

У. И. ФРАНКФУРТ

СПЕЦИАЛЬНАЯ
И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ИСТОРИЧЕСКИЕ ОЧЕРКИ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ЭЙНШТЕЙНОВСКИЙ КОМИТЕТ

У. И. ФРАНКФУРТ

СПЕЦИАЛЬНАЯ И ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

исторические очерки



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1968

Специальная и общая теория относительности. Франкфурт У. И.

Цель книги — ознакомить читателя с основными идеями специальной и общей теории относительности в той последовательности, в какой они исторически возникли и развивались.

Приведена обширная библиография.

Издание рассчитано на читателей, интересующихся основами теории относительности и ее генезисом.

Главы, посвященные специальной теории относительности, опубликованы в книге автора «Очерки по истории специальной теории относительности».

Ответственный редактор

Б. Г. КУЗНЕЦОВ

I

ИСТОКИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Специальная, или частная, теория относительности, имеющая дело с инерциальными движениями, выросла из электродинамики движущихся сред. Еще до возникновения специальной теории относительности делались попытки осмыслить эмпирические факты в области электродинамики движущихся и покоящихся сред с единой точки зрения. Последовательное объяснение всех известных эмпирических данных оказалось возможным лишь на основе коренных изменений наших воззрений на пространство и время и постулирования конечной скорости распространения взаимодействий. Одновременно кардинальное значение приобрело поле как физическая реальность. Изменения положения одной из частиц могут сказываться на состоянии движения других частиц лишь через некоторый интервал времени и лишь через посредство поля. Поле с точки зрения теории относительности отнюдь не идентично эфиру Фарадея — Максвелла.

Каковы же исторические пути развития электродинамики движущихся сред, приведшие к созданию в начале XX в. специальной теории относительности?

Основой развития электродинамики в целом послужило открытое Фарадеем явление электромагнитной индукции. Детальное изучение магнитных и электрических явлений привело Фарадея к представлению о реально существующих силовых линиях поля. Фарадей отказался от господствовавшей в то время точки зрения о «действии на расстоянии» и выдвинул представление о действии через среду — «мировой эфир».

В 1873 г. Максвелл в предисловии к первому изданию своего «Трактата об электричестве и магнетизме» писал: «Я знал, что между пониманием явлений Фарадеем и концепцией математиков предполагалось наличие такой разницы, что ни тот, ни другие не были удовлетворены языком друг друга... Фарадей видел силовые линии, пронизывающие все пространство, там,

где математики видели центры сил, притягивающих на расстоянии; Фарадей видел среду там, где они не видели ничего, кроме расстояния; Фарадей предполагал источник и причину явлений в реальных действиях, протекающих в среде, они же были удовлетворены тем, что нашли их в силе действия на расстоянии, приписанной электрическим флюидам» [1, стр. 349].

Полемика Фарадея с Эпинусом, Пуассоном и другими, допускаящими действие на расстоянии, и утверждение, что индукция во всех случаях представляет собой не что иное, как действие смежных частиц, дала импульс исследованиям по обособлению электродинамики. Одновременно Фарадей обратил внимание и на частные вопросы электродинамики движущихся тел. В 1838 г. он писал, что если подвесить заряженный шар и заставить его двигаться в определенном направлении, то эффект будет тождествен тому, как если бы мы возбудили ток в направлении движения шара. Осуществить этот эксперимент Фарадею не удалось.

Максвелл писал, что, изучая труды Фарадея, он установил, что фарадеевская трактовка явлений была также математической, хотя и не была представлена в форме общепринятых математических символов. Развивая идеи Фарадея о роли диэлектрической среды и эфира, Максвелл выразил в математической форме сущность всей совокупности экспериментов, связанных с электромагнитными явлениями.

Однако роль Максвелла далеко не ограничивается глубокой теоретической разработкой идей Фарадея. На основе экспериментальных данных Фарадея Максвелл мог написать лишь уравнения

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \text{ и } \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0,$$

однако Максвелл записывает уравнение

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

которое в то время никакими опытами не подтверждалось. Эта гениальная догадка позволила Максвеллу прийти к волновому уравнению и к электромагнитной теории света (см., например, [1a]). В процессе создания Максвеллом теории электромагнитного поля условно различают три переплетающихся между собой этапа, неравноценных по своей значимости: 1) период ознакомления и осмысливания экспериментальных и теоретических трудов Фарадея; 2) период конструирования механических моделей электромагнитного поля; 3) поиски математических методов.

В уже сформулированной теории Максвелла различают: а) гипотетические положения; б) получение уравнений на основе исходных, в значительной степени гипотетических положений, в) группу уравнений, связывающих известные из опыта величины.

Гипотетические положения в теории Максвелла и метод получения Максвеллом уравнений поля подвергались критике со стороны Герца, Больцмана, Пуанкаре и многих других физиков второй половины XIX в. Физики отказались от попыток наглядной механической интерпретации уравнений Максвелла. Постепенно выяснилось, что физическая сущность уравнений Максвелла, описывающих структуру электромагнитного поля, глубоко и органически связана с опытными фактами.

Эйнштейн и Инфельд писали, что законы Максвелла не связывают, как это имеет место в законе Ньютона, два широко разделенных события, «они не связывают случившееся *здесь* с условиями *там*. Поле *здесь* и *теперь* зависит от поля в непосредственном соседстве в момент, только что протекший... Изучение уравнений Максвелла с математической стороны показывает, что из них можно сделать новые и действительно неожиданные заключения, а всю теорию можно испытать на гораздо более высоком уровне, потому что теоретические следствия теперь имеют количественный характер и обосновываются всей цепью логических аргументов» [2].

Признание определяющей роли среды в электромагнитных процессах, введение тока смещения как источника магнитного поля наряду с конвекционным током, констатация конечной скорости распространения электромагнитных взаимодействий — основные элементы теории Максвелла — были проанализированы и осмыслены с точки зрения теории относительности. Кроме того, была устранена непоследовательность электродинамики Максвелла, когда наряду с утверждением о конечной скорости распространения взаимодействий оперировали понятием одновременности, предполагая существование мгновенно распространяющихся сигналов.

Однако задолго до возникновения теории относительности теория электромагнитных явлений Фарадея — Максвелла прошла во второй половине XIX в. длительный путь усовершенствования. В 1890 г. Герц опубликовал статью «Об основных уравнениях электродинамики для покоящихся сред», в которой уравнениям Максвелла придан симметричный вид. «В 1890 г., — пишет Лауэ, — Генрих Герц (1857—1894) придал закону индукции Фарадея форму дифференциального уравнения... Тем самым система уравнений Максвелла, в которой мы вместе с Герцем усматриваем сущность теории Максвелла, приняла такой эстетически совершенный симметричный вид, который, принимая во внимание всеобъемлющее физическое содержание системы, привлекает нас почти как очевидность» [3].

Основные уравнения Максвелла могут быть разделены на две группы. Первая группа однородных уравнений связывает электрическое и магнитное поля одно с другим:

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0; \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Вторая же группа связывает поля одно с другим и с распределением электрических зарядов и токов в пространстве:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho.$$

Здесь $\mathbf{E}(t, x, y, z)$ и $\mathbf{H}(t, x, y, z)$ — напряженности электрического и магнитного полей; $\rho = \rho(t, x, y, z)$ — плотность электрического заряда; $\mathbf{j} = \mathbf{j}(t, x, y, z)$ — вектор плотности электрического тока.

Обе эти группы уравнений инвариантны при переходе от одной инерциальной системы к другой относительно преобразований Галилея. В 1900 г., через десять лет после того, как Герц и Хевисайд придали уравнениям Максвелла стройную и математически более изящную форму, Лармор нашел преобразование, по отношению к которому уравнения Максвелла в вакууме являются инвариантными. Эти преобразования независимо были получены также Лоренцом и носят теперь название преобразований Лоренца.

Сформулировав основные положения электродинамики покоящихся сред, Герц приступил к анализу явлений в движущихся средах. Уже 7 марта 1890 г. мы находим в дневнике Герца запись о его размышлениях относительно уравнений электродинамики в движущихся средах. В том же году Герц публикует статью «Об основных уравнениях электродинамики для движущихся тел».

Известно, что уравнения Максвелла в интегральной форме

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{c} \int \sigma E_n dS + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \epsilon E_n dS &= \int \operatorname{rot}_n \mathbf{H} dS; \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \mu H_n dS &= - \int \operatorname{rot}_n \mathbf{E} dS \end{aligned}$$

относятся к неподвижной в пространстве поверхности S (здесь ϵ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости; σ — проводимость). Герц же предполагает, что в движущейся системе отсчета уравнения остаются справедливыми, но относятся к поверхности, жестко связанной с движущимися телами.

То, что поверхность S у Герца жестко связана с частицами движущейся материи, весьма существенно, поскольку поток через неподвижный и поток через движущийся контур различны. Изменение потока через движущийся контур складывается

из изменения потока, обусловленного зависимостью поля от времени, и изменения, вызванного перемещением контура. При этом предположении нетрудно перейти к дифференциальной форме уравнений Герца:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \operatorname{rot} [\mathbf{D}\mathbf{u}] + \mathbf{u} \operatorname{div} \mathbf{D} + \mathbf{J} \right\}; \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} [\mathbf{B}\mathbf{u}] \right\}; \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \end{aligned}$$

где $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$; $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$; $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$; \mathbf{u} — скорость. Это — уравнения Герца для движущихся тел.

Как отметил Л. И. Мандельштам, инвариантность уравнений Герца относительно преобразований Галилея — Ньютона следует из самого вида этих уравнений в интегральной форме. Поверхность движется вместе с телом, и если мы перемещаемся вместе с телом, то поверхность относительно нас неподвижна; следовательно, в любой системе отсчета, которая перемещается вместе с телами, справедливы обычные уравнения Максвелла. Если система координат вращается, то относительно наблюдателя по-прежнему все неподвижно, и, следовательно, в противоположность уравнениям механики уравнения Герца инвариантны относительно любого вращения и любого ускоренного движения рассматриваемой системы отсчета. Герц исходит из предположений, что напряженности электрического и магнитного полей не меняются при переходе к другой системе отсчета (при этом условии уравнения Герца инвариантны).

То, что уравнения Герца удовлетворяют более общему принципу относительности, чем уравнения классической механики, нельзя рассматривать в данном случае как большое преимущество теории Герца, так как при более тщательном рассмотрении уравнений Герца мы видим, что в члене $\operatorname{rot}[\mathbf{D}\mathbf{u}]$ скорость \mathbf{u} должна быть отнесена к привилегированной системе (эфиру), и, следовательно, эфиру следует приписать ту же скорость, что и телу, т. е. эфир полностью увлекается при движении. При этом теория приходит в противоречие с явлением аберрации и опытом Физо.

Герц полагал, что если эфиру приписывать скорость, отличную от скорости движущихся тел, или считать его неподвижным, то подобная теория требует еще более произвольных гипотез, чем теория подвижного эфира. По пути построения теории неподвижного эфира пошел Г. Лоренц. Герцовскому подвижному и полностью увлекаемому эфиру Лоренц противопоставляет неподвижный однородный и изотропный эфир. Эфир Лоренца — единственный диэлектрик в старом, максвелловском смысле; тела же в отличие от эфира представляют собой совокупность положительных и отрицательных зарядов. Эту идею развивали

Вебер, Риман, Клаузиус; однако при этом они допускали в основном мгновенное дальноедействие. Согласно же Максвеллу и Лоренцу, взаимодействие зарядов распространяется с конечной скоростью.

Теория Лоренца на первом этапе своего развития была несовместима с опытами Майкельсона — Морли. Фицджеральд, а затем независимо от него Лоренц предположили, что всякое тело сокращается в направлении его движения и, в частности, в направлении движения Земли. Это положение устраняет противоречие с опытом Майкельсона — Морли. Лоренц исходит из того, что эфир является носителем не только электрических и магнитных, но и вообще всех сил, в том числе и молекулярных, сводимых к силам электрическим. Когда тело движется относительно эфира, то эфир проходит сквозь тело, и это, согласно Лоренцу, оказывает влияние на молекулярные взаимодействия, а вместе с тем на размеры тела в направлении движения. Позднее Лоренц писал, что эта гипотеза на первый взгляд представляется несомненно несколько странной, но без нее трудно обойтись, если настаивать на представлении о неподвижном эфире. Но при этом возникали новые трудности, которые нельзя было полностью устранить и с помощью дополнительных предположений. Одна из трудностей (указана Пуанкаре) состоит в том, что одни лишь электрические силы не дают устойчивого равновесия. Лоренц для устранения возможной неустойчивости предположил, что электроны сплющиваются при движении и что неэлектромагнитные силы также изменяются при движении. Пуанкаре не мог также согласиться с тем, что опытные значения величин разных порядков малости требуют в теории Лоренца различные по характеру гипотезы.

Лоренц ввел понятие об истинном поле как состоянии неподвижного эфира и наряду с этим понятие эффективного поля для движущейся материальной системы. Принцип относительности и введенные Лоренцом преобразования справедливы, согласно Лоренцу, для эффективного поля. Это разделение на истинное и эффективное поля носило искусственный характер.

Т. П. Кравец отметил в примечаниях к «Теории электронов» Лоренца, что «для читателя, знакомого с теорией относительности, бросается в глаза, какие мучительные усилия приходится делать адепту старой теории для истолкования экспериментальных результатов в ее терминах, и насколько теория явлений становится проще и естественнее с точки зрения принципа относительности. Но еще более поучительно, как много было сделано до Эйнштейна, в частности самим Лоренцом, для нахождения выражений, остающихся инвариантными при переходе от одной инерциальной системы к другой» [4, стр. 466].

Динамическая трактовка Лоренца по существу сталкивалась с серьезными трудностями; сама же исходная концепция, исто-

рически связанная со стремлением к механической трактовке физических явлений, нуждалась в радикальном пересмотре.

Эксперименты в области электродинамики движущихся тел. В 1838 г. Фарадей безуспешно пытался обнаружить магнитное поле движущихся заряженных тел. Через 35 лет Максвелл разработал схему несложного по замыслу, но трудно выполнимого эксперимента, который позволил бы обнаружить магнитное поле движущихся зарядов. Развитие электродинамики движущихся тел, как предыстории теории относительности, тесно переплетается с экспериментальными исследованиями, связанными в первую очередь с именами Максвелла и Гельмгольца. В 1873 г. Максвелл писал, что выдвинутое им предположение об эквивалентности движущегося заряженного тела и электрического тока можно было бы проверить в следующем опыте: «На основании исследований В. Томсона можно принять, что помещенная в воздухе наэлектризованная плоскость начинает терять свой заряд лишь тогда, когда напряженность электрического поля у ее поверхности достигнет величины $E = 2\pi\sigma = 130 \text{ CGSE}$. Если эта плоскость движется в самой себе со скоростью v , то ее магнитное действие будет $2\pi\sigma v/n = 0,005 v$ ($n = 3 \cdot 10^{10} = \text{скорости света}$)» [5, стр. 12].

Максвелл подсчитал, что плоскость, заряженная до потенциала пробоя воздуха и перемещающаяся со скоростью 100 м/сек, обнаружила бы магнитное поле, не превосходящее четырехтысячной доли горизонтальной составляющей земного магнетизма. Он предложил в подобном опыте использовать заряженный непроводящий диск и вращать его в плоскости магнитного меридиана вокруг горизонтальной оси. В 1876 г. Роуланд осуществил этот опыт в лаборатории Гельмгольца. Эбонитовый диск диаметром 21 см и толщиной 0,5 см вращался вокруг вертикальной оси между двумя неподвижными горизонтальными стеклянными дисками. Внутренние стороны стеклянных дисков и обе стороны эбонитового диска были позолочены и представляли собой обкладки конденсатора. Над поверхностью стеклянного диска была подвешена астатическая система, состоящая из двух магнитных стрелок. Величина отклонения стрелки была приблизительно равна теоретически ожидаемому.

В 1885 г. Рентген качественно подтвердил результаты Роуланда и показал, что магнитное поле возникает и тогда, когда электричество относительно проводника находится в покое, но движется вместе с проводником в пространстве. Такое движение электричества Гельмгольц назвал «электрической конвекцией».

Лехеру в более поздних исследованиях (1889) не удалось обнаружить никакого эффекта. Химстед (1889) изменил схему Роуланда. Он показал, что отклонение стрелки в этих опытах происходит в соответствии с правилом Ампера и что это отклонение пропорционально скорости вращения и плотности

движущегося электрического заряда. Опыты Химстеда подверглись серьезному обсуждению, но особого внимания по тонкости анализа заслуживает обсуждение Эйхенвальда. Он писал: «Химстед мог производить своим прибором лишь относительные измерения, а между тем абсолютные измерения в этих опытах имеют огромное значение, между прочим, уже потому, что наряду с электрической конвекцией при движении проводников в электростатическом поле могут возникать и кондукционные токи, т. е. движения электричества по самим проводникам. Кондукционные токи тоже производят магнитные действия, ничем не отличающиеся от магнитных действий токов конвекционных» [5, стр. 15].

Опыты Роуланда непосредственно показали, что движение наэлектризованных тел приводит к появлению поля. Эти опыты в то время и несколько позже истолковывали на основе теории Гельмгольца, Неймана, Вебера, Максвелла. Гельмгольц признал, что хотя результаты этих опытов соответствуют предпосылкам теории Вебера, но их можно вывести из теории Максвелла, отрицающей действие на расстоянии. Приводя оценку Гельмгольца, Розенбергер отмечал: «Хотя, таким образом, правильность закона Вебера с количественной стороны не была оспорена, но уже приведенный только что отзыв Гельмгольца указывает на то, что теперь речь шла уже не столько о правильности выводов, вытекающих из этого закона, сколько о *принципиальной допустимости его исходных предпосылок*, что теперь критика была направлена вообще против возможности, и необходимости, во-первых, непосредственного действия электрических сил на расстоянии и, во-вторых, одновременного течения двух противоположных жидкостей по одному проводнику» [6]. Опыты Роуланда были первыми исследованиями магнитного поля конвекционных токов.

Одновременно с работой Химстеда появилась совместная работа Роуланда и Хитчинсона. В своих опытах они приняли достаточные меры к тому, чтобы электрическое поле между дисками было однородным, что позволило бы точнее, чем в предыдущих опытах, рассчитать распределение движущихся зарядов. Эйхенвальд отмечал, что в этих опытах было обращено особое внимание на точность измерений. Разности потенциала измерялись электрометром Томсона, для отсчета оборотов на каждой оси были помещены счетчики.

Роуланд и Хитчинсон вычисляли из своих опытов отношение электростатических абсолютных единиц к электромагнитным и при различных условиях опыта получали значения скорости света, лежащие в пределах $2,26 \cdot 10^{10}$ и $3,78 \cdot 10^{10}$ см/сек. Ряд работ, выполненных Кремье, привел к отрицательным результатам. Сам Кремье на основании своих опытов упорно отрицал возникновение магнитного поля при движении электрических зарядов.

Положительные результаты других исследователей он приписывал различным случайным ошибкам. Однако Кремье принадлежит заслуга применения нового метода, состоящего в том, что исследуется магнитное поле, создаваемое при вращении не постоянного, а переменного электрического заряда.

Эйхенвальд отмечал преимущество метода Кремье в том, что чувствительная магнитная стрелка может быть помещена вдали от вращающихся дисков и ограждена от посторонних влияний.

Пендер, пользуясь методом Кремье, получил положительные результаты. Он повторил опыт Роуланда с горизонтальным диском и наблюдал отклонения помещенной над диском стрелки. В 1903 г. Кремье и Пендер в совместной работе подтвердили результаты Пендера.

Первые прямые и очень точные опыты, которые привели к количественным результатам, находящимся в согласии с теорией, были произведены А. Эйхенвальдом. Работы Эйхенвальда производились в то время, когда опыты Пендера не были еще опубликованы, но были известны отрицательные результаты опытов Лехера и Кремье. Эйхенвальд отмечает, что и после появления работ Пендера было все же желательно повторение опытов Роуланда.

Эйхенвальд пользовался плоским конденсатором, состоящим из двух вертикальных проводящих дисков, которые заряжались электричеством противоположного знака. Один или оба диска вместе могли вращаться около общей оси. Магнитная стрелка, защищенная от посторонних влияний, помещалась около края одного из дисков.

Сопоставив опыты Роуланда, Химстеда, Роуланда и Хитчинсона, Пендера со своими, Эйхенвальд писал: «Заряд, движущийся со скоростью, достигающей 150 м/сек, образует вокруг себя магнитное поле, которое во всех отношениях, а именно по направлению, по величине и по распределению в пространстве и по своим индукционным действиям, эквивалентно магнитному полю гальванического тока, численная величина которого равна данной величине электрической конвекции» [5, стр. 52].

Уже в 1888 г. Рентген изучал магнитные действия диэлектриков, движущихся в электростатическом поле. В его опытах диск из стекла или эбонита вращался вокруг вертикальной оси между двумя неподвижными металлическими обкладками конденсатора. При перемене заряда в обкладках конденсатора во время вращения диска магнитная стрелка, находившаяся над верхней обкладкой, отклонялась. Направление отклонения стрелки соответствовало предположению, что движущиеся заряды диэлектрика эквивалентны электрическим токам. Косвенным подтверждением опытов Рентгена служили опыты Пендера. Пендер (1903) показал, что эбонитовый диск, равномерно вращаясь в перемен-

ном электрическом поле, возбуждает в соседнем проводнике индукционные токи.

Опыты Рентгена в усовершенствованной форме повторил Эйхенвальд. Наблюдаемые в его опытах отклонения стрелки представляли результат разности действий двух взаимно противоположных конвекционных токов, поскольку заряды, появившиеся на обеих сторонах диэлектрика в поле конденсатора, всегда имеют разные знаки. Количественные измерения Эйхенвальда находились в согласии с теорией.

В последующей серии опытов Эйхенвальд заставил вращаться оба диска конденсатора вместе с содержащимся между ними диэлектриком как одно целое. Подобный эксперимент с теоретической точки зрения имел существенное значение. В опытах Роуланда и Эйхенвальда один диск заряженного конденсатора двигался относительно другого, неподвижного диска, имеющего заряд противоположного знака, или заряды обоих дисков двигались совместно относительно среды, находящейся между дисками.

В опытах с вращающимся диэлектриком поверхностные заряды диэлектрика двигались относительно неподвижных зарядов на дисках конденсатора. При вращении дисков конденсатора вместе с помещенным между ними диэлектриком относительно перемещения зарядов не было; однако и в этом случае возникло магнитное поле. Эйхенвальд впервые доказал на прямом опыте существование магнитного поля тока смещения.

Мы видим, что Эйхенвальд дал не только совершенно безупречное экспериментальное доказательство существования магнитного поля конвекционных токов, но и произвел весьма точные количественные измерения этого поля. Опыты Эйхенвальда дали возможность установить полную эквивалентность конвекционных токов токам проводимости, подтвердили эквивалентность магнитных полей тока проводимости, тока смещения, тока конвекции и тока Рентгена; они же должны были помочь решить вопрос о том, какая из двух основных дорелятивистских теорий электродинамики движущихся сред — теория Герца или теория Лоренца — соответствует действительности.

Ход рассуждений физиков в то время был примерно таким: если эфир переносится вместе с вращающимся диском (Герц), ток смещения в движущемся диэлектрике должен быть пропорционален диэлектрической постоянной; если же эфир неподвижен (Лоренц) и не принимает участия во вращении, то, поскольку диэлектрическая постоянная эфира равна единице, ток смещения должен быть пропорционален $\epsilon - 1$, так как необходимо вычесть ту часть тока смещения, которая обуславливалась эфиром в том случае, если бы он участвовал в движении.

Обозначим через $\pm \rho = \epsilon E / 4\pi$ плотность заряда на обкладках конденсатора, через $\pm \rho' = - \frac{(\epsilon - 1) E}{4\pi}$ плотность заряда, наве-

денного в диэлектрике, и через $\rho'' = \pm \rho \pm \rho' = \pm \frac{E}{4\pi}$ плотность свободных зарядов. Перемещая эти заряды с постоянной скоростью v параллельно плоскостям обкладок конденсатора, получаем соответствующий вклад в магнитное поле

$$H = A \frac{v}{c} \frac{\epsilon E}{4\pi} = A\beta\rho;$$

$$H' = -A \frac{v}{c} \frac{\epsilon - 1}{4\pi} E = A\beta\rho';$$

$$H + H' = A \frac{v}{c} \frac{E}{4\pi} = A\beta\rho'',$$

где A — коэффициент пропорциональности.

Возможны следующие случаи:

а) движется одна обкладка конденсатора или обе обкладки в одну или противоположные стороны; согласие теории с результатами опытов Эйхенвальда хорошее;

б) движется диэлектрик, а обкладки конденсатора находятся в покое; одна сторона диэлектрика дает вклад $H'_1 = A_1\beta\rho'$ в магнитное поле, другая — $H'_2 = A_2\beta\rho'$ и $H = (A_1 - A_2)\beta\rho'$;

в) движется одна обкладка конденсатора вместе с диэлектриком: тогда

$$H = \{A_1 + A_2(\epsilon - 1)\} \beta \frac{E_1}{4\pi};$$

эта формула подтверждена опытами Эйхенвальда;

г) движется конденсатор как целое:

$$H_A + H_B = (A_1 - A_2)\beta \frac{E}{4\pi}.$$

Согласно теории Герца, магнитного поля не должно быть, но последняя формула также подтвердилась экспериментально.

Опыты Эйхенвальда оказалось проще всего интерпретировать на основе теории Лоренца. Сам Эйхенвальд писал: «Так как электромагнитные явления представляют собой единственную, известную в настоящее время, связь материи с мировым эфиром, то естественным является вопрос, не сопровождается ли движение материи в электромагнитном поле движением самого эфира. Вопрос этот, как увидим ниже, решается в отрицательном смысле на основании наших опытов с диэлектриками, движущимися в электростатическом поле. С другой стороны, в области чисто оптических явлений такой же ответ на поставленный вопрос дается известным опытом Физо над скоростью распространения света в движущейся жидкости. Все вместе взятое позволяет нам сделать следующее заключение: то, что мы называем в настоящее время мировым эфиром и что проникает

собой все материальные тела, мы должны считать неподвижным даже внутри самой материи, находящейся в движении» [5, стр. 10—11].

В опыте Вильсона полый цилиндр, помещенный в магнитное поле, направленное параллельно оси, вращается вокруг своей оси. Внутри цилиндра возникает радиально направленное электрическое поле. В металлическом цилиндре при этом происходит перемещение электронов проводимости к внешней поверхности цилиндра. Электроны проводимости перемещаются до тех пор, пока заряд на внешней поверхности цилиндра не создаст поле, которое уравнивает силу Лоренца, действующую на электроны, находящиеся в цилиндре вещества $(\mathbf{F} = \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}])$. Между внешней и внутренней поверхностями цилиндра возникает разность потенциала и при соединении их проводником в нем пойдет ток.

Вильсон экспериментально подтвердил, что теория Герца, исходящая из полного увлечения эфира, не соответствует действительности. Проблема относительности движения оказалась центральной в электродинамике движущихся сред, но с отказом от полного увлечения эфира нельзя было сохранить и принцип относительности в его классической форме. Лоренц пошел по пути отказа от принципа относительности, но и этот путь оказался сложным и противоречащим многим экспериментальным данным. Необходимо было модифицировать группу преобразований классической физики, чтобы разрешить трудности электродинамики движущихся тел.

2. ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

В основу оптики движущихся тел, ставшую важной вехой на пути к созданию теории относительности, легли теории абберации и доплер-эффекта.

Явление абберации света было обнаружено английским астрономом Дж. Брэдли. В конце XVII в. и в самом начале XVIII в. многие астрономы заметили изменения в положении звезд, происходившие с годичной периодичностью и с амплитудой около $40''$. Ж. Пикар, Р. Гук и Дж. Флемстид склонны были приписать эти изменения параллаксу, Кассини-младший и Манфреди справедливо оспаривали эти положения, так как при параллактическом смещении светило удаляется от апекса перемещения наблюдателя, в то время как при наблюдаемом смещении светило приближается к апексу.

В 1725 г. С. Молине предпринял попытку проверить исследования Гука. Молине установил телескоп почти в вертикальном положении и начал наблюдения за звездой γ Дракона, приняв

тщательные для того времени меры к тому, чтобы положение телескопа сохранилось в течение года. 17 декабря 1725 г. к наблюдениям, начатым Молине, приступил и Брэдли и сразу обнаружил смещение звезды к югу. К началу марта смещение достигло $20''$. Проследив дальнейшее изменение смещения, Брэдли обнаружил, что в декабре 1726 г. склонение вернулось к своему декабрьскому значению 1725 г. Наблюдения показали, что звезда γ Дракона подвержена некоторому годичному смещению, которое, безусловно, не является параллактическим; возникшее же предположение, что это вызвано нутацией земной оси, не соответствовало явлениям, происходившим с другими звездами. В 1728 г. Брэдли понял, что абберрация света обусловлена кажущимся изменением направления распространения света от звезды вследствие распространения света с конечной скоростью и годичного движения Земли по своей орбите. Для объяснения суточной и годичной абберрации на протяжении почти всего XVIII в. проводились разные механические аналогии, не объяснявшие, однако, картины абберрации (Лаланд, Мопертюи и др.). В 1782 г. Вильсон, исходя из эмиссионной теории света, предположил, что при наполнении телескопа водой численное значение абберрации не должно измениться. К противоположному выводу пришел Бошкович. Вопрос о роли телескопа был ранее поставлен Клеро, который рассмотрел вопрос о том, в каком направлении должен быть ориентирован телескоп для наблюдения звезды. Клеро пришел к выводу, что этим направлением должна быть диагональ параллелограмма, построенного на векторах скорости света и Земли. Абберрация в рамках эмиссионной теории оставалась явлением изолированным и не приводила к постановке новых существенных вопросов более общего характера.

У Юнга мы впервые встречаемся с попыткой объяснения абберрации с волновой точки зрения. Объяснение Юнга, основанное на предположении о неувлекаемом эфире, сразу же привело к постановке проблемы взаимодействия эфира и вещества.

Следующая веха на пути к созданию оптики движущихся сред связана с именами Араго и Френеля. Исходя из эмиссионной теории света, Араго считал, что коэффициент преломления должен зависеть от того, движется ли тело навстречу источнику или удаляется от него. Не заметив изменения угла отклонения луча, Араго заключил, что движение Земли не влияет на показатель преломления. В 1818 г. Араго обратился с письмом к Френелю. В ответном письме Френель изложил волновую теорию оптических явлений в движущихся средах, опирающуюся на гипотезу о неподвижности эфира в системе неподвижных звезд.

Френель считал, что если все содержащееся в столбе воды или в куске стекла испытывает поступательное движение, то

распространение света должно протекать независимо от того, имеется или отсутствует поступательное движение. Совсем иная картина должна иметь место в том случае, если в стекле или в воде содержится нечто неприводимое в движение. Теория, построенная Френелем, по своему значению выходит далеко за рамки простого объяснения опытов Араго. Френель впервые широко ставит вопрос о необходимости выяснения существующей зависимости между движущимся телом и эфиром, окружающим тело и содержащимся в нем. Он рассуждает примерно так: упругость эфира неизменна, плотность же эфира в стекле ρ_1 больше плотности эфира в вакууме ρ . В случае неподвижного стекла коэффициент преломления будет

$$n = \frac{c}{c_1} = \sqrt{\frac{N}{\rho}} : \sqrt{\frac{N}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}}.$$

Если стекло движется, то скорость эфира по отношению к стеклу равна по величине и обратна по направлению скорости стекла по отношению к эфиру. Внутри же стекла скорость эфира по отношению к стеклу требует учета «непрерывности» эфира. В силу условия непрерывности

$$\rho v = \rho_1 v_1, \quad v_1 = \frac{v\rho}{\rho_1} = v \frac{1}{n^2}.$$

Внутри вещества, где эфир уплотнен, его скорость по отношению к стеклу есть $v_1 < v$, а по отношению к внешнему эфиру —

$$v - v_1 = v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right).$$

Френель считал, что угол преломления зависит от скорости, с которой стекло движется по отношению к эфиру. В теории неподвижного эфира преломление света в движущемся теле должно отличаться от преломления в теле неподвижном; однако, согласно Френелю, этот эффект в первом порядке компенсируется эффектом частичного увлечения эфира движущимся телом.

По поводу опытов Араго Коши писал, что абберация — не кажущееся изменение направления, а истинное. В известном смысле — это косвенная полемика с Френелем, трактовка которого более близка к трактовке, возникшей позже на основе электромагнитной теории света.

Против гипотезы Френеля более определенно высказывается Допплер.

Оценивая теорию Френеля, Мандельштам писал, что, конечно, можно найти много возражений против вывода Френеля. «Можно спросить, например, почему он берет различной в стекле и в пустоте *плотность* эфира а не его упругость, что совершен-

но изменило бы дело и т. д. Но так или иначе результат получается у него верный. Действительно, — говорит Френель, — угол преломления зависит от v из-за изменения скорости падающей волны, но этот эффект в первом порядке компенсируется эффектом частичного увлечения» [7, стр. 101].

При всех частичных успехах теории до 40-х годов прошлого века почти не было экспериментальных работ по оптике движущихся тел. В 1839 г. Ж. Бабине пропускал свет через две одинаковые стеклянные пластинки в разных направлениях: через одну лучи проходили по направлению движения Земли, через другую — в обратном направлении. При интерференции эти лучи дают такую же картину, как и в том случае, когда оба луча идут в одном направлении. К 40-м годам XIX в. не только не существовало единой и последовательной теории оптических явлений в движущихся телах в целом, но и последовательной теории аберрации.

В 1843 г. Допплер дал критический анализ существующих объяснений явления аберрации, разделив их условно на пять групп:

1) Объяснения на основе эмиссионной теории света (типа Брэдли). Эти трактовки должны быть отклонены ввиду спорного характера самой эмиссионной теории света.

2) Объяснения аберрации как оптической иллюзии; являются, конечно, несостоятельными.

3) Кинематические объяснения, основанные на учете отношения скорости наблюдателя к скорости света. Допплер считал их неприемлемыми вследствие того, что они предполагают абсолютную «прозрачность всех тел для эфира, за исключением сетчатки глаза».

4) Механические объяснения, основанные на сложении скоростей. Эти объяснения неприемлемы по двум причинам: во-первых, они предполагают абсолютную неподвижность эфира, во-вторых, согласно Допплеру, нельзя складывать поступательное движение Земли с движением света.

5) Физиологические объяснения, предполагающие, что аберрация есть следствие смещения наиболее чувствительной точки сетчатки за время прохождения света от зрачка до сетчатки глаза. Эти объяснения приводят к расхождениям с наблюдаемыми значениями аберрации.

Статья Допплера ярко рисует неудовлетворительное состояние оптики движущихся тел в 40-х годах прошлого столетия.

В 1845 г. выступил Стокс с рядом работ, посвященных теории аберрации. В своей теории аберрации Стокс исходил из предположения, что окружающий Землю эфир при перемещении Земли увлекается ею. Он считал, что в каждой точке поверхности земного шара скорость эфира равна скорости Земли и приборы, следовательно, находятся в покое по отношению к окру-

жающему их эфиру. Направление, в котором наблюдается звезда, зависит от направления распространения волн в тот момент, когда они проходят через объектив телескопа. Рассматриваемое направление отличается от направления распространения волн на некотором расстоянии от поверхности Земли. Теория Стокса также встретила со значительными трудностями.

Аналізу теории Стокса были посвящены работы многих физиков, в том числе Лоренца и Планка. В теории Стокса содержалось два несовместимых допущения: 1) движение эфира является безвихревым и 2) на поверхности Земли нет скольжения. Если предполагать, что эфир является несжимаемым, то нет никакой возможности совместить эти допущения Стокса.

Из гидродинамики известно, что если шар, погруженный в неограниченную несжимаемую среду, имеет заданное поступательное движение, то движение среды будет вполне определенным при условии существования потенциала скоростей для этой среды и равенства нормальных составляющих в каждой точке поверхности.

Лоренц подчеркивает, что при движении, которое удовлетворяет этим условиям, на поверхности имеется значительное скольжение. Однако если допустить, что эфир подчиняется газовым законам и притягивается к Земле с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния от ее центра, то, как показал Планк, можно устранить противоречие между двумя гипотезами теории Стокса, правда, путем наложения весьма неестественных условий на изменения плотности эфира.

Дальнейшее развитие оптики движущихся сред оказалось тесно связанным с проблемами электронной теории и главным образом с работами Лоренца в этом направлении. Уже в 1886 г. Лоренц опубликовал работу «О влиянии движения Земли на оптические явления», а в последующие годы — ряд работ, посвященных стоковской теории аберрации. В 1895 г. выходит в свет книга Лоренца «Опыт теории электрических и оптических явлений в движущихся средах», сыгравшая в дорелятивистский период наиболее существенную роль в уяснении основных проблем электронной теории.

Значительно позднее, в лекциях, прочитанных в Колумбийском университете весной 1906 г. и опубликованных под названием «Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения», Лоренц писал: «Электромагнитные и оптические явления в системах, имеющих поступательное движение, — а такими в силу годовичного движения являются все тела на Земле, — представляют большой интерес не только сами по себе, но также и потому, что они дают возможность проверить различные теории электричества. Электронная теория была развита отчасти со специальной целью охватить и эти явления» [4, стр. 247].

В дорелятивистских теориях в трактовке вопроса о взаимодействии вещества и эфира существовали различные и весьма противоречивые точки зрения, которые условно можно подразделить на три группы:

1) при движении тела его молекулы проходят через эфир; это (относительное) движение тела по отношению к эфиру грубо напоминает движение открытого автомобиля в воздухе, количество которого в автомобиле при движении последнего остается постоянным и который не увлекается автомобилем.

2) противоположная точка зрения состояла в том, что эфир, заключенный в теле, продвигается вместе с телом и при движении тела эфир в нем остается тем же самым; если продолжить подобную механическую аналогию, то при отсутствии (относительного) движения тела по отношению к эфиру можно говорить о закрытом автомобиле, воздух в котором движется вместе с автомобилем (полностью увлекается);

3) эфир движется вместе с телом, но его скорость отлична от скорости тела.

Еще Физо поставил опыты для проверки вопроса об увлечении или неувлечении эфира. В его опытах в двух трубах равной длины вода двигалась в противоположных направлениях со значительными постоянными скоростями. Каждый из двух пучков света, которые создавались одним и тем же источником, проходит в этих трубах свой путь в различных условиях. Один пучок проходит в обеих трубах путь в направлении движения воды, другой же — против ее движения. Скорость световых лучей можно сравнивать путем наблюдения интерференционной картины, измеряя расстояние между двумя смещенными полосами при неподвижной и движущейся воде. Когда в трубах движется воздух, никаких изменений интерференционной картины не наблюдается. Опыты Физо и Майкельсона — Морли подтвердили формулу Френеля для коэффициента увлечения.

В дальнейшем Лоренц при анализе опыта Физо и гипотезы Френеля теоретически распространил полученные результаты и на случаи таких сред, в которых скорость света зависит от частоты, и нашел значение

$$k = 1 - \frac{1}{\mu^2} - \frac{\lambda}{\mu} \frac{d\mu}{d\lambda}.$$

Замечательный цикл работ Зеемана и его сотрудников подтвердил расчеты Лоренца.

Необходимо отметить, что при анализе рассматриваемой группы проблем оптики движущихся сред Лоренц в своих выводах пренебрегает членами второго порядка по сравнению с v/c , исходя из того, что почти ни в одном из обсуждаемых им опытов, произведенных с целью обнаружения влияния движения Земли на оптические явления, невозможно было обнаружить

эффекты, пропорциональные v^2/c^2 . Как бы близко электронная теория Лоренца ни подходила к решению проблем оптики движущихся сред, полная и единая теория отсутствовала, и Лоренцу, много сделавшему для отыскания выражений, инвариантных при переходе от одной инерциальной системы к другой, не удалось получить наглядной, физически убедительной картины аберрации в целом.

Наряду с аберрацией важным явлением в оптике движущихся сред является эффект Допплера. В 1842 г. появилась небольшая работа Допплера «О цвете двойных звезд и некоторых других небесных тел», сыгравшая видную роль в физике в целом и в оптике движущихся сред в частности. В этой работе впервые был поставлен вопрос о влиянии движения источника волн или наблюдателя на воспринимаемую наблюдателем частоту. Первым откликнулся на работу Допплера известный математик Б. Больцано. Однако физики не обратили серьезного внимания на работу Допплера, считая ее астрономической; астрономы же указывали на невозможность принятия допллеровского объяснения цвета двойных звезд.

Резкая полемика возникла между Допплером и Пецвалем. Последний рассматривал влияние равномерного движения среды на характер колебаний, распространяющихся в этой среде, и пришел к выводу, что движение среды может менять длину волны, ее скорость и интенсивность, но период должен при этом оставаться неизменным.

Значительный интерес представляет тот факт, что задолго до возникновения релятивистской кинематики и релятивистского закона сложения скоростей, в качестве одного из аргументов против точки зрения Пецваля фигурировало то, что эффект Допплера имеет чисто кинематическую природу и динамическая его трактовка бесплодна. В этой полемике Допплер оказался прав; однако работы Пецваля принесли пользу в том отношении, что в них был заострен вопрос о роли эффекта Допплера в оптике движущихся сред. Пецваль первоначально исходил из предположения о полном увлечении эфира движущимся телом, но в последующих своих работах рассматривал эффект Допплера с точки зрения неподвижного эфира.

Почти одновременно с дискуссией по вопросу о взаимодействиях между эфиром и веществом в связи с теорией аберрации эти же проблемы возникли и в теории допллер-эффекта. Плодотворными для распространения допллер-эффекта на молекулярную физику были работы Ангстрема, хотя в дискуссии Ангстрема и Маха правым оказался последний.

Решающее значение в проникновении принципа Допплера в оптику имели выполненные в 1862—1873 гг. опыты В. Хюггинса по изучению спектров звезд. В первой серии опытов 1862—1863 гг. Хюггинс исследовал спектры многих звезд, сравнивая их

со спектрами, полученными от земных источников, в частности от гейслеровых трубок. Он получил весьма ценные данные о химическом составе атмосферы звезд. Уже в 1864 г. он пытался найти смещение спектральных линий, обусловленное движением звезд. Но, хотя в его распоряжении был прибор, позволяющий разрешить компоненты D -линии Фраунгофера, наблюдения над Альдебараном, Сириусом, Арктуром, α Ориона, α Лиры, β Пегаса и другими звездами не дали результатов. По расчетам Хюггинса, он мог бы заметить смещения, соответствующие скоростям порядка 196 миль/сек.

В 1868 г. Хюггинсу удалось с помощью спектроскопа большей разрешающей способности найти смещение в D -линии спектра Сириуса и в линиях азота спектра большой туманности в Орионе. Решающим обстоятельством для доказательства принципа Допплера Хюггинс считал замеченное им в 1871 г. различие в спектрах краев Солнца, вызванное вращением Солнца вокруг своей оси.

Представляет интерес письмо Максвелла к Хюггинсу. Максвелл рассматривает два вопроса оптики движущихся сред: эффект Допплера и изменение показателя преломления при прохождении через движущуюся призму, не связывая их. Эффект Допплера, по мнению Максвелла, можно объяснить независимо от гипотезы увлечения или неувлечения эфира движущимися телами; второй же вопрос должен быть решен, исходя из гипотезы Френеля о частичном увлечении эфира. В 1894 г. А. Белопольский [8] предложил проект эксперимента для исследования принципа Допплера — Физо в лабораторных условиях, не прибегая при этом к космическим скоростям.

Загруднения при исследовании эффекта Допплера в лабораторных условиях состояли в том, что не удавалось получить земные источники света, движущиеся с большими скоростями. Сдвиги спектральных линий при достижимых в то время скоростях источников в земных условиях были весьма малыми и не могли регистрироваться существовавшими тогда приборами с их невысокой чувствительностью. Белопольский писал, что для лабораторного изучения доплер-эффекта необходимо усовершенствовать экспериментальную технику в двух направлениях: во-первых, в направлении увеличения скорости источника или его изображения и, во-вторых, значительного увеличения разрешающей способности спектральных приборов.

На установке интересной конструкции Белопольский дал экспериментальное подтверждение принципа Допплера — Физо в лабораторных (земных) условиях. В 1907 г. принцип Допплера — Физо был проверен Б. Б. Голицыным и И. Виллипом при помощи интерференционного спектрографа с высокой разрешающей способностью. В. А. Михельсон обратил внимание на то, что смещения линий в спектрах различных светил могут вызываться

не только движением светил по отношению к наблюдателю, но и изменениями, происходящими в среде, которая разделяет спектроскоп и исследуемый источник света. Четко выразив свое отношение как к самому принципу Допплера — Физо, так и к его астрофизическим приложениям, Михельсон отмечает, что принцип Допплера сам по себе носит чисто кинематический характер и, следовательно, не вызывает никаких сомнений, однако в числе предположений, на которых основано его применение, имеются допущения, в значительной степени произвольные и требующие опытной проверки.

3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ В ТРАКТОВКЕ ЛОРЕНЦА И ПУАНКАРЕ

Лоренц и Пуанкаре были наиболее близки к основным идеям специальной теории относительности, сформулированным в окончательной форме Эйнштейном независимо от них. Пути, по которым они шли к теории относительности, были во многом идентичны. Но в творчестве Лоренца многочисленные проблемы электродинамики движущихся тел занимали особо видное место.

Во введении к своей статье «О динамике электронов» (1906) Пуанкаре ссылался на работу Лоренца «Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света», опубликованной 27 мая 1904 г. в «Известиях Амстердамской академии», и писал: «Важность вопроса побудила меня снова заняться им: результаты, полученные мною, согласуются во всех наиболее важных пунктах с теми, которые получил Лоренц; я стремился только дополнить и видоизменить их в некоторых деталях; некоторые имеющиеся расхождения, как увидим дальше, не играют существенной роли» [9, стр. 52].

Пуанкаре далее указывает, что Ланжевен (а до него Бухерер) пытался видоизменить идею Лоренца. В то время как у Лоренца движущийся электрон принимает форму сплюснутого эллипсоида вращения, две оси которого остаются неизменными, у Ланжевена остается постоянным объем эллипсоида. Несмотря на подкупающее преимущество теории Ланжевена, вводящей только электромагнитные силы и силы связи, она, как показал Лоренц, несовместима с постулатом относительности.

Фохт уже в 1887 г. был близок к формальной стороне преобразований Лоренца, но весьма далек от их физической интерпретации. Он записывает уравнения колебаний упругой несжимаемой среды и рассматривает такие преобразования координат и времени, которые оставляют указанные уравнения инвариантными. Близко к теории Лоренца подошел Лармор; весьма интересна и своеобразна была эволюция Ланжевена. Однако

лишь Лоренц в 1904 г. пришел к формулировке требования инвариантности уравнений поля по отношению к прямолинейному и равномерному движению.

Интересы Пуанкаре к электродинамике движущихся сред не были столь стабильны, как у Лоренца, но в круг вопросов, глубоко интересовавших Пуанкаре, входили также проблемы пространства и времени и ряд динамических проблем, весьма существенных для построения релятивистской теории.

Уже в 1892—1893 гг. Лоренц высказал гипотезу сокращения продольных размеров тел при их движении, призванную объяснить отрицательный результат опытов, ставившихся для обнаружения эффектов второго порядка. Фицджеральд сообщил Лоренцу, что он уже давно излагает эту гипотезу в своих лекциях. В дальнейшем Лоренц указал, что в литературе он нашел упоминание о гипотезе сокращения только в статье Лоджа.

Гипотеза сокращения состояла в том, что размеры всех тел, движущихся со скоростью v по отношению к эфиру, уменьшаются так, что

$$l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Лоренц стремился придать подобному сокращению смысл реального сокращения. В состоянии покоя система зарядов, составляющих тело и определяющих его размеры, находится в некотором равновесии. При движении же тела возникают магнитные поля, меняются взаимодействия зарядов, силы сцепления, определяющие собой условия равновесия атомов движущегося тела, и равновесие нарушается. При установлении нового равновесия меняются размеры тел. Однако одни лишь электрические силы не дают устойчивого равновесия и, кроме того, частицы всегда находятся в движении. Вскоре это объяснение не стало удовлетворять и самого Лоренца. В 1904 г. Лоренц исходит уже из уравнений электронной теории:

$$\operatorname{div} \mathbf{d} = \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{h} = \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}} + \rho \mathbf{v}),$$

$$\operatorname{div} \mathbf{h} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{d} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{h}}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{d} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{h}];$$

(здесь \mathbf{d} — диэлектрическое смещение; \mathbf{h} — напряженность магнитного поля; ρ — плотность электрического заряда; \mathbf{v} — скорость заряда; \mathbf{f} — сила); он стремится показать с помощью определенных основных допущений, что многие электромагнитные явления не зависят от движения системы.

Лоренц принимает, что система как целое движется по направлению оси x с постоянной скоростью ω . Обозначим скорость, которую сверх того имеет какая-нибудь точка электрона, через \mathbf{u} , тогда $v_x = \omega + u_x$, $v_y = u_y$, $v_z = u_z$. Если уравнения элект-

ронной теории отнести к осям движущейся системы координат, то получим видоизмененную систему уравнений.

Лоренц преобразует систему уравнений, вводя в качестве новых переменных

$$x' = klx, \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad \text{где } k^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2}.$$

Затем он выбирает подходящие выражения для напряженностей электрического и магнитного полей в движущейся (штрихованной) системе отсчета и определяет два новых вектора \mathbf{d}' и \mathbf{h}' .

Путем несложных преобразований уравнения можно представить в виде

$$\operatorname{div}' \mathbf{d}' = \left(1 - \frac{v u'_x}{c^2}\right) \rho', \quad \operatorname{div}' \mathbf{h}' = 0,$$

$$\operatorname{rot}' \mathbf{h}' = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathbf{d}'}{\partial t'} + \rho' \mathbf{u}' \right), \quad \operatorname{rot}' \mathbf{d}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}'}{\partial t'}.$$

Дифференцирование по нештрихованным переменным заменяется дифференцированием по штрихованным.

В 1912 г. Лоренц писал: «Можно заметить, что в этой статье мне не удалось в полной мере получить формулы преобразования теории относительности Эйнштейна..., вследствие чего мне не удалось уничтожить член $-\omega u'_x/c^2$ из первой формулы и, таким образом, привести уравнения точно к виду, справедливому для покоящейся системы. С этим обстоятельством связана беспомощность некоторых дальнейших рассуждений в этой работе. Заслуга Эйнштейна состоит в том, что он первый высказал принцип относительности в виде всеобщего строго и точно действующего закона» [10].

Однако исторически существенным вкладом Лоренца в создание теории относительности явилась идея инвариантности величин или выражений при переходе от одной инерциальной системы к другой. Лоренц много внимания уделил отысканию подобных инвариантных выражений.

Ланжевэн в статье «О невозможности обнаружить поступательное движение Земли с помощью физических опытов», опубликованной в 1905 г., очень выразительно охарактеризовал заслуги Лоренца. Он писал: «Лоренц показал недавно, дополняя результаты, полученные ранее им и Лармором, что электронная теория полностью предвидит и притом во всех порядках приближения невозможность обнаружить при помощи статических измерений или наблюдений положений равновесия, либо интерференционных полос в оптике, движение всей системы электронов, если сам наблюдатель увлекаем

вместе с нею» [11]. В дальнейшем многими указывалось, что наряду с физическими исследованиями причин сокращения Лоренц сделал математическое открытие, показав, что уравнения Максвелла — Лоренца остаются инвариантными относительно специального преобразования координат, времени и полей.

В 1904 г. на конгрессе в Сент-Луисе Пуанкаре исходил из принципа относительности и высказывался также за то, что не могут существовать скорости, превосходящие скорость света. В статье «О динамике электронов» (1905) Пуанкаре начинает изложение с характеристики тех трудностей, с которыми столкнулась электродинамика движущихся сред. Он указывает на то, что с первого взгляда кажется, что аберрация света и связанные с нею явления дают средство для определения движения Земли по отношению к эфиру. Однако не только опыты, где принимаются в расчет только члены первого порядка относительно величины аберрации, но и опыты, в которых становились заметными члены, зависящие от квадрата аберрации, не позволили обнаружить движение Земли. «Эта невозможность,— пишет Пуанкаре,— показать опытным путем абсолютное движение Земли представляет, по-видимому, общий закон природы; мы, естественно, приходим к тому, чтобы принять этот закон, который мы назовем *постулатом относительности*, и принять без оговорок» [9, стр. 51—52]. Однако он в том же абзаце в менее утвердительной форме пишет: «Все равно, будет ли позднее этот постулат, до сих пор согласующийся с опытом, подтвержден или опровергнут более точными измерениями, сейчас во всяком случае представляется интересным посмотреть, какие следствия могут быть из него выведены» [9, стр. 51—52].

Оценивая вклад Пуанкаре в специальную теорию относительности, Паули отмечал, что: 1) в работе Пуанкаре были заполнены формальные пробелы, оставшиеся у Лоренца; 2) принцип относительности был высказан Пуанкаре в качестве всеобщего и строгого положения; 3) названия: «преобразования Лоренца» и «группа Лоренца» впервые фигурируют у Пуанкаре; 4) неизменность перпендикулярных к направлению движения размеров тела совершенно естественно вытекает у Пуанкаре из требования, чтобы преобразования, с помощью которых осуществляется переход от неподвижной системы к движущейся, образовывали группу, содержащую в качестве подгруппы обычные вращения осей координат; 5) Пуанкаре исправил лоренцовы формулы преобразования плотности заряда и скорости и таким образом достиг полной ковариантности уравнений электронной теории.

Паули считает, что в качестве предшественника Минковского надо упомянуть Пуанкаре, который ввел уже мнимую координату и часто объединял вместе величины, которые сейчас называют компонентами 4-вектора. Паули не подвергает анализу философские взгляды Пуанкаре.

Роль Пуанкаре в установлении специальной теории относительности часто недооценивают. Причины недооценки его вклада в создание теории относительности Л. де Бройль и О. А. Старосельская-Никитина усматривают в философском конвенционализме Пуанкаре. Д. Д. Иваненко считает причинами забвения роли Пуанкаре: 1) факт публикации статьи в практически неизвестном физикам, но крупном итальянском математическом журнале; 2) то, что работа Эйнштейна была подхвачена многочисленной армией немецких физиков-теоретиков; 3) неуверенное отношение самого Пуанкаре к своим результатам.

Заманчивой в историческом отношении представляется точка зрения Б. Г. Кузнецова: «Формализм четырехмерных преобразований, изложенных в статье Пуанкаре,— пишет Б. Г. Кузнецов,— опередил математические построения Эйнштейна и даже Минковского. Но в первую очередь он опередил физические построения самого Пуанкаре» [12].

Групповые свойства группы Лоренца, рассмотренные Пуанкаре, нельзя рассматривать как нечто имеющее чисто математическое значение. «Лоренцовы преобразования,— пишет Мандельштам,— образуют группу. Я утверждаю, что если бы этого не было, то получились бы большие неприятности, получилось бы так, что мы не знали бы, с чего начать при физическом подходе. Он указывает, что хотя в физике и не требовали группового характера от преобразований Лоренца, но без этого сомнительно, можно ли было построить какую-нибудь последовательную систему» [7, стр. 280].

При помощи преобразований Лоренца координаты в одной движущейся системе отсчета выражаются через координаты в другой системе, относительно которой движется первая. При наличии трех координатных систем зависимость координаты x'' от координаты x можно найти двумя путями. Находят зависимость x от x' , зависимость x' от x'' и затем зависимость x от x'' .

Можно пойти другим путем: найти сразу x'' как функцию x . Если бы преобразования не давали группу, то эти пути могли привести к различным результатам. «Значит, все наше построение было бы непоследовательным, нам запрещалось бы сравнивать сначала x и x' , а затем x' и x'' . Не было бы транзитивных соотношений, которые позволяют нам строить всю нашу концепцию, и эта концепция обладала бы провалом, который, быть может, и можно было бы как-то исправить, но совершенно не видно как» [7, стр. 284].

В теории относительности понятие группы преобразования было введено Пуанкаре. Параметром группы Лоренца является скорость, и определенному значению скорости всегда соответствует определенный элемент непрерывной группы. Преобразования Лоренца в самом общем виде имеют десять независимых параметров, образующих десятипараметрическую группу. Одно-

родные преобразования Лоренца имеют шесть независимых параметров, а преобразования Лоренца в специальном случае образуют группу с одним параметром — скоростью.

Из требования, чтобы преобразования, с помощью которых осуществляется переход от неподвижной системы к системе движущейся, образовывали такую группу, которая содержит в качестве подгруппы трехмерные вращения системы координат, Пуанкаре вывел неизменность размеров тел в направлении, перпендикулярном движению.

В том виде, в каком преобразования Лоренца записывались до Пуанкаре, полная ковариантность уравнений электронной теории не достигалась. Исправив лоренцовы формулы преобразования плотности заряда и скорости, Пуанкаре достиг полной ковариантности уравнений электронной теории.

Связь инвариантности и групповых свойств основывается на физических принципах. Преобразования Лоренца были получены из двух физических постулатов. Математически эти преобразования получаются из требования инвариантности выражения для ds^2 .

Можно сформулировать чисто математически обратную задачу. Дана совокупность линейных однородных преобразований с одним параметром; при каких условиях такая совокупность образует однопараметрическую группу?

Пуанкаре рассматривал группу преобразований, оставляющих квариантным уравнение $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$, и требовал помимо этого, чтобы эта группа содержала в качестве подгруппы: а) однопараметрическую группу перемещений параллельно оси x и б) обычные трехмерные вращения системы координат.

Минковский сформулировал так называемый мировой постулат как инвариантность всех законов природы по отношению к линейным преобразованиям, оставляющим инвариантным интервал ds^2 .

Полагая $x_4 = ict$, получаем формальную аналогию группе ортогональных преобразований декартовых координат в трехмерном евклидовом пространстве. Н. А. Умов (1910) усматривал некоторую произвольность в допущениях, к которым прибегал Лоренц, предлагая преобразования координат при переходе от одной системы к другой. «Вывод его, — писал Н. А. Умов, — основывается на некоторой совокупности допущений и рассуждений, которые не вытекают сами собой из одного единственного положения, но, как кажется, связаны между собой остроумием исследователя. По сравнению с простотой преобразования вывод его представляется слишком громоздким. Кроме того, этот вывод не дает никаких опорных пунктов для обсуждения положения, занимаемого лоренцовым преобразованием в ряде других возможных преобразований, и не показывает путей, которые могли бы повести к новым преобразованиям.

Обычно употребляемые рассуждения пригодны скорее для разъяснения лоренцова преобразования, чем для вывода его» [13].

В речи, произнесенной 1 мая 1915 г. [14], Н. Е. Жуковский высоко оценил работу Н. А. Умова «Условия инвариантности волнового уравнения». Он отметил, что аналогично тому, как неевклидова геометрия и геометрия многих измерений опираются на инвариантность обобщенного представления об элементе дуги, по Н. А. Умову, математическое содержание принципа относительности заключается в инвариантности (волнового) уравнения распространения света.

В 1953 г. А. Д. Александров и В. В. Овчинникова показали, что для вывода общего преобразования Лоренца достаточно принять лишь постулат постоянства скорости света и евклидовости пространства без привлечения принципа относительности.

Г. Арзелье рассмотрел следствия, к которым приводит формальное применение преобразований Лоренца для относительного движения двух инерциальных систем со скоростью, превышающей скорость света. Вопросы линейности лоренцовых преобразований рассматривал Брелль. Розен исследовал общие преобразования Лоренца в форме кватернионов. Динглер и Штек рассматривали преобразования Лоренца в рамках механики, не прибегая при выводе к электродинамическим предположениям. Сен исследовал, к каким следствиям приводят постулаты, лежащие в основе преобразований Лоренца, если их рассматривать не в совокупности, а в отдельности. Много серьезных исследований посвящено математическому разбору свойств группы Лоренца (В. А. Фок и др.) [15].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М., 1954.
- 1а. К. Д. Синельников. О философских вопросах современной физики.— В кн. «Философские вопросы современной физики». Киев, 1956, стр. 9.
2. А. Эйнштейн, Л. Инфельд. Эволюция физики. М., 1958, стр. 152.
3. М. Лауэ. История физики. М., 1956, стр. 64.
4. Г. А. Лоренц. Теория электронов. М., 1956.
5. А. Эйнхенвальд. Избранные работы. М., 1956.
6. Ф. Розенбергер. История физики, ч III, вып. 2. М — Л, 1936, стр. 382.
7. Л. И. Мандельштам. Соч., т. V. М., 1950.
8. А. Belopolsky. Astr. Nachr., 1894, 137, 33; Astrophys. J., 1901, 13, 15; Bull. de l'Acad. imper. des Sciences de St.-Petersb., 1900, 13, 461.
9. А. Пуанкаре. О динамике электронов.— В сб. «Принцип относительности». М.—Л., 1935.
10. Г. А. Лоренц. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света.— В сб. «Принцип относительности». М.—Л., 1935, стр. 22—23.
11. П. Ланжевен. Избранные труды. М., 1960, стр. 448.
12. Б. Г. Кузнецов. Основные идеи специальной теории относительности.— В сб. «Очерки развития основных физических идей». М., 1958, стр. 285.
13. Н. А. Умов. Избранные сочинения. М.—Л., 1950, стр. 492.
14. Н. Е. Жуковский. Н. А. Умов как математик. Соч., т. 7, стр. 284.
15. В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1955.

II

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. ЭВОЛЮЦИЯ ПОНЯТИЙ ПРОСТРАНСТВА И ВРЕМЕНИ

Исторический анализ предпосылок теории относительности связан с анализом понятий пространства, времени и движения классической физики.

Принцип кинематической относительности с достаточной отчетливостью был высказан уже Н. Коперником (1473—1543), согласно учению которого всякое воспринимаемое нами изменение положения тела происходит в результате либо движения наблюдаемого предмета, либо движения наблюдателя, либо вследствие движения наблюдателя и наблюдаемого предмета, если эти движения различны. Коперник применяет эти положения в первую очередь к видимому суточному вращению небесного свода и приходит к заключению, что наблюдаемые нами движения звезд и планет являются результатом движения Земли на орбите вокруг Солнца и ее вращательного движения вокруг собственной оси. Представления о кинематической относительности легли в основу гениального трактата Коперника «Об обращении небесных сфер». Об этом произведении Энгельс писал: «Чем в религиозной области было сожжение Лютером папской буллы, тем в естествознании было великое творение Коперника, в котором он,— хотя и робко, после 36-летних колебаний, и, так сказать, на смертном одре,— бросил вызов церковному суеверию» [1, стр. 153].

Принцип кинематической относительности, как и в дальнейшем более широкий принцип относительности Эйнштейна, открыл путь к широким обобщениям.

Сложнее обстояло дело с принципом инерции. Понятия инерции в современном понимании у Коперника не было. Пенлеве выдвинул предположение, что Коперник и коперниканцы вполне сознавали принцип инерции и его всеобщность. Тот же факт, что он не был ими сформулирован, Пенлеве объясняет якобы личной

опасностью, грозившей им за такое утверждение. Однако, как отметил Мейерсон, Декарт, осторожность которого хорошо известна, сформулировал принцип инерции, тогда как в вопросе о движении Земли он, наоборот, прибегал к многочисленным оговоркам. Наряду с отчетливым пониманием принципа кинематической относительности Коперник допускал представление о том, что реальным центром вращения нашей планетной системы является Солнце.

У Джордано Бруно (1548—1600) резкая критика старых представлений о Вселенной сочетается с утверждением, что в бесконечной Вселенной нет привилегированных точек. Признание множественности миров, отрицание существования центра мира, утверждение о равноправности всех направлений в пространстве были дальнейшим существенным шагом в истории развития представлений о пространстве и времени. Релятивизм Бруно также носит кинематический характер.

В дальнейшем, наряду с чисто кинематическим релятивизмом, выступают элементы динамического релятивизма. Иоганн Кеплер (1571—1630) в своих трудах уделял много внимания вопросам инерции, относительного движения и проблеме динамического истолкования движений планет. Работы Кеплера высоко оценил Энгельс. Анализируя первый период нового естествознания, он писал, что в области математики, механики и астрономии этот период характеризуется великими достижениями (особенно благодаря работам Кеплера и Галилея), выводы из которых были сделаны впоследствии Ньютоном.

При объяснении движения тел Кеплер, подобно Копернику, пользуется принципом относительности движения, но в отличие от него уже не прибегает к представлениям об естественном движении тел. Понятие инерции в современном смысле Кеплеру было неизвестно. Согласно Кеплеру, всякое тело стремится сохранить за собой то место пространства, в котором оно находится, и это стремление тела оставаться в том же месте пространства не зависит от его движения. В случае, если бы «инерция» могла осуществиться, она привела бы тела в состояние покоя. Этими «инерционными» свойствами обладают не только небесные тела; инерция представляет собой универсальное свойство всякой материи.

Понятие инерции у Кеплера не совпадает с понятием инерции, введенным Декартом. Тем не менее Лейбниц многократно писал, что понятие инерции открыто Кеплером и заимствовано у последнего Декартом. Поскольку Лейбниц обладал ясным пониманием принципа инерции, могло возникнуть представление, что Лейбниц обнаружил это понятие в трудах Кеплера или что им дана иная интерпретация широко известных утверждений Кеплера. Мейерсон показал, что Лейбниц приписывает Кеплеру понятие инерции как синонима массы. «Это утверждение,—

пишет Мейерсон,— в главной части своей несомненно справедливо. Кеплер часто утверждает, что в силу «инерции» материя сопротивляется силе, стремящейся сдвинуть ее с места, и что происходящее в результате движение регулируется соответственно отношению между инерцией и движущей силой» [2]. С этой точки зрения не лишено возможности, что Кеплер в какой-то мере вдохновлял Декарта, но Декарт глубже условил сущность понятия «массы», связав его с принципом инерции.

Интересно отметить, что во всех рассматриваемых работах проблемы относительности были связаны преимущественно с астрономическими исследованиями, и лишь у Галилея (1564—1642) исследования пространства и времени сочетаются с физическим экспериментом и использованием математических средств.

Полемизуя с Аристотелем в вопросе обоснования необходимости трехмерного пространства, Галилей писал, что тремя перпендикулярами определяются три измерения, и так как через данную точку не может проходить еще какая-нибудь линия, которая образовала бы прямые углы в этой точке с тремя данными, то существует только три измерения. Существенным при этом является не сам результат, а метод доказательства. Закон инерции, так же как и концепцию относительности движения, Галилей разрабатывает в тесной связи с законами механического движения. Дальнейшее развитие механики и физики шло по пути, намеченному Галилеем.

Как одну из основных линий в развитии механики XVII—XVIII вв. следует отметить переход от картезианского релятивизма к релятивизму динамическому. Картезианский релятивизм вытекает из учения Декарта о пространстве и времени.

Р. Декарт (1596—1650), рассматривая протяженность как атрибут телесной субстанции, относит время к модусу мышления. Если протяженность составляет, по Декарту, природу субстанции, то время, которое он отличает от длительности, есть лишь способ, каким мыслится эта длительность. Эта концепция Декарта не стала определяющей в развитии физики в целом и в учении о пространстве и времени в частности.

Большую роль сыграла формулировка закона инерции, впервые предложенная Декартом в 1644 г. «Каждая частица материи в отдельности продолжает находиться в одном и том же состоянии до тех пор, пока столкновение с другими частицами не вынуждает ее изменить это состояние. Иными словами, если она остановилась на каком-нибудь месте, она никогда не двинется отсюда, пока другие ее не вытолкнут; и раз она уже начала двигаться, то будет продолжать это движение постоянно с равной силой до тех пор, пока другие ее не остановят или не замедлят ее движения» [3].

Для картезианского релятивизма характерно учение об относительности движения, связанное с отрицанием пустого пространства, и сведение сил к кинетическому воздействию среды; для динамического же релятивизма характерно учение об инвариантности законов динамики при переходе от покоя к равномерному прямолинейному движению. Если в картезианском релятивизме относительность мыслится как в отношении прямолинейного, так и криволинейного движения, то в релятивизме динамическом устремления направлены в сторону четкого ограничения поставленной задачи прямолинейным движением.

Говоря о Копернике, Бруно, Кеплере, Галилее, мы отмечаем лишь основные вехи развития понятий пространства, времени, движения. На протяжении двух веков сочинение Ньютона (1642—1727) «Математические начала натуральной философии» — книга, которая наряду с анализом понятий материи, пространства, времени, движения содержала и многие другие математические, механические и физические концепции — являлось почти незыблемым основанием механики и физики.

В этой книге Ньютон вслед за определениями количества движения, инерции, приложенной силы, центростремительной силы, основанными на определенных физических допущениях, переходит к «поучению», в котором даны определения понятий времени, пространства, места и движения.

В начале «поучения» Ньютон отмечает, что в изложенных выше определениях имелось в виду объяснить, в каком смысле употребляются в дальнейшем менее известные понятия. В отличие от них время, пространство, место и движение составляют понятия общеизвестные. «Однако, — пишет Ньютон, — необходимо заметить, что эти понятия обыкновенно относятся к тому, что постигается нашими чувствами. Отсюда происходят некоторые неправильные суждения, для устранения которых необходимо вышеприведенные понятия разделить на абсолютные и относительные, истинные и кажущиеся, математические и обыденные» [4, стр. 30].

Вслед за этим Ньютон переходит к четырем определениям:

I. Абсолютное, истинное, математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно, и иначе называется длительностью.

Относительное, кажущееся или обыденное время есть или точная или изменчивая, постигаемая чувствами, внешняя, совершаемая при посредстве какого-либо движения, мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо истинного математического времени как то: час, день, месяц, год.

II. Абсолютное пространство по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается

всегда одинаковым и неподвижным. Относительное есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел, и которое в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное...

III. Место есть часть пространства, занимаемая телом, и по отношению к пространству бывает или абсолютным, или относительным...

IV. Абсолютное движение есть перемещение тела из одного абсолютного его места в другое, относительное — из относительного в относительное же» [4, стр. 30—31].

Ньютон стремился строить систему понятий, исходя из опыта, и вводить как можно меньше понятий, не находящихся в прямом отношении к действительности; тем не менее им установлены понятия абсолютного времени и пространства. Эйнштейн отмечает, что в наши дни Ньютона за это упрекали часто, но именно в этом пункте Ньютона особенно последователен «Он обнаружил, что наблюдаемые геометрические величины (расстояния материальных точек друг от друга) и их изменения во времени еще не определяют сполна движения в физическом смысле. Он доказывает это на своем знаменитом опыте с сосудом. Кроме масс и их расстояний, изменяющихся во времени, есть еще нечто, определяющее течение события; это «нечто» он понимал как отношение к «абсолютному» пространству. Он приходит к выводу, что, если его законы движения должны иметь значение, пространство должно обладать физической реальностью в той же мере, как материальные точки и их взаимные расстояния» [5].

Позднее Эйнштейн писал о двух понятиях пространства, которые могут быть противопоставлены друг другу: а) пространстве как свойстве положения мира материальных предметов (следовательно, пространство без материального предмета немыслимо) и б) пространстве как вместительнице всех материальных предметов [6].

Ньютон пришел к этому выводу несмотря на то, что вполне понимал трудности этой трактовки и причины оппозиции Лейбница и Гюйгенса. «Пространство не только вводилось как отдельный предмет, независимый от материальных объектов, ему приписывалась также абсолютная роль во всей каузальной структуре теории. Эта роль абсолютна в том смысле, что пространство (как инерциальная система) действует на все материальные предметы, в то время как последние не оказывают какого-либо обратного действия на пространство» [7, стр. 126].

Ньютоновские абстракции пространства и времени позволяли решать разнообразные конкретные механические и физические задачи, и в этом был их рациональный смысл. Эйнштейн отмечает два момента, вследствие которых была принята концепция Ньютона. Эта концепция в тот период развития науки была

единственно возможной и, главное,— единственно плодотворной. Атомная теория древних, согласно которой атомы существуют отдельно друг от друга, также способствовала победе ньютоновской концепции.

Согласно Ньютону, мы должны отличать место, занимаемое телом, от самого тела. Вопрос же о том, как отделить практически «место» от тела весьма труден. Отсюда вытекают и трудности в определении относительного и абсолютного движений. Определение истинных движений отдельных тел и точное их разграничение от кажущихся весьма трудно. Однако Ньютон считал, что, с какими бы трудностями ни было связано недоступное нашим чувствам абсолютное пространство, проявления известных сил природы принуждают нас признать его существование.

Принцип кинематической относительности Коперника в конечном итоге привел к постановке динамических проблем. Принципы динамики Ньютона в свою очередь привели к принципу динамической относительности движения.

Динамическая относительность движения, установленная Ньютоном, глубоко связана с теми новыми положениями в работах Ньютона, которые мы не встречаем у его предшественников.

Дав классическую формулировку принципа инерции, установив принцип равенства действия и противодействия и основной закон механического движения тел, а также внеся ясность в общую формулировку правила параллелограмма сил, Ньютон всегда связывал эти проблемы с классической формулировкой относительных понятий пространства, времени и движения при явном или неявном допущении существования абсолютного пространства и времени.

Антикартезианскую направленность носят у Ньютона как определения места, так и определения движения. «Свойство движения состоит в том, что части, сохраняющие постоянное положение по отношению к целому, участвуют в движении этого целого. Так, все части вращающихся тел стремятся удалиться от оси вращения, для движущихся поступательно полное движение образуется из соединения отдельных частных движений» [4, стр. 3].

Эти примеры нужны Ньютону для антикартезианского утверждения, что истинное абсолютное движение тела нельзя определить по перемещениям относительно соседних тел, которые рассматриваются как неподвижные.

«В тесной связи,— пишет Ньютон,— с предыдущим свойством находится такое: тело, движущееся в подвижном пространстве, участвует и в движении этого пространства, поэтому тело, движущееся от подвижного места, участвует в движении своего места. Следовательно, все движения, совершающиеся от подвижных мест, суть лишь составляющие части полных абсолют-

ных движений, и всякое полное движение составляется из движения тела от первого места своего, из движения этого первого от его места и так далее, пока не достигнет места неподвижного...» [4, стр. 33].

У Ньютона, в отличие от его предшественников, на первый план выступает динамическая относительность: определения места и движения подготавливают основу для такой трактовки. Он пишет: «Причины происхождения, которыми различаются истинные и кажущиеся движения, суть те силы, которые надо к телам приложить, чтобы произвести эти движения. Истинное абсолютное движение не может ни произойти, ни измениться иначе как от действия сил, приложенных непосредственно к самому движущемуся телу, тогда как относительное движение тела может быть произведено и изменено без приложения силы к этому телу. Достаточно, чтобы силы были приложены к тем телам, по отношению к которым это движение определяется. Когда тела будут уступать действию сил, будет изменяться и то относительное положение, которым определяется относительный покой или относительное движение. Наоборот, истинное движение всегда изменяется от приложения к телу сил, относительное же движение может при таком приложении сил и не изменяться. Так, например, если к телам, к которым движение заданного тела относится, будут приложены такие силы, что относительное положение всех тел будет сохраняться, то сохранится и относительное движение заданного тела по отношению к прочим. Таким образом, всякое относительное движение может быть изменяемо такими действиями, при которых абсолютное движение не меняется, и может сохраниться при таких, от которых абсолютное изменяется, так что абсолютное движение совершенно не зависит от тех соотношений, которыми определяется движение относительное» [4, стр. 33].

Интересный аспект ньютоновской механики отметил Минковский. Он писал, что уравнения ньютоновской механики обнаруживают двойную инвариантность: во-первых, их форма сохраняется при любом изменении положения координатной системы и, во-вторых, при каком-либо равномерном поступательном движении этой системы. Поскольку аксиомы геометрии мы привыкли считать установленными, эта «двойная» инвариантность, вероятно, редко формулируется вместе. В действительности же имеются две определенные группы преобразований дифференциальных уравнений механики. «Существование первой группы рассматривают как основной признак пространства. Ко второй группе охотнее всего относятся с презрением, чтобы легкомысленно пройти мимо того обстоятельства, что, исходя из физических явлений, никогда нельзя решить, не находится ли все-таки пространство, предполагаемое покоящимся, в равномерном поступательном движении. Указанные две группы ведут, таким образом, совер-

шенно обособленнее существование. Их совершенно разнородный характер, вероятно, и препятствовал объединению. Но как раз объединенная полная группа как целое дает пищу для нашей мысли» [8, стр. 303].

Далее Минковский отмечает, что из второй группы (G_c) в пределе при $c \rightarrow \infty$, т. е. из группы G_∞ , получается полная группа преобразований, характерная для ньютоновской механики. В таком случае, учитывая, что G_c понятнее, чем G_∞ , математик мог бы прийти к мысли, что явления природы в конце концов действительно инвариантны не относительно группы G_∞ , но скорее относительно группы G_c с определенным конечным c . «Такое предвосхищение было бы необыкновенным триумфом чистой математики. Математика в этом вопросе не оказалась находчивой; все же для нее остается удовлетворение, что она благодаря своим более ранним счастливым предшественникам с их дальновидным и острым умом в состоянии теперь сразу же охватить глубоко идущие следствия подобной перестройки нашего миропонимания» [8, стр. 305]. В действительности же переход от группы G_∞ к группе G_c требовал перестройки всей ньютоновской механики.

Можно отметить, что уже Декарт в письме к Мерсенну в октябре-ноябре 1631 г. писал о предельной скорости материальных тел. Он полагал, что камень имеет неодинаковую способность увеличивать количество движения или скорость, если он движется очень быстро и очень медленно. Позднее Лаплас, записывая количество движения в виде $mf(v)$, а кинетическую энергию в виде $\int mf'(v) dv$, как бы открыл новый закон динамики. У Декарта это вытекало из его представления о мере движения, в то время как у Лапласа — в силу математической тенденции к обобщению. Однако это не было переходом к G_c . Высказывание Декарта о предельной скорости материальных тел не получило какого-либо развития, однако к картезианским идеям относительности всякого движения неоднократно возвращались на протяжении XVII в., и в первую очередь к ним обращался Х. Гюйгенс.

На протяжении всей творческой деятельности Гюйгенс усилненно интересовался проблемой относительности движения. При анализе его работ по механике до 1659 г., т. е. до его первых работ, посвященных центробежной силе, может показаться, что Гюйгенс отказывается обсуждать вопрос относительности движения. Однако, как на это указал уже Дюга, в 1656 г. Гюйгенс обращается к этим проблемам в связи с вопросом об определении местонахождения Земли, требующим рассмотрения каких-либо точек или тел в мировом пространстве, находящихся в покое.

В 1668 г. Гюйгенс усматривает существенную разницу между равномерным прямолинейным движением, для которого он подробно анализирует принцип относительности, и движением вра-

щательным, по отношению к которому он не применяет этого принципа. В данном случае Гюйгенс отходит от картезианских представлений. Выход в свет ньютоновских «Начал» вызывает у Гюйгенса трудно объяснимую реакцию. Гюйгенс возвращается ко многим картезианским представлениям, в том числе к утверждению об относительности всякого движения. Идеей относительности Гюйгенс часто пользовался не только в своих рассуждениях, но и во многих доказательствах.

В мемуаре «О движении тел под влиянием удара», опубликованном впервые посмертно в 1703 г., Гюйгенс не только дает определение относительного движения, но и прибегает к этому понятию для доказательства сохранения количества движения.

«Идея относительности, — пишет К. Баумгарт, — (в классическом смысле, конечно) была ему чрезвычайно близка. Когда Мариотт предложил различать «относительную» скорость (*vitesse respective*) и «истинную» или «собственную» скорость (*vitesse propre*), Гюйгенс выступил с возражением, что существует только относительная скорость» [9].

Против ньютоновского учения о пространстве, времени и движении выступил Дж. Беркли (1684—1753) — представитель субъективного идеализма. Критике Ньютона посвящено и отдельное сочинение Беркли «De motu». Основное положение сенсуализма, что единственным источником наших знаний является ощущение, Беркли превращает в идеалистическое утверждение, что мы знаем только ощущения. Критика Беркли, которая была опубликована в промежутке между первым и вторым изданиями «Математических начал натуральной философии», по-видимому, не произвела на Ньютона впечатления.

Против ньютоновской концепции пространства и времени с идеалистических позиций выступил и Лейбниц (1646—1716). Для Лейбница пространство есть не субстанция, но не что иное, как «порядок существования вещей», поскольку они одновременно существуют. Время он рассматривает как закон изменений.

С материалистической критикой ньютоновских представлений выступил Дж. Толанд (1670—1722). Толанд высказал положение о том, что движение — существенное свойство материи. Пространство и время связаны с движением. Работы Толанда были важным шагом в истории развития учения о пространстве и времени. В «Письмах к Серене» Толанд утверждает, что движение — основной способ бытия материи. Он выступает против признания за материей лишь протяженности, а также против понимания пустоты как абстракции от протяженности.

«Понятие пустоты, — пишет Толанд, — есть одно из бесчисленных ошибочных следствий из определения материи через одну лишь протяженность, из утверждения, что материя по своей природе бездеятельна, из мысли, что она разделена на реальные части, вполне независимые друг от друга» [10, стр. 100].

Толанд критикует ньютоновское учение об абсолютном пространстве как о вместилище вещей. Он пишет: «Я вполне сознаю, что вступаю в противоречие с общепринятым представлением и что, в частности, в вопросе о пространстве я как будто имею против себя мнение величайшего человека, величие которого не умалится и в том случае, если это его мнение окажется ошибочным, ибо его несравненные открытия все равно останутся непоколебленными. Что до меня, то я не могу поверить в абсолютное пространство, отличное от материи и вмещающее ее в себе, как не могу поверить и тому, что есть абсолютное время, отличное от вещей, о длительности которых идет речь. А между тем принято думать, что г. Ньютон не только утверждает существование того и другого, но и сравнивает их друг с другом» [10, стр. 105].

В уста пантеистов Толанд вкладывает свои представления о Вселенной. «Итак, они утверждают, что Вселенная (ничтожная часть которой представляет видимый нами мир) бесконечна как по протяжению, так и по силе; едина непрерывностью целого и смежностью частей; неподвижна в целом, ибо вне ее нет ни места, ни пространства, но подвижна в частях или в бесчисленных промежутках; одновременно неразрушима и необходима, и притом в обоих смыслах — в смысле вечного существования в прошлом и вечного пребывания в будущем» [10, стр. 141].

Толанд углубляет материалистическое направление Спинозы и в отличие от него рассматривает движение не как временно-состояние, модус материи, а как ее существенное и неотъемлемое свойство, как ее атрибут.

Идеи Толанда оказали прямое, непосредственное влияние на французских материалистов и не прямое, опосредствованное — на развитие многих физических идей XVIII и XIX вв. Даламбер [11] вслед за Ньютоном считал, что пространство должно мыслиться как нечто существующее независимо от отдельных тел, но в отличие от Ньютона считал, что пространство нужно мыслить как некоторое свойство материального мира. В то время как Мопертюи, вслед за Беркли и вопреки Ньютону, доказывал, что понятие времени не имеет отношения к внешнему миру [11], Даламбер считал, что время не создается последовательностью наших мыслей, обладая мерою, от них независимой. Эта независимая мера дана нам в движении тел. Даламбер делает и некоторые дальнейшие шаги. В очерке «Измерение», помещенном в «Энциклопедии», Даламбер писал, что один остроумный мыслитель из его знакомых думает, что и время можно рассматривать как четвертое измерение. Хотя эту идею и можно оспаривать, ему кажется, что у нее есть свои достоинства, хотя бы, например, достоинство новизны.

Против субъективизма Беркли и рационализма Лейбница — Вольфа выступали одинаково последовательно Л. Эйлер (1707—1783) и М. В. Ломоносов (1711—1765) при всем различии их ми-

ровоззрения и аргументации. В монографии «Механика, или наука о движении, изложенная аналитически» Эйлер одновременно с изложением созданных им методов, базирующихся на математическом анализе, подвергает глубокому анализу господствующие воззрения на пространство и время. Ему отчетливо ясна вся трудность многовековой проблемы «места». Эйлер определяет место как часть беспредельного, бесконечного пространства: «Что собственно, — пишет Эйлер, — представляет собой место?.. На этот вопрос не так легко ответить. Представляя себе неизмеримое пространство, в котором находится Вселенная, отдельные части его, занятые телами, называют местами этого пространства: ведь в силу своего протяжения каждое тело необходимо должно занимать и совершенно заполнять равную ему часть пространства» [12].

Хотя картезианский релятивизм и мог привлечь Эйлера своеобразной физической конкретностью, но поскольку проблемы динамики не могли быть решены при отождествлении материи с протяженностью, Эйлер сосредоточивает усилия на обосновании и развитии именно ньютоновских представлений о пространстве и времени.

В 1748 г. Эйлер посвящает мемуар «*Réflexions sur l'espace et le temps*» доказательству того, что понятия абсолютного пространства и времени нужны для обоснования закона инерции. У Эйлера инерция выводится из закона достаточного основания, но одновременно Эйлеру известно, что при этом выводе не вскрывается действительная физическая причина инерции. Однако он считает, что, анализируя движение изолированного тела в вакууме, нет необходимости обращаться к физическим причинам. Решающими являются причины физические, но именно выполнение в этом случае закона достаточного основания указывает на наличие этих причин. Абсолютное пространство было необходимо Эйлеру для формулировки закона сохранения состояния движения изолированного тела. При более детальном рассмотрении кинематической картины движущихся по инерции тел Эйлер переходит к реальным телам отсчета. Однако абсолютное движение Эйлером полностью не исключается.

У Ломоносова протяженность тел органически связана с самим существованием тел. Ломоносов считает бессмысленным самый вопрос и спор о «непротяженных частицах протяженного тела», так же как и вопрос о пустом пространстве. Сущность тела он видит не только в протяженности, но и в непроницаемости. Это представляло шаг вперед в развитии пространственно-временных представлений.

Борьба Ломоносова против концепции непротяженных монад Лейбница базировалась на отрицании возможности существования материальных тел вне пространства и времени.

Через несколько лет после ломоносовской критики Лейбница в первом своем сочинении (1746) молодой Кант (1724—1804) выступил с защитой лейбницевских представлений о пространстве. Он утверждал, что если бы субстанции не были присущи силы, действующие вне этой субстанции, то не было бы ни протяжения, ни пространства. Однако уже в сочинении «Всеобщая естественная история и теория неба» Кант целиком придерживается взглядов Ньютона на пространство, как вместилище вещей. Кант, как и Ньютон, отличает геометрическое мировое пространство от пространств относительных, образуемых вследствие отношений вещей друг к другу. В сочинении «О форме и принципе мира чувственного и умопостигаемого мира» ярко выражен отход Канта от ньютоновских представлений об абсолютном пространстве и времени в сторону идеалистической лейбнице-вольфовской трактовки, но с существенными отличиями от нее.

Пространство рассматривается теперь Кантом не как отношение, не как «порядок сосуществования вещей», а как особая самостоятельная форма, предшествующая вещам и их отношениям; аналогично, идея времени происходит не от чувств, по предполагается ими. Доминирующим у Канта становится учение о пространстве и времени, как об априорных, независимых от опытов понятиях.

Характеризуя учение Канта, Ленин писал: «Основная черта философии Канта есть примирение материализма с идеализмом, компромисс между тем и другим, сочетание в одной системе разнородных противоположных философских направлений. Когда Кант допускает, что нашим представлениям соответствует нечто вне нас, какая-то вещь в себе,— то тут Кант материалист. Когда он объявляет эту вещь в себе непознаваемой, трансцендентной потусторонней,— Кант выступает как идеалист. Признавая единственным источником наших знаний опыт, ощущения, Кант направляет свою философию по линии сенсуализма, а через сенсуализм, при известных условиях, и материализма. Признавая априорность пространства, времени, причинности и т. д., Кант направляет свою философию в сторону идеализма» [13, стр. 184—185].

Существенный вклад в учение о пространстве и времени внес Н. И. Лобачевский, раскрывший глубокие связи геометрических представлений с материальными процессами. «В природе,— писал Лобачевский,— мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Итак, все прочие понятия, например геометрические, произведены нашим умом искусственно, будучи взяты в свойствах движения; а потому пространство, само собой, отдельно, для нас не существует» [14, стр. 158—159]. И далее: «...Но в том, однако ж, нельзя сомневаться, что силы все производят одни: движение, скорость, вре-

мя, массу, даже расстояния и углы» [14, стр. 159]. Здесь под «силами» подразумевается, по существу, движущаяся материя.

Именно развитию идей Лобачевского в XIX в, как и работам Римана, Гельмгольца, очень многим обязана как специальная, так и в особенности общая теория относительности. Идеи Лобачевского и Римана открыли новый этап в развитии учения о пространстве и времени, выходящий, однако, за пределы классической механики и специальной теории относительности, этап, который должен рассматриваться при анализе исторического развития общей теории относительности.

Гегель (1778—1831) воспринял ньютоновские воззрения классической механики на пространство и время как на вместилища явлений, но в отличие от Ньютона он не признавал материальной объективности пространства и времени. Гегель не только не преодолел разрыв между пространством, временем и материей ньютоновской физики, но пространство и время поставил над материей. Гегель вел критику Ньютона с идеалистических позиций. При анализе понятия времени у Гегеля не дается соотношение моментов его устойчивости и изменчивости, но преобладает момент длительности. Концепция Гегеля не привела к какому-либо пересмотру ньютоновских представлений, господствовавших в физике; она сама в значительной мере отражала слабые стороны этой концепции. Наряду с этим и несмотря на идеалистическое истолкование материи, пространства, времени и движения, Гегель высказал важное положение о противоречии движения.

Хотя у Гегеля противоречие движения относится не к реальной действительности, поскольку это противоречие, согласно Гегелю, исчезает в материи, являющейся формой сочетания пространства и времени, это было шагом вперед по сравнению с представлением классической механики о движении и содержало в зародыше многие идеи, присущие физике более позднего времени.

Немецкая идеалистическая философия конца XVIII в.— первой половины XIX в. была не в состоянии выйти за пределы представлений о пространстве и времени как протяженности и длительности. Хотя Шеллинг (1775—1854), как и Гегель, пытался связать понятия пространства и времени между собой и с движением, эта попытка не увенчалась успехом, поскольку у Шеллинга, как и в классической механике Ньютона, пространство обладает главным образом моментом устойчивости, а время — лишь моментом изменчивости.

С резкой критикой кантовского априоризма в учении о пространстве и времени выступил Т. Ф. Осиповский (1765—1832) — русский мыслитель-материалист, профессор математики Харьковского университета. Вопреки Канту, который считал, что пространство априорно и интуитивно и не имеет опытного происхождения, Осиповский писал, что «пространство и время суть

условия бытия вещей в самой природе и в них самих, а не в нашем только образе чувствования существующего» [15, стр. 48]. «Что касается до времени,— пишет Осиповский,— то я понимаю его не так, как нечто существующее в природе само по себе, но как необходимое произведение последовательного бытия вещей» [15, стр. 49].

Л. Фейербах (1804—1872) — виднейший материалист домарковского периода — исходит в своей критике идеалистических учений о пространстве и времени из объективной реальности пространства и времени. Фейербах понимает пространство и время как коренные объективно реальные формы бытия; в этом его существенное отличие от Ньютона, у которого пространство и время оторваны от движущейся материи. «Пространство и время,— пишет Фейербах,— составляют форму бытия всего сущего. Только существование в пространстве и времени есть существование».

В. И. Ленин писал: «Признавая объективной реальностью тот чувственный мир, который мы познаем через ощущения, Фейербах естественно отвергает и феноменалистское (как сказал бы Мах про себя) или агностическое (как выражается Энгельс) понимание пространства и времени: как вещи или тела — не простые явления, не комплексы ощущений, а объективные реальности, действующие на наши чувства, так и пространство и время — не простые формы явлений, а объективно-реальные формы бытия» [13, стр. 162].

Метафизические стороны воззрения Ньютона на пространство и время были гипертрофированы и искажены в идеалистических системах Канта, Фихте, Гегеля, Шеллинга; материалистическая же сторона учения Ньютона о пространстве и времени была предана забвению. У Фейербаха дальнейшее развитие получили именно материалистические аспекты ньютоновской концепции, у него фигурируют не только протяженность и длительность, но и связи пространства и времени с движущейся материей. Материалистическую трактовку категории пространства и времени мы находим в трудах русских революционных демократов А. И. Герцена (1812—1870) и Н. Г. Чернышевского (1828—1889).

Научная постановка и решение вопроса о пространстве и времени дана диалектическим материализмом. Пространство и время — коренные формы существования материи. Всем материальным объектам присуща пространственная протяженность. Последовательное существование сменяющих друг друга процессов выражает время. Пространство обладает тремя измерениями. Положение тела по отношению к другим сосуществующим с ним телам характеризуется пространственными координатами. Время обладает одним измерением. В пространстве противоположные направления равно возможны, движение во времени возможно

только от прошлого к будущему. Материя, движение, пространство и время неотделимы друг от друга. Ленин писал: «Движение есть сущность времени и пространства. Два основных понятия выражают эту сущность: (бесконечная) непрерывность (Continuitat) и «пунктуальность» (= отрицание непрерывности. прерывность). Движение есть единство непрерывности (времени и пространства) и прерывности (времени и пространства). Движение есть противоречие, есть единство противоречий» [16].

Единство пространства и времени осуществляется в движении материи. «В мире,— писал В. И. Ленин,— нет ничего, кроме движущейся материи, и движущаяся материя не может двигаться иначе, как в пространстве и во времени» [13, стр. 162].

Неправомерность абсолютизации роли измерения, вопроса ставшего актуальным в физике XX в., была показана Марксом при анализе ошибочной концепции Бэли о стоимости.

В «Теории прибавочной стоимости» Маркс подверг критике концепцию Бэли, который рассматривал стоимость товара только по его отношению к другому товару, и проводил при этом аналогию с расстоянием, которое, по его мнению, имеет смысл лишь как отношение между предметами. Маркс писал: «Когда одна вещь удалена от другой, расстояние несомненно представляет отношение между одной вещью и другой, но при этом расстояние есть нечто отличное от этого отношения. Это протяжение пространства, определенная длина, которая так же хорошо может определять расстояние между двумя другими вещами, как и между теми обеими вещами, которые сравнивались. Но это не все. Когда мы говорим о расстоянии как об отношении между двумя вещами, мы предполагаем нечто «свойственное», «свойство» самих вещей, что создает для них возможность быть удаленными друг от друга. Что такое расстояние между буквой «А» и столом? Вопрос бессмысленный. Когда мы говорим о расстоянии между двумя вещами, мы говорим о их различии в пространстве. Мы предполагаем, что обе они находятся в пространстве, ибо представляют точки в пространстве. Мы делаем их одинаковыми между собой как части пространства, и лишь после того, как мы их сделали одинаковыми, *sub specie spatii* (с точки зрения пространства.— *Прим. пер.*), мы их различаем как различные точки пространства. В их принадлежности к пространству заключается их единство» [17].

Пространство — объективно-реальная форма бытия и не может быть сведена лишь к отношениям. Абсолютизация роли измерений неправомерна и приводит к ложному представлению, что без измерения нет самого объекта измерения, или он лишен смысла.

Гносеологическим проблемам в учении о пространстве и времени уделили значительное внимание Энгельс и Ленин. В рассуждениях о пространстве и времени Е. Дюринг (1833—1921),

эклектически сочетавший позитивизм, непоследовательный механический материализм и откровенный идеализм, не уяснил себе характера пространственных форм и количественных отношений, которыми оперировали в классической физике; при этом он стремился обойти и основной гносеологический вопрос об объективности пространства и времени. Энгельс дал глубокий анализ самой проблемы и показал полную несостоятельность дюринговской аргументации. Он писал: «Понятия числа и фигуры взяты не откуда-нибудь, а только из действительного мира... Как понятие числа, так и понятие фигуры заимствованы исключительно из внешнего мира, а не возникли в голове из чистого мышления. Должны были существовать вещи, имеющие определенную форму, и эти формы должны были подвергаться сравнению, прежде чем можно было дойти до понятия фигуры. Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть,— весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевывать его происхождение из внешнего мира» [18].

Одновременно Энгельс критикует и эмпиризм в учении о пространстве и времени за игнорирование им роли и значения абстракции. «Это старая история,— пишет Энгельс.— Сперва создают абстракции, отвлекая их от чувственных вещей, а затем желают познать их чувственно, желают видеть время и объять пространство. Эмпирик до того втягивается в привычное ему эмпирическое познание, что воображает себя все еще находящимся в области чувственного познания даже тогда, когда он оперирует абстракциями. Мы знаем, что такое час, метр, но не знаем, что такое время и пространство! Как будто время есть что-то иное, нежели совокупность часов, а пространство что-то иное, нежели совокупность кубических метров! Разумеется, обе эти формы существования материи без материи суть ничто, пустые представления, абстракции, существующие только в нашей голове» [1, стр. 187].

В дальнейшем австрийский физик и философ-идеалист Э. Мах (1839—1916), английский математик и биолог К. Пирсон (1857—1936), физик-химик В. Оствальд (1853—1922) и многие другие выступали с критикой гносеологических позиций классической физики. Эта критика острием своим была направлена против материалистических истоков классической физики.

В. И. Ленин подверг глубокой критике кантианские, махистские и другие идеалистические представления о пространстве и времени. «Признавая существование объективной реальности, т. е. движущейся материи, независимо от нашего сознания, материализм неизбежно должен признавать также объективную реальность времени и пространства, в отличие, прежде всего, от кантианства, которое в этом вопросе стоит на стороне

идеализма, считает время и пространство не объективной реальностью, а формами человеческого созерцания» [13, стр. 162].

По своему философскому мировоззрению примыкал к махизму и Пуанкаре, испытавший одновременно значительное влияние и со стороны неокантианства и прагматизма. «На ту же дорожку агностицизма, — писал В. И. Ленин, — сбивается постоянно из французских писателей разбираемого нами философского направления Анри Пуанкаре, крупный физик и мелкий философ...» [13 стр. 152].

Философское решение проблемы материи, движения, пространства и времени было дано диалектическим материализмом задолго до того, как наметились пути физической конкретизации этого решения.

В физике и механике второй половины XIX в. критика ньютоновского учения о пространстве и времени не носила последовательного и систематического характера и не смогла привести к каким-либо новым и существенным результатам. Эта критика лишь в известной мере помогала более рельефно выразить существующие трудности.

В 1870 г. К. Нейман писал, что мы не знаем, как понимать «движение по прямой линии», поскольку эти слова можно объяснить различно. Действительно, движение, прямолинейное с точки зрения наблюдателя на Земле, покажется криволинейным, если его рассматривать с Солнца, с Юпитера или с какой-нибудь другой планеты. Всякое движение, прямолинейное по отношению к одной какой-либо системе отсчета, покажется криволинейным по отношению к другой системе отсчета, движущейся с ускорением. Слова Галилея о прямолинейном и равномерном движении материальной точки, предоставленной самой себе, кажутся Нейману бессодержательными, не имеющими определенного смысла.

Согласно Нейману, где-то во Вселенной должно быть дано специальное тело, по отношению к которому должны оцениваться все движения: тогда только слова Галилея получат определенный смысл. Трудность возникает при выяснении вопроса о том, существует ли одно такое тело, или несколько различных тел. Должны ли движения, совершающиеся вблизи Земли, быть отнесенными к Земле, а движения, происходящие вблизи Солнца, — к Солнцу. Лучше всего, согласно Нейману, принять, что все движения относятся к одному и тому же телу. Но на вопрос, где находится это тело, ответа нет. Поэтому первый принцип механики Галилея — Ньютона Нейман формулирует в следующем виде. В неизвестном месте Вселенной находится неизвестное тело, абсолютно твердое, вид и размеры которого неизменны во все времена. Под движением точки нужно понимать не изменение места относительно Земли или Солнца, но изменение места относительно этого тела. Мейерсон указал, что аналогичная

концепция была уже сформулирована Эйлером, а еще ранее Ньютоном, который отверг ее после внимательного исследования.

В дальнейшем были выявлены многие трудности, органически присущие классической механике, но не были намечены пути их преодоления. В результате развития представлений о поле стал возможным отказ от понятия абсолютного пространства, но поиски решения в пределах самой механики (К. Нейман, Штрейнц, Ланге и др.) сыграли при этом лишь вспомогательную роль.

«Под влиянием идеи Фарадея—Максвелла, — пишет Эйнштейн, — это понятие развилось до такой степени, что вся физическая реальность, вероятно, может быть представлена как поле, компоненты которого зависят от четырех пространственно-временных параметров. Если законы этого поля в общем ковариантны, то есть не зависят от специального выбора координатной системы, то введение независимого (абсолютного) пространства уже не является необходимым. То, что образует пространственный характер реальности, представляет собой в этом случае просто четырехмерность поля. Поэтому не существует «пустого» пространства, то есть нет пространства без поля» [7, стр. 126].

Связь пространства и времени, как коренных форм существования материи, глубоко и органически связанных друг с другом, оказалась точнее отраженной в специальной теории относительности, чем в классической механике; в еще большей мере эта связь нашла свое выражение в основных положениях общей теории относительности.

В классической физике событиям приписывали время независимо от системы отсчета, с которой они связаны. В теории относительности пространство и время соединяются в пространство-время, но пространственно-временное единство отнюдь не приводит к отождествлению пространства и времени. «Неразделимость четырехмерного континуума событий совсем не означает эквивалентности пространственных координат временной координате. Наоборот, мы должны помнить, что временная координата определена физически совершенно иначе, чем пространственные координаты» [19].

Наряду с этим в теории относительности сама геометрия получает более глубокую физическую интерпретацию. Хотя Ньютон и писал, что геометрия базируется на механической практике и есть часть общей механики, геометрия у Ньютона всегда полностью совпадала с геометрией Евклида. Лишь у Лобачевского опыт может свидетельствовать об истинности различных геометрий. Уже специальная теория относительности своим законом сложения скоростей продолжала в этом смысле основные идеи Лобачевского.

В отношении дискретности и непрерывности пространственно-временного континуума специальная теория относительности не выходит за рамки классической физики.

В статье «Открытие Планка и основные философские вопросы учения об атоме» Гейзенберг дал общую характеристику структуры пространства и времени в специальной теории относительности и границ применимости этой структуры. «Открытая в специальной теории относительности структура пространства и времени, — пишет В. Гейзенберг, — может быть коротко описана следующим образом. Мы можем охватить словом «прошедшее» все те события, в отношении которых мы могли — во всяком случае принципиально — нечто испытать; под словом «будущее» — все другие события, на которые мы — по крайней мере принципиально — можем еще воздействовать. В нашем наглядном представлении обе эти области событий отделены бесконечно коротким промежутком времени, который мы назовем «настоящим моментом». Но из эйнштейновской теории мы знаем, что эта область настоящего конечна, что она тем дольше длится, чем дальше удалено от нас место события. Это происходит потому, что действия не могут распространяться со скоростью, большей скорости света. Таким образом, имеется резкая пространственно-временная граница между событиями, в отношении которых мы можем нечто испытать, и теми, в отношении которых мы больше не можем ничего испытать, и другая граница между событиями, на которые мы еще можем воздействовать, и событиями, на которые мы более воздействовать не можем» [20].

Гейзенберг указывает, что существование столь резкой границы плохо согласуется с раскрытой квантовой теорией структурой физических процессов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Вопрос о системе отсчета в физике приобрел особую актуальность в конце XIX и начале XX в., хотя эта проблема и имеет многовековую историю. Лауэ отмечает, что проблема системы отсчета прошла три стадии развития: геометрическую, простирающуюся от глубокой древности до XVII в.; динамическую, которая после победы волновой теории распространилась на всю физику; релятивистскую.

Многочисленные дискуссии об аберрации и доплер-эффекте в физике XIX в. не привели к решению вопроса о том, существует ли несколько равноправных с точки зрения оптики систем отсчета.

Существование привилегированной системы можно было бы доказать, лишь обнаружив влияние какой-либо общей скорости

на все участвующие в движении тела. Влияние движения Земли на оптические и электрические явления должно было бы проявляться в изменении некоторых из измеряемых величин.

Наблюдения должны были решить вопрос о том, протекают земные оптические и электромагнитные опыты в эфире, полностью увлекаемом при движении Земли, или же в эфире, отстающем от Земли при ее годовом движении вокруг Солнца (неувлекаемом). Существование эфира со времени Френеля (начало XIX в.) почти не вызывало сомнений. В 1839 г. Жак Бабине исследовал влияние движения Земли на явления интерференции, не получив положительных результатов. В оптических исследованиях Физо, Клинкерфуса, Хага, Кетлера, Маскара, Редея, как и в электрических исследованиях Рентгена, де Кудра, Трутона и др., не было обнаружено никакого влияния движения Земли на наблюдавшиеся явления. В дальнейшем оказалось, что интерференционные, дифракционные и поляризационные явления могут ответить на вопрос об увлечении эфира лишь при наблюдении величин второго порядка относительно v/c . Тщетность попыток обнаружить эффект первого порядка относительно v/c в области оптических или электромагнитных явлений позволила высказать принцип относительности первого порядка, не противоречащий ни одному из положений электродинамики; он может быть сохранен как при гипотезах увлечения, так и при гипотезах неподвижного эфира.

При измерении скорости света можно замкнуть световой путь и воспользоваться лишь одними часами; однако при этом разность времен прохождения лучом некоторого расстояния в прямом и обратном направлениях будет зависеть только от членов второго порядка. Можно воспользоваться двумя часами, находящимися на значительном расстоянии. Этой схеме, как указал Максвелл в 1878 г., соответствует известный способ определения скорости света по затмениям спутников Юпитера. Первыми часами служат регулярные затмения спутников, вторыми часами — земные часы астронома. Солнечная система в целом перемещается к апексу. Когда Юпитер и апекс расположены по одну сторону Земли, измеряемая скорость в неувлекаемом эфире равна $c-v$, где v — скорость движения к апексу. Когда Юпитер и апекс расположены по разные стороны от Земли, измеряемая скорость должна равняться $c+v$. Однако, как показал Бертон, возможная разность этих скоростей лежит за пределами точности астрономических наблюдений.

Опыты Майкельсона — Морли. В 1895 г. Лоренц доказал, исходя из основных положений электронной теории, что не могут существовать электромагнитные и оптические эффекты первого порядка, т. е. никакие опыты не могут обнаружить влияния движения Земли, если их точность позволяет измерить лишь величины первого порядка. Первый опыт второго порядка был

осуществлен А. Майкельсоном в 1881 г. В дальнейшем, анализируя эти опыты, С. И. Вавилов писал: «Получить определенные результаты с таким интерферометром, весьма несовершенным установленным, почти нечувствительным к ожидаемому эффекту, и в то же время резко отзывающимся на ничтожные механические толчки и температурные колебания, было почти безнадежно, во всяком случае требовалось большое число наблюдений при различных азимутах прибора» [21].

В 1887 г. Майкельсон и Морли опубликовали результаты новых опытов в Кливленде. В опыте Майкельсона свет от земного источника разделяется на два луча в стекляннй пластинке. Пластинка с одной стороны была покрыта настолько тонким слоем серебра, что лишь часть падающего света отражалась (и распространялась под углом 90° к падающему лучу), а другая часть проходила дальше. На примерно равных расстояниях от пластинки на пути отраженного и проходящего лучей и перпендикулярно им расположены два зеркала, отражающие свет обратно к пластинке. При помощи зрительной трубы наблюдаются интерференционные полосы, положение которых зависит от разности оптических путей обоих лучей. Если предположить, что скорость света неодинакова в двух взаимно перпендикулярных направлениях, то положение интерференционных полос будет зависеть от разности скоростей в указанных направлениях.

Скорость света относительно прибора вдоль пути от пластинки до одного зеркала и по пути от зеркала к пластинке соответственно равна $c-v$ и $c+v$. Полное же время прохождения света в обоих направлениях будет

$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l_1/c}{1-v^2/c^2}.$$

Пока свет проходит от пластинки до второго зеркала перпендикулярно скорости прибора v , весь прибор смещается на расстояние

$$a = l_2 \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

а путь, пройденный светом, равен

$$l = \sqrt{l_2^2 + a^2} = \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

В этом случае свет проходит расстояние от пластинки к зеркалу и обратно за время

$$t_2 = \frac{2l_2}{c \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Таким образом, разность времен прохождения света в одном и другом плечах прибора равна

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left\{ \frac{l_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - l_2 \right\}.$$

После поворота прибора на 90° вокруг вертикальной оси соответствующие величины будут иметь значения

$$\bar{t}_1 = \frac{2l_1/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \bar{t}_2 = \frac{2l_2/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

так что

$$\Delta \bar{t} = \bar{t}_1 - \bar{t}_2 = \frac{2/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left\{ l_1 - \frac{l_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\}.$$

Тогда

$$\Delta \bar{t} - \Delta t = - \frac{2/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (l_1 + l_2) \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right\}.$$

Разлагая в ряд правую часть последнего равенства и ограничиваясь величинами порядка $(v/c)^2$, получаем

$$\Delta \bar{t} - \Delta t = - \frac{1}{c} (l_1 + l_2) \frac{v^2}{c^2}.$$

Отношение величины смещения (Δs) интерференционной полосы к ширине (s) полосы равно разности $\Delta \bar{t} - \Delta t$, деленной на период колебания световой волны:

$$\frac{\Delta s}{s} = - \frac{v}{c} (l_1 + l_2) \frac{v^2}{c^2}.$$

Установка в опытах Майкельсона 1887 г. монтировалась на квадратной каменной плите со стороной 1,5 м и толщиной 30 см. Плита опиралась на толстое деревянное кольцо, погруженное в кольцеобразный железный сосуд с ртутью. Общая длина оптического пути каждого из интерферирующих лучей была около 11 м; следовательно, на этом пути укладывалось $2 \cdot 10^7$ длин волн желтой линии натрия, и ожидаемый эффект смещения должен был быть равным 0,36 ширины интерференционной полосы. Но в действительности эффект не превышал 0,02 ширины полосы.

