(0) = (0,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (35.14)$$

$$iv'_\phi(0) = (0,57 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (35.15)$$

Вычислим теперь вклад от «хвоста» функции $p(q^2)$, предполагая, что ее асимптотическое значение $D/6\pi$ достигается при $q^2 = q_0^2$:

$$iv'_i(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{q_0^2}^{\infty} \frac{D}{6\pi} \frac{dq^2}{q^4} = \frac{D}{12\pi^2} \frac{1}{q_0^2}. \quad (35.16)$$

Это дает $iv'_i(0) = 0,84 \cdot 10^{-2} Dq_0^{-2}$. Если q_0^2 составляет всего лишь 1 ГэВ^2 , а D равно «кварковому» значению $2/3$, мы получаем $iv'_i(0) = 0,56 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}$. Думается, что истинный вклад не от векторных мезонов ненамного превосходит эту величину, но допустим даже 100%-ную неопределенность. Складывая различные вклады, получаем в итоге

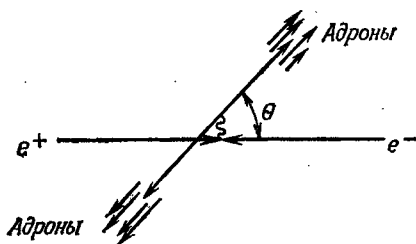
$$iv'_{\text{адр}}(0) = (7,3 \pm 1,1) \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}.$$

Это соответствует поправке $(5,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-8}$ в $(g-2)/2$ для магнитного момента мюона. Для сравнения вклад мюонов в $iv'(0)$ равен $(4\pi^2 15m_\mu^2)^{-1} = 15,3 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}^{-2}$, что примерно в два раза больше вклада адронов.

Чем дальше мы отходим от области $q^2 \approx 0$, тем меньший вклад в $i[v(q^2) - v(0)]$ вносят векторные мезоны и тем больше вклад от «хвоста» функции $p(q^2)$, так что неопределенность увеличивается.

Еще одним интересным следствием партонной модели является характер углового распределения адро-

нов в e^+e^- -столкновениях при высокой энергии:



Мы ожидаем, что партоны со спином $1/2$ образуются с угловым распределением вида $1 + \cos^2 \theta$ и что при большой энергии адроны, наблюдаемые в конечном состоянии, имеют малые поперечные импульсы по отношению к направлению θ , по которому двигались партоны, рожденные при высоких энергиях. Таким образом, ожидаются два пучка адронов, разлетающихся в противоположные стороны, которые и определяют угол θ . Если присутствуют еще и партоны со спином 0, угловое распределение имеет вид

$$D_{1/2} (1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} D_0 (1 - \cos^2 \theta),$$

где $D_{1/2}$ и D_0 — константы Дрелла для партонов со спином $1/2$ и 0 соответственно. В кварковой модели, естественно, ожидается лишь распределение вида $1 + \cos^2 \theta$.

XI. НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ И СВОЙСТВА ОПЕРАТОРОВ

ЛЕКЦИЯ 36

Неупругое ер-рассеяние и свойства операторов

Теперь я хотел бы вернуться к точке зрения, описанной более подробно в первых лекциях этого курса, согласно которой изучение электромагнитных свойств адронов дает информацию об операторах тока $J_\mu(1)$. Было отмечено, например, что коммутатор $[J_\nu(2), J_\mu(1)]$ должен обращаться в нуль, когда точки 1 и 2 находятся вне светового конуса друг для друга. Электромагнитное взаимодействие во втором порядке описывалось матричными элементами другого оператора, $V_{\nu\mu}(2, 1)$, который, как было показано, должен выражаться через T -упорядоченное произведение операторов тока [обозначаемое как $\{J_\nu(2)J_\mu(1)\}_T$].

Мы видели (лекция 25), что в случае ер-рассеяния измеряется функция

$$K_{\mu\nu}(q) = \sum_X \langle p | J_\nu(-q) | X \rangle \langle X | J_\mu(q) | p \rangle 2\pi\delta(M_X^2 - (p+q)^2).$$

Рассмотрим ее теперь с более абстрактной точки зрения. Прежде всего заметим, что если в состоянии p и X включить множители, соответствующие движению их центра масс, то выражение $2\pi\delta(M_X^2 - (p+q)^2)$ становится ненужным, поскольку мы будем иметь дело только с такими состояниями X' , которые, обладая массой $M_{X'}$, движутся с импульсом P . Таким образом,

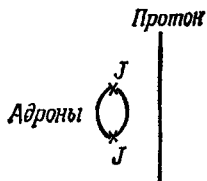
$$K_{\mu\nu} = \sum_{\text{по всем } X'} \langle p | J_\nu(-q) | X' \rangle \langle X' | J_\mu(q) | p \rangle,$$

или в силу свойства полноты

$$K_{\mu\nu}(q) = \langle p | J_\nu(-q) J_\mu(q) | p \rangle.$$

Следовательно, $K_{\mu\nu}$ является средним значением по протонному состоянию от произведения двух токов.

Мы измеряем эту функцию лишь для $q^2 < 0$, но она существует и при $q^2 > 0$. Теоретически, конечно, это одна общая функция при всех значениях q^2 — как положительных, так и отрицательных. При положительных q^2 имеется, однако, небольшая техническая трудность. Хорошо бы несколько изменить определение $K_{\mu\nu}$, чтобы отделаться от диаграмм, в которых протон не участвует вовсе, а именно от диаграмм вида



Такие диаграммы не дают вклада в недиагональные матричные элементы от произведения операторов $\langle p' | J_\nu(-q') J_\mu(q) | p \rangle$, поэтому разумно определить функцию $K_{\mu\nu}$ как предел этого выражения при $p' \rightarrow p$. К тому же результату можно прийти, если явным образом вычесть вклады несвязанных диаграмм указанного выше типа. Итак, запишем $K_{\mu\nu}$ в виде

$$K_{\mu\nu}(q) = \langle p | J_\nu(-q) J_\mu(q) | p \rangle - \langle 0 | J_\nu(-q) J_\mu(q) | 0 \rangle \langle p | p \rangle. \quad (36.1)$$

Если теперь заменить конечный импульс p на слегка отличающийся от него импульс p' , выражение (36.1) становится непрерывным.

Для теоретических целей нам хотелось бы рассмотреть еще и разные другие токи, помимо электромагнитного, — это могут быть какие-нибудь SU_3 -обобщения в рамках октета (или нонета) (т. е. токи с разными зарядовыми квантовыми числами), а также аксиальные токи. Ради экономии места включим все соответствующие индексы (SU_3 , аксиальные), равно как и пространственные индексы μ и ν в один символ A [обозначим $J_\mu(1) = A(1)$ и т. д.]; в конце мы всегда сможем вернуться назад и расставить индексы. Таким образом,

если A и B принадлежат нашему допустимому набору операторов (например, являются векторными или аксиальными локальными токами в SU_3 -октете или, возможно, синглете), то мы будем писать

$$K_{BA}(q) = \langle p | B(-q) A(q) | p \rangle - \langle 0 | B(-q) A(q) | 0 \rangle \langle p | p \rangle. \quad (36.2)$$

(Ясно, что этот матричный элемент легко обобщить и на недиагональный случай, но предоставим это желающим.)

Наконец, для простоты мы не будем выписывать последний член, однако вы должны помнить, что в диагональных матричных элементах он присутствует.

K_{BA} является диагональным матричным элементом от произведения двух операторов. Очевидно, можно определить соответствующую величину и в координатном представлении:

$$K_{BA}(2, 1) = \langle p | B(2) A(1) | p \rangle.$$

Поскольку диагональный элемент K зависит только от разности $x_{2\mu} - x_{1\mu}$ (или $2 - 1$), его фурье-образ есть $K_{BA}(q)$. Пусть в системе покоя протона $q = (\nu, \mathbf{Q})$ (в прдчих системах — в соответствии с релятивистским преобразованием). В этой системе

$$\begin{aligned} K_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) &= \langle p | B(-\nu, -\mathbf{Q}) A(\nu, \mathbf{Q}) | p \rangle = \\ &= \sum_{\text{по всем } X} \langle p | B(-\mathbf{Q}) | X \rangle \frac{1}{2E_X} \langle X | A(\mathbf{Q}) | p \rangle 2\pi\delta(E_X - E_p - \nu). \end{aligned} \quad (36.3)$$

Функция K соответствует произведению операторов, поэтому через нее можно выразить как коммутатор, так и T -упорядоченное произведение операторов, необходимое при рассмотрении рассеяния.

Заметим, что в нашем случае (в системе покоя протона) протон является наимизшим по массе из всех состояний с барионным числом 1 (а оператор A не меняет барионное число); поэтому $E_X > E_p$ для всех X . Отсюда, если $\nu < 0$, то δ -функция равна нулю, т. е. ни одно состояние не может быть получено действием оператора $A(\nu, \mathbf{Q})$ на $|p\rangle$ ($|p\rangle$ покоится), когда $\nu < 0$. Следова-

тельно,

$$K_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) = 0 \quad \text{при} \quad \nu < 0. \quad (36.4)$$

Матричный элемент коммутатора определяется выражением

$$C_{BA}(2, 1) = \langle p | [B(2), A(1)] | p \rangle = K_{BA}(2, 1) - K_{AB}(1, 2),$$

так что его фурье-образ удовлетворяет соотношению

$$C_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) = K_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) - K_{AB}(-\nu, -\mathbf{Q}). \quad (36.5)$$

Отметим, что вследствие (36.4) функция K может быть получена из C и наоборот. А именно:

$$K_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) = C_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) \quad \text{при} \quad \nu > 0 \quad (36.6)$$

и

$$C_{BA}(-\nu, -\mathbf{Q}) = -C_{AB}(\nu, \mathbf{Q}).$$

Итак, измеряя $K_{BA}(\nu, \mathbf{Q})$, мы находим фурье-образ коммутатора двух токов.

Следствия из этого интересного результата мы обсудим чуть позже, а сейчас, когда все эти уравнения еще находятся у нас перед глазами, желательно вывести несколько формул для амплитуды рассеяния, которые понадобятся нам в дальнейшем. Как уже говорилось, амплитуда перехода начального фотона (виртуального или реального), взаимодействующего с током $J(1)$ [скажем, $A(1)$], в конечный фотон, взаимодействующий с током $B(2)$, определяется оператором

$$V_{BA}(2, 1) = \{B(2)A(1)\}_T + \text{Контактные члены}. \quad (36.7)$$

Ниже мы обсудим влияние контактных членов [если вообще имеются какие-либо слагаемые типа $\delta(2-1)$], а пока будем их опускать. Далее,

$$\{B(2)A(1)\}_T = \theta(t_2 - t_1)B(2)A(1) + \theta(t_1 - t_2)A(1)B(2).$$

Если, в частности, мы интересуемся рассеянием вперед фотона с импульсом q на протоне, то амплитуда процесса $T_{BA}(q)$ выражается через фурье-образ этого выражения

$$-iT_{BA}^F(\nu, \mathbf{Q}) \stackrel{\text{ПФ}}{=} \langle p | [\theta(t_2 - t_1)B(2)A(1) + \theta(t_1 - t_2)A(1)B(2)] | p \rangle. \quad (36.8)$$

(Верхний индекс F показывает, что знак мнимой части при отрицательных частотах выбирается в соответствии с правилом Фейнмана, сформулированным в его работах по КЭД; возможен и другой выбор, соответствующий так называемой «причинной» амплитуде, T_{BA}^C , которая часто бывает весьма полезной.)

Выполняя преобразование Фурье для первого члена в (36.8), мы получаем свертку функций $i/(v + i\varepsilon)$, которая представляет собой фурье-образ $\theta(t_2 - t_1)$, и $K_{BA}(v, \mathbf{Q})$, т. е. фурье-образа для $B(2)A(1)$. Точно так же второй член является сверткой $-i/(v - i\varepsilon)$ [т. е. фурье-образа $\theta(t_1 - t_2)$] и $K_{AB}(-v, -\mathbf{Q})$. Отсюда

$$T_{BA}^F(v, \mathbf{Q}) = \frac{1}{2\pi} \int \left[\frac{1}{v' - v - i\varepsilon} K_{BA}(v', \mathbf{Q}) - \frac{1}{v' - v + i\varepsilon} K_{AB}(-v', -\mathbf{Q}) \right] dv'. \quad (36.9)$$

Используя теперь равенство

$$\frac{1}{v' - v \mp i\varepsilon} = P \frac{1}{v' - v} \pm i\pi\delta(v' - v),$$

получаем

$$T_{BA}^F(v, \mathbf{Q}) = \frac{1}{2\pi} \int \left(P \frac{1}{v' - v} \right) C_{BA}(v', \mathbf{Q}) dv' + \frac{i}{2} \text{sign}(v) C_{BA}(v, \mathbf{Q}) + \sigma_{BA}, \quad (36.10)$$

где

$$\text{sign}(v) = \begin{cases} +1, & v > 0, \\ -1, & v < 0. \end{cases}$$

В последнем выражении мы в явном виде выписали возможные контактные члены σ_{BA} , которые представляют собой просто неизвестные (но конечной степени) полиномы по v и \mathbf{Q} . Таким образом, с точностью до некоторого полинома амплитуда выражается через коммутатор.

Естественно, что область отрицательных значений v на опыте не исследуется. Однако информацию об этой области можно получить при изучении реакций с античастицами (с заменой A на \bar{A}). При этом используется (36.10) и равенство для коммутаторов, вытекающее из

того факта, что \bar{A} — оператор, сопряженный с A :

$$(C_{BA}(\nu, \mathbf{Q}))^* = C_{\bar{A}\bar{B}}(\nu, \mathbf{Q}) = -C_{\bar{B}\bar{A}}(-\nu, -\mathbf{Q}).$$

В частности, из (36.10) и (36.6) следует, что

$$T_{BA}^F(\nu, \mathbf{Q}) = T_{AB}^F(-\nu, -\mathbf{Q}).$$

ЛЕКЦИЯ 37

Свойства операторов (продолжение)

При другом, более обычном определении (так называемой причинной амплитуды) продолжение мнимой части на отрицательные частоты берется с обратным знаком:

$$T_{BA}^C(\nu, \mathbf{Q}) = T_{BA}^F(\nu, \mathbf{Q}) + i\theta(-\nu) C_{BA}(\nu, \mathbf{Q}). \quad (37.1)$$

Поэтому $(T_{BA}^C(\nu, \mathbf{Q}))^* = T_{\bar{B}\bar{A}}^C(-\nu, -\mathbf{Q})$, и из (36.10) следует

$$T_{BA}^C(\nu, \mathbf{Q}) = \frac{1}{2\pi} \int C_{BA}(\nu', \mathbf{Q}) \frac{d\nu'}{\nu' - \nu - i\epsilon} + \sigma_{BA}, \quad (37.2)$$

т. е. T_{BA}^C дается выражением типа (36.9), в котором только изменен знак перед $i\epsilon$ в последнем члене.

Теперь можно выяснить структуру T_{BA}^C в координатном пространстве (T^C столь же хороша для описания процессов рассеяния, как и T^F). В последнем слагаемом (37.1) мы писали коммутатор, но его можно записать еще проще — в виде произведения операторов. Согласно (36.5) и (36.6), $\theta(-\nu) C_{BA}(\nu, \mathbf{Q}) = -K_{AB}(-\nu, -\mathbf{Q})$, а функция $-K_{AB}(-\nu, -\mathbf{Q})$ является фурье-образом от $\langle p | A(1) B(2) | p \rangle$. Поэтому (37.1) можно переписать в виде

$$-iT_{BA}^C \stackrel{\text{ПФ}}{=} \langle p | \{B(2) A(1)\}_T | p \rangle - \langle p | A(1) B(2) | p \rangle. \quad (37.3)$$

При $t_2 > t_1$ в правой части стоит $B(2) A(1) - A(1) B(2) = [B(2), A(1)]$, а при $t_2 < t_1$ имеем $A(1) B(2) - A(1) B(2) = 0$.

Следовательно, амплитуда рассеяния (причинная), есть фурье-образ запаздывающего коммутатора + кон-

тактные члены. Под запаздывающим коммутатором подразумевается коммутатор, существующий лишь при $t_2 > t_1$:

$$-iT_{BA}^C(q) \stackrel{\text{II}\Phi}{=} \langle p | [B(2), A(1)] | p \rangle \theta(t_2 - t_1) + \text{Контактные члены.} \quad (37.4)$$

Очевидно, что из этого выражения непосредственно вытекает соотношение (37.2).

[Замечание. На первый взгляд кажется, что наличие $\theta(t_2 - t_1)$ в (37.4) приводит к нарушению релятивистской инвариантности, но надо помнить, что коммутатор равен нулю во всей пространственноподобной области. Поэтому плоскость $t_2 = t_1$ можно поворачивать как угодно — в соответствии с преобразованием Лоренца. Это справедливо по меньшей мере, если коммутатор не слишком сингулярен при совпадающих временах, а такое бывает достаточно часто. Иногда все же возникают трудности, связанные с тем, что приведенное выражение для T_{BA}^C не является релятивистски-инвариантным, если к контактными членам в (37.4) не добавить соответствующие неинвариантные слагаемые (называемые швингеровскими членами).]

Выражение (37.4) служит общим определением амплитуды Чу (которая в пространственно-временных координатах представляется запаздывающим коммутатором), даже когда мы не ограничиваемся диагональными элементами или низшими состояниями (так что произведение операторов равно нулю при $v < 0$). Общее определение амплитуды Фейнмана — это упорядоченное во времени произведение операторов (36.8). Амплитуды T^F и T^C различаются произведением операторов.

Отметим следующие соотношения:

Условия вещественности

$$K_{BA}(2, 1) = K_{\bar{A}\bar{B}}(1, 2),$$

$$\{C_{BA}(2, 1)\}^* = C_{\bar{A}\bar{B}}(1, 2), \quad (37.5)$$

$$\{K_{BA}(v, Q)\}^* = K_{\bar{A}\bar{B}}(v, Q),$$

$$\{C_{BA}(v, Q)\}^* = C_{\bar{A}\bar{B}}(v, Q) = -C_{\bar{B}\bar{A}}(-v, -Q). \quad (37.6)$$

Кроссинг

$$\begin{aligned} \{T_{BA}^C(\nu, \mathbf{Q})\}^* &= T_{\overline{BA}}^C(-\nu, -\mathbf{Q}), \\ T_{BA}^F(\nu, \mathbf{Q}) &= T_{AB}^F(-\nu, -\mathbf{Q}). \end{aligned} \quad (37.7)$$

Мнимая часть

$$\{T_{\overline{BA}}^C(\nu, \mathbf{Q})\}^* - T_{AB}^C(\nu, \mathbf{Q}) = -iC_{AB}(\nu, \mathbf{Q}). \quad (37.8)$$

Чтобы эти соотношения выполнялись для T_{BA} , контактный член σ_{BA} должен удовлетворять условиям вещественности и кроссинга, а именно:

$$\sigma_{BA}^*(\nu, \mathbf{Q}) = \sigma_{\overline{BA}}(-\nu, -\mathbf{Q}) = \sigma_{\overline{AB}}(\nu, \mathbf{Q}).$$

Проинтегрировав $C_{BA}(\nu, \mathbf{Q})$ по всем ν , можно получить выражение, содержащее коммутатор при одинаковых временах $t_2 = t_1$, так как $\int \exp[i\nu(t_2 - t_1)] d\nu/2\pi = \delta(t_2 - t_1)$. В частности, выполнив преобразование Фурье для нашего диагонального матричного элемента по протонному состоянию от одновременного коммутационного соотношения Гелл-Манна

$$[J_0^a(t_1, \mathbf{x}_2), J_\mu^b(t_1, \mathbf{x}_1)] = \delta^3(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) J_\mu^{a \times b}(t_1, \mathbf{x}_1), \quad (37.9)$$

мы получим, что

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{J_0^a J_\mu^b}(\nu, \mathbf{Q}) d\nu = \langle p | J_\mu^{a \times b}(0, 0) | p \rangle \quad (37.10)$$

является константой, не зависящей от \mathbf{Q} . Это называется правилом сумм.

Вернемся теперь к тому обстоятельству, что, измеряя $K_{BA}(\nu, \mathbf{Q})$, мы находим фурье-образ коммутатора двух токов. Здесь возникают, например, такие вопросы. 1) Какие ограничения на фурье-образ следуют из того факта, что коммутатор обращается в нуль вне светового конуса? 2) Что можно узнать о характере коммутатора, имея экспериментальные данные о поведении K_{BA} (например, установив наличие бьёркеновского скейлинга)?

Нам следует изучить поведение коммутаторов в общем случае. Начнем с рассмотрения коммутатора двух скалярных полей массы m в системе без взаимодействия:

$$C_m(2-1) = [\phi(2), \phi(1)]. \quad (37.11)$$

Можно выразить $\phi(1)$ обычным образом через операторы рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} \phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} (2\omega_{\mathbf{k}})^{-1/2} [a_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - i\omega_{\mathbf{k}}t) + \\ + a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + i\omega_{\mathbf{k}}t)]. \end{aligned} \quad (37.12)$$

Здесь $\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{k^2 + m^2}$ — правильное выражение для частоты, описывающее развитие операторов во времени, поскольку взаимодействия нет и энергия равна энергии свободной частицы. Операторы $a_{\mathbf{k}}$ коммутируют друг с другом (и аналогично $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$); не коммутируют только a и a^{\dagger} , относящиеся к одному и тому же \mathbf{k} :

$$[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}^{\dagger}] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}. \quad (37.13)$$

Записывая поле в виде (37.12), используя (37.13) и опуская слагаемые, которые явно коммутируют, мы получаем выражение для коммутатора (37.11)

$$\begin{aligned} C_m(2-1) = C(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} [\exp(-i\omega_{\mathbf{k}}t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) - \\ - \exp(i\omega_{\mathbf{k}}t) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})] = \\ = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} [\exp(-i\omega_{\mathbf{k}}t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) - \\ - \exp(i\omega_{\mathbf{k}}t) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})]. \end{aligned} \quad (37.14)$$

Вычислим теперь интеграл — результат содержит функции Бесселя. Мы выполним интегрирование для частного случая $m = 0$ и просто скажем, что получается в случае $m \neq 0$, предоставив выяснение деталей желающим.

Полагая $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = kR \cos \theta$ в (37.14) и учитывая, что $\omega_k = k$ для $m = 0$, получаем

$$C(t, \mathbf{x}) = \int \frac{2\pi k^2 dk d(\cos \theta)}{(2\pi)^3 2k} \exp(-ikt) \exp(ikR \cos \theta) + \\ + \text{Компл. сопр.} = \frac{-i}{2\pi} \frac{1}{2R} [\delta(t-R) - \delta(t+R)] = \\ = \frac{-i}{2\pi} \delta(t^2 - R^2) \text{sign}(t),$$

т. е. сингулярную δ -функцию на световом конусе.

В случае конечной массы мы получаем такую же сингулярность на световом конусе, вне конуса, разумеется, нуль, а внутри его — функцию Бесселя:

$$C_m(t, \mathbf{x}) = i \text{sign}(t) \left[-\frac{\delta(s^2)}{4\pi} + \frac{1}{8\pi s} J_1(ms) \theta(s^2) \right], \\ s^2 = t^2 - x^2.$$

Итак, коммутатор для свободных частиц равен нулю вне светового конуса и сингулярен (как δ -функция) на световом конусе.

Мы рассмотрели сингулярности двух полей. Полезно также обсудить сингулярности, возникающие при коммутации двух токов. В качестве такого тока в теории свободных полей можно взять $J_\mu(1) = \phi^*(1) (-\overleftarrow{\partial}_\mu + \overrightarrow{\partial}_\mu) \phi(1)$ или $\bar{\psi}(1) \gamma_\mu \psi(1)$ для спинорных полей. Для примера опустим градиенты и т. п. и найдем коммутатор «токов», которые представляют собой просто квадраты скалярных полей:

$$K = [J(2), J(1)] = [\phi(2) \phi(2), \phi(1) \phi(1)] = \\ = 2\phi(2) [\phi(2), \phi(1)] \phi(1) + 2\phi(1) [\phi(2), \phi(1)] \phi(2) = \\ = 2\phi(2) C_m(2, 1) \phi(1) + 2\phi(1) C_m(2, 1) \phi(2);$$

здесь $C_m(2, 1)$ — коммутатор свободных полей, вычисленный выше. Ясно, что K содержит такую же сингулярность $\text{sign}(t_2 - t_1) \delta(s_{12}^2)$, как и C , но на этот раз

она множится на операторную функцию двух точек $F(2, 1)$, часто называемую бислокальным оператором. Этот оператор, конечно, достаточно знать только на световом конусе. Его матричные элементы представляют собой функции от $x_{2\mu} - x_{1\mu}$ (например, от $t_2 - t_1$ для диагональных элементов в системе покоя частицы). Таким образом, сингулярность на световом конусе модулируется, вообще говоря, функцией расстояния от вершины конуса.

В случае взаимодействующих адронов мы ожидаем, что коммутатор токов также равен нулю вне светового конуса и отличен от нуля лишь внутри. Интересный вопрос: что происходит при переходе через световой конус? По-видимому, следует ожидать какого-то скачка, но неясно где, в величине коммутатора или только в его производной? Или, может быть, имеется δ -функция, как и в ситуации со свободными частицами? Вопрос этот фундаментальный, и ответ на него можно получить только из эксперимента.

На опыте мы находим фурье-образ коммутатора двух токов, т. е. $K_{\mu\nu}(\nu, \mathbf{Q})$. Сингулярное поведение соответствует некоторому пределу при больших ν и Q ; таким образом, именно поведение при больших ν и Q дает ответ на поставленный вопрос. Но в этой области эксперимент показывает, что функция $K(\nu, Q)$ удовлетворяет бьёркеновскому скейлингу, т. е. она зависит только от величины $\xi = -q^2/2M\nu$.

Самый прямой путь для выяснения свойств коммутатора токов — это вычислить обратное преобразование Фурье от функций K , используя бьёркеновский скейлинг, и посмотреть, к каким сингулярностям это приведет. Поскольку сингулярности определяются именно пределом больших ν и Q , они одинаковы как для полной функции, так и для ее бьёркеновского предела. Мы не будем пытаться соблюдать строгость, так как экспериментальная функция K все равно неизвестна при $q^2 > 0$. Тем не менее посмотрим, что происходит.

Пусть вектор \mathbf{Q} направлен по оси z . Тогда $-q^2 = Q_z^2 - \nu^2 = (Q_z + \nu)(Q_z - \nu) = 2M\nu\xi$, и при больших ν величина Q_z почти совпадает с ν , точнее, $Q_z = \nu + M\xi$. Обратное преобразование Фурье для функции одного

только ξ имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2\pi)^2} \int \exp[i(vt - Q_z z)] f(\xi) d\nu dQ_z = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \exp[iQ_z(t-z)] \exp(-iM\xi t) f(\xi) d\xi dQ_z = s(t) \delta(t-z), \end{aligned}$$

где $s(t)$ — фурье-образ структурной функции $f(\xi)$.

То же самое можно получить другим путем — несколько более строго. Запишем

$$f\left(-\frac{q^2}{2M\nu}\right) = 2M\nu \int \delta(q^2 + 2M\nu\beta) f(\beta) d\beta.$$

Опустим на время $2M\nu$ (т. е. займемся преобразованием W_2) и заметим, что при больших ν и q^2 можно с хорошей точностью заменить $\delta(q^2 + 2M\nu\beta)$ на $\delta(q^2 + 2M\nu\beta + M^2\beta^2) = \delta((q + \beta\rho)^2)$. Таким образом, для достаточно больших ν

$$W_2 \sim \int \delta((q + \beta\rho)^2) f(\beta) d\beta.$$

Теперь можно при желании вставить сюда знаковую функцию $\text{sign}(\nu)$ для сохранения необходимой асимметрии фурье-образа коммутатора; при больших ν это выражение совпадает с $\text{sign}(\nu + \beta M)$. Итак, асимптотически

$$W_2 \sim \int \text{sign}(\nu + \beta\rho_0) \delta((q + \beta\rho)^2) f(\beta) d\beta.$$

Теперь нетрудно вычислить фурье-образ этого выражения, пользуясь тем, что

$$\text{sign}(t) \delta(s^2) \stackrel{\text{ПФ}}{=} \text{sign}(\nu) \delta(q^2), \quad s^2 = t^2 - R^2.$$

Для произвольного 4-вектора a_μ имеем

$$\exp(-ia \cdot x) \text{sign}(t) \delta(s^2) \stackrel{\text{ПФ}}{=} \text{sign}(\nu + a_0) \delta((q + a)^2),$$

откуда следует, что фурье-образ функции W_2 дается выражением

$$\text{sign}(t) \delta(t^2 - R^2) \int f(\beta) \exp(-i\beta\rho \cdot x) d\beta.$$

Заметив, что $p \cdot x = Mt$, мы приходим к полученному выше результату — бёркеновский скейлинг означает наличие у коммутатора токов δ -образной сингулярности на световом конусе. Для большей точности необходимо включить все множители, например $p_\mu p_\nu$ и т. п., и ввести более четкие определения — тогда появятся градиенты δ -функций. Лучший способ сформулировать это в общем виде, если сказать, что скейлингу соответствуют столь же сильные сингулярности коммутаторов тока на световом конусе, какими они были бы в случае свободных частиц.

Это, конечно, именно тот результат, какой ожидается из партонной интерпретации, поскольку в ней предполагается, что в конечных состояниях X (которые представляют собой промежуточные состояния для коммутаторов) партоны можно рассматривать как свободные. Вывод поэтому не является неожиданным. Нам лишь хотелось сформулировать то, что уже обсуждалось (скейлинг) в некотором абстрактном и более общем виде (как сингулярности коммутатора тока) с минимумом ссылок на какую-либо модель. Хотя в утверждении все еще содержится понятие поля свободных частиц, это делается только для краткости — вместо того, чтобы писать δ - и δ' -функции на световом конусе.

Каждое из предполагавшихся нами общих свойств партонов говорит кое-что более определенное о характере сингулярности. Например, утверждать, что заряженные партоны имеют спин $1/2$, — это все равно, как если бы сказать, что сингулярности имеют вид δ - или δ' -функций, характерных для коммутаторов свободных дираковских полей. Кроме того, результаты для векторных и аксиальных токов оказываются связанными между собой. Если, например, добавить утверждение, что партоны суть кварки, то возникают, как мы видели, определенные численные соотношения между сингулярными частями коммутаторов различных токов. (Они отвечают, например, нашим соотношениям между f^{ep} и f_1^{vp} , f_3^{vp} и т. д., которые выражаются через шесть функций u , \bar{u} , d , \bar{d} , s и \bar{s} .)

Кварки как свободные частицы не обнаружены. Можно задать много вопросов о том, справедливы ли конкретные представления партонной модели в случае кварков. В частности, важен вопрос, должен ли вылетающий кварк-партон уносить с собой нецелые квантовые числа.

Кроме того, часто бывает очень полезным уже после получения результатов в рамках какой-то модели посмотреть, как сильно они от нее зависят и нельзя ли в действительности сформулировать их в виде общего математического принципа, не прибегая к конкретной модели. При таком подходе, если даже в дальнейшем выяснится, что у модели слишком много дефектов, мы опять-таки сможем начать все сначала, поняв какие-то общие свойства адронов, но не будучи привязанными ко всем другим свойствам, зависящим от модели.

Вот почему интересно отметить, что партонная модель эквивалентна общему утверждению (более близкому, кроме того, к прямым экспериментальным результатам), что коммутаторы содержат δ -образные сингулярности на световом конусе.

ХИ. АЛГЕБРА НА СВЕТОВОМ КОНУСЕ

ЛЕКЦИЯ 38

Интересный вопрос, на который дали ответ Фритч и Гелл-Манн [14], состоит в том, как сформулировать скейлинговые результаты в случае «кварков в роли партонов», чтобы в ответ не входили ни кварковые волновые функции, ни операторы.

Постулируем, что сингулярности на световом конусе такие же, как и для коммутаторов свободных кварков (спин $1/2$, SU_3 -триплет). Имеются в виду, конечно, самые сильные δ' - и δ -образные сингулярности, которые будем называть «ведущими» в смысле высоких частот. Прежде всего посмотрим, как выглядят сингулярности, если токи выражены через поля $\psi(x)$, являющиеся дираковскими спинорами и несущие SU_3 -индексы, на которые могут действовать 3×3 -матрицы λ .

Коммутатор двух спинорных полей с массой m легко вывести (аналогично тому, как это было сделано для бозе-полей). Он равен

$$[\psi(2), \bar{\psi}(1)] = (i\hat{\nabla}_2 + m) C_m(2, 1).$$

[Просто из-за того, что теперь пропагатор дается выражением $(\hat{p} + m)/(p^2 - m^2)$ вместо $1/(p^2 - m^2)$, величина $\hat{p} + m$ появляется и в выражении для коммутатора (представляющего собой мнимую часть пропагатора).] Поскольку мы интересуемся ведущей сингулярностью вблизи светового конуса, функция C_m пропорциональна $\delta(s^2)$, а член с массой много меньше большого градиента. Таким образом,

$$[\psi(2), \bar{\psi}(1)] \cong \frac{i}{4\pi} \hat{\nabla}_2 \text{sign}(t_2 - t_1) \delta(s_{21}^2); \quad (38.1)$$

здесь s_{21}^2 — квадрат интервала между точками 1 и 2, а \cong означает «ведущие сингулярности вблизи светового конуса равны».

Нетрудно проверить, что результаты, получаемые здесь для коммутатора двух токов, каждый из которых является билинейной формой по ψ , не зависят от того, предположим ли мы, что

а) поля подчиняются обычным одновременным соотношениям антикоммутации $\psi(\mathbf{x}_2)\bar{\psi}(\mathbf{x}_1) + \bar{\psi}(\mathbf{x}_1)\psi(\mathbf{x}_2) = \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$, а $\psi(\mathbf{x}_1)$ и $\psi(\mathbf{x}_2)$ антикоммутируют, как и должно быть для фермионов, или

б) поля со спином $1/2$ подчиняются соотношениям коммутации $\psi(\mathbf{x}_2)\bar{\psi}(\mathbf{x}_1) - \bar{\psi}(\mathbf{x}_1)\psi(\mathbf{x}_2) = \delta^3(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$, а $\psi(\mathbf{x}_1)$ и $\psi(\mathbf{x}_2)$ коммутируют, как положено бозонам.

Этот результат очень интересен, поскольку он означает, что модель «бозонных кварков», которая вполне подходит для низких энергий, не находится в каком-либо принципиальном противоречии с «кварками в роли партонов» при высокой энергии. Можно назвать такую партонную модель «бозонные кварки в роли партонов».

Далее, SU_3 -ток типа a (определяемый с помощью λ^a) имеет вид

$$J_\mu^a(1) = \bar{\psi}(1)\lambda^a\gamma_\mu\psi(1), \quad (38.2)$$

где, к примеру, электрический ток отвечает диагональной матрице $\lambda^3 = \text{diag}(2/3, -1/3, -1/3)$. Для получения аксиальных токов надо заменить γ_μ на $\gamma_\mu\gamma_5$.

Если теперь вычислить коммутатор двух токов, мы придем к простому, но утомительно длинному результату (детали можно найти в упомянутой выше работе [14]). Для иллюстрации идеи — а это все, что мы намереваемся здесь сделать, — рассмотрим случай двух электрических токов, а также отбросим несколько слагаемых, которые исчезают при вычислении усредненных по спину матричных элементов; тогда все, что остается, имеет вид

$$\begin{aligned} [J_\mu^\nu(2), J_\nu^\sigma(1)] \cong & \frac{1}{4\pi} \partial_\rho [\text{sign}(t_2 - t_1) \delta(s_{12}^2)] \times \\ & \times \frac{1}{4} \text{Sp}(\gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\nu\gamma_\sigma) [\mathcal{F}_\sigma^\delta(2, 1) - \mathcal{F}_\sigma^\delta(1, 2)] + \\ & + \text{Отброшенные члены}. \end{aligned} \quad (38.3)$$

Здесь

$$\mathcal{F}_\sigma^\delta(2, 1) = \bar{\psi}(2)\gamma_\sigma\lambda^\delta\psi(1) \quad (38.4)$$

(точки 2 и 1 находятся на световых конусах друг друга); в нашем случае $\lambda^{\delta} = \text{diag}(1/9, 1/9, 1/9) = \lambda\gamma\lambda$.

Кварковые поля все еще присутствуют в (38.4), однако идея теперь состоит в том, чтобы игнорировать соотношение (38.4) и предположить, что система уравнений (38.3) (точнее, ее обобщение на произвольные токи с включением, разумеется, отброшенных членов) справедлива в общем случае. Соотношения такого рода задают сингулярности на световом конусе и определяют, по крайней мере на световом конусе, совокупность новых операторов $\mathcal{F}_{\sigma}(2, 1)$. Матричные элементы именно этих операторов соответствуют нашим структурным функциям.

При этом прямо не предполагается, что операторы \mathcal{F} можно записать в виде (38.4). Соотношение (38.4), а также (38.1) и (38.2) служили просто строительными лесами при выводе уравнений (38.3), и впредь о них следует забыть. В (38.3) кварковые операторы в явном виде уже не содержатся. Вместо них появились какие-то новые билочальные (в том смысле, что они зависят от двух точек) операторы. Они определены только на световом конусе, причем теми же уравнениями (38.3).

Эта система уравнений была бы настоящей «алгеброй», если бы свойства операторов \mathcal{F} можно было определить независимо. Идеальная ситуация (фактически это была бы полная теория адронов) имела бы место, например, если бы уравнения, определяющие коммутаторы этих операторов, выражались через те же самые J и \mathcal{F} . Это, по-видимому, невозможно. Однако кое-что можно сделать. Если взять \mathcal{F} в виде (38.4), то коммутатор двух операторов \mathcal{F} , имеющих аргументами точки, лежащие на общем световом луче (например, $[\mathcal{F}(3, 4), \mathcal{F}(1, 2)]$, где точки 3, 4, 1, 2 лежат на одной образующей светового конуса), выражается снова через \mathcal{F} . Такие соотношения выдвигались в качестве гипотезы, но они дают немного. Из них вытекают лишь предсказания для некоторых двухтоковых инклюзивных реакций типа $e + p \rightarrow e + \mu^+ \mu^- +$ (Любые адроны). Эти предсказания, конечно, точно такие, какие ожидаются из партонной модели при тех же условиях. Мы обсудим их ниже.

Чтобы использовать уравнение (38.3), надо вычислить его фурье-образ. Для этого воспользуемся результатом, очень похожим на те, которые мы уже вывели (разбираться в деталях предоставим читателю), что если при больших ν $q = (\nu, 0, 0, \nu + M\xi)$, то

$$\int d^4x \exp(iq \cdot x) \delta'(x^2) F(x_0, x_1, x_2, x_3) = \\ = \frac{\pi}{2} \int \frac{dt}{|t|} \exp(-iM\xi t) F(t, 0, 0, t),$$

т. е. интегрирование происходит только вдоль луча $t = z$, являющегося общим для плоскости $t = z$ (из $\exp[i\nu(t - z)]$) и светового конуса.

Естественно, что каждый результат этой теории может быть получен и в теории «кварков в роли партонов», поскольку вторая является моделью первой; однако далеко не всякий результат партонной модели можно получить из уравнений (38.3). Поэтому вполне возможно, что многие из таких результатов неверны, и в будущем уцелеет только система (38.3), а не детальная полевая модель. Вот почему интересно сравнивать такого рода теории по их отношению к различным предсказаниям, которые делаются в теории «кварков в роли партонов».

Эти предсказания можно разделить на три класса:

А. Скейлинг, соотношения между структурными функциями, правила сумм.

Б. Конкретные соображения о структурных функциях, вытекающие из того, что мы знаем об адронных соударениях и из других аргументов: например, поведение типа dx/x , связь между степенью формфактора $Q^{-\nu}$ и поведением структурных функций типа $(1-x)^{\nu-1}$ вблизи 1 и т. п.

В. Приложения к экспериментам типа предложенных Дреллом: сечения реакций $e^+ + e^- \rightarrow$ (Адроны), $p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- +$ (Адроны) и т. д.

Класс А составляют как раз те предсказания, которые выводятся из алгебры на световом конусе. Предсказания класса Б вообще из нее не следуют. Точнее, они равносильны рассмотрению возможного поведения матричного элемента от оператора $\mathcal{F}(2, 1)$. Что касается

партонной модели, то к результатам, относящимся к классу Б, приводят не специфические предположения модели, а скорее попытки продвинуться глубже; серьезное обсуждение матричных элементов в рамках алгебры на световом конусе также привело бы к предсказаниям из этого класса.

Класс В очень интересен, поскольку относящиеся к нему предсказания выходят за рамки того, что следует из уравнений (38.3), и требуют каких-то дополнительных соображений. Последние, впрочем, представляются вполне очевидными с точки зрения партонной модели. Поэтому, проверяя именно такие предсказания, мы можем понять, являются ли правильными те следствия этой модели, которые не вытекают из уравнений (38.3).

Причина, по которой знания коммутатора токов на световом конусе недостаточно для описания реакций типа $p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$, состоит в том, что здесь надо найти матричный элемент вида $\langle pp | JJ | pp \rangle$. Переходя к пределу больших импульсов в операторе тока, мы изменяем также состояние pp ; относительный импульс двух протонов тоже должен увеличиваться. С точки зрения теории операторов это скверный предел.