Майкельсон и Морли на основе своих опытов пришли к выводу о том, что нет оснований пытаться обнаружить влияние

движения солнечной системы по наблюдениям оптических явлений на поверхности Земли. Однако они не исключали возможности того, что даже на небольшой высоте над уровнем моря или на вершине уединенной горы указанный эффект будет обнаружен.

В 1905 г. Морли и Миллер изготовили более чувствительный интерферометр и повторили опыт Майкельсона. Теория предсказывала смещение в 1,5 ширины полосы, тогда как наблюдаемое значение не превышало 0,0076 ширины полосы.

Теоретической трактовкой опытов Майкельсона с позиций классической физики на протяжении многих лет занимался Г. А. Лоренц. Он считал, что общий метод, которым можно было бы пользоваться в задачах, связанных с распространением волн, состоит в применении принципа Гюйгенса.

Для объяснения отсутствия всякого влияния поступательно-го движения Земли Лоренц предложил гипотезу, высказанную независимо от него также Фицджеральдом, что размеры твердого тела, движущегося сквозь эфир, испытывают сокращение в направлении движения порядка $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Длина двух отрезков внутри тела, из которых один расположен параллельно направлению движения, а другой — перпендикулярно, имеющих одинаковую длину в неподвижном теле, относятся друг к другу, как

$$\frac{L_2}{L_1} = 1 + \frac{v^2}{2c^2}.$$

Эти изменения длины приводят в опыте Майкельсона к изменению фаз интерферирующих лучей.

В дальнейшем Лоренц, учитывая критику Пуанкаре, стал строить теорию, исходя из двух предположений: а) электроны во время движения сжимаются так, что по направлению движения их размеры уменьшаются в отношении $\sqrt{1 - v^2/c^2}$; б) все силы взаимодействия между электронами и незаряженными частицами меняются так же, как силы взаимодействия между заряженными частицами. На основе этих предположений Лоренц пришел к известным формулам преобразования координат и времени при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся относительно первой равномерно и прямолинейно. Сокращение, введенное Лоренцом, понималось как свойство вещества, определяемое силами, действующими на атомы. В дальнейшем выяснился кинематический характер явления сокращения и его независимость от физико-химических свойств вещества.

В более поздних оценках идеи Лоренца о сокращении размеров движущихся тел мы встречаемся с различными точками зрения. Хвольсон писал: «Рассмотренная гипотеза должна казаться странной и даже маловероятною. Однако Лоренц ука-

зывает на следующие соображения, которые делают ее более правдоподобной. Допустим, что атомы тел состоят главным образом или даже исключительно из электронов и что силы сцепления, определяющие собой условия внутреннего равновесия атомов, а следовательно, и форму всего тела, имеют отчасти или даже исключительно электромагнитный характер. При движении тела, т. е. входящих в его состав электронов, происходит деформация внутренних электромагнитных полей, меняются силы сцепления и потому нарушаются условия равновесия. Устанавливается новое равновесие, при котором размер тел меняется» [22].

Историческая оценка гипотезы Лоренца, данная Хвольсоном, является наиболее распространенной. Глубокий анализ гипотезы Лоренца дан Л. И. Мандельштамом. «Конечно, — пишет Мандельштам, — в этой гипотезе много неудовлетворительного, она специально выдумана, но Лоренцу удалось кое-что сделать в направлении ее обоснования. Что значит, что стержень имеет определенную длину? Это значит, что все частицы находятся в определенных положениях равновесия. Лоренц показал, что при движении относительно эфира электромагнитные силы меняются так, что система в новом равновесии сокращена именно в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз. Но, во-первых, было известно, что одни лишь электрические силы не дают устойчивого равновесия, а во-вторых, частицы всегда движутся (тепловое движение), так что все это было хорошо, но надлежащего объяснения не давало. Лоренц попробовал органически соединить сокращение со своей теорией и предположил для этого, что электроны сплющиваются при движении и что неэлектромагнитные силы также меняются при движении по тому же закону. Хотя все это и объясняет опыты второго порядка, но слишком все искусственно, принцип же относительности не удовлетворен» [23].

Коль подверг теоретическому анализу само содержание опыта Майкельсона. В первой части своей работы «Об опыте Майкельсона», опубликованной в 1909 г., Коль детально исследует влияние движения на ход луча, отраженного от зеркала. Это влияние отмечалось уже Майкельсоном в 1887 г. и более подробно исследовано Лоджем.

Коль различает абсолютный и относительный ход лучей в зависимости от того, относится ли он к некоторой абсолютной системе отсчета или к координатной системе, связанной с Землей и перемещающейся вместе с ней. Коль считает, что во втором случае, при учете членов второго порядка, ход луча будет иной, чем на это указывают при изложении опыта Майкельсона. Кроме того, расширяя рассуждения и переходя от монохроматического света к белому свету, Коль отмечает, что возникающие соотношения в этом случае оказываются более сложными и точный расчет смещения полос невозможен.

В силу указанных трудностей Коль считает, что опыт Майкельсона не мог решить вопроса о неподвижном эфире, что исследованию, согласно Колью, подлежит изменение интенсивности спектральных линий. Коль допускает, что свет претерпевает дифракцию на щели линзы коллиматора, а видимая интерференция получена от двух дифракционных картин с постоянной разностью хода.

В 1910 г. Лауэ выступил с критическим анализом работы Коля. Лауэ ясно показал, что в опытах Майкельсона и Морли речь идет о полосах равной толщины. В 1911 г. дискуссия вокруг опытов Майкельсона была начата Будде. На 83-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Карлсруэ Будде говорил, что Майкельсон, пренебрегая вращением Земли вокруг оси, слагает ее движение из двух компонент — вращения вокруг Солнца и движения планетной системы во Вселенной. Пренебрежение вращением Земли обоснованно; однако, если хотят иметь истинное движение в эфире, нужно ввести третью компоненту — движение звезд относительно эфира. Но эта компонента совершенно неизвестна и вносит неопределенность в опыт Майкельсона. Истинные результаты можно получить лишь при помощи серии наблюдений, проводимых систематически.

Далее Будде указывает, что вторая ошибка состоит в том, что расчеты ведут с абсолютными длинами путей распространения света. Но в опытах речь идет об интерференционных явлениях, они зависят от разности фаз, а разность фаз зависит от числа длин волн, укладываемых на отрезках, пройденных светом. В неподвижной системе отсчета число длин волн пропорционально длине оптического пути; при движении же системы с прибором нужно применить принцип Допплера, вследствие которого возникает разность длин волн во взаимно перпендикулярных направлениях. Лауэ, выступавший в прениях по докладу Будде, указал, что опыты Майкельсона повторялись на протяжении многих дней, на протяжении разных времен года.

Начиная с 1921 г., Д. Миллер произвел многочисленные измерения, оказавшиеся настолько странными и противоречивыми, что ими пришлось заняться более внимательно. Опыты производились на высоте 1800 м на Маунт-Вильсон.

В 1925 г. Миллер писал: «Существует определенное смещение интерференционных полос, такое, какое было бы вызвано относительным движением Земли и эфира на Маунт-Вильсон со скоростью примерно 10 км/сек, т. е. около трети орбитальной скорости Земли. При сравнении этого результата с прежними наблюдениями в Кливленде напрашивается мысль о частичном увлечении эфира, которое уменьшается с высотой. Думается, что пересмотр кливлендских наблюдений, с этой точки зрения, должен показать, что они находятся в согласии с подобными предположениями, и привести к заключению, что опыт Майкель-

сона — Морли не должен давать нулевого результата в точном смысле слова, и по всей вероятности никогда такого результата не давал» [24, стр. 46]. Уже в сообщении 1926 г. Миллер ставит под сомнение зависимость эффекта от высоты.

Эти опыты широко обсуждались в связи с тем, что Миллер указывал, что им были приняты меры предосторожности и что каждая возмущающая причина была исчерпывающе исследована (изучались суточные и годовые вариации температуры, метеорологические условия, лучистая теплота, магнетизм, магнитострикция, гравитационная аномалия, влияние методов освещения, скорость и направление вращения), но ни одно из этих обстоятельств не могло объяснить наблюдаемый эффект.

Так как результаты наблюдений Миллера не были похожими на то, что можно было бы ожидать при годовом движении Земли вокруг Солнца, то он предположил, что солнечная система движется к некоторой точке в созвездии Дракона, прямое восхождение которой 262° и склонение $+65^\circ$, со скоростью более 200 км/сек . Однако Р. Вильсон нашел для апекса солнечной системы прямое восхождение, равное $270^\circ 8'$, и склонение, равное $27^\circ 1'$, а для скорости движения солнечной системы — 19 км/сек . В 1927 г. Нассау и Морс получили для прямого восхождения апекса — 272° , для склонения — $33^\circ 40'$ и для скорости солнечной системы — $24,8 \text{ км/сек}$. В 1927 г. С. И. Вавилов писал: «Таким образом, толкование Миллера не согласуется с его наблюдениями, которые остаются голым фактом, требующим объяснения. Независимость направления эффекта от времени суток указывает, что причину надо искать в местных влияниях; связать его с движением Земли, какого бы рода движение ни было, нельзя, иначе пришлось бы усомниться в суточном вращении Земли. Вследствие этого вращение азимут максимального эффекта должен колебаться к востоку и западу, чего на опыте нет. Поскольку эффект Миллера на основании сказанного совсем не связан с движением Земли, постольку он едва ли имеет какое-либо отношение к вопросу об увлечении эфира.

Чем в действительности объясняется непериодическое смещение полос в опытах Майкельсона — Морли и систематическое северо-западное смещение у Миллера, сказать трудно, — на это может быть немало причин в таком чувствительном открытом приборе, каков описанный интерферометр; ответить на вопрос определенно может только сам экспериментатор» [24, стр. 56—57].

Многие считали, что результаты Миллера обусловлены температурным эффектом. Зильберштейн, много занимавшийся этим вопросом, писал, что результаты Миллера полностью опровергаются. Джиорджи подвергал сомнению результаты Миллера, указывая на трудности их теоретического истолкования.

Большой оптический путь, определявший чувствительность прибора, привел к тому, что ничтожное неравномерное измене-

ние температуры воздуха сопровождается изменением показателя преломления воздуха, и на таком большом пути это способно вызвать смещение полос.

Эти соображения привели к новой конструкции экспериментальной установки и новым опытам, неизменно подтверждавшим результаты Майкельсона.

Опыты Трутона — Нобла. Простейшая теория опыта Трутона — Нобла основывалась на том, что пластинка, заряд которой равен e , при движении относительно прибора со скоростью v производит действие, эквивалентное току величины ev .

Пластинка с плотностью заряда σ на ее поверхности, движущаяся со скоростью v , лежащей в ее плоскости, возбуждает магнитное поле, перпендикулярное направлению скорости и параллельное пластинке и по абсолютной величине равное $2\pi\sigma v$. Напряженность магнитного поля во внутреннем пространстве двух сближенных обкладок конденсатора будет

$$H = 4\pi\sigma v.$$

Энергия магнитного поля

$$E_m = \frac{H^2 S \cdot d}{8} = 2\pi\sigma^2 v^2 S d, \quad \mu = 1,$$

а электростатическая энергия конденсатора

$$E_e = \frac{2\pi}{m} \sigma^2 S d, \quad m = \frac{1}{c^2}.$$

Таким образом, полная энергия будет равна

$$E = 2\pi\sigma^2 v^2 S \cdot d + \frac{2\pi}{m} \sigma^2 S d = \frac{2\pi}{m} \sigma^2 S d \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right).$$

В том случае, если вектор скорости образует с плоскостью обкладок конденсатора угол α ,

$$E = E_e \left[1 + \left(\frac{v^2}{c^2} \right) \cos^2 \alpha \right].$$

При этом возникают силы, стремящиеся повернуть конденсатор в положение, в котором его полная энергия минимальна. Из полученной формулы легко вычислить соответствующий момент. Трутон и Нобл пытались обнаружить этот поворот.

Конденсатор состоял из оловянных листочков, проложенных слюдой. Одна группа пластин соединялась проволочным подвесом, вторая посредством тонкой платиновой проволоки соединялась с раствором серной кислоты. Конденсатор вместе с нитью и кислотой помещался внутри цинкового цилиндра, соединенного с землей и кислотой. Конденсатор был окружен целлулоидовым позолоченным сосудом и заряжался до потенциала в 2000—3000 в. Повороты конденсатора наблюдались при

помощи зеркальца, укрепленного на нити, и шкалы, отстоявшей от прибора на 1 м.

Наблюдались положения равновесия заряженного конденсатора в различное время суток. Опыт Трутона и Нобла показал, что электрически заряженный плоский конденсатор, подвешенный на крутильной нити, сохраняет неизменным положение равновесия при изменении направления движения Земли по отношению к вертикальной плоскости его обкладок. В момент максимального эффекта движение должно было бы приводить к паре сил с моментом $7,4 \cdot 10^{-4}$ эрг; этому соответствовало бы перемещение зайчика на 3,4 см. В действительности лишь случайные отклонения достигали 5 мм.

В 1904 г. Лоренц анализировал более ранний опыт, выполненный Трутоном по предложению Фицджеральда. В 1905 г. Ланжевен в работе «О невозможности обнаружить поступательное движение Земли с помощью физических опытов» дал анализ опытов Трутона — Нобла. Он писал, что независимо от того, будем ли мы рассматривать сокращение в направлении, параллельном движению, как следствие электромагнитного происхождения сил сцепления или как некоторую связь, наложенную на материальные системы, сокращение объясняет отрицательный результат опытов Трутона и Нобла. Ланжевен показал, что если допускать лоренцово сокращение в качестве связи, наложенной на систему, то причину компенсации пары сил, которая должна была бы существовать при отсутствии сокращения, нужно искать в самом конденсаторе.

Он предлагает применять принцип, аналогичный принципу Гамильтона. Согласно этому принципу, переход электромагнитной системы из конфигурации, соответствующей моменту t_0 , к конфигурации, соответствующей t_1 , определен условием, чтобы выражение

$$\int_{t_0}^{t_1} (W_e - W_m) dt$$

(где W_e — электрическая, а W_m — магнитная энергия) было стационарным для всякого возможного изменения, допускаемого связями. «Если мы рассматриваем, — пишет Ланжевен, — заряженный плоский конденсатор, или вообще какую-нибудь наэлектризованную систему, переносное движение которой вызывает магнитное поле, то легко показать, вычисляя электрическую и магнитную энергию, что в предположении сокращения этой системы в отношении $\sqrt{1-v^2/c^2}$ функция Лагранжа L' для движущейся системы будет $L' = L\sqrt{1-v^2/c^2}$, где L — функция Лагранжа для покоящейся системы без сокращения» [25]. При этом функция L' независима от ориентации системы, компенсация происходит внутри наэлектризованной системы, и

опыт Трутона и Нобла должен дать отрицательные результаты для любого порядка приближения.

В дальнейшем в качестве упрощенной модели конденсатора Трутона — Нобла стали рассматривать два очень маленьких заряженных тела, которые удерживаются на постоянном расстоянии друг от друга при помощи жесткой связи (стержня). Нетрудно показать, что согласно классической физике появляется вращающий момент электрических сил, не компенсируемый никаким иным моментом сил. С точки зрения теории относительности вращающий момент, вызванный электрическими силами, компенсируется равным и противоположным ему механическим моментом.

Опыты Трутона и Нобла были электродинамическим аналогом оптического опыта Майкельсона. Несмотря на это, после создания теории относительности на них не обратили должного внимания.

Релятивистская трактовка опыта была дана в 1912 г. Лауэ. Но Лауэ не удалось привлечь внимание физиков к этим опытам. Не вызвала интереса у читателей и небольшая заметка Ван-дер-Ваальса. Отмечая простоту истолкования отрицательного результата опытов Трутона и Нобла в теории относительности, Ван-дер-Ваальс подтверждает возникновение вращательного момента при движении двух зарядов противоположных знаков, находящихся на постоянном расстоянии друг от друга. Однако вызванное этим моментом ускорение, вследствие неодинаковости поперечной и продольной массы, направлено по линии, соединяющей эти заряды, и не вызывает вращения. Это же имеет место, если заряды соединены стержнем. В связи с этим Эренфест заметил, что в соединяющем стержне должны возникать упругие натяжения, приводящие к возникновению момента, равного и противоположного тому, который действует на заряды.

Указанные работы полностью подтвердили возможность релятивистской интерпретации опытов Трутона и Нобла. Однако интерес к ним стал проявляться только тогда, когда результаты опытов Миллера, якобы обнаружившего наличие «эфирного ветра», были использованы противниками теории относительности для ее опровержения. Тогда возникла потребность повторения и опытов Трутона и Нобла. Первым эту задачу выполнил Томашек. При использовании небольшого конденсатора значительной емкости и очень тонких нитей подвеса ему удалось повысить чувствительность установки в 10 раз. Хотя в его установке не было никаких принципиальных изменений, сама методика измерений давала возможность получения более достоверных результатов. Если Трутон и Нобл производили измерения только в течение десяти дней, и против их результатов можно было привести те же возражения, которые Будде приводил против опыта Майкельсона, то у Томашека наблюдения велись в

течение более продолжительного времени и случайные компенсации исключались. Несмотря на все принятые предосторожности, никаких систематических отклонений не было обнаружено, а несистематические отклонения соответствовали скорости эфирного ветра не более 3 км/сек. опыты производились на вершине горы Юнгфрау (3257 м над уровнем моря). В опыте 1926 г. чувствительность установки позволяла обнаруживать наличие скорости 0,5 км/сек, но даже такие скорости не наблюдались.

Качество установки Томашека оспаривалось Чейзом, указавшим на наличие значительных сил трения между опущенной в серную кислоту проволокой и кислотой. Сам Чейз все-таки счел нужным повторить (в Пасадене) опыты Трутона и Нобла. Но даже после дополнительных технических усовершенствований, давших очень высокую точность, никакого положительного эффекта не было обнаружено. К теории этого вопроса вернулся Эпштейн. Он отметил, что необходимо учитывать не только изменение размеров конденсатора в отношении $1 : (1 - v^2/c^2)$, но и разницу между продольной и поперечной массами электронов и ядер, поскольку ядра атомов, как тогда считалось, состоят из заряженных частиц. Если электроны рассматривать как твердые заряженные шарики, то в этом случае компенсируется $\frac{4}{5}$ вращательного момента и эффект будет равняться лишь $\frac{1}{5}$ от ожидаемого. Эпштейн считает, что благодаря этому обстоятельству опыты Томашека и Чейза могут гарантировать отсутствие эфирного ветра со скоростью более 9 км/сек.

Но даже если согласиться с этим замечанием, опыты Трутона — Нобла. Томашека и Чейза могут служить экспериментальным подтверждением теории относительности в той же степени, что и опыты Майкельсона.

Лауэ писал по поводу опытов Трутона — Нобла и Томашека: «Их результат является столь же убедительным доказательством справедливости принципа относительности, как в эксперимент Майкельсона с интерферометром. Оба эти эксперимента говорят о необходимости новой механики: эксперимент Майкельсона — потому, что он показывает сжатие движущихся тел в направлении движения, а эксперимент Трутона и Нобла — потому, что он показывает, что вращательный момент вовсе не всегда приводит к вращению тела, на которое он действует. Таким образом, новая эпоха в физике создала и новую механику» [26, стр. 734].

Исключительное экспериментальное мастерство было проявлено Томашеком при выполнении серии опытов, связанных с влиянием движения Земли на величину силы тяжести.

С точки зрения классической механики скорость света меняется относительно движущейся среды. Вследствие этого меняется промежуток времени, необходимый световому лучу для прохождения пути в этой среде. Согласно Лоренцу, в направлении движения происходит сжатие движущейся системы, ком-

пенсирующее измерение указанного промежутка времени.

Опыты Майкельсона и Трутона — Нобла показали, что даже при космических скоростях не проявляется и миллионная доля тех эффектов, которые следовало бы ожидать вследствие движения Земли относительно эфира. Несмотря на это, в 20-х годах был предпринят ряд попыток анализа мысленных экспериментов и выполнения реальных, которые должны были дать положительный эффект.

Так, в нескольких принципиально ошибочных работах Курвуазье приходит к выводу, что космическое движение Земли должно вызывать колебания величины вертикальной составляющей ускорения силы тяжести, достигающие шести миллионов ее полного значения. Утверждение Курвуазье вызвало интересное экспериментальное исследование Томашека. В его опытах было использовано удлинение спиральной пружины, на которой было подвешено тело определенной массы. При изменении ускорения силы тяжести должен был меняться вес тела, а следовательно, и удлинение пружины. Для измерений использовалась схема, дающая возможность регистрировать изменения в одну стомиллионную сантиметра. Принимались специальные меры для исключения внешних влияний.

На основе результатов опытов Томашек заключил, что если и существует какое-либо влияние движения Земли на ускорение силы тяжести, то оно меньше одной стомиллионной, и нет основания принять гипотезу Лоренца о сжатии Земли в результате ее движения в пространстве.

Опыт Саньяка. В опыте Саньяка по углам квадрата располагают три металлических зеркала и полупрозрачную пластинку, причем зеркала устанавливают перпендикулярно диагонали, а пластинку — по диагонали квадрата. На пластинке укрепляется источник монохроматического света и фотографическая пластинка. Лучи, идущие от источника и разделенные при помощи полупрозрачной пластинки, интерферируют. Вся система укреплена на доске. Систему можно привести во вращение вместе с источником света и фотопластинкой. Если диск приведен во вращение, то луч, направление обхода которого совпадает с направлением вращения, проходит более длинный путь, чем луч, направление которого противоположно направлению вращения так, что, если эфир не увлекается, эти два луча проходят свои пути в неодинаковые интервалы времени.

Л. И. Мандельштам дал простой вывод, согласно которому при неувлекаемом эфире уже в первом порядке по v/c должно иметь место запаздывание одного луча относительно другого. При полностью увлекаемом эфире $\Delta T = 0$; согласно же теории Лоренца, $\Delta T \neq 0$.

В 1925 г. Майкельсон и его сотрудники произвели опыты, где вращение установки обусловлено вращением Земли вокруг

своей оси. В опыте Майкельсона роль вращающегося диска играет Земля. Теория подобного опыта была развита Майкельсоном в 1904 г. Вместо угловой скорости ω входит составляющая угловой скорости вращения Земли в направлении отвеса в месте наблюдения.

Первые такие опыты были произведены в 1923 г. на Маунт-Вильсон. При помощи зеркал лучи обходили контур в противоположных направлениях. Поскольку лучи проходили большие расстояния через воздух, нельзя было добиться хороших результатов. На открытом воздухе интерференционные полосы были настолько неустойчивы, что невозможно было производить опыты даже при наилучших атмосферных условиях. Майкельсон построил систему труб, из которых был выкачан воздух и в которых распространялся свет. Зеркала и полупрозрачная пластинка размещались по углам прямоугольника со сторонами в 340 и 610 м. Было определено среднее смещение по 269 наблюдениям, которое оказалось в хорошем соответствии с теорией.

Этот опыт доказывает «неподвижность эфира» относительно движущейся Земли; точнее, он еще раз доказывает несостоятельность теории полного увлечения эфира.

Зоммерфельд указал, что теория этих опытов может быть дана на основе эффекта Допплера. Полупрозрачная пластинка действует как движущийся источник, излучающий вперед и назад свет различной длины волн. Смещение интерференционных полос есть результат различия в длине волн для лучей, распространяющихся в прямом и противоположных направлениях. При движущихся тангенциально зеркалах дополнительного эффекта Допплера не возникает.

Косвенными экспериментальными подтверждениями специальной теории относительности могут служить эффект Комптона, зоммерфельдовская теория тонкой структуры атомных спектров, время жизни мезонов и т. д.

Тонкая структура атомных спектров. Как известно, тонкая структура спектральных линий обусловлена магнитным взаимодействием электрона в атоме. В случае многоэлектронного атома спиновый магнитный момент электрона взаимодействует с магнитным моментом, создаваемым его орбитальным движением, и со спиновыми магнитными моментами других электронов.

Взаимодействие орбитального и спинового магнитных моментов электрона приводит к добавочной энергии атома, которая зависит от взаимной ориентации в пространстве рассматриваемых двух моментов, и, следовательно, к мультиплетной структуре уровней атома. В результате спектральные линии оказываются расщепленными на ряд компонент. Поскольку в спектрах легких элементов расстояние между этими компонентами невелико, то подобное расщепление спектральных линий получило название «тонкой структуры».

Взаимодействие в рассматриваемом случае спинового и орбитального магнитных моментов обратно пропорционально c^2 и является релятивистским эффектом. Уравнение Шредингера позволило объяснить только основную закономерность (бальмеровского типа) спектров, поскольку при решении задачи Кеплера на основе этого уравнения не учитывается релятивистская зависимость массы от скорости и существование спина. Однако уже задолго до работ Шредингера и Дирака, вслед за тем, как Бору и Зоммерфельду удалось объяснить спектр атома водорода путем квантования с помощью адиабатических инвариантов, Зоммерфельд попытался в той же механической модели учесть релятивистские поправки. Он получил хорошие результаты в случае атома водорода благодаря тому, что в его теории взаимно компенсировались два фактора: отсутствие строгого волномеханического подхода и пренебрежение спином. Эта работа Зоммерфельда интересна и тем, что в ней впервые была введена постоянная тонкой структуры. Зоммерфельд опирается на формулы изменения массы со скоростью и на релятивистское выражение для кинетической энергии, а в дальнейшем — на релятивистскую механику в форме Гамильтона. Зоммерфельд прежде всего рассматривает элементарную задачу Кеплера, не учитывая движение самого ядра. В начало полярной системы координат он помещает ядро. Он исходит не из дифференциального уравнения движения данной задачи, а из законов сохранения момента количества движения и энергии.

В результате решения соответствующего линейного дифференциального уравнения относительно $S = 1/r$ имеем

$$S = 1/r = C = A \cos \gamma \phi.$$

Это уравнение отличается от нерелятивистского уравнения орбиты наличием множителя γ в аргументе косинуса. Затем, при переходе к условиям квантования и к вычислению энергии, Зоммерфельд придерживается механики в форме Гамильтона.

Вводя действие вместо импульса, он получает дифференциальное уравнение Гамильтона — Якоби для релятивистской задачи Кеплера. Уравнение допускает разделение переменных r и ϕ . В результате Зоммерфельд получает общую релятивистскую формулу для водородоподобных атомов;

$$\frac{v}{R} = \frac{2}{\alpha^2} \left\{ \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n_r + \sqrt{n_\phi^2 - \alpha^2 Z^2}} \right]_1^{-1/2} - \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n_r + \sqrt{n_\phi^2 - \alpha^2 Z^2}} \right]_2^{-1/2} \right\},$$

где $\alpha = 2\pi e^2/hc$; n_r и n_ϕ — квантовые числа; $Z = 1, 2, 3$ для H, He⁺, Li⁺⁺ — атомный номер. Индексы 1 и 2 у квадратных скобок показывают, что в этих скобках для величин n_r и n_ϕ надо подставить значения, отвечающие соответственно начальному или конечному состоянию

Зоммерфельд писал: «Наша теперешняя спектральная формула уже больше не зависит только от суммы $n_r + n_\phi$... Отсюда следует, что линии с одинаковым главным квантовым числом, считавшиеся прежде совпадающими, при релятивистском рассмотрении оказываются разделенными. Такое разделение обусловлено поправочным членом, содержащим в качестве множителя малую величину $\alpha^2 = 5,3 \cdot 10^{-5}$ » [27].

Строгая квантовомеханическая теория тонкой структуры спектральных линий атома, основанная на теории Дирака и учитывающая как релятивистскую зависимость массы электрона от скорости, так и спин электрона, привела качественно к тем же результатам, которые были получены Зоммерфельдом на базе старой квантовой теории Бора; теория тонкой структуры находится в прекрасном согласии с экспериментом и, таким образом, может служить косвенным доказательством справедливости специальной теории относительности.

Эффект Комптона. Согласно волновой теории света было естественно ожидать, что частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой падающего излучения. Однако некоторые наблюдения показали, что при рассеянии жестких рентгеновских лучей, и особенно γ -лучей, в составе рассеянного излучения появляется излучение с большей длиной волны. Появление излучения с большей длиной волны в составе рассеянного излучения до 1923 г. объясняли побочными факторами. В 1922—1923 гг. Комптон, пользуясь рентгеновским спектрографом, показал, что это явление связано с самим механизмом рассеяния и что длина волны рентгеновских лучей при рассеянии с поверхности графита всегда увеличивается. Уже элементарная теория эффекта Комптона служит косвенным экспериментальным доказательством теории относительности.

Явление рассеяния света представляет собой мгновенное взаимодействие кванта рентгеновских лучей с электроном. В начальный момент электрон рассматривается как неподвижный. Обмен энергией и импульсом при соударении фотона (кванта излучения) с электроном приводит к уменьшению энергии кванта и к изменению его частоты.

Закон сохранения энергии может быть записан в виде

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Здесь m_0c^2 — энергия покоя электрона; $h\nu_0$ — начальная энергия фотона (кванта света); $h\nu$ — энергия фотона после соударения; $m_0c^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ — энергия электрона после соударения.

Закон сохранения количества движения запишем в форме

$$\hbar \mathbf{k}_0 = \hbar \mathbf{k} + m \mathbf{v},$$

где $\hbar \mathbf{k}_0$ — начальный импульс фотона; $\hbar \mathbf{k}$ — импульс фотона после соударения (здесь \mathbf{k}_0 и \mathbf{k} — соответствующие волновые векторы); $m \mathbf{v}$ — импульс электрона после соударения. Из записанных выше соотношений путем несложных выкладок приходим к формуле

$$\Delta \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где комбинация $h/m_0 c$ трех универсальных постоянных называется комptonовской длиной волны; φ — угол, образованный направлением фотона после соударения с его начальным направлением.

Первоначальная теория эффекта Комптона дана одновременно Комптоном и Дебаем в 1923 г. Теория Комптона — Дебая была теорией рассеяния на свободных электронах и рассматривала лишь поведение смещенной линии. В дальнейшем в теории стали учитывать внутриатомные связи; в этом случае релятивистская формула для сохранения энергии должна содержать члены, выражающие работу ионизации атома и кинетическую энергию атома, а релятивистская формула сохранения импульса должна содержать еще член, определяющий импульс атома.

Измерение скорости света. Скорость распространения электромагнитных волн — одна из фундаментальных физических констант. Эта константа приобрела особо важное значение в теории относительности. В отличие от других вопросов электродинамики движущихся сред этот вопрос имеет давнюю историю. В древности вопрос о конечной или бесконечной скорости распространения света не мог быть связан с трактовкой каких-либо опытов или достоверных наблюдений. Возможности проведения опытов и наблюдений в средневековой физике также не позволяли найти пути к правильной постановке задачи. Даже значительно позже, в период создания Галилеем «*Jl Saggiatore*», свет представлялся ему потоком бесконечно быстрых частиц. Впоследствии Галилей склонялся к представлению о конечной скорости распространения света и представлял решение вопроса опыту.

В книге «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению» (1638) Галилей переходит уже к эксперименту для решения вопроса о конечной или бесконечной скорости света. Эксперименты, предложенные Галилеем, были частично осуществлены членами Флорентийской академии, но не дали однозначных результатов. Галилей полагал, что если опыты с двумя наблюдателями, находящимися на расстоянии двух или трех

миль друг от друга, окажутся неудачными, то необходимо будет сделать вывод о мгновенном распространении света. Фрэнсис Бэкон, рассматривая проблему скорости света, не смог остановиться на какой-либо определенной точке зрения. То, что опыты Галилея или какая-либо их модификация не смогут привести к удовлетворительному решению проблемы, было ясно уже Декарту и об этом же позднее писал Гюйгенс. Что касается опытов, которые можно произвести в земных условиях с помощью источников света, расположенных на больших расстояниях друг от друга, то они доказывают, что свету не надо заметного времени, чтобы пройти эти расстояния.

Основные идеи Декарта по вопросу о скорости света наиболее рельефно выражены в его письмах к Бекману. Для Декарта характерно глубокое проникновение в сущность эксперимента по определению скорости света, ясное понимание того, что время распространения света на сравнительно небольшие расстояния и в доступные тогда для измерения промежутки времени являются величинами разных порядков. Все то, что оказалось камнем преткновения и для гения Галилея, и для четкого логического мышления Бекмана, и для эмпирического подхода флорентийцев, было преодолено великим французским мыслителем. В дальнейшем Гюйгенс, опираясь на мысленные опыты Декарта с лунными затмениями и астрономическими наблюдениями Рёмера, смог связать вопрос о конечной скорости света с предположением, что идет речь не о переносе тела с такой большой скоростью, а о последовательном движении, переходящем от одних тел к другим. «Поэтому,— пишет Гюйгенс,— при размышлении об этих вещах я беспрепятственно предположил, что истечение света происходит постепенно. Действительно, с помощью этого предположения все эти явления могли быть объяснены, тогда как, если придерживаться противоположного взгляда, все было непонятно. И мне всегда казалось, и многим другим вместе со мной, что даже Декарт, который поставил целью вразумительное объяснение всех вопросов физики и который, несомненно, гораздо лучше успел в этом, чем кто-либо до него, даже Декарт по поводу света и его свойств не высказал ничего, что не было полно трудностей для понимания, или даже непостижимо» [28].

Мы видим, как тесно переплетался вопрос о скорости света со многими другими физическими проблемами. Первое численное определение скорости света принадлежит Рёмеру. В многочисленных исследованиях по истории физики Рёмеру приписывают многообразие значений скорости света, начиная от 193 120 до 327 000 км/сек. Однако в докладе, опубликованном в 1676 г. в «Journal des Sçavans», Рёмер не предложил точно определенного значения скорости света. Из полученного Рёмером значения 22 мин для времени прохождения светом расстояния, равного

диаметру земной орбиты, Гюйгенс нашел скорость света, а затем последнюю сравнил со скоростью звука.

Ньютон в первом издании «Математических начал» для времени распространения света от Солнца до Земли принимал значение около 10 *мин.* В «Оптике» он останавливается на значениях около 7 или 8 *мин.* Эта же величина появлялась в последующих изданиях «Математических начал». В дальнейших изданиях своей «Оптики» Ньютон вслед за Гюйгенсом перешел к сравнению скоростей распространения света и звука.

Работы Брэдли послужили подтверждением конечности скорости распространения света. Его наблюдения дали значение угла аберрации, приблизительно равное $20''$, 2, исходя из которого Брэдли подсчитал, что скорость света в 10 210 раз больше скорости Земли на своей орбите. Брэдли не приводил численного значения скорости света, но данное им значение в 8 *мин* 12 или 13 *сек* для времени распространения света от Солнца до Земли соответствует значению скорости света, близкому к реальному. Дальнейшие астрономические определения не внесли однозначность в определение скорости света. Возникла необходимость в непосредственных физических методах определения ее.

В 1834 г. Уитстон предложил принцип вращающегося зеркала для фиксирования коротких промежутков времени. 3 декабря 1838 г. в Парижской академии наук выступил Араго с предложением применить вращающееся зеркало к сравнению скоростей света в воздухе и жидкости.

Однако ни Уитстон, ни Гершель, писавший в 1835 г. Уитстону об определении скорости света, ни Бессель и Зильберман, предлагавшие Араго механические видоизменения его прибора, ни аббат Лаборд, предлагавший способ, аналогичный опыту Физо, не осуществили своих замыслов. Определение скорости света в земных условиях впервые было осуществлено Физо в 1849 г.

30 апреля 1850 г. Физо в письме в «Journal des Debats» сообщил, что им экспериментально осуществлены идеи Араго о сравнении скорости света в воздухе и в воде. Работы Араго, Физо и Фуко знаменуют собой исключительно важный этап в истории определения скорости света.

С определением скорости света связаны также исследования о соотношении между электростатическими и электромагнитными единицами. «Трудно переоценить,— пишет Л. И. Мандельштам,— значение всего пути, который привел к постановке вопроса о новой универсальной постоянной величине v и к экспериментальному ее определению. К этому мы вернемся ниже. Пока я хотел бы только отметить, что для максвелловской электромагнитной теории света только что указанное определение v и сравнение ее со значением скорости распространения света сыграло роль, аналогичную той, какую для ньютоновской теории тяготения имело вычисленное значение радиального ускорения Луны

при движении ее вокруг Земли и сравнения этой величины с ускорением падающих тел на земной поверхности. Несомненно, и здесь, и там дело шло о решающем этапе в ходе мыслей как Ньютона, так и Максвелла» [29]. В этом направлении многочисленные исследования были выполнены Вебером. В самой теории Вебера нет основания для сопоставления величины v со скоростью света. В письме Максвелла к Фарадею от 19 октября 1861 г. Максвелл впервые упомянул, что из определенного Кольраушем и Вебером численного отношения между статическим и магнитным действием электричества он определил скорость распространения поперечных колебаний, почти совпадающую с определением скорости света прямым путем. В 1863 г. Максвелл и Флеменг Дженкин указали на пять способов определения величины v . Хорошие результаты были получены при помощи трех из этих пяти методов.

А. Корню повторил опыты Фуко с вращающимся зеркалом, но в дальнейшем оставил этот метод и усовершенствовал опыт Физо.

В 1878 г. появилась первая заметка Майкельсона, ставшая отправным пунктом целой серии исследований по определению скорости света. Майкельсон поместил плоское отражающее зеркало в сопряженном фокусе источника света и расположил собирающую линзу между вращающимся и неподвижным зеркалом. в то время как раньше ее располагали между источником света и вращающимся зеркалом. Опыт Майкельсона представлял собой видоизмененный вариант опытов Фуко. Существенные усовершенствования были внесены Ньюкомбом в 1882 г., и по его предложению Майкельсон повторил свои опыты в 1891 г. В 1902 г. Майкельсон сравнил свои данные, полученные методом вращающегося зеркала, с данными Ньюкома и Корню и нашел в качестве наиболее вероятного значения скорости света $299\,890 \pm \pm 60$ км/сек. Майкельсон внес существенные изменения в метод вращающегося зеркала, сделав излишним измерения малых углов отклонения. Это было достигнуто тем, что вращающемуся зеркалу давалась форма правильного многогранника. В дальнейшем работы Майкельсона, проведенные с 1921 по 1926 г., позволили измерять скорость света с точностью до 4 км/сек. В этих опытах, несмотря на значительное расстояние (71 км) между Маунт-Вильсон и горой Сан-Антонио, сигналы были достаточно отчетливы и интенсивны.

В дальнейшем Майкельсон усомнился в достаточной точности примененного для измерения расстояния метода триангуляции и в достоверности оценок погрешности от изменения показателя преломления воздуха. В серии опытов 1929—1933 гг. Майкельсон и его сотрудники применяли метод Фуко. После смерти Майкельсона его работы продолжали Пиз и Пирсон. За время с 19 февраля 1931 г. по 27 февраля 1933 г. было произведено более

2800 измерений. Отдельные измерения объединялись в серии. Таким образом, было получено значение скорости света $299\,774 \pm \pm 11$ км/сек. Эта серия работ завершила собой второй период в истории физических методов определения скорости света, начало которого условно можно отнести к первой серии опытов Корню (1872).

В 1925 г. Каролюс сделал попытку заменить вращающееся зубчатое колесо безынерционным электрическим прерыванием света. Применение эффекта Керра в качестве светового реле позволило увеличить частоту прерывания света до миллиона раз в одну секунду. В 1928 г. Каролюс совместно с Миттельштадтом определили скорость света, используя эффект Керра, и получили при этом значение скорости света, равное $299\,788 \pm 20$ км/сек.

В 1937 г. Андерсон, пользуясь методом ячейки Керра и применяя фотоэлемент, получил значение $c = 299\,771 \pm 14$ км/сек. Хюттель (1940), по предложению Каролюса, предпринял новые измерения, Хюттель нашел значение $c = 299\,768 \pm 10$ км/сек. В этих опытах также велика ошибка при определении базы и недостаточно точно определен показатель преломления воздуха. В 1941 г. Андерсон получил значение $c = 299\,776 \pm 14$ км/сек. Бердж произвел анализ всех измерений, произведенных до 1941 г. М. Ф. Романова произвела в 1947 г. анализ измерений скорости света и нашла вероятное значение $c = 299\,791 \pm 13$ км/сек.

Измерить скорости распространения электромагнитных волн радиодиапазона не удавалось, так как результаты измерений содержат неконтролируемое влияние земной поверхности; однако использование микроволнового диапазона для определения c вполне возможно. Джон и Корнфорд (1948) с помощью радиолокационной техники получили для скорости света значения $299\,788$ км/сек, а Аслаксон — значение $299\,792 \pm 1,4$ км/сек.

Эссен и Гордон-Смайк использовали полый резонатор в вакууме: первоначально (1948) ими было получено $c = 299\,793 \pm \pm 9$ км/сек, а затем $c = 299\,792,5 \pm 3$ км/сек. В 1950 г. методом полого резонатора пользовались Хансон и Бол. Маккинли опубликовал результаты измерений (1937—1938) оптическим путем, используя для модуляции двойное лучепреломление в кварце.

В 1954 г. А. И. Карташев разработал метод измерения скорости распространения света с применением специального модулирующего устройства. Им получено значение $c = 299\,788$ км/сек со средней квадратичной погрешностью ± 5 км/сек. На основании анализа результатов измерений им предложено значение скорости распространения света и электромагнитных волн в вакууме $c = 299\,790,2 \pm 1$ км/сек. Маллиган и Мак-Дональд (1957) дали описание четырех методов определения c , разработанных за последние годы: метод микроволнового интерферометра Фрума, метод радиочастотного интерферометра Флормана, метод полосатых спектров, метод определения скорости γ -лучей с помощью

счетчиков, соединенных в схему совпадений. Они получили $c = 299\,792,8$ км/сек с вероятной ошибкой 0,2 км/сек.

Бергstrand (1957) привел пять наиболее точных методов измерения c . Метод стоячих волн ($\lambda = 10$ см) в полном резонаторе (Эссен, Бол, Аслансон), метод микроволнового интерферометра, метод радиочастотного интерферометра (Флорман), метод вращательных ИК-спектров двухатомных молекул и, наконец, метод измерения c помощью гониометра. В 1957 г. Дюпер классифицировал методы измерения как прямые, так и косвенные. К прямым методам измерения он относит: методы измерения групповой скорости или скорости сигнала в воздухе, измерения скорости распространения фазы в вакууме; к косвенным же методам измерения он относит интерференционные измерения скорости распространения фазы. В том же году Кук заново рассмотрел вопрос о вековом изменении скорости света.

Экспериментально до настоящего времени очень трудно получить однозначное значение для скорости света, и принцип постоянства скорости света нельзя рассматривать как прямой результат опыта.

Ритц (1908), Кунц (1900), Комсток (1910) стремились не вводить принцип постоянства скорости света и строить такие варианты релятивистской теории, которые не были бы сопряжены с радикальными изменениями в понимании сущности пространства и времени.

Ритц предполагал, что скорость света определяется как векторная сумма скорости света от неподвижного источника и скорости источника относительно наблюдателя (баллистическая теория). Толмен (1910) и Майорана (1919) предлагали решить этот вопрос на основании наблюдений интерференционных явлений от движущегося источника.

В. де Ситтер выступил в 1913 г. с доказательством неизменности скорости света. В том случае, если бы скорость света зависела от скорости излучающего тела, закономерности движения удаленных двойных звезд оказались бы весьма осложненными. Де Ситтер, отмечает, что теория Ритца потребовала бы допущение, что движение двойных звезд подчиняется не закону тяготения Ньютона, а более сложному закону, в который должно было входить расстояние звезды от Земли.

Де Ситтер ограничился рассмотрением излучения света звезды при приближении последней к наблюдателю и при ее удалении от наблюдателя. Фрейндлих в 1913 г. считал необходимым рассматривать всю видимую траекторию звезды. Однако и результаты наблюдений траекторий визуальных двойных звезд не могут служить прямым экспериментальным доказательством независимости скорости света от скорости движения источника, поскольку отклонения от второго закона Кеплера слишком малы, если бы скорость света и зависела от скорости источника. Изу-

чение доплеровского смещения линий спектрально двойных звезд, а также наблюдения с течением времени изменения их блеска представляют известные возможности для проверки гипотезы Ритца, однако они не в состоянии однозначно решить проблему и не могут заменить прямого эксперимента.

А. М. Бонч-Бруевич впервые поставил прямой опыт, в котором в качестве источников излучения были использованы экваториальные края видимого диска Солнца. Опыт Бонч-Бруевича свидетельствует об отсутствии эффекта, ожидаемого с точки зрения классической теории, и может служить непосредственным подтверждением независимости скорости света от скорости источника. В последние годы А. Г. Баранов предложил опыт по прямой проверке независимости скорости света от скорости источника. Наряду с обсуждением вопроса о независимости скорости света от скорости источника, шла оживленная дискуссия о смысле и содержании постулата постоянства скорости света.

В отличие от Эйнштейна, А. Пуанкаре рассматривал постоянство скорости света в различных направлениях как постулат, без которого нельзя обойтись при измерении скорости света. Этот постулат о постоянстве скорости света, недоступный, согласно Пуанкаре, проверке опытным путем, служит для определения одновременности удаленных событий, при котором законы природы могут быть выражены, наиболее просто.

Вслед за Пуанкаре, Эддингтон писал, что строго говоря, опыты Майкельсона — Морли непосредственно не доказывают, что скорость света постоянна во всех направлениях, но доказывают лишь то, что средняя скорость распространения туда и обратно постоянна во всех направлениях. Эддингтон вслед за Пуанкаре считает, что определение одновременности основано на соглашении о равенстве скорости света в противоположных направлениях. Конвенционалистский характер этого утверждения подчеркивается как Эддингтоном, так и Пуанкаре.

Однако многие авторы (А. Д. Александров, В. А. Фок и др.) справедливо рассматривают определение одновременности Эйнштейна как базирующееся на законе о постоянстве скорости света, содержащее уже положение о равной скорости света в противоположных направлениях.

Конвенционалистская концепция Пуанкаре — Эддингтона не была воспринята большинством исследователей, а ее философская несостоятельность была показана во многих работах.

Августинек [30] указал на противоречие в суждениях Эддингтона. Эддингтон приписывает эйнштейновскому допущению поясняющую функцию по отношению к результатам эксперимента Майкельсона, но тем самым он, разумеется, вступает в противоречие со своей конвенционалистской точкой зрения на одновременность, поскольку мы пользуемся эмпирическими законами и гипотезами и т. д.

3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА

Свою знаменитую работу «К электродинамике движущихся тел» Эйнштейн начинает указанием на то, что электродинамика Максвелла в применении к движущимся телам приводит к асимметрии, не свойственной, по-видимому, самим явлениям. «Вспомним, например, — пишет Эйнштейн, — электродинамическое взаимодействие между магнитом и проводником с током. Наблюдаемое явление зависит здесь только от относительного движения проводника и магнита, в то время как, согласно обычному представлению, оба случая, в которых либо одно, либо другое из этих тел является движущимся, должны быть строго разграничены» [31, стр. 133—134]. Если проводник покоится, а магнит движется, то вокруг магнита возникает электрическое поле, обладающее некоторым количеством энергии, которое возбуждает ток в проводниках. В том же случае, если движется проводник, а магнит находится в покое, вокруг магнита не возникает электрического поля; однако в проводнике все же возникает электродвижущая сила, «...которой самой по себе не соответствует никакая энергия, но которая, однако, при предполагаемом равенстве относительно движения, в обоих интересующих нас случаях, вызывает электрические токи той же силы и того же направления, как в первом случае электрическое поле» [31, стр. 133—134]. Асимметрия при взаимодействии между магнитом и проводником и неудавшиеся попытки обнаружить движение Земли относительно «светоносной среды» привели к предположению, «что не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя, и даже более того, — к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, имеют место те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка» [31, стр. 134]. Эйнштейн указывает далее, что он намерен это предположение, содержание которого в дальнейшем было названо принципом относительности, превратить в предпосылку и сделать добавочное допущение, что свет в вакууме всегда распространяется с определенной скоростью, не зависящей от состояния движения излучающего тела.

Одновременно с введением основных постулатов Эйнштейн исключает «светоносный эфир», излишний в теории относительности. Последняя опирается на кинематику твердых тел, поскольку суждения теории касаются соотношений между твердыми телами, играющими роль координатных систем. Эйнштейн начинает поэтому с кинематических вопросов, а именно — с определения понятия одновременности. Он анализирует понятие одновременности, прибегая к некоторым мысленным экспериментам. Если в точке *A* находятся часы, то наблюдатель в *A*

устанавливает время событий в непосредственной близости от A , наблюдая одновременные с этими событиями положения стрелок часов. Таким путем устанавливается A -время. Таким же образом можно установить и B -время, но нельзя этим путем установить время, общее для A и B . Эйнштейн полагает, что общее для A и B «время» можно установить, вводя определение, что «время», необходимое для прохождения света из A в B , равно «времени», которое необходимо свету, чтобы из B попасть в A . В момент t_A по A -времени электромагнитный сигнал выходит из A к B . В момент t_B по B -времени он отражается от B к A и в момент t'_A по A -времени сигнал возвращается в точку A . По определению часы в A и B синхронны, если

$$t_B - t_A = t'_A - t_B.$$

Эйнштейн допускает, что это определение синхронности может быть непротиворечиво и применено для сколь угодно многих точек и что вследствие этого допущения справедливы следующие соотношения:

«...1) если часы в B идут синхронно с часами в A , то и часы в A идут синхронно с часами в B ;

2) если часы в A идут синхронно как с часами в B , так и с часами в C , то часы в B и C также идут синхронно относительно друг друга» [31, стр. 137].

Таким путем устанавливается, что «время события» — это одновременное с событием показание покоящихся часов, находящихся в месте события. Это время Эйнштейн называет «временем покоящейся системы». Основные принципы он определяет следующим образом:

«1. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, находящихся относительно друг друга в равномерном поступательном движении, эти изменения состояния относятся.

2. Каждый луч света движется в «покоящейся» системе координат с определенной скоростью c независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом» [31, стр. 138].

На основе этих «принципов» и установленного понятия «одновременности» Эйнштейн переходит к рассмотрению относительности длин и времен.

Вопрос о длине движущегося стержня решается с помощью двух операций: а) наблюдатель, движущийся вместе с масштабом и стержнем, измеряет длину стержня непосредственно путем прикладывания масштаба так же, как если бы измеряемый стержень, наблюдатель и масштаб находились в покое; б) наблюдатель устанавливает, в каких точках покоящейся системы находятся начало и конец измеряемого стержня в определенный момент времени t посредством установленных в покоящейся

ся системе синхронных, покоящихся часов. Расстояние между этими двумя точками, измеренное в этом случае покоящимся масштабом, есть длина, которую можно обозначать как «длину» стержня [31, стр. 139].

Длину, определяемую операцией «а», называют «длиной стержня в движущейся системе» и она, согласно принципу относительности, должна равняться длине l покоящегося стержня.

Длину, определяемую операцией «б», называют «длиной движущегося стержня в покоящейся системе» и, основываясь на вышеуказанных принципах, находят, что она отлична от величины l .

В классической физике определение одновременности в разных точках пространства не было предметом специального теоретического анализа, и вопрос об одновременности событий рассматривался лишь в смысле его практического определения. В отношении понятия времени и одновременности события классическая физика стояла целиком на точке зрения ньютоновской механики, предполагая существование единого мирового времени. Абсолютный характер одновременности классической физики связан с предположением о физических взаимодействиях, распространяющихся с бесконечной скоростью. Эйнштейновское определение одновременности и его способ синхронизации часов тесно связаны с вопросом о конечной скорости распространения электромагнитных колебаний.

В классической физике синхронизация часов в движущейся системе достигается тем, что они показывают всегда то же время, что и часы в неподвижной системе в точке, мимо которой проходит движущаяся система. Согласно Эйнштейну, такая регулировка часов не приводит к синхронности часов. Предположим, что часы в точках A и B помещены на концах одного стержня, т. е. жестко связаны между собой. Стержень покоится в системе K' , движущейся в направлении стержня AB с постоянной скоростью относительно системы K . В системе K движение стержня происходит со скоростью v , а движение света со скоростью c . С точки зрения наблюдателя, связанного с неподвижной системой, в этом случае остается в силе закон сложения скоростей, и относительная скорость стержня и света будет равна $c-v$ на пути из A в B и $c+v$ — при обратном переходе. По часам, покоящимся в системе K ,

$$t_B - t_A = \frac{r}{c-v}, \quad t'_A - t'_B = \frac{r}{c+v},$$

где r — расстояние AB , измеренное в системе K . Наблюдатель в системе K' , движущейся вместе со стержнем, воспринимает, что свет движется из A в B и назад со скоростью c , и, устанавливая синхронность часов B и A , он требует выполнения условия

$$t_B - t_A = t'_A - t'_B.$$

Мы видим, что часы, синхронные в неподвижной системе, несинхронны в движущейся системе и наоборот. Понятие одновременности имеет относительный характер, связанный с координатной системой. Франк и Роте показали, что если взять за основу процесс, распространяющийся с бесконечно большой скоростью, то можно прийти к понятию времени, одинакового во всех системах.

Определение одновременности должно быть основано на объективных законах движения материальных тел и отнюдь не должно выражать субъективные восприятия наблюдателей, и оно не может базироваться на рассмотрении процессов, распространяющихся с бесконечно большой скоростью. Определение одновременности отражает объективно реальные свойства движущейся материи и форм существования пространства и времени.

Многие авторы отмечали, что эйнштейновский способ синхронизации часов при помощи световых сигналов с учетом их запаздывания представляется настолько естественным, что на первый взгляд может показаться, как будто он не содержит в себе ничего характерного для теории относительности. Однако это далеко не так. Указанный Эйнштейном способ синхронизации, базирующийся на том, что события, одновременные в одной системе отсчета, отнюдь не являются одновременными в другой системе отсчета, не только не произволен, но является единственно рациональным с релятивистской точки зрения.

Эйнштейн при анализе понятия одновременности прибегал к мысленным экспериментам. Положим, что по рельсам идет очень длинный поезд с постоянной скоростью. Люди, едущие в поезде, принимают поезд за тело отсчета и относят все события к поезду. Рассмотрим две системы отсчета: систему отсчета, связанную с Землей, и систему, связанную с поездом, движущимся прямолинейно с постоянной скоростью. Один наблюдатель, снабженный регистрирующим прибором, находится на Земле около пути следования поезда, а другой — в поезде.

Если два события, например удары молнии в A и B , одновременны относительно полотна дороги, т. е. световые лучи, исходящие из точек A и B , встречаются в середине участка полотна AB , то будут ли они одновременны и относительно поезда? Наблюдатель, движущийся вместе с поездом, приходит к выводу, что луч света приходит раньше с того конца пути, навстречу которому он движется, и, следовательно, события, одновременные относительно полотна дороги, неодновременны относительно поезда.

Метод определения одновременности вызвал ряд возражений. «Я,— писал Хвольсон,— пока убежден, что введение часов при изложении принципа относительности никакой пользы принести не может, ничего не разъясняет, но способно вызвать

недоумения и недоразумения, так как понятие о часах является элементом, чуждым сущности дела. Часы — это физический инструмент; часы бывают пружинные и с маятником, но часами могут служить и всякие тела, равномерно повторяющие какое-либо движение..., но говорить о том, как будет себя вести этот физический инструмент при тех условиях, с которыми имеет дело теория относительности, по моему мнению, совершенно невозможно» [32].

Однако, при всей резкости приведенной цитаты, она лишь указывает на необходимость глубокого и всестороннего критического разбора вопроса о часах.

Рейхенбах, Эддингтон и другие предложили неправильную концепцию одновременности. Они полагают, что эйнштейновскому определению одновременности необходимо придать конвенционалистский характер. Свое предположение они объясняют тем, что якобы при установлении времени удаленных событий появляется порочный круг; для установления времени удаленного события необходимо пользоваться сигналами. Пользование сигналами предполагает, что скорость света в определенном направлении известна. Измерение же скорости требует установления одновременности пространственно разобщенных событий.

В. А. Фок, анализируя эйнштейновское определение одновременности, считает его не произвольным, но единственно рациональным определением. Многие авторы считают, что закон постоянства скорости света содержит уже положение о равной скорости света в противоположных направлениях.

В работах Робба, Каратеодори, Милна и других критически трактовались вопросы кинематики световых сигналов и временной последовательности событий.

В 1953 г. Айвс подверг критике эйнштейновское определение одновременности событий, поскольку оно основано на предположении о равенстве скоростей света в направлении, противоположном направлению движения системы и в направлении, совпадающем с направлением движения системы.

Айвс указывает на два рода опытов по определению скорости света. В одних опытах, первого рода, время между испусканием и обратным получением сигнала определяется по одним и тем же часам. В опытах второго рода время между испусканием и получением сигнала определяется как разность показаний двух часов, находящихся в разных точках пространства, показания которых синхронизованы. Существование двух способов определения скорости света известно давно; уже Максвелл в письме к Тодду указывал, что способ определения скорости света по затмениям спутников Юпитера соответствует второму способу. По существу об этом методе писал Декарт в своих письмах к Бекману.

В противоположность классической физике, в которой отрезок или длина стержня считались абсолютными, в теории относительности один и тот же стержень имеет различную длину в разных системах отсчета. Максимальную длину стержень имеет в той системе отсчета, в которой он покоится. Стержень, покоящийся в данной системе, всегда кажется укороченным, если его длину измерять в другой системе, движущейся относительно первой. Сокращаются при этом те размеры стержня, которые параллельны направлению движения системы отсчета.

«Я укладываю, — пишет Эйнштейн, — метровую линейку по оси x' системы K' таким образом, чтобы начало ее находилось в точке $x'=0$, конец — в точке $x'=1$. Какова длина метровой линейки относительно системы K ?» [33].

Чтобы решить эту задачу, надо определить только, где находится конец x_2 и начало x_1 линейки относительно K в момент времени t . Из первого уравнения преобразований Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

при $t=0$ имеем

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ x_2 &= 1 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}, \end{aligned}$$

откуда

$$x_2 - x_1 = \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Сокращение масштаба, полученное при таком способе рассмотрения, в точности соответствует сокращению тел, согласно гипотезе Фицджеральда и Лоренца, отличаясь от лоренцовского по своему физическому смыслу.

Многие противники теории относительности стремились объяснить релятивистские эффекты сокращения тел специально придуманными механизмами или динамическими закономерностями взаимодействий тел и поля. Они стремились отказаться от постановки вопроса об общих законах четырехмерного пространственно-временного континуума и процессы чисто кинематические стали трактовать динамически. Этот шаг назад к Лоренцу не оказался плодотворным.

Эйнштейн рассматривает два последовательных показания часов, помещенных в начале координат $x'=0$ системы K' , разделенных интервалом в 1 сек: $t_1=0$ и $t_2=1$. Из соотношений

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{и} \quad t' = \frac{t - vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

имеем

$$t_1 = 0, \quad t_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Относительно системы K часы движутся со скоростью v , и между двумя указанными показаниями часов с точки зрения наблюдателя в этой системе проходит не 1 сек , а большее время. Идеальные часы в системе, в которой они покоятся, имеют всегда одинаковый ход, показывая «собственное время» системы. Собственное время системы формально тождественно «местному времени» Лоренца. Однако у Лоренца «местное время» играет лишь вспомогательную математическую роль в противоположность абсолютному, или истинному, времени. В теории Эйнштейна «абсолютное» время не отражает процессы объективного мира, оно не имеет никакой физической реальности. Не существует никаких возможностей для отыскания и отбора абсолютного времени среди множества равноправных местных времен движущихся систем отсчета.

В последнее время возрос интерес к так называемому «парадоксу с часами». Наблюдатель A покоится в начале координат O инерциальной системы S . Наблюдатель B сначала покоится в той же точке O , затем движется по оси x равномерно. Достигнув точки C , он поворачивает и с той же скоростью, по тому же пути движется обратно к точке O . При этом пренебрегают временем, затраченным на ускорение при отправлении в путь, повороте и прибытии наблюдателя в исходную точку O . Наблюдатели A и B имеют идеальные часы, по которым они определяют свое собственное время. Часы наблюдателя B при возвращении его в исходную точку O будут отставать от часов наблюдателя A . Однако две системы, движущиеся указанным образом, равноправны, и можно считать наблюдателя B покоящимся, а наблюдателя A — совершающим тот же путь, в противоположном направлении. Парадокс состоит в том, что одновременно часы наблюдателя A опережают часы наблюдателя B , а часы B опережают часы A .

В действительности принцип относительности применяется лишь к системам, движущимся прямолинейно и равномерно друг относительно друга; здесь же мы имеем негалилееву систему B , движущуюся с ускорением. Парадокс возник потому, что мы считаем эти две системы с точки зрения принципа относительности тождественными, в то время как одна из них, для того чтобы вернуться обратно, должна в точке C изменить свою скорость, т. е. должна иметь ускорение.

В обширной литературе по теории относительности мы чаще всего встречаемся с традиционным эйнштейновским изложением, когда отправным пунктом служит точка зрения относительности, а безотносительное определено как инвариант преобразования координат. Отмечалось, что такое построение теории, идущее от относительного, хотя и отвечает в первую очередь логике и наблюдениям, таит в себе опасность неверного представления, что относительное зависит от точки зрения наблюдателя.

Эйнштейн вслед за анализом основных понятий и установления основных принципов переходит к теории преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, находящейся в равномерно поступательном движении относительно первой, и устанавливает физическое значение полученных уравнений для движущихся твердых тел и движущихся часов. Последний вопрос, которым Эйнштейн заканчивает кинематическую часть излагаемой работы, — это вопрос о сложении скоростей.

Если понятия «истинного» или «абсолютного» пространства подверглись в физике критике и до Эйнштейна, то «истинное» и «абсолютное» время не вызывало сомнения, и его универсальность, абсолютность и единственность почти не подвергались сомнению. Впоследствии стало ясно, что «истинного» времени в смысле классической физики не существует.

Лоренц весьма близко подошел к новому, релятивистскому пониманию; он ввел «местное» время и пользовался физическим содержанием этого понятия с целью лучшего понимания гипотезы сокращения тел. Но признать новую концепцию времени Лоренц, глубокими корнями связанный с классической физикой, не сумел, и это стало заслугой лишь Эйнштейна. Это признавал и писал об этом в дальнейшем сам Лоренц. Минковский также признавал определяющее значение Эйнштейна в развитии учения о времени, но подвергал сомнению его роль в анализе пространственных представлений.

Минковский писал: «Понятия пространства ни Эйнштейн, ни Лоренц не касались, может быть, потому, что при вышеупомянутом специальном преобразовании, при котором плоскость x, t совпадает с плоскостью x_1, t_1 , возможно толкование, что ось x сохраняет свое положение. Попытку перешагнуть через понятия пространства соответствующим образом в самом деле можно было бы расценить как некоторую дерзость математической мысли» [34].

Нет сомнения в том, что Минковский, выдвинув после Пуанкаре в более широком смысле вопрос о группе преобразований, относительно которой должны быть инвариантны основные уравнения физики, и показав четырехмерный характер теории относительности, внес существенный вклад в дальнейшее развитие пространственно-временных представлений современной физики; однако весьма спорным кажется тезис о том, что понятия пространства не рассматривались или не были развиты Эйнштейном и Лоренцом.

М. Борн в очерке «Воспоминания о Германе Минковском» очень рельефно описывает отношение Минковского к Лоренцу и Эйнштейну. «Минковский цитировал также и Эйнштейна, — пишет Борн, — и примерно следующим образом высказался относительно вклада в теорию относительности, сделанного Лоренцом, Эйнштейном и им самим. Лоренц верил в существование

абсолютно покоящегося эфира и абсолютного времени; временной параметр, полученный в результате преобразования, он называл местным временем и использовал его как вспомогательное понятие, не придавая ему самостоятельного физического значения. Об Эйнштейне он говорил „что тот отвергал время как понятие, однозначно определенное событиями”» [35, стр. 300]. Но при этом Минковский считал, что «понятие пространства и времени не пересмотрели ни Эйнштейн, ни Лоренц». Борн отмечает, что на это Минковский претендовал сам; однако это, по-видимому, неверно, так как из работы Эйнштейна ясно следует, что Эйнштейн сознавал полную эквивалентность всех систем отсчета и тем самым отвергал как абсолютное пространство, так и абсолютное время. Борн отмечает также, что Минковский не упоминает Пуанкаре, хотя последний еще в 1904 г. в докладе в Сан-Луи ясно изложил принцип относительности и многие его следствия и почти достиг в истолковании принципа точки зрения Эйнштейна.

При интерпретации теории относительности Минковский исходит из того, что предметом человеческого восприятия всегда являются пространственные и временные интервалы, взятые в совокупности. Никто не наблюдал пространственные положения иначе, чем в определенный момент времени, и время не иначе, чем в определенном месте. Систему значений x, y, z, t он называет мировой точкой, а многообразие всех мыслимых систем значений x, y, z, t — миром. Для обозначения объекта он пользуется понятием субстанции. Кривую, изображающую путь субстанции, он называет мировой линией. Весь мир можно представить как совокупность мировых линий и физические законы выразить как взаимоотношения между этими мировыми линиями.

Мандельштам отметил, что это сделано полностью по образцу и подобию аналитической геометрии; эта арифметизация геометрии, которая научила нас тому, что совокупность трех чисел мы называем точкой, и позволяет строить абстракции.

Вслед за определением «мировой точки» и «мира» Минковский вводит следующую основную аксиому: «Субстанция, находящаяся в любой мировой точке, всегда при надлежащем определении пространства и времени может быть рассматриваема как находящаяся в покое» [36, стр. 35]. Эта аксиома эквивалентна утверждению, что всякая скорость v всегда меньше c — скорости света в вакууме, или, что в каждой мировой точке имеет место неравенство

$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 > 0.$$

Геометрическая интерпретация Минковского, объединение трехмерного пространства и времени в четырехмерное многообразие имеет глубокий физический и математический смысл. Формулы преобразований Лоренца принимают симметричный вид и

рассматриваются как формулы преобразования координат при вращении четырехмерной координатной системы. Интервал между двумя событиями рассматривается как квадрат расстояния между двумя мировыми точками, что придает инвариантности интервала более ясный геометрический смысл. Наряду с тем, что четыре числа

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict$$

могут рассматриваться как проекции четырехмерного радиуса-вектора на соответствующие оси, можно рассматривать также вектор четырехмерной скорости, проекциями которого являются производные проекций четырехмерного радиуса-вектора частицы по собственному времени:

$$u_i = \frac{dx_i}{d\tau}.$$

Эйнштейн писал: «То обстоятельство, что нет объективного расщепления четырехмерного континуума на трехмерно-пространственный и одномерно-временной континуумы, имеет своим следствием, что законы природы получают свою логически удовлетворительнейшую форму лишь в том случае, когда их выражают как законы четырехмерного пространственно-временного континуума. В этом заключается сущность того значительного методического успеха, которым теория относительности обязана Минковскому...» [36, стр. 35].

Наглядную интерпретацию преобразований Лоренца как пространственных поворотов в четырехмерном пространстве легко получить, вводя по Минковскому

$$ict = \sqrt{-1} ct = x_4.$$

Представим себе мировую линию материальной точки, т. е. какое-либо явление. Связываем с этой линией систему координат, в которой материальная точка покоится и $d\tau = dt$ ($d\tau$ — есть приращение времени в системе покоя), τ называют собственным временем. Деля элемент ds мировой линии на дифференциал собственного времени, приходим к четырехмерной скорости. Как мы уже писали, Минковский исходит из группы преобразований с определенным конечным c .

В работе «Пространство и время» Минковский писал: «Чтобы доказать, что принятие группы G_c для физических законов нигде не приводит к противоречию, необходимо пересмотреть всю физику на основе допущения этой группы». Он отмечает, что этот пересмотр был в известной степени проведен Планком при анализе вопросов термодинамики и теплового излучения и самим Минковским при анализе электромагнитных и механических явлений. Для определения силы Минковский, как и Эйнштейн, прибегает к определенным проверенным формулам для пондермо-

торной силы в электромагнитном поле, применимым в тех случаях, когда принимают группу G_c .

Три «пространственных» компоненты вектора «четырёхмерной силы Минковского» представляют собой умноженные на $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ компоненты ньютоновской силы, а «временная» компонента — умноженную на $i/c\sqrt{1-v^2/c^2}$ работу силы. Вводя собственное время τ , получим:

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{dG_x}{d\tau}, & K_y &= \frac{dG_y}{d\tau}, \\ K_z &= \frac{dG_z}{d\tau}, & K_t &= \frac{dG_t}{d\tau}, \\ K &= \frac{d\mathbf{G}}{d\tau}. \end{aligned}$$

В теории относительности сложение скоростей производится по формуле

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}.$$

Эту формулу, столь отличную от классической формулы сложения скоростей, легко понять, исходя из того, что речь идет о сложении преобразований, каждое из которых представляет собой некоторое вращение. Это сложение совпадает со сложением векторов в неевклидовой геометрии.

В. Варичак отметил, что многие авторы, излагавшие специальную теорию относительности, не приписывали неевклидовой геометрии существенного значения в описании физических процессов. Так, например, Вин писал, что новая концепция пространства-времени не имеет никаких непосредственных точек соприкосновения с неевклидовой геометрией. Льюис рассматривал неевклидовы геометрии как простые логические комбинации, не имеющие никакого физического значения.

Еще более резко писал Макс Планк. Он считал, что релятивистская концепция времени «превосходит по своей смелости все, что было сделано до сих пор в области умозрительного естествознания и в философской теории познания; в сравнении с этим неевклидова геометрия, имевшая пока серьезное значение только для чистой геометрии, не больше, чем детская игрушка» [37]. Варичак стремился доказать, что геометрия Лобачевского является адекватным аппаратом исследования теории относительности. Уже давно была отмечена аналогия отношений механики электронов к механике Ньютона и гиперболической геометрии к геометрии Евклида.

Эту аналогию стремился расширить Варичак, ставя вопрос о том, нельзя ли было истолковать лоренцово сокращение как

следствие геометрической анизотропии пространства. В теории относительности правило параллелограмма сил и скоростей не имеет места, в геометрии Лобачевского не существует вообще параллелограмма. В теории относительности, изгнавшей абсолютное из физики, существует одна абсолютная скорость — c ; в геометрии Лобачевского существует абсолютная длина R . При этом Варичак сделал неверный вывод о тождественности геометрии мира Минковского и геометрии Лобачевского. Ф. Клейн доказал изоморфизм группы Лоренца и группы движения пространства Лобачевского и выяснил суть взаимосвязей мира Минковского и геометрии Лобачевского.

Зоммерфельд трактовал сложение скоростей как последовательное применение двух преобразований Лоренца, каждое из которых означает некоторое вращение. Поскольку углы определяются дугами единичного круга, то сложение означает последовательное откладывание дуг на круге радиуса i . При сложении скоростей различных направлений следует перейти к сфере, и нахождение результирующей скорости сведется к построению сферического треугольника. Мнимость дуг, приводящих к введению шара радиуса i , обоснована метрическими соотношениями геометрии мира.

В дальнейшем Паули писал: «Варичак установил также формальную связь геометрии Лобачевского — Больяи с преобразованиями Лоренца... связь с геометрией Лобачевского — Больяи, о которой идет речь, может быть кратко охарактеризована следующим образом (не замеченным Варичаком): если рассматривать dx^1, dx^2, dx^3, dx^4 как однородные координаты в проективном трехмерном пространстве, то инвариантность уравнения $(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 - (dx^4)^2 = 0$ означает введение метрики Кейли, при этом в основу кладется *действительное* коническое сечение. Все дальнейшее получается само собой на основании известных соображений Клейна» [38].

На мысль о неевклидовом истолковании теории относительности Варичака натолкнуло то, что Минковский выразил отношение скоростей в виде гиперболического тангенса. Герглотц также выразил убеждение, что неевклидова геометрия полезна при сложении скоростей.

Робб ввел понятие «быстроты» и писал, что если v — абсолютная скорость частицы по отношению к системе, то обратный гиперболический тангенс называется «быстротой». Вместо евклидова треугольника скоростей получаем треугольник «быстрот» Лобачевского.

Фок подробно останавливается на доказательстве того, что если рассматривать пространство скоростей как пространство Лобачевского, то правило сложения скоростей в теории относительности совпадает с правилом сложения векторов в геометрии Лобачевского.

В релятивистской физике построение динамики точки и системы встретилось со значительными трудностями. «В противоположность электродинамике, — пишет Зоммерфельд, — с самого начала как бы приспособленной к удовлетворению требований теории относительности (поэтому мы смогли использовать ее даже для обоснования последней), классическую механику, чтобы привести ее в согласие с теорией относительности, необходимо подвергнуть радикальнейшим изменениям» [39, стр. 361].

Представляется непоследовательной теория, в которой механические законы и принципы ковариантны относительно преобразований Галилея, а электродинамические — относительно преобразований Лоренца. Если же законы и принципы механики должны быть ковариантными по отношению к преобразованиям Лоренца, то возникает вопрос, как должны быть при этом видоизменены основные положения механики. Эйнштейн в работе «К электродинамике движущихся тел» рассмотрел динамику медленно ускоренного электрона и пришел к выражениям для продольной и поперечной массы, сохранив уравнение, согласно которому численное значение массы, умноженное на численное значение ускорения, равно численному значению силы.

Планк, исходя из принципа наименьшего действия, одним из первых рассмотрел некоторые вопросы релятивистской динамики. Эренфест поставил вопрос о том, пригодна ли динамика точки для электрона, если предположить, что электрон не обладает радиальной симметрией, но имеет некоторую эллипсоидальную форму. По этому вопросу полемизировали Эйнштейн и Борн, которые обсуждали также проблему существования абсолютно твердого тела. Теория относительности не допускает существования абсолютно твердого тела. Если бы существовали абсолютно твердые тела, то это влекло бы за собой существование сигналов, распространяющихся со скоростью, большей скорости света в вакууме, поскольку при внешних воздействиях все точки абсолютно твердого тела должны прийти одновременно в движение, ибо в противном случае имела бы место деформация тела.

Борн, вслед за Льюисом и Толменом, приводит доказательство зависимости массы от скорости, основанное на анализе мысленного эксперимента с соударяющимися шарами. Он рассматривает две системы отсчета S и S' , движущиеся друг относительно друга прямолинейно и равномерно со скоростью v . Наблюдатели A и B , покоящиеся соответственно в системах S и S' , снабжены двумя совершенно одинаковыми шарами. Каждый из наблюдателей бросает шар в направлении, перпендикулярном направлению своего движения. Момент бросания выбирается так, чтобы линия, соединяющая центры шаров в момент столкновения, была перпендикулярна направлению относительного движения систем отсчета. Симметричный удар не может изменить продольную скорость первого шара, рассматриваемого из системы

S , так же как он не может изменить продольную скорость второго шара, рассматриваемого из системы S' . Поперечные составляющие скорости изменяются при ударе. Наблюдатель из S видит, что первый шар изменил свою скорость, и отмечает это как $u_{s_1} = -U'$. Наблюдатель из S' видит, что второй шар изменил свою скорость после удара $u'_{s_2} = U'$.

Наблюдатель A бросает первый шар в направлении, перпендикулярном движению системы; следовательно,

$$u_{p_1} = 0, \quad u_{s_1} = U,$$

где u_{p_1} и $U = u_{s_1}$ соответственно продольная и поперечная составляющие скорости первого шара. Поскольку B бросает свой шар относительно штрихованной системы в противоположном направлении с той же скоростью,

$$u'_{p_2} = 0, \quad u'_{s_2} = -U.$$

Теорема сложения скоростей

$$u'_p = \frac{u_p - v}{1 - \frac{vu_p}{c^2}} \quad \text{и} \quad u'_s = u_s \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{vu_p}{c^2}}$$

позволяет найти значения всех указанных величин как в системе S , так и в системе S' :

$$u_{p_2} = v, \quad u_{s_2} = -U \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Борн обозначает массы шаров перед ударом через m_1 и m_2 и определяет составляющие полного импульса:

$$I_p = m_1 u_{p_1} + m_2 u_{p_2} = m_2 v,$$

$$I_s = m_1 u_{s_1} + m_2 u_{s_2} = m_1 U - m_2 U \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

При центральном ударе продольная составляющая скорости первого шара, рассматриваемого в системе S , не меняется, так же как не меняется продольная составляющая скорости второго шара, рассматриваемого в системе S' . Следовательно, после удара имеем

$$u_{p_1} = 0, \quad u_{s_1} = -U',$$

$$u'_{p_2} = 0, \quad u'_{s_2} = U'.$$

Пользуясь теоремой сложения скоростей и возвращаясь к нештрихованной системе, находим

$$u_{p_2} = v, \quad u_{s_2} = U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Составляющие импульса после удара будут

$$I_p = \bar{m}_1 u_{p_1} + \bar{m}_2 u_{p_2} = \bar{m}_2 v,$$

$$I_s = \bar{m}_1 u_{s_1} + \bar{m}_2 u_{s_2} = -\bar{m}_1 U' + \bar{m}_2 U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Из сравнения импульсов до и после удара имеем

$$m_2 v = \bar{m}_2 v,$$

$$m_1 U - m_2 U \sqrt{1 - v^2/c^2} = -\bar{m}_1 U' + \bar{m}_2 U' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Если бы масса была постоянной, то из второго равенства следовало

$$(U + U')(1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}) = 0,$$

что невозможно, так как $U \neq 0$ и $v \neq 0$.

Сравнение импульсов до и после удара не только приводит к тому, что постоянство массы несовместимо с релятивистским законом сложения скоростей и с теми основными положениями, на которых он базируется, но непосредственно приводит к установлению вида зависимости массы от скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Для импульса имеем

$$I = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Поскольку определены масса и импульс, легко получить выражение для силы и кинетической энергии; следовательно, релятивистская механика обоснована независимо от электродинамики.

Часто рассматривают в качестве примера упругий удар двух шаров равной массы. Пусть до удара один из шаров находится в покое, а другой шар движется по направлению к нему со скоростью $v \ll c$. Пользуясь законами сохранения импульса и энергии классической динамики, легко показать, что если удар является нецентральной, то после столкновения шары разлетаются со скоростями, составляющими угол $\pi/2$. В релятивистской динамике различают случай малых по сравнению с c скоростей, при котором угол разлета шаров несколько меньше $\pi/2$, и случай скоростей, очень близких к c , при котором оба шара после удара должны двигаться почти в первоначальном направлении. Опыты с пучками быстрых электронов, пропущенных через камеру Вильсона, подтверждают релятивистские формулы для упругих столкновений. Электроны пучка в случае релятивистских энергий образуют с электронами, выбиваемыми из атома газа, находящегося в камере Вильсона, углы разлета меньше 90° .

Механику и электродинамику казалось целесообразным строить, исходя из принципа наименьшего действия. В 1914 г. в статье «Принцип наименьшего действия» Планк писал, что не подлежит сомнению, что принцип наименьшего действия применим с большим успехом в электродинамике вакуума. Он указал на то, что Лармор (1900), Шварцшильд (1903) вывели основные уравнения электродинамики и электронной теории из принципа Гамильтона, не прибегая к механическим гипотезам.

Он отмечает, что наиболее блестящего успеха принцип наименьшего действия достиг в современной теории относительности Эйнштейна благодаря тому, что величина действия по Гамильтону инвариантна по отношению к преобразованиям Лоренца. Еще ранее, в 1910 г., в статье «Отношение новейшей физики к механическому мировоззрению» Планк писал: «Высшим физическим законом, венцом всей системы является, по моему мнению, принцип наименьшего действия, который содержит все четыре мировые координаты в совершенно симметричном расположении. Из этого центрального принципа как бы излучаются по четырем направлениям четыре равнозначных принципа, соответственно четырем мировым измерениям. Пространственным измерениям соответствует принцип сохранения количества движения (тройной), а измерению времени соответствует принцип сохранения энергии. Никогда еще не удавалось проследить так глубоко, до самых основ, значение и общее происхождение этих принципов» [40]. Это позволяет понять подход Планка к релятивистской динамике.

В дальнейшем изложение было значительно модифицировано.

В классической механике возможно определить вид функции Лагранжа свободной частицы, учитывая, что действие инвариантно относительно преобразований Галилея и что функция Лагранжа свободной частицы зависит только от абсолютной величины скорости.

В релятивистской механике второе условие остается без изменений, а первое — заменяется требованием инвариантности относительно преобразования Лоренца. Действие S для свободной частицы дается выражением

$$S = -mc \int_a^b ds,$$

где интеграл берется вдоль мировой линии между двумя заданными событиями. Действие можно представить и в виде интеграла по времени

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt,$$

где L — функция Лагранжа,

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Отсюда можно получить релятивистские выражения для энергии и импульса.

Зависимость массы от скорости. Масса как мера инертности и гравитационных свойств тела является одной из важнейших характеристик. Как одно из основных понятий динамики, масса была введена Ньютоном, который понимал под массой количество материи, содержащейся в теле. Для определения числа, характеризующего массу, Ньютон пользуется отношением силы к ускорению, сообщаемому данному телу. Величина этого отношения измеряет инертную массу данного тела. Инертность тела проявляется при его ускорении и присуща всем физическим объектам. Этим же физическим объектам присуще и свойство взаимодействовать друг с другом, при этом масса служит мерой гравитационного взаимодействия.

Понятие о массе как о мере инертности стали переносить на другие виды движения помимо прямолинейного и равномерного, для которого оно было установлено Ньютоном. Оказалось, что массу можно определить и как емкость импульса, так называемую «массу Мопертюи», введишуюся А. Пуанкаре. Массу можно определить и как емкость живой силы, как частное от деления двойной кинетической энергии на квадрат скорости — так называемую «кинетическую массу А. Пуанкаре». В механике было известно из опыта, что масса изолированного тела или замкнутой системы тел остается постоянной при любых процессах, совершающихся в данном теле или в данной замкнутой системе.

В 1756 г. М. В. Ломоносов экспериментально открыл закон сохранения массы. В XIX в. был открыт закон сохранения и превращения энергии. Закон сохранения массы и закон сохранения и превращения энергии явились физическим выражением материалистического положения о сохранении материи и ее движения. Почти до конца XIX в. массу считали неизменным свойством частиц вещества. Предполагали, что масса тел не зависит от скорости их движения.

В дальнейшем оказалось, что закон сохранения массы нельзя сохранять в качестве отдельного принципа, но что он должен быть соединен с принципом сохранения энергии. При электризации тела масса меняется. Электризация сообщает телу дополнительную емкость количества движения, а тем самым и массу электромагнитного происхождения. Изучение зависимости массы от скорости исторически тесно связано с открытием и изучением катодных лучей.

По условиям возникновения катодных лучей различали много их разновидностей, но общим для них оказалось то, что они представляют собой поток электронов. Определения заряда, массы и скорости катодных лучей базировались на измерении действий поперечных и продольных электрических и магнитных по-

лей на движущиеся электроны. При переходе к большим скоростям было обнаружено уменьшение отношения заряда к массе. Особенно это стало заметно у β -лучей радия, обладающих скоростями, немного отличающимися от скорости света. Элементарный разбор вопроса об энергии и массе движущегося электрона показывал, что возникновение магнитного поля вызывает некоторое увеличение массы электрона. Допуская, что электрону присуща некоторая масса m_0 , имеющая характер массы обыкновенной материи, вычисляли, что весь запас энергии движущегося электрона равен

$$U = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \frac{e^2 v^2}{3ac^2},$$

где a — радиус электрона. Отсюда находили, что возникновение магнитного поля вызывает увеличение массы электрона на величину

$$m - m_0 = \frac{2e^2}{3ac^2}.$$

Если рассматривать электрон как заряженную сферу радиуса порядка 10^{-13} см, то дополнительная инертная масса, так называемая «электромагнитная масса», имеет тот же порядок, что и масса электрона. После 1900 г. многие физики стали склоняться к мысли, что вся масса электрона имеет электромагнитную природу.

Исходя из представления о сферическом электроне, не изменяющем при движении своей формы, Абрагам вывел выражения для продольной и поперечной массы. Он нашел, что при прямолинейном переменном движении электрона вызванное им поле действует на него силой, пропорциональной его ускорению и направленной обратно направлению этого ускорения. Множитель, имеющий характер массы, назвали продольной электромагнитной массой электрона.

При рассмотрении равномерного криволинейного движения легко прийти к представлению о поперечной электромагнитной массе. Представление о сферическом электроне, не претерпевающем деформации, было заменено Лоренцом гипотезой о деформируемом электроне. Эта гипотеза позволяла в какой-то мере объяснять опыт Майкельсона. Электроны при своем движении должны принять вид сплюснутых эллипсоидов вращения, которые при скорости, равной скорости света, превращаются в круглые диски, плоскости которых расположены нормально к направлению движения. Интересно отметить, что теории Абрагама и Лоренца отличаются друг от друга, но эта разница обнаруживается только в членах порядка v^2/c^2 .

Приведенные нами теоретические исследования Абрагама, Лоренца и других стимулировали осуществление многочисленных

экспериментов по измерению отклонения быстрых электронов в электрическом и магнитном полях.

В работе «К электродинамике движущихся тел» Эйнштейн пошел к вопросу об измерении массы электрона, не прибегая к специальным предположениям о форме и заряде электрона. Эйнштейн отмечает, что результаты относительно массы справедливы также и для незаряженных материальных точек, поскольку к последней можно присоединить сколь угодно малый электрический заряд.

В опытах Кауфмана в эвакуированном сосуде из ампулы с радием испускался узкий пучок β -лучей. На пути лучей помещались две пластины конденсатора, между которыми создавалось очень сильное электрическое поле. Вне сосуда находились полюсы сильного электромагнита. Магнитное поле было параллельно электрическому полю. Вне поля, перпендикулярно к пучку катодных лучей, помещалась фотографическая пластинка. Лучи, попадая на пластинку, вызывали ее почернение, что позволяло наблюдать их отклонение. В опытах Кауфмана на пластинке была получена кривая, сильно отличающаяся от параболы. Этот опыт показал, что β -лучи разных скоростей обладают различными значениями отношения заряда к массе. Считая одинаковым заряд всех частиц, Кауфман получил, что масса β -частицы изменяется с изменением ее скорости.

Чтобы разрешить вопрос, какая из гипотез — Лоренца или Абрагама — верна, опыты Кауфмана оказались недостаточными, поскольку их погрешность превышала различие между этими теориями.

Работы Кауфмана 1902—1906 гг. в большей мере свидетельствовали в пользу Абрагама. Гайль в 1909 г. в диссертации, посвященной опытам Кауфмана, критиковал выводы последнего и показал, что в его опытах недостаточно учтены ошибки измерения и что Кауфман, по-видимому, переоценил точность результатов измерения.

В 1907 г. П. Эренфест писал, что лоренц-инвариантную электродинамику в формулировке Эйнштейна можно рассматривать как замкнутую систему; она должна дать чисто дедуктивный ответ на вопрос о твердом или деформируемом электроне. Эренфест ставит вопрос, какая из двух теорий согласуется с теорией Эйнштейна. Эйнштейн не согласился с постановкой вопроса Эренфестом и в своем ответе ему указал, что принцип относительности (или точнее принцип относительности совместно с принципом постоянства скорости света) нельзя трактовать как систему, но лишь как эвристический принцип, который сам по себе содержит лишь высказывания о твердых телах, часах и сигналах. Эйнштейн напоминает, каким путем он пришел к теории движения электронов, и указывает, что в данном случае речь идет не о системе, в которой заключены уже неявно отдельные законы, но

лишь о принципе, и что релятивистская динамика еще должна быть построена.

В 1908—1909 гг. Бухерер произвел более точные опыты, в которых электроны подвергались действию скрещенных электрического и магнитного полей. Эти опыты можно было бы истолковать в духе Лоренца — Эйнштейна.

Бестельмейер, Бидуэлл, Кэннинген и другие долго оспаривали выводы Бухерера. Опыты Гупка и исследования Ратновского (1911) также не привели к однозначному решению вопроса. Лишь в 1914 г. в диссертации Неймана, дополненной работами Шефера и опытами Гюи и Леванши, была установлена справедливость релятивистской формулы. В 1912 г. Леванши, Ратновский и другие подвергли тщательной проверке, по методу скрещенных полей, формулу Лоренца — Эйнштейна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot$$

В опытах Триккера был использован метод, предложенный Капицей для анализа электронов по скоростям. В этих опытах расходящийся пучок электронов от источника, которым служил радиоактивный препарат, испускавший электроны со скоростью до 0,8 *c*, проходил через кольцевую диафрагму. Пучок фокусировался продольным магнитным полем соленоида. Электроны с различными скоростями фокусировались в разных местах оптической оси. Измерения показали, что при скоростях электронов вплоть до 0,8 *c* изменение массы со скоростью следует формуле Лоренца — Эйнштейна с точностью 1—2%. При этих же условиях разница между формулой Лоренца — Эйнштейна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

и формулой Абрагама

$$m = m_0 \frac{3}{4} \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} - 1 \right), \text{ где } \beta = v/c,$$

составляет 5%.

По существу, введение в практику физических исследований ускорителей, конструкция и действие которых основаны на релятивистской динамике, лишает актуальности этот спор. Однако даже в 1938 г. Цан и Слис выразили сомнение в правильности интерпретации опытов, свидетельствовавших о справедливости формулы Лоренца — Эйнштейна. Новые опыты были выполнены Рейнольдсом и другими с помощью электростатического спектрографа. Все эти опыты, как и опыты Капицы — Триккера, показали, что отклонения от формулы Лоренца — Эйнштейна не превышают 1,5% при скоростях электронов 0,7—0,8 *c*, и, следовательно

эта формула получила экспериментальное подтверждение в указанных пределах точности и интервале скоростей.

Яноши и Фараго возобновили дискуссию, считая, что опыты с движущимися в ускорителях электронами не позволяют окончательно выбирать между формулами Лоренца — Эйнштейна и Абрагама. Однако они не отрицают, что ни один экспериментальный результат не противоречит релятивистской формуле.

Инерция энергии. Вопрос об инерции энергии в теории относительности исторически связан с учением о потоке энергии и с теорией светового давления. В физике дальнего действия вопрос о локализации энергии не мог быть поставлен сколько-нибудь четко; учение же о поле, как о среде, передающей действие, привело ко многим интересным аспектам в учении об энергии, в том числе к учению о локализации и переносе энергии. Уже электродинамика Максвелла содержала выражение для плотности энергии. Дальнейшие шаги были сделаны Н. А. Умовым, Пойнтингом, Ми, создавшими учение о потоке энергии. Исследование Н. А. Умова «Уравнения движения энергии в телах», в котором он впервые ввел понятие о скорости и направлении движения энергии, о потоке энергии и о векторе плотности этого потока, тесно связаны с его исследованиями: «Теория взаимодействия на расстояниях конечных и ее приложение к выводу электростатических и электродинамических законов» (1872) и «Теория простых сред» (1873). Умов исходил из концепции, что потенциальная энергия есть не что иное, как живая сила движения некоторых сред, неощутимых для нас, и что она не может образоваться в одной простой среде. Идеи Умова о переносе энергии лишь через семь лет применил голландский физик Гринвис к исследованию вопроса о переносе энергии от одного тела к другому в случае удара упругих и неупругих шаров. В 1884 г. Пойнтинг развил понятие потока энергии для электромагнитного поля. В дальнейшем проблемами движения в средах занимались О. Лодж, В. Вин, О. Хевисайд, Г. Ми и многие другие.

С вопросом об инерции тесно связан и вопрос о световом давлении. Уже Кеплер в 1619 г., исходя из теории истечения, высказал мысль о давлении света и стремился объяснить этим давлением направление кометных хвостов (от Солнца).

Эта мысль имела хождение в XVII в., а в XVIII в. к ней обращался Эйлер. Немало было попыток и экспериментального доказательства давления световых лучей.

Теоретическое доказательство существования светового давления и его количественная оценка принадлежит Максвеллу. Представления о световом давлении имеют очень давнюю историю. В 1876 г. Бартоли доказывал существование светового давления из термодинамических соображений, а в 1884 г. Больцман вывел из термодинамических соображений выражение для давления излучения. Рядом блестящих экспериментальных исследо-

ваний П. Н. Лебедев впервые доказал существование светового давления. В 1894 г. появилась первая часть его работы «Экспериментальное исследование пондермоторного действия волн на резонаторы», а в 1895 г. — статья «Об отталкивательной силе лучей испускающих тел». Опыты Лебедева доказали, что поле обладает не только энергией, но и количеством движения; они привели к обобщению понятия импульса.

Работы Лебедева, Лоренца, Пуанкаре, Абрагама совершенно ясно показали, что закон сохранения импульса выполняется лишь в том случае, если приписать лучу электромагнитный импульс, так что закон сохранения имеет место для суммы механического и электромагнитного импульсов.

К началу XX в. проявилась недостаточность механицизма; стало совершенно ясно, что в рамках механистических представлений невозможно объяснить всю совокупность оптических и электромагнитных явлений. Усилились тенденции к электромагнитной трактовке инерции, поскольку трудно было ожидать непротиворечивой механической трактовки электромагнитных процессов. Все это повлекло за собой установление более глубоких связей между инерцией и потоком энергии.

Позднее Лауэ отметил, что из выражения для плотности импульса поля $G = S/c^2$, где S — поток электромагнитной энергии, c — скорость света, вытекает вопрос об инерции электромагнитной энергии. Дополнительный импульс олицетворяет дополнительную инертную массу. «Важнейшее значение, — пишет Лауэ, — имеет другое заключение, вытекающее из соотношения $G = S/c^2$. Если мы переместим носителя электрических зарядов, то движение соответствующего электрического поля вызовет появление магнитного поля, и их совместное существование приведет к возникновению потока энергии и импульса; если система обладает определенными свойствами симметрии, например тело представляет собой сферу, эти два вектора параллельны скорости тела. Вот здесь впервые мы сталкиваемся с инерцией электромагнитной энергии, потому что этот дополнительный импульс олицетворяет собой дополнительную инертную массу» [26, стр. 733].

В теории относительности вопрос об инерции энергии получил всестороннее развитие. Менее чем через три месяца после поступления в редакцию немецкого физического журнала «Annalen der Physik» статьи Эйнштейна «К электродинамике движущихся сред» была получена новая его работа «Зависит ли инерция тела от содержащейся в ней энергии?», в которой даны интересные результаты о взаимозависимости массы и энергии.

Эта работа тесно примыкает к первой работе Эйнштейна, в которой было показано, что

$$E^0 = E \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где E — энергия системы плоских электромагнитных волн, отнесенная к координатной системе x, y, z , а E^0 — энергия той же системы плоских волн в системе ξ, η, ζ , движущейся равномерно и прямолинейно относительно системы x, y, z со скоростью v вдоль оси x (здесь φ — угол, образованный направлением луча с осью системы). Пусть покоящееся в системе x, y, z тело имеет энергию E_0 . Энергия того же тела в координатной системе ξ, η, ζ , движущейся, как указано, со скоростью v , равна H_0 .

Пусть далее рассматриваемое тело излучает плоские волны с энергией $L/2$ в направлении, образующем угол φ с осью x , и одновременно такое же количество энергии в противоположном направлении. Эта энергия измерена относительно системы x, y, z ; тело при таком излучении остается в покое в указанной системе отсчета. Тогда

$$E_0 = E_1 + \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2} \right),$$

где E_1 — энергия после излучения, измеренная относительно системы x, y, z .

Эйнштейн предполагает, что закон сохранения энергии должен иметь место в обеих координатных системах,

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{L}{2} \frac{1 - v/c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{L}{2} \frac{1 + v/c \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] = H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

где H_1 — энергия тела после излучения, измеренная относительно системы ξ, η, ζ . Из приведенных соотношений можно получить

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right\}.$$

Так как $H - E$ есть кинетическая энергия с точностью до аддитивной постоянной, то

$$K_0 - K_1 = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right\},$$

где через K_0 обозначена кинетическая энергия тела, взятая относительно системы ξ, η, ζ до излучения, а через K_1 — кинетическая энергия тела, взятая относительно системы ξ, η, ζ после излучения; тогда, пренебрегая величинами выше второго порядка по v/c , находим

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{c^2} \frac{v^2}{2}.$$

«Из этого уравнения, — пишет Эйнштейн, — непосредственно следует, что если тело отдает энергию в виде излучения, то его масса уменьшается на L/c^2 . Здесь, очевидно, несущественно, что от-

нятая у тела энергия переходит в лучистую энергию, так что мы приходим к более общему выводу: масса тела есть мера содержания энергии в этом теле; если энергия изменяется на величину L , то масса изменяется в том же направлении на величину $L/9 \cdot 10^{20}$, причем энергия измеряется в эргах, а масса — в граммах» [41].

В 1906 г. Эйнштейн рассмотрел эту проблему, не прибегая к релятивистским обоснованиям. Эта проблема была подробно изложена Лауэ; здесь мы будем следовать изложению Лауэ.

Рассмотрим достаточно большой цилиндрический объем массы M и длины L в пустом пространстве. На основаниях цилиндра поместим два тела A и B с массами m_1 и m_2 , причем $m_1 \ll M$ и $m_2 \ll M$. Тело A передает телу B некоторое количество энергии ΔE в виде электромагнитных волн; тело B полностью поглощает эту энергию. Время, необходимое для излучения, как и время, необходимое для поглощения указанной энергии, мало по сравнению с $T=L/c$. В течение времени испускания тело A получает полный импульс $G=\Delta E/c$ вследствие давления излучения. Через тело A тот же самый импульс получает цилиндр как целое. Скорость центра масс цилиндра будет $q=G/M$, и, следовательно, цилиндр сместится на расстояние $qT=L\Delta E/Mc^2$ в направлении от B к A . После того как тело B примет на себя энергию, будем перемещать его с помощью некоторой силы, действующей внутри цилиндра, до тех пор, пока оно не достигнет тела A . Обозначим массу тела B на этой стадии процесса через m_1 ; тогда центр массы цилиндра переместится на расстояние Lm_1/M в направлении от A к B . Пусть тело B передает энергию ΔE обратно A . Возвратим тело B в исходное положение снова с помощью внутренних сил. Если масса тела B , после того как оно потеряло энергию ΔE , равна m_2 , смещение центра масс цилиндра в направлении от B к A будет Lm_2/M . В конечном состоянии распределение энергии в точности соответствует исходному. Остается результирующее смещение центра масс на величину $L/M (\Delta Ec^2 + m_2 - m_1)$ в направлении от B к A . Но центр масс цилиндра не может переместиться за счет внутренних сил; смещение равно нулю, если масса тела увеличивается на величину $m_1 - m_2$, когда тело получает энергию ΔE , независимо от того, в каком виде получается эта энергия. Представляет интерес и изложение этого вопроса, данное Ланжевром в 1913 г.

Связь между энергией и импульсом можно также найти, не прибегая к мысленным экспериментам, хотя эти последние обладают большой физической наглядностью. Мысленные эксперименты, приводимые Эйнштейном, Ланжевром и Лауэ, характеризуются общностью постановки и решения проблемы, а также наглядностью.

Первой экспериментальной проверкой соотношения между массой и энергией были опыты Кокрофта и Уолтона (1931),

выполненные с помощью сконструированного и построенного ими ускорителя заряженных частиц. Поток ускоренных быстрых протонов направляется на мишень из лития. Мишень была помещена в камере Вильсона. При захвате протона ядро лития превращается в неустойчивое ядро бериллия. Ядро бериллия распадается на два ядра гелия. Ядра гелия разлетаются с большими скоростями под углом $\sim 180^\circ$. По длине пробега возникших ядер гелия определяют их суммарную кинетическую энергию.

На основании соотношения между массой и энергией масса покоя ядер должна измениться на величину $\Delta m = \Delta E/c^2$. Масс-спектроскопические исследования ядер атомов водорода, лития и гелия показывают, что изменение массы покоя ядер находится в хорошем соответствии с теоретическими расчетами.

Соотношение $E = mc^2$ подтверждено всем ходом развития ядерной физики. В 1937 г. Браунбек на основе данных о ядерных реакциях рассчитал скорость света c , используя соотношение $E = mc^2$. В литературе часто встречалась неправомерная трактовка соотношения $E = mc^2$, согласно которой различия между массой и энергией якобы не существует и что возможно превращение массы в энергию и наоборот. В действительности же мы имеем в одном случае массу покоя исходных частиц, а в других — массу частиц в движении. В этих процессах происходит превращение внутренней энергии исходных ядер в другие виды энергии. Соотношение $E = mc^2$ выражает взаимосвязь массы и энергии и представляет собой один из фундаментальных законов физики.

Эйнштейн не исключает возможности экспериментальной проверки теории с солями радия. Хотя он и уделял основное внимание анализу непротиворечивости отдельных пунктов доказательства мысленного эксперимента, он считал возможным осуществление со временем и прямого опыта.

В отличие от Эддингтона и Милна, считавших, что для теоретика, хорошо владеющего современной математикой в широком смысле этого слова, законы природы очевидны без эксперимента, Эйнштейн исходит из синтетического обобщения длинной цепи опытных результатов и возможности новых экспериментов.

Тензор энергии-импульса электромагнитного поля. В то время, как в теориях дальнего действия электромагнитную энергию формально трактовали как энергию взаимодействия электрических зарядов, механистическая теория электромагнитных явлений сводила энергию к деформации среды, т. е. к силам близкого действия. Одна из характерных особенностей сил близкого действия — возможность их сведения к натяжениям, возникающим в деформированных средах. Силы, действующие на произвольный участок среды, сводятся к силам натяжения, испытываемым поверхностью этого участка. Механистическая теория поля ста-

вила перед собой задачу сведения пондермоторных сил поля к упругим натяжениям среды.

Дифференциальные соотношения между плотностью объемных сил и компонентами тензора натяжений T_{ik} имеют вид:

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}, \\ f_y &= \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z}, \\ f_z &= \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Эти соотношения показывают, что плотность объемных сил определяется характером изменения натяжений в пространстве. Эквивалентность объемных сил и натяжений имеет место, если при замене объемных сил соответствующими натяжениями остаются неизменными не только равнодействующая сил, приложенных к произвольному объему, но и момент этих сил \mathbf{N} :

$$\mathbf{N} = \int [\mathbf{r}\mathbf{f}] dV,$$

где \mathbf{r} — расстояние от точки, относительно которой определяется момент сил, до элемента объема.

Это условие приводит к симметрии тензора натяжений. При несимметричном тензоре систему натяжений нельзя заменить эквивалентным распределением объемных сил.

Хотя с отрицанием эфира в механическом смысле лишилась смысла и механическая трактовка пондермоторных сил, эти вопросы существенны не только своим математическим формализмом, но и историческим и собственно физическим своим содержанием. «Из статики электрона, — писал А. Зоммерфельд, — нам известна только лоренцова сила, действующая в точке расположения заряда. Однако при подходе с полевой точки зрения мы не можем удовлетвориться этим и должны исследовать также перенос силовых взаимодействий через вакуум, где нет никаких зарядов. Именно это обстоятельство имел в виду Фарадей, когда он говорил о силовых линиях, как об упругих трубках, переносящих натяжение и давление. Максвеллу удалось и здесь придать догадкам Фарадея ясную математическую форму. Так возник тензор натяжений Максвелла, релятивистским обобщением которого является тензор энергии-импульса» [39, стр. 352—353].

В отношении трактовки плотности энергии и потока энергии для неподвижных тел никаких трудностей не существовало. Споры возникали относительно тензора натяжений. Максвелл и

Хевисайд предполагали, что трехмерный тензор натяжений имеет вид:

$$T_{ik} = E_i D_k - \frac{1}{2} (\mathbf{ED}) \delta_i^k + H_i B_k - \frac{1}{2} (\mathbf{HB}) \delta_i^k.$$

У Герца же он принимает иную форму:

$$T_{ik} = \frac{1}{2} (E_i D_k + E_k D_i) - \frac{1}{2} (\mathbf{ED}) \delta_i^k + \frac{1}{2} (H_i B_k + H_k B_i) - \frac{1}{2} (\mathbf{HB}) \delta_i^k.$$

Зная выражение тензора в неподвижных телах, можно найти соответствующее выражение для движущихся тел, поскольку компоненты тензора в любой системе координат можно получить из значений его компонент в какой-либо одной системе. Вопрос о связи между плотностью энергии, плотностью импульса и ponderomotorными силами рассматривался в электронной теории. Из уравнений электронной теории можно было выразить закон сохранения энергии:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint \frac{1}{8\pi} (\mathbf{e}^2 + \mathbf{h}^2) dV = -A - \iint S_n df.$$

Полная энергия, содержащаяся в объеме, уменьшается за счет работы A , производимой в единицу времени внутри объема V , и за счет потока энергии S через поверхность f , ограничивающую объем V . Закон же сохранения импульса выполняется лишь в том случае, если наряду с импульсом G учесть еще $G_{\text{эл}}$:

$$G_{\text{эл}} = \iiint \mathbf{g}_{\text{эл}} dV,$$

где

$$\mathbf{g}_{\text{эл}} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{eh}] = \frac{S}{c^2}.$$

Выражения для энергии и импульса в электронной теории уже позволяют анализировать такие вопросы, как давление света при нормальном падении и отражении световой волны, причем становится ясно, что при падении на поглощающую стенку волна ведет себя так, как если бы единица объема ее имела инертную массу U/c^2 . Таким образом, уже в электронной теории мы встречаемся с зависимостью между энергией и инертной массой.

Тензор энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} - icg_x \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} - icg_y \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} - icg_z \\ -\frac{i}{c} S_x & -\frac{1}{c} S_y & -\frac{1}{c} S_z u \end{pmatrix}$$

как релятивистское обобщение тензора натяжений предлагался в различных формах.

Минковский предложил несимметричный тензор энергии-импульса. В 1909—1914 гг. М. Абрагам выступил с возражениями против предложенного Минковским тензора, полагая, что этот тензор должен быть симметричным. Лауэ и Паули были в дальнейшем солидарны с Абрагамом, в то время как Делленбах возражал против аргументации Абрагама. Разница в выводах из теории Абрагама и Минковского при их применении к изотропным средам мало значительна, и эксперимент не позволял установить долгое время правильность какой-либо из теорий. Абрагам исходил также из допущения, что макроскопический тензор энергии-импульса при этом равен среднему значению микроскопического тензора энергии-импульса. Этот пункт в выводе Абрагама встречал возражения.

Эйнштейн и Лауб пришли к выражению для пондермоторной силы в покоящихся телах, отличному от выражений Минковского и Абрагама. Они нашли, что наблюдаемая плотность силы, действующей на покоящийся проводник с током, состоит из поверхностной силы и объемной силы, которая пропорциональна напряженности магнитного поля, в то время как в теории Абрагама объемная сила пропорциональна магнитной индукции. Соответственно изменен и тензор энергии-импульса Эйнштейна — Лауба. Хотя тензор энергии-импульса Эйнштейна — Лауба предполагает определенные ограничения, в последнее время были указаны некоторые возможности расширения области его применимости.

Несколько иначе излагает вопрос о тензоре энергии-импульса Зоммерфельд. Зоммерфельд различает размерности силовых и количественных величин; коэффициент 4π выпадает из выражений для энергии, входящих в соотношение Умова — Пойнтинга. Он избегает тем самым приемов, к которым прибегал Лоренц для получения рационализированных уравнений, путем включения множителя $\sqrt{4\pi}$ в определение единиц заряда. Зоммерфельд исходит из плотности силы Лоренца. В определение тензора он вводит инвариант

$$\frac{1}{2} (\mathbf{H}\mathbf{B}) - \frac{1}{2} (\mathbf{D}\mathbf{E}) = \Lambda,$$

названный им плотностью функции Лагранжа. Интересно замечание Зоммерфельда, что трехмерная матрица, представляющая так называемый максвелловский тензор натяжений, взятая сама по себе в релятивистском смысле, не является «законной» физической величиной и становится таковой при дополнении ее энергетическими компонентами. При обобщении введенных для вакуума понятий на тела с произвольными диэлектрической и

магнитной проницаемостями: Зоммерфельд приходит к несимметричной форме тензора энергии-импульса.

В дальнейшем Новобатский вариационным методом получил выражение абрагамовского тензора энергии-импульса. Г. Маркс и Дьёрдь исходили в своих исследованиях из работы Новобатского. При исследовании вращательного момента, возникающего в кристаллическом диэлектрике, помещенном в электрическом поле, они считают, что в отличие от тензора Абрагама, тензор Минковского не приводит к правильному результату. В другой работе Г. Маркс рассматривает тензоры Абрагама, Эйнштейна — Лауба и Клейтенберга как частные случаи полученного им тензора. Балаж, рассматривая два выражения для тензора энергии-импульса в макроскопическом теле, приходит к выводу, что только из симметричного тензора (Абрагам) можно вывести одновременно закон сохранения импульса и центра инерции.

4. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТРАКТОВКА ОПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛАХ ¹

Говоря об истоках специальной теории относительности Эйнштейн называет два круга вопросов: первый относится к электродинамике движущихся тел, второй — к оптике движущихся тел. Уже в своей первой работе Эйнштейн пользуется преобразованиями Лоренца для разрешения нескольких оптических проблем. К ним относятся абберация света и эффект Доплера. Эти явления — кинематические по существу, следовательно их объяснение не выходит за рамки релятивистской кинематики. Но эта их особенность четко выяснилась только после создания теории относительности, поэтому ретроспективно представляются вполне естественными многочисленные предшествующие попытки их динамической трактовки. При этом как раз и сталкивались с необходимостью принятия определенной гипотезы о характере увлечения эфира движущимися телами, что создавало непреодолимые трудности при рассмотрении всей совокупности явлений оптики движущихся тел в дорелятивистской физике (см. [42]).

Абберация света легко объясняется из основных положений релятивистской кинематики. Пусть штрихованной будет система, связанная с Землей, а нештрихованной — система, связанная с неподвижными звездами. Тогда

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad \text{и} \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}.$$

¹ Глава написана А. М. Френком.

Обозначив угол между идущим от звезды лучом и скоростью Земли соответственно α' и α и учитывая, что $u_x = u \cos \alpha$ и $u_y = u \sin \alpha$, а u есть скорость света, получаем:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\sin \alpha \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \alpha - \beta}.$$

Это релятивистская формула абберации, из которой классическая получается разложением в ряд по β при сохранении лишь членов первого порядка. В дорелятивистских теориях для объяснения абберации вводился «необыкновенный» луч, направление которого в движущихся системах не совпадает с направлением распространения волны (нормали к фронту). Отклонение луча при неизменной нормали было обусловлено абсолютным характером одновременности. В теории относительности во всякой инерциальной системе направление переноса энергии всегда совпадает с направлением распространения света. Волновая поверхность есть поверхность одновременно равных фаз, а одновременность относительна. Поэтому события, одновременные в одной системе, не являются таковыми в другой, и волновые поверхности в разных системах занимают разные положения, так что направления нормали и луча всегда совпадают. Абберация света есть просто результат преобразования углов при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Простота объяснения абберации была одним из значительных доводов превосходства теории относительности над старыми теориями. Тем не менее теория абберации стала ареной борьбы против теории относительности (Ленард, Остен, Папелло, Ла-Роза). Основные доводы противников теории относительности сводились к следующему: теория относительности не знает абсолютного движения, значит абберация может зависеть только от относительного движения Земли и звезды. Но тогда при наблюдении двойных звезд для каждой из компонент должна наблюдаться различная абберация соответственно их скорости относительно Земли. При этом максимальное угловое расстояние между ними должно было наблюдаться как раз тогда, когда из данных по доплеровскому смещению спектральных линий они находятся на одной прямой с наблюдателем. Но опыты не подтверждают этого, и, следовательно, теория относительности противоречит опыту.

Хотя это возражение и кажется убедительным, оно так же несостоятельно, как и другие возражения, выдвигавшиеся против теории относительности, и основано на неверной трактовке ее принципов. Ошибка в приведенном рассуждении заключается в том, что теории относительности приписывалось не содержащееся в ней положение о зависимости абберации от скорости светила [43].

Просто дается в релятивистской кинематике и объяснение эффекта Допплера. На первый взгляд казалось, что различие между классической и релятивистской формулами незначительно. Однако более глубокий анализ выявляет, что это различие принципиально и весьма существенно для теории. Важно выяснить, дает ли эффект Допплера в классической трактовке потенциальную возможность определить абсолютное движение источника или наблюдателя.

Как известно, при движении наблюдателя со скоростью v в сторону неподвижного источника частоты ν воспринимаемая частота будет

$$\nu' = \nu(1 + v/c).$$

При движении источника со скоростью v_0 к неподвижному наблюдателю рассматриваемая частота будет

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - v_0/c}.$$

Получаются две разные формулы, но они отличаются только членами второго порядка относительно v/c . Действительно, разложив второе выражение в ряд и ограничиваясь первыми тремя членами, получим

$$\nu' = \nu(1 + v_0/c - v_0^2/c^2),$$

т. е. практически величина эффекта в обоих случаях одинакова. Тем не менее, классическая теория принципиально допускала, что достаточно точно поставленный опыт второго порядка позволит измерить эту разницу.

Такой же результат получается при рассмотрении одновременного движения наблюдателя и источника в одну сторону по одной прямой. В этом случае

$$\nu' = \nu \frac{1 - v/c}{1 - v_0/c}.$$

Отсюда при $v = v_0$, $\nu' = \nu$ в полном согласии с требованием принципа относительности. Но если $v \neq v_0$, то с точностью до членов второго порядка

$$\nu' = \nu(1 - v/c)(1 + v_0/c - v_0^2/c^2) = \nu \left(1 - \frac{v - v_0}{c} - \frac{vv_0}{c^2} \right).$$

Это означает, что, как только $v \neq v_0$, доплеровское смещение частот будет зависеть не только от относительной скорости источника и наблюдателя $v - v_0$, но и от их абсолютных скоростей относительно эфира.

Естественно, что теория относительности приводит к другому результату. Релятивистскую формулу для эффекта Допплера можно получить либо исходя из инвариантности фазы световой

волны, либо преобразуя компоненты четырехмерного волнового вектора ($k_4 = \frac{i}{c} \nu$). В первом случае записываем равенство фаз

$$\begin{aligned} & \exp \left[2\pi i \nu' \left(t' - \frac{x' \cos \alpha' + y' \sin \alpha'}{c} \right) \right] = \\ & = \exp \left[2\pi i \nu \left(t - \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{c} \right) \right]; \end{aligned}$$

применяя преобразования Лоренца, получаем

$$\nu' = \nu \frac{1 - \beta \cos \alpha}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Здесь α — угол между направлением движения и направлением наблюдения. Если $\alpha = 0$, то

$$\nu' \sqrt{1 + \beta} = \nu \sqrt{1 - \beta},$$

откуда видно, что формула симметрична относительно скорости, т. е. доплеровское смещение зависит только от относительной скорости источника и наблюдателя и не зависит от того, что движется. С точностью до членов второго порядка релятивистская формула совпадает с классической. Но именно эта релятивистская поправка, не имеющая, казалось, практического значения, весьма существенна в теоретическом аспекте, так как она отвергает даже принципиальную возможность обнаружения движения тела относительно эфира.

В 1907 г. Эйнштейн показал, что релятивистская формула выявляет еще одну особенность эффекта Доплера. Если в классической формуле

$$\nu' = \nu_i \left(1 - \frac{v}{c_i} \cos \alpha \right)$$

положить $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $\nu' = \nu$, т. е. при перпендикулярном наблюдении эффект смещения отсутствует. Релятивистская формула в этом случае дает

$$\nu' = \frac{\nu}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

т. е. существует поперечный эффект Доплера второго порядка (квадратичный).

С возникновением теории относительности, и особенно с развитием той ее формы, в которой время и пространственные координаты представляют собой координаты мировой точки, казалось естественной постановка таких опытов, в которых подтверждалась бы релятивистская формула для времени. Постановку этой задачи мы находим уже в первой работе Эйнштейна.

Однако на протяжении длительного времени не только не ставились прямые, непосредственные, но даже не обсуждались мысленные эксперименты. Эти опыты оказались генетически связанными с предсказанным Эйнштейном поперечным допллер-эффектом. Но так как релятивистская поправка является величиной второго порядка, опыты должны были быть весьма чувствительными.

Принцип эксперимента для обнаружения поперечного эффекта основан на следующих соображениях. Формулу в случае эффекта Допплера можно записать для длины волны:

$$\lambda' = \lambda \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \alpha}.$$

Рассматривая движение источника в двух противоположных направлениях, т. е. при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$, имеем соответственно

$$\lambda'_1 = \lambda \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta} \quad \text{и} \quad \lambda'_2 = \lambda \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta}.$$

Если бы смещения были симметричными, т. е.

$$\lambda'_1 - \lambda = \lambda - \lambda'_2,$$

то среднее положение для двух смещенных линий совпадало бы с положением несмещенной линии. Но простой расчет по релятивистским формулам с точностью до членов второго порядка относительно v/c дает

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda'_1 + \lambda'_2}{2} - \lambda = \frac{\lambda}{2} \left[\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta} + \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta} \right] - \lambda = \frac{1}{2} \lambda \beta^2.$$

Отсюда видно, что красное смещение всегда оказывается несколько больше фиолетового. Таким образом, релятивистская трактовка вопроса предсказывает некоторую асимметрию смещения линий, вызываемую эффектом Допплера при движении источника в противоположных направлениях.

Если же рассмотреть вопрос с классической точки зрения, то такая асимметрия не появляется. Действительно, считая наблюдателя неподвижным, имеем

$$\lambda'_1 = \lambda(1 - \beta), \quad \lambda'_2 = \lambda(1 + \beta),$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda'_1 + \lambda'_2}{2} - \lambda = 0.$$

Если же наблюдатель движется относительно эфира, то

$$\Delta\lambda = -\lambda \frac{v_0 v}{c^2},$$

где v_0 — скорость наблюдателя в эфире, v — скорость источника относительно наблюдателя. В этом случае имеется асимметрия, но другой величины, знак ее зависит от общей ориентации системы.

Штарк пытался обнаружить квадратичный эффект с помощью каналовых лучей, но безрезультатно, так как его установка не была приспособлена специально для этой цели и оказалась недостаточно точной. Интересно отметить следующее обстоятельство. На 78 собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Штутгарте в 1906 г. Штрассер и М. Вин выступили с докладом «Применение телеобъектива к эффекту Допплера в каналовых лучах». Целью их работы было определение скорости каналовых лучей на отдельных участках разрядной трубки, что давало возможность судить о механизме образования лучей. Для обращения эффекта Штрассер и Вин воспользовались зеркалом. В дискуссии по этому докладу Ганс обратил внимание на одно следствие, которое тогда прошло незамеченным, но важно с точки зрения обсуждаемого здесь вопроса.

Ганс отметил, что судя по фотографиям, смещения линий, полученных при движении каналовых частиц к спектрографу и при движении от него, по величине одинаковы. Но это не вытекает из теории *a priori*. Из элементарной теории следует, что в первом порядке доплеровское смещение зависит только от относительной скорости источника и наблюдателя. Но если развить теорию строго, то в формулу входят и скорость источника и скорость наблюдателя относительно эфира. Эти скорости неизвестны, так как неизвестна скорость Земли в эфире. Точные замеры спектрограмм могли бы выявить члены второго порядка и по разнице в смещениях стало бы возможно определить порядок этой неизвестной скорости. Тут же Ганс говорил, что, если теория относительности (которую он называет принципом относительности Лоренца, Эйнштейна и Планка) верна, вся постановка этого вопроса лишена смысла. Докладчики резонно отметили, что точность опытов недостаточна для обнаружения членов второго порядка относительно v/c .

Действительно, установка Штрассера и Вина не могла выявить квадратичный эффект, но, хотя теория относительности оказалась верной, постановка вопроса не была лишена смысла, так как именно из этой теории строго вытекает некоторая асимметрия в смещениях, причем именно второго порядка.

Таким образом, хотя работы Штарка и его последователей по каналовым лучам не наталкивали непосредственно на идею

решающего эксперимента, выход мог быть найден сравнением доплеровских смещений при движении источника по одной и той же прямой, но в противоположные стороны, или, что приводит к тому же, наблюдением за светом, испускаемым частицами в двух противоположных направлениях.

Установка, основанная на этой идее, была создана в 1924 г. Рау, который искал способы повышения разрешающей способности установки для лучей малой интенсивности.

Он поставил себе задачу найти доплеровское смещение полосатого спектра, обусловленного излучением молекул. До него все попытки, в том числе Штарка, найти это смещение были безуспешными. Трудность заключалась в том, что линии, образующие полосу, расположены настолько тесно, что нельзя было с уверенностью распознавать смещение линий. Требовалось или значительно увеличить разрешающую способность спектрографа, или найти новый метод выделения смещенных линий. Когда первый путь оказался исчерпанным, Рау предложил следующую установку. Коллиматор спектрографа устанавливался перпендикулярно направлению движения каналовых лучей так, чтобы луч и щель были параллельны. Внутри разрядной трубки, вблизи луча и перпендикулярно ему, устанавливался стеклянный цилиндр. С помощью конденсорной линзы луч и стержень отображались на щель спектрографа. В отсутствие стержня в спектрограф попадает свет, идущий перпендикулярно лучу, а потому не дающий смещения. Не будут смещены и те линии, которые образует свет, проходящий через центр стержня. Но до щели, благодаря преломлению в стержне, доходят и такие световые лучи, которые имеют отличную от нуля компоненту скорости вдоль оси разрядной трубки. Чем меньше угол между осью и световым лучом, тем больше эта компонента, а следовательно тем больше для них доплеровское смещение. Верхние лучи дают смещение в сторону коротких волн (направление излучения совпадает с направлением движения каналовых лучей), нижние — в сторону длинных волн (указанные направления противоположны). Поэтому на спектрограмме будут видны прямые линии от неподвижных атомов и пересекающие их в центре наклонные линии от движущихся частиц, так как в верхней части смещение происходит в одну сторону, а в нижней — в другую. Теперь уже наклонные линии легко отличить от прямых, несмещенных. Так как по скорости частиц каналовые лучи неоднородны, то по краям ширина наклонной линии увеличивается и линия несколько выгибается наружу. Этим методом Рау удалось установить смещения в полосатом спектре, а также в тех линиях, в которых другими методами раньше обнаружить его не удавалось.

Эту установку можно было использовать и для обнаружения квадратичного доплер-эффекта, поскольку главная трудность

заклучалась не в получении достаточно быстрых каналовых частиц, а в невозможности установить точно перпендикулярное направление наблюдения.

Авторы более поздних работ (Шульц, дель-Лунго, Шерцер, Гюйс) вслед за Эйнштейном продолжали настаивать на возможности использования каналовых лучей для исследования доплер-эффекта. Практически пригодная установка была создана в 1938 г. Айвсом и Стилуэллом.

В работе Айвса описана установка, использованная в опытах по доплеровскому смещению в каналовых лучах: трубка, электрическая схема, спектрограф, методика измерений. Применяемый в опытах спектрограф был изготовлен одним из наиболее искусных экспериментаторов — Робертом Вудом. Айвс останавливается подробно на характеристике каналовых лучей, приводит предварительные результаты.

Промер полученных спектрограмм производился очень тщательно на компараторе Аббе, и авторы оценивали достигнутую точность в определении длины волны в $0,0025 \text{ \AA}$. Точное определение скорости частиц было произведено сравнительно просто. Скорость вычислялась по приложенному к электродам напряжению и по величине продольного доплеровского эффекта. При этом учитывалось, что ось трубки образует некоторый угол с осью спектрографа. Поскольку спектр каналовых лучей помимо линий, соответствующих частицам водорода, дает значительное число линий молекулярного спектра, необходимо было подобрать такой ускоряющий потенциал, чтобы смещенные линии попали в промежуток между линиями молекулярного спектра.

Исключительная тщательность эксперимента и высокая чувствительность установки позволили Айвсу и Стилуэллу получить весьма точные данные для смещения.

При напряжении в 6788 в значение $\lambda\beta^2/2$, вычисленное по напряжению, должно было равняться $0,0116 \text{ \AA}$, а значение, вычисленное по смещению, давало $\Delta\lambda=0,0109 \text{ \AA}$; эксперимент же дал $0,011$. При напряжении 11566 в соответственно получились $0,0198$; $0,0203$ и $0,0205 \text{ \AA}$. Такое же примерно соответствие получилось и для других напряжений.

Таким образом, мы видим, что результаты опыта с большой точностью подтверждают существование вытекающего из релятивистской формулы и предсказанного еще в 1907 г. Эйнштейном поперечного доплер-эффекта второго порядка. Тем самым опыты Айвса и Стилуэлла явились важным доводом в пользу релятивистской кинематики.

Эти опыты являются своеобразным дополнением к известным опытам Майкельсона—Морли и Кеннеди—Торндайка. Но там релятивистская теория предсказывала нулевой эффект, а когда эффект действительно оказался нулевым, результат пытались истолковать с самых различных точек зрения. Хотя опыты этого

типа исторически сыграли большую роль в становлении теории относительности, они не могли быть решающими. Тот факт, что начиная с Лоренца, Фицджеральда и Лармора нулевой эффект объясняли самыми различными путями в рамках классической физики, говорит о неоднозначности результатов. Правда, некоторые объяснения были явно ошибочными, но другие трудно было сразу опровергнуть. К тому же нулевой эффект можно было приписывать недостаточной чувствительности приборов.

В опытах Айвса—Стилуэлла теория относительности предсказала положительный эффект, и он был найден в полном соответствии с ожиданиями. В данном случае совершенно несущественно, какую теоретическую трактовку дали для своих опытов сами авторы, важно, какой вклад внесли эти опыты в общее развитие теории относительности. Если опыты Майкельсона—Морли, как указано выше, были в той или иной степени объяснены классическими теориями, то никто не сумел, да, пожалуй, кроме самих авторов, и не пытался объяснить результаты Айвса и Стилуэлла с помощью эфира. Поэтому весьма странно, что авторы во всей своей работе нигде не упоминают о теории относительности и толкование опытов проводят с точки зрения Лоренца—Лармора. Так как Айвс рассматривал теорию своих опытов в рамках классической теории Лоренца—Ламора, расчеты оказались довольно громоздкими. Последовательно релятивистскую теорию этих опытов дал Джонс.

Тщательно разбирая достоинства и недостатки установки Айвса, Джонс отметил ряд возможных источников погрешностей. Положение основной линии, по которой измерялись смещения, предполагалось совершенно неизменным. Но это не совсем верно. Эта линия должна принадлежать атомам газа, возбужденным в трубке при столкновении с каналowymi частицами. Но сами атомы имеют компоненту движения, направленную вдоль направления распространения каналowych лучей, т. е. к спектрографу, а это вызывает доплеровское смещение. Элементарный расчет дает для этого эффекта значение $3 \cdot 10^{-6}$, а $\beta^2/2 = 8 \cdot 10^{-6}$. Таким образом, ошибка может внести сильные искажения. И хотя в опытах Айвса получились неплохие результаты, нужно брать отдельный источник для получения несмещенной линии.

На некоторые недостатки установки Айвса указал и Оттинг. Использование недостаточно светосильного каналowego луча делало слишком продолжительным время освещения; измерения расстояний между линиями проводились не самыми точными методами; наконец, применение вогнутого зеркала приводит к нелинейной зависимости от $\cos \varphi$, так как пучок имел конечную ширину.

Чтобы избежать этих ошибок, Оттинг воспользовался идеей, осуществленной Биллингом в опытах с интерференцией света, испускаемого каналowymi лучами.

Схема такого опыта была предложена еще Эйнштейном в 1926 г., но лишь в 1938 г. он был поставлен Биллингом.

Целью опытов Биллинга было выяснение поставленного Эйнштейном вопроса о том, происходит ли излучение света атомом мгновенно или для этого необходим некоторый интервал времени. Идея опыта состояла в том, что заставляли интерферировать свет, идущий от двух разных мест каналового луча. Если интерференция осуществлялась, то пучки света когерентны, а следовательно принадлежат одному акту испускания атома. А это означало бы, что излучение продолжалось все время, пока атом перемещался из одного места в другое. Положительный результат подтвердил мнение Эйнштейна о конечности времени излучения.

Той же методикой воспользовался и Оттинг. Светящийся каналовый луч находится в фокальной плоскости линзы, которая направляет падающий на нее свет в интерферометр Фабри—Перо, из которого свет направляется в трубу, установленную на бесконечность.

Рассмотрим отдельный светящийся атом, пробегающий вдоль пути каналового луча. Пусть атом движется со скоростью v и испускает свет частоты ω . Зеркала интерферометра в начале параллельны и при однократном отражении удлиняют путь луча на Δ . Наблюдения производятся с помощью трубы, причем путь света от атома в точке P_2 до наблюдателя будет s , а из точки P_1 после однократного отражения в интерферометре будет $s + \Delta$. Вследствие конечности скорости света наблюдатель в определенный момент видит атом не в точке C , где он в этот момент находится, а в точках P_1 и P_2 , где атом находится на время $(s + \Delta)/c$ и s/c раньше. Другими словами, в фокальной плоскости объектива образуются два изображения V_1 и V_2 . Расстояние между P_1 и P_2 будет $D = v\Delta/c$. Этот отрезок виден от линзы под углом $\gamma = v\Delta/cf$, где f — фокусное расстояние линзы. Разность фаз между колебаниями светового вектора в V_1 и V_2 равна $\phi = \omega\Delta/c$. Если теперь наклоном зеркала отобразить точку P_1 тоже в V_1 , то изображения совпадут и может иметь место интерференция. Когда атом пробегает вдоль своего пути, меняется угол наклона α , под которым плоские волны проходят интерферометр. Разность хода, создаваемая интерферометром, меняется по закону $\Delta = \Delta_0 \cos \alpha$, поэтому меняется и разность фаз $\phi = \omega\Delta_0 \cos \alpha/c$. Поэтому при интерференции вдоль прямой Z появляются темные и светлые места, в зависимости от ϕ .

Если единичный атом заменить однородным по скорости пучком каналовых частиц, то максимум и минимум интерференционных картин для всех частиц совпадут. Поэтому общее изображение каналового луча должно быть изборозжено интерференционными полосами. Сам факт интерференции доказывает когерентность лучей, идущих от разных мест нахождения атома,

т. е. их принадлежность одному акту испускания. А это означает, что излучение происходит не мгновенно, а требует определенного интервала. Если же интерференции не будет, то лучи некогерентны, что докажет мгновенность испускания. Как известно, опыты Биллинга подтвердили мнение Эйнштейна, что излучение требует времени.

Оттинг воспользовался этой схемой опыта, так как по интерференционным полосам можно было очень точно измерить длину волны. Дополнительное зеркало, позволяющее проводить наблюдения и в обратном направлении, давало возможность измерить квадратичный доплер-эффект.

Проведенные Оттингом исследования дали для доплеровского смещения второго порядка значение $0,026 \text{ \AA}$, тогда как расчет давал $0,027 \text{ \AA}$.

Улучшенный вариант опыта с использованием более однородного по скорости пучка каналовых частиц, произведенный Оттингом вместе с Рюкхардом, подтвердил предыдущий результат.

Свои эксперименты Айвс и Стилуэлл повторили в 1941 г. Работая с тем же прибором, они видоизменили его с таким расчетом, чтобы получить большие скорости каналовых лучей без разрушения самой трубки. Кроме того, авторы пытались определить влияние различных факторов на это явление. Первая задача была решена использованием последовательных электродов, причем напряжение между каждыми двумя поддерживалось меньше критического. Это повысило светосилу, а также увеличило смещение до $0,11 \text{ \AA}$. Для выяснения влияния движения атомов на положение центральной несмещенной полосы были поставлены специальные эксперименты с отдельным источником света. Эти опыты показали, что, если смещение и имеет место, оно значительно меньше, чем полагал Джонс, и лежит вне пределов возможности измерения. Опровергнуты были и сомнения Оттинга относительно влияния фокусировки лучей вогнутой зеркалом. Повторенные с усовершенствованной установкой опыты опять подтвердили существование квадратичного эффекта.

В 1962 г. Мандельберг и Уитен сочли необходимым еще раз повторить этот опыт с применением современных средств измерения. Схема их опыта не отличается принципиально от ранее применявшихся. Использовался пучок атомов водорода, движущихся со скоростью $2,8 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$. Обработка результатов дала для показателя степени в релятивистском выражении $(1 - \beta^2)^{-1/2}$ величину $0,498 \pm 0,025$.

В процессе становления квантовой теории света, когда все достоинства и преимущества этой теории были далеко еще не очевидными, а концепция дуализма волна — частица еще не существовала, казалось очень важным объяснить типично волно-

вые явления с квантовой точки зрения. В 1922 г. Шредингеру удалось получить релятивистскую формулу для эффекта Допплера, типично, казалось бы, волнового эффекта, исходя из боровского условия частиц.

При рассмотрении квантового перехода, связанного с излучением света молекулой, следует иметь в виду, что понятие разности энергии перехода, а следовательно, и понятие несмещенной частоты, теряет однозначность, если молекула до и после излучения не покоится в той же системе отсчета. Каждому боровскому стационарному состоянию соответствует определенная энергия E в системе отсчета, относительно которой центр тяжести молекулы неподвижен. Пусть E_1 и E_2 — значения энергии до и после излучения. Соответствующие массы покоя молекулы будут m_1 и m_2 , причем

$$m_1 = \frac{E_1}{c^2}, \quad m_2 = \frac{E_2}{c^2}.$$

Систему отсчета, в которой измеряются скорости молекулы до излучения v_1 и после излучения v_2 , Шредингер называет спектрометром. В этой системе боровское условие перехода дает

$$h\nu = \frac{E_1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - \frac{E_2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}},$$

а закон сохранения количества движения

$$\frac{E_1 v_1}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{E_2 v_2}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} + \frac{h\nu}{c}.$$

Несложные выкладки позволяют ввести несмещенную частоту и исключить из этих выражений E_1 и E_2 . Тогда получаем

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{c - v_1}{\sqrt{c^2 - v_1^2}}} \cdot \frac{c - v_2}{\sqrt{c^2 - v_2^2}}.$$

Это естественное обобщение релятивистской формулы эффекта Допплера для случая, когда в момент излучения скорость движущегося источника меняется от v_1 до v_2 . При $v_1 = v_2$ получаем обычную формулу

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}.$$

При этом предполагалось, что излучение происходит в направлении движения источника.

Аналогично решается задача и для случая движения под произвольным углом θ к излучению. Тогда получаем

$$v = v_0 \sqrt{\frac{c - v_1 \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \cdot \frac{c - v_2 \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta_2^2}}}.$$

В заключение Шредингер пишет, что нельзя экспериментально обнаружить, влияет ли эта квантовая поправка на ширину спектральных линий. Несколько позже Дирак показал, что этот результат сразу получается в четырехмерном пространстве-времени, если боровское условие частот рассматривать как четырехмерное векторное соотношение.

Представляет определенный исторический интерес еще одна попытка опровергнуть теорию относительности на основе данных оптики движущихся тел. Копф считал, что сравнение результатов, вычисленных по классической и релятивистской формулам для аберрации, с опытными данными может решить вопрос о правильности той или другой теории. Релятивистская формула с точностью до членов первого порядка совпадает с классической; но он видел существенное различие между входящими в эти формулы величинами. Его доводы сводились к следующему. В классической теории α определяет кажущееся направление луча, а α' — истинное; в теории относительности α' дает направление на звезду в системе отсчета, связанной со звездой, а α — в системе, связанной с Землей, причем в обоих случаях по отношению к направлению движения Земли. Если в классической теории перейти к членам второго порядка, то получим

$$\sin(\alpha' - \alpha) = \frac{v_e}{c} \sin \alpha_e \sin \alpha_e \left(1 - \frac{v_s}{c} \cos \alpha_s\right),$$

где v_e и α_e относятся к движению Земли относительно Солнца, а v и α_s — к движению солнечной системы относительно эфира.

Таким образом, появляется множитель Виларсо $1 - \frac{v_s}{c} \cos \alpha_s$, вызывающий медленное изменение аберрационной постоянной для разных участков неба.

В специальной теории относительности несложные выкладки дают

$$\sin(\alpha' - \alpha) = \frac{v_e}{c} \sin \alpha_e \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_s}{c} \cos \alpha_s\right).$$

Разница между классической и релятивистской формулами для двух соседних звезд составляет примерно 0,07, что можно обнаружить на опыте. Но, как заметил Эпштейн, различие между этими двумя формулами только кажущееся. Дело в том, что их можно сравнить только тогда, когда источник света неподвижен относительно эфира, к которому мы относим движение наблюда-

телей. Если это условие не выполняется, то в классическую формулу для v вводится скорость наблюдателя относительно эфира, ибо распространение света не зависит от движения источника. Но, так как формулы теории относительности обладают групповыми свойствами, в релятивистскую формулу можно ввести для v либо полную относительную скорость между наблюдателем и источником, либо любую ее часть, например v_e . Но при этом угол α меняет свое значение. Для получения аберрации в обычном определении нужно брать именно v_e . Вывод формулы, практически применяемой для вычисления аберрации, можно аргументировать следующим образом. Движения звезды и Солнца можно принять прямолинейными и равномерными. Значит, смещение положения звезды относительно Солнца равномерно и прямолинейно, а для земного наблюдателя положение звезды колеблется вокруг этой прямой вследствие годичной аберрации. Для ее вычисления нужно в формулах перейти от Солнца к Земле и под v понимать скорость Земли относительно Солнца, а под α — место звезды, отсчитанное от Солнца. Это ясно в теории относительности. Но и соображения Френеля, касающиеся наклона телескопа и ведущие к формуле аберрации, также применимы в этом случае, так как предполагается только добавление новой скорости и безразлично, находится ли первоначально система в покое или движении. Но с точки зрения наблюдателя, связанного с Солнцем, скорость света, идущего от звезды, не равна скорости света в эфире, так как Солнце движется относительно эфира со скоростью v_s , что дает компоненту $v_s \cos \alpha$ в направлении светового луча. Значит, $v = c + v_s \cos \alpha_s$.

$$\text{Тогда } \sin(\alpha' - \alpha) = \beta_e' \frac{\sin \alpha}{1 + \beta_s \cos \alpha_s},$$

или только для членов первого и второго порядка,

$$\sin(\alpha' - \alpha) = \beta_e \sin \alpha' (1 - \beta_s \cos \alpha_s').$$

Важно, что формула была выведена с учетом изменения скорости света для солнечного наблюдателя. А в теории относительности скорость света в пустоте постоянна и $v = c$, так что вывод не зависит от движения Солнца; следовательно,

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha' + \beta_e}{1 + \beta_e \cos \alpha'}, \quad \sin(\alpha - \alpha') = \beta_e \sin \alpha' \left(1 - \frac{\beta_e c}{2} \cos \alpha'\right).$$

Таким образом, различие в членах второго порядка существует, но оно лежит за пределами экспериментальных возможностей. Из этих формул также видно, что годичная аберрация независима от собственного движения звезды. Таким образом, мнение Копфа ошибочно.

Не менее поучительной является и релятивистская трактовка «частичного увлечения». Это понятие, как уже упоминалось, появилось впервые в работе Френеля в 1818 г., явившейся ответом на

просьбу Араго объяснить результаты проведенного им опыта. Эти опыты считались доказательством независимости показателя преломления от движения Земли. Теория Френеля объяснила не только опыты, ради которых она была создана, но и независимость угла аберрации от вещества, наполнявшего телескоп (этот вопрос, поставленный еще Бошковичем, получил окончательное решение только в 1871 г. в опытах Эйри). Френель исходит из предпосылки о неувлекаемости эфира движущимися телами, т. е. о наличии «эфирного ветра». Для совмещения этой основной гипотезы с независимостью оптических явлений от движения Земли, Френель приписывает эфиру определенные свойства, из которых приходит к выводу о частичном увлечении эфира, содержащегося внутри тел, причем со скоростью, равной только $(1 - 1/n^2)v$. Таким образом, по Френелю наличие эфирного ветра приводит к изменению скорости падающей волны, следовательно и показателя преломления, но этот эффект в первом порядке компенсируется частичным увлечением эфира, а поэтому ненаблюдаем в опытах первого порядка. Этим заранее были обречены на получение отрицательного результата все опыты такого типа (Араго, Хека и др.). С другой стороны, это означает, что любая теория могла быть признана правильной, только если она давала френелевское выражение для коэффициента увлечения.

Первую попытку экспериментального определения этого коэффициента предпринял Физо в 1851 г. Метод Физо основан на интерференции двух лучей, прошедших через движущиеся тела в противоположных направлениях. Свет проходил через две параллельные трубки, в которых двигалась вода. Трубки закрывались с обеих сторон стеклянными пластинками, установленными строго перпендикулярно направлению движения света; скорость движения воды измерялась по ее расходу и сечению трубки. Влияние движения воды должно было сказаться в смещении интерференционных полос по сравнению с их положением при неподвижной воде. При полностью увлекаемом эфире скорость света относительно воды не должна меняться; относительно неподвижных частей установки скорость света в движущейся воде должна быть соответственно $c/n + v$ и $c/n - v$. Тогда добавочная разность хода, выраженная в длинах волн, будет

$$\Delta = \frac{c}{\lambda} \left(\frac{l}{\frac{c}{n} - v} - \frac{l}{\frac{c}{n} + v} \right) = \frac{4l}{\lambda} \frac{cv}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - v^2},$$

где l — длина трубки.

В опытах Физо $l = 1,49$, $v = 7,069$ м/сек. Наблюдаемое смещение полос было в 2 раза меньше требуемого теорией увлекаемого эфира и соответствовало коэффициенту увлечения, равному 0,46; теоретическое значение по Френелю было 0,438.

По мере развития оптики движущихся тел совокупность вопросов, разрешаемых понятием частичного увлечения, приобрела столь важную роль, что обеспеченная в опытах Физо точность уже не могла считаться удовлетворительной. Поэтому в 1886 г. Майкельсон и Морли решили повторить эти опыты, подвергнув предварительно тщательному анализу источники погрешностей: невозможность исключения смещений, вызванных деформацией торцевых пластинок и несимметричными изменениями плотности воды, слабую интенсивность световых пучков, обусловленную малостью диаметра применяемых трубок, неопределенность величины скорости воды вдоль осей трубок. Хотя Майкельсон и Морли исправили часть отмеченных ими недостатков и сделали установку более удобной для работы, их измерения полностью подтвердили правильность данных Физо.

Коэффициент увлечения получается в релятивистской кинематике значительно проще, чем у Френеля или Лоренца, являясь непосредственным следствием эйнштейновской формулы сложения скоростей. У Лоренца скорость света относительно движущейся воды равнялась $u = v/n^2$ (u — скорость света в неподвижной воде, v — скорость воды, n — показатель преломления). В теории относительности скорость света относительно воды по-прежнему равна $u = c/n$, но по формуле сложения

$$u' = \frac{\frac{c}{n} \pm v}{1 \pm \frac{v}{nc}},$$

откуда, разлагая в ряд и ограничиваясь членами первого порядка, имеем

$$u' = \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v.$$

Хотя формула получается прежняя, но здесь «частичное увлечение» является следствием чисто метрических свойств, и не связано с каким-либо предположением о строении вещества или свойствах эфира.

Эйнштейн неоднократно подчеркивал значительную роль опытов Физо в генезисе теории относительности, причем отрицал утверждение об их недостаточной точности для количественных выводов [44].

Еще в 1895 г. Лоренц, исходя из электронной теории, вывел формулу для коэффициента увлечения с учетом дисперсии среды.

В 1911—1912 гг. эта формула проверялась экспериментально Харресом, а в 1914 г. Зеemanом и его сотрудниками. Так как для воды дисперсия мала, Харрес воспользовался стеклом. Основную часть его установки составляли десять стеклянных призм, плотно сдвинутых боковыми поверхностями и образующих

замкнутую систему, близкую по форме к кольцу. В центре кольца располагалось призменное приспособление, вызывающее расщепление первоначального пучка. Полученные два пучка входят в кольцо и благодаря внутреннему отражению пробегают кольцо в противоположных направлениях, после чего вновь попадают в центральное призменное приспособление и направляются в интерферометр. Важно отметить, что вход и выход пучка из кольца происходит перпендикулярно направлению движения света в самом кольце. Вся система приводилась в быстрое вращение, благодаря чему происходило смещение интерференционных полос. Применение светофильтров позволяло использовать в опытах различные участки спектра. Результаты Харреса были опубликованы в несколько исправленном виде Хардером. Коэффициент увлечения по Харресу равен $0,5964 \pm 0,0015$ для красного света и $0,5802 \pm 0,0020$ для зеленого.

Опыты Харреса по идее и осуществлению близки к опытам Саньяка, релятивистскую теорию которых Лауэ дал еще в 1911 г. Существенное отличие этих опытов от опытов типа Физо состоит в замене поступательного движения тела вращением. Поскольку с вращением связаны определенные ускорения, теория несколько усложняется. Однако, как показал Лауэ, из общей теории относительности следует, что встречающиеся здесь ускорения не могут оказывать значительного влияния на оптические явления, а поэтому в пределах достигнутой точности измерений ими можно пренебречь.

Установка Зеемана была в принципе та же, что и у Майкельсона, отличаясь лишь деталями. Ввиду необходимости проверки дисперсионного члена, применялся монохроматический свет. Преимуществом установки была возможность длительного сохранения стационарного течения воды; это было крайне необходимо, так как применение фотографических методов требовало экспозиций порядка 5—7 мин. Был значительно увеличен диаметр труб и приняты меры к предотвращению передачи колебаний труб интерферометру. Особенно тщательно уточнялся способ определения максимальной скорости, т. е. скорости воды по оси труб. Было принято значение $v_{\text{макс}} = 1,19 v_{\text{ср}}$. Тогда ожидаемые значения смещения полос, выраженные через расстояния между полосами, вычисляются по формуле

$$\Delta = 1,19 \frac{8l \left(1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)}{c\lambda} v_{\text{ср}}$$

Можно, вообще говоря, возражать против принятого Зеemannом коэффициента 1,19, но если взять отношение измерений для двух длин волн Δ_1/Δ_2 , то коэффициент выпадает. По данным Зеемана это отношение равнялось 1,616. Вычисленное по формуле Френеля отношение равняется 1,572, а по формуле Лорен-

ца — 1,608. Таким образом, расхождение экспериментальных и теоретических данных составляло соответственно 2,6% и 0,5%.

Однако для решения вопроса о справедливости формулы Лоренца нельзя было ограничиваться только опытами с водой. Во-первых, дисперсия воды мала и соответственно мала поправка, обусловленная дисперсионным членом. Во-вторых, при некоторых интерпретациях опытов с водой получались результаты, согласующиеся лучше с вычисленными по формуле Френеля. Зеeman показал, что даже в этом случае значения коэффициента увлечения должны заметно отличаться, если воду заменить движущимся твердым телом с достаточно большой дисперсией.

В установке вращательное движение с помощью кривошипно-шатунного механизма передавалось кварцевому или стеклянному цилиндру длиной 100—140 см. Специальный мотор обеспечивал такое вращение кривошипа, что на протяжении 20 см поступательное движение цилиндра было строго прямолинейным и равномерным. Опыт состоял в том, что дважды фотографировались интерференционные полосы: первый раз при движении цилиндра вправо, второй раз — влево. Результаты опытов в пределах ошибок измерения подтвердили наличие дисперсионного члена в формуле для коэффициента увлечения.

Противники теории относительности пытались доказать, что результаты опытов не согласуются с выводами этой теории. Их ошибки носили разный характер. Рассуждения Кротмайера, например, основаны просто на неправильном толковании основных постулатов Эйнштейна. Он считал, что в теории относительности за инвариант принимается скорость света в любой среде, а не в пустоте.

Харцер видел противоречия в том факте, что результаты опытов Харреса подтверждают формулу Френеля, а не Лоренца, которую он считал релятивистской. Кроме того, поскольку в выражение для коэффициента увлечения входит дисперсия, он приписывал теории относительности утверждение о некоторой зависимости аберрации от природы среды, через которую проходит свет в телескопе. Тут имело место смещение целого ряда понятий.

Эйнштейн ответил Харцеру небольшой статьей, в которой не только отвергаются доводы последнего, но дается глубокий анализ всей совокупности опытов первого порядка по увлечению света движущимися телами.

Во-первых, Эйнштейн подчеркивает, что зависимость угла аберрации от среды, в которой распространяется свет, исключается уже основными постулатами теории относительности. Чтобы убедиться в этом, достаточно рассматривать все явление в системе телескопа, тогда весь процесс, за исключением испускания света источником, можно описать в рамках оптики покоящихся тел.

Затем Эйнштейн переходит к подробному анализу опытов, выявляя, какое выражение для коэффициента увлечения получается в каждом из них.

Обозначим V — скорость света в среде с точки зрения движущегося относительно нее наблюдателя, V' — скорость света в среде в системе, движущейся вместе с телом, v — скорость среды. Главное, что упускалось до этого, состоит в том, что скорость света относительно среды V' зависит от частоты ν' света в системе координат, движущейся вместе со средой. Если бы скорость света не зависела от частоты, то смысл V' вполне определен — это скорость света любых частот относительно среды и тогда действительно

$$V = V' + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v,$$

а $1 - 1/n^2$ можно считать коэффициентом увлечения.

Но если скорость V' зависит от ν' , то вышеприведенная формула не может определенно выявить этот коэффициент, ибо в силу эффекта Доплера частота ν' будет отличаться от частоты ν , воспринимаемой наблюдателем. Эта зависимость определяется, как известно, углом между направлением распространения света и направлением наблюдения и отношением скорости тела к скорости света. А это означает, что конечные формулы для коэффициента увлечения будут различны в зависимости от конкретных условий, встречающихся в той или иной экспериментальной установке. Фактически выполненные опыты относятся к трем случаям:

1) Указанный угол равен $\pi/2$, тогда пренебрегая квадратичным эффектом, $\nu' = \nu$ и

$$V = V'(\nu) + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v, \quad (I)$$

т. е. в этом случае, и только в этом случае, справедлива классическая формула Френеля.

2) Направление наблюдения совпадает с направлением распространения света в движущемся теле, т. е. указанный угол равен нулю. Тогда, применяя принцип Доплера к свету перед его входом в тело, имеем:

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right).$$

Отсюда

$$V'(\nu') = V'(\nu) + \frac{dV'}{d\nu} d\nu = V'(\nu) - \frac{dV'}{d\nu} \frac{v\nu}{c} = V'(\nu) - \frac{v\nu}{c} \frac{dV'}{d\nu} \frac{d\nu}{d\nu}.$$

Поскольку

$$\frac{dV'}{dn} = -\frac{c}{n^2} \quad \text{и} \quad \frac{dn}{dv} = -\frac{c}{v^2} \frac{dn}{d\lambda},$$

получаем

$$V'(v') = V'(v) - \frac{v\lambda}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}.$$

Тогда

$$V = V'(v) + \left(1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}\right) v.$$

В этом случае коэффициентом увлечения можно назвать выражение

$$k = 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n^2} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (\text{II})$$

3) Направления те же, что и в предыдущем случае, но свет проходит вдоль неподвижной трубы, по которой движется вода. Поэтому v есть одновременно частота света относительно неподвижной трубы; применяя принцип Допплера перед входом света в движущуюся воду (из неподвижной), имеем

$$v' = v \left(1 - \frac{v}{V'}\right).$$

Тогда аналогично предыдущему случаю

$$V'(v') = V'(v) - \frac{v v'}{V'} \frac{dV'}{dv}$$

и

$$V'(v') = V'(v) - \frac{v\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}.$$

Тогда

$$V = V'(v) + \left[1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}\right] v.$$

Отсюда

$$k = 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (\text{III})$$

Это формула Лоренца.

Эйнштейновская классификация позволяет точно определить, к какому из перечисленных случаев относится тот или другой опыт. Ясно видно, что опыт Харреса относится к первому случаю. Поэтому его результаты должны были подтвердить именно формулу Френеля, а не Лоренца, как ошибочно думал Харцер. И опыт подтвердил именно формулу (I), в полном соответствии, а не вопреки теории относительноности.

Опыты Зеемана с твердыми телами относятся ко второму случаю, и они действительно подтвердили именно формулу (II).

Это обстоятельство понимал Зееман, который в своей статье приводит эту формулу, указывая, что релятивистский вывод был ему сообщен Лоренцом.

Наконец, опыты Физо, Майкельсона—Морли и Зеемана с водой относятся к третьему случаю, а следовательно, они должны были подтвердить формулу (III). Поскольку Физо и Майкельсон не ставили себе вопроса о влиянии дисперсии и, естественно, не могли знать о формуле Лоренца, они считали, что их результаты согласуются с формулой Френеля. По всей вероятности, их установки и не обладали достаточной для выявления дисперсионного члена точностью. Требуемой точности отвечала установка Зеемана, который и подтвердил справедливость формулы Лоренца.

Поскольку все приведенные расчеты приводятся с точностью только до членов первого порядка, все формулы совпадают с полученными в классической теории Лоренца, хотя, как уже упоминалось, в их содержание вкладывается новый смысл. Однако четкая постановка вопроса, которая позволила дать глубокий анализ и выявить все особенности рассматриваемой проблемы, стала возможной только в рамках теории относительности.

5. ОТ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ЭЙНШТЕЙНА—МИНКОВСКОГО

Исторические корни релятивистской электродинамики, непосредственно связанной с электродинамикой движущихся сред восходят, однако, к более раннему периоду и связаны со многими аспектами электродинамики в целом.

В учении об электричестве и магнетизме, в отличие от механики и оптики, важные качественные эмпирические факты стали известны лишь в XVIII в. К этому времени ньютоновский метод в области механики оказался весьма плодотворным. По-видимому, первую попытку использовать этот метод в области электричества сделал Франклин (1751).

«Идеи Франклина, — пишет Я. Г. Дорфман, — встретили, однако, резкие возражения со стороны всех тех, кто считал заведомо невозможным приписывать электрическим частицам «скрытую»... способность взаимодействовать друг с другом «на расстоянии». Противники теории Франклина отчетливо понимали, что, хотя Франклин как будто пошел по пути Ньютона, отказавшись вникать в механизм взаимодействий между зарядами, однако он вовсе не добился этой ценою тех действительно неоспоримых успехов, которых достиг Ньютон в своей теории тяготения и в небесной механике» [45].

Следуя методу Ньютона, Франклин все же принял в качестве рабочей гипотезы, что заряженное тело окружает «электрическая атмосфера».

В 1759 г. Ф. Эпинус (1724—1802) в труде «Опыт теории электричества и магнетизма» указал на закон электростатических и магнитных взаимодействий, а в 1785—1789 гг. Кулон с помощью крутильных весов экспериментально установил широко известный «закон Кулона». Хотя Эпинус в теории электростатических и магнитных взаимодействий и пользовался ньютоновским формализмом, он не одобрял учения, постулирующего действие на расстоянии.

В 1811 г. Пуассон (1781—1840) на основе количественных исследований Кулона применил теорию потенциала, развитую раньше для тяготения, к явлениям электрическим. Тем самым были заложены основы электростатики. «Действительно, — пишет М. Лауэ, — в законе Кулона или в эквивалентном ему дифференциальном уравнении Лапласа — Пуассона, а также опыте, подтверждающем постоянство потенциала на проводнике, содержится вся электростатика, поскольку диэлектрики не участвуют в явлениях» [46]. Новым существенным вкладом было открытие Г. Х. Эрстеда.

Открытие Эрстедом (1820) факта отклонения магнитной стрелки послужило исходным пунктом накопления знаний в области электромагнетизма.

В 1822 г. А. И. Ампер (1775—1836) показал взаимодействие двух цепей тока и принял это взаимодействие как исходный пункт для своего закона электродинамики.

Ампер находился под значительным влиянием Ньютона и его системы. Открыв взаимодействие электрических токов и установив его основной закон, Ампер во многом стремился к механической интерпретации, хотя характер открытых и интерпретированных им явлений носил явно немеханический характер. По мере развития учения об электромагнетизме теория была поставлена перед задачами, не разрешаемыми обычными методами, применяемыми при изучении центральных сил, действующих между материальными точками и зависящих только от расстояния. Уже в 1832 г., через несколько месяцев после открытия электромагнитной индукции, Фарадей писал о конечной скорости распространения магнетизма и электрической индукции.

В ноябре 1837 г. Фарадей развивает взгляды, что обыкновенное индукционное действие происходит не иначе, как через посредство промежуточного вещества. «Уважение, которое я питаю к именам Эпинуса (Epinus), Кэвэндиша, Пуассона (Poisson) и других выдающихся людей, которые, как мне кажется, все в своих теориях индукцию рассматривают как действие на расстоянии и притом по прямым линиям, долгое время мешало мне принять только что изложенное мнение. Правда, я всегда искал возможность, чтобы доказать правильность противоположного мнения, и время от времени ставил такие опыты, которые,

казалось мне, должны были попасть в цель; ...но лишь с недавних пор, и не сразу, чрезвычайная общность вопроса побудила меня к дальнейшему расширению моих опытов и опубликованию моих взглядов. В настоящее время я полагаю, что обычная индукция во всех случаях представляет собой действие смежных частиц, заключающееся в некоторого рода полярности, а не является действием частиц или масс на значительные расстояния» [47].

В 1846 г. В. Вебер допустил, что сила, действующая между двумя зарядами, зависит не только от расстояния, но и от скорости и ускорения. Токи Вебер рассматривал как движущиеся заряды. Закон Вебера охватывал многое из того, что было известно об электричестве, но, как заметил Лауэ, все теории Ампера, Франца Неймана, Вебера страдали тем недостатком, что они допускали мгновенное дальное действие, и, поскольку преобладающей тенденцией становилось признание конечной скорости распространения электрических действий, они лишались почвы. Характеризуя эти теории, Максвелл писал:

«В этих теориях сила, действующая между двумя телами, рассматривается лишь как зависящая от состояния тел и их относительного положения, окружающая среда не принимается во внимание. Эти теории допускают более или менее явным образом существование субстанций, частицы которых обладают способностью действовать друг на друга на расстоянии. Наиболее полная разработка теорий этого рода принадлежит В. Веберу, который включил в нее как электростатические, так и электромагнитные явления» [48].

В письме от 19 марта 1845 г. к Веберу Гаусс писал о действии, распространяющемся во времени таким же путем, как распространяется свет, и о своем интересе к такой теории. Более рельефно эта мысль была высказана Риманом в 1858 г. Риман считал, что ему удалось найти объяснение электродинамических действий гальванических токов, исходя из предположения о их конечной скорости распространения.

В теории близкого действия в качестве среды, передающей электрические и магнитные действия, был использован и модифицирован эфир, введенный Гюйгенсом и Френелем.

Эфир как промежуточная материальная среда, аналогичная обычным упругим телам, состоящим из отдельных частиц, связанных силами сцепления, не мог целиком удовлетворить требованиям теории, поскольку дальное действие на больших расстояниях скрыто и заменяется дальним действием на близких расстояниях. Эфир надо было мыслить как непрерывную среду, чуждую атомистической структуре, которая заполняет пространство без всяких промежутков. Но при этом эфир лишался тех свойств, которые приписываются обычным телам. Однако при всех затруднениях, связанных с трактовкой эфира, идея Фарадея

о промежуточной среде для передачи электрических и магнитных действий, оказалась плодотворной.

У Максвелла идеи Фарадея получили дальнейшее развитие и обоснование. Максвелл обратил особое внимание на динамику электрических явлений. В 1855—1856 гг. Максвелл дал математическую формулировку силовых линий и, благодаря тщательному анализу характера силовых линий электрического тока, вывел дифференциальное уравнение для стационарного поля, соответствующему которому каждая линия тока образует вихревую линию магнитного поля. В 1862 г. Максвелл ввел ток смещения, возникающий в диэлектрике при изменении напряженности электрического поля и дающий вместе с током проводимости замкнутый ток. В 1865 г. Максвелл вывел из созданной им теории математическое заключение об электромагнитных волнах, распространяющихся со скоростью света. Центральным пунктом электродинамики стала система максвелловых уравнений.

В период, предшествовавший созданию электродинамики Фарадея — Максвелла, как это отметили Эйнштейн и Инфельд, выражения для сил были простыми; они выражались в одинаковой форме для тяготения, электричества и магнетизма. Но введение новых, невесомых субстанций, совершенно не связанных с основной субстанцией — массой, было слишком высокой ценой за эту простоту.

Во второй половине XIX в. в физику были введены новые идеи, открывшие путь к новому взгляду на природу электромагнитных явлений, резко отличавшемуся от механистического миропонимания. Эти новые идеи получили и новую математическую форму. Система уравнений Максвелла оказалась органически связанной с кругом новых идей и представлений. «Формулировка этих уравнений является самым важным событием со времени Ньютона не только вследствие ценности их содержания, но и потому, что она дает образец нового типа законов» [49].

Работы Умова (1874) и Пойнтинга (1884) дополнили теорию Максвелла учением о потоке энергии. Система уравнений Максвелла при упрощающих допущениях о неподвижности всех материальных тел, находящихся в поле, и постоянстве величин, характеризующих свойства среды, позволяла решать многие задачи, не затрагивая вопросов структуры поля и зарядов.

Дифференциальная форма законов электродинамики была одним из крупнейших достижений не только электродинамики, но и физики в целом. Хотя интегральная форма законов электродинамики и явилась математическим выражением тех же опытных фактов, которые лежали в основании дифференциальных законов, однако последние позволили глубже проникнуть в сущность явлений и однозначно определить электромагнитное поле.

Поскольку три составляющие любого ротора (вихря) связаны тождественным соотношением

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$$

и, следовательно, не являются независимыми друг от друга, уравнения с роторами напряженностей электрического и магнитного поля, представляющие собой обобщение закона электромагнитной индукции и закона Био — Савара для магнитного поля тока, недостаточны для определения этих полей и не являются независимыми друг от друга. Для описания поля необходимы две пары уравнений

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho. \quad (4)$$

Уравнение (2) выражает опытный факт отсутствия магнитных зарядов, аналогичных зарядам электрическим, а уравнение (4) является обобщением закона Кулона.

Из математических соображений оказалось целесообразным ввести новые величины, характеризующие электромагнитное поле таким путем, чтобы каждое уравнение содержало лишь одно неизвестное. Эти новые величины — электромагнитные потенциалы.

Через напряженности полей выражены непосредственно силы, действующие на заряды и на токи, и их физический смысл наглядно определен. Потенциалы же не могут быть получены непосредственно как результат измерения. Кроме того, потенциалы определены с точностью до так называемого преобразования калибровки. Однако преобразования уравнения для потенциалов позволяют легко переходить к четырехмерной формулировке электродинамики.

Вектор-потенциал \mathbf{A} определяется уравнением

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A};$$

внося это уравнение в уравнение, выражающее закон электромагнитной индукции

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

имеем

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot} \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right),$$

или

$$\operatorname{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0.$$

При этом мы предполагаем что диэлектрическая проницаемость и магнитная проницаемость одинаковы во всем пространстве, занимаемом полем, и что в поле отсутствуют как поверхностные заряды, так и поверхностные токи. Уравнению

$$\operatorname{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

можно удовлетворить, полагая

$$E = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi.$$

где φ — произвольный скаляр.

Уравнение Максвелла, устанавливающее зависимость вихря магнитного поля от плотности токов проводимости и токов смещения

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

после подстановки выражений для \mathbf{H} и \mathbf{E} через потенциалы принимает вид

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = \frac{1}{\mu} (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{\varepsilon}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Исходя из того, что два поля, описываемые одними и теми же значениями векторов напряженности поля, но отличающиеся некоторыми значениями потенциалов, могут быть тождественными в силу некоторого произвола в определении потенциалов, на потенциалы \mathbf{A} и φ накладывают дополнительное условие — условие Лоренца:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{\varepsilon \mu}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

Тогда

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A} = -\frac{\varepsilon}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \varphi}{\partial t};$$

следовательно,

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi \mu}{c} \mathbf{j}.$$

Подставляя в уравнение

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi \rho$$

выражение для \mathbf{D}

$$\mathbf{D}/\varepsilon = \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi,$$

имеем

$$\text{div } \mathbf{D} = \varepsilon \text{ div } \mathbf{E} = -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{A} - \varepsilon \text{ div grad } \varphi = 4\pi\rho;$$

используя соотношение

$$\text{div } \mathbf{A} = -\frac{\varepsilon\mu}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

и деля на ε , получаем

$$\frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \text{div grad } \varphi = +\frac{4\pi\rho}{\varepsilon},$$

или

$$\nabla^2 \varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}.$$

При ε и μ , равных единице, имеем

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi\rho,$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}.$$

Доказательство инвариантности этой системы уравнений значительно легче провести, чем для системы уравнений Максвелла и Максвелла — Лоренца.

Запишем последнее уравнение в виде

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \rho \mathbf{v},$$

а условие Лоренца — в виде

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{\partial i\varphi}{\partial x_4} = 0,$$

где $x_4 = ict$. Последнему уравнению можно придать вид

$$\sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\nu} = 0,$$

если A_x, A_y, A_z рассматривать как пространственные компоненты Φ_1, Φ_2, Φ_3 четырехмерного потенциала Φ_ν , а $i\varphi$ — как четвертую его компоненту Φ_4 .

Аналогично введем четырехмерный ток, т. е. к составляющим плотности тока добавим плотность заряда

$$s_v(\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z, ic\rho);$$

тогда уравнение неразрывности

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

примет вид

$$\sum_{v=1}^4 \frac{\partial s_v}{\partial x_v} = 0,$$

а уравнения для потенциалов примут четырехмерную форму, позволяющую более наглядно представить их ковариантный характер.

Пользуясь формулами перехода, находим изменения вектора тока при переходе от системы, в которой заряд находится в состоянии покоя, к системе, по отношению к которой заряд движется со скоростью \mathbf{v} в направлении оси x :

$$s_1 = \frac{s_1^0 - i\beta s_4^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad s_2 = s_2^0, \quad s_3 = s_3^0, \quad s_4 = \frac{s_4^0 + i\beta s_1^0}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

так как

$$s_1^0 = s_2^0 = s_3^0 = 0, \quad s_4^0 = i\rho_0 c, \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right),$$

то

$$\begin{aligned} s_1 &= \rho v_x = \frac{\rho_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \\ s_2 &= \rho v_y = 0, \\ s_3 &= \rho v_z = 0, \\ s_4 &= i\rho c = \frac{i\rho_0 c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

Отсюда плотность заряда

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

увеличивается при переходе от системы, по отношению к которой заряд покоится, к системе, по отношению к которой заряд движется.

Заряд же в заданном элементе объема одинаков для обеих систем

$$de = \rho dV = \rho_0 \frac{dV_0 \sqrt{1-v^2/c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \rho_0 dV_0 = de^0.$$

Построение четырехмерных инвариантных выражений можно производить и по методу, предложенному Зоммерфельдом в 1910 г. Согласно электронной теории, заряд электрона при его переходе из состояния покоя в состояние движения остается неизменным; само количество электричества есть инвариант преобразования Лоренца. Поскольку объем, который в состоянии покоя имеет размер V_0 , при равномерном прямолинейном движении со скоростью v принимает значение

$$V = V_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

то

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

К трехмерным составляющим плотности тока $\rho v_x/c$, $\rho v_y/c$, $\rho v_z/c$ прибавляем плотность заряда ρ .

Из сравнения волновых уравнений для A_x , A_y , A_z и φ легко построить четырехмерный электромагнитный потенциал. Потенциалы носят вспомогательный характер и от них можно перейти к векторам поля

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Вводя четырехмерный потенциал Φ_ν , будем иметь

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_3}, & H_y &= \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_1}, & H_z &= \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2}; \\ E_x &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_4} \right), & E_y &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_4} \right), \\ E_z &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_4} \right), \end{aligned}$$

или в четырехмерной форме [50]:

$$F_{\nu\mu} = \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x_\mu},$$

где

$$F_{\nu\mu} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iE_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iE_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iE_z \\ iE_x & iE_y & iE_z & 0 \end{pmatrix}.$$

В четырехмерной форме электромагнитное поле нельзя описать посредством двух векторов; напряженности электрического и магнитного поля сливаются в тензор второго ранга.

Уравнения Максвелла в четырехмерной форме имеют вид:

$$\frac{\partial F_{\nu\mu}}{\partial x_\mu} = \frac{4\pi s_\nu}{c}, \quad \frac{\partial F_{\nu\mu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\mu\lambda}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial F_{\lambda\nu}}{\partial x_\mu} = 0.$$

Лоренц уже в 1904 г. был весьма близок к тому, чтобы установить ковариантность уравнений электронной теории относительно установленной им группы преобразований.

Пуанкаре и Эйнштейн независимо друг от друга дали полное доказательство ковариантности уравнений электромагнитного поля относительно преобразований Лоренца.

Эйнштейн записывает уравнения Максвелла — Лоренца для вакуума в покоящейся системе K и применяет полученные им преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, находящейся в равномерном поступательном движении относительно первой. Принцип относительности требует, чтобы уравнения Максвелла — Лоренца для вакуума сохраняли свой вид при переходе от покоящейся системы к системе, движущейся прямолинейно и равномерно относительно первой.

Таким образом, путем преобразования системы уравнений от покоящейся системы к движущейся и путем записи уравнений в движущейся системе получают две системы уравнений, выражающих один и тот же факт. Из полученных уравнений Эйнштейн делает выводы, что асимметрия между случаем движущегося проводника и покоящегося магнита, с одной стороны, и случаем движущегося магнита и покоящегося проводника, с другой, исчезает. Этот метод доказательства был господствующим до работ Минковского.

В дальнейшем Зоммерфельд, оценивая метод доказательства Эйнштейна, писал: «Путь, которым шел Эйнштейн при открытии специальной теории относительности в 1905 г., был крут и утомителен. Чтобы пройти его, потребовался глубокий анализ понятий пространства и времени и некоторые остроумнейшие мысленные эксперименты. Путь, который мы собираемся избрать, будет широк и удобен. Мы будем исходить из всеобщей применимости уравнений Максвелла и огромного экспериментального материала, лежащего в их основе. Наш путь окончится почти внезапно преобразованиями Лоренца со всеми их релятивистскими следствиями» [39, стр. 293].

Исходя из принципа относительности, Эйнштейн отождествлял линейные комбинации напряженности полей в покоящейся и движущейся системах. Но после того как Минковский ввел четырехмерный формализм для доказательства инвариантности основных уравнений максвелл-лоренцовской электродинамики, было достаточно, как мы видели, показать, что эти уравнения можно написать в четырехмерной тензорной форме. Работа

Минковского «Основные уравнения электромагнитных явлений в движущихся телах» имеет следующие разделы: введение, уравнения эфира, электромагнитные явления, механика. Говоря о роли Лоренца и Эйнштейна, Минковский указывает на то, что принцип относительности в том смысле, в каком он себе его мыслит, до сих пор еще не сформулирован для электродинамики движущихся сред.

Преобразования Галилея, примененные в электродинамике движущихся сред, не привели к согласию с экспериментальными результатами. Работы Герца, Эмиля Кона и других лишь вскрыли существующие в электродинамике трудности. Уравнения электронной теории принципиально позволяли ответить на основные вопросы электродинамики движущихся сред, но в то время Лоренц еще не придал теории необходимой формы.

В 1905 г. Эйнштейн не ставил перед собой задачу исследования общей структуры уравнений движущихся сред, ограничиваясь вопросами, относящимися к одному электрону. Задача эта была решена Минковским.

В своих воспоминаниях о Минковском Макс Борн рельефно характеризует его классическую работу: «Здесь мировой постулат применяется с целью установления уравнений электромагнитного поля в любой движущейся материи. В этой работе был развит весь арсенал релятивистской математики, понятия собственного времени, массы покоя, четырех-вектора и шести-вектора и т. п., которыми с тех пор повседневно пользуется каждый физик-теоретик. Уравнения поля получаются, исходя из предположения, что они сводятся к известным уравнениям Максвелла для покоящихся тел в точке, которая покоится в рассматриваемой системе отсчета. Тем самым они определены тогда для любой системы отсчета, если известна скорость рассматриваемой точки в этой системе» [35, стр. 300—301].

Анализ значения вариационных методов в электродинамике мы находим у М. Борна. Говоря о мощи принципа Гамильтона, Борн для примера рассматривает электродинамику.

«Вариационный принцип,— пишет М. Борн,— имеет что-то убедительное в том отношении, что он конденсирует огромную область явлений в одном кратком выражении, и это достоинство затем возвышается, если оно рассматривается глазами математика, который изучал теорию относительности и знает, что E и H совместно образуют так называемый шести-вектор, имеющий определенные трансформационные свойства при изменении системы координат, то есть лоренцовы преобразования пространства и времени. Так как существует только два инварианта $E^2 - H^2$ и $(EH)^2$ и поскольку электродинамическое действие должно быть инвариантным, оно может быть только их функцией. Прибавьте к этому постулат о том, что результирующие уравнения должны быть линейными, в этом случае действие

должно быть квадратичной функцией, и вы приходите к выражению, приведенному выше» [51, стр. 356].

И дальше Борн писал: «Последовательность исторических событий ясно показывает истинное положение вариационного принципа: он находится в конце длинной цепи рассуждений как удовлетворительная и красивая конденсация результатов. Возможно, он даже помогал найти эти результаты (хотя я в этом сомневаюсь в случае электродинамики). Но он мало имеет отношения к образованию новых фундаментальных понятий, которые являются характерными чертами электродинамики» [51].

Однако конденсация огромной области явлений в одном кратком выражении имеет большую познавательную ценность, и этим главным образом объясняется то, что эти вариационные методы нашли широкое распространение в электродинамике.

Трудно думать, что исторический путь развития классической электродинамики и системы уравнений Максвелла, как завершение очень важного ее этапа, мог пойти иначе при удачном выборе функции Лагранжа. Однако в тех случаях, когда за отправные пункты при выводе основных уравнений берутся вариационные принципы, достигается наибольшая общность [52].

Еще в 1903 г. Шварцшильд ввел «электрокинетический потенциал» $L = \varphi - \mathbf{vA}$, исходя из которого получил уравнения Максвелла и уравнения движения для электрона, включая и выражение для силы Лоренца. Зоммерфельд в своем изложении принципа наименьшего действия Шварцшильда показал, что этот принцип дает возможность объединить электродинамику Максвелла и теорию электронов Лоренца в единую четырехмерную инвариантную теорию. Он дал глубокий анализ принципа и модифицировал ряд его положений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Энгельс. Диалектика природы. М., 1955.
2. Э. Мейерсон. Тождественность и действительность. СПб., 1912, стр. 494—495.
3. Р. Декарт. Избранные произведения. М., 1950, стр. 498.
4. И. Ньютон. Математические начала натуральной философии.— Собрание трудов акад. А. Н. Крылова. М.—Л., 1956.
5. А. Эйнштейн. Механика Ньютона и ее влияние на развитие теоретической физики.— Под знаменем марксизма, 1927, № 4, стр. 166—173.
6. А. Эйнштейн. Ньютон.— Природа, 1927, № 6, стр. 430.
7. А. Эйнштейн. О понятии пространства.— Вопросы философии, 1957, № 3.
8. Г. Минковский. Пространство и время.— УФН, 1959, 69.
9. К. К. Баумгарт. Работы Х. Гюйгенса по механике.— В кн. «Три мемуара по механике». М., 1951, стр. 305.
10. Д. Толанд. Письма к Серене.— Избранные сочинения. М.—Л., 1927.
11. И. Боричевский. Ньютон и Даламбер.— Архив истории науки и техники, вып. 1, стр. 88.
12. Л. Эйлер. Основы динамики точки. М.—Л., 1938, стр. 266.
13. В. И. Ленин. Соч., т. 14. М., 1947.

14. Н. И. Лобачевский. Соч., т. II. М.— Л., 1949.
15. Т. Ф. Осиповский. О пространстве и времени.— В кн. «Избранные произведения русских естествоиспытателей первой половины XIX в.» М., 1959.
16. В. И. Ленин. Соч., т. 38. М., 1958, стр. 253.
17. К. Маркс. Теория прибавочной стоимости, т. III. Л., 1924, стр. 131.
18. Ф. Энгельс. Анти-Дюринг. М., 1952, стр. 37.
19. А. Эйнштейн. Сущность теории относительности. М., 1955, стр. 31.
20. В. Гейзенберг. Открытие Планка и основные философские учения об атомах — Вопросы философии, 1958, № 11, стр. 61—69.
21. С. И. Вавилов. Соч., т. IV. М., 1956, стр. 29.
22. О. Д. Хвольсон. Курс физики, т. 5. М.— Л., 1923, стр. 347.
23. Л. И. Мандельштам. Соч., т. 5. М.— Л., 1950, стр. 168.
24. С. И. Вавилов. Экспериментальные основания теории относительности. М.— Л., 1928.
25. П. Ланжевен. Избранные труды. М., 1960, стр. 450.
26. М. Лауэ. Инерция и энергия.— УФН, 1959, 67, № 4.
27. А. Зоммерфельд. Строение атома и спектры, т. 1. М., 1956, стр. 230.
28. Х. Гюйгенс. Трактат о свете. М.— Л., 1935, стр. 17.
29. Л. И. Мандельштам. В сб. «Из предыстории радио». М., 1948, стр. 19.
30. З. Д. Августинек. Об объективном характере понятия одновременности.— В сб. «Мировоззренческие и методологические проблемы научной абстракции». М., 1960
31. А. Эйнштейн. К электродинамике движущихся тел.— В сб. «Принцип относительности». М., 1936.
32. О. Д. Хвольсон. Соч., т. 5. Изд. 2. Берлин, 1923, стр. 371.
33. А. Эйнштейн. О специальной и общей теории относительности. ПГ., 1923, стр. 31.
34. Г. Минковский. Пространство и время.— В сб. «Принцип относительности». Л.— М., 1935, стр. 191—192.
35. М. Борн. Воспоминания о Германе Минковском.— УФН, 1959, 69, № 2.
36. А. Эйнштейн. Математические основы теории относительности. ПГ., 1923, стр. 35.
37. M. Planck. Acht Vorlesungen über theoretische Physik. Leipzig, 1910.
38. В. Паули. Теория относительности. М.— Л., 1947, стр. 112.
39. А. Зоммерфельд. Электродинамика. М., 1958.
40. М. Планк. Физические очерки. М., 1925, стр. 50—51.
41. А. Эйнштейн. В сб. «Принцип относительности». М.— Л., 1935, стр. 178.
42. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Очерки развития оптики движущихся тел.— Труды ин-та истории естествознания и техники, т. 43. М., Изд-во АН СССР, стр. 3—49.
43. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Теория относительности и некоторые вопросы оптики движущихся тел.— В сб. «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли». М., Изд-во АН СССР, 1962, стр. 210.
44. Р. Шенкленд. Беседы с Альбертом Эйнштейном.— УФН, 1965, 87, 711; А. Эйнштейн. Собр. научных трудов, т. 1, стр. 410.
45. Я. Г. Дорфман. Эпинус и его трактат о теории электричества и магнетизма.— В кн. Ф. У. Т. Эпинус. Теория электричества и магнетизма. М., 1951, стр. 468.
46. М. Лауэ. История физики. М., 1956, стр. 54.
47. М. Фарадей. Экспериментальные исследования по электричеству, т. I. М., 1947, стр. 480—481.
48. Дж. К. Максвелл. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М., 1952, стр. 251—252.
49. А. Эйнштейн и Л. Инфельд. Эволюция физики. М., 1956, стр. 134.
50. Р. Беккер. Электронная теория. Л., 1936, стр. 310.
51. М. Борн. Эксперимент и теория в физике.— УФН, 1958, 66, 356.
52. Л. Ландау, Е. Лифшиц. Теория поля. М., 1961.

III

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. ОТ НЬЮТОНА К ЭЙНШТЕЙНУ

Представление о тяготении как о всеобщем свойстве материи, не оформленное в качестве научной теории, возникло задолго до Ньютона. Уже Коперник (1473—1543) высказывался о взаимном притяжении частиц Земли как о причине ее шарообразности.

«По моему мнению, — писал Коперник, — тяжесть есть не что иное, как естественное устремление, которым божественное провидение творца одарило части для сочетания и соединения их в единое целое в форме сферы. Такое стремление свойственно, вероятно, Солнцу, Луне и прочим блуждающим светилам и, благодаря его действию, они сохраняют свою очевидную шарообразность, несмотря на многообразие совершаемых ими обращений» [1].

По-видимому, Коперник считал вероятным существование для каждого светила своего центра тяжести. Последователи Коперника полагали, что все тяжелые тела стремятся к центру мира и направляются к нему прямолинейно естественным движением. Для дальнейшего развития теории особо важную роль сыграли труды Кеплера (1571—1630) [2]. В сочинении «Новая астрономия с объяснением причины явлений, или Небесная физика» Кеплер дал два первых закона движения планет, установленных для Марса на основе обширнейших вычислений.

В 1619 г. в сочинении «Гармония мира» Кеплер дал третий закон. Законы Кеплера гласят: 1) Каждая из планет движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. 2) Радиус-вектор, проведенный от Солнца к планете, в равные промежутки времени описывает равные площади. 3) Квадраты времен обращений планет вокруг Солнца относятся, как кубы их средних расстояний от Солнца. Законы Кеплера не сразу нашли свое объяснение. Путь к этому объяснению шел через более углубленное понимание законов тяготения. Хотя Кеплер

имел представление об универсальности силы тяготения и утверждал, что части любой материи притягиваются друг к другу, однако не видел в тяготении планет к Солнцу причину их движения вокруг него. «Он жил в эпоху,— пишет Эйнштейн,— когда не было еще уверенности в существовании некоторой общей закономерности для всех явлений природы. Какой глубокой была у него вера в такую закономерность, если, работая в одиночестве, никем не поддерживаемый и мало понятый, он на протяжении многих десятков лет черпал в ней силы для трудного и кропотливого эмпирического исследования движения планет и математических законов этого движения» [3].

Кеплер выдвигал идею о стремлении тел к сближению и соединению. «В приливах и отливах он видел доказательство того, что Луна притягивающе действует на воду на Земле. Если бы Земля не мешала притягивать воду, то вся морская вода притянулась бы к Луне и улетела» [4, стр. 26]. Он сравнивал тяготение с магнетизмом: «Земля притягивает к себе тела, летающие в воздухе, потому что они прикованы к ней магнитной силой» [4, стр. 28]. Однако на орбитальное движение сила тяжести не влияет. Солнце, говорил он, действует на планеты не притягивающей силой (потому что тогда они должны были бы упасть на Солнце), а силой, направленной сбоку, наподобие круговых магнитных силовых линий, приводящих планеты во вращение. «Тяготение и орбитальное движение две совершенно разные вещи» [5, стр. 283].

Дальнейшее развитие учения о тяготении связано с именами Галилея и Декарта. Во втором дне «Диалогов» (1632), рассматривая возражения, выдвинутые против вращения Земли, Галилей подробно обсуждает вопрос, не улетели ли бы все тела с поверхности движущейся Земли в окружающее пространство. Даже Симпличио начинает понимать сущность вопроса. «Говорил и теперь доскажу остальное. Я прекрасно понимаю, что камень не отделится от земли, так как его удаление вначале было бы столь ничтожно, что во много тысяч раз большим оказалось бы стремление камня двигаться к центру Земли, а этот центр в данном случае тот же, что центр у колеса» [6].

Характеризуя взгляды Галилея, Эйнштейн писал: «Он нашел закон инерции и закон свободного падения в поле тяготения Земли: масса (точнее, материальная точка), на которую не действуют другие массы, движется равномерно и прямолинейно. Вертикальная скорость свободно падающего тела возрастает в поле тяжести пропорционально времени. Сегодня нам может казаться, что только небольшой шаг отделяет результаты Галилея от законов Ньютона. Но все-таки следует отметить, что оба вышеприведенных утверждения Галилея по форме относятся к движению в целом...» [7]. Только дифференциальная форма закона позволила объяснить явления, связанные с тяготением.

Иной была позиция Декарта. В отличие от своих современников Декарт не принимал тяжесть за свойство и внутреннее качество тяжелого тела, в силу которого тело стремится к центру Земли. В июле 1638 г. в письме Мерсенну он отмечал, что одни думают, что тяжесть, как качество, зависит от того, в каком физическом состоянии находится тело, и что одна и та же материя в форме жидкости будет тяжелой, а в форме воздуха становится легкой; другие же считают, что каждое тело более или менее тяжело лишь в зависимости от количества материи, входящей в состав тела, и степени ее сжатости.

«Согласно этим двум мнениям,— писал Декарт,— из коих первое самое распространенное в школах, второе же разделяется преимущественно теми, кто думает знать более, чем заурядные люди, ясно, что абсолютная тяжесть тел всегда одинакова и не изменяется от различия их расстояния от центра Земли» [8, стр. 494—495]. Декарт приводил и мнение тех, которые считают, что всякая тяжесть относительна и что определяющим является масса Земли, притягивающая к себе тела, аналогично тому, как магнит притягивает железо. И аналогично тому, как магнит имеет известную сферу действия, такую же сферу действия они предполагают для действия массы Земли. «Что касается, в частности, меня,— продолжал Декарт там же,— я понимаю природу тяжести отлично от этих трех мнений... Представление мое ничего не решает относительно предложенного вопроса (об изменении тяжести), кроме того, что это есть вопрос факта, который может быть решен лишь настолько, насколько люди могут сделать относительно него опыты. Притом из опытов, произведенных в нашем воздухе, еще нельзя узнать, что должно произойти значительно ниже и ближе к центру Земли или значительно выше, под облаками; а в случае, если тяжесть претерпевает уменьшение или увеличение, маловероятно, чтобы оно следовало всюду той же пропорции» [8, стр. 495].

В другом письме Мерсенну Декарт резко полемизировал с Робервалем, считавшим, что как вся материя, так и каждая ее часть обладают свойством, вследствие которого все части стремятся в одно непрерывное тело. Чтобы представить себе это, писал Декарт, надо допустить, что каждая часть материи одушевлена многими душами, не мешающими одна другой, и принять, что души эти разумны и могут знать, что происходит в местах очень удаленных, и в этих местах оказывать свое действие.

Декарт усматривал причину тяжести в давлении на тела небесного флюида. Вращаясь вместе с Землей, которую он окружает, флюид испытывает центробежную силу. Однако удаление одних тел от Земли возможно в том случае, если другие тела равного объема будут к ней приближаться.

В письме Мерсенну в октябре 1639 г. он описывал, каким образом тонкая материя, вращающаяся вокруг Земли, гонит тяжелые тела к центру, и предлагал следующий опыт: «Наполните какой-нибудь круглый сосуд маленькими кусочками свинца, смешав вместе со свинцом несколько кусков дерева или другого вещества более легкого, чем свинец, и заставьте сосуд этот быстро вращаться около центра. Увидите, что кусочки свинца прогонят куски дерева или камня к центру сосуда, хотя бы они были бы больше по объему, чем маленькие кусочки свинца, изображающие собой тонкую материю...» [8, стр. 500]. Теория тяжести Декарта была опровергнута Христианом Гюйгенсом.

«Декарт,— отмечал Гюйгенс,— лучше своих предшественников осознал, что мы только то можем хорошо понимать в физике, что можем привести к началам, не переходящим за пределы нашего разума,— каковы начала, зависящие от тел, рассматриваемых без качеств, и от их движения. Но так как главная трудность в том, чтобы показать, каким образом столько разнообразных вещей происходят от этих только начал, то это ему не очень удалось во многих частных случаях, между прочим и в случае тяжести» [9].

В 1659 г. Гюйгенс с помощью тщательного анализа движения с точки зрения наблюдателя, участвующего во вращении, показал, что для такого наблюдателя отклонение от инерциального движения в течение короткого промежутка времени может быть аппроксимировано движением, направленным к центру. Тем самым был завершён ход рассуждений Галилея. Гюйгенс исходил из представлений о механической картине мира: в природе все тела состоят из одинаковой материи, без всякого различия качества.

«Чтобы найти понятную причину тяжести,— говорил Гюйгенс,— надлежит усмотреть, как может быть,— предполагая, что все тела природы состоят из той же материи, и не принимая в них никакой склонности сближаться между собой, а только различие в величине, фигурах, движениях,— как, говорю я, может быть, что многие из этих тел тем не менее стремятся прямо к одному центру и группируются вокруг него, что главным образом и составляет явление, которое мы называем тяжестью» [8, стр. 680]. Согласно Гюйгенсу, поскольку тяжесть—это стремление к движению, то она, по всей вероятности, и должна производиться движением. Гюйгенс описал свой опыт, принципиально отличный от опыта Декарта. Он пользовался цилиндрическим сосудом 8—10 дюймов в диаметре с ровным дном, высотой около половины или трети диаметра. Наполнив сосуд водой, он набросал туда кусочки сургуча, покрыл сосуд стеклом, прилегающим непосредственно к воде, и прикрепил стекло к сосуду мастикой. Затем поместил сосуд в центре круглого стола

и привел стол во вращение. Кусочки сургуча, лежавшие на дне и легче следовавшие за движением сосуда, чем вода, собрались по краям. Через некоторое время, когда вода все более вовлекалась в круговое движение, он внезапно стол остановил. Сургуч сбегался к центру, что Гюйгенсу представилось подобием проявления «силы тяжести»; он объяснял это тем, что вода, несмотря на остановку сосуда, продолжала вращение и сохранила стремление удалиться от центра, в то время как сургуч потерял или почти потерял движение, и в жидкости, вращающейся во круг центра, возникло центростремительное давление на то тело, которое в этом движении не участвовало. Для объяснения тяжести Гюйгенс предположил, что в сферическом пространстве, которое обнимает Землю, находится жидкая материя. «Так как материя эта не может выйти из своего пространства, окруженного другими телами, то я утверждаю,— писал Гюйгенс,— что движение ее должно частью сделаться круговым около центра, но не так, однако, чтобы она вся вращалась в одном направлении, но так, чтобы большая часть ее различных движений происходила на сферических поверхностях вокруг центра сказанного пространства, становящегося через то самое центром Земли» [8, стр. 681—682].

Конструктивная часть гюйгенсовской теории тяготения во многом уступает ее критической части.

Гюйгенс представлял себе, что сферическая фигура Солнца могла образоваться таким же путем, каким образовалась сферическая фигура Земли. Однако он при этом не простирал действия тяжести на такие расстояния, как от Солнца к планетам и от Земли к Луне. Гюйгенс указывал, что этот важный шаг он не проделал потому, что его ум пленили вихри Декарта. Издатели шестнадцатого тома собрания сочинений Гюйгенса приводят замечание Гюйгенса на одной рукописи. Гюйгенс удивлялся, что Ньютон потратил столь много труда для доказательства многих теорем и даже целой теории о движении небесных тел, исходя из «маловероятной и смелой гипотезы» о притяжении частиц силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния. Это замечание не противоречит тому, что Гюйгенс отметил великие заслуги Ньютона в установлении закона всемирного тяготения. «Видя теперь,— пишет Гюйгенс,— благодаря доказательствам г. Ньютона, что если принять такое тяготение к Солнцу уменьшающимся по сказанному закону, то оно окажется так уравновешивающим центробежные силы планет, что произведет эллиптическое движение, угаданное Кеплером и оправданное наблюдениями, не могу сомневаться, что гипотезы, допущенные относительно тяжести, и основанная на них система г. Ньютона верны. Это тем более вероятно, что в них находим разрешение трудностей, представлявшихся в системе вихрей Декарта» [8, стр. 683].

Одновременно необходимо отметить и влияние Гюйгенса на Ньютона. В конце мемуара «Маятниковые часы» Гюйгенс поместил без доказательств тринадцать теорем о центробежной силе. Эти теоремы стали известны Ньютону. Однако вопрос о решающем значении их в развитии учения о тяготении остается спорным.

В поучении к IV предложению Ньютон писал: «Случай, указанный в следствии 6, имеет место для небесных тел (как то независимо друг от друга отметили Рен, Гук и Галилей)... При помощи предыдущих предложений может также быть выведено отношение центростремительной силы к какой-либо известной силе, например, к силе тяжести. Ибо если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная. Ее можно определить, на основании следствия 9, по падению тел и по времени оборота и величине дуги, описываемой в заданное время.

Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении: «*De Horologio oscillatorio*» и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел» [10].

К открытию закона тяготения Ньютона привела проблема понимания строения Вселенной, но история этого открытия не получила еще своего разрешения. «Обстоятельства открытия закона тяготения,— пишет Л. Розенфельд,— опять-таки связаны с некоторыми загадками, которые уже давно привлекали внимание историков: после того, как Ньютон впервые пришел к идее тождественности силы тяжести на Земле с силой, которая управляет движениями планет, почему Ньютон не сразу пришел к решению вопроса?

Почему прошло 20 лет, прежде чем он провозгласил закон всемирного тяготения?» [9].

Итальянский ученый Джованни Альфонсо Борелли (1608—1679), ученик Галилея, высказал предположение, что круговое движение небесных тел должно объясняться не только притягательной силой центрального светила, но и центробежной силой, происходящей от инерции этих тел. «Предположим,— писал Д. Борелли,— что планета стремится к Солнцу и в то же время своим круговым движением удаляется от этого центрального тела, лежащего в середине круга. Если обе противоположные силы равны между собой, то они должны уравновеситься; планета не будет в состоянии ни приблизиться к Солнцу, ни отойти от него дальше известных пределов, и в таком равновесии будет продолжать свое обращение около Солнца» [11].

Своим предположением Борелли устранил необходимость в особой вращательной силе, увлекающей спутники вслед за центральным светилом. Предположения Борелли сыграли существенную роль в дальнейшем развитии теории тяготения. В письме Галлею от 20 июня 1686 г. Ньютон писал о заслу-

гах Борелли. Ньютон упоминает также работу Буллиальда («Astronomia philolaica», 1645), в которой указывается на притягательную силу Солнца, уменьшающуюся в прямом отношении к расстоянию.

Ньютон отмечает, что мысль об уменьшении тяжести пропорционально квадрату расстояния возникла у него примерно к 1666 г. Первым необходимым шагом для количественного решения задачи о движении небесных тел вокруг Солнца было вычисление центростремительного ускорения на почти круговой орбите $[A = \omega = \omega^2 R = (\frac{2\pi}{T})^2 R]$, а вторым шагом было принятие для притяжения закона обратных квадратов

$$a : A = R^2 : r^2,$$

где R — радиус орбиты планеты (Луны); r — радиус Земли; A — центростремительное ускорение орбитального движения Луны. Для численного подсчета ускорения a Ньютону требовалось знание радиуса Земли.

В первую очередь необходимо обратиться к количественным расчетам, проведенным Ньютоном.

Приводя расчеты Ньютона, Паннекук писал: «Для длины дуги в 1° он принял значение 60 *миль* (такие данные он нашел в мореходном учебнике — единственном источнике, который был в его распоряжении).

Английская морская миля всегда принималась равной $1'$ дуги на земной поверхности. Считая, что эта «обычная» миля составляет 5280 футов, т. е. равна 4954 парижским футам, он получил ускорение Луны равным 0,0073 *фут/сек²*, откуда ускорение силы тяжести на земной поверхности, находящейся в 60 раз ближе к центру Земли, чем Луна, должно быть в 3600 раз больше, т. е. составить 26,3 *фут/сек²*. Однако еще со времени Галилея было известно, что эта величина составляет 30 *фут/сек²*. Следовательно, это была действительно величина одного и того же порядка, но разность составляла все же $\frac{1}{8}$ полного значения. Как известно, разочарованный этим Ньютон временно оставил эту блестящую мысль и обратился в следующие годы к математическому изучению разработанной им теории флюксий и оптическим исследованиям по теории цветов» [5, стр. 285].

Паннекук отмечает при этом, что Ньютон мог получить более правильное значение, ибо результат Снеллиуса, установившего, что длина дуги земного меридиана в 1° равна 69 английским милям, можно было обнаружить в английских книгах. Причина, указанная Паннекуком, лишь одна из многих причин, в силу которых Ньютон воздержался от провозглашения открытого им закона тяготения. В последнее время Л. Розенфельд

предпринял попытку проследить историю вопроса более детально, опираясь на не известные ранее материалы.

В 1659 году Гюйгенс открыл закон центробежного ускорения.

В 1673 г. этот закон был опубликован в приложении к «Маятниковым часам». Экземпляр книги был получен Ньютоном в том же году. В своем ответном письме Ньютон намекнул на то, что он давно уже знает все относящееся к центробежной силе. Анализируя имеющиеся материалы, и, в частности, расшифрованный Херивелем отрывок бумаги, где Ньютон делал числовые расчеты, Л. Розенфельд пишет: «Мы видим здесь, как Ньютон применяет свое недавно приобретенное знание закона центробежных сил для того, чтобы вычислить эту силу на поверхности Земли и сравнить ее с силой тяжести. Этот драгоценный документ дает окончательный ответ на вопрос, какое значение для радиуса Земли Ньютон принимал в его знаменитом «Размышлении под яблоней». В только что упомянутых вычислениях Ньютон достаточно естественным образом заимствует необходимые ему значения из той книги, которую он изучал, а именно оно указано равным 3500 итальянским лирам» [9]. Л. Розенфельд утверждает, что Ньютон в то время не обратил внимания на недостаточную точность значения радиуса Земли, приведенную Галилеем. Розенфельд пришел к выводу, что на протяжении двадцати лет, предшествовавших окончательной формулировке закона тяготения, Ньютон многократно обращался к этой проблеме. В середине 1687 г. была закончена работа над «Началами». Для Ньютона закон обратных квадратов стал несомненным лишь после того, как им была доказана теорема о притяжении сферических оболочек (1685), поэтому до этого времени уточнение значения радиуса Земли было для него не столь существенным.

«Он не ожидал, — пишет Розенфельд, — что ошибка в том значении, которое он выбрал, столь велика, и был склонен к тому, чтобы рассматривать расхождение в данном случае, как связанное с действительным физическим эффектом. Только после того как Ньютон открыл теорему о притяжении сфер, он заподозрил, что указанное расхождение является существенным, и проверил что оно действительно, если принять для радиуса Земли значение Пикара. Однако в это время он уже начал писать «Начала» и поэтому исправление ошибки уже не оказало влияние на его решение опубликовать результаты своих исследований» [9].

Эванс полагает, что Ньютон пытался объяснить тяготение, опираясь на концепцию о действии на расстоянии и на гипотезу об эфире. Он полагает, что именно увлечение гипотезой об эфире задержало на двадцать лет опубликование закона всемирного тяготения [12]. Хотя возможно, что закон обратных квадратов был известен и Гуку, но нет сомнения, что Ньютон — творец

классической теории тяготения. Им завершено новое направление в учении о тяготении, связанное с именами Коперника, Кеплера, Галилея, Гюйгенса, Роберваля и многих других.

Гук изложил свои идеи о движении планет в мемуаре «An attempt to prove the motion of the Earth» (1674). Объяснение системы Вселенной Гук дает исходя из трех основных законов. «1) Все тела обладают тяжестью не только по отношению к собственному центру, но и относительно друг друга в пределах круга их действия. 2) Все тела, имеющие простое прямолинейное движение, продолжают двигаться по прямой линии, если только какая-нибудь сила их постоянно не отклоняет от этого направления, заставляя описывать круг, эллипс или другую сложную кривую. 3) Притяжение тем сильнее, чем ближе находится притягиваемое тело» [13]. Хотя Гук прибавил, что им не исследован подробнее закон, по которому происходит притяжение, тем не менее, в дальнейшем он затеял спор о приоритете в открытии закона притяжения [14].

Галлей (1656—1742) сделал вывод из третьего закона Кеплера, что притяжение Солнца должно убывать пропорционально квадрату расстояния [15]. Он стремился определить пути планет, но не смог преодолеть возникшие математические трудности. В 1683 г. он в присутствии Врена спросил у Гука его мнение по этому вопросу. Хотя Гук стал утверждать, что задача им решена, однако ни устного, ни письменного решения ее не представил.

В 1684 г. Галлей при посещении Ньютона в Кембридже, убедился, что задача Ньютоном решена полностью.

Ньютоновская теория всемирного тяготения постепенно вытеснила вихревую теорию. В основных учебниках физики, наиболее распространенных в Англии, еще придерживались учения Декарта, но с дополнениями, в которых излагалась теория Ньютона. Однако в университетах в начале XVIII в. господствовало учение Ньютона. Проникновение теории Ньютона за пределы Англии началось еще при его жизни, но особенно усилилось в 40-х и 50-х годах XVIII в. В своих «Письмах из Лондона об английском» Вольтер отмечал, что француз, который попадает в Лондон, обнаруживает сильные изменения в философии.

«...В Париже вы видели вселенную, наполненную круговыми вихрями из тончайшей материи, в Лондоне вы ничего этого не видите. У нас давление Луны вызывает приливы на море, у англичан море притягивается к Луне... Кроме того, вы можете заметить, что Солнце, которое в это дело не вмешивается, здесь вносит в него свою четвертую часть. У наших картезианцев все происходит благодаря давлению, которое, правда, само непонятно. У месье Ньютона все происходит благодаря притяжению, причина которого известна ничуть не лучше» [5, стр. 322—323].

В 1733 г. в сочинении «Элементы философии Ньютона» Вольтер излагает теорию тяготения Ньютона.

В дальнейшем преимущественное развитие получили проблемы, связанные с применением ньютоновской теории тяготения к астрономии и геодезии. Декартова теория тяготения не могла быть применена в этих случаях, требовавших точных количественных расчетов.

В 1743 г. Клеро (1713—1765) опубликовал книгу «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики», в которой содержатся теоремы, устанавливающие связь между распределением силы тяжести на поверхности Земли и некоторыми параметрами, характеризующими ее форму и угловую скорость ее вращения [16]. Ж. Л. Даламбер (1717—1783) обосновал теорию возмущения и дал строгое объяснение теории предварения равноденствия и нутации.

Развитие теоретической астрономии шло по пути, намеченному Ньютоном и полностью опиралось на его теорию тяготения, но поскольку сама природа тяготения оставалась загадочной, продолжали свое существование скрытые надежды, что проблема тяготения будет когда-либо разрешена в картезианском духе. Во второй половине XVIII в. стало более очевидным, что отсутствие конструктивных элементов в декартовой теории тяготения не позволяет с ее помощью получать какие-либо существенные результаты, в то время как конструктивные элементы феноменологической теории Ньютона позволяют решать все более сложные задачи.

В 1745—1746 гг. Л. Эйлер (1707—1783) вычислил возмущения Луны и предложил соответствующие лунные таблицы. Клеро и Даламбер опубликовали независимо друг от друга лунные таблицы, которые как и эйлеровские, не давали точного движения Луны. Эйлер при этом даже обратился к некоторым элементам декартовой теории (сопротивления среды — эфира), но в дальнейшем недостатки лунных таблиц были исправлены на основе ньютоновской теории. Ньютоновская теория тяготения стала фундаментом теоретической астрономии. Характерно, что при всем этом Эйлер многократно высказывался против концепции дальнего действия. «Если бы мы увидели, что повозка следует за лошадьми, хотя они не впряжены в нее и хотя не видно ни веревки, ни чего-либо другого, что могло бы поддерживать связь между повозкой и лошадьми, то мы не стали бы говорить, что повозку тянут лошади. Вернее всего мы были бы склонны полагать, что повозка увлекается некоей силой, хотя ее не видно, если только это не проделки какой-то чародейки... Однако господа англичане... утверждают, что таково свойство, присущее всем телам, притягиваться между собою, что это свойство столь же естественно для них, как и протяженность...» [17]. Эйлер стремился к механистическому объяснению сил тяготения.

В другом месте он писал: «Утверждают, что тела влекутся к Земле не в силу какого-либо свойственного им инстинкта, а притягиваются к ней силой притяжения самой Земли... Представляют себе дело таким образом, как если бы Земля испускала по всем направлениям силы, которые охватывают окружающие тела и направляют их к Земле; при этом... предполагают, что упомянутое испускание происходит не при посредстве какой-либо промежуточной среды, но что оно совершенно так же имело бы место, если бы в промежутке между Землей и телами была полностью удалена какая бы то ни было материя...» [18]. Эйлер считает более правдоподобным, что сила тягести происходит в результате действия «тонкой материи». Эйлер полагает, что там, где движется поток эфирной материи, давление эфира понижается и что упругость эфира убывает обратно пропорционально расстоянию от центра Земли. Уменьшение упругости должно приводить к гидростатическому давлению. Это давление прижимает погруженные в эфир тела по направлению к центру Земли.

В 1777 г. Жозеф Луи Лагранж (1736—1813) ввел понятие потенциала, градиент которого дает силу тяготения. Лаплас (1749—1827) развил методы небесной механики. Он доказал, что закон всемирного тяготения полностью объяснит движение планет, если тщательно представить их взаимные возмущения математическими рядами. В его пятитомном труде «Traité de mécanique céleste» движения в солнечной системе рассматриваются как механические задачи, базирующиеся на законе всемирного тяготения. В 1782 г. он вывел для потенциала дифференциальное уравнение в частных производных $\Delta\varphi=0$. Пуассон (1781—1840) видоизменил уравнение Лапласа, придав ему вид $\Delta\varphi=4\pi\rho$. Дифференциальное уравнение Лапласа — Пуассона есть обобщенное выражение ньютоновского закона тяготения.

Стремление объяснить тяготение близкодействующими силами временами возобновлялось. Лесаж [19] выдвинул гипотезу о мельчайших твердых частицах, движущихся с огромными скоростями по всевозможным направлениям. Он полагал, что видимое притяжение материи можно объяснить ударами частиц. Эти частицы столь малы, что весьма редко сталкиваются между собой. Столкновения же частиц с телами происходят весьма часто. Тело, изолированное от множества других тел, испытывает толчки по всем направлениям в одинаковой мере, не получая преобладающего импульса в одну из сторон. При наличии двух тел часть потока заслоняется каждым из них. В результате появляется некоторая равнодействующая сила, толкающая одно тело к другому. Дополнительные, специально приспособленные предположения позволяют Лесажу получить закон тяготения Ньютона. Лесаж стремился согласовать атомистику древних с воззрениями Ньютона, не привлекая понятие силы, чуждое атомистам. Он пытался доказать, что древняя атомистика, правиль-

но интерпретируемая, может привести к ньютоновской физике. Физика мало обращала внимания на сущность его теорий. В конце XIX в. Прево, Лерэ [20], Шрамм [21], Изенкраге [22] и др. пытались без особых успехов развивать и модифицировать гипотезу Лесажа. Вопрос о мгновенном действии гравитации многократно обсуждался во второй половине XIX в. [23].

Известное влияние на трактовку закона тяготения оказали модификации электродинамических законов.

Цельнер полагал, что закон Вебера для потенциала

$$P = \frac{Cm_1m_2}{r} \left[1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$$

является основным законом для всякого дальнего действия. Были проведены расчеты планетных движений, исходя из рассматриваемой формулы [24]. Тиссеран рассмотрел возможность использования закона электродинамического взаимодействия Гаусса для случая сил взаимного притяжения масс

$$K = \frac{Cm_1m_2}{r^2} \left\{ 1 + \frac{2}{c^2} \left[\left(\frac{d(x_1 - x_2)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d(y_1 - y_2)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{d(z_1 - z_2)}{dt} \right)^2 \right] - \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right\}$$

и получил для перигелия Меркурия дополнительно $28''$ [25]. Леви из закона Римана для потенциала

$$P = \frac{Cm_1m_2}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}$$

(x, y, z — координаты m_1 , по отношению к m_2) получил удвоенное значение по сравнению с полученным из закона Вебера. Леви предложил комбинацию римановского и веберовского законов

$$P = P_{\text{Вебера}} + \alpha (P_{\text{Римана}} - P_{\text{Вебера}}) = \frac{Cm_1m_2}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[(1-\alpha) \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \alpha \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right) \right] \right\}.$$

Г. А. Лоренц, как и многие другие, стремился видоизменить закон Ньютона. Многие шли по пути Лапласа, который закону Ньютона придал форму:

$$K = \frac{Cm_1m_2}{r^2} e^{-ar}.$$

Например, К. Нейман придал потенциалу вид:

$$P = Cm_1m_2 \left(\frac{Ae^{-ar}}{r} + \frac{Be^{-\beta r}}{r} \right),$$

но эти законы приводили к многочисленным трудностям при вычислении перигелия Меркурия.

2. ОТ СПЕЦИАЛЬНОЙ К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

В сентябре 1905 г. в статье «Зависит ли инерция тела от содержащейся в нем энергии» Эйнштейн, опираясь на свою работу «К электродинамике движущихся тел», нашел, что если тело отдает энергию E в виде излучения, то его масса уменьшается на величину $E : c^2$. Поскольку, при этом, несущественно, что энергия E , отданная телом, прямо перешла в лучистую энергию излучения, Эйнштейн приходит к более общему выводу, что масса тела служит мерой содержащейся в нем энергии. Если энергия изменяется на величину E , то масса меняется на величину $E : c^2$. Эйнштейн не исключает возможность того, что найденное им соотношение $E = mc^2$ удастся проверить для веществ, энергия которых меняется в значительной мере, например, для солей радия. Эту работу, в которой впервые сформулирована связь между энергией и массой, Эйнштейн заканчивает словами: «Если теория соответствует фактам, то излучение переносит инерцию между излучающими и поглощающими телами» [26, стр. 38]. В мае 1906 г. в статье «Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии» Эйнштейн вновь обращается к вопросу о связи массы и энергии. Если в предыдущей работе было показано, что электромагнитные уравнения Максвелла вместе с принципом относительности и законом сохранения энергии приводят к выводу, что изменение энергии на величину ΔE влечет за собой изменение массы на величину $\Delta E : c^2$, то в этой работе доказано, «что это утверждение является необходимым и достаточным условием того, чтобы выполнялся, по крайней мере в первом приближении, закон сохранения движения центра тяжести системы, в которой, кроме механических, происходят также и электромагнитные процессы» [26, стр. 39].

Эйнштейн показал, что необходимо либо отказаться от основного положения механики, согласно которому покоящееся тело, не подверженное действию внешних сил, не приходит в состояние поступательного движения, либо принять указанную зависимость между массой и энергией.

В 1907 г. Эйнштейн отметил два существенных момента в понимании принципа и теории относительности:

а) Принцип относительности вместе с принципом постоянства скорости света следует понимать не как систему, а как некоторый эвристический принцип. Этот принцип содержит высказывания о твердых телах, часах и световых сигналах. Теория относительности требует существования связей между явлениями, казавшимися независимыми. В силу этого требования она приводит к определенным следствиям, например, к теории движения электрона.

б) Теория относительности привела указанным путем к пониманию кинематики прямолинейного движения и к выражению для кинетической энергии поступательно движущегося тела, не взаимодействующего с другими телами. В то время кинематика и динамика абсолютно твердого тела еще не получили релятивистской интерпретации.

В том же году в работе «Об инерции энергии, требуемой принципом относительности», Эйнштейн вновь обратился к вопросу об инерции энергии. Он рассматривает вопрос о кинетической энергии твердого тела, равномерно движущегося под действием внешних сил, вопрос об инерции электрически заряженного твердого тела и об энергии системы, состоящей из некоторого числа свободно движущихся материальных точек. То обстоятельство, что к предположению о зависимости инерции от энергии Эйнштейн пришел впервые из рассмотрения частного случая излучения, побудило его доказать найденную им зависимость более общим путем. В работе 1907 года «Об инерции энергии, требуемой принципом относительности», Эйнштейн писал: «Ответить на поставленный вопрос в общем виде пока невозможно, так как у нас еще нет полной картины мира, соответствующей принципу относительности. Мы скорее должны ограничиться теми частными случаями, которые можно в настоящее время без произвола рассматривать в рамках релятивистской электродинамики» [26, стр. 53]. Эйнштейн доказал в указанной работе: а) что электрически заряженное тело обладает инертной массой, которая больше массы незаряженного тела на величину электростатической энергии, деленную на квадрат скорости света; б) что система движущихся материальных точек, рассматриваемая как целое, обладает тем большей инертностью, чем быстрее движутся материальные точки друг относительно друга. В том же 1907 г. Эйнштейн написал большую работу «О принципе относительности и его следствиях». Эта работа подразделена на пять частей. В двух первых частях работы рассмотрены кинематические основы специальной теории относительности и их применение к основным уравнениям Максвелла. В третьей части развита динамика материальной точки (электрона). В четвертой части анализируются вопросы энергии и количества движения физических систем (зависимость массы от энергии, энергия и количество движения движущейся системы), а также зависимость энтропии и температуры от состояния движения.

В пятой части этой работы впервые поставлен вопрос о применимости принципа относительности, как требования независимости законов природы от состояния движения системы отсчета, для систем, движущихся с ускорением друг относительно друга. Рассматриваются две системы отсчета. Первая система отсчета S_1 движется с постоянным ускорением в направлении своей

оси x . Вторая система отсчета S_2 покоится, но находится в однородном гравитационном поле, сообщаемом всем телам ускорение γ в направлении оси x . В гравитационном поле все тела ускоряются одинаково, и можно предположить, что физические законы относительно первой системы не отличаются от законов, отнесенных ко второй системе. Предполагая полную равноценность гравитационного поля и соответствующим образом подобранной ускоренной системы отсчета, Эйнштейн сделал решительный шаг к дальнейшему развитию теории относительности. Выдвинутое им предположение имело двоякую значимость: а) эвристическая значимость этого предположения заключалась в том, что можно было заменить однородное поле тяготения равномерно ускоренной системой отсчета, более доступной теоретическому исследованию; б) теоретическая значимость заключалась в том, что был сделан существенный шаг к утверждению принципа эквивалентности, как универсального физического закона.

Для анализа пространственных и временных особенностей в равномерно ускоренной системе и в поле тяготения Эйнштейн обращается к сложному мысленному эксперименту. Система отсчета S_1 движется равномерно ускоренно в направлении оси x неускоренной системы отсчета S . Начало координат системы S_1 движется вдоль оси x , а оси S_1 параллельны осям S . Часы и масштаб в системе отсчета S_1 в покое идентичны часам и масштабу в системе S . Для любого момента времени можно подобрать неускоренную систему отсчета S^1 , координатные оси которой в момент времени t^1 системы S^1 совпадают с координатными осями системы S_1 . Пусть событие, происшедшее в момент t^1 , имеет в S_1 координаты ξ , η , ζ . Поскольку не учитывается влияние ускорения на размеры тела, применяемого для измерения координат в S_1 , то координаты точечного события будут

$$x' = \xi, \quad y' = \eta, \quad z' = \zeta.$$

Представим себе, что часы в системе S_1 в момент времени t^1 в S^1 показывают такое же время t^1 , и определим показания часов в последующий промежуток времени τ .

Учитывая, что специфическое влияние ускорения γ на ход часов S_1 во внимание не принимается, поскольку оно порядка γ^2 , что влиянием на ход часов скорости, приобретенной за время τ , можно также пренебречь и что путь, пройденный часами относительно S^1 за время τ , по порядку величины равен τ^2 и пренебрежительно мал, можно полагать, что показания часов в S_1 за элемент времени τ полностью совпадает с показаниями часов в S^1 . Эти трудно воспринимаемые допущения позволяют применить принцип постоянства скорости света при определении понятия одновременности. Полагают, что часы в S_1 поставлены

вышеуказанным образом в момент $t=0$ в S , когда S_1 мгновенно покоится относительно S . «Совокупность показаний поставленных таким образом часов мы будем называть «местным временем» σ системы отсчета $\Sigma(S_1)$. Физический смысл местного времени, как это непосредственно видно, заключается в следующем. Если для измерения времени процессов, происходящих в отдельных элементах пространства $\Sigma(S_1)$, применять местное время σ то законы, которым подчиняются эти процессы, не могут зависеть от положения рассматриваемого элемента объема, т. е. от его координат, при условии, что в разных элементах объема применяются не только одинаковые часы, но и одинаковые масштабы» [26, стр. 107]. «Местное время» нельзя отождествить с временем τ_1 системы S_1 . Два точечных события, имеющие место в разных точках x_1 и x_2 системы S_1 , когда равны их местные времена, неодновременны. Двое часов неинерциальной системы, в момент $t=0$ синхронных относительно покоящейся системы S , всегда остаются синхронными по отношению к ней. Эти часы не синхронны относительно системы отсчета S^1 , покоящейся мгновенно относительно S_1 и движущейся относительно S . По определению они не синхронны относительно неинерциальной системы отсчета S_1 . Понятия «местного времени» и «времени системы» послужили прообразами «собственного» и «координатного» времени. Значительно проще вывод математических соотношений между «временем системы» τ_1 и «местным временем» σ . Из формулы преобразования $t^1 = \beta(t - \frac{v}{c^2}x)$ имеем, что два события одновременны относительно S^1 , если

$$t_1 - \frac{v}{c^2}x_1 = t_2 - \frac{v}{c^2}x_2.$$

Индексы указывают на принадлежность к тому или иному точечному событию. События, одновременные относительно S^1 , одновременны и относительно S_1 . Рассматривают такие короткие промежутки времени, чтобы можно было отбросить члены, содержащие τ^2 или v^2 :

$$x_2 - x_1 = x_2^1 - x_1^1 = \xi_2 - \xi_1;$$

$$t_1 = \sigma_1, \quad t_2 = \sigma_2, \quad v = \gamma t = \gamma \tau_1$$

и, следовательно,

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \frac{\gamma \tau_1}{c^2} (\xi_2 - \xi_1).$$

В начале координат $\sigma_1 = \tau_1$ и $\xi_1 \approx 0$,

$$\sigma_2 = \left(\frac{\gamma \xi}{c^2} + 1 \right) \tau_1.$$

Для однородного гравитационного поля имеем:

$$\sigma = \tau_1 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right),$$

$\Phi = \gamma \zeta$ — потенциал силы тяжести.

Отказ от понятия абсолютной одновременности привел к весьма далеко идущим последствиям. Стало невозможно ввести непосредственно действие на расстоянии. Возникла необходимость в создании полевой теории тяготения. Поиски полевой теории тяготения в рамках специальной теории относительности были начаты Пуанкаре, но не продолжены им. Для Эйнштейна отказ от абсолютной одновременности — один из отправных пунктов при создании им общей теории относительности.

В этой же работе было рассмотрено влияние гравитационного поля на электромагнитные процессы, определено влияние гравитационного поля на частоту излучаемого света, показано, что теорема о соответствии энергии E массе величины $E : c^2$ выполняется не только для инертной, но и для тяготеющей массы. Рассмотренные работы должны быть отнесены к началу первого подготовительного этапа в создании общей теории относительности.

В 1908 г. Эйнштейн совместно с И. Лаубом публикует работу «Об основных электродинамических уравнениях движущегося тела» (в 1908 г. — замечания к указанной работе), в том же году совместно с И. Лаубом работу «О пондермоторных силах, действующих в электромагнитном поле на покоящиеся тела», а в 1909 г. «Замечание к работе Мириманова «Об основных уравнениях...» В 1910 г. — статью «Принцип относительности и его следствия в современной физике». В этих работах Эйнштейн не затрагивает вопросов, относящихся к расширению теории. Лишь в 1911 г. в работе «О влиянии силы тяжести на распространение света» Эйнштейн опять возвращается к затронутым им в 1907 г. проблемам.

Эйнштейн полагает теперь, что скорость света зависит от гравитационного поля. Скорость света c в некотором месте с гравитационным потенциалом Φ определяется формулой.

$$c = c_0 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right),$$

c_0 — скорость света в начале координат.

Излучение, испускаемое в равномерно ускоренной системе отсчета из S_2 в S_1 , имело относительно часов, находящихся в S_2 , частоту ν_2 . По прибытии излучения в S_1 оно обладает относительно находящихся там таких же часов частотой ν_1 :

$$\nu_1 = \nu_2 \left(1 + \frac{\gamma h}{c^2} \right),$$

h — расстояние между S_1 и S_2 , γ — ускорение.