Возникает очень интересная проблема. Существует ли какой-нибудь общий абстрактный способ, не прибегающий к кварковым полям (партонам), для вывода всех этих предсказаний партонной модели для класса В? Или, может быть, они являются неправильным расширением идеи?

А что происходит с вопросом о том, как получается, что партоны движутся порознь в протоне и в то же время их кварковые квантовые числа не проявляются в конечных состояниях? Помогает ли алгебра токов ответить на такой вопрос? Вероятно, его можно поставить и по-иному: существуют ли какие-либо представления алгебры (38.3), которые не содержат кварковых квантовых чисел среди локализованных состояний? Может быть, окажется легче иметь дело с такой математической постановкой задачи, чем с физическими соображениями.

XIII. СВОЙСТВА КОММУТАТОРОВ В ИМПУЛЬСНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

ЛЕКЦИЯ 39

Свойства коммутаторов в импульсном пространстве

Перейдем теперь к обсуждению вопроса, какими общими свойствами должен обладать коммутатор в импульсном пространстве, для того чтобы его фурье-образ был равен нулю вне светового конуса в конфигурационном пространстве.

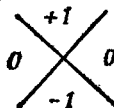
Это, безусловно, многообещающее занятие для развития физической интуиции в вопросе о свойствах $W_{\mu\nu}$. В настоящее время можно сказать не слишком много, но для будущей работы знание того, что уже сделано, может принести пользу.

Сделаем сперва несколько очевидных замечаний. Если мы умножим коммутатор (в пространственно-временном представлении) на функцию G , которая равна 1 внутри и 0 вне светового конуса, то получим тот же самый коммутатор, за исключением того, что он теперь сингулярен прямо на световом конусе, где функция G определена плохо. Поскольку фурье-образ функции G равен $16\pi P(1/q^2)^2$ (где P — главное значение), мы имеем по теореме о свертке

$$C(q) = \int C(u) P \frac{16\pi}{(q^2 - u^2)^2} \frac{d^4u}{(2\pi)^4} \quad (39.1)$$

(плюс добавки от светового конуса), где $C(q)$ — фурье-образ коммутатора.

В том же духе, поскольку фурье-образ функции


 равен $16\pi i \text{sign}(q_0) \delta'(q^2)$, мы видим, что

функция $C(q)$ должна иметь вид

$$C(q) = \int X(u) \operatorname{sign}(q_0 - u_0) \delta'((q - u)^2) \frac{d^4 u}{(2\pi)^4} (16\pi i) +$$

+ Добавки от светового конуса. (39.2)

Конечно, можно было бы сказать, что и в (39.1) величина $C(u)$ в подынтегральном выражении является произвольной функцией $F(u)$ и что при этом $C(q)$, стоящая в левой части, всё равно есть фурье-образ функции, равной нулю вне светового конуса. Мне не удалось как-либо использовать такое наблюдение.

При обращении с этими простыми представлениями надо быть аккуратным в одном отношении. Функция $G(x, t)$, на которую мы умножили $C(x, t)$, была определена как 1 внутри светового конуса и 0 — вне его. Чему она равна непосредственно на световом конусе? Там она не определена. Обычно столь малая область не имеет значения при интегрировании $C(x, t)G(x, t)$ по пространству и времени, но в данном случае она приводит к большой неопределенности, потому что $C(x, t)$ содержит сингулярность типа δ -функции как раз там, где $G(x, t)$ плохо определена. Учитывая этот эффект, мы можем сделать наши формулы более корректными следующим образом. Обозначим через $C_a(q)$ асимптотику для $C(q)$, правильно дающую сингулярности типа δ на световом конусе. Тогда $C(q) - C_a(q)$ не имеет сингулярностей на конусе, и поэтому, например, уравнение (39.1) справедливо, если в обеих частях заменить C на $C - C_a$. После этого можно упростить или перестроить уравнение, с тем чтобы получилось равенство типа (39.1), но с некоторыми дополнительными членами, связанными с поведением функции C на световом конусе.

Гораздо более тонкое и полезное наблюдение сделал Дайсон. Он заметил, что во многих задачах $C(q) = 0$ в определенных областях q -пространства (в которых не может быть никаких промежуточных состояний). Например, при $q_0 = v > 0$ самым низким из возможных конечных состояний X является сам протон, движущийся с импульсом Q (пространственная часть q_μ), а значит,

с энергией $\sqrt{M^2 + Q^2}$. Следовательно,

$$v > -M + \sqrt{M^2 + Q^2}$$

и аналогично

$$v < +M - \sqrt{M^2 + Q^2}. \quad (39.3)$$

Дайсон доказал, что необходимое и достаточное условие обращения в нуль функций $C(q)$ в области $S = S_1(q) < q_0 < S_2(q)$, а ее фурье-образа вне светового конуса можно записать в виде (представление Дайсона)

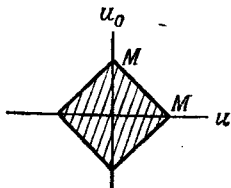
$$C(q) = \int d^4u \int_0^\infty ds^2 \operatorname{sign}(q_0 - u_0) \delta((q - u)^2 - s^2) \Phi(u, s^2). \quad (39.4)$$

Здесь функция Φ равна нулю вне некоторой области R , а в остальном произвольна. Область R должна быть такой, чтобы гиперболоид $(q - u)^2 = s^2$ не проникал в область S .

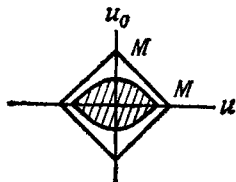
В достаточности этого условия легко убедиться (главная трудность состоит в доказательстве его необходимости). Мы уже видели, что коммутатор свободных частиц $C_m(x, t)$ обращается в нуль вне светового конуса, т. е. фурье-образ функции $\delta(q^2 - m^2) \operatorname{sign}(q_0)$ равен нулю вне светового конуса. Если умножить $C_m(x, t)$ на какое-либо выражение, например на $\exp(iu \cdot x)$ (или на любую суперпозицию по u), то получающаяся функция по-прежнему равна нулю вне светового конуса, но $\exp(iu \cdot x) C_m(x, t) \stackrel{\text{ПФ}}{=} \operatorname{sign}(q_0 - u_0) \delta((q - u)^2 - m^2)$. Взяв суперпозицию таких выражений по u с весом $\Phi(u, s^2)$ и положив $m^2 = s^2$, мы приходим к (39.4).

Рисуя разные гиперболы, легко убедиться в том, что в нашем случае область интегрирования R , где $\Phi(u, s^2)$ отлично от нуля, определяется следующим образом:

При $s^2 > M^2$ внутри двух конусов $|u_0| < |u|$



При $s^2 < M^2$ внутри области, ограниченной кривой $M - |u_0| = \sqrt{u^2 + (M - s)^2}$



В качестве побочного результата мы получаем [используя (37.2)] амплитуду рассеяния, соответствующую этому коммутатору:

$$T^C(q) = \frac{1}{2\pi} \int_R d^4u \int ds^2 \frac{\Phi(u, s^2)}{(q-u)^2 - s^2 + i\epsilon(q_0 - u_0)} + \sigma(q), \quad (39.5)$$

где σ (от контактных членов) является полиномом по q_μ [для получения амплитуды T^F замените $i\epsilon(q_0 - u_0)$ на $i\epsilon$].

Одна из трудностей при использовании представления Дайсона состоит в том, что функция Φ неоднозначна: многие функции приводят к одной и той же $S(q)$. Другое и очень похожее представление было построено (я подозреваю, что не с той же строгостью, как дайсоновское) Дезером, Джилбертом и Сударшаном специально для задач нашего типа, когда S зависит только от двух инвариантов q^2 и ν . В этом представлении

$$S(q^2, \nu) = 2M\nu \int_0^\infty d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta H(\sigma, \beta) \text{sign}(q_0 + \beta M) \delta((q + \beta p)^2 - \sigma). \quad (39.6)$$

Это выражение, конечно, совпадает с представлением Дайсона, если в последнем можно предположить, что 4-вектор u_μ имеет только одну временную компоненту, т. е. компоненту в направлении p_μ .

Здесь опять-таки следует ожидать, что в случае $\sigma < M^2$ функция $H(\sigma, \beta)$ должна обращаться в нуль вне более ограниченной области. Действительно, при $\sigma < M^2$ величина β пробегает значения лишь от $-\sqrt{\sigma}/M$ до $+\sqrt{\sigma}/M$; мы не будем, однако, менять наше выражение, а просто запомним, что в этой области σ имеем $H(\sigma, \beta) = 0$ при $|\beta| > \sqrt{\sigma}/M$.

Очевидно, что если коммутатор C обращается в нуль на световом конусе, то равны нулю и различные его градиенты. Поэтому существует много возможностей написать представление для C с различными целыми степенями ν перед интегралом (степень может быть как нулевой, так и любой конечной величиной) и с соответствующими функциями H ; здесь мы выбрали как раз ту возможность, которая соответствует $2MW_1$. Переопределив σ , можно записать наше представление в эквивалентном виде

$$\begin{aligned}
 2MW_1(q^2, \nu) &= \\
 &= 2M\nu \int_0^\infty d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta h(\sigma, \beta) \operatorname{sign}(\nu + M\beta) \delta(q^2 + 2\beta M\nu - \sigma).
 \end{aligned}
 \tag{39.7}$$

Кроме того, асимметрия коммутатора по отношению к инверсии времени приводит в нашем случае к свойству

$$h(\sigma, -\beta) = -h(\sigma, \beta). \tag{39.8}$$

Это очень хорошее представление, и h , вероятно, однозначно определяется функцией W_1 . Однако его недостаток состоит в том, что для величины $h(\sigma, \beta)$ не существует никакой физической интерпретации и ее нельзя выразить через матричные элементы. Поэтому мы не можем руководствоваться физической интуицией, угадывая, как должна вести себя h (разве что используя наши знания о поведении W и действуя в обратном направлении). Иначе говоря, ни на какой стадии мы не можем сказать, что такая-то функция $h(\sigma, \beta)$ является с физической точки зрения слишком «глупой» или что она должна вести себя так-то в этой области и т. п.

Как мы увидим, в данном случае это оказывается серьезным недостатком.

Перейдем теперь к выяснению вопроса, как должна вести себя $h(\sigma, \beta)$, чтобы при больших ν функция $2MW_1$ вела себя ожидаемым образом (лекция 31). Далее будем всюду считать, что $\nu > 0$.

Область 1

Прежде всего рассмотрим область скейлинга, в которой $\nu \rightarrow \infty$, $-q^2 \rightarrow \infty$, а величина $-q^2/2M\nu = x$ является конечной. В этом случае $2MW_1 = f(x)$ — функция одного только x . Уравнение (39.7) дает [при больших ν $\text{sign}(\nu + \beta M) = +1$, поскольку $\nu > M$]

$$2MW_1 = 2M\nu \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta h(\sigma, \beta) \delta(-2M\nu x + 2M\nu\beta - \sigma).$$

Если предположить, что $h(\sigma, \beta)$ спадает с увеличением σ достаточно быстро, то в интеграле существенны лишь конечные значения σ , так что при $\nu \rightarrow \infty$ можно опустить σ в δ -функции, и мы получаем, как это и требуется, функцию от x :

$$f(x) = \int_0^{\infty} h(\sigma, x) d\sigma. \quad (39.9)$$

Я полагаю, что именно этот аргумент, связанный с представлением Дайсона, либо привел Бьёркена к его гипотезе скейлинга, либо помог подтвердить его подожрения в ее справедливости.

Скейлинг при $q^2 > 0$. Здесь нас ожидает награда. Мы можем теперь выяснить, как должна вести себя функция $2MW_1(q^2, \nu)$ в области скейлинга при положительных q^2 . Полагая $\nu \rightarrow \infty$ и $q^2 \rightarrow \infty$, а величину $-q^2/2M\nu = x'$ конечной, имеем

$$2MW_1 = \int_0^{\infty} h(\sigma, -x') d\sigma.$$

Это выражение опять обладает свойством скейлинга. Более того, вследствие симметрии h оно сводится к той же самой функции $f^{\text{ep}}(x')$, т. е.

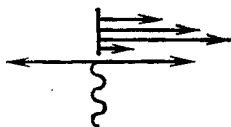
$$2MW_1 = -f^{\text{ep}}(x'), \quad q^2 > 0.$$

Как получить этот замечательный результат из партонной модели? Можем ли мы столь же хорошо найти структурную функцию при $q^2 > 0$, пользуясь физическими соображениями? Объясним качественно, как это происходит.

При положительных q^2 нам надо рассмотреть коммутатор (36.1) с вычтенным вакуумным членом. В вакууме могут рождаться пары, а при больших q^2 — только одна пара партонов



Необходимо понять, как изменяется вероятность образования такой пары благодаря присутствию протона:



На первый взгляд может показаться, что это изменение должно происходить благодаря взаимодействию только что образованных партонов с партонами, принадлежащими протону. О таком взаимодействии мы знаем мало — лишь то, что оно конечно и не имеет отношения к нашему выводу $f(x)$ при отрицательных значениях q^2 . Но на самом деле при высокой энергии более важным является принцип Паули: нельзя создать партоны, которые уже присутствуют в протоне (если предполагается, что они подчиняются статистике Ферми). Например, на нашей диаграмме вероятность образования \bar{u} -партона, летящего налево, и u -партона, вылетающего направо с некоторым значением x' , равна $4/9$ (поскольку заряд равен $2/3$). Однако в присутствии протона она уменьшается на $(4/9)u(x')$, где $u(x')$ определяет вероятность того, что в протоне имеется u -кварк с $x = x'$. Итак, мы

получаем вклад, равный $-(4/9)u(x')$; если же вперед движется \bar{u} -партон, то вероятность уменьшается на $(4/9)\bar{u}(x')$. Если рождается пара d -партонов, то вероятность равна $1/9$; она уменьшается теперь на величину вероятности найти в протоне d -кварк, так что появляется вклад $-(1/9)d(x')$ и т. д. В итоге получаем $-\{^4/9[u(x') + \bar{u}(x')] + ^1/9[d(x') + \bar{d}(x')] + ^1/9[s(x') + \bar{s}(x')]\}$ или $-f^{ep}(x')$, что и требовалось доказать.

Бозонные или фермионные кварки

Анализируя случай положительных значений q^2 , мы предполагали, что кварки подчиняются статистике Ферми. Если же в формальном выражении для полной суммы по состояниям (36.1) использовать статистику Бозе, то возникают некоторые изменения. Во-первых, меняется знак, поскольку теперь вместо принципа Паули для фермионов мы имеем тенденцию к увеличению числа испускаемых бозонов благодаря тому, что частица уже присутствует. Во-вторых, при переходе от фермионов к бозонам происходит еще одно изменение знака в диаграммах с замкнутыми петлями, содержащимися в $\langle 0|JJ|0\rangle$ (см., например, [15]).

С другой стороны, в случае статистики Бозе знак мнимой части матричного элемента $\langle 0|JJ|0\rangle$ отрицателен и ее нельзя представить в виде суммы положительных вероятностей $\sum_X |\langle 0|J|X\rangle|^2$ — она равна такой сумме со знаком минус. Это обстоятельство служит основой обычных доказательств связи спина со статистикой; частицы со спином $1/2$ невозможно последовательно рассматривать как бозоны. Наиболее прямолинейная интерпретация кварков как бозонов привела бы к утверждению, что «константа Дрелла», определенная для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow$ (Любые адроны), имеет невозможное значение $-2/3$. Совсем наивная интерпретация кварков как бозонов также привела бы, конечно, к неправильному результату, что волновая функция двух протонов симметрична при их перестановке. Если бы кварки подчинялись парастатистике, обе эти проблемы были бы устранены.

Область 2

Продолжим обсуждение уравнения (39.7). Рассмотрим теперь область, где $\nu \rightarrow \infty$, а $-q^2$ конечно. Здесь мы ожидаем, что величина $2M\mathcal{W}_1$ пропорциональна функции от q^2 , умноженной на ν , что уже было записано как $2M\mathcal{W}_1 = 2M\nu g(-q^2)/(-q^2)$. В этой области уравнение (39.7) имеет вид

$$2M\mathcal{W}_1 = 2M\nu \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta h(\sigma, \beta) \delta(q^2 + 2M\nu\beta - \sigma).$$

На первый взгляд, при $\nu \rightarrow \infty$ можно забыть о величине $q^2 - \sigma$ в аргументе δ -функции и получить $2M\mathcal{W}_1 = \int_0^{\infty} h(\sigma, 0) d\sigma$, т. е. константу, не зависящую от q^2 , что, очевидно, неправильно. Согласно (39.9), такая «константа» есть не что иное, как $f(0)$, которая, как мы знаем, бесконечна, ибо при малых x имеем $f(x) \approx a/x$. Это заставляет предположить, что при малых β функция $h(\sigma, \beta)$ сингулярна:

$$h(\sigma, \beta) = \frac{k(\sigma)}{\beta}. \quad (39.10)$$

Подставляя (39.10) в интеграл, получаем

$$2M\mathcal{W}_1 = 2M\nu \int_0^{\infty} \frac{k(\sigma)}{\sigma - q^2} d\sigma.$$

Таким образом,

$$\frac{g(-q^2)}{-q^2} = \int_0^{\infty} \frac{k(\sigma)}{\sigma - q^2} d\sigma,$$

что дает зависимость полного сечения поглощения виртуального фотона от $-q^2$. При больших значениях $-q^2$

функция $g(-q^2)$ стремится к $\int_0^{\infty} k(\sigma) d\sigma$.

ЛЕКЦИЯ 40

Область 3

Обратимся, наконец, к области 3: $\nu \rightarrow \infty$, $-q^2$ велико, но величина $M_x^2 - M^2 = 2M\nu - (-q^2)$ остается конечной. Здесь мы ожидаем, что

$$2M\mathcal{W}_1 = (-q^2)^{-\gamma} h(M_x^2 - M^2) 2M\nu,$$

где h — функция только $M_x^2 - M^2$. Множитель $(-q^2)^{-\gamma}$ здесь того же типа, что и в упругом рассеянии ($M_x^2 - M^2 = 0$), а γ , вероятно, равно 4 или 5. Для x вблизи 1 имеем $f(x) \sim A(1-x)^{\gamma-1}$, а при больших значениях $M_x^2 - M^2$ функция $h(M_x^2 - M^2)$ ведет себя как $A(M_x^2 - M^2)^{\gamma-1}$.

В этой области наше уравнение (39.7) имеет вид

$$2M\mathcal{W}_1 = 2M\nu \int_0^{\infty} d\sigma \times \\ \times \int_{-1}^{+1} d\beta \delta(M_x^2 - M^2 + 2M\nu(\beta - 1) - \sigma) h(\sigma, \beta). \quad (40.1)$$

«Естественное» предположение [пренебречь величиной $M_x^2 - M^2 - \sigma$ по сравнению с $2M\nu(\beta - 1)$ в аргументе δ -функции] снова приводит к неверному ответу, что

$$2M\mathcal{W}_1 = \int_0^{\infty} d\sigma h(\sigma, 1)$$

представляет собой константу, не зависящую от $M_x^2 - M^2$. Этот ответ опять-таки можно исправить несколько более сложным предположением о поведении $h(\sigma, \beta)$ вблизи $\beta = 1$. В самом деле, согласно

$$(39.9), \int_0^{\infty} d\sigma h(\sigma, x)$$

стремится к нулю при $x \rightarrow 1$ [по закону $A(1-x)^{\gamma-1}$]. Стало быть, один из способов получить правильный ответ состоит в допущении, что $h(\sigma, \beta)$ стремится к нулю при $\beta \rightarrow 1$. К примеру, предположим,

что при $\beta \rightarrow 1$

$$h(\sigma, \beta) = D(\sigma)(1 - \beta)^{\nu-1};$$

тогда $\int_0^{\infty} D(\sigma) d\sigma = A$. (Предположение о том, что γ зависит от σ , является более общим, но оно приводит к почти такому же конечному результату, за исключением медленной логарифмической зависимости, которая и в самом деле вполне может иметь место в данной области. Экспериментально это еще недостаточно хорошо известно.) Подставляя выражение для h в (40.1) и вычисляя интеграл [δ -функция дает $1 - \beta = (M_X^2 - M^2 - \sigma)/2M\nu$], мы получаем

$$2MW_1 = (2M\nu)^{-\nu+1} \int_0^{M_X^2 - M^2} (M_X^2 - M^2 - \sigma)^{\nu-1} D(\sigma) d\sigma. \quad (40.2)$$

Это выражение имеет правильную форму, если только (положим $M_X^2 - M^2 = \lambda$)

$$h(\lambda) = \int_0^{\lambda} (\lambda - \sigma)^{\nu-1} D(\sigma) d\sigma. \quad (40.3)$$

На первый взгляд мы получили вполне удовлетворительный результат. При больших λ функция h имеет правильное асимптотическое поведение $A\lambda^{\nu-1}$, если только $D(\sigma)$ достаточно быстро убывает с ростом σ , и $\int_0^{\infty} D(\sigma) d\sigma = A$. Однако мы опять будем обмануты в наших ожиданиях относительно характера функции $h(\lambda)$, определяемой этим уравнением, если предположим, что $D(\sigma)$ — какая-то несложная функция. Интегрирование в (40.3) является очень мощной сглаживающей операцией; никакая простая функция $D(\sigma)$ не приведет к правильному, как мы знаем, результату, что $h(\lambda)$ содержит серию резонансных пиков и провалов при малых λ . Сказать, что, согласно (40.3), резонансные пики невозможны, было бы неверно; такое утверждение

вытекает из (40.3) в предположении, что $D(\sigma)$ не является очень сложной (т. е. какой-то специфической быстро меняющейся) функцией. Чтобы продемонстрировать это, примем $\gamma = 4$ и заметим, что решением (40.3) может служить

$$D(\lambda) = \frac{1}{6} \frac{d^4}{d\lambda^4} h(\lambda). \quad (40.4)$$

Четвертая производная от резонансной кривой осциллирует весьма специфическим образом. (Гораздо более тонкий подход к изучению резонансной области вы найдете в работе Корнуэлла, Корригана и Нортон [16]; см. также следующий раздел.)

Резюмируя, можно сказать, что представление Дезера, Джилберта и Сударшана является полезным инструментом для формального вывода дисперсионных соотношений и т. п. Как это, естественно, и должно быть, оно позволяет выразить то, что мы знаем из эксперимента, через свойства некоторой функции $h(\sigma, \beta)$. Однако это представление разочаровывает в том плане, что его способность к предсказаниям [при угадывании «разумного» поведения $h(\sigma, \beta)$] не очень велика — во-первых, потому что мы не знаем, какой физический смысл имеет эта функция, а во-вторых, потому что она ведет себя столь же сложно (если только не сложнее), как и сами экспериментальные данные.

Похоже, что на самом деле $h(\sigma, \beta)$ не имеет непосредственного физического смысла, а служит чисто искусственным выражением (в определенной математической форме) того факта, что коммутатор исчезает вне светового конуса.

Стоило бы попытаться найти другое представление для этого факта, с тем чтобы его ядро имело какой-то непосредственный физический смысл.

Рассеяние в представлении Дезера, Джилберта и Сударшана

Зная коммутатор в любой форме, можно найти соответствующую ему амплитуду рассеяния, используя дисперсионное соотношение (37.2). С помощью прямой подстановки (39.7) легко убедиться, что амплитуда рассея-

ния, соответствующая $2M\mathcal{W}_1$ по своей спиновой структуре, т. е. стоящая при $\delta_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu$ (назовем ее $2MT_1$), определяется выражением¹⁾

$$2MT_1 = -\frac{Mv}{\pi} \int_0^\infty d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta h(\sigma, \beta) [q^2 + 2Mv\beta - \sigma + i\varepsilon \operatorname{sign}(v + M\beta)]^{-1} + \text{Контактные члены}, \quad (40.5)$$

$$2M\mathcal{W}_1 = 2Mv \int_0^\infty d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta h(\sigma, \beta) \operatorname{sign}(v + M\beta) \times \\ \times \delta(q^2 + 2Mv\beta - \sigma). \quad (40.6)$$

Контактные члены представляют собой какой-то полином по q^2 и v . Такой вид имеет причинная амплитуда; фейнмановская амплитуда получается просто заменой $i\varepsilon \operatorname{sign}(v + M\beta)$ на $i\varepsilon$. Это можно легко проверить [просто заметьте, что $\operatorname{sign}(v + M\beta) \delta(q^2 + 2Mv\beta - \sigma) = \operatorname{sign}(v + M\beta) \delta((v + M\beta)^2 - E^2) = [\delta(v + M\beta - E) - \delta(v + M\beta + E)]/2E$, где $E = +(\sigma + M^2\beta^2 + Q^2)^{1/2}$].

Замечание 1. Поскольку T_1 выражается через интеграл, умноженный на v , мы на самом деле работаем с \mathcal{W}_1/v и T_1/v ; но в последнем случае имеется полюс по v (при $v \rightarrow 0$ $\mathcal{W}_1 \rightarrow 0$, но не T_1). Чтобы обойти эту трудность, надо писать дисперсионное соотношение для $(T_1(q^2, v) - T_1(q^2, 0))/v$; в него входит величина \mathcal{W}_1/v .

Замечание 2. Из (40.5) и (40.6) с очевидностью следует, что, хотя выражение для T_1 выведено из дисперсионного соотношения по v при фиксированном Q (пространственной части q), функции T_1 и \mathcal{W}_1 удовлетворяют также дисперсионному соотношению по v при фиксированном q^2 (для $q^2 < 0$) — дисперсионному соотношению с одним вычитанием:

$$T_1(q^2, v) - T_1(q^2, 0) = \\ = \frac{v^2}{2\pi} \int_0^\infty \frac{d(v')^2}{v'^2(v'^2 - (v + i\varepsilon)^2)} \mathcal{W}_1(q^2, v') \quad (40.6a)$$

¹⁾ Автор неоднократно меняет связь $\operatorname{Im} T_i$ с \mathcal{W}_i . При переводе использовано единое определение $\mathcal{W}_i = 2 \operatorname{Im} T_i$, которое, в частности, соответствует формуле (36.9). — *Прим. ред.*

[здесь предполагается, что контактные члены отсутствуют, за исключением не зависящего от v слагаемого, которое включено в $T_1(q^2, 0)$]. В этом можно убедиться прямой подстановкой (40.6) в (40.6a), если вспомнить, что $W(q^2, -v') = -W(q^2, v')$, т. е. $h(\sigma, \beta) = -h(\sigma, -\beta)$.

Для доказательства рассмотрим соотношение

$$\int \frac{dv'}{v' - (v + i\varepsilon)} \delta(q^2 + 2M\beta v' - \sigma) \text{sign}(v' + M\beta) = \frac{-1}{q^2 - \sigma + 2M\beta v + i\varepsilon \text{sign} \beta}.$$

Здесь все ясно, за исключением того, почему вместо $i\varepsilon \text{sign}(v + M\beta)$ стоит $i\varepsilon \text{sign} \beta$. Рассмотрим случай $v > 0$ (T_1 симметрично по v). Тогда при $q^2 < 0$ выражение $(q^2 + 2M\beta v - \sigma + i\varepsilon)^{-1}$ не имеет полюса при $\beta < 0$, знак $i\varepsilon$ не играет роли и можно заменить $\text{sign} \beta$ на $\text{sign}(v + M\beta)$. Если же $\beta > 0$, то $\text{sign} \beta = +1 = \text{sign}(v + M\beta)$, так что опять все в порядке. (Для отрицательных v знак меняется на обратный.) Таким образом, мы имеем

$$\frac{T_1(q^2, v) - T_1(q^2, 0)}{v} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dv'}{v' - (v + i\varepsilon)} \frac{W_1(q^2, v')}{v'}.$$

Поскольку W_1/v' симметрично, мы можем ограничиться интегрированием от 0 до ∞ , при этом в подынтегральном выражении $1/[v' - (v + i\varepsilon)] + 1/[-v' - (v + i\varepsilon)] = -2v/[-v'^2 + (v + i\varepsilon)^2]$. Отсюда следует соотношение (40.6a).

Что касается функции W_2 , которая сходится быстрее, то для нее ожидается дисперсионное соотношение без вычитаний:

$$T_2(q^2, v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{d(v')^2}{v'^2 - (v + i\varepsilon)^2} W_2(q^2, v'), \quad q^2 < 0.$$

При $q^2 = 0$ эти уравнения представляют собой, конечно, не что иное, как соотношения Крамерса — Кронига, связывающие вещественную и мнимую части показателя преломления (или амплитуды рассеяния света вперед); эти соотношения являются необходимым условием для

того, чтобы сигналы не выходили из рассеивающей среды, прежде чем они в нее попадут.

Теперь мы попытаемся снова (и как выяснится, безуспешно) установить какие-нибудь ограничения на $2M\mathcal{W}_1$, ожидаемые в силу того обстоятельства, что, как мы знаем, эта функция выражается через причинный коммутатор, обращающийся в нуль вне светового конуса. На этот раз нас будут интересовать не только большие, но и любые другие значения v . Мы знаем, например, что в случае упругого рассеяния, если бы протон был точечным зарядом, то при $v > 0$ мы бы имели $2M\mathcal{W}_1 = 2Mv\delta((p+q)^2 - M^2) = 2Mv\delta(q^2 + 2Mv)$. (Чтобы получить правильную симметрию для положительных и отрицательных v , это выражение следует написать более аккуратно: $2M\mathcal{W}_1 = 2Mv[\text{sign}(v+M)\chi \times \delta(q^2 + 2Mv) - \text{sign}(v-M)\delta(q^2 - 2Mv)]$.) Здесь, очевидно, причинность не нарушена, поскольку, как мы видели, такое выражение получается из теории возмущений.

В реальном мире это выражение умножается на некоторую функцию $f(q^2)$ (являющуюся квадратом фактора для упругого рассеяния), которая при отрицательных q^2 постепенно падает, начиная с единицы при $q^2 = 0$, а при больших $-q^2$ ведет себя как $(-q^2)^{-\nu}$. Можно предположить, что наличие такой модуляции по сравнению со случаем точечной частицы отражает некоторое размазывание точечного заряда и, вероятно, подразумевает потерю причинности — потерю, которая должна компенсироваться при правильном учете вклада неупругих членов (соответствующих резонансам и т. д.). Но тогда не можем ли мы, зная $f(q^2)$ при отрицательных q^2 , получить какие-нибудь ограничения на поведение структурных функций в других областях, в особенности в неупругой области? К сожалению, нет (как показывают Корнуэлл, Корриган и Нортон [16]); оказывается, что, оставаясь на массовой поверхности в случае упругого рассеяния при отрицательных q^2 и лишь переделывая поведение при положительных q^2 , можно сладить фактически с любой достаточно плавно убывающей функцией $f(q^2)$. В частности, это можно сделать, если при отрицательных q^2 функция $f(q^2)$ представима

в виде

$$f(q^2) = \int_0^{\infty} \frac{\rho(\mu) d\mu}{q^2 - \mu}. \quad (40.7)$$

Последующее рассуждение показывает, почему это так, а заодно приводит к лучшему физическому пониманию того, как строить причинные функции. Легче всего иметь дело с амплитудой рассеяния T , поскольку она, чтобы быть причинной функцией, должна представлять собой фурье-образ запаздывающего коммутатора, равного нулю вне светового конуса будущего. Пусть $a(x, t)$ и $b(x, t)$ — функции такого рода, исчезающие вне конуса, а $A(q)$ и $B(q)$ — их фурье-образы. Из геометрии очевидно, что свертка $a(x, t)$ и $b(x, t)$ является функцией того же типа (равной нулю вне светового конуса будущего); следовательно, ее фурье-образ, т. е. просто $A(q)B(q)$, удовлетворяет нашим требованиям для причинной функции рассеяния.

Мы видим, что составление различных комбинаций путем перемножения (а также сложения) причинных функций приводит снова к причинным функциям. Простейшей причинной функцией является

$$(q^2 - m^2 + i\epsilon \operatorname{sign} q_0)^{-1}. \quad (40.8)$$

Это выражение легко обобщить [умножив его в пространственно-временном представлении на $\exp(iu \cdot x)$], так что для любого 4-вектора u_μ функция

$$[(q + u)^2 - m^2 + i\epsilon \operatorname{sign}(q_0 + u_0)]^{-1} \quad (40.9)$$

является причинной. В частности, амплитуда упругого рассеяния в случае точечных частиц

$$[(q + p)^2 - M^2 + i\epsilon \operatorname{sign}(q_0 + M)]^{-1}, \quad (40.10)$$

очевидно, причинна (как, впрочем, и та, которая получается заменой q на $-q$). Ее можно умножить на выражение типа (40.8) и убедиться, что функция

$$[q^2 - m^2 + i\epsilon \operatorname{sign} v]^{-1} [(q + p)^2 - M^2 + i\epsilon \operatorname{sign}(v + M)]^{-1}$$

тоже причинна. Это верно для любого $m^2 = \mu$ и, стало быть, для любой суперпозиции с весом $\rho(\mu) d\mu$; поэтому

амплитуда рассеяния типа [заметим, что $(q + p)^2 - M^2 = q^2 + 2Mv$]

$$\frac{T_1}{v} = \int \frac{\rho(\mu) d\mu}{q^2 - \mu + i\varepsilon \operatorname{sign} v} \frac{1}{q^2 + 2Mv + i\varepsilon \operatorname{sign}(v + M)} \quad (40.11)$$

сама по себе причинна. Чтобы получить правильную симметрию по v , надо всего лишь добавить аналогичное выражение, в котором v заменено на $-v$. Мы будем всюду полагать, что это сделано, не выписывая такое слагаемое в явном виде.

[С физической точки зрения, возможно, мы бы имели лучшую и более простую интерпретацию, если бы рассматривали множитель, стоящий при (40.10), в качестве формфактора, возникающего в результате перехода фотона в виртуальные частицы типа ρ -мезона в обеих вершинах. Каждая вершина при этом содержит множитель

$$g(q^2) = \int_0^\infty \frac{w(\mu) d\mu}{q^2 - \mu + i\varepsilon \operatorname{sign} v}, \quad (40.12)$$

где μ — квадрат массы виртуальной частицы, а w определяет вес ее вклада; функция g является причинной. При таком подходе следует умножить (40.10) на $[g(q^2)]^2$ — по одному множителю на каждую вершину; результат будет по-прежнему причинным, но, вероятно, физически более понятным.]

Чтобы получить величину W_1/v (коммутатор), достаточно выписать мнимую часть выражения (40.11):

$$\begin{aligned} \frac{W_1}{2v} = & \int_0^\infty P \frac{1}{-q^2 + \mu} \pi \operatorname{sign}(v + M) \delta(q^2 + 2Mv) \rho(\mu) d\mu - \\ & - \int_0^\infty P \frac{1}{q^2 + 2Mv} \pi \operatorname{sign}(v) \delta(q^2 - \mu) \rho(\mu) d\mu. \quad (40.13) \end{aligned}$$

В области $q^2 < 0$ второй член пропадает, и у нас остается сечение упругого рассеяния на точечном заряде, умноженное на функцию $f(q^2)$, которая определяется формулой (40.7).

К сожалению, требования причинности никак не сказываются на области $q^2 < 0$, изучаемой на опыте. К тому же на практике было бы довольно трудно найти $\rho(\mu)$, исходя лишь из знания интеграла ($-q^2 = Q^2$)

$$f(Q^2) = - \int_0^{\infty} \frac{\rho(\mu)}{Q^2 + \mu} d\mu, \quad (40.14)$$

даже если его поведение известно с хорошей точностью. Обратить интеграл и получить сведения о $\rho(\mu)$ нелегко, если только в нашем распоряжении нет дополнительных физических соображений (типа ρ -доминантности и т. п.). Таким образом, в этой задаче мы снова приходим к необходимости понять процесс с физической точки зрения: математические свойства не помогают в той степени, в какой мы надеялись.

[Видно, что если $f(Q^2)$ падает быстрее, чем $1/Q^2$, скажем, как $1/(Q^2)^4$, то, согласно (40.14), можно заклю-

чить, что $\int_0^{\infty} \rho(\mu) d\mu = 0$. Такое соотношение называется

условием сверхсходимости — интеграл для $f(Q^2)$ при больших Q^2 сходится быстрее, чем следует из его вида на первый взгляд. Более того, поскольку f спадает как

$(1/Q^2)^4$, мы можем заключить, что моменты $\int_0^{\infty} \mu^n \rho(\mu) d\mu$

равны нулю для $n = 0, 1, 2$. В качестве альтернативы можно представить f в виде $[g(Q^2)]^2$, где $g(Q^2) = - \int w(\mu)(Q^2 + \mu)^{-1} d\mu$; при этом $\int w(\mu) d\mu = 0$.]

ЛЕКЦИЯ 41

Идея, обсуждавшаяся в конце предыдущей лекции, легко обобщается на случай рассеяния, идущего через резонанс, скажем, с массой M_X^2 в промежуточном состоянии; обозначим $M_X^2 - M^2 = \lambda$. Точечное взаимодействие привело бы к рассеянию с амплитудой в виде $[q^2 + 2Mv - \lambda + i\epsilon \operatorname{sign}(v + M)]^{-1}$. Ее можно умножить на любой формфактор, определяемый функцией, которую

обозначим через $\rho(\lambda, \mu)$. Таким образом, мы представляем процесс рассеяния в виде суммы s -канальных резонансов с формфакторами, квадрат каждого из которых равен

$$f(\lambda, -q^2) = \int \frac{\rho(\lambda, \mu)}{q^2 - \mu} d\mu. \quad (41.1)$$

В итоге полная амплитуда рассеяния (в представлении s -канальных резонансов) определяется выражением

$$\frac{T_1}{v} = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\rho(\lambda, \mu)}{q^2 - \mu + i\epsilon \operatorname{sign} v} \frac{d\lambda d\mu}{q^2 + 2Mv - \lambda + i\epsilon \operatorname{sign}(v + M)} +$$

+ То же самое ($v \rightarrow -v$) + Контактные члены. (41.2)

Этому соответствует W_1 (удвоенная мнимая часть T_1),

$$-\frac{W_1}{2v} =$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty \rho(\lambda, \mu) P \frac{\pi}{q^2 - \mu} [\operatorname{sign}(v + M) \delta(q^2 + 2Mv - \lambda) -$$

$$- \operatorname{sign}(v - M) \delta(q^2 - 2Mv - \lambda)] d\lambda d\mu +$$

$$+ \pi \operatorname{sign} v \int_0^\infty \int_0^\infty \rho(\lambda, \mu) \delta(q^2 - \mu) \times$$

$$\times P \left(\frac{1}{q^2 + 2Mv - \lambda} - \frac{1}{q^2 - 2Mv - \lambda} \right) d\lambda d\mu. \quad (41.3)$$

При $q^2 < 0$ второе слагаемое пропадает, и для $v > 0$ мы имеем

$$\frac{W_1}{v} = 2\pi \int_0^\infty f(\lambda, -q^2) \delta(q^2 + 2Mv - \lambda) d\lambda =$$

$$= 2\pi f(q^2 + 2Mv, -q^2), \quad (41.4)$$

т. е. суперпозицию вкладов от различных эффективных масс, взвешенных каждая со своим формфактором $f(\lambda, -q^2)$, заданным в виде (41.1).

Не попали ли мы в замкнутый круг? Наше исходное выражение, определяющее W_1 (за исключением множителей, связанных с поляризацией фотона), имело вид

$$\sum |\langle p | J(Q) | X \rangle|^2 \delta((q+p)^2 - M_X^2), \quad q^2 < 0, \quad \nu > 0.$$

Это выглядит в точности, как (41.4). Разумеется, δ -функция совпадает с $\delta(q^2 + 2M\nu - \lambda)$, и мы можем интерпретировать $f(\lambda, -q^2)$ как сумму $\sum |\langle p | J(Q) | X \rangle|^2$ по состояниям с массой $M_X^2 = M^2 + \lambda$. (Может показаться, что f при этом зависит только от Q^2 — пространственной части квадрата переданного импульса, а не от $q^2 = \nu^2 - Q^2$, но на самом деле это одно и то же, поскольку δ -функция связывает ν и Q^2 , а переменную можно выбрать любым способом.) Мы видим, что $f(\lambda, -q^2)$ должна быть положительной при $-q^2 > 0$; естественно, что, поскольку самая низкая масса промежуточного состояния $M_X = M(\lambda = 0)$ отделена от континуума, начинающегося с $M_X = M + m_\pi$ ($\lambda_{\text{порог}} = 2m_\pi M + m_\pi^2$), функция $f(\lambda, -q^2)$, и стало быть, $\rho(\lambda, \mu)$, содержит слагаемое с $\delta(\lambda)$. Если его выделить, то интегрирование в (41.3) происходит от порога неупругого рассеяния $\lambda_{\text{порог}}$ до ∞ .

Может быть, мы еще не попали в замкнутый круг. Прежде всего мы теперь знаем: а) что весовой множитель $f(\lambda, -q^2)$ должен выражаться в форме (41.1), б) как выглядит функция W_1 в экспериментально недоступной пока области $q^2 > 0$ [см. (41.3)], и, конечно, нам известна соответствующая ей амплитуда рассеяния (41.2). Но знаем ли мы это?