Величину γh заменим через потенциал Φ , взятый в S_2 по отношению к S_1 , потенциал которой принят за нуль:

$$v_1 = v_2 \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right).$$

Спектральные линии солнечного света должны в силу указанного сместиться в сторону красного конца спектра по сравнению с соответствующими спектральными линиями земных источников света.

Значение работы Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел» (1905) для физики в целом было к этому времени правильно понято и оценено рядом выдающихся физиков; М. Планк, Г. А. Лоренц, Анри Пуанкаре, А. Зоммерфельд, М. Лауэ, А. Эддингтон, М. Борн, Лармор, П. Дебай, П. Ланжевэн, Т. Леви-Чивита и многие другие, став на почву теории относительности, активно разрабатывали отдельные ее проблемы. Разработке отдельных проблем специальной теории относительности и поискам путей ее расширения посвящены работы Эйнштейна 1906—1910 гг.

В 1911 г. Эйнштейн впервые выступает на заседании Общества естествоиспытателей в Цюрихе с докладом, посвященным теории относительности. В предельно доступной форме Эйнштейн объясняет сущность принципа относительности, выясняет роль принципа относительности в классической механике. Классическая механика основана на принципе Галилея о прямолинейном и равномерном движении тела, не подвергнутого действию других тел. Выполнение принципа Галилея в одной из инерциальных систем влечет за собой его выполнение в другой инерциальной системе. В классической механике можно убедиться в этом двумя путями: а) непосредственно на опыте; б) на основании уравнений механики Ньютона, преобразуя их к системе отсчета, равномерно движущейся относительно первоначальной системы. В XVIII и первой половине XIX в. не возникало сомнений в применимости принципа относительности как к механическим, так и любым физическим процессам. Причина глубокой убежденности во всеобщей значимости принципа коренилась в механистическом миропонимании, в представлении о сводимости всех законов природы к механическим законам.

Развитие классической электродинамики и оптики привело к неустранимым противоречиям классической физики и принципа относительности Галилея. Одновременно была пробита значительная брешь в механистическом мировоззрении в целом. В совокупности это привело к необходимости коренного пересмотра фундаментального понятия физики — относительности. Изучение электромагнитных явлений в движущихся средах повлекло за собой необходимость в переосмыслении

господствовавших представлений об эфире. Возникла проблема о поведении эфира в тех случаях, когда тела рассматриваемой физической системы имеют разные скорости. Необходимо было дать однозначный ответ на вопрос, увлекается ли световой эфир движущимися телами или вовсе не участвует в движении вещества. Теория покоящегося светового эфира Лоренца оказалась единственной теорией, согласующейся со всей совокупностью известных к тому времени опытных данных, но несовместимой с принципом относительности. В этой теории из всех движущихся неускоренно систем выделены те системы, которые находятся в покое относительно эфира. В соответствии с теорией Лоренца необходимо было предположить существование явлений, в которых проявилось бы влияние движения Земли. Однако ничего подобного не обнаруживалось ни в одном опыте. Несовместимость принципа относительности и теории Лоренца привела к созданию кардинально новой теории — теории относительности. Эта теория отбросила произвол, содержащийся в классической кинематике, утверждающей, что время имеет абсолютный смысл, независимый от состояния движения системы отсчета, и что геометрические размеры тел независимы от состояния движения системы отсчета, относительно которой они определяются. Принцип относительности и принцип постоянства скорости света привели к новому, совместимому с опытом, решению проблемы преобразования координат и времени. Теперь теория оказалась совместимой с экспериментом. Специальная теория относительности оказалась единственной теорией, не противоречащей и совместимой с огромным числом механических, электродинамических и оптических опытов. Отныне (не считая небольшое замечание к статье Варичака в 1911 г.) интересы Эйнштейна на протяжении пяти лет, до завершения им общей теории относительности, сосредоточены на обобщении теории относительности и теории тяготения.

В 1912 г. в работе «Скорость света и статическое гравитационное поле» Эйнштейн подчеркивает, что следствия из гипотезы о физической эквивалентности ускоренной системы координат полю тяготения не противоречат теории относительности равномерного движения. Однако справедливость закона постоянства скорости света оказывается ограниченной областями постоянного гравитационного потенциала. Этот результат исключает и всеобщую применимость преобразования Лоренца, но уверенность Эйнштейна в эквивалентности поля ускорения и поля тяготения настолько усилилась к этому времени, что, в отличие от Абрагама, он полагает возможным отказаться от постоянства c . «Нам кажется,— пишет Эйнштейн,— что проблеме пространства — времени надо ставить следующим образом. Если ограничиться областью постоянного гравитационного потенциала, то законы природы принимают чрезвычайно

простую и инвариантную форму по отношению к множеству пространственно-временных систем, связанных друг с другом преобразованиями Лоренца с постоянным « c ». Если же не ограничиваться областями, где « c » постоянна, то множество эквивалентных систем, равно как и множество преобразований, оставляющих законы природы неизменными, станет более обширным; однако законы при этом станут более сложными» [26, стр. 201]. В работе «К теории статического гравитационного поля» (1912) исследуется влияние статического гравитационного поля на электромагнитные и тепловые процессы. В том же году Эйнштейн публикует статью «Существует ли гравитационное воздействие, аналогичное электродинамической индукции». В статье «Относительность и гравитация» (1912) Эйнштейн полемизирует с Абрагамом, считавшим, что поле тяжести есть абсолютная система отсчета, что отказ от постоянства скорости света является отказом от теории относительности и что принцип эквивалентности не может служить основой теории. В 1913 г. Эйнштейн совместно с М. Гроссманом публикует работу «Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения». Физическая часть написана Эйнштейном, математическая — М. Гроссманом. В этой работе даны уравнения второго порядка для гравитационного поля, определяющие нековариантно входящие в него величины. Эйнштейн отмечает, что излагаемая теория возникла из убежденности, что пропорциональность инертной и тяжелой масс есть закон природы и он должен найти отражение в самих основах теоретической физики. В работе дана связь гравитационного поля с фундаментальным тензором $g_{\mu\nu}$, приведен тензор кривизны Римана. М. Гроссман отмечает, что можно указать ковариантный тензор второго ранга и второго порядка, полезный для составления дифференциальных уравнений гравитационного поля. Более простой путь, а именно, сохранить лапласов скалярный потенциал и дополнить уравнение Пуассона производной по времени так, чтобы удовлетворить требованиям специальной теории относительности, был оставлен Эйнштейном на первых этапах поисков теории тяготения. Возврата к этому пути Эйнштейн не искал. Нордстрем в то же время строил теорию тяготения, основываясь на представлении о постоянстве скорости света и скалярном характере гравитационного потенциала. Было отмечено, что теория Нордстрема, «допускавшая ясную тензорную формулировку и приводившая к точному равенству тяжелой и инертной массы, была шагом вперед и сыграла роль при построении общей теории относительности. Скалярное уравнение Нордстрема является обобщением уравнения Лапласа — Пуассона» [27]. В том же году Эйнштейн прочитал доклад на годичном собрании Швейцарского общества естествоиспытателей. Название доклада — «Физические основы теории тяготения». Начало доклада посвящено опытам Этвеша. Два совер-

шенно различных по определению понятия — инертное сопротивление тела и постоянная, определяющая воздействие поля тяжести на тело, обозначены словом «масса». Обе массы, инертная и тяжелая, оказываются в точности равными по своей величине. Равенство этих масс доказано опытами Этвеша. На всякое тело, находящееся на поверхности Земли, действуют две различно направленные силы. Одна из них — собственно тяжесть — зависит от тяжелой массы. Другая сила — центробежная — зависит от инертной массы. Результирующая этих двух сил и представляет собой наблюдаемую тяжесть тела. Этвеш установил, что отношение упомянутых двух сил не зависит от природы тела. Опытный факт, установленный Этвешем, формулируют так: «все тела в поле тяжести падают с одинаковым ускорением».

«Тем самым, — пишет Эйнштейн, — подсказывается предложение о том, что в отношении действия на механические и другие физические явления поле тяжести можно заменить ускоренным состоянием тела отсчета (системы координат)» [26, стр. 267]. Эта концепция эквивалентности не есть прямое и необходимое следствие опытов Этвеша. Эйнштейн выдвигает теперь на первый план ее эвристическую ценность.

Поскольку ход многих событий, происходящих в ускоренной системе отсчета, теоретически определим, гипотеза эквивалентности позволяет предсказывать также влияние гравитационного поля на физические процессы. Допустив принцип эквивалентности, можно доказать, что физические процессы в системе протекают тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал области, где находится система. Спектральные линии солнечного света должны испытать сдвиг в сторону красного конца спектра по сравнению с соответствующими линиями земных источников. Экспериментальная проверка следствий, вытекающих из принципа эквивалентности, должна служить основанием для признания принципа эквивалентности, не являющегося необходимым следствием опытов Этвеша. Гипотеза эквивалентности приводит также к следствию об искривлении световых лучей в поле тяготения. Для луча, проходящего мимо краев Солнца, это искривление лежит в пределах экспериментальных возможностей. Эйнштейн не ограничивается тем, что искривление лучей может служить подтверждением гипотезы эквивалентности. Оно служит для него исходным пунктом для более общей концепции пространства-времени. «Искривление световых лучей означает, что скорость света не постоянна, но зависит от места. Поэтому становится необходимым обобщить теорию пространства и времени, известную под названием теории относительности, поскольку последняя основана на постулате о постоянстве скорости света» [26, стр. 268].

В 1913 г., в начале второго подготовительного этапа теории относительности, Эйнштейн развивает ее историческую и логическую схему. От опытов Этвеша — к принципу эквивалентности. Следствие принципа — непостоянство скорости света в гравитационном поле. Нарушение одного из постулатов построенной уже специальной теории относительности требует коренного пересмотра и обобщения наших пространственно-временных представлений. Совпадает ли эта схема с действительным ходом развития общей теории относительности, сказать трудно, поскольку в то время существовало много побуждающих причин к расширению теории.

Эйнштейн указывает, что единственно достаточно всеобъемлющее инвариантное обобщение закона движения получается при представлении «линейного элемента» в виде:

$$ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik} dx_i dx_k,$$

где g_{ik} — функции x_1, x_2, x_3, x_4 .

В специальной теории относительности независимость «физических уравнений» от выбора системы отсчета основывалась на постулировании инварианта

$$ds^2 = \sum_i dx_i^2 = -dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2 dt^2.$$

В новой теории фундаментальным инвариантом служит

$$ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik} dx_i dx_k, \quad g_{ik} = g_{ki}.$$

Поле тяготения характеризуется десятью величинами g_{ik} , заменяющими скалярный потенциал ϕ .

Эйнштейн обращается ко второму кардинальному вопросу теории тяготения — вопросу энергии-импульса гравитационного поля. Законы сохранения импульса и энергии специальной теории относительности содержатся в уравнениях:

$$\sum_{\nu} \frac{\partial T_{\sigma\nu}}{\partial x_{\nu}} = 0, \quad (\nu, \sigma = 1, 2, 3, 4),$$

$T_{\sigma\nu}$ — симметричный тензор.

Интегрируя уравнения по пространственным координатам, получают уравнения сохранения:

$$\frac{d}{dt} \left(\int T_{\sigma\nu} d\tau \right) = 0,$$

$d\tau$ — элемент трехмерного объема.

В общей теории этим уравнениям соответствуют уравнения вида:

$$\sum_{\nu} \frac{\partial \bar{T}_{\sigma\nu}}{\partial x_{\nu}} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\tau} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_{\nu}} \gamma_{\mu\tau} \bar{T}_{\sigma\tau}, \quad (\sigma=1, 2, 3, 4),$$

$$\bar{T}_{\sigma\nu} = \sqrt{-g} \sum_{\mu} g_{\sigma\mu} \theta_{\mu\nu},$$

$g = |g_{ik}|$, $\gamma_{\mu\tau}$ — миноры, деленные на определитель g . $\bar{T}_{\sigma\nu}$ имеют тот же смысл, что и тензор $T_{\sigma\nu}$ в специальной теории относительности, поскольку в них не содержатся компоненты натяжений и энергии гравитационного поля. $\theta_{\mu\nu}$ — симметричный контравариантный тензор второго ранга, характеризующий энергетические свойства в рассматриваемой области. При наличии гравитационного поля $g_{\mu\nu}$ переменны, компоненты тензора энергии одной материи не удовлетворяют законам сохранения и в этом случае из уравнений нельзя непосредственно вывести законы сохранения. Должны существовать четыре уравнения:

$$\sum_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} (\bar{T}_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu}) = 0,$$

$t_{\sigma\nu}$ — компоненты тензора энергии-натяжения гравитационного поля. Эйнштейн полагал в то время, что уравнения, полностью определяющие гравитационное поле, не ковариантны относительно произвольных преобразований. От уравнений гравитационного поля требовалась ковариантность относительно лишь линейных уравнений.

Эйнштейн был убежден, что выдвинутая им теория устраняет гносеологический недостаток, присущий классической механике и специальной теории относительности — абсолютный характер ускорения. В новой теории бессмысленно приписывать телам сопротивление ускорения. Инертное сопротивление есть результат расположения в окрестности тела неускоренных инертных масс. В том же году в работе «К современному состоянию проблемы тяготения» Эйнштейн указывает на постулаты, которые можно принять в теории гравитации: 1) выполнение законов сохранения импульса и энергии, 2) равенство инертной и тяжелой масс замкнутых систем, 3) ковариантность системы уравнений относительно обобщенных преобразований Лоренца (линейных ортогональных преобразований), 4) совокупность связей между наблюдаемыми величинами не меняется с переносом лаборатории из области данного гравитационного поля в область с другим гравитационным потенциалом. В работе дан анализ теорий Абрагама и Нурдстрема.

Интересно высказывание Эйнштейна о четвертом постулате: «...постулат 4, вероятно, нельзя обосновать опытом. Он оправ-

дывается не чем иным, как верой в простоту законов природы, и мы не можем полагаться на то, что он выполняется с таким же правом, как в случае остальных трех упомянутых аксиом» [26, стр. 276].

В 1914 г. в статье «Принципиальные вопросы обобщенной теории относительности и теории гравитации» Эйнштейн polemизирует с Ми, считавшим, что идеи «обобщенной» теории относительности противоречат ранее выдвинутой идее постоянства скорости света. Ми полагал также, что поля тяготения образуют абсолютную систему отсчета. Эйнштейн усматривал серьезный недостаток «специальной» теории относительности в признании некоторых «привилегированных» систем отсчета, в которых законы природы принимают простую форму. «Привилегированные системы отсчета определяются как такие, в которых соблюдается принцип постоянства скорости света в пустоте. Можно не сомневаться в том, что этот принцип имеет фундаментальное значение; и все же я не могу верить, что он выполняется точно...» [26, стр. 319].

Поставлен вопрос о возможности построения теории относительности, не базирующейся на принципе постоянства скорости света. Отказ от постулата постоянства скорости света есть отказ от инварианта $ds^2 = \sum dx_\nu^2$ и от априорно выделенных систем координат. Уравнение свободной движущейся материальной точки в форме Гамильтона $\delta \int ds = 0$ должно быть дополнено равенством:

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu,$$

где $g_{\mu\nu}$ функции x_ν ; функции $g_{\mu\nu}$ надо понимать как компоненты гравитационного поля относительно произвольной системы отсчета. В 1914 г. Эйнштейн качественно рассмотрел вопрос об эквивалентности вращающихся систем координат. В 1915 г. в статье «К общей теории относительности» Эйнштейн подверг суровой критике свою работу 1914 г. «Формальные основы общей теории относительности». Он писал: «В последние годы я старался построить общую теорию относительности исходя из относительности также и неравномерных движений. Я думал, что на самом деле нашел единственный закон гравитации, который соответствует понятному по смыслу общему постулату относительности, и пытался доказать необходимость именно этого решения в работе, появившейся в прошлом году в этом журнале» [26, стр. 425].

Эйнштейн вернулся к требованию более общей ковариантности уравнений поля. «Подобно тому,— пишет Эйнштейн,— как частная теория относительности основана на постулате, что ее соотношения должны быть ковариантны относительно линейных ортогональных преобразований, излагаемая здесь

теория основана на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований с определителем единица» [26, стр. 426]. В том же году вышло дополнение к указанной работе.

Анализируя эти работы, Я. А. Смородинский писал:

«В последних двух работах Эйнштейн делает последнюю (накануне правильного решения) попытку построить уравнения гравитационного поля $G_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}$, вводя дополнительное условие $T_{\sigma}^{\sigma} = 0$. Это условие нужно для того, чтобы из уравнения

$$\left[\sum_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} - \sum_{\alpha\beta\sigma\tau} g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^{\alpha} \Gamma_{\tau\alpha}^{\beta} + \sum_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(g^{\alpha\beta} \partial_{\beta} \lg \sqrt{-g} \right) \right] = -\kappa \sum_{\sigma} T_{\sigma}^{\sigma} \quad (21)$$

получить закон сохранения энергии-импульса (для чего понадобится ввести еще дополнительное требование:

$$\left[\sum_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} - \sum_{\sigma\tau\alpha} g^{\sigma\tau} \Gamma_{\sigma\beta}^{\alpha} \Gamma_{\tau\alpha}^{\beta} \right] = 0 \quad (22a)$$

В работе («Уравнения гравитационного поля») будет сделан простой (но гениальный!) шаг, решивший судьбу теории — замена тензора $T_{\mu\nu}$ на $T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T$ или, что то же, тензора $G_{\mu\nu}$ на $C_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R$, ковариантная дивергенция которого равна нулю тождественно» [26, стр. 438].

В 1916 г. Эйнштейн публикует работу «Основы общей теории относительности». «Излагаемая здесь теория,— пишет Эйнштейн,— является наиболее радикальным обобщением общеизвестной в настоящее время «теории относительности»; последнюю в отличие от первой я буду называть «специальной теорией относительности»...» [26, стр. 452].

Два момента облегчили обобщение специальной теории относительности: 1) работы Минковского, «который впервые вскрыл формальное равноправие пространственных координат и временной координаты в специальной теории относительности и использовал это равноправие для построения теории», 2) вспомогательный математический аппарат — «абсолютное дифференциальное исчисление», основы которого заложены исследованиями Гаусса, Римана и Кристоффеля, посвященными неевклидовым пространствам, и работами Риччи и Леви-Чивита.

В первую очередь Эйнштейн анализирует основания, подсаживающие расширение постулата относительности. Он прибегает к мысленному эксперименту. Два жидких тела одинаковой величины и состава парят свободно в пространстве. Они

находятся на таком большом расстоянии друг от друга и от остальных масс, что можно учитывать только гравитационные силы между частями одного и того же тела. Каждая масса, рассматриваемая наблюдателем, покоящимся относительно другой массы, вращается с постоянной угловой скоростью вокруг линии, соединяющей эти массы. Представим себе, что поверхности этих тел измерены с помощью масштабов, покоящихся относительно этих тел. Если в результате измерения окажется, что поверхность тела S_1 — сфера, а поверхность тела S_2 — эллипсоид вращения, то причина разного поведения этих тел должна быть наблюдаемым опытным фактом. Механика Ньютона не дает удовлетворительного ответа на вопрос, полагая, что законы механики справедливы для того пространства R_1 , относительно которого покоится тело S_1 , но несправедливы для пространства R_2 , в котором покоится S_2 . Но в действительности особенности галилеева пространства R_1 — это фиктивная причина, выдвинутая для объяснения наблюдаемого различия поверхностей. Эйнштейн приходит в результате анализа эксперимента к выводу: «Из всех мыслимых пространств R_1 , R_2 и т. д., движущихся любым образом относительно друг друга, ни одному из них *а priori* не должно отдаваться предпочтение, если только мы хотим устранить указанный теоретико-познавательный недостаток. Законы физики должны быть составлены так, чтобы они были справедливы для произвольно движущихся координатных систем» [26, стр. 456]. Кроме теоретико-познавательного аргумента, согласно которому нельзя выдвигать в качестве причины различия поверхностей движение по отношению к галилееву пространству, в пользу расширения теории относительности Эйнштейн приводит анализ известного физического факта.

K — галилеева координатная система, относительно которой некоторая масса, достаточно удаленная от других, движется прямолинейно и равномерно. K' — система, движущаяся равномерно ускоренно относительно K . Достаточно изолированная от других масса движется ускоренно относительно K' .

Наблюдатель, покоящийся относительно K' , может объяснить поведение масс, полагая, что K' не имеет ускорения, но что в рассматриваемой области существует гравитационное поле, вызывающее ускоренное движение тел относительно K' , сами же системы K и K' в силу этого равноправны для описания физических процессов. Построение теории относительности оказывается связанным с теорией тяготения.

Анализируя пространственно-временной континуум, Эйнштейн приходит также к выводу, что в общей теории относительности, в отличие от специальной, нельзя определить пространственные и временные величины так, чтобы стало возможным измерение разности пространственных координат

непосредственно единичным масштабом, а разности временных координат с помощью стандартных часов. Это измерение было возможно при накладываемых на пространство R_1 ограничениях определенного рода.

«Итак, прежний способ, заключавшийся в определенном построении системы координат в пространственно-временном континууме, оказывается неприменимым: представляется, что не существует пути, который позволил бы приспособить к четырехмерному миру такие координатные системы, чтобы с помощью их можно было бы ожидать простой формулировки законов природы» [26, стр. 459].

Необходимо отметить, что Эйнштейн усиливает ранее высказанное им положение, что «законы физики должны быть составлены так, чтобы они были справедливы для произвольно движущихся координатных систем» требованием общей ковариантности уравнений, выражающих общие законы природы. «Общие законы природы должны быть выражены через уравнения, справедливые во всех координатных системах, т. е. эти уравнения должны быть ковариантными относительно любых подстановок (общековариантными)» [26, стр. 459]. Задача нахождения общековариантных уравнений тяготения была не только поставлена, но и полностью решена. Пользуясь операцией образования тензоров посредством дифференцирования, Эйнштейн находит ковариантную производную тензора

$$A_{\mu\nu\sigma} = \frac{\partial A_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} - \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \tau \end{matrix} \right\} A_{\tau\nu} - \left\{ \begin{matrix} \nu \\ \tau \end{matrix} \right\} A_{\mu\tau}. \quad (1)$$

В соотношении (1) подставляют выражение для $A_{\mu\nu}$

$$A_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} A_\rho, \quad (2)$$

$A_{\mu\nu}$ — тензорная производная четырехмерного вектора A_μ . Несколько изменив обозначения индексов, имеем:

$$A_{\mu\sigma\tau} = \frac{\partial^2 A_\mu}{\partial x_\sigma \partial x_\tau} - \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\tau} - \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\sigma} - \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \rho \end{matrix} \right\} \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\rho} + \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x_\tau} \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \rho \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} \right] A. \quad (3)$$

Эйнштейн указывает, что это выражение приводит к мысли о составлении тензора

$$A_{\mu\sigma\tau} - A_{\mu\tau\sigma} = B_{\mu\sigma\tau}^\rho A_\rho, \quad (4)$$

$$B_{\mu\sigma\tau}^\rho = -\frac{\partial}{\partial x_\tau} \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} + \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \rho \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \rho \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \mu \\ \alpha \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ \rho \end{matrix} \right\}. \quad (5)$$

Несложно показать, что $B_{\mu\sigma\tau}^{\rho}$ есть тензор (тензор Римана — Кристоффеля). Свертывая по индексам τ и ρ в выражении (5), приходим к ковариантному тензору второго ранга, позволяющему найти уравнения:

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}, \\ R_{\mu\nu} &= -\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left\{ \begin{matrix} \mu & \nu \\ & \alpha \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \mu & \alpha \\ & \beta \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \nu & \beta \\ & \alpha \end{matrix} \right\}, \\ S_{\mu\nu} &= \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} - \left\{ \begin{matrix} \mu & \nu \\ & \alpha \end{matrix} \right\} \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_{\alpha}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выяснив принципиальные соображения о ковариантности и относительности и рассмотрев вспомогательные математические средства, Эйнштейн переходит к теории гравитационного поля. В первую очередь он рассматривает уравнения движения материальной точки в гравитационном поле.

Свободное тело, не подверженное действию внешних сил, согласно специальной теории относительности, движется прямолинейно и равномерно. Согласно общей теории относительности это имеет место лишь при некоторых дополнительных и весьма искусственных предположениях, а именно: необходимо выделить часть четырехмерного пространства, в которой координатная система K_{α} может быть выбрана так, чтобы $g_{\sigma\tau}$ в выражении

$$ds^2 = \sum_{\sigma\tau} g_{\sigma\tau} dx_{\tau} dx_{\sigma}$$

приняли постоянные значения

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}$$

Это же тело с точки зрения произвольно выбранной координатной системы K_1 движется в некотором поле тяготения. Закон движения по отношению к системе K_0 есть геодезическая (четырёхмерная прямая). Поскольку геодезическая определяется независимо от координатной системы, то ее уравнение есть уравнение движения материальной точки относительно произвольно выбранной координатной системы K_1 . Уравнение движения точки относительно K_1 имеет вид:

$$\frac{d^2 x_{\tau}}{ds^2} = \Gamma_{\mu\nu}^{\tau} \frac{dx_{\mu}}{ds} \frac{dx_{\nu}}{ds}, \quad (7)$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\tau} = - \left\{ \begin{matrix} \mu \nu \\ \tau \end{matrix} \right\} = - g^{\tau\alpha} \left[\begin{matrix} \mu \nu \\ \alpha \end{matrix} \right] = g^{\tau\alpha} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x_{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_{\alpha}} \right). \quad (8)$$

Если все $\Gamma_{\mu\nu}^{\tau}$ равны нулю, то мы имеем частный случай прямолинейного и равномерного движения. Величины $\Gamma_{\mu\nu}^{\tau}$ — компоненты гравитационного поля, обуславливающие отклонения от прямолинейного и равномерного движения. Далее Эйнштейн переходит к рассмотрению уравнений гравитационного поля в отсутствии материи. Он применяет тот же метод, как и при выводе уравнений движения материальной точки, т. е. рассматривает частный случай $g_{\mu\nu} = \text{const}$ в некоторой конечной области по отношению к определенной координатной системе. В этой системе все компоненты тензора Римана — Кристоффеля обращаются в нуль. В рассматриваемой области они будут равны нулю и в любой другой системе, в силу свойств тензора. «Таким образом, искомые уравнения свободного от материи гравитационного поля во всяком случае должны выполняться, если все $B_{\mu\sigma\tau}^{\rho}$ равны нулю. Но это условие заведомо требует слишком многого. В самом деле, гравитационное поле, создаваемое, например, материальной точкой, во всяком случае не может быть никаким выбором координатной системы «оттрансформировано», т. е. не может быть преобразовано к случаю постоянных $g_{\mu\nu}$. Поэтому представляется естественным требование, чтобы в свободном от материи гравитационном поле обращался в нуль симметричный тензор $B_{\mu\nu}$, полученный из тензора $B_{\mu\sigma\tau}^{\rho}$ [26, стр. 486]. При $\sqrt{-g} = 1$ из уравнений (6) имеем: $S_{\mu\nu} = 0$, а

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} + \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} \Gamma_{\nu\alpha}^{\beta} = 0, \quad \sqrt{-g} = 1. \quad (9)$$

«Тот факт, — пишет Эйнштейн, — что эти уравнения, вытекающие из общего принципа относительности чисто математическим путем, в соединении с уравнениями движения (9) дают в первом приближении ньютоновский закон тяготения, а во втором приближении — объяснение открытого Леверрье движения перигелия Меркурия (остающегося после внесения поправок на возмущение), должен, по нашему мнению, убедить в физической правильности теории» [26, стр. 486].

Для доказательства соответствия уравнений поля законам сохранения импульса и энергии Эйнштейн обращается к функции Гамильтона для гравитационного поля.

Анализ понятия энергии позволил перейти от уравнений

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} + \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} \Gamma_{\nu\alpha}^{\beta} = 0, \quad \sqrt{-g} = 1 \quad (10)$$

к уравнениям:

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x_{\alpha}^{\nu}} + \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} \Gamma_{\nu\alpha}^{\beta} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right), \quad (11)$$

$$\sqrt{-g} = 1,$$

или

$$G_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right), \quad \sqrt{-g} = 1,$$

$$G_{\mu\nu} = -\frac{\partial}{\partial x_{\alpha}^{\nu}} \left\{ \frac{\mu\nu}{\alpha} \right\} + \left\{ \frac{\nu\alpha}{\beta} \right\} \left\{ \frac{\mu\beta}{\alpha} \right\}.$$

Из этой системы уравнений видно, как надо вводить тензор энергии в уравнения гравитационного поля.

Эйнштейн сравнивал уравнения поля для свободного от материи пространства с уравнением Лапласа, а уравнения гравитационного поля в общем виде считал как бы соответствующими уравнениям Пуассона. Уравнения тяготения должны связывать тензор кривизны с тензором энергии-импульса. В этом случае вместо одних только компонент энергии t_{μ}^{σ} гравитационного поля надо подставить сумму компонент тензора энергии материи и гравитационного поля.

В 1916 г. в работе «Приближенное интегрирование уравнений гравитационного поля» Эйнштейн указал метод, позволяющий определить приближенно гравитационное поле для достаточно малых масс, движущихся с большими скоростями. Под «первым приближением» понимается, что величины $\gamma_{\mu\nu}$ из выражения $g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$ ($\delta_{\mu\nu} = 1$, если $\mu = \nu$ и $\delta_{\mu\nu} = 0$, если $\mu \neq \nu$), обладающие тензорным характером относительно линейных ортогональных преобразований, малы по сравнению с единицей и их квадратами «и более высокими степенями можно пренебречь по сравнению с первой степенью». Было показано: 1) величины $\gamma_{\mu\nu}$ могут быть вычислены тем же путем, что и запаздывающий потенциал в электродинамике

$$\gamma'_{\mu\nu} = -\frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu}(x_0, y_0, z_0, t-r)}{r} dV_0,$$

$$\gamma'_{\mu\nu} = \gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta_{\mu\nu} \sum_{\alpha} \gamma_{\alpha\alpha},$$

dV_0 — трехмерный элемент объема пространства интегрирования, r — пространственное расстояние, индекс «0» указывает на координаты элемента интегрирования.

2) Из вида $\gamma'_{\mu\nu}$ следует, что гравитационные воздействия распространяются со скоростью света.

Далее Эйнштейн вычисляет компоненты энергии гравитационного поля, рассматривает плоские гравитационные волны, потери энер-

гии системой тел путем излучения гравитационных волн. В дальнейшем Эйнштейн вновь обратился к вопросу о гравитационных волнах. В том же году в работе «Принцип Гамильтона и общая теория относительности» Эйнштейн вслед за Г. А. Лоренцом и Д. Гильбертом вывел уравнения общей теории относительности из одного единственного вариационного принципа.

В отличие от Лоренца, и, главным образом в отличие от Гильберта, Эйнштейн сделал меньше допущений о свойствах материи.

Вводится функция H от $g^{\mu\nu}$, $g_{\sigma}^{\mu\nu}$ ($= \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_{\sigma}}$).

$$g_{\sigma\tau}^{\mu\nu} \left(= \frac{\partial^2 g^{\mu\nu}}{\partial x_{\sigma} \partial x_{\tau}} \right), q_{\rho}, q_{(\rho)\alpha} \left(= \frac{\partial q_{\rho}}{\partial x_{\alpha}} \right).$$

Гравитационное поле описывается $g^{\mu\nu}$, а материя, включая электромагнитное поле, любым числом пространственно-временных функций q_{ρ} .

Вариационный принцип $\delta \left\{ \int H d\tau \right\} = 0$ «дает столько дифференциальных уравнений, сколько имеется подлежащих определению функций $g_{\mu\nu}$ и $q_{(\rho)}$, если только мы при этом установим, что $g^{\mu\nu}$ и $q_{(\rho)}$ должны варьироваться независимо друг от друга и так, чтобы на границах интегрирования все $\delta q_{(\rho)}$, $\delta g^{\mu\nu}$, и $\delta \delta g_{\mu\nu} / \partial x_{\sigma}$ обращались в нуль» [26, стр. 525]. При условии, что функция H линейна по отношению ко всем $g_{\sigma\tau}^{\mu\nu}$ и такова, что коэффициенты при $g_{\sigma\tau}^{\mu\nu}$ зависят только от $g^{\mu\nu}$, Эйнштейн получил более удобный вариационный принцип, а выполнив вариации по $g^{\mu\nu}$ и $q_{(\rho)}$, получил уравнения гравитационного поля и материи.

В 1917 г. Эйнштейн публикует книгу «О специальной и общей теории относительности», имеющей целью «дать возможно точное представление о теории относительности читателям, интересующимся этой теорией с общенаучной, философской точки зрения, но не владеющим математическим аппаратом теоретической физики» [26, стр. 532].

В том же году Эйнштейн публикует работу «Вопросы космологии и общая теория относительности», в 1918 г. работы: «Принципиальное содержание общей теории относительности», «Диалог по поводу возражений против теории относительности», «О гравитационных волнах», «Закон сохранения энергии в общей теории относительности» и некоторые замечания к работам Э. Шредингера и де Ситтера; в 1919 г. «Гравитационные поля и элементарные частицы материи», «Замечания о периодических изменениях длины лунного месяца, до сих пор казавшихся необъяснимыми механикой Ньютона», «Что такое теория относительности»; в 1920 г. им произнесена речь «Эфир

и теория относительности», опубликованы статьи: «Ответ на статью Рейхенбехера» и «Мой ответ. По поводу антирелятивистского общества».

В 1921 г. Эйнштейн прочитал лекции, опубликованные в том же году в Принстоне под названием «The meaning of relativity», доклад на тему «Геометрия и опыт», опубликовал статьи «Краткий очерк развития теории относительности», «Простое применение закона тяготения Ньютона к шаровому скоплению звезд» и произнес речь в Королевском колледже (Лондон) «О теории относительности».

В 1921 г. в «Nature» появилась статья Эйнштейна «Краткий очерк развития теории относительности», в которой он своеобразно выразил свой взгляд на эстетическую сторону истории научных идей.

«Есть нечто привлекательное в изложении эволюции идей, максимально кратком и в то же время достаточно полном, чтобы передать непрерывность их развития. Мы попытаемся изложить, таким образом, теорию относительности и показать, что все движение вперед складывается из небольших, почти самоочевидных шагов» [28, стр. 99].

Ход рассуждений Эйнштейна такой.

1) Первым и определяющим моментом развития была идея непрерывности процесса, противопоставляемая действию на расстоянии (Фарадей, Максвелл). Максвелл осуществил описание этого процесса в дифференциальных уравнениях в частных производных для электромагнитных процессов в покоящихся телах. При этом описании он опирался, во-первых, на представление о магнитном эффекте тока смещения в вакууме, во-вторых, на постулат тождественности электромагнитного поля, возникающего вследствие индукции, и электростатического поля.

2) Последователи Максвелла распространили электродинамику на случай движущихся тел: а) Герц решал проблему, написав пустому пространству — эфиру физические свойства, например, аналогично весомой материи эфир должен иметь в каждой точке определенную скорость. «Как и в покоящихся телах, электромагнитную или магнитозлектрическую индукцию следовало определять скоростью изменения соответственно электрического или магнитного потока при условии, что эти скорости изменения относились к элементам поверхности, движущимся вместе с телом» [26, стр. 99]. Опыт Физо по распространению света в движущейся жидкости оказался несовместимым с теорией Герца. б) Лоренц полагал эфир независимым от вещества. Недостаток теории состоял в том, что она отдавала предпочтение системе, покоящейся по отношению к эфиру, и противоречила идее эквивалентности инерциальных систем.

3) Специальный принцип относительности показал, что в основе преобразований Галилея лежит произвольное утвержде-

ние о том, что понятие одновременности имеет смысл независимо от состояния движения используемой системы координат. Были введены преобразования Лоренца. Необходимо, чтобы все системы уравнений, выражающие законы физики, были ковариантны относительно преобразований Лоренца. С методологической точки зрения специальный принцип относительности можно сравнивать с принципом Карно «ибо подобно последнему он дает нам общее условие, которому должны удовлетворять все законы природы» [26, стр. 101].

Минковский нашел изящное и плодотворное выражение условия ковариантности.

Далее оказалось, что специальную теорию относительности нельзя естественным образом связать с гравитацией. Сила тяготения обладает фундаментальным свойством, отличающим его от электромагнитных сил — все тела падают в гравитационном поле с одинаковым ускорением.

«Могут ли инерция и тяготение быть тождественными? Этот вопрос ведет непосредственно к общей теории относительности. Разве нельзя рассматривать Землю как лишенную вращения, если представлять себе центробежные силы, которые действуют на все тела, покоящиеся относительно Земли, как «истинное» поле тяготения или часть такого поля?» [28, стр. 103]. Удача в проведении такой идеи означала бы доказательство тождественности инерции и тяготения по самой их природе. Это означало бы, что свойство, рассматриваемое с точки зрения системы, не принимающей участия во вращении, как инерции, будет интерпретировано как тяготение, если рассматривать его по отношению к системе координат, участвующей во вращении.

Согласно Ньютону центробежное поле нельзя считать порожденным веществом. «Но быть может, закон поля Ньютона можно заменить другим законом, согласующимся с полем, возникающим по отношению к «вращающейся» системе координат? Мое убеждение в тождестве инертной и тяготеющей масс породило во мне чувство абсолютной уверенности в справедливости такой интерпретации..» [28, стр. 103].

Соображения, базирующиеся на метрических результатах специальной теории относительности, приводят к выводу о неприменимости евклидовой метрики в ускоренных системах отсчета. «Хотя,— пишет Эйнштейн,— это задержало развитие теории на несколько лет, возникшая трудность была смягчена знанием того факта, что евклидова метрика справедлива для малых областей». Тем самым ds сохранило смысл в общей теории относительности, в то время как координаты потеряли свое значение. Три условия определили закон гравитационного поля: 1) закон должен быть верен при любом выборе системы координат; 2) он должен определяться тензором энергии вещества; 3) он не должен содержать производных от функций $g_{\mu\nu}$ выше

второго порядка и должен быть линейным по этим функциям. По такому пути был найден новый закон тяготения. Этот новый закон, сильно отличающийся от закона Ньютона, настолько тесно соответствует ему по следствиям, что оказалось лишь небольшое число критериев, по которым можно подвергнуть проверке его выводы. Далее Эйнштейн перечисляет вопросы, оставшиеся неразрешенными: «Действительно ли электрическое и гравитационное поле настолько различны по своей природе, что они не могут быть формально объединены? Игруют ли гравитационные поля какую-либо роль в строении вещества и следует ли рассматривать континуум внутри атомного ядра осциллирующим неевклидовским?.. Следует ли относить инерцию к взаимному влиянию отдаленных масс? И вопрос, связанный с предыдущим: является ли Вселенная пространственно ограниченной? В этом пункте я расхожусь во мнениях с Эддингтоном. Вместе с Махом я ощущаю, что положительный ответ настоятельно необходим, но доказать пока ничего нельзя. Пока не будет проведено динамическое исследование больших систем неподвижных звезд с точки зрения пределов применимости закона тяготения Ньютона для огромных областей пространства, до тех пор, по-видимому, нельзя будет получить точную основу для решения этой увлекательной задачи» [28, стр. 104].

С 1911 г. наряду с Эйнштейном, но с иных позиций, теорию гравитации разрабатывали Абрагам, Нордстрем, Ми.

В 1914 г. Коттлер рассматривал системы отсчета, движущиеся с ускорением. В 1915 г. Гильберт пришел к существенным результатам, близким к результатам Эйнштейна.

Борн и Фоккер в наиболее распространенных журналах того времени «*Physikalische Zeitschrift*» и «*Philosophical Magazine*» знакомят физиков с новейшими результатами Эйнштейна периода поисков общей теории относительности, уравнения которой удовлетворяли бы условиям ковариантности. 1916 г. ознаменовался крупнейшими достижениями: была обнародована общая теория относительности. В том же году Шварцшильд решил на основе теории Эйнштейна задачу сферически-симметрического поля. Лоренц применил принцип Гамильтона в общей теории относительности. В 1917—1918 гг. работы Леви-Чивита, Вейля, Лауэ, Клейна, Шредингера и др., были посвящены как математическим вопросам теории, так и ее принципиальным аспектам.

Эддингтон продолжал работы, начатые им в 1916 г. В 1920—1923 гг. появился ряд работ Эддингтона, Рейхенбехера, Е. Форсайта, Зарембы, Вейля, Лауэ, Керра, Леви-Чивита, Зильберштейна Л., Пенлеве, Ланчоса К., Ферми, Бриллюэна М., Картана Е., наметивших разработку многочисленных проблем, связанных с теорией относительности. Признавая исходные моменты теории, не претендуя на изменение полученных Эйнштейном

уравнений тяготения, они устраняли трудности в вопросах энергии-импульса гравитационного поля, сложности решений ее уравнений в общем виде.

Общее число работ к 1924 г. стало внушительным (около 200). Ученые многих стран активно приобщались к новой тематике. На основе теории относительности делается ряд попыток постановки и решения космологических проблем.

В 1922 г. появилась работа Фридмана, наметившая коренной перелом в релятивистской космологии.

С 1925 г. Эйнштейн обращается к проблемам единой полевой теории тяготения и электричества, и им посвящены главным образом последующие работы. Работы по общей теории не были оставлены им. В 1926 г. он публикует работы «Неевклидова геометрия и физика» и «О формальном отношении римановского тензора кривизны к уравнениям гравитационного поля». В 1927 г.— «Новые опыты по влиянию движения Земли на скорость света» и впервые в двух работах поставлен вопрос о связи уравнений поля и уравнений движения; вопрос этот в дальнейшем многократно анализировался Эйнштейном.

В 1933 г. в статье «Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности» Эйнштейн писал: «Я охотно принял предложение рассказать об истории своей научной деятельности. Разумеется, не потому, что мне хотелось бы всхвалять свой труд! Ведь чтобы писать об истории работы другого человека, требуется понимание процесса его мышления; этого гораздо легче добиться профессиональным историкам. Объяснить же ход своих собственных мыслей прежних лет, конечно, намного легче. Здесь автор находится в несравненно более выгодном положении, чем кто-либо другой; упускать такую возможность вовсе не значит проявлять скромность» [28, стр. 404].

Схематизируя высказывания Эйнштейна, можно сказать, что провозглашение в 1905 г. равноправия всех инерциальных систем для формулировки законов природы поставило со всей остротой вопрос о более всеобъемлющем равноправии систем координат.

Относительный смысл должен быть придан ускорению в той же мере, как он придан скорости.

Эйнштейн сделал первый шаг на пути решения поставленной задачи, рассматривая закон тяготения в рамках специальной теории относительности. Отказ от понятия абсолютной одновременности приводил к необходимости отыскивать полевой закон тяготения, поскольку непосредственное действие на расстоянии нельзя было естественным образом совместить с новым представлением об одновременности.

«Конечно,— пишет Эйнштейн,— проще всего было сохранить лапласов скалярный потенциал тяготения и дополнить уравне-

ние Пуассона производной по времени так, чтобы удовлетворить требованиям специальной теории относительности. Следовало также привести в соответствие со специальной теорией относительности и закон движения материальной точки в гравитационном поле. Путь к этому был не столь очевиден, поскольку инертная масса тела могла зависеть от гравитационного потенциала. Этого даже следовало ожидать в силу закона инерции энергии» [28, стр. 404].

Исследования Эйнштейна привели его к результату, вызвавшему у него глубокое недоверие, поскольку его теория приводила к выводу, что ускорение падения зависит от горизонтальной скорости и, следовательно, от внутренней энергии системы. Эйнштейн вступил на новый путь, отказавшись от попытки рассматривать проблему гравитации в рамках специальной теории относительности. Не зная результатов опытов Этвеша, он ищет ключ к решению проблемы тяготения в равенстве инертной и тяжелой массы. «Если бы этот закон выполнялся для любых явлений («принцип эквивалентности»), то это указывало бы на то, что принцип относительности должен быть распространен на неравномерно движущиеся системы координат, если стремиться к естественной теории гравитационного поля. Подобные размышления занимали меня с 1908 по 1911 г., и я старался вывести из них конкретные следствия, о которых я не предполагал говорить здесь» [28, стр. 404—405].

Поиски естественной формулировки принципа эквивалентности привели Эйнштейна к выводу, что реальный физический смысл имеют не дифференциалы координат, а соответствующая им риманова метрика. Этим были заложены основы общей теории относительности.

«Однако остались нерешенными еще две проблемы. 1) Если уравнения поля выражены в терминах специальной теории относительности, то как перенести их на случай римановой метрики?

2) Каковы дифференциальные уравнения, определяющие саму риманову метрику (т. е. $g_{\mu\nu}$)?» [28, стр. 406]. Над этими проблемами Эйнштейн работал со своим другом Марселем Гроссманом с 1912 по 1914 г. Математические методы для решения первой проблемы существовали в абсолютном дифференциальном исчислении Риччи и Леви-Чивита, для решения второй проблемы они обратились к римановскому тензору кривизны. Эйнштейну, весьма близкому в то время к правильным уравнениям гравитационного поля, казалось, что закон тяготения, инвариантный относительно произвольных преобразований координат, несовместим с принципом причинности. «Это заблуждение стоило мне двух лет чрезвычайно тяжелой работы, пока я, наконец, не убедился в этом в конце 1915 года и нашел связь теории с данными астрономических наблюдений, после чего я с раскаянием вернулся к римановой кривизне» [28, стр. 406].

3. ПРИНЦИП МАХА

Причины, по которым Ньютон полагал различными между собой абсолютные и относительные движения, состоят в наличии центробежных сил, направленных от оси движения. Силы эти проявляются в большей или меньшей мере в зависимости от величины абсолютного движения, но не зависят от относительного движения. Для подтверждения своей концепции Ньютон прибегает к помощи эксперимента. Цель эксперимента — выяснение характера вращения. Цилиндрический сосуд подвешивают на длинной нити и вращают его, пока нить не закрутится. Сосуд наполняют водой и приводят в состояние покоя. Под действием мгновенной силы сосуд приводят в круговое движение противоположного направления, предоставляя нити раскручиваться. Вначале во вращении принимает участие только сосуд, так как трение воды о стенки сосуда недостаточно для того, чтобы немедленно сообщить вращение и жидкости. Поверхность воды остается плоской, как и до движения сосуда. Но чем сильнее увлекается вода вращающимися стенками, тем отчетливее выступает действие центробежных сил. Вода гонится вверх по стенкам, пока ее поверхность не примет форму параболоида вращения. Из проведенного эксперимента Ньютон заключает, что вначале, при наибольшем относительном движении, вода не обнаруживала стремления удалиться от оси.

При уменьшении относительного движения воды стало заметно стремление ее удалиться от оси. Относительное вращение стенок сосуда по отношению к воде не сопровождается никакими силами, действующими на воду. В этом случае когда сама вода принимает участие во вращении, центробежные силы становятся заметными. Ньютон полагал, что факт существования центробежных сил является аргументом в пользу абсолютного движения.

Дж. Беркли, субъективный идеалист, уже в ранней своей работе «Опыт новой теории зрения» (1709), как и в ряде позднейших работ, выступил против учения Ньютона о пространстве как вместилище всех природных тел. Для Беркли это было одним из звеньев отказа от объективной реальности. В работе «De Matu» (1721) ему удалось указать на одно слабое звено в графтовке ньютоновского эксперимента с вращающимся ведром. Решающим в доказательстве Ньютона было предположение, что тот же результат должен быть получен и в пустом пространстве. В действительности ведро было вращающимся, а затем покоящимся относительно Земли. Движение ведра только по видимости, а не на самом деле было круговым, так как при этом неизбежно включалось вращение Земли вокруг своей оси, обращение Земли вокруг Солнца и т. д. Беркли заключил, что явления, на которые ссылается Ньютон, указывают на вращение относи-

тельно других тел Вселенной. Базируясь на высказывании Дж. Беркли, Р. Дикке и многие другие ошибочно полагали, что у Беркли мы видим предвосхищение идеи относительности.

В новое время Мах подверг критике ряд положений Ньютона, особенно то из них, в котором Ньютон основывается на различениях относительного и абсолютного движения. «Вряд ли,— пишет Мах,— есть необходимость заметить здесь, что и в приведенных здесь рассуждениях Ньютон изменяет своему намерению исследовать только фактическое. Об абсолютном пространстве и абсолютном движении никто ничего сказать не может, это чисто абстрактные вещи, которые на опыте обнаружены быть не могут. Все наши основные принципы механики представляют собою, как это было уже подробно показано, данные опыта об относительных положениях и движениях тел» [29].

Мах отмечает, что к утверждению, что тело K изменяет свое направление и скорость только под действием другого тела K' , нельзя прийти, если нет налицо других тел A, B, C , относительно которых мы определяем движение тела.

Мах допускает, что движение определено средой, в которой находится тело K , но у него эта среда играет не кинематическую, а динамическую роль.

Вопрос об абсолютном и относительном движении в конце XIX в. привлекал к себе внимание не только историков механики и ученых, занимавшихся анализом принципов механики.

Б. и И. Фридлиндеры предложили опыт для доказательства относительности вращательного движения. Крутильные весы располагают на не слишком далеком расстоянии от большого махового колеса. Расположение должно быть таким, «чтобы точка подвеса подвижной части весов (подвешенного стержня) приходилась более или менее точно на продолжении оси махового колеса; в таком случае, если подвешенный стержень вначале не был параллелен плоскости колеса, то он должен стремиться приблизиться к этому положению и, значит, должен отклониться соответствующим образом. Ибо на каждую материальную частицу, не лежащую на оси вращения, действует центробежная сила, стремясь удалить ее от оси. Ясно, что максимальное удаление будет достигнуто, когда подвешенный стержень станет параллельно колесу» [30]. Это — модификация опыта Ньютона. Крутильные весы занимают в нем место воды, но в отличие от воды они отмечают весьма малые силы. Масса махового колеса заменяет массу сосуда. Опыты такого рода, разумеется, явно недостаточны, ввиду малой массы махового колеса.

Отношение Эйнштейна к Маху претерпело сложную эволюцию. В 1913 г. Эйнштейн писал Маху: «Глубокоуважаемый коллега! Вероятно, Вы недавно получили мою новую работу об относительности и гравитации, которую я, наконец, закончил после

бесконечных усилий и мучительных сомнений. В будущем году во время солнечного затмения будет проверено, изгибаются ли световые лучи Солнцем, или, другими словами, верно ли основное и фундаментальное предположение об эквивалентности ускоренной системы и гравитационного поля. Если это так, то Ваши вдохновляющие исследования об основах механики — вопреки несправедливой критике Планка — получат блестящее подтверждение. Тогда неизбежным следствием будет то, что инерция проявляется как своего рода взаимодействие тел, вполне в духе Вашей критики ньютоновского эксперимента с вращающимся сосудом. Первое следствие в этом смысле Вы найдете на стр. 6 этой работы. Дальше оказалось:

1. Если ускорить массивную сферическую оболочку S , то, согласно теории, заключенное внутри тело должно испытать ускоряющую силу.

2. Если вращать оболочку S вокруг оси, проходящей через ее центр (вращать относительно неподвижных звезд, т. е. «неподвижной системы»), то внутри оболочки возникает кориолисово поле, т. е. происходит увлечение плоскости маятника Фуко (конечно, с практически неизмеримо малой скоростью...)» [31].

Следствия, согласно которым масса пробного тела должна возрастать при приближении тела к скоплению больших масс и ускорение большой массы должно вызвать одинаково направленное ускорение находящегося вблизи пробного тела, не получены самим Махом. Третье следствие — частичное увлечение инерциальной системы вращающимися массами — имеется лишь в качестве намеков в критике Махом опытов с вращающимся сосудом.

В 1914 г. в статье «Формальные основы общей теории относительности» Эйнштейн рассмотрел вопрос об эквивалентности вращающихся координатных систем. Кинематическая эквивалентность двух систем координат не ограничена случаем, когда системы движутся прямолинейно и равномерно друг относительно друга. Она имеет место и в том случае, когда система координат K' равномерно вращается по отношению к инерциальной системе K . Системы K и K' равноценны. На первый взгляд могло казаться, что эти системы не равноценны, поскольку на массы, покоящиеся во вращающейся системе координат, действуют центробежные силы, в то время как на массы, покоящиеся относительно инерциальной системы K , эти силы не действуют. Эйнштейн обращает внимание на то, что существование рассматриваемых центробежных сил не связано с движением самой системы K . «Центробежные силы, которые действуют в таких условиях на некоторое тело, будут определяться в точности той же мировой постоянной, что и действие на него поля тяжести, так что мы не имеем средств отличить «поле центробежных сил» от поля тяжести» [28, стр. 328].

Поле центробежных сил интерпретируется как гравитационное поле; при этом Эйнштейн ссылается на аналогичную интерпретацию в специальной теории относительности. Пондермоторная сила, действующая на электрическую массу, движущуюся в магнитном поле, истолковывается как действие на эту массу электрического поля, которое с точки зрения движущейся вместе с ней системы отсчета присутствует «в месте расположения заряда».

В 1914 г. Эйнштейн рассматривал, лишь качественно, значение расширенного принципа относительности, распространенного на равномерно вращательное движение. Количественно такая задача еще не была решена. Для решения задачи о вращающихся массах существенную роль сыграла работа Эйнштейна 1916 г., посвященная приближенному интегрированию уравнений поля. На ее основе проведены исследования Тирринга. Уравнения движения принимают вид

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{8kM}{3a} \omega \dot{y} + \frac{kM}{3a} \omega^2 x, \\ \ddot{y} &= \frac{8kM}{3a} \omega \dot{x} + \frac{kM}{3a} \omega^2 y, \\ \ddot{z} &= -\frac{2kM}{3a} \omega^2 z.\end{aligned}$$

В 1918 г. Тирринг и Лензе показали, что если в релятивистской теории тяготения, как и в ньютоновской, гравитационное поле покоящегося шара такое же, как поле материальной точки, то это не имеет места в случае вращающегося шара. В работе «О влиянии собственного вращения центрального тела на движение планет и Луны по теории гравитации Эйнштейна» [32] они вычислили возмущения орбит планет и Луны и нашли их очень малыми. Как и в предыдущей работе, но с некоторыми изменениями, были вычислены $g_{\mu\nu}$, затем установлены уравнения движения, вычислены возмущения, вызванные собственным вращением центрального тела, и произведены численные расчеты. Возмущения оказались весьма малыми. В работе «Основы общей теории относительности» в 1916 г. Эйнштейн анализирует основания, подсказывающие расширение постулата относительности. Он отмечает, что классической механике и в не меньшей степени специальной теории относительности «присущ некоторый теоретико-познавательный недостаток, который, пожалуй, впервые был ясно отмечен Э. Махом» [26, стр. 455].

Эйнштейн поясняет это на примере. Два жидких тела одинаковой величины и одинакового состава находятся в пространстве на столь большом расстоянии друг от друга и от других масс, что принимаются во внимание лишь гравитационные силы

взаимодействия частей одного и того же тела. Каждая масса, рассматриваемая наблюдателем, покоящимся относительно другой массы, вращается вокруг линии, соединяющей массы, с постоянной угловой скоростью. Относительное движение обеих масс можно установить. Поверхности обоих тел S_1 и S_2 измерены с помощью покоящихся относительно этих тел масштабов. Оказалось, что поверхность S_1 представляет собой сферу, а поверхность S_2 — эллипсоид вращения.

«Механика Ньютона не дает удовлетворительного ответа на этот вопрос. Она говорит следующее. Законы механики справедливы для пространства R_1 , относительно которого тело S_1 находится в покое, но несправедливы для пространства R_2 , относительно которого находится в покое тело S_2 . Однако галилеево пространство R_1 (и движение по отношению к нему), которое при этом вводится, является фиктивной причиной, а не наблюдаемым фактом. Таким образом, ясно, что механика Ньютона в рассматриваемом случае удовлетворяет требованию причинности не по существу, но лишь кажущимся образом, возлагая ответственность за наблюдаемое различное поведение тел S_1 и S_2 на фиктивную причину — пространство R_1 » [26, стр. 455]. В 1921 г. в широко известной работе «Сущность теории относительности» Эйнштейн рассматривает три эффекта, которых можно ожидать, если принцип Маха справедлив. Первый эффект:

«Инерция тела должна возрастать по мере скопления весомых масс вблизи него».

Для доказательства Эйнштейн обращается к уравнению движения

$$\frac{d^2 x_\mu}{ds^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{dx_\beta}{ds} = 0 \quad (1)$$

и к выражениям

$$\gamma_{\mu\nu} = -\frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu}(x_0, y_0, z_0, t-r)}{r} dV_0, \quad (2)$$

$$ds = \sqrt{g_{44}} dl = \left(1 - \frac{\gamma_{44}}{2}\right) dl,$$

γ_{44} — величина первого порядка малости. Во втором слагаемом уравнения (1) оставляют лишь члены, линейные по скорости. Уравнение (1) сперва преобразовывают к виду:

$$\frac{d}{dl} \left[\left(1 + \frac{\gamma_{44}}{2}\right) \frac{dx_\mu}{dl} \right] = -\Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx_\alpha}{dl} \frac{dx_\beta}{dl} \left(1 + \frac{\gamma_{44}}{2}\right), \quad (1a)$$

а (2) — в указанном приближении

$$-\gamma_{11} = -\gamma_{22} = -\gamma_{33} = \gamma_{44} = \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{\sigma dV_0}{r}, \quad (2a)$$

$$\gamma_{4\alpha} = -\frac{i\kappa}{2} \int \frac{\sigma \frac{dx_\alpha}{ds} dV_0}{r}, \quad \gamma_{\alpha\beta} = 0,$$

где μ , α и β — только пространственные индексы. В уравнении (1а) заменяют $1 + \frac{\gamma_{44}}{2}$ на 1, а $-\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu}$ на $\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \mu \end{bmatrix}$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 44 \\ \mu \end{bmatrix} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{44}}{\partial x_{\mu}} + \frac{\partial \mu_{4\mu}}{\partial x_4}, & \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \mu \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma_{4\mu}}{\partial x_{\alpha}} - \frac{\partial \gamma_{4\alpha}}{\partial x_{\mu}} \right) \\ & & \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \mu \end{bmatrix} &= 0. \end{aligned}$$

Из уравнения (1а) Эйнштейн получает:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [(1 + \bar{\sigma}) \underline{v}] &= \text{grad } \bar{\sigma} + \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t} + [\text{rot } \mathfrak{A}, \underline{v}], \\ \bar{\sigma} &= \frac{\kappa}{8\pi} \int \frac{\sigma dV_0}{r}, \\ \mathfrak{A} &= \frac{\kappa}{2} \int \frac{\sigma \frac{dx_{\alpha}}{dt} dV_0}{r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнений (3) Эйнштейн делает вывод о правильности первого предположения. «Инертная масса пропорциональна $1 + \bar{\sigma}$ и поэтому возрастает по мере приближения весомых масс к нашему «пробному телу» [28, стр. 77].

Эйнштейн полагал, что этот эффект учитывается аппаратом теории относительности. Это утверждение критически рассмотрел Брэнс [33]. Р. Дикке писал, что форма уравнений, которыми оперировал Эйнштейн, связана с определенной системой координат.

Второй эффект: «Тело должно испытывать ускоряющую силу, когда близлежащие массы ускоряются; эта сила по направлению должна совпадать с направлением ускорения» [28, стр. 77]. Наглядно это можно представить, если тело помещено внутри массивной сферы. Сфера подвергается внезапному ускорению. Ускорение это подобно ускорению Вселенной относительно рассматриваемого тела. На тело должна действовать сила инерции, как следствие принципа Маха [34, стр. 223—224].

Эйнштейн на основе уравнения (3) писал: «Ускоряющиеся массы оказывают индукционное действие на пробное тело в направлении ускорения, что описывается членом $\partial \mathfrak{A} / \partial t$ » [28, стр. 77].

Третий эффект: «Вращающееся полое тело должно создавать внутри себя поле «кориолисовых сил», стремящееся отклонить движущиеся тела в направлении вращения, а также создавать радиальное поле центробежных сил» [28, стр. 76].

Р. Дикке поясняет это положение следующим путем. Вращение полый сферической оболочки соответствует в неко-

тором смысле вращению Вселенной относительно «неподвижной» системы координат. С точки зрения принципа Маха это эквивалентно вращению координатной системы относительно неподвижной Вселенной. Тирринг и Тирринг и Лензе рассмотрели подробно этот эффект. Этот эффект вследствие малости постоянной κ нельзя наблюдать на опыте, но Эйнштейн полагал, что он существует. «Существование этих эффектов является сильным аргументом в пользу идей Маха об относительности всех инерциальных воздействий. Последовательно проводя эту точку зрения до конца, мы должны ожидать, что вся инерция, т. е. все поле $g_{\mu\nu}$, определяется в первую очередь распределением материи во Вселенной, а не граничными условиями на бесконечности» [28, стр. 77]. В дальнейшем многие исследователи обратили основное внимание на роль граничных условий.

В 1921 г. в речи в Королевском колледже (Лондон) Эйнштейн вновь указывает на свое согласие с некоторыми аспектами маховской трактовки инерции. Отметив, что общая теория относительности обязана своим существованием прежде всего опытному факту численного равенства инертной и тяжелой массы, которого нельзя было интерпретировать в пределах классической механики, Эйнштейн указывает на вторую причину, способствовавшую созданию общей теории относительности. Рассматривая движение с описательной точки зрения, мы должны отметить, что оно существует лишь как относительное движение предметов по отношению друг к другу. У Ньютона же введено физическое пространство, по отношению к которому существует ускорение.

«Хотя,— пишет Эйнштейн,— это специально введенное понятие абсолютного пространства логически корректно, оно тем не менее кажется неудовлетворительным. Поэтому Эрнст Мах пытался изменить уравнения механики так, чтобы инерция тел сводилась к движению их не по отношению к абсолютному пространству, а по отношению к совокупности всех остальных весомых тел. При существовавшем тогда уровне знаний попытка Маха была заведомо обречена на неудачу. Однако постановка проблемы представляется вполне разумной. С особой силой эти рассуждения звучат в общей теории относительности, так как в последней физические свойства пространства определяются весомой материей» [28, стр. 111].

Эйнштейн полагает, что проблема может быть решена в общей теории относительности, лишь исходя из представления о пространственно замкнутом мире. Эта уверенность Эйнштейна в существовании замкнутого мира в дальнейшем сильно поколебалась.

В 1922 г. в статье «Замечание к работе Франца Селети «К космологической системе» Эйнштейн опять обращается

к принципу Маха. Селети (Selety, Franz) обсудил вопрос о возможности бесконечной Вселенной, в которой не имеет места парадокс Зеелигера. В этой модели Вселенной нет бесконечно больших градиентов потенциалов, а средние скорости звезд малы. Галактики образуют системы. В каждую следующую ступень системы предыдущей входят как составные части.

Возражая против взглядов Селети, Эйнштейн указывает, что в «молекулярном иерархическом мире» так же, как и в «островном мире», не выполняется постулат Маха, «согласно которому инерция отдельного тела должна быть обусловлена совокупностью всех остальных тел в том же смысле, в каком это относится к гравитации. Трудно понять, каким образом Селети сумел бы устранить этот недостаток своей системы. Этот недостаток усугубляется тем, что в общей теории относительности, даже не касаясь космологических проблем, можно показать, что тела ведут себя в первом приближении так, как этого следует ожидать в соответствии с идеей Маха...» [28, стр. 113].

В 1923 г. в докладе «Основные идеи и проблемы теории относительности» Эйнштейн указывает, что уже Ньютон осознал неудовлетворительность закона инерции тем, что в нем нет указания на реальную причину физического выделения состояний движения инерциальных систем по сравнению со всеми другими состояниями движения. «В то время как за гравитационные свойства материальной точки ответственными считаются наблюдаемые материальные тела, для инерционных свойств материальной точки указывается не какая-либо материальная причина, а фиктивная (абсолютное пространство, или инерциальный эфир). Это хотя и не является логически недопустимым, но оставляет чувство неудовлетворенности. По этой причине Э. Мах требовал видоизменения закона инерции в том смысле, что инерцию следовало бы понимать как сопротивление тел ускорению по отношению друг к другу, а не по отношению к «пространству». При таком понимании следует ожидать, что ускоренные тела одинаково ускоряюще действуют на другие тела (ускорительная индукция)» [28, стр. 126—127].

Общая теория относительности, устраняющая разграничение между эффектами тяготения и инерции еще более подкрепляет требование материальной причины инерции. «В пользу требования Маха,— пишет далее Эйнштейн,— говорит еще и то, что, согласно уравнениям поля тяготения, ускорительная индукция действительно существует хотя и является столь слабым эффектом, что возможность непрямого обнаружения с помощью механических опытов исключена» [28, стр. 156]. В этой работе Эйнштейн одновременно вносит и критический момент в отношении принципа Маха. Для выполнения постулата Маха в уравнении поля приходится вводить член, не основанный на опытных

данных и не обусловленный логически остальными членами уравнений поля.

В 1924 г. Эйнштейн высказался более категорически в отношении Маха. «Мы видим,— пишет Эйнштейн,— что для Ньютона «пространство» было чем-то физически реальным. Это ясно понимал Мах, который первым после Ньютона подверг глубокому анализу основания механики. Он пытался избежать гипотезы об «эфире механики», сводя инерцию к непосредственному взаимодействию рассматриваемой массы со всеми остальными массами Вселенной. Хотя эта идея логически и возможна, но в наши дни она как теория взаимодействия уже не может рассматриваться всерьез. Механический эфир, названный Ньютоном «абсолютным пространством», должен оставаться для нас физически реальным» [28, стр. 156].

Критическое отношение к принципу Маха усилилось после 1924 г. На протяжении многих лет Эйнштейн не подвергает его дальнейшему анализу. В 1933 г. в статье «Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности» Эйнштейн писал, что к началу его работ над созданием общей теории относительности была известна мысль Маха, что инерция есть сопротивление не столько ускорению самому по себе, сколько ускорению по отношению к массам Вселенной. Хотя эта мысль и казалась ему привлекательной, она не предлагала никакой приемлемой основы для новой теории. В 1949 г. в «Творческой автобиографии» Эйнштейн не критикует Маха, повествовательно излагает его идеи и показывает несовместимость их с духом теории поля. «По мнению Маха, в действительно рациональной теории инертность должна, подобно другим ньютоновским силам, происходить от взаимодействия масс. Это мнение я долгое время считал в принципе правильным. Оно неявным образом предполагает, однако, что теория, на которой все основано, должна принадлежать тому же общему типу, как и ньютонова, основными понятиями в ней должны служить массы и взаимодействия между ними. Между тем нетрудно видеть, что такая попытка решения не вяжется с духом теории поля» [32].

Принцип Маха, как мы знаем, имеет несколько аспектов, неадекватных друг другу. В первоначальной своей форме принцип сводился к утверждению, что понятие «ускорение» лишено физического смысла, если мы не указываем материального объекта, относительно которого оно происходит и что распределение массы-энергии во всем пространстве определяет собой инертные свойства. Уиллер прибегал к принципу Маха для получения необходимых для уравнений поля Эйнштейна граничных условий. Это приводило к модификации не уравнений поля Эйнштейна, а самого принципа Маха. «Принцип Маха,— пишет Дж. Уиллер,— а также идея Римана о том, что геометрия пространства соответствует физике и играет в ней существенную роль, это два

глубоких русла мысли, которые Эйнштейн объединил с помощью своего мощного принципа эквивалентности, получив в результате геометрическое описание тяготения и движения.

...В ходе своих исследований Эйнштейн принял, что гравитация сама является тем взаимодействием, благодаря которому (согласно Маху) один объект влияет на инертные свойства другого» [36, стр. 469]. Приобретает значение радиационная часть взаимодействия, пропорциональная ускорению, статическая же компонента гравитационной силы, обратно пропорциональная квадрату расстояния, несущественна. Это приводит к новой формулировке принципа Маха, согласно которой геометрия пространства — времени и инертные свойства любой бесконечно малой пробной частицы определяются распределением энергии и потоком энергии сразу во всем пространстве.

Уиллер приводит третью формулировку принципа Маха. Принцип Маха есть принцип отбора, он указывает на граничные условия, позволяющие отбросить физически неприемлимые решения уравнений Эйнштейна.

В соответствии с этой формулировкой сравниваются граничные условия в электростатике и в теории тяготения. Подробно анализируется ряд вопросов, связанных с третьей формулировкой принципа Маха (асимптотически плоская геометрия как предельный случай замкнутого пространства и другие).

Уиллер выдвигает ряд возражений против принципа Маха:

1. Принципиально неверно выражать решение $g_{\mu\nu}$ в виде линейной суперпозиции воздействий, обусловленных различными областями пространства, поскольку уравнения поля Эйнштейна нелинейны.

2. Изменение метрики в локально лоренцовой системе, вызванное изменением полного тензора энергии-импульса-натяжений $\delta T_{\mu\nu}$, имеет вид: $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \hat{g}_{\mu\nu}$, $h = \hat{g}^{\mu\nu} \cdot h_{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$ и $\hat{g}_{\mu\nu}$ — компоненты новой и старой метрик,

$$h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \hat{g}_{\mu\nu} h = \frac{8\pi G}{c^4} \int \frac{|\delta T_{\mu\nu}|_{\text{зон}}}{r} d^3x.$$

Величина же $\frac{1}{r}$ в беспорядочно искривленном пространстве не может быть достаточно определенной величиной.

3. Сложно судить о предельном вкладе $T_{\mu\nu}$ в инертные свойства, поскольку система могла находиться в то время в особом состоянии.

4. Имеет ли смысл говорить о том, что геометрия определяется распределением массы — энергии и потоком энергии, ибо поскольку не задана геометрия, нельзя судить о том, где находится одна масса или распределение масс.

5. «Стоит ли нарушать логическую красоту теории относительности, примешивая к ней такую неопределенную и математически

неоформленную вещь, как принцип Маха? К чему все эти попытки выразить на точном языке XX века обтрепанную идею XIX столетия, которую пора выбросить раз и навсегда» [36, стр. 471].

Выдвинуты и другие критические мотивы в отношении принципа Маха. Многие авторы детально рассматривали космологический аспект принципа Маха. Необходимо отметить, что методическое изложение теории относительности на протяжении почти 50 лет не было связано с изложением принципа Маха. В последние годы появился ряд работ, трактующих вопросы анизотропии инертной массы.

Поскольку, согласно принципу Маха, инертная масса любого тела определяется всей материей во Вселенной, можно ожидать, что неравномерное распределение масс в Галактике должно привести к некоторой анизотропии инертной массы. В 1958 г. Коккони и Салпитер провели анализ возможностей экспериментального подтверждения этого эффекта [37]. По их расчетам, отношение $\Delta m/m$ (Δm — изменение массы вследствие анизотропии) должно быть порядка 10^{-7} — 10^{-11} .

Для определения такой величины можно воспользоваться эффектом Зеемана, эффектом Мессбауера, ядерным магнитным резонансом.

Представляется интересным замечание В. Л. Гинзбурга [38], что теоретически вопрос необходимо решать в рамках общей теории относительности, хотя Дикке [34, стр. 224] утверждает, что здесь эффект анизотропии отсутствует.

В опытах Белтрана и Робинзона [39] и Гарвея, Кемпера и Ли [40] эффект Зеемана исследовался методом электронного парамагнитного резонанса. Исследованию подвергались атомы кислорода в основном состоянии $3P_2$ и хлора в основном состоянии $2P_{3/2}$. Так как на разных подуровнях направление движения электрона в атоме относительно внешнего магнитного поля различно, то в случае зависимости массы от направления энергии перехода между подуровнями также будет зависеть от анизотропии массы.

$$\Delta E = -\frac{\Delta m}{m} \bar{T} P,$$

где \bar{T} — средняя кинетическая энергия электрона, а P — некоторый коэффициент, определяемый спином и ориентацией магнитного поля относительно центра галактики. Если, например, в отсутствие анизотропии состоянию $P_{3/2}$ соответствует одна зеемановская линия, то анизотропия приводит к образованию триплета или, если эффект слишком слаб, к уширению линии

$$\Delta W = \frac{4}{5} \frac{\Delta m}{m} \bar{T}.$$

Исследовалась зависимость частоты зеемановского перехода от относительной ориентации магнитного поля и направления на центр галактики. В опытах Куша и Хьюза [41] в качестве эталона частоты применялся эталон с пучком атомов цезия типа «атомихрон», работающий на переходе, не подверженном никакому влиянию анизотропии массы. В пределах ошибок измерений не было обнаружено никакого изменения частоты зеемановского перехода. Для количественных оценок верхнего предела возможного значения $\Delta m/m$ необходимо сделать определенные предположения. Электронную систему хлора можно рассматривать как дырку, движущуюся в кулоновском поле ядра и электронов. Тогда, по данным опыта, $\Delta m/m < 10^{-10}$.

Редфорд и Хьюз [42] наблюдали изменение разности энергии двух зеемановских переходов у кислорода в состоянии $3P_2$ при таком направлении на центр галактики, когда влияние анизотропии массы должно быть максимальным. Из их данных также следует, что $\Delta m/m < 10^{-10}$.

У Белтрана и Робинсона и Гарвея, Кемпера и Ли в качестве эталона частоты применялись генераторы, стабилизированные кварцем. Существовало опасение, что их частота сама подвержена влиянию анизотропии массы. Эссен [43] исследовал постоянство частоты генератора, сравнивая ее с частотой упомянутого эталона «атомихрон» с цезиевым пучком. Хотя в течение суток ориентация кристалла меняется относительно направления на центр галактики, никакого изменения частоты обнаружено не было, причем верхний предел для $\Delta m/m$ составлял 10^{-9} .

Высокая чувствительность опытов на основе парамагнитного резонанса обусловлена тем, что наблюдаются зеемановские переходы с высоким разрешением по энергии, а разность зеемановских уровней намного меньше полной энергии связи электронов, тогда как анизотропия массы приводит к значительному изменению кинетической энергии электрона. Поэтому становится возможным экспериментально выявить даже весьма малую относительную анизотропию массы.

Коккони и Салпитер [44] обратили внимание на то, что еще большая чувствительность в определении эффектов, связанных с анизотропией инерции, достижима при исследовании энергетических уровней ядра, так как кинетическая энергия нуклона примерно в 10^6 раз больше, чем у электрона в атоме. В частности, высокое разрешение по энергии может обеспечить эффект Мессбауера, поскольку с его помощью может быть получена очень узкая линия γ -излучения (10^{-5} — 10^{-8} эв). Необходимо сравнить форму линий перехода в Fe^{57} , у которого резонансное поглощение γ -лучей с энергией 14 кэв хорошо изучено, при одинаковой ориентации атомных спинов излучателя и поглотителя и изменения их расположения относительно направления к центру га-

лактики. Формула сдвига уровней остается прежней, но теперь переход, если исходить из оболочечной модели ядра, обусловлен движением нуклона, а не электрона. Если пренебрегать магнитным моментом основного состояния по сравнению с магнитным моментом возбужденного состояния, у которого полный момент $3/2$, то наблюдаемый спектр будет состоять из центральной линии с тремя симметричными равноотстоящими спутниками. При наличии анизотропии массы, в этом случае первый спутник расщепляется, образуя симметричный триплет, а второй — симметричный дублет. Остальные линии остаются простыми. Если же магнитные поля излучателя и поглотителя перпендикулярны, то главная линия также дает симметричный дублет. Максимальный эффект должен получиться, когда магнитные поля параллельны или перпендикулярны направлению к центру галактики.

Если для ориентации магнитных полей не приняты меры и они расположены хаотически, то анизотропия приводит только к уширению линий. Анализ результатов опытов по мессбауеровскому смещению, например Паунда и Ребки, позволяет считать, что уширение не превышает 10^{-8} эв.

Группа Шервина [45] проверяла, обусловлено ли уширение центральной линии при хаотическом расположении ядер излучателя и поглотителя галактическими эффектами. С этой целью измерялась ширина мессбауеровской линии как при хаотическом расположении доменов, так и в магнитном поле, когда атомарные магнитные поля в излучателе и поглотителе были параллельны. Во втором случае галактическое смещение уровней в обоих образцах должно было быть одинаковым и уширение, обусловленное анизотропией масс, должно было исчезнуть. Наблюдения, проводившиеся в течение суток, не выявили значительной разницы между обоими случаями. Однако при таком методе достоверность данных ограничивалась тем обстоятельством, что хотя домены были параллельны, направления внутренних магнитных полей ядер могли быть различными, а следовательно, анизотропия масс могла все-таки вызвать некоторое уширение. Тем не менее эта первая серия опытов вполне определенно показала, что основная часть дополнительного уширения не связана с эффектом анизотропии.

Во второй серии опытов поглотитель помещался в магнитное поле, ориентированное по направлению север — юг, а излучатель — в магнитное поле, направленное под углом 45° к горизонту. Поэтому в течение звездного дня, за который центр галактики делает один полный оборот вокруг линии, параллельной земной оси, ориентация магнитных полей относительно направления на центр галактики меняется и разница смещений уровней вследствие анизотропии инерции должна также меняться, проходя через максимум и минимум. Опыты, проводившиеся в

течение 10 дней, привели к выводу, что при $E=14,4$ кэв $\Delta E/E < 10^{-13}$. По величине $\Delta E/E$ можно оценить и $\Delta m/m$, но только при определенных предположениях о кинетической энергии и коэффициенте P . Если принять, что в данном случае $\bar{T}=10$ Мэв и $P=1/5$, то $\Delta m/m < 5 \cdot 10^{-16}$.

Но принятые предположения не совсем точны, поскольку для ядер Fe^{57} , используемого в опытах с эффектом Мессбауера, оболочечная модель дает не совсем правильные результаты. Кроме того, малое время жизни ядер в возбужденном состоянии дает сравнительно большую неопределенность в определении частоты. Поэтому, по Хьюзу [46], лучшие условия осуществляются при обычном ядерном магнитном резонансе. Хьюз, Робинзон и Белтран проводили эксперимент с ядерным магнитным резонансом на Li^7 , для ядра которого оболочечная модель дает более надежные результаты.

В магнитном поле Li^7 имеет четыре равноотстоящих при отсутствии анизотропии энергетических уровня, а следовательно, лишь одну резонансную частоту. Под влиянием анизотропии должен либо появиться триплет резонансных линий, либо должно наблюдаться уширение линии. Фактически наблюдалась лишь одна линия шириной 1,2 гц, обусловленная отчасти неоднородностью магнитного поля, а отчасти временем тепловой релаксации, связанным с магнитным дипольным взаимодействием ядер Li^7 между собой, причем в течение звездного дня ширина менялась мало. Принимая $\bar{T}=10$ Мэв, авторы оценили верхний предел анизотропии из своих опытов $\Delta m/m < 10^{-22}$.

Наконец, Драйвер [47], исследуя прецессию ядер Li^7 в магнитном поле Земли, установил верхний предел $5 \cdot 10^{-23}$.

При теоретической интерпретации всей описанной группы опытов сталкиваются различные точки зрения. В рамках представлений Коккони и Салпитера можно считать, что никакой анизотропии массы не существует. На той же основе Вебер [48] рассматривает проведенные опыты как сильное подтверждение современной формулировки общей теории относительности и отрицания принципа Маха в его сильном варианте. По Дикке [49], анизотропия, вытекающая из принципа Маха, действительно существует, но она не наблюдаема ввиду того, что все поля и частицы подвергнуты ей в равной степени. К этому же сводятся и возражения Эпштейна [50], считающего, что учет анизотропии в члене потенциальной энергии полностью ликвидирует наблюдаемые эффекты.

4. ЭЙНШТЕЙН О ПРОСТРАНСТВЕ И ВРЕМЕНИ

В 1905 г. Эйнштейн опубликовал свою первую и основную работу по специальной теории относительности, коренным образом видоизменившую господствовавшие в классической физике пред-

ставления о пространстве и времени. В отличие от классической физики, в специальной теории относительности не вводится «абсолютно покоящееся пространство», наделенное особыми свойствами, и ни одной точке пустого пространства, в котором протекают электромагнитные процессы, не приписывается вектор скорости. Потеряло свое абсолютное значение и понятие одновременности. События, одновременные при наблюдении из одной координатной системы, не воспринимаются как одновременные при рассмотрении этих событий из системы, движущейся относительно первой. Пространство — время специальной теории относительности по характеру своему четырехмерно-псевдоевклидово. В этой работе Эйнштейн не анализирует геометрию специальной теории относительности.

В 1909 г. А. Зоммерфельд обратил внимание на связь между специальной теорией относительности и геометрией Лобачевского. В 1914 г. Ф. Клейн, анализируя геометрические основания лоренцевой группы, дал исчерпывающий анализ псевдоевклидова характера пространства специальной теории относительности. Идеи, развитые Эйнштейном в работе «К электродинамике движущихся тел» (1905), привели к более глубоким радикальным связям геометрии и физики. По-новому решена и проблема эфира, неразрывно связанная с проблемой пространства.

Стремясь избежать асимметрии в толковании физических явлений, поскольку асимметрия не свойственна самим явлениям, Эйнштейн отказывается от «светоносного эфира». Этот отказ нельзя трактовать ни как противоречие специальной теории относительности и теории эфира по их существу, ибо такого противоречия не существовало, ни как негативное отношение Эйнштейна к проблеме эфира, взятой в целом. Речь шла об одном аспекте этой проблемы, и в ее рамках Эйнштейн критиковал теорию эфира.

В 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» рассмотрен вопрос о пространстве и времени в равномерно ускоренной системе отсчета. Введено «местное время» и «время системы отсчета», прообразы «собственного» и «координатного времени». Это было дальнейшим шагом в релятивизации времени; одновременно были найдены более глубокие связи пространства и времени в пределах одной ускоренной системы отсчета. В период подготовки общей теории относительности были сформулированы понятия псевдоевклидова пространства и понятие псевдориманова пространства, которое условно можно рассматривать как обобщение псевдоевклидова пространства. Понятие «риманово пространство» строится в той или иной форме на основе понятия «многообразия», в котором введена метрика. Пространство, рассматриваемое в общей теории относительности, псевдориманово, поскольку его касательные пространства псевдоевклидовы. Эйнштейн в подготовительный период создания

общей теории относительности уделяет основное внимание использованию математического аппарата, заложенного в фундаментальной работе Кристоффеля о преобразовании квадратичных дифференциальных форм и развитого Риччи и Леви-Чивита, создавших метод абсолютного дифференциального исчисления.

Эти новые методы более адекватно выражают новые пространственно-временные представления.

В 1913 г. Эйнштейн писал: «Метод абсолютного дифференциального исчисления позволяет обобщать установленные в первоначальной теории относительности системы уравнений для какого-либо процесса таким образом, что они включаются в схему новой теории. В эти уравнения всегда входят составляющие поля тяготения g_{ik} . Физически это означает, что эти уравнения объясняют влияние гравитационного поля на явления в изучаемой области» [26, стр. 269]. Речь пока идет о влиянии гравитационного поля на оптические и электромагнитные процессы при определении свойств часов и масштабов.

В это время была сформулирована связь гравитационного поля с фундаментальным тензором g . Вместо гауссовой кривизны Эйнштейн и Гроссман оперируют тензором Римана — Кристоффеля, из которого через композицию получен тензор кривизны второго ранга. Но этот тензор пока не введен в уравнения гравитационного поля, и, разумеется, тем самым еще не найдено было ковариантное уравнение гравитационного поля.

В работе 1915 г. «К общей теории относительности», в которой Эйнштейн восстановил временно оставленный им принцип ковариантности уравнений, он писал о триумфе тензорных методов в общей теории относительности: «Прелесть этой теории едва ли может скрыться от того, кто действительно понимает ее, она означает истинный триумф метода абсолютного дифференциального исчисления, развитого Гауссом, Риманом, Кристоффелем, Риччи и Леви-Чивитой» [26, стр. 426]. В работе «Уравнения гравитационного поля», в которой появилось уравнение тяготения с тензором $T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}T$, Эйнштейн писал, что «каждую физическую теорию, совместимую с частной теорией относительности, можно при помощи абсолютного дифференциального исчисления включить в схему общей теории относительности...» Это высказывание Эйнштейна показывает, что и пространственно-временные представления специальной теории относительности нельзя противопоставлять представлениям общей теории относительности, хотя в последней приходится вводить новую геометрию и иное измерение времени.

В 1916 г., полемизируя с Ф. Коттлером, Эйнштейн писал: «...общую ковариантность уравнений приходится покупать дорогой ценой, отказываясь от обычного измерения времени и евклидовой меры пространства. Коттлер считает, что можно обойтись

без таких жертв. Однако даже в рассмотренном им случае, когда система движется ускоренно в смысле Борна относительно галилеевской системы, приходится отказываться от обычного измерения времени. Отсюда с точки зрения теории относительности уже недалеко и до отказа от привычных пространственных измерений...» [26, стр. 507]. В 1917 г. Эйнштейн вновь подчеркнул, что геометрические свойства пространства обусловлены материей. Лишь полагая известным состояние материи, можно заключить о геометрической структуре мира. В мае 1920 г. Эйнштейн произнес речь в Лейденском университете, опубликованную под названием «Эфир и теория относительности». От «отрицания эфира» в своих первых работах Эйнштейн пришел к совместимости его с теорией относительности при определенных весьма жестких условиях, накладываемых на его существование.

Г. А. Лоренц оставил эфиру лишь одно механическое свойство — неподвижность. Эта неподвижность по отношению к определенной системе координат приводит к асимметрии теоретического построения, в то время как опытные данные отрицают существование какой бы то ни было асимметрии. Можно было предполагать, что эфира вообще не существует. Именно этот эфир, приводящий к асимметрии, и отрицал в своих работах Эйнштейн. Он писал: «В этом вопросе можно встать на следующую точку зрения. Эфира вообще не существует... Между тем ближайшее рассмотрение показывает, что специальная теория относительности не требует безусловного отрицания эфира. Можно принять существование эфира, не следует только заботиться о том, чтобы приписывать ему определенное состояние движения, иначе говоря, абстрагируясь, нужно отнять у него последний механический признак, который ему еще оставил Лоренц. Позднее мы увидим, что общая теория относительности оправдывает такое представление...» [26, стр. 685—686]. В период создания специальной теории относительности было существенно в первую очередь указать на асимметрию, с которой связано признание эфира. В период создания общей теории относительности было существенно подчеркнуть роль среды, передающей инерцию (эфир). Представления Эйнштейна об эфире всегда существенно отличались от представлений об эфире Ньютона, Френеля, Герца, Лоренца. Согласно общей теории относительности метрические свойства пространственно-временного континуума различны в окрестности отдельных пространственно-временных точек. Состояние пространства надо описывать с помощью гравитационных потенциалов, тем самым теряет смысл понятие «пустого пространства».

«Но, — пишет Эйнштейн, — таким образом, и понятие эфира снова приобретает определенное содержание, которое совершенно отлично от содержания понятия эфира механической теории света. Эфир общей теории относительности есть среда, сама по

себе лишённая всех механических и кинематических свойств. Но в то же время определяющая механические (и электромагнитные) процессы» [26, стр. 687]. Состояние эфира в общей теории относительности динамически определяется материей и состоянием эфира в соседних точках. «Резюмируя, можно сказать, что общая теория относительности наделяет пространство физическими свойствами; таким образом, в этом смысле эфир существует... Однако этот эфир нельзя представить себе состоящим из прослеживаемых во времени частей, таким свойством обладает только весома материя; точно так же к нему нельзя применять понятие движения» [26, стр. 689].

В 1921 г. Эйнштейн начал свои стафффордские лекции с краткого исследования происхождения наших представлений о пространстве и времени, сознавая, что касается спорного предмета. Априорная версия Канта для него неприемлема. Он доказал своими работами, что под влиянием фактов физика вынуждена ниспровергнуть понятия пространства и времени «с олимпа априорности». В 1926 г. в статье «Неевклидова геометрия и физика» Эйнштейн, вновь избегая спорных философских вопросов, анализировал отношения геометрии и физики. В древнейшие времена геометрия была полуэмпирической наукой. Она превратилась в математическую науку, когда было выяснено, что из небольшого числа аксиом можно вывести логическим путем большинство ее предложений. Это привело к представлению об априорном характере аксиом. Геометрия стала казаться наукой, предшествующей опыту. Основы евклидовой геометрии стали казаться незыблемыми. Лобачевский и Бояи оказали науке неоценимую услугу, построив логически непротиворечивую систему, отличающуюся от евклидовой. Особое значение Эйнштейн придает точке зрения Гельмгольца, согласно которой «предложения геометрии приобретают характер утверждений относительно реальных тел. Эта точка зрения была особенно ясно высказана Гельмгольцем; можно добавить, что без нее невозможно было бы практически подойти к теории относительности» [28, стр. 180].

Возможна и другая точка зрения, а именно возможно «отрицание существования предметов, соответствующих основным понятиям геометрии». Какие-либо положения относительно реальных предметов могут быть даны сочетанием геометрии и физики, содержание самой геометрии условно. Эйнштейн придерживается первой точки зрения, высказанной Гельмгольцем. Он отмечает заслугу Римана в развитии идей о соотношении между геометрией и физикой. Во-первых, он открыл эллиптическую геометрию — антитезу гиперболической геометрии Лобачевского, указав на возможность геометрического пространства конечной протяженности. Эта идея Римана привела к постановке вопроса о конечности физического пространства. Во-вторых, создав «риманову» геометрию, как результат применения гауссовой теории

поверхностей к континууму произвольного числа измерений, он, анализируя возникшие при этом трудности, пришел к выводу, что геометрические отношения тел обусловлены физическими причинами.

В 1930 г. Эйнштейн в статье «Проблема пространства, эфира и поля в физике» более подробно изложил свои взгляды на проблемы пространства. Развитие понятия пространства с точки зрения чувственных ощущений он изображает схемой «телесный объект — отношения положения телесных объектов — пространственный промежуток — пространство» [28, стр. 277]. Понятию пространства предшествует понятие телесного объекта комплексов чувственных ощущений. Потребность мысленно уяснить связи телесных объектов друг с другом приводит к понятиям, которые соответствуют пространственным отношениям этих объектов. Следующая ступень — это понятие промежутка между объектами, не зависящее от выбора заполняющего тела. Это понятие и служит отправным пунктом для понятия пространства. Отсюда следует схема истории учения о пространстве. Понятие пространства как реального объекта существовало давно. Геометрия Евклида ограничивалась только понятием объекта (точка, прямая, отрезок, плоскость) и отношениями положения между объектами (пересечение прямых, плоскостей, положения точек на прямых). Пространство как континуум не входило в геометрию Евклида. Понятие это впервые введено Декартом, у которого геометрические образы выглядели как части трехмерного континуума. Это пространство как целое в смысле Декарта необходимо было для построения физики Ньютона, для уяснения понятия ускорения, инерции. С появлением волновой теории света и электромагнитной теории Фарадея — Максвелла выяснилось, что в свободном от материальных тел пространстве существуют особые состояния. Физикам XIX в. казалось абсурдным приписывать эти состояния самому пространству, и они приписывали их эфиру.

В специальной теории относительности физическое пространство расширилось до четырехмерного пространства, оставшегося жестким и абсолютным, как и ньютоново пространство.

Структура пространства в общей теории относительности абсолютно не определена. Определенность оно приобретает, если известны законы, которым подчинено метрическое поле $g_{\mu\nu}$. Метрическое поле одновременно является и гравитационным полем. «Поскольку гравитационное поле определяется конфигурацией масс и изменяется вместе с ней, то и геометрическая структура этого пространства зависит от физических факторов. Следовательно, согласно этой теории, пространство, как и подозревал Риман, уже не является абсолютным и структура пространства зависит от физических условий. Геометрия (физическая) — это уже не изолированная наука, замкнутая в себе, как геометрия Евклида» [28, стр. 282].

В 1952 г. в качестве приложения к 15-му английскому изданию книги «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн вновь изложил свои взгляды на пространство и время, дополнив то, что им более кратко выражено в предыдущих статьях.

Во-первых, Эйнштейн поясняет, что характерной особенностью ньютоновой физики является то, что пространству и времени, так же как и материи, приписывается независимое реальное существование. Основа и неизбежность этой трактовки коренятся в понятии «ускорения», входящего как основной элемент в закон движения.

«Таким образом, ньютоново пространство должно мыслиться как и «покоящаяся» или, по крайней мере, как «неускоренное», чтобы ускорение, появляющееся в законе движения, можно было рассматривать как величину, имеющую физический смысл. Почти то же самое справедливо и для времени, которое также входит в определение понятия ускорения». С этими представлениями о пространстве и времени связан весь путь развития от специальной к общей теории относительности.

5. ПАРАДОКС ЧАСОВ

В 1905 г. в первой и основной работе Эйнштейна по специальной теории относительности «К электродинамике движущихся тел» рассмотрен вопрос о физическом смысле полученных уравнений преобразований координат и времени. Полагаем, что часы, находясь в покое относительно «покоящейся» системы, показывают время t , а находясь в покое относительно системы, движущейся прямолинейно и равномерно, показывают время τ . Часы движущейся системы помещены в начале координат ее. Величины t , τ и $x = vt$ связаны соотношением

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

или

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{vvt}{c^2} \right) = \frac{t \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = t - \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) t.$$

Показание часов, наблюдаемое из покоящейся системы, отстает в секунду на $1 - \sqrt{1 - v^2/c^2}$ сек, или, с точностью до величины четвертого и высших порядков, отстает на величину

$\frac{1}{2} v^2/c^2$ сек. «Отсюда,— пишет Эйнштейн,— вытекает своеобразное следствие. Если в точках A и B системы K помещены покоящиеся синхронно идущие часы, наблюдаемые в покоящейся системе, и если часы из точки A двигать по линии, соединяющей ее с B , в сторону последней со скоростью v , то по прибытии этих часов в B они уже не будут более идти синхронно с часами в B » [26, стр. 19].

Часы, передвигавшиеся из одной точки пространства в другую точку, отстают по сравнению с теми часами, которые покоились в данной точке системы.

В нашем случае часы, передвигающиеся из A в B , отстают по сравнению с часами, находящимися с самого начала в точке B , на величину $\frac{1}{2} t \frac{v^2}{c^2}$, где t — время, в течение которого часы двигались из A в B . Этот же результат получается в том случае, когда часы движутся по любой ломаной линии. Допуская, что тот же результат верен и для движения часов по кривой, непрерывно меняющей свое направление, Эйнштейн приходит к выводу: «Если в точке A находятся двое синхронно идущих часов и мы перемещаем одни из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернуться в A (на что потребуются, скажем, t сек), то эти часы по прибытии в A будут отставать по сравнению с часами, оставшимися неподвижными, на $\frac{1}{2} t \frac{v^2}{c^2}$ сек» [26, стр. 19].

Еще в начале века Лармор и другие утверждали, что часы, движущиеся относительно эфира со скоростью v , должны идти медленнее, чем покоящиеся. Соотношение скоростей хода часов должно быть $\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1$. Главное внимание было обращено при этом на действие упругих сил и на структурные проблемы материи. Эйнштейн полностью отбрасывает вопрос о скрытых механизмах, определяющих изменения движущихся тел и часов. Он выдвигает идею относительности наблюдателей A и B . В данном случае точно так же, как наблюдатель A констатирует, что отстают часы B , наблюдатель B полагает, что часы A отстают от его собственных часов.

В 1906 г. Штарк доказал, что излучение движущихся положительных ионов каналовых лучей имеет линейчатый спектр; при этом было обнаружено смещение линий, вызываемое эффектом Допплера.

В 1907 г. Эйнштейн в работе «О возможности нового доказательства принципа относительности» показал, что принцип относительности вместе с принципом постоянства скорости света позволяет предугадать смещение линий спектра. Как уже известно, из этих принципов можно заключить, что равномерно движущиеся часы с точки зрения покоящейся системы отсчета идут

медленнее, чем с точки зрения наблюдателя, который движется вместе с ними.

Излучение определенной частоты, испускаемое и поглощаемое атомами каналовых лучей, можно рассматривать как быстро движущиеся часы и применить в этом случае соотношение $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$, где ν — число оборотов стрелки часов в единицу времени для покоящегося наблюдателя;

ν_0 — число оборотов стрелки часов в единицу времени для движущегося вместе с ним наблюдателя. Соотношение $\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ дает эффект второго порядка.

В том же 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» Эйнштейн вновь вернулся к соотношению, связывающему между собой показания движущихся и покоящихся часов, но, как и в предыдущей работе того же года, основное внимание обратил на связь ν и ν_0 .

В начале координат системы S' покоятся часы, стрелки которых совершают ν_0 оборотов за время одного оборота стрелок часов того же типа, которыми пользуются в системах S и S' .

«Стрелки рассматриваемых часов заканчивают оборот в промежутки времени $t'_n = n/\nu_0$, причем n принимает целые значения, и часы постоянно находятся в точке $x' = 0$. Отсюда с помощью двух первых формул преобразований для промежутков времени t_n , в течение которых стрелки часов заканчивают оборот в системе S , получаем $t_n = \beta t'_n = \frac{\beta}{\nu_0} n$. Следовательно, в системе S стрелки часов

за единицу времени совершают $\nu = \frac{\nu_0}{\beta} = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ оборотов»

[26, стр. 74]. В 1910 г. Эйнштейн более подробно анализировал указанные соотношения. В 1911 г. в работе «Принцип относительности и его следствия в современной физике» Эйнштейн вновь возвращается к вопросу об измерении времени, полнее пояснив его. Измерение отрезка времени заключается в отсчете количества периодов, показываемых часами от начала до конца события. Это определение неполно. Оно теряет свой смысл, если часы находятся столь далеко от места события, что одновременное наблюдение события и часов невозможно. Часы должны быть синхронизированы таким образом, чтобы время, необходимое световому сигналу для прохождения некоторого пути, равнялось времени, необходимому для прохождения обратного пути. Определить время можно лишь при синхронизации часов. Рассматриваются часы H' , находящиеся в начале координат системы S' . Часы H' идут в p_0 раз быстрее часов системы S и S' , иначе говоря, при сравнении часов, находящихся в относительном покое, часы H' показывают p_0 единиц времени при отсчете другими часами одной единицы. Определяется, сколько единиц времени пока-

зывают часы H' за единицу времени в том случае, если наблюдение вести из системы S . В моменты $t'_1 = 1/p_0$, $t'_2 = 2/p_0$, ..., $t'_n = n/p_0$ часы H' отмечают концы периодов.

Для системы S время определяем по формуле

$$t = \beta \left(t' - \frac{V}{c^2} x' \right),$$

но $x' = 0$, следовательно, $t_n = \beta t'_n = \frac{\beta}{p_0} n$, $n/t_n = p_0/\beta$.

Часы H' показывают за единицу времени $p = \frac{p_0}{\beta} = p_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ периодов.

«Другими словами, если наблюдать часы из системы, по отношению к которой они равномерно движутся со скоростью v , то окажется, что они идут в $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$ раз медленнее, чем те же часы, неподвижные по отношению к этой системе» [26, стр. 156].

В начале 1911 г. в своем докладе на заседании Общества естествоиспытателей в Цюрихе Эйнштейн вновь обращается к вопросу об измерении времени.

Установив метод синхронизации часов, мы не можем утверждать аргюги, что два события, одновременные в системе S , одновременны в системе отсчета S' , равномерно движущейся относительно системы S . Нельзя утверждать, что время независимо от состояния движения системы отсчета. Далее Эйнштейн рассматривает тот случай, когда часы, способные показывать время отсчета S и находящиеся относительно S в состоянии покоя, движутся теперь равномерно и прямолинейно относительно этой же системы отсчета. Оказывается, что эти часы будут идти медленнее с точки зрения системы S . Пусть часы приобретут большую скорость и с этой скоростью двигаются дальше. Пройдя большое расстояние, они получили импульс в противоположном направлении. Часы снова возвращаются в исходный пункт своего движения. В то время как в движущейся системе стрелки часов мало изменили свое положение, стрелки часов, оставшихся в покое, существенно изменили свое положение. В том же году этот вопрос рассмотрел Ланжевэн [51].

Эйнштейн полагал, что следствия, относящиеся к парадоксу часов, должны быть отнесены к любой замкнутой физической системе. «Следует добавить, что выводы, которые справедливы для этих часов, взятых нами в качестве простой системы, представляющей все физические процессы, остаются в силе и для замкнутой физической системы с каким-либо другим устройством. Например, если бы мы поместили живой организм в некий футляр и заставили бы всю эту систему совершать такое же движение вперед и обратно, как описанные выше часы, то можно было бы достичь того, что этот организм после возвращения в исходный

пункт из своего сколь угодно далекого путешествия изменился бы как угодно мало, в то время как подобные ему организмы, оставленные в пункте отправления в состоянии покоя, давно бы уже уступили место новым поколениям. Для движущегося организма длительное время путешествия будет лишь мгновением, если движение будет происходить со скоростью, близкой к скорости света! Это — неизбежное следствие наших исходных принципов, к которым нас приводит опыт» [26, стр. 185].

Далее Эйнштейн указывает, что можно считать исключенной проверку выводов теории посредством опыта с карманными часами, так как скорости, которые можно им сообщить, малы по сравнению со скоростью света. Объектами, обладающими свойствами часов и быстро движущимися, являются атомы, испускающие излучение с линейчатым спектром, которым в электрическом поле можно сообщить большие скорости (каналовые лучи). Следует ожидать, что частоты их колебаний будут меняться таким же образом, как ход движущихся часов. В 1917 г. Эйнштейн вновь повторил свои рассуждения о часах.

Работа 1918 года — «Диалог по поводу возражений против теории относительности» [26, стр. 616] — посвящена парадоксу часов.

Рассуждения «критика» и «релятивиста», т. е. противника и сторонника физической теории относительности, отличаются прозрачностью и логической стройностью.

«Критик» отмечает, что с момента создания специальной теории относительности вывод о замедляющем влиянии движения на ход часов вызывал возражения и казался противоречащим основам теории. Двое совершенно одинаковых часов U^1 и U^2 не испытывают никаких влияний извне и покоятся в системе K . K — галилеева система координат, что означает наличие тела, по отношению к которому изолированные материальные точки движутся прямолинейно и равномерно.

При движении одних часов, например U^2 , прямолинейно и равномерно по отношению к системе K (с точки зрения этой системы), они идут медленнее, чем часы U^1 , неподвижные относительно K . Само по себе это явление кажется странным «критику». «Далее «критик» прибегает к мысленному эксперименту. A и B — удаленные друг от друга точки системы K . A — начало координат системы K , B — точка на положительной оси x . Часы U^1 и U^2 покоились в точке A . Часам U^2 сообщают постоянную скорость в положительном направлении оси x , в направлении точки B . При достижении точки B скорость часов меняется на обратную. Достигнув точки A , часы тормозятся. По отношению к K они опять будут покоиться.

«Так как наблюдаемое из K изменение положения стрелок часов U^2 , которое возможно при перемене направления скорости U^2 , не может превзойти некоторой величины и так как часы U^2 во

время равномерного движения вдоль отрезка AB идут медленнее, чем U^1 (если наблюдать из системы K), то при достаточной длине отрезка AB часы U^2 должны после своего возвращения отставать от часов U^1 » [26, стр. 617—618].

Рассуждения, приведенные «критиком», безусловно, верны. Далее «критик» указывает, что в согласии с принципом относительности процесс должен протекать одинаково, если представить его в системе K' , движущейся вместе с часами U^2 .

По отношению к штрихованной системе часы U^2 остаются в покое, а взад и вперед движутся часы U^1 и по окончании движения должны отставать часы U^1 . Парадокс состоит в том, что из двух покоящихся и расположенных друг возле друга часов каждые отстают друг от друга.

«Релятивист» указывает, что согласно специальной теории относительности системы координат K и K' не являются равноправными. Равноценны только все галилеевы (неускоренные) системы координат.

Однако и с точки зрения общей теории относительности системы нештрихованная и штрихованная неравноценны.

Эйнштейн показывает, как выглядит процесс в K и K' .

Первый этап. В системе K движение часов трактуют так, что часы U^2 ускоряются внешними силами в направлении оси x , до приобретения ими скорости v . Часы U^1 покоятся.

В системе K' — в отрицательном направлении оси x — возникает гравитационное поле. Часы U^1 падают ускоренно, пока не приобретут скорость v . Внешние силы, удерживающие часы U^2 , не дают им прийти в движение. По достижении часами U^1 скорости v гравитационное поле исчезает.

Второй этап. Наблюдатель системы K трактует, что часы U^2 с постоянной скоростью движутся до точки B , часы же U^1 покоятся.

Наблюдатель системы K' полагает, что часы движутся с постоянной скоростью v до точки B' на отрицательной оси x , а часы U^2 покоятся.

Третий этап. Наблюдатель в K полагает, что часы U^2 ускоряются внешними силами, действующими в отрицательном направлении оси x , ускоряются до тех пор, пока не достигнут скорости v в отрицательном направлении оси x .

Наблюдатель в K' полагает, что в положительном направлении оси x появляется однородное поле тяжести. Под действием поля часы U^1 ускоряются в положительном направлении, пока не достигнут скорости v . После этого поле тяжести исчезнет. Часы U^2 удерживаются при этом внешними силами, действующими в отрицательном направлении оси x , предотвращающими движение часов U^2 в появившемся поле тяжести.

Четвертый этап. Для наблюдателя в системе K часы U^2 с постоянной скоростью v движутся назад в отрицательном

направлении оси x и приближаются к часам U^1 . Часы U^1 остаются при этом в покое. Наблюдатель в K^1 полагает, что часы U^1 с постоянной скоростью v движутся в положительном направлении оси x , пока не приблизятся к часам U^2 . U^2 находятся в покое.

Пятый этап. С точки зрения наблюдателя системы K часы U^2 останавливаются внешними силами, в то время как с точки зрения наблюдателя системы K' часы U^2 удерживаются внешними силами в состоянии покоя, а часы U^1 останавливают возникшее поле тяжести, направленное по отрицательной оси x , после чего оно снова исчезает.

Эйнштейн показал, что отставание часов U^2 по-разному трактуется наблюдателями систем K и K' .

Если относить все к координатной системе K' , то это явление объясняется следующим образом: в течение второго и четвертого этапов рассматриваемого процесса часы U^1 , движущиеся со скоростью v , идут медленнее покоящихся часов U^2 . Но это отставание будет с избытком компенсировано быстрым ходом часов U^1 во время третьего этапа процесса. В самом деле, согласно общей теории относительности часы идут тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал в том месте, где они находятся, часы же U^1 на третьем этапе процесса действительно находятся в области большего гравитационного потенциала, чем часы U^2 .

После статьи Эйнштейна 1918 г. «Диалог по поводу возражений против теории относительности» парадокс часов не привлекал к себе внимание в какой-либо широкой мере. Наиболее существенными были статьи Ж. Беккереля [52], А. Бергсона [53, 54], А. Метца [55]. Большинство статей того времени по вопросу о парадоксе часов носили философский характер.

Бергсон не оспаривает математическое и физическое содержание преобразований Лоренца, но инвариантность он относит не к пространственно-временному интервалу, а к инвариантности «времени», взятому вне связи с пространством. Отсюда требование «симметричности». В дальнейшем интерес к этим проблемам стал оживать с 40-х годов [56, 57].

В 1956 г. Дингль и Мак-Крей полемизировали между собой в связи с расчетом, приведенным Г. Томсоном [58]. Согласно этому расчету полет к ближайшей звезде и обратно продлится более 17 лет по земным часам и 14,5 лет по часам космического корабля. Дингль полагал, что этот расчет неверен, так как наблюдатель на Земле и корабль должны одинаково рассматриваться как движущиеся [59]. Мак-Крей возражал Динглу, полагая, что мировая линия земного наблюдателя есть отрезок геодезической, а мировая линия корабля не является геодезической.

Билдер показал, что при возвращении корабля на Землю, независимо от системы отсчета, наблюдатели будут отмечать отставание часов космического корабля [60].

В 1957 г. Дингль продолжал отстаивать свою точку зрения по вопросу о парадоксе часов, полагая, что из принципа симметрии и принципа относительности следует, что часы после их совмещения должны показывать одинаковое время [61]. Билдер, возражая Динглю, указывал, что речь идет отнюдь не о симметричной ситуации. Одни часы движутся ускоренно относительно Вселенной, нарушив тем самым симметрию, постулируемую Динглем [62].

В том же году Фрай и Бригем, применяя соотношения специальной и общей теории относительности к различным участкам полета тел, показали, что замедление времени для движущейся системы координат не зависит от того, считать ли ее движущейся или рассматривать ее как неподвижную, а всю остальную Вселенную считать движущейся [63]. Мак-Миллан разрешает парадокс часов, используя сначала только инерциальные системы отсчета, а затем учитывая также ускорения в рамках специальной теории относительности [64]. Крофорд указал, что результаты совокупности экспериментов по измерению времени жизни μ -мезонов на лету и в покое подтвердили выводы теории относительности [65]. Крофорд ссылается на работы Росси и сотрудников [66], Блэкета [67], Разетти [68] и др.

Зингер полемизировал с Динглем. Он полагал, что при вращении искусственного спутника вокруг Земли на небольшой высоте время на спутнике будет идти медленнее [69].

Кокран предложил эксперимент с μ -мезонами. Если пучок μ -мезонов возвратить к месту первоначального наблюдения, то из-за замедления времени число нераспавшихся мезонов будет больше, чем в случае с покоившимися мезонами [70]. В другой статье Кокран доказывает, что факт увеличения времени жизни мезона τ при движении по прямой должен привести к увеличению τ при возврате в точку первоначального наблюдения [71].

Ромер [72] рассмотрел следующую схему. В инерциальной системе покоятся разделенные большим пространственным интервалом часы A и C . Эти часы синхронизованы с помощью световых сигналов. Часы B пролетают мимо A со скоростью v , достигают часов C , поворачивают и летят со скоростью $-v$ к часам A . Если при первом совпадении $t_A = t$, то при движении от C к B $\Delta t = t_C - t_B - t_A - t_B > 0$.