Мы доказали только, что функция вида (41.2) причинная. Но мы не доказали, что любая причинная функция представима в виде (41.2), и в данный момент я не думаю, что мы сможем это сделать.

Поскольку функция (41.2) является причинной, она может быть представлена в форме Дезера, Джилберта и Сударшана (39.6). Один из способов сделать это (предложенный Корнуэллом, Корриганом и Нортонем [16]) состоит в объединении знаменателей [здесь легче работать с фейнмановскими амплитудами, заменив

$i\epsilon \operatorname{sign}(\dots)$ на $i\epsilon]$ с помощью соотношения

$$\int_0^1 \frac{d\beta}{[q^2 + 2Mv\beta - \lambda\beta - \mu(1-\beta)]^2} = \frac{1}{q^2 - \mu} \frac{1}{q^2 + 2Mv - \lambda},$$

с тем чтобы получить только один знаменатель. Введем величину $\sigma = \lambda\beta + \mu(1-\beta)$. Интегрируя по σ по частям, находим

$$h(\sigma, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty \rho(\lambda, \mu) \delta'(\lambda\beta + \mu(1-\beta) - \sigma) d\lambda d\mu. \quad (41.5)$$

Это выражение, конечно, можно упростить. Если для любой функции $h(\sigma, \beta)$ можно было бы всегда найти такую функцию $\rho(\lambda, \mu)$, которая дает именно эту величину $h(\sigma, \beta)$, то мы имели бы доказательство того (предполагая, что представление Дезера, Джилберта и Сударшана доказано), что представление (41.2) является также и необходимым. Я подозреваю, что сделать это нельзя. Вполне возможно, что выражение (41.2), хотя и имеет ясный физический смысл, не является полным. Для получения полного представления к нему, вероятно, надо добавить другие выражения (происходящие от диаграмм иного типа, или «каналов», отличных от s -канала). Это хорошая задача.

Выражается ли W при всех q^2 через значения W при $q^2 < 0$?

Располагая представлением для W , мы можем задать вопрос, нельзя ли, исходя из свойства причинности функции W , а также зная ее значения при одних только отрицательных q^2 , определить эту функцию при всех q^2 и v ? Мы оставляем сейчас в стороне тот факт, что знание $f(\lambda, -q^2)$ с некоторой конечной экспериментальной точностью практически не позволяет ни достаточно хорошо определить $\rho(\lambda, \mu)$, ни найти $f(\lambda, -q^2)$ при $q^2 > 0$ с помощью одних только математических средств. Напротив, мы сейчас предполагаем, что при $q^2 < 0$ функция W_1 известна абсолютно точно, и задаемся вопросом, в какой степени амплитуда T определяется всюду?

Этот вопрос очень важен, поскольку существуют величины, такие, как электромагнитная собственная

энергия, которые, вероятно, можно выразить через интегралы от T [например, $\int T(q^2) d^4q/q^2$]. Если бы величина T однозначно определялась значениями W в экспериментально доступной области, мы могли бы найти выражения для таких интегралов непосредственно через W при $q^2 < 0$ (как в формуле Коттингэма для собственной энергии).

Если задать $W(q^2, \nu)$ в доступной для эксперимента области (импульсноподобные q^2), то насколько однозначно определяется $W(q^2, \nu)$ в энергоподобной области? Пусть $W_a(q^2, \nu)$ и $W_b(q^2, \nu)$ — две причинные функции, совпадающие в области $q^2 < 0$. Посмотрим, что можно сказать об их разности $W_d = W_a - W_b$. При $q^2 < 0$ $W_d(q^2, \nu) = 0$ и, следовательно, W_d — причинная функция. Какой она должна иметь вид? Прежде всего заметим, что она не обязательно должна быть нулем, хотя бы потому, что такого рода функцией является $\text{sign}(\nu) \delta(q^2 - m^2)$. Для нахождения наиболее общего выражения воспользуемся теоремой Дайсона, согласно которой W_d (будучи причинной) должна быть представима в виде

$$W_d = \int d^4u \int_0^\infty ds^2 \text{sign}(q_0 - u_0) \delta((q-u)^2 - s^2) \Phi(u, s^2). \quad (41.6)$$

Функция $\Phi(u, s^2)$ должна быть отлична от нуля внутри такой области, чтобы гиперболоид $(q-u)^2 = s^2$ не проникал в ту часть q -пространства S , о которой известно, что в ней W_d равна нулю. В нашем случае S составляет всю область $q^2 < 0$. Легко видеть, что всякий гиперболоид пересекает S , если только u не равно нулю. Таким образом, мы приходим к наиболее общему виду для W_d :

$$W_d = \int_0^\infty \text{sign}(\nu) \delta(q^2 - s^2) \Phi(s^2) ds^2 = \text{sign}(\nu) \Phi(q^2), \quad (41.7)$$

где по определению $\Phi(x) = 0$ при $x < 0$.

Итак, полное знание функции $W_1(q^2, \nu)$ в экспериментально достижимой области $q^2 < 0$ позволяет определить W_1 при всех значениях ее аргументов с точно-

стью до произвольной функции от q^2 , не зависящей от ν (при положительных q^2). Величина T_1 также определяется с точностью до функции

$$\int \frac{\Phi(s^2) ds^2}{q^2 - s^2 + i\epsilon \operatorname{sign} \nu}. \quad (41.8)$$

Строго говоря, это не совсем верно, поскольку представление Дайсона допускает пространственно-временные градиенты δ -функции. Правильнее было бы сказать поэтому, что при $q^2 > 0$ функция W определяется поведением $W(q^2, \nu)$ при $q^2 < 0$ с точностью до неизвестного полинома по ν , коэффициенты которого являются произвольными функциями q^2 . Чтобы ограничить степень этого полинома, нужны физические соображения относительно асимптотического поведения при больших значениях ν . Существование предела скейлинга при $q^2 < 0$ и тот факт, что W_1 — нечетная функция, говорят нам, что правая часть (41.7) должна иметь вид $\nu\Phi(q^2)$ (при $\nu > 0$), а T_1 определяется с точностью до функции от q^2 , даваемой формулой (41.8). Заметим, что при $q^2 < 0$ эта функция отлична от нуля, следовательно, и при $q^2 < 0$ T_1 определяется функцией W_1 не полностью. Это согласуется с дисперсионным соотношением (40.6а), где нам пришлось сделать вычитание, и произвольная функция $T_1(q^2, 0)$ осталась неопределенной.

XIV. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ

ЛЕКЦИЯ 42

Электромагнитная собственная энергия

Рассмотрим теперь несколько случаев, когда знание амплитуды T может помочь при вычислении электромагнитных свойств протонов и нейтронов. Поскольку мы уже измерили (выразив через W) электромагнитное взаимодействие нуклонов, можно было бы попытаться использовать данные эксперимента с целью вычислить электромагнитную энергию протона и нейтрона и разность этих энергий, измеряемую на опыте, с тем чтобы сравнить результаты с экспериментом. Как мы увидим, такая надежда, во всяком случае в настоящее время, оказывается тщетной, ибо знания W при $q^2 < 0$ (где эта функция известна) недостаточно, чтобы полностью определить взаимодействие с электромагнитным полем (т. е. величину T); произвольная функция $\Phi(s)$, упомянутая в предыдущей лекции, остается неопределенной. В связи с тем что разность масс протона и нейтрона выражается одним-единственным числом, наши попытки обречены на неудачу до тех пор, пока мы не найдем теоретического или экспериментального способа определить величину T однозначно, например определить $T_1(q^2, 0)$ в дисперсионном соотношении (40.6а) при $q^2 < 0$.

Прежде чем перейти к обсуждению этих вопросов с помощью формальной математики, посмотрим, что можно здесь ожидать. Как хорошо известно, собственная масса точечной частицы со спином $1/2$ расходится логарифмически. Для электрона $\Delta(m^2) = m^2 (Ze^2/2\pi) \times \times \ln(\Lambda^2/m^2)$, где Λ — какая-то величина, обрезающая верхний предел интегрирования в электродинамике; ее

можно ввести, изменив фотонный пропагатор:

$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2} \left(\frac{-\Lambda^2}{-\Lambda^2 + q^2} \right).$$

Величина $\Delta(m)^2$ экспериментально не определима. Аналогичная бесконечная величина — электромагнитный сдвиг масс ΔM для протона — также сама по себе не наблюдается, но разность

$$(\Delta M)_{\text{протон}} - (\Delta M)_{\text{нейтрон}} = -1,2934 \text{ МэВ}$$

является наблюдаемой и измерена с точностью до пяти значащих цифр. Можем ли мы вычислить ее или хотя бы понять, какова она по порядку величины? Не утверждает ли, например, современная теория, что эта разность должна быть бесконечной?

До тех пор пока электромагнитное взаимодействие нуклонов было покрыто тайной, можно было всегда сказать, что возможно все, что угодно, однако теперь, когда мы кое-что о нем знаем, следует дать более точный ответ.

Расходимость происходит от области высоких частот, и первоначально считалось, что при высоких частотах адроны, вероятно, «мягкие» и электромагнитная собственная энергия сходится. Теперь же мы знаем, что по крайней мере при неупругом рассеянии адроны выглядят так, будто они сделаны из точечных составных частей. Означает ли такое «точечное» поведение, что энергия должна расходиться? Конечно, она могла бы расходиться отдельно для протона и нейтрона — только разность должна сходиться, — но разница в точечной структуре описывается функцией $W_{1p} - W_{1n}$, которая тоже конечна и является «точечной» в пределе скейлинга. К расходимости собственной энергии приводит совпадение аргументов δ -функций фотонного и электронного пропагаторов в координатном пространстве. Теперь мы видим, что и протон, и нейтрон, и протон минус нейтрон обладают сингулярным поведением на световом конусе; поэтому на первый взгляд кажется, что расходимость неизбежна.

Оценим, насколько она сильная. Поскольку рассматривается поведение при высоких энергиях, мы вправе

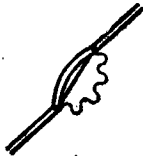
использовать представление о том, что протон сделан из партонов. Очевидно, что в пределе скейлинга при высоких энергиях наиболее существенной собственно-энергетической диаграммой является та, в которой фотон испускается и поглощается одним и тем же партоном. Следовательно, что касается логарифмически расходящейся части ($\ln \Lambda^2$), то она возникает так, как если бы каждый партон приобрел сдвиг массы, пропорциональный $\Delta m_i^2 = m_i^2 e_i^2 \ln(\Lambda^2/m_i^2)$, где e_i и m_i — заряд и масса i -го партона. Насколько при этом изменяется масса протона? Ответить на такой вопрос честно мы не можем. Можно было бы попытаться вычислить изменение в величине $E - P_z = M^2/2P$, составив сумму изменений в $e - p_z = (k_{\perp}^2 + m^2)/2Px$ для каждого партона. Мы получили бы

$$(\Delta M^2)_{\text{протон}} \approx \sum_{\text{по партонам}} \frac{\Delta m^2}{x} = \int \frac{m^2}{x} f^{\text{ep}}(x) \ln(\Lambda^2) dx.$$

Однако против этой формулы имеются возражения (кстати, интеграл здесь расходится еще сильнее, поскольку $f^{\text{ep}} \sim 1/x$ и интегрирование по x нельзя вести до нуля). Энергия не представляет собой просто сумму кинетических энергий партонов — следует учитывать также энергию их взаимодействия друг с другом. Это обстоятельство отражается в появлении опасной формулы, содержащей квадрат массы партона — величину, о которой до сих пор говорилось, что она лишена смысла, если не приписать ей неопределенность $\pm \Delta$. К тому же в первом порядке меняется и распределение партонов, так что полное изменение M^2 вычислено некорректно. (Можно было бы думать, что в качестве изменения энергии мы вправе взять $\langle \psi | \Delta V | \psi \rangle$, где ψ — прежняя волновая функция, но $\Delta V = \Delta m^2 a^\dagger a$ является возмущением не для гамильтониана, а только для лагранжиана. В той части гамильтониана, которая описывает взаимодействие, имеется много других эффектов — из-за множителей $1/\sqrt{2\omega}$ и т. д. Таким образом, эффект возмущения вычислен нами неправильно.)

Вполне может оказаться, что $m_i^2 = 0$ или эффективно равна нулю (что предложил мне Захариазен) благодаря взаимодействиям или в принципе, так что логарифмически расходящиеся возмущения Δ_i , зависящие от $\ln \Lambda^2$, не возникают. Может быть, это и так, но мы этого не знаем. Если мы хотим продвинуться дальше, нам надо перейти к более детальному количественному рассмотрению.

Электромагнитные сдвиги масс происходят от испускания и поглощения виртуальных фотонов



КЭД говорит нам, что это равно

$$\int \langle P | \{ J_\mu(2) J_\nu(1) \}_T | P \rangle \delta_+(s_{12}^2) d\tau,$$

где $\delta_+(s_{12}^2)$ — пропагатор фотона. Отсюда после преобразования Фурье находим

$$\Delta M^2 = i4\pi e^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 + i\epsilon} T_{\mu\nu}^F(q^2, \underline{v}). \quad (42.1)$$

Тензор $T_{\mu\nu}$ имеет вид

$$\frac{M}{4\pi} T_{\mu\nu} = \left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) T_2 - \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) M^2 T_1,$$

так что

$$\frac{M}{\pi} T_{\mu\mu} = 4M^2 \left\{ -2T_1 + \left[\left(1 - \frac{v^2}{q^2} \right) T_2 - T_1 \right] \right\}. \quad (42.2)$$

Выражение в квадратных скобках имеет удвоенную мнимую часть, равную $(1 - v^2/q^2) W_2 - W_1$, что представляет собой вклад от продольных фотонов. Если спин партонов равен $1/2$, эта часть падает с ростом v быстрее, чем $-2T_1$, чья мнимая часть $-W_1$ в бёркеновском пределе просто стремится к масштабно-инвариантной функции $-f(x)/2M$. Ниже мы всегда будем

писать T вместо $T_1 - 1/2[(1 - v^2/q^2)T_2 - T_1]$ и будем предполагать, что в бьёркеновском пределе ее мнимая часть $W/2 = 1/2W_1 - 1/4[(1 - v^2/q^2)W_2 - W_1]$ стремится к масштабно-инвариантной функции $f(x)/4M$.

ЛЕКЦИЯ 43

Формула Коттингэма

Как было показано, для электромагнитного сдвига масс можно написать

$$-\frac{\Delta M^2}{8\pi M 4\pi e^2} = I = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4 q^2} T^F(q^2, v), \quad (43.1)$$

где $-8\pi M T = T_{\mu\mu}$. Интегрирование должно вестись по всем q^2 , но мы видели, что величина T определяется своим поведением при $q^2 < 0$ (где эксперимент может кое-что о ней сказать). Поэтому не исключено, что существует способ выразить сдвиг массы (43.1) через значения T только при $q^2 < 0$. Коттингэм показал, как это можно сделать. Он заметил, что в четырехмерном интеграле можно повернуть (не проходя через сингулярности) контур интегрирования по v . Если до такого поворота v менялось вдоль вещественной оси от $-\infty$ до $+\infty$, то теперь $v = i\omega$, $-\infty < \omega < \infty$. Ниже мы увидим, как это делается. Предположим, что такая процедура справедлива. Тогда можно написать $d^4 q = d\omega 2\pi Q dQ^2$, $q^2 = v^2 - Q^2 = -\omega^2 - Q^2$ и

$$I = \frac{1}{8\pi^3} \int \frac{Q d\omega dQ^2}{\omega^2 + Q^2} T(-(\omega^2 + Q^2), i\omega).$$

Заменяем теперь $\omega^2 + Q^2$ на $-q^2$, а Q на $\sqrt{-q^2 - \omega^2}$. В результате получим формулу Коттингэма

$$I = \frac{1}{8\pi^3} \int_0^\infty \frac{d(-q^2)}{-q^2} \int_{-\sqrt{-q^2}}^{+\sqrt{-q^2}} \sqrt{-q^2 - \omega^2} T(q^2, i\omega) d\omega. \quad (43.2)$$

Теперь с этим выражением все в порядке по части $-q^2$, однако оно остается совершенно нефизическим, ибо v — мнимая величина. Тем не менее мы можем определить

$T(q^2, i\omega)$ путем аналитического продолжения дисперсионного соотношения (40.6а), полагая в нем $v = i\omega$:

$$T(q^2, i\omega) = T(q^2, 0) - \frac{\omega^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{d(v')^2}{v'^2(v'^2 + \omega^2)} W(q^2, v'). \quad (43.3)$$

Отсюда

$$8\pi^3 I = \int_0^{\infty} \frac{d(-q^2)}{-q^2} \int_{-V^{-q^2}}^{+V^{-q^2}} d\omega \sqrt{-q^2 - \omega^2} \times \\ \times \left[T(q^2, 0) - \frac{\omega^2}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{dv'^2 W(q^2, v')}{v'^2(v'^2 + \omega^2)} \right]. \quad (43.4)$$

Интегрирование по ω дает

$$8\pi^3 I = \int_0^{\infty} \frac{d(-q^2)}{-q^2} \left[\frac{\pi}{2} (-q^2) T(-q^2, 0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\sqrt{\frac{-q^2}{v'^2} + 1} - 1 - \frac{1}{2} \frac{-q^2}{v'^2} \right) W(q^2, v') dv'^2 \right]. \quad (43.5)$$

Таким образом, нам удалось получить явную формулу, в которой собственная энергия выражается через функцию $W(q^2, v)$, определяемую в экспериментально доступной области. Однако незнание члена с $T(q^2, 0)$ портит все дело.

Какая-то информация о $T(q^2, 0)$ необходима, даже если мы хотим всего лишь выяснить, расходится ли собственная энергия. Рассмотрим сначала вклад от второго слагаемого в (43.5) в области скейлинга, откуда может происходить расходимость. Положим $-q^2 = 2Mvx$ и будем рассматривать W как функцию от x и v , которая при больших v стремится к пределу $f(x)/2M$. Тогда второе слагаемое приводится к виду

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x} \int_0^{\infty} v dv \left[\sqrt{\frac{2Mx}{v} + 1} - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2Mx}{v} \right) \right] W(x, v),$$

что при больших ν , когда выражение в квадратных скобках становится равным $-(2Mx/\nu)^2/8$, переходит в

$$-\int_0^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} \frac{M}{4} \int_0^1 xf(x) dx.$$

Интеграл по ν расходится логарифмически с коэффициентом $\int_0^1 xf(x) dx$, равным доле импульса, уносимой заряженными партонами и взвешенной с квадратом их заряда.

В (43.5), конечно, подразумевается существование обрезывающего множителя для электромагнитного взаимодействия, т. е. $d(-q^2)/(-q^2)$ заменяется на $[d(-q^2)/(-q^2)]\Lambda^2/(\Lambda^2 - q^2)$. Это приводит к обрезанию интеграла по ν величиной порядка $\Lambda^2/2Mx$, так что часть, расходящаяся как $\ln \Lambda^2$, имеет коэффициент $\int xf(x) dx$.

Заметим, однако, что первое слагаемое в (43.5) — $T(q^2, 0)$ — тоже может привести к выражению порядка $\ln \Lambda^2$, если при $-q^2 \rightarrow \infty$ величина $T(q^2, 0)$ падает как $C/(-q^2)$. [Если записать T в виде $T(q^2, 0) = \int \Phi(s) ds / (q^2 - s^2)$, то $C = -\int \Phi(s) ds$.] Стало быть, не исключено, что эти две расходимости, происходящие от T и W , взаимно сокращаются, и собственная энергия (или по крайней мере разность масс протона и нейтрона) конечна и ее можно вычислить.

В настоящее время можно принять любую из следующих точек зрения. (Поскольку известно, что разность масс $p - n$ конечна, мы будем говорить о величинах T и W , соответствующих разности $p - n$.) В принципе T можно определить из эксперимента, т. е. найти ее физическими методами. Тогда может случиться одно из трех.

Случай 1. Уравнение (43.5) с такой функцией T все равно приводит к логарифмической расходимости. Причина этого состоит в том, что наша теория

неправильна при высоких энергиях. Как вычисление, проведенное выше, так и расчет собственной энергии в КЭД — оба неверны и оба станут осмысленными в результате одной и той же модификации релятивистской квантовой механики при высоких энергиях, которая будет найдена в один прекрасный день.

Случай 2. Функция T такова, что интегралы сходятся и согласуются с наблюдаемой разностью масс.

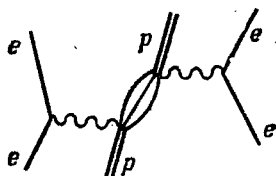
Случай 3. Функция $T(q^2, 0)$ (при $q^2 < 0$) в действительности не может быть точно определена на опыте и остается до некоторой степени произвольной. В результате наша теория не в состоянии вычислить точно разность масс и должна быть «перенормирована». Я полагаю, что в этом случае (и если партоны суть кварки) одной константы перенормировки, соответствующей электромагнитной разности масс u - и d -кварков, должно хватить, чтобы сделать сходящимися сразу все электромагнитные разности масс адронов.

Захариазен сказал мне, что самое лучшее (в смысле жесткости условий) из того, что мы можем сделать сегодня, — это предположить, что справедлив случай 2. Это накладывает ограничения на возможные теории и может привести к новым предсказаниям. Если же такое предположение приведет к парадоксу или несогласованности, то мы узнаем, что правильным должен быть случай 1. Захариазен показал, что все интегралы сходятся, если одновременной коммутатор токов J и \dot{J} обращается в нуль, т. е. $[J_\mu, \dot{J}_\mu] = 0$. В кварковой модели это соответствует кваркам с нулевой массой покоя.

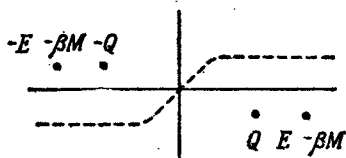
Мне кажется, что это очень хорошая задача, над которой следует подумать. При подготовке лекций у меня не хватило времени, чтобы проанализировать ее и сделать более ясной.

Каким образом можно рассчитывать получить когда-нибудь $T(q^2, 0)$ экспериментально или теоретически? Эта функция представляет собой амплитуду рассеяния

вперед виртуального фотона с массой q^2 на протоне. Такая величина входит в двухэлектронное рассеяние вперед $e + e + p \rightarrow e + e + p$ и изображается диаграммой



Этот эксперимент не из тех, которые можно поставить. Помочь могло бы знание $T(q^2, \nu)$ во всей области, ибо тогда можно было бы использовать дисперсионное соотношение, чтобы найти $T(q^2, 0)$. Никакого эксперимента, однако, еще не предложено.



Фиг. 18.

Интересно, что величина $T(0, 0)$ может быть найдена теоретически — она равна амплитуде комптоновского рассеяния вперед реального (находящегося на массовой поверхности) фотона на протоне. При $Q \rightarrow 0$ и $\nu \rightarrow 0$ мы имеем очень длинноволновые и медленно меняющиеся поля, для которых, естественно, протон представляет собой просто точечный заряд с массой M . Поэтому он рассеивает как классический заряд (томсоновское рассеяние) или согласно нерелятивистскому уравнению Шредингера, в котором присутствует член $(e^2/2M) \times (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A})$. Амплитуда рассеяния равна

$$T(0, 0) = -\frac{e^2}{M}.$$

Замечание. Как повернуть контур интегрирования, чтобы получить формулу Коттингэма?

Воспользуемся представлением Дезера, Джилберта и Сударшана для величины T^F [см. (40.5)]:

$$I = \frac{i}{2\pi} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{v}{v^2 - Q^2 + i\epsilon} \int_0^\infty d\sigma \int_{-1}^{+1} d\beta \frac{h(\sigma, \beta)}{v^2 - Q^2 + 2Mv\beta - \sigma + i\epsilon}.$$

Обозначим $E = \sqrt{\sigma + M^2\beta^2 + Q^2}$ и заметим, что сингулярности расположены при $v = Q - i\epsilon$ и $v = -Q + i\epsilon$, $v + \beta M = E - i\epsilon$ и $v + \beta M = -E + i\epsilon$, как показано точками на фиг. 18. Поскольку $E > \beta M$, все полюса ниже вещественной оси находятся в области $v > 0$. Поэтому контур интегрирования, показанный на фиг. 18 штриховой линией, можно развернуть вдоль мнимой оси.

ЛЕКЦИЯ 44

Выражение для собственной энергии только через W

Нам не удалось выразить ΔM^2 через $W(q^2, v)$ только при отрицательных значениях q^2 — мы были вынуждены ввести в рассмотрение новую неизвестную функцию $T(q^2, 0)$. Далее выяснилось, что обе части выражения для ΔM^2 бесконечны, а их разность трудно предугадать. Вероятно, нам следует отказаться от всего этого и просто бросить последний взгляд на выражение для ΔM^2 через $W(q^2, v)$ как при положительных, так и при отрицательных q^2 . Оно дается формулой

$$\Delta M^2 = \frac{-8e^2M}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{Q}{v+Q} W(v, Q) dQ dv, \quad (44.1)$$

которая получается после подстановки в (42.1) функции T^F в виде [см. (36.9)]

$$T_{\mu\nu}^F = \int \left[-\frac{K_{\mu\nu}(Q, v')}{v - v' + i\epsilon} + \frac{K_{\mu\nu}(Q, v')}{v + v' - i\epsilon} \right] \frac{dv'}{2\pi}.$$

Функция $W(v, Q)$ зависит только от Q , т. е. абсолютной величины вектора \mathbf{Q} ; $d^3Q = 4\pi Q^2 dQ$.

Чтобы узнать по меньшей мере, расходится этот интеграл или нет, рассмотрим область больших v , точнее, область скейлинга, где $-q^2/2Mv = x$, а следовательно,

$Q = v + Mx$. Выражение для ΔM^2 можно переписать (рассматривая $2MW$ как функцию x и v) в виде

$$\Delta M^2 = \frac{-4e^2}{\pi} \int_0^{\infty} dv \int_{-v/M}^1 2MW(v, x) \frac{v + Mx}{2v + Mx} dx. \quad (44.2)$$

При больших v верхний предел по x равен единице в силу кинематических ограничений. В пределе скейлинга при положительных значениях x функция $2MW$ переходит в $f(x)$. При отрицательных x (положительные q^2) она стремится, как мы видели, к $-f(-x)$; отметим, однако, что кинематика не ограничивает значения $-x$ единицей.

Динамически значения $-x$ ограничены; хотя функция $W(x, v)$ и существует при $x < -1$, но при больших v она быстро спадает.

$$\text{Вклад от области скейлинга дает } \int_0^{\infty} dv \int_{-1}^{+1} f(x) dx = 0.$$

Это означает только, что расходимость, более сильная, чем логарифмическая, отсутствует, чего следует ожидать при любом подходе. Разложение множителя $(v + Mx)/(2v + Mx)$ дает выражение $Mx/4v$, которое приводит к интегралу $\int xf(x) (dv/v) dx$; однако это еще не все — надо знать с точностью до $1/v$, насколько W отличается от своего бьёркеновского предела как при положительных, так и отрицательных значениях q^2 .

Таким образом, проблема сводится к следующему. При отрицательных q^2 эксперимент в принципе может помочь нам узнать, как происходит переход к бьёркеновскому пределу. Но при положительных значениях q^2 нам придется использовать только теорию, с тем чтобы найти вклады порядка $1/v$, прежде чем мы сумеем выяснить, расходится ли ΔM^2 в рамках существующих представлений.

Другие электромагнитные энергии. Кварковая модель

Потерпев неудачу в попытке получить информацию об электромагнитных разностях масс из фундаментальной теории, мы переходим теперь к рассмотрению гораздо более грубой картины, с тем чтобы обсудить воз-

возможные соотношения между ΔM^2 для различных членов SU_3 - или SU_6 -мультиплета. Мы будем пользоваться языком кварковой модели, хотя многие результаты следуют из более слабых предположений вроде простой SU_3 и т. п.

В низкоэнергетической кварковой модели протон, например, состоит из трех кварков — двух u -кварков и одного d -кварка, причем их волновая функция отвечает суммарному спину $1/2$:

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (2uud - udu - duu) (\uparrow\uparrow\downarrow)_{\text{симметриз.}} \quad (44.3)$$

Электромагнитную собственную энергию можно представить состоящей из двух частей: собственной энергии отдельных кварков и энергии взаимодействия между парами кварков.

1) Мы предполагаем, что собственная энергия отдельных кварков пропорциональна квадрату электрического заряда кварка, а это приводит к соотношению $4a : a : a$ для $u : d : s$. В случае протона эта часть вносит вклад $\Delta M^2/2M_p = 9a$ (мы будем нормировать все сдвиги квадратов масс на $2M_p$, фиксируя тем самым масштаб для измерения величины a ; истинное изменение M^2 равно тогда $2M_p a$).

2) Энергия взаимодействия между парами кварков предполагается пропорциональной произведению зарядов. Взаимодействие должно зависеть от относительного расположения спинов пары. Поэтому будем писать $\beta(1 + \gamma)$ для параллельных спинов и $\beta(1 - \gamma)$ для антипараллельных. В общем случае мы имеем величину $\beta(1 + \gamma P)$, где P — оператор перестановки спинов. Это выражение умножается на -2 для пары ud или us , на $+4$ для uu и на $+1$ для пар dd , ds , sd и ss ; обозначим эти множители через x_{ij} .

Таким образом, оператор электромагнитной собственной массы можно записать следующим образом:

$$\Delta M^2 = 2M_p \left[4a N_u + a N_d + a N_s + \sum_{\text{по парам}} x_{ij} \beta(1 + \gamma P) \right], \quad (44.4)$$

где N_u , N_d и N_s — число соответствующих кварков.

Нетрудно найти среднее от этого оператора для **любого** состояния. Так, для протона оператор βx , который не чувствует спин, дает $[2(4 - 2 - 2)uud - (4 - 2 - 2)udu - (4 - 2 - 2)dud](\uparrow\uparrow\downarrow)/\sqrt{6}$, что равно нулю. Для нейтрона, заменяя u на d , получаем коэффициент 3, так что вклад равен -3β . Далее, рассмотрим оператор $\beta x P$:

$$xP(uud\uparrow\uparrow\downarrow) = (4uud - 2udu - 2dud)\uparrow\uparrow\downarrow,$$

$$xP(udu\uparrow\uparrow\downarrow) = (-2dud - 2uud + 4udu)\uparrow\uparrow\downarrow,$$

$$xP(dud\uparrow\uparrow\downarrow) = (-2udu + 4dud - 2uud)\uparrow\uparrow\downarrow,$$

откуда

$$\begin{aligned} xP(2uud - udu - dud)\uparrow\uparrow\downarrow/\sqrt{6} = \\ = [(8 + 2 + 2)uud + (-4 - 4 + 2)udu + \\ + (-4 + 2 - 4)dud]\uparrow\uparrow\downarrow/\sqrt{6} \end{aligned}$$

и

$$\langle p | xP | p \rangle = (24 + 6 + 6)/6 = 6.$$

Складывая различные вклады, получаем для протона

$$\frac{\Delta M^2}{2M_p} = 9a + 6\beta\gamma.$$

ЛЕКЦИЯ 45

Мы можем вычислить электромагнитную собственную массу любой частицы из октета $1/2^+$ точно так же, как это было сделано для протона в предыдущей лекции:

$$p = 9a + 6\beta\gamma,$$

$$n = 6a - 3\beta + 3\beta\gamma,$$

$$\Sigma^+ = 9a + 6\beta\gamma, \quad \Sigma^0 = 6a - 3\beta - 3\beta\gamma, \quad \Sigma^- = 3a + 3\beta,$$

$$\Xi^- = 3a + 3\beta, \quad \Xi^0 = 6a - 3\beta + 3\beta\gamma,$$

$$\Lambda^0 = 6a - 3\beta + \frac{3}{2}\beta\gamma.$$

Отсюда находим разности масс для этих частиц, которые приведены в табл. 4 вместе с их эксперименталь-

Таблица 4

Теоретические и экспериментальные разности масс барионов:

Частицы	Выражение для разности масс	$\Delta M_{\text{эксп}}$, МэВ	$\Delta M^2/2M_p$, МэВ
$p - n$	$3a + 3\beta + 3\beta\gamma$	-1,29	-1,29
$\Sigma^0 - \Sigma^-$	$3a - 6\beta + 3\beta\gamma$	$-6,4 \pm 0,6$	$-9,0 \pm 0,9$
$\Sigma^+ - \Sigma^0$	$3a + 3\beta + 15/2\beta\gamma$	$-3,08 \pm 0,11$	$-3,92 \pm 0,14$
$\Sigma^0 - \Sigma^-$	$3a - 6\beta - 3/2\beta\gamma$	$-4,86 \pm 0,06$	$-6,19 \pm 0,08$
$(\Sigma^+ - \Sigma^-) - (p - n) - (\Sigma^0 - \Sigma^-)$	0	$-0,2 \pm 0,6$	$+0,3 \pm 0,9$

ными значениями¹⁾. Поскольку для четырех разностей масс мы имеем три константы, они связаны равенством (соотношение SU_3)

$$(\Sigma^+ - \Sigma^-) - (p - n) - (\Sigma^0 - \Sigma^-) = 0,$$

которое выполняется с хорошей точностью. (Использование ΔM^2 не вызвано сколько-нибудь серьезными причинами; в случае ΔM найденное соотношение выполняется не хуже, однако это не дает оснований для предпочтения ΔM , поскольку и для ΔM^2 оно укладывается в пределы экспериментальных ошибок.)

Значения констант получаются следующими:

$$3a = -2,05 \text{ МэВ},$$

$$\beta(1 + \gamma) = 0,26 \text{ МэВ}, \text{ параллельные спины},$$

$$\beta(1 - \gamma) = 1,42 \text{ МэВ}, \text{ антипараллельные спины},$$

$$\beta = 0,84 \text{ МэВ}, \quad \gamma = -0,69.$$

Знак величины a оказывается противоположным тому, который можно было бы ожидать, но даже если вы полагаете, что значение a положительно, оно должно быть перенормировано, возможно, до отрицательного значения. Это означает, что частицы с меньшим числом u -кварков, как правило, тяжелее, т. е. барионы с большим электрическим зарядом легче. Знак слагаемого с β ,

¹⁾ Все величины пересчитаны, исходя из экспериментальных данных 1973 г. Наобщих выводах автора это не сказывается. — Прим. ред.

отвечающего электромагнитному отталкиванию, как и ожидалось, положителен. Мы обнаруживаем, что параллельные магниты в s -состоянии притягиваются, а антипараллельные отталкиваются, что правильно (магниты расположены один над другим). Результирующее отталкивание в параллельном случае становится меньше.

Переходя в пределах 56-плета группы SU_6 к декуплету $3/2^+$ и предполагая, что константы те же самые, можно предсказать все (табл. 5 и 6).

Таблица 5

Теоретические значения электромагнитных собственных масс

Частица	Выражение для собственной массы	$(\Delta M^2/2M_p)_{\text{предск'}}$ МэВ
Δ^{++}	$12a + 12\beta(1 + \gamma)$	-5,1
$\Delta^+ = \Sigma^+$	$9a$	-6,2
$\Delta^0 = \Sigma^0 = \Xi^0$	$6a - 3\beta(1 + \gamma)$	-4,9
$\Delta^- = \Sigma^- = \Xi^- = \Omega^-$	$3a + 3\beta(1 + \gamma)$	-1,3

Таблица 6

Разности масс барионов со спином 3/2

Частицы	$(\Delta M^2/2M_p)_{\text{предск'}}$ МэВ	$\Delta M_{\text{предск'}}$ МэВ	$\Delta M_{\text{эксп'}}$ МэВ
$\Delta^0 - \Delta^{++}$	+0,3	+0,25	$1,4 \pm 0,4$
$\Delta^- - \Delta^{++}$	+3,9	+2,9	$7,9 \pm 6,8$
$\Delta^+ - \Delta^{++}$	-1,1	-0,8	-
$\Sigma^- - \Sigma^+$	+5,0	+3,3	$3,3 \pm 1,5$
$\Xi^- - \Xi^0$	+3,7	+2,2	$3,4 \pm 0,7$

Экспериментальные данные не очень хороши, однако уже сейчас имеется серьезное расхождение с недавно измеренной разностью масс $\Delta^0 - \Delta^{++}$; во всех остальных случаях предсказываемые и экспериментальные значения совпадают по порядку величины и имеют правильный знак.

Обращаясь к мезонам, заметим, что знак заряда меняется при переходе к античастицам и вклад вносит только антисимметричная конфигурация спинов. В табл. 7 приведены электромагнитные собственные массы и их разности для псевдоскалярных мезонов [$\beta' = \beta(1 - \gamma)$].

Таблица 7

Псевдоскалярные мезоны

Мезоны	$\Delta M^2/2M_p$	$(\Delta M^2/2M_p)_{\text{эксп.}}$ МэВ
π^+	$5a + 2\beta'$	—
π^0	$5a - \frac{5}{2}\beta'$	—
$\pi^+ - \pi^0$	$\frac{9}{2}\beta'$	0,64
K^+	$5a + 2\beta'$	—
K^0	$2a - \beta'$	—
$K^+ - K^0$	$3a + 3\beta'$	-1,95

Здесь мы имеем два числа, которые подгоняются с помощью двух параметров, поэтому предсказаний нет. Из сравнения с экспериментальными данными находим, что $\beta' = 0,14$, $3a = -2,38$, и опять убеждаемся, что a отрицательно. Мы видим, что a близко к своему значению для случая барионов, как и следует ожидать согласно релятивистской кварковой модели (ФКР).

Наконец, рассмотрим векторные мезоны. Здесь спины параллельны. Электромагнитные собственные массы этих мезонов, выраженные через a и $b = \beta(1 + \gamma)$, равны

$$\rho^+ = 5a + 2b,$$

$$\rho^0 = 5a - \frac{5}{2}b,$$

$$\omega^0 = 5a - \frac{5}{2}b,$$

$$K^{*+} = 5a + 2b,$$

$$K^{*0} = 2a - b.$$

Измерена только разность масс для $K^{*+} - K^{*0}$; она равна $-6,1 \pm 1,5$ МэВ или $\Delta m^2/2M_p = -5,8 \pm 1,5$ МэВ = $= 3a + 3b$. Если $3a = -2,38$ МэВ, то $b = -1,1 \pm 0,5$ МэВ, а это очень плохо, так как константа b должна быть

другого знака. Если воспользоваться значениями для барионного октета, то мы предсказываем

$$\Delta m^2/2M_p = -1,32 \text{ МэВ.}$$

В случае векторных мезонов имеются также два других эффекта (они обсуждались в лекции 15), которые приводят к а) электромагнитной матрице смешивания между ρ^0 - и ω^0 -мезонами с недиагональным элементом, равным $3a - 3b/2$, и б) «аннигиляционному» члену для ρ^0 и ω^0 , который, как выяснилось, имеет вид

$$\Delta m = \begin{matrix} \rho^0 & \omega^0 \\ \rho^0 & \begin{pmatrix} 1,10 & 0,37 \\ 0,37 & 0,12 \end{pmatrix} \\ \omega^0 & \end{matrix} \text{ МэВ.}$$

Недиагональный элемент δ в полной массовой матрице

$$m = \begin{pmatrix} m_\rho - i\Gamma_\rho/2 & \delta \\ \delta & m_\omega - i\Gamma_\omega/2 \end{pmatrix}$$

определяется по $\rho - \omega$ -интерференции и оказывается равным $-2,0 \pm 0,2$ МэВ. Вычитание аннигиляционного слагаемого $+0,37$ МэВ дает для вклада собственной энергии величину $-2,4 \pm 0,2$ МэВ. В матрице $\Delta m^2/2M_p$ этому соответствует $3a - 3b/2 = -2,0 \pm 0,2$ МэВ. Отсюда следует, что если $3a = -2,05$ МэВ, то $b = 0 \pm 0,1$ МэВ, что неплохо согласуется с барионным значением $0,26$ МэВ для параллельных спинов.

Подведем итоги. В целом нас постигла неудача. В случае барионов симметрия SU_3 работает, а SU_6 — нет, поскольку она предсказывает $\Delta^0 - \Delta^{++} = +0,25$ МэВ, а эксперимент дает $1,4 \pm 0,4$ МэВ. С мезонами дело обстоит плохо. Для псевдоскалярных мезонов мы получаем $3a = -2,4$ МэВ и $\beta' = 0,14$ МэВ (ср. с $1,4$ МэВ для барионов). В случае векторных мезонов ситуация неясна.

Если вместо $\Delta m^2/2M_p$ использовать разности масс Δm , то для барионных констант мы получим $3a = -1,9$,

$\beta(1 + \gamma) = 0,20$ и $\beta(1 - \gamma) = 0,98$ МэВ. Для $\Delta^0 - \Delta^{++}$ предсказывается значение $0,8$ МэВ, так что на использовании Δm мы выигрываем немного. Но в случае мезонов ситуация меняется более существенно (поскольку масса пиона мала). В случае псевдоскалярных мезонов константы оказываются равными $3a = -7,0$ и $\beta' = 1,0$ МэВ. Для векторных мезонов получаем $3a = -3,6$ и $b = -0,8$ МэВ.