Такая же разность времен возникает на пути от C к A . Подобный анализ с точки зрения B требует введения часов D , покоящихся и синхронизированных сначала относительно B и совпадающих с точки зрения B с A , когда B встречается с C . После поворота часов B они движутся относительно D . Синхронизация B и D исчезает. Наблюдатель, связанный с часами B , не может сделать вывод, что A движутся медленнее.

Наглядно и доходчиво вопрос о парадоксе часов изложен Д. В. Скобельцыным. Схема обычная. Один из двух наблюдате-

лей A на протяжении движения наблюдателя B покоится в одной и той же инерциальной системе. Наблюдателю B в начальный момент времени сообщено ускорение. В результате наблюдатель B на протяжении времени T_0 , измеренного в инерциальной системе наблюдателя A , удаляется от A на расстояние x_0 , двигаясь с постоянной скоростью. Затем B получает мгновенное ускорение в направлении A . Двигаясь в обратном направлении с той же скоростью в течение того же времени T_0 , наблюдатель B возвращается в исходное положение. Показание часов A равно $2T_0$, показание часов B равно

$$2T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Этот же результат может быть получен, если полагать, что B покоится, а с точки зрения B движется A . В кажущемся противоречии с версией первой ход часов A замедлен относительно B . «Однако в представлении наблюдателя B в середине цикла, в момент времени $t' = T_0$ (по часам B), происходит скачкообразный сдвиг показаний часов A . В момент времени $t' = T_0'$ они в результате этого сдвига мгновенно уходят вперед на

$$\frac{2v^2/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

своих делений. Согласно версии № 1, такие скачки в показании движущихся часов B не имеют места. Конечный результат сравнения показаний часов A и B не зависит, разумеется, от способа рассмотрения и в обоих случаях определяется уже полученным в гл. I соотношением $2T_0' = 2T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ [73].

Во второй версии в момент $t' = T_0'$ мы изменяем систему отсчета, в которой «неподвижен» B в то время, когда в первой версии инерциальная система, в которой пребывает A , остается неизменной.

Лефферт и Донахью по методу Меллера рассматривали движение часов, покоящихся в инерциальной системе, с точки зрения наблюдателя, находящегося в неинерциальной системе. Показано, что в моменты включения и выключения ускорения скорость часов меняется скачкообразно от $-v$ до $-v\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Этот скачок вызван изменением гравитационного поля во времени [74].

Кемпбелл рассматривает обычную схему. Часы A покоятся в инерциальной системе координат. Часы B в момент отлета синхронизируются с часами A . Они летят с постоянной скоростью. Под действием внешних сил они за время τ (очень малое) быстро меняют знак скорости и возвращаются в A . С точки зрения часов B именно за этот малый промежуток времени τ часы A покажут больший интервал времени. Именно поэтому при их встрече часы A показывают больше времени, чем часы B [75].

Шильд рассмотрел вопрос о парадоксе часов, когда с точки зрения каждой из координатных систем при учете релятиви-

стского эффекта Доплера рассматривается прием сигналов, испускаемых другой системой через равные промежутки времени [76].

Количественный расчет парадокса часов дан Меллером. В начале координат инерциальной системы отсчета покоятся стандартные часы C_1 и C_2 . При $t=0$ часы C_2 постоянной силой F ускоряются в направлении положительных x . Достигнув точки A , часы C_2 приобрели скорость v и с этой равномерной скоростью движутся к точке B . В точке B часы C_2 подвергаются торможению. Величина торможения равна силе ускорения F , но имеет противоположное направление. В точке C часы C_2 в результате торможения останавливаются и ускоряются назад к точке B , достигнув которой они обладают скоростью $-v$.

Между точками B и A часы движутся равномерно со скоростью $-v$. В точке A подвергаются действию силы F . Сила F останавливает часы в точке O_1 .

Время прохождения пути O_1A равно $\Delta'T$, время прохождения AB равно $\Delta''T$, время прохождения пути BC равно $\Delta'''T$.

В силу симметрии время прохождения от O_1 до C равно времени прохождения от C до O_1 и $\Delta'''T = \Delta'T$. Легко усмотреть, что

$$\Delta\tau_1 = \Delta T = 2(\Delta'T + \Delta''T + \Delta'''T) = 2(2\Delta'T + \Delta''T), \quad (1)$$

где τ_1 — собственное время часов C_1 ; τ_2 — собственное время часов C_2 ; $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ — время, отмеченное часами C_1 и C_2 между двумя встречами часов; ΔT — время между встречами в инерциальной системе отсчета S_1 ;

$$\Delta\tau_2 = 2(\tau_2' + \tau_2'' + \tau_2''') = 2(2\tau_2' + \tau_2''), \quad (2)$$

где τ_2' — прирост собственного времени часов C_2 при прохождении O_1A ; τ_2'' — при прохождении AB ; τ_2''' — при прохождении BC .

При движении часов C_2 от O_1 до A движение описывается уравнением

$$X = \frac{c^2}{g} \left\{ \left[1 + \left(\frac{gT}{c} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (3)$$

Скорость

$$u = \frac{dX}{dT} = \frac{gt}{\sqrt{1 + \left(\frac{gT}{c} \right)^2}}, \quad g = \frac{F}{m_0}, \quad (4,5)$$

следовательно,

$$v = \frac{g\Delta'T}{\sqrt{1 + \left(\frac{g\Delta'T}{c} \right)^2}}, \quad g\Delta'T = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (6)$$

Зная $d\tau = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} dt$ и u , находим

$$\tau'_2 = \int_0^{\Delta'T} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} dT = \int_0^{\Delta'T} \frac{dT}{\sqrt{1 + \left(\frac{gT}{c}\right)^2}} = \frac{c}{g} \sinh^{-1} \frac{g\Delta'T}{c}. \quad (7)$$

Но

$$\frac{g\Delta'T}{c} = \frac{v/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sinh \frac{g\tau'_2}{c} = \sinh \frac{g\tau''_2}{c}, \quad (8)$$

$$\tanh \frac{g\tau'_2}{c} = \frac{\sinh g\tau'_2/c}{\sqrt{1 + \sinh^2 \frac{g\tau'_2}{c}}} = \frac{v}{c}, \quad (8')$$

$$\tau'_2 = \Delta''T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (9)$$

Пусть F непрерывно растет, v — постоянно, $g \rightarrow \infty$. При этом из (8) следует, что

$$\Delta'T = \Delta''T \text{ и } \tau'_2 = \tau''_2 \text{ стремятся к нулю.}$$

Из формул (1), (2), (9) следует

$$\Delta\tau_1 = 2\Delta''T, \quad \Delta\tau_2 = 2\tau'_2 = 2\Delta''T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (10)$$

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (11)$$

Таким образом, найдено, что движущиеся часы C_2 отстают от неподвижных часов C_1 .

Далее Меллер рассматривает весь процесс в системе отсчета S_2 . Система S_2 , координаты которой x, y, z, t , связана с часами C_2 , все время находящимися в начале координат. Пока система S_2 ускорена относительно S_1 , в S_2 имеется гравитационное поле.

В интервале $0 < t < \tau'_2$ длительностью $\Delta't = \tau'_2$ гравитационное поле описывается скалярным потенциалом

$$\chi = -\frac{c^2}{2} (g_{44} + 1) = gx \left(1 + \frac{gx}{2c^2} \right).$$

В интервале

$$\tau'_2 < t < \tau'_2 + \tau''_2$$

длительностью $\Delta''t = \tau''_2$

$$\chi = 0.$$

В интервале

$$\tau_2' + \tau_2'' < t < \tau_2' + \tau_2'' + \tau_2'''$$

длительностью $\Delta'''t = \tau_2''' = \tau_2' = \Delta't$

$$\chi = -gx \left(1 - \frac{gx}{2c^2} \right).$$

Мы имеем три периода. В течение периода $\Delta't$ часы C_1 свободно падают в направлении отрицательной оси x согласно уравнению

$$x = \frac{c^2}{g} \left[\left(1 + \frac{gx_0}{c^2} \right) \frac{1}{\cosh \frac{gt}{c}} - 1 \right].$$

В течение периода $\Delta''t$ они движутся равномерно со скоростью v .

В течение периода $\Delta'''t$ они останавливаются в точке $x_0 = -l$. «Так как в этот момент системы S_1 и S_2 неподвижны относительно друг друга, то максимальное расстояние между часами одинаково в обеих системах. После этого часы C_1 реверсивным движением возвращаются к началу координат. Часы C_2 в течение всего процесса пребывают неподвижно в начале координат, ибо гравитационное поле уравновешивается внешней силой F ».

Учитывая формулу $d\tau = dt \left(1 + \frac{2\chi}{c^2} - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}$ и выражения для χ , вычисляют возрастание собственного времени часов C_1 :

$$\Delta\tau_1 = 2(\tau_1' + \tau_1'' + \tau_1'''),$$

где τ_1' , τ_1'' , τ_1''' — собственные времена часов C_1 в периоды $\Delta't$, $\Delta''t$, $\Delta'''t$. C_2 неподвижно в начале координат $x=0$ (χ все время равно нулю). Таким же образом получают

$$\Delta\tau_2 = 2(\Delta't + \Delta''t + \Delta'''t) = 2(2\Delta't + \Delta''t) = 2(2\tau_2' + \tau_2'').$$

Согласно формуле для

$$\tau = \left(1 + \frac{gx_0}{c^2} \right) \int_0^t \frac{dt}{\cosh^2 \frac{gt}{c}} = \left(\frac{c}{g} + \frac{x_0}{c} \right) \tanh \frac{gt}{c},$$

поскольку скорость часов C_1 в начале была равна нулю, можно получить τ_1' при $x_0 = 0$ и $t = \Delta't = \tau_2'$:

$$\tau_1' = \frac{c}{g} \tanh \frac{g\tau_2'}{c} = \frac{v}{g},$$

что находится в согласии с τ_1'' :

$$\tau_1'' = \Delta''t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \tau_2'' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta''T \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Часы C_1 в течение $\Delta''t$ движутся с равномерной скоростью в отсутствии гравитационного поля.

Полагая $g = -g$, $x_0 = -l$, $t = \Delta'''t = \tau_2'' = \tau_2'$, получим

$$\tau_1''' = \left(\frac{c}{g} + \frac{l}{c} \right) \tanh \frac{g\tau_2'}{c} = \left(\frac{c}{g} + \frac{l}{c} \right) \frac{v}{c}.$$

Рассмотрен предельный случай $g \rightarrow \infty$ при постоянном v . Меллер анализирует также значение гравитационного потенциала для хода движущихся часов. Рассматриваются часы, совершающие под действием центральной силы равномерно круговое движение в инерциальной системе отсчета. Это же явление рассматривается с точки зрения наблюдателя, находящегося на вращающемся диске.

6. ПЕРИГЕЛИЙ МЕРКУРИЯ

Меркурий — ближайшая к Солнцу планета. Среднее расстояние Меркурия от Солнца составляет 0,37 земного, диаметр Меркурия равен $1/3$ земного. Под действием притяжения тел солнечной системы направление большой оси эллиптической орбиты, проходящей через перигелий, афелий и оба фокуса (линия апсид), в пространстве меняется. Одновременно меняется угол между направлением к точке весеннего равноденствия и к перигелию, так называемая *долгота* перигелия.

Согласно закону сохранения момента количества движения планета должна двигаться в одной и той же плоскости, с законом же тяготения связано то, что планета движется в данной плоскости по замкнутой кривой. Однако под влиянием возмущений орбита изменяется, планета не возвращается к определенному месту по истечении известного периода.

Точка эллиптической орбиты, ближайшая к Солнцу (перигелий), перемещается. Многочисленные исследования Леверрье позволили установить не совсем полное совпадение между теоретически вычисленными и наблюдаемыми положениями планеты. Согласно теории долгота перигелия Меркурия должна была возрастать на $527''$ за 100 лет, но с большой точностью выполненные наблюдения прохождения Меркурия через диск Солнца дали $565''$, на $38''$ больше вычисленных.

Тот факт, что решение уравнений движения планеты, дает вековое возмущение меньше, чем величина, выведенная из наблюдений, привлекал к себе усиленное внимание астрономов.

1) К. Рудницкий рассмотрел в исторической последовательности гипотезы, к которым прибегали для объяснения наблюдаемого гисперического движения перигелия Меркурия на $42'',56$ в столетие. Леверрье предположил, что масса Венеры на $1/10$ превышает принятую в астрономии. Возмущение, обусловленное влия-

нием Венеры, составляет 278". Любая неопределенность в массе Венеры вызывает соответствующую неопределенность в соответствующем возмущении. Уже давно, однако, известно о надежности численного значения массы Венеры, и предположение Леверрье потеряло свое значение. 2) Были высказаны гипотезы о роли возмущений: а) возмущения со стороны гипотетической интрамеркуриальной планеты; б) возмущения со стороны неизвестного спутника Меркурия; в) возмущения со стороны малых тел, обращающихся внутри орбиты Меркурия. Эти гипотезы оказались несостоятельными в своих исходных положениях. 3) Зеелигер стремился объяснить добавочное время обращения Меркурия воздействием вещества зодиакального света, но количественно это не могло быть проверено. 4) Была высказана гипотеза о воздействии несферической формы Солнца. При весьма малой сплюснутости Солнца его гравитационное поле изменилось бы, а это оказало бы влияние на движение планет. Ближайшие к Солнцу планеты движутся по орбитам, почти лежащим в экваториальной плоскости, и на орбитальном движении планет сплюснутость должна отразиться лишь на вращении перигелия. Однако разность между экваториальным и полярным радиусами Солнца 0,09" дала бы лишь 18% значения добавочного вращения перигелия Меркурия. 5) Отклонения пытались объяснить и небольшим отличием на $15 \cdot 10^{-8}$ показателя степени в законе тяготения.

Еще около 1850 г. Леверрье приступил к созданию новых таблиц движения больших масс. Леверрье вычислил вековое возмущение долготы перигелия Меркурия от всех больших планет. Им были получены, исходя из системы масс по Леверрье, значения для планет:

Венера +280",64; Земля 83",61; Марс 2",85; Юпитер 152",59; Сатурн 7",24; Уран 0",14; Нептун 0",06. Итого +527", 13.

«Леверрье изучил десять ноябрьских прохождений Меркурия, происшедших с 1677 г. по 1848 г., и шесть майских за период с 1661 по 1845 г. В то время как ноябрьские прохождения дают достаточно хорошее согласие теории с наблюдениями, майские прохождения показывают ошибки в 12",05 в 1753 г., которые, уменьшаясь довольно правильно, с течением времени достигают 1",03 в 1845 г.» [77, стр. 85].

Эти данные весьма любопытны. Опираясь на них, Леверрье предположил, что по крайней мере должны быть ошибочными два элемента орбиты. Ошибки складываются для майских наблюдений прохождений Меркурия по диску Солнца и компенсируются для ноябрьских прохождений.

Леверрье изучил еще около 400 меридианных наблюдений Меркурия, сделанных на Парижской обсерватории (1801—1828, 1836—1842), стремясь определить, какие поправки могут они внести в вековые изменения орбиты Меркурия.

Леве́рье связывал эти наблюдения с формулой, выведенной им в 1859 г.:

$$\Delta\pi + 2,72 \Delta e = 38'',3,$$

где $\Delta\pi$ и Δe — поправки к принятым в таблицах вековым изменениям долготы перигелия и эксцентриситета орбиты Меркурия.

«Оказалось (1859 г.), что точное значение Δe не может быть получено, но во всяком случае эта поправка имеет отрицательное значение, равное приблизительно $-8'',1$. Тогда из уравнения $\Delta\pi + 2,72\Delta e = 38'',3$ следует, что $\Delta\pi = +60''$. Из одних меридианных наблюдений для $\Delta\pi = +131''$.

Однако при построении таблиц движения Меркурия Леве́рье произвольно положил $\Delta e = 0$, что дает $\Delta\pi = +38'',3$ [77, стр. 85—86].

Приведенные отрывки наглядно характеризуют, насколько сложна была картина в первых трех четвертях XIX в.

Ньюком, располагая тремя новыми ноябрьскими прохожденьями 1861, 1868 и 1884 гг. и одним майским наблюдением 1878 г., последовательно уточнял значение $\Delta\pi$ ($\Delta\pi = +42'',23$).

Леве́рье и Ньюком вычисляли вековые возмущения, основываясь на идее Лагранжа; Дулитл вычислил вековые возмущения четырех внутренних планет по методу Гаусса, в модификации, принадлежащей Хиллу.

Дулитл перевычислил значения Леве́рье и Ньюкома для принятой им системы масс больших планет. Он нашел следующие значения: Леве́рье $529'',84$; Ньюком $533'',03$; Дулитл $529'',67$.

Шази нашел, что различие в значениях Ньюкома и Дулитла объясняются тем, что Ньюком пользуется иным определением долготы перигелия. Смарт при несколько видоизмененных обозначениях по сравнению с Эддингтоном дает решение дифференциального уравнения орбиты планеты, полученного из теории относительности:

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{\mu}{h^2} + \alpha u^2, \quad (1)$$

где $u = 1/r$; r и θ — полярные координаты планеты;

$$\alpha = 3\mu/c^2; \quad (2)$$

$\mu = C(m_0 + m)$; m_0 — масса Солнца, m — масса планеты; c — скорость света.

В первом приближении, полагая $\alpha = 0$, решение имеет вид

$$u = \frac{1}{p} [1 + e \cos(\theta - \tilde{\omega})], \quad (3)$$

где e и $\tilde{\omega}$ — постоянные; $p = h^2/\mu$.

Подставим выражение для u в член αu^2 :

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{1}{p} + \frac{\alpha_1}{p} + \frac{2\alpha e}{p^2} \cos(\theta - \tilde{\omega}) + \frac{\alpha_2}{p} \cos 2(\theta - \tilde{\omega}), \quad (4)$$

где $\alpha_1 = \frac{\alpha}{p} \left(1 + \frac{1}{2} e^2\right)$; $\alpha_2 = \frac{1}{2} \frac{\alpha e^2}{p}$. Если через $u + \Delta u$ обозначить решение уравнения (4), где u определено формулой (3), то получим

$$\frac{d^2}{d\theta^2} (\Delta u) + \Delta u = \frac{\alpha_1}{p} + \frac{2\alpha e}{p^2} \cos(\theta - \tilde{\omega}) + \frac{\alpha_2}{p} \cos 2(\theta - \tilde{\omega}).$$

Частное решение последнего уравнения имеет вид

$$\Delta u = \frac{\alpha_1}{p} + \frac{\alpha e}{p^2} \theta \sin(\theta - \tilde{\omega}) - \frac{1}{3} \frac{\alpha_2}{p} \cos 2(\theta - \tilde{\omega}).$$

Решение уравнения (1) с точностью до величины порядка α будет

$$u = \frac{1}{p} [1 + e \cos(\theta - \tilde{\omega})] + \frac{\alpha_1}{p} + \frac{\alpha e}{p^2} \theta \sin(\theta - \tilde{\omega}) - \frac{1}{3} \frac{\alpha_2}{p} \cos 2(\theta - \tilde{\omega}). \quad (5)$$

Пусть для эпохи, соответствующей $\theta = \theta_0$, уравнение оскулирующего эллипса будет

$$u_0 = \frac{1}{p_0} [1 - e_0 \cos(\theta - \tilde{\omega}_0)], \quad (6)$$

$$u_0(\theta_0) = u(\theta_0) \quad (7)$$

и

$$\frac{du_0}{d\theta} = \frac{du}{d\theta} \text{ при } \theta = \theta_0. \quad (8)$$

Поскольку p_0 отличается от p на величину порядка α , то $p_0/p = 1 + k\alpha$. Подставив в равенство (7) выражения для u_0 (6) и u как решение с точностью до величины порядка α , т. е. (5), получим

$$\begin{aligned} e_0 \cos(\theta_0 - \tilde{\omega}_0) &= k_1 \alpha + e(1 + k\alpha) \cos(\theta_0 - \tilde{\omega}) + \\ &+ \frac{\alpha e}{p} \theta_0 \sin(\theta_0 - \tilde{\omega}) - \frac{1}{3} \alpha_2 \cos 2(\theta_0 - \tilde{\omega}). \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично, подставив в уравнение (8) выражения (6) и (5), получим

$$\begin{aligned} e_0 \sin(\theta_0 - \tilde{\omega}_0) &= e(1 + k_2 \alpha) \sin(\theta_0 - \tilde{\omega}) - \frac{\alpha e}{p} \theta_0 \cos(\theta_0 - \tilde{\omega}) - \\ &- \frac{2}{3} \alpha_2 \sin 2(\theta_0 - \tilde{\omega}), \quad k_2 = \text{const.} \end{aligned} \quad (10)$$

Умножим равенство (9) на $\sin(\theta_0 - \tilde{\omega})$, а равенство (10) — на $\cos(\theta_0 - \tilde{\omega})$ и вычтем: В результате получим

$$e_0 \sin(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega}) = \frac{\alpha e}{d} \theta_0 + \alpha \sum C_i \sin(\theta_0 - \tilde{\omega}), \quad (11)$$

$i = 1, 2, 3, \dots$; C_i — постоянные.

Умножим равенство (9) на $\cos(\theta_0 - \tilde{\omega})$, а равенство (10) — на $\sin(\theta_0 - \tilde{\omega})$ и сложим. Получим

$$e_0 \cos(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega}) = e + k\alpha + \alpha \sum D_i \cos i(\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega}), \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Положим $\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega} = \Delta_0 \tilde{\omega}$, $e_0 - e = \Delta_0 e$.

«Из формул (11) и (12) легко видеть, что $\Delta_0 \tilde{\omega}$ и $\Delta_0 e$ имеют порядок α и что Δe является чисто периодической величиной. С точностью до малых величин первого порядка относительно α (включительно) формулу (11) можно записать в виде

$$\Delta_0 \tilde{\omega} = \frac{\alpha}{p} \theta_0 + \dots \quad (13)$$

Если e_1 и $\tilde{\omega}_1$ — оскулирующие элементы в последующую эпоху θ_1 , то

$$\Delta_1 \tilde{\omega} = \frac{\alpha}{p} \theta_1 + \dots \quad [78]. \quad (14)$$

Если положить $\theta_1 = \theta_0 + 2\pi$, то $\tilde{\omega}_0$ увеличится на $2\pi\alpha/p$:

$$\lambda = \frac{2\pi\alpha}{p} \frac{100}{T} \text{cosec } 1'',$$

где λ — коэффициент при вековом члене, происходящем от рассматриваемого эффекта, выраженный в секундах дуги за столетие. T — период обращения, выраженный в годах. Обратимся к $\alpha = 3\mu/c^2$. Положим μ равным:

$$\mu = n^2 a^3 = \frac{4\pi^2}{T^2} a^3, \quad p \equiv \frac{h^2}{\mu} = a(1 - e^2).$$

Отсюда

$$\lambda = \frac{2400\pi^3 a^2 \text{cosec } 1''}{c^2 T^3 (1 - e^2)} = \frac{9,46 \cdot 10^6}{150} a. \text{ e./год.}$$

Сравнивают с наблюдениями не λ , а $e\lambda$.

В 1950 г., в материалах десятого астронавтического конгресса в Лондоне, приведен расчет релятивистского смещения перигея для искусственных спутников Земли [79]. Использована метрика, отличная от шварцшильдовской:

$$ds^2 = (1-2A) dr^2 - (1+2B) r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\Phi^2) + 4C dr dt + \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2.$$

Коэффициенты A, B, C определены с учетом зон разной плотности Земли:

$$A = \left(\frac{M}{r}\right) \left[1 - 0,364 \left(\frac{R}{r}\right)^2\right];$$

$$B = (0,182/r) \left(\frac{R}{r}\right)^2;$$

$$C = \frac{M}{r} \left[1 - 0,182 \left(\frac{R}{r}\right)^2 - 0,022 \left(\frac{R}{r}\right)^4 - 0,006 \left(\frac{R}{r}\right)^6 - 0,03 \left(\frac{R}{r}\right)^8\right],$$

где M — масса Земли, R — ее радиус. Формулы носят приближенный характер.

Для смещения перигея найдена формула

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \left(\frac{d\tilde{\omega}}{dt}\right)_s \left[1 + 0,091 \left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{4+e}{(1-e)^2}\right],$$

где $\left(\frac{d\tilde{\omega}}{dt}\right)_s$ — шварцшильдовское смещение перигея; e и a — эксцентриситет и большая полуось орбиты.

В 1953 г. Гильварри рассмотрел вопрос о возможности подтверждения релятивистского смещения перигелиев планетных орбит из наблюдений над малыми планетами с большими эксцентриситетами. В частности, рассмотрена планета 1566 Икар, имеющая наибольший эксцентриситет ($e=0,83$). Смещение перигелия Икара должно быть $10'',05$ в столетие. «Для определения из наблюдения движения перигелия Икара должна быть построена точная классическая теория возмущений. К Меркурию Икар может подходить на расстояние $0,1$ а. е. Действие Юпитера не очень значительно, так как Икар, обладающий большим эксцентриситетом, ненадолго попадает в область влияния Юпитера» [80].

Указывается на то, что для наблюдения смещения $\psi = 10'',05$ и $e\psi = 8'',3$ понадобятся десятилетия астрономических наблюдений, но что возможная точность определения смещения в несколько раз выше, чем для Меркурия.

Хофлейт отмечает, что, хотя перигелий орбиты Икара перемещается со скоростью, меньшей скорости перемещения точек перигелия Меркурия, точность измерений в отношении Икара должна получиться гораздо большей. В дальнейшем подробно рассматривался вопрос об использовании искусственных спутников для проверки релятивистского смещения перигелия [80, стр. 16].

7. ОТКЛОНЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ СОЛНЦА

В 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» Эйнштейн рассмотрел вопрос о влиянии тяготения на электромагнитные и оптические процессы. Он пришел к выводу, что влияние поля тяготения Земли так незначительно, что отсутствуют перспективы на сравнение результатов теории с опытом. В этих расчетах отклонения луча света не учитывается эффект кривизны пространства.

В 1911 г. в статье «О влиянии силы тяжести на распространение света» Эйнштейн вновь обращается к выдвинутой проблеме.

Лучи, проходящие вблизи Солнца, должны испытывать под влиянием его поля тяготения отклонение. В результате отклонения должно иметь место кажущееся увеличение углового расстояния между Солнцем и оказавшейся вблизи него звездой.

Опираясь на изменение хода часов в гравитационном поле, Эйнштейн находит, что скорость света в некоторой точке с гравитационным потенциалом Φ будет $c = c_0(1 + \frac{\Phi}{c^2})$, где c_0 — скорость света в начале координат.

С помощью принципа Гюйгенса несложно доказать, что лучи света, распространяющиеся поперек поля тяжести, должны искривляться. Величина отклонения

$$\alpha = \frac{1}{c^2} \int_{\theta = -\frac{\pi}{2}}^{\theta = +\frac{\pi}{2}} \frac{kM}{r^2} \cos^2 \theta ds = \frac{2kM}{c^2 \Delta},$$

k — гравитационная постоянная; M — масса небесного тела; $\Delta = r \cos \theta = s \operatorname{tg} \theta$ — расстояние от луча до центра небесного тела; $\Delta^2 = r^2 - s^2$.

Луч света, проходящий мимо Солнца, испытал бы отклонение, равное $4 \cdot 10^{-6} = 0,83$ дуговой секунды.

Эйнштейн писал: «Было бы крайне желательным, чтобы астрономы заинтересовались поставленным здесь вопросом даже и в том случае, если бы предыдущие рассуждения казались недостаточно обоснованными или фантастическими...» [26, стр. 174].

В 1916 г. в работе «Основы общей теории относительности», в отличие от рассмотренных работ, Эйнштейн пришел к правильному результату, так как учитывал кривизну пространства.

В статическом гравитационном поле, согласно общей теории относительности, скорость определяется из уравнения

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = 0.$$

Если даны отношения $dx_1 : dx_2 : dx_3$ направления луча, то из последнего уравнения можно вычислить

$$\frac{dx_1}{dx_4}, \frac{dx_2}{dx_4}, \frac{dx_3}{dx_4}.$$

Скорость (в смысле евклидовой геометрии)

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dx_4}\right)^2 + \left(\frac{dx_2}{dx_4}\right)^2 + \left(\frac{dx_3}{dx_4}\right)^2}.$$

Если $g_{\mu\nu}$ не постоянны, то лучи света должны искривляться относительно координатной системы.

Искривление

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \gamma}{\partial x_1} dx_2,$$

где $\gamma = \sqrt{\frac{-g_{44}}{g_{22}}} = 1 - \frac{\alpha}{2r} \left(1 + \frac{x_2^2}{r^2}\right).$

В результате

$$B = \frac{2\alpha}{\Delta} = \frac{\kappa M}{2\pi \Delta}.$$

Луч света, проходящий мимо Солнца, испытывает отклонение в 1"7. В приложении к работе «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн приводит формулу $\alpha = 1,7 \text{ сек}/\Delta$, указывающую угол отклонения α для луча света, проходящего мимо Солнца на расстоянии Δ радиусов Солнца от его центра.

К половине отклонения, вызванного ньютоновским полем тяготения Солнца, теперь прибавлена половина отклонения, вызванная искривлением пространства вблизи Солнца.

Отклонения видимых положений неподвижных звезд, расположенных «недалеко» от Солнца, наблюдают в течение полных солнечных затмений. Во всякое другое время ярко светящееся Солнце не позволяет наблюдать ближайšie к нему звезды. Звезды, которые находятся вблизи Солнца, фотографируют во время солнечного затмения и сравнивают с их же фотографией, когда Солнце находится в другой части неба. Положения звезд на фотографии, сделанной во время затмения, должны быть смещенными в радиальном направлении.

Эддингтон дал простой и наглядный вывод отклонения света. Выводится уравнение орбит. Путь частицы, свободно двигающейся в пространстве — времени, метрика которой определена

$$ds^2 = -\gamma^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 + \gamma dt^2,$$

где $\gamma = 1 - \frac{2m}{r}$, определяем из уравнений геодезической линии

$$\frac{d^2 x_\alpha}{ds^2} + \{\mu\nu, \alpha\} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds} = 0.$$

Полагаем $\alpha = 2$, неравные нулю члены приводят к уравнению

$$\frac{d^2 \theta}{ds^2} + \frac{2}{r} \frac{dr}{ds} \frac{d\theta}{ds} - \cos \theta \sin \theta \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 = 0.$$

Координаты выбираем так, чтобы в начальный момент частица двигалась в плоскости $\theta = \pi/2$, следовательно, $d\theta/ds = 0$ и $\cos \theta = 0$, в тот же начальный момент $d^2\theta/ds^2 = 0$. Аналогично вычисляем и упрощаем уравнения, получаемые при $\alpha = 1, 3, 4$. После ряда вычислений получаем

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2} + 3mu^2, \quad u = \frac{1}{r}, \quad r^2 \frac{d\varphi}{ds} = h.$$

Уравнения ньютоновских орбит имеют вид

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{m}{h^2}, \quad r^2 \frac{d\varphi}{dt} = h.$$

При движении со скоростью c , $ds = 0$, $h = \infty$, уравнение орбиты

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = 3mu^2.$$

Уравнение орбиты представляет собой путь светового луча. Пренебрегая членом $3mu^2$, получим решение приближенного уравнения $\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = 0$ в виде $u = \frac{\cos \varphi}{R}$. Подставив в член $3mu^2$, имеем

$$\frac{d^2 u}{d\varphi^2} + u = \frac{3m}{R^2} \cos^2 \varphi.$$

Частный интеграл последнего уравнения

$$u_1 = \frac{m}{R^2} (\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi)$$

и

$$u = \frac{\cos \varphi}{R} + \frac{m}{R^2} (\cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \varphi).$$

Умножим на rR и учтем, что $u = 1/r$. Тогда

$$R = r \cos \varphi \frac{m}{R} (r \cos^2 \varphi + 2r \sin^2 \varphi)$$

или, переходя к прямоугольным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, получим

$$x = R - \frac{m}{R} \frac{x^2 + 2yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

В. Л. Гинзбург приводит любопытный вывод величины отклонения, каким его можно было получить на основе представлений о световых корpusкулах в классической механике.

Частица массы m , движущаяся в поле с потенциальной энергией $-\beta/r$, отклоняется на угол α :

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{R_\infty^2 m^2 v_\infty^4}{\beta^2},$$

где R_∞ — прицельный параметр; v_∞ — скорость частицы на бесконечности.

«Если $mv_\infty^2/2 \gg \beta/R_\infty$, то отклонение является малым ($\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$), на всей траектории $v \approx v_\infty$ и, кроме того, $R \approx R_\infty$, где R — ближайшее расстояние между частицей и рассеивающим центром. В результате $\alpha \approx \frac{2\beta}{mv_\infty^2 R}$ или для гравитационного поля Солнца $\alpha = \frac{2\kappa M}{v^2 R}$, где масса частицы выпала в силу предположения о равенстве инертной и тяжелой масс» [81, стр. 33—34].

При практической проверке наибольший сдвиг получается у поверхности Солнца, но свет внутренней короны мешает наблюдению ближе $2r$. Необходимо, чтобы звезды обладали достаточной яркостью, например, при $2r$ звезды 8-й и 9-й величины.

Наблюдения были проведены в 1919, 1922, 1929, 1936, 1947—1952 годах.

Попытки проверить смещения положения звезд во время полных солнечных затмений начались в 1907 г., а в 1914 г. была снаряжена специальная экспедиция в Крым для проверки формулы Эйнштейна в ее первоначальном виде. Война помешала провести необходимые наблюдения.

Не удалась и попытка, предпринятая Ликской обсерваторией во время затмения 1918 г. Надежные фотографические снимки были получены лишь во время затмения 29 мая 1919 г. Были снаряжены две экспедиции. Первая экспедиция работала в местечке Собраль в северной Бразилии. Вторая экспедиция — на острове Принсипе у берегов Африки. Солнце в это время проектировалось на область в созвездии Тельца, богатую яркими звездами. Возникающие при этом трудности описаны А. А. Михайловым. Наблюдения можно производить только фотографически с помощью длиннофокусной камеры-астрографа. При фокусном расстоянии объектива в 6 м, $1''{,}75$ на пластинке соответствует линейная длина в 0,051 мм. Это смещение звезды, находящейся на самом краю Солнца, но ее нельзя наблюдать,

так как свет ее потонет в ярких частях внутренней короны Солнца. Перечислен и ряд других трудностей.

Свет в трубу падал через зеркало, вращающееся таким образом, чтобы компенсировать кажущееся вращение небесной сферы. В Собрале было сделано семь фотографий со звезд, находящихся вблизи Солнца. На каждой из фотографий было точно определено положение семи звезд. Две из этих звезд были на расстоянии двух солнечных радиусов от центра Солнца. Менее удачными были наблюдения на о-ве Принсипе. В сентябре 1922 г. экспедицией в Австралии были достигнуты лучшие результаты. Двойной астрограф на параллактической монтировке, следовательно, без целостата, имел фокусное расстояние 4,6 м.

Во время затмения на четырех снимках удалось получить изображения 80 звезд. Кэмпбэлл и Трюмплер дали окончательный результат наблюдений в виде таблицы (см. [82, стр. 84]).

Число звезд	r^*	Наблюдаемое	Вычисленное	Погрешность
8	2,40	+0,69"	+0,70"	-0,01
11	3,98	0,46	0,37	+0,09
10	5,26	0,39	0,24	+0,15
8	6,2	0,22	0,17	+0,05
9	7,1	0,21	0,13	+0,08
8	7,5	0,17	0,11	+0,06
11	8,3	0,08	0,08	0,00
18	9,5	-0,14	0,02	-0,16
14	11,7	-0,03	-0,03	-0,05

* Расстояние r от центра Солнца дано в солнечных радиусах.

Производя экстраполяцию до края Солнца, Кэмпбэлл и Трюмплер нашли:

$$\delta = +1,78'' \pm 0,17.$$

С. И. Вавилов классифицирует возможные сомнения по вопросу об отклонении лучей следующим образом: «1) Объективно ли найденное смещение и не вызывается ли оно какими-либо недостатками в измерительных приборах? 2) Если отклонения объективны, то не связаны ли они с другими причинами, не имеющими ничего общего с эффектом Эйнштейна? 3) Если отклонения объективны и вызываются полем тяготения Солнца, то достаточно ли установлена количественная сторона явления, т. е. имеем ли мы дело с полным эйнштейновским эффектом или только половинным?» [82, стр. 85].

Кроме упомянутых затмений 1919 и 1922 гг., при затмениях 1929, 1936, 1947 и 1952 гг. также проверяли эффект Эйнштейна.

Все наблюдения обнаружили наличие смещений изображений звезд в сторону, требуемую теорией относительности, а величина отклонения имеет тот же порядок, к какому приводят теоретические расчеты [83].

А. А. Михайлов в своем критическом обзоре наблюдений эффекта Эйнштейна писал: «Выведенные из измерений фотографий смещения звезд получаются сперва в виде разностей прямоугольных координат. После исправления за дифференциальную рефракцию и аберрацию, в случае надобности вычисляется радиальный компонент смещения

$$\Delta r = \Delta x \sin P + \Delta y \cos P,$$

где P — угол положения звезды относительно центра Солнца. Каждая звезда дает тогда уравнение

$$\Delta r = \frac{A}{r} + Br [84].$$

Здесь r — расстояние звезды от центра Солнца; A/r — эйнштейновское смещение, теоретическое значение которого $A = 1'',75$, если r выражено в единицах видимого радиуса Солнца; Br — поправка масштаба.

Значение постоянной отклонения света с поправкой на масштаб дало из наблюдений затмений 1919 г. $A = 2'',07$; 1929 г. — $A = 1'',96$; 1936 г. — $A = 2'',07$; 1947 г. — $A = 2'',20$.

С удалением от Солнца смещение убывает, но пока закон этого убывания вывести не удалось.

В 1962 г. Суботович [85] предложил использовать искусственные спутники небесных тел для экспериментального наблюдения отклонения луча света при распространении в гравитационном поле. Спутники должны двигаться по строго определенным орбитам и снабжены источниками электромагнитного излучения.

Отклонение света должно измеряться не фотометрическим методом. Предлагается измерять время затмения спутника небесным телом (τ). Отклонение приведет к тому, что измеренное время затмения будет меньше рассчитанного, при условии прямолинейного распространения, на величину $\Delta\tau$.

В работе приведена таблица значений $\Delta\tau/\tau$ для искусственных спутников Луны, Марса, Солнца, Земли.

8. ГРАВИТАЦИОННОЕ СМЕЩЕНИЕ

В 1907 г. в работе «О принципе относительности и его следствиях» Эйнштейн показал, что если в точке с гравитационным потенциалом Φ находятся часы, показывающие «местное время», то в соответствии с соотношением

$$\sigma = \tau \left(1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \quad (1)$$

их показания в $(1 + \frac{\Phi}{c^2})$ раз больше, чем показания одинаковых с ними часов, находящихся в начале координат. Местное время — это время, которое показывают часы, установленные в равномерно ускоренной системе на расстоянии x от начала координат.

«В этом смысле,— пишет Эйнштейн,— можно сказать, что процесс, происходящий в часах,— и вообще любой физический процесс — протекает тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал в области, где разыгрывается этот процесс» [26, стр. 110]. Из предположения о выполнимости формулы (1) в неоднородном гравитационном поле следует, что свет, приходящий от источника света с линейчатым спектром, расположенного на поверхности Солнца, «обладает длиной волны, приблизительно на две миллионных доли больше, чем свет, испускаемый теми же атомами на Земле» [26, стр. 110]. В 1911 г. в работе «О влиянии силы тяжести на распространение света» Эйнштейн возвратился к доказательству соотношения (1). Он писал: «Если излучение, испускаемое в равномерно ускоренной системе отсчета K' из S_2 по направлению к S_1 , имело относительно находящихся в S_2 часов частоту ν_2 , то при прибытии в S_1 оно имеет относительно находящихся там точно таких же часов уже частоту не ν_2 , а большую частоту ν_1 , которая в первом приближении равна

$$\nu_1 = \nu_2 \left(1 + \frac{\gamma h}{c^2} \right). \quad (2)$$

В самом деле, если снова ввести неускоренную систему отсчета K_0 , относительно которой система отсчета K' в момент испускания света имела нулевую скорость, то S_1 будет иметь относительно K_0 в момент прибытия излучения в S_1 скорость $\gamma \frac{h}{c}$, откуда в силу принципа Доплера непосредственно получается соотношение (2)» [26, стр. 170].

Эйнштейн отмечает, что смещение спектральных линий солнечного света по сравнению с соответствующими спектральными линиями земных источников в сторону красного конца спектра можно было бы измерить, если бы были известны условия, при которых испускается солнечный свет, при этом он ссылается на работы Джевела (1897) и Фабри и Буассона (1909).

В 1916 г. в работе «Основы общей теории относительности» анализируются свойства масштабов и часов в статическом гравитационном поле: «Пусть, далее, исследуется скорость хода эталонных часов, которые установлены неподвижно в статическом гравитационном поле. Для единичного интервала времени в этом случае имеем:

$$\begin{aligned}
 ds &= 1, \quad dx_1 = dx_2 = dx_3 = 0, \\
 1 &= g_{44} dx_4^2, \\
 dx_4 &= \frac{1}{\sqrt{g_{44}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (g_{44} - 1)}} = 1 - \frac{g_{44} - 1}{2},
 \end{aligned}$$

или

$$dx_4 = 1 + \frac{\kappa}{8\pi} \int \frac{\rho d\tau}{r}.$$

Итак, часы идут медленнее, если они установлены вблизи весомых масс. Отсюда следует, что спектральные линии света, падающего к нам с поверхности больших звезд, должны сместиться к красному концу спектра» [26, стр. 502].

В примечании Эйнштейн отмечает, что, согласно Э. Фрейндлиху, спектральные наблюдения над звездами определенных типов говорят в пользу существования подобного эффекта, но окончательная проверка не была еще предпринята.

В 1920 г. в приложении к книге «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн приводит формулу для смещения

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{KM}{c^2 r}$$

и отмечает, что надежный расчет для неподвижных звезд невозможен, поскольку ни масса M , ни радиус r неизвестны. «Вопрос о том, существует ли этот эффект, остается открытым; в настоящее время астрономы с большим упорством работают над его решением. Вследствие того, что этот эффект в случае Солнца весьма мал, трудно судить о его существовании» [26, стр. 598]. Эйнштейн указывает на исследования Греббе и Бахем, которые на основе собственных измерений и измерений Эвершеде и Шварцшильда для полос циана считают эффект гравитационного смещения существующим, а также на исследования Сент-Джона и других, отрицающих существование эффекта. Далее Эйнштейн указывает, что средние смещения спектральных линий в сторону длинноволновой части спектра обнаружены при статистических исследованиях неподвижных звезд, но состояние обработки материалов не позволяет прийти к однозначному ответу.

Спектр спутника Сириуса, как удобный объект для наблюдения, исследовал В. Адамс, обнаруживший гравитационное смещение, эквивалентное доплеровскому смещению при удалении источника со скоростью 20 км/сек .

В дальнейшем со стороны предприняты многочисленные проверки гравитационного смещения с помощью астрономических наблюдений, приведшие в основном лишь к качественным подтверж-

дениям. В. Л. Гинзбург рассмотрел вопрос об использовании искусственных спутников Земли для проверки гравитационного смещения [86].

После открытия в 1958 г. эффекта Мессбауера возникли новые методы проверки гравитационного смещения. Испускаемые при переходах ядра из возбужденного состояния в основное γ -кванты обычно не в состоянии перевести то же самое ядро из основного состояния в возбужденное путем резонансного поглощения. Это объясняется тем, что γ -квант передает импульс отдаче испускающему или поглощающему атому. Л. Мессбауер доказал существование процессов испускания и поглощения без отдачи. Ему удалось при известных условиях добиться того, что импульс отдачи передается всему кристаллу, масса которого велика по сравнению с массой всего ядра. Эффект Мессбауера был использован для экспериментальной проверки гравитационного смещения.

Особенно удобными для работы представлялись изотопы Fe^{57} с энергией γ -перехода 14,4 кэв и Zn^{67} с энергией 93 кэв. Разность высот, дающая сдвиг в одну ширину линии, равнялась соответственно 2,9 км и 4,74 м. Но в дальнейшем оказалось, что по ряду причин предпочтение должно быть отдано Fe^{57} . У него достаточно большая доля γ -квантов излучается без отдачи даже при комнатной температуре и большее время жизни исходного изотопа Co^{57} , что обеспечивало возможность длительных опытов при обычных температурах.

Проведение экспериментов было начато одновременно в Гарварде Паундом и Ребка и в Гарвелле Крэншоу, Шиффером и Уайтхедом. Гарвельская группа опубликовала результаты несколько раньше. В их опытах излучатель располагался на 12,5 м выше поглотителя. Теоретически ожидаемое относительное гравитационное смещение равнялось

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gH}{c^2} = \frac{981 \cdot 1250}{9 \cdot 10^{20}} = 1,36 \cdot 10^{-15}.$$

Смещение определялось по эквивалентному линейному доплер-эффекту, вызванному периодическим движением источника вверх и вниз.

Наблюдаемое смещение составляло $0,96 \pm 0,54$ от вычисленного. По данным авторов, их опыт свидетельствует о том, что вероятность отсутствия искомого эффекта составляет лишь 0,017.

Паунд и Ребка опубликовали свои результаты лишь после тщательного изучения различных факторов, могущих влиять на точность измерений [87, стр. 94—99, 305]. Было обнаружено, что при любых комбинациях источника и поглотителя имеет место определенная асимметрия линий, которая менялась при переходе от одной комбинации к другой. Это означало, что наблюдаемые разности частот нельзя было полностью приписывать исследуе-

тому эффекту. Поэтому необходимо было измерять не абсолютные сдвиги частот, а относительные изменения, происходящие при переходе от одной комбинации к другой. Это позволяло выделить эффект гравитационного смещения. Сильное влияние на точность результатов оказывала разность температур источника и поглотителя [88]. Разница в 1°C уже давала смещение того же порядка, что и искомое. Поэтому были приняты меры непрерывного измерения температуры, что позволяло вносить соответствующие поправки при обработке результатов.

Опыты проводились в башне высотой 22 м. В первой серии опытов излучатель помещался сверху, поглотитель — внизу, а в другой, наоборот. Это удавалось измерить смещение. Для устранения поглощения γ -лучей с энергией 14,4 кэв атмосферным воздухом по всей длине башни располагался цилиндрический баллон, наполненный гелием. Гравитационное смещение компенсировалось приведением в синусоидальное движение источника с помощью магнитоэлектрического или сегнетоэлектрического преобразователя.

При условиях опыта теоретически вычисленное относительное смещение составляет $4,92 \cdot 10^{-15}$; эксперимент дал $(5,18 \pm \pm 0,51) 10^{-15}$; отношение $\Delta\nu_{\text{эксп}}/\Delta\nu_{\text{теор}} = 1,02 \pm 0,12$. По уточненным данным Паунда [89], среднее для всех измерений дает $0,98 \pm 0,04$; это означает, что предсказанное гравитационное смещение существует и подтверждается экспериментом по крайней мере в пределах 4%.

Отметим еще, что измерение смещений, меньших естественной ширины линии, в опытах описанного типа было возможно благодаря модуляции скорости, при которой энергия γ -квантов источника периодически менялась так, чтобы соответствовать более наклонным участкам резонансной кривой.

Новые данные опубликовали в 1964 г. Крэншоу и Шиффер [90]. Оставив в принципе схему установки неизменной, они тщательно проанализировали источники возможных ошибок, ввели ряд технических усовершенствований и получили смещение, составляющее $0,850 \pm 0,08$ от теоретического.

Значение опытов по измерению гравитационного смещения для подтверждения общей теории относительности было рассмотрено в статье В. Л. Гинзбурга [91].

Эффект Мессбауера в Fe^{57} был использован также для обнаружения и измерения красного смещения при движении фотонов в ускоренной системе. На основе принципа эквивалентности в этом случае можно получить величину искомого смещения, заменяя ускорение эффективным гравитационным полем и вычисляя разность потенциалов этого поля для источника и поглотителя. В опытах Хейя и др. [92] установка состояла из двух концентрических цилиндров с радиусами 6,64 и 0,4 см, закрепленных неподвижно между двумя параллельными пластинками.

На поверхность второго цилиндра наносился излучатель, первого — поглотитель. Вся система могла вращаться со скоростью до 500 об/сек. Проходящее через поглотитель γ -излучение регистрировалось пропорциональным счетчиком. Так как потенциал на расстоянии R от центра будет $\Phi = -\frac{1}{2}R^2\omega^2$, то относительное смещение частоты будет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\Phi}{c^2} = \frac{(R_1^2 - R_2^2)\omega^2}{2c^2}. \quad (1)$$

Здесь R_1 и R_2 — радиусы цилиндров; ω — угловая скорость. В условиях описываемого опыта при 400 об/сек ожидаемое смещение составляло

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{6,64^2 - 0,4^2}{2,9 \cdot 10^{20}} 4\pi^2 \cdot 400^2 = 1,51 \cdot 10^{-13}.$$

По данным авторов эксперимента, полученные результаты в пределах ошибок измерения хорошо согласуются с теоретически ожидаемыми. Авторы выразили надежду, что улучшение техники эксперимента при более детальном учете всех влияющих факторов может привести к дальнейшему повышению точности измерений. По более поздним данным Хейя [93], отношение экспериментального и теоретического смещения равно $1,00 \pm 0,06$ с надежностью 95%.

Если описанный опыт рассматривается в системе отсчета, связанной с ускоренно движущимся поглотителем, то имеем дело с «псевдогравитационным» смещением, т. е. принципом эквивалентности общей теории относительности. Но этот же опыт можно рассматривать в инерциальной системе источника.

При движении поглотителя по отношению к излучателю имеет место эффект Доплера. Релятивистская формула для доплеровского смещения дает

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Если ограничиться только членами второго порядка, то получим

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi \right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (2)$$

В случае вращения ротора угол между скоростью поглотителя и направлением распространения кванта $\varphi = 0$. Поэтому сохраняется лишь квадратичный эффект

$$\nu' = \nu \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right). \quad (3)$$

Отсюда, учитывая, что $v = \omega R$, сразу получаем формулу (1).

9. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ И КОВАРИАНТНОСТЬ

В 1907 г. Эйнштейн, определив принцип относительности как требование независимости законов природы от состояния движения системы отсчета, поставил вопрос о его применении к системам, движущимся с ускорением друг относительно друга. Он полагал, что вопрос этот должен возникнуть перед каждым, кто следил за применением принципа относительности к неускоренным системам отсчета. Эвристическую ценность предположения о распространении принципа относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета Эйнштейн усматривал в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета.

В 1910 г. в статье «Принцип относительности и его следствия в современной физике» Эйнштейн, анализируя теорию Лоренца, писал, что теория Лоренца, основанная на гипотезе эфира, не удовлетворяет принципу относительности и что не может быть приемлемой теорией, не учитывающей принцип относительности.

В 1911 г. в статье «Теория относительности» Эйнштейн полагал, что одним из устоев, на котором покоится теория относительности, является принцип относительности. Принцип относительности утверждает, что если два физика изучают законы природы, первый в неподвижной лаборатории, а второй в лаборатории, движущейся прямолинейно и равномерно, то они откроют тождественные законы природы. «В несколько более абстрактной форме можно сказать: согласно принципу относительности законы природы не зависят от движения системы отсчета» [26, стр. 175]. В данном случае «лаборатория» эквивалентна системе координат.

В 1913 г. в статье «К современному состоянию проблемы тяготения» Эйнштейн выражает ту же мысль о характере принципа относительности в несколько иной форме, а именно, он подчеркивает, что уравнения, выражающие законы природы, должны быть ковариантны по отношению к определенной группе преобразований.

В 1914 г. накануне формирования общей теории относительности Эйнштейн писал: «... „покой“ и „равномерное движение“ физически равноценны. Тогда возникает вопрос, ограничивается ли этот принцип равномерным движением. Может быть, законы природы устроены так, что они одинаковы и для двух наблюдателей, движущихся относительно друг друга неравномерно? В последние годы выяснилось, что такое обобщение теории относительно возможно и что оно приводит к общей теории относительности, в качестве первого приближения содержащей теорию Ньютона» [26, стр. 397—398].

Определение относительности в «узком» и «широком» смысле не претерпевало никаких изменений. Вопрос же о ковариантных свойствах уравнений поля в теории тяготения, основанной на общей теории относительности, до 1915 г. не получил своего разрешения.

В 1915 г. Эйнштейн писал: «Итак, общеизвестные факты приводят нас к общему принципу относительности, т. е. к утверждению, что законы природы следует формулировать так, чтобы они выполнялись относительно произвольно движущихся систем координат. Из сказанного выше непосредственно видно, что общий принцип относительности приводит к теории гравитационного поля» [26, стр. 423].

Общий принцип относительности в работах этого периода тесно связан с локальной неразличимостью инерционного и гравитационного поля, но не подчинен ему. Ковариантность по отношению к произвольным преобразованиям трактуется как математическая форма, наполненная определенным физическим содержанием. Эйнштейн как бы сохраняет некоторую независимость общего принципа относительности от тесно связанных с ним принципов эквивалентности и ковариантности. В период создания общей теории относительности у Эйнштейна не было колебаний по вопросу об относительности неравномерных движений. Вопрос же о характере ковариантности уравнений претерпевал различные модификации. В том же году Эйнштейн описал, как он отходил от требования, чтобы гамильтонова функция гравитационного поля была инвариантна относительно линейных преобразований.

«По этим причинам я полностью потерял доверие к полученным мной уравнениям поля и стал искать путь, который ограничивал бы возможности естественным образом. Так я вернулся к требованию более общей ковариантности уравнений поля, от которой я отказался с тяжелым сердцем, когда работал вместе с моим другом Гроссманом. Мы подошли тогда фактически очень близко к излагаемому ниже решению задачи» [26, стр. 425].

Аналогично тому, как Эйнштейн в частной теории относительности базируется на постулате о ковариантности ее соотношений относительно линейных ортогональных преобразований, теперь Эйнштейн базируется на постулате ковариантности всех систем уравнений относительно преобразований более общего вида с определителем единица.

В работе конца 1915 г., в которой впервые появилось правильное уравнение тяготения с тензором G_{ik} , Эйнштейн писал об уравнениях гравитационного поля, что это уравнения, «согласующиеся с постулатом общей теории относительности, т. е. ковариантные в общем виде по отношению к любой замене пространственно-временных переменных» [26, стр. 448]. Ковариант-

ность как математическая форма, наполненная физическим содержанием, привела к согласованию уравнений гравитационного поля с общей теорией относительности.

В 1916 г. Эйнштейн отметил, что «законы физики должны быть составлены так, чтобы они были справедливы для произвольно движущихся координатных систем». В отношении ковариантности законов природы и по вопросу о возможности выбора преимущественных систем координат Эйнштейн выразил в то время свое мнение весьма определенно и однозначно. Способ, заключающийся в определенном построении системы координат в пространственно-временном континууме не только не оказался эффективным, но и вообще не может быть применим. «...представляется, что не существует пути, который позволил бы приспособить к четырехмерному миру такие координатные системы, чтобы с помощью их можно было бы ожидать особенно простой формулировки законов природы. Поэтому не остается ничего другого, как признать все мыслимые координатные системы принципиально равноправными для описания природы. Это равносильно требованию: Общие законы природы должны быть выражены через уравнения, справедливые во всех координатных системах, т. е. эти уравнения должны быть ковариантными относительно любых подстановок (общековариантными)» [26, стр. 459].

В 1917 г. Эйнштейн дал более точную формулировку общего принципа относительности. Поскольку невозможно пользоваться твердыми телами отсчета в том смысле, в каком это производится при пространственно-временных описаниях явлений природы в специальной теории относительности, Эйнштейн вводит гауссову систему координат. Формулировка «Все тела отсчета K, K' и т. д. эквивалентны для описания природы (формулировки общих законов природы), каково бы ни было состояние движения этих тел отсчета» заменена более точно соответствующей идее общего принципа относительности формулировкой «Все гауссовы системы координат в принципе эквивалентны для формулирования общих законов природы».

В 1918 г. в ответ на критику Кречмана, что поскольку физический опыт имеет дело лишь с совпадениями, то информацию о закономерных связях между этими совпадениями можно всегда представить в виде общековариантных уравнений, Эйнштейн вновь подчеркивает тесную связь принципа относительности с вопросом о ковариантности.

Эйнштейн пишет: «а) Принцип относительности: законы природы являются лишь высказываниями о пространственно-временных совпадениях; поэтому они находят свое выражение в общековариантных уравнениях» [26, стр. 613].

Кречман же считает, что сформулированный таким образом а) принцип относительности не выясняет физического содержания законов природы, а относится к их математической формулировке. Эйнштейн не оспаривал аргументов Кречмана, но полагал, что поскольку эмпирические законы могут быть записаны в общековариантной форме, принцип а) приобретает значительную эвристическую силу. Эта ценность проявилась при решении гравитационных проблем и основана на следующем: «Из двух согласующихся с опытом теоретических систем предпочтение должно быть отдано той, которая проще и прозрачнее с точки зрения абсолютного дифференциального исчисления. Если гравитационной механике Ньютона придать форму ковариантных (четырехмерных) уравнений, то легко убедиться, что принцип «а» практически (хотя и не вполне строго) исключает эту теорию!» [26, стр. 614].

В 1930 г., как бы в предчувствии будущей возможной критики общего принципа относительности, Эйнштейн писал, что для эвристического метода специальной теории относительности характерна ковариантность уравнений по отношению к преобразованиям Лоренца. Метод этот привел к вскрытию внутренней связи между энергией и импульсом, электрическим и магнитным полями, электростатическими и электродинамическими силами, инертной массой и энергией. «Этот метод привел к вопросу: правда ли, что уравнения, выражающие законы природы, ковариантны только относительно преобразований Лоренца, а относительно других преобразований не ковариантны. Однако сформулированный таким образом вопрос по существу является бессмысленным, поскольку каждую систему уравнений, конечно, можно записать в произвольных координатах.

Следует спросить, устроены ли законы природы так, что их нельзя сколько-нибудь существенно упростить, если выбрать какие-нибудь особые координаты. О том, что обнаруженный на опыте закон равенства инертной и тяжелой массы побуждает нас ответить „да“ на этот вопрос, мы упомянем лишь вкратце» [28, стр. 281].

В 1933 г. в статье «Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности» Эйнштейн кратко осветил ход развития общей теории относительности. Если стремиться к естественной теории гравитации на первом этапе развития теории, то выполнение принципа эквивалентности должно повлечь за собой распространение принципа относительности на неравномерно движущиеся системы координат. С 1908 по 1911 г. для Эйнштейна было важно понять, что теория гравитации может быть построена лишь в результате обобщения принципа относительности. Необходимо было построить такую теорию, уравнения которой сохраняют форму при нелинейных преобразованиях координат. В этот период существенную трудность представляла

физическая интерпретация координат. Проблема была решена за счет того, что реальный физический смысл был придан не дифференциалам координат, а соответствующей им римановой геометрии. В 1950 г. Эйнштейн подчеркнул более тесную связь, существующую между ковариантностью и относительностью. «Уравнения, выражающие законы природы, должны быть ковариантны по отношению ко всем непрерывным преобразованиям координат. Таков общий принцип относительности» [28, стр. 724]. Эйнштейн хочет подчеркнуть одну из сторон общей теории относительности — ковариантность ее уравнений, так как в дальнейшем он рассматривает и другие ее особенности.

Он отмечает, что согласно общей теории относительности «не существует понятия пространства, лишенного какого бы то ни было физического содержания». Он считает, что эвристическая роль общего принципа относительности не ограничена гравитацией. Постулат общековариантности законов природы Паули считает требованием, послужившим побуждением к созданию общей теории относительности. Кинематическая равноправность произвольно движущихся систем отсчета наталкивала на предположение о равноправности таких систем в динамическом и общефизическом отношении. На примере вращающейся системы отсчета Эйнштейн показал, что в негалилеевых системах пространственные и временные интервалы не определяются просто с помощью часов и твердых единичных масштабов. Евклидова геометрия в этих случаях неприменима. «Поэтому,— пишет Паули,— не остается ничего другого, как допустить рассмотрение всех мыслимых систем координат. Координаты рассматриваются как вполне произвольные параметры, произвольным однозначным и непрерывным образом поставленные в соответствие с мировыми точками (гауссовы координаты)» [94, стр. 217].

Достаточность этого описания определяется тем, что физические измерения сводятся к определению пространственно-временных совпадений. Наблюдаем лишь эти совпадения. Но поскольку два точечных события, имеющие одинаковые координаты в одной гауссовой системе, имеют одинаковые координаты в любой другой, то это приводит к обобщению принципа относительности и к выражению его как общековариантности законов природы. «Эта ковариантность оказывается возможной вследствие того, что величины g_{ik} вводятся в физические законы (выражаясь математическим законом: общие законы природы допускают после введения инвариантной квадратичной формы $ds^2 = g_{ik} dx^k dx^i$ любые точечные преобразования)» [94, стр. 218].

Как известно, Кречман рассмотрел вопрос о взаимосвязи между группой ковариантности и принципом относительности. Андерсон в дальнейшем кратко изложил суть утверждений Кречмана. «Для того, чтобы получить принцип относительности,

связанный с данной группой ковариантности, следует выяснить, в какой мере можно ограничивать эту группу ковариантности путем наложения нековариантных ограничений на объекты, фигурирующие в теории, не ограничивая в то же время физических возможностей, из которых исходила теория при ее формулировании. Предельно ограничив таким способом группу ковариантности, Кречман приходит к некоторой подгруппе первоначальной группы ковариантности. Эта подгруппа и принимается в качестве группы преобразований принципа относительности» [95]. Кречман сделал также попытку нормировать координатную систему. Паули оценивает как попытку Кречмана, так и попытку Ми следующим образом: «Все предложенные нормировки представляются, однако, возможными, либо имеющими практическое значение лишь в специальных случаях. В общем случае и в принципиальных вопросах общая ковариантность необходима» [94, стр. 219].

В. А. Фок и его школа, широко и плодотворно используя гармонические координаты, введенные в работах Дондера и Ланчоса, заняли обособленную позицию в трактовке принципа относительности. В. А. Фок полагает, что физическое содержание общей теории относительности сводится к закону тяготения. Этот закон определяет отклонение метрики пространства — времени от галилеевой метрики. Отстаивая положение о существовании преимущественной системы отсчета, координаты которой удовлетворяют условию гармоничности, В. А. Фок утверждает: а) что термин «общая теория относительности» приводит к недоразумениям, отражая неправильное понимание самой теории [96], б) понятие «ускоренно движущаяся система» плохо определено. Принцип относительности неприменим к ускоренному движению [97], в) принцип эквивалентности имеет локальный характер в пространстве и во времени. Лишь в случае медленных движений и для слабых и однородных полей применим принцип эквивалентности, и лишь при этих условиях можно приближенно заменить поле тяготения полем ускорения, и обратно. Принцип ковариантности не выражает физического закона [98, стр. 67—69].

В 1956 г. в статье «Уравнения движения системы тяжелых масс с учетом их внутренней структуры и вращения» В. А. Фок писал, что в специальной теории относительности в принципе существует проблема выбора координатной системы, но она в явной форме не ставится, так как координаты предполагаются галилеевыми. В общей теории относительности (по Фоку — теории тяготения) уравнения написаны общековариантным образом и вопрос о выборе координатной системы возникает сам собой. Такой преимущественной системой отсчета являются гармонические координаты. О принципиальном значении гармонической системы Фок пишет: «Принципиальное значение гармонической

системы координат основано на том, что существование такой системы отражает объективные свойства пространственно-временного континуума». [98, стр. 68]. О практических преимуществах гармонической системы В. А. Фок пишет весьма убедительно: «Практические преимущества гармонической системы координат, однако, несомненны. Введение ее позволяет, в частности, однозначным образом формулировать приближенные уравнения движения системы масс с учетом их внутренней структуры и вращения» [98, стр. 68].

В 1956 г. Ф. И. Франкль, полемизируя с Фоком, писал, что в ряде статей В. А. Фок выдвигал спорное утверждение, согласно которому гармонические координаты при выполнении некоторых условий на пространственной бесконечности всегда связаны между собой преобразованиями Лоренца. Франкль ссылаясь на свою работу 1953 г. [99]. Он полагал, что выдвинутая В. А. Фоком [100] новая формулировка, в которой к условиям на бесконечности добавлены условия «квазистационарности» как гравитационного поля, так и системы координат, есть существенное изменение положений, высказанных Фоком в предыдущих работах. По существу спор в 1956 г. шел в большей мере о корректности постановки задачи Коши в общей теории относительности.

М. Ф. Широков, признавая удачный выбор условий гармоничности, их ценность и научный интерес, указывает, что они не выражают собой физического закона. Эти произвольные условия можно сравнить с выбором цилиндрических, сферических и других координат, что во многом зависит от условий задачи. Далее М. Ф. Широков указывает, что в ньютоновской механике преимущественной системой отсчета была система, в которой центр инерции данного скопления материи покоится или движется прямолинейно и равномерно. «Существование центра инерции обеспечивалось законами сохранения массы, энергии, количества движения и момента количества движения. Такое понятие преимущественной системы отсчета для изолированного скопления материи может быть сформулировано и в общей теории относительности, так как и в этой теории показано выполнение теоремы о центре инерции в общековариантном виде, т. е. для любых систем координат, однако с галилеевскими условиями на бесконечности» [102].

В 1966 г. В. А. Фок в статье «Физические принципы теории тяготения Эйнштейна» [103] подробно выразил свою точку зрения на роль и значение гармонических координат. 1) При основном распределении масс существуют гармонические координаты, удовлетворяющие волновому уравнению и предельным условиям, выражающим евклидность на пространственной бесконечности и отсутствие волн, приходящих извне. 2) При этих условиях всегда имеет место «физическая относительность». В гармонических координатах связь между равноправными системами отсчета,

«для которых возможна физическая адаптация и имеет место физический принцип относительности», выражается преобразованиями Лоренца. 3) Нельзя утверждать, что законы природы исчерпываются тензорными соотношениями. Интегральные свойства не менее важны, чем локальные. Существование гармонических координат есть интегральное свойство пространства — времени.

В настоящее время вопрос о практическом значении гармонических координат не является спорным. Спорным остается вопрос о необходимости понятия «физической относительности» и особой преимущественной роли «гармонических координат».

Х. Цю и В. Гоффман, опираясь на формулировку Эйнштейна, гласящую, что «общие законы природы должны описываться уравнениями, справедливыми во всех системах координат, т. е. ковариантными относительно любых замен вообще (общековариантными)» [104, стр. 19], писали о существовании двух понятий этого принципа.

Первая трактовка принципа гласит, что выбор системы координат не имеет отношения к содержанию теории. В таком ограниченном смысле, не вводя нового физического содержания, можно выразить все законы физики в ковариантном виде.

Цю и Гоффман полагают, что Эйнштейн придерживался второй трактовки, а именно, «что законы природы это геометрические утверждения относительно физических объектов и что такие законы должны сохранять свою силу в пространствах с произвольными геометриями» [104, стр. 20].

В частной теории относительности на геометрию наложены априорные ограничения, соответствующие лоренц-инвариантности, в то время как в общековариантной теории геометрия определяется на основании полевых уравнений.

Дж. Андерсон полагал, что между принципом относительности для данного класса теории и соответствующей им группой ковариантности не существует взаимно однозначного соответствия, поскольку всегда существует возможность расширения группы ковариантности от конечнопараметрической группы Ли до группы, содержащей набор произвольных функций.

10. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЭЙНШТЕЙНА (1917—1924)

В работе 1917 г. «О специальной и общей теории относительности» Эйнштейн рассмотрел вопрос о космологических затруднениях теории Ньютона. Первое затруднение — вопрос о системе отсчета в классической механике. Классическая механика исходит из того, что материальные точки, достаточно удаленные от других материальных точек, движутся прямолинейно и равномерно или же находятся в состоянии покоя. Этот закон выпол-

няется лишь для систем отсчета, движущихся прямолинейно и равномерно друг относительно друга. Кроме того, «...тщето было бы искать в классической механике (а также в специальной теории относительности) то реальное нечто, к которому можно было бы свести различное поведение тел относительно систем отсчета K и K' . (Это возражение приобретает особое значение в том случае, когда состояние движения тел отсчета таково, что для своего сохранения оно не нуждается во внешнем воздействии, например, в случае равномерного вращения тела отсчета.) Это возражение предвидел уже Ньютон, который тщето стремился ослабить его» [26, стр. 566]. Второе затруднение было подробно рассмотрено Зеелигером. Закон тяготения Ньютона позволяет определить поле тяготения по распределению масс в пространстве. Этот закон, однако, не приводит к определенным конечным значениям для гравитационных ускорений, если полагать, что поле тяготения создано бесконечной массой Вселенной. Представление о средней одинаковой плотности масс Вселенной несовместимо с теорией Ньютона.

«...Больше того, последняя требует, чтобы мир имел нечто вроде центра, где плотность числа звезд была бы максимальной и чтобы эта плотность убывала с расстоянием от центра так, что на бесконечности мир был бы совсем пустым. Звездный мир должен представлять собой конечный остров в бесконечном океане пространства» [26, стр. 583].

Эйнштейн отмечает, что это представление, не будучи удовлетворительно само по себе, приводит к следствию, «что свет, излучаемый звездами, а также отдельные звезды звездной системы должны непрерывно удаляться в бесконечность, никогда не возвращаясь и не вступая во взаимодействие с другими объектами природы. Такой мир, материя которого сконцентрирована в конечном пространстве, должен был бы медленно, но систематически опустошаться» [26, стр. 583—584].

Зеелигер изменил закон Ньютона. Он предположил, что на больших расстояниях протяжение двух масс убывает быстрее, чем по закону $1/r^2$. Плотность может оставаться постоянной всюду во Вселенной, не приводя к бесконечным полям тяготения.

«Так,— пишет Эйнштейн,— можно освободиться от неприятного представления о том, что материальный мир обладает каким-то центром. Правда, это освобождение от описанных выше принципиальных трудностей достигается ценой изменения и усложнения закона Ньютона, которые не имеют ни экспериментального, ни теоретического обоснования. Можно указать сколько угодно законов, приводящих к тому же результату, причем нет оснований предпочесть один другому; каждый из этих законов, как и закон Ньютона, не обоснован общими теоретическими принципами» [26, стр. 584]. Далее Эйнштейн анализирует возможность конечного и все же неограниченного мира.

Судить о геометрической структуре пространства, согласно общей теории относительности, можно лишь, полагая известным состояние материи. Если представить себе, что мир по своим геометрическим свойствам подобен поверхности, в некоторых частях искривленной, но не отклоняющейся значительно от плоскости, то такой квазиевклидовый мир был бы пространственно бесконечным. Средняя плотность материи в квазиевклидовом мире должна равняться нулю. «Но если средняя плотность материи в мире даже очень мало отличается от нуля, то мир не может быть квазиевклидовым. Больше того, вычисления показывают, что при равномерном распределенной материи мир с необходимостью должен быть сферическим (или эллиптическим). Так как в действительности в отдельных областях материя распределена неравномерно, то реальный мир в отдельных частях будет отклоняться от сферического; он будет квазисферическим. Однако он должен быть конечным. Теория дает простое соотношение между пространственной протяженностью мира и средней плотностью материи в нем» [26, стр. 588].

В 1918 г. в статье «Закон сохранения энергии в общей теории относительности» Эйнштейн, ссылаясь на работу 1917 г., посвященную вопросам космологии, вновь подчеркнул, что с точки зрения общей теории относительности понимание мира в целом как приближенно евклидовского вызывает сомнения. Мир в этом случае должен быть пустым.

Мы должны считать, что чем большие области рассматриваем, тем менее должна отличаться от нуля средняя плотность находящейся в них весомой материи.

Эйнштейн полагает вероятным, что мир в пространственном отношении квазисферический. «В этом случае конечного мира, — пишет Эйнштейн, — возникает интересный вопрос о том, справедливы ли законы сохранения для мира как целого, который с необходимостью должен рассматриваться как «изолированная система». При этом мы можем ограничиться пониманием мира как квазисферического, поскольку из последнего при добавлении соответствующего условия симметрии вытекает квазиэллиптический мир» [26, стр. 654]. Эйнштейн доказывает, что для замкнутого мира в целом импульс равен нулю. Значение полной энергии не зависит от выбора системы координат и времени. В 1919 г. в статье «Гравитационные поля и элементарные частицы материи» Эйнштейн предполагал, что теоретически можно построить материю из гравитационного и электромагнитного полей и что эта возможность освобождает от необходимости введения особой постоянной для решения космологической проблемы.

В 1917 г. Эйнштейн опубликовал работу «Вопросы космологии и общая теория относительности», положившую начало релятивистской космологии.

Как известно, уравнение Пуассона в совокупности с уравнением движения материальной точки не вполне заменяет теорию дальнего действия Ньютона, поскольку необходимо добавить условие, что в пространственной бесконечности потенциал стремится к определенному пределу. «Аналогично обстоит дело в теории тяготения, следующей из общего принципа относительности; здесь также к дифференциальным уравнениям должны быть добавлены граничные условия для пространственной бесконечности, если мы на самом деле рассматриваем мир бесконечно протяженным в пространстве» [26, стр. 601].

Эйнштейн анализирует условие существования постоянного предела для потенциала φ в пространственной бесконечности и показывает, что возникающие при этом трудности непреодолимы в рамках теории Ньютона. Он видоизменяет уравнение Пуассона, придав ему вид

$$\Delta\varphi - \lambda\varphi = 4\pi K\rho,$$

где λ — универсальная постоянная.

Решение уравнения $\varphi = -\frac{4\pi K}{\lambda}\rho_0$ соответствует бесконечно протяженному пространству, в среднем равномерно заполненному материей.

Эйнштейн предлагает последовать по пройденному им самим извилистому и неровному пути, полагая, что так станет интереснее конечный результат. Модификация, соответствующая переходу от уравнения Пуассона $\Delta\varphi = 4\pi K\rho$ к уравнению $\Delta\varphi - \lambda\varphi = 4\pi K\rho$, приводит к тому, что граничные условия в пространственной бесконечности вообще отпадают, поскольку мировой континуум в отношении своих пространственных размеров может рассматриваться как замкнутый континуум, имеющий конечный пространственный объем.

В этой работе Эйнштейн критически оценил найденные им уравнения гравитации. Как известно, эти уравнения имеют вид

$$G_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right), \quad (1)$$

где

$$G_{\mu\nu} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mu\alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \nu\beta \\ \alpha \end{Bmatrix} + \frac{\partial^2 \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \begin{Bmatrix} \mu\nu \\ \alpha \end{Bmatrix} \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\alpha}$$

свернутый тензор кривизны пространственно-временного континуума; $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор,

$$G = G_\alpha^\alpha; \quad (2)$$

$T_{\mu\nu}$ — тензор энергии и импульса, являющийся функцией состояния среды и исчезающий в вакууме; $\kappa = \frac{8\pi\gamma}{c^2}$ — постоянная тяготения

Эйнштейна; γ — постоянная тяготения Ньютона; c — фундаментальная скорость.

Система уравнений (1) не будет удовлетворена, если

$$g_{44} = 1; \quad (3)$$

$$g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0 \quad (4)$$

и если для потенциалов $g_{\mu\nu}$, у которых оба индекса отличаются от 4

$$g_{\mu\nu} = - \left[\delta_{\mu\nu} + \frac{x_\mu x_\nu}{R^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)} \right], \quad (5)$$

а вместо $T^{\mu\nu}$ взято его значение

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{array}$$

Эйнштейн обобщает уравнения (1), придав им вид

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \quad (6)$$

Вычисления выполнены для одной точки ($x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$). Для $g_{\mu\nu}$ всюду, где $g_{\mu\nu}$ не дифференцированы или же продифференцированы только один раз, надо подставить значения

$$\begin{array}{cccc} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

При этом

$$G_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_1} \begin{bmatrix} \mu\nu \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_2} \begin{bmatrix} \mu\nu \\ 2 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_3} \begin{bmatrix} \mu\nu \\ 3 \end{bmatrix} + \frac{\partial^2 \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu}.$$

Учитывая (1), (3) и (4), находят, что все уравнения (6) удовлетворяются, если

$$-\frac{2}{R^2} + \lambda = -\frac{\kappa\rho}{2}, \quad -\lambda = -\frac{\kappa\rho}{2}, \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{\kappa\rho}{2} = \frac{1}{R^2}.$$

Космологическая постоянная может быть определена, если известны ρ — средняя плотность распределения, сохраняющаяся в состоянии равновесия, R — радиус сферического пространства, $2\pi^2 R^3$ — объем.

Полная масса Вселенной

$$M = \rho 2\pi^2 R^3 = 4\pi^2 \frac{R}{\kappa} = \frac{\sqrt{32}\pi^2}{\sqrt{\kappa^3 \rho}}.$$

«Теоретическое представление о реальном мире, согласно нашим рассуждениям, было бы следующим. Характер кривизны пространства в соответствии с распределением материи зависит от места и времени; однако это пространство в целом можно приближенно представить в виде сферического пространства» [26, стр. 612].

Логически это представление непротиворечиво, для Эйнштейна существенно и то, что оно является естественным с точки зрения общей теории относительности.

«Мы,— пишет Эйнштейн,— не будем здесь рассматривать вопрос о том, приемлемо ли это представление с точки зрения современных астрономических знаний. Правда, для того, чтобы прийти к этому непротиворечивому представлению, мы должны были все же ввести новое обобщение уравнений гравитационного поля, неоправдываемое нашими действительными знаниями о тяготении» [26, стр. 612]. То, что положительная кривизна пространства, которая обусловлена материей, получается и при отсутствии космологического члена, является для Эйнштейна весьма важным аргументом. Космологический член введен для обеспечения квазистатического распределения материи.

Таким путем было положено начало релятивистской космологии.

В 1921 г. Эйнштейн опять вернулся к высказанной в 1917 г. идее о том, что квазистатическое распределение материи соответствует фактически малым скоростям звезд.

«Для построения удовлетворительной концепции поля $g_{\mu\nu}$ космических размеров, по-видимому, важен тот факт, что относительные скорости звезд малы по сравнению со скоростью света. Действительно, отсюда следует, что при соответствующем выборе координатной системы, g_{44} почти постоянна во Вселенной, по крайней мере в той ее части, в которой имеется материя» [28, стр. 77, 78]. Далее Эйнштейн указывает, что кажется естественным допущение о наличии звезд во всех частях Вселенной. Непостоянство g_{44} связано с тем, что вещество не распределено непрерывно. Это распределение можно заменить условным распределением постоянной плотности, в такой Вселенной имеет место геометрическая эквивалентность всех пространственных точек и направлений.

«Особенно привлекательным в этой схеме является то, что Вселенная оказывается пространственно ограниченной и, согласно нашему предположению о постоянстве плотности σ , обладает постоянной кривизной, будучи сферической или эллиптической. В этом случае граничные условия на бесконечности, столь неудобные с точки зрения общей теории относительности, заменяются гораздо более естественными условиями для замкнутой поверхности» [28, стр. 78].

В этой работе Эйнштейн выдвигает три аргумента против концепции пространственно бесконечной Вселенной, одновременно

служащие аргументами в пользу представлений ограниченной в пространстве Вселенной.

Интересно, что на первое место Эйнштейн выдвигает тот факт, что с точки зрения теории относительности условия для замкнутой поверхности проще, чем граничные условия на бесконечности в случае квазиевклидовой структуры Вселенной.

Вторым аргументом служит то, что идеи Маха нельзя согласовать с концепцией квазиевклидовой бесконечной Вселенной. Третьим аргументом служит то, что хотя предположение о равной нулю средней плотности во Вселенной логически и возможно, оно менее вероятно, чем предположение об отличной от нуля конечной средней плотности материи. В том же году в докладе «Геометрия и опыт» Эйнштейн ставит в первую очередь второй аргумент, отмечая, что этот аргумент не производит никакого впечатления на многих физиков и астрономов. Какая из возможностей нулевой плотности или плотности, отличной от нуля, осуществлена в природе, может решить только опыт. Иллюзорной кажется Эйнштейну определение средней плотности путем наблюдения доступной нашему восприятию части Вселенной. Более перспективен, хотя и встречается также большие трудности, другой путь. Кроме расхождений следствий общей теории относительности от следствий теории Ньютона в эффектах, проявляющихся вблизи тяжелых масс, для пространственно конечного мира «имеется второе расхождение с теорией Ньютона, которое на языке последней можно выразить так: гравитационное поле обладает такими свойствами, как если бы кроме весомых масс оно создавалось также равномерно распределенной в пространстве плотностью массы, имеющей отрицательный знак. Так как эта фиктивная плотность массы крайне мала, то ее можно заметить только в случае очень больших гравитирующих масс. Предположим, что мы примерно знаем статистическое распределение звезд в Галактике, а также их массы. Тогда на основе закона Ньютона мы можем рассчитать гравитационное поле и те средние скорости звезд, которые они должны иметь для того, чтобы в Галактике не произошел коллапс, вследствие взаимного притяжения звезд, и она сохраняла бы свои размеры. Если бы теперь средние скорости звезд — которые могут быть измерены — оказались в действительности меньше вычисленных, мы бы имели указание на то, что на больших расстояниях реальные притяжения меньше, чем следует из закона Ньютона. Из такого расхождения можно было бы косвенным образом доказать конечность мира и даже оценить его пространственные размеры» [28, стр. 89].

В 1922 г. появилась работа Фридмана, коренным образом изменившая отношение Эйнштейна к космологической проблеме. Эйнштейн вначале считал, что космологическое решение уравнения поля должно быть статичным, но затем признал ре-

зультаты Фридмана верными. Модель стационарной Вселенной теперь потеряла свое исключительное значение и могла быть заменена моделью расширяющейся Вселенной. Представление о замкнутой модели могло быть заменено представлением об открытой модели. Стала ненужной и космологическая постоянная. Решение гравитационных уравнений Эйнштейна, найденное Фридманом, основано на предположении о полной однородности и изотропии распределения материи в пространстве.

При указанном предположении можно рассматривать два варианта: 1) соответствующий пространству постоянной положительной кривизны (закрытая модель), 2) соответствующий пространству постоянной отрицательной кривизны (открытая модель). Вещество предполагается неподвижным относительно специально выбранной пространственной координатной системы, время предполагается ортогональным к введенному пространству. Уравнения тяготения Эйнштейна Фридман записывает в виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \pm \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (i, k = 1, 2, 3, 4), \quad (\text{A})$$

где g_{ik} — гравитационные потенциалы, T_{ik} — тензор материи, κ — постоянная; $R = g^{ik} R_{ik}$.

Тензор

$$R_{ik} = \frac{\partial^2 \ln \sqrt{g}}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial \ln \sqrt{g}}{\partial x_\sigma} \left\{ \begin{matrix} ik \\ \sigma \end{matrix} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \left\{ \begin{matrix} ik \\ \sigma \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} i\alpha \\ \sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k\sigma \\ \alpha \end{matrix} \right\}. \quad (\text{B})$$

Здесь $\left\{ \begin{matrix} ik \\ \sigma \end{matrix} \right\}$ — символ Кристоффеля второго рода.

Тензор материи T_{ik} определяется равенствами

$$\begin{cases} T_{ik} = 0, \text{ если } i \text{ и } k \text{ одновременно не равны } 4 \\ T_{44} = c^2 \rho g_{44}, \end{cases} \quad (\text{C})$$

где ρ — плотность материи; c — фундаментальная скорость. Этим выражены предположения первого класса.

В первой работе «О кривизне пространства» рассматривается случай положительной кривизны.

Предположения Фридмана выражаются в следующем:

1) Интервал ds , определяемый равенством $ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k$, записывается в виде

$$\begin{aligned} ds^2 = & R^2 (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + 2g_{14} dx_1 dx_4 + \\ & + 2g_{34} dx_3 dx_4 + 2g_{24} dx_2 dx_4 + g_{44} dx_4^2, \end{aligned}$$

Здесь R есть функция (времени) x_4 и пропорционально радиусу кривизны пространства; x_1 и x_2 изменяются в интервале $(0, \pi)$, а x_3 — в интервале $(0, 2\pi)$.

2) В силу принятой ортогональности времени и пространства g_{14} , g_{24} , g_{34} обращаются в нуль.

Квадрат элементарного интервала, в силу приведенных предположений, принимает вид

$$ds^2 = R^2(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + M^2 dx_4^2. \quad (D)$$

Здесь R зависит только от x_4 ; M — функция (x_1, x_2, x_3, x_4) .

Если в формуле для ds^2 положить R не зависящим от времени и равным $-R^2/c^2$, а $M=1$, то получим Вселенную Эйнштейна

$$d\tau^2 = -\frac{R^2}{c^2}(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + dx_4^2.$$

При замене R^2 на $-R^2/c^2$, а M — на $\cos x_4$, получим Вселенную де Ситтера

$$d\tau^2 = -\frac{R^2}{c^2}(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + \cos^2 x_4 dx_4^2.$$

Фридман исследовал как стационарный случай $R=\text{const}$, так и случай нестационарный $R=R(t)$.

В стационарном случае выражение для квадрата элемента длины на сфере приводит к обобщенным решениям Эйнштейна и де Ситтера.

В этой работе Фридман исследовал особенно интересный случай нестационарного мира.

M в этом случае есть функция только x_4 . Можно, соответственно изменяя x_4 , без ограничения общности положить $M=1$.

Величину ds^2 можно выразить в форме

$$ds^2 = -\frac{R^2(x_4)}{c^2}(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + dx_4^2.$$

Как обычно, Фридман определяет R и ρ из уравнений

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \pm \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (i, k=1, 2, 3, 4).$$

Уравнения, в которых $i=k=1, 2, 3$, дают соотношение

$$\frac{R'^2}{R^2} + \frac{2RR''}{R^2} + \frac{c^2}{R^2} - \lambda = 0, \quad (4)$$

а уравнение, в котором $i=k=4$, дает равенство

$$\frac{3R'^2}{R^2} + \frac{3c^2}{R^2} - \lambda = \kappa c^2 \rho, \quad (5)$$

$$R' = \frac{dR}{dx_4}; \quad R'' = \frac{d^2R}{dx_4^2};$$

x_4 заменяют в целях удобства на t .

Интегрирование уравнения (4) приводит к уравнению

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{A - R + \frac{\lambda}{3c^2} R^3}{R}, \quad (6)$$

где A — произвольная постоянная.

Решая уравнение относительно R , находим

$$t = \frac{1}{c} \int_a^R \frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^2} x^3} dx + B, \quad (7)$$

где B и a — постоянные.

Из уравнения (5) определяем ρ :

$$\rho = 3A/\kappa R^3.$$

Постоянная

$$A = \kappa M/6\pi^2.$$

В 1924 г. А. А. Фридман исследовал возможность мира с постоянной отрицательной кривизной пространства. Он различает и в этой работе два случая: 1) случай стационарного мира, 2) случай нестационарного мира, кривизна которого постоянна в пространстве, но меняется во времени.

Миры с отрицательной стационарной кривизной не допускают положительной плотности вещества, плотность должна быть или отрицательной, или нулевой. В качестве космологических уравнений Эйнштейна за основу берут уравнения (A, B, C) .

Интервалу ds^2 Фридман придает вид

$$ds^2 = \frac{R^2(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2)}{x_3^2} + M^2 dx_4^2,$$

где R — функция времени; M — функция от всех четырех мировых координат. Постоянная отрицательная кривизна пространства пропорциональна $-1/R^2$.

Работы Эйнштейна и Фридмана заложили основы релятивистской космологии, бурное развитие которой переплеталось с общим развитием теоретической и экспериментальной физики.

11. ТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА

Вопрос о тензоре энергии-импульса в общей теории относительности возник на втором подготовительном этапе создания теории (1913—1915 гг.). В совместной работе с М. Гроссманом «Проект обобщенной теории относительности» (1913), в которой впервые систематически применены тензорный анализ, Эйнштейн, анализируя движение непрерывно распределенных несвязанных масс в произвольном поле тяжести, предположил, что закон сохранения импульса энергии имеет вид

$$\sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} (\sqrt{-g} g_{\sigma\mu} \theta_{\mu\nu}) - \frac{1}{2} \sum_{\mu,\nu} \sqrt{-g} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} \theta_{\mu\nu} = 0 \quad (\sigma = 1, 2, 3, 4), \quad (1)$$

где $g = |g_{\mu\nu}|$; $\theta_{\mu\nu} = \rho_0 \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}$ — контравариантный тензор второго ранга относительно произвольных преобразований. При $\sigma = 1, 2, 3$, из уравнения (1) получают три соотношения, выражающие закон сохранения импульса. При $\sigma = 4$ получают закон сохранения энергии. В математической части, написанной М. Гроссманом, доказана ковариантность написанных соотношений при известных условиях. Эйнштейн приписывает этим соотношениям область применения, выходящую за пределы случая движения несвязанных масс. Они выражают энергетический баланс между гравитационным полем и любой материальной системой. Тензору второго ранга $\theta_{\mu\nu}$ надо придавать значение, соответствующее тензору энергии-натяжений рассматриваемой системы. «Первая сумма в указанном соотношении содержит пространственные производные натяжений или плотности потока энергии и временные производные импульса или плотности энергии; вторая сумма выражает влияние гравитационного поля на материальный процесс» [26, стр. 236].

Получив выражение энергии-импульса для материальных явлений в их связи с гравитационным полем, Эйнштейн переходит к поискам дифференциальных уравнений, определяющих гравитационное поле. Он полагает, что эти уравнения связывают вышеприведенный контравариантный тензор второго ранга ($\theta_{\mu\nu}$) с контравариантным тензором второго ранга, образованным из производных фундаментального тензора g_{ik} ($\chi_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu}$).

Далее Эйнштейн находит выражение для тензора энергии-натяжений гравитационного поля ($\Theta_{\mu\nu}$), входящее в соотношение, «выражающее закон сохранения для гравитационного поля совершенно таким же образом, каким тензор $\theta_{\mu\nu}$ материального процесса в соотношении закона сохранения для этого процесса» [26, стр. 242].

Тензор гравитационного поля является источником поля наравне с тензором материальных систем.

Эйнштейн нашел, что соотношения для законов сохранения справедливы для вещества и гравитационного поля вместе взятых

$$\sum_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \{ \sqrt{-g} g_{\sigma\mu} (\theta_{\mu\nu} + \theta_{\nu\mu}) \} = 0 \quad (\sigma = 1, 2, 3, 4). \quad (2)$$

Полученные уравнения можно выразить и через ковариантные тензоры.

В общей теории относительности материя через уравнения поля всегда неразрывно связана с гравитационным полем и нельзя ожидать, что законы сохранения энергии и импульса будут строго выполняться для системы лишь материальных тел.

Вопросы тензора энергии-импульса трактуются и в работах «К современному состоянию проблемы тяготения» (1913), «Дополнительный ответ на вопрос Рейснера», «Теория гравитации Нордстрема с точки зрения абсолютного дифференциального исчисления» (1914). В работе «Обобщенная теория относительности и теория гравитации» (1914) Эйнштейн вновь напоминает, что уравнение

$$\sum_{\nu} \frac{\partial \bar{T}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu} - \frac{1}{\kappa} \sum_{\mu\nu\tau} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} \gamma_{\mu\tau} \bar{T}_{\nu\tau} = 0 \quad (3)$$

не выражает закона сохранения. Вещество, взятое отдельно, не удовлетворяет законам сохранения при наличии гравитационного поля, поскольку поле тяготения передает веществу импульс и энергию. Оценивая работу «Формальные основы общей теории исследования», Смородинский писал: «Трудности, возникшие на пути теории, в основном сконцентрировались на построении тензора энергии-импульса. Эйнштейн вводит в эти работы то, что сейчас называется псевдотензором энергии-импульса гравитационного поля, который обладает тензорными свойствами по отношению к линейным преобразованиям. Лишь через год, в 1915 г., в работе «К общей теории относительности» Эйнштейн отказывается от условия равенства нулю обычной (нековариантной) дивергенции тензора энергии-импульса и приходит к верному уравнению тяготения, известному теперь под названием «уравнения Эйнштейна» [26, стр. 384].

В 1916 г. в статье «Основы общей теории относительности» Эйнштейн обращается к функции Гамильтона для гравитационного поля с целью показать соответствие уравнений поля законам сохранения импульса и энергии.

Уравнения поля

$$\delta \{ \int H d\tau \} = 0,$$

$$H = g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta, \quad \sqrt{-g} = 1. \quad (4)$$

На границах рассматриваемой ограниченной четырехмерной области интегрирования вариации равны нулю. Выполнив вариации в (4),

получим систему уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} \right) - \frac{\partial H}{\partial g^{\mu\nu}} = 0. \quad (5)$$

Эта система уравнений эквивалентна системе уравнений для свободного от материи поля:

$$\frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\alpha}{\partial x_\alpha} + \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta = 0, \quad \sqrt{-g} = 1. \quad (6)$$

Умножив (5) на $g_\sigma^{\mu\nu}$ и учитывая, что

$$\frac{\partial g_\sigma^{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial g_\alpha^{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}$$

и, следовательно,

$$g_\sigma^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(g_\sigma^{\mu\nu} \frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} \right) - \frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} \frac{\partial g_\alpha^{\mu\nu}}{\partial x_\sigma},$$

имеем

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(g_\sigma^{\mu\nu} \frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} \right) - \frac{\partial H}{\partial x_\sigma} = 0$$

или

$$\frac{\partial t_\sigma^\alpha}{\partial x_\alpha} = 0, \quad -2\kappa t_\sigma^\alpha = g_\sigma^{\mu\nu} \frac{\partial H}{\partial g_\alpha^{\mu\nu}} - \delta_\sigma^\alpha H. \quad (7)$$

При этом выполняется соотношение

$$\kappa t_\sigma^\alpha = \frac{1}{2} \delta_\sigma^\alpha g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\beta - g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\sigma}^\beta. \quad (8)$$

Произведя ряд несложных преобразований, Эйнштейн получил известное выражение для закона сохранения энергии-импульса для гравитационного поля, справедливое для всех координатных систем, у которых $\sqrt{-g} = 1$.

Интегрирование уравнения (7) по трехмерному объему дает четыре уравнения

$$\frac{d}{dx_4} \left\{ \int t_\sigma^A dV \right\} = \int (t_\sigma^1 a_1 + t_\sigma^2 a_2 + t_\sigma^3 a_3) ds, \quad (9)$$

где a_1, a_2, a_3 — направляющие косинусы внутренней нормали к элементу поверхности.

Вместо уравнения (6) имеем

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} (g^{\sigma\beta} \Gamma_{\mu\beta}^\alpha) = -\kappa \left(t_\mu^\sigma - \frac{1}{2} \delta_\mu^\sigma t \right), \quad \sqrt{-g} = 1, \quad (10)$$

В общем виде в уравнение (10) вместо компонента энергии гравитационного поля надо подставить сумму компонент тензора энергии материи и гравитационного поля. Далее, Эйнштейн доказал, что из уравнений гравитационного поля следует, что законы сохранения энергии-импульса выполняются:

$$\frac{\partial (t_{\mu}^{\sigma} + T_{\mu}^{\sigma})}{\partial x_{\sigma}} = 0. \quad (11)$$

Анализируя создавшееся к тому времени положение, Паули с большой пронциательностью писал: «При более близком рассмотрении появляются, однако, большие затруднения, противостоящие вначале подобному пониманию. В конечном счете эти затруднения проистекают из-за того, что величины t_{ik} не образуют тензора.

Поскольку эти величины не содержат производных от g_{ik} выше первого порядка, можно сразу заключить, что при подходящем выборе координат (в геодезической системе отсчета) они могут быть сделаны равными нулю в любой заданной мировой точке» [94, стр. 255]. Шредингер нашел, что для поля материальной точки, совпадающего с полем жидкого шара во внешнем пространстве, все компоненты энергии обращаются в нуль. Бауер указал, что если ввести полярные координаты в линейный элемент специальной теории, то «компоненты энергии принимают значения, отличные от нуля, и при этом полная энергия даже бесконечна».

Леви-Чивита и Лоренц предложили компонентами энергии гравитационного поля считать $\frac{1}{\kappa} G_{ik}$. Леви-Чивита записывает уравнения гравитационного поля в виде

$$T_{im} + A_{im} = 0, \quad (12)$$

где T_{im} — тензор энергии материи; A_{im} — ковариантный тензор, зависящий от компонент $g_{\mu\nu}$ и от их первых двух производных по координатам; A_{im} рассматриваются как компоненты тензора энергии гравитационного поля. Возражая Леви-Чивита, Эйнштейн отметил, что выдвинуть логическое возражение против его наименования нельзя, но из уравнения $T_{im} + A_{im} = 0$ нельзя вывести таких следствий, как из законов сохранения. При таком определении гравитационной энергии полная энергия замкнутой системы всегда равна нулю.

В 1918 г. Эйнштейн посвятил этим вопросам специальную статью под названием «Закон сохранения энергии в общей теории относительности». Эйнштейн отмечает, что в своей первоначальной форме закон сохранения энергии, как и закон сохранения импульса, являлся интегральным законом. Специальная теория относительности объединяла закон сохранения энергии и импульса в единый дифференциальный закон. Этот закон

выражает обращение в нуль дивергенции тензора энергии. Эйнштейн оценивает уравнение ($\bar{T}_\sigma^v \cdot \frac{1}{\sqrt{-g}}$ — тензор энергии «материи»).

$$\frac{\partial \bar{T}_\sigma^v}{\partial x_v} + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \bar{T}_{\mu\nu} = 0$$

как разумное, с формальной точки зрения, перенесение этого закона на общую теорию относительности. «С физической точки зрения,— пишет Эйнштейн,— это уравнение не может рассматриваться как полноценный эквивалент законов сохранения импульса и энергии, поскольку ему не соответствуют интегральные соотношения, которые могли бы быть истолкованы как законы сохранения импульса и энергии... Опыт вынуждает нас искать такой дифференциальный закон, который был бы эквивалентен *интегральным* законам сохранения импульса и энергии» [26, стр. 651]. Другая формулировка

$$\frac{\partial \bar{U}_\sigma^\mu}{\partial x_\nu} = 0, \quad (a)$$

где $\bar{U}_\sigma^v = \bar{T}_\sigma^v + \bar{t}_\sigma^v$, встретила возражения, поскольку \bar{U}_σ^v и t_σ^v не являются тензорами. Ученые, например Бауер, подчеркивают, «что в некоторых случаях путем соответствующего выбора системы координат можно добиться обращения в нуль всех \bar{U}_σ^v или задать им отличные от нуля значения. Поэтому почти все сомневаются в уравнении (a)» [26, стр. 651].

Эти трудности вытекали из особого характера гравитационной энергии, учитываемой косвенно, через потенциал тяготения, и существуют и в настоящее время.

Ландау и Лифшиц при рассмотрении тензора энергии-импульса варьируют интеграл действия вида

$$S = \int \Lambda \left(q, \frac{\partial q}{\partial x_i} \right) dV dt = \frac{1}{ic} \int \Lambda d\Omega, \quad (1)$$

где Λ — некоторая функция от величин q , определяющих состояние системы и их производных по координатам и времени. Варьирование S приводит к выражению

$$\begin{aligned} \delta S &= \frac{1}{ic} \int \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q} \delta q + \frac{\partial \Lambda}{\partial (\partial q / \partial x_i)} \delta \frac{\partial q}{\partial x_i} \right) d\Omega = \\ &= \frac{1}{ic} \int \left[\frac{\partial \Lambda}{\partial q} \delta q + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial (\partial q / \partial x_i)} \delta q \right) - \delta q \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial (\partial q / \partial x_i)} \right) \right] d\Omega = 0. \end{aligned}$$

Второй член под знаком интеграла, преобразованный по теореме Гаусса, при интегрировании по всему пространству исчезает.

Отсюда

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_i} - \frac{\partial \Lambda}{\partial q} = 0, \quad q_{,i} \equiv \frac{\partial q}{\partial x_i}. \quad (2)$$

Но

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} = \frac{\partial \Lambda}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x_i} + \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \frac{\partial q_{,k}}{\partial x_i}, \quad (3)$$

суммирование в (3) производится по i .

Подставив в (2) соотношение (3) и учитывая, что

$$\frac{\partial q_{,k}}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 q}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{\partial q_{,i}}{\partial x_k},$$

находим

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \right) q_{,i} - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \frac{\partial q_{,i}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(q_{,i} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \right). \quad (4)$$

Но

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} = \delta_{ik} \frac{\partial \Lambda}{\partial x_k},$$

следовательно,

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x_k} \delta_{ik} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} q_{,i} \right) \quad (5)$$

или

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad \text{где } T_{ik} = \delta_{ik} \Lambda - q_{,i} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}}. \quad (6)$$

Уравнение $\partial T_{ik}/\partial x_k = 0$ указывает на сохранение вектора, компоненты которого равны интегралам от T_{ik} по гиперповерхности

$$P_i = \int T_{ik} dS_k. \quad (7)$$

Тензор энергии-импульса T_{ik} не является сам по себе симметричным. Таким его надо сделать, прибавив к нему выражение $\frac{\partial}{\partial x_l} \psi_{ikl}$, где ψ антисимметрично по индексам k и l .

Авторы проводят другой способ вычисления тензора энергии-импульса, сразу приводящего к правильному выражению [105]. Интеграл действия в криволинейных координатах они преобразуют от координат x^i к координатам $x^i + \xi^i$, где ξ^i — малые величины.

На первом этапе дискуссии об энергии гравитационного поля участвовали Эйнштейн, Гильберт, Лоренц, Леви-Чивита, Бауер,

Шредингер, Паули. На втором этапе — Меллер, Комар, Голдберг, Флетчер, Мицкевич и многие другие.

В 1958 г. Меллер предложил видоизменить псевдотензор Эйнштейна. В работе «Энергия незамкнутых систем в общей теории относительности» он писал, что при соответствующем определении плотности псевдотензора энергии-импульса можно получить инвариантное по отношению к пространственным преобразованиям выражение для энергии конечной области пространства. Он полагает, что при расчете полной энергии замкнутой системы нет необходимости в квазигалилеевых координатах. Тем самым, по Меллеру, создана основа для трактовки энергии внутри незамкнутых систем.

В статье «О теоремах сохранения и координатных системах в общей теории относительности» Траутман рассматривает законы сохранения в общей теории относительности, соблюдая условия: 1) законы должны быть общековариантными, 2) их возможно сформулировать в интегральной форме, 3) в плоском пространстве-времени они должны совпадать с соответствующими законами специальной теории относительности. «Следуя идее Нетер, автор показывает, что каждому инфинитезимальному движению пространства-времени соответствует определенный закон сохранения для системы поле — частица. Общее число таких законов равно числу независимых движений, допускаемых данным пространством-временем. Показано далее, что каждому движению, относительно которого поле является неинвариантным, соответствует один первый интеграл уравнений движения частицы. Утверждается, что понятие энергии можно определить только в стационарном пространстве-времени; в нестационарных пространствах-временах закона сохранения энергии не существует...» [106].

Голдберг (1958) на основании трансформационных свойств лагранжиана относительно инфинитезимальных преобразований координат вывел законы сохранения, полученные Эйнштейном в работах 1916 и 1918 гг. Им использован «комплекс», т. е. псевдотензор со смешанными значками для закона сохранения энергии. Рассматривается связь между этим псевдотензором и симметричным псевдотензором, введенным Ландау и Лифшицем [107].

Н. Мицкевич показал, как можно получить законы сохранения, исходя из инвариантности лагранжиана. Дана классификация сохраняющихся величин по типам инфинитезимальных преобразований [108].

В том же году П. Бергманом «по аналогии с известной теоремой Нетер получены обобщенные законы сохранения как источники инвариантности вариационного интеграла относительно произвольных бесконечно малых преобразований координат». Законы эти справедливы, по Бергману, для любого поля, кото-

рое описывается величинами, обладающими более общими трансформационными свойствами, чем тензоры. Рассматривается и гравитационное поле [109].

Комар методом Бергмана рассмотрел вопрос о сохранении энергии особо подробно [110]. Н. В. Мицкевич и Д. Д. Иваненко, подчеркивая неэффективность предлагавшихся ранее методов определения энергии гравитационного поля, предложили квазитензор энергии-импульса, уточняющий существующие [111].

В. А. Фок почти через полвека после первой работы Эйнштейна писал: «Наличие гравитационного поля и связанной с ним энергии проявляется, как мы знаем, в изменении свойств пространства и времени. Выделить гравитационную энергию в виде добавочных членов в тензоре энергии можно только искусственно, фиксируя координатную систему и видоизменив постановку задачи, а именно рассматривая поле тяготения как бы вложенным в пространство-время с фиксированными свойствами» [112]. Добавочные члены, соответствующие гравитационной энергии, не обладают свойствами ковариантности, ввиду неоднозначного выбора пространства с фиксированными свойствами.

Гравитационную энергию нельзя локализовать. В. А. Фок указывает еще на одну причину, в силу которой система движущихся масс не будет изолированной в смысле отдачи энергии. Эта причина — излучение системой электромагнитных и гравитационных волн.

В 1959 г. Меллер рассмотрел характер выражения для комплекса энергии-импульса непосредственно из математических свойств инвариантности теории.

В 1961 г. Меллер [113] сформулировал условия для тензора энергии-импульса:

1) в каждой мировой точке он является аффинной тензорной плотностью, алгебраически зависящей от метрического тензора и его производных;

2) он удовлетворяет локальному закону сохранения (обращение в нуль обычной расходимости);

3) временная компонента T_4^k образует 4-мерный вектор по отношению к чисто пространственным преобразованиям.

Если эти условия выполняются, то можно говорить о локализации энергии. Известные формы тензора энергии-импульса не удовлетворяют приведенным условиям. Полагая, что такой тензор вообще построить нельзя, Меллер решает проблему локализации гравитационной энергии отрицательно.

Для энергетической характеристики гравитационного поля предлагается использовать 4-мерный вектор плотности потока энергии.

В 1965 г. М. Ф. Широков сжато изложил свою точку зрения по вопросу об энергии и импульсе гравитационного поля в общей теории относительности. Он писал: «Сама по себе общая теория

относительности является геометрическим учением о зависимости свойств пространства и времени от материи и ее движения и не содержит каких-либо представлений о гравитационных силах, энергии-импульсе гравитационного поля и т. п.» [114, стр. 18]. Как гравитационные силы, так и тензор импульса гравитационного поля $t^{\mu\nu}$ есть искусственный прием истолкования кривизны пространства-времени Римана «на языке сил и энергий, действующих в воображаемом плоском пространстве-времени». Поэтому $t^{\mu\nu}$ ковариантен лишь по отношению линейных преобразований координат.

В общей теории относительности имеют место лишь локальные законы сохранения $(T^{\mu\nu})_{;\nu} = 0$ ($T^{\mu\nu}$ — тензор энергии материи всех частиц и полей).

«Общековариантные интегральные законы сохранения в общей теории относительности имеют смысл лишь для областей пространства с галилеевскими условиями на бесконечности» [114, стр. 18].

Тензор $t^{\mu\nu}$ позволяет заменять объемное пространственное интегрирование интегрированием по поверхности.

Некоторые ученые предлагали придать общей теории относительности «изложение типа канонического формализма» и при помощи такого формализма искать методы определения энергии (Дирак, Пиранни, Бергман, Мицкевич и др.). Бель, Лихнерович и др. предложили рассматривать тензоры более высокой валентности. Пиранни, Петров, Левашов, Родичев и др. предложили применить формулировку, основанную на употреблении неголономных систем координат.

Паллегрини [115], опираясь на работу Меллера, уточнил некоторые вопросы, относящиеся к вектору полной энергии-импульса в замкнутой системе.

Меллер показал, что невозможно построить тензор, удовлетворяющий четырем условиям:

1. $\theta_i^k(x')$ в каждой точке x' должен быть тензором и алгебраически зависеть от g_{ik} и их производных.

2. $\theta_{i,k}^k = 0$.

3. Энергия-импульс системы, определяемая как $P_i = \int \theta_i^4 d^3x$, должна вести себя как 4-вектор относительно преобразований Лоренца.

4. θ_4^4 и θ_4^α ($\alpha = 1, 2, 3$) должны быть соответственно скаляром и тензором относительно группы чисто пространственных преобразований. Условия 1, 2, 4 или 1, 2, 3 однозначно приводят к не совпадающим друг с другом тензорам. Он полагает, что все может быть согласовано, если вместо P_i ввести величину

$$P_i = \int_{\sigma} \theta_i^k / \sqrt{-g} \gamma_k d\sigma,$$

где γ — единичный вектор, тангенциальный x^4 в системе покоя; $g = \det \{g_{ik}\}$; σ — 3-мерная поверхность, ортогональная к γ_k .

12. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ОСНОВ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (1960—1965 гг.)¹

Из формулы

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\Phi}{c^2} = \frac{(R_1^2 - R_2^2)\omega^2}{2c^2}$$

следует, что если излучатель и поглотитель находятся на противоположных концах одного и того же диаметра и $R_1 = R_2$, то, несмотря на относительную скорость между ними, равную $2v$, смещение частоты не должно наблюдаться. Соответствующий опыт был поставлен Чемпни и Муном [116]. Система состояла из стального цилиндра длиной 8 см, укрепленного внутри трубчатого стального ротора. На концах цилиндра укреплялись источник и поглотитель. Скорость вращения равнялась 100 и 600 об/сек. В пределах ошибок измерений авторы пришли к выводу об отсутствии эффекта.

Опыт по проверке сдвига частоты в линейно ускоренной системе провел Бёммель [117]. Источник и поглотитель, расположенные на расстоянии d друг от друга, одновременно движутся с ускорением b вдоль оси, проходящей через их центры. Роль разности потенциалов играет величина bd , поэтому относительный сдвиг частот должен быть $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{bd}{c^2}$.