Величина $\beta(1 + \gamma)$ для барионов может отличаться от значения b для векторных мезонов, а $\beta(1 - \gamma)$ для барионов — от β' в случае псевдоскалярных мезонов, потому что форма волновых функций настолько различна, что и средние значения $1/r$ неодинаковы. Электрическое и магнитное взаимодействия не обязаны изменяться пропорциональным образом. Вполне может быть, что константа b отрицательна для мезонов и положительна для барионов, но трудно объяснить, почему столь различной оказывается величина β' , как это следует из экспериментальных значений Δm^2 .

Непонятно, почему при переходе от одного случая к другому должно меняться значение величины $3a$. Если бы не существовало экспериментальных данных, я бы сказал, что величина $3a$, вычисленная по $\Delta m^2/2M_p$, должна быть одинаковой для псевдоскалярных и псевдовекторных мезонов и составлять $0,6$ от значения $3a$ для барионов. Это происходит по той причине, что увеличение квадрата массы странных частиц можно считать связанным с утяжелением s -кварка. Различие в значениях m^2 для странных и нестранных барионов составляет примерно $0,40$, тогда как для мезонов оно равно примерно $0,24$; т. е. в $0,6$ раз «больше». Поэтому поправка к собственной энергии адрона, если она связана просто с соответствующим изменением массы u -кварка, должна быть также в $0,6$ раз менее эффективной в мезонах, чем в барионах.

Очевидно, что наивная теория работает плохо и мы не слишком хорошо разбираемся в этих вещах. Необходима более детальная динамическая теория. Но в любом случае особенное беспокойство внушает большая величина разности масс $\Delta^0 - \Delta^{++}$.

Разности масс с $\Delta I = 2$.

Здесь можно сделать одно наблюдение, благодаря которому динамический расчет некоторых комбинаций масс адронов оказывается все же возможным. Заметим, что величина a представляет собой собственно-энергетическое слагаемое, которое, вероятно, зависит от поведения при высоких частотах. Что касается величин $\beta(1 \pm \gamma)$, то они происходят от взаимодействия кварков между собой и не должны расходиться. Некоторые же комбинации разностей квадратов масс не содержат a . Такими комбинациями являются разности масс

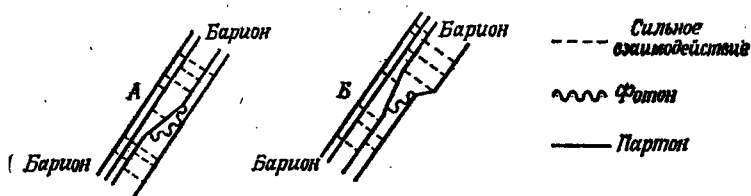
$$\begin{aligned} & \pi^+ - \pi^0, \\ & \frac{1}{2} (\Delta^{++} + \Delta^{-} - \Delta^0 - \Delta^+) = \Delta^+ + \Delta^{-} - 2\Delta^0, \\ & \Sigma^+ + \Sigma^{-} - 2\Sigma^0. \end{aligned}$$

Все эти величины определяются той частью электромагнитной собственной энергии, которая соответствует изменению изоспина на две единицы: $\Delta I = 2$. Эта энергия происходит от произведения двух операторов тока J , каждый из которых содержит слагаемые $\Delta I = 0$ или 1. В произведении токов присутствуют части с $\Delta I = 0, 1$ или 2. Если выражать их через I_3 , то они пропорциональны соответственно константе, I_3 или $I_3^2 - I(I-1)/2$. На опыте часть с $\Delta I = 0$ неотличима от фона сильного взаимодействия. Члены с $\Delta I = 1$ могут быть найдены при измерении разностей масс, пропорциональных I_3 , например $\Sigma^+ - \Sigma^-$ или $p - n$. Эффект от члена с $\Delta I = 2$ пропорционален I_3^2 и измеряется по разностям масс (типа $\Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0$), приведенным выше.

В случае $\Delta I = 2$ мы, конечно, вычисляем компоненту с $\Delta I_3 = 0$, но, чтобы выделить ее, представьте себе, что мы хотим найти некую искусственную компоненту с $\Delta I_3 = +2$, которая возникла бы, если бы электромагнитный ток J соответствовал $\Delta I_3 = +1$ (вместо $\Delta I_3 = 0$) и $\Delta I = 1$. В этом случае нам надо было бы вычислить эффект от произведения двух токов типа $J+J$.

Теперь мы видим, почему в этом случае не возникают члены с a и вообще почему интегралы, участвующие в

таким вычислении, по-видимому, быстро сходятся при больших ν при условии, что партоны суть кварки. Действительно, если изоспин всех фундаментальных операторов (партонов), из которых составляются токи, равен $1/2$, то два тока J^+ не могут действовать подряд на один и тот же партон. Таким образом, диаграммы с обменом виртуальным фотоном типа А вносят вклад только в случае $\Delta I = 1$ и невозможны в случае $\Delta I = 2$, когда разрешены лишь диаграммы типа Б:



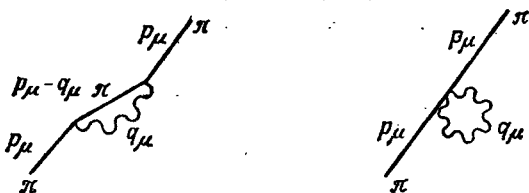
В диаграмме типа А допустимы большие импульсы виртуального фотона независимо от того, насколько мягкими являются сильные взаимодействия, — если в начальном состоянии имеются лишь медленные партоны, то таким же может быть и конечное состояние. Но в диаграмме типа Б, если в ней импульс виртуального фотона очень велик, маловероятно, чтобы мягкое сильное взаимодействие смогло вновь собрать вместе все партоны и привести к большой величине диагональной амплитуды для перехода снова в невозмущенное барионное состояние.

ЛЕКЦИЯ 46

Дальнейшее обсуждение электромагнитных разностей масс

Как мы выяснили в предыдущей лекции, динамический расчет разностей масс с $\Delta I = 2$ оказывается осуществимым. Для этого надо произвести суммирование по не слишком большому набору состояний и использовать все, что мы знаем как теоретически, так и экспериментально о поведении нужных нам матричных элементов. Особенно интересно было бы изучить разность масс $\pi^+ - \pi^0$.

Как показывает простое вычисление, вклад упругого члена определяет почти всю разность масс $\pi^+ - \pi^0$. Вот соответствующие диаграммы:



В пионном формфакторе доминирует ρ -резонанс, поэтому в каждую фотонную вершину мы включим множитель $m_\rho^2/(q^2 - m_\rho^2)$. При этом разность масс определяется выражением

$$\Delta m^2 = 4\pi e^2 \int \left[\frac{(2p_\mu - q_\mu)(2p_\mu - q_\mu)}{(p - q)^2 - m_\pi^2} - \delta_{\mu\mu} \right] \times \\ \times \frac{d^4 q / (2\pi)^4}{q^2} \frac{m_\rho^4}{(q^2 - m_\rho^2)^2}. \quad (46.1)$$

В нулевом порядке по m_π^2/m_ρ^2 первый член в квадратных скобках равен единице, что дает

$$(\Delta m^2)_0 = -4\pi e^2 \int 3 \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2} \frac{m_\rho^4}{(q^2 - m_\rho^2)^2}.$$

Интегрирование легко выполнить, вспомнив, что в четырехмерном пространстве после интегрирования по углам $d^4 q = \pi^2 q^2 dq^2$. В результате расчета в нулевом порядке имеем $(\Delta m^2)_0 = 3e^2 m_\rho^2 / 4\pi$; в следующем порядке получаем

$$\Delta m^2 = \frac{3e^2 m_\rho^2}{4\pi} \times \\ \times \left[1 + \frac{m_\pi^2}{m_\rho^2} \ln \frac{m_\rho^2}{m_\pi^2} + O\left(\frac{m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^2 \right] \approx 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ ГэВ}^2. \quad (46.2)$$

Для разности масс $\pi^+ - \pi^0$ это число дает $\Delta m = \Delta m^2 / 2m = 4,1 \text{ МэВ}$ (ср. с экспериментальным значением 4,6 МэВ). Вклады высших промежуточных состоя-

ний (оценку которых можно сделать, используя модель ФКР) должны быть малы.

Аналогичный результат получен и для $\Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0$. Создается впечатление, что уже упругий член почти полностью определяет значение этой разности масс. Согласно оценкам, вклад резонансов составляет менее 20%, и этот результат хорошо согласуется с опытом.

Гросс и Пагельс [17] вычислили вклад упругих членов в разность собственных энергий барионов. Они использовали соотношения SU_3 для магнитных моментов, а для формфакторов G_E и G_M/μ писали выражение $(1 - q^2/0,71)^{-2}$. Результаты их вычислений приведены в табл. 8 вместе с экспериментальными данными. (Большая часть теоретических значений ΔM получается за счет слагаемых с электрическим зарядом, поскольку в магнитных слагаемых имеется множитель q из $\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu$.) Отметим, что вклад упругих членов для $\Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0$ дает величину +1,54 МэВ, сравнимую с экспериментальным значением +1,78 МэВ. Как мы и ожидали, этот вклад здесь доминирует (вклад от декуплетных промежуточных состояний составляет менее 0,1, а более высокие резонансы дают, вероятно, еще меньше).

Таблица 8

Значения электромагнитных разностей масс барионов

Частицы	$\Delta M_{\text{упр}}$, МэВ	$\Delta M_{\text{эксп}}$, МэВ
$p - n$	+0,79	-1,29
$\Sigma^+ - \Sigma^0$	+0,16	-3,08
$\Sigma^0 - \Sigma^-$	-0,88	-4,86
$\Sigma^0 - \Sigma^-$	-1,10	-6,4 ± 0,6

Заметим, что существуют и другие комбинации разностей масс элементарных частиц (не с $\Delta I = 2$), которые не содержат величину a (a представляет собой электромагнитную собственную энергию кварка; лекции 44 и 45), такие, как $(p - n) - (\Sigma^0 - \Sigma^-)$. В этом случае невозможно доказать, что разности масс выражаются

через произведения токов, действующих обязательно на разные кварки. Тем не менее факт отсутствия a наводит на мысль, что здесь мы также сможем найти разность масс, оценивая матричные элементы перехода в различные известные состояния и используя, например, кварковую модель. На сей раз, однако, вычисления упругого члена совершенно недостаточно, поскольку $\Delta M_{\text{упр}} = 1,9$ МэВ, а $\Delta M_{\text{эксц}} = 5,1 \pm 0,6$ МэВ. Почему? Чтобы объяснить это, рассмотрим вклады от области скейлинга. Пусть $u(x)$, $\bar{u}(x)$, $d(x)$, $\bar{d}(x)$, $s(x)$, $\bar{s}(x)$ — функции, определенные в лекции 31; тогда функции $\nu W_2/x = f(x)$ для p , n , Ξ^0 и Ξ^- имеют вид

$$\begin{aligned} f^{\text{ep}} &= \frac{4}{9}(u + \bar{u}) + \frac{1}{9}(d + \bar{d}) + \frac{1}{9}(s + \bar{s}), \\ f^{\text{en}} &= \frac{1}{9}(u + \bar{u}) + \frac{4}{9}(d + \bar{d}) + \frac{1}{9}(s + \bar{s}), \\ f^{\text{e}\Xi^0} &= \frac{1}{9}(u + \bar{u}) + \frac{4}{9}(d + \bar{d}) + \frac{1}{9}(s + \bar{s}), \\ f^{\text{e}\Xi^-} &= \frac{1}{9}(u + \bar{u}) + \frac{1}{9}(d + \bar{d}) + \frac{4}{9}(s + \bar{s}). \end{aligned} \quad (46.3)$$

(Нейтрон получается из протона заменой u на d и наоборот. Ξ^0 получается из нейтрона заменой s на u и наоборот. Ξ^- подобен Ξ^0 , но с заменой d на u и наоборот.) Таким образом, скейлинговая функция $f(x)$ для $(p - n) - (\Xi^0 - \Xi^-)$ равна $1/3(u + \bar{u} + s + \bar{s} - 2d - 2\bar{d})$, что не обязательно равняется нулю, так что область высоких частот может оказаться существенной. В модели с валентными кварками плюс «море» эта функция обращается в нуль, но я не думаю, чтобы это было похоже на правду.

Дальнейшие детали, касающиеся такого рода вопросов, связанных с электромагнитной собственной энергией, можно найти в статье Коттингэма [18].

ЛЕКЦИЯ 47

Эффект Комптона: $\gamma p \rightarrow \gamma p$ или $\gamma n \rightarrow \gamma n$

Перейдем теперь к обсуждению других эффектов, включающих две фотонные вершины. Комptonовское рассеяние γ -квантов наиболее тесно связано с тем, чем

мы занимались. Если рассеяние происходит точно вперед, то его амплитуда дается функцией $T_{\mu\nu}(q^2, \nu)$ при $q^2 = 0$. Поскольку прежде мы всегда подразумевали усреднение по спину протона, T является амплитудой рассеяния вперед, усредненной по спину, но мы могли бы выделить и определенные направления спина протона. Мнимая часть амплитуды рассеяния вперед, конечно, представляет собой полное сечение $\sigma_{\nu p}$ или $\sigma_{\nu n}$, которое уже обсуждалось выше. [Например, $\sigma_{\nu p}$ имеет резонансные пики при малых значениях ν , при больших ν это сечение, видимо, спадает как $(97 + 67/\sqrt{\nu})$ мкб, а $\sigma_{\nu n}$ — как $(97 + 43/\sqrt{\nu})$ мкб.]

Дифференциальное сечение можно описывать формулой

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_0 e^{Bt}.$$

Для энергий 2—7 ГэВ величина B составляет около 6 ГэВ^{-2} . При энергиях 8—16 ГэВ B ближе к значению 8 ГэВ^{-2} ; имеются также некоторые указания на наличие в показателе экспоненты квадратичного члена $Bt + Ct^2$ с $B = 7,4$, $C = 2,0$. (Это очень похоже на дифракционное рассеяние адронов; так, в случае p -рассеяния при энергии 9 ГэВ $B = 9$, $C = 2,5$.) Таким образом, дифракция фотонов очень похожа на то, что ожидается для рассеяния адронов, за исключением, конечно, намного меньшей величины сечения.

Обсудим теперь более подробно рассеяние вперед, включая спиновые эффекты. Амплитуду рассеяния вперед можно записать в виде матрицы, действующей на спиновые переменные протона в лабораторной системе:

$$f(\nu) = f_1(\nu)(e_f \cdot e_i) + if_2(\nu)(\sigma \cdot [e_f \times e_i]). \quad (47.1)$$

Все измеряемые величины выражаются через f_1 и f_2 следующим образом.

Полное сечение пропорционально мнимой части диагональной (по спину) амплитуды:

$$\text{Im } f_1(\nu) = \frac{\nu}{4\pi} \sigma_{\nu N}^{\text{полн}}. \quad (47.2)$$

Это известно. Дифференциальное сечение для неполяризованного рассеяния вперед равно

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 &= \frac{\pi}{v^2} (|f_1|^2 + |f_2|^2) = \\ &= \frac{1}{16\pi} \sigma_{\text{полн}}^2 + \frac{\pi}{v^2} |\operatorname{Re} f_1|^2 + \frac{\pi}{v^2} |f_2|^2. \end{aligned} \quad (47.3)$$

Вещественную часть f_1 можно получить по ее мнимой части с помощью дисперсионного соотношения [уравнение (40.6a) при $q^2 = 0$], в котором мы используем тот факт, что $f_1(0) = -e^2/M$:

$$\operatorname{Re} f_1(v) = -\frac{e^2}{M} + \frac{v^2}{2\pi^2} \int \frac{\sigma_{\text{полн}}(v') v' dv'}{v'^2 (v'^2 - v^2)}. \quad (47.4)$$

Этот интеграл был взят численно (см. работу Дамашека и Гилмана [19] или Бушхорна и др. [20]), после чего сумму первых двух слагаемых в (47.3) сравнивали с экспериментальным значением $(d\sigma/dt)_0$, чтобы выяснить, насколько велик последний член. Оказалось, что в пределах экспериментальных ошибок сумма первых двух слагаемых совпадает с $(d\sigma/dt)_0$ для $v = 2,5-17$ ГэВ, так что вклад члена $\pi |f_2|^2/v^2$ составляет менее 10% во всей области. При v свыше ~ 5 ГэВ основной вклад в (47.3) вносит первое слагаемое. Второе слагаемое дает около 15% при 2 ГэВ, а затем падает с ростом v .

Мы знаем также, что при малых v , когда $v \rightarrow 0$, $f_2(v) = -(e^2/2M) \mu_A^2 v$, где μ_A — аномальная часть магнитного момента нуклона, выраженная в ядерных магнетонах.

При конечных углах рассеяния был измерен коэффициент асимметрии

$$A = \frac{\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel}}, \quad (47.5)$$

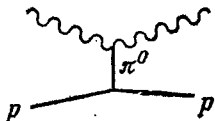
где σ_{\perp} и σ_{\parallel} — дифференциальные сечения при фиксированном значении t , соответствующие падающим фотонам, поляризованным перпендикулярно или параллельно плоскости рассеяния. Разумеется, что при $t = 0$ коэффициент асимметрии A должен быть нулем; однако в пределах экспериментальных ошибок (составляющих

$\pm 10\%$ при $-t < 0,2 \text{ ГэВ}^2$ и $\pm 20\%$ для $-t = -0,2 - 0,6 \text{ ГэВ}^2$) он равен нулю вплоть до $t = -0,6 \text{ ГэВ}^2$. Среднее значение A в области $-t = 0,1 - 0,7 \text{ ГэВ}^2$ равно $0,02 \pm 0,06$.

Мы уже обсуждали величину $d\sigma/dt$ для γp -рассеяния в связи с сечением pp -рассеяния (лекция 20) и обнаружили, что она в два раза больше, чем следовало бы ожидать из МДВМ. Отсутствие асимметрии не приводит к затруднениям, ибо соответствующая асимметрия в случае p -мезона также очень мала. Это не является неожиданным — такой же результат следует и из сохранения s -канальной спиральности. Вопрос можно сформулировать так: пусть поляризованный по оси x свет падает в направлении z ; будет ли при этом больше фотонов рассеиваться на малый угол $\theta \approx Q_{\perp}/\nu$ в направлении x или в направлении y ? С точки зрения дифракции токи, генерируемые падающей волной, должны быть такими, чтобы в направлении вперед они возбуждали правильную волну, которая при интерференции с падающей волной приводит к ослаблению интенсивности последней, характеризующему полным сечением. Эти токи, очевидно, ограничены в пространстве размерами протона, поэтому они порождают рассеянные волны и в других направлениях — в обычной для дифракции на протоне пропорции $\exp(Bt)$, т. е. точно так же, как и при соударениях адронов. Эти токи, однако, должны приводить к рассеянной волне, полностью поляризованной по оси x , по меньшей мере в направлении вперед, потому что они сами направлены по оси x . В случае рассеяния на малые углы в другом направлении мы имеем одинаковую интенсивность рассеянной волны как по оси x , так и по оси y , за исключением проекции, $\cos^2 \theta_{\text{лаб}} \approx 1 - \theta_{\text{лаб}}^2$, появляющейся при отклонении по направлению x . Поэтому $A \approx (1 - \cos^2 \theta_{\text{лаб}})/(1 + \cos^2 \theta_{\text{лаб}}) \approx \theta_{\text{лаб}}^2/2 \approx -t/2\nu^2 \approx +0,03$ для $-t = 0,6 \text{ ГэВ}^2$ и $\nu \approx 3,5 \text{ ГэВ}$, т. е. в области, где проводились измерения. Таким образом, исходя из элементарных теоретических соображений, мы вправе ожидать, что малое значение величины A (если вообще не нулевое) не будет противоречить эксперименту в пределах ошибок.

Резюмируя, можно сказать, что комптоновское рассеяние как функция t при энергиях выше 2 ГэВ не содержит сюрпризов, которых мы не могли бы предугадать, исходя из дифракции и известного полного сечения поглощения фотонов.

При энергиях ниже 2 ГэВ, т. е. в резонансной области, данных нет. С другой стороны, возможно создать вполне хорошую теорию углового распределения и зависимости сечения от энергии, если рассмотреть последовательность s -канальных резонансов (матричные элементы многих из них известны из реакции $\gamma p \rightarrow \pi p$ в той же области энергии, а неизвестные матричные элементы можно оценить с помощью кварковой модели). Имеется также легко вычисляемый член, отвечающий обмену нейтральным пионом:

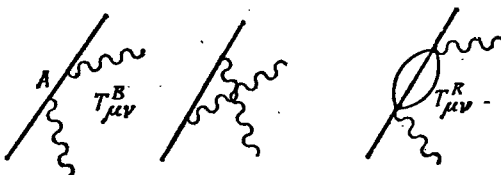


Константа взаимодействия двух фотонов с нейтральным пионом известна из распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Все такие расчеты можно проверять путем сравнения вычисленной мнимой части амплитуды рассеяния вперед с хорошо измеренным полным сечением $\sigma_{\gamma N}^{\text{полн}}$, в котором присутствуют ожидаемые для этой области энергии резонансные пики.

Эффект Комптона при очень малых Q и ν

Рассеяние при очень малых значениях Q и ν похоже на рассеяние радиоволн, или (если $q^2 \neq 0$) можно сказать, что оно определяется поведением частицы в почти постоянном электрическом и магнитном полях. Последнее, естественно, зависит от двух экспериментальных констант (получаемых при помощи измерений в таких полях), а именно заряда и магнитного момента (ограничимся случаем спина $1/2$). Поэтому мы ожидаем, что амплитуда комптоновского рассеяния при достаточно малых ν и Q полностью выражается через эти две константы. Частицы должны вести себя так, как будто они

точечные. Можно вычислить амплитуду либо полуклассически, либо исходя из нерелятивистского уравнения Шредингера со спином (уравнения Паули), либо опять-таки с помощью диаграмм, предполагая, что частица точечная и у нее нет возбужденных состояний. Соответствующее выражение называется борновским членом. Таким образом, мы пишем выражение для $T_{\mu\nu}$ (не усредняя по направлениям спина протона) в виде суммы борновского члена $T_{\mu\nu}^B$ и остатка $T_{\mu\nu}^R$, происходящего от других диаграмм

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^B + T_{\mu\nu}^R$$


(47.6)

Причина, по которой член $T_{\mu\nu}^B$ доминирует при малых значениях ν , состоит в том, что он содержит энергетический знаменатель $M_p + \nu - E_A$, происходящий от промежуточного состояния A . Если A — тоже протон, то $E_A = M_p$ (при $Q \rightarrow 0$) и мы имеем большой множитель $1/\nu$, который не возникает в остаточном члене $T_{\mu\nu}^R$.

Разумеется, матричный элемент от оператора плотности заряда $J_t = \rho$ при $Q = 0$ представляет собой полный заряд и является диагональным, а недиагональные элементы $\langle X | \rho(Q) | p \rangle$ имеют порядок Q^2 , если X не является протонным состоянием. Чтобы показать, что недиагональные матричные элементы от других компонент J_μ также обращаются в нуль, рассмотрим закон сохранения заряда: $q_\mu \langle X | J_\mu | p \rangle = 0$ или $\nu \langle X | \rho | p \rangle = Q \cdot \langle X | \mathbf{J} | p \rangle$. Отсюда следует, что если ν и Q одновременно стремятся к нулю, то и матричный элемент тока \mathbf{J} стремится к нулю. Более строгое (но зато и более трудное для интерпретации) доказательство приведено ниже.

Вычислим предел $T_{\mu\nu}^B$ при $\nu, Q \rightarrow 0$. Если μ_A представляет собой аномальный магнитный момент, выраженный в ядерных магнетонах, то вершина взаимодей-

ствия с фотоном имеет вид $\gamma_\mu + (\mu_A/4M)(\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu)$. Поэтому

$$T_{\mu\nu}^B = \left(\gamma_\mu + \frac{\mu_A}{4M} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) \right) \frac{\hat{p} + \hat{q} + M}{2p \cdot q + q^2} \times \\ \times \left(\gamma_\nu + \frac{\mu_A}{4M} (\gamma_\nu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\nu) \right) + \left(\gamma_\nu + \frac{\mu_A}{4M} (\gamma_\nu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\nu) \right) \times \\ \times \frac{\hat{p} - \hat{q} + M}{-2p \cdot q + q^2} \left(\gamma_\mu + \frac{\mu_A}{4M} (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) \right). \quad (47.7)$$

При малых q и $q^2 = 0$ это выражение легко приводится к виду

$$- \frac{e^2}{M} (\mathbf{e}_f \cdot \mathbf{e}_i) - i \frac{e^2}{2M^2} \mu_A^2 \nu (\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i]),$$

тогда как вклад от $T_{\mu\nu}^R$ начинается с членов порядка ν^2 . Таким образом, при $\nu \rightarrow 0$ мы имеем

$$f_1(0) = - \frac{e^2}{M}, \\ \frac{f_2(\nu)}{\nu} = f'_2(0) = - \frac{e^2 \mu_A^2}{2M^2}. \quad (47.8)$$

Чтобы более формально продемонстрировать малость члена $T_{\mu\nu}^R$ (по крайней мере в части, соответствующей слагаемому с f_1), заметим, что полная амплитуда $T_{\mu\nu}$, равно как и $T_{\mu\nu}^B$, по отдельности удовлетворяет калибровочному условию $q_\mu T_{\mu\nu} = 0$, откуда следует $q_\mu T_{\mu\nu}^R = 0$. Запишем теперь $T_{\mu\nu}^R$ (по крайней мере симметричную часть этого выражения, усредненную по спине) в виде ряда по степеням импульсов: $T_{\mu\nu}^R = a p_\mu p_\nu + b(p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu) + c \delta_{\mu\nu} + O(q_\mu^2)$. Коэффициенты a , b и c не должны иметь полюсов типа $1/p \cdot q$ (в отличие от амплитуды $T_{\mu\nu}^{\text{полн}}$, которая содержит такие полюса, происходящие от $T_{\mu\nu}^B$). Условие $q_\mu T_{\mu\nu}^R = 0$ требует

$$(p \cdot q) p_\mu a + (p \cdot q) q_\mu b + q^2 p_\mu b + q_\mu c + O(q^3) = 0.$$

Мы не имеем права взять в качестве решения величину $a = -bq^2/p \cdot q$, поскольку члены с $1/p \cdot q$ запре-

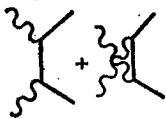
щены. Ясно, что единственно возможное решение дается равенствами $c = -p \cdot qb$ и $b = -p \cdot qa/q^2$, где $a = \alpha q^2$. Следовательно, $a \approx \alpha q^2$, $b \approx -\alpha(p \cdot q)$, $c \sim \alpha(p \cdot q)^2$, и все выражение начинается со второго порядка по q . Можно показать также, что несимметричная и не просуммированная по спинам часть $T_{\mu\nu}^R$ имеет тот же порядок, и, стало быть, $T_{\mu\nu}^{\text{КОМПТ}} = T_{\mu\nu}^B$ с точностью до членов второго порядка по v . (Подробное обсуждение можно найти в работах Лоу [21], Гелл-Манна и Голдберга [22].)

Комптоновское рассеяние вперед и нерелятивистское уравнение Шредингера

Уравнение Шредингера (с учетом релятивистских поправок первого порядка) имеет вид

$$H\psi = \left[\frac{1}{2M} (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) - \frac{1}{8M^3} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p})^2 - \right. \\ \left. - \frac{e}{2M} (1 + \mu_A) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + \frac{e^2}{8M^2} (1 + 2\mu_A) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E} + 2\boldsymbol{\sigma} \cdot [(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \times \mathbf{E}]) \right] \psi = E\psi. \quad (47.9)$$

Для падающей волны $\mathbf{A} = \mathbf{e}_i$, $\mathbf{E} = i v \mathbf{e}_i$ и $\mathbf{B} = i k \times \mathbf{e}_i$. В лабораторной системе $\mathbf{p} = 0$, поэтому наибольшим является член с $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$, равный $-(e^2/M) \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_i$, который вносит вклад в f_1 . Далее, мы имеем слагаемое с $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$, действующее во втором порядке. Здесь надо учесть две диаграммы, соответствующие энергетическим знаменателям, равным $-v$ и $+v$:



$$= \left[\frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i]) (\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i])}{-v} + \right. \\ \left. + \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i]) (\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i])}{v} \right] \left(\frac{e}{2M} \right)^2 (1 + \mu_A)^2.$$

Выражение в квадратных скобках равно $-(1/v) 2i\boldsymbol{\sigma} \cdot [[\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i] \times [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i]] = -2i\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_i] v$. Таким

образом, мы получаем

$$-2i \left(\frac{e}{2M} \right)^2 (1 + \mu_A)^2 v \sigma \cdot [\mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_f],$$

что вносит вклад в f_2 . Наконец, последнее слагаемое в (47.9), содержащее $\sigma \cdot [\mathbf{A} \times \mathbf{E}]$, дает вклад, равный

$$\frac{e^2}{4M^2} (1 + 2\mu_A) (\sigma \cdot [\mathbf{e}_i \times i v \mathbf{e}_f] + \sigma \cdot [\mathbf{e}_f \times (-i v \mathbf{e}_i)]),$$

что после объединения с предыдущим выражением приводит к замене в нем $(1 + \mu_A)^2$ на μ_A^2 . В итоге мы получаем

$$\text{Амплитуда} = -\frac{e^2}{M} \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_f - i \frac{e^2}{2M^2} \mu_A^2 v \sigma \cdot [\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i].$$

XV. ДРУГИЕ ДВУХТОКОВЫЕ ЭФФЕКТЫ

ЛЕКЦИЯ 48

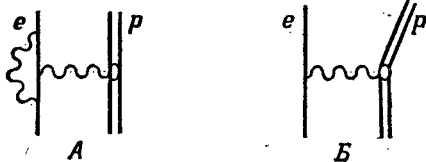
Другие величины, содержащие $T_{\mu\nu}$

Еще одной экспериментально наблюдаемой величиной, выражающейся через функцию $T_{\mu\nu} = \langle p | \{J_\mu J_\nu\}_T | p \rangle$ (не усредненную по поляризациям протона, т. е. имеющую и антисимметричную часть), является энергия сверхтонкого расщепления в водороде, которое ответственно за спектральную линию с частотой 1420 МГц. Она равна разности энергий между подуровнями основного s -состояния атома водорода, соответствующими параллельным и антипараллельным спинам электрона и протона. В нерелятивистском приближении она определяется вероятностью $|\psi(0)|^2$ того, что электрон находится в той же точке, что и протон (где ψ — волновая функция основного состояния). В релятивистском случае можно написать

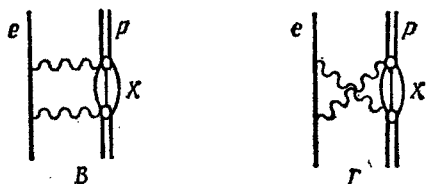
$$\delta E = \frac{32\pi\alpha^2}{3} R_\infty \frac{\mu_p \mu_e}{\mu_0^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right)^{-3} \left(1 + \frac{3}{2}\alpha^2\right) \mathcal{E} \mathcal{R} \mathcal{P}; \quad (48.1)$$

здесь R_∞ — постоянная Ридберга, μ_p , μ_e — магнитные моменты протона и электрона, μ_0 — магнетон Бора. Множитель $(1 + m/M)^{-3}$ происходит от поправки на приведенную массу, которую надо сделать в уравнении Шредингера при получении $|\psi(0)|^2$; $1 + 3\alpha^2/2$ — поправка, вытекающая из уравнения Дирака. Остальные множители, \mathcal{E} , \mathcal{R} и \mathcal{P} , — все близки к единице и происходят от квантовоэлектродинамических поправок высших порядков. Мы разделили их на три множителя, чтобы облегчить обсуждение. Величина \mathcal{E} связана с квантовоэлектродинамическим изменением движения электрона

в соответствии с диаграммой типа А:



Множитель \mathcal{R} происходит от диаграмм типа Б, изображающих отдачу протона; тот факт, что протон не является точечным зарядом, учитывается путем использования экспериментальных формфакторов. Наконец, \mathcal{P} проистекает от диаграмм типа В и Г, изображающих двухфотонный обмен:

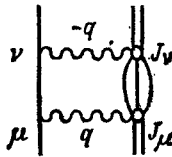


За исключением величины \mathcal{P} , которая зависит от неизвестных до сих пор свойств протона, все эти множители вычислены с очень большой точностью. Сама величина δE измерена с нелепо высокой точностью. Такие константы, как α , μ_p и т. д., в настоящее время известны достаточно хорошо, чтобы можно было определить величину \mathcal{P} с точностью примерно до четырех миллионов. Теоретически отличие \mathcal{P} от единицы должно быть приблизительно того же порядка. Однако до тех пор, пока множитель \mathcal{P} остается неопределенным, мы не в состоянии воспользоваться этими точными измерениями и вычислениями, с тем чтобы улучшить наши сведения о константах.

Сформулируем проблему иначе. Если все прочие константы станут известны с еще большей точностью, что мы узнаем, определив \mathcal{P} , т. е. некоторое электромагнитное свойство протона? Прежде всего от нас потребуется вычислить эту величину, которую удобно записать как $\mathcal{P} = 1 + \Delta$. Посмотрим, что в нее входит.

Протон, очевидно, взаимодействует здесь с двумя токами. Отделим случай, когда энергия и импульсы фотонов малы, от случая, когда они велики. В первом случае следует учесть, что электрон в начальном, промежуточном и конечном состояниях является связанным, но задача облегчается здесь тем, что при малых значениях ν и Q протон, как мы видели, ведет себя как частица, характеризующаяся только зарядом и магнитным моментом. В результате часть вычислений может быть выполнена. Ради определенности введем экспериментальный формфактор для каждого фотона и будем интегрировать по всем импульсам, назвав полученную часть Δ_1 . Напишем $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. Что касается области больших виртуальных импульсов, то здесь можно пренебречь и энергией связи электрона, и даже его массой и считать, что электрон и протон свободны и покоятся как до, так и после рассеяния. Таким образом, все, что нам надо, — это матричный элемент от произведения двух операторов тока $\langle p | J_\mu J_\nu | p \rangle$ между состояниями протона с одинаковым импульсом (равным нулю) в начале и конце. Этот матричный элемент, естественно, включает промежуточные состояния X , отличные от чисто протонного борновского состояния. Заметим, что определенная часть вклада от больших импульсов уже содержится в Δ_1 ; и ее надо теперь вычесть. Поэтому мы будем иметь дело не с $T_{\mu\nu}$, а скорее с $T'_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - T_{\mu\nu}^{\text{упр}}$, где $T_{\mu\nu}^{\text{упр}}$ вычисляется по одному только борновскому члену с формфакторами. Обозначим $T'_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - T_{\mu\nu}^{\text{упр}}$. Тогда Δ_2 пропорционально диаграммам В и Г, в которых электрон покоится и в начальном, и в конечном состояниях. Та часть $T'_{\mu\nu}$, которая содержит матрицу γ , действующую на спин протона, определяет амплитуду с переворотом спина протона и потому является антисимметричной (протон

покоится):



$$\Delta_2 \sim \int \frac{d^4 q}{(q^2)^2} \text{Sp} \left(C_{\mu\nu} \frac{1}{2} (1 + \gamma_t) \gamma_z \gamma_5 \right) \times \\ \times \text{Sp} \left(T'_{\mu\nu} \frac{1}{2} (1 + \gamma_t) \gamma_z \gamma_5 \right). \quad (48.2)$$

Множитель $(1/q^2)^2$ происходит от двух фотонных пропагаторов. Первый шпур связан с комптоновским рассеянием на электроне:

$$C_{\mu\nu} = \gamma_\nu \frac{1}{\hat{p} + \hat{q} - m} \gamma_\mu + \gamma_\mu \frac{1}{\hat{p} - \hat{q} - m} \gamma_\nu \approx \\ \approx \frac{1}{q^2} (\gamma_\nu \hat{q} \gamma_\mu - \gamma_\mu \hat{q} \gamma_\nu);$$

здесь мы пренебрегли импульсом p и массой электрона. Второй шпур отвечает взаимодействию двух фотонов с протоном — это взаимодействие нам не известно, но именно его мы и обсуждаем, — в данном случае мы интересуемся его антисимметричной частью. В лекции 33 мы записывали мнимую часть амплитуды, $W_{\mu\nu}$, в виде

$$\frac{M}{\pi} W_{\mu\nu} = 4P_\mu P_\nu W_2 - 4M^2 \delta_{\mu\nu} W_1 + \\ + 4Mi \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda [M^2 s^\sigma G_1 + (P \cdot q s^\sigma - s \cdot q P^\sigma) G_2].$$

Антисимметричная часть $W_{\mu\nu}$ определяется функциями G_1 и G_2 , которые зависят от q^2 и ν . Обозначим через S_1 и S_2 полные функции рассеяния, мнимые части которых равны соответственно G_1 и G_2 . Иными словами, запишем $T_{\mu\nu}$ точно в том же виде, как это сделано выше для $W_{\mu\nu}$, но заменим G_1 и G_2 на S_1 и S_2 . При этом $G_1 = = 2\text{Im} S_1$ и $G_2 = 2\text{Im} S_2$. Подставив затем выражение для $T_{\mu\nu}$ в (48.2), выразим Δ_2 непосредственно через S_1 и S_2 . В результате получаем (см. работы Дрелла и Сул-

ливана [23] и Иддингза [24])

$$\Delta_2 \sim \int \frac{d^4 q}{(q^2)^3} \left[(2q^2 - v^2) S_1(q^2, v) + \frac{3q^2 v^2}{M^2} S_2(q^2, v) \right].$$

С этим выражением можно производить разные манипуляции с целью оценить его или сравнить с измеряемыми в принципе величинами совершенно аналогично тому, как мы поступали при обсуждении электромагнитной собственной энергии. Например, можно использовать идею Коттингэма о повороте контура интегрирования по q_0 от вещественной к мнимой оси, с тем чтобы интегралы зависели только от S_1 и S_2 из области отрицательных q^2 . Наконец, с помощью дисперсионных соотношений можно выразить полные амплитуды S_1 и S_2 через их мнимые части и тем самым получить выражение для Δ_2 через G_1 и G_2 .

Здесь возникают два вопроса.

Во-первых, обязательно ли вводить в дисперсионные соотношения неизвестные функции вроде $T_1(q^2, 0)$, или же они являются безвычитательными, как в случае T_2 ? Ответ на этот вопрос почти наверняка известен. Мы можем получить его, коль скоро знаем асимптотическое поведение функций G_1 и G_2 в области скейлинга. Если вычитания необходимы, описанный метод становится безуспешным.

Во-вторых, пусть даже в дисперсионных соотношениях нет неопределенных функций, и Δ_2 целиком можно выразить через G_1 и G_2 в экспериментально доступной области; что в этом случае мы сможем сделать, до тех пор пока G_1 и G_2 не будут измерены непосредственно? Возникает задача для исследования: как можно лучше понять, к какой области изменения $-q^2$ и v величина Δ_2 наиболее чувствительна, и воспользоваться теми моделями или идеями, которые наиболее достоверны в этой области. Для ограничения числа возможностей мы могли бы попытаться использовать все, что известно из низкоэнергетических теорем и правил сумм (типа $\int g_2 dx = 0$). В худшем случае можно установить некоторые ограничения для неизвестных величин; так, например, функция $2g_1 = h_+(x) - h_-(x)$, представляющая собой разность числа партонов со спином вверх и

спином вниз (см. лекцию 33), не может превосходить сумму $h_+(x) + h_-(x)$, т. е. функцию $f(x)$, измеряемую на опыте. Вообще условие положительности шпура матрицы $\text{Im } T_{\mu\nu}$ в любом диагональном состоянии тем или иным способом ограничивает значения G_1 и G_2 , если заданы W_1 и W_2 . Этой проблемой следовало бы заняться.

А что если ответ на первый вопрос положителен и в дисперсионные соотношения при фиксированном q^2 надо вводить неизвестные функции? Тогда схема Коттингэма не работает и нам придется использовать какие-то другие методы анализа, такие, как дисперсионные соотношения при фиксированном Q , чтобы получить выражения, к которым мы могли бы применить хотя бы частичное физическое понимание фотон-адронных взаимодействий. Сюда входят партоны, скейлинг, кварковая модель и т. д. — в совокупности со всеми известными нам правилами сумм и т. п. (возможно, пригодится даже численное значение разности масс протона и нейтрона). Всем этим надо воспользоваться в максимальной степени, с тем чтобы вычислить величину Δ_2 как можно точнее, честно оценив при этом возможные пределы теоретической неопределенности.

ЛЕКЦИЯ 49

Другие двухтоковые эффекты

Я хотел бы добавить несколько замечаний еще об одной ситуации, где также участвуют два оператора тока, а именно о распаде псевдоскалярных мезонов. Все они таят в себе интересные вопросы для изучения. Эту лекцию следует рассматривать просто как введение. Матричные элементы одного оператора J_μ присутствуют, конечно, в однофотонных распадах типа $\omega \rightarrow \pi\gamma$, и мы их уже обсуждали.

Два оператора тока, очевидно, участвуют в двухфотонных распадах, таких, как $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ или $\eta^0 \rightarrow 2\gamma$. Честное вычисление любого из них было бы чрезвычайно интересным (такое вычисление принадлежало бы к числу тех, в которых справедливость предположений опирается на нечто значительно более существенное, чем

просто на тот факт, что ответ согласуется с конкретным экспериментом). А что говорит SU_3 ? Согласно кварковой модели, $\pi^0 = (1/\sqrt{2})(u\bar{u} - d\bar{d})$, $\eta^0 = (1/\sqrt{6})(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$, откуда получаем отношение амплитуд

$$\frac{\text{Амплитуда } (\pi^0)}{\text{Амплитуда } (\eta^0)} = \frac{(1/\sqrt{2})(1/9 - 1/9)}{(1/\sqrt{6})(1/9 + 1/9 - 2/9)} = \sqrt{3}.$$

Это означает, что амплитуда распада нейтрального пиона в $\sqrt{3}$ раз больше, чем для η^0 -мезона; поэтому вероятность распада π^0 должна быть в 3 раза больше. Экспериментально же найдено, что $\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = 7,8 \pm \pm 0,9$ эВ, тогда как ¹⁾ $\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma) = 0,32 \pm 0,05$ кэВ. Отношение составляет 1/41 вместо 3!

Причиной столь позорного провала, разумеется, является очень большая разница в массах π и η ($m_\pi^2/m_\eta^2 = 1/15$), и нам следует действовать более осмотрительно. Это как раз тот случай, когда SU_3 не дает определенного ответа, и никакого универсального способа мы здесь не знаем. В первую очередь надо учесть фазовый объем: общая формула для вероятности распада покоящегося объекта с массой m на две частицы (с импульсом Q каждая) имеет вид

$$\Gamma = \frac{Q}{8\pi m^2} |M|^2,$$

где M — релятивистский матричный элемент. В нашем случае (двух фотонов) $Q = m/2$, так что фазовый объем работает против η (если мы предполагаем, что M определяется в соответствии с SU_3), и расхождение становится еще в m_η/m_π раз хуже (т. е. $|M_\pi|^2/|M_\eta|^2 = 1/160$ вместо 3/1).

Более разумно было бы записать M в простейшей релятивистской форме, что для распада псевдоскалярного мезона на два фотона с поляризациями e_1 и e_2 и импульсами k_1 и k_2 означает $M = a e_{\mu\nu\sigma\rho} e_{1\mu} e_{2\nu} k_{1\sigma} k_{2\rho}$.

Гипотеза теперь состоит в том, что симметрия SU_3 определяет величину параметра a . В результате

¹⁾ Это число взято из работы [39*]. — Прим. ред.

матричный элемент M пропорционален Q^2 или m^2 . Отсюда

$$\frac{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(\eta \rightarrow 2\gamma)} = \frac{m_\pi^3 a_\pi^2}{m_\eta^3 a_\eta^2} = \frac{1}{41}.$$

Это по крайней мере действует в верном направлении и дает

$$\frac{a_\pi^2}{a_\eta^2} \approx 1,6 \text{ вместо } 3,0.$$

Это уже не так плохо, но 1) что делать с остающимся расхождением ¹⁾ и 2) почему было решено, что именно величина a должна определяться в соответствии с SU_3 , а не, скажем, отношение a/m или a/m^2 ? Очевидно, мы слишком много занимались сравнением с экспериментом и слишком мало думали. Можем ли мы понять, основываясь на иных соображениях, каким образом следует сравнивать вероятности распада π и η или как вычислить или хотя бы оценить каждую из них по отдельности?

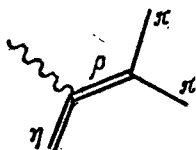
Что касается механизма распада этих мезонов, то с тех пор, как он был предложен Гелл-Манном, Шарпом и Вагнером [25], считается, что распад определяется главным образом диаграммой с ρ - или ω -мезоном в промежуточном состоянии:



Эти диаграммы связывают вероятность распада с константой взаимодействия $\eta\rho\gamma$ или в силу SU_3 — с общей константой взаимодействия в вершине псевдоскаляр — вектор — фотон. Последняя определяется непосредственно, например по вероятности распада $\omega \rightarrow \pi\gamma$.

¹⁾ В приведенных здесь рассуждениях η считается компонентой SU_3 -октета. Учет смешивания с SU_3 -синглетом позволяет устранить расхождение с опытом. — Прим. ред.

Распад $\eta \rightarrow \pi\pi$ интерпретируется аналогичным образом как процесс



Зная константу взаимодействия $\rho\pi\pi$, можно сравнить этот распад с $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и довольно успешно предсказать отношение $\Gamma(\eta \rightarrow \pi\pi)/\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$. Для этого отношения Гелл-Манн и др. получили значение 0,25, тогда как на опыте [26] найдено 0,12. (В работах [27, 28] приведены два расчета, соответствующие разным способам записи правил симметрии для констант взаимодействия в зависимости от масс отдельных состояний. Способ, выбранный во второй из этих работ, приводит к очень хорошему согласию с опытом.) Результат довольно интересный, поскольку на первый взгляд числитель имеет порядок α , а знаменатель — порядок α^2 , так что отношение, казалось бы, должно быть порядка 137. На самом деле здесь имеется много численных констант, которые собираются в множитель, делающий это отношение почти в 1000 раз меньше. Например, матричный элемент для распада $\eta \rightarrow \pi\pi$ содержит множитель типа $1/(m_\rho^2 - m_{\pi\pi}^2)$, где $m_{\pi\pi}^2 = (p_+ + p_-)^2$ — квадрат инвариантной массы двух пионов. Этот множитель искажает простейшую форму спектра, увеличивая вероятность для больших значений $m_{\pi\pi}^2$. Эксперименты [26] были достаточно точными, чтобы подтвердить этот эффект, причем даже в количественном отношении. Таким образом, в этом случае мы можем не сомневаться в механизме процесса. Поэтому вполне вероятно, что и в двухфотонных распадах нет глубоких тайн.

Распад $\eta \rightarrow 3\pi$, однако, бросает нам вызов. G -четность пионов отрицательна, а для η -мезона она положительна, так что сильный распад запрещен. Рассмотрим процесс $\eta \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$; сохранение зарядовой четности требует, чтобы состояние π^+ и π^- было симметричным, т. е. соответствовало изоспину $I = 0$ или 2. (Мы полагаем,

что зарядовая четность наверняка сохраняется в процессах, идущих со столь большой вероятностью; зарядовая четность η и π^0 положительна, поскольку они могут переходить в два γ -кванта.) Прибавив к этому $I = 1$ для третьего мезона, находим, что полный изоспин может принимать значения $I = 1, 1, 2, 3$; состояние с $I = 0$ отсутствует. Таким образом, распад $\eta \rightarrow 3\pi$ может происходить только с несохранением изотопического спина. Изоспин, конечно, не сохраняется в электромагнитном взаимодействии, поэтому распад включает в себя какой-то электродинамический виртуальный эффект (порядка α в матричном элементе), и вероятность распада имеет порядок α^2 . В результате процесс $\eta \rightarrow 2\gamma$ вполне может конкурировать с $\eta \rightarrow 3\pi$ вместо того, чтобы быть полностью подавленным, как в случае, если бы распад $\eta \rightarrow 3\pi$ происходил за счет сильного взаимодействия.

Приведем данные по распадам η -мезона:

Распад	Относительная вероятность, %
$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$23,9 \pm 0,6$
$\eta \rightarrow 3\pi^0$	$30,0 \pm 1,1$
$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$	$5,0 \pm 0,1$
$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	$38,0 \pm 1,0$
$\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$	$3,1 \pm 1,1$

$$\Gamma_{\text{полн}}(\eta) = 0,85 \pm 0,12 \text{кэВ}$$

Изменение изоспина может быть равно $\Delta I = 0, 1, 2$, но лишь часть с $\Delta I = 1$ не сохраняет G -четность. Поэтому конечное состояние из трех пионов должно иметь $I = 1$. Отсюда мы можем получить оценку для отношения $\Gamma(\eta \rightarrow 3\pi^0)/\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)$. Комбинируя три состояния с $I = 1$, получаем следующие значения полного изоспина:

симметричное состояние	3; 1,
кососимметричные состояния	2; 2; 1; 1,
антисимметричное состояние	0.

Предположив, что три пиона находятся в наименьшем состоянии по орбитальному движению, т. е. в s -волне, и их изоспиновое состояние симметрично, поскольку они являются бозонами, мы будем иметь либо изоспин 3,

либо 1; электромагнитное взаимодействие разрешает только $I = 1$ (но если взять подходящие орбитальные состояния, то могут появиться и кососимметричные состояния с $I = 1$). Для такого состояния мы имеем $\Gamma(\eta \rightarrow 3\pi^0)/\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 3/2$. Если присутствует примесь кососимметричного пространственного (зависящего от импульсов) состояния, также с $I = 1$, то это уменьшит число $3/2$. Поскольку такая примесь соответствует большему угловому моменту, она, вероятно, невелика и отношение может быть довольно близким к $3/2$. Экспериментально оно равно 1,25.

Как вычислить вероятность распада $\eta \rightarrow 3\pi$? Где действует промежуточный фотон? Можем ли мы сообразить, какие промежуточные состояния скорее всего наиболее существенны? Количественная оценка этой вероятности представляет собой проблему, которую нельзя не упомянуть при любом обсуждении эффектов собственно-энергетического типа, связанных с действием виртуальных фотонов.

XVI. ГИПОТЕЗЫ ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

ЛЕКЦИЯ 50

Гипотезы партонной модели

Мне бы хотелось теперь обсудить, что можно сказать о том, как выглядят адроны X — продукты глубоко неупругого рассеяния $e + p \rightarrow e + X$. Кое-какие измерения для определенных конечных состояний X при низких энергиях и небольших q^2 виртуального фотона уже существуют¹⁾ [29]. Большая часть экспериментальных данных может быть понята на основе прямого обобщения наших теорий, касающихся фотонных реакций ($q^2 = 0$). Мы уже обсуждали фоторождение пионов, происходящее посредством обмена виртуальным пионом, и выяснили, что оно дает информацию о формфакторе пиона. Кроме этого, было рассмотрено образование ρ -мезонов виртуальными фотонами, и там не оказалось никаких неожиданностей — МДВМ дает хорошее описание (см. теорию, обсуждавшуюся в лекциях 16—21). В приведенных там уравнениях надо только заменить k_{out}^2 на q^2 , что дает дополнительный по сравнению со случаем $q^2 = 0$ множитель $m_\rho^2 / (m_\rho^2 - q^2)$ (q^2 отрицательно).

Необходимо еще что-то сказать о том, как отличается взаимодействие продольно поляризованного фотона (возможного при $q^2 \neq 0$) от взаимодействия продольно поляризованного ρ -мезона. Предполагается, что соответствующие амплитуды связаны множителем $(q^2/m_\rho^2) \times [m_\rho^2 / (m_\rho^2 - q^2)]$, где добавочный множитель q^2/m_ρ^2 возникает в силу того, что калибровочная инвариантность требует обращения в нуль продольной компоненты

¹⁾ Продукты реакции $e + p \rightarrow e + X$ в глубоко неупругой области интенсивно исследовались начиная с 1972 г. Экспериментальные результаты можно найти в обзоре Беркельмана [30*], а также более поздних публикациях. — Прим. ред.

тока J при $q^2 \rightarrow 0$. Все это может иметь смысл при не слишком больших значениях q^2 , но, конечно, если q^2 понастоящему очень велико, предположение о малости переходов типа $\rho \rightarrow \rho^*$ может стать неверным.

Далее мы рассмотрим, что происходит при больших q^2 и как это связано с областью малых q^2 (в обоих случаях энергия ν считается очень большой). Мы будем руководствоваться теоретическими соображениями, и я воспользуюсь этой возможностью, чтобы еще раз обсудить партонную модель и те предположения, которые могут быть в ней сделаны. Я перечислю возможные гипотезы (не зная в точности сегодня, какие из них правильные, а какие нет) с целью рассмотреть их следствия и в надежде на то, что будущие эксперименты позволят произвести среди них необходимую селекцию (например, выяснить, являются ли заряженные партоны кварками). Поэтому в нашем списке некоторые предположения (возможно) не будут согласовываться с другими. Они будут вытекать из смеси теоретических догадок и известных экспериментальных фактов. Поэтому заранее следует предупредить, что если какое-то предположение превосходно объясняет некий экспериментальный факт, то в действительности это может вовсе и не служить его подтверждением, поскольку данное предположение вполне могло быть сделано с мыслью об этом факте. И наконец, я не стану прилагать большие усилия, чтобы вывести одни предположения из других, — они, безусловно, не независимы. Поэтому, к сожалению, они не будут образовывать логичную математическую систему, а скорее будут представлять собой многословное «интуитивное» или «физическое» обсуждение.

Хорошее рассмотрение тех же вопросов содержится в докладе Дж. Бьёркена на Корнельской конференции 1971 г.

Общая схема

Как и в теории поля, предположим, что волновая функция некоторого состояния может быть определена заданием амплитуд вероятности обнаружить то или иное число квантов поля (или партонов) с различными

импульсами. В частности, мы рассмотрим волновые функции для состояний с одной частицей (иногда — с двумя сталкивающимися частицами), обладающей очень большим импульсом P в направлении z ($P \rightarrow \infty$). В пространстве Фока волновая функция задается амплитудами ψ :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1(p_1) \\ \psi_2(p_1, p_2) \\ \dots \end{pmatrix};$$

здесь ψ_0 — амплитуда вероятности не найти ни одного партона (которая обычно равна нулю), $\psi_1(p_1)$ — амплитуда того, что имеется один партон такого-то сорта (индекс мы опускаем) с импульсом p_1 , ψ_2 — амплитуда того, что присутствуют два партона с импульсами p_1 и p_2 , и т. д. То же самое можно записать иначе. Например, пусть $|\text{Вак}\rangle$ обозначает вакуумное состояние, а a_p^+ — оператор рождения партона с импульсом p . Тогда волновую функцию состояния можно записать в виде $|\psi\rangle = F^+|\text{Вак}\rangle$, где

$$F^+ = \psi_0 \cdot I + \sum_{p_1} \psi_1(p_1) a_{p_1}^+ + \frac{1}{2} \sum_{p_1, p_2} \psi_2(p_1, p_2) a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ + \dots$$

является некоторой функцией операторов рождения.

Примем теперь следующие гипотезы.

Гипотеза А1. Амплитуда вероятности обнаружить у любого партона большой поперечный импульс p_\perp быстро падает с ростом p_\perp , поэтому в первом приближении можно считать, что все p_\perp конечны (при $P \rightarrow \infty$).

Гипотеза А2. Для продольных импульсов партон порядка P , т. е. при $p_L = p_z = xP$ «волновая функция» зависит только от x .

Для пояснения того, что понимается здесь под «волновой функцией», необходимо сделать несколько замечаний, усложняющих эту простую формулировку. Дело в том, что при $P \rightarrow \infty$ все более увеличивается вклад в ψ от области малых x . Для большей определенности рассмотрим матрицу плотности.

Пусть $\psi_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$ — амплитуда обнаружить n партонов с импульсами p_1, \dots, p_n . Тогда плотность вероятности обнаружить один из них с импульсом k дается выражением

$$\sum_n \int |\psi_n(p_1, p_2, \dots, p_n)|^2 \sum_i \delta(k - p_i) \prod_i d^3p_i = \rho(k).$$

Предположение, которое мы хотим сделать, состоит в том, что при $P \rightarrow \infty$ эта величина, т. е. $\rho(k)$, зависит только от k_{\perp} и $x = k_z/P$, если x имеет конечное значение. Обобщения очевидны. Например, при конечных значениях x одночастичная матрица плотности [типа

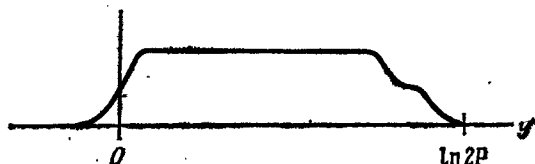
$$\sum_n \int \psi_n^*(p_1, p_2, \dots, k, \dots, p_n) \psi_n(p_1, p_2, \dots, k', \dots, p_n) \times \\ \times dp_1 \dots dp_n = \rho(k, k')] \text{ зависит только от } k_{\perp}, k'_{\perp}, k_z/P, k'_z/P. \text{ Двухчастичная плотность вероятности [среднее от } \\ \sum_{i,j} \delta(p_i - k_1) \delta(p_j - k_2)] \text{ ведет себя аналогичным обра-}$$

зом и т. д. Это почти, но не совсем то же самое, что утверждение о существовании определенного предела для волновой функции, выраженной через переменные $p_{\perp i}$ и $x_i = p_{zi}/P$. Дело в том, что волновая функция зависит от всех импульсов, включая конечные импульсы; последние соответствуют партонам, которые мы называем малютками. Скейлинг для них не имеет места, и в действительности среднее число частиц растет вместе с P . Поэтому при любом фиксированном n волновая функция ψ_n спадает с увеличением P (как некоторая степень P), но «относительная волновая функция», т. е. отношение амплитуд, отличающихся только по импульсам одной частицы (или конечного числа частиц), зависит лишь от x и p_{\perp} , если x и p_{\perp} конечны.

Гипотеза АЗ. Та часть волновой функции, которая определяет амплитуду обнаружить частицы с конечным продольным импульсом, остается конечной при $P \rightarrow \infty$. Это равносильно утверждению, что матрица плотности, т. е. плотность вероятности найти частицы с конечными значениями p_z (скажем, с $p_z < +4$ ГэВ) имеет вполне определенное предельное поведение при $P \rightarrow \infty$, а ожидаемое число таких партонов-малюток конечно.

ЛЕКЦИЯ 51

Гипотеза А4. Чтобы переход от гипотезы А2 к А3 был непрерывным, среднее число партонов данного сорта при малых x должно вести себя как dx/x , а распределение малюток — как dp_z/e при $P \rightarrow \infty$. Число партонов с отрицательными значениями p_z убывает очень быстро. Поэтому при $p_z = xP$, если x — конечная и отрицательная величина, партонов уже нет, хотя некоторые партоны и присутствуют в области отрицательных и конечных значений p_z (число их ограничено и быстро падает с ростом $|p_z|$).



Фиг. 19.

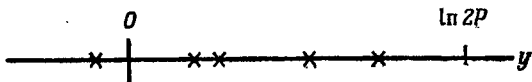
[В качестве простого примера того, с чем можно встретиться в области малюток, рассмотрите волновую функцию типа $\exp(\sum C_k a_k^+ | 0 \rangle)$, где a_k^+ — оператор рождения частицы с продольным импульсом k , а C_k ведет себя, скажем, как $C_k = \alpha / [(\omega - k) \omega^{3/2}]$, где $\omega = \sqrt{k^2 + 1}$, $\alpha = \text{const.}$]

Гипотеза А5. Поведение малюток почти (а при $P \rightarrow \infty$ полностью) не зависит от распределения быстрых партонов (с конечными значениями x). Здесь мы опять сталкиваемся с осложнениями. Если «растянуть» переменную p_z , заменив ее, например, на $y = \ln(\sqrt{p_z^2 + 1} \Gamma \varepsilon B^2 + p_z)$, то для конечных p_z величина y тоже конечна, тогда как при конечном x она сколь угодно велика: $y = \ln 2P + \ln x$. Партоны присутствуют во всей области изменения y от конечных значений до $\ln 2P$.

На фиг. 19 показано среднее число партонов, приходящихся на интервал dy . В случае конечных значений y ($P \rightarrow \infty$), мы имеем дело с малютками; при конечных

значениях величины $\ln 2P - y$ (т. е. при конечных x) мы попадаем в область скейлинга для быстрых партонов; посередине имеется плато с фиксированной плотностью партонов, так что среднее их число растет как $\ln P$.

Легко понять, как ведет себя плотность, но как представить себе волновую функцию? Она определяет амплитуду любой конфигурации, которая задается набором значений y для имеющихся в ней партонов:



Как меняется амплитуда в зависимости от расположения этих точек? Она ведет себя подобно волновой функции для одномерной капли жидкости длиной $\ln 2P$. Амплитуда велика только в том случае, если частицы присутствуют более или менее повсюду и распределены с однородной плотностью, за исключением краев, т. е. при y вблизи $\ln 2P$ и 0 . Конфигурация около одного конца слабо влияет на поведение частиц вблизи другого конца — оба конца разделены длинным (? — на самом деле $\ln 2P$ никогда не бывает очень большим) промежуточным плато.

С математической точки зрения речь идет о решении уравнения $H\psi = E\psi$ для состояния с фиксированным P_z (гамильтониан H , конечно, неизвестен). Если \mathcal{P}_z — оператор импульса (например, нечто вроде $\sum k_z a_k^+ a_k$ и т. п.), то мы хотим, чтобы ψ удовлетворяла уравнению $\mathcal{P}_z \psi = P \psi$. Поэтому мы вправе рассматривать ψ как собственный вектор оператора $W = H - \mathcal{P}_z$ для состояния с массой M . При $P \rightarrow \infty$ можно писать $E = \sqrt{P^2 + M^2} \approx P + M^2/2P$. В этом пределе

$$(2PW)\psi = M^2\psi, \quad (51.1)$$

так что мы имеем дело с собственным вектором оператора PW . Наше предположение заключается в том, что при $P \rightarrow \infty$ этот оператор имеет вполне определенный предел, выражающийся через $x = p_z/P$ и p_\perp . Все было бы прекрасно, если бы не трудность с краевой областью малых импульсов. Уравнение описывает нечто вроде

каскада (подобно уравнениям турбулентности или уравнениям, описывающим развитие ливней космических лучей): благодаря наличию слагаемых со взаимодействием большие значения x порождают меньшие. Малые импульсы накапливаются до тех пор, пока не начинают преобладать новые явления, которые изменяют наши уравнения (аналогично вязкости в теории турбулентности или ионизационным потерям в случае космических лучей) и которые в конце концов определяют поведение малюток, т. е. частиц с конечными p_z . (Приближение, в котором PW зависит только от x , здесь уже неправильно, хотя бы потому, что теперь нельзя писать $\sqrt{p_z^2 + p_1^2 + m^2} \approx p_z$.) Однако к этому времени «ливень уже полностью развился», и поведение малюток (за исключением нормировки, т. е. общего числа малюток) не зависит от того, где именно и каким образом он начал развиваться при конечных x . (Заметим, что в области малюток энергия взаимодействия сравнима с кинетической энергией.)

Поведение в этой области определяется решением уравнения

$$W\psi = 0 \quad (51.2)$$

(обратите внимание на исчезновение P). Вообще говоря, у оператора W нет нулевого собственного значения, если учесть все граничные условия, но в случае малюток мы опускаем условие ограниченности волновой функции при $p_z \rightarrow \infty$. (Это похоже на решение уравнения Шредингера $H\psi = E\psi$ при $E = 0$. Такого собственного значения, вообще говоря, нет, но, опустив, скажем, граничное условие при $r \rightarrow \infty$, можно найти приближенное решение для рассеянной волны, которое должно быть сшито затем со свободным решением, обладающим правильным поведением при больших r . В нашем случае мы должны в конце сшить решение уравнения $W\psi = 0$ с решением уравнения $2PW\psi = M^2\psi$ для конечных значений x .)

Можно показать, что поскольку уравнение (51.2) инвариантно относительно преобразования Лоренца в направлении z со скоростью v , при котором все большие импульсы p_z умножаются на величину $f = \sqrt{(1+v)/(1-v)}$,

то преобразованная величина ψ может иметь вид $\int^\beta \psi$ (поэтому переход к другой системе отсчета не меняет ψ , а сказывается только на ее нормировке). Это означает, что при конечных, но малых значениях x вероятность найти один партон в интервале от x до $x + dx$ ведет себя как $x^{2\beta} dx/x$. Согласно гипотезе А4, решение с наименьшим β соответствует $\beta = 0$ (это следует из эксперимента, а не из теории). Существуют и другие решения с большими значениями β . Общее решение представляется их линейной комбинацией, причем ее коэффициенты определяются из требования сшивания с решением уравнения (51.1). Я надеялся получить таким способом теоретико-полевую интерпретацию полюсов Редже, но еще не закончил эту работу.

Гипотеза А6. *Распределение малюток одинаково для всех адронов.* Это смелая гипотеза, частично основанная на данных опыта. Среди прочего она означает, что малютки нейтральны по отношению к изотопическому спину; в протоне они выглядят так же, как и в нейтроне. Разница может происходить от больших значений β , и поэтому в амплитуде она падает относительно изотопически нейтральной части как $P^{-\beta}$ ($\beta > 0$). Мы не будем предполагать, что для малюток справедлива симметрия SU_3 (я думаю, что это привело бы к противоречию между ожидаемым отношением числа пионов и каонов и данными ряда экспериментов), потому что распределение малюток, как нам представляется, определяется силами взаимодействия, которые инвариантны относительно SU_3 .

[Мне пришло сейчас в голову, что поскольку малютки определяются уравнением $W\psi = 0$, т. е. представляют собой состояние с нулевым квадратом массы, и масса пиона мала, то малютки могут быть в основном пионами (со значительным подавлением каонов, масса которых много больше; это и означает сильное нарушение симметрии SU_3). Зная взаимодействие пионов (вероятно, описываемое обменом ρ -мезонами), можно попытаться найти решение уравнения $W\psi = 0$, выразив его через подходящие пионные состояния. Если вы займетесь этим, то я посоветовал бы рассмотреть сперва

симметричное (относительно $\pm p_z$) распределение малюток, отвечающее столкновению двух быстрых адронов; этот случай может оказаться более простым, чем «одно-стороннее» распределение малюток в одном адроне.]

Гипотеза А6 не вполне очевидна с точки зрения теории поля, поскольку в принципе быстрые партоны могли бы с помощью каких-то сил большого радиуса воздействовать на медленные. Эта гипотеза основана на эксперименте; действительно, опыт показывает, что продукты адронных столкновений, движущиеся направо, определяются исключительно начальной частицей, также двигавшейся направо, а не той, с которой произошло соударение. То, как используется эта гипотеза, демонстрируется ниже (гипотеза Б1), а также в работе Бенке и др. [31].

В физической гипотезе Б1, которую мы далее сформулируем, специально оговаривается, что никаких дальнедействующих эффектов такого рода не существует.

Гипотеза А7. Поскольку малютки примыкают к «моря» (области плато), условие непрерывности требует, чтобы море также было одинаковым для всех адронов (имеется в виду, например, среднее число и корреляции партонов).

Гипотеза А8. Вероятность того, что партоны отсутствуют в достаточно большом интервале Δy (гипотеза А5), ведет себя как $\exp(-\gamma \Delta y)$, где γ зависит от квантовых чисел (углового момента, изоспина, странности), «переносимых» указанным интервалом. Поясним это на примере. Предположим, что мы рассматриваем какое-то состояние протона, и требуем, чтобы для некоторых партонов a, b и c выполнялось неравенство $y > y_1$, а для прочих партонов $y < y_2$:



Представим себе, что a, b и c имеют суммарную странность $S = +1$. Поскольку протону в целом соответствует $S = 0$, через «дырку» в распределении по y передается

странность $S = -1$. Очевидно, что эти «квантовые числа, переносимые через дырку» и определяемые как разность между квантовыми числами состояния в целом и партонов (a, b, c), расположенных справа от дырки, в точности равны сумме квантовых чисел партонов (s, t), расположенных слева от дырки. Мы выражаемся столь сложно, предвосхищая применение той же самой идеи к распределениям партонов в случае адрон-адронных столкновений. При этом мы тоже определяем квантовые числа дырки как разность между квантовыми числами адрона, движущегося направо, и суммарными квантовыми числами партонов, находящихся справа от дырки.

Гипотеза А8 сформулирована не очень ясно. Надо еще сказать, каким образом меняются размеры дырки Δy . Здесь могут быть два случая. 1) Области, в которых находятся партоны a, b, c и s, t , полностью заданы, и интервал между ними увеличивается просто из-за возрастания импульса P ; отсюда $\Delta y \sim \ln 2P$ и амплитуда убывает как $P^{-\nu}$. Это уже использовалось, например, при анализе формфактора протона в лекции 29. 2) Дырка расположена в области плато, так что с одной или с обеих сторон от нее имеются еще длинные участки плато. Допустим, что a, b и c зафиксированы, а s, t и т. д. представляют собой все что угодно и расположены в широкой области значений y — вплоть до противоположной границы (удаленной на расстояние порядка $\ln 2P$); при этом с ростом P интервал Δy остается фиксированным. Вероятность ведет себя как $(x_1/x_2)^{-\nu}$, где x_1 и x_2 — значения переменной x на двух краях дырки. (Второй вариант использовался в вопросе об асимптотическом поведении глубоко неупругого рассеяния вблизи $x = 1$.)

XVII. АДРОН-АДРОННЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

ЛЕКЦИЯ 52

Хотя эти лекции посвящены взаимодействиям адронов с фотонами, мы обсудим также гипотезы, принимаемые для описания адрон-адронных столкновений при сверхвысоких энергиях. Сначала мы не будем рассматривать упругое рассеяние и дифракционную диссоциацию, а займемся главной частью полного сечения, соответствующей испусканию нескольких частиц $A + B \rightarrow C + D + E + \dots$.

Пусть импульсы сталкивающихся частиц A и B направлены по оси z и равны соответственно P_A и P_B ; в системе ц. и., например, $P_A = P_B = P$. [В системе отсчета, движущейся относительно системы ц. и. со скоростью v вдоль оси z , $P_A = P/\beta$, а $P_B = P\beta$, где $\beta = \sqrt{(1+v)/(1-v)}$.] Мы будем рассматривать только большие импульсы, т. е. когда P_A , P_B или $P \rightarrow \infty$.

Асимптотическая начальная волновая функция (т. е. до «взаимодействия») будет, конечно, каким-то произведением волновых функций частицы A , движущейся направо с импульсом P_A , и частицы B , движущейся налево с импульсом P_B . Здесь возникают некоторые технические трудности. В теории поля начальная волновая функция не может быть просто произведением волновых функций отдельных частиц A и B , хотя бы потому, что такое определение неоднозначно (предположим, например, что A содержит фермионный партон с импульсом p и что B содержит партон того же сорта и с тем же импульсом; с другой стороны, будучи фермионами, такие две частицы не могут одновременно присутствовать в поле). Поэтому если частица A описывается как результат воздействия оператора рождения F_A^\dagger на ва-

куум, т. е. $\psi = F_A^+ | \text{Вак} \rangle$ (F_A^+ порождает все наши партонны), а частица В связана с аналогичным оператором F_B^+ , то асимптотическую волновую функцию начального состояния можно определить как

$$F_B^+ F_A^+ | \text{Вак} \rangle.$$

Трудность, о которой мы говорили, возникает в области малюток, где операторы F_A^+ и F_B^+ не коммутируют (заметим, что операторы рождения быстрых партоннов с $p \sim xP_A$ не могут присутствовать одновременно в F_A^+ и F_B^+ , поскольку частицы А и В движутся в противоположные стороны). В действительности эта проблема является чисто технической, потому что мы интересуемся только состоянием после взаимодействия. Она могла бы быть серьезной, если бы мы занялись количественным расчетом взаимодействий; сейчас, однако, я хочу поговорить о другом, а именно, как выглядит волновая функция после взаимодействия, точнее, в результате «взаимодействия и поправок на перекрытие при определении начального состояния». Эффекты перекрытия влияют только на малютки; но мы будем предполагать, что и взаимодействие тоже затрагивает только малютки. (Под взаимодействием мы понимаем то обстоятельство, что хотя оба состояния $F_A^+ | \text{Вак} \rangle$ и $F_B^+ | \text{Вак} \rangle$ представляют собой собственные векторы гамильтониана, удовлетворяющие уравнению $H\psi = E\psi$, состояние $F_A^+ F_B^+ | \text{Вак} \rangle$ таковым не является.)

Сформулируем теперь наши гипотезы относительно волновых функций с учетом взаимодействия.

Гипотеза Б1. Партонны взаимодействуют только при условии, что их относительный 4-импульс конечен. При этом предполагается, что их массы конечны и имеют порядок 1 ГэВ. Это эквивалентно утверждению, что если $y = \ln(\sqrt{p_z^2 + 1} + p_z)$, где p_z измеряется в ГэВ (так что значение y для отрицательных p_z равно просто $-y$ для положительных p_z), то два партонна 1 и 2 взаимодействуют друг с другом только тогда, когда относительное значение y , т. е. $y_1 - y_2$, имеет порядок единицы или меньше.

[Я использую значение 1 ГэВ в качестве характерной энергии, при которой существенно уменьшаются взаимодействия и т.п. По-видимому, в ряде случаев истинный масштаб еще меньше (например, порядка среднего значения p_{\perp}), хотя не исключено, что при некоторых обстоятельствах возможны и большие значения — на этот вопрос, естественно, нельзя ответить точно без количественной теории.]

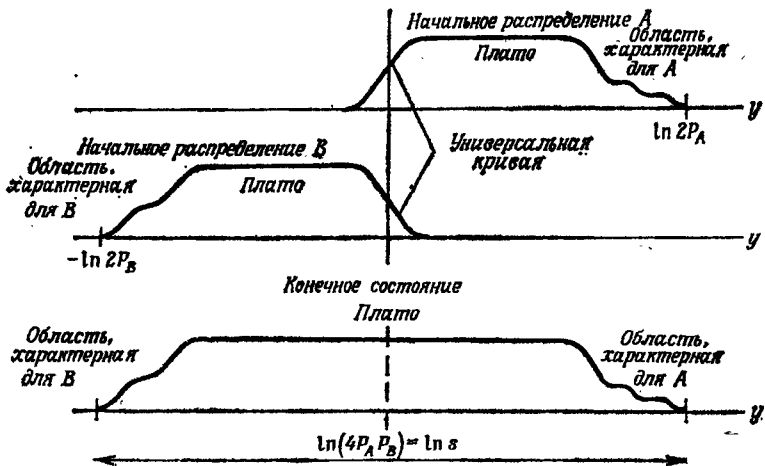
Воспользуемся этой гипотезой для того, чтобы понять поведение волновой функции конечного состояния, которое образуется после взаимодействия (выраженной через распределения партонов). В состояниях А и В партоны распределены соответственно в интервалах от малых значений y до $y = \ln 2P_A$ и от $y = -\ln 2P_B$ до малых y . Мы объединяем эти распределения, производя размазывание по области $\Delta y \approx 1$, что эквивалентно учету взаимодействия. Такое размазывание вблизи $y = 0$ соединяет области положительных и отрицательных y , которые соответствуют частицам А и В. Поскольку эти области одинаковы как для А, так и для В (гипотеза А7), наиболее простым способом их объединения является продолжение общего плато из одной области в другую. При этом точное положение центра инерции не оставляет никакого следа. Мы формулируем такое утверждение в виде общего принципа.

Гипотеза Б2. При жестком адрон-адронном столкновении не существует никаких эффектов, позволяющих выделить частицы с конечным импульсом относительно точного центра инерции. Преобразование Лоренца в продольном направлении со скоростью v , не слишком близкой к c , оставляет распределение таких частиц совершенно неизменным. (Эта гипотеза принадлежит Янгу.)

В нашем случае мы рассматриваем столкновение партонов. Преобразование Лоренца сдвигает начало отсчета y на конечную величину $\ln f = (1/2) \ln [(1+v)/(1-v)]$, и наше предположение означает, что при этом распределение партонов должно сохранить прежний вид. Таким образом, размазывание приводит к тому, что об-

ласть плато для частицы А плавно переходит в плато для частицы В (фиг. 20).

Можно спросить, не приводит ли размазывание по области $\Delta y \approx 1$ к изменению распределения партонов с y вблизи $\ln 2P_A$, где оно полностью определялось частицей А? (Эта область называется областью фрагментации частицы А, а участок y около $-\ln 2P_B$ — областью



Ф и г. 20.

фрагментации частицы В.) Но вблизи от краев распределение уже удовлетворяет волновому уравнению (в том смысле, в каком явления на поверхности жидкости почти не зависят от того, что происходит в ее глубине, если только силы действуют на конечном расстоянии); поэтому мы полагаем, что оно не меняется. Таким образом, будем считать, что конечные реальные адроны происходят от распада «исходного» партонного состояния, которое обладает следующими свойствами.

Гипотеза БЗ. Партонное состояние, соответствующее жесткому соударению адронов А и В, характеризуется матрицей плотности, которая в области фрагментации частицы А (при y вблизи $\ln 2P_A$ или, лучше сказать, когда $x > 0$, где $x = p_z/P$) выглядит так же, как и

в случае одной частицы A , а в области фрагментации частицы B (при y вблизи $-\ln 2P_B$, т. е. когда $x < 0$) — так же, как и для одной частицы B , и наконец, в промежуточной области ($|x|$ малые и совсем маленькие) — она соответствует универсальному плато.

Таким образом, партонное состояние полностью выражается через одночастичные волновые функции, которые обсуждались в гипотезах $A1$ — $A8$. Подчеркнем еще раз, что наши предположения не независимы, например, чтобы была справедлива гипотеза $B3$, плато должны быть одинаковыми для всех частиц, но это как раз то, что предполагается в гипотезе $A7$. Я не пытаюсь развить логическую систему гипотез, а стремлюсь только дать формулировку ряда взаимно согласованных (а может быть даже и несогласованных; см, ниже кварковые гипотезы) представлений.

Картина, которая соответствует гипотезе $B3$, такова. Волновая функция ведет себя подобно распределению одномерной жидкости по единственной переменной y с поверхностями A и B , вблизи которых ее поведение определяется однозначно. Эти поверхности разделены внутренней областью плато, или морем. Разделение можно сделать очень хорошим, если взять величину P достаточно большой [длина интервала между A и B равна $\ln(4P^2)$]; море при этом становится универсальным. Далее, корреляция или связь между участками с различными y имеет конечный радиус действия порядка единицы, и поэтому общий характер поведения частиц, принадлежащих морю, подобен тому, что имеет место в цепи Маркова: при достаточном разделении по y всякие корреляции исчезают. Многие очевидные свойства, характерные для такой цепи, можно ожидать и здесь, но не все они будут сформулированы в явном виде. [Например, вероятность того, что в достаточно большом интервале Δy не будет ни одного партона данного сорта, ведет себя как $\exp(-C\Delta y)$, где C — некоторая константа, и т. п.]

При определении волновой функции партонного состояния в гипотезе $B3$ я намеренно употребил довольно туманное слово «соответствующее», потому что я не вполне уверен, следует ли здесь иметь в виду конечную

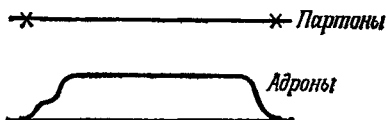
волновую функцию после взаимодействия, когда все частицы разделяются, или же какую-то промежуточную функцию между начальной и конечной. Я еще не совсем разрешил свои сомнения по этому поводу, но поскольку такая функция используется только для качественных рассуждений — вроде тех, которые приводятся в следующей лекции, — мне не обязательно было стремиться к большей ясности.

Техническое замечание по поводу области малых импульсов ($y \approx 0$) в гипотезах В2 и В3. Рисуя диаграммы, описывающие партоновую волновую функцию в гипотезах В2 и В3, мы предполагали, что область малюток вблизи $y = 0$, где происходит взаимодействие частиц А и В, полностью «зарубцовывается» и плато плавно продолжается через $y = 0$. Это именно то, чего я хочу и что приводит к гипотезе В2 (см. следующую лекцию), согласно которой однородность распределения по y подразумевается уже для реальных частиц, в соответствии с требованием инвариантности при преобразованиях Лоренца с конечной скоростью, примененным к физическим частицам. Но с технической точки зрения кривая распределения партонов в зависимости от $y = \ln(\sqrt{p_z^2 + 1} + p_z)$ может иметь выпуклость вблизи $y = 0$, которая перемещается при преобразованиях Лоренца. Это ничему не противоречит, поскольку волновые функции не обязаны быть релятивистски-инвариантными (я благодарен Ф. Мерриту за указание на это обстоятельство). Однако выпуклость должна быть такой, чтобы она не привела к физическим эффектам вроде горба в распределении реальных конечных адронов (гипотеза В2). Этот «артефакт теории» возникает из-за беспечности в определении переменных волновой функции и ее правильной нормировки. В действительности результат, выраженный через переменную $y = \ln(\sqrt{p_z^2 + 1} + p_z)$, не может быть гладким, поскольку, если бы это было и так, он все равно не был бы гладким (вблизи $y = 0$), если бы я по своему произволу выбрал в качестве переменной $y' = \ln(\sqrt{p_z^2 + 1/4} + p_z)$, ибо $dy/dy' \neq \text{const.}$

ЛЕКЦИЯ 53

Перейдем теперь к вопросу о том, как могут выглядеть продукты адрон-адронных столкновений (по-прежнему исключая из рассмотрения дифракционную диссоциацию). Разумеется, у нас нет количественной теории, которая позволила бы перейти от волновой функции, заданной на языке партонов, к волновой функции вылетающих реальных адронов. Вместо этого мы предположим просто, что в y -пространстве соотношение партоны \rightarrow адроны весьма похоже на соотношение адроны \rightarrow партоны, описанное в гипотезах А. Кроме того, нам придется описывать адронные состояния, получающиеся из такого партонного состояния, в котором (в отличие от того, что было принято в гипотезе БЗ) имеются дырки в распределении по y , например, из состояния с двумя партонами на противоположных концах шкалы y , разделенными интервалом $\ln 2P$. Мы предполагаем (в дополнение к гипотезе БЗ) следующее.