Для получения наблюдаемого эффекта ускорение b должно быть порядка 10^8 см/сек², что при прямолинейном движении неосуществимо. Поэтому источник и поглотитель закреплялись на синхронно колеблющихся пьезоэлектрических вибраторах с частотой 10 Мгц. Обнаруженный сдвиг частот соответствовал значению, предсказанному теорией.

Наиболее точные опыты этого типа, очевидно, принадлежат Кюндигу [118]. Источник Co^{57} , внедренный в железо, располагался в центре ротора, поглотитель — железо, обогащенное Fe^{57} , — на расстоянии 9,3 см от него, счетчики были неподвижны. Скорость вращения доходила до 35 000 об/сек, что позволяло получить достаточно большое смещение. Для каждого значения скорости снималась полная линия резонансного поглощения, что позволило повысить точность измерений. Результаты подтверждают наличие релятивистского поперечного доплер-эффекта с точностью 1,1%.

Опыты с использованием эффекта Мессбауера позволили дать еще одно интересное подтверждение существования релятивистского квадратичного доплер-эффекта. Впервые на это обстоятельство обратили внимание Паунд и Ребка [119] и Джоузефсон [120]. При испускании γ -кванта ядро меняет массу на

¹ Глава написана А. М. Френком.

$\delta m_i = E/c^2$, где E — энергия кванта. В результате энергия твердого тела меняется на $\Delta H = \delta(P_i^2/2m_i)$.

Поскольку δm_i всегда отрицательно, энергия решетки возрастает, а следовательно, энергия кванта должна уменьшиться на

$$\delta E = -\Delta H.$$

Значит $\frac{\delta E}{E} = -\frac{1}{m_i c^2} \left(\frac{P_i^2}{2m_i} \right)$, а поскольку полная энергия гармонического осциллятора

$$U_i = 2 \frac{P_i^2}{2m_i}, \text{ то } \frac{\delta E}{E} = -\frac{U_i}{2m_i c^2} = -\frac{U}{2c^2},$$

где U — энергия решетки на единицу массы. Если источник и поглотитель будут находиться при одинаковых температурах, то сдвиг будет компенсирован; но наличие даже небольшой разности температур приведет к относительному сдвигу, который в расчете на 1° будет равняться

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\delta E}{E} \right) = -\frac{1}{2c^2} \frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{c_p}{2c^2}.$$

Для железа при 300°K это отношение будет равняться $2,2 \cdot 10^{-15} \text{ град}^{-1}$. Такого порядка величина должна учитываться в прецизионных опытах по измерению гравитационного смещения. Именно это, не учтенное вначале влияние температур, приводило к сильной флуктуации результатов в опытах Паунда и Ребки.

Эту же формулу можно получить непосредственно, рассматривая явление как релятивистский доплер-эффект. Действительно,

$$v' = v \left(1 + \frac{v}{c} \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Поскольку при хаотическом движении атомов в твердом теле частота изменения направления скорости будет порядка 10^{17} — 10^{18} сек^{-1} , то за время жизни ядерного уровня в изотопах, используемых при опытах с эффектом Мессбауера, это изменение будет происходить так много раз, что среднее значение $v \cos \varphi$ будет равно нулю, и линейный член из этой формулы выпадет. Тогда

$$\frac{\Delta \bar{v}}{v} = \frac{\bar{v}^2}{2c^2},$$

где \bar{v}^2 — средняя квадратичная скорость атомов. Учитывая, что $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} mU$, получим $\frac{\Delta v}{v} = \frac{U}{2c^2}$ и $\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\Delta v}{v} \right) = \frac{c_p}{2c^2}$, т. е. ту же формулу.

Проверка этой формулы проводилась Паундом и Ребка [87, стр. 305—309] с изотопом Fe^{57} и Бойлем, Банбэри, Эдварсом и Холлом [121] с изотопом Sn^{119m} . В обоих опытах экспериментальные и теоретические результаты количественно согласуются. Каган [121] указал, что вышеприведенные расчеты справедливы только для идеального одноатомного кристалла. Для многоатомных решеток и примесных ядер температурная зависимость красного смещения линии Мессбауера от параметров кристалла более сложная. Им было доказано, что температурный сдвиг линии сопровождается и ее уширением. Шервин [123] интерпретировал результаты опытов с использованием эффекта Мессбауера как экспериментальное доказательство правильной трактовки в теории относительности парадокса часов.

Эти опыты показывают, что чем больше среднеквадратичная скорость часов, тем медленнее они идут, и что замедление времени в пределах экспериментальной ошибки порядка 10% определяется только скоростью и не зависит от ускорения.

Как показал Меллер [124], опыты, подобные произведенным Чемпни и Муном, можно интерпретировать так же, как аналог опытов типа Майкельсона — Морли по обнаружению «эфирного ветра». Теория относительности дает для этого случая $v = v_0$, а классическая — $v = v_0 \left(1 + \frac{uv}{c^2}\right)$, где u — относительная скорость источника и поглотителя, а v — абсолютная скорость лаборатории в эфире. Проведенный специально с этой целью эксперимент дал для верхней границы «эфирного ветра» величину $(1,6 \pm 2,8)$ м/сек, что почти в 300 раз меньше, чем в самых точных повторениях классического варианта опытов Майкельсона — Морли. Как отмечает Меллер, здесь существенно еще то обстоятельство, что отрицательный результат опыта Чемпни, вполне соответствующий теории относительности, нельзя объяснить контракционной гипотезой, а следовательно, он противоречит теории Лоренца. Это же относится и к предложенному Рудерфером опыту первого порядка, по техническому исполнению напоминающему опыты Крэншоу и Чемпни. Дальнейшее усовершенствование техники измерений позволяет надеяться, что с помощью эффекта Мессбауера удастся доказать отсутствие «эфирного ветра» с точностью до 15 см/сек, что составляет всего $5 \cdot 10^{-6}$ орбитальной скорости Земли.

Выяснению возможностей проверки специальной теории относительности посвящена работа Бенневица, отрицающего правомерность трактовки результатов Крэншоу как подтверждение принципа эквивалентности.

Другие новые технические возможности повышения точности опытов типа Майкельсона — Морли появились благодаря высокой стабильности частоты квантовых генераторов. Меллер впервые обратил внимание на возможность использования мазеров,

работающих на пучке молекул аммиака. Пусть два таких генератора расположены на вращающейся рейке таким образом, чтобы их резонаторы были горизонтальны, а возбужденные молекулы аммиака двигались навстречу друг другу с тепловыми скоростями.

Частоты излучения с учетом доплеровского смещения могут быть выражены по теории неподвижного эфира формулой

$$\nu = \nu_0 \left[1 + \frac{e\mathbf{u}}{c} + \frac{(e\mathbf{u})^2}{c^2} + \frac{\mathbf{v}\mathbf{u}}{c^2} \right],$$

где e — единичный вектор в направлении излучения; \mathbf{u} — скорость молекул; \mathbf{v} — скорость установки в эфире; ν_0 — частота при $v=0$. Относительное смещение частоты обоих генераторов будет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{2v\mathbf{u}}{c^2}.$$

При повороте всей установки на 180° эффект удваивается. Для $u=0,6$ км/сек $\nu=2,4 \cdot 10^{10}$ и $v=30$ км/сек, $\Delta\nu/\nu=8 \cdot 10^{-10}$, а смещение частоты $\Delta\nu=20$ гц.

В опытах Таунса и его сотрудников первоначальная разница в частотах генераторов (частота биений) была установлена в несколько десятков герц, причем оси мазеров были ориентированы в направлении запад — восток. После одной минуты непрерывных измерений установка поворачивалась на 180° и в новом положении частота биений вновь регистрировалась. В течение 20 мин проводилось 16 подобных измерений; такая процедура повторялась ежечасно на протяжении 12 час, за которые сама Земля поворачивалась на 180° . Первая серия опытов, выполненных в будний день, дала изменение измеряемого эффекта около $1/20$ гц за сутки. Вторая, выполненная в субботу, при незначительных местных помехах — $1/50$ гц, причем они никак не были связаны с ориентацией установки. Точность измерений соответствовала относительной стабильности генераторов 10^{-12} за минуту.

Таким образом, эффект оказался в 1000 раз меньше искомого, т. е. скорость «эфирного ветра» не превышает $1/30$ км/сек. Важно отметить, что эксперименты указанного типа с молекулярными генераторами — первого порядка относительно v/c , хотя в формулу входит $1/c^2$, а излучаемая частота независима от длины резонатора.

Правомерность такой интерпретации результатов опытов отвергалась на том основании, что искомый эффект всегда будет скомпенсирован, а поэтому отрицательный результат тривиален. Это возражение вызвало необходимость более тщательного обоснования теории. При этом выявилась правильность использованных Таунсом расчетов.

Таунсом был предложен еще один аналог опыта Майкельсона — Морли с использованием лазеров. Опыт был осуществлен под его руководством группой физиков Массачузетского технологического института.

Частота излучения лазера определяется формулой

$$\nu = \frac{\nu_m Q_m + \nu_c Q_c}{Q_m + Q_c},$$

где ν_m — частота перехода; ν_c — резонансная частота резонатора; $Q_m = \nu_m / 2\Delta\nu_m$; $Q_c = \nu_c / 2\Delta\nu_c$; $\Delta\nu_m$ — полуширина линии излучающего вещества при половинной мощности; $\Delta\nu_c$ — полуширина линии резонатора при тех же условиях. Если $Q_m \gg Q_c$, то частота ν будет определяться в основном частотой перехода ν_m , если $Q_m \gg Q_c$, — частотой резонатора ν_c . В последнем случае $\nu \approx \nu_c n c 2L$; здесь n — целое число; L — расстояние между пластинками резонатора. При оси резонатора лазера, параллельной скорости эфира, частота лазера $\nu'_c = \frac{nc}{2L} (1 - \beta^2)$; при перпендику-

лярной — $\nu''_c = \frac{nc}{2L} (1 - \beta^2)^{1/2}$; относительная разность частот будет

$$\frac{\nu''_c - \nu'_c}{\nu_c} = \frac{1}{2} \beta^2.$$

При повороте всей установки на 90° разность удваивается и будет составлять β^2 . При $v = 30$ км/сек и $\nu_c = 3 \cdot 10^{14}$ гц $\Delta\nu$ будет порядка $3 \cdot 10^6$ гц, что легко наблюдать. На точность эксперимента будет влиять сдвиг частот из-за спонтанного излучения и изменение L из-за тепловых флуктуаций. Важно изолировать установку от всех возможных механических вибраций.

Экспериментальная установка состояла из двух газовых лазеров (He — Ne), установленных перпендикулярно. Полупосеребренная разделительная пластинка направляла оба луча на фотомножитель, после чего биения регистрировались непрерывно. Влияние механических вибраций устранялось сложной системой подвески оборудования. Вся платформа с оборудованием подвешивалась четырьмя резиновыми канатами к металлической пластинке, которая в свою очередь висела на бериллиево-медной проволоке, прикрепленной к балке. Этим достигалась почти полная изоляция установки от здания, и воздушные акустические волны уже сказывались сильнее.

Вся установка вращалась мягким резиновым приводом на 90° примерно за 20 сек. Влияние местных помех (например, магнитострикции) исключалось проведением опытов в разное время суток. Записи проводились несколько минут через каждые полчаса в продолжении около 6 час. После тщательной обработки всех

данных оказалось, что полученное смещение частот составляет $3 \cdot 10^3$ гц, т. е. только $1/1000$ смещения, соответствующего скорости «эфирного ветра» при орбитальном движении Земли.

В заключение авторы отмечают, что поскольку в данном опыте частота в основном определяется длиной резонатора, это аналог опыта Майкельсона — Морли, тогда как опыт Таунса и Сидерхолма, где частота определяется частотой перехода, является аналогом скорее опытов Айвса — Стилуэлла. Комбинации двух пар квантовых генераторов, для одной из которых $Q_c < Q_m$, а для второй $Q_c > Q_m$, может стать основой для опыта типа Кеннеди — Торндайка, а следовательно, для получения полной системы экспериментального подтверждения специальной теории относительности.

Использование лазеров позволило провести со значительно большей точностью и вращательные опыты типа Саньяка, Харресса и Майкельсона — Гейля. Установка состояла из гелиево-неонового лазера с четырьмя резонаторами, образующими стороны квадрата, в углах которого располагались плоские зеркала. Через одно из зеркал излучение направлялось в резонаторы по часовой стрелке и против часовой стрелки. Оба излучения после прохождения через трубки попадали на катод фотоумножителя. При вращении всей установки наблюдались биения от 1 до 40 кгц, в зависимости от угловой скорости.

Так как разница оптических путей в опытах описываемого типа

$$\Delta P = \frac{4\omega S}{c},$$

где S — площадь квадрата, то относительное смещение частот

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta P}{P} = \frac{4\omega l^2}{c 4l} = \frac{\omega l}{c},$$

откуда

$$\Delta \nu = \frac{\omega l \nu}{c} = \frac{\omega l}{\lambda}.$$

Опыты показали, что частота биений действительно пропорциональна угловой скорости, причем в пределах ошибок измерений экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими. Поскольку лазеры позволяют измерять относительную разность частот порядка 10^{-12} , точность измерений на несколько порядков выше, чем в опытах Саньяка и Майкельсона — Гейля.

Сохраняя три трубки заполненными активной средой и заполняя четвертую движущейся средой (кварц, CCl_4 , воздух), авторы использовали эту же установку для измерения френелевского коэффициента увлечения. Результаты также хорошо со-

гласуются с теорией. Безусловно, как и в классическом случае, эти опыты не могут решить вопроса о справедливости теории относительности, поскольку те же результаты предсказываются теорией неподвижного эфира. Но они свидетельствуют против полностью увлекаемого эфира.

В работе [157] лазер был использован для проверки неожиданных результатов опыта Кантора. Половина лазерного луча пропусклась через движущееся слюдяное окошечко, половина — через неподвижное. Измерения проводились в воздухе, вакууме. Исследовалась возможность влияния скорости окошечка, направления движения окошечка относительно направления распространения света, окружающей среды. Изменение скорости наблюдалось с помощью интерферометра Жамена. При скорости движения окошечка $62,8$ м/сек, по гипотезе Кантора, смещение должно составлять $1/3$ полосы. Опыт дал смещение меньше $1/20$ полосы. Поэтому, если записать зависимость скорости света от скорости источника в виде $c' = c + \alpha v$, то $\alpha = 0 \pm 1/7$, что подтверждает ошибочность выводов Кантора и справедливость второго постулата Эйнштейна.

Г. М. Страховский предложил схему установки для обнаружения «эфирного ветра» с помощью лазеров. Основная идея состоит в измерении разности фаз колебаний двух несинхронизированных молекулярных генераторов, удаленных на расстоянии L порядка нескольких метров. Разность фаз генераторов $\varphi = 2\pi \frac{L}{\lambda}$. При повороте всей установки на 180° эта разность фаз, по теории относительности не должна меняться, а по классической — $\Delta\varphi/\varphi = 2\beta$. При $\lambda = 1,25$ см $L = 12,5$ м, $\beta = 10^{-4}$, $\Delta\varphi = 0,4$. При стабильности частоты 10^{-12} и времени поворота около 10 сек эффект вполне наблюдаем. Это опыт первого порядка относительно v/c , причем в знаменателе скорость света фигурирует в первой степени. Аналогичный опыт, но с использованием газовых лазеров, предложен в 1962 г. [125].

За последние годы были предложены новые варианты использования лазеров в опытах первого и второго порядка относительно v/c [126—128], причем часть из них встретили возражения [129—130].

Возможность применения квантовых генераторов для исследования эффектов общей теории относительности подробно обсуждается в работе Н. Г. Басова и др.

Наряду с теми явлениями, которые были вновь открыты за последние годы, благодаря усовершенствованию техники эксперимента, новые данные в пользу специальной теории относительности продолжает поставлять ядерная физика. Совершенно естественно, что именно в мире элементарных частиц, где скорости приближаются к скорости света, релятивистские эффекты порядка v/c и v^2/c^2 [131] обнаруживаются значительно точнее.

Опыты Кауфмана, проведенные еще за несколько лет до появления теории относительности, положили начало целому ряду¹ опытов, где большая скорость электронов использовалась для изучения зависимости массы от скорости. Цель состояла в получении экспериментальных данных для выбора между формулами Абрагама и Эйнштейна — Лоренца. Сюда относятся опыты по прямому определению зависимости массы от скорости для электронов, получаемых при β -распаде, Бухерера (1908—1909), Неймана (1914), Триккера (1925), выполненных по методу Капицы, Списа и Цана (1938), Роджерсов и Рейнольда (1940). В опытах Триккера при v/c , достигающем величины 0,8, отклонение от данных, вычисленных по релятивистской формуле, не превышает 2%, у Цана и Списа при $v/c=0,745$ —1,5%, у Роджерсов и Рейнольда — 0,9%.

Вторую группу составляют опыты Гупки (1910), Гюи, Ратновского и Леванши (1921), где исследованию подвергались искусственно ускоряемые электроны в катодных лучах. Хотя здесь v/c достигало лишь величины 0,5, последние авторы считали, что их результаты в 56 раз ближе к данным Лоренца — Эйнштейна, чем Абрагама. Первые опыты с протонами, ускоренными на синхротроне, были проведены Гроувом и Фоксом [133]. Они определили равновесную орбиту протонов с энергией 385 Мэв и измеряли частоту на этой орбите. По их данным, результаты совпадают с вычисленными из теории относительности с точностью 0,1%, но дать их точную оценку трудно из-за сложности орбиты протонов внутри ускорителя.

К третьей группе принадлежат опыты по изучению тонкой структуры спектральных линий водорода, дейтерия и гелия. Из этой группы отметим опыты Глитшера (1917), а из более современных — данные Дюмонда и Козна (1953) [134], у которых расхождение с теорией не более 0,24%. Наконец, Чемпион (1932) проверил вытекающее из релятивистской формулы для массы следствие, что при упругом соударении двух частиц одинаковой массы угол разлета должен отличаться от 90°, и получил результаты, согласующиеся с теорией в пределах 2%.

Интерпретация всех упоминаемых здесь опытов была предметом многолетней дискуссии, возобновленной сравнительно недавно (1957) Яноши и Фараго. Тщательно рассмотрев историю выполнения всех опытов, в которых изучалась зависимость массы от скорости, они приходят к выводу, что совокупность имеющихся здесь данных, хотя и не противоречит теории относительности, не позволяет делать достаточно точного выбора между релятивистской и нерелятивистской формулами, поскольку ошибки измерений близки к разнице между результатами, вычисленными по этим формулам.

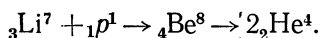
¹ Библиография приведена в Rev. Mod. Phys., 1953, 25, 691.

Хотя некоторые из названных работ прямо противоречат такому утверждению — об этом говорят и сами авторы, — опыты продолжались. Зрелов, Тяпкин и Фараго [135] измеряли массу протонов, ускоренных на синхротроне до энергии порядка 660 Мэв. Сравнивалась масса $m_1 = p/v$, определенная по измеренным импульсу и скорости, с массой m_2 , вычисленной по релятивистской формуле. Эксперименты дали $p = (1296,5 \pm 2,33) \text{ Мэв}/c$ при $v/c = 0,8112 \pm 0,0005$, откуда $m_1 = (1598,2 \pm 3) \text{ Мэв}/c^2$. Для этих значений скорости $m_1 = (1604,3 \pm 1,9) \text{ Мэв}/c^2$, так что $\Delta m = 6,1 (1 \pm 0,6)$ и $\Delta m/m = 0,004 (1 \pm 0,6)$.

Группа швейцарских физиков [136] проверяла релятивистское соотношение между массой и импульсом для электронов со скоростями $\beta = 0,987 \div 0,990$. Так как $m/m_0 = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2 c^2}}$, то отношение

$\frac{m/m_0}{(1 + p^2/m_0^2 c^2)^{1/2}} - 1$. Среднее значение полученных результатов от-
 личается от единицы на $0,000037 \pm 0,000036$.

Физика ядра и элементарных частиц дала совершенно необозримое число подтверждений правильности релятивистского соотношения между массой и энергией $E = mc^2$. Поскольку существуют независимые от этого соотношения способы определения массы (например, масс-спектрографический) и энергии (например, по длине пробега) частиц, можно составить энергетический баланс ядерных реакций и полученные данные сравнить с вычисленными по дефекту массы. Первые измерения такого рода были выполнены Кокрофтом и Уолтоном (1931). Бомбардируя быстрыми протонами изотоп лития ${}^7_3\text{Li}$, они осуществили реакцию



Изменение суммарной массы покоя при этой реакции равно $0,01854 \text{ а. е. м.}$, что соответствует энергии в $17,25 \text{ Мэв}$. Измеренная по длине пробега кинетическая энергия α -частиц равнялась $8,6 \text{ Мэв}$, значит для обеих частиц — $17,2 \text{ Мэв}$, в полном согласии с вычислениями. В последующие годы этих данных становилось все больше. Приведем некоторые примеры. В реакции ${}^2_1\text{D}(d, p){}^3_1\text{H}$ соответствующие данные $3,98 \pm 0,02$ и $3,98$; в реакции ${}^7_3\text{Li}(p, \alpha){}^4_2\text{He}$ — $3,72 \pm 0,08$ и $3,76$; в реакции ${}^7_3\text{Li}(d, \alpha){}^4_2\text{He}$ — $22,07 \pm 0,07$ и $22,17$. Точность этих данных была столь высока, что на их основе Браунбек (1937) счел возможным вычислять скорость света.

Хотя обсуждаемая формула служит для расчета ядерно-энергетических установок, последние не дают достаточно точных данных для количественных сопоставлений теории и эксперимента. Большую точность дают ядерные реакции синтеза (10^{-4}). В последние годы по энергетическому балансу ядерных реакций при высоких энергиях удалось очень точно измерить энергию

покоя нестабильных частиц: Λ^0 -гиперона — 1115,4 Мэв с погрешностью 0,01%, π^+ -мезона — 139,6 Мэв с погрешностью 0,04%, K^+ -мезона — 493,8 Мэв с погрешностью 0,04%, ω -резонанса — 782,8 Мэв с погрешностью 0,06%.

Собственно сейчас речь уже идет не о проверке законов релятивистской динамики, а поскольку в их точности убеждены, об их широком использовании для измерения таких величин, которые другими методами определить нельзя.

Обычно в качестве одного из наиболее точных подтверждений специальной теории относительности приводятся опыты по измерению времени жизни мезонов. Действительно, ретроспективно опыты Блэккетта, Росси с сотрудниками, Разетти и др., получивших для времени жизни μ -мезонов в полете $\tau = 30 \cdot 10^{-6}$ сек при $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 15$, а в покое $\tau_0 = (2,15 \pm 0,07) \cdot 10^{-6}$ сек, хоро-

шо согласуются с релятивистской формулой для времени. Но для самих исследователей в те годы (1937—1942) вопрос стоял иначе: хорошее согласие экспериментальных данных с указанной формулой служило оправданием принятой методики измерений и свидетельствовало о правильности основных выводов относительно характера распада мезонов [137]. Так что уже тогда не ядерная физика работала на теорию относительности, а теория относительности служила рычагом для ядерных исследований.

Сила теории относительности сказалась и в исследовании целого ряда других явлений микромира, из которых отметим только некоторые. С точностью 10^{-3} была установлена линейная зависимость между энергией и импульсом квантов при комптоновском рассеянии и проверен измерением ионизационных потерь релятивистский эффект возрастания напряженности электрического поля в направлении, перпендикулярном движению заряженных частиц при увеличении их скорости. Точность 10^{-5} была достигнута для получаемого из релятивистского волнового уравнения Дирака соотношения между спиновым и магнитным моментом. По результатам измерения лэмбовского сдвига тонкой структуры уровней атомов водорода и дейтерия можно проверить коэффициент $3/8$ в релятивистской формуле для кинетической энергии:

$$T = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} \beta^4 \right)$$

с точностью 10^{-6} .

Методы ядерной физики позволили провести ряд опытов и по проверке второго постулата специальной теории относительности — независимости скорости света от скорости источника. Именно этот постулат вызывал на протяжении многих лет ожесточенные нападки. Собственно, среди антирелятивистов обра-

зовалось два течения. Сторонники сохранения электродинамики Лоренца, а они составляли большинство, не возражали против этого постулата, поскольку он вытекал и из гипотезы неподвижного эфира, и не считали необходимым его проверить экспериментально. Адепты второго течения вслед за Ритцем требовали применения к свету галилеевского закона сложения скоростей, отвергая все доводы, приводимые против различных вариантов баллистической гипотезы, в том числе рассуждения де Ситтера о двойных звездах и опыты Томашека (повторение опыта Майкельсона — Морли с внеземным источником). Фокс пытался обосновать недоказательность всех этих результатов ссылкой на влияние неподвижной среды, окружающей все движущиеся источники и являющейся своеобразным ретранслятором света. Поскольку эта среда неподвижна, свет к наблюдателю всегда идет от неподвижных вторичных источников и никакие опыты не могут служить оправданием второго постулата. Выход может быть найден либо проведением опыта в вакууме, либо использованием слабо поглощаемых жестких γ -лучей.

Впервые опыт с γ -квантами тормозного излучения был выполнен еще в 1952 г., но там измерялась лишь скорость квантов и не ставилась задача проверки второго постулата, поэтому вопрос о скорости источника не выделялся и интерпретация опыта не совсем однозначна (при скорости электрона, близкой к c , скорость γ -кванта оказалась $2,97 \cdot 10^{10}$ см/сек $\pm 1\%$).

В опытах группы шведских физиков измерялось различие в скоростях γ -квантов, испускаемых движущимися и покоящимися ядрами. Возбужденные ядра C^{12} , получаемые в результате неупругого рассеяния α -частиц в реакции $C^{12}(\alpha, \alpha')^*C^{12}$, на уровне 4,43 Мэв обладают временем жизни $6,5 \cdot 10^{-14}$ сек и успевают испустить γ -квант до остановки. Ядра O^{16} , получаемые в подобной реакции $O^{16}(\alpha, \alpha')^*O^{16}$, на уровне 6,13 Мэв обладают временем жизни $1,2 \cdot 10^{-11}$ сек, а поэтому останавливаются до испускания γ -кванта. Измерения доплеровских смещений подтвердили, что средняя скорость ядра $^*C^{12}$ равна $(1,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} c$, а $^*O^{16}$ в среднем равна нулю.

Импульсы α -частиц из циклотрона направлялись на мишени, одна из которых содержала C^{12} , вторая — O^{16} . Мишени располагались на расстоянии 30 см и их можно было менять местами; приемник находился в 5 м от мишеней. Если τ_1 — промежуток времени между моментами поступления импульсов от обеих мишеней при одном их расположении и τ_2 — при обратном, то $\Delta\tau = 0$, если скорость квантов не зависит от скорости источника, и $\Delta\tau = 0,5 \cdot 10^{-9}$ сек, если скорости складываются. Опыт дал $\Delta\tau = (0,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-9}$ сек, т. е. в пределах ошибок измерений второй постулат подтверждается.

Саде пользовался γ -квантами, полученными при аннигиляции позитрона и электрона. В системе центра масс обеих частиц

полученные при аннигиляции два кванта разлетаются под углом 180° со скоростями, равными скорости света. В лабораторной системе этот угол меньше и зависит от энергии позитрона. При классическом законе сложения скоростей для одного кванта $v > c$, а для второго $v < c$. Используемая установка позволяла с помощью сцинтилляционных счетчиков определять разность времени меньше, чем $0,25 \cdot 10^{-9}$ сек. С точностью $\pm 10\%$ подтвердились предсказания теории относительности. Обработка данных в этом опыте вызвала возражения.

Для получения больших скоростей источника Россер [138] предложил воспользоваться γ -квантами, получаемыми при распаде π^0 -мезона. Опыт был осуществлен в 1964 г. на женевском протонном синхротроне: π^0 -мезоны с энергией порядка 6 Гэв получались при бомбардировке бериллиевой мишени протонами с импульсом около 19 Гэв/с . Если принять некоторое влияние скорости источника на скорость γ -квантов, то можно написать $c' = c + kv$, где c' — скорость γ -квантов; c — скорость света от неподвижного источника; v — скорость источника. Измерения дали $c' = (2,9977 \pm 0,0004) \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$, что ограничивает коэффициент k , равный нулю по второму постулату, величиной $(-3 \pm 13) \cdot 10^{-5}$.

В опыте π^0 -мезоны со скоростью порядка $0,2c$ получались торможением пучка отрицательных π -мезонов в жидком водороде при реакции $\pi + p \rightarrow \pi^0 + n$. Хотя эти опыты менее точны, они дали для k предел $0,5$ с точностью $99,9\%$ и $0,4$ с точностью 90% . В пределах ошибок измерения эти опыты полностью отвергают классический закон сложения скоростей. В ряде работ [139—142] разработаны предложения по использованию распада мезонов для проверки часов. Эти данные говорят о том, что в области хорошо известных явлений не имеет особого смысла ставить новые опыты, точность которых не превышала бы 10^{-4} . Однако после 1962 г. появилась новая широкая волна опытов. Это было вызвано стремлением строже обосновать некоторые основные утверждения специальной теории относительности как ведущего стержня современного естествознания (например, независимость скорости света от скорости источника) и появлением новых технических возможностей повышения точности эксперимента.

Некоторую роль в увеличении числа работ этого направления сыграло и опубликование Кантором [143] результатов опытов, якобы противоречащих общепринятой теории. Суть опыта Кантора состояла в следующем. На вращающемся диске, в противоположных концах диаметра, установлены две тонкие прозрачные пластинки, перпендикулярные плоскости диска. С помощью прозрачной пластинки и зеркал пучок белого света расщепляется на два когерентных пучка, которые затем пропускались через прозрачные пластинки так, что один проходил через них в направлении движения, а второй — в противоположном. Часть каждого пучка проходила над пластинками, поэтому в интерферо-

метре получались две интерференционные картины: одна соответствовала исходному неподвижному источнику, вторая — пластинкам, рассматриваемым в качестве движущихся источников. Если скорость света независима от скорости источника, то между обеими картинами никакого смещения полос не должно быть. Если же $c' = c + \rho v$, то при $\rho = 1$ сдвиг полос должен равняться 0,74. Кантор, считая, что увлечением света пластинками можно пренебречь, получил 0,5, откуда $\rho = 2/3$. По Кантору, этот результат, во всяком случае качественно, противоречит второму постулату теории относительности.

Дальнейшая история этих опытов весьма поучительна, ибо в основном повторяет историю [144] нашумевших в 20-х годах сенсационных опытов Миллера, якобы обнаружившего положительный результат при повторении опыта Майкельсона — Морли. Эти опыты вызвали тогда оживленную дискуссию, причем все высказанные мнения можно было отнести к трем группам. Откровенные противники теории относительности сочли их решающим доводом против теории Эйнштейна. Другие, поверившие в корректность опытов Миллера, пытались согласовать их результаты с теорией относительности.

Наиболее трезвые экспериментаторы (Кеннеди и Торндайк, Пиккар и Стаэль, Иллингворт, Иоос), введя различные усовершенствования в технику эксперимента, повторили опыты, показав полное соответствие результатов выводам теории относительности. Собственно, только в этом заключается положительное значение работ Миллера. В 1955 г. детальный анализ [145] выяснил, что в опытах Миллера сказался температурный эффект, обусловленный сильным увеличением длин плеч интерферометра.

С опытами Кантора произошла аналогичная история. Стронники возврата к дорелятивистским представлениям либо прямо [146], либо косвенно [147—149] сочли их опровержением теории относительности. Некоторые пытались исправить расчеты Кантора так, чтобы согласовать их результаты со специальной [150—152] или общей [153—154] теорией относительности. Наконец, был предпринят ряд новых опытов, ставивших целью проверку данных Кантора. Именно эти работы представляют наибольший интерес.

Джемс и Стернберг [155] осуществили оригинальный опыт. Если, как предполагал Кантор, $c' = c + \rho v$ и прозрачные тела передают часть своей скорости проходящему через них свету, то различные точки фронта световой волны, проходящей через вращающийся диск, должны обладать различной скоростью. Вследствие этого фронт волны должен повернуться на некоторый угол $\theta = \frac{\rho \omega x}{c}$, где ω — угловая скорость диска, x — расстояние телескопа наблюдателя от диска. В условиях опыта при $\rho = 1$, $\theta^0 = 20$

дуговых сек, при $\rho = 2/3$ (число, полученное Кантором) $\theta^0 = 13,3$ сек. В пределах ошибок измерения не было обнаружено никакого поворота; это означает, с учетом ошибок измерения, что во всяком случае $\rho < 0,025$.

Ротц [156] вводил движущуюся равномерно стеклянную пластинку на пути одного из трех когерентных лучей в интерферометре Цернике. Хотя точность прибора позволяла определить смещение полос порядка 0,005, никакого влияния движения стекла на скорость света обнаружено не было. Опыт Кантора был повторен и с лазерным лучом [157; 158, стр. 147—151]; результаты этих опытов не подтвердили первоначальные данные.

Наконец, Бабкок и Бергман [158, стр. 147—151] предприняли точное повторение опытов по схеме Кантора. При этом они ввели ряд усовершенствований, могущих увеличить искомый эффект (увеличение плеч интерферометра, применение реверсионного двигателя), устранить возможные возражения, связанные с влиянием воздуха (установка была помещена в вакуум), улучшить разрешающую способность и устранить некоторые источники ошибок. При $\rho = 1$ смещение полос должно равняться 2,9; при $\rho = 2/3$ — 1,9. Опыт дал смещение $0,0120 \pm 0,006$. Это означает, что $\rho < 0,006$.

Установка Бабкока и Бергмана помещалась в вакууме, тогда как Кантор проводил опыт в воздухе. Можно было думать, что различие в результатах обоих опытов как-то обусловлено влиянием воздуха на величину смещения полос. Это влияние проверялось [158a] в установке со специально приспособленным интерферометром Рэлея, дававшим возможность наблюдать смещения полос порядка 0,1. Хотя по классической теории смещение в условиях опыта должно было быть 0,44, ни визуальные, ни фотографические наблюдения не выявили никакого смещения. Малейшие течения теплого воздуха в комнате сразу же вызывали сильные возмущения, что и привело к выводу, что положительные результаты Кантора обусловлены температурными эффектами.

Если ко всему этому добавить, что результаты Кантора противоречат даже классическим опытам Физо и Зеемана по увлечению света движущимися телами [159], то становится совершенно ясно, что второй постулат специальной теории относительности несколько не был поколеблен; его экспериментальное обоснование не менее надежно, чем других положений этой теории. Кстати, здесь можно упомянуть, что еще в 1956 г. были опубликованы [160] вполне соответствующие теории относительности данные по прямой проверке этого постулата для света, идущего от краев Солнца. Хотя способ обработки данных вызвал возражения [161], автор приходит к выводу, что независимость скорости света от скорости источника в 10^{45} более вероятна, чем баллистическая гипотеза.

К этому же кругу идей примыкает работа Диккенса и Малина [161а], пытавшихся найти зависимость скорости света от скорости источника по методу, предложенному Динглером. Он состоит в сравнении постоянной аберрации для быстро разбегающихся внегалактических туманностей и близких звезд, радиальная скорость которых относительно Солнца ничтожна. Наблюдения проводились одновременно с 26-дюймовым рефрактором обсерватории Херстмонсо и 74-дюймовым рефлектором в Претории. В обоих случаях разница в аберрации не превышала ошибок измерения, откуда авторы заключили, что если красное смещение действительно обусловлено эффектом Допплера (а значит, скорость разбегания туманностей порядка 20 000 км/сек), то их наблюдения отрицают зависимость скорости света от скорости источника.

Из неоптических работ последних лет следует отметить опыты Бертози [161б], проверявшего зависимость скорости электронов от их кинетической энергии и наличие верхней границы для этой скорости. Пучок электронов из генератора Ван де-Граафа направлялся в линейный ускоритель (Массачусетского технологического института); выходящие электроны обладали кинетической энергией в интервале 0,5—15 Мэв. Поскольку проверялось одно из основных соотношений релятивизма, все величины определялись по возможности прямыми методами. Скорость определялась непосредственно по времени прохождения электроном заданного расстояния, а кинетическая энергия — калориметрическим путем, по нагреванию алюминиевого диска, в котором тормозились электроны. Строились кривые зависимости $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ от $\frac{E_k}{m_0c^2}$ (E_k — кинетическая энергия, m_0 — собственная масса электрона). Классическая механика дает

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 2 \frac{E_k}{m_0c^2},$$

т. е., линейную зависимость, а релятивистская

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{\left(\frac{E_k}{m_0c^2} + 1\right)^2}.$$

Экспериментальные данные хорошо накладывались на релятивистскую кривую, и хотя точность эксперимента не очень велика (10%), он однозначно определяет существование верхнего предела для скорости электронов.

Исключительная согласованность результатов совокупности классических и современных опытов, подтверждающих как основы, так и следствия специальной теории относительности, фактически предопределяет результаты любых [162—166] новых опытов, не превышающих по точности уже известные, или не ис-

пользующих принципиально новых областей физических явлений. Прошедшая в 1961 г. с участием видных ученых конференция, созванная национальным управлением авиации и космонавтики США, пришла к выводу, что использование искусственных спутников Земли для постановки опытов по специальной теории относительности лишено смысла [167].

И тем не менее интерес к рассматриваемому вопросу сейчас необычайно велик, о чем свидетельствует его живое обсуждение на Сольевевском конгрессе 1961 г. Но этот интерес обусловлен, конечно, не архаичными попытками вернуть мир к пространству Ньютона и времени Лоренца, а стремлением определить ту грань, за которой законы теории относительности нарушаются и начинается действие еще не познанных законов некоего «ультрарелятивистского» мира, из которых современная теория должна будет вытекать как предельный случай.

Той областью, которая может привести к открытию принципиально новых явлений, для которых проявится недостаточность наших современных представлений, нашего сегодняшнего научного языка, является теория элементарных частиц, физика высоких энергий, т. е. как раз та отрасль физики, которая на протяжении последних десятилетий внесла наибольший вклад в торжество теории относительности [168—170]. Сейчас очень трудно, почти невозможно предсказать что-либо о тех результатах, которые могут быть здесь получены. Диапазон энергий, поставляемых экспериментаторам работающими ускорителями, недостаточен для проникновения за барьер, скрывающий глубокую структуру материи. Расширив этот диапазон, мы вторгнемся в совершенно новую область познания, в которой, как показывает история физики, понадобятся, очевидно, представления и понятия, коренным образом отличающиеся от принятых сейчас. Такая точка зрения широко распространена, но отнюдь не обязательна. Может быть, предполагаемые изменения не будут столь радикальными и окажется возможным вести обычное описание событий вплоть до самых угодно малых пространственных и временных интервалов на основе существующих физических объектов?

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Коперник Сборник статей к 400-летию со дня его смерти. М.—Л., 1947, стр. 208.
2. Kepler. Gesammelte Werke, Bd 1—7, 13—17. München, 1937—1955.
3. А. Эйнштейн Иоганн Кеплер. — В кн. «Физика и реальность». М., изд-во «Наука», 1965, стр. 106.
4. J. Kepler - M a x C a s p a r. Neue Astronomie. München, 1929, p. 26.
5. А. Паннекук. История астрономии. Пер с англ. Н. И. Невской. М., изд-во «Наука», 1966, стр. 283.
6. Г. Галилей. Избранные труды, т. I. М., изд-во «Наука», 1964, стр. 294.
7. А. Эйнштейн. Механика Ньютона и ее влияние на формирование теоретической физики — В кн. «Физика и реальность». М., изд-во «Наука», 1965, стр. 14.

- 8 Н. А. Любимов История физики, ч. III. СПб., 1896, стр. 494—495.
- 9 Л. Розенфельд Ньютон и закон тяготения (в печати).
- 10 И. Ньютон Математические начала натуральной философии — Собрание трудов акад. А. Н. Крылова. М.—Л., 1956, стр. 80.
- 11 J. Vorelli. Theoria Mediceorum planetarum ex causis. physicis deducta, 1666; см. Ф. Розенбергер. История физики, ч. 2. М.—Л., 1933, стр. 174.
- 12 M. G. Evans. Newton and the cause of gravity.—Amer. J. Phys., 1958, **26**, N 9, 619—624.
- 13 Ф. Розенбергер. История физики, ч. II. М.—Л., ОНТИ, 1937, стр. 174.
- 14 Гук Роберт (Hooke, 1635—1703). *Lectioes Cutleriane*, 1697; *Posthumous works*, 1705.
- 15 Эдмунд Галлей (Halley, *Papers to commemorate the tercentenary of his birth.*—*J. Geophys. Reseach*, **61**, 1956, N 2); см. А. В. Михайлов. Выдающийся английский астроном и геофизик. К 300-летию со дня рождения Эдмунда Галлея.—*Природа*, 1956, № 11.
- 16 А. К. Клеро. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики. М.—Л., 1947.
- 17 Л. Эйлер. Основы динамики точки. Гостехиздат, 1938, стр. 409.
- 18 Я. Г. Дорфман. Физические воззрения Леонарда Эйлера.—В сб. «Леонард Эйлер». М., 1958, стр. 389.
- 19 L. Lesage. *Lucrèce Newtonien.*—*Nouveaux Mém. Acad. roy. sci.*, 1782, Berlin; *Traite de physique...* (1818).
- 20 C. R. Legay. 1869, **69**, 615.
- 21 H. Schramm. *Die allgemeine Bewegung der Materials Grundursache der Erscheinungen.* Wien, 1872; *Anziehungskraft als Wirkung der Bewegung.* Graz, 1873.
- 22 Изенкрате. Научное обозрение, 1894, № 5.
- 23 S. Oppenheim.—*Jahresber. kais. kgl. akad. Gymn. Wien*, 1894—1895, S. 3—28; F. Tisserand.—*Méc. cél.*, 1896, **4**, chap. 28; P. Dru de.—*Ann. Phys. Chem.*, 1897, **62**; Lehmann-Filhes.—*Astron. Nachr.*, 1885, **110**, 208; J. Hepperger.—*Wiener Ber.*, 1888, **97**, 337—362.
- 24 C. Seegers. *Diss. Gottingen*, 1864;—*Z. Math. Phys.*, 1870, 69—91; F. Tisserand, G. Holzmüller.—*C. r.*, 1872, **75**, 760.
- 25 F. Tisserand.—*C. r.*, 1890, **110**, 313.
- 26 А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. 1. М., изд-во «Наука», 1965.
- 27 Д. Л. Иваненко. Основные идеи общей теории относительности.—В сб. «Очерки развития основных физических идей». М., Изд-во АН СССР, 1959, стр. 303.
- 28 А. Эйнштейн. Собрание научных трудов, т. 2. М., Изд-во «Наука», 1966, стр. 99.
- 29 Э. Мах. Механика. СПб., 1909, стр. 191.
- 30 В. J. Friedlander. 1896. *Absolute und relative Bewegung.*
- 31 Г. Хенль. К истории принципа Маха. См. Эйнштейновский сборник 1968 г. (в печати).
- 32 J. Lense, H. Thirring.—*Phys. Z.*, 1918, **19**, 156—163.
- 33 С. Вранс.—*Phys. Rev.*, 1962, **125**, 2194.
- 34 Р. Дикке. Многоликий Мах.—В сб. «Гравитация и относительность». М., изд-во «Мир», 1965, стр. 223—224.
- 35 А. Эйнштейн. Физика и реальность. Сборник статей. М., изд-во «Наука», 1965, стр. 141—142.
- 36 Дж. Уиллер. Принцип Маха как граничное условие для уравнений Эйнштейна.—В сб. «Гравитация и относительность». М., изд-во «Мир», 1965.
- 37 G. Cossoni, E. Salpeter. *A research for anisotropy.*—*Nuovo cimento*, 1958, **10**, N 4, 646—651.
- 38 В. Л. Гинзбург. Экспериментальная проверка общей теории относительности.—Сб. «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли». М., 1962, стр. 130.
- 39 V. Beltran-Lopez, H. G. Robinson. *Microwave Zeeman spectrum of atomic chlorine.*—*Phys. Rev.*, 1961, **123**, N 1, 161—166.

40. J. M. S. Harvey, R. A. Kamper, K. R. Lea. Paramagnetic resonance absorption in bromine and chlorine.—*Proc. Phys.*, 1960, **76**, N 6, 979—984.
41. P. Kusch, V. W. Hughes. *Handbuch der Physik*, Bd. 37, T. 1. Berlin, 1959.
42. H. E. Radford, V. W. Hughes. Microwave Zeeman spectrum of atomic hydrogen.—*Phys. Rev.*, 1959, **114**, N 5, 1274—1279.
43. L. Essen, J. V. L. Parry, J. McSteele. Frequency variations of quartz oscillators and the earth's rotation in terms of the N. P. L. caesium standard.—*Proc. IEE*, 1960, **107**, N 33, 229—232.
44. G. Cocconi, E. Salpeter. Upper limit for the anisotropy of inertia from the Mössbauer effect.—*Phys. Rev. Lett.*, 1960, **4**, N 4, 176—177.
45. C. W. Sherwin, H. Franenfelder, E. L. Garvin, E. Lusker, S. Margulis, R. N. Peacock. Leach for the anisotropy of inertia using the Mössbauer effect.—*Phys. Rev. Lett.*, 1960.
46. V. W. Hughes, H. G. Robinson, V. Beltran-Lopez. Upper limit for the anisotropy of inertial mass from nuclear resonance experiments.—*Phys. Rev. Lett.*, 1960, **4**, N 7, 342—344; *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1961, **6**, 424.
47. R. W. A. Drewler. Search for anisotropy of inertial mass using a free precession technique.—*Philos. Mag.*, 1961, **6**, N 6, 683—687.
48. Дж. Вебер. Общая теория относительности и гравитационные волны. М., 1962, стр. 197.
49. R. H. Dicke. Experimental test of Mach's principle.—*Phys. Rev. Lett.*, 1961, **7**, N 9, 359—360.
50. S. T. Epstein. On the anisotropy of inertia.—*Nuovo cimento*, 1960, **16**, N 3, 587—588.
51. П. Ланжевен. Избранные труды. Изд-во АН СССР, 1960, стр. 451—475.
52. J. Becquerel. Débats sur la relativité.—*Bull. sci. étudiants. Paris*, mars 1922, N 1, 18—29.
53. H. Bergson. *Durée et simultanéité. A propos de la théorie de Einstein*. Paris, 1^{re} éd., 1922.
54. Ch. Nordmann. Einstein expose et discute a théorie.—*Rev. deux mondes*, 1922, **9**, 129—166.
55. A. Metz. La temps d'Einstein et la philosophie.—*Rev. philos.*, janv.-fevr. 1924, 56—88.
56. E. Le Roy. Les paradoxes de la relativité sur le temps.—*Rev. philos.*, janv.-fevr., 1937, **123**, 10—47.; avril, 195—245.
57. Moeller. On homogeneous gravitational field in the general theory of relativity and the clock paradox.—*Kgl. danske vid. selskab. Mat. fys. medd.*, 1943, **20**, N 19, 3—25.
58. G. Thomson. *The foreseeable future*. Cambridge, 1955, p. 89.
59. H. Dingle, W. M. McCrea. Relativity and space travel.—*Nature*, 1956, **177**, N 4513, 782—785.
60. G. Builder. The resolution of the clock paradox.—*Austral. J. Phys.*, 1957, **10**, N 2, 246—262.
61. H. Dingle. The resolution of the clock paradox.—*Austral. J. Phys.*, 1957, **10**, N 3, 418—423.
62. G. Builder. The clock-retardation problems.—*Austral. J. Phys.* 1957, **10**, 424—428.
63. R. M. Frey, V. M. Brigham. Paradox of the twins.—*Amer. J. Phys.*, 1957, **25**, N 8, 553—555.
64. E. M. McMillan. The «clock-paradox» and space travel.—*Science*, **126**, N 3270, 381—384.
65. F. S. Crawford. Experimental verification of the clock-paradox of relativity.—*Nature*, 1957, **179**, N 4549, 35—36.
66. Rossi, Hilberry, Hoag.—*Phys. Rev.*, 1940, **57**, 461.
67. Blackett P. M.—*Proc. Roy. Soc.*, 1937, **A159**, 1.
68. Rasetti F.—*Phys. Rev.*, 1941, **60**, 198.
69. S. Singer. Relativity and space travel.—*Nature*, 1957, **179**, N 4567, 977.
70. W. Cochran. A suggested experiment on the clock paradox.—*Nature*, 1957, **179**, N 4567, 977—978.

71. W. Cochran. A suggested experiment on the clock paradox.—Proc. Cambridge Philos. Soc., 1957, 53, N 3, 646—650.
72. R. H. Romer. Twin paradox in special relativity.—Amer. J. Phys., 1959, 27, N 3, 131—135.
73. Д. В. Скобельцын. Парадокс близнецов в теории относительности. М., изд-во «Наука», 1966, стр. 47.
74. C. V. Leffert, T. M. Donahue. Clock paradox and the physics of discontinuous gravitational fields.—Amer. J. Phys., 1958, 26, N 8, 515—523.
75. W. F. Campbell. The clock paradox.—Canad. Aeronaut. J., 1958, 4, N 9, 316—319.
76. A. Schild. The clock paradox in relativity theory.—Amer. Math. Monthly, 1959, 66, N 1, 1—8.
77. Г. А. Чеботарев. Аналитические и численные методы небесной механики. М.—Л., изд-во «Наука», 1965, стр. 85.
78. У. М. Смарт. Небесная механика. Пер. с англ. М., изд-во «Мир», 1965, стр. 319.
79. J. Tharrats. Relativity advances of the perigee of artificial earth satellites.—X-th Internat. Astronaut. Congr. London, 1959, Wien, 1960, 2, 722—777; PMA, 1961, 2A, 551.
80. J. J. Gilvarry. Relativity advances of the perihelia of minor planets.—Publs. Astron. Soc. Pacif., 1953, 65, N 385, 173—178; Phys. Rev., 1953, 89, 1046; PMA, 1954, 2, 8388; D. Hofflit. Icarus and relativity.—Sky and Telescope, 1953, 12, N 9, 237.
81. В. Л. Гинзбург. Экспериментальная проверка общей теории относительности.—УФН, 1956, 59, вып. 1.
82. С. И. Вавилов. Экспериментальные основания теории относительности, 1928. Собрание соч., т. IV, М., Изд-во АН СССР, 1956, стр. 84.
83. F. Dyson, R. Wooley. Eclipses of the Sun and Moon. Oxford, 1937.
84. А. А. Михайлов. О наблюдении эффекта Эйнштейна.—Астроном. журнал, 1956, 33, № 6, стр. 914.
85. M. Subotowicz. Test of the general theory of relativity.—Nature, 1962, 196, N 4855, 628—630; РЖФ, 1963, 7Б79.
86. В. Л. Гинзбург. Использование искусственных спутников Земли для проверки общей теории относительности.—УФН, 1957, 63, № 1, 119—122.
87. Эффект Мессбауера. Сборник, М., 1962.
88. B. D. Josephson. Temperature-dependent shift of Y-rays emitted by a solid.—Phys. Rev. Lett., 1960, 4, N 7, 341.
89. Р. В. Паунд. О весе фотонов.—УФН, 1960, 72, № 4, 673—683.
90. T. E. Cranshaw, J. P. Schiffer.—Proc. Phys. Soc., 1964, 84, N 2, 245—256.
91. В. Л. Гинзбург.—УФН, 1963, 81, № 4, 739—743.
92. Хей и др. В сб. «Эффект Мессбауера», М., 1962, стр. 415—417.
93. H. J. Naу. Mössbauer effect. N. Y., 1962, p. 225—228.
94. В. Паули. Теория относительности. М.—Л., ОГИЗ, 1947.
95. Дж. Андерсон. Принципы относительности и роль координат в физике.—В сб. «Гравитация и относительность». М., Изд-во «Мир», 1965, стр. 309.
96. В. А. Фок. О движении конечных масс в общей теории относительности.—ЖЭТФ, 1939, 9, вып. 4.
97. В. А. Фок. Система Коперника и система Птолемея в свете общей теории относительности.—В сб. «Николай Коперник». Изд-во АН СССР, 1947.
98. В. А. Фок. Уравнения движения системы тяжелых масс с учетом их внутренней структуры и вращения.—УФН, 1956, 59, № 1, 67—69.
99. Ф. И. Франкль. Некоторые принципиальные замечания к общей теории относительности.—УМН, 1954, 9, вып. 4.
100. В. А. Фок. О работе Ф. И. Франкля «Некоторые принципиальные замечания к общей теории относительности».—УМН, 1954, 9, вып. 4.
101. В. А. Фок. Современная теория пространства и времени.—Природа, 1953, № 12.

102. М. Ф. Широков. Общая теория относительности или теория тяготения.— ЖЭТФ, 1956, **30**, № 1, стр. 182.
103. Вопросы философии, 1966, № 8, стр. 15—22.
104. Х. Цзю, В. Гоффман. В сб. «Гравитация и относительность». М., Изд-во «Мир», 1965, стр. 19.
105. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. М., Физматгиз, 1960, стр. 323.
106. Trautman. On the conservation theorems and co-ordinate systems in general relativity.— Bull. Acad. polon. sci., 1957, **5**, № 7, 721—727 (Англ., рез. русск.). Сl. III, РЖ Физика, 1958, № 11, 24424.
107. J. N. Goldberg. Conservation laws in general relativity.— Phys. Rev., 1958, **111**, № 1, 315—320.
108. N. Mizkijewitsch. Zu den Iwarianzeigenschaften der Lagrange-Funktionen der Felder.— Ann. Physik, 1958, **1**, № 6—8, 319—333.
109. P. G. Bergmann. Conservation laws in general relativity as the generators of coordinate transformations.— Phys. Rev., 1958, **112**, № 1, 287—289.
110. А. Комар. Covariant conservation laws in general relativity.— Phys. Rev., 1959, № 3, 934—936.
111. Д. Д. Иваненко, Н. В. Мицкевич. Об учете гравитационной энергии.— ЖЭТФ, 1959, **37**, № 3, 868—869.
112. В. А. Фок. Теория пространства, времени и тяготения. М., Физматгиз, 1961, стр. 444.
113. C. Møller. Further remarks on the localization of the energy in the general theory of relativity.— Ann. Phys. (USA), 1961, **12**, № 1, 118—133.
114. М. Ф. Широков. Об энергии и импульсе гравитационного поля.— В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, стр. 18.
115. C. Pallegriani. The total energy-momentum vector of a closed system in general relativity.— Nuovo cimento, 1961, **22**, № 2, 427—428.
116. D. C. Champeney, P. В. Моон. Absence of Doppler shift for gamma-rays source and detector on circular orbit.— Proc. Phys. Soc., 1961, **77**, № 2, 350—352. Пер. в сб. «Эффект Мессбауера». М., 1962, стр. 436—440.
117. Н. Е. Бөmmel. Measurement of the frequency shift of gamma rays in accelerated systems using the Mössbauer effect.— «Mössbauer effect». N. Y., 1962, p. 229—232.
118. W. Kündig. Measurement of the transverse Doppler-effect in an accelerated system.— Phys. Rev., 1963, **129**, № 6, 2371—2375.
119. R. V. Pound, G. Rebka. В сб. «Эффект Мессбауера», М., 1962, стр. 305—309.
120. B. D. Josephson. В сб. «Эффект Мессбауера», М., 1962, стр. 310—312.
121. A. J. Boyle, D. S. Bunbury, C. Edwards, H. E. Hall. A thermal red shift of the recoilless-emission of Sn 119m.— Proc. Phys. Soc., 1960, **76**, N 487, 165—166.
122. Ю. К. Коган. К теории температурного красного смещения и уширения линии Мессбауера.— ЖЭТФ, 1964, **47**, № 1, 366—377.
123. C. W. Sherwin. Some recent experimental tests of the «clock paradox».— Phys. Rev., 1960, **120**, N 1, 17—21. Пер. В сб. «Эффект Мессбауера». М., 1962, стр. 423—435.
124. C. Møller. New experimental tests of the special principle of relativity.— Proc. Roy. Soc., 1962, **A270**, N 1342, 306—314.
125. Proc. IRE, 1962, **50**, N 9, 1967.
126. C. D. Cristescu, Giurgea M. Lasers and ether drift.— Phys. Lett., 1963, **5**, N 2, 128.
127. R. Gerhartz. Detection of the transverse Doppler-effect with laser light.— Proc. IEEE, 1964, **62**, N 2, 818.
128. A. Szöke. New ether drift experiment using lasers.— Phys. Lett., 1965, **18**, N 3, 267—268.
129. A. Metz. Une projet d'experience pour la verification de la theorie de la relativite.— CR, 1966, **AB262**, N 1, A 104—105.

130. D. Censor. Comment on the paper: «Detection of the transverse Doppler-effect with laser light» by R. Gerhartz.—Proc. IEEE, 1964, 52, N 8, 897.
131. J. Shamis. Comment on: «Lasers and ether drift» by Cristescu G. D.—Phys. Lett., 1965, 18, N 3, 272—278.
132. Phys. Lett., 1963, 5, N 2, 128; Proc. IEEE, 1964, 62, N 2, 818; Phys. Lett., 1965, 18, N 3, 267—268; С. г., 1966, **AB262**, N 1, 104—105.
133. D. J. Grove, J. C. Fox.—Phys. Rev., 1953, 90, 378.
134. W. M. Diamond, E. R. Cohen. Least-squares adjustment of the atomic constants, 1952.—Rev. Mod. Phys., 1953, 25, N 3, 691—713.
135. В. П. Зрелов, А. А. Тяпкин, П. С. Фараго. Измерение массы протонов при энергии 660 Мэв.—ЖЭТФ, 1958, 34, вып. 3, 555—558.
136. V. Meyer, W. Reichart, H. H. Stub, H. Winkler, F. Zamboni, Zych W. Experimentelle Untersuchung des Massen-Impulsrelation des Elektrons.—Helv. phys. acta, 1963, 36, N 7, 981—982.
137. Е. Л. Фейнберг. Распад мезонов.—В сб. «Мезон», под ред. И. Е. Тамма М.—Л., 1947, стр. 80—113.
138. W. G. V. Rosser. Velocity of light by a moving source.—Nature, 1961, 190, N 4772, 294.
139. E. Martinelli. W. K. H. Panofsky. The possibility of using accelerated-produced mesons to verify the «clock-paradox» prediction.—Phys. Rev., 1950, 77, 467.
140. F. S. Crawford. Experimental verification of the «clock-paradox» of relativity.—Nature, 1957, 179, N 4549, 35—36.
141. W. Cochran. A suggested experiment of the «clock-paradox».—Nature, 1957, 179, N 4567, 977—978.
142. J. H. Fremlin. An alternative deduction from the Michelson-Morley experiment.—Proc. Phys. Soc., 1962, 80, N 6, 1384—1385.
143. W. Kantor. Direct first order experiment on the propagation of light from the moving source.—JOSA, 1962, 52, N 9, 978.
144. У. И. Франкфурт, А. М. Френк. Очерки развития оптики движущихся тел.—Труды ин-та естествознания и техники АН СССР, т. 43, История физико-математических наук, вып. 10. М., 1961, стр. 3—49.
145. R. S. Shankland, S. W. McCuskey, F. C. Leone, G. Kurti. New analysis of the interferometer observation of Dayton C. Miller.—Rev. Mod. Phys., 1955, 7, N 2, 167—178.
146. J. Palacios. Optica de les cuerpes en movimiento. Comentarios al experimento de Kantor.—Rev. Real. acad. cienc. exact., fis. y natur., 1963, 57, N 2, 237—291.
147. E. Herrera. La vitesse de la lumiere par rapport aux corps en mouvement.—Génié civil, 1963, 140, N 12, 262—264.
148. P. Beckmann. The velocity of electromagnetic radiation in the light of Kantor's experiment.—Prace ustavu radiotechn. a elektron., 1963, N 28, 27.
149. P. Beckmann. A reexamination of the experiments on the velocity of light with moving sources.—Prace ustavu radiotechn. a elektron, 1963, N 30, 27.
150. D. Burcev. On Kantor's experiment.—Phys. Lett., 1962, 5, N 1, 44; Z. L. Budrikis. On Burcev's explanation of Kantor's experiment.—Phys. Lett., 1963, 6, N 3, 258—259.
151. D. R. White, R. A. Alpher. Comments on an experiment concerning Einstein's light velocity.—JOSA, 1963, 53, N 6, 760.
152. A. Bierman, C. H. Kenschitsky, D. Pandres. Remark on the paper «Direct first order experiment on the propagation of light from a moving source» by Kantor.—JOSA, 1963, 53, N 8, 1008.
153. V. Vysin. The possibility of an interpretation of Kantor's direct first order experiment on the propagation of light from a moving source.—Phys. Lett, 1964, 8, N 1, 36—37.

154. J. M. Mrásek. Kantorova pokusu s teorii relativ.— Slaboproudý obzor, 1964, 25, 166—167.
155. J. F. James, R. S. Sternberg. Change in velocity of light emitted by a moving source.— Nature, 1963, 197, N 4873, 1192.
156. F. Rotz. New test of the velocity of light postulate.— Phys. Lett., 1963, 7, N 4, 252—254.
157. R. O. Waddoups, W. F. Edwards, J. J. Merrill. Experimental investigation of the second postulate of special relativity.— JOSA, 1965, 55, N 2, 142—143.
158. G. C. Babcock, T. G. Bergman. Determination of the constancy of the speed of light.— JOSA, 1964, 54, N 2, 147—151.
- 158a. J. Záhajský, V. Kolesnikov. Optical Experiments to verify the second Postulate of the Special Theory of Relativity.— Nature, 1966, 212, N 5067, 1227.
159. W. R. Haseltine. Seconde postulate of special relativity.— Amer. J. Sci., 1964, 32, N 2, 173.
160. А. М. Бонч-Бруевич. Экспериментальная проверка независимости скорости света от скорости движения источника излучения относительно наблюдателя.— ДАН, 1956, 109, № 3, 481—484; А. М. Бонч-Бруевич, В. А. Молчанов. Новый оптический релятивистский опыт.— Оптика и спектр., 1956, 1, № 2, 113—124; А. М. Бонч-Бруевич. К вопросу об обработке результатов прямого опыта по проверке независимости скорости света от скорости источника излучения.— Оптика и спектр., 1957, 2, № 1, 141—142; А. М. Бонч-Бруевич. О прямом экспериментальном подтверждении второго постулата специальной теории относительности.— Оптика и спектр., 1960, 9, № 1, 134.
161. А. Г. Баранов. Метод экспериментальной проверки независимости скорости света от скорости источника.— ЖЭТФ, 1961, 40, № 3, 860—862.
- 161a. R. J. Dickens, S. R. C. Malin. A Test of the Ritz Theory of Light Propagation.— The Observatory, 1965, 85, N 949, 260—262.
- 161b. W. Bertozzi. Speed and Kinetic Energy of Relativistic Electrons.— Amer. J. Phys., 1964, 32, N 7, 551—555.
162. N. Engel. Vorschlag für einern verbesserten Michelson — Versuch.— Radex Rundschau, 1958, N 5, 212—223.
163. H. Dingle. A possible experimental test of Einstein's second postulate.— Nature, 1959, 183, N 4677, 1761.
164. P. Rapiér. A proposed test for the existence of a Lorentzinvariant aether.— Proc. IRE, 1962, 50, N 2, 229—230.
165. A. C. Schroeder. The measurement of the velocity of light.— Proc. IRE, 1962, 50, N 10, 2112—2113.
166. E. F. Florman. Proposed use of earth satellite signals to measure propagation velocity of electromagnetic waves.— Appl. Phys. Lett., 1963, 3, N 11, 193—195.
167. L. Schiff. A report on the NASA conference on experimental tests of theoric of relativity.— Phys. Today, 1961, 14, N 11, 42, 44, 46, 48.
168. Nature of Matter. Purposes of High Energy Physics. Brookhaven Nat., Lab., 1965. Перевод всего сборника см. УФН, 1965, 86, вып. 4, 591—719.
169. Теория относительности и физика высоких энергий. Беседы по актуальным вопросам науки. Новое в науке, жизни, технике. Серия IX, № 12, 1966.
170. Д. И. Блохинцев. Обоснованность теории относительности опытами в области физики высоких энергий.— УФН, 1966, 89, вып. 2, 185—199.

БИБЛИОГРАФИЯ

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

КНИГИ

- Принцип относительности.— В кн. «Новые идеи в физике», сб. 3. Спб., 1912.
- Хвольсон О. Д. Принцип относительности. Спб., 1912; то же, изд. 2-е, 1914.
- Пуанкаре А. Новая механика. Эволюция законов. М., 1913.
- Грузинцев А. П. Преобразование Лоренца и принцип относительности.— «Сообщ. Харьковского матем. об-ва», серия 2, т. 12, 1911.
- Грдина Я. И. Заметка по поводу статьи Л. де ла Рива. Екатеринослав, 1915; то же, 1918.
- Гольдгаммер Д. А. Новая теория электромагнитных явлений в движущихся средах. Изд. Казанск. ун-та, 1916.
- Беер Т. Теория относительности Эйнштейна и ее исторические основы. Пер. с 4-го нем. изд. Берлин, 1919.
- Морозов Н. А. Принцип относительности и абсолютное. Пб., 1920.
- Эйнштейн А. Теория относительности. Пер. с нем. и предисл. автора к русск. изд. Берлин, 1921.
- Эйнштейн А. Эфир и принцип относительности. Пер. с нем. Пг., Науч. изд-во, 1921.
- Кассирер. Теория относительности Эйнштейна. Пер. с нем. Пг., «Наука и школа», 1922.
- Мошковский А. Альберт Эйнштейн (Беседы с Эйнштейном о теории относительности и общей системе мира). М., «Работник просвещения», 1922.
- Эйнштейн А. О специальной и общей теории относительности. С прилож. ст. Эйнштейна «Диалог о возражениях против теории относительности». Пер. с 5-го нем. изд. С. И. Вавилова. Пг., Науч. изд-во, 1922.
- Борн М. Теория относительности Эйнштейна. Пер. с нем. Пг., «Наука и школа», 1922.
- Ауэрбах Ф. Пространство и время. Пер. с нем. с дополн. С. И. Вавилова. М., Гос. изд-во, 1922.
- Дюшен Б. В. Теория относительности Эйнштейна. Харьков, Всеукр. гос. изд-во, 1922; то же, изд. 2-е, Берлин, 1922.
- Лазарев П. П. Физические основания принципа относительности. М., «Северные дни», 1922.
- Лондон Е. С. Принцип относительности. Пг., Науч. хим.-техн. изд-во, 1922.
- Морозов Н. А. Принцип относительности в природе и в математике. Пг., «Начатки знаний», 1922.

- Норман Ш. Эйнштейн в Париже. М., «Моспечать», 1922.
- Норман Ш. Эйнштейн и Вселенная. Пер. с франц. М.—Пг., 1923.
- Эйнштейн А. Геометрия и опыт. Пг., Науч. изд-во, 1922.
- Эйнштейн А. Специальная и общая теория относительности. Пер. с 10-го нем. изд. Пг., Гос. изд-во, 1922.
- Гретц Л. Эфир и теория относительности. Пер. с нем. М., Гос. изд-во, 1923.
- Френкель Я. И. Теория относительности. Пг., «Мысль», 1923.
- Эддингтон А. Теория относительности и ее влияние на научную мысль. Пер. с англ. Одесса, «Матезис», 1923.
- Леммель Р. Принцип относительности. Л., Науч. хим.-техн. изд-во, 1924.
- Арнольд В. В. Теория относительности Эйнштейна. М., «Транс-печать», 1924.
- Теория относительности и материализм. Сб. статей. Л.—М., Гос. изд-во, 1925.
- Котельников А. П. Принцип относительности и геометрия Лобачевского. Казань, 1926.
- Ройс Д. Принцип относительности. Пер. с англ., с добавл. проф. Я. И. Френкеля. М.—Л., Гос. изд-во, 1928.
- Гессен Б. М. Основные идеи теории относительности. М.—Л., «Моск. рабочий», 1928.
- Вавилов С. И. Экспериментальные основания теории относительности. М.—Л., Гос. изд-во, 1928.
- Копф А. Основы теории относительности Эйнштейна. Пер. с нем. М.—Л., 1933.
- Эддингтон А. С. Математическая теория относительности. Пер. с англ. Гос. науч. техн. изд-во, 1933.
- Эддингтон А. С. Относительность и кванты. Пер. с англ. М.—Л., 1933.
- Эддингтон А. С. Теория относительности. Пер. с англ. Л.—М., Гостехтеоретиздат, 1934.
- Принцип относительности. Сборник работ классиков релятивизма (Г. А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн, Г. Минковский). Под ред. и с примеч. В. К. Фредерикса и Д. Д. Иваненко. М.—Л., 1935.
- Эйнштейн А. Основы теории относительности. М.—Л., ОНТИ, 1935.
- Блохинцев Д. Что такое теория относительности. М.—Л., ОНТИ, 1936.
- Борн М. Теория относительности Эйнштейна и ее физические основы. Пер. с нем. Л.—М., Гостехтеоретиздат, 1938.
- Блохинцев Д. Теория относительности А. Эйнштейна. М.—Л., Гостехиздат, 1940.
- Бергман П. Г. Введение в теорию относительности. С предисл. А. Эйнштейна. Пер. с англ. М., Гос. изд-во иностр. лит., 1947.
- Паули В. Теория относительности. Пер. с нем. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
- Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., Гостехиздат, 1955.
- Эйнштейн А. Сущность теории относительности. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
- Эйнштейн и современная физика. Сборник памяти Эйнштейна. М., Гостехиздат, 1956.
- Кузнецов Б. Г. Принцип относительности в античной, классической и квантовой физике. М., Изд-во АН СССР, 1959.
- Ландау Л. Д. и Румер Ю. Б. Что такое теория относительности. М., «Сов. Россия», 1960.
- Соколовский Ю. И. Теория относительности в элементарном изложении. Изд. Харьк. ун-та, 1960.
- Кузнецов Б. Г. Беседы о теории относительности. М., Изд-во АН СССР, 1960.
- Румер Ю. Б. и Рывкин М. С. Теория относительности. М., Учпедгиз, 1960.
- Синдж Дж. Л. Релятивистский газ. Пер. с англ., Атомиздат, 1960.
- Ковнер М. А. Электронная теория и теория относительности. Изд. Саратов. ун-та, 1967.
- Симонов М. А. Специальная теория относительности. Минск, 1965.

- Laue M. Das Relativitätsprinzip. Braunschweig, 1911.
 Robb A. A theory of time and space. Cambridge, 1914.
 Weyl H. Raum, Zeit, Materie. 3. Aufl. Berlin, 1919.
 Einstein A. Relativity: the special and the general theory. A popular exposition. Methuen, 1920.
 Einstein A. Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig, 1920.
 Einstein A. Ather und Relativitätstheorie. Berlin, 1920.
 Rougier L. En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein. 1920.
 Reichenbach H. Relativitätstheorie und Erkenntnis apriori. Berlin, 1920.
 Beer F. Die Einsteinsche Relativitätstheorie und ihr historische Fundament. 5. Aufl. Wien, 1920.
 Lorentz H., Einstein A., Minkowski H. Das Relativitätsprinzip. 3. Aufl. Leipzig, 1920.
 Robb A. The absolute relations of time and space. Cambridge, 1921.
 La théorie de la relativité. Résumé des conférences faites à l'Université de Lausanne au semestre d'été 1920. Lausanne, 1921.
 Laue M. Die Relativitätstheorie. Bd. I. 4. Aufl. Braunschweig, 1921.
 Nordmann Ch. Einstein et l'Univers. Paris, 1921.
 Pauli W. Relativitätstheorie. Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Bd. V, Teil 2, H. 4. Leipzig, 1922.
 Neumann E. Vorlesungen zur Einführung in die Relativitätstheorie. Jena, 1922.
 Bauer E. La théorie de la relativité. Préface de M. Langevin. Paris, 1922.
 Becquerel J. Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein et de sa généralisation. Paris, 1922.
 Whitehead A. N. Principles of relativity with applications to physical science. 1922.
 Eddington A. Theory of relativity and its influence on scientific thought. Oxford, 1922.
 Weyl H. Mathematische Analyse des Raumproblems. Berlin, 1923.
 Kopl A. Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie. Leipzig, 1923.
 Eddington A. The mathematical theory of relativity. Cambridge, 1923.
 Drumaux P. L'évidence de la théorie d'Einstein. Paris, 1923, 72 p.
 Schiüter J. Über die Entwicklung der Begriffe des Raumes und der Zeit und ihre Beziehungen zum Relativitätsprinzip. Leipzig, 1924.
 Varicak V. I. Darstellung der Relativitätstheorie im dreidimensionalen Lobatschewskijschen Raum. Zagreb, 1924.
 Freundlich E. Theory of relativity. Dutton, 1924.
 Jeffery E. Relativity for physics students. 1924.
 Gehrke E. Kritik der Relativitätstheorie. Berlin, 1924.
 Reichenbach H. Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre. Braunschweig, 1924.
 Birkhoff G. Origini, nature and influence of relativity. 1925.
 Rosen A. Maxwells Theorie des elektromagnetischen Feldes und Relativitätstheorie Einsteins. Lund, 1927.
 Birkhoff G. Relativity and modern physics. Harvard, 1927.
 Alexander S. Space, time and deity. 1927.
 Gunn J. The problem of time. An historical and critical study. 1929.
 Lorentz H. Vorlesungen über theoretische Physik an der Universität Leiden. Leipzig, 1929.
 Reiser A. A. Einstein. A biographical portrait. N. Y., 1930, 225 p.
 Borel E. Zeit und Raum. Von Euklid bis Einstein. 1931.
 Hundert Autoren gegen Einstein. Leipzig, 1931.
 Perrin F. La dynamique relativiste et l'inertie de l'énergie. Paris, 1932.
 Einstein A. Comment je vois le monde. Paris, 1934.
 Tolman R. Relativity, thermodynamics and cosmology. Oxford, 1934.
 Sesmat A. Les systèmes privilégiés de la théorie restreinte Paris, 1937.

- Marianoff D., Wayne P. Einstein. An intimate study of a great man. N. Y., 1944.
- Lieber L. The Einstein theory of relativity. N. Y., 1945.
- Introduction to the theory of relativity. N. Y., 1946.
- Frank P. Einstein, his life and times. N. Y., 1947.
- A Einstein: philosopher-scientist. Ed. by P. Schilpp. 1949.
- Costa de Beaugar d. La théorie de la relativité restreinte. 1949.
- Rainich G. Mathematics of relativity. N. Y., 1950.
- Dugas R. Histoire de la mécanique. Paris, 1950.
- Einstein A. Out of my later years. N. Y., 1950.
- Whittaker E. History of the theory of aether and electricity. Nelson, 1951 (1 ed.—1910).
- Dingle H. The special theory of relativity. N. Y., 1952.
- Sommerfeld A. Electrodynamics. N. Y., 1952.
- Tornebohm H. A logical analysis of the theory of relativity. Stockholm, 1952.
- Einstein A. The meaning of relativity. 4 ed. Princeton, 1953.
- Valentin A. Le drame d'Albert Einstein. Paris, 1954.
- McCrea W. H. Relativity physics. 4th ed. London—N. Y., 1954.
- Vestřpal W. Die Relativitätstheorie. Stuttgart, 1955.
- Votruba V. Základy teorie relativity. Praha, 1955.
- Cinquant'anni di relativita, 1905—1955. Firenze, 1955. (Прилож. к Helv. phys. acta.)
- Fünfzig Jahre Relativitätstheorie. Konferenz Bern. Basel, 1955, Bd. 1, S. 569.
- Lichnerowicz A. Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme. Paris, 1955.
- Papapetrou A. Spezielle Relativitätstheorie. Berlin, 1955.
- Stern V. Raum-Zeit-Bewegung im Lichte der modernen Naturwissenschaft. Berlin, 1955.
- Arzeliès H. La cinématique relativiste. Paris, 1955.
- Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher. Herausg. von A. S. Schilpp. Stuttgart, 1955.
- Synge J. Relativity: the special theory. Amsterdam, 1956.
- Einstein A. Letters à Maurice Solovine. Paris, 1956.
- Helle Zeit — dunkle Zeit. In Memoriam Albert Einstein. Zürich, 1956.
- Kratzer A. Relativitätstheorie. Münster, 1956.
- Infeld L. A. Einstein. Sein Werk und sein Einfluß auf unsere Welt. Berlin, 1956.
- Synge J. Relativistic gas. Amsterdam, 1957.
- Barnett L. Universe and Dr. Einstein. 2d. reved. N. Y., 1957.
- Cullwick E. Electromagnetism and relativity. London, 1959.
- Arzeliès H. La dynamique relativiste et ses applications. V. I—II. Paris, 1957—1958.
- Freeman M. The story of A. Einstein. N. Y., 1958.
- Ruch E. Space and time. A comparative study of the theories of Aristotle and A. Einstein. Pretoria, 1958.
- Stephenson G., Kilmister C. Special relativity for physicists. London, 1958.
- Reichenbach H. The philosophy of space and time. N. Y., 1958.
- Arzeliès H. Milieux conducteurs ou polarisables en mouvement. Rabat, 1959.
- Russel B. The ABC of relativity. London, 1959.

СТАТЬИ

1. Общие вопросы

- Майкельсон А. и Морли А. В. Движение Земли по отношению к движению светового эфира.—ЖРФХО, ч. физ., 1888, 20, 5Б, 35—36.

- Рождественский Д. С. Неподвижность эфира при движении материи.— ЖРФХО, ч. физ., 1906, 38, 4Б, 72.
- Лебединский В. К. Заметка о принципе релятивности.— ЖРФХО, ч. физ. II, 7А, 326.
- Ботезат Г. А. Принцип относительности и его значение в естествознании.— ЖРФХО, ч. физ., 1909, 11, 9А, 410.
- Бурсиан В. Р. Опыт Майкельсона и его значение для теории оптических явлений в движущихся телах.— ЖРФХО, ч. физ. 1909, 11, 8Б, 284—296.
- Эренфест П. С. Принцип относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1910, 12, 1Б, 33—38; то же, 2Б, 81—87.
- Кордыш Л. И. Элементарный вывод основных формул теории относительности.— Изв. Киев. политехн. ин-та, Отд. инж. мех., 1911, 1, кн. 1, 43.
- Шапошников К. Н. Уравнения движения Минковского и динамика Планка.— ЖРФХО, 1912, 14, 5А, 261—269.
- Умов Н. А. Условия инвариантности волнового уравнения.— ЖРФХО, ч. физ., 1912, 14, 6А, 349—354.
- Гольдгаммер Д. А. Время. Пространство. Эфир.— ЖРФХО, ч. физ., 1912, 14, 5Б, 165—189.
- Хвольсон О. Д. Принцип относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1912, 14, 10Б, 377—432; то же, 1913, 15, 1А, 42.
- Шапошников К. Н. Принцип относительности и динамика точки.— ЖРФХО, ч. физ., 1913, 15, 9А, 546—550.
- Эренфест П. С. Кризис в гипотезе о световом эфире.— ЖРФХО, ч. физ., 1913, 15, 4Б, 151—162.
- Орлов И. Е. Основные формулы принципа относительности с точки зрения классической механики.— ЖРФХО, ч. физ., 1914, 16, 4А, 163—175.
- Эренфест П. С. По поводу статьи И. Е. Орлова «Основные формулы принципа относительности с точки зрения классической механики».— ЖРФХО, ч. физ., 1914, 16, 4А, 175—176.
- Орлов И. Е. Ответ проф. Эренфесту.— ЖРФХО, ч. физ., 1914, 16, 4А, 176—178.
- Саркисянц А. К. Принципу относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1915, 17, 4А, 242.
- Слепян Л. Л. Основания теории относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1915, 17, 9А, 599—635.
- Шапошников К. Н. Принцип относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1915, 17, 10Б, 354—365.
- Грдина Я. Физический или ограниченный принцип относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1916, 18, 1А, 1.
- Слепян Л. Л. Истинный принцип относительности и основания формул преобразования классической механики.— ЖРФХО, ч. физ., 1916, 18, 4А, 150—157.
- Вериго А. В. К вопросу о быстром вращательном движении в связи с экспериментальной проверкой теории относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1919, 1, 4—6А, 326.
- Вавилов С. И. Попытка истолкования результата опыта Майкельсона.— УФН, 1921, 2, 249.
- Фриш С. Е. Опытное подтверждение формул Лоренца — Эйнштейна.— УФН, 1922, 3, 89.
- Вавилов С. И. Теория Бора и следствия принципа относительности.— УФН, 3, 1923, 290.
- Максимов А. О принципе относительности А. Эйнштейна.— ПЗМ, 9—10, 1922, 180—208.
- Записка об ученых трудах А. Эйнштейна.— Изв. Рос. Акад. наук, 1922, 16, № 1—18, 42.
- Тамм И. Е. Электродинамика анизотропной среды в специальной теории относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1924, 6, 2—3А, 248—262.
- Титов А. М. Отражение света от движущегося зеркала в классической элек-

- тродинамике и в специальной теории относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1924, 6, 4А, 331—352.
- Гринберг Г. А. О разыскании частных решений уравнений гидродинамики специального принципа относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1924, 6, 5—6А, 593—612.
- Гринберг Г. А. Теория упругости и гидродинамика специальной теории относительности.— ЖРФХО, ч. физ., 1924, 6, 4А, 368—412. Кристаллооптика теории относительности в связи с геометрией биквадратичной формы, 1925, 7, 3—4А, 209—240.
- Кравец Т. П. Об инертной массе энергии — ЖРФХО, ч. физ., 1926, 8, 2А, 289—290.
- Вавилов С. И. Новое повторение опыта Майкельсона.— УФН, 1926, 6, 421.
- Бурсиан В. Р. О получении уравнений мировой линии электрона из вариационного принципа.— ЖРФХО, ч. физ., 1927, 9, 2А, 175—182.
- Миллер Ф. А. О приложимости специальной теории относительности Эйнштейна к вращающимся полям электромагнитных механизмов.— ЖРФХО, ч. физ., 1927, 9, 5—6А, 517—532.
- Зильберштейн Л. Недавние опыты Дейтон-Миллера и теория относительности.— ПЗМ, 1925, 8—9, 192—193.
- Дейтон-Миллер. Смысл опытов с эфирным ветром, произведенных в 1925 г. на горе Вильсон.— ПЗМ, 1926, 11, 91—109.
- Эйнштейн А. Физика и реальность.— ПЗМ, 1937, 11—12, 110.
- Фок В. А. А. Эйнштейн.— Природа, 1939, 7, 95—97.
- Наан Г. И. К вопросу о принципе относительности в физике.— Вопросы философии, 1951, 2, 57.
- Сторчак Л. И. Значение идеи Лобачевского в развитии представлений о пространстве и времени.— Вопросы философии, 1951, 1, 142.
- Широков М. Ф. О преимущественных системах отсчета в ньютоновской механике и теории относительности.— Вопросы философии, 1952, 3, 128.
- Терлецкий Я. П. О содержании современной физической теории пространства и времени.— Вопросы философии, 1952, 3, 191.
- Овчинников Н. Ф. Обсуждение философских вопросов теории относительности — Вопросы философии, 1952, 2, 77.
- Александров А. Д. О сущности теории относительности.— Вестник Гос. Ленингр. ун-та, 1953, 8.
- Александров А. Д. По поводу некоторых взглядов на теорию относительности.— Вопросы философии, 1953, 5, 225.
- Александров А. Д. и Овчинников В. В. Замечания к основам теории относительности.— Вопросы философии, 1953, 11.
- Кольман Э. К спорам о теории относительности.— Вопросы философии, 1954, 5, 178.
- Харин Н. Н. О некоторых философских проблемах теории относительности.— Вопросы философии, 1954, 4, 194.
- Инфельд Л. Несколько замечаний о теории относительности.— Вопросы философии, 1955, 5, 173.
- К итогам дискуссии по теории относительности.— Вопросы философии, 1955, 1.
- А. Эйнштейн. (Некролог).— «Электричество», 1955, 6, 85—86.
- А. Эйнштейн. (Некролог).— Вестник АН СССР, 1955, 5, 67—68.
- А. Эйнштейн. (Некролог).— ЖЭТФ, 1955, 28, 6, 637—638.
- Иваненко Д. Д., Кузнецов Б. Г. Памяти А. Эйнштейна.— Тр. Ин-та естествознания и техн., 1955, 5, 3—32.
- Иоффе А. Ф. Памяти А. Эйнштейна.— Вестник АН СССР, 1955, 7, 98—101.
- Иоффе А. Ф. Памяти А. Эйнштейна.— УФН, 1955, 7, 187—192.
- Румер Ю. Крупнейший физик современности.— Сибирские огни, 1955, 6, 156—164.
- Шпильский Э. В. А. Эйнштейн.— УФН, 1955, 57, 2, 177—186.
- Инфельд Л. Мои воспоминания об Эйнштейне.— УФН, 1956, 59, 1, 135—184
- Сморodinский Я. А. А. Эйнштейн и его значение в развитии физики.— Природа, 1956, 6, 23—32.

- Философские вопросы современной физики. Киев. Изд-во АН УССР, 1956. (И. В. Кузнецов. Об основных вопросах теории относительности, стр. 155—201; Выступления, 202—238; Заключительное слово, стр. 239—250).
- Аронов Р. А. О гипотезе прерывности пространства и времени.— Вопросы философии, 1957, 3, 80.
- Александров А. Д. Философское содержание и значение теории относительности.— Вопросы философии, 1959, 1, 7.
- Вильницкий М. Б. К вопросу об абсолютности и относительности пространства и времени.— Вопросы философии, 1959, 12, 139—142.
- Широков М. Ф. О материалистической сущности теории относительности.— Философские вопросы совр. физики, 1959, 324—368.
- Александров А. Д. Теория относительности как теория абсолютного пространства — времени.— Философские вопросы совр. физики, 1960, 269—324.
- Иоффе А. Ф. А. Эйнштейн.— УФН, 1960, 71, 1, 3—7.
- Тамм И. Е. А. Эйнштейн и современная физика.— Культура и жизнь, 1960, 5, 36—38.
- Бонч-Бруевич А. М. О прямом экспериментальном подтверждении второго постулата специальной теории относительности. (По поводу заметки Дингла).— Опт. и спектроск., 1960, 9, вып. 134—135.

2. Электродинамика движущихся сред

- Faraday M. Experimental researches in electricity, v. 1. London, 1839, § 1643—1644..
- Maxwell J. C. A treatise of electricity and magnetism, v. 2. Oxford, § 768—770.
- Helmholtz H. Bericht betreffend Versuche über die electromagnetische Wirkung elektrischen Convection. ausgeführt von Hrn. Henry A. Rowland.— Ann. Phys. u. Chem., 1876, 158, 487—493.
- Rowland H. Sur l'action électromagnétique de la convection électrique.— Ann. chim. et phys., 1877, 12, 119—124.
- Lippman G. Action du magnétisme en mouvement sur l'électricité statique.— C. R., 1879, 89, 151—153.
- Thomson J. J. On the electric and magnetic effects produced by the motion of electrical bodies.— Philos. Mag., 1887, 11, 229—249.
- Roentgen W. Versuche über die elektromagnetische Wirkung der dielektrischen Polarisation.— Sitzungsber. Preuß. Akad. Berlin, 1885, 1, 195—198.
- Roentgen W. Über die durch Bewegung eines im homogenen elektrischen Feld befindlichen Dielektrikums hervorgerufene elektrodynamische Kraft.— Ann. Phys., 1888, 35, 264—270.
- Thomson S. On the magnetic action of displacement currents in a dielectric.— Proc. Roy. Soc., 1889, 45, 392—393.
- Rowland H., Hutchinson C. On the electromagnetic effect of convection currents.— Philos. Mag., 1889, 27, 446—459.
- Himstedt F. Über die elektromagnetische Wirkung der elektrischen Convection.— Ann., Phys., 1889, 38, 560—578.
- Lodge O. On an electrostatic field produced by varying magnetic induction.— Philos. Mag., 1889, 27, 469, 479.
- Roentgen W. Beschreibung des Apparatus, mit welchem die Versuche über die elektrodynamischen Wirkung bewegter Dielektrica ausgeführt wurden.— Ann. Phys., 1890, 40, 93—108.
- Himstedt F. Erwiderung auf Hrn. Röntgens «Beschreibung des Apparatus, mit welchem die Versuche bewegter Dielektrica ausgeführt wurden».— Ann. Phys., 1890, 40, 720—726.
- Hertz H. Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper.— Ann. Phys., 1890, 41, 369—399.
- Hertz H. Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper. Gesammelte Werke, Bd. II. Leipzig, 1894.

- Lorentz H. La théorie électromagnétique de Maxwell et sa application aux corps mouvants.— Arch. néerl., 1892, 25, 363—552.
- Crémieu V. Recherches sur l'existence du champ magnétique produit par le mouvement d'un corps électrisé.— C. R., 1900, 130, 1544—1549.
- Crémieu V. Recherches sur l'effet inverse du champ magnétique que devrait produire le mouvement d'un corps électrisé.— C. R., 1900, 131, 578—581.
- Crémieu V. Sur les expériences de M. Rowland, relatives à l'effet magnétique de la «convection électrique»,— C. R., 1900, 131, 797—800.
- Crémieu V. Sur l'existence des courants ouverts.— C. R., 1901, 132, 1108—1110.
- Cohn E. Über die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Körper — Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 1901, 74—100.
- Adams E. Die elektromagnetische Wirkung von bewegter geladenen Kugeln.— Phys., Z., 1901, 3, 41.
- Adams E. The electromagnetic effects of moving charged spheres.— Philos. Mag., 1901, 2, 285—299.
- Blondlot R. Sur l'absence de déplacement électrique lors du mouvement d'une masse d'air dans un champ magnétique.— C. R. 1901, 133, 778 J. phys. et radium, 1902, 1, 8—13.
- Wilson H. On the magnetic effect of electric convection and on Rowland's and Crémieu's experiments.— Philos. Mag., 1901, 2, 144—150.
- Pender H. On the magnetic effect of electric convection.— Philos. Mag., 1901, 2, 179—209.
- Wilson H. The magnetic effect of electric convection.— Philos. Mag., 1901, 2, 319—320.
- Eichenwald A. Über den Rowlandschen Versuch.— Phys. Z., 1901, 3, 703—704.
- Crémieu V. Recherches sur l'effet magnétique de la convection électrique.— magnétiques.— Ann. chim. phys., 1901, 24, 85—118.
- Crémieu V. Recherches sur l'effet magnétique de la convection électrique.— Ann. chim. phys., 1901, 24, 145—204.
- Crémieu V. Répétition des expériences de M. Rowland relatives à la convection électrique.— Ann. chim. phys., 1901, 24, 299—320.
- Poincaré H. A propos des expériences de M. Crémieu. Oeuvres complètes, t. X, 1954, 391—420.—Rev. gén. sci. pures et appl., 1901, 12, 994—1007.
- Cohn E. Über die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Körper.— Ann. Phys., 1902, 7, 29—56.
- Crémieu V. Nouvelles recherches sur les courants ouverts.— C. R., 1902, 135, 27—30.
- Crémieu V. Anomalies présentées par la charge de conducteurs isolés sur des diélectriques solides...— C. R., 1902, 135, 153—155.
- Poincaré H. Sur les expériences des M. Crémieu et une objection de M. Wilson. Oeuvres complètes, v. X, p. 421—437.
- Crémieu V. Etat actuel de la question de la convection électrique.— J. phys. et radium, 1902, 4, 743—771.
- Eichenwald A. Über die magnetische Wirkung bewegter Dielectrica.— Phys. Z., 1903, 4, 308—310.
- Eichenwald A. Über die magnetischen Wirkungen bewegter Körper im elektrostatischen Felde.— Ann. Phys., 1903, 11, 1—30, 421—441.
- Crémieu V., Pender H. Nouvelles recherches sur la convection électrique.— C. R., 1903, 136, 948—957.
- Whitehead J. Über die magnetische Wirkung elektrischen Verschiebung.— Phys. Z., 1903, 4, 229—234.
- Wasilescu-Karper M. Sur la convection électrique.— C. R., 1903, 136, 609; J. phys. et radium, 1902, 2, 667—677.
- Pender H. On the magnetic effect of electric convection.— Philos. Mag., 1903, 5, 34—48.
- Crémieu V., Pender H. On the magnetic effect of electric convection.— Philos. Mag., 1903, 6, 442—464.

- Wasilesco-Karpen M. Sur l'entraînement de la charge dans les expériences de convection électrique — C. R., 1903, 136, 998—1000.
- Eichenwald A. Über die magnetische Wirkung bewegter Körper im elektrostatischen Felde.— Ann. Phys., 1904, 13, 919—943.
- Lorentz H. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light.— Proc. Kon. nederl. akad. wet., 1904, 6, 809—831.
- Lorentz H. Weiterbildung der Maxwellschen Theorie. Elektronentheorie. Enzykl. d. math. Wiss. Bd. 5. Physik, Teil 2. Leipzig, 1904, S. 145—280.
- Cohn E. Zur Elektrodynamik bewegter Systeme.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1904, 1294—1303.
- Himstedt F. Quantitative Versuche über den Rowlandseffekt.— Ann. Phys., 1904, 13, 100—173.
- Minkowski H. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.— Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 1908, 53—111; Math. Ann., 1910, 68, 472—525.
- Einstein A., Laub J. Über die elektromagnetischen Grundgleichungen für bewegte Körper.— Ann. Phys., 1908, 26, 532—540; (Berichtigung), 1908, 27, 232.
- Wilson E. On the principle of relativity.— Philos. Mag., 1908, 16, 419—422.
- Vollgraff J. Rotierendes Dielektrikum im magnetischen Felde.— Ann. Phys., 1908, 27, 229—250.
- Trouton F., Rankine A. On the electrical resistance of moving matter.— Proc. Roy. Soc. London, A, 1908, 80, 420—435.
- Frank P. Relativitätstheorie und Elektronentheorie in ihrer Anwendung zur Ableitung der Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten ponderablen Körpern.— Ann. Phys., 1908, 27, 897, 1059—1065.
- Abraham M. Zur Elektrodynamik bewegter Körpern.— Rend. circolo mat. Palermo, 1909, 28, 1—28
- Mirimanoff D. Über die Grundgleichungen der Elektrodynamik bewegter Körpern von Lorentz, und das Prinzip der Relativität.— Ann. Phys., 1909, 28, 192—198.
- Einstein A. Bemerkung zur Arbeit von Mirimanoff.— Ann. Phys., 1909, 28, 885—888.
- Born M. Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätssprinzips.— Ann. Phys., 1909, 30, 1—56.
- Nordström G. Zur Elektrodynamik Minkowski's.— Phys. Z., 1909, 10, 681—687.
- Abraham M. Zur elektromagnetischen Mechanik.— Phys. Z., 1909, 10, 737—741.
- Minkowski H., Born M. Eine Ableitung der Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern von Standpunkte der Elektronentheorie.— Math. Ann., 1910, 68, 526—551.
- Bateman H. The transformation of the electro-dynamical equations — Proc. London Math. Soc., 1910, 8, 223—264.
- Bateman H. Elementäre Elektronensysteme.— Phys. Z., 1910, 11, 318—320.
- Nordström G. Zur elektromagnetischen Mechanik.— Phys. Z., 1910, 11, 440—445.
- Born M. Zur Elektrodynamik bewegter Körper.— Verhandl. Deutsch. phys. Ges., 1910, 12, 457—467, 730.
- Lorentz H. Alte und neue Fragen der Physik.— Phys. Z., 1910, 11, 1234—1257.
- Kraft G. Zum Problem der Integraldarstellung der elektromagnetischen Vektoren in bewegten Körper nach Minkowski's Grundgleichungen.— Bull. Acad. sci. Cracovie, Sci. math., 1911, 598—619.
- Cunningham E. The application of the mathematical theory of relativity to the electron theory of matter.— Proc. London Math. Soc., 1912, 10, 116—127.
- Grammel R. Zur relativtheoretischen Elektrodynamik bewegter Körper.— Ann. Phys., 1913, 41, 570—580.
- Ishiwara J. Über das Prinzip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik bewegter ponderabler Körper.— Ann. Phys., 1913, 42, 986—1000.

- Abraham M. Zur Frage der Symmetrie des elektromagnetischen Spannungstensor.— *Ann. Phys.*, 1914, **44**, 537—544.
- Hasse H. The equations of electrodynamics for moving ponderable media and the principle of relativity.— *Philos. Mag.*, 1914, **27**, 43—58.
- Minkowski H. Das Relativitätsprinzip.— *Ann. Phys.*, 1915, **47**, 927—938.
- Schott G. On the motion of the Lorentz electron.— *Philos. Mag.*, 1915, **29**, 49—62.
- Walker G. Relativity and electrodynamics.— *Philos. Mag.*, 1917, **35**, 327—328.
- Fokker A. On relativity and electrodynamics.— *Philos. Mag.*, 1918, **36**, 205—206.
- Fokker A. On the contributions to the electric current from the polarization and magnetization electrons.— *Philos. Mag.*, 1920, **39**, 404—415.
- Kar S. On the electrodynamic potentials of moving charges.— *Philos. Mag.*, 1922, **44**, 376—379.
- Donder Th. de. Sur le tenseur électromagnétique.— *Bull. Belg.*, (5) 1925, **11**, N 6, 232—241.
- Bronstein M. Über die Bewegung eines Elektrons im Felde eines festen Zentrums mit Berücksichtigung der Massenveränderung bei der Ausstrahlung.— *Z. Phys.*, 1926, **35**, N 11/12, 863—882; **37**, № 3, 234.
- Kudar J. Bemerkung zu der Arbeit des Herrn M. Bronstein: Über die Bewegung eines Elektrons im Felde eines festen Zentrums mit Berücksichtigung der Massenveränderung bei der Ausstrahlung.— *Z. Phys.*, 1926, **37**, № 10/11, 861—862.
- Ferrier R. Limite d'application de la théorie du potentiel vecteur.— *C. R.*, 1927, **185**, N 2, 104—106.
- Meksyn D. On the dynamics of an electron.— *Philos. Mag.*, 1928, **6**, № 39, 977—991.
- Gentillon L. Sur la formule einsteinienne d'impulsion-énergie.— *J. phys. et radium*, 1929, **10**, № 12, 135—136.
- Ferrier R. Sur la formule einsteinienne d'impulsion-énergie.— *J. phys. et radium*, 1930, **1**, N 2, 6—7.
- Gentillon L. Sur la formule d'impulsion de M. Ferrier.— *J. phys. et radium*, 1930, **1**, № 3, 153.
- Donder Th. de. Sur l'inertie de l'énergie radiante.— *J. phys. et radium*, 1930, **1**, № 3, 16—17.
- Gentillon L. Sur l'inertie de l'énergie radiante.— *J. phys. et radium*, 1930, **1**, № 3, 26—27.
- Ferrier R. Sur l'inertie de l'énergie radiante.— *J. phys. et radium*, 1930, **1**, № 3, 27—28.
- Beck G. Über die Bewegungsgleichungen beschleunigter Ladungen.— *Z. Phys.*, 1932, **75**, № 7/8, 476—487.
- Dantzig D. v. Stress tensor and partial density in special relativity theory.— *Nature*, 1939, **143**, № 3629, 855—856.
- Meksyn D. Relativity of accelerated motion.— *Nature*, 1947, **460**, 834—835.
- Wang M. H. On the uniqueness of the acceleration transformation.— *Philos. Mag.*, 1948, **39**, **1**, 84—86.
- Schlomka T. Relativitätstheorie und Unipolarinduktion.— *Ann. Phys.*, 1949, **5**, № 11/2, 51—62.
- Schlomka T. Die elektrischen und magnetischen Flächenwirbel bei bewegten Körpern.— *Ann. Phys.*, 1949, **5**, № 3/5, 190—196.
- Novobatsky K. Bewegtes Dielektrikum. *Acta phys. Acad. sci. hung.*, 1949, **1**, № 5, 25—34.
- Schlomka T. Zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes bewegter Körpern.— *Ann. Phys.*, 1950, **7**, 228—239.
- Schlomka T. Die elektrischen und magnetischen Flächenwirbel bei bewegten Körpern.— *Ann. Phys.*, 1949—1950, **5**, 190—196.
- Laue M. Zur Minkowskischen Elektrodynamik der bewegten Körpern.— *Z. Phys.*, 1950, **128**, 387—394.

- Schlomka T. Zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes bewegter Körper.— *Ann. Phys.*, (6), 1950, 5, 228—239.
- Schlomka T. Zur relativistischen Dynamik.— Deutsche Physikertagung in Karlsruhe, September 1951.
- Schlomka T. Das Ohmsche Gesetz bei bewegten Körpern — *Ann. Phys.* 1951, 8, 247—252.
- Epheser H., Schlomka T. Flächengrößen und elektrodynamische Grenzbedingungen bei bewegten Körpern.— *Ann. Phys.* 1951, 8, 211—220.
- Ott H. Zum Energie-Impulstensor der Maxwell-Minkowskischen Elektrodynamik.— *Ann. Phys.*, 1952, 11, 33—44.
- Ott H. Herleitung eines symmetrischen Energie-Impulstensors der Maxwell-Minkowskischen Elektrodynamik — *Phys. Verhandl.*, 1952, 90
- Lamperello G., Considerazioni generalisulla propagazione delle onde elettromagnetiche nei corpi in moto.— *Atti Accad. Naz. Lincei, Mem. Cl. Sci. fis., mat. e natur.*, 1954, 17, N 1—2, 37—44
- Lamperello G. L'equazione generale delle onde elettromagnetiche dei corpi in moto.— *Ibid.*, 1954, 17, N 5, 222—228.
- Lamperello G. Una soluzione rigorosa delle equazione di Minkowski dell'elettrodinamica dei corpi in moto e sua interpretazione fisica.— *Ibid.*, N 3—4, 100—108.
- Post E. Electromagnetic theory of moving matter.— *Tijdschr. Nederl. radiogen.*, 1955, 20, 93—102, 307—321.
- Horwath T. On the theory of the electromagnetic field in moving dielectrica.— *Bull. Acad. polon. sci., Cl III*, 1956, 4, N 7, 447—452.
- Маркс Г. О вариационном принципе для диэлектриков.— *Бюлл. Польск. АН, отд. III*, 4, 1956, 1, 29—35.
- Schmutzer E. Zur relativistischen Elektrodynamik in beliebigen Medien.— *Ann. Phys.*, 1956, 18, N 3—4, 171—180.
- Schöpf H. Das Hauptachsenproblem des Energie-Impulstensors und seine physikalische Bedeutung.— *Wiss. Z. Univ. Greifswald*, 1956—1957, 6, N 3—4, 217—222.
- Kohler M. Invariante Flächen der Elektrodynamik.— *Z. Phys*, 1957, 148, 443—453
- Horwath H. Zum Energie-Impulstensor des elektromagnetischen Feldes in bewegten Dielektrikum — *Nuovo cimento*, 1958, 7, 628.
- Schmutzer E. Minkowski-Elektrodynamik als Ergebnis einer feldtheoretischen Untersuchung.— *Ann Phys.*, 1957, 20, N 7—8, 349—354.
- Schöpf H. Die Energiestromgeschwindigkeit im elektromagnetischen Feld.— *Z. Phys.*, 1957, 148, N 4, 417—424
- Stiegler K. On the deduction of the Lorentz -- Einstein transformation from Maxwell's electromagnetic field equations.— *Proc. Phys Soc*, 1958, 71, № 3, 512—513.
- Glaser W. Die Masse-Energie-Beziehung.— *Phys. Bl.*, 1958, 14, 3, 101—107.
- Meyers N. Poynting theorem for moving bodies and the relativistic mechanics of extended objects — *J Franklin Inst*, 1958, 266, N 6, 439—464.
- Lowry E. S. Geometrical representation of the Maxwell field in Minkowski space.— *Phys. Rev.*, 1960, 117, N 2, 616—618.
- Shöpf H. G. Zur Relativitätstheorie der Dielektrika.— *Ann. Physik (DDR)*, 1962, 9, N 5—6, 301—312.
- Castoldi L. Elettromagnetismo classico e relativita ristretta.— *Rend. Semin. Fac. sci. Univ. Cagliari*, 1962, 32, N 3—4, 245—253.
- Malet H. Les deux piliers de la théorie d'Einstein.— *Génie civil*, 1963, 140, N 8, 181—183.
- Prigogine J., Henin F. Motion of relativistic charged particle. II — *Physica*, 1963, 29, N 4, 286—292.
- Hakka L. Relativistic analysis of classical experiments.— *Acta techn. CSAV*, 1963, 8, N 2, 101—111
- Bacry H. Les moments multipolaires en relativité restreinte — *Ann phys*, 1963, 8, N 3—4, 197—237.

- Poincelot P. Sur diverses expressions de l'énergie électromagnétique.— C R., 1963, 256, N 26, 5522—5524.
- Poincelot P. Généralisation de la condition de Lorentz.— Ann. télécommuns, 1963, 18, N 9—10, 174—176
- Niklowitz K. H. Relativistische Zusammenhänge zwischen Mechanik und Elektrodynamik.— Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden, 1964, 13, N 1, 173—176.
- Schöpf H. G. Bewegte anisotrope Dielektrika in relativistischer Sicht.— Ann. Physik (DDR), 1964, 13, N 1—2, 41—52.
- Bertozzi W. Speed and kinetic energy of relativistic electrons.— Amer. J., Phys., 1964, 32, N 7, 551—555.
- Nodvik J. S. A covariant formulation of classical electrodynamics for charges of finite extension.— Ann. Phys. (USA), 1964, 28, N 2, 225—319.
- Cornish F. H. J. Classical radiation theory and point charges.— Proc. Phys. Soc., 1965, 86, N 3, 427—442.
- Fox J. C. Experimental evidence for the second postulate of special relativity.— Amer. J. Phys., 1962, 30, N 4, 297—300.
- Alväger T., Nilsson A., Kjellman J. A direct terrestrial test of the second postulate of special relativity.— Nature, 1963, 197, N 4873, 1191.
- Sageh D. Experimental evidence for the constancy of the velocity of gamma rays, using annihilation in flight.— Phys. Rev. Letters, 1963, 10, N 7, 271—273.
- Montserrat A. Sur l'observation astronomique en relativité restreinte.— C. R., 1963, 257, N 4, 835—838.
- Rotz F. B. New test of the velocity of light postulate.— Phys. Letters, 1963, 7, N 4, 252—254.
- Champany D. C., Isaak G. R., Khan A. An aether drift experiment based on the Mössbauer effect.— Phys. Letters, 1963, 7, N 4, 241—243.
- Koerberle R., Tati Takoo. On the light velocity in the theory of finite degree of freedom.— Progr. Theoret. Phys., 1963, 30, № 6, 911—912.
- Alväger T., Farley F. J., Kjellman J., Waltin I. Test of the second postulate of the special relativity in the GeV region — Phys. Letters, 1964, 12, N 3, 260—262.
- Goenner H. Neue experimente zur speziellen Relativitätstheorie.— Phys. Bl., 1964, 20, N 10, 459—465.
- Александров Е. Б. Об одном астрофизическом доказательстве второго постулата специальной теории относительности.— Астр. ж., 1965, 42, № 3, 676—678.
- Berry M. V., Clark R. C., Rijnierse P. J. Note on the invariance of the phase difference between two waves.— Proc. Phys. Soc., 1965, 86, N 1, 242—244. (Discussion... by R. Furth).
- Rodda J. L. Discussion of an experiment proposed for testing the simultaneity theorem of the special theory of relativity. (Discussion on the paper: «Proposal for an experiment to test the simultaneity theorem of the special theory of relativity» by R. Furth.) — Proc. Phys. Soc., 1965, 86, N 1, 244—245.

3. Оптические явления в движущихся средах

- Laue M. Über die Fortpflanzung der Strahlung in dispergierenden und absorbierenden Medien.— Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 1905, 117—127.
- Hasenöhr F. Über den Druck des Lichtes — Jahresber. Radioakt., 1905, 2, 267—304.
- Laue M. Über die Fortpflanzung der Strahlung in dispergierenden und absorbierenden Medien.— Ann. Phys., 1905, 18, 523—566.
- Mosengeil K. Theorie der stationären Strahlung in einem gleichförmig bewegten Hohlraum. Diss. Berlin, 1906.
- Stark J. Über die Lichtemission der Kanalstrahlen in Wasserstoff.— Ann. Phys., 1906, 21, 401—456.
- Galitzin B., Wilip J. Experimental test of Doppler's principle for light-rays.— Astrophys. J., 1907, 26, 49, 58.