Гипотеза В1. Пусть начальная волновая функция характеризуется одним партоном a (или несколькими), движущимся направо с $y = y_a$, и одним партоном b ,



Фиг. 21.

движущимся налево с $y = y_b$, так что между ними имеется большая дырка $y_a - y_b = \ln 2P$. Тогда адроны, образующиеся при распаде такого состояния, обладают конечными поперечными импульсами и распределены по трем областям: адроны, движущиеся направо с y вблизи y_a , свойства которых определяются характером партона a ; адроны, движущиеся налево с y вблизи y_b и зависящие от характера партона b , и, наконец, адроны с промежуточными значениями y , образующие универсальное однородное море, которое мы назовем «универсальным морем адронов, соответствующим дырке в распределении партонов» (фиг. 21).

Высказывалось предположение, что «море, соответствующее дырке в распределении партонов», само является дыркой. Это не противоречит тому, что мы предполагаем в следующей гипотезе В2 и что используется при рассмотрении адронных столкновений. Само по себе, однако, это предположение не представляется мне разумным, если, согласно В2, адроны образуют универсальное море. Гипотеза В2 означает, по-видимому, что если бы существовало два сгустка адронов с разрывом между ними, то они образовали бы море партонов. Поэтому, раз нет моря партонов, нет и разделения адронных сгустков, а должно иметься море адронов. Во всяком случае, я убежден в том, что в рассматриваемой ситуации оно действительно существует и дырки в распределении по импульсам адронов, которая соответствовала бы разрыву в импульсах партонов, нет.

Как заметил Сизнерос, два сгустка с противоположными адронными квантовыми числами, рождающиеся при аннигиляции $e^+e^- \rightarrow$ Адроны, должны создавать сильный дипольный ток, который имеет тенденцию излучать мягкие адроны с малыми x . По мере роста энергии воспрепятствовать этому излучению становится все труднее (так же, как в двухчастичных реакциях с обменом квантовыми числами). Вероятность любого эксклюзивного образования двух сгустков будет падать, как степень энергии по сравнению с полным сечением инклюзивной реакции, которое включает в себя излучение, генерирующее промежуточное плато.

Рассмотрим теперь партонное состояние типа описанного в гипотезе В3. Можно представить себе, что различные партоны переходят в адроны примерно так, как предполагается в гипотезе В1. При этом партоны, находящиеся на краях y -интервала, определяют адроны на своих краях, а партоны в центре влияют на адроны в центре, причем последнее происходит универсальным образом и не зависит от y в этой области. Таким образом, мы снова получаем распределение адронов с тремя областями, подобное тому, какое было в гипотезе В1, и хотя распределение в области плато может быть другим, море адронов будет, тем не менее, существовать.

Это предположение может быть сделано путем простого повторения утверждения В1, где надо только изменить название моря, либо оно может быть сформулировано иным, полностью эквивалентным способом. (Совпадает ли плато, о котором говорилось в гипотезе В1 и которое соответствует первоначальной дырке в распределении партонов, с рассматриваемым плато, которое характеризует партонное состояние в гипотезе Б3, — представляется трудной задачей, которую я не смог еще решить. Предположение о том, что они одинаковы, назовем гипотезой В6; см. лекцию 55.)

Замечание. Может возникнуть путаница между терминами «начальная» волновая функция для состояния из гипотезы В1 и «соответствующая» волновая функция из гипотезы Б3. Состояние В1 возникает в e^+e^- -столкновениях сразу после взаимодействия с фотоном, когда партонная пара только что образовалась. При этом еще остается время для того, чтобы происходило взаимодействие (благодаря членам типа aa^+a^+ в гамильтониане), прежде чем мы придем к партонному представлению для «финала» начального состояния, т. е. прежде чем мы получим «соответствующую» волновую функцию в смысле гипотезы Б3. Такое взаимодействие превращает каждый из быстрых начальных партонов в два или более, последние распадаются, в свою очередь, формируя таким образом каскад. В результате такого процесса происходят серьезные изменения, например заполняется дырка в области малых p_z и образуется своего рода плато партонов в конечном состоянии, «соответствующее» начальному состоянию, описываемому в гипотезе В1.

Причина, по которой столь существенные изменения не происходят в адронных столкновениях при переходе от начального состояния к конечному «соответствующему» состоянию Б3, заключается в следующем. Распределение быстрых партонов (не малюток) в начальном состоянии уже удовлетворяет уравнению $H\psi = E\psi$, так что оно лишь слегка возмущается гамильтонианом. Только во взаимно перекрывающихся областях малюток действие H меняет ситуацию (приводя к сглаживанию плато).

Гипотеза В2. Распределение адронов в конечном состоянии при данном y , возникающее из распределения партонов типа Б3, зависит от вида партонного распределения лишь в ограниченной окрестности этого значения y .

Это справедливо не потому, что далекие партоны не оказывают влияния, а скорее потому, что они воздействуют универсальным образом. В данном случае (как и в гипотезе В1) переменную y можно определить более точно, поскольку адроны находятся на своих массовых поверхностях и имеют определенные значения массы. Положим $y = \ln(\epsilon + p_z) = \ln(\sqrt{p_z^2 + m^2 + p_\perp^2} + p_z)$, где все величины измерены, скажем, в ГэВ (изменение масштаба означает всего лишь сдвиг начала отсчета y). Эту величину принято называть быстротой.

Гипотеза В3. Суммируя сказанное, мы приходим к выводу, что в адронных столкновениях $A + B \rightarrow$ (Любые частицы) распределение продуктов реакции по $x = p_z/P$ в системе ц. и. при $P \rightarrow \infty$ зависит только от x и свойств адрона А, когда x положительно, или от x и свойств адрона В, когда x отрицательно. В области малых $|x|$ распределение становится универсальным, следуя закону $dx/|x|$. Если его записать в более общем виде dp_z/ϵ , то оно непрерывно продолжается и через область малюток.

Представление, согласно которому частицы, движущиеся направо, зависят только от свойств адрона А, а частицы, движущиеся налево, — только от свойств адрона В, называется гипотезой предельной (поскольку $P \rightarrow \infty$) фрагментации. Она была высказана Янгом и др. [31], но в то время предполагалось, что данные области разделены и никак не связаны, тогда как в действительности между ними есть море состояний. Мы считаем, однако, что это море универсально и не переносит информацию из правой области в левую (хотя в принципе такой перенос возможен).

До сих пор мы не принимали во внимание дифракционную диссоциацию. Очевидно, однако, что если добавить ее в определенной пропорции к неупругим процессам, то наши выводы не изменятся. С другой стороны,

доля упругого рассеяния в полном сечении, по-видимому, не является универсальной (например, для рр-столкновений при больших P отношение $\sigma_{\text{упр}}/\sigma_{\text{полн}} \approx 0,25$, в то время как для пр оно ближе к $0,17$; см. доклад Джакомелли [32]). Таким образом, представление о предельной фрагментации не может быть абсолютно точным. Вероятно, оно, как правило, почти верно. Возможно, что при более точном понимании в будущем это представление окажется справедливым для некоторых частей амплитуды, характеризующихся каким-то иным параметром (например, прицельным расстоянием), но после интегрирования по этому параметру предельная фрагментация перестает быть точной, поскольку части, отвечающие различным значениям параметра, входят в разных реакциях с неодинаковым относительным весом. Тем не менее, даже имея такой аргумент против идеальной и универсальной справедливости представления о предельной фрагментации, мы продолжим наше наивное и простое рассмотрение, оставляя усовершенствования до будущих времен.

Существует еще несколько дополнительных заключений, к которым можно прийти, предполагая процессы марковскими и распространяя наши представления, подобные высказанным в А8 по поводу дырок в распределениях, с партонных волновых функций на адронные. Мы не будем обсуждать их в деталях, так как адронные столкновения не являются нашим главным предметом, но приведем несколько примеров. Предположим, по аналогии с А8, следующее.

Гипотеза В4. Вероятность того, что адроны отсутствуют в достаточно большом интервале быстрот Δy , ведет себя как $\exp(-a\Delta y)$, где a зависит от квантовых чисел дырки (равных разности квантовых чисел частицы А и всех адронов справа от дырки). Например, в случае эксклюзивной реакции $A + B \rightarrow C + D$, когда в конечном состоянии направо движется только частица С, а налево — частица D, разрыв по быстрой Δy равен $\ln 2 |P_A| + \ln 2 |P_B| = \ln 4 |P_A P_B| = \ln s$, так что $\exp(-a\Delta y) = (4P_A P_B)^{-a} = s^{-a}$, где a зависит от разности квантовых чисел частиц А и С. С точки зрения тео-

рии полюсов Редже такое выражение должно быть записано в виде $s^{-2(1-\alpha)}$, причем α зависит от квантовых чисел в t -канале, а это есть то же самое, что и разность квантовых чисел частиц А и С. Таким образом, a отождествляется с величиной $2(1-\alpha)$ (или с найденной из эксперимента степенью падения по энергии, какой бы она ни была), и мы вступаем в соприкосновение с теорией эксклюзивных реакций. (То же самое происходит и в случае, когда С является совокупностью двух частиц, например $\pi + p$ с фиксированным квадратом полной массы, не обязательно попадающим в область резонанса. Мне не известны примеры, когда бы этот степенной закон проверялся вне резонансной области. Здесь мы снова встречаемся с общим принципом, согласно которому при переходе к более высоким энергиям роль резонансов не увеличивается по сравнению с нерезонансным фоном. Последний вдобавок можно всегда рассматривать как суперпозицию хвостов от других резонансов.)

Применим это рассуждение к случаю, когда только С находится на краю интервала быстрот, так что x_C почти равно 1, тогда как состояние D произвольно и может включать несколько или даже много частиц. Мы видим, что здесь образуется разрыв по быстротам длиной $\ln(1-x_C)$, так что амплитуда ведет себя как $\exp[+a \ln(1-x_C)] = (1-x_C)^a$. Тогда распределение по x_C имеет вид $d(1-x_C)^a = a(1-x_C)^{a-1} dx_C$, где $a = 2 - 2\alpha$.

Этот вывод, строго говоря, является «законным» лишь при $P \rightarrow \infty$ и $x_C \rightarrow 1$, что делает такое распределение почти ненаблюдаемым. Пусть, например, С представляет собой протон, рождаемый в pp-столкновении. Протоны могут образовываться также при дифракционной диссоциации, скажем, резонанса с массой M_R , распадающегося на протон и пион. Этот механизм разбрасывает протоны по области от $x = (E_p - P_p)/M_R$ до $x = (E_p + P_p)/M_R$ (при $P \rightarrow \infty$), где E_p и P_p суть энергия и импульс протона в системе покоя резонанса. Хотя наибольшее из этих значений x и меньше единицы, промежутки, свободный от протонов, образованных в результате дифракционной диссоциации, слишком мал,

чтобы его можно было выделить экспериментально (например, для $M_R^2 = 2,16 \text{ ГэВ}^2$ он заключен в интервале x от 0,98 до 1). Если же рассматривается большая область значений x_c , не специально близких к 1, то в нее попадают протоны, рожденные при диссоциации, и вид результирующего распределения, по-видимому, далек от $(1 - x_c)^{1-2\alpha} dx_c$ ¹⁾. В случае когда начальная частица протон, а регистрируются пионы, эта трудность не возникает.

ЛЕКЦИЯ 54

Мне хотелось бы сделать несколько замечаний по поводу наших «выводов» из гипотезы В2. Прежде всего заметим, что среднее число частиц в области малых x ведет себя как dx/x , а вблизи точки $x = 0$ — как dp/e . Поэтому полное число частиц данного сорта (т.е. множественность частиц этого сорта) растет логарифмически как $\ln P$ или $\ln s$. Это ясно также из того, что длина плато в распределении по y растет логарифмически с увеличением s . Поскольку область плато (статистически) нейтральна, среднее значение любого аддитивного квантового числа по этой области — например, заряда, третьей компоненты изоспина, барионного числа, гиперзаряда, z -компоненты углового момента и т.д. — должно быть равно нулю (в противном случае закон dx/x приводил бы к зависимости квантовых чисел от $\ln s$, тогда как они сохраняются и заданы для каждой реакции). Мы ожидаем этого, исходя из представления о каскадном формировании плато. Поэтому интегралы типа

$$\int_0^1 [\text{Число } \pi^+ \text{-мезонов с данным } x - \text{Число } \pi^- \text{-мезонов с тем же } x] dx$$

представляют собой числа, характерные для частицы А (движущейся направо в начальном состоянии) и не зависящие от P при $P \rightarrow \infty$. Соответствующие «левые числа» можно определить независимо, как аналогичные интегралы в пределах от $x = -1$ до 0, которые должны зависеть от В.

¹⁾ См., однако, примечание на стр. 196. — *Прим. ред.*

Теперь можно определить полные аддитивные квантовые числа частиц, движущихся направо, просто складывая квантовые числа всех частиц с $x > 0$ (т.е. с $p_z > 0$) в системе Σ и. Эти числа, конечно, меняются от события к событию, но нам требуется только статистическое среднее по многим событиям. Такое «среднее правое квантовое число» будет стремиться к константе при $s \rightarrow \infty$. Таким образом, мы можем говорить о «средней правой проекции изоспина» или о «средней правой странности». Очевидно, что эти средние правые квантовые числа должны, согласно представлениям В2, совпадать с квантовыми числами начальной частицы, движущейся направо. Область плато не дает проскользнуть через себя никаким квантовым числам. [Если мы рассмотрим, к примеру, столкновение одинаковых частиц $A + A$, то из соображений симметрии и в силу сохранения всех квантовых чисел правые квантовые числа (равно как и левые) должны совпадать с квантовыми числами частицы A . В то же время, согласно гипотезе предельной фрагментации, замена левой частицы A на B , чтобы перейти к столкновению $A + B$, не изменяет распределение частиц, движущихся направо, и поэтому они по-прежнему несут квантовые числа частицы A .]

Таким образом, мы приходим к интересному выводу, что при $P \rightarrow \infty$ частицы, движущиеся направо, в среднем уносят всю энергию, весь импульс (за вычетом некоторой константы), третью компоненту изоспина, странность, барионное число, z -компоненту углового момента частицы, первоначально движущейся направо, и т. д.

Замечание. Покажем, что с точностью до величин порядка $1/P$ разность полной энергии E и полного импульса P частиц, движущихся направо, равна константе $D = \sum (e_i - p_{zi})$, не зависящей от P при $P \rightarrow \infty$. (Фактически, если плато универсально, константа D не зависит также и от сорта налетающей частицы A .) При конечном значении x (скажем, положительном) такая разность для одного адрона равна $e - p = \sqrt{P^2 x^2 + p_{\perp}^2 + m^2} - Px \approx (p_{\perp}^2 + m^2) / 2Px$ (m — масса адрона), т.е. она

имеет порядок $1/P$ и, следовательно, пренебрежимо мала. Основной вклад вносит область значений x , близких к нулю, где распределение адронов какого-либо сорта имеет вид cdp/ϵ ; поэтому их вклад в разность $\epsilon - p$ дается интегралом $c \int_{p_z}^{\infty} (\epsilon - p_z) dp_z/\epsilon$, где $\epsilon = \sqrt{p_z^2 + p_{\perp}^2 + m^2}$.

Этот интеграл равен $c \sqrt{p_{\perp}^2 + m^2}$, так что для получения константы D надо просуммировать величины $c \sqrt{p_{\perp}^2 + m^2}$ по поперечным импульсам и по сортам адронов в области плато. Если плато всегда одинаково, то константа D универсальна и может быть легко вычислена и выражена через уже измеренные величины.

Итак, при столкновении частиц A и B каждая из них превращается в «эшелон» частиц, движущихся в своем направлении. Эшелон A имеет квантовые числа частицы A и ее энергию (вследствие сохранения энергии), но в процессе взаимодействия теряет некоторый импульс D . Эшелон как бы слегка тормозится взаимодействием; при этом и A , и B теряют импульс D , передавая его друг другу. (Такая конечная по величине передача импульса вполне естественна и понятна, если при столкновении взаимодействуют только малютки.)

(Для волновой функции одного адрона, описанной в гипотезах A_2 — A_6 , полный импульс партонов равен, конечно, P , т. е. полному импульсу состояния, но полная энергия $\sum_i \epsilon_i = \sum_i \sqrt{p_{zi}^2 + m^2 + p_{\perp i}^2}$ не равна энергии адрона $E \approx P$ из-за наличия энергии взаимодействия, которая компенсирует превышение $\sum \epsilon_i$ над $\sum p_{zi}$, предполагаемое конечным.)

В качестве первого шага для формального описания этих вопросов мы попробуем рассмотреть состояние

$$|A_{in}^R, B_{in}^L\rangle,$$

выражая его через конечные адронные состояния, что эквивалентно нахождению элементов S -матрицы (здесь индекс R означает, что частица имеет очень большой

положительный продольный импульс P , тогда как индекс L соответствует большому отрицательному импульсу $-P$). Наиболее вероятно, конечно, что две частицы не взаимодействуют и перейдут просто в состояние $|A_{\text{out}}^R, B_{\text{out}}^L\rangle$. Нас же интересуют волновые функции в случае, когда происходит взаимодействие; поэтому запишем, как обычно, $S = 1 + iT$ и будем говорить о T -матрице. Мы не станем заботиться о ее нормировке, лишь обрисуем в общих чертах наши идеи. Формально эту волновую функцию можно выразить через амплитуды вероятности обнаружить различные вылетающие адроны. Если c^+ представляет собой (формальный) оператор рождения какого-нибудь адрона (его сорт, поперечный импульс p_\perp и продольный импульс p_z суть индексы c^+), то такие состояния можно записать в виде $X|\text{Вак}\rangle$, где X — некоторая операторная функция от c^+ . Вид функции X мы уже обсуждали. Пусть M — оператор, создающий плато, скажем, типичное универсальное плато в какой-то области значений x около 0, например в интервале $-0,2 \leq x \leq +0,2$. (Как в точности обрезается плато, создаваемое оператором M , при конечных x — несущественно: это сказывается на определении величин G^L и G^R , вводимых ниже, но не влияет на окончательный вид операторной функции X .) Запишем теперь X как $G^L G^R M$, где оператор G^R предназначен для изменения моря справа (при $x > 0$). Он включает операторы рождения c^+ , которые образуют частицы как в области плато, так и вне ее, а также операторы уничтожения c , удаляющие частицы (появившиеся в результате нашего произвола в определении плато, создаваемого оператором M), причем все эти операторы действуют при $x > 0$ (в этом и состоит смысл индекса R). Аналогичным образом, G^L представляет собой операторную функцию от c^+ и c , но только для $x < 0$. Операторы G^L и G^R коммутируют, поскольку они содержат операторы, относящиеся к разным частицам (в случае фермионов следует еще привести в порядок некоторые знаки). Таким образом, можно написать

$$T |A_{\text{in}}^R, B_{\text{in}}^L\rangle = G_A^R G_B^L M | \text{Вак} \rangle = G_A^R G_B^L | \text{Плато } M \rangle, \quad (54.1)$$

где по определению $|\text{Плато } M\rangle = M|\text{Вак}\rangle$. Оператор G_A^R зависит только от частицы A и т. д. Если вы хотите, чтобы это выглядело еще красивее, запишите и левую часть через операторы, скажем, d^+ , которые рождают начальные частицы; тогда вы получите

$$T d_A^{R+} d_B^{L+} |\text{Вак}\rangle = G_A^R G_B^L |\text{Плато } M\rangle.$$

Следовательно, оператор d_A^{R+} эквивалентен (по крайней мере в этом двухчастичном уравнении) оператору G_A^R , но в необычном представлении, в котором d_A^{R+} действует на вакуум, а G_A^R — на состояние плато M .

Очень важной проблемой, в сущности еще совершенно не ясной теоретически и нуждающейся в исследовании, является вопрос об очень редких столкновениях при сверхвысоких энергиях, в которых частицы вылетают с *большими* импульсами по отношению к начальному направлению. Примером может служить протон-протонное упругое рассеяние на конечный угол, скажем, на 90° , когда t того же порядка, что и s , при $s \rightarrow \infty$. Я не буду обсуждать те физические идеи, которые пробовали применить для объяснения таких столкновений, поскольку предметом нашего исследования являются фотоны. Замечу лишь, что ничего еще толком не понято, так что вы сами можете начать все сначала. (Не ясно, например, следует ли отказаться от гипотезы $B1$ или ее надо уточнить количественно?) Начните с общего ознакомления с экспериментальными результатами, чтобы осознать те качественные особенности, которые могли бы нуждаться в объяснении ¹⁾.

¹⁾ Поставленная здесь проблема исследуется чрезвычайно интенсивно, начиная с 1973 г. Основным экспериментальным результатом оказалась сравнительно большая вероятность образования частиц с p_\perp в области нескольких ГэВ. Она на два-три порядка превосходит величину, которую можно получить при экстраполяции экспоненциальной зависимости от p_\perp , характерной для области $p_\perp \leq 1$ ГэВ. Наиболее распространенное теоретическое объяснение этого эффекта состоит в наличии точечных объектов внутри адрона, т. е. партоннов. — *Прим. ред.*

Примечания. Допустив, что область малюток одинакова для всех адронов и что взаимодействуют только малютки, не предположили ли мы в явном противоречии с фактами, что все полные сечения σ_{pp} , $\sigma_{\pi p}$ и т. д. равны? Я никогда не продумывал этот вопрос до конца, но всегда предполагал, что та часть волновой функции, которая участвует во взаимодействии (и которая всегда очень мала по сравнению с частью, соответствующей прохождению одной частицы мимо другой без взаимодействия), может все же иметь некоторую нормировку, связанную с полным сечением рассматриваемого конкретного столкновения, и противоречий с другими представлениями при этом не возникает. В формальном выражении (54.1), например, каждый оператор G_A мог бы содержать численный множитель g_A , характерный для частицы A . В результате мы получили бы полное сечение, пропорциональное $g_A^2 g_B^2$, или, как говорят, факторизованное. Возможно, что предыдущие гипотезы подразумевают не обязательное равенство полных сечений, а их факторизацию. Это означало бы, например, что $\sigma_{\pi p} = \sqrt{\sigma_{pp}} \sqrt{\sigma_{\pi\pi}}$ и т. п. У нас еще нет сведений, так ли это на самом деле¹⁾.

В приведенных рассуждениях мы не привели никаких доводов, которые позволили бы нам понять зависимость сечений от поперечного импульса (за исключением того, что поперечные импульсы в адронных столкновениях считались ограниченными — результат, взятый непосредственно из эксперимента). Ясно, что остается много интересных теоретических вопросов. Например, какова функция распределения по поперечным импульсам, как она варьируется при изменении величины x или при переходе от π -мезонов к K -мезонам? Как должны меняться в зависимости от t сечения эксклюзивных реакций и т. п.? Весь этот круг явлений выпал из нашего рассмотрения; здесь скрываются прекрасные возможности для прогресса в будущем.

¹⁾ В работе Грибова [33*] показано, что теория полюсов Редже с асимптотически постоянными полными сечениями адрон-адронных столкновений действительно приводит к равенству всех таких сечений при сверхвысоких энергиях. — *Прим. ред.*

XVIII. КОНЕЧНЫЕ АДРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ГЛУБОКО НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ

ЛЕКЦИЯ 55

Взаимодействие партонов с электромагнитным полем

Будем считать, что в исходном полево́м гамильтониане, описывающем адроны на языке партонов, содержатся члены, соответствующие взаимодействию партонов с векторным потенциалом квантованного электромагнитного поля. В духе представления о минимальности электромагнитного взаимодействия предположим, что взаимодействие происходит наиболее простым образом, вытекающим из вида партонных пропагаторов при наложении требования калибровочной инвариантности. Иначе говоря, примем следующую гипотезу.

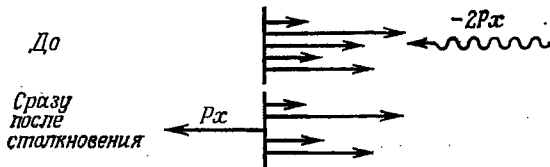
Гипотеза Г1. Связь партонов с электромагнитным полем дается самым минимальным оператором взаимодействия. Она имеет такой же вид, как если бы партоны были идеально свободными частицами.

Определенное таким способом взаимодействие оказывается неоднозначным для партонов со спином 1 или выше, но сейчас это нас не волнует, поскольку мы будем считать, что партоны имеют спин либо 0, либо $1/2$. Пренебрегая опасностью потерять общность, мы тем не менее примем рабочую гипотезу (основанную, разумеется, на экспериментальных данных для функций vW_2 и W_1 , которые мы уже рассматривали раньше, а не на априорных теоретических соображениях), которая сводится к следующему.

Гипотеза Г2. Все заряженные партоны имеют спин $1/2$, и поэтому их взаимодействие с электромагнитным полем дается оператором тока $e_\alpha \gamma_\mu$, где e_α — заряд партона (α — индекс, обозначающий сорт партона).

Мы уже видели, как предположения А1 — А8 плюс Г1 и Г2 приводят к скейлингу для глубоко неупругого рассеяния (лекция 27), и нет смысла повторять все это

сначала. Здесь, однако, мы обсудим, что можно сказать о продуктах фотон-адронных столкновений, в частности в глубоко неупругой области ер-рассеяния, в которой $q^2 = -2M\nu x$ и $M\nu = P \cdot q$ (P — импульс протона, q — импульс виртуального фотона), так что ν равно энергии виртуального фотона в лабораторной системе (в которой протон покоится). Мы будем работать в иной координатной системе, в которой 4-импульс виртуального фотона является чисто пространственным вектором: $q_\mu = (0, -2Px, 0, 0)$, $P_\mu = (P, P, 0, 0)$, $q^2 = -4P^2x^2$, $2M\nu = 4P^2x$. Тогда, как следствие наших гипотез, партоновая волновая функция до и после столкновения имеет вид



На последнем рисунке один партон (скажем, сорта α) движется налево, а остальные партоны — направо, т. е. движение партонов после столкновения происходит так же, как и в исходном протоне, за вычетом одного-единственного партона сорта α с импульсом x . Относительная вероятность такого события равна $e_\alpha^2 n_\alpha(x)$, где $n_\alpha(x)$ — число партонов сорта α с импульсом $p_z/P = x$ в исходном протоне. Рождающиеся при этом адроны соответствуют только что описанному распределению партонов. В выбранном масштабе полное сечение пропорционально величине $\sum_\alpha e_\alpha^2 n_\alpha(x)$, поэтому плотность вероятности в расчете на одно столкновение представляет собой суперпозицию случаев взаимодействия с различными сортами партонов; вес ω_α того или иного сорта зависит от характера столкновения при данном x :

$$\omega_\alpha(x) = \frac{e_\alpha^2 n_\alpha(x)}{\sum_\beta e_\beta^2 n_\beta(x)}$$

(сумма весов равна единице).

Из данного предположения, а также других наших гипотез вытекает одно очевидное следствие: в выбранной системе отсчета *поперечные импульсы ограничены* (когда при фиксированном x мы меняем P или, если угодно, v).

По продольным импульсам должен иметь место скейлинг в том смысле, что если их выражать в единицах P , скажем, как ηP , то все распределения не зависят от P при $P \rightarrow \infty$ (они зависят только от η).

Я ожидаю также, что при значениях η , близких к нулю, будет получено распределение $d\eta/\eta$. При положительных η (соответствующих частицам, движущимся вправо) ожидается распределение, похожее на универсальное плато M , которое характерно для волновой функции, описанной в БЗ, и известно нам из адрон-адронных столкновений. При отрицательных значениях η мы попадаем в область плато, «соответствующего начальной дырке в распределении партонов» (оно было определено в связи с гипотезой B1). Поскольку мы не предполагали, что эти два плато одинаковы, коэффициенты при $d\eta/\eta$ не обязаны быть одними и теми же. Если они и в самом деле не одинаковы, у нас возникнут трудности с определением того, что происходит в переходной области, — там не может быть поведения dp_z/e , потому что оно приведет к одинаковому коэффициенту как для положительных, так и для отрицательных η . Этот вопрос, однако, представляется несколько искусственным, ибо он возник как следствие нашего специального выбора системы координат. Отметим, что состояние партонов, которое мы обозначаем теперь как состояние «сразу после столкновения», является «начальным» партонным состоянием (в смысле, который разъяснялся в замечании после гипотезы B1). Действительно, прежде чем оно станет «соответствующим» конечным состоянием, еще должны произойти какие-то взаимодействия, определяемые гамильтонианом. Они приводят к образованию каскада партонов, движущихся налево. Этот каскад заполняет дырку в распределении по η , размазывает малютки по области отрицательных η , а также производит серьезную перестройку системы, движущейся направо (по той причине, что при конечных значениях x она уже

не удовлетворяет уравнению $H\psi = E\psi$, поскольку один партон отсутствует).

Все это представляется очень сложным, и сделать какие-либо четкие предсказания трудно. Мы могли бы, однако, по-прежнему считать, что любое взаимодействие ограничено конечным радиусом в пространстве быстрот, хотя в процессе может участвовать много таких взаимодействий, что и приводит к заполнению дырки и т. п. Постараемся по крайней мере сохранить верность тому принципу, что партон, движущийся налево, определяет конечное состояние адронов слева и аналогично при замене левого на правое.

Сформулируем эту идею в виде следующей гипотезы, являющейся обобщением В1 и В2 (мы выписываем ее отдельно, поскольку она может не выполняться, в то время как ее частные случаи В1 или В2 могут оказаться справедливыми).

Гипотеза В5. В системе ц. и. (или в любой другой системе, движущейся в продольном направлении со скоростью, не слишком близкой к c) произвольное начальное состояние партонов, из которых одни движутся вправо, а другие — влево, приводит к такому распределению конечных адронов, в котором адроны, летящие направо, целиком и полностью определяются партонами, первоначально двигавшимися вправо, и не зависят от начальных партонов, двигавшихся влево. (Аналогично, — если поменять местами правое и левое.)

Из этой гипотезы, если она верна, и условия непрерывности, выраженного в распределении $d\rho_z/e$, о котором говорилось выше, по-видимому, следует, что оба плато должны соответствовать друг другу. Я сам далек здесь от уверенности, но все-таки сформулирую такую гипотезу в явном виде. Если бы она оказалась правильной, это устранило бы все наши затруднения, поскольку область $d\eta/\eta$ была бы всегда универсальной и такой же, как в адрон-адронных столкновениях.

Гипотеза В6. В области плато распределения конечных адронов одинаково для любого начального распределения партонов.

В настоящее время эта гипотеза имеет очень слабые основания и вполне может оказаться неверной, — но она представляет собой любопытную возможность.

Обсудим теперь более подробно, чего можно ожидать для частиц, движущихся влево. (Я извлек много пользы из бесед с А. Сизнеросом по этим вопросам.) Для таких частиц более удобной переменной, чем η (которая может достигать значения $-x$), является величина $z = -\eta/x = -p_z/Px = (P \cdot p)/(P \cdot q)$, т. е. доля суммарного «левого» импульса, уносимая данной частицей, летящей налево. Поскольку $z = (P \cdot p)/(P \cdot q)$, эта величина равна отношению энергии частицы к энергии фотона в лабораторной системе. Она представляет собой подходящую переменную для рассмотрения фрагментации виртуального фотона. Как уже говорилось, при $v \rightarrow \infty$ и фиксированном x имеет место скейлинг, т. е. распределения зависят только от z .

Если бы мы могли быть уверенными в том, что из начального протона выбивается лишь партон какого-то одного сорта α (между прочим, этого легче достичь в опытах с нейтрино; согласно кварковой модели, при рассеянии нейтрино «левые» кварки могут быть заданы однозначно), распределение левых адронов было бы вполне определенным. Например, число пионов при данном значении z было бы функцией одной переменной z , т. е. $D_\alpha^\pi(z)$; вероятность обнаружить π и K с импульсами z_1 и z_2 зависела бы только от z_1 и z_2 как $D_\alpha^{\pi K}(z_1, z_2)$, но все такие функции никоим образом не зависели бы от x . Независимость от x объясняется тем, что на адроны, движущиеся влево, влияет только левый партон (сорта α) и еще разве что ближайšie малютки из числа принадлежащих исходному протону. Малютки универсальны, и на них не сказывается удаление из протона партона с импульсом x . Остальные партоны не влияют на левые адроны, поскольку их относительный импульс не остается конечным, а увеличивается при $P \rightarrow \infty$.

В действительности распределение конечных адронов при заданном значении x зависит от x , поскольку относительная вероятность выбивания партонов того или иного сорта α изменяется с x . Реальное распределение

$D(x, z)$ представляет собой взвешенное среднее по сорту партонов:

$$D(x, z) = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha}(x) D_{\alpha}(z), \quad (55.1)$$

где весовые функции $\omega_{\alpha}(x)$ пропорциональны $e_{\alpha}^2 n_{\alpha}(x)$ и определяются выражением

$$\omega_{\alpha}(x) = \frac{e_{\alpha}^2 n_{\alpha}(x)}{\sum_{\beta} e_{\beta}^2 n_{\beta}(x)}.$$

Эти функции $D_{\alpha}(z)$ или эквивалентно порождающий их оператор D_{α}^L , который действует на плато M (если верна гипотеза В6), характеризуют какие-то очень существенные свойства партонов и, если все наши гипотезы правильны, являются весьма фундаментальными величинами. Позже мы рассмотрим конкретную (кварковую) версию партонной модели и обсудим в ее рамках некоторые практические вопросы, касающиеся возможности извлечения функций $D_{\alpha}(z)$ из эксперимента, а также способов нахождения функций $\omega_{\alpha}(x)$ при специальных предположениях о поведении $D_{\alpha}(z)$. Возможность существования особых функций, которые характеризуют каждый сорт партонов по отдельности, представляется мне чрезвычайно интересной; это могло бы стать началом пути, ведущего к самому сердцу механизма сильных взаимодействий.

Те же функции $D_{\alpha}(z)$ появляются и в ряде других экспериментов, например в глубоко неупругих реакциях типа $\nu + p \rightarrow \mu + (\text{Любые адроны})$. Рассмотрение проводится почти так же, как и ранее, — надо только иметь в виду, что, хотя функции $n_{\alpha}(x)$ одинаковы в обоих случаях, фундаментальные константы взаимодействия могут находиться в другом соотношении и в результате весовые функции $\omega_{\alpha}(x)$ оказываются иными.

В применении к e^+e^- -столкновению гипотеза Г2 утверждает, что начальное состояние представляет собой просто пару — партон α и антипартон $\bar{\alpha}$ — с весом e_{α}^2 . Таким образом, приняв гипотезу В6, мы приходим к конечному состоянию $\sum_{\alpha} e_{\alpha}^2 (D_{\alpha}^R D_{\bar{\alpha}}^L + D_{\bar{\alpha}}^R D_{\alpha}^L) | \text{Плато } M \rangle$, в

котором также образуются адроны, разлетающиеся по обоим направлениям и характеризующиеся распределением

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha}^2 D_{\alpha}(z);$$

суммирование здесь проводится по сортам партонов и антипартонов.

Если бы в каком-нибудь эксперименте мы были уверены, что, скажем, налево вылетел определенный партон α , то при этом, как мы видели, следовало бы ожидать совпадения полного «левого квантового числа» (т. е. суммы значений данного аддитивного квантового числа по всем летящим налево адронам, усредненной по всем событиям) с соответствующим квантовым числом партона α . Таким образом в принципе мы могли бы определить квантовые числа партонов из данных опыта. Если же состояние не является чистым, то, чтобы воспользоваться такими данными, нам прежде всего потребуется узнать кое-что о весовых функциях $w_{\alpha}(x)$. Существует, однако, столь много различных возможных экспериментов, что в принципе функции $w_{\alpha}(x)$ могут быть определены наряду со всеми квантовыми числами партонов.

В глубоко неупругом ер-рассеянии частицы, движущиеся направо, происходят от фрагментации протона, из которого удален один партон сорта α , уносящий долю импульса x . Назовем соответствующие функции распределения $E_{(p-\alpha, x)}(\eta)$. Они, очевидно, не столь фундаментальны. С другой стороны, ясно, что аналогичное конечное состояние возникает (для обоих направлений, левого и правого) в эксперименте Дрелла, т. е. в реакции $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- +$ (Любые адроны), так что распределение продуктов этой реакции может быть полностью выражено через наши функции $E_{(p-\alpha, x)}$ и, следовательно [предполагая, что $n_{\alpha}(x)$ уже найдены], — через распределения вторичных частиц в глубоко неупругом ер-рассеянии. Читателю предоставляется возможность написать такие соотношения в явном виде и предложить конкретные эксперименты для проверки возникших при этом идей,

Замечание. Согласно нашим гипотезам, конечное состояние адронов описывается выражением

$$\sum_{\alpha} \omega_{\alpha}(x) D_{\alpha}^L E_{(p-\alpha, x)}^R | \text{Плато } M \rangle,$$

где D_{α}^L — оператор для левого партона α , а $E_{(p-\alpha, x)}^R$ — оператор для фрагментов, движущихся вправо. Однако эту запись, по-видимому, надо рассматривать лишь как мнемоническое правило, поскольку в общем виде при одинаковом во всех случаях операторе M она, скорее всего, не правомерна. Действительно, ничто, казалось бы, не запрещает нам написать $D_{\alpha}^L D_{\beta}^R | \text{Плато } M \rangle$. Но такое состояние имеет квантовые числа двух кварков $(\alpha + \beta)$, и его невозможно записать, пользуясь только адронными операторами с целыми квантовыми числами. (Я обязан Дж. Мандуле за указание на это обстоятельство.) Адекватное математическое отображение этих идей является превосходной задачей.

Читатель должен быть предупрежден, что некоторые из предсказаний, относящихся к области скейлинга и касающихся определенных продуктов реакций, могут стать справедливыми лишь при гораздо большей энергии, чем та, при которой наступает скейлинг для полных сечений (νW_2 и W_1). Это предостережение основано на опыте работы с некоторыми аналогичными примерами из нерелятивистской квантовой механики, в которой ряд утверждений оказывается справедливым раньше для суммы, чем для отдельных слагаемых. Так происходит в тех случаях, когда при нахождении полной вероятности некоторые взаимодействия не учитываются, в том смысле что рассматривается образование только определенных исходных состояний. При этом последующие взаимодействия могут, не изменив полной вероятности образования исходного состояния, привести к перераспределению вероятности различных конечных состояний по сравнению с ожидаемыми.

Частный случай малых x

В этом частном случае малых значений x наши предсказания оказываются особенно простыми. Рассмотрим

сначала частицы, движущиеся направо (направление начального протона). Мы имеем здесь такое же распределение партонов, как и в протоне, за исключением того, что какой-то партон с очень малым x из него удален и распределение малюток нарушено (из-за взаимодействия в области плато, которое развивается слева). Таким образом, все партоны с любыми не слишком малыми x остаются в точности такими же, как в протоне, и мы можем надеяться обнаружить то же распределение вторичных адронов (по крайней мере для $\eta \gg x$), что и в столкновениях адронов с протонами; обозначим это распределение через F_p^R или $F_p^R(\eta)$. Следовательно, при малых x мы имеем $E_{(p-a, x)}^R \approx F_p^R$.

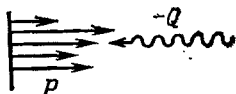
Далее, при малых x все функции $n_\alpha(x) dx$ ведут себя как $C_\alpha dx/x$, где $C_\alpha = \text{const}$. Поэтому при малых x весовая функция $\omega_\alpha(x) = C_\alpha / \sum_\beta C_\beta = \gamma_\alpha$, т. е. тоже не зависит от x . Обозначим через D_Γ^L линейную комбинацию адронных распределений, соответствующих партонам каждого сорта, взвешенным со своим весом γ_α : $D_\Gamma^L = \sum_\alpha \gamma_\alpha D_\alpha^L$. Тогда распределение адронов при малых x превращается с хорошей точностью в

$$D_\Gamma^L F_p^R | \text{Плато } M).$$

Иначе говоря, в случае малых значений x вид протонной фрагментации не зависит от x и оказывается таким же, как и в адрон-адронных столкновениях. Виртуальный фотон тоже фрагментирует универсальным образом, не зависящим от x . Поскольку мы приняли гипотезу, что область малых x одинакова для всех адронов, величины C_α и γ_α , а стало быть, и D_Γ не зависят от сорта частицы, по которой ударил фотон (подразумеваются, конечно, величины, нормированные на соответствующее полное сечение). Таким образом, столкновение фотона и адрона при малых x похоже на соударение двух адронов: каждая частица фрагментирует характерным для нее образом. Фрагментация фотона не зависит от x .

Область конечных значений q^2 , $\nu \rightarrow \infty$

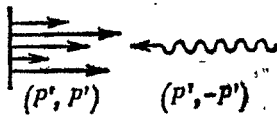
При конечных и отрицательных значениях q^2 мы по-прежнему можем использовать нашу систему координат, в которой вектор q имеет только пространственную компоненту Q (случай $Q = 0$ исключается):



Очевидно, что фотон с импульсом $-Q$ может взаимодействовать лишь с партонами, значения x которых находятся вблизи нуля, т. е. только с малютками. Это происходит, однако, весьма сложным образом, поскольку здесь существенно взаимодействие между самими малютками. Мы не можем поэтому предсказать, что случится в области малюток, но заметим: 1) то, что там происходит, одинаково для любого адрона A в реакции $A + \gamma \rightarrow$ (Конечные частицы), так как, согласно гипотезе A_6 , у всех адронов малютки одинаковы, и 2) фрагментация системы $A + \gamma$ при конечных значениях x определяется лишь партонами адрона A , поскольку только малютки испытывают воздействие фотона.

Следствием первого замечания является то, что летящие налево адроны, которые удобно характеризовать переменной $z = (P \cdot p) / (P \cdot q)$, где P , p и q — 4-импульсы протона, вторичного адрона и фотона соответственно, описываются при $\nu \rightarrow \infty$ и конечном z некоторым распределением $D_{\nu, q^2}(z)$. Ясно, что оно изменяется с q^2 , квадратом массы виртуального фотона, поскольку сложные взаимодействия малюток зависят от q_{μ} . В противоположном направлении [здесь надлежащей переменной служит $(q \cdot p) / (q \cdot P)$] происходит фрагментация протона, причем таким же образом, как и в адронных столкновениях. Все сказанное относится, конечно, и к случаю $q^2 = 0$, однако здесь наша система координат неудобна.

Для любого конечного q^2 мы могли бы также использовать систему ц. и.:



Сохранение энергии и импульса означает, что виртуальный фотон ($P' \rightarrow \infty$, q^2 конечно) взаимодействует только с партонами-малютками протона (или адрона А). Это взаимодействие является сложным, но при заданном q^2 оно приводит к одинаковому распределению для любого адрона А. Адрон ведет себя одинаково при любом возмущении его партонов-малюток, будь то со стороны другого адрона или фотона. Формально конечное адронное состояние имеет вид

$$D_{\gamma, q^2}^L F_A^R | \text{Плато } M \rangle. \quad (55.2)$$

Итак, в неупругих соударениях при высокой энергии фотон (виртуальный или реальный) ведет себя подобно адрону, поскольку он имеет свои продукты фрагментации (зависящие от q^2 или при $q^2 = 0$), движущиеся в направлении его движения; что касается адрона, то он также фрагментирует характерным для себя образом.

Все это, конечно, хорошо смыкается с представлениями модели векторной доминантности, согласно которым с некоторой разумной вероятностью свободный фотон ($q^2 = 0$) может находиться в состоянии виртуального векторного мезона и в качестве такового вести себя в адронных столкновениях подобно адрону. Отметим, что теперь нам *не надо* определять величину этой вероятности и исследовать, как она меняется с q^2 , потому что при любом столкновении в случае $\nu \rightarrow \infty$ фотон как целое должен вести себя подобно адрону.

В диаграмму, описывающую столкновение в системе ц. и. (а также в диаграмму для системы координат, в которой q — чисто пространственный вектор), должны быть включены события, при которых налетающий фотон сначала расщепляется на партоны, например один быстрый, а другой медленный, а затем уже медленные партоны взаимодействуют или аннигилируют с малют-

ками из адрона. Таким образом, восстанавливается точка зрения, согласно которой налетающий фотон с некоторой амплитудой выглядит как совокупность партонов. По мере того как $-q^2$ растет (и, безусловно, при конечном $x = -q^2/2M\nu$) вклад таких диаграмм уменьшается, и только член, отвечающий непосредственному взаимодействию фотона с партоном из адрона, остается существенным.

Стыковка областей с конечными q^2 и малыми x

В заключение приведем в обоюдное соответствие область конечных q^2 и область малых x . Как и прежде, будем предполагать, что при больших значениях $-q^2$ и когда ν очень велико, но $-q^2/2M\nu$ мало, предельный переход может быть осуществлен в любой последовательности. Иначе говоря, результат может быть получен как из нашей формулы для конечных q^2 и $\nu \rightarrow \infty$, так и из формулы для конечных, но малых значений x и $\nu \rightarrow \infty$.

Таким образом, (55.1) должно быть согласовано с (55.2) при больших q^2 . Этого легко добиться, и результаты согласуются, если только мы добавим условие $D_{\nu, q^2} = D_{\Gamma}$ при больших q^2 . Иными словами, продукты фрагментации фотона становятся независимыми от $-q^2$ по мере роста этой величины. (Во всех случаях мы производим нормировку на полное сечение, которое, конечно, меняется как $1/q^2$.)

ХІХ. КВАРКИ В РОЛИ ПАРТОНОВ

ЛЕКЦИЯ 56

Кварки в роли партонов

Можно было бы продолжить обсуждение различных моделей для квантовых чисел партонов, но мы ограничимся рассмотрением только одного, наиболее интересного примера. Читателю стоит испробовать другие возможности, такие, как модель Саката, и выяснить, можно ли их исключить, основываясь на уже выполненных или предполагаемых экспериментах.

Будем полагать, что существует шесть типов заряженных партонов: три частицы плюс их античастицы. Эти три типа, называемые u , d и s , несут квантовые числа трех кварковых состояний (как в низкоэнергетической кварковой модели). Сформулируем это в виде следующей гипотезы.

Гипотеза Д1. *Заряженные партоны суть кварки.* Большинство наших предыдущих предположений базировалось (или мы считали, что базировалось) на теории поля или на экспериментах при высокой энергии. Данная гипотеза, конечно, другого сорта — это всего лишь интуитивная догадка. Вдобавок она еще и противоречит тому, что было бы в случае самой обыкновенной теории поля. Действительно, в такой теории должно иметься основное состояние с кварковым числом, равным единице (и нецелым зарядом в локализованном волновом пакете). В силу сохранения числа кварков следовало бы ожидать существования собственного состояния системы с единичным кварковым числом, иными словами, — реальных частиц с квантовыми числами кварка. Такие частицы не обнаружены. Можно, конечно, вообразить, что они обладают очень большой массой, но тогда очень трудно принять все предыдущие гипотезы, касающиеся

партоновых взаимодействий, ограниченных областью энергии порядка 1 ГэВ, и т. п. Возможно, какой-то способ примирить все эти противоречия и существует, — это одна из самых интригующих теоретических проблем. Чтобы подчеркнуть ее важность, я приму еще одну и притом не обязательную гипотезу, которую мы не будем использовать, а добавим только с целью напомнить об имеющейся проблеме.

Гипотеза Д2. Физические кварки не существуют. Если вы предпочитаете заменить это на «физические кварки обладают большой массой», — пожалуйста; вам все равно придется проделать большую теоретическую работу, чтобы согласовать это с Д1 и остальными нашими гипотезами. Разумеется, гипотеза Д1 может оказаться неверной, и одной из самых важных экспериментальных задач в будущем должно быть выяснение того, справедливо ли предположение Д1 на самом деле или же оно невозможно. Поэтому нам надо постараться извлечь из него как можно больше следствий, поддающихся проверке. Пока что, как было отмечено в лекции 32, мы можем, во всяком случае, сделать следующий вывод из экспериментальных данных.

Гипотеза Д3. Нейтральные партоны существуют тоже. Что они собой представляют, мы сейчас не знаем, разве что они могут не быть векторными частицами (поскольку вырождение ω и ρ не снято).

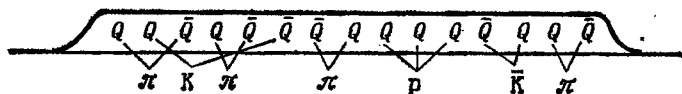
Хотя проблема согласования гипотез Д1 и Д2 с теорией поля может оказаться очень трудной, согласовать Д1 и Д2 с другими предположениями относительно распределений партонов и адронов, которые были сформулированы выше в явном виде, по-видимому (по крайней мере на первый взгляд), совсем не трудно!

Внимательный разбор наших гипотез подтверждает это. Как уже упоминалось, возможны сомнения в правильности предположения Б1 (взаимодействуют только партоны с небольшими относительными значениями y), но оно используется только для большего правдоподобия последующих гипотез и может быть заменено ими.

Особенно интересное (и не противоречивое) следствие возникает в связи с «правыми» квантовыми

числами (они обсуждались в лекции 54), которые отвечают партонной функции распределения D_{α}^R и которые теперь должны быть нецелыми. Эти числа определяются статистически как среднее по всем событиям. Хотя в каждом отдельном событии квантовые числа являются целыми, их средние значения, естественно, не обязаны оставаться таковыми. Если, к примеру, мы знаем, что направо послан один кварк (и ни одного антикварка), то среднее число барионов минус среднее число антибарионов, обнаруженных справа, должно быть равным $+1/3$ (по крайней мере при очень высокой энергии).

Аргументы, приводящие к такому заключению не подчеркиваются тем фактом, что партоны не обладают целыми квантовыми числами. Представьте себе (фиг. 22),



Фиг. 22.

что при очень большом значении $\ln P$ распределение кварков, соответствующее волновой функции конечного состояния, носит характер длинного плато (левая часть которого генерируется из начального одиночного кварка длинной цепью каскадов посредством взаимодействия типа a^+a^+a). Превращаясь в конечные адроны, различные кварки объединяются друг с другом, так чтобы образовались состояния с квантовыми числами, допустимыми для адронов. При этом, как показано на фиг. 22, комбинации кварков выбираются из конечного интервала значений y . [Полная триальность, естественно, должна быть равной нулю, поскольку начальное состояние имеет нулевую триальность; рассматриваемому случаю (фиг. 22) соответствует начальное состояние с барионным числом, равным единице.] Мы предполагаем, что существует какая-то отличная от нуля вероятность (в расчете на интервал dy) того, что 3 кварка (или 3 антикварка) соберутся в барион (или антибарион). Аналогичным образом должна существовать и некоторая вероятность того, что будет подхвачен странный

кварк. Тогда мы видим, что если со статистической точки зрения плато по y достаточно протяженное (марковская цепь является достаточно длинной), то барионное число (и странность) становится случайной величиной и центральная область плато оказывается в среднем нейтральной по этим переменным. Это означает, что средние правые (левые) квантовые числа конечных адронов стремятся к константе, зависящей, по предположению, от характера кварка, первоначально вылетевшего направо (налево). При этом неважно, где именно вы разрезаете плато на правую и левую части, если только вы режете его где-то вблизи середины.

Этот результат настолько интересен и его экспериментальная проверка представляла бы такое прямое измерение предположительно нецелых квантовых чисел кварков-партонов, что нам следует сказать несколько слов по поводу его возможной проверки. Во-первых, при электророждении налево перебрасываются кварки, вообще говоря, не единственного сорта, так что красота нашего результата несколько меркнет из-за того, что сперва надо тем или иным методом определить весовую функцию $w_\alpha(x)$ (об этих методах см. ниже). С другой стороны, руководствуясь данными эксперимента (отношение νW_{2n} к νW_{2p} ; лекция 31), мы предположили, что при x вблизи 1 выживают только u -кварки. Если это верно, то около $x = 1$ нашим левым кварком может оказаться чистый u -кварк. Другой способ обеспечить чистые кварки состоит в исследовании процессов рассеяния нейтрино, которые мы обсудим ниже.

Во-вторых, хотя пионы в области плато рождаются довольно легко, может статься, что образовать каоны более трудно, а еще труднее сформировать барионы (из-за их масс?). Если это так, то нам действительно потребуются очень длинное плато, чтобы достичь равновесия по барионному числу, между тем как с гиперзарядом дело обстоит легче, а с изоспином — легче всего. Поэтому в доступной для опытов области энергий я ожидал бы, что лучше всего должны выполняться наши правила для изоспина, затем — для гиперзаряда и уже в последнюю очередь — для барионного числа (в смысле необходимости самой большой энергии).

С изоспином дело обстоит проще всего. Например, следует ожидать, что третья проекция левого изоспина $\sum I_{3i} N_i$ (т. е. сумма по всем рожденным адронам, движущимся налево, скажем, в системе, в которой вектор q_μ чисто пространственный, или в системе ц. и.) при расчете на одно столкновение для данного x определяется соотношением

$$\sum I_{3i} N_i = \frac{1}{f^{\text{ep}}(x)} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{4}{9} (u(x) - \bar{u}(x)) \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{9} (d(x) - \bar{d}(x)) \right] \right\}. \quad (56.1)$$

Таким образом, третья проекция левого изоспина растет начиная с нуля при малых значениях x [где $u(x) = \bar{u}(x)$ и т. д.], никогда не превосходит $+1/2$ (и не падает ниже $-1/2$) и стремится к $+1/2$ для x вблизи 1 [где, как мы думаем, доминирует $u(x)$].

Соотношение (56.1), равно как и ряд других аналогичных ему, можно использовать одним из двух способов. В одном случае можно допустить, что $u(x)$, $\bar{u}(x)$ и т. д. уже определены каким-то другим методом, например из данных эксперимента по рассеянию нейтрино, рассмотренного в лекции 33, или путем анализа реакции $p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- + (\text{Любые адроны})$, или, может быть, с помощью одного из уравнений, которые будут выведены ниже. В этом случае соотношение (56.1) представляет собой количественное предсказание для проверки согласованности всех представлений, согласно которым партоны суть кварки. С другой стороны, (56.1) может быть использовано само по себе с целью получения новой информации о шести независимых функциях $u(x)$, $\bar{u}(x)$ и т. д., с тем чтобы их можно было найти по отдельности. Затем такие функции можно сравнить с результатами, полученными другими методами, но это уже не будет служить прямой проверкой модели.

Однако, даже если не определять полностью все функции, соотношение типа (56.1) можно все же использовать для проверки кварковой модели, поскольку суще-

ствуют правила сумм [уравнения (31.2)], такие, как $\int_0^1 (u(x) - \bar{u}(x)) dx = 2$, $\int_0^1 (d(x) - \bar{d}(x)) dx = 1$, в силу которых интеграл по x от числителя (56.1) должен быть равен $7/18$.

В настоящее время я не знаю, какого рода экспериментальная информация будет получена раньше, и поэтому, когда я начинаю обсуждать теоретические предсказания, в моем изложении возникает путаница вроде того, что же стоит впереди — телега или лошадь? Имеется много соотношений, организация которых весьма затруднительна. Поэтому я перечислю некоторые из общих соотношений, вытекающих из нашей теории, и предоставлю читателю самому выбрать наилучший путь их использования или комбинирования с целью сравнения с экспериментом.

ЛЕКЦИЯ 57

Существует еще один способ обеспечить выбивание налево чистого кварка одного определенного сорта, а именно при глубоко неупругом рассеянии нейтрино или антинейтрино, что обсуждалось в лекции 33. Мы, естественно, предполагаем обычный вид слабого взаимодействия GJ_μ^+ , причем адронная часть слабого тока, согласно теории Кабиббо, выражается через кварки. Говоря точнее, предположим следующее.

Гипотеза Д4. Слабое взаимодействие осуществляется посредством тока $\bar{Q}'\gamma_\mu(1 + i\gamma_5)Q$, где Q — оператор Дирака для u -кварка, а Q' — тот же оператор для «кварка Кабиббо», т. е. для состояния, в котором присутствуют d -кварк с амплитудой $\cos \theta_c$ и s -кварк с амплитудой $\sin \theta_c$ ($\sin \theta_c \approx 0,24$).

Мы будем считать, что взаимодействие двух токов является точечным, хотя только эксперимент может выяснить, правильно это или нет. Этот весьма интересный вопрос остается, однако, вне рамок данного рассмотрения; но и после того, как ответ на него будет получен, все наши вопросы и замечания будут применимы к продуктам реакции, порожденным вышеупомянутым

оператором тока. В любом случае мы можем рассматривать нейтринные процессы так, как если бы они определялись действием поля виртуального W -мезона с импульсом q_μ (генерируемого лептоном), которое взаимодействует с током, описанным в гипотезе Д4. Как и прежде [см. (33.2)], квадрат матричного элемента от J_μ может быть выражен через функции W_1 , W_2 и W_3 ; поэтому сечения рождения отдельных продуктов реакции, по крайней мере просуммированные по спидам и углам, можно проанализировать с той же точки зрения. Иными словами, функции W_1 , W_2 и W_3 , описывающие полное сечение рождения любых адронов, можно расщепить на «парциальные» функции W_1 , W_2 и W_3 , каждая из которых соответствует определенному сорту продуктов реакции. Рассмотрим только область скейлинга. Мы видели, что функция $\sqrt{W_2}$ связана с W_1 ; эта связь должна иметь место и для отдельных продуктов реакции. Однако более интересным является другое. Мы отмечали, что разность $f_1^{\nu p} - f_3^{\nu p}$ (равная масштабно-инвариантной функции $2M W_1 - 2M W_3$ для рассеяния нейтрино на протонах) представляет собой $d(x)$ в чистом виде (мы пренебрегаем величиной $\sin^2 \theta_c$). То же самое справедливо и для отдельных продуктов реакции. Таким образом, вероятность того, что какая-либо частица даст вклад в W_1 (которая определяется как соответствующий коэффициент в выражении, описывающем зависимость сечения от угла вылета мюона в лабораторной системе при фиксированных ν и $-q^2$) минус вероятность вклада этой частицы в W_3 при νp -столкновении, определяется исключительно продуктами, возникшими от выбивания назад u -кварка. (Вперед летит протон без d -кварка с вероятностью $\cos^2 \theta_c$, которую в первом приближении можно заменить на единицу, поскольку $\sin^2 \theta_c = 0,06$.) Следовательно, изучая летящие налево адроны в такой комбинации, мы исследуем продукты фрагментации одного определенного кварка, в данном случае u -кварка, описываемые функцией распределения $D_u(z)$.

Выбирая другие комбинации, мы можем выделить различные сорта кварков, выбитых налево. Например, сумма $f_1^{\nu p} + f_3^{\nu p}$ для нейтрино, сталкивающихся с прото-

нами, соответствует испусканию чистых \bar{d} -кварков, которые порождают разные адроны с вероятностью $D_{\bar{d}}(z)\bar{u}(x)$; их распределение по z не зависит от x , а полное сечение пропорционально $\bar{u}(x)$. Точно так же разность $f_1^{vp} - f_3^{vp}$ для соударения антинейтрино с протоном соответствует вылету почти чистого d -кварка (d - и s -кварки входят в эту комбинацию с вероятностями $\cos^2 \theta_c = 0,94$ и $\sin^2 \theta_c = 0,06$).

Из таких распределений можно определить все квантовые числа кварков. Пользуясь, однако, одним только этим способом, можно исключить лишь некоторые модели, а другие — нельзя. Например, мы не сможем отличить кварковую модель от трех-триплетной модели, в которой имеются 9 партонов (и 9 антипартонов), разбитых на три набора A , B и C , каждый из которых включает три состояния типа кварков с различными целыми квантовыми числами. То, что будет найдено на опыте, скажем, для величины $f_1 - f_3$ в νp -взаимодействии (где, согласно кварковой модели, ожидается выбивание чистого u -кварка), в рамках трех-триплетной модели будет выглядеть как выбивание партона с изоспином $+1/2$, но любого типа A , B или C с одинаковой вероятностью; поэтому средний заряд и другие квантовые числа могут составлять $1/3$ от целого и будут в точности равны соответствующим значениям для u -кварка — так были выбраны целочисленные заряды для A , B и C . [Другие эксперименты, такие, как $e^+e^- \rightarrow$ (Любые адроны), или разного рода корреляции между областями фрагментации слева и справа могли бы различить эти модели.]

Предсказания для продуктов реакции

Существует большое количество предсказаний, которые неявно содержатся в выражениях для распределений конечных адронов данного сорта, вылетающих на лево (в направлении фотона). В общем случае глубоко неупругого ер-рассеяния соответствующее выражение дается уравнением (55.1) (нормировку для удобства

опускаем):

$$\begin{aligned}
 D(x, z) &= \sum e_{\alpha}^2 n_{\alpha}(x) D_{\alpha}(z) = \\
 &= \frac{4}{9} u(x) D_u(z) + \frac{4}{9} \bar{u}(x) D_{\bar{u}}(z) + \frac{1}{9} d(x) D_d(z) + \\
 &+ \frac{1}{9} \bar{d}(x) D_{\bar{d}}(z) + \frac{1}{9} s(x) D_s(z) + \frac{1}{9} \bar{s}(x) D_{\bar{s}}(z). \quad (57.1)
 \end{aligned}$$

Здесь $D_u(z)$ и т. д. представляют собой распределения вторичных адронов рассматриваемого сорта для чистых u -кварков и т. д. Вообще говоря, имеется шесть таких распределений, поэтому провести анализ трудно, пока не станут известными соответствующие функции $u(x)$ и т. д. Некоторые комбинации измеряемых величин, однако, выражаются через меньшее число функций распределения. Проиллюстрируем это на примере.

Предположим, что мы интересуемся рождением π^+ -мезона, которое характеризуется распределением $D^{\pi^+}(x, z)$ или $D_u^{\pi^+}(z)$, $D_{\bar{u}}^{\pi^+}(z)$ и т. д. В силу симметрии относительно изоспинового отражения вероятность того, что u рождает π^+ , равна вероятности того, что \bar{d} образует π^- , а в силу инвариантности при зарядовом сопряжении она совпадает с вероятностью рождения π^- из \bar{u} . Из этих соображений мы находим, что в случае рождения пионов имеются фактически только три независимые функции:

$$\begin{aligned}
 D_u^{\pi^+} &= D_{\bar{d}}^{\pi^+} = D_{\bar{u}}^{\pi^-} = D_d^{\pi^-}, \\
 D_d^{\pi^+} &= D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_{\bar{d}}^{\pi^-} = D_u^{\pi^-}, \\
 D_s^{\pi^+} &= D_{\bar{s}}^{\pi^+} = D_s^{\pi^-} = D_{\bar{s}}^{\pi^-}.
 \end{aligned} \quad (57.2)$$

Поэтому если измерять число π^+ -мезонов минус число π^- -мезонов при данном z , уравнение (57.1) сводится к одной функции (для взаимодействия виртуального фотона с протоном)

$$\begin{aligned}
 D^{\pi^+}(x, z) - D^{\pi^-}(x, z) &= [D_u^{\pi^+}(z) - D_{\bar{u}}^{\pi^+}(z)] \times \\
 &\times \left\{ \frac{4}{9} [u(x) - \bar{u}(x)] - \frac{1}{9} [d(x) - \bar{d}(x)] \right\}. \quad (57.3)
 \end{aligned}$$

Таким образом, мы ожидаем, что это распределение (как функция z) будет одним и тем же для всех x . Изменяя x , мы можем определить величину $(4/9)[u(x) - \bar{u}(x)] - (1/9)[d(x) - \bar{d}(x)]$ с точностью до постоянного множителя. Та же самая величина фигурировала и в соотношении (56.1), но теперь нам не надо проводить измерение при всех z для последующего интегрирования, равно как и интересоваться другими частицами. Достаточно измерить только распределение числа π^+ - и π^- -мезонов при некотором удобном значении z . Абсолютное значение коэффициента можно найти двумя способами: либо из правил сумм (31.2), либо исходя из гипотезы, что при $x \rightarrow 1$ «выживает» только $u(x)$; тогда при $x \rightarrow 1$ величина $(4/9)u(x)$ стремится к $f^{\text{ep}}(x)$, т. е. к известной функции. Дополнительную информацию, разумеется, можно извлечь из такого же эксперимента с нейтроном [где мы получим $(4/9)(d - \bar{d}) - (1/9)(u - \bar{u})$].

Сумма чисел π^+ - и π^- -мезонов не позволяет узнать много нового о распределениях, однако мы можем довольно грубо предсказать ее зависимость от x :

$$\begin{aligned}
 D^{\pi^+}(x, z) + D^{\pi^-}(x, z) = & \\
 = [D_u^{\pi^+}(z) + D_u^{\pi^-}(z)] \left\{ \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \right. & \\
 \left. + \frac{1}{9} \frac{2D_s^{\pi}}{D_u^{\pi^+} + D_u^{\pi^-}} [s(x) + \bar{s}(x)] \right\}. & \quad (57.4)
 \end{aligned}$$

Выражение в фигурных скобках совпадает с $f^{\text{ep}}(x)$, за исключением коэффициента при последнем слагаемом (который должен быть равен просто $1/9$). Однако этот член, по-видимому, мал (потому что для протона не только s и \bar{s} должны быть меньше чем, скажем, u и \bar{u} , но u еще умножается на $4/9$, а s — на $1/9$). Таким образом, сумма распределений π^+ - и π^- -мезонов, будучи нормированной на $f^{\text{ep}}(x)$, вероятно, почти не меняется с x , а зависит только от z .

Сизнерос предложил гипотезу, которую мы подробнее объясним ниже и суть которой сводится к предположению, что вблизи $z = 1$ функции $D_\alpha(z)$ стремятся

к нулю как различные степени величины $(1 - z)$, причем при $z \rightarrow 1$ функция $D_u^{\pi^+}$ значительно превышает $D_{\bar{u}}^{\pi^+}$ или $D_s^{\pi^+}$. Это делает коэффициенты в (57.3) и (57.4) одинаковыми при $z \rightarrow 1$. Поэтому, определяя при изменении x вероятность обнаружить π^+ -мезон в этой области z , мы непосредственно находим $u(x) + \bar{d}(x)$, а вероятность обнаружить π^- -мезон дает $\bar{u}(x) + d(x)$, причем в том же масштабе. Тем самым появляется еще одна возможность, способствующая нахождению функций $n_\alpha(x)$ по отдельности. Фактически эта гипотеза, если она верна, позволяет найти все шесть функций $u(x)$, $\bar{u}(x)$ и т. д. (с точностью до общего числового множителя) путем измерения функций распределения заряженных мезонов лишь вблизи $z = 1$ как для протонов, так и для нейтронов. Если в качестве мишени использовать только протон, то функции $n_\alpha(x)$ определить нельзя, если не прибегнуть к измерению распределений нейтральных мезонов, что с экспериментальной точки зрения затруднительно.

Аналогичные рассуждения можно применить и к рождению других частиц, например K-мезонов. Здесь мы имеем шесть независимых функций $D_\alpha^{K^+}(z)$, а остальные получаются из них при помощи изоспинового отражения или зарядового сопряжения (например, $D_u^{K^+} = D_{\bar{u}}^{K^-} = D_d^{K^0} = D_{\bar{d}}^{K^0}$). Читатель может убедиться в том, что если при столкновении с протонами детектировать частицы с данным значением z , то имеет место следующий результат [$N^+(z, x)$ обозначает число K^+ -мезонов и т. д.]:

$$\begin{aligned} N^+ - N^0 + N^{\bar{0}} - N^- = \\ = [D_u^+(z) - D_u^0(z) + D_{\bar{u}}^0(z) - D_{\bar{u}}^-(z)] \times \\ \times \left[\frac{4}{9} (u(x) - \bar{u}(x)) - \frac{1}{9} (d(x) - \bar{d}(x)) \right]. \end{aligned}$$

Мы видим, что разность распределений для проекций изоспина $\pm 1/2$ определяется единственной функцией от z , коэффициент при которой зависит от x точно так же, как и прежде. Другая комбинация (которая не

требует разделения K^0 - и \bar{K}^0 -мезонов) также факторизуется на функции от x и от z :

$$N^+ - N^0 - N^{\bar{0}} + N^- = [D_u^+(z) - D_u^0(z) - D_u^{\bar{0}}(z) + D_u^-(z)] \times \\ \times \left\{ \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] - \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] \right\}.$$

Сумма всех четырех распределений, строго говоря, содержит две функции от z :

$$N^+ + N^0 + N^{\bar{0}} + N^- = (D_u^+ + D_u^0 + D_u^{\bar{0}} + D_u^-) \times \\ \times \left[\frac{4}{9} (u + \bar{u}) + \frac{1}{9} (d + \bar{d}) + \frac{1}{9} \frac{2(D_s^+ + D_s^{\bar{0}})}{D_u^+ + D_u^0 + D_u^{\bar{0}} + D_u^-} (s + \bar{s}) \right];$$

однако похоже, что при любом z выражение в квадратных скобках близко к $f^{\text{ep}}(x)$. Наконец, четвертое соотношение также включает две функции:

$$N^+ + N^0 - N^{\bar{0}} - N^- = (D_u^+ + D_u^0 - D_u^{\bar{0}} - D_u^-) \times \\ \times \left[\frac{4}{9} (u - \bar{u}) + \frac{1}{9} (d - \bar{d}) \right] + (D_s^+ - D_s^{\bar{0}}) \frac{2}{9} (s - \bar{s}).$$

Это соотношение определяет гиперзаряд; но, поскольку мы не предполагаем SU_3 -инвариантность, оно неодинаково чувствительно к странным и нестранным кваркам.

Гипотеза Сизнероса Д6 (см. ниже) в данном случае означает, что при $z \rightarrow 1$ выживают лишь D_u^+ и D_s^+ . (Обозначим их соответственно через α и β .) Поэтому измерение вылетающих влево K -мезонов при $z \rightarrow 1$ дает прямую информацию о различных комбинациях функций u , d и т. д.

$$\text{Число } K^+ = \alpha u + \beta \bar{s}, \quad \text{Число } K^0 = \alpha d + \beta \bar{s},$$

$$\text{Число } K^- = \alpha \bar{u} + \beta s, \quad \text{Число } \bar{K}^0 = \alpha \bar{d} + \beta s.$$

Здесь, как и в других случаях, из данных по νp -столкновениям мы получаем дополнительную информацию,

при этом во всех формулах надо сделать замену $u(x) \leftrightarrow d(x)$, $\bar{u}(x) \leftrightarrow \bar{d}(x)$.

Мы не обсуждали распределения частиц справа, но в этом случае тоже существуют соотношения между данными различных экспериментов. Упомянем для примера только об одном из них. Пренебрегая величиной $\sin^2 \theta_c$ в уравнении (33.7), мы получаем $f_3^{\bar{v}p}(x) - f_3^{vp}(x) = -6[f^{ep}(x) - f^{en}(x)]$, что выполняется при всех x как соотношение между полными сечениями. Мы понимаем, что частицы, движущиеся направо (в области фрагментации адрона), одинаковы для обеих частей равенства в случае протона, но не в случае нейтрона — в еп-эксперименте мы должны наблюдать частицы, отличающиеся изоспиновым отражением. Если иметь это в виду, то приведенное соотношение будет справедливо и для парциальных сечений, отвечающих вылету направо любых продуктов; левые частицы при это не детектируются.

И наконец, чтобы свести все наши гипотезы о партонах в единый перечень, вспомним наш вывод из экспериментального отношения f^{en}/f^{ep} о том, что если один из кварков протона имеет x вблизи 1, а остаток уносит малый импульс, то с большой вероятностью этот кварк является u -кварком. Попытаемся обобщить это для любого бариона из 56-плета (на языке симметрии SU_6), рассматривая SU_6 только с качественной, а не количественной точки зрения.

Гипотеза Д5. Амплитуда того, что барион из фундаментального 56-плета есть партон с x , близким к 1, а остаток уносит малый импульс, ведет себя как $(1-x)^\gamma$. Наименьшая степень γ имеет место в случае, когда партон является кварком (но не антикварком), т. е. принадлежит представлению $\underline{3}$ группы SU_3 , а остаток принадлежит $\bar{\underline{3}}$; $\underline{3}$ и $\bar{\underline{3}}$ образуют октет.

Для члена декуплета, скажем бариона Δ , вероятность иметь кварк вблизи $x = 1$ меньше, чем для октета. Мы уже обсуждали, к чему это приводит в случае полных сечений. Разумеется, это имеет свои следствия и в случае рождения определенных частиц.

Мы предполагаем также, что если состояние таково, что в левую сторону движется вполне определенный кварк, то с некоторой амплитудой оно может перейти в состояние с летящим влево барионом, для которого величина z близка к 1, причем такая амплитуда пропорциональна амплитуде того, что этот барион содержит быстрый кварк того же сорта около $x = 1$. Отсюда вытекает много следствий для продуктов реакции, и мы уже упоминали о некоторых из них, которые имеют место, когда $u(x)$ превосходит все остальные функции при $x \rightarrow 1$. Существуют и следствия иного типа ¹⁾, например, поскольку в реакции $e^+e^- \rightarrow$ (Адроны) число $u\bar{u}$ в четыре раза больше числа $d\bar{d}$, вероятность рождения протона с x вблизи 1 (в системе ц. и.) плюс любые другие адроны в четыре раза больше вероятности рождения нейтрона.

Если Д5 правильна, то хотелось бы предположить нечто подобное и для мезонов. Аналогичная гипотеза состоит в том, что когда один кварк забирает большую часть импульса, то это кварк того сорта, который содержится в данном мезоне согласно низкоэнергетической кварковой модели. Поэтому предположим (в согласии с Сизнеросом) следующее.

Гипотеза Д6: Если в мезоне имеется один партон вблизи $x = 1$, то либо он представляет собой кварк $\bar{3}$, а остаток принадлежит мультиплету $\bar{3}$ и имеет спин $1/2$, либо с той же вероятностью осуществляется зарядово-сопряженная ситуация, когда партон вблизи $x = 1$ является антикварком из $\bar{3}$, а остаток принадлежит к 3 .

Мы построили очень высокий картонный домик, нагромождая одно над другим множество слабо обоснованных предположений, многие из которых могут оказаться неверными. (Пожалуй, наиболее слабой гипотезой является В6 — адрону и дырке соответствует одинаковое плато, — но если она даже и неправильна, это не изменит достоверности любого другого предположения; просто в выражениях с операторами надо следить за

¹⁾ А. Cisneros, частное сообщение.

тем, чтобы использовалось правильное плато.) Тем не менее эти предположения представляют собой лучшее из того, что я могу сделать в настоящее время; и мы можем попытаться использовать их в качестве рабочих гипотез.

Самая главная задача эксперимента и теорий состоит, вероятно, в определении квантовых чисел кварков в столкновениях при высокой энергии. Низкоэнергетической кварковой модели, как бы хороша она ни была, недостаточно: всегда остается некоторое сомнение, не имеют ли наблюдаемые закономерности совсем другую природу и не являются ли они в какой-то степени случайными. Обнаружение свидетельств в пользу кварковой модели в экспериментах при высокой энергии [а мы уже указывали очень много способов, как это сделать, — и в нескольких последних лекциях, и в более ранних, например, с помощью правила сумм Ллуэлин Смита в (83.6), спинового правила сумм для $g_{ip} - g_{in}$ и т. п.] сразу бы подтвердило реальность тех закономерностей, которые интерпретировались с помощью низкоэнергетической кварковой модели. Такие свидетельства сделали бы достаточно надежным чрезвычайно важное для понимания физики высоких энергий предположение, что в ней существенную роль играют квантовые числа кварков.

Допустим на минуту, что это уже сделано; тогда следующий серьезный вопрос станет перед теорией: каково истинное соотношение между свойствами кварков при высокой и при низкой энергиях? Модель кварков-партонов не предполагает правильной низкоэнергетическую модель (т. е. не постулирует, что волновые функции являются более сложными и не включает в себя пары кварк-антикварк) равно как и наоборот. В настоящее время связь между обеими моделями еще не может быть объяснена. Заняться этой проблемой сейчас — означает проявить некоторое мужество: вы можете потратить время напрасно — вполне возможно ведь, что идея кварков-партонов не подтвердится. Если вы все же вступите на этот путь, хорошим началом могло бы стать размышление о низкоэнергетических матричных элементах (для процессов типа $\Delta \rightarrow p + \gamma$) в быстро движущейся системе отсчета, в которой все (или некоторые)

импульсы порядка P , и поэтому можно использовать партонную волновую функцию. [У нас уже имеется одно соотношение такого рода в виде правила сумм Бьёркена для g ; см. уравнение (33.16).]

В заключение следует отметить, что, даже если наш карточный домик не рухнет и выяснится, что все правильно, мы еще не докажем существования партонов. Конечным итогом наших рассуждений должно быть описание действия оператора тока на протонное состояние $J_\mu |p\rangle$ (при больших v и $-q^2 = 2Mvx$) и выражение его через линейную комбинацию операторов типа $D_\alpha^L E_{(p-\alpha, x)}^R |M| \text{Вак}$, создающих только конечные адронные состояния. Возможно, что это разумнее сделать формально, без упоминания партонов (аналогично тому, как Гелл-Манн и Фритч получают результаты партонной модели для полных инклюзивных сечений с помощью правил коммутации для определенных величин, а именно токов, определяемых независимо от того, «существуют» партоны или нет).

С этой точки зрения партоны оказались бы чем-то вроде строительных лесов, которые не являются необходимыми и используются только при воздвижении нашего карточного домика.

С другой стороны, партоны могли бы все же оказаться психологически полезной путеводной нитью при выяснении того, какие соотношения следует ожидать, а если они будут и дальше служить в этой роли и приведут к другим обоснованным предсказаниям, они, конечно же, начнут превращаться в «реальные» объекты, возможно, столь же реальные, сколь и любое другое теоретическое построение, придуманное для описания Природы.

Во всяком случае, поживем — увидим. Хорошо, когда что-то светит впереди.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ИЗОСПИН ПРОДУКТОВ ФРАГМЕНТАЦИИ КВАРКОВ

В ходе обсуждения (лекция 56) мы пришли к выводу, что аддитивные квантовые числа кварков могут проявиться как средние значения полных квантовых чисел для продуктов реакции, движущихся в одном направлении. Такой вывод вызывает удивление, особенно если принять во внимание, что утверждения, выполняющиеся для 3-й компоненты изоспина, справедливы и для всех других компонент, т. е. 1-й или 2-й (хотя, конечно, практически их почти невозможно измерить). Это выглядит подобно тому, как если бы частицу с изоспином $1/2$ можно было представить набором объектов с изоспином 1 (например, пионов) — на первый взгляд подобная замена кажется невозможной, — разве что имеется неопределенное число таких частиц.

Поэтому было бы интересно построить достаточно простую математическую модель, дабы показать, что в принципе подобные эффекты действительно могут иметь место.

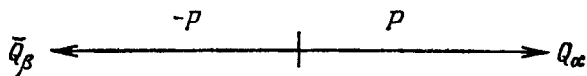
Это особенно существенно, поскольку мы понимаем, что наши предыдущие попытки дать математическую формулировку были несовершенны и на них следует смотреть лишь как на чисто мнемонические правила [см. замечание на стр. 345 (лекция 55) об операторах D и E]. Подобная простая модель, может быть, даст правильное формальное выражение для наших представлений.

В этой модели принимается, что кварки несут только изоспин $1/2$ и что адронами являются исключительно пионы с изоспином 1 , составленные из кварк-антикварковых пар.

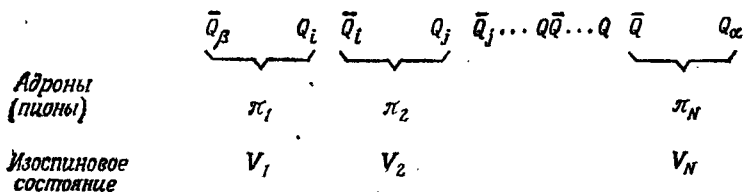
Представим себе, что первоначально какой-то ток приводит к аннигиляции (аналогично электрон-позит-

тронной аннигиляции, но в произвольном направлении изоспина), т. е. к образованию пары кварков Q_α, \bar{Q}_β (α и β — индексы SU_2 , которые в этой задаче фиксированы).

Сразу же после взаимодействия



Результат действия гамильтониана: N пар кварков в синглетном состоянии



Ф и г. 23.

Последующее действие гамильтониана приводит к образованию пар кварков в синглетных состояниях, равномерно распределенных по координате y (типичное состояние такого рода — это $Q_i \bar{Q}_i$, просуммированное по всем i с одинаковым весом). Тогда число таких пар N пропорционально $\ln 2P$; эта величина предполагается очень большой. Можно было бы допустить также, что количество пар распределено по закону Пуассона со средним числом N и т. п., но, избегая усложнений, которые лишь затемняют суть дела, мы выберем число N фиксированным.

Далее, мы принимаем, что наша цепочка кварков и антикварков превращается в пионы в соответствии с простым правилом: каждый пион образуется парой соседей на оси y . Таким образом (фиг. 23), если первая из новых синглетных пар имеет индекс i , следующая — j и т. д., то первый пион образуется из антикварка с индексом β и кварка с индексом i , следующий — из антикварка с индексом i и кварка с индексом j и т. д.

Для описания изоспинового состояния пиона мы введем трехмерный вектор \mathbf{V} в изоспиновом пространстве. Если это пион π^0 , то \mathbf{V} имеет только 3-ю компоненту, т. е. $\mathbf{V} = (0, 0, 1)$. Для π^+ имеем $\mathbf{V} = (1, i, 0)/\sqrt{2}$ и т. д. Амплитуда того, что антикварк с индексом γ и кварк с индексом δ образуют пион, описываемый вектором \mathbf{V} , пропорциональна матричному элементу $\gamma\delta$ в 2×2 -матрице $\sigma \cdot \mathbf{V}$, где σ — матрицы Паули. Запишем это как $\langle \gamma | \sigma \cdot \mathbf{V} | \delta \rangle$. (Мы будем рассматривать относительные амплитуды и вероятности, оставляя общую нормировку на конец.)