- Laub J. Zur Optik der bewegten Körper.—Ann. Phys., 1907, 23, 738—744.
- Laue M. Die Mitführung des Lichtes durch bewegte Körper nach dem Relativitätsprinzip.—Ann. Phys., 1907, 23, 989—990.
- Strasser B. Der Fizeausche Versuch über die Änderung des Polarisationsazimuths eines gebrochenen Strahles durch die Bewegung der Erde.—Ann. Phys., 1907, 24, 137—144.
- Laub J. Zur Optik der bewegten Körper.—Ann. Phys., 1908, 25, 175—184.
- Laue M. Die Wellenstrahlung einer bewegten Funkladung nach dem Relativitätsprinzip.—Verhandl. Deutsch. Phys. Ges., 1908, 10, 838—844.
- Laub J. Über den Einfluß der molekularen Bewegung auf die Dispersionerscheinungen in Gasen.—Ann. Phys., 1909, 28, 131—141.
- Laub J. Zur Theorie der longitudinalen magnetooptischen Effekte in leuchtenden Gasen und Dämpfern.—Sitzungsber. Heidelberg. Akad. Wiss., 1909, N 6, 20.
- Laub J. Zur Theorie der Dispersion und Extinktion des Lichtes in leuchtenden Gasen und Dämpfen.—Ann. Phys., 1909, 29, 94—110.
- Scheye A. Über die Fortpflanzung des Lichtes in einem bewegten Dielektrikum.—Ann. Phys., 1909, 30, 805—814.
- Hasenöhrl F. Über die Umwandlung kinetischer Energie in Strahlung.—Verhandl. Deutsch. phys. Ges., 1909, 11, 501—504.
- Lorentz H. Theorie der magnetooptischen Phänomene.—Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Leipzig, 1909, Bd. 3, Art. 22, 199—281.
- Strasser B. The Doppler effect with canal rays in hydrogen.—Ann. Phys., 1910, 31, 890—918.
- Varicak V. Die Reflexion des Lichtes an bewegten Spiegeln.—Phys. Z., 1910, 11, 586—587.
- Laub J. Über die experimentellen Grundlagen des Relativitätsprinzips.—Jahrb. Radioaktivität u. Elektronik, 1910, 7, 405—463.
- Burston C. The Sun's motion with respect to the ether.—Philos. Mag., 1910, 19, 417—423.
- Ehrenfest P. Zur Frage nach der Entbehrlichkeit des Lichtäthers.—Phys. Z., 1912, 13, 317—319.
- Laue M. Zwei Einwände gegen die Relativitätstheorie und ihre Widerlegung.—Phys. Z., 1912, 13, 118—120.
- La Rosa M. Über einen Versuch zum Vergleiche der Rth. mit den mechanischen Anschauungen über die Lichtausstrahlung.—Phys. Z., 1912, 13, 1129—1131.
- Sitter W. A proof of the constancy of the velocity of light.—Proc. Kon. nederl. acad. wet. B., 1913, 15, 1297—1298.
- Tamaki K. On the Doppler principle and the principle of relativity.—Mem. Kyoto Univ., 1913, 5, 215—234.
- Sitter W. Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.—Phys. Z., 1913, 14, 429.
- Freundlich E. Zur Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.—Phys. Z., 1913, 14, 835—838.
- Sitter W. Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann.—Phys. Z., 1913, 14, 1267—1268.
- Sitter W. On the constancy of the velocity of light.—Proc. Kon. nederl. acad. wet. B., 1913, 16, 395—397.
- Stark J. Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1913, 932—946.
- Wien W. Über eine von der elektromagnetischen Theorie geforderte Einwirkung des magnetischen Feldes auf die von Wasserstoff-Kanalstrahlen ausgesandten Spektrallinien.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1914, 70—74.
- Lorentz H. Sur un théorème général de l'optique.—Arch. Mus. Teyler, 1914, 2, 156—164.
- Zurhellen W. Zur Frage der astronomischen Kriterien für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.—Astron. Nachr., 1914, 198, № 4729, 1—10.

- Larmor J. Fizeau's experiment and the principle of relativity.— *Nature*, 1914, **94**, 281.
- Fabry Ch., Buisson H. Vérification expérimentale du principe de Doppler-Fizeau.— *C. R.*, 1914, **158**, 1498—1499.
- Brillouin M. Über Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien.— *Ann. Phys.*, 1914, **44**, 203—240.
- Zemplin G. Über die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle.— *Phys. Z.*, 1914, **15**, 534—536.
- Plummer H. Note on the velocity of light and Doppler's principle.— *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1914, **74**, 660—663.
- Harzer P. Über die Mitführung des Lichtes in Glas und die Aberration.— *Astron. Nachr.*, 1914, **198**, N 4748, 377—392.
- Capon R. Note on the spectroscopic binaries and the velocity of light.— *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1914, **74**, 507—517.
- Sommerfeld A. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien.— *Ann. Phys.*, 1914, **44**, 177—202.
- Zee man P. I. Fresnel's coefficient for light of different colours.— *Proc. Kon. nederl. acad. wet. B*, 1914—1915, **17**, 445—451; 1915, **18**, 398—408.
- Einstein A. Bemerkung zu P. Harzer's Abhandlung. «Über die Mitführung des Lichtes in Glas und die Aberration».— *Astron. Nachr.*, 1914, **199**, N 4753, 7—10.
- Cunningham E. Fizeau's experiment and the principle of relativity.— *Nature*, 1914, **94**, 197—198, 226—227, 281.
- Zee man P. Fresnel's coefficient for light of different colours.— *Proc. Kon. nederl. acad. wet. B*, 1915, **18**, 398—408.
- Laub J. Über die Dispensionserscheinungen des Lichtes in beliebig bewegten Körpern.— *Ann. Phys.*, 1915, **46**, 705—719.
- Harnack A. Doppler-effect and laws of reflection and refraction at a moving surface.— *Ann. Phys.*, 1915, **46**, 547—560.
- Voigt W. Über das Dopplersche Prinzip.— *Phys. Z.*, 1915, **16**, 381—386; *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen*, 1887, 41—51.
- Varicak V. Über den Dopplerschen Effekt.— *Bull. trav. Cl. sci. Acad. Slav. Sud (Zagreb)*, 1916, **5**, 79—83.
- Majorana Q. Dimostrazione sperimentale della costanza di velocità della luce riflessa da uno specchio in moto.— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1917, **26**, 155—160.
- Zee man P. L'hypothèse de l'éther immobile.— *Scientia (Ital.)*, 1917, **21**, N 2.
- Majorana Q. Demonstration expérimentale de la constance de vitesse de la lumière réfléchi par un miroir en mouvement.— *C. R.*, 1917, **165**, 424—426.
- Majorana Q. Experimental demonstration of the constancy of velocity of the light emitted by a moving source.— *Philos. Mag.*, 1919, **37**, 145—150.
- Houston R. A. Fizeau's experiment and the ether.— *Philos. Mag.*, 1919, **37**, 214—219.
- Michaud F. Les théories émissives et le principe de Doppler — Fizeau.— *C. R.*, 1919, **168**, 507—509.
- Raman C. Doppler-effect in the molecular scattering of radiation.— *Nature*, 1919, **103**, 165—166.
- Laue M. Über neuere Versuche zur Optik der bewegten Körper.— *Verhandl. Deutsch. phys. Ges.*, 1920, **1**, 17—19.
- Knopf O. Die Versuche von F. Harress über die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern.— *Naturwissenschaften*, 1920, **8**, N 42, 815—821.
- Laue M. Theoretisches über neuere optische Beobachtungen zu Äther.— *Phys. Z.*, 1920, **21**, 23—24, 659—662.
- Jean's J. Relativity and the velocity of light.— *Nature*, 1921, **107**, N 2680, 42—43.
- Silberstein L. The propagation of light in rotating systems.— *J. Opt. Soc. America*, 1921, **5**, 291—307.
- Strehl K. Doppler, Michelson und Einstein.— *Zentralztg. Opt. u. Mech.*, 1921, **42**, 275—276.

- Raschevsky N. Light emission from a moving source in connection with the relativity theory.— *Phys. Rev.*, 1921, 18, 369—376.
- Guillaume C. Graphische Darstellung der Optik bewegter Körper.— *Phys. Z.*, 1921, 22, 386—388.
- Slate F. Electronic energy and relativity.— *Philos. Mag.*, 1921, 41, 652—664.
- Guillaume C. Représentation graphique de l'optique des corps en mouvement.— *Arch. sci. phys. et natur.*, 1921, 3, 311—315.
- Lodge O. Relativity and the velocity of light.— *Nature*, 1921, 107, № 2681, 73; Remarks on simple relativity and the relative velocity of light. *Ibid.*, N 2701, 717—719; N 2702, 743—751; N 2703, 784—785.
- Lenard P. Fragen der Lichtgeschwindigkeit.— *Astron. Nachr.*, 1921, 213, N 5107, 303—307.
- Kasner E. Particles starting with the velocity of light.— *Nature*, 1921; 108, 434—435.
- Kopff A. Über eine Möglichkeit der Prüfung der speziellen Relativitätstheorie auf astronomischen Wege.— *Phys. Z.*, 1922, 23, 120—122.
- Raman C. Einstein's aberration experiment.— *Nature*, 1922, 109, 477—478.
- Schrödinger E. Dopplerprinzip und Bohrsche Frequenzbedingung.— *Phys. Z.*; 1922, 23, 301—303.
- Epstein P. Zur Aberrationstheorie.— *Phys. Z.*, 1923, 24, 64—65.
- Thirring H. Bemerkung zur Arbeit Herrn Tomascheks über die Aberration.— *Z. Phys.*, 1925, 33, N 1/2, 153—154.
- Thirring H. Relativität und Aberration.— *Naturwissenschaften.*, 1925, 13, N 21, 445—447.
- Metz A. L'entraînement de l'éther et l'aberration des étoiles.— *C. R.*, 1925, 180, N 6, 495—497.
- Page L. On the aberration of light.— *Phys. Rev.*, (2), 1925, 25, N 4, 587.
- Page L. On the aberration of light.— *Astrophys. J.*, 1925, 61, N 1, 70—72.
- Brillouin L. Les tensions de radiation; leur interprétation en mécanique classique et en relativité.— *J. phys. et radium*, 1925, № 11, 337—353.
- Zerner F. L'entraînement de l'éther et l'aberration des étoiles.— *C. R.*, 1925, 180, N 25, 1903—1906.
- Lenard P. Über Ätherbewegungen und Aberration.— *Astron. Nachr.*, 1925, 224, N 5373, 345—356.
- Eve A. S. Relativity and radiation.— *Phys. Rev.*, 1926, 27, N 4, 547.
- Emden R. Aberration and Relativitätstheorie.— *Naturwissenschaften*, 1926, 14, N 16, 329—335.
- Wataghin G. Sulla ipotesi balistica e l'effetto Doppler.— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1926, 4, N 3/4, 138—145.
- Wataghin G. Sull'aberrazione della luce e teoria della relatività.— *Lincei Rend.*, (6), 1926, 2, N 7/8, 291—296.
- Wataghin G. Sulla teoria balistica.— *Cimento*, N. S., 1927, 4, N 2, 35—37.
- Majorana Q. Su di una rappresentazione geometrica del trascinamento della luce per parte dei mezzi in moto.— *Cimento*, N. S., 1927, 4, N 4, 160—164.
- Del Lunge C. Sopra l'effetto Doppler e il movimento assoluto.— *Cimento*, N. S., 1927, 4, N 2, 129—130.
- Valle G. Onde stazionarie nei sistemi in moto ed effetto Doppler.— *Cimento*, N. S., 1927, 4, N 2, 37—39.
- Gleich G. v. Bemerkungen über die Beziehung der Aberrationserscheinungen zur Relativitätstheorie.— *Z. Phys.*, 1929, 55, № 1, 65—80.
- Eropkin D. J. Über die Strahlenbrechung an der Grenze von bewegten Medien.— *Z. Phys.*, 1929, 58, N 3—4, 268—272.
- Malet H. La propagation de la lumière dans l'éther.— *C. R.*, 1929, 188, N 6, 443—445.
- Rossi B. e Racah G. A proposito di un'osservazione di Stark sulla realtà del moto assoluto.— *Cimento*, N. S., 1929, 6, N 8, 317—319.
- Pacht J. Beiträge zur Wellenoptik von Strahlenbündeln endlicher Öffnung und zur Optik bewegter Körper.— *Z. Phys.*, 1929, 58, N 9/10, 667—695; 1930, 60, N 9/10, 118.

- Swann W. F. C. Relativity and aether drift.—*Phys. Rev.*, 1930, **35**, N 336—346.
- Eve A. S. The growing importance of frequency.—*Nature*, 1930, **1**, **25**, N 3151, 454—455.
- Strum L. Die Phasengeschwindigkeit in der Kinematik der Relativitätstheorie.—*Z. phys.*, 1930, **60**, N 5/6, 405—406.
- Johnston J. H. Light in four dimensional space.—*Nature*, 1930, **125**, N 3145, 187—200; N 3158, 709.
- Sesmat A. Nouvelle hypothèse sur le rayonnement et sur l'optique des corps en mouvement.—*C. R.*, 1931, **192**, N 9, 548—551.
- Michelson A. Die Relativbewegung der Erde gegen Lichäther (Mit einem Schlußwort von M. v. Laue).—*Naturwissenschaften*, 1931, **19**, N 38, 779—784.
- Ives H. E. Rate of an atomic clock in motion.—*Nature*, 1938, **141**, N 3569, 551.
- Smith F. H. C. Relativity and the speed of light.—*Nature*, 1938, **142**, N 3583, 40.
- Davisson C. J. The theory of the transverse Doppler-effect.—*Phys. Rev.*, 1938, **53**, N 1, 90—91.
- Fleischmann L. A generalized formula for the Doppler-effect. *J. Opt. Soc. America*, 1939, **29**, N 7, 302—304.
- Jones R. C. On the relativistic Doppler-effect.—*J. Opt. Soc. America*, 1939, **29**, N 8, 337—339.
- Otting G. Der quadratische Dopplereffekt.—*Phys. Z.*, 1939, **40**, N 22, 681—687.
- Rüchardt E., Otting G. Über die Messung des quadratischen, Doppler-Effektes mit Kanalstrahlen.—*Verhandl. Phys. Ges.*, 1939, **20**, N 3, 147.
- Mathias O. Die ballistische Lichttheorie und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. I.—*Phys. Z.*, 1939, **40**, N 13, 443—460.
- Jones R. C. On the relativistic Doppler-effect.—*J. Opt. Soc. America*, 1939, **29**, N 8, 337—339.
- Mathias O. Die ballistische Lichttheorie und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. II.—*Phys. Z.*, 1939, **40**, N 17, 559—572.
- Otting G. Der quadratischer Dopplereffekt.—*Phys. Z.*, 1939, **40**, N 22, 581—687.
- Jones R. C. On the relativistic Doppler-effect.—*J. Opt. Soc. America*, 1939, **29**, N 8, 337—339.
- Vogtherer K. Über den Einfluß der Massen auf die Lichtfortpflanzung.—*Astron. Nachr.*, 1939, **268**, N 6426, 277—290.
- Ives H. Theory of the double Fizeau toothhead wheel.—*J. Opt. Soc. America*, 1939, **29**, 472—478.
- Ives H., Stilwell G. Experimental study of the rate of a moving atomic clock.—*J. Opt. Soc. America*, 1941, **31**, 369—374, 459.
- Tühring B. Untersuchungen zur Wellenkinematik und zur Aberration des Lichtes.—*Astron. Nachr.*, 1941, **271**, N 6, 241—264. [*M. Phys. Ber.*, 1942, № 6, 748—749].
- Michels W., Patterson A. Special relativity in refracting media.—*Phys. Rev.*, 1941, **60**, N 8, 589—592.
- Laue M. Zum Michelson-Versuch. Entgegnung auf die «Untersuchungen zur Wellenkinematik und zur Aberration des Lichtes» von B. Thüring.—*Astron. Nachr.*, 1942, **272**, N 5, 214.
- Robertson H. Postulate versus observation in the special theory of relativity.—*Rev. Modern Phys.*, 1949, **21**, 3, 378—382.
- Ives H. Lorentz-type transformations as derived from performable rod and clock operations.—*J. Opt. Soc. America*, 1949, **39**, N 9, 757—761.
- Ives H. Extrapolation from the Michelson-Morley experiment.—*J. Opt. Soc. America*, 1950, **40**, N 4, 185—191.
- Ives H. Revisions of the Lorentz transformations.—*Proc. Amer. Philos. Soc.* 1951, **95**, N 2, 125—131.
- Synge J. Sur les connections relativistes entre la fréquence, la longueur d'onde, la vitesse de phase et la vitesse de groupe.—*C. R.*, 1952, **234**, N 17, 1669—1670.

- Sivadjian J. Sur le principe de la constance de la vitesse de la lumière.— C. R., 1952, 234, N 20, 1953—1954.
- Risco M. Interprétation d'un phénomène interférentiel par des observateurs en mouvement relatif.— J. phys. et radium, 1952, 13, N 10, 441—444.
- Ives H. Genesis of the query «Is there an ether?».— J. Opt. Soc. America, 1953, 43, N 3, 217—218.
- Spencer D. Optics Riemannian space.— J. Opt. Soc. America, 1953, 43, N 4, 336.
- Moon P., Spencer D. Binary stars and the velocity of light.— J. Opt. Soc. America, 1953, 43, N 8, 635—641.
- Lampariello G. Considerazioni generali sulla propagazione delle onde elettromagnetiche nei corpi in moto.— Rend. Accad. naz. Lincei, Cl. sci. fis., mat. e natur., 1954, 17, 1—2, 37—44.
- Laue M. Relativitätstheorie, Doppler- und andere spektrale Verschiebungseffekte.— Naturwissenschaften, 1954, 41, 2, 25—29.
- Manzini A. Suna propagazione delle onde plane nei conduttori in moto.— Rend. Accad. naz. Lincei, Cl. sci. fis., mat. e natur., 1956, 20, 2, 229—231.
- Robinson J. D., Feenberg E. Time dilatation and Doppler-effect.— Amer. J. Phys., 1957, 25, N 7, 490—491.
- Stiegler K. L'hypothèse d'ondes corpuscules et la théorie de la relativité restreinte.— Nuovo cimento, 1958, 8, N 6, 922—926.
- Lermigaux J. Transformation de Lorentz et l'effet Doppler en optique.— Bull. Union physiciens, 1958, 52, N 440, 390—396.
- Whiteman J. H. M. Relativistic aberration formula.— Nature, 1958, 181, № 4608, 560—561.
- Builder G. The constancy of the velocity of light.— Austral. J. Phys., 1958, 11, N 4, 458—480.
- Cedarholm J. P., Townes C. H. A new experimental test of special relativity.— Nature, 1959, 184, N 4696, 1350—1351.
- Dingle H. A possible experimental test of Einstein's second postulate.— Nature, 1959, 183, N 4677, 1761.
- Benedicks K. Lichttheorie und Relativitätstheorie. Kritik und Fortbildung Relativitätstheorie. Graz, S. 115—123.
- Rehmann G. Über die Ausbreitung von Licht und Materiewellen in Lorentz-Systemen und ihre geometrische Deutung.— Optik, 1960, 17, N 2, 97—105.
- Гиммельфарб Б. Н. К объяснению aberrации звезд в теории относительности.— Усп. физ. наук, 1953, 51, 1, 99—114.
- Лукьянов С. Б. Aberrация света.— Астр. ж., 1953, 3, 302—314.
- Идлис Г. М. К вопросу об aberrации света.— Астр. ж., 1954, 31, 1, 81—84.
- Бонч-Бруевич А. М. Экспериментальная проверка независимости скорости света от скорости движения источника излучения относительно наблюдателя.— Докл. АН СССР, 1956, 109, № 3, 481—484.
- Бонч-Бруевич А. М. и Молчанов В. А. Новый оптический релятивистский опыт.— Опт. и спектроск., 1956, 1, 2, 113, 124.
- Бонч-Бруевич А. М. К вопросу об обработке результатов прямого опыта по проверке независимости скорости света от скорости источника излучения.— Опт. и спектроск., 1957, 2, 1, 141—142.

Опыт Майкельсона

- Michelson A. The relative motion of the Earth and the luminiferous ether.— Amer. J. Sci., 1881, 22, 120—129.
- Michelson A. Sur le mouvement relatif de la terre et de l'éther.— C. R., 1882, 94, 520—523.
- Michelson A. The relative motion of the Earth and the luminiferous ether.— J. Phys., 1882, 1, 152—153.

- Michelson A., Morley E. Influence of motion of the medium on the velocity of light.— *Amer. J. Sci.*, 1886, **31**, 377—386.
- Michelson A., Morley E. The relative motion of the Earth and the luminiferous ether.— *Amer. J. Sci.*, 1887, **34**, 333—345.
- Michelson A., Morley E. The relative motion of the Earth and the luminiferous ether.— *Philos. Mag.*, 1887, **24**, 449—463.
- Hicks W. On the Michelson—Morley experiment relating to the drift of the ether.— *Philos. Mag.*, 1902, **3**, 9—42.
- Kohl E. Über den Michelsonschen Versuch.— *Ann. Phys.*, 1909, **28**, 259—307, 552.
- Laue M. Ist der Michelson-Versuch beweisend?— *Ann. Phys.*, 1910, **33**, 186—191.
- Rose-Lunes J. The Michelson—Morley experiment.— *Philos. Mag.*, 1914, **27**, 150—153.
- Righi A. L'expérience de Michelson et son interprétation.— *Nuovo cimento*, 1919, **18**, 91; *C. R.*, 1919, **168**, 837—842.
- Birkenland R. An attempt to explain the Michelson interference experiment.— *Philos. Mag.*, 1919, **37**, 150—156.
- Righi A. Observations à une note récente sur l'expérience de Michelson.— *C. R.*, 1920, **171**, 22—23.
- Brylinski E. Sur l'interprétation de l'expérience de Michelson.— *C. R.*, 1923, **177**, 152—154.
- Silberstein L. The rotating Earth as a reference system for light propagation.— *J. Frankl. Inst.*, 1925, **199**, N 1, 107—108.
- Larmor J. The exploded ether.— *Nature*, 1925, **115**, N 2890, 419.
- Runge C. Äther und Relativitätstheorie.— *Naturwissenschaften*, 1925, **13**, N 20, 440.
- Lodge O. The reported anti-relativity experiment.— *Nature*, 1925, **115**, N 2891, 460.
- Silberstein L. D. C. Miller's recent experiments and the relativity theory.— *Nature*, 1925, **115**, N 2899, 798—799.
- Valle G. Complementi alla theoria del Righi sull'esperienza di Michelson.— *Cimento, N. S.*, 1925, **2**, N 1, 3973.
- Miller D. C. Ether-drift experiments at Mount Wilson.— *Science, N. S.*, 1925, **61**, N 1590, 617—621.
- Miller D. C. Ether-drift experiments at Mount Wilson — *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1925, **11**, N 6, 306—314.
- Miller D. C. Ether-drift experiments.— *Nature*, 1926, **117**, N 2956, 890.
- Thirring H. Kritische Bemerkungen zur Wiederholung des Michelsonsversuchen auf dem «Mount Wilson».— *Z. Phys.*, 1926, **36**, N 10, 723—731.
- Miller D. C. Significance of the ether-drift experiments of 1925 at Mount Wilson.— *Science*, 1926, **63**, N 1635, 433—443.
- Lodge O. On Prof. Miller's ether-drift experiment.— *Nature*, 1926, **117**, N 2955, 854.
- Thirring H. Neuere experimentelle Ergebnisse zur Relativitätstheorie.— *Naturwissenschaften*, 1926, **14**, N 7, 111—116.
- Strömberg G. Miller's ether-drift experiment and stellar motions.— *Nature*, 1926, **117**, N 2944, 482—483.
- Thirring H. Prof. Miller's ether drift experiments.— *Nature*, 1926, **118**, N 2959, 81—82.
- Piccard A., E. Stahel. Neue Resultate des Michelson Experiments — *Naturwissenschaften*, 1927, **15**, N 6, 140.
- Piccard A. et E. Stahel. Nouveaux résultats obtenus par l'expérience de Michelson.— *C. R.*, 1927, **184**, N 3, 152.
- Tomaschek R. Bemerkung zu meinen Versuchen zur Auffindung elektrodynamischer Wirkungen in großen Höhen.— *Ann. Phys.*, (4), 1927, **84**, N 17, 161—162.
- Piccard A. L'expérience de Michelson en ballon et sur terre ferme.— *J. phys. et radium*, (6), 1927, **8**, 56.

- Illingworth K. K. A repetition of the Michelson — Morley experiment using Kennedys refinement.— *Phys. Rev.*, (2), 1927, 30, N 5, 692—696.
- Corps. Une expérience nouvelle du résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley.— *C. R.*, 1927, 184, N 21, 1231—1233
- Dworsky A. Ein neuer Versuch über die Mitführung des Äthers.— *Z. Phys.*, 1928, 52, N 1/2, 141—144.
- Piccard A., Stahel E. Das Michelsonsexperiment, ausgeführt auf dem Righi, 1800 m.— *Naturwissenschaften*, 1928, 16, N 2, 25.
- Piccard A., Stahel E. La non-existence du vent d'éther.— *C. R.*, 1928, 186, N 7, 430—431.
- Piccard A. L'expérience de Michelson et le vent d'éther.— *J. phys. et radium*, 1928, 9, N 3, 50.
- Piccard A., Stahel E. Réalisation de l'expérience de Michelson en ballon et sur terre ferme.— *J. phys. et radium*, 1928, 9, N 2, 49—60.
- Epstein P. S. Konferenz über den Michelson — Morleyschen Versuch. *Naturwissenschaften*, 1929, 17, N 48, 923—928.
- Piccard A., Stahel E. Ein neuer Versuch über die Mitführung des Äthers.— *Z. Phys.*, 1929, 53, N 3/4, 312.
- Michelson A. A., Pease P., Pearson F. Repetition of the Michelson — Morley experiment.— *Nature*, 1929, 123, N 3090, 89.
- Swam W. F. G. The significance of the Michelson — Morley — Miller experiments in relation to the restricted theory of relativity.— *Phys. Rev.*, 1930, 35, N 1, 127.
- Joas G. Die Jenaer Wiederholung des Michelson-Versuchs.— *Phys. Z.*, 1930, 31, N 17, 801.
- Maxwell Clark and the Michelson experiment.— *Nature*, 1930, 125, N 315, 566—567.
- Le Roux J. Sur l'interprétation de l'expérience de Michelson.— *C. R.*, 1930, 190, N 22, 1277—1279.
- Pappert E. Theorie und Methode des Michelson-Versuches auf neuer Grundlage.— *Z. Phys.*, 1931, 72, N 3—4, 226—239.
- Gérard L. Réflexion sur un miroir mobile et relativité.— *C. R.*, 1931, 192, N 26, 1709—1711.
- Joss G. Die Wiederholungen des Michelson-Versuchs.— *Naturwissenschaften*, 1931, 19, N 46, 934.
- Orthner R. Über eine neue Deutung des Michelson-Phänomens.— *Phys. Z.*, 1930, 31, N 8, 383—385.
- Joss G. Wiederholungen des Michelson-Versuchs.— *Naturwissenschaften*, 1931, 19, N 38, 784—789.
- Mathias O. Die Geschichte des Michelson-Versuchs und seine Bedeutung für die moderne Physik.— *Z. Unterricht*, 1931, 44, N 4, 168—175.
- Gallishohat N. Aberration of the second order in the Michelson — Morley experiment.— *Phys. Rev.*, 1932, 40, N 6, 1023.
- Kennedy R. J., Thorndike E. M. Experimental establishment of the relativity of time.— *Phys. Rev.*, 1932, 39, N 5, 871.
- Miller D. C. The ether-drift experiment.— *Rev. Modern Phys.*, 1933, 5, N 3, 203—242.
- Hill E. L. The ether-drift experiment.— *Rev. Scient. Instrum.*, N. S., 1933, 4, N 9, 476—478.
- Baumgardt L. Berichtigung zu dem Artikel: Über die Verallgemeinerung des Michelson-Versuchs.— *Z. Phys.*, 1934, 91, N 11/12, 819.
- Baumgardt L. Über die Beweiskraft des Jenaer Michelson-Versuchs. I.— *Ann. Phys.*, 1935, 21, N 6, 575—576.
- Cartmel W. V. A theoretical discussion of Prof. Miller's Paper on the ether-drift experiments.— *Phys. Rev.*, 1935, 47, N 4, 333—334.
- Baumgardt L. Über die Beweiskraft des Jenaer Michelson-Versuchs. II.— *Ann. Phys.*, 1935, 23, N 2, 105—110.
- Courvoisier L. Über Beobachtungsreihen zur Kontrolle des Nachweises der Lorentz-Kontraktion mittels Libellen.— *Z. Phys.*, 1935, 97, N 9/10, 655—661.

- Cartmel W. B. The Michelson — Morley experiment in the case of an ideal interferometer.— *Phys. Rev.*, 1936, **49**, N 8, 647.
- Cartmel W. B. A formula for the Michelson — Morley experiment.— *Phys. Rev.*, 1936, **49**, N 8, 649.
- Cartmel W. B. The integral proof of Lorentz and the Michelson experiment.— *Phys. Rev.*, 1936, **50**, N 11, 1097.
- Cartmel W. B. A simple means of checking the Michelson — Morley experiment.— *Nature*, 1937, **139**, N 3507, 110.
- Ives H. E. The Doppler-effect considered in relation to the Michelson — Morley experiment.— *J. Opt. Soc. America*, 1937, **27**, N 11, 389—392.
- Ives H. E. Graphical exposition of the Michelson — Morley experiment.— *J. Opt. Soc. America*, 1937, **27**, N 6, 223.
- Ives H. E. Light signals on moving bodies as measured by transported rods and clocks.— *J. Opt. Soc. America*, 1937, **27**, N 7, 263—273.
- Cartmel W. B. The second order null result of the Michelson — Morley — Miller experiment.— *Phys. Rev.*, 1937, **52**, N 3, 250.
- Cartmel W. B. Is the null result inherent in the interferometer or in the motion?— *Phys. Rev.*, 1937, **52**, N 3, 250—251.
- Ives H. E. Light signals around a closed path.— *Phys. Rev.*, (2), 1938, **53**, N 11, 939—940.
- Cartmel W. B. Preliminary measurements with an oblique ether-drift interferometer.— *Phys. Rev.*, (2), 1938, **53**, N 11, 949.
- Ives H. E. Light signals around a closed path.— *J. Opt. Soc. America*, 1938, **28**, N 8, 296—298.
- Cartmel W. B. The Michelson — Morley — Miller experiment.— *Phys. Rev.*, (2), 1938, **54**, N 4, 315—316.
- Dingle H. The interpretation of the Michelson — Morley and Kennedy — Thorndike experiments.— *Philos. Mag.*, (7), 1939, **27**, N 185, 693—702.
- Riabouchinsky D. Essai d'une interprétation du résultat négatif de l'expérience de Michelson, sans recours à la transformation de Lorentz.— *C. R.*, 1954, **239**, 1260—1262.
- Furth Littman H. Proposal for a new aether-drift experiment.— *Nature*, 1954, **173**, N 4393, 80—84.
- Essen L. Proposal for a new aether-drift experiment.— *Nature*, 1954, **173**, N 4407, 734.
- Furth Littman H. Proposal for a new aether-drift experiment.— *Nature*, 1954, N 4428, 505—506.
- Crombil D. D. Proposal for a new aether-drift experiment.— *Nature*, 1955, **175**, N 4451, 350—351.
- Schankland R. S., McCuskey S. W., Leon F. C., Kuetli G. New analysis of the interferometer observations of Dayton C. Miller.— *Rev. Modern Phys.*, 1955, **27**, N 2, 167—178.
- Essen L. A new aether-drift experiment.— *Nature*, 1955, **175**, № 4462, 793—794.
- Herman R. Suggested experiment on the relativistic contraction of time.— *Nature*, 1956, **178**, N 4535, 689.
- Cedarholm J. P., Bland G. F., Havens B. L., Townes C. H. New experimental test of special relativity.— *Phys. Rev.*, 1958, **1**, N 9, 342—343.
- Engel N. Vorschlag für einen verbesserten Michelson-Versuch.— *Radex Rundschau*, 1958, N 5, 212—223.
- Costa de Beauregard O. Mesure du temps et relativité.— *Cahiers phys.*, 1958, N 95, 256—260.
- Dingle H. A possible experimental test of Einstein's second postulate.— *Nature*, 1959, **183**, N 4677, 1761.

4. Релятивистская механика

- Planck M. Das Prinzip der Relativitätstheorie und die Grundgleichungen der Mechanik.— *Verhandl. Deutsch. Phys. Ges.*, 1906, **8**, 136—141.

- Planck M. Zur Dynamik bewegter Systeme.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1907, **29**, 542—570.
- Planck M. Zur Dynamik bewegter Systeme.— Ann. Phys., 1908, **26**, 1—34.
- Hasenöhrl F. Zur Thermodynamik bewegter Systeme.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, 1908, **117**, 207—215.
- Comstock D. The relation of mass to energy.— Philos. Mag., 1908, **15**, 1—21.
- Planck M. Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik.— Verhandl. Deutsch. Phys. Ges., 1908, **10**, 728—732.
- Lewis G. N. A revision of the fundamental laws of matter and energy.— Philos. Mag., 1908, **16**, 705—717.
- Lewis G., Tolman R. The principle of relativity and non-Newtonian mechanics.— Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1908, **44**, 709—724.
- Frank P. Das Rpr. der Mechanik und die Gleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.— Ann. Phys., 1908, **27**, 897—902.
- Planck M. Bemerkungen zum Prinzip der Aktion und Reaktion in der allgemeinen Dynamik.— Phys. Z., 1908, **9**, 828—830.
- Lewis G. Non-Newtonian mechanics.— Phys. Rev., 1908, **27**, 525—526.
- Lewis G., Tolman R. The principle of relativity and non-Newtonian mechanics.— Phys. Rev., 1908, **28**, 150.
- Bucherer A. On the principle of relativity.— Philos. Mag., 1908, **16**, 939—940.
- Minkowski H. Raum und Zeit.— Phys. Z., 1909, **10**, 104.
- More L. On theories of matter and mass.— Philos. Mag., 1909, **18**, 17—26.
- Born M. Die Träge Masse und das Relativitätsprinzip.— Ann. Phys., 1909, **28**, 571—584.
- Very F. The conservation of mass and the passing of matter.— Science, 1909, **30**, 491—496.
- Born M. Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips.— Ann. Phys., 1909, **30**, 1—56, 840.
- Lewis G., Tolman R. The principle of relativity and non-Newtonian mechanics.— Philos. Mag., 1909, **18**, 510—523.
- Lewis G. The fundamental laws of matter and energy.— Science, 1909, **30**, 84—96.
- Sommerfeld A. Über die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten in der Relativtheorie.— Phys. Z., 1909, **10**, 826—829.
- Born M. Über die Dynamik des Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips.— Phys. Z., 1909, **10**, 814—817.
- Ehrenfest P. Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1909, **10**, 918.
- Herglotz G. Bewegung «starrer» Körper und Rth.— Phys. Z., 1909, 991.
- Hasenöhrl F. Die Trägheit der Energie.— Jahrb. Radioakt. u. Elektron., 1909, **6**, 485—502.
- Frank Ph. Die Stellung des Relativitätsprinzips im System der Mechanik und der Elektrodynamik.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, 1909, **118**, 373—446.
- Hupka E. Beitrag zur Kenntnis der Träge-Masse bewegter Elektronen.— Ann. Phys., 1910, **31**, 169—204.
- Varicak V. Anwendung der Lobatschewskischen Geometrie in der Relativtheorie.— Phys. Z., 1910, **11**, 93—96.
- Born M. Über die Definition des starren Körpers in der Kinematik des Relativitätsprinzips.— Phys. Z., 1910, **11**, 233—234.
- Heil W. Diskussion der Versuche über die Träge-Masse bewegter Elektronen.— Ann. Phys., 1910, **31**, 519—546.
- Tolman R. The second postulate of relativity.— Phys. Rev., 1910, **30**, 291.
- Sommerfeld A. Zur Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1910, **32**, N 21, 749—776.
- Noether F. Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1910, **31**, 919—944.
- Frank P., Rothe H. Über eine Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips und die dazugehörige Mechanik.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, 1910, **119**, 615—630.

- Planck M. Gleichförmige Rotation und Lorentz-Kontraktion.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 294.
- Levi-Civita T. Über Lorentz-Einsteinische starren Bewegungen.— *Ann. Phys.*, 1910, **32**, 236—240.
- Ignatowsky W. Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 972—975.
- Klein F. Über die geometrischen Grundlagen der Lorentz-Gruppe.— *Jahresber. Deutsch. Math. Vereins*, 1910, **19**, 281—300.
- Nordström G. Zur elektromagnetischen Mechanik.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 440—445.
- Varicak V. Die Relativtheorie und die Lobatschewskische Geometrie.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 287—293.
- Abraham M. Die Bewegungsgleichungen eines Massenteilchens in der Relativtheorie.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 527—530.
- Corbino O. M. La massa dell'energia.— *Nuovo cimento*, 1910, **20**, 462.
- Ignatowsky W. Der starre Körper und das Relativitätsprinzip.— *Ann. Phys.*, 1910, **33**, 607—630.
- Ignatowsky W. Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip.— *Verhandl. Deutsch. phys. Ges.*, 1910, **12**, 788—796.
- Ehrenfest P. Zu Herrn von Ignatowsky's Behandlung der Born'schen Starrheitsdefinition.— *Phys. Z.*, 1910, **11**, 1127—1129.
- Langevin P. L'évolution de l'espace et du temps.— *Scientia (Ital.)*, 1911, **10**, 31—54.
- Frank F., Rothe H. Über die Transformation der Raumzeitkoordinaten von ruhenden auf bewegte Systeme.— *Ann. Phys.*, 1911, **34**, 825—855.
- Ignatowsky W. Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 164—169.
- Laue M. Zur Diskussion über den starren Körper in der Relativitätstheorie.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 85—87.
- Varicak V. Zum Ehrenfest'schen Paradoxen.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 169—170.
- Swann W. The problem of the uniform rotation.— *Philos. Mag.*, 1911, **21**, 342—348.
- Güttner F. Die Dynamik eines bewegten Gases in der Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1911, **35**, 145—161.
- Einstein A. Zum Ehrenfest'schen Paradoxon.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 509—510.
- Ehrenfest P. Zu Herrn von Ignatowsky's Behandlung der Born'schen Starrheitsdefinition.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 412—413.
- Ignatowsky W. Zur Behandlung des Born'schen Starrheitsdefinition. Erwiderung an Herrn. P. Ehrenfest.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 606—607.
- Cunningham E. The principle of relativity.— *Nature*, 1911, **93**, 378—379, 408/410.
- Lorentz H. Over der massa der energie.— *Verslag. Acad. Amsterdam*, 1911/12, **20**, 87.
- Laue M. Zur Dynamik der Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1911, **35**, 524—542.
- Ignatowsky W. Zur Hydrodynamik vom Standpunkte des Relativitätsprinzips.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 441—442.
- Westphal W. H. Zur Dynamik der bewegten Hohlraumstrahlung.— *Verhandl. Deutsch. phys. Ges.*, 1911, **13**, 607—611.
- Lémeray É. Le principede relativité et les forces qui s'exercent entre les corps en mouvement.— *C. R.*, 1911, **152**, 1465—1468.
- Laue M. Ein Beispiel zur Dynamik der Relativitätstheorie.— *Verhandl. Deutsch. phys. Ges.*, 1911, **13**, 513—518.
- Ignatowsky W. Einige allgemeine Bemerkungen zu meiner Arbeit «Einige Bemerkungen zum Relativitätsprinzip».— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 779.
- Herglotz G. Über die Mechanik des deformierbaren Körpers vom Standpunkte der Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1911, **36**, 493—533.
- Tolman R. Non-Newtonian mechanics.— *Philos. Mag.*, 1911, **22**, 458—463.

- Stewart O. The second postulate of relativity and the electromagnetic emission theory of light.— *Phys. Rev.*, 1911, **32**, 418—428.
- Laue M. Bemerkungen zum Hebelgesetz in der Relativitätstheorie.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 1008—1010.
- Einstein A. Über relativistische Statik.— *Ann. Phys.*, 1911, **36**, 739—795.
- Nordström G. Zur Relativitätsmechanik deformierbarer Körper.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 854—857.
- Frank P. Eine neue Ableitung für die Dynamik der Relativtheorie.— *Phys. Z.*, 1911, **12**, 1114—1115.
- Laue M. Über den Begriff der Energieströmung.— *Verslag. Kon. nederl. akad. wet.*, 1911—1912, **20**, 955—958.
- Schaposchnikow K. Die Minkowskischen Bewegungsgleichungen und die Plancksche Dynamik.— *Ann. Phys.*, 1912, **38**, 239—244.
- Lorentz H. A. Sur la masse de l'énergie.— *Arch., néerl. sci. exactes et natur.*, 1912, **2**, 139—153.
- Schaposchnikow K. Über die Invarianz von p und $T: \gamma\sqrt{1 - (v^2 : c^2)}$ bei Lorentz-Transformation.— *Phys. Z.*, 1912, **13**, 212—213.
- Schaposchnikow K. Zur Dynamik der bewegten Körper.— *Phys. Z.*, 1912, **13**, 403—404.
- Tolman R. Non-Newtonian mechanics.— *Philos. Mag.*, 1912, **23**, 375—380.
- Laue M. Zur Theorie des Versuches von Trouton und Noble.— *Ann. Phys.*, 1912, **38**, 370—384.
- Frank P., Rothe H. Zur Herleitung der Lorentz-Transformation.— *Phys. Z.*, 1912, **13**, 750—753.
- Frank P. Energetische Ableitung der Formeln für die longitudinale und transversale Masse des Massenpunktes.— *Ann. Phys.*, 1912, **39**, 693—703.
- Campbell N. Non-Newtonian mechanics.— *Philos. Mag.*, 1912, **23**, 688.
- Ishiwara J. Über den Zusammenhang der Formeln für die Masse mit Raumzeitauffassungen.— *Phys. Z.*, 1913, **14**, 26—29.
- Laue M. Die Transformation der Pondermotorischen Kräfte in der Relativitätstheorie.— *Phys. Z.*, 1913, **14**, 210.
- Tolman R. Non-Newtonian mechanics.— *Philos. Mag.*, 1913, **25**, 150—157.
- Carmichael R. D. On the theory of relativity: mass, force and energy.— *Phys. Rev.*, 1913, **1**, 161—178.
- Wisniewski R. Zur Minkowskischen Mechanik.— *Ann. Phys.*, 1913, **40**, 387—390, 668—676.
- Nordström G. Träge und schwere Masse in der Relativitätsmechanik.— *Ann. Phys.*, 1913, **40**, 856—878.
- Marcolongo R. Su alcune questioni relative.— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1913, **22**, 349—354, 402—408.
- Schaposchnikow K. Zur Relativedynamik des homogenen Körpers.— *Ann. Phys.*, 1913, **42**, 1572—1574.
- Laue M. Zur Dynamik der Relativitätstheorie. Entgegnung an Herr Schaposchnikow.— *Ann. Phys.*, 1913, **42**, 1575—1579.
- Ishiwara (Jun.). Über das Prinzip der kleinsten Wirkung in der Elektrodynamik bewegter ponderablen Körper.— *Ann. Phys.*, 1913, **42**, 986—1000.
- Reissner H. Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik.— *Phys. Z.*, 1914, **15**, 371—375.
- Weinstein M. B. Zu Minkowski's Mechanik.— *Ann. Phys.* 1914, **43**, 29—54.
- Tolman R. C. Relativity theory: general dynamical principles.— *Philos. Mag.*, 1914, **28**, 572—582.
- Dällenbach W. Hamiltonsches Prinzip der elektromagnetischen Grundgleichungen im Innern ponderabler Materie.— *Ann. Phys.*, 1919, **59**, 28—32.
- Franklin P. The rotating disc.— *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1925, **11**, N 2, 147—149.
- Grünberg G. Die Grenzform der hydrodynamischen Grundgleichungen der Relativitätstheorien im Falle einer unendlich großen Lichtgeschwindigkeit.— *Z. Phys.*, 1925, **31**, N 7, 584—591.

- Bass R. Über das spezielle Relativitätsprinzip und die Grenzgeschwindigkeit.—*Phys. Z.*, 1926, **27**, N 3, 74—79.
- Bass R. Bemerkung zu meiner Arbeit «Über das spezielle Relativitätsprinzip und die Grenzgeschwindigkeit».—*Phys. Z.*, 1926, **27**, N 7, 208—210.
- See T. J. J. New theory of the aether.—*Astron. Nachr.*, 1926, **226**, 404—498.
- Menges C. L. R. E. On Einstein's theory of relativity.—*Science*, 1926, **63**, N 1634, 427—428.
- Popow A. Über das Einsteinsche Additionstheorem der Geschwindigkeiten.—*Z. Phys.*, 1926, **38**, N 1/2, 157—158.
- Popow A. Über die Formeln für die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten der Massen, der Energien und der Bewegungsgröße in der Mechanik des Punktes von variabler Masse.—*Z. Phys.*, 1926, **40**, N 1/2, 134—136.
- Popoff A. Ableitung der Formellen relativistischen Mechanik ohne Hilfe des Relativitätsprinzips.—*Z. Phys.*, 1926, N 1/2, 137—140.
- Popoff A. Beweis der Einsteinschen Formel für die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten für den Fall, dass die Geschwindigkeiten aufeinander senkrecht sind.—*Z. Phys.*, 1926, **40**, 141—142.
- Bass R. Über das spezielle Relativitätsprinzip und die Grenzgeschwindigkeit. — Berichtigung.—*Phys. Z.*, 1926, **27**, N 24, 874.
- Joos G. Neues Material für und wider die Relativitätstheorie.—*Phys. Z.*, 1926, **27**, N 1, 1—5.
- Hargreaves R. The problem of relativity in reference to several bodies.—*Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1926, **23**, N 3, 191—197.
- Pogány B. Über die Wiederholung des Harres-Sagnacschen Versuchs.—*Ann. Phys.*, 1926, **80**, N 11, 217—231.
- Strum L. Über Lichtgeschwindigkeit und Relativitätstheorie.—*Phys. Z.*, 1926, **27**, N 16, 541—544.
- Brylinski E. Sur la vitesse relative de la Terre et de l'éther avoisinant.—*C. R.*, 1927, **184**, N 4, 192—193.
- Brylinski E. Sur la vitesse de la Terre.—*C. R.*, 1927, **185**, 1458—1459.
- Carr H. W. Relativity and the observer.—*Nature*, 1927, **119**, N 2988, 199.
- Gaal A. v. Eine neue Prüfungsmöglichkeit der Relativitätstheorie.—*Naturwissenschaften*, 1927, **15**, N 24, 506.
- Gleich G. v. Eine Verallgemeinerung der Lorentztransformation.—*Z. Phys.*, 1927, **43**, N 7, 499—508.
- Infeld L. Sur la mesure du temps et la mesure de l'espace dans la physique classique et dans la théorie de la relativité.—*C. R. Soc. polon. phys.*, 1927, **3**, N 1, 5—16.
- Pogány B. Über die Wiederholung des Harres-Sagnacschen Versuchs.—*Naturwissenschaften*, 1927, **15**, N 8, 177—182.
- Thomson G. Sopra la meccanica relativistica dei sistemi olonomi.—*Rend. Accad. naz. Lincei*, 1927, **5**, N 10, 778—782.
- Brylinski E. Sur la vitesse de la Terre.—*C. R.*, 1928, **186**, N 9, 579—580.
- Brell H. Zur Frage der Linearität der Lorentz-Transformation.—*Wiener Anz.*, 1930, N 16, 168—170.
- Brell H. Zur Frage der Linearität der Lorentz-Transformation.—*Sitzungsber. Akad. Wiss.*, 1930, **139**, N 7/8, 451—458.
- Corps. Sur l'interprétation des expériences de Sagnac et de Michelson.—*C. R.*, 1930, **190**, N 10, 623—625.
- Fokker A. D. Antwort aan Dr. Tummers.—*Physica*, 1930, **10**, N 8, 264—266.
- Mebius C. A. Über den Stoß veränderlicher Massen.—*Göteborgs Kgl. vet.-och vitterhets-Samhäl. handl.*, 1930, **1**, N 11, 16.
- Rosen N. Note on the general Lorentz-Transformation.—*J. Math. a. Phys.*, 1930, **9**, N 9, 181—187.
- Tummers J. H. De niet-contradictoritet der grondginselen der spec. relativiteitstheorie.—*Physica*, 1930, **10**, N 8, 259—263.
- Zahradnicek J. Das Zweikörperproblem vom Standpunkt der speziellen Relativitätstheorie.—*Z. Phys.*, 1930, **62**, N 9/10, 687—693.

- Frenkel J. What does Einstein mean.— *Science*, N. S., 1931, 74, N 1929, 609—618.
- Mimura Y., Ivatsuki T. On the linearity of the Lorentz-transformation.— *J. Sci. Hiroshima Univ.*, A, 1931, 1, 111—116.
- Houston W. V. The momentum of a moving body in special relativity.— *Phys. Rev.*, 1932, 39, N 3, 1931.
- Norliker V. V. The restriction to linearity of the Lorentz-transformation.— *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1932, 28, N 4, 460—462.
- Lodge O., Lodge A. Some elementary considerations connected with modern physics. I. The Larmor-Lorentz transformation.— *Philos. Mag.*, 1933, 15, N 99, 15.
- Le Roux J. Sur une forme nouvelle des formules de Lorentz.— *C. R.*, 1933, 197, N 5, 394—397.
- Mackaye. The physical cause back of the relativity equations.— *J. Frankl. Inst.*, 1934, 218, N 3, 343—380.
- Mercier A. Application des nombres de Clifford à l'établissement du théorème de relativité de Lorentz.— *Helv. phys. acta*, 1934, 7, N 7, 649—650.
- Dingler H., Steck M. Die Lorentz-Transformation als ein Element der klassischen Mechanik.— *Phys. Z.*, 1935, 36, N 2, 46—50.
- Dufour A. Sur la possibilité de trancher expérimentalement la différence entre la cinématique classique et la cinématique relativistique.— *C. R.*, 1935, 200, N 11, 894—897.
- Dufour A. Sur un projet d'expérience concernant la cinématique classique et la cinématique relativiste.— *C. R.*, 1935, 200, N 15, 1283—1285.
- Langévin P. Sur un projet d'expérience de M. Dufour.— *C. R.*, 1935, 200, N 14, 1161—1165.
- Langévin P. Sur un projet d'expérience de M. Dufour.— *C. R.*, 1935, 200, N 17, 1448—1450.
- Orthner R. Über eine neue Deutung der Lorentz-Kontraktion.— *Astron. Nachr.*, 1935, 257, N 6148, 61—64.
- Synge J. L. Angular momentum, mass-center and the inverse square law in special relativity.— *Phys. Rev.*, 1935, 47, N 12, 965—968.
- Tavanif. Concerning the meaning of time in Lorentz transformation.— *Philos. Mag.*, 1935, 19, N 129, 1055—1057.
- Weysenhoff J. M. On the derivation of the laws of motion in the theory of relativity.— *Philos. Mag.*, 1935, 19, N 126, 416—419.
- Weysenhoff J. von. Anschauliches zur Relativitätstheorie.— *Z. Phys.*, 1935, 95, N 5/6, 391—408.
- Dieckvoss W., Müller K. Bemerkungen zur «Die Lorentz-Transformation als ein Element der klassischen Mechanik» von H. Dingler und M. Steck.— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 139.
- Dingler H., Steck M. Erwiderung auf die Bemerkungen d. Herrn Wilhelm Dieckvoss und K. Müller.— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 139.
- Baumgardt E. Bemerkung zu der Arbeit von H. Dingler und M. Steck: «Die Lorentz-Transformation als ein Element der klassischen Mechanik».— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 140—141.
- Dingler H., Steck M. Erwiderung auf die Bemerkung d. Herrn Baumgardt.— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 141—142.
- Baumgardt E. Antwort auf die vorstehende Erwiderung der Herren H. Dingler und M. Steck.— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 142.
- Dingler H., Steck M. Schlußwort auf die vorstehende Erwiderung von Herrn Baumgardt.— *Phys. Z.*, 1936, 37, N 4, 14.
- Engstrom H. T., Zorn M. The trasformation of reference systems in the relativity.— *Phys. Rev.*, 1936, 49, N 9, 701—702.
- Robertson H. P. An interpretation of Page's «new relativity».— *Phys. Rev.*, 1936, 49, N 10, 755—760.
- Esclangen E. Sur la solution anormale d'un problème de mécanique déduite du principe de relativité.— *C. R.*, 1936, 202, N° 11, 885—889.

- Esclangen E. Sur les équations de la dynamique déduites du principe de relativité restreinte.— C. R., 1936, **202**, N 6, 1353—1356.
- Esclangen E. Sur la dynamique de la relativité restreinte appliquée sur forces centrales. Cas des planètes.— C. R., 1936, **202**, N 18, 1469—1472.
- Courvoisier L. Untersuchungen über die Lorentz-Kontraktion einer Flüssigkeit.— Z. Phys., 1936, **101**, N 7/8, 422—436.
- Esclangen E. Sur l'application du principe de relativité à l'étude d'un problème dynamique.— C. R., 1936, **202**, N 12, 993—995.
- Cartan E. Sur les champs d'accélération uniforme en relativité restreinte.— C. R., 1936, **202**, N 13, 1125—1128.
- Courvoisier L. Bestimmungen der Lorentz-Kontraktion mit drehbaren Libellenapparaten.— Z. Phys., 1936, **101**, N 7/8, 437—446.
- Neurers J. Zum Grundaxiom der speziellen Relativitätstheorie.— Z. Phys., 1936, **102**, N 9/10, 611—625.
- Sen N. R. On a proposed form of the equivalence and the deduction of Lorentz transformation.— Indian J. Phys., 1936, **10**, N 5, 341—351.
- Langevin P. Sur l'expérience de Sagnac.— C. R., 1937, **205**, N 5, 304—306.
- Dufour A., Prunier F. Sur l'effet Sagnac.— C. R., 1937, **205**, N 16, 658—659.
- Esclangen E. Sur les formules de Lorentz et le principe de la relativité.— C. R., 1936, **202**, N 9, 708—712.
- Mikherjee B. C. On the linearity of the Lorentz-transformation.— Indian J. Phys., 1936, **10**, N 4, 237—243.
- Le Roy E. Sur les formules de Lorentz.— C. R., 1936, **202**, N 10, 794—795.
- Cartmel W. B. The triangle proof of Lorentz.— Phys. Rev., 1936, **50**, N 11, 1100.
- Destouches J. L. Généralisation de la transformation de Lorentz pour un système de corpuscules.— C. R., 1936, **203**, N 19, 924—926.
- Wood A. B., Tomlinson G. A., Essen L. The effect of the Fitzgerald-Lorentz contraction on the frequency of longitudinal vibration of a rod.— Proc. Roy. Soc. London, A, 1937, **158**, N 895, 606—633.
- Dive P. Le principe de relativité selon Poincaré et la mécanique invariante de Le Roux.— Arch. sci. phys. et math., 1937, **15**—**19**, 119—165.
- Destouches J. L. Généralisation de la transformation de Lorentz.— J. phys. et radium, 1937, **8**, N 4, 145—152.
- Husain Z. On N. R. Sen's derivation of the Lorentz transformation.— Indian J. Phys., 1937, **11**, N 1, 49—51.
- Sen N. R. A reply to Hasain's note.— Indian J. Phys., 1937, **11**, N 1, 53—54.
- Wataghin G. Sur une généralisation des transformations relativistes.— C. R., 1938, **207**, N 8, 421—423.
- Eagle A. A criticism of the special theory of relativity.— Philos. Mag., 1938, **26**, N 175, 410—414.
- Cartmel W. B. The exact solution of Lorentz's pair of triangles.— Phys. Rev., 1938, **54**, N 10, 867.
- Hermann H. Eine Einschränkung eines Satzes der relativistischen Stossmechanik.— Z. Phys., 1938, **108**, N 3/4, 223—224.
- Garcia G. Le equazioni generali della dinamica relativista ristretta.— Rend. Accad. naz. Lincei, 1938, **27**, N 1, 23—26.
- Uller K. Der Sturm der reinen und relativistischen Feldphysik durch die Wellenkinematik.— Z. ges. Naturwiss., 1938, N 10/11, 399—414.
- Esclangen E. Sur la définition de la forme en relativité restreinte.— C. R., 1939, **208**, N 2, 62—65.
- Larmor J. Limitation on the modern tensor scheme of relativity.— Nature, 1939, **143**, N 3615, 240—241.
- Kwal B. Sur quelques généralisations relativistes des équations fondamentales de mécanique analytique.— C. R., 1939, **208**, N 3, 162—166.
- Weizsäcker C. F. v. Bemerkungen zu vorstehender Arbeit.— Phys. Z., 1939, **40**, N 4, 141.

- Page C. H. A modification of special relativity.— *Phys. Rev.*, 1939, **55**, N 11, 1131.
- Esclangen E. Sur la définition de la force en relativité restreinte.— *C. R.*, 1939, **208**, N 2, 62—65.
- Barbulescu N. Über die physikalischen Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie.— *Phys. Z.*, 1939, **40**, N 4, 140—141.
- Dantzig D. van. Stress tensor and partial density in special relativity theory.— *Nature*, 1939, **143**, N 3629, 855—856.
- Born M., Fuchs K. The mass centre in relativity.— *Nature*, 1940, **145**, N 3676, 587.
- Lömmeli R. Masse und Energie in der speziellen Relativitätstheorie.— *Helv. phys. acta*, 1939, **12**, N 6, 511—518.
- Fokker A. Mass center in relativity.— *Physica*, 1940, **7**, N 6, 563—564.
- Born M., Fuchs K. Mass center in relativity.— *Nature*, 1940, **145**, N 3685, 933.
- Weirsäcker F. v. Bemerkungen zu vorstehende Arbeit.— *Phys. Z.*, 1941, **40**.
- Swann W. Relativity, the Fitzgerald-Lorentz contraction, and quantum theory.— *Rev. Modern Phys.*, 1941, **13**, 197—202.
- Posen N. The gravitational field in special relativity.— *Phys. Rev.*, 1941, **59**, N 11, 927—928.
- Leprince-Ringuet, Gorodetzky S. Mesure de la Masse d'une particule par choc élastique: formule générale.— *C. R.*, 1941, **213**, 765—768; *Com. Phys. Ber.*, 1942, N 22, 2158.
- Dirac P. Application of quaternions to Lorentz transformations.— *Proc. Roy. Irish Acad. A.*, 1945, **50**, N 16, 261—270.
- Landsberg P., Dingle H. Lorentz-like transformations.— *Nature*, 1948, **161**, 208—209.
- Fokker A. D. On the space-time geometry of a moving rigid body.— *Rev. Modern Phys.*, 1949, N 3, 406—408.
- Clarc G. The problem of a rotating incompressible disk.— *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1949, **45**, N 3, 405—410.
- Majorana O. Ancora sulla relatività speciale di Alberto Einstein.— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1949, **7**, N 1/4, 32—37.
- Hill E. The definition of moving coordinate systems in relativistic theories.— *Phys. Rev.*, 1951, **84**, N 6, 1165—1168.
- Verffler A., Wilker P. Über mechanische und relativistische Erhaltungssätze.— *Z. Phys.*, 1951, **130**, N 3, 256—258.
- Majorana Q. Considerazioni conclusive sulla relatività speciale.— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1951, **11**, N 3/4, 144—150.
- Majorana Q. Sulla «trasformazione di Einstein» della di «Lorentz».— *Rend. Accad. naz. Lincei*, 1951, **11**, 5, 241—246.
- Beck F. Zur Planckschen Fassung des Gesetzes der Energieträgheit.— *Naturwissenschaften*, 1952, **39**, 11, 254—255.
- Sailer H. Die zehn allgemeinen Integrale der Bewegungsgleichungen in der Mechanik der speziellen Relativitätstheorie.— *Acta phys. austriaca*, 1953, **7**, N 2, 155—163.
- Ingleton A. The Lorentz-transformation.— *Nature*, 1953, **171**, N 4353, 618—619.
- Lalan V. Les transformations de Lorentz forment-elles un groupe?— *Ann. phys.*, 1953, **8**, 653—661.
- Lalan V. Sur la rotation spatiale associée à un cycle de Lorentz.— *C. R.*, 1953, **236**, 2297—2299.
- Ueno Y. On the equivalency for observers in the special theory of relativity.— *Progr. Theoret. Phys.*, 1953, **9**, N 1, 74—84.
- Matrai T. A relativistic treatment of rigid motion.— *Nature*, 1953, **72**, N 4384, 858—859.

- Garnier R. Observation sur la communication précédente.— C. R., 1953, **236**, 2299.
- Schadtf F. Zur Trägheit der Energie.— Wiss. Z. Techn. Hochschule Dresden, 1952—1953, **2**, N 3, 415—418.
- Galli J. Sopra una variante cinematica dell'esperimento di Sagnac.— Rend. Accad. naz. Lincei, Cl. sci. fis., mat. e natur., 1953, **14**, N 5, 635—641; **15**, N 1—2, 58—64.
- Bakamjian B., Thomas L. H. Relativistic particle dynamics. II.— Phys. Rev., 1953, **92**, N 5, 1300—1310.
- Sivadjan J. Le champ et le mouvement.— Arch. sci., 1953, **6**, N 4, 191—228.
- Hartly R. A corrected theory of relativity and its classical interpretation.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1954, **29**, N 1, 55.
- Schöpf H. G. Ableitung der relativistischen Mechanik aus der Einsteinschen Massen-Energie-Formel — Wiss. Z. Univ. Greifswald, Math.-naturwiss. Reihe, 1953—1954, **3**, N 3, 183—186.
- Grünbaum A. Logical and philosophical foundation of the special theory of relativity.— Amer. J. Phys., 1955, **23**, N 7, 450—464.
- Takeno H. On equivalent observers.— Progr. Theoret. Phys., 1954, **12**, N 2, 129—140.
- Jacoby C. Die ontologischen Hintergründe der speziellen Relativitätstheorie.— Wiss. Z. Univ. Greifswald, Math.-naturwiss. Reihe, 1952—1953, **2**, N 4, 237—250.
- Infeld L. Einige Bemerkungen über die Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1955, **16**, N 5—8, 229—240.
- Furry W. Lorentz transformation and the Thomas precession.— Amer. J. Phys., 1955, **23**, N 8, 517—525.
- Krempsky J. Tenzor deformacie priestoru a casu pohybom.— Mat.-fiz. časop., 1955, **5**, N 2, 124—131.
- Romain J. Theorie du choc élastique de particules dans l'espace-temps de Minkowski.— Bull. Cl. sci. Acad. roy. Belgique, 1955, **41**, N 11, 1225—1241.
- Infeld L. Die Geschichte der Relativitätstheorie.— Naturwissenschaften, 1955, **42**, N 15, 431—436.
- Amar H. New geometric representation of the Lorentz transformation.— Amer. J. Phys., 1955, **23**, N 8, 481—489.
- Metz A. Considérations sur la transformation de Lorentz et la caractère de groupe.— J. phys. et radium, 1955, **16**, N 3, 206—210.
- Pathria R. K. Resultat momentum and kinetic energy in relativistic mechanics.— Amer. J. Phys., 1956, **24**, N 1, 47—48.
- Matrai T. Eine kinematische Deutung des Inertialsystems.— Acta phys. Acad. sci. hung., 1956, **5**, N 4, 409—423.
- Moon P., Spencer D. On the establishment of a universal time.— Philos. Sci., 1956, **23**, N 3, 216—222.
- Durand E. Définition d'un élément de volume invariant pour un système en mouvement.— C. R., 1956, **243**, N 4, 354—357.
- Durand E. Définition d'un élément de surface invariante et d'un quadrivecteur unitaire pour une surface en mouvement.— C. R., 1956, **243**, N 5, 480—483.
- Durand E. Définition d'un élément de longueur et d'un tenseur antisymétrique courbe, quand cette dernière est en mouvement.— C. R., 1956, **243**, N 6, 570—572.
- Liebowitz B. Relativity of simultaneity in a single Galilean frame.— Amer. J. Phys., 1956, **24**, N 8, 587—588.
- Grünbaum A. Relativity of simultaneity within a single Galilean frame: a rejoinder.— Amer. J. Phys., 1956, **24**, N 8, 588—590.
- Reulos M. Relativité restreinte, nouvelle transformation.— J. phys. et radium, 1956, **11**, N 6, 20—21.
- Estabrook F. Nonclassical transformation in special relativity.— Phys. Rev., 1956, **103**, N 5, 1579—1580.

- Marx G. Innere Arbeit in der relativistischen Dynamik.— Acta phys. Acad. sci. hung., 1957, 6, N 3—4, 353—379.
- Szamosi G. Die relativistische Bewegung des Massenpunktes bei einer allgemeinen Kraftannahme.— Acta phys. Acad. sci. hung., 1956, 5, N 4, 463—469.
- Winogradski J. Invariance et conservation en relativité restreinte et généralisée.— Sémin. théor. phys. L. de Broglie, Fac. sci. Paris, 1955—1956, 25, N 11, 1—11.
- Alexandrov A. D. The space-time of the theory of relativity.— Helv. phys. acta, 1956, suppl. N 4, 44—45.
- Szamosi G. Variational principle and potential in relativistic dynamics.— Acta phys. Acad. sci. hung., 1956, 6, N 2, 207—215.
- Arzeliès H. Emploi de la transformation de Lorentz pour des vitesses relatives de référentiels supérieures à «C».— C. R., 1957, 244, 2698—2700.
- Infeld L. On the Lagrangian in special relativity theory.— Bull. Acad. polon. sci., Cl. III, 1957, 5, 491—495.
- Bryant L. Simplification of relativistic mass equations.— Amer. J. Phys., 1957, 25, 7, 484—485.
- Souriau J. Le tenseur impulsion-énergie en relativité variationnelle.— C. R., 1957, 245, 958—960.
- Metz A. La relativité restreinte et l'éther.— C. R., 1957, 245, 2197—2198.
- Kalitzin N. S. Grundgleichungen der relativistischen Mechanik eines materiellen Punktes mit veränderlicher Masse.— Nuovo cimento, 1958, 8, N 6, 843—849.
- Cattaneo C. Sui postulati comuni alla cinematica classica e alla cinematica relativistica.— Rend. Accad. naz. Lincei, Cl. sci. fis., mat. e natur., 1958, 24, N 5, 526—532.
- Strauss M. Grundlagen der Kinematik.— Wiss. Z. Humboldt Univ. Berlin, Math.-naturwiss. Reihe, 1957—1958, 7, N 5, 609—616.
- Mohorovičić S. Über die Möglichkeit auch anderer spezieller Relativitätstheorien.— Methodos, 1958, 10, N 40, 267—286.
- Kalitzin N. S. Grundgleichungen der relativistischen Mechanik eines materiellen Punktes mit veränderlicher Masse.— Nuovo cimento, 1958, 8, N 6, 843—849.
- Strauss M. Grundlagen der Kinematik. I. Die Lösungen des kinematischen Transformationsproblems.— Wiss. Z. Humboldt Univ. Berlin, Math.-naturwiss. Reihe, 1957—1958, 7, N 5, 609—616.
- Paré D. Relativistic mechanics of a particle.— Amer. J. Phys., 1958, 27, 5, 311—313.
- Goldenring R. Eine einfache Herleitung der Einsteinschen Gleichung.— Math. u. naturwiss. Unterr., 1957—1958, 10, N 9, 412—415.
- Petry S. Eine elementare Herleitung der Beziehung.— Math. u. naturwiss. Unterr., 1958, 10, N 10, 445—447.
- Stiegler K. On the mechanical foundation of the theory of special relativity. Nuovo cimento, 1959, 13, N 5, 873—878.
- Kahan T. Sur les origines de la théorie de la relativité restreinte.— Rev. hist. sci., 1959, 12, N 2, 159—165.
- Penrose K. The apparent shape of a relativistically moving sphere.— Proc. Cambridge Philos. Soc., 1959, 55, N 1, 137—139.
- Sauter F. Zur Lorentz-invarianten Formulierung der kanonischen Bewegungsgleichungen in der Punktmechanik.— Z. Phys., 1959, 156, N 3, 275—286.
- Terrel J. Invisibility of the Lorentz contraction.— Phys. Rev., 1959, 116, N 4, 1041—1045.
- Builder G. The fundamental concepts of relativity theory.— Austral. J. Sci., 1959, 22, N 3, 87—97.
- Crampin J., McCrea W. H., McNally D. A. Class of transformations in special relativity.— Proc. Roy. Soc., A, 1959, 252, N 1269, 156—176.
- Park D. Relativistic mechanics of a particle.— Amer. J. Phys., 1959, 27, N 5, 311—313.

- Dingle H. The origin and present status of the special relativity theory.— Sci. Progr., 1960, 48, N 190, 201—219.
- Hipman J. Zur Deutung der Zeitphänomene in der relativistischen Mechanik.— VDI-Z., 1960, 102, N 5, 153—157.
- Туагагаја Рао S. A technique for eliminating the variation of mass with velocity in relativistic problems.— Nuovo cimento, 1960, 16, N 2, 274—282.
- Черепанов В. К вопросу об опытном подтверждении релятивистской формулы сложения скоростей.— Физ.-мат. бюлл., 1950, вып. 1, 17—24.
- Левашев А. Е. и Иванецкая О. С. Величины, не приведенные к нормальной системе отсчета, и значение работ Н. А. Умова по теории относительности.— Тр. физ.-техн. ин-та Акад. наук Узб. ССР, т. III, 1950, 20—31.
- Иванецкая О. С. и Левашев А. Е. Обобщение вывода Н. А. Умова преобразований Лоренца на вращающиеся системы отсчета.— Тр. физ.-техн. ин-та Акад. наук Узб. ССР, т. III, 1950, 32—38.
- Александров А. Д., Овчинников В. В. Замечания к основам теории относительности.— Вестник ЛГУ, 1953, 11, 95—110.
- Калицин Н. С. Релятивистская механика материальной точки переменной массы.— ЖЭТФ, 1955, 28, 5, 631—632; Докл. Болг. АН 1955, 7, 2, 9—12.
- Иванецкая О. С. Про можливі вихідні положення другого наближення «закону взаємозв'язку простору, часу та руку».— Наук. зап. Київськ. ун-ту, 1955, 13, 7, 39—54.
- Яноши Л. Дальнейшие соображения о физической интерпретации преобразований Лоренца.— УФН, 1957, 62, 1, 149—181.
- Тамм И. Е. О статье Л. Яноши «Дальнейшие соображения о физической интерпретации преобразований Лоренца».— УФН, 1957, 62, 1, 183—185.
- Светланов А. В. Предельные случаи релятивистского закона сложения скоростей.— Тр. Дальневост. политехн. ин-та, 1957, 46, 3, 1—3.
- Измайлов С. В. К вопросу об обосновании специальной теории относительности.— Уч. записки Ленингр. гос. пед. ин-та. им. Герцена, 1958, 141, 19—26.
- Плоткин И. Р. Аддитивная масса покоя.— Изв. высш. учебн. заведений, Физика, 1959, № 4, 64—67.

**КНИГИ ПО ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
(СМ. СПЕЦИАЛЬНУЮ ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ)**

- Weinstein B. Die Physik der bewegten Materie und die Relativitätstheorie, 1912.
- Lorentz H. A. Das Relativitätsprinzip. Drei Vorlesungen. Berlin, 1914.
- Silberstein L. The theory of relativity. London, 1914.
- Freundlich E. Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie. Berlin, 1916.
- Tolman R. The theory of the relativity of motion. Berkeley, 1917.
- Weil H. Raum, Zeit, Materie. Berlin, 1918. (В 1950 г. в Нью-Йорке вышло новое издание с предисловием Вейля.)
- Ворн М. Relativitätstheorie Einstein's und ihre physikalischen Grundlagen, gemeinverständlich dargestellt. Berlin, 1920.
- Einstein A. Relativity: the special and the general theory. A popular exposition. Methuen, 1920.
- Einstein A. Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. Braunschweig, 1920.
- Einstein A. Äther und Relativitätstheorie. Berlin, 1920.
- Rougier L. En marge de Curie re Carnot et d'Einstein, 1920.
- Eddington A. S. Space, time and gravitation. Cambridge, 1920.
- Frank P. Relativitätstheorie. Leipzig, 1920.
- Reichenbach H. Relativitätstheorie und Erkenntnis apriori. Berlin, 1920.
- Kopff A. Die Einsteinsche Relativitätstheorie. Leipzig, 1920.
- Robb A. The absolute relations of time and space. Cambridge, 1921.

- La théorie de la relativité. Résumé des conférences faites à l'Université de Lausanne au semestre d'été 1920. Lausanne, 1921.
- Nordmann Ch. Einstein et l'Univers. Paris, 1921.
- Mie G. Die Einsteinsche Gravitationstheorie. Leipzig, 1921.
- Fabre L. Les théories d'Einstein. 1921.
- Becquerel J. Le principe de la relativité et la théorie de la gravitation. Paris, 1922.
- Zaromba S. La théorie de relativité et les faits observés. Paris, 1922.
- Langevin P. La principe de la relativité. Paris, 1922.
- Silberstein L. The theory of general relativity and gravitation. Toronto, 1922.
- Becquerel J. Exposé élémentaire de la théorie d'Einstein et de sa généralisation. Paris, 1922.
- Whithead A. N. The principle of relativity with applications to physical science. London, 1922.
- Eddington A. Theory of relativity and its influence on scientific thought. Oxford, 1922.
- Picard E. La théorie de la relativité et ses applications à l'astronomie. Paris, 1922.
- Weil H. Mathematische Analyse des Raumproblems. Berlin, 1923.
- Borel E. L'espace et le temps. Paris, 1922.
- Varicak V. Interpretation der Relativitätstheorie. 1923.
- Birk G. D. Relativity and modern physics. London, 1923.
- Eddington A. S. The mathematical theory of relativity. Cambridge, 1923 (перездано: 1924, 1930, 1937, 1952, 1954 rr.).
- Freundlich E. Foundations of Einstein's theory of gravitation. London, 1924.
- Schinter J. Über die Entwicklung der Begriffe des Raumes und Zeit. London, 1924.
- de Donder Th. La gravifique de Weyl-Eddington-Einstein. Paris, 1924.
- Lecat M. Bibliographie de la relativité. Bruxelles, 1924.
- Varicak V. I. Darstellung der Relativitätstheorie im dreidimensionalen Lobatschewskischen Raum. Zagreb, 1924.
- Meyerson E. La déduction relativiste. Paris, 1924.
- Straneo P. Teoria della relatività. Roma, 1924.
- Jeffery E. Relativity for physics students. 1924.
- Gehrke E. Kritik der Relativitätstheorie. Berlin, 1924.
- Reichenbach H. Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit Lehre. Braunschweig, 1924.
- Birkhoff G. Origin, nature and influence of relativity, 1925.
- Russell B. The A. B. C. of relativity. London, 1925.
- Birkhoff G. Relativity and modern physics. Harvard, 1927.
- Rosen A. Maxwells Theorie des elektromagnetischen Feldes und Relativitätstheorie Einsteins. Lund, 1927.
- Alexander S. Space, time and deity. 1927.
- Gunn J. The problem of time. An historical and critical study. 1929.
- Reichenbach H. Philosophie der Raum-Zeit-Lehre. Berlin, 1927.
- Tolman R. C. Relativity, thermodynamics and cosmology. Oxford, 1934.
- Einstein A. Comment je vois le monde. Paris, 1927.
- Sesmat A. Systèmes de références et mouvements. (Physique classique). Paris, 1927.
- I. Le problème des mouvements réels. II. L'ancienne astronomie, d'Eudoxe à Descartes. III. Mécanique newtonienne et gravitation. IV. Le système absolu de la mécanique. V. L'optique des corps en repos. VI. L'optique des corps en mouvement. VII. L'esprit de la science classique. (Physique relativiste). I. Genèse des théories de la relativité. II. Principes de la théorie restreinte. III. Les systèmes privilégiés de la théorie restreinte. IV. Principes de la théorie générale. V. Théorie relativiste de la gravitation. VI. Les systèmes privilégiés de la théorie générale. VII. Essai critique sur la doctrine relativiste.

- Mc Crea W. H. Relativity physics. 1935.
- Milne E. A. Relativity, gravitation and world structure. Oxford, 1935.
- Robb A. A. Geometry of time and space. Cambridge, 1936.
- McVittie G. C. Cosmological theory. London, 1937; 2 ed. 1949, 3 ed., 1952.
- Liechnérowicz A. Problèmes globaux en mécanique relativiste. Paris, 1939.
- Bergmann P. G. Introduction to the theory of relativity. N. Y., 1942.
- Heckmann O. Theorien der Kosmologie. Berlin, 1942.
- Marianoff D., Wayne P. Einstein. An intimate study of a great man. N. Y., 1944.
- Frank P. Einstein, his life and times. N. Y., 1947.
- Milne E. A. Kinematic relativity. Oxford, 1949.
- Costa de Beauregard. La théorie de la relativité restreinte. 1949.
- A. Einstein — Philosopher-Scientist. Schilpp P. A. (Ed.). N. Y., 1949.
- 1949.
- Levi-Civita T. Le problème des n-corps en relativité générale.— Mém. Sci. Math., fasc. 116, 1950.
- Barnett L. The univers and Dr. Einstein; Einstein et l'univers. Paris, 1951.
- Einstein A. Out of my later years. N. Y., 1950.
- Rainich G. Y. Mathematics of relativity. N. Y., 1950.
- Whittaker E. History of the theorie of aether and electricity. Nelson, 1951.
- Møller C. The theory of relativity. Oxford, 1952.
- Dingle H. The special theory of relativity. Oxford, 1952.
- Seelig G. A. Einstein und die Schweiz. Wien, 1952.
- Tornebohm H. A logical analysis of the theory of relativity. Stockholm, 1952.
- Bondi H. Cosmology. Cambridge, 1952.
- Barter E. Relativity and reality. N. Y., 1953.
- Jammer M. Concepts of space: The history of the theory of space in physics, 1954.
- Schrödinger E. Space-time structure. Cambridge, 1954.
- Seelig C. A. Einstein. Eine dokumentarische Biographie. Stuttgart, 1954.
- Mc Crea W. H. Relativity physics. 4th ed. London — N. Y., 1954.
- Arzeliés H. La cinématique relativiste. Paris, 1955.
- Jordan P. Schwerkraft und Weltall. Braunschweig, 1955.
- Vestphal W. Die Relativitätstheorie. Stuttgart, 1955.
- Tonnellat M. A. La théorie du champ unifié d'Einstein et quelques-uns de ses développements. Paris, 1955.
- Cinquantenaire de la théorie de la relativité. Berne, 1955.
- Infeld L. A. Einstein: Sein Werk und sein Einfluss auf unsere Welt. Berlin, 1956.
- A Einstein als Philosoph und Naturforscher. Herausg. von A. S. Schilpp. Stuttgart, 1955.
- Schrödinger E. Expanding universes. Cambridge, 1956.
- Helle-Zeit-dunkle Zeit. In: Memorium A. Einstein. Zürich, 1956.
- Kratzer A. Relativitätstheorie. Münster, 1956.
- Conference on the role of gravitation in physics.— Rev. Modern Phys., 1957, 29, N 3, 351—518.
- de Broglie L. Problèmes actuels en théorie de la relativité. Paris, 1959.
- Tonnellat A. Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité Paris, 1959.
- Arzeliés H. Milieux conducteurs ou polarisables en mouvement. Rabat, 1959.
- The clock problem in relativity. Bibliography. Washington, 1959.
- Sciama D. The unity of universe. N. Y., 1959.
- Bell L. La radiation gravitationnelle. Paris, 1960.
- Weber J. General relativity and gravitational waves. N. Y.—London, 1960.
- Infeld L., Plebanski J. Motion and relativity. 1960.
- Synge J. L. Relativity. The general theory. Amsterdam, 1960.
- Synge J. L. Relativistic dynamics. Handbuch d. Physik., Bd., 3, T. 1, 1960, S. 198—225.
- Arzeliés H. Relativité généralisée. Gravitation. Paris, 1961.

- T a n g h e r l i n i P. R. An introduction to the general theory of relativity. Numero special. Suppl., Nuovo cimento, 20, sér. X, N 1.
- Дышлевый П. С. и Кобушкин П. К. Пространственно-временные представления общей теории относительности и некоторые проблемы космологии. Киев, Изд-во Академии наук УССР, 1962.
- Recent developments in general relativity. A collection of articles. Oxford, 1962.
- Les théories relativistes de la gravitation. Paris, 1962.
- Богородский А. Ф. Уравнения поля Эйнштейна и их применение к астрономии. Киев, Изд-во Киевского ун-та, 1962.
- Вебер Д. Общая теория относительности и гравитационные волны. М., ИЛ, 1962.
- Инфельд Л. и Плебаньский. Е. Движение и релятивизм. Движение тел в общей теории относительности. М., ИЛ, 1962.
- Уайлер Д. А. Гравитация, нейтрино и Вселенная. М., ИЛ, 1962.
- McVittie G. C. General relativity and cosmology. Urbana, 1962.
- Treder H. J. Gravitative Stosswellen. Nichtanalytische Wellenlösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen. Berlin, 1962.
- Wheeler. Geometrodynamics. N. Y.—London, 1962.
- Штейнман Р. Я. Пространство и время. М., Физматгиз, 1962.
- Soleillet P. Eléments de la théorie de la relativité restreinte. Paris, 1962.
- Сморodinский Я. А. Кинематика и геометрия Лобачевского. Дубна, 1962.
- Тоннела М. А. Основы электромагнетизма и теория относительности. М., ИЛ, 1962.
- Lawden, Derek F. An introduction to tensor calculus and relativity. London—N. Y., 1962.
- Møller Ch. The theory of relativity. Oxford, 1962.
- Neu E. P. Electromagnetism and relativity. N. Y., 1962.
- Твановић, Драгиса М. О теорiji relativnosti. Beograd, 1962.
- Кузнецов Б. Г. Беседы о теории относительности. Изд. 2. М., Изд-во АН СССР, 1963.
- Ландау Л. Д. и Румер Ю. Б. Что такое теория относительности. Изд. 2. М., «Сов Россия», 1963.
- Kalitzin N. S. Dynamik der relativistischen Raketen einiger astronomischen Objekte. Bd. I. Sofia, 1963.
- Петров А. З. Пространство — время и материя. Изд. 2. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1963.
- Otis A. S. Light velocity and relativity. 1963.
- Segal I. Mathematical problems of relativistic physics. 1963.
- Lanczos A. Einstein and the cosmic world order. N. Y., 1963.
- Синг Дж. Общая теория относительности. М., ИЛ, 1963.
- Сморodinский Я. А. Геометрия Вселенной. М., «Знание», 1963.
- Гравитация и радиоэлектроника. Темат. сборник. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1963.
- Arzeliés H. Relativité généralisée. Fasc. I, 1961; fasc. II, 1963.
- Charon I. E. 15 leçons sur la relativité générale. Genève, 1963.
- Gravitation: an introduction to current research. N. Y.—London, 1963.
- Costa de Beauregard O. La notion de temps. Equivalence avec l'espace. Paris, 1963.
- Гравитация и теория относительности. Темат. сборник. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1963.
- Gravitation and relativity. N. Y.—Amsterdam, 1964.
- Relativity, groups and topology. London—Glasgow, 1964.
- Tonnelat M. A. Les vérifications expérimentales de la relativité générale. Paris, 1964.
- Уитроу Дж. Дж. Естественная философия времени. М., «Прогресс», 1964.
- Sourian J. M. Géométrie et relativité. Paris, 1964.
- Rosser W. G. An introduction to theory of relativity. London, 1964.
- Novobátzky K. A relativitás elmélete Budapest, 1964.

- Kourganoff V. Initiation á la théorie de la relativité. Paris, 1964.
- Дюрелл К. Албука теории относительности. М., «Мир», 1964.
- Katz R. An introduction to the special theory of relativity. Princeton, 1964.
- Havelka, Bedrich, Tillich J. Theorie relativity. Praha, 1964.
- Матвеев А. Н. Электродинамика и теория относительности. М., «Высшая школа», 1964.
- Nevanlinna R. Raum, Zeit und Relativität. Vorlesungen. Basel — Stuttgart, 1964.
- Соколовский Ю. И. Начала теории относительности с графическими доказательствами. М., «Просвещение», 1964.
- Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М., «Мир», 1964.
- Dicke R. H. The theoretical significance of experimental relativity. N. Y.—London, 1964.
- Вohm D. The special theory of relativity. N. Y.—Amsterdam, 1965.
- Horšký Jan. Základy teorie relativity. Praha, 1965.
- Гарднер М. Теория относительности для миллионов. М., Атомиздат, 1965.
- Kilmister C. W. The environment in modern physics. London, 1965.
- Кузнецов Б. Г. Этюды об Эйнштейне. М., Изд-во «Наука», 1965.
- Bondi H. Relativity and common sense. London, 1965.
- Эйнштейновский сборник. М., Изд-во «Наука», 1966.
- Космология, гравитация и электродинамика. Моск. ин-т радиоэлектроники и горной электромеханики. М., 1966.
- Терлецкий Я. П. Парадоксы теории относительности. М., Изд-во «Наука», 1966.
- Философские проблемы теории тяготения Эйнштейна и релятивистской космологии. Сборник статей. Киев, «Наукова думка», 1965.
- Гравитация и относительность. М., «Мир», 1965.
- Гравитация и теория относительности. Сборник статей. Вып. 2. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1965.
- Проблемы гравитации. Тезисы докладов Второй советской гравитационной конференции. (Тбилиси 20—28 апреля 1965). Тбилиси, 1965.
- Черников Н. Лекции по геометрии Лобачевского и теории относительности. Новосибирск, 1965.
- Lectures on general relativity. Prentice-Hall, 1965.
- Станюкович К. П. Гравитационное поле и элементарные частицы. М., Изд-во «Наука», 1965.
- Adler R. Introduction to general relativity.** N. Y., 1965.
- Gravitation theory and gravitational collapse.** 1965.
- Фридман А. А. Мир как пространство и время. Изд. 2. М., Изд-во «Наука», 1965.
- Larson D. M. New light on space and time. Portland, 1965.
- Гравитация и топология. Актуальные проблемы. Сборник статей. М., «Мир», 1966.
- Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М., Изд-во «Наука», 1966.
- Погребынский И. Б. От Лагранжа к Эйнштейну. М., Изд-во «Наука», 1966.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Изд-во «Наука», 1967.

СТАТЬИ

- Abraham M. Sulla teoria della gravitazione. Atti Accad. naz. Lincei. Rend. 1911, 20, 679—682.
- Abraham M. Zur Theorie der Gravitation.— Phys. Z., 1912, 13, 14.
- Abraham M. Das Elementargesetz der Gravitation.— Phys. Zs., 1912, 13, 4—5.
- Einstein A. Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes.— Ann. Physik, 1911, 35, 898—908. Lichtgeschwindigkeit und

- Statik des Gravitationsfeldes.—Ann. Physik, 1912, 38, 355. Zur Theorie des statischen Gravitationsfeldes.—Ann. Physik., 1912, 38, 443—458. Relativität und Gravitation. Erwiderung auf eine Bemerkung von M. Abraham.—Ann. Physik, 1912, 38, 1059—1064. Bemerkung zu Abraham's vorangehender Auseinandersetzung «Nochmals R. und Gr.».—Ann. Physik, 1912, 38, 704.
- Боррман Ив. Ив. Новые идеи в физике. СПб., 1912.
- Nordström G. Relativitätsprinzip und Gravitation.—Phys. Z., 1912, 13, 1126—1129.
- Einstein A., Grossmann M. Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation.—Z. Math. und Phys., 1913, 62, 25—61.
- Ehrenfest P. Over Einsteins Theorie van het stationaire gravitatieveld.—Verslag Akad. Amsterdam, 1913, 31, 1234—1239.
- Dittrich A. Das Weltbild im Lobatschewsky'schen Raume.—Ann. Naturphilos., 1913, 12, 62—87.
- Einstein A. Physikalische Grundlagen der Gravitationstheorie.—Vierteljahrsh. Naturforsch. Ges. Zürich, 1913, 58, 284—290.
- Behäcker M. Der freie Fall und die Planetenbewegung in Nordströms Gravitationstheorie.—Phys. Z., 1913, 14, 989—992.
- Einstein A. Zur gegenwärtigen Lage des Gravitationsproblems.—Phys. Z., 1913, 14, 1249—1266.
- Einstein A. Bases physiques d'une théorie de la gravitation.—Arch. sci. philos. et natur., 1914, 37, 5—12.
- Einstein A. Zur Theorie der Gravitation.—Vierteljahrsh. Naturforsch. Ges. Zürich, 1914, 59, 4—6.
- Mie G. Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie.—Phys. Z., 1914, 15, 115—122.
- Kreiser H. Über die Theorie der Gravitationsstrahlen.—Astron. Nach., 1914, 197, 153—160.
- Einstein A. Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie.—Phys. Z., 1914, 15, 176—180.
- Grossmann M. Définitions méthodes et problème mathématiques relatifs à la théorie de la gravitation.—Arch. sci. philos. natur., 1914, 37, 13—19.
- Mie G. Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie.—Phys. Z. 1914, 15, 115—122, 169—176.
- Einstein A., Fokker A. Die Nordströmsche Gravitationstheorie von Standpunkte des absoluten Differentialkalküls.—Ann. Phys., 1914, 44, 321—328.
- Kottler F. Fallende Bezugssysteme von Standpunkte des Relativitätsprinzips.—Ann. Phys., 1914, 45, 481—516; Berichtungen, 1916, 50, 600.
- Abraham M. Neuere Gravitationstheorie.—Jahrb. Radioakt. und Elektronik, 1914—1915, 11, 470—520.
- Fokker A. A summary of Einstein and Grossmann's theory of gravitation.—Philos. Mag., 1915, 29, 77—96.
- Reissner H. Über eine Möglichkeit, die Gravitation als unmittelbare Folge der Relativitäts-Tragheit abzuleiten.—Phys. Z., 1915, 16, 179—185.
- Mie G. Das Prinzip der R. des Gravitationspotentials.—Festschrift I. Elster und H. Geitel. Braunschweig, 1915, 251—260.
- Einstein A. Zur allgemeinen Relativitätstheorie.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1915, 42, 778—786; Nachtrag, 799—801.
- Einstein A. Die Feldgleichungen der Gravitation.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1915, 42, 844—847.
- Hilbert D. Die Grundlagen der Physik (Erste Mitt.).—Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 1915, 395.
- Hilbert D. Die Grundlagen der Physik. (Zweite Mitt.).—Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 1917, 53.
- Einstein A. E. Mach.—Phys. Z., 1916, 17, 101—104.
- Born M. Einstein's Theorie der Gravitation und der allgemeinen Relativitätstheorie.—Phys. Z., 1916, 17, 51—59.

- Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie.—Ann. Phys., 1916, **49**, 769—822.
- Schwarzschild K. Ueber das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1916, 189—196.
- Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressible Flüssigkeit nach der Einstein'schen Theorie.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1916, **313**, 424—434.
- Lorentz H. On Mamilton's principle in Einstein's Theorie of gravitation.—Proc. Akad. Amsterdam, 1916—1917, **19**, 751—765.
- Kottler F. Über Einstein's Aequivalenzhypothese und die Gravitation.—Ann. Phys., 1916, **50**, 955—972.
- Gehrcke E. Zur Kritik und Geschichte der neueren Gravitationstheorien.—Ann. Phys., 1916, **51**, 119—124.
- Einstein A. Hamiltonschen Prinzip und allgemeinem Relativitätstheorie Sitzungsber. Akad. Berlin, 1916, 111—116.
- Einstein A. Über Friedrich Kottlers Abhandlung «Über Einsteins Aequivalenzhypothese und die Gravitation».—Ann. Phys., 1916, **51**, 639—642.
- Weyl H. Zur Gravitationstheorie.—Ann. Phys., 1917, **54**, N 2, 117—145.
- Weatherburn C. E. On the hydrodynamics of relativity.—Proc. Cambridge Philos. Soc., 1917, **19**, 72—85; Phys. Ber., 1920, 879.
- Laue M. von. Die Nordströmsche Gravitationstheorie. Bericht.—Jahrb. Radioakta. u. Elektronik, 1917, **14**, N 3, 263—313.
- Levi-Civita T. Sulla espressione analitica spettante al tensore gravitazionale nella teoria Einstein.—Atti naz. Accad. Lincei. Rend., 1917, **26**, N 7, 381—391.
- Levi-Civita T. Realta fisica di alcuni spazi normali del Bianchi. ds^2 einsteiniani in campi newtoniani. I. Generalita e prima approssimazione.—Atti naz. Accad. Lincei, Rend., 1917, N 12, 307—317.
- Oppenheim S. Zur Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.—Ann. Phys., 1917, **53**, 163—168.
- Laue M. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation.—Ann. Phys. 1917, **53**, 214—216.
- Klein F. Zur Hilberts erster Note über die Grundlagen der Physik.—Nachr. Ges. Göttingen, 1917, 469—482.
- Schrödinger E. Über ein Lösungssystem der allgemeinen kovarianten Gravitationsgleichungen.—Phys. Z., 1918, **19**, 20—22.
- Einstein A. Über Gravitationswellen.—Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1918, 154—167.
- Einstein A. Kritisches zu einer von Herrn De Sitter gegebenen Lösung der Gravitationsgleichungen.—Sitzungsber. Akad. Wiss., Berlin, 1918, 270—272.
- Jung F. Zur Ableitung der Schwerfeldgleichungen.—Phys. Z., 1918, **19**, 61—66.
- Furmaletto Elina. Sull'integrale generale delle equazioni di Einstein, in prima approssimazione.—Nuovo cimento, 1918, **16**, 139—160
- Einstein A. Bemerkung zu Herrn Schrödingers Notiz «Über ein Lösungssystem der allgemein kovarianten Gravitationsgleichungen».—Phys. Z., 1918, **19**, 165—166.
- Levi-Civita T. La teoria di Einstein e il principio di Fermat — Nuovo cimento (6), 1918, **16**, 105—114. I. ds^2 einsteiniani in campi newtoniani.—Rend. Accad. Lincei, 1918, **26**, f. 12, 307—317. II. Condizioni di integrabilita e comportamento geometrico spaziale.—Rend. Accad. Lincei, 1918, **27**, fasc. 1, 3—12. III. Formule aussiliarie 183—191. IV. Riduzione delle equazioni differenziali 220—229. V. Soluzioni longitudinali 240—248. VI. Soluzioni quadrantali 283—292. VII. Soluzioni oblique, 343—345. VIII. Soluzioni binarie di Weyl 1919, **28**, 3—18. IX. L'analogo del potenziale logaritmico, 101—109.

- Weyl H. Eine neue Erweiterung der Relativitätstheorie.— Ann. Phys. 1919, 59, N 2, 101—133.
- Weyl H. Bemerkungen über die axialisymmetrischen Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen.— Ann. Phys., 1919, 59, N 2, 185—188
- Bateman H. On general relativity.— Philos. Mag., 1919, 219—223.
- Einstein A. Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle? — Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1919, 349—356.
- Einstein A. Bemerkungen über periodische Schwankungen der Mondlänge, welche bisher nach der Newtonschen Mechanik nicht erklärbar schienen.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1919, 433—436.
- Einstein A. Bemerkungen zu E. Gehrckes Notiz «Über den Aether».— Ber. Deutsch. Phys. Ges., 1920, 20, 261.
- Majorana Q. Sur la gravitation.— C. R., 1919, 169, 646—649.
- Sampson R. The bearing of rotation on relativity.— Philos. Mag., 1920, 40, 67—72.
- Einsenhart D. The permanent gravitational field in the Einsteinstheorie.— Proc. Nat. Acad. Sci. America, 1920, N 11, 678—682.— Ann. Math., 1920—21, 22, 86—94.
- Reichenbächer E. Das skalare Gravitationspotential.— Ann. Physik, 1920, 61, 1—20.
- Reichenbächer E. Die Punktbewegung im allgemeinen Gravitationsfelde.— Ann. Phys. m. 1920, 61, 25—31.
- Reichenbächer E. Über die Nichtintegrabilität der Streckenübertragung und die Weltfunktion in der Weylschen verallgemeinerten Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1920, 63, N 18, 93—114.
- Mie G. Die Einführung eines vernunftgemässen Koordinationssystem in der Einsteinschen Gravitationstheorie und das Gravitationsfeld einer schweren Kugel — Ann. Phys., 1920, 62, N 9, 46—74.
- Haas A. Die Physik als geometrische Notwendigkeit.— Naturwissenschaften, 1920, 8, 121—127.
- Forsyth A. R. Note on the central differential equation in the relativity theory of gravitation.— Proc. Roy. Soc. London, A., 1920, 97, N 682, 145—151.
- Reichenbächer E. Das skalare Gravitationspotential.— Ann. Phys., 1920, 61, 1—20.
- Ames J. Einstein's law of gravitation.— Phys. Rev., 1920, 15, N 3, 206—216.
- Kanolt C. W. Gravitation and relativity.— J. Frankl. Inst., 1920, 190, 211—242.
- Freundlich E. Zu dem Aufsätze «Die Physik, als geometrische Notwendigkeit» von A. Haas.— Naturwissenschaften, 1920, 8, 234—235.
- Einstein A. Inwiefern lässt sich die moderne Gravitationstheorie ohne Relativität begründen.— Naturwissenschaften, 1920, 8, N 51, 1010—1011.
- Einstein A. Diskussion zur Rth.— Phys. Z., 1920, 21, 23—24, 668.
- Einstein A. Geometrie und Erfahrung. Rede.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1921, N 5, 123—130.
- Einstein A. Über eine naheliegende Ergänzung des Fundamentes der allgemeinen Relativitätstheorie.— Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, 1921, N 12—14, 261—264.
- Einstein A. Eine einfache Anwendung des Newtonschen Gravitationsgesetzes auf die kugelförmigen Sternhaufen — Festschrift Wilhelm Ges., 1921, 50/2.
- Kalkmejer N. Raum-Zeit Symmetrie.— Phys. Z., 1921, N 16, 457—466, N 18, 519.
- Buhl A. Sur le rôle des symétries analytiques dans les théorie relativistes.— C. R., 1921, 173, N 10, 829—831.
- Rashevsky N. V. Die Relativitätstheorie als eine der möglichen mathematischen Darstellungen der physikalische Erscheinungen.— Phys. Z., 1921, 22, N 20, 438—441.

- Kottler F. Rotierende Bezugssysteme in einer Minkowskischen Welt.— Phys. Z., 1921, 22, N 9, 274—280, 1921, N 13, 392.
- Weitzenböck R. Über die Wirkungsfunktion in der Weylschen Physik. 3. Mitt., Sitzungsber., Akad. Wiss., Wien, 1921, 130, N 1—2, 15—23.
- Synge E. H. The space-time hypothesis before Minkowski.— Nature, 1921, 106, N 2674, 693.
- Kramers H. A. On the application of Einstein's theorie of Gravitation to a stationary field of gravitation.— Proc. Acad. Amsterdam, 1921, 23, 1052—1073.
- Sommerfeld A. Kurzer Bericht über die allgemeine Relativitäts— theorie und ihre Prüfung an der Erfahrung.— Arch. Elektron., 1921, N 10, 391—399.
- Ogura R. Sue le champ statique de gravitation dans l'espace vide.— C. R., 1921, 173, N 13, 521—523.
- Eddington A. S. The relativity of field and matter.— Philos. Mag., 1921, 42, N 251, 800—806.
- Eddington A. S. A difficulty in Einstein's gravitational theorie.— Nature, 1921, 107, N 2684, 170.
- Reichenbacher E. Massenunabhängige Schwere-Felder in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1921, 22, N 21/22, 634—636.
- Painlevé P. La gravitation dans la mécanique de Newton et dans la mécanique d'Einstein.— C. R., 1921, 173, N 20, 873—887.
- Hackett F. E. The relativity-contraction in a rotating shaft moving with uniform speed along its axis.— Philos. Mag., 1922, 44, N 262, 740—752; Phys. Ber., 1923, 111—112.
- Einstein A. Bemerkung zu der Abhandlung von E. Trefftz: «Das statische Gravitationsfeld zweier Massenpunkte in der Einsteinschen Theorie».— Berl. Ber., 1922, N 25—31, 448—449.
- Zaremba S. Essai sur la mise ou point de la theorie de la relativité.— Scientia, 1922, 31, N 5, 341—346.
- Zaremba S. Sur la conception relativiste de l'espace.— C. R., 1922, 174, 1416—1418.
- Zaremba S. La theorie de la relativité et les faits observés.— J. math. pures et appl., 1922, 1, 105.
- Eddington Majoranna's theorie of gravitation.— Astrophys. J., 1922, 56, N 1, 71—72.
- Einstein A. Bemerkung zu der Abhandlung von E. Trefftz.— Berl. Ber., 1922, N 25/31, 448—449. Trefftz E.— Math. Ann., 1922, 86, 317.
- Brillouin M. Gravitation einsteinienne. Statique. Points singuliers. Le point materiel. Remarques diverses.— C. R., 1922, 175, N 22, 1000—1012.
- Eddington A. S. The measurement of intervals.— Nature, 1922, 110, N 2769, 697—698.
- Cunningham E. The measurement of intervals.— Nature, 1922, 110, N 2769, 698.
- Carr H. W. Einstein's paradox.— Nature, 1922, 110, N 2768, 669.
- Lunn A. C. Some aspects of the theorie of relativity.— Phys. Rev., 1922, 19, N 3.
- Kottler F. Gravitation und Relativitätstheorie.— Encyklop. math. Wiss., Bd. VI, T. 2B, f. 1, 159—237.
- Lanczos K. Zum Rotationsproblem der allgemeinen Relativitätstheorie. Z. Phys., 1923, 14, N 3/4, 204—219.
- Einstein A. The theory of the affine field.— Nature, 1923, 112, N 2812, 448—449.
- Einstein A. Zur allgemeinen Relativitätstheorie.— Berl. Ber., 1923, N 4/7, 32—38.
- Einstein A. Bemerkung zu meiner Arbeit «Zur allgemeinen Relativitätstheorie».— Berl. Ber., 1923, N 12/14, 76.
- Einstein A. Bildet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quantenproblems.— Berl. Ber., 1923, N 28/34, 359—364.

- L a u e M. Die Lösungen der Feldgleichungen der Schwere von Schwarzschild, Einstein und Trefftz und ihre Vereinigung.—Berl. Ber., 1923, 27—31, N 4/7.—Phys. Ber., 1923, 1159—1160.
- L a n c z o s K. Ein vereinfachendes Koordinatensystem für die Einsteinschen Gravitationsgleichungen.—Phys. Z., 1922, 23, N 24, 537—539; Zur Theorie der Einsteinschen Gravitationsgleichungen.—Z. Phys., 1923, 13, N 1/2, 7—16.
- S t r a n e o P. Intorno alla teoria dei campi einsteiniani a simmetria assiale. Atti Accad. naz. Lincei Rend., 1924, 33, N 10, 404—410.
- S t r a n e o P. Considerazioni generali sui campi einsteiniani a simmetria assiale.—Atti. Accad. naz. Lincei. Rend., 1924, 33, N 11, 468—474.—Atti Accad. naz. Lincei. Rend., 1924, 33, N 12, 547—552; Phys. Ber., 1925, 1340.
- K a l u z a Th. Zur Relativitätstheorie.—Phys. Z., 1924, 25, N 22, 604—506.
- B e c k G. Zur Theorie binären Gravitationsfelder.—Z. Phys., 1925, 33, N 9, 713—728.
- L a n c z o s K. Zur Wirkungsprinzip der allgemeine Relativitätstheorie. Z. Phys., 1925, 32, 163—172.
- E i n s t e i n A. Electron und allgemeine Relativitätstheorie.—Physica, 1925, 5, N 11/12, 330—334.
- E i n s t e i n A. Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizität.—Berl. Ber., 1925, N 19—24, 414—419, Phys. Ber., 1926, 6—7.
- R e i c h e n b a c h H. Über die physikalischen Konsequenzen des relativistischen Axiomatik.—Z. Phys., 1925, 34, N 1, 32—48; Phys. Ber., 9.
- L e m e r a y E. M. Sur une définition relativiste de la simultanéité.—C. R., 1925, 181, N 20, 770—772; Phys. Ber., 1926, 7, 719.
- L ö e d e l - P a l u m b o E. Die Form der Raum-Zeitoberfläche eines Gravitationsfeldes, das von einer punktförmigen Masse berührt.—Phys. Z., 1926, 27, 645—648.
- M a n d e l H. Über die Bewegungsleichungen des Relativitätsprinzip.—Z. Phys., 1926, 39, N 1, 40—53.
- M a n d e l H. Zur Herleitung der Feldeleichungen in der allgemeinen Relativitätstheorie.—Z. f. Phys., 1926, 39, 226—232.
- E i n s t e i n A. Zu Kaluzas Theorie des Zusammenhanges von Gravitation und Elektrizität. I. Mitteilung.—Berl. Ber., 1927, N 5—6, 23—25. II. Mitteilung.—Berl. Ber., 1927, N 5—6, 26—30; Phys. Ber., 1927, 1880—1881.
- E i n s t e i n A., G r o m m e r J. Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz.—Berl. Ber., 1927, N 1—4, 2—13; Phys. Ber., 1927, 1878.
- H a l p e r n O. Relativitätsmechanik.—Handbuch der Physik, 1927, 5, 578—616.
- I n f e l d L. Sur la mesure de temps et de l'espace dans la physique classique et dans la théorie de la relativité. (2 partie).—C. r. Soc. polon. phys., 1927, 3, N 2, 117—129.
- E i n s t e i n A. Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz.—Berl. Ber., 1927, N 31—34, 235—245; Phys. Ber., 1840.
- L a n c z o s K. Zur Dynamik der allgemeine Relativitätstheorie. Z. Phys., 1927, 44, N 11/12, 773—792.
- L a n c z o s K. Zum Bewegungsprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie.—Phys. Z., 1927, 28, N 21, 723—726.
- E i n s t e i n A. Riemanngeometrie mit Aufrechterhaltung des Begriffes des Fernparallelismus.—Berl. Ber., 1928, N 17—19, 217—221.
- W h i t t a k e r E. T. Note on the law that are null geodesics of a gravitational field.—Proc. Cambridge Philos. Soc., 1928, 24, N 1, 32—34.
- H a n d r e k H. Über die Differentialgleichungen in der allgemeinen Relativitätstheorie.—Z. f. Phys., 1928, 50, 397—418.
- C h o u P. Y. The gravitational field of a body with rotational symmetry in Einstein's theory of gravitation—Phys. Rev., 1928, 31, N 5, 915.
- B a u e r H. Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges kugelsymmetrisches statisches Schwerfeld—Phys. Z., 1928, 29, N 24, 954—963.

- Eddington A. S. Einstein's field theory.—*Nature*, 1919, **123**, N 3095, 280—281.
- Levi-Civita T. A proposed modification of Einstein's field theory.—*Nature*, 1929, **123**, N 3105, 678—679.
- Thirring H. Begriffssystem und Grundgesetze der Feldphysik. *Handbuch der Physik*, Bd. 4, 1929, S. 81—177.
- Beck G. Allgemeine Relativitätstheorie.—*Handbuch der Physik*, Bd. 4, 1929, S. 299—407.
- Rumer G. Über eine Erweiterung der allgemeinen Relativitätstheorie.—*Göttinger Nachr.*, 1929, 92—99.
- Fréederickesz Y. und Isakson A. Einige Bemerkungen über die Feldgeometrie.—*Phys. Z.*, 1929, **30**, 645.
- Tamm Ig., Leontowisch M. Über die Lösung einiger Probleme in der neuen Feldtheorie.—*Phys. Z.*, 1929, **30**, 648. *Z. Phys.*, 1929, **57**, 354—366.
- Ambarzumian V. Lineare Geometrie in Hilbertschen Räume.—*Phys. Z.*, 1929, **30**, 651—652; *Z. Phys.*, 1929, **55**, 801—805.
- Vallarta M. S. On Einstein's unified field equations and the Schwarzschild solution.—*Proc. Nat. Acad. Sci. America*, 1929, **15**, 764—788.
- Wiener N., Vallarta M. S. On the spherically symmetrical statical field in Einstein's unified theory. A correction.—*Proc. Nat. Acad. Sci. America*, 1929, **15**, N 10, 802—804.
- Lanczos K. Über eine invariante Formulierung der Erhaltungssätze in der allgemeinen Relativitätstheorie.—*Z. Phys.*, 1930, **59**, 7/8, 514—539; *Phys. Ber.*, 1823.
- Einstein A. Théorie unitaire du champ physique.—*Ann. Inst. H. Poincaré*, 1930, **1**, 1—24.
- Ghosh I. A class of solutions of Einstein's gravitational equations in continuous mater.—*Tohoku Math. J.*, **32**, № 3/4, 234—238.
- Einstein A. Zur Theorie der Räumen mit Riemann-Metrik und Fernparallelismus.—*Berl. Ber.*, 1930, N 221/23, 401—402.
- Rosen N., Vallarta M. S. The spherically symmetrical field in the unified theory.—*Phys. Rev.*, 1930, **36**, N 1, 110—120.
- Tolman R. C. On the estimation of distances in a curved universe with a non-static line element.—*Proc. Nat. Acad. Sci. America*, 1930, **16**, N 7, 511—520.
- Sen N. R. Die relativistisch-wellenmechanische Bewegung des materiellen Teilchens in homogenen Gravitationsfeld.—*Z. Phys.*, 1930, **66**, N 9—10, 693—696.
- Zaycoff R. Über die Einsteinsche Theorie des Fernparallelismus.—*Z. Phys.*, 1930, **66**, N 7—8, 572—576.
- Bargmann V. Über eine Verallgemeinerung des Einsteinschen Raumtypes.—*Z. Phys.*, 1930, **65**, N 11—12, 830—847.
- Rosen N. Note on the general Lorentz transformation.—*J. Math. Phys.*, 1930, **9**, N 3, 181—187.
- Mathisson M. Die Beharrungsgesetze in der allgemeinen Relativitätstheorie.—*Z. Phys.*, 1931, **67**, N 3—4, 270—277.
- Zaycoff R. Über die Einsteinsche Theorie des Fernparallelismus. II. Mitt.—*Z. Phys.*, 1931, **67**, N 1—2, 135—137.
- Infeld L. Über eine interpretation der neuen Einsteinschen Weltgeometrie auf den Boden der klassischen Mechanik.—*Phys. Z.*, 1931, **31**, N 2, 110—112.
- Akeley E. S. The rotating fluid in the relativistic theory.—*Philos. Mag.*, 1931, **11**, N 69, 330—344.
- Mineur H. La dynamique des masses variables d'après les lois de Newton et d'Einstein.—*C. R.*, 1931, **192**, N 11, 663—666.
- Matukuma T. Sur l'effet relativistique dans le problème de la variation des latitudes.—*Proc. Phys. Math. Soc., Japan*, 1931, **13**, N 2, 55—60.
- Mimura Y., Iwatsuki T. On the linearity of the Lorentz transformation.—*J. Sci. Hiroshima Univ. (A)*, 1931, **1**, 111—116.

- Zaycoff R. Bemerkungen und Zusätze zu meiner Arbeit «Über die Einsteinsche Theorie des Fernparallelismus».—Z. Phys., 1931, 69, N 5—6, 428—430.
- Zaycoff R. Zur relativistischen Synthese der Feldvorstellungen.—Ann. Phys., 1931, 9, N 6, 715—732.
- Einstein A. und Mayer W. Systematische Untersuchung über kompatible Feldgleichungen, welche in einem Riemannschen Raume mit Fernparallelismus gesetzt werden können.—Berl. Ber., 1931, N 13—15, 257—265.
- Le Roux J. De l'impossibilité d'une loi de gravitation pour un ensemble comprenant que deux points matériels.—C. R., 1931, 192, N 21, 1309—1311.
- Hanzel G. Über Lösungen der Gravitationsgleichungen Einstein.—Z. Phys., 1931, 72, N 11—12, 798—802.
- Grossmann M. Fernparallelismus? Richtigstellung der gewählten Grundlage für eine einheitliche Feldtheorie?—Vierteljahrsschr. naturforsch. Ges., Zürich, 1931, 76, N 1—2, 42—60.
- Einstein A., Mayer W. Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität.—Berl. Ber., 1931, N 25, 541—557; Phys. Ber., 1931, 771—772.
- Racine Ch. Sur les équations de la gravitation on d'Einstein.—C. R., 1931, 193, N 23, 1167—1169.
- Mandel H. Über dynamische (quantentheoretische) Erweiterung des Relativitätsprinzips.—Z. Phys., 1931, 71, N 1—2, 26—29.
- Hoffmann B. On general relativity.—Rev. Modern Phys., 1932, 4, 173—204.
- Schouten J. A., Dantzing D. von. Über eine vierdimensionale Deutung der neuesten Feldtheorie.—Proc. Acad. Amsterdam, 1931, 34, 1398—1407.
- Lanczos C. Stellung der Relativitätstheorie zu anderen physikalischen Theorien.—Naturwissenschaften, 1932, 20, N 7, 113—116.
- Einstein A., de Sitter W. On the relation between the expansion and the mean density of the universe.—Proc. Nat. Acad. Sci. America, 1932, 18, N 3, 213—214.
- Rumer G. Zur allgemeinen Relativitätstheorie.—Göttinger Nachr., 1931, N 2, 148—156.
- Einstein A., Mayer W. Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität. Zweite Abhandlung.—Phys. Ber., 1932, 1467—1468.
- Lewis T. Some special solutions of the equations of axially symmetric gravitational fields.—Proc. Roy. Soc. London, 1932, 136, N 829, 176—192. Phys. Ber., 1932, 1843.
- Ruse H. S. On the definition of spatial distance in general relativity.—Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1932, N 2, 183—194.—Phys. Ber., 1932, 1936.
- Lanczos C. Zur Frage der regulären Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen.—Ann. Phys., 13, 1932, 621—635; Phys. Ber., 1932, 1938—1939.
- Einstein A., Mayer W. Semi-Vektoren und Spinoren.—Berl. Ber., 1932, N 28/29, 473.
- Ghosh I. Gravitational field of a homogeneous sphere.—Indian Phys.-Math. J. 1932, 3, N 3, 139—142.
- Einstein A., Mayer W. Die Diracgleichung für Semivektoren.—Proc. Acad. Amsterdam, 1933, 33, N 5, 497—516.
- Etherington J. M. H. On the definition of distance in general relativity.—Philos. Mag., 1933, 15, N 100, 761—773.
- Racine Ch. Sur une classe de solutions des équations de la gravitation d'Einstein.—C. R., 1933, 197, N 4, 302—304.
- Pauli W. Über die Formulierung der Naturgesetze mit fünf homogenen Koordinaten. Teil I. Klassische Theorie.—Ann. Phys., 1933, 18, N 3, 305—336.
- Glasser W. Stationäre Trägheitsfelder in beschleunigten Bezugssystemen.—Z. Phys., 1934, 91, N 3/4, 169—183.
- Glasser W. Gilt auf der rotierenden Scheibe die nichteuklidische Geometrie?—Phys. Z., 1935, 35, N 21, 867—870.
- Synge T. L. The energy tensor of a continuous medium—Trans. Roy. Soc. Canada, 1934, 28, Sect. 3, 127—171.

- McKaye J. The physical cause back of the relativity equations.— *J. Frankl. Inst.*, 1934, **218**, N 3, 343—380; *Phys. Ber.*, 794.
- Levi-Civita T. Perfezionamento della regola di equivalenza fra moti newtoniani.— *Atti Accad. naz. Lincei, Rend.*, 1934, **20**, N 11, 398—403; *Phys. Ber.*, 1935, 1498
- Ghosh J. Über die Einsteinschen Gravitationsgleichungen.— *Z. Phys.*, 1935, **94**, N 5/6, 441—412.
- Weysenhoff J. W. On the derivation of the laws of motion in the theory of relativity.— *Philos. Mag.*, 1935, **19**, N 126, 416—419.
- Whittaker E. T. On Gauss' theorem and the concept of mass in general relativity.— *Proc. Roy. Soc. London (A)*, 1935, **149**, 384—395.
- Tolotti C. Calcolo del tensore di Ricci-Einstein nel caso ortogonale.— *Atti Accad. naz. Lincei, Rend.*, 1935, **21**, N 5, 326—335.
- Einstein A., Rosen N. The particle in the general theory of relativity.— *Phys. Rev.*, 1935, **48**, N 1, 73—77.
- Lanczos C. Ein neuer Aufbau der Weltgeometrie.— *Z. Phys.*, 1935, **96**, N 1/2, 76—106; *Phys. Ber.*, 1936, 501.
- Scouten J. A. La theorie projective de la relativité.— *Ann. Inst. H. Poincaré*, 1935, **5**, N 1, 51—88.
- Gugino E. Sul problema relativistee del moto in un campo gravitazionale stazionario.— *Atti Accad. naz. Lincei, Rend.*, 1935, **22**, N 9/10, 405—411.
- Narlikar V. V. The stability of a particle in a gravitational field.— *Monrly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1936, **96**, N 3, 263—268.
- Esclançon E. Sur l'application du principe de relativité à l'étude d'un problème dynamique.— *C. R.*, 1936, **202**, N 12, 993—995.
- Cartan E. Sur les champs d'accélération uniforme en relativité restreinte.— *C. R.*, 1936, **202**, N 13, 1125—1128.
- Van Stockum W. J. The Gravitational field of a distribution of particles rotating about an axis of symmetry.— *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 1936, pt. II.
- Esclançon E. Sur les formules de Lorentz et le principe de la relativité.— *C. R.*, 1936, **202**, N 9, 708—712.
- Esclançon E. Sur la solution anormale d'une problème de mécanique déduite du principe de relativité.— *C. R.*, 1936, **202**, 885—889.
- Esclançon E. Sur les équations de la dynamique déduites du principe de relativité restreinte.— *C. R.*, 1936, **202**, N 16, 1353—1356.
- Bronstein M. Quantentheorie schwacher Gravitationsfelder.— *Phys. Z. Sowjetunion*, 1936, **9**, N 2/3, 140—157.
- Bechert K. Eine Bemerkung zur allgemeinen Relativitätstheorie.— *Z. Astrophys.*, 1936, **12**, 117—122, *Phys. Ber.*, 1936, 1837.
- Einstein A., Rosen N. Two-body problem in general relativity theory.— *Phys. Rev.*, 1936, **49**, N 5, 404—405.
- Synge I. L. Equivalent particle-observers.— *Nature*, 1936, **138**, 28—29; *Phys. Ber.*, 1936, 2095.
- Mariani I. La loi de la gravitation et le déplacement parallele.— *C. R.*, 1936, **203**, N 8, 457—458.
- Muto Y. On the metric space with torsion.— *Proc. Phys. Math. Soc. Japan*, 1936, **6**, 225—232, *Phys. Ber.*, 1937, 106—107.
- Schouten J. A., Haantjes J. Über die Konform-invariante Gestalt der relativistischen Bewegungsgleichungen.— *Proc. Amsterdam*, 1936, **39**, N 9, 1059—1065.
- Tavani F. The new meaning of gravitation and some consequences.— *Philos. Mag.*, 1936, **22**, N 149, 810—816.
- Datta B. Eine Verallgemeinerung des Schwarzschildschen Problems.— *Z. Phys.*, 1936, **103**, N 7/8, 546—550.
- Wood A. B., Tomlinsen G. A., Essen L. The effect of the Fitzgerald Lorentz contraction on the frequency of longitudinal vibration of a rod.— *Proc. Roy. Soc. London*, 1937, **159 (A)**, N 895, 606—633.
- Narlikar V. V., Singh P. The geodesic postulate in generale relativity.— *Philos. Mag.*, 1937, **23**, N 155, 628—632.

- Synge J. L. A criticism of the method of expansion in powers of the gravitational constant in general relativity.—*Proc. Roy. Soc. London*, 1937 (A), 160, 187—189.
- Dive P. La géométrie du disque tournant dans la métrique d'Einstein. *C. R. Soc. phys. Geneve*, 1937, 54, 1, 29—32.
- Choy P. V. Isotropic static solution of the field equations in Einstein's theory of the gravitation.—*Amer. J. Math.*, 1937, 22, 283, 59, 754.
- Weysenhoff J. Metrisches Feld und Gravitationsfeld.—*Bull. internat. Acad. polon. (A)*, 1937, 252—259.
- Wataghin G. Sopra un sistema di equazioni gravitazionali del primo ordine I.—*Atti Accad. naz. Lincei. Rend.*, 1937, 26, 9, 285—289.
- Kawaguchi A. Beziehung zwischen einer metrischen linearen Übertragung und einer nicht-metrischen in einem allgemeinen metrischen Raume.—*Proc. Acad. Amsterdam*, 1937, 40, N 7, 596—611.
- Schürer M. Über die theoretische und praktische Festlegung eines Inertialsystems.—*Astron. Nachr.*, 1937, 264, 81—98.
- Тихов Г. А. Об отклонении световых лучей в поле тяготения.—*ДАН СССР*, 1937, 16, № 4, 199—204.
- Von Weysenhoff J. Anschauliches zur Relativitätstheorie. II. Raumzeitmessungen in Gravitationsfeldern.—*Z. Phys.*, 1937, 107, N 1/2, 64—72.
- Oseen C. W. Contributions à la théorie de relativité.—*Arkiv mat., astron. och fys.*, 1937 (A), 25, 30, 10.
- Silberstein L. On Einstein's gravitational field equations.—*Philos. Mag.*, 1937, 24, N 163, 814—822.
- Lanczos C. A remarkable property of the Riemann—Cristoffel tensor in four dimensions.—*Ann. Math.*, 1938, 39, 842.
- Lubanski J. Neue Bewegungsgleichungen materieller Systeme in Minkowskischer Welt.—*Acta phys. polon.*, 1938, 6, N 4, 356—370.
- Eddington A., Clark G. L. The problem of bodies in general relativity theory.—*Proc. Roy. Soc. London*, 1938, 166 (A—N 927, 465—475).
- Datta B. Über eine Klasse von Lösungen der Gravitationsgleichungen der Relativität.—*Z. Phys.*, 1938, 108, N 5/6, 314—321.
- Wataghin G. Sur une generalisation des transformations relativistes.—*C. R.*, 1938, 207, N 8, 421—423.
- Sulaiman S. M. The solution of Einstein's orbital equation.—*Philos. Mag.*, 1938, 26, N 179, 983—987; *Phys. Ber.*, 1939, 1004.
- Kwal B. Quelques generalisations relativistes des equations fondamentales de la mécanique analytique.—*C. R.*, 1938, 207, 1028—1030.
- Thomas T. Y. New theorems on Riemann—Einstein space. *Mat. сб.*, 1938, 3, 331.
- Venturelli L. La statica einsteiniana nell'interno di una massa fluida gravitante.—*Atti Accad. naz. Lincei. Rend.*, 1938, 27, N 5, 224—231.
- Finzi A. Sulla riduzione an forma normale della equazioni gravitazionali dell'Einstein.—*Atti Accad. naz.—Lincei Rend.*, 1938, 27, N 7, 324—330.
- Esclangon E. Sur les forces dynamométriques et les forces de champ.—*C. R.*, 1939, 208, N 10, 685—689.
- Rosen N. General relativity theory and flat space.—*Phys. Rev.*, 1939, 55, N 7, 681.
- Gilbert C. A kinematical description of a flat spacetime.—*Philos. Mag.*, 1939, 27, N 184, 543—550.
- Vescan T. T. Contributions à la théorie cinétique et relativiste des fluides réelles.—*Diss. Clus. (Roum)*, 1939, 1033.
- Фок В. А. О движении конечных масс в общей теории относительности.—*ЖЭТФ*, 1939, 9, № 4, 375; *Физ. журн. АН СССР*, 1939, 1, 81.
- Höhl H., Papapetrou A. Über die Selbstenergie und des Gravitationsfeld einer elektrischen Punktladung. *Z. Phys.*, 1939, 112, 65—88.
- Eagle A. An alternative explanation of relativity phenomena.—*Philos. Mag.*, 1939, 28, N 191, 694—701.

- Sapper K. Das Äquivalenzprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1939, 40, 663—666.
- Weizsäcker C. F. v. Bemerkungen zu vorstehender Arbeit von Karl Sapper: «Das Äquivalenzprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie».— Phys Z., 1939, 40, 667.
- Oppenheimer I. R., Snyder H. On continued gravitational contraction.— Phys. Rev., 1939, 56, N 5, 455—459; Phys. Ber., 1940, 443—444.
- Infeld L., Wallace P. R. The equations of motion in electrodynamics.— Phys. Rev., 1940, 57, N 9, 797—806; Phys. Ber., 1940, 1836—1837.
- Rosen N. General relativity and flat space. I.— Phys. Rev., 1940, 57, N 2, 147—150; II.— Phys. Rev., 1940, 57, N 2, 150—153; Phys. Ber., 1940, 1290—1292.
- Fokker A. D. Mass centre on relativity.— Physica, 1940, 7, 563—564; Phys. Ber., 1941, 252.
- Wenzel A. Das Äquivalenzprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1940, 41, 421—422.
- Sapper K. Das Äquivalenzprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie.— Phys. Z., 1940, 41, 422—450.
- Haantjes A. Die Gleichberechtigung gleichförmig beschleunigter Beobachter für die elektromagnetischen Erscheinungen.— Proc. Acad. Amsterdam, 1940, 43, N 10, 1288—1289, N 10; Phys. Ber., 1940, 837—838
- Clark G. L. Derivation of mechanics from the law of gravitation in relativity theory.— Proc. Roy. Soc., 1941A, 177, 227—250.
- Randers G. Asymmetrical metric in the 4-space of general relativity.— Phys. Rev., 1941, 59, 195—199
- Rosen N. The gravitational field in special relativity.— Phys. Rev., 1941 59, N 11, 927—928.
- Lanczos C. The total mass of a particle in general relativity — Phys. Rev., 1941, 59, 708—716; Phys. Ber., 1942, 366—367.
- Lanczos C. The dynamics of a particle in general relativity — Phys. Rev., 1941, 59, N 10, 813—819.— Phys. Ber., 1942, 360.
- Berenda C. W. The problem of the rotating disc.— Phys. Rev., 1942. 62, 280—290.
- Houstoun R. A. Note on Einstein's theory of gravitation.— Philos. Mag., 1942, 33, 839—903. P. Ab. 1942. 66.
- Barajas A. Birkhoff's theory of gravitation and Einstein's theory for weak fields.— Proc. Nat. Acad. Sci. America, 1944, 30, 54—57.
- Weyl H. How far can one get with a linear field theory of gravitation in flat space-time.— Amer. J. Math., 1944, 66, N 4, 591—604. P. Abs. 1777.
- Newing R. A. Kinematic relativity.— Philos. Mag., 1945, 36, 134—143.
- Hill E. L. On accelerated coordinate systems in classical and relativistic mechanics.— Phys. Rev., 1945, 67, 358—363.
- Whitrow G. I. The two body problem in Milne's theory of gravitation.— Nature, 1945, 156, 365—366.
- Wyman M. Static isotropic solutions of Einstein's field equations — Phys. Rev., 1944, 66, 267—274 P. Ab., 1945, 838
- Berenda C. W. The two-body problem in Birkhoff's and Einstein's theories.— Phys. Rev., 1945, 67, 56. P. Ab., 1945. 1229.
- Lichnerowicz A. On a fundamental result in the relativity theory of gravitation.— C. R., 1945, 221, 26.XI.1945.
- Costa de Beauregard O. Covariant definition of force.— C. R. Acad. sci., 1945, 221, 743—745.
- McVittie G. G. The regraduation of clocks in spherically symmetric space times of general relativity.— Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1945, A62, N 17, 147—155.
- Thomas L. H. Relativistic invariance.— Rev. Modern. Phys., 1945, 17, 182—186.
- Петров А. З. Один тип пространств Эйнштейна.— Тр. Казанск. авиационного ин-та, 1946, 7.

- Narlikar V. V. Some new results regarding spherically symmetrical fields in relativity.— *Current Sci*, 1947, **16**, 113—114.
- Gregory C. Non-linear invariants and the problem of motion.— *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 72—75.
- Ludwig G. The relation between the variation principles of projective and four dimensional relativity.— *Z. Naturforsch.*, 1947, **2a**, 3—5
- Papapetrou A. A static solution of the equations gravitational field for an arbitrary charge distribution.— *Proc. Roy. Irish Acad.*, 1947, **51**, 191—204.
- Rosen N. Note on rotation and rigid bodies in relativity theory.— *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 54—58.
- Hill E. L. Note on rotational motion in relativity theory.— *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 318—319.
- Schrödinger E. The relations between metric and affinity.— *Proc. Roy. Irish Acad. A*, 1947, **51**, 147—150.
- Walker A. G. The invariants of kinematical relativity.— *Philos. Mag*, 1947, **38**, 316—324
- Meksyn D. Relativity of accelerated motion — *Nature*, 1947, **160**, 834—835.
- Wang M. W. On the uniqueness of the acceleration transformation.— *Philos. Mag*, 1948, **39**, 84—86
- Papapetrou A. Einstein's theory of gravitation and flat space.— *Proc. Roy. Irish Acad.*, 1948, **52A**, 11—23
- Papapetrou A. The question of non-singular solutions in the generalized theory of gravitation.— *Phys. Rev.*, 1948, **73**, 1105—1108.
- Фихтенгольц И. Г. Об интегралах движения центра инерции системы конечных масс в общей теории относительности — *ДАН СССР*, 1949, **64**, 325—27.
- Каплан С. А. О круговых орбитах в теории тяготения Эйнштейна.— *ЖЭТФ*, 1949, **19**, 951.
- Петрова Н. М. Об уравнении движения и тензоре материи для системы конечных масс в общей теории относительности.— *ЖЭТФ*, 1949, **19**, 989.
- Bevk G. Relativistic variation of rest mass.— *Nature*, 1950, **165**, 200—201.
- Dirac P. A. M. Form of relativistic dynamics.— *Rev. Modern Phys.*, 1949, **21**, 392—399.
- Fokker A. D. On the space-time geometry of a moving rigid body.— *Rev. Modern Phys.*, 1949, **21**, 406—408.
- Clark G. L. The problem of a rotating incompressible disc.— *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1949, **45**, 405—410.
- Narlikar V. V., Tiwari R. A particular case in Einstein's generalized theory of gravitation — *Phys Rev*, 1949, **76**, 868—869; *Phys Ber.*, 1950, 627.
- Infeld L, Schild A. On the motion of test particles in general relativity.— *Rev. Modern Phys.*, 1949, **21**, 408—413; *Phys Ber*, 1950, 627.
- Иваненко Д. Д., Бродский А. М. Гравитационное лучистое трение.— *ДАН СССР*, 1950, **75**, (3), 519—522.
- Фихтенгольц И. Г. Лагранжева форма уравнений движения во втором приближении теории тяготения Эйнштейна — *ЖЭТФ*, 1950, **20**, 233. Задача двух конечных масс во втором приближении теории тяготения Эйнштейна.— *ЖЭТФ*, 1950, **20**, 956. Об антисимметричном тензоре момента количества движения.— *ЖЭТФ*, 1951, **21**, 648.
- Петров А. З. О пространствах, определяемых полями тяготения.— *ДАН СССР*, 1951, **81**, № 2, 149.
- Papapetrou A. Equations of motion in general relativity.— *Proc. Phys. Soc.*, **A**, 1951, **14**, 64.
- Петров А. З. О существовании в поле тяготения гармонической функции, зависящей только от расстояния.— *Уч. зап. Казанск. ун-та*, 1951, **3**, № 8, 87.
- Петров А. З. Регулярные пространства Эйнштейна, допускающие транзитивную группу движений.— *Уч. зап. Казанск. ун-та*, 1952, **112**, № 10, 27.
- Петров А. З. Поля тяготения с комплексными стационарными кривизнами.— *Уч. зап. Казанск. ун-та*, 1952, **112**, № 10, 35.

- Петров А. З. О полях гравитации. Юбилейный сб.: «125 лет евклидовой геометрии Лобачевского». М.—Л., Гостехиздат, 179.
- Федоров Ф. И. Обобщенные релятивистские волновые уравнения. 1952, 82, 37—40.
- Rauchdhuri A. Arbitrary concentrations of matter and the Schwarzschild singularity.— *Phys. Rev.*, 1953, 89, N 2, 417—421.
- Bergmann P. G., Thomson R. Spin and angular momentum in general relativity.— *Phys. Rev.*, 1953, 89, N 2, 400—407.
- Infeld L. The coordinate conditions and the equations of motion.— *Canad. J. Math.*, 1953, 5, N 1, 17—25.
- Parapetrou A. Eine rotationssymmetrische Lösung in der allgemeinen Relativitätstheorie.— *Ann. Phys.*, 1953, 12, N 4—6, 309—315.
- Eisenhart L. P. Generalized Riemann spaces and general relativity.— *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 1953, 39, N 6, 546—551.
- Румер Ю. Б. К теории слабого метрического (гравитационного) поля.— *ЖЭТФ*, 1953, 24, 375. Тензорный анализ и мероопределение Ламэ.— *ЖЭТФ*, 1953, 25, 271.
- Truesdell C. The physical components of vectors and tensors.— *Z. angew. Math. und Mech.*, 1953, 33, N 10/11, 345—356.
- Kohler M. Zur Herleitung der Feldgleichungen in der allgemein-relativistischen Gravitationstheorie.— *Z. Phys.*, 1953, 134, N 3, 306—316.— *Physik*, N 7, 6882.
- Takeo H. Static spherically symmetric spacetimes in general relativity.— *Progr. Theoret. Phys.*, 1953, 10, N 5, 509—517.
- Takeo H. Theory of the spherically symmetric spacetimes V. Dimensional spherically symmetric space times.— *J. Sci. Hiroshima Univ.*, 1953, A16, N 3, 497—506.
- Scheidegger A. F. Gravitational motion.— *Rev. Modern Phys.*, 1953, 25, N 2, 451—468.
- Takeo H. Space-times with corresponding geodesics.— *J. Sci. Hiroshima Univ.*, 1953 A, 17, N 1, 75—81.
- Buchdahl H. A. On a set of conform-invariant equations of the gravitational field.— *Proc. Edinburgh Math. Soc.*, 1953, 10, N 2, 16—20.
- Einstein A., Kaufman B. Algebraic properties of the field in the relativistic theory of the asymmetric field.— *Ann. Math.*, 1954, 59, N 2, 230—244.
- Каскаров В. П. Об уравнениях движения системы конечных масс в теории гравитации Эйнштейна.— *ЖЭТФ*, 1954, 27, 563.
- Vaidya P. C. Spherically symmetric solutions in nonsymmetrical field theories.— *Phys. Rev.*, 1954, 96, N 1, 5—9.
- Bertotti B. On the two-body problem in general relativity.— *Nuovo cimento*, 1954, 12, N 2, 226—232.
- Hennequin F. Sur l'approximation des équations de la relativité générale pour un champ quasi galiléen.— *C. R.* 1954, 239, N 22, 1464—1466.
- Петров А. З. Классификация пространств... Уч. зап. Казанск. ун-та, 1954, 114, 55.
- Klein O. On a class of spherically symmetric solutions of Einstein's gravitational equations.— *Arkiv. fys.*, 1954, 7, N 41, 487—496.— *Physik*, N 6, 8956, 15709.
- Lanczos C. A. Einstein and the theory of relativity.— *Nuovo cimento*, 1955, 10, suppl. 2, 1193.
- Infeld L. The history of relativity theory.— *Rend. mat. pura e applic.*, 1955, 13, 270.
- Хорват Ю. И. Заметка об окончательном полевом законе.— *Бюлл. Польской АН, отд. 3*, 1955, 3, № 3, 153—156.
- Мейстер Г. И. и Папапетру А. О роли координатного условия в выводе уравнений движения общей теории относительности.— *Бюлл. Польской АН, отд. 3*, 1955, 3, № 3, 163—168.

- Зайцев Г. А. Действительные спиноры в криволинейных координатах в псевдоримановом пространстве.— ЖЭТФ, 1955, 29, 345.
- Narlikar V. V. The problem of motion in general relativity.— Proc. Nat. Inst. Sci. India, 1955 A, 21, N 6, 416—427.
- Петров А. З. О пространствах максимальной подвижности, определяемых полями тяготения.— ДАН СССР, 1955, 105, 905.
- О гармонических системах в теории относительности. Переписка В. А. Фока и Л. Инфельда.— Вопросы философии, 1955, № 3, 155—157.
- Infeld L. Einige Bemerkungen über die Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1955, 16, 229.
- Попович А. Нелинейность и конформная взаимность.— ДАН СССР, 1956, 3, № 1, 74—77.
- Траутман А. О некотором обобщении приближенного метода Эйнштейна — Инфельда.— Бюлл. Польской АН, отд. 3, 1956, 4, № 7, 431—434, 435—438.
- Широков М. Ф., Бродовский В. Б. О законах движения конечных масс в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1956, 31, № 6, 1027—1033.
- Франкль Ф. И. О корректности постановки задачи Коши и о свойствах гармонических координат в общей теории относительности.— Усп. матем. наук, 1956, 2, № 3, 189—196; см. также Усп. матем. наук, 1953, 8, № 3, 160—64.
- Фок В. А. Замечание к работе Франкля «О корректности...» — Усп. матем. наук, 1956, № 11, 197—198; см. также Усп. матем. наук, 1954, 9, № 4, 229—236.
- Зельманов А. Л. Хронометрические инварианты и сопутствующие координаты в общей теории относительности.— ДАН СССР, 1956, 107, № 6, 815—818.
- Широков М. Ф. Общая теория относительности или теория тяготения? — ЖЭТФ, 1956, 30, № 1, 180—184.
- Фок В. А. Уравнения движения системы тяжелых масс с учетом их внутренней структуры и вращения.— УФН, 1956, 59, № 1, 67—69.
- Пугачев Я. И. Координатные условия в общей теории относительности и их применение к расчету гравитационных и электромагнитных полей.— Автореферат. М., МГУ, 1956.
- Инфельд Л., Плебаньский Г. «О дипольном методе» в общей теории относительности.— Бюлл. Польской АН, 1956, отд. 3, 3, № 11, 755—759.
- Инфельд Л. Ковариантная формулировка уравнений движения.— Бюлл. Польской АН, 1956, отд. 3, 4, 749—754.
- Szamosi G. Variational principle and potential in relativistic dynamics.— Acta phys. Acad. sci. hung., 1956, 6, N 2, 207—215.
- Петров А. З. Классификация пространств, определяемых полями тяготения, по группам движения.— Усп. матем. наук, 1956, 11, 70.
- Takeo H., Ueno Yoshio. On the wave theory of light in general relativity. III. Electromagnetic four potential.— Progr. Theoret. Phys., 1956, 15, N 4, 322—333.
- Hönl H., Mue A. W. Über das Gravitationsfeld rotierender Massen.— Z. Phys., 1956, 144, N 1—3, 152—167.
- Широков М. Ф., Бродовский В. Б. О законах движения конечных масс в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1956, 31, 1027.
- Фихтенгольц И. Г. О зависимости движения тел в гравитационном поле от их массы.— ЖЭТФ, 1957, 32, 1098. Применение метода Дирака — Фока — Подольского к механической задаче многих тел.— ЖЭТФ, 1957, 32, 1098.
- Marder L. On uniform acceleration in special and general relativity.— Proc. Cambridge Philos. Soc., 1957, 53, N 1, 194—198.
- Meister H. T. Die Bewegungsgleichungen in der Theorie des Gravitationsfelds mit einer Feldfunktion.— Z. Phys., 1957, 147, N 5, 531—543.
- Bonnor W. B. Non-singular fields in general relativity.— Math. and Mech., 1957, 6, N 2, 203—214.

- Дмитриев Ю. А. Расстояния и промежутки времени в общей теории относительности.— Уч. зап. Новосибирского гос. пед. ин-та, 1957, вып. 12, 45—48.
- Meister H. T. Die Bewegungsgleichungen in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys. 1957, 19, N 6—8, 268—282.
- Faivre-Blancheton E. Equations aux variations de la relativité générale.— C. R., Acad. sci., 1957, 245, N 3, 284—286.
- Петрова Н. О методе решения гравитационных уравнений для системы тел.— Уч. зап. Казахск. ун-та, 1957, 30, 87—98
- Papers from the Conference on the role of gravitation.— Rev. Modlin Phys., 1957, 29, N 3, 351—546.
- Davidson W. General relativity and Mach's principle.— Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1957, 117, N 2, 212—224.
- Керес Х. Некоторые вопросы общей теории относительности.— Тр. ин-та физ. и астрон. АН ЭССР, 1957, № 5, 3—11.
- Kohler H. Zur Lichtausbreitung im Schwerefeld — Optik, 1957, 14, N 10 433—436.
- Infeld L. The equations of motion in general relativity theory and the action principle.— Acta phys. polon., 1957, 16, N 3, 177—210.
- Narlikar V. V. A brief survey of some problems in gravitation.— Buil. Calcutta Math. Soc., 1957, 49, N 1, 1—7.
- Parapetrou A. Über periodische nichtsinguläre Lösungen in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1957, 20, N 7—8, 399—411.
- Рябушко А. П. Об уравнениях движения вращающихся масс в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1957, 33, № 6, 1387—1395.
- Treder H. Stosswellen des Gravitationsfeldes.— Ann. Phys., 1958, 2, 225.
- Pham M. Q. Induction électromagnétique en relativité générale.— Cahiers phys., 1958, N 96, 297—307.
- Pham T. H. Comparaison des deux méthodes d'obtention des équations du mouvement en relativité générale.— Cahiers phys., 1958, 12, N 98, 399—406.
- Компаниец А. С. Сильные гравитационные волны в пустоте.— ЖЭТФ, 1958 34, 952.
- Рябушко А. П., Фишер И. З. О движении вращающихся масс в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1958, 34, 1189.
- Parapetrou A. Über zeitabhängige Lösungen der Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1958, 2, 87.
- Israel W. Discontinuities in the spherically symmetric gravitational fields and shells of radiation.— Proc. Roy. Soc. A, 1958, 248, 404—414
- Synge T. L. Whittaker's contributions to the theory of relativity.— Proc. Edinburgh Math. Soc., 1958, 11, 39.
- Cattaneo C. Sui postulati comuni della cinematica classica e della cinematica relativistica.— Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis, mat. e natur., 1958, 24, N 5, 526—532.
- Trutman A. Boundary conditions at infinity for physical theories — Bull. Acad. polon. sci. Sér. sci. math., astron. phys., 1958, 6, 403; Radiation and boundary conditions in the theory of gravitation Ibid., 407
- Geiszler und D., Treder H. Über ebene Wellen in der allgemeinen Relativitätstheorie. Tensor, 1958, 8, 165—168.
- Петров А. З. Классификация полей тяготения общего вида — Изв вузов, Матем., 1958, № 6, 45. О симметричных полях тяготения, 1958, № 2, 9. О решении уравнений поля тяготения.— Уч. зап. Казанск. ун-та, 1958, № 6, 3.
- Kronsbein T. Relativity in a stationary spherical or elliptic space.— Phys. Rev., 1958, 112, N 4, 1384—1391.
- Weissmann A. Über den anisotropen Charakter der verallgemeinerten relativistischen Räume.— Nuovo cimento, 1958, 9, N 6, 1016—1026.
- Тодоров И. Т. Об одной теореме единственности для волнового уравнения. (К дискуссии: В. А. Фок — Ф. И. Франкль).— Усп. матем. наук, 1958, 13, № 2.

- Dirac P. A. M. The theory of gravitation in Hamiltonian form.— Proc. Roy. Soc. A, 1958, 246, N 1246, 333—343.
- Bel L. Sur la radiation gravitationnelle.— C. R., 1958, 247, 1044—1046.
- Thomas L. H. General relativity and particle dynamics.— Phys. Rev., 1958, 112, N 6, 2129—2134.
- Пугачев Я. И. Конформная евклидовость и статичность.— Тр. Краснодарского ин-та пищ. пром., 1958, вып. 20, 51—54.
- Фихтенгольц И. Г. О координатных условиях в теории тяготения Эйнштейна.— ЖЭТФ, 1958, 35, № 6, 1457—1465.
- Брумберг В. А. Уравнения движения и координатные условия в релятивистской задаче n тел.— Астрон. ж., 1958, 35, № 6, 893—903.
- Kalitzin N. St. Über den Einfluß der Eigenrotation des Zentralkörpers auf die Bewegung der Satelliten nach der Einsteinschen Gravitationstheorie.— Nuovo cimento, 1958, 9, N 3, 365—374.
- Pham T. H. Comparaison des deux methodes d'obtention des equations du mouvement en relativité générale.— Nuovo cimento, 1958, 9, N 4, 647—663.
- Yilmaz H. New approach to general relativity.— Phys. Rev., 1958, 111, N 5, 1416—1426.
- Parapetrou A. Über zeitabhängige Lösungen der Feldgleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie.— Ann. Phys., 1958, 2, N 3—4, 87—96.
- Гутман И. И. Общеквариантный метод последовательных приближений в общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1959, 37, 1639.
- Вавилов Б. Т. О слабых полях гравитации.— Изв. вузов, Физика, 1959, № 2.
- Parapetrou A., Treder H. Das Sprungproblem erster Ordnung in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Math. Nachr., 1959, 20, 53—66.
- Петров А. З., Кайгородов В. Р. и Абдильин В. Н. Классификация полей тяготения общего вида по группам движений. I.— Изв. вузов. Матем., № 6, 118—130.
- Айткеева З. А. и Петрова Н. М. О системе сферически симметрических тел в общей теории относительности.— Тематический сборник «Исследования процессов переноса. Вопросы теории относительности». Алмата, Казахский ун-т, стр. 209—228.
- Synge T. L. A theory of elasticity in general relativity.— Math. Z., 1959, 72, 82—87.
- Lanczos C. A. Einstein and the role of theory in contemporary physics.— Amer. Sci., 1959, 47, 41.
- Bel L. Quelques remarques sur la classification de Petrov. Etude de cas 2.— C. R., 1959, 248, 2561. MR 21, 476.
- Cattaneo C. Conservation laws in general relativity.— Nuovo cimento, 1959, 13, 237.
- Бернштейн И. Л., Герценштейн М. Е. О возможности измерения скорости распространения гравитации в лабораторных условиях.— ЖЭТФ, 1959, 37, 1832.
- Treder H. Über die Fortpflanzung von Störungen in allgemeine-relativistischen Feldtheorien.— Wiss. Z. Friedrich Schiller Univ. Jena Math.— naturwiss. Reihe, 1958—1959, 8, N 4—5, 331—340.
- Фихтенгольц И. Г. О геодезических линиях в пространстве Фридмана—Лобачевского.— ЖЭТФ, 1959, 36, 1322.
- Kerr R. I. The Lorenz-covariant approximation method in general relativity.— Nuovo cimento, 1959, 13, N 3, 469—491.
- Пустовойт В. И. О линейных теориях тяготения.— ЖЭТФ, 1959, 37, 870.
- Калицын Н. С. О работе Рябушко «Об уравнениях движения вращающихся масс в общей теории относительности».— ЖЭТФ, 1959, 36, 1567.
- Иваненко Д. Д., Мицкевич Н. В. Об учете гравитационной энергии.— ЖЭТФ, 1959, 37, 868.
- Bergmann P., Komar A. V. Poisson brackets between locally defined observables in general relativity.— Phys. Rev. Letters, 1960, 4, N 8, 432—433.

- Schiff L. T. Equivalence principle «paradox» in the motion of a gyroscope.— *Nuovo cimento*, 1960, 17, N 1, 124—125.
- Фок В. А. Эйнштейнова статика в конформном пространстве.— *ЖЭТФ*, 1960, 38, 1476.
- Arnowitz R., Deser S., Misner C. W. Canonical variables for general relativity.— *Phys. Rev.*, 1960, 117, N 6, 1595—1602.
- Фихтенгольц И. Г. О координатных условиях в теории тяготения.— *ЖЭТФ*, 1960, 39, № 3, 809—813.
- Møller C. Selected problems in general relativity.— Brandeis Univ. Summer Inst. Theoret. Phys. Lecture Notes, 1960, 7—122.
- Фок В. А. Сравнение различных координатных условий в теории тяготения Эйнштейна.— *ЖЭТФ*, 1960, 38, 108.
- Misner Ch. N. Wormhole initial conditions.— *Phys. Rev.*, 1960, 118, N 4, 1110—1111.
- Bonnor W. B. The problem of evolution in general relativity.— *J. Math. and Mech.*, 1960, 9, N 3, 439—444.
- Takeo H. On geometric properties of Some plane wave solutions in general relativity. II. *Tensor*, 1959, 9, N 3, 162—174. III. *Tensor*, 1960, 10, № 1, 47—60.
- Kerr R. P. On the quasi static approximation in general relativity.— *Nuovo cimento*, 1960, 16, N 1, 26—60.
- Фихтенгольц И. Г. О задаче многих тел в релятивистской механике.— Сборник научных трудов каф. матем... Ленингр. ин-т точной механики и оптики, 1960, 31, 3—26.
- Michalska R. Action principle for the motion of rotating bodies in the general theory of relativity.— *Bull. Acad. polon. sci. Cl. III*, 1960, N 4, 237—246.
- Брагинский В. Б., Иваненко Д. Д., Рукман Г. И. О возможности постановки лабораторных опытов по измерению скорости распространения гравитационного взаимодействия.— *ЖЭТФ*, 1960, 38, 1005.
- Фихтенгольц И. Г. О сферически симметричных решениях уравнений тяготения Эйнштейна.— Сборник научных трудов каф. матем... Ленингр. ин-т точной механики и оптики, 1960, 31, 27—34.
- Yaakobi D. A quadrupole moment in a static axially symmetric metric.— *Bull. Res. Council Israel*, F. 1961, 10, N 2, 69—73.
- Rosen N., Yaakobi D. A particle at rest in a static axially symmetric gravitational field.— *Bull. Res. Council Israel*, 1961, 10, N 2, 49—52.
- Pachner T. Allgemeine Relativitätstheorie zur Zeitdilatation bei beschleunigter geradliniger Bewegung.— *Bull. Acad. polon. sci. Cl. III*, 1961, 9, N 11, 827—831.
- Унт В. А. Сингулярность Шварцшильда.— *Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭССР*, 1961, № 16, 27—48.
- Рябушко А. П. Об уравнениях движения вращающихся тел, обладающих зарядами и магнитными моментами, в общей теории относительности.— *Изв. высш. учеб. зав., Физика*, 1961, № 6, 3—13.
- Иваненко Д. Д. Основные проблемы гравитации. Вступительная статья к сборнику «Новейшие проблемы гравитации». М., ИЛ, 1961, стр. 5—64.
- Rosen N. Field of a particle in uniform motion uniform acceleration.— *Ann. Phys. (USA)*, 1962, 17, N 2, 269—275.
- Mienik B., Plebanski I. A study of geodesic motion in the field of Schwarzschild's solution.— *Acta phys. polon.*, 1962, 21, N 3, 239—268.
- Bergmann P. G. Summary of the colloque international de Royaumont.— *Colloq. internat.*—Centre nat. rech. scient., 1962, N 91, 463—472.
- Hofmann K. D. Über Wechselwirkungen von Gravitation und elektromagnetischem Feld gemäß der allgemeinen Relativitätstheorie.— *Z. Phys.* 1962, 166, N 5, 567—576.
- Belinfante F. T., Garrison T. C. On the uniqueness of Fock's harmonic coordinate systems in the presence of static, spherically symmetric sources.— *Phys. Rev.*, 1962, 125, N 3, 1124—1130.

- Пугачев Я. И. Движение пробной частицы в конформно плоском пространстве.— Изв. высш. учебн. зав., Физика, 1962, № 1, 45—47.
- Айтекеева З. А. Система вращающихся тел произвольной формы в общей теории относительности.— Тр. Ин-та ядерной физ. АН КазССР, 1962, 6, 164—173.
- Янкевич Ч. Доказательство единственности гидродинамического тензора масс во внешнем поле тяготения.— Bull. Acad. polon. sci. Cl. III, 1962, 10, № 5, 299—304.
- Arnowitt R. L., Deser S., Misner C. W. Canonical analysis of general relativity. Recent developm. gen. relativity. Warszawa PWN. L.— N. T. 1962, 127—136.
- Рылов Ю. А. Об относительной локализации гравитационного поля.— Вестник Моск. ун-та, Физ., астроф., 1962, № 5, 70—80.
- Новиков И. Д. О некоторых свойствах решений уравнений Эйнштейна для сферически симметричных полей тяготения.— Вестник Моск. ун-та, Физ., астроф., 1962, № 5, 90—95.
- Treder H. Gravitationsfelder mit Nullstellen der Determinante der ins.— Ann. Physik, 1962, 9, N 5—6, 283—294.
- Papapetrou A. III. Zur Frage der Existenz von singularitätsfreien Lösungen der allgemein-relativistischen Feldgleichungen.— Ann. Phys., 1962, 9, N 3—4, 97—106.
- Papapetrou A., Treder H. Sur la non-existence de solutions statiques partout regulieres en relativite générale.— C. R., 1962, 254, N 25, 4254—4256.— C. R., 1962, 254, N 26, 4431—4439.
- Рылов Ю. А. Об относительной локализации гравитационного поля.— ДАН СССР, 1962, 114, № 5, 1030—1033.
- Унт В. О преобразованиях координат и условиях непрерывности в общей теории относительности.— Тр. Ин-та физ. и астроф. АН ЭССР, 1962, № 19, 54—70.
- Янкевич Ч. Система уравнений для составляющих тензора масс во внешнем поле тяготения.— Bull. Acad. polon. sci. Ser. sci. math., astron. et phys., 1962, 10, N 5, 293—297.
- Burşev V. Non gravitational force effect in general theory of relativity.— Чехосл. физ. ж. 1962, № 10, 727—733.
- Hofmann K. D. Über die Gravitationswirkung der quellenfreien Poynting'schen Energiestromung.— Z. Phys., 1962, 168, N 4, 398—403.
- Иваненко Д. Д. Вступительная статья к кн. Дж. Уилер «Гравитация, нейтрино и Вселенная». М., ИЛ, 1962, стр. 5—41.
- Trümper M. Zur Bewegung von Probekörpern in Einsteinschen Gravitations-Vakuinfeldern.— Z. Phys., 1962, 168, N 1, 55—60.
- Мидкевич Н. В. Приближение слабого гравитационного поля и некоторые общерелятивистские уравнения полей. Тр. Самаркандск. ун-та, 1962, вып. 117, 33—40.
- Lichnerowicz A., Foures-Bruhat Y. Problèmes mathématiques en relativité.— Recent developm. gen. relativity. Warszawa, 1962, 73—87.
- Lanczos C. Some properties of the Riemann-Christoffel curvare tensor. Там же, 313—321.
- Ozsvath I. Schücking E. An anti-Mach. metric. Там же, 339—350.
- Petrov A. Z. Gravitational field geometry as the geometry of automorphisms Там же, стр. 379—386.
- A discussion on the present state of relativity. 22-nd Febr. 1962. Proc. Roy. Soc. A, 270, N 1342, 297—356. См. PM 1963, 576, 107, 138, 6, 90, 101, 104, 127, 7, 87, 88.
- Tangherlini F. R. Schwarzschild field in n-diminsions and the dimensionality of space problem.— Nuovo cimento, 1963, 27, N 3, 636—651.
- Tonnellat M. A., Lederer S. Définition de l'impulsionenergie gravitationnelle dans une théorie euclidienne du champ de gravitation.— C. R., 1963, 256, N 2, 371—373.
- Infeld L. «Uniformly accelerated» motion and relativity.— Acta phys. polon., 1963, 23, N 1, 69—75.

- Goldberg T. N., Sachs R. K. A theorem on Petrov types.—Acta phys. polon., 1962, 22, suppl., 13—23.
- Pauner C. B. Elasticity in general relativity.—Proc. Roy. Soc. A, 1963, 272, N 1348, 44—53.
- Balazs N. L., Bertotti B. Inertial rotation in a weak gravitational field.—Nuovo cimento, 1963, 27, N 5, 1087—1093.
- Левашов А. Е., Иваницкая О. С. Теория асимметричной лоренцовой связности в гравитационном поле как обобщенная тетрадная формулировка теории тяготения.—Уч. зап. Казанск. ун-та, 1963, 123, № 2, 39—40.
- Petrov A. Z. Classification invariante des champs de gravitation.—Colloq. internat. Centre nat. rech. scient., 1962, N 91, 107—112.
- Sahakian G. S., Vartanian Y. L. On Weyl's solution for axial-symmetrical gravitational fields.—Nuovo cimento, 1963, 27, N 6, 1497.
- Кручкович Г. И. Однородные пространства общей теории относительности.—Тр. Семинара по векторному и тензорному анализу с их приложениями к геометрии, механике и физике (МГУ), 1963, вып. 12, 71—95.
- Рылов Ю. А. Нормальные координаты и общий принцип относительности.—Вестник Моск. ун-та, Физ., астрон., 1963, № 3, 55—65.
- Фихтенгольц И. Г. О тензоре Эйнштейна четвертого ранга.—ДАН СССР, 1963, 149, № 2, 308—311.
- Янкевич Ч. Ньютоновские уравнения движения и условия гармоничности в теории тяготения.—ЖЭТФ, 1963, 44, № 2, 649—656.
- Петров А. З. О центрально-симметричных полях тяготения.—ЖЭТФ, 1963, 44, № 5, 1525—1533.
- Керес Х. О принципах эквивалентности и относительности.—Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭстССР, 1963, № 22, 5—31.
- Новиков И. Д., Озерной Л. М. Распространение света вне и внутри сингулярной сферы Шварцшильда.—ДАН СССР, 1963, 150, № 5, 1090—1091.
- Унт В. О принципе эквивалентности.—Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭстССР, 1963, № 20, 47—49.
- Керес Х. П. Обобщенные инерциальные системы в ньютоновской и общерелятивистской механиках. I. Теория Ньютона.—Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭстССР, 1963, № 20, 92—113.
- Галкин С. Л. Движение частиц в центрально-симметричном статическом поле в общей теории относительности.—Изв. высш. учебн. зав., Физика, 1963, № 3, 54—62.
- Rosen N. Flat-space metric in general relativity theory.—Ann. Phys. (USA), 1963, 22, N 1, 1—11.
- Chandra Shekhar K. Particular solution of Einstein's field equations.—Nuovo cimento, 1963, 23, N 5, 902—907.
- Коппель А. Некоторые точные аксиально-симметричные решения уравнения Эйнштейна.—Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭстССР, 1963, № 20, 50—58.
- Биядлов Р. Ф. Конформные группы преобразований в полях тяготения.—Итоги конференции Казанск. ун-та за 1962 г. Казань, 1963, стр. 23—25.
- Голиков В. И. Поля тяготения с общими геодезическими. II. (Дополнение к статье)—Уч. зап. Казанск. ун-та, 1963, 123, № 12, 59—67.
- Müller-Markus S. Die Prinzipien der allgemeinen Relativitätstheorie.—Synthese, 1963, 15, N 3, 336—374.
- Treder H. Statische Einstein-Räume mit veränderlicher Signatur.—Monatshber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin, 1964, 6, N 2, 88—91.
- Рябушко А. П. Центрально-симметрические пространства Эйнштейна и теорема Биркгофа.—ЖЭТФ, 1964, 46, № 6, 2046—2048.
- Sciama D. W. The physical structure of general relativity.—Rev. Modern Phys., 1964, 36, N 1, Pt. 2, 463—469.
- Tonnellat M. A. Théories euclidiennes de la gravitation et verifications experimentales.—Cahiers phys., 1964, 18, N 162, 45—55.
- Caricato Gaetano. Principio dell'azione stazionaria e principio de Fer-

- mat in relativita generale.—Rend. mat. e applic., 1963 (1964), 22, N 3—4, 416—426.
- Murai Yasuhisa. Principle of equivalence.—Progr. Theoret. Phys., 1963, Suppl. N 25, 101—102.
- Levy H, Robinson W T The rotating body problem.—Proc. Cambridge Philos. Soc., 1964, 60, N 2, 279—285.
- Carmeli M Has geodesic postulate any significance for a finite mass?—Phys. Letters, 1964, 11, N 1, 24—25
- Petrov A. On the gravitational fields with spherical symmetry.—Cahiers phys., 1964, 18, N 161, 1—8.
- Krzywoblocki M. Z On the equations of motion of a body with variable mass in the Einstein general theory of relativity. Part III.—Acta phys. austriaca, 1964, 17, N 4, 392—413.
- Papapetrou A. Champs faibles en relativité générale. Condition de coordonnées. Lois de conservation — Cahiers phys., 1964, 18, N 162, 76—82.
- Treder H. T. Die neueste Entwicklung der allgemeinen Relativitätstheorie.—Forsch. und Fortschr., 1964, 38, N 7, 198—201
- Roche Cl. Les équations de Hamilton en relativité générale.—C. R., 1964, 258, N 22, 5359—5362.
- Kühnel A. Equations of motion in the theory of gravitational perturbations.—Ann. Phys. (USA), 1964, 28, N 1, 116—133.
- Gamba A., Luzzatto G. Gausality and conformal invariance.—Nuovo cimento, 1964, 33, N 6, 1732—1733
- Владимиров Ю. С. Новое в изучении природы сил тяжести.—В сб. «Земля во Вселенной». М., «Мысль», 1964, 74—80
- Krause H. G L. Relativistic perturbation theory of an artificial satellite in an arbitrary orbit about the rotating oblated earth spheroid and the time dilatation effect for this satellite — Use Artific. Satellites Geod. Amsterdam, 1963, 69—107.
- Károlyházy F. Mach's principle and general relativity. 1—4.—Acta phys. Acad. scient. hung., 1964, 17, N 1—2, 31—40.
- Schmutzer E. Entwicklung einer physikalischen Geometrie der Raum-Zeit zum Zwecke der Interpretation der allgemeinen Relativitätstheorie.—Z. Naturforsch., 1964, 19a, N 6, 665—675.
- Kraus K. Zur Theorie abgeschlossener gravitierender Systeme.—Ann. Phys., 1964, 13, N 1—2, 62—72.
- Treder H. T. Eine Verallgemeinerung des Theorems von Einstein und Pauli.—Math. Nachr., 1964, 26, N 6, 353—359.
- Пийр И. О статистических решениях проблемы многих частиц в общей теории относительности.—Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭстССР, I 1964, № 5; 36—46, II, 75—84.
- Müller T. Bemerkungen zu einigen strengen kugelsymmetrischen Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen.—Wiss. Z. Friedrich-Schiller- Univ. Jena. Math.-naturwiss. Reihe, 1964, 13, N 2, 205—208.
- Harvey A. L. The principle of equivalence.—Ann. Phys. (USA), 1964, 29, N 3, 383—390.
- Hönl H., Dehnen H. Über Machsche und anti-Machsche Lösungen der Feldgleichungen der Gravitation. II.—Ann. Phys., 1964, 14, N 5—6, 271—295.
- Axelrad M. Une solution complete (interieur et extérieur) non statique à symétrie sphérique en relativité générale.—Cahiers phys., 1964, 18, N 168—169, 351—360.
- Harvey A. L. The Schwarzschild metric and the Whitehead theory of gravitation.—Amer. J. Phys., 1964, 32, N 11, 893—894.
- Carmeli M. The motion of a particle of finite mass in an external gravitational field.—Ann. Phys. (USA), 1964, 30, N 1, 168—177.
- Romain J E Peden D. N. Natural-time measurements in a harmonically vibrating system.—Nuovo cimento, 1964, 34, N 6, 1544—1562.
- Horak R. Analysis of Schwarzschild's solution.—Phys. Letters, 1964, 13, N 4, 318—319.

- Rastel P. Quaternions in relativity.—*Rev. Modern Phys.*, 1964, 26, N 3, N 3, 820—832.
- Krori K. D. On Rumer's invariant theory of gravitational waves.—*Indian J. Phys.*, 1964, 38, N 4, 190—193.
- Ivanenko D. Tetradic and compensational theory of gravitation.—*Докл. Болг. АН*, 1964, 17, N 9, 801—804.
- Эминзаде Т. А., Гусейнов О. Х. О сингулярности Шварцшильда.—*Изв. АН АзербССР, Сер. физ., техн. и матем. наук*, 1964, № 4, 115—119.
- Брежнев В. С. Общековариантный канонический формализм в теории поля.—*Изв. высш. учебн. завед., Физика*, 1964, № 6, 77—81.
- Иваницкая О. С. Общая ковариантность в теории лоренцевой связности.—*ДАН СССР*, 1964, 8, № 12, 776—778.
- Фок В. А. Принципы механики Галилея и теории Эйнштейна.—*УФН*, 1964, 83, № 4, 577—582.
- Стаквильевичус М. И. О существовании частицеподобных решений уравнений Эйнштейна для скалярного комплексного поля.—*Вестник Моск. ун-та, Физ., астрон.*, 1964, № 6, 41—47.
- Penrose R. Zero rest-mass fields including gravitation: asymptotic behaviour.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1965, 284, N 1397, 159—203.
- Narlikar J. V. The direction of time.—*Brit. J. Philos. Sci.*, 1965, 15, N 60, 281—285.
- Lemmer G. On covariant differentiation within a null hypersurface.—*Nuovo cimento*, 1965, 37, N 4, 1659—1672.
- Boyer R. H. Rigid frames in general relativity.—*Proc. Roy. Soc. A.*, 1965, 283, N 1394, 343—355.
- Carmeli M. The equations of motions of slowly moving particles in the general theory of relativity.—*Nuovo cimento*, 1965, 37, N 3, 842—874.
- Kichenassamy S. Sur l'accélération uniforme en relativité générale.—*C. R.*, 1965, 260, N 11, 30001—30004.
- Иваницкая О. С. Локальная инвариантность и обобщение неоднородных преобразований Лоренца.—*Докл. АН БССР*, 1965, 9, № 2, 88—90.
- Коноплева Н. П. Координатные преобразования и компенсирующие поля.—*Вестн. Моск. ун-та, Физ., астрон.*, 1965, № 3, 73—80.
- Вонног В. В., Сваминараян Н. S. An exact stationary solution of Einstein's equations.—*Z. Phys.*, 1965, 186, N 3, 222—226.
- Efinger H. J. Strenge Lösung der Einstein'schen Feldgleichungen für eine elektrostatische Ladungsanordnung endlicher Selbstenergie.—*Acta phys. austriaca*, 1965, 19, N 3, 264—267.
- Глинер Э. Б. О возможном обобщении уравнений Эйнштейна.—*Письма в редакцию.—ЖЭТФ*, 1965, № 2, 53—56.
- Chernikow N. A. Microscopic foundation of relativistic hydrodynamics.—*Acta phys. polon.*, 1965, 27, N 3, 465—489.
- Trautman A. Comparison of Newtonian and relativistic theories of space-time.—*Organon*, 1965, N 2, 123—129.
- Basri S. A. Operational foundation of Einstein's general theory of relativity.—*Rev. Modern Phys.*, 1965, 37, N 2, 288—315.
- Cornish F. H. Energy and momentum in general relativity. III. The total energy, momentum and angular momentum of an isolated finite system generating gravitational waves.—*Proc. Roy. Soc. A.*, 1965, 286, N 1405, 270—284.
- Roddiер P. Effect Doppler en relativité générale.—*C. R.*, 1965, 260, N 23, 6048—6050.
- Roddiер P. Effect Doppler dans l'univers de Schwarzschild. Calcul de la vitesse réelle de la source en fonction des fréquences.—*C. R.*, 1965, 260, N 22, 5715—5718.
- Leutwyler H., Klauder J. R. Some remarks on the boundary value problem in general relativity.—*Helv. phys. acta*, 1965, 38, N 241—250.
- Грановский Я. И., Пантюшин А. А. К релятивистской теории тяготения.—*Изв. АН КазССР*, 1965, вып. 2, 65—69.

- Chao K. L., Kohler M. Vierbein-Formulierung der Theorie des Schwerefelds.— *Z. Naturforsch.*, 1965, 20a, N 6, 753—755.
- Белинский В. А., Халатников И. М. Общее решение уравнений гравитации с одновременной фиктивной сингулярностью.— *ЖЭТФ.*, 1965, 49, № 3, 1000—1008.

Перигелий Меркурия

- Harzer P. Über die Bewegung des Merkurperihels.— *Astron. Nachr.*, 1891, 127, N 3030, 82—88.
- Haerdtl. Zur Frage der Perihelbewegung des Planeten Merkur.— *Sitzungsber. Math. Naturwiss. Wien*, 1894, 103, 713—725.
- Hall A. A suggestion in the theory of Mercury.— *Astron. J.*, 1895, 24, 49—51.
- Osten H. Über eine Erklärung der anomalen Bewegung der Merkurperihels.— *Astron. Nachr.*, 1906, 171, N 4088, 119—120.
- Einstein A. Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie.— *Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin*, 1915, 42, 831—839.
- Wiechert I. Perihelbewegung des Merkur und die allgemeine Mechanik.— *Nachr. Ges. Göttingen, math.*— *phys. kl.*, 1916, Febr., 124—141; *Phys. Z.* 1916, 17, 442—448.
- Lodge O. Mercury's perihelion progress.— *Nature*, 1918, 101, 44—45.
- Lodge O. The motion of the perihelion of mercury.— *Nature*, 1918, 101, 125—126.
- Pauli W. Merkurperihelbewegung und Strahlenablenkung in Weyls Gravitationstheorie. *Verhandl. Deutsch. Phys. Ges.*, 1919, 21, N 21—22, 742—750.
- Walker G. A dynamical specification of the motion of mercury.— *Nature*, 1920, 105, 198—199.
- Crommelin A. Relativity and the motion of mercury's perihelion.— *Nature*, 1920/1921, 106, N 2677, 787—789.
- Laue M. Historisch-kritisches über die Perihelbewegung des Merkur.— *Naturwissenschaften*, 1920, 8, 735—736.
- Grossmann W. Die Bewegung des Merkurperihels nach der Arbeit Newcomb's.— *Astron. Nachr.*, 1921, 214, N 5115, 41—54, N 5124, 195—196.
- Grossmann W. Die Bewegung des Merkurperihels.— *Zf. Phys.*, 1921, 5, N 4, 280—284.
- Bertrand G. La loi de Newton et la formule d'Einstein pour le périhélie des planetes.— *C. R.*, 1921, 173, 438.
- Bertrand G. La loi de Riemann, le périhélie de mercure et la déviation de la lumière.— *C. R.*, 1922, 174, 1687—1689.
- Gleich G. Die allgemeine Relativitätstheorie und das Merkurperihel.— *Ann. Phys.*, 1923, 72, 221—223.
- Reichenbächer E. Bemerkung zu der Arbeit von K. Lanczos «Zum R. d. a. R».— *Z. Phys.*, 1923, 15, N 4/5, 273—275.
- Lanczos K. Bemerkungen zur Theorie der Merkurperihelverschiebung.— *Naturwissenschaften*, 1923, 11, N 45, 910—911.
- Chazy J. Sur l'avance du perihélie de Mercure.— *C. R.*, 1925, 181, 1053—1055.
- Gleitz G. Perihelbewegung bei veränderlicher Masse.— *Ann. Phys.*, 1925, 78, 498—504.
- Winter A. Störungstheoretische Bemerkungen zur Einsteinschen Perihel-Formel.— *Astron. Nachr.*, 1925, 224, N 5374, 379—382.
- Winter A. Störungstheorie und Perihelformel.— *Z. Phys.*, 1925, 33, N 8, 635—642; *Berichtigung.*— *Z. Phys.*, 1925, 34, N 5—7, 547.
- Morgan H. R. The observed motion of the perihelion Mercury.— *J. Opt. Soc. America*, 1930, 20, N 4, 225—229.
- Fotheringham J. K. Note on the motion of the perihelion of Mercury.— *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1931, 91, N 9, 1001—1004.

- Morrison T. The perihelion of Mercury — Science, 1933, 77, N 1998, 371—372.
- Gleich G. Merkurperihel und Relativitätstheorie.— Astron. Nachr., 1934, 253, 345—252.
- Maneff G. sur le déplacement du périhélie de Mercure.— C. R., 1934, 199, 1376—1378.
- Clemence G. The motion of Mercury 1765—1937.— Astron. Paper Amer. Ephemeris., 1943, 11, 1—222.
- Clemence G. The relativity effect in planetary motions — Rev. Modern. Phys., 1947, 19, 361—364.
- Esclagon E. Sur l'avance du Perigee dans l'orbite des satellites artificiels de la Terre.— C. R., 1948, 226, 23—25.
- Clemence G. Relativity effect in planetary motion — Proc. Amer. Philos. Soc., 1949, 93, 532—534.
- Gilvarry J. Relativity advances of the perihelia of minor plan zs.— Publ. Astron. Soc. Pacif., 1953, 65, 173—178.
- La Paz L. Advances of the Perigees of Earth-Satellites predicted by general relativity.— Publ. Astron. Soc. Pacif., 1954, 66, 388, 13—18.
- Гинзбург В. А. Об использовании искусственных спутников Земли для проверки общей теории относительности.— ЖЭТФ, 1956, 30, 213—214.
- Winterbergel Über Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie durch Erdsatelliten.— Nuovo cimento, 1958, 8, N 1, 17—31.
- Gilvarry J. J. Verification of general relativity by means of artificial planets — Nature, 1959, 183, 666—667.
- Geissler D. Zum astronomischen Bewegungsproblem in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Z. Naturforsch., 1959, 142, N 8, 689—696.
- Schmeidler F. Die astronomische Prüfung der Relativitätstheorie.— Naturwiss Rundschau., 1959, 12, N 6, 220—222.
- Tharrats J. Relativity advances of the perigee of artificial satellites.— X-th Internat. Astronaut. Congr. London, 1959
- Rao B. R. General relativity and perihelion advance — Proc. Nat. Inst. Sci. India A, 1960, 26, N 2, 168—183.
- Forward R. L. General relativity for the experimentalist — Proc. IRE, 1961, 49, N 5, Pt. 1, 892—904.
- Adam Modge G. The observational tests of gravitation theory.— Proc Roy. Soc A, 1962, 270, N 1342, 297—304. Discuss., 304—306.

Парадокс часов

- Thirring H. Über das Uhrenparadoxon in der Relativitätstheorie — Naturwissenschaften, 1921, 9, N B, 209—212; см. Phys. Ber., 1921, S. 796.
- Gehrke E. Über das Uhrenparadoxon in der Relativitätstheorie — Naturwissenschaften, 1921, 9, N 24, 482.
- Thirring H. Erwiderung hierzu. Naturwissenschaften., 1921, N 14, 482—483.
- Gehrke E. Die Uhrenparadoxon in der Relativitätstheorie.— Naturwissenschaften, 1921, 9, N 28, 550—551.
- Thirring H. Erdiderung hierzu. Naturwissenschaften, 1921, 9, 28, 551
- Bollert K. Die Entstehung der Lorentzverkürzung und die strenge Behandlung des Uhrenparadoxon.— Z. Phys., 1922, 12, N 3/4, 189—206.
- Bollert K. Die Entstehung der Lorentzverkürzung und die strenge Behandlung des Uhrenparadoxon.— Z. Phys., 1923, 13, N 5, 342. Berichtigung.
- Reichenbach H. Planetenuhr und Einsteinsche Gleichzeitigkeit.— Z. Phys., 1925, 33, N 8, 628—634; Phys. Ber., 8—9.
- Campbell I. W. The clock problem in relativity.— Philos. Mag., 15, 1933, N 96, 48—51.
- Campbell J. W. Note on the clock problem in relativity.— Philos. Mag., 1935, 19, 715—720.
- Eage A. Note on synchronizing «Clocks» in a moving system by a connecting spindle.— Philos. Mag., 1939, 28, 592—595. Phys. Ber., 1940, 955,

- Møller C. K. On homogeneous gravitational fields in the general theory of relativity and the clock paradox.—Kgl. danske Vid. selskab. mat.-fys. medd., 2943, **20**, N 29, 25.
- Hill E. L. The relativistic clock problem.—Phys. Rev., 1947, **72**, 236—240.
- Ives H. E. Historical note on the rate a moving atomic clock.—J. Opt. Soc. America, 1947, **37**, 810—813.
- McCrea W. H. The clock paradox in relativity theory.—Nature, 1951, **167**, 80.
- Ives H. E. The clock paradox in relativity theory.—Nature, 1951, **168**, 246.
- Mikhail The relativistic clock problem.—Proc. Cambridge Philos Soc, 1952, **48**, 608—615.
- Dugas R. Sur les pseudo-paradoxes de la relativité restreinte.—C. R., 1954, **238**, 49—50.
- Galli M. Osservazioni critiche circa nuove soluzioni del paradosso degli orologi.—Atti Accad. naz. Lincei Rend. cl. sci fis., mat. e natur., 1954, **16**, N 3, 356—363.
- Grünbaum A. The clock paradox in the special theory of relativity.—Philos. Sci., 1954, **21**, N 3, 249—253.
- Leaf B. The clock paradox in the special theory of relativity.—Philos. Sci., 1955, **22**, N 1, 45—52.
- Törnebohm H. Comments on professor Grünbaum's «The clock paradox in the special theory of relativity».—Philos. Sci., 1955, **22**, N 3, 231—233.
- Grünbaum A. Reply to Dr. Törnebohm's comments on my article.—Philos. Sci., 1955, **22**, N 3, 233.
- Crawford F. S. The clock paradox of relativity.—Nature, 1957, **179**, N 4569, 1071—1072.
- Dingle H. The clock paradox of relativity.—Nature, **179**, 1957, N 4572, 1242—1243.
- Fremlin J. H., Dingle H. Relativity and space travel.—Nature, **180**, 1957, N 4584, 499—500.
- Darwin C. G. The clock paradox in relativity.—Nature, **180**, 1957, N 4593, 976—977.
- Essen L. The clock paradox of relativity.—Nature, **180**, 1957, N 4594, 1061—1062.
- Dingl H. The clock paradox in relativity.—Nature, **180**, 1957, N 4597, 1275—1276.
- Robinson J. D., Feenberg E. Time dilatation and Doppler effect.—Amer. J. Phys., 1957, **25**, N 7, 490—491.
- Fischer R., McCrea W. H. Space travel and ageing.—Discovery, **18**, 1957, N 2, 56—58.
- McMillan E. M. The «clock paradox» and space travel.—Science, 1957, **126**, N 3270, 381—384.
- Golay M. J. E. Note on relativistic clock experiments.—Amer. J. Phys., **25**, 1957, N 7, 494—495.
- Born M., Biem W. Zum Uhrenparadoxon.—Proc. Konink. nederl. akad. wet., 1958, B **61**, N 2, 110—120.
- Born M. Ein Besuch bei den Raumfahren und das Uhrenparadoxon.—Phys. Bl., 1958, **14**, N 5, 207—212.
- Bacon R. H. On the paradox of the twins.—Amer. J. Phys., 1958, **26** N 7, 502—503.
- Jaynes E. T. Relativistic clock experiments.—Amer. J. Phys. 1958, **26**, N 3, 197—198.
- Tiruvengkatacher V. R. Relativity and space-travel.—Current Sci., 1958, **27**, N 9, 327—329.
- Davidson W. Use of artificial satellite to test the clock paradox and general relativity. Author's reply (S. Singer).—Nature, 1960, **188**, N 4755, 1013—1014.
- Darricus G. Paradoxe du voyageur de Langevin et relativité restreinte.—C. R., 1960, **251**, N 3, 309—313.

- Cochran W. The clock paradox. «Vistas astron.». L.—N. Y., 1960, 3, 78—87.
- Гольденблатт И. И. О «парадоксе с часами» в теории относительности.— Изв. высш. учебн. зав., Физика, 1961, N 6, 38—42.
- Hantzsch E. Das Uhrenparadoxon.— Urania, 1961, 24, N 12, 467—469.
- Kurohuma E. A new solution of the clock paradox.— Progr. Theoret. Phys., 1961, 25, N 3, 508—510.
- Roth A. Relativity and the clock paradox.— Proc. IRE, 1961, 49, N 9, 1437.
- Фок В. А. Кинематический и гравитационный эффекты изменения хода времени.— Bull. Acad. polon. sci. Cl. III, 1962, 10, N 8, 447—450.
- Dingle H. On inertial reference frames.— Sci. Progr., 1962, 50, N 200, 568—583.
- Turner K. C. A new experimental limit on the velocity dependent interaction between natural clocks and distant matter.— Doct. diss. Princeton Univ., 1962, 93.
- Гинзбург В. Л. Экспериментальная проверка общей теории относительности.— В сб. «Эйнштейн и развитие физ.-матем. мысли». М., Изд-во АН СССР, 1962, стр. 117—136.
- Улегла И. История парадокса часов и космические путешествия.— Вопр. ист. ест. и техн., 1962, вып. 12, 183—189.
- Hantzsch E. Zum relativistischen Uhrenparadoxon.— Raketentechn. und Raumfahrtforsch., 6, 1962, N 2, 41—44.
- Refsdal S. Rate difference between a clock in an artificial satellite and a clock on the Earth.— Phys. Rev., 1962, 127, N 3, 977—978.
- Adam M. The observational tests of gravitation theory.— Proc. Roy. Soc. A, 1962, 270, N 1342, 297—304. Discuss. 304—305.
- Frisch O. R. Time and relativity. Part II.— Contempor. Phys., 1962, 3, N 3, 194—201.
- Claus H. J. Anschauliche Darstellung der relativistischen Zeitdilatation.— Math. und naturwiss. Unterr., 1962, 15, N 1, 21—22.
- Benedik E. T. The clock paradox in vertical free fall.— Advances Astronaut. Sci., 1963, 8, 488—504.
- Bronowski J. The clock paradox.— Scient. Amer., 1963, 208, N 2, 134—136, 138, 140, 142, 144.
- Born M. Discussion on the paper: «Special theory of relativity» by H. Dingle Author's reply.— Nature 1963, 197, N 4874, 1287—1288.
- Lowry Edward S. The clock paradox.— Amer. J. Phys., 1963, 31, N 1, 59.
- Wilkinson K. J. R. An analysis of the clock paradox.— J. Inst. Electr. Engrs., 1963, 9, 10—12.
- Lass H. Accelerating frames of refence and the clock paradox.— Amer. J. Phys., 1963, 31, N 4, 274—276.
- Romain J. E. Time measurements in accelerated frames of reference. Rev. Modern Phys., 1963, 35, N 2, 376—389.
- Romain J. E. A geometrical approach to relativistic paradoxes.— Amer. J. Phys., 1963, 31, N 8, pt. 1, 576—585.
- Darrieus G. Paradoxe du voyageur de Longevin et relativité restreinte. Cas du mouvement accéléré, temps propre et microphysique.— Mem. Soc. engrs civils France, 1963, 116, N 7—8, 11—30, 9, 10.
- Richter G. Zum relativistischen Uhrenparadoxon.— Forsch. und Fortschr., 1964, 38, N 4, 104—109.
- Landsberg P. T. Two relativistic paradoxes.— Math. Caz., 1964, 48, N 364, 197—202.
- Wäckerle E. Zur Zeitmessung bei bewegten Körpern in der allgemeinen Relativitätstheorie.— Z. Phys., 1964, 179, N 5, 496—506.
- Mittelstaedt P. Das Uhrenparadoxon.— Sterne und Weltraum, 1964, 3, N 8, 191—194.
- Camba A. Time dilatation and information theory.— Amer. J. Phys. 1965, 33, N 1, 61.
- Tonnellat M. A. Sur le décalage des fréquences en relativité generale.— C. R., 1965, 260, N 15, 4155.4158.

- Галкин С. Л. О парадоксе часов в движении в центрально-симметрическом поле.— В сб. «Проблемы гравитации». Тбилиси, 1965, стр 97—100.
- Essen L. A time dilatation experiment based on the Mössbauer effect.— Proc. Phys. S., 1965, 86, N 3, 671—672.
- Little E. M. Two simpler relativity twin paradoxes — Amer. J. Phys., 1965, 33, N 9, 747—748.

Отклонение лучей

- Eddington A. S. The deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1919, 104, 271, 454.
- Eddington A. S. The predicted shift of Fraunhofer lines.— Ibid., 598—599.
- Fourniet F. E. Au sujet des déplacements apparents de quelques étoiles dans l'éclipse totale du Soleil du 29 mai 1919.— C. R., 1920, 171, N 11, 501—504; ibid., N 13, 560—563.
- Anderson A. The displacement of light rays passing near the Sun.— Nature, 1919—1920, 104, 354.
- Anderson A. Deflection of light during solar eclipse.— Ibid., 393—394, 436, 563.
- Anderson A. On the advance of the perihelion of a planet, and the path of a ray of light in the gravitation field of the sun.— Philos. Mag., 1920, 39, N 233, 626—628.
- Freundlich E. Über die Gravitationsverschiebung der Spektrallinien bei Fixsternen.— Phys. Z., 1919, 20, 561—570.
- Freundlich E. Der Bericht der englischen Sonnenfinsternis Expedition über die Ablendung des Lichts im Graviationsfelde der Sonne.— Naturwissenschaften, 1920, N 34, 667—673.
- Freundlich E. Zur Prüfung der allgemeinen Relativitätstheorie.— Naturwissenschaften, 1919, 7, 629—636.
- Die Krümmung des Lichtstrahles infolge der Gravitation.— Ann. Phys., 1920, 61, 21—24.
- Grebe L. Sonnengr. und Rotverschiebung.— Z. Phys., 1921, 4, N 1, 105—109.
- Gabe L., Bachen A. Über den Einsteineffekt im Gravitationsfeld der Sonne.— Verhandl. phys. Ges., 1919, 21, 454—464.
- Gabe L., Bachen A. Über die Einsteinverschiebung im Gravitationsfeld der Sonne.— Z. Phys., 1920, 1, 51—54.
- Gabe L., Bachen A. Einsteinsche Gravitationsverschiebung im Sonnenspektrum der Stickstoffbande.— Z. Phys., 1920, 2, N 4, 415—422.
- Crommelin A. Solar eclipse, May 1919.— Nature, 1919, 102, 444—446.
- Crommelin A. Results of the total solar eclipse of May 29 and the relativity theory.— Nature, 1920, 104, 280—281.
- Crommelin A. The deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1920, 104, 372—373.
- Crommelin A. The Einstein theory and spectral displacement.— Nature, 1920, 104, 532.
- Crommelin A. Deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1920, 105, 8.
- Crommelin A. Einstein's deflection of light.— Nature, 1920, 105, 23—24.
- Laue M. von. Zur Theorie der Rotverschiebung der Spektrallinien an der Sonne.— Z. Phys., 1920, 3, N 5, 389—395.
- Dines W. H., Richardson L. F., Anderson A. The deflection of light during a solar eclipse.— Nature, 1919, 104, 393—394.
- Soldner J. Über die Ablenkung eines Lichtstrahles von seiner geradlinigen Bewegung durch die Attraktion eines Weltkörpers, an welchem es nahe vorbeigeht. Mit einer Vorbemerkung von P. Lenard.— Ann. Phys. 1921, 65, (14), N 15, 593—604.

- Laue M. Theoretisches über neuere Beobachtungen zur Relativitätstheorie (Nachtrag).—*Phys. Z.*, 1921, 22, N 11, 332; *см. Phys. Z.*, 1920, 21, 659.
- Forsyth A. R. Note on the path of a ray of light in the Einstein Relativity theory of gravitational effect.—*Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1921, 82, N 1, 2—11.
- Ogura K. Sur la courbure des rayons lumineux dans le champ de gravitation.—*C. R.* 1921, 173, N 16, 641—644.
- Hepperger J. Zur Ablenkung des Lichtes in Gravitationsfeldern.—*Astron. Nachr.*, 1922, 216, N 5176, 321—322.
- Dingle H. The deflection of light in a gravitational field.—*Nature*, 1922, 110, N 2579, 389—391.
- Jeffreys H. Gravitational shift of spectral lines.—*Nature*, 1920, 105, 2628
- Larmor J. On the nature and amount of the gravitational deflexion of light.—*Philos. Mag.*, 1923, 45, N 265, 243—256; *Phys. Ber.*, 1923, 978—979.
- Fabry Ch. La theorie de la relativité et la déplacement des raies spectrales produit par le champs de gravitation.—*Scientia*, 1923, 34, 149—158; *Phys. Ber.*, 1924, 17, 78.
- Hopmann J. Die Deutung der Ergebnisse der amerikanischen Einsteinexpedition.—*Phys. Z.*, 1923, 24, N 21/22, 476—485; *Phys. Ber.*, 1924, 487—488.
- John C. E. St. Zur Gravitationsverschiebung im Sonnenspektrum.—*Z. Phys.*, 1924, 21, N 3, 159—162; *Phys. Ber.*, 1924, 540—591.
- Freundlich E. Über die Beobachtung der Lichtablenkung während der totalen Sonnenfinsternis am 21 September 1922.—*Naturwissenschaften*, 1923, 11, N 48/49, 962—965.
- Lanczos K. Über der Rotverschiebung in der de Sitterschen Welt.—*Z. Phys.*, 1923, 17, N 3, 168—189.
- Cambell W. W., Trümpler R. Observations on the deflection of light in passing through the sun's gravitational field made during the total solar eclipse of Sept. 21 1922 — *Lick Observ. Bull.*, 1923, 11, N 346, 41—54; *Phys. Ber.*, 1923, 1517—1519.
- Schott G. A. Some consequences of the gravitational reflexion of light.—*Nature*, 112, N 2813, 471—472.
- Trümpler R. Historical note on the problem of light deflection in the sun's gravitational field.—*Science (N. S.)*, 1923, 58, N 1496, 161—163.
- Bottlinger K. F. Die relativistische Rotverschiebung und Lichtablenkung in Gravitationsfeld der Himmelskörper.—*Handbuch der Experimentalphysik.*, Bd. 18, 107—122.
- Laschkarew W. Zur Theorie der Bewegung von Materie und Licht im Gravitationsfelde.—*Ukr. Phys. Abhandl.*, 1927, 1, N 2, 12—21; *Phys. Ber.*, 437—438; *Z. Phys.*, 1927, 44, 361—368. *Phys. Ber.*, 521.
- Poor C. L. The deflection of light as observed at total solar exlipses.—*J. Opt. Soc. America*, 1930, 20, N 4, 173—211.
- Freundlich E., Klüber H. V., Brunn A. V. Ergebnisse der Potsdamer Expedition zur Beobachtung der Sonnenfinsternis von 1929, Mai 9... Über die Ablenkung des Lichtes in Schwerfeld der Sonne.—*Z. Astrophys.*, 1931, 3, N 3, 171—198; *Phys. Ber.*, 1931, 2838—2839.
- Whittaker E. T. On the definition of distance in curved space, and the displacement of the spectral lines of distant sources — *Proc. Roy. Soc., London (A)*, 1931, 133, N 821, 93—105; *Phys. Ber.*, 1931, 2839.
- Ludendorff H. Über die Ablenkung des Lichtes in Schwerfelde der Sonne.—*S.—A. Astron. Nachr.*, 1932, 244, N 5848, 321—330; *Phys. Ber.*, 1932, 1106.
- Trümpler R. J. Die Ablenkung des Lichtes im Schwerfeld der Sonne.—*Z. Astrophys.*, 1932, 4, N 3, 208—220; *Phys. Ber.*, 1932, 1468.
- Freundlich E. F., Klüber H., Brunn A. Bemerkung zu Herrn Trümpfers Kritik.—*Z. Astrophys.*, 1932, 4, N 3, 221—223; *Phys. Ber.*, 1932, 1468.
- Kopf A. Ablenkung des Lichtes in Schwerfeld der Sonne.—*Naturwissenschaften*, 20, 486—489; *Phys. Ber.*, 1932, 1650.

- Trumpler R. I. The deflection of light in the sun's gravitational field.—*Science* (N. S.), 75, 1932, N 1951, 538—540; *Phys. Ber.*, 1932, 1939.
- Vrkljan V. S. Eine Möglichkeit für die Interpretation der grösseren Ablenkung des Lichtstrahles im Schwerefeld der Sonne.—*Rad.*, 1931, 244, 126—128.
- Freundlich E., Brunn A. Über die Theorie des Versuches des Bestimmung der Lichtablenkung im Schwerefeld der Sonne.—*Z. Astrophys.*, 1933, 6 N 3, 218—235; *Phys. Ber.*, 1933, 1074—1075.
- Fvershed J. The red shift of the iron lines at the edge of the sun.—*Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1936, 96, N 3, 152—159.
- Freundlich E., Gleissberg W. Zur Frage der Entwertung der Ausgleichung in dem Problem der Bestimmung der Lichtablenkung im Schwerefeld der Sonne.—*Rev. Fac. sci., Univ Istanbul* (N S), 1935, 1, N 1, 44—49. *Phys. Ber.*, 1936, 1530.
- Hanni L. Anwendung der Theorie der Vektorfelder zur Berechnung der Ablenkung eines Lichtstrahles durch das Gravitationsfeld der Sonne.—*Tohoku Math. J.*, 1937, 43, N 2, 277—298; *Phys. Ber.*, 1938, 874
- Von Brunn A., Klüber H. von Kritische Untersuchung zur Bestimmung der Lichtablenkung durch die Potsdamer Sonnenfinsternisexpedition von 1929.—*Z. Astrophys.*, 1937, 14, 241—250.
- Drill H. T. A search for an electrostatic analog to the red shift.—*Phys. Rev.*, 1938, 54, N 3, 240.

Тензор энергии-импульса

- Treder H. J. Der Materietensor in der unsymmetrischen Feldtheorie Einsteins.—*Wiss. Z. Humboldt-Univ. Berlin, Math.-naturwiss. Reihe*, 1954—1955, 4, N 1, 9—10.
- Pirani F. A. E. On the energy momentum tensor and the creation of matter in relativistic cosmology — *Proc. Roy. Soc. A*, 1955, 228, N 1175, 455—462
- Winogradzki J. Sur la tenseur impulsion-énergie metrique et le théorème de Noether.—*Cahiers phys.*, 1965, N 67, 1—5.
- Winogradzki J. Invariance et conservation en relativité restreinte et généralisée.—*Sémin. theoret. phys. Fac. sci. Paris*, 1955—1956, 25, N 11, 1—11.
- Траутман А. О теоремах сохранения и уравнениях движения в ковариантных теориях поля.—*Бюлл. Польской АН*, 1956, отд. 3, 4, № 10, 665—669.
- Траутман А. Уравнения Киллинга и законы сохранения.—*Бюлл. Польской АН*, 1956, отд. 3, 4, № 10, 671—674.
- Davis W. R. Über «starke» und «quasi-starke» Erhaltungssätze allgemein kovarianter Feldtheorien und ihre allgemeinen differentiellen Identitäten.—*Z. Phys.*, 1957, 148, N 1, 1—14.
- Tulczyjew W. On the energy-momentum tensor density for simple pole particles.—*Bull. Acad. polon. sci., Cl. III*, 1957, 5, N 3, 279—282.
- Pratelli A. M. Tensore energetico e azioni pondermotrici di campi generalizzati nello spazio-tempo.—*Boll. Unione mat. ital.*, 1957, 12, N 2, 192—199.
- Vaghi C. Energia di campi spazio-temporali emisimmetrici.—*Boll. Unione mat. ital.*, 1957, 12, N 2, 264—268.
- Sauriau J. M. Le tenseur impulsion-énergie en relativité variationnelle.—*C. R.*, 1957, 245, N 11, 958—960.
- Trautman A. On the conservation theorems and co-ordinate systems in general relativity.—*Bull. Acad. polon. sci., Cl. 3*, 1957, 5, N 7, 721—727.
- Pham Tan Haang. Comparaison entre la méthode du tenseur d'impulsion-énergie et la méthode des singularités — *C. R.*, 1958, 246, N 10, 1497—1500.

- Goldberg J. N. Conservation laws in general relativity.—*Phys. Rev.*, 1958, **111**, N 1, 315—320.
- Mizkjewitsch N. Zu den Invarianzeigenschaften der Lagrange-Funktionen der Felder.—*Ann. Phys.*, 1958 **1**, N 6—8, 319—333.
- Møller C. The concept of mass and energy in the general theory of relativity. I.—*Kgl. norske vid. selskabs forhandl.* 1958, **31**, N 13; II.—*Ibid.* N 14.
- Bergmann P. G. Conservation laws in general relativity as the generators of coordinate transformations.—*Phys. Rev.*, 1958, **112**, N 1, 287—289.
- Cattaneo C. General relativity: relative standard mass, momentum, energy and gravitational field in a general system of reference.—*Nuovo cimento*, 1958, **10**, N 2, 318—337.
- Møller C. On the localization of the energy of a physical system in the general theory of relativity.—*Ann. Phys. (USA)*, 1958, **4**, N 4, 347—371.
- Blancheton E. Sur le tenseur impulsion-énergie d'un champ électromagnétique.—*C. R.*, 1959, **248**, N 3, 372—374.
- Mariot L., Pham M. Q. Étude algébrique du tenseur électromagnétique en présence d'induction.—*C. R.*, 1958, **246**, N 28, 3018—3020.
- Papapetrou A., Schoepf H. G. Sur l'énergie des champs gravitationnels non stationnaires.—*C. R.*, 1960, **251**, N 25, 2889—2891.
- Tangherlini F. R. Nonclassical structure of the energy-momentum tensor of a point mass source for the Schwarzschild field.—*Phys. Rev. Letters.*, 1961, **6**, N 3, 147—149.
- Graiff Franca. Carattere tensoriale della azione Einsteiniana.—*Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis.* 1961, **30**, N 6, 884—888.
- Paub A. H. Approximate stress energy tensor for gravitational fields.—*J. Math. Phys.*, 1961, **2**, N 6, 787—793.
- Florides P. S. Applications of Møller's theory on energy and its localization in general relativity.—*Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 1962, **58**, N 1, 102—109.
- Demianski M., Infeld L. Note on the field method of obtaining the conservation laws and solving the two body problem in general relativity.—*Bull. Acad. polon. sci., Cl. III*, 1961, **9**, N 9, 693—696.
- Eddelen Dominic G. B., Thomas T. Y. Differential compatibility conditions on the momentum energy tensor and necessary conditions for the existence of solutions to the Einstein field equations.—*Arch. Ration. Mech. and Analysis*, 1962, **9**, N 3, 245—254.
- Capella A. Sur le tenseur impulsion-énergie du champ de gravitation.—*C. R.*, 1962, **254**, 7, 1207—1209.
- Pirani A. E. Gauss's theorem and gravitational energy.—*Colloq. internat. Centre nat. rech. scient.*, 1962, N 91, 88—91.
- Møller C. The energy-momentum complex in general relativity and related problems.—*Colloq. internat. Centre nat. rech. scient.*, 1962, N 91, 15—25. *Discuss.* 25—29.
- Sachs R. Asymptotic symmetries in gravitational theory.—*Phys. Rev.*, 1962, **128**, N 6, 2851—2864.
- Komar A. Positive-definite energy density and global consequences for general relativity.—*Phys. Rev.*, 1963, **129**, N 4, 1873—1876.
- Davis W. R., Moss M. K., On the conservation laws of the theory of general relativity.—*Nuovo cimento*, 1963, **27**, N 6, 1492—1496.
- Cornish F. H. J. Energy and momentum in general relativity. I. The 4-momentum expressed in terms of four invariants when space-time is asymptotically flat.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1964, **282**, N 1390, 358—371; II. The total energy and momentum of an isolated axi-symmetric system generating gravitational waves.—*Proc. Roy. Soc. A*, 1964, **282**, N 1390, 372—379.
- Chevreton M. Sur le tenseur de superenergie du champ électromagnétique.—*Nuovo cimento*, 1964, **34**, N 4, 901—913.
- Scherre W. Darstellung der Gravitationsenergie.—*Helv. phys. acta*, 1964, **37**, N 4—5, 317—328.

- Bonazzola S. Sur le tenseur energie-impulsion approché de Teub.—C. R., 1964, **259**, N 16, 2605—2608.
- Lederer S., Tonnelat M. A. Identités et lois du mouvement deduites d'un lagrangien Application à la definition de l'impulsio-énergie dans une theorie euclidienne de la gravitation.—Nuovo cimento, 1964, **34**, N 4, 883—890.
- Сапар А. Вопрос о тензоре энергии-импульса гравитационного поля и тензор суперэнергии. Публикации Тартуск. астрон. обс., 1963 (1964), **34**, № 1, 319—358.
- Anastassov A. On energy of the gravitational field.—Докл. Болг. АН, 1964, **17**, № 10, 885—888.
- Schmutzer E. Spinorielle Feldtheorien und Noether-Theorem in der gekrümmten Raum-Zeit.—Z. Naturforsch., 1964, **19a**, N 9, 1027—1031.
- Havas P. The connection between conservation laws and laws of motion in affine spaces.—J. Math. Phys., 1964, **5**, N 3, 373—378.
- Møller C. The four-momentum of an insular system in general relativity.—Nucl. Phys., 1964, **57**, N 1, 330—338.
- Møller C. Momentum and energy in general relativity and gravitational radiation.—Math.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1964, **34**, N 3.
- Bonazzola S. Un vecteur de Poynting pour la radiation gravitationnelle en relativité générale.—C. R., 1964, **259**, N 5, 1011—1014.
- Edelen D. G. Material momentum-energy tensors and the calculus of variations.
- Horsky J. The energy- momentum tensor of a static gravitational field.—Чехосл. физ. ж., 1964, **В 14**, № 8, 565—569.
- Edelen D. G. Deformations and momentum-energy complexes.—Arch. Ration. Mech. and Analysis, 1964, **16**, N 4, 316—324.
- Peres A. Commutation relations for energy-momentum tensor.—Nuovo cimento, 1964, **34**, N 2, 340—342.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аббе Э. 105
Абрагам М. 87—91, 97, 98, 149, 150, 153, 164, 248
Августинек З. Д. 69
Адамс В. 211
Айвс Н. 74, 105, 106, 108, 246
Александров А. Д. 28, 68
Ампер А. И. 9, 119, 120
Ангстрем А. Й. 20
Андерсон Д. М. 67, 219, 222
Араго Д. Ф. 15, 16, 65, 111, 112
Арзелье Г. 28
Аристотель 31
Аслаксон 67, 68
- Бабине Ж.** 17, 48
Бабкок Г. 254
Балаж Н. 98
Банбэри Д. 110, 243
Баранов А. Г. 69
Бартоли А. 90
Басов Н. Г. 247
Баумгарт К. 37
Бауэр Н. 235, 237
Бахем 211
Беккерель Ж. 192
Бекман И. 64
Белопольский А. 21
Белтран 177, 178
Бель 240
Беммель 111, 241
Бенненитц 243
Бергман П. 238—240, 254
Бергсон А. 192
Бергstrand Э. 68
Бердж Р. 67
Беркли Дж. 37, 38, 167, 168
Бессель Ф. В. 65
Бестельмейер 89
Бетрам-Лопез В. 180
Бидуэлл 89
Билдер Г. 192, 193
Биллинг 106—108
Био 122
Блэкетт П. М. С. 193, 250
Бойль А. 110
- Бойль Р. 243
Бол 67, 68
Больцано Б. 20
Больцман Л. 5, 90
Больяни Я. 81
Бонч-Бруевич А. М. 69
Бор Н. 61, 62
Борелли Д. А. 136, 137
Борн М. 77, 78, 82, 128, 129, 148, 164, 183
Бошкович Р. И. 15, 112
Боян 184
Браунбек 94, 249
Брелль 28
Бригем В. 193
Бриллюэн М. 164
де Бройль Л. 26
Бруно Д. 50, 32
Брэдли Дж. 14, 15, 17, 65
Брэнс С. 172
Буассон 210
Будде 57
Буллиальд В. 137
Бухерер А. 22, 89, 248
Бэкон Ф. 64
Бэли 43
- Ван-дер-Ваальс Я. Д.** 57
Вавилов С. И. 50, 54, 208
Варичак В. 80, 81, 149
Вебер В. 8, 10, 66, 120, 142, 180
Вейль Г. 164
Виллип И. 21
Вильсон Р. 14, 15, 54, 84, 94
Вин Р. 80, 90, 103
Вольтер 139, 140
Вольф Х. 38
Врен Х. 139
Вуд Р. 105
- Гайл 88**
Галилей Г. 6, 7, 30—32, 45, 63, 64, 82, 85, 128, 132, 134, 136—139, 148, 162
Галлей Э. 132, 139
Гамильтон У. Р. 56, 61, 85, 128, 154, 159, 161, 164, 233

Ганс 103
Гарвей Д. 177, 178
Гаусс К. Ф. 120, 142, 155, 182, 200, 236
Гегель Г. В. Ф. 41, 42
Гейзенберг В. 47, 130
Гейль 246
Гельмгольц Г. Л. Ф. 9, 10, 41, 184
Герлотц Г. 81
Герц Г. 5—7, 12—14, 128, 162, 183
Герцен А. И. 42
Гершель В. 65
Гильберт Д. 161, 164, 237
Гильварри Д. 203
Гинзбург Б. Л. 177, 207, 212, 213
Глитшер 248
Голицын Б. Б. 21
Голдберг 238
Гордон-Смайс 67
Гоффман В. 222
Гребе 211
Гринвис 90
Гроссман М. 150, 166, 182, 216, 232
Гроув Д. 248
Гук Р. 14, 136, 139
Гупка 89, 248
Гюн 89, 248
Гюйгенс Х. 33, 36, 37, 51, 64, 65, 120,
134—136, 138, 139, 204
Гуйс 105

Даламбер Ж. Л. 38, 140
Дебай П. 63, 148
Декарт Р. 30, 31, 36, 64, 132—135, 139,
140, 185
Делленбах 97
Джевил 210
Джемс 253
Дженкин Ф. 66
Джирджиджи 54
Джозефсон В. 108, 241
Джон 67
Джонс 106, 108
Дикке Р. 168, 172, 177, 180
Динглер Г. 28, 193
Дингль Г. 192, 193
Дирак П. 61, 62, 240, 250
Донахью Т. 194
Дондер 220
Допплер Х. 16, 17, 20—22, 53, 60, 98,
100—103, 111, 116, 117, 195, 210, 214
Дорфман Я. Г. 118
Дривер Р. 180
Дулитл 200
Дьердь 98
Дюга Р. 36
Дюмонд 248
Дюпера Р. 65
Дюринг Е. 43

Евклид 46, 80, 185

Жамен 247
Жуковский Н. Е. 28
Заремба 164
Зеелггер 174, 223, 255
Зеeman П. 19, 113, 114, 117, 118, 177,
254
Зильберман 65
Зильберштейн Л. 54, 164
Зингер С. 193
Зоммерфельд А. 61, 62, 81, 82, 95,
97, 126, 127, 129, 148, 181
Зрелов В. П. 249

Иваненко Д. Д. 26, 239
Изенкраге 142
Иллингворт 253
Инфельд Л. Г. 121
Иоос 253

Кавендиш 119
Кант И. 40, 42, 184
Кантор Г. 247, 252—254
Капица П. Л. 89, 248
Каратеодори К. 74
Карно Л. 163
Каролюс 67
Картан Е. 164
Карташев А. И. 67
Кассини-младший 14
Кауфман 88, 248
Кейли 81
Кемпер 177, 178
Кеннеди Р. 105, 253
Келлер И. 30—32, 61, 68, 90, 131, 132,
135, 139
Керр Р. 67, 164
Кетлер Е. 48
Клаузиус Р. 8
Клейн Ф. 81, 164, 181
Клейтенберг 98
Клеро А. К. 15, 140
Клинкерфус 48
Коган Ю. К. 110, 243
Коккони Г. 177, 178, 180
Кокран В. 193
Кокрофт Д. Д. 93, 249
Коль 52, 53
Кольрауш Ф. В. Г. 66
Комар А. 238, 239
Комптон А. Х. 60, 62, 63
Комсток Д. 68
Кон Э. 128
Коперник Н. 29, 30, 32, 34, 131, 139
Кориолис Г. Г. 169
Корнфорт М. 67
Корню А. 66
Коттлер Ф. 164, 182

- Коши О. Л. 16, 221
 Коэн Э. 248
 Кравец Т. П. 8
 Кремье В. 10, 11
 Кречман Е. 217—220
 Кристоффель Е. 155, 158, 159, 182.
 Кротмайер 115
 Крофорд Ф. 193
 Крэншоу 212, 213, 243
 де Кудр 48
 Кузнецов Б. Г. 26
 Кук 68
 Кулон Ш. О. 119, 122
 Кунци 68
 Курвуазье Л. 59
 Куш П. 178
 Кэмпбелл 194, 208
 Кэннинген 89
 Кюндиг 111, 241
- Лаборд 65**
 Лагранж Ж. Л. 56, 85, 97, 129, 141, 200
 Лаланд 15
 Ланге Ф. 46
 Ландау Л. 236, 238
 Ланжевен П. 22, 24, 56, 93, 148, 189
 Ланчос К. 164, 220
 Лаплас П. С. 36, 119, 141, 142, 150, 160
 Лармор 6, 22, 24, 85, 106, 148, 187
 Ла-Роза М. 99
 Лауб И. 97, 98, 147
 Лауэ М. 5, 47, 53, 57, 58, 91, 93, 97, 114, 119, 120, 148, 164
 Лебедев П. Н. 91
 Леванши 89, 248
 Левашов А. 240
 Леверрье У. Ж. 159, 198—200
 Леви 142
 Леви-Чивита Т. 148, 155, 164, 166, 182, 235, 237
 Лейбниц Г. В. 30, 33, 37, 39, 40
 Ленард Ф. 99
 Лензе И. 170, 173
 Ленин В. И. 40, 42—45
 Лерэ К. 142
 Лесаж Л. 141, 142
 Лефферт 194
 Лехер 9, 11
 Ли К. 177, 178
 Лифшиц Е. М. 236, 238
 Лихнерович А. 240
 Лобачевский Н. И. 40, 41, 46, 80, 81, 181, 184
 Лодж О. 23, 52, 90
 Ломоносов М. В. 38, 39, 86
 Лоренц Г. А. 6—8, 12—14, 18—20, 22—28, 48, 51, 52, 58, 59, 75—79, 81, 82, 85, 87—91, 97, 98, 103, 106, 113—115, 117, 118, 123, 124, 127—129, 142, 148—150, 153, 161—164, 183, 192, 215, 218, 221, 222, 235, 237, 240, 243, 248, 251, 255, 281
- дель-Лунго 105
 Льюис 80, 82
 Лютер М. 29
- Майкельсон А. А.** 8, 19, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 57—60, 66, 69, 87, 105, 106, 113, 114, 118, 243, 244, 246, 251, 253
 Майорана 68
 Мак-Дональд Д. 67
 Мак-Крей 192
 Мак-Миллан 193
 Маккинли 67
 Максвелл Дж. К. 3—10, 21, 25, 46, 48, 66, 70, 74, 90, 95, 120, 121, 123, 124, 127—129, 143, 144, 162, 185
 Маллиган 67
 Мандельберг 108
 Мандельштам Л. И. 7, 16, 26, 52, 59, 65, 78
 Манфреди 14
 Маркс Г. 98
 Маркс К. 43
 Марриот Е. 37
 Маскар 112
 Мах Э. 20, 44, 164, 168—177, 180, 255
 Мейерсон Э. 30, 31, 45
 Меллер Х. 194—196, 198, 238—240, 243
 Мерсенн М. 36, 133, 134
 Мессбауер Л. 108—110, 177, 178, 180, 212, 213, 241, 243
 Метц А. 192
 Ми Г. 90, 164, 220
 Миллер Д. 51, 53, 54, 57, 253
 Милн 79, 94
 Минковский Г. 25—27, 35, 36, 77—81, 97, 98, 127, 128, 155, 163
 Мириманов Д. 147
 Миттельштадт О. 67
 Михайлов А. А. 207, 209
 Михельсон В. А. 21
 Мицкевич Н. В. 238—240
 Молине С. 14, 15
 Мопертюи Р. 15, 38, 86
 Морли А. 8, 19, 48—51, 53, 54, 56, 69, 105, 113, 118, 243, 244, 246, 251, 253
 Морс 54
 Мун П. 111, 241, 243
- Нассау 54**
 Нейман 89, 248
 Нейман К. 10, 46, 142
 Нейман Ф. 120
 Нетер Э. 238
 Нобл 55, 56, 57, 58, 59

- Новобатский К. 98
 Нордстрем Г. 150, 153, 164, 233
 Ньюком С. 66, 200
 Ньютон И. 7, 30, 32—35, 37, 38, 40—
 42, 45, 46, 65, 66, 68, 80, 86, 118, 119,
 121, 131, 132, 135—142, 148, 161—
 164, 167, 168, 171, 173—175, 183, 185,
 216, 218, 222, 223, 225, 228, 255
- Овчинникова В. В. 28
 Осиповский Т. Ф. 41, 42
 Оствальд В. 44
 Остен 99
 Оттинг Г. 106—108
- Паллегрини** 240
Паннекук А. 137
Папелло 99
Паули В. 25, 81, 97, 219, 220, 238
Паунд 108—110, 179, 212, 213, 241, 242
Пендер 11
Пенлеве П. 29, 164
Перо 107
Петров А. З. 240
Пецваль 20
Пиз Ф. 66
Пикар Ж. 14, 138
Пиккар 253
Пирани 240
Пирсон К. 44
Пирсон Ф. 66
Планк М. 18, 47, 79, 80, 82, 85, 148,
 169
Пойнтинг Д. 90, 97, 121
Преве П. 142
Пуанкаре А. 5, 8, 22, 23, 25—27, 45, 51,
 69, 77, 78, 86, 91, 127, 147, 148
Пуассон С. Д. 4, 119, 141, 150, 160,
 166, **225**
- Разетти** 193, 250
Ратковский 89, 248
Рау 104
Рибка Г. 108—110, 178, 212, 241, 242
Редфорд 178
Рейнольд 248
Рейнольдс 83
Рейснер 233
Рейхенбах 74
Рейхенбахер Е. 162, 164
Релей 48
Ремер О. 64
Рен X. 136
Рентген В. К. 9, 11, 12, 48
Риман Б. 8, 41, 120, 142, 150, 155, 158,
 159, 176, 182, 184, 185, 240
Ритц 68, 69, 251
Риччи Г. 155, 166, 182
Робб А. 74, 81
Роберваль 133, 139
- Робинзон** 177, 178, 180
Роджерс 248
Родичев В. И. 240
ла-Роз М. 99
Розен Н. 28
Розенфельд Л. 136—138
Романова М. Ф. 67
Ромер Р. 193
Россер В. 252
Росси 193, 250
Роте Н. 73
Ротц 254
Роуланд 9, 10, 11, 12
Рудерфер 243
Рудницкий К. 198
Рэлей Д. 48
- Савар** 122
Саде 251
Салпитер Е. 177, 178, 180
Саньяк 59, 114, 246
Селети Ф. 173, 174, 255
Сен Н. 28
Сент-Джон 211
Сидерхолм 246
де Ситтер В. 68, 161, 230, 251
Скобельцын Д. В. 193
Смарт У. 200
Смородинский Я. А. 155, 233
Снеллиус В. 137
Спиноза Б. 38
Спис 89, 248
Старосельская-Никитина О. А. 26
Стаэль 253
Стернберг Р. 253
Стилуэлл 105, 106, 108, 246
Стокс Г. 17, 18
Страховский Г. М. 247
Суботович М. 209
- Таунс** 244, 246
Тирринг 170, 173
Тиссеран Ф. 142
Тодд 74
Толанд Дж. 37, 38
Толмен Р. 68, 82
Томашек 57—59, 251
Томсон В. 9, 10
Томсон Г. 192
Траутман А. 238
Триккар 89, 248
Трутон Ф. 48, 55—59
Трюмплер 208
Тяпкин А. А. 249
- Уайтхед** 212
Уиллер Дж. 175, 176
Уитен 108
Уитсон Ч. 65

Умов Н. А. 27, 28, 90, 97, 121
Уолтон 93, 249

Фабри 107, 210
Фараго П. С. 90, 248, 249
Фарадей М. 3—5, 9, 46, 66, 95, 119—
121, 162, 185
Фейербах Л. 42
Ферми Э. 164
Физо И. Л. 7, 13, 19, 21, 22, 48, 65,
66, 112—114, 118, 162, 254
Фихте И. Г. 42
Фицджеральд Г. 8, 23, 51, 56, 75, 106
Флеменг Д. 66
Флемстид Дж. 14
Флетчер 238
Флорман 67, 68
Фок В. А. 28, 59, 74, 81, 220, 221, 239
Фоккер А. 164
Фокс 248, 251
Форсайт Е. 164
Фохт 22, 111
Фрай Р. 193
Франк П. 73
Франклин В. 118
Франкль Ф. И. 221
Фраунгофер И. 21
Фрейдлих Э. 68, 211
Френель О. Ж. 15—17, 19, 48, 111—
118, 120, 183
Фридлиндер Б. 168
Фридлиндер И. 168
Фридман А. А. 165, 228—231, 255, 256
Фрум 67
Фуко Ж. Б. Л. 65, 66, 169

Хаббл 255, 256
Хаг 48
Хайсон 67
Харрес 113—115, 117, 246
Харцер П. 114, 115, 117
Хвольсон О. Д. 51, 52, 73
Хвисайд О. 6, 90, 96
Хей 110, 214
Хек 112
Хекман О. 256
Херивель 138
Химстед Ф. 9—11
Хитчинсон 10, 11
Холл 110, 243
Хофлейт Д. 203
Хьюз В. 176, 180
Хюгинс В. 20, 21

Цан 89, 248
Цельнер И. 142
Чернике 254
Цзю Х. 222

Чемпион 248
Чемпи 111, 241, 243
Чейз 58
Чернышевский Н. Г. 42

Шази 200
Шварцшильд К. 85, 129, 164, 211
Шеллинг Ф. 41, 42
Шервин 179, 243
Шерцер 105
Шефер 89
Шильд А. 194
Широков М. Ф. 221, 239
Шиффер 212, 213
Шрам 142
Шредингер Э. 61, 161, 164, 235, 238
Штарк И. 103, 104, 187
Штек 28
Штрассер 103
Штрейн Н. 46
Шульц 105

Эванс М. Г. 138
Эвершеде 211
Эдварс 110, 242
Эддингтон А. 69, 74, 94, 148, 164, 200,
205, 256
Эйлер Л. 38, 39, 46, 90, 140, 141
Эйнштейн А. 5, 8, 22, 24, 26, 29, 33,
46, 69—73, 75, 77—79, 82, 85, 88—
94, 97, 98, 101—103, 105, 107, 108,
113, 115, 116, 121, 127, 128, 132,
143—145, 147—166, 168—176, 180—
192, 204, 205, 207—211, 215—219,
221—238, 248, 253, 255, 256

Эйри 112
Эйхенвальд А. 10—13
Энгельс Ф. 29, 30, 42—44
Эпинус Ф. 4, 119
Эпштейн 58, 180
Эренфест П. 57, 82, 88
Эрстед Г. Х. 119
Эссен Л. 67, 68, 178
Этвеш Л. 150, 151, 152, 166

Юнг Ф. 15

Якоби К. Г. 61
Яноши Л. 90, 248

СОДЕРЖАНИЕ

I. ИСТОКИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	
1. Электродинамика движущихся сред	3
2. Оптические явления в движущихся средах	14
3. Электромагнитные процессы в движущихся средах в трактовке Лоренца и Пуанкаре	22
II. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	
1. Эволюция понятий пространства и времени	29
2. Экспериментальные основы специальной теории относительности	47
3. Релятивистская механика	70
4. Релятивистская трактовка оптических явлений в движущихся телах	98
5. От классической электродинамики к электродинамике Эйнштейна — Минковского	118
III. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ	
1. От Ньютона к Эйнштейну	131
2. От специальной к общей теории относительности	143
3. Принцип Маха	167
4. Эйнштейн о пространстве и времени	180
5. Парадокс часов	186
6. Перигелий Меркурия	198
7. Отклонение лучей света в поле тяжести Солнца	204
8. Гравитационное смещение	209
9. Относительность и ковариантность	215
10. Космологические работы Эйнштейна (1917—1924)	222
11. Тензор энергии-импульса	232
12. Некоторые вопросы экспериментальных основ теории относительности (1960—1965 гг.)	241
Библиография	263
Именной указатель	326

Франкфурт Ушер Иойнович

Специальная и общая теория относительности

*Утверждено к печати Эйнштейновским
комитетом Академии наук СССР*

Редактор издательства *В. А. Никифоровский*
Технический редактор *И. Н. Жмуркина*

Сдано в набор 21/XI 1967 г. Подписано к печати 22/IV 1968 г.
Формат 60×90^{1/16}. Бумага тип. № 2.
Усл. печ. л. 20,75. Уч.-изд. л. 22,7. Тираж 14000 экз.
Т-07502. Тип. зак. 7022.

Цена 1 р. 37 к.

Издательство «Наука»
Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука»
Москва, Г-99, Шубинский пер., 10