Итак, полная амплитуда вероятности обнаружить пионы с направлениями изоспина $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_N$ равна

$$\text{Амплитуда} = \sum_{i, j, \dots} \langle \beta | \sigma \cdot \mathbf{V}_1 | i \rangle \langle i | \sigma \cdot \mathbf{V}_2 | j \rangle \langle j | \sigma \cdot \mathbf{V}_3 \dots \sigma \cdot \mathbf{V}_N | \alpha \rangle;$$

суммирование здесь производится по индексам i, j и т. д., ибо новые пары $Q\bar{Q}$ рождаются в синглетных состояниях. Это выражение, конечно, можно переписать в виде

$$\text{Амплитуда} (\mathbf{V}_1 \dots \mathbf{V}_N) = \langle \beta | (\sigma \cdot \mathbf{V}_1) (\sigma \cdot \mathbf{V}_2) \dots (\sigma \cdot \mathbf{V}_N) | \alpha \rangle. \quad (\text{П.1})$$

Имея амплитуду (записанную, разумеется, в SU_2 -инвариантной форме), мы можем получить ответ на многие вопросы. Относительная вероятность найти любую конфигурацию дается квадратом амплитуды (П.1):

$$P(\mathbf{V}_1 \dots \mathbf{V}_N) = \text{Sp}[\rho_\beta (\sigma \cdot \mathbf{V}_1) (\sigma \cdot \mathbf{V}_2) \dots (\sigma \cdot \mathbf{V}_N) \rho_\alpha (\sigma \cdot \mathbf{V}_N^*) \dots (\sigma \cdot \mathbf{V}_2^*) (\sigma \cdot \mathbf{V}_1^*)]; \quad (\text{П.2})$$

здесь ρ_α и ρ_β обозначают 2×2 -матрицы плотности, соответствующие состояниям $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$, скажем, $\rho_\alpha = a + \sigma \cdot \mathbf{A}$ и $\rho_\beta = b + \sigma \cdot \mathbf{B}$. Для состояния $|\alpha\rangle$ матрица плотности имеет вид $\rho_\alpha = |\alpha\rangle \langle \alpha|$; например, если α имеет проекцию изоспина $1/2$ в направлении третьей оси, т. е. $|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, то

$$\rho_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sigma_3.$$

Таким образом, в этом случае $a = 1/2$, $A_3 = 1/2$, $A_1 = 0$, $A_2 = 0$. Если α представляет собой состояние изоспина, ориентированного по какому-либо единичному вектору, то этим единичным вектором является \mathbf{A}/a . Очевидно, что среднее значение 3-й компоненты изоспина равно при этом $A_3/2a$.

Предположим, теперь, что мы измеряем изоспиновое состояние только для ограниченного числа пионов, а по состояниям остальных пионов суммируем. На самом деле мы рассмотрим два случая: суммирование по всем состояниям для нахождения нормировки вероятности и суммирование по всем состояниям, кроме одного, как если бы мы изучали образование пиона с номером k , не интересуясь остальными частицами. В любом случае суммирование по ненаблюдаемым пионам означает суммирование по трем взаимно перпендикулярным направлениям \mathbf{V} , что записывается как $\sum_{\mathbf{V}} [\text{т. е. } \sum_{\mathbf{V}} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{V}^*) \times (\mathbf{B} \cdot \mathbf{V}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})]$. Мы будем использовать далее формулу

$$\sum_{\mathbf{V}} (\sigma \cdot \mathbf{V}^*) (a + \sigma \cdot \mathbf{B}) (\sigma \cdot \mathbf{V}) = (3a - \sigma \cdot \mathbf{B}), \quad (\text{П.3})$$

которую нетрудно проверить.

Найдем теперь нормировку

$$\mathfrak{N} = \sum_{V_1 V_2 \dots V_N} P(V_1 \dots V_N).$$

При суммировании по V_1 матрица плотности $\rho_{\beta} = b + \sigma \cdot \mathbf{B}$, согласно формуле (П.3), переходит в матрицу $\rho_{\beta} = 3b - \sigma \cdot \mathbf{B}$. Затем после суммирования по V_2 получаем $3^2 b + \sigma \cdot \mathbf{B}$ и т. д. Окончательно суммирование по всем N векторам дает $3^N b + (-1)^N (\sigma \cdot \mathbf{B})$. Шпур этой матрицы, умноженной на ρ_{α} , равен (считаем, что $\text{Sp } \mathbf{I} = 1$)

$$\mathfrak{N} = 3^N ab + (-1)^N (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}). \quad (\text{П.4})$$

При большом числе N это выражение почти в точности равно $3^N ab$, поэтому для получения нормированных вероятностей мы будем делить на величину $3^N ab$. Таким

образом, полная вероятность того, что k -й пион находится в состоянии V_k , имеет вид

$$P_k(V_k) = \frac{1}{3^{N_{ab}}} \sum_{\substack{V_1 \dots V_N \\ \text{кроме } V_k}} \text{Sp} [\rho_\beta (\sigma \cdot V_1) \dots (\sigma \cdot V_k) \dots \\ \dots (\sigma \cdot V_N) \rho_\alpha (\sigma \cdot V_N^*) \dots (\sigma \cdot V_k^*) \dots (\sigma \cdot V_1^*)].$$

Суммируя по V_1, V_2 и т. д. вплоть до V_{k-1} , мы снова можем превратить матрицу ρ_β в $3^{k-1}b + (-1)^{k-1}(\sigma \cdot B)$. Выполняя также аналогичное суммирование сначала по V_N , затем по V_{N-1} и т. д. до V_{k+1} , преобразуем ρ_α в $3^{N-k}a + (-1)^{N-k}(\sigma \cdot A)$. В итоге (масштаб дается условием $\text{Sp } I = 1$) имеем

$$P_k(V_k) = \frac{1}{3} \text{Sp} \left\{ \left[1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} \frac{\sigma \cdot B}{b} \right] (\sigma \cdot V_k) \times \right. \\ \left. \times \left[1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{N-k} \frac{\sigma \cdot A}{a} \right] (\sigma \cdot V_k^*) \right\}. \quad (\text{П.5})$$

С помощью этой формулы можно теперь ответить на любой вопрос об одночастичной функции распределения. Просуммируйте, например, по всем возможным V_k и проверьте нормировку (для больших значений N).

Пусть $P_k^{\pi^+}$ есть средняя вероятность того, что k -м мезоном окажется π^+ . Ее можно получить из выражения (П.5), если положить в нем $\sigma \cdot V = (\sigma_1 + i\sigma_2)/\sqrt{2}$. Для π^- -мезона надо положить $\sigma \cdot V = (\sigma_1 - i\sigma_2)/\sqrt{2}$. Таким образом, среднее значение изоспина k -го адрона, $P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-}$, дается выражением типа (П.5), в котором $\sigma \cdot V_k \dots \sigma \cdot V_k^*$ заменено на $-i\sigma_1 \dots \sigma_2$ плюс $i\sigma_2 \dots \sigma_1$. Используя сперва только единичную матрицу I из ρ_α , получаем $2\sigma_3$, что в результате дает $\frac{2}{3}(-1/3)^{k-1}B_3/b$. Аналогичным образом, слагаемое с $(\sigma \cdot A)$ дает вклад только тогда, когда σ имеет 3-ю компоненту. Отсюда находим

$$P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-} = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} \frac{B_3}{b} + \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^{N-k} \frac{A_3}{a}. \quad (\text{П.6})$$

Этот результат оправдывает все наши ожидания. Во-первых, если k находится в середине плато, но не близко к какому-либо его краю, т. е. имеет порядок $N/2$, то $P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-} \sim (1/3)^{N/2}$, что очень мало. Следовательно, область плато оказывается нейтральной. Величина $P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-}$ может не быть малой лишь в том случае, если k либо мало (т. е. находится около края β), либо близко к N (т. е. около края α). В первом случае, пренебрегая слагаемым порядка 3^{-N} , имеем

$$P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-} = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} \frac{B_3}{b}. \quad (\text{II.7})$$

Это означает, что если k конечно и находится около края β , то результат зависит только от β , т. е. от кварка на этом конце плато, и практически совсем не зависит (при $N \rightarrow \infty$) от кварка на другом конце. (Очевидно, что для k , близких к N , мы получаем в точности противоположный результат.)

Наконец, полная 3-я компонента изоспина для всех пионов, летящих влево, равна

$$\sum_k (P_k^{\pi^+} - P_k^{\pi^-}) = \sum_k \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1} \frac{B_3}{b} = \frac{1}{2} \frac{B_3}{b},$$

т. е. 3-й компоненте изоспина для кварка, движущегося налево! Суммирование по k должно проводиться от $k = 1$ до k порядка $N/2$, с тем чтобы включать только частицы, летящие влево. При этом вклад от члена, зависящего от α , оказывается всего лишь порядка $3^{-N/2}$; эта оценка справедлива и для суммы таких членов, а также для ошибки, возникающей из-за того, что суммирование левых слагаемых проводилось до бесконечности. Результат, очевидно, не чувствителен к тому, в каком точно месте на плато мы остановились; необходимо лишь, чтобы мы оборвали сумму по k в точке, далекой от другого края.

Можно заметить, что с точностью до 3^{-N} справедливо равенство $P_k^{\pi^+} + P_k^{\pi^-} = 2P_k^{\pi^0}$ при любом k . Это следует из того факта, что кварк имеет полный

изоспин $1/2$ и не выше. Мы оставляем читателю возможность показать, что такое равенство обобщается на реальный случай и может в принципе послужить для проверки изотопических свойств партонов. Иначе говоря, число $N^{\pi^+}(z) + N^{\pi^-}(z) - 2N^{\pi^0}(z)$ обращается в нуль для любого направления z слева, если движущиеся налево частицы произошли от одного партона (любого сорта или какой-то суперпозиции) и если изоспин партонов равен либо 0, либо $1/2$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРОВЕРКА МОДЕЛИ КВАРКОВ В РОЛИ ПАРТОНОВ

Следуя Бьёркену, покажем, что сумма сечений для нейтрино и антинейтрино может быть предсказана весьма точно и выражена через уже известные величины. Измерение этих полных сечений является самой простой проверкой квантовых чисел кварков. Поэтому мы приведем здесь соответствующий анализ.

Будем измерять все сечения в единицах $G^2s/2\pi$, где G — константа Ферми, а s — квадрат энергии в системе ц. и. Для нуклонов наша единица равна G^2EM/π , где E — энергия в лабораторной системе.

Полное сечение для рассеяния нейтрино на частице со спином $1/2$ равно 2, а на античастице — $2/3$. Следовательно, сечение рассеяния на протоне дается выражением

$$\sigma^{vp} = 2 \int_0^1 x \left(d + \frac{1}{3} \bar{u} \right) dx.$$

Множитель x возникает здесь по той причине, что сечение изменяется с s . В случае нейтронов заменяем d на u и т. д., так что среднее сечение для рассеяния нейтрино на нуклоне равно

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma^{vp} + \sigma^{vn}) = \int_0^1 x \left[d + u + \frac{1}{3} (\bar{d} + \bar{u}) \right] dx.$$

Для сечения рассеяния антинейтрино на нуклоне имеем

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} (\sigma^{\bar{v}p} + \sigma^{\bar{v}n}) = \int_0^1 x \left[\bar{d} + \bar{u} + \frac{1}{3} (d + u) \right] dx.$$

Поскольку \bar{d} и \bar{u} положительны, но, несомненно, меньше, чем d и u , мы видим, что отношение $\bar{\sigma}/\sigma$ должно быть значительно меньше 1, но больше $1/3$.

Для суммы сечений получаем

$$\sigma + \bar{\sigma} = \frac{4}{3} \int_0^1 x(u + \bar{u} + d + \bar{d}) dx.$$

С другой стороны, интегрируя сумму выражений (31.3) и (31.4), домножив ее на x , находим

$$\begin{aligned} \int_0^1 x(f^{\text{ep}} + f^{\text{en}}) dx &= \frac{5}{9} \int_0^1 x(u + \bar{u} + d + \bar{d}) dx + \\ &+ \frac{2}{9} \int_0^1 x(s + \bar{s}) dx. \end{aligned}$$

Согласно экспериментальным данным, этот интеграл равен 0,31. Поэтому, если бы мы могли забыть об интеграле $\int x(s + \bar{s})$, то получили бы, что $\sigma + \bar{\sigma} = 4/3 \cdot 5/9 \cdot 0,31 = 0,74$. Но величина $s + \bar{s}$, конечно, должна быть меньше, чем $u + \bar{u}$ и $d + \bar{d}$, а будучи проинтегрированной с весом x , она и тем более меньше. Умудриться сделать так, чтобы включение этого последнего члена привело к эффекту с величиной более чем 10%, было бы крайне трудно. Таким образом, у нас появляется очень строгая проверка модели партонов-кварков: $\sigma + \bar{\sigma}$ не может превышать 0,74 и почти наверняка не может упасть ниже значения 0,74 более чем на 10% ¹⁾.

Можно также вычислить верхние пределы по отдельности для $\sigma^{\text{vp}} + \bar{\sigma}^{\text{vp}}$ и $\sigma^{\text{vn}} + \bar{\sigma}^{\text{vn}}$ (используя другие пропорции f^{ep} и f^{en}); они равны соответственно 0,64 и 0,84.

Эти численные оценки следует изменить на несколько процентов, поскольку мы пренебрегли $\sin^2 \theta_c$. Они справедливы, конечно, только при асимптотически высоких энергиях, но, как отметил Т. Ли, данные по ер-рассеянию свидетельствуют, что для этого требуется энергия порядка всего лишь нескольких ГэВ.

¹⁾ См. примечание 4 в конце книги. — *Прим. ред.*

ПРИМЕЧАНИЯ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА
 НОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ
 (К НАЧАЛУ 1974 г.)

К стр. 162.

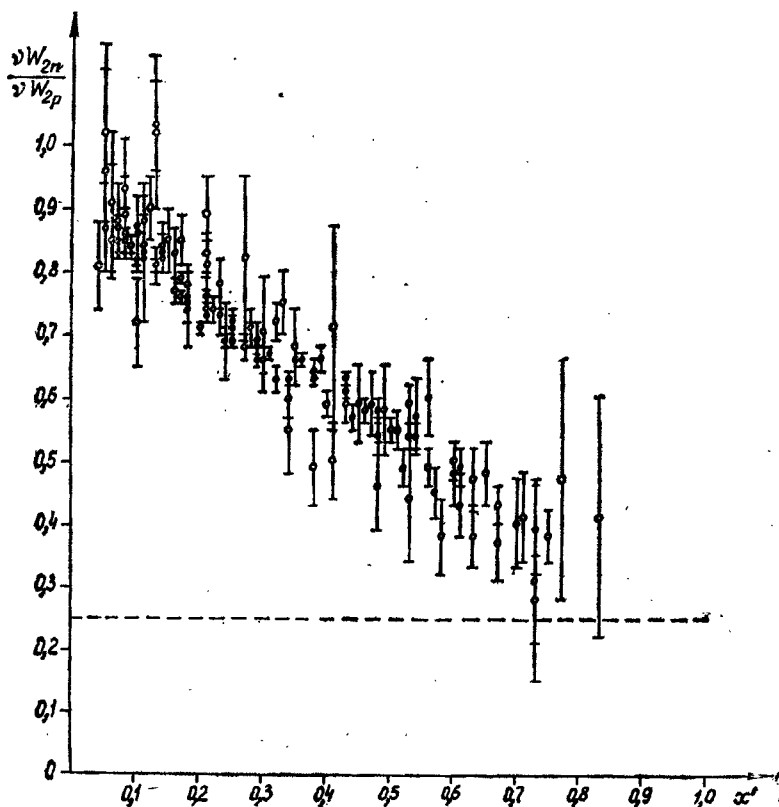
1. *Формфакторы протона во времениподобной области.* Сечение реакции $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ [40*] впервые смогла измерить группа итальянских физиков, работавших на встречных электрон-позитронных пучках во Фраскати (Италия). При $s = 4,4$ ГэВ² было найдено 12 событий



Ф и г. 24.

с аннигиляцией антипротона. Оценки, сделанные с помощью метода Монте-Карло, показали, что звезды, характерные для такой аннигиляции, должны были наблюдаться (при данной геометрии эксперимента) примерно в половине всех случаев. Поэтому общее число событий $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ было равно 25 ± 6 , чему соответствует сечение $(0,91 \pm 0,22) 10^{-33}$ см². Этот результат показан на фиг. 24, взятой из доклада Сильвестрини [40*]. На этой же фигуре показаны и верхние пределы для

сечения $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$, найденные в двух предшествовавших экспериментах (их, по-видимому, и имеет в виду Фейнман). Для сравнения проведены две кривые: одна без



Ф и г. 25.

учета формфакторов ($G_E = G_M = 1$), а другая — в соответствии с дипольной формулой. Экспериментальный результат находится где-то посередине. Если принять $G_E = G_M$, как должно быть при $s = 4M_N^2$, то ему соответствует $|G_E| = |G_M| = 0,27 \pm 0,04$, тогда как дипольная формула дает $G_D = 0,037$, т. е. в 7 раз меньше.

К стр. 174 и 201.

2. *Глубоко неупругое рассеяние электронов на нейтронах и протонах.* Экспериментальные данные, обсуждаемые Фейнманом, несколько устарели. Совокупность имеющихся экспериментальных результатов приведена на фиг. 25, взятой из доклада Блума [41*]. Видно, что отношение $\nu W_{2n}/\nu W_{2p}$ уменьшается довольно плавно, и сколько-нибудь достоверного перегиба, о котором говорит автор настоящей книги, нет. Предсказываемое им предельное значение $\nu W_{2n}/\nu W_{2p} = 0,25$ при $x \rightarrow 1$ вполне согласуется с данными опыта.

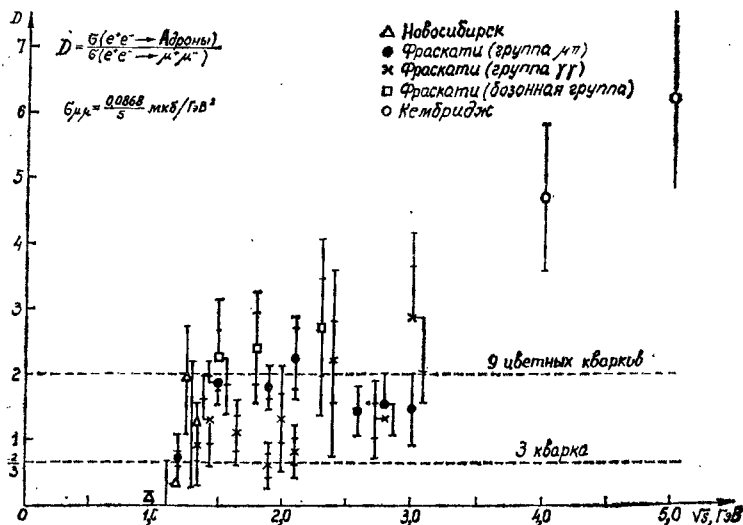
К стр. 221 и 222.

3. *Аннигиляция $e^+e^- \rightarrow$ Адроны.* Эксперименты, проводившиеся в Новосибирске и Фраскати, показали, что в области $2E = \sqrt{s} < 3$ ГэВ «константа Дрелла», равная $D \equiv \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$, сильно превышает $2/3$ (значение, предсказываемое моделью трех кварков с дробными зарядами) и равна примерно $1,5-2$. Этот факт явился одним из стимулов для появления гипотезы цветных кварков, предложенной Гелл-Манном (конец лекции 9). Полное число цветных кварков втрое больше, чем в обычной кварковой модели, и потому здесь $D = \sum_i e_i^2 = 2$. В 1973 г. был выполнен еще один эксперимент — на Кембриджском электронном ускорителе в США. Его результаты (вместе с более ранними данными) приведены на фиг. 26, взятой из доклада Штрауха [42*]. Видно, что в области $3 \text{ ГэВ} \leq \leq \sqrt{q^2} \leq 5 \text{ ГэВ}$ величина D резко возрастает и достигает значения $6,3 \pm 1,5$. Экспериментальные ошибки весьма велики, и не исключено, что результаты более поздних опытов изменят ситуацию, однако в настоящее время картина представляется загадочной и крайне интересной. Для объяснения экспериментальных данных предлагались самые разные гипотезы, например рост величины D связывался с образованием тяжелых лептонов или тяжелых бозонов и их последующим распадом на адроны, наличием кварков с целочисленным

зарядом и т. п. Здесь, несомненно, требуются новые эксперименты.

К стр. 374.

4. *Рассеяние нейтрино на нуклонах.* В опытах на тяжеложидкостной пузырьковой камере «Гаргамель» (ЦЕРН, Швейцария) были определены полные сечения



Ф и г. 26.

взаимодействия нейтрино и антинейтрино с нуклонами [43*]. Камера была наполнена фреоном (CF_3Br) с приблизительно одинаковым содержанием нейтронов и протонов. Поэтому измерялась практически полусумма сечений на протоне и нейтроне. Для событий с энергией нейтрино или антинейтрино свыше 2 ГэВ найдены сечения:

$$\sigma_{\nu}/E = (0,74 \pm 0,03) \cdot 10^{-38} \text{ см}^2 \text{ ГэВ}^{-1},$$

$$\sigma_{\bar{\nu}}/E = (0,27 \pm 0,01) \cdot 10^{-38} \text{ см}^2 \text{ ГэВ}^{-1}.$$

Поскольку $G^2M/\pi = 1,57 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2 \text{ ГэВ}^{-1}$, из приведенных данных следует

$$\sigma_v + \sigma_{\bar{v}} = \frac{G^2EM}{\pi} (0,64 \pm 0,02).$$

Таким образом, полученное в приложении 2 предсказание модели кварков-партонов, что эта величина должна быть примерно на 10% меньше, чем значение 0,74, найденное из глубоко неупругого рассеяния электронов, оправдывается совсем неплохо. В этих же опытах найдена и нижняя граница $0,87 \pm 0,05$ для отношения

$$\int_0^1 2xf_1(x) dx / \int_0^1 f_2(x) dx, \text{ которое должно быть равно 1,}$$

если заряженные партоны имеют спин 1/2. Более того, поскольку в этой модели

$$\frac{\sigma_{\bar{v}}}{\sigma_v} = \frac{1}{3} \frac{1+3R}{1+R/3}; \quad R \equiv \frac{\int x(\bar{u} + \bar{d}) dx}{\int x(u + d) dx},$$

а на опыте $\sigma_{\bar{v}}/\sigma_v = 0,38 \pm 0,02$, что близко к 1/3, то отсюда следует, что $R \leq 5\%$. Таким образом, если исключить область $x \approx 0$, то антикварков очень мало (равно как и странных кварков), и данные эксперимента можно объяснить наличием в нуклоне только трех (или девяти — в «цветной» версии модели) «валентных» кварков-партонов: в точности, как в нерелятивистской модели. Остальные партоны должны быть незаряженными «глюонами». Из формул (32.1) нетрудно вывести, что если странных кварков немного ($S \approx 0$), то глюоны уносят приблизительно половину импульса виртуального кванта.

В эксперименте [43*] производилась регистрация вторичных мюонов. Поэтому обсуждаемые здесь результаты не зависят от наличия нейтральных токов.

ЛИТЕРАТУРА ¹⁾

1. *Walker R. L.*, Phys. Rev., **182**, 1729 (1969).
2. *Walker R. L.*, «Single Pion Photoproduction in the Resonance Region», Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Daresbury, England, 1969.
3. *Feynman R. P., Kislinger M., Ravndal F.*, Phys. Rev., **D3**, 2706 (1971).
4. *Fujimara K., Kobayashi T., Narniki M.*, Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **44**, 193 (1970).
5. *Diebold R.*, «High Energy Photoproduction», High Energy Phys. Confer., Boulder, Colorado, 1969.
6. *Wiik B. H.*, «Photoproduction of Pseudoscalar Mesons», Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell Univ., 1971.
7. *Fox G. C.*, Proc. of Pasadena Confer. on Phenomenology in Particle Physics, 1971.
8. *Lefrancois J.*, Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell Univ., 1971.
9. *Leith D. W.*, Proc. of Pasadena Confer. on Phenomenology in Particle Physics, 1971, p. 555.
10. *Williams P. K.*, Phys. Rev., **D1**, 1812 (1970).
11. *Wolf G.*, Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell Univ., 1971.
12. *Gottfried K.*, «Nuclear Photoprocesses and Vector Dominance», Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell Univ., 1971.
13. *Feynman R. P.*, Phys. Rev. Letters, **23**, 1415 (1969).
14. *Fritzsche H., Gell-Mann M.*, Coral Gables Confer. on Fundamental Interactions at High Energy, 1971.
15. *Feynman R. P.*, Phys. Rev., **76**, 756 (1949).
16. *Cornwall J. M., Corrigan D., Norton R. E.*, Phys. Rev., **D3**, 536 (1971).
17. *Gross D. J., Pagels H. R.*, Phys. Rev., **172**, 1581 (1968).
18. *Cottingham W. N.*, в книге Hadronic Interactions of Electrons and Protons, eds. Cummings and Osborn, Academic Press, New York, 1971.

¹⁾ Литература, отмеченная звездочкой, добавлена при переводе. — Прим. ред.

19. *Damashek M., Gilman F. J.*, Phys. Rev., **D1**, 1319 (1970).
20. *Buschhorn G. et al.*, Phys. Letters, **33B**, 241 (1970).
21. *Low F. E.*, Phys. Rev., **96**, 1428 (1954).
22. *Gell-Mann M., Goldberger M. L.*, Phys. Rev., **96**, 1433 (1954).
23. *Drell S. D., Sullivan J. D.*, Phys. Rev., **154**, 1477 (1967).
24. *Iddings C. K.*, Phys. Rev., **138B**, 446 (1965).
25. *Gell-Mann M., Sharp D., Wagner W. G.*, Phys. Rev. Letters, **8**, 261 (1962).
26. *Gormley M. et al.*, Phys. Rev., **D2**, 501 (1970).
27. *Brown L. M., Munczek H., Singler P.*, Phys. Rev. Letters, **21**, 707 (1968).
28. *Chan L. H., Clavelli L., Torgerson R.*, Phys. Rev., **185**, 1754 (1969).
29. *Berkelman K.*, Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell Univ., 1971.
- 30*. *Berkelman K.*, Proc. of the XVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Batavia, vol. 4, 1972, p. 14.
31. *Benecke J., Chou T. T., Yang C. N., Yen E.*, Phys. Rev., **188**, 2159 (1969).
32. *Giacomelli G.*, Proc. of the Amsterdam Conf. on Elementary Particles, North Holland Press, 1971.
- 33*. *Грубов В. Н.*, Ядерная физика, **17**, 603 (1973).
- 34*. *Drell S. D., Yan T. M.*, Phys. Rev. Letters, **24**, 181 (1970).
- 35*. *Drell S. D., Yan T. M.*, Phys. Rev. Letters, **25**, 316 (1970).
- 36*. *Drell S. D., Levy D., Yan T. M.*, Phys. Rev., **187**, 2159 (1969).
- 37*. *Cabibbo N., Parisi G., Tesla M.*, Nuovo Cimento Lettere, **4**, 35 (1970).
- 38*. *Kuti J., Weisskopf V. F.*, Phys. Rev., **D4**, 3418 (1964).
- 39*. *Browman A. et al.*, Phys. Rev. Letters, **32**, 1077 (1974).
- 40*. *Silvestrini V.*, Proc. of the XVI Intern. Conf. on High Energy Physics, Batavia, vol. 4, 1972, p. 1.
- 41*. *Bloom E. D.*, 6-th Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn, August 1973.
- 42*. *Strauch K.*, 6-th Intern. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn, August 1973.
- 43*. *Eichten T. et al.*, Phys. Letters, **46B**, 274 (1973).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Адлера правило сумм 209
 Адрон-адронные столкновения при высокой энергии 320—337
 Алгебра на световом конусе 240—244
 Аннигиляция $e^+e^- \rightarrow$ (Любые адроны) 36—43, 220—225, 377, 378
 Аннигиляция $e^+e^- \rightarrow \bar{p}p$ 162, 327, 375, 376
 Аномальный порог 164—166
 Асимметрия в $\gamma p \rightarrow \pi^+p$ 88—90
 Асимптотическое равенство адрон-адронных сечений при сверхвысоких энергиях 337
- Барions, кварковая систематика 63—68
 Бьёркена правило сумм 214, 215
 — скейлинг 173, 174
- Вакуумное среднее от коммутатора 38
 — от упорядоченного во времени произведения операторов 38, 39
 Валентные кварки 205, 206, 379
 Векторная доминантность 117—151
 — в распадах η 306, 307
 Векторные мезоны 108—111, 116, 117
 — константы связи с нуклонами 93
 — константы связи с фотоном 109—111, 116
 Венециано формула 103—105
- Выражение структурных функций при $q^2 > 0$ через их значения при $q^2 < 0$ 259—267
 — электромагнитной собственной энергии через структурные функции при $q^2 < 0$ 277, 278
- Гелл-Манна одновременные соотношения коммутации 30
 Гипотезы партонной модели 310—319
 Глубоко неупругое рассеяние поляризованных частиц 210—215
 — — электронов на протонах 173—175
- Дайсона представление 246—248
 Дезера, Джилберта, Сударшана представление 248—250, 253—256
 Диагональные матричные элементы 227
 Дисперсионное соотношение для формфактора пиона 159—161
 Дифракционное образование векторных мезонов 135—145
- Изоспин в электромагнитном токе 26—28
 — при фрагментации кварка 368—372
 Импульс, уносимый кварками 204—206
 Интерференция ω и ρ^0 111—116
- Калибровочное преобразование 32

- Каскады в области малюток, аналогия с космическими ливнями и турбулентностью 316
- Кварки в роли партонов 350—363, 373—374
- Кварковая модель 61—68
- — динамическая, нерелятивистская 68—70
- — — релятивистская (модель ФКР) 70—80
- — для трех триплетов с целочисленными зарядами 357
- Кварковые квантовые числа в областях фрагментации 332—334
- Коммутаторы в импульсном представлении 245—252
- Коммутационная функция 45
- Комптона рассеяние на нуклоне 290—298
- — — — длинноволновый предел 276, 294—298
- Конечные состояния адронов для столкновения фотонов с нуклонами при высоких энергиях 338, 349
- Контактные члены 22—26
- Коттингэма формула 272—277
- Ллуэлин Смита и Гросса правило сумм 210
- Маленькие партоны (малютки) 177, 314—318
- Матрица рассеяния (S-матрица) без электромагнитного взаимодействия 10, 11
- Модель доминантности векторных мезонов (МДВМ) 117—151
- одномерной жидкости 315, 323, 324
- Нейтрино-нуклонные полные сечения 373, 374, 378, 379
- Неупругое рассеяние нейтрино на нуклонах 207—209, 355—357
- электронов на нуклонах 169—175
- Область малюток в глубоко неупругом ер-рассеянии 182—184
- Обмен состояниями с натуральной и ненатуральной четностью при фоторождении псевдоскалярных мезонов 89, 90
- t -канальными состояниями 94—101
- Обобщенные токи 26—34
- — сохранение 30—34
- Однопионный обмен 53—57
- Операторы в неупругом ер-рассеянии 226—239
- Отношение γ^* -сечений для продольно и поперечно поляризованных виртуальных фотонов 181, 184—186
- Отношение структурных функций vW_{2p}/vW_{2p} 174, 201, 202, 377
- Партонная модель 177—186
- Партонные волновые функции 311—313
- Партоны 176
- Поглощение пионов 95, 96
- Поляризация вакуума адронами 34—43, 222—224
- Предельная фрагментация 329
- Представление прицельных параметров '94—96
- Пропагаторная функция 44, 45
- Распады $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ и симметрия SU_3 304—306
- Распады η -мезона 307—309
- Рассеяние в представлении Дезера, Джилберта и Сударшана 256—262
- Реакция $p\bar{p} \rightarrow \mu^+\mu^- +$ (Любые адроны) 216—220
- Редже полюса 96—98
- Резонансы 47—52
- в структурных функциях 191—198
- s -канальные 51, 101—103
- t -канальные и их связь с полюсами Редже 52, 98—101

- Световой конус, поведение коммутаторов 234—239
 — — сингулярности 34
 Сверхсходности условие 262
 Сверхтонкое расщепление в водороде 299—304
 Симметрия состояний 62—65
 Скейлинг Бьёркена 173, 174, 312, 313
 — при $q^2 > 0$ 250—252
 Скейлинговые функции в партонной модели 181, 199—203
 Соотношение между поведением структурных функций вблизи $x = 1$ и зависимостью упругого формфактора от q^2 190, 191
 — между эксклюзивными и инклюзивными сечениями в партонной модели 330—332
 Сохранение обобщенных токов 30—34
 — тока 13, 24, 25
 Спиновые скейлинговые функции 211—215
 Статистика кварков 252
 Структурные функции для ер-рассеяния 169—172
 — — для νp -рассеяния 207, 208
 — — — — поведение 196, 197
 — — спинные 210, 211
- Универсальное плато в неупругих столкновениях 322—336, 341, 346—349
 Унитарность второго порядка 16—18
 Упорядоченное во времени произведение операторов 17, 18
 — — — — токов 38, 39, 44, 45
 Упругий член в собственной энергии 288, 290
 Упругое рассеяние виртуальных фотонов большой массы в партонной модели 186—191
- Φ -мезон как связанное состояние странных кварков 124—127
 Фока пространство 312
 Формфактор пиона 158—162
 — — дисперсионное соотношение 159—161
- Формфакторы в МДВМ 119, 120, 155
 — во времениподобной области 375
 — высокие энергии 186—191
 — нерелятивистская интерпретация 155—158
 — нуклонов 152—155
 Фоторождение псевдоскалярных мезонов в МДВМ 129—135
 — — — при высокой энергии 81—92
 — — — при низкой энергии 46—60
 Фотоэлектрические матричные элементы 58—60
 Фрагментация кварков 350—355
 — — продукты 357—367, 370—372
 — — — изоспин 368—372
 — партонов 326—329, 338—344
 — частиц 322, 323
- Цветные кварки 69, 70, 377
- Швингеровские члены 25, 26, 43, 44, 232
- Экранирование в ядрах 145—150
 Экспериментальное определение квантовых чисел кварков 352—355
 Электромагнитная собственная энергия адронов, вклад с $\Delta I = 2$ 286—290
 — — — — выражение через структурные функции 277, 278
 — — — — кварковая модель 277—285
 — — — — партонная модель 269—272
 — — — — электрона 268
 Электромагнитное взаимодействие во втором порядке 14, 15
 — — в первом порядке 11—13

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие автора	8
I. Основные теоретические представления	9
<i>Лекция 1</i>	<i>9</i>
Электромагнитное взаимодействие в первом порядке	11
<i>Лекция 2</i>	<i>13</i>
Сохранение тока	13
Электромагнитное взаимодействие во втором порядке	14
Унитарность второго порядка	16
Доказательство	18
Конец доказательства	21
<i>Лекция 3</i>	<i>22</i>
Сохранение тока	24
Замечание	25
<i>Лекция 4</i>	<i>26</i>
Изотопический спин, странность, обобщенные токи	26
Сохранение обобщенных токов	30
Сингулярность на световом конусе	34
Вакуумное среднее $V_{\mu\nu}(1, 2)$	34
<i>Лекция 5</i>	<i>36</i>
Реакция $e^+ + e^- \rightarrow$ (Любые адроны)	36
Замечание: досадное место	43
II. Низкоэнергетические фотонные реакции	46
<i>Лекция 6</i>	<i>46</i>
Фоторождение пионов при низкой энергии (0—2 ГэВ)	46
<i>Лекция 7</i>	<i>49</i>
<i>Лекция 8</i>	<i>53</i>

III. Кварковая модель резонансов	61
Кварковая модель	61
<i>Лекция 9</i>	<i>65</i>
Вычисление матричных элементов	68
<i>Лекция 10</i>	<i>70</i>
Модель Фейнмана, Кислнджера и Равндала	70
IV. Фоторождение псевдоскалярных мезонов; высокие энергии	81
<i>Лекция 11</i>	<i>81</i>
<i>Лекция 12</i>	<i>86</i>
V. Явления, связанные с t-канальным обменом	94
<i>Лекция 13</i>	<i>94</i>
t -канальный обмен	94
<i>Лекция 14</i>	<i>101</i>
Формула Венециано	103
Оценки констант связи	105
VI. Векторные мезоны и гипотеза доминантности векторных мезонов	108
Свойства векторных мезонов	108
<i>Лекция 15</i>	<i>111</i>
<i>Лекция 16</i>	<i>116</i>
Модель доминантности векторных мезонов (МДВМ)	117
<i>Лекция 17</i>	<i>121</i>
<i>Лекция 18</i>	<i>124</i>
ϕ как $s\bar{s}$	124
МДВМ и фотон-адронные взаимодействия	127
<i>Лекция 19</i>	<i>135</i>
Дифракционное образование ρ -, ω - и ϕ -мезонов	135
<i>Лекция 20</i>	<i>138</i>
Другие возможности проверки МДВМ	144
<i>Лекция 21</i>	<i>145</i>
Экранирование в ядрах	145
Резюме о состоянии МДВМ	145
VII. Электромагнитные формфакторы	152
<i>Лекция 22</i>	<i>152</i>
Электромагнитные формфакторы нуклонов	152
<i>Лекция 23</i>	<i>155</i>
<i>Лекция 24</i>	<i>158</i>
Формфактор пнона	158

Формфактор протона для положительных q^2	162
Замечание	163
Замечание о кварковой модели ФКР	166
VIII. Электрон-протонное рассеяние, глубоко неупругая область	168
<i>Лекция 25</i>	168
Другие процессы с участием фотонов при $q^2 < 0$	168
Неупругое рассеяние электрона на нуклоне	169
<i>Лекция 26</i>	172
Теория глубоко неупругого рассеяния электронов на протонах	175
IX. Партонная модель	176
Партонная модель	176
<i>Лекция 27</i>	179
<i>Лекция 28</i>	182
Область малюток	182
<i>Лекция 29</i>	186
Область вблизи $x = 1$	186
Область больших $-q^2$ и конечных M_X^2 . Резонансы	191
<i>Лекция 30</i>	194
Довод в пользу того, что $\gamma' = \gamma$	194
<i>Лекция 31</i>	196
Кварки в роли партонов	198
<i>Лекция 32</i>	204
Импульс, уносимый кварками	204
Модели	205
<i>Лекция 33</i>	206
Будущие эксперименты для проверки гипотезы, что заряженные партонны суть кварки	206
Глубоко неупругое рассеяние поляризованных частиц	210
X. Проверка партонной модели	216
<i>Лекция 34</i>	216
Угловой момент в партонных волновых функциях	216
Другие эксперименты для проверки партонной гипотезы. Реакция $p + p \rightarrow \mu^+ \mu^- +$ (Любые адроны)	216
<i>Лекция 35</i>	218
Аннигиляция электронов в адроны	220
XI. Неупругое рассеяние и свойства операторов	226
<i>Лекция 36</i>	226
Неупругое ер-рассеяние и свойства операторов	226

<i>Лекция 37</i>	231
Свойства операторов (продолжение)	231
XII. Алгебра на световом конусе	240
<i>Лекция 38</i>	240
XIII. Свойства коммутаторов в импульсном пространстве	245
<i>Лекция 39</i>	245
Свойства коммутаторов в импульсном пространстве	245
Область 1	250
Бозонные или фермионные кварки	252
Область 2	253
<i>Лекция 40</i>	254
Область 3	254
Рассеяние в представлении Дезера, Джилберта и Сударшана	256
<i>Лекция 41</i>	262
XIV. Электромагнитная собственная энергия	268
<i>Лекция 42</i>	268
Электромагнитная собственная энергия	268
<i>Лекция 43</i>	272
Формула Коттингэма	272
<i>Лекция 44</i>	277
Выражение для собственной энергии только через W	277
Другие электромагнитные энергии. Кварковая модель	278
<i>Лекция 45</i>	280
Разности масс с $\Delta I = 2$	286
<i>Лекция 46</i>	287
Дальнейшее обсуждение электромагнитных разностей масс	287
<i>Лекция 47</i>	290
Эффект Комптона: $\gamma p \rightarrow \gamma p$ или $\gamma n \rightarrow \gamma n$	290
Эффект Комптона при очень малых Q и ν	294
Комптоновское рассеяние вперед и нерелятивистское уравнение Шредингера	297
XV. Другие двухтоковые эффекты	299
<i>Лекция 48</i>	299
Другие величины, содержащие $T_{\mu\nu}$	299
<i>Лекция 49</i>	304
Другие двухтоковые эффекты	304
XVI. Гипотезы партонной модели	310
<i>Лекция 50</i>	310
Гипотезы партонной модели	310
Общая схема	311

Лекция 51	314
XVII. Адрон-адронные столкновения при сверхвысоких энергиях	320
Лекция 52	320
Лекция 53	326
Лекция 54	332
XVIII. Конечные адронные состояния в глубоко неупругом рассеянии	338
Лекция 55	338
Взаимодействие партонов с электромагнитным полем	338
Частный случай малых x	345
Область конечных значений q^2 , $\nu \rightarrow \infty$	347
Стыковка областей с конечными q^2 и малыми x	349
XIX. Кварки в роли партонов	350
Лекция 56	350
Кварки в роли партонов	350
Лекция 57	355
Предсказания для продуктов реакции	357
Приложение 1. Изоспин продуктов фрагментации кварков	366
Приложение 2. Проверка модели кварков в роли партонов	373
Примечания редактора перевода	376
Литература	880
Предметный указатель	